ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ

ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ

Το πρόβλημα χρονοδιαγράμματος ανάθεσης αιθουσών σε πανεπιστήμιο: Επίλυση με χρήση 0-1 ακέραιου προγραμματισμού

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΑΡΚΟΠΟΥΛΟΥ ΖΩΗ

ΑΘΗΝΑ 2021

Τριμελής Επιτροπή Αξιολόγησης

Επιβλέπων Καθηγητής/τρια	Επίκουρος Καθηγητής	Νικόλαος Τσότσολας
		Nikolaos Tsotsolas Digitally signed by Nikolaos Tsotsolas Date: 2021.06.10 17:48:57 +03'00'
Athanasios Spyridakos Digitally signed by Athanasios Spyridakos Date: 2021.06.30 12:49:19 +03'00'		
Μέλος	Καθηγητής	Αθανάσιος Σπυριδάκος
Ioannis Psaromiligkos Digitally signed by Ioannis Psaromiligkos Date: 2021.07.01 17:15:41 +03'00'		
Μέλος	Καθηγητής	Ιωάννης Ψαρομήλιγκος

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ/ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η κάτωθι υπογεγραμμένη Ζωή Μαρκοπούλου του Γεωργίου με αριθμό μητρώου 7158912 φοιτήτρια του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Διοικητικών, Οικονομικών & Κοινωνικών Επιστημών του Τμήματος Διοίκησης Επιχειρήσεων δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής/διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Η Δηλούσα
Ζωή Μαρκοπούλου

Σύντομη Περίληψη

Η πτυχιακή μου εργασία αφορά μια τέτοιου τύπου εφαρμογή βασισμένη σε πραγματικά στοιχεία. Σκοπός της είναι η μελέτη, η σχεδίαση και η ανάπτυξη ενός αλγορίθμου για την εύρεση της βέλτιστης λύσης στο πρόβλημα της κατανομής των αιθουσών διδασκαλίας του πανεπιστημίου σε επίπεδο σχολής.

Η σχεδίαση θα υλοποιηθεί με το μοντέλο του ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού 0-1 βασισμένο στις αρχές του γραμμικού προγραμματισμού στόχων (linear goal programming). Το μοντέλο θα παρέχει περιορισμούς για μεγάλο αριθμό επιχειρησιακών κανόνων και απαιτήσεων που αφορούν το Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής αλλά και που παράλληλα θα μπορούσαν να αφορούν στα περισσότερα ακαδημαϊκά ιδρύματα. Αποτελεί πρόβλημα βελτιστοποίησης που εντάσσεται στο χώρο της Επιχειρησιακής Ερευνάς, με στόχο να εξεταστεί η ικανοποίηση των εκφρασμένων προτιμήσεων σχετικά με τις περιόδους διδασκαλίας, ανά σχολή και ημέρα της εβδομάδας, καθώς και βάσει της ονομαστικής χωρητικότητας σε φοιτητές της κάθε αίθουσας.

Λέξεις Κλειδιά: Πρόβλημα Ανάθεσης, 0-1 Προγραμματισμός, Προγραμματισμός Στόχων

Abstract

Nowadays, new technologies have literally invaded our lives as more and more applications touch every aspect of human activity in order to be the solution to various problems. Consequently, in education too, the development of applications and technological solutions is constantly increasing with the introduction of new processes and scientific approaches that enhance the delivery of services in education. In this context, the development of more specialized applications in higher education can become part of teaching and at the same time lead to the development of solutions, with the aim of achieving not only educational objectives but also new objectives that promote the university itself and make its operation more efficient.

At the same time, with innovation and technological development changing rapidly, it is necessary for Greek universities to modernize, following international standards. Academic internal development applications are considered highly beneficial for improving the functioning of the institution.

My thesis is about such an application based on real data. It aims to study, design and develop an algorithm to find the optimal solution to the problem of allocation of classrooms in the university at the faculty level.

The design will be implemented using the 0-1 integer linear programming model based on the principles of linear goal programming. The model will provide constraints for a large number of business rules and requirements that are relevant to the University of West Attica but which could also be relevant to most academic institutions. It is an optimization problem that is embedded in the field of Operational Research, with the aim of examining the satisfaction of expressed preferences regarding teaching periods, by faculty and day of the week, as well as based on the nominal capacity in students of each classroom.

Key Words: Allocation Problem, 0-1 Programming, Goal Programming

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με την ολοκλήρωση της πτυχιακής μου εργασίας θα ήθελα να αποδώσω θερμές ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Τσότσολα Νίκο για την υπομονή και τις συμβουλές του σε όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της πτυχιακής μου εργασίας.

Επίσης τον ευχαριστώ για την συνολική συνεργασία κατά την διάρκεια των σπουδών μου, τη συνολική βοήθεια και την σωστή εκπαίδευση που παρείχε στα μαθήματα.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΙΝΑΚΕΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στις μέρες μας οι νέες τεχνολογίες έχουν εισβάλλει κυριολεκτικά στην ζωή μας καθώς όλο και περισσότερες εφαρμογές αγγίζουν κάθε πτυχή της ανθρώπινης δραστηριότητας με σκοπό να αποτελέσουν τη λύση σε διάφορα προβλήματα. Συνεπώς και στην εκπαίδευση, η ανάπτυξη εφαρμογών και τεχνολογικών λύσεων αυξάνεται συνεχώς με την εισαγωγή νέων διαδικασιών και επιστημονικών προσεγγίσεων που αναβαθμίζουν την παροχή υπηρεσιών στην εκπαίδευση. Στο πλαίσιο αυτό, η ανάπτυξη πιο εξειδικευμένων εφαρμογών στην τριτοβάθμια εκπαίδευση μπορεί να αποτελέσει μέρος της διδασκαλίας και ταυτόχρονα να οδηγήσει σε ανάπτυξη λύσεων, με σκοπό όχι μόνο την επίτευξη όχι μόνο των εκπαιδευτικών στόχων αλλά και την επίτευξη νέων σκοπών που προάγουν το ίδιο το πανεπιστήμιο και κάνουν τη λειτουργία του περισσότερο αποδοτική.

Παράλληλα, με την καινοτομία και την τεχνολογική εξέλιξη να μεταβάλλονται ραγδαία είναι απαραίτητο για τα Ελληνικά πανεπιστήμια να εκσυγχρονιστούν, ακολουθώντας τα διεθνή πρότυπα. Οι ακαδημαϊκές εφαρμογές εσωτερικής ανάπτυξης θεωρούνται υψηλά ωφέλιμες για τη βελτίωση της λειτουργίας του ιδρύματος .

Απαραίτητη καθίσταται η κατασκευή ενός χρονοδιαγράμματος ανάθεσης των διαθέσιμων αιθουσών που ικανοποιεί όλους τους εμπλεκόμενους και τις ανάγκες τους στο παρόν ακαδημαϊκό ίδρυμα, όπως αυτές εκφράζονται από τις διοικήσεις των σχολών, ανάγκες που ενσωματώνουν εμμέσως και τις επιθυμίες και τις απαιτήσεις του προσωπικού και των φοιτητών οι οποίες είναι ζωτικής σημασίας. Στα περισσότερα ιδρύματα αυτό το καθήκον επαφίεται στο διοικητικό προσωπικό και η τρέχουσα πρακτική είναι να αναπαράγει τα χρονοδιαγράμματα των προηγούμενων ετών με μικρές αλλαγές για να εξυπηρετήσει τις νέες αναπτυγμένες καταστάσεις. Ωστόσο, τα τελευταία χρόνια, σημαντικές αλλαγές συμβαίνουν συχνότερα και η επαναχρησιμοποίηση λύσεων οι οποίες έχουν αναπτυχθεί ιστορικά δεν είναι πάντα η καλύτερη πολιτική. Επιπλέον, η υιοθέτηση εκ νέου λύσεων που δεν έχουν παραχθεί εξ αρχής σύμφωνα με όρους βελτιστοποίησης διαιωνίζουν την εφαρμογή μέτριων ή και κακών λύσεων.

Υπό αυτές τις συνθήκες, και υπό το πρίσμα της προόδου που επιτεύχθηκε τόσο στις τεχνολογίες υλικού και λογισμικού, ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη ενός τέτοιου συστήματος κρίθηκε αναγκαία στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής, ένα νέο πανεπιστήμιο που προήλθε όμως από τη συγχώνευση 3 εκπαιδευτικών ιδρυμάτων, με μεγάλο πλήθος φοιτητών και περιορισμένο αριθμό και δυναμικότητα αιθουσών. Το σύστημα στην πλήρη του ανάπτυξη θα περιέχει αυτοματοποιημένες διαδικασίες για την κατασκευή αποτελεσματικών και επιθυμητών χρονοδιαγραμμάτων ανάθεσης των αιθουσών. Στην παρούσα εργασία γίνεται προσπάθεια επίλυσης του μέρους του προβλήματος του χρονοδιαγράμματος ενός πανεπιστημίου που αφορά στην κατανομή των αιθουσών ανά σχολή. Στην επέκτασή του, το πρόβλημα χρονοδιαγράμματος πανεπιστημίου περιλαμβάνει και τη διαδικασία ανάθεσης πανεπιστημιακών μαθημάτων για συγκεκριμένες χρονικές περιόδους κατά τη διάρκεια των πέντε εργάσιμων ημερών της εβδομάδας στις συγκεκριμένες αίθουσες διδασκαλίας, οι οποίες θα είναι κατάλληλες για τον αριθμό των εγγεγραμμένων φοιτητών κάθε μαθήματος.

Για το πρόβλημα της παρούσας εργασίας, θεωρούμε ότι έχουμε διαφορετικές σχολές, που έχουν εκφράσει τις απαιτήσεις τους τόσο σε ότι αφορά στις κατηγορίες χωρητικότητας των αιθουσών, όσο και σε ότι αφορά σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους μέσα στην ημέρα. Το πρόβλημα μπορεί να θεωρηθεί ότι μοντελοποιείται σε τρία επίπεδα (σχολή, αίθουσα, ωράριο). Για κάθε εκπαιδευτικό ίδρυμα ο στόχος είναι πάντα η κατασκευή αποτελεσματικών και ικανοποιητικών εβδομαδιαίων χρονοδιαγραμμάτων. Ένα χρονοδιάγραμμα θεωρείται ότι είναι αποτελεσματικό όταν είναι εφικτό και μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το ίδρυμα, ενώ θεωρείται ικανοποιητικό όταν φέρει ορισμένα ποιοτικά χαρακτηριστικά που διατηρούν τους χρήστες του ικανοποιημένους τουλάχιστον σε κάποιο βαθμό, δεδομένων των προτιμήσεων που έχουν εκφράσει σε επίπεδο κατηγορίας αίθουσας και περιόδων ωραρίου.

Το πρόβλημα χρονοδιαγράμματος ανάθεσης αιθουσών, προσεγγίστηκε στον τομέα της συνδυαστικής βελτιστοποίησης, από αρκετές γνωστές τεχνικές της επιχειρησιακής έρευνας και του τομέα της επιστήμης των υπολογιστών. Αρκετές έρευνες σχετικά με τον σχεδιασμό αυτοματοποιημένου χρονοδιαγράμματος ανάθεσης αιθουσών, κατάφεραν να καταγράψουν αυτό το έργο με συστηματικό τρόπο, κατηγοριοποιώντας έτσι τις διαφορετικές παραλλαγές του προβλήματος και τις προσεγγίσεις λύσης.

Έτσι λοιπόν στο τρίτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, γίνεται αναφορά στην γενική προσέγγιση του προβλήματος από άλλες ερευνητικές προσεγγίσεις καθώς και η αναφορά στην προσέγγιση που θα ακολουθηθεί στη παρούσα εργασία. Στο τέταρτο κεφάλαιο δίνεται η περιγραφή του προβλήματος καθώς και τα πραγματικά στοιχεία που λαμβάνονται υπόψιν. Παράλληλα περιγράφεται το μοντέλο στο οποίο αναλύονται τα δεδομένα, τα ζητούμενα και οι τύποι που θα προκύψουν απ’ αυτά. Τέλος, περιγράφονται οι μεταβλητές που προκύπτουν καθώς και οι γραμμικές συνθήκες (περιορισμοί) που πρέπει να ικανοποιεί η εφαρμογή. Στο πέμπτο κεφάλαιο περιγράφεται ο σχεδιασμός της εφαρμογής και γίνεται η ανάλυση του μοντέλου σε επίπεδο σχολής. Κλείνοντας, δίνεται το συνολικό μοντέλο με τις παραμέτρους του. Στην έκτη ενότητα προσδιορίζεται ο τρόπος επίλυσης του προβλήματος και η μεθοδολογία του προγράμματος που χρησιμοποιήθηκε. Ταυτόχρονα γίνεται ανάλυση του προγραμματιστικού λογισμικού που επιλέξαμε για την επίλυση. Εν κατακλείδι, στο έβδομο κεφάλαιο, γίνεται η περίληψη των αποτελεσμάτων από την ανάλυση του προβλήματος και οι μελλοντικές ερευνητικές κατευθύνσεις που προκύπτουν από την προσέγγιση της παρούσας εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΝ

2.1 Ιστορική αναδρομή προσεγγίσεων

Έχοντας αποτελέσει αντικείμενο ενασχόλησης σε πολλούς τομείς, οι πρώτες προσεγγίσεις εμφανίζονται ήδη από τη δεκαετία του '60 στη βιβλιογραφία σε γραπτή μορφή, με ευρετικές (heuristics) και χρωματικές μεθόδους που προσπαθούσαν να λύσουν αποτελεσματικά κάποιες παραλλαγές του προβλήματος. Συγκεκριμένα, οι Welsh και Powell χρησιμοποιούν την τεχνική χρωματισμού γραφών για να λύσουν ένα πρόβλημα χρονοδιαγράμματος, ενώ οι Schmidt και Strohlein αναφέρουν τεχνικές προσομοίωσης. (Welsh & Powell, 1967) (Schmidt & Strohlein, 1979)

Πάνω από 40 χρόνια αργότερα, εξακολουθεί να υπάρχει η προσέγγιση του προβλήματος με συστηματικό τρόπο που διευκολύνει τη συμπερίληψη παραλλαγών του πραγματικού κόσμου του προβλήματος σε συνδυασμό με την αυτοματοποίηση και την επίλυση πολύ μεγάλων προβλημάτων.
Επιπρόσθετα στον μαθηματικό κλάδο υπάρχουν αναφορές για τις πρώτες προσεγγίσεις που αναπτύχθηκαν στο μαθηματικό προγραμματισμό. Αναφορικά, η Lawrie και ο Akkoyunlu παρουσιάζουν γραμμικά και ακέραια μοντέλα προγραμματισμού για ορισμένες εκδόσεις του προβλήματος και έτσι επιτυγχάνουν τον υπολογισμό βέλτιστων λύσεων για ένα πρόβλημα χρονοδιαγράμματος σχολείου και πανεπιστημίου, αντίστοιχα (Lawrie, 1969) (Akkoyunlu, 1973).

Μεταγενέστερα ο τομέας του γραμμικού προγραμματισμού ανέπτυξε μια πιο ικανοποιητική εικόνα για την λήψη ορθών αποφάσεων, με το σχεδιασμό ειδικών γραμμικών μοντέλων και διατύπωσης των λύσεων. Πιο πρόσφατα, το πρόβλημα της ανάθεσης διαμορφώνεται ως πρόβλημα MIP (Mixed Integer Programming), όπου σ’ αυτήν την περίπτωση ο προτεινόμενος εξειδικευμένος αλγόριθμος, έχει καλύτερη απόδοση. Χρησιμοποιώντας τον προγραμματισμό στόχων, το πρόβλημα ανάθεσης αιθουσών συνδυάζεται με την μορφή του προβλήματος χρονοδιαγράμματος και επιλύεται μέσω λογισμικού για προγραμματισμό στόχων. Με τον ίδιο τρόπο, παρέχεται μια γραμμική διαμόρφωση προγραμματισμού για το πρόβλημα κατανομής περιόδων διδασκαλίας, ένα δευτερεύον πρόβλημα του χρονοδιαγράμματος πανεπιστημίου (Daskalaki, et al., 2004).

Εκτός από τις κλασικές προσεγγίσεις μαθηματικού προγραμματισμού, αρκετές νέες και πιο αποτελεσματικές τεχνικές για συνδυαστικά προβλήματα έχουν επίσης χρησιμοποιηθεί για τα προβλήματα χρονοδιαγράμματος. Μεταξύ αυτών, η μέθοδος «Tabu Search», ευρετική μέθοδος αναζήτησης, που χρησιμοποιεί τοπικές μεθόδους αναζήτησης που χρησιμοποιούνται για μαθηματική βελτιστοποίηση (Costa, 1994).

Τέλος, γενετικοί αλγόριθμοι έχουν χρησιμοποιηθεί ως αποτελεσματικό εργαλείο για την επίλυση προβλημάτων χρονοδιαγράμματος. Για παράδειγμα στις μέρες μας στα πανεπιστήμια τα προβλήματα χρονοδιαγράμματος επιλύονται μέσω των συστημάτων «Excel», προγραμματιστικών γλωσσών και με έμπειρα συστήματα επίλυσης. Το θέμα της εργασίας έχει μελετηθεί με ποικίλους τρόπους και το κάθε πανεπιστήμιο επιλέγει την ορθότερη προσέγγιση κατ' αυτό. (Daskalaki, et al., 2004)

2.2 Ανασκόπηση προσεγγίσεων επίλυσης

Η κατασκευή του προγράμματος των μαθημάτων σε συγκεκριμένες αίθουσες είναι ένα ζήτημα αυξημένης πολυπλοκότητας, το οποίο γίνεται συνεχώς ακόμη πιο πολύπλοκο καθώς τα πανεπιστήμια μεγαλώνουν και τα προγράμματα διδασκαλίας γίνονται πιο περίπλοκα.

Η έρευνα σχετικά με τις μεθόδους χρονοδιαγράμματος και τις πρακτικές είναι μια συνεχής δραστηριότητα, η οποία βελτιώνει συνεχώς τις διαδικασίες κατασκευής του χρονοδιαγράμματος. Γενικά, μπορούν να αναγνωριστούν δύο βασικές προσεγγίσεις.

Το πρώτο και πιο συνηθισμένο είναι η προσέγγιση που βασίζεται στη δράση, η οποία δίνει έμφαση στο σχεδιασμό και την ανάπτυξη νέων αλγορίθμων και μεθόδων λύσης για το πρόβλημα της κατανομής των αιθουσών στο χρόνο. Αυτές οι μέθοδοι περιλαμβάνουν τόσο ρεαλιστικούς αλγόριθμους όσο και αναλυτικές μεθόδους, οι οποίες στοχεύουν κυρίως στην εξεύρεση προγράμματος χωρίς συγκρούσεις.

Η δεύτερη προσέγγιση είναι η προσέγγιση που βασίζεται στη στρατηγική, η οποία δίνει έμφαση στην κατασκευή ενός βολικού, ευέλικτου και εύκολα προσαρμοσμένου χρονοδιαγράμματος, το οποίο λαμβάνει υπόψη τις προτιμήσεις και τις απαιτήσεις των εκπαιδευτικών στο επίπεδο των σχολών ή/και των πανεπιστημιακών τμημάτων. Αυτή η προσέγγιση συνδυάζει τις αντιφάσεις μεταξύ της εκφρασμένης ανάγκης της δραστηριότητας ορισμού του χρονοδιαγράμματος και του πεδίου της λύσης (Dimopoulou & Miliotis, 2004).

Ο Κάρτερ για να αντιμετωπίσει την πολυπλοκότητα του προβλήματος ανέπτυξε μια μέθοδο για την αποσύνθεση του αρχικού ολοκληρωμένου χρονοδιαγράμματος σε ένα σύνολο μικρότερων προβλημάτων τα οποία στη συνέχεια λύθηκαν ανεξάρτητα και συνδυάστηκαν προαιρετικά (Carter, 2001).

Οι Burke και Newall έχουν εφαρμόσει τη μέθοδο Carari's. Η μέθοδος αυτή περιγράφει το σχεδιασμό και την εφαρμογή ενός συστήματος που βασίζεται σε δίκτυο υπολογιστών για να βοηθήσει στην κατασκευή ενός χρονοδιαγράμματος μαθημάτων πανεπιστημίου. Το προτεινόμενο σύστημα διευκολύνει τόσο τη ροή πληροφοριών μεταξύ τμημάτων, προσωπικού, τελικού χρήστη και την πραγματική κατασκευή του χρονοδιαγράμματος. Χρησιμοποιώντας μια κεντρική βάση δεδομένων που λειτουργεί σε διακομιστή, το σύστημα αποτελείται από δύο επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο, τα διάφορα τμήματα του πανεπιστημίου συλλέγουν όλα τα κατάλληλα τμήματα της βάσης δεδομένων στην οποία έχουν πρόσβαση. Στο δεύτερο επίπεδο, οι πληροφορίες που συλλέγονται από το πρώτο επίπεδο υποβάλλονται σε επεξεργασία για την παραγωγή των χρονοδιαγραμμάτων. (Burke & Newall, 1999)

Επιπλέον, τα συστήματα βασισμένα στη γνώση είναι ένας άλλος τρόπος αντιμετώπισης στρατηγικής προσέγγισης του προβλήματος χρονοδιαγράμματος. Πρόσφατα το ενδιαφέρον επικεντρώθηκε στις αρχιτεκτονικές και τις γλώσσες που είναι προσανατολισμένες σε αντικειμενικά ζητήματα, με στόχο τη κατασκευή λύσεων που μπορούν να υλοποιηθούν. Κατανεμημένα συστήματα που εκμεταλλεύονται το τεχνολογικό τομέα όπως οι μικροϋπολογιστές, τα δίκτυα επικοινωνίας, την αρχιτεκτονική υπολογιστών και το λογισμικό υποστήριξης παράγουν ευέλικτα συστήματα κατασκευής χρονοδιαγράμματος, ικανά να ενσωματώσουν διάφορες μεθόδους βελτιστοποίησης και να παρέχουν κατάλληλες εναλλακτικές λύσεις σύμφωνα με τις προδιαγραφές του λήπτη αποφάσεων (Dimopoulou & Miliotis, 2004).

2.3 Βασικές αρχές προσέγγισης της εργασίας

Για τις ανάγκες τις παρούσας εργασίας κρίθηκε αναγκαία η διερεύνηση της βιβλιογραφίας αναφορικά με την προσέγγιση που θα χρησιμοποιηθεί. Ως σημείο αναφοράς στην αναζήτηση άρθρων και εργασιών, ορίζεται ο ακέραιος προγραμματισμός 0-1 και ο γραμμικός προγραμματισμός στόχων.

Οι νέες τεχνολογίες στα συστήματα πληροφοριών, η διαθεσιμότητα αξιόπιστου λογισμικού και η ικανότητα επίλυσης σχετικά μεγάλων προβλημάτων σε ένα σύντομο χρονικό διάστημα είναι οι κύριοι λόγοι για να καταστεί αυτή η προσέγγιση μοντελοποίησης ελκυστική για την επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων. Στις μέρες μας, ένα πρόβλημα με πολλές χιλιάδες και σε ειδικές περιπτώσεις εκατομμύρια μεταβλητές δεν είναι απαραίτητα πρόβλημα. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στις λύσεις που παράγονται με εμπορικό λογισμικό καθώς δεν παρουσιάζουν κανένα πραγματικό πρόβλημα όσον αφορά τους χρόνους υπολογισμού.

Στις ενότητες που ακολουθούν, η παρούσα εργασία διαμορφώνεται ως πρόβλημα βελτιστοποίησης γραμμικού προγραμματισμού, χρησιμοποιώντας ακέραιες (0-1) μεταβλητές. Όπως αναφέρθηκε, το μοντέλο καλείται να συγκεντρώσει περιορισμούς για το μεγάλο αριθμό διαφορετικών απαιτήσεων που υπάρχουν στο ακαδημαϊκό περιβάλλον.

Τα σημαντικότερα ίσως μοντέλα στο χώρο της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι του Γραμμικού Προγραμματισμού (Linear Programming). Μέσα στα 70 χρόνια από τότε που τον ανακάλυψαν οι G. Dantzig και L. Kantorowitz, ο γραμμικός προγραμματισμός έχει αποτελέσει ένα κύριο αντικείμενο θεωρητικής και εφαρμοσμένης έρευνας και έχει χρησιμοποιηθεί σαν τη βάση για την εξέλιξη άλλων συγγενών προτύπων και τεχνικών. Παράλληλα, με την εμφάνιση των αυτοματοποιημένων Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων (Decision Support Systems) έχει κωδικοποιηθεί σε εφαρμογές λογισμικού και έχει με αυτό το τρόπο να εφαρμοσθεί σε ένα τεράστιο φάσμα προβλημάτων για επιχειρήσεις και φορείς του ιδιωτικού και δημόσιου φορέα. (Daskalaki, et al., 2004).

Ο γραμμικός προγραμματισμός αποτελεί αναμφίβολα το δημοφιλέστερο εργαλείο της επιχειρησιακής έρευνας αλλά και γενικότερα της διοικητικής επιστήμης. Η μεγάλη επιτυχία των εφαρμογών του σε προβλήματα λήψης αποφάσεων θα πρέπει να αποδοθεί, από τη μια πλευρά, στα επιτεύγματα της έρευνας των μαθηματικών και των οικονομολόγων σε θεωρητικό επίπεδο και από την άλλη πλευρά, στην επαναστατική ανάπτυξη της πληροφορικής επιστήμης και τεχνολογίας. Στη μαθηματική γλώσσα ο γραμμικός προγραμματισμός ορίζεται σαν το μοντέλο το οποίο στοχεύει στη βελτιστοποίηση (μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση) μιας γραμμικής συνάρτησης αγνώστων, υπό εκτίμηση, πραγματικών μεταβλητών, των οποίων το πεδίο τιμών οροθετείται έμμεσα από γραμμικούς περιορισμούς, που είναι συναρτήσεις των μεταβλητών αυτών. (Σίσκος, 1998)

Η μορφή της μαθηματικής διατύπωσης ενός προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού είναι η ακόλουθη:

Μεταβλητές αποφάσεων: $x_1, x_2, \ldots, x_j, \ldots, x_n$ (άγνωστες, υπό εκτίμηση)

Αντικειμενικη συναρτηση: $z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_j x_j + \ldots + c_n x_n$ (κριτηριο)

Στόχος είναι η μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Περιορισμοί:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \ldots + a_{1j} x_j + \ldots + a_{1n} x_n \leq (=, \geq)\ b_1$$
$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \ldots + a_{2j} x_j + \ldots + a_{2n} x_n \leq (=, \geq)\ b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \ldots + a_{ij} x_j + \ldots + a_{in} x_n \leq (=, \geq)\ b_i$$
$$\vdots$$
$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \ldots + a_{mj} x_j + \ldots + a_{mn} x_n \leq (=, \geq)\ b_m$$

Περιορισμοί μη αρνητικότητας: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_j \geq 0, \ldots, x_n \geq 0$

Παράμετροι:

$\mathbf{c_j}$: συντελεστής απόδοσης (π.χ. μοναδιαίο κόστος ή κέρδος)

$\mathbf{a_{ij}}$: τεχνολογικοι συντελεστες (π.χ. ποσοτητα α υλης ανα μοναδα προιοντος)

$\mathbf{b_i}$: διαθέσιμοι πόροι (π.χ. διαθέσιμη ποσότητα α΄ ύλης)

Αν όλοι οι περιορισμοί είναι εξισώσεις ή ανισότητες της ίδιας φοράς τότε η παραπάνω γραφή του προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού μπορεί να γίνει με μορφή πινάκων:

$$z = [\max]\ \underline{c}^t\, \underline{x}$$
$$\mathbf{A}\, \underline{x} \ \leq, =, \geq \underline{b}$$
$$\underline{x} \ \geq \underline{0}$$

Για τις ανάγκες της μοντελοποίησης του προβλήματος της ανάθεσης αιθουσών στη βάση ωρολογίου προγράμματος, θα αξιοποιηθεί στην παρούσα εργασία ένα πολύ δημοφιλές μοντέλο μετατροπής πολυκριτήριων γραμμικών προγραμμάτων σε μονοκριτήρια που δεν είναι άλλο από εκείνο του προγραμματισμού στόχων. Για κάθε κριτήριο, ο αποφασίζων πρέπει να ορίσει, s_k ,ως το επίπεδο ενός στόχου που θέλει να πετύχει. Έτσι, ορίζονται οι n τιμές-στόχοι που ονομάζουμε $s_1, s_2, \ldots, s_k \ldots, s_n$. (Παπαγεωργίου, 1996).

Το μοντέλο μετατρέπει τις n αντικειμενικές συναρτήσεις, που αντιστοιχούν σε n κριτήρια απόφασης, σε περιορισμούς με την εισαγωγή διπλών μεταβλητών απόκλισης (σφάλματος) από τους στόχους. Στη γενική περίπτωση το μοντέλο είναι το ακόλουθο:

$$[\min]z = \sum_{i=1}^{n} p_i f_i (d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, \ldots, d_n^-, d_n^+)$$

$$\sum_{j=1}^{l} c_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = s_i,$$

$$x \in A$$

$$d_i^- \geq 0, \quad d_i^+ \geq 0, \quad i = 1, 2, \ldots, n$$

όπου εκτός από τα συνήθη δεδομένα, υπεισέρχονται και τα εξής:

s_i: η αριθμητική τιμή του στόχου i.

p_i: ο βαθμός προτεραιότητας (βάρος) του στόχου i.

d_i^+: το πλεόνασμα μέσου ως προς το στόχο s_i.

d_i^-: το έλλειμμα μέσου ως προς το στόχο s_i.

f_i: μια γραμμική συνάρτηση των μεταβλητών d^+ και d^-.

Βέβαια, ανάλογα με τη φύση του υπό μελέτη προβλήματος, ορισμένες μεταβλητές di^+ και di^- μπορεί να μην περιλαμβάνονται μέσα στη γραμμική συνάρτηση f, η οποία ελαχιστοποιεί αυτές τα ζευγάρια των αποκλίσεων. Αυτό συμβαίνει στις περιπτώσεις που δεν απαιτούμε εγγύτητα ως προς το στόχο (ισότητα, =) αλλά υπέρβαση (≥) ή υστέρηση (≤) ως προς το στόχο (Παστράκος, 1986).

Η παραπάνω μεθοδολογική προσέγγιση του γραμμικού προγραμματισμού στόχου με χρήση μεταβλητών 0-1 ορίζεται ως βάση προσέγγισης της παρούσας εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

3.1 **Περιγραφή του προβλήματος**

Το πρόβλημα κατασκευής χρονοδιαγράμματος ανάθεσης αιθουσών εξαμήνου για πανεπιστημιακά ιδρύματα συνίσταται στην κατανομή των αιθουσών στις σχολές (ή/και σε τμήματα) με τέτοιο τρόπο ώστε η κάθε αίθουσα να μην χρησιμοποιείται ταυτόχρονα από περισσότερες από μία σχολές την ίδια χρονική περίοδο και να μην παραβιάζεται το όριο χωρητικότητας των αιθουσών σύμφωνα με τις δηλωμένες απαιτήσεις της κάθε σχολής.

Στην παρούσα μελέτη, το χρονοδιάγραμμα κατασκευάζεται για το Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής, στο προπτυχιακό πρόγραμμα μαθημάτων βάσει πραγματικών δεδομένων που πηγάζουν από αναλύσεις των αναθέσεων του εαρινού εξαμήνου του ακαδημαϊκού έτους 2019-20. Το ίδρυμα παρέχει συνολικά 104 αίθουσες (Classrooms) και αποτελείται από 6 σχολές (Schools). Το ακαδημαϊκό έτος χωρίζεται σε δύο εξάμηνα όπου οι ώρες διδασκαλίας ορίζονται από τις 8:00 το πρωί έως 21:00 το βράδυ, στο σύνολο 65 ώρες (Hours) την βδομάδα. Η διδακτική μέρα χωρίζεται σε 3 περιόδους (Zones) ως εξής: 8:00 π.μ. – 12:00 μ.μ., 13:00 μ.μ. – 17:00 μ.μ. και 18:00 μ.μ. – 21:00 μ.μ. Προτεραιότητα του μοντέλου θα είναι να καλύψει τις απαιτήσεις των σχολών σχετικά με τις ώρες, ανάμεσα στις 3 περιόδους που μοιράζεται η διδακτική μέρα και ταυτόχρονα να κατανέμει στις αίθουσες σύμφωνα με τις απαιτήσεις της χωρητικότητας.

Για να καλυφθούν αυτές οι ανάγκες θα χρησιμοποιηθεί το μοντέλο του Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού. Από τα δεδομένα προκύπτει η ανάγκη για δημιουργία της μεταβλητής (Slots) που θα ορίζει πότε δίνεται η κάθε αίθουσα, ανά χρονική περίοδο ώρας και σε ποια σχολή. Βάσει του μοντέλου που ακολουθείται, η άγνωστη μεταβλητή θα παίρνει τις ακέραιες τιμές 0 και 1. Την τιμή 0 θα την παίρνει όταν το συγκεκριμένο slot της αίθουσας δεν έχει ανατεθεί στη συγκεκριμένη σχολή. Την τιμή 1 θα την παίρνει όταν το συγκεκριμένο slot της αίθουσας έχει ανατεθεί στη συγκεκριμένη σχολή. Κάθε slot με τιμή 1 δε θα μπορεί να πάρει τιμή 1 για παραπάνω από μία σχολές. Η μοναδικότητα της τιμής 1 ανά Slots, μας εξασφαλίζει ότι για την δοθείσα περίοδο το πολύ μια σχολή θα μπορεί να χρησιμοποιεί αυτή την αίθουσα.

3.2 **Διαμόρφωση δεδομένων**

3.2.1 *Χωρητικότητα*

Ως ένα από τα βασικά δεδομένα λαμβάνεται η χωρητικότητα (Capacity) των αιθουσών όπως αναφέρθηκε παραπάνω. Για εκάστη αίθουσα αναγράφεται το πλήθος των μαθητών που μπορεί να φιλοξενήσει. Απαραίτητη τίθεται η κατηγοριοποίηση των αιθουσών ανά χωρητικότητα βάση του παρακάτω πίνακα:

c	**Χωρητικότητα (Capacity) (CP)**	*c(L)*	*c(U)*
1	>170	171	500
2	100-170	100	170
3	60-99	60	99
4	<59	0	59

Πίνακας 1: Κατηγορίες χωρητικότητας

Με βάση την χωρητικότητα (Capacity) της αίθουσας δημιουργούνται 4 κατηγορίες:

- Κατηγορία c=1 για αίθουσες >170 άτομα.
- Κατηγορία c=2 για αίθουσες από 100- 170 άτομα.
- Κατηγορία c=3 για αίθουσες από 60- 99 άτομα.
- Κατηγορία c=4 για αίθουσες <59 άτομα.

Όπου:

CP όλες οι κατηγορίες των αιθουσών βάσει της χωρητικότητας της κάθε αίθουσας.

C ={Cc, c=1,2,…,mc}, όπου mc το πλήθος των κατηγοριών των αιθουσών. Στο πρόβλημά μας mc=4.

c ο δείκτης των κατηγοριών των αιθουσών με 1 ψηφίο #.

Όπου *c(U)* το άνω όριο της χωρητικότητας της αίθουσας που ανήκει στην κατηγορία *c*, και *c(L)* το κάτω όριο της χωρητικότητας της αίθουσας που ανήκει στην κατηγορία *c*.

Με αυτή την κατηγοριοποίηση θα ορίζεται η χωρητικότητα των αιθουσών στην τελική μορφή του πίνακα για την επίλυση του προβλήματος.

3.2.2 *Σχολές*

Αντίστοιχη μορφοποίηση γίνεται και στα δεδομένα School, Classrooms και Zones. Αναλυτικά για το δεδομένο σχολές (School) ορίζονται ως εξής:

- Δείκτης s=1 → ΣΔΟΚΕ (Σχολή Διοικητικών, Οικονομικών και Κοινωνικών Επιστημών)
- Δείκτης s=2 → ΣΔΥ (Σχολή Δημόσιας Υγείας)
- Δείκτης s=3 → ΣΕΤ (Σχολή Επιστημών Τροφίμων)
- Δείκτης s=4 → ΣΕΥΠ (Σχολή Επιστημών Υγείας και Πρόνοιας)
- Δείκτης s=5 → ΣΕΤΠ (Σχολή Εφαρμοσμένων Τεχνών και Πολιτισμού)
- Δείκτης s=6 → ΣΜ (Σχολή Μηχανικών)

Όπου:

S όλες οι σχολές στις οποίες θα κατανεμηθούν οι αίθουσες.

$S = \{S_s, s=1,2,\dots,ms\}$, όπου *m* το πλήθος σχολών. Στο πρόβλημά μας ms=6.

s ο δείκτης των σχολών με 1 ψηφίο #.

3.2.3 ΑΙΘΟΥΣΕΣ

Οι αίθουσες έχουν ονοματοποιηθεί από τα επίσημα στοιχεία του ιδρύματος.

Όπου:

N: όλες οι αίθουσες του πανεπιστημίου.

$N = \{N_n, n=1, 2,\dots, mn\}$, όπου *mn* το πλήθος των αιθουσών. Στο πρόβλημά μας *mn*=104.

n ο δείκτης των αιθουσών με 3 ψηφία ###. Δηλαδή η αίθουσα 2 θα γράφεται ως 002.

n= Αίθουσα, n=1,2,…,104 με: Αμφ. Χατζη/λάου=001, Κ16.001=002,…., Κ11.022=104.

Ωστόσο, για την διευκόλυνση της εργασίας οι αίθουσες θα αναφέρονται με την μορφή:

- x_{001}, x_{002}, x_{003},……, x_n.

Στην μορφή αυτή προστίθεται η κατηγορία της χωρητικότητας και η μεταβλητή τροποποιείται ως εξής:

- x_{0011}, x_{0021}, x_{0031}, …., x_{nc}, όπου x_n η ονομασία της αίθουσας και όπου $_c$ η κατηγορία χωρητικότητας *c*.

Οι 104 αίθουσες εντάσσονται σε κατηγορίες βάσει χωρητικότητας. Ανάλογα με την κατηγορία στην οποία εντάσσεται κάθε αίθουσα ο δείκτης μετασχηματίζεται ως εξής προκειμένου να περιλαμβάνει και την πληροφορία της κατηγορίας, δεδομένου ότι κάθε αίθουσα μπορεί να ανήκει σε μια μόνο κατηγορία:

$n \to nc$, αν $c(\mathrm{L}) \leq \mathrm{CP}(n) \leq c(\mathrm{U})$

Δηλαδή ο δείκτης της αντίστοιχης κατηγορίας βάσει χωρητικότητας στην οποία ανήκει η αίθουσα θα προστίθεται στον δείκτη της αίθουσας και θα δημιουργεί έναν επαυξημένο δείκτη. Ο επαυξημένος δείκτης ο θα έχει 4 ψηφία ####.

Για παράδειγμα, η αίθουσα 001 που ανήκει στην κατηγορία χωρητικότητας c=1 θα γράφεται ως: x_{0011}. Ενώ η αίθουσα 104 που ανήκει στην κατηγορία χωρητικότητας c=4 θα γράφεται ως: x_{1044}

3.2.4 *Διδακτικοί περίοδοι*

Η διδακτική βδομάδα ορίζεται από Δευτέρα ως Παρασκευή με 65 διδακτικές ώρες. Όσον αφορά τις 3 περιόδους (Zones), αναφέρονται στον πίνακα ως:

- Κατηγορία *z*=1 → 8:00 π.μ. – 12:00 μ.μ.
- Κατηγορία *z*=2 → 13:00 μ.μ. – 17:00 μ.μ.
- Κατηγορία *z*=3 → 18:00 μ.μ. – 21:00 μ.μ.

Όπου:

Z όλες οι χρονικές ζώνες στις οποίες έχουν μοιραστεί οι ώρες ανά ημέρα.

$Z = \{Z_z, z=1,2,\ldots,mz\}$, όπου *mz* το πλήθος των χρονικών ζωνών. Στο πρόβλημά μας *mz*=3.

z ο δείκτης των χρονικών ζωνών με 1 ψηφίο #.

3.2.5 *Χρονικές ζώνες*

Η κάθε κατηγορία περιόδου υπάρχει αντίστοιχα για κάθε διδακτική μέρα, με αποτέλεσμα ο τύπος να διαμορφώνεται ως εξής:

D όλες οι ημέρες στις οποίες πραγματοποιούνται μαθήματα.

$D = \{D_d, d=1,2,\ldots,md\}$, όπου md το πλήθος των ημερών στις οποίες διεξάγονται μαθήματα. Στο πρόβλημά μας $md=5$.

d ο δείκτης των ημερών με 1 ψηφίο #.

Οι 5 χρονικές ζώνες στο πρόβλημά μας είναι οι εξής:

- Ημέρα d=1 → Δευτέρα
- Ημέρα d=2 → Τρίτη
- Ημέρα d=3 → Τετάρτη
- Ημέρα d=4 →Πέμπτη
- Ημέρα d=5 → Παρασκευή

DZ: όλες οι χρονικές ζώνες στις οποίες έχουν μοιραστεί οι ώρες για ολόκληρη την εβδομάδα.

DZ $= \{DZ_{dz}, d=1,2,\ldots,md$ και $z=1,2,\ldots,mz\}$, όπου md x mz το πλήθος των χρονικών slots.

dz ο δείκτης των χρονικών ζωνών με 2 ψηφία ##.

Στο πρόβλημά μας md x mz =15 άρα 5 md x 3 mz = 15 DZ.

3.2.6 *Μεταβλητές*

Εν κατακλείδι, στη διαμόρφωση των δεδομένων καθίσταται αναγκαία η ονοματολογία της κάθε άγνωστης 0-1 μεταβλητές (αίθουσα ανά slot ανά σχολή) με σκοπό να είναι σαφές σε ποια αίθουσα ανήκει (Classroom), σε ποια χρονική στιγμή (Day-Zone) και σε ποια σχολή (School). Για την δημιουργία του ονόματος της άγνωστης μεταβλητής χρησιμοποιούμε τις παραπάνω διαμορφώσεις όπου προκύπτει η γενική μορφή:

$x_{nc.dz.s}$

- Πχ. $x_{0011.\,11.1}$
  - x_{0011} = το όνομα της αίθουσας (X001) και η κατηγορία χωρητικότητας στην οποία ανήκει (c = 1 > 170).
  - .11 = η κατηγορία περιόδου ημέρας στην οποία ανήκει (z = 1 -> 8:00 π.μ. – 12:00 μ.μ.) και ο αριθμός της μέρας μέσα στη βδομάδα (d = 1 -> Δευτέρα).

- .1 = η σχολή στην οποία ανήκει (s = 1 -> ΣΔΟΚΕ).

Αντίστοιχη ονοματολογία δίνεται στο σύνολο των αγνώστων μεταβλητών το πλήθος των οποίων ανέρχεται σε (104 x 15 x 6 = 9360).

3.3 Απαιτήσεις

Όπως αναφέρθηκε, το παρών ακαδημαϊκό ίδρυμα απαρτίζουν 6 σχολές διαφορετικών ειδικοτήτων. Για την ορθή και ομαλή λειτουργία τους, η κάθε σχολή έχει κάποιες ανάγκες. Για το ίδρυμα η κάλυψη αυτών των αναγκών είναι πρωταρχικής σημασίας,. Τα νούμερα των απαιτήσεων προκύπτουν από τα στατιστικά στοιχεία των προηγούμενων ετών και διαμορφώνονται από το διδακτικό προσωπικό και τους εκπαιδευόμενους. Οι απαιτήσεις δύνανται να εξειδικευτούν περαιτέρω βάσει νέων αναγκών των σχολών όπως αυτές εκφράζονται από τις διοικήσεις των σχολών.

Η κάθε σχολή έχει συγκεκριμένες απαιτήσεις - προτιμήσεις αναφορικά με τη χρήση αιθουσών συγκεκριμένης χωρητικότητας ανά χρονική περίοδο κάθε ημέρας. Ως πρώτη ανάγκη λοιπόν ορίζεται η κατανομή των αιθουσών που απασχολεί μία σχολή ανά περίοδο ημέρας (Zones). Η κάθε σχολή έχει απαίτηση να απασχολεί συγκεκριμένο αριθμό Slots ανά διδακτική περίοδο. Το πλήθος των αιθουσών ανά zone ορίζεται από τον εξής πίνακα:

Κατανομή slots ανά περίοδο ημέρας (βάσει έναρξης)	Code	ΣΔΟΚΕ	ΣΔΥ	ΣΕΤ	ΣΕΤΠ	ΣΕΥΠ	ΣΜ
08-12	Z1	567	25	150	175	463	1070
13-17	Z2	565	25	150	175	445	1090
18-21	Z3	452	20	120	140	348	880
SUM		1584	70	420	490	1256	3040

Πίνακας 2: Κατανομή πεδίων ανά περίοδο ημέρας

Ο πληθυσμός των εκπαιδευόμενων ανά σχολή δημιουργεί τη δεύτερη ανάγκη. Βάση στατιστικών στοιχείων προκύπτει ο ετήσιος αριθμός εγγεγραμμένων φοιτητών ανά σχολή, με αποτέλεσμα τη δημιουργία ανάγκης για τη δέσμευση των κατάλληλων αιθουσών. Η ανάγκη αυτή έχει ως σκοπό η χωρητικότητα της κάθε αίθουσας να εκμεταλλεύεται πλήρως. Η κάθε σχολή λοιπόν, απαιτεί να απασχολεί ένα συγκεκριμένο αριθμό αιθουσών ανά κατηγορία χωρητικότητας (Capacity). Το πλήθος των αιθουσών ανά Capacity ορίζεται από τον εξής πίνακα:

Κατηγοριοποίηση Αιθουσών	>170	100-170	60-99	<59	SUM
Code	C1	C2	C3	C4	
ΣΔΟΚΕ	140	464	490	490	1584
ΣΔΥ	0	0	70	0	70
ΣΕΤ	0	70	140	210	420
ΣΕΤΠ	0	0	140	350	490
ΣΕΥΠ	19	26	441	770	1256
ΣΜ	191	490	2009	350	3040

Πίνακας 3: Κατανομή πεδίων (αίθουσα – χωρητικότητα) ανά σχολή

Οι απαιτήσεις των σχολών επηρεάζουν ιδιαίτερα την επίλυση του προβλήματος καθώς και την αντικειμενική συνάρτηση. Βέλτιστη λύση θα θεωρηθεί εκείνη που το αποτέλεσμά της θα καλύψει όσο το δυνατόν καλύτερα τις απαιτήσεις των σχολών.

3.4 Περιγραφή σφάλματος

Με τα στοιχεία που προκύπτουν από τους πίνακες η βέλτιστη λύση της εργασίας πρέπει να ικανοποιεί τις δοθείσες απαιτήσεις με τη μικρότερη δυνατή τιμή σφάλματος. Το πόσο ικανοποιητική είναι η τελική κατανομή κρίνεται από το πόσο μικρή είναι η διαφορά του λύσης από την απαίτηση που ζητήθηκε.

Μια μικρή απόκλιση από το ζητούμενο αποτελεί σημαντικό στοιχείο για την ορθή κατανομή των αιθουσών και ταυτόχρονα για την δημιουργία ενός εφαρμόσιμου χρονοδιαγράμματος.

Ως σφάλμα ορίζεται η τιμή απόκλισης από την τιμή των απαιτήσεων. Αν το αποτέλεσμα των συναρτήσεων των περιορισμών για μία σχολή, έχει άθροισμα μεγαλύτερο ή μικρότερο από το ζητούμενο τότε προκύπτει σφάλμα και διαμορφώνεται ως εξής:

- d^+: Εκφράζει την υπέρβαση της τιμής του στόχου
- d^-: Εκφράζει την υστέρηση της τιμής του στόχου

Ο κύριος στόχος είναι η ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων που θα προκύψουν. Με γνώμονα την ανάλυση των παραπάνω δεδομένων, τα πιθανά σφάλματα ανάλογα με το πρόσημο που έχουν, θα ορίσουν την πορεία της τιμής του σφάλματος. Αναλυτικότερα θα εξετάσουμε τα σφάλματα στην σχεδίαση του προβλήματος.

3.5 Γενική τυπολογία

Ακολουθώντας το μοντέλου του Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού και συγκεκριμένα της ειδικής περίπτωσης αυτού, του προγραμματισμού 0-1, διαχειριζόμαστε τα δεδομένα μας ως εξής:

Δεδομένα:
Αίθουσες = 104, Classes {$n \rightarrow nc$}
Περίοδοι ανά εβδομάδα = 15, Day-Zones { Dz
Σχολές = 6, Schools {s}
Άγνωστες μεταβλητές x = {$X_{nc.dz.s}$ } Αίθουσα ανά διδακτική περίοδο ανά σχολή
Χωρητικότητα = Capacity { Cp }
Σφάλματα = { d^+, d^- }

Το πλήθος των πεδίων (Slots) προκύπτει από τις αίθουσες επί τις χρονικές περιόδους: 104 {c} * 15 {Dz} = 1560 πεδία (Slots). Κάθε slot μπορεί να ανατεθεί σε μία μόνο σχολή.

Οι άγνωστες μεταβλητές x παίρνουν τιμές μόνο 0 και 1.

$$x_{nc.dz.s} = \begin{Bmatrix} 1, & \text{αν η αίθουσα } nc \text{ είναι διαθέσιμη προς χρήση τη χρονική ζώνη } dz \text{ στη σχολή } s \\ 0, & \text{σε αντίθετη περίπτωση} \end{Bmatrix}$$

Κάθε πεδίο (Slot) πρέπει να έχει ανατεθεί σε μία μόνο σχολή. Δηλ. Αν $x_{nc.dz.s} = 1$ για s=i, τότε για κάθε s≠i, $x_{nc.dz.s} = 0$.

Το σύνολο των περιορισμών για την πρώτη κατηγορία απαιτήσεων που αφορά τον αριθμό των αιθουσών ανά χρονική περίοδο υπολογίζεται ως εξής: |Z| * |S| = 3*6=18. Οι μεταβλητές σφαλμάτων που προκύπτουν από τον πρώτο πίνακα απαιτήσεων και τα οποία έχουν δύο πρόσημα (d^+, d^-) συνεπώς: 18*2 = 36.

Το σύνολο των περιορισμών για την δεύτερη κατηγορία απαιτήσεων που αφορά τον αριθμό των αιθουσών ανά κατηγορία χωρητικότητας υπολογίζεται ως εξής: $|C| * |S| = 4*6=24$. Οι μεταβλητές σφαλμάτων που προκύπτουν από τον πρώτο πίνακα απαιτήσεων και τα οποία έχουν δύο πρόσημα (d^+, d^-) συνεπώς: 24*2 = 48.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

4.1 Περιγραφή μοντελοποίησης

Σε γενικές γραμμές, ένα κατανεμημένο σύστημα ανάθεσης αιθουσών βάσει χρονοδιαγράμματος αποτελείται από πολλές τοποθεσίες (αίθουσες) που συνδέονται σε ένα ενιαίο σύστημα με το πανεπιστήμιο. Η αποτελεσματική ανταλλαγή πληροφοριών απαιτεί σαφή και καλά καθορισμένη οργανωτική δομή τόσο μεμονωμένα για την κάθε σχολή, όσο και για όλο το ίδρυμα.

Ο στόχος είναι να δημιουργηθεί μια κοινή ομάδα απαιτήσεων για κάθε σχολή λαμβάνοντας υπόψιν τις δικές της απαιτήσεις και δεδομένα, με σκοπό να παράγει ένα αποδεκτό συνολικό χρονοδιάγραμμα.

Το χρονοδιάγραμμα ανάθεσης των αιθουσών ανά σχολή πρέπει να παράγεται κεντρικά. Αυτό συμβαίνει επειδή διαφορετικές σχολές πρέπει να μοιράζονται τις αίθουσες διδασκαλίας στις διδακτικές ώρες.

Με γνώμονα τα παραπάνω, το σχέδιο μοντελοποίησης διαμορφώνεται αρχικά ανά σχολή, αλλά η κατανομή των αιθουσών διδασκαλίας στα τμήματα πρέπει να συνεχίσει να προγραμματίζεται κεντρικά, καθώς αυτός είναι ο πιο περιορισμένος πόρος του πανεπιστημίου και θα πρέπει να κατανέμεται ομοιόμορφα και στα τμήματα. Επιπλέον, η ανάθεση κοινών αιθουσών σε χρονικές περιόδους πρέπει να εκτελείται κεντρικά, καθώς υπάρχουν αντικρουόμενες αναθέσεις μεταξύ των σχολών και των τμημάτων. Αυτές οι ανάγκες οδήγησαν στην ανάπτυξη ενός οργανωτικού πλαισίου, το οποίο επιτρέπει σε όλες τις διαδικασίες να εκτελούνται κεντρικά, και να κατανέμονται οι αίθουσες στις σχολές με το βέλτιστο δυνατό τρόπο.

4.2 Οργανωτική δομή

Η δομή που θα ακολουθήσει το μοντέλο ανά σχολή προορίζεται για καλύτερη ταξινόμηση των απαιτήσεων, καθώς και για να παρέχει μια ολοκληρωμένη εικόνα για τη πληροφορία που θα αφορά σε κάθε τμήμα σε δεύτερο επίπεδο μετά την ολοκλήρωση του προβλήματος ανάθεσης. Παράλληλα θα μπορεί ο ενδιαφερόμενος να αντλήσει πληροφορία για τα σφάλματα που προέκυψαν και την απόκλισης της τιμής από τις επιθυμητές απαιτήσεις.

Το οργανωτικό πλαίσιο αποτελείται από:

- Τον πίνακα με τις κατηγορίες χωρητικότητας των αιθουσών και τις κατηγορίες των διδακτικών περιόδων.
- Την τιμή της απαίτησης απέναντι στη κάθε κατηγορία και το σύνολο των σφαλμάτων. Τα σφάλματα καταγράφονται ως υπέρβαση ή υστέρηση από την δοθείσα τιμή.
- Τις αίθουσες διδασκαλίας και την ταξινόμηση τους στην κατάλληλη κατηγορία χωρητικότητας.
- Το πλήθος των αιθουσών ανά περίοδο (Slots) και σε ποια σχολή θα ανήκουν.

Η αρχική καταγραφή έχει ως αποτέλεσμα μια πιο αποτελεσματική και αξιόπιστη συλλογή πληροφοριών, καθώς κάθε σχολή προβάλει το μέρος των απαιτήσεων τςη. Αυτό το σχέδιο συλλογής κατανεμημένων πληροφοριών έχει ως αποτέλεσμα την παρακολούθηση και ικανοποίηση των προτιμήσεων με τον καλύτερο δυνατό τρόπο.

4.3 Κατανομή αιθουσών σε κατηγορίες χωρητικότητας

Οι αίθουσες ταξινομήθηκαν σε τέσσερις ομάδες αναφορικά με τη χωρητικότητά τους. Σύμφωνα με τις ανάγκες της κάθε σχολής αυτή η ταξινόμηση θα βοηθήσει στο να ανατεθούν οι κατάλληλες αίθουσες ανά ημέρα - περίοδο. Ο Πίνακας 4 δείχνει την κατανομή των αιθουσών στις κατηγορίες χωρητικότητας.

Classroom	Capacity	c=1	c=2	c=3	c=4
K4.106	60			x	
K5.211	54				x
K5.204	54				x
K6.101	120		x		
K6.108	64			x	
K6.116	87			x	
K6.120	52				x
K7.004	54				x
K7.205	54				x
K8.114	36				x
K9.303	90			x	
K10.115	120		x		
K11.126	60			x	
K11.124	64			x	

Classroom	Capacity	c=1	c=2	c=3	c=4
K11.134	90		x		
K11.022	15				x
K11.125	64			x	
K11.135	40				x
K11.137	60			x	
K11.136	60			x	
K13.006	32				x
K13.007	34				x
K13.107	85			x	
K16.001	222	X			
K16.113	90			x	
K16.114	90			x	
K16.219	72			x	
K16.201	72			x	
K16.202	72			x	
K16.205	72			x	
K16.101	72			x	
K16.102	56				x
K16.103	63			x	
K16.006	70			x	
K16.009	81			x	
K16.110	81			x	
K16.209	90			x	
K16.213	90			x	
K16.214	90			x	
K16.002	121		x		
K3.004	90			x	
K5.102	30				x
K5.103	36				x
K5.104	54				x
K5.304	54				x
K5.305	57				x
K5.003	48				x
K5.105	30				x
K7.303	138		x		
K7.204	54				x

Classroom	Capacity	c=1	c=2	c=3	c=4
K7.104	67			x	
K7.107	59				x
K8.218	60			x	
K8.001	64			x	
K8.213	40				x
K8.214	20				x
K8.217	40				x
K8.206	25				x
ΑΜΦ.ΧΑΤΖ/ΛΑΟΥ	364	X			
A011	182		x		
A110	65			x	
A111	65			x	
A210	63			x	
A211	63			x	
A212	63			x	
A213	63			x	
A214	63			x	
A215	63			x	
A216	63			x	
B011	40				x
B114	135		x		
B218	127		x		
B221	110		x		
B222	115		x		
B223	63			x	
B225	30				x
B226	117		x		
B227	40				x
B229	50				x
Δ001	130		x		
Δ002	130		x		
Δ100-102	120		x		
Δ101	66			x	
Δ103	58				x
Δ104	45				x
Δ105	57				x

Classroom	Capacity	c=1	c=2	c=3	c=4
Δ108	52				x
Δ200-202	104		x		
Δ201	65			x	
Δ203	65			x	
Δ204	65			x	
Δ205	65			x	
Δ207-209	100		x		
E02	174		x		
E12-13	197		x		
ZA006-007	88			x	
ZA008-009	92			x	
ZA107	46				x
ZA115-116	92			x	
ZB001	110		x		
ZB002	96			x	
ZB009	48				x
ZB010	44				x
ZB111	80			x	

Πίνακας 4: Κατανομή αιθουσών σε κατηγορίες χωρητικότητας

Το γεγονός ότι κάθε σχολή αναγκάζεται να καταρτίσει ένα χρονοδιάγραμμα σε μια συμπαγή χρονική ζώνη οδηγεί σε προγράμματα βελτιωμένης ποιότητας, αλλά σε ορισμένες περιπτώσεις προκύπτουν ανεπάρκειες, οι οποίες αντιμετωπίζονται με ανακατανομή αχρησιμοποίητων αιθουσών και χρονικών περιόδων.

4.4 Πλήρες σύστημα

Το σύστημα χρονοδιαγράμματος αναπτύχθηκε σε υπολογιστικό φύλλο στο περιβάλλον ενός μηχανογραφικού υπολογιστικού φύλλου, του Microsoft Excel 2019, με τέτοια δομή ώστε να καλύπτει τις απαιτήσεις επίλυσης του γραμμικού προβλήματος με χρήση του Επιλυτή (Solver).

Ο Επιλυτής (Solver) είναι μια προσθήκη του Excel η οποία υποστηρίζει τη βελτιστοποίηση και τη μοντελοποίηση προσομοίωσης σε ένα υπολογιστικό φύλλο χρησιμοποιώντας μια αλγεβρική γλώσσα μοντελοποίησης. Είναι δημοφιλές στον τομέα της εκπαίδευσης, του δημόσιου τομέα και του κλάδου για διαδικασίες βελτιστοποίησης, επειδή χρησιμοποιεί γλώσσες μοντελοποίησης βιομηχανικού προτύπου και είναι ταχύτερος από τις παραδοσιακές προσεγγίσεις βελτιστοποίησης του Excel. Όταν το μοντέλο εκτελείται, το σύστημα διαβάζει αυτόματα δεδομένα εισόδου από το υπολογιστικό φύλλο και τα παρέχει στο μοντέλο και στη συνέχεια γράφει τα αποτελέσματα του μοντέλου πίσω στο υπολογιστικό φύλλο (Mason, 2013).

Στο σύστημα διαχείρισης δεδομένων έχουν δημιουργηθεί κατάλληλα φύλλα καταγραφής και άντλησης δεδομένων, συμπεριλαμβανομένων περιόδων και αιθουσών για κάθε σχολή. Επιπλέον, έχουν καθοριστεί κατάλληλες παράμετροι για τη διάκριση του αριθμού και του είδους των περιόδων και του μέγιστου αριθμού αιθουσών σε μια σχολή. Οι προτιμήσεις κάθε σχολής ενσωματώνονται στα δεδομένα και μπορεί εύκολα να τροποποιηθούν. Τα δεδομένα εμφανίζονται σε πίνακες.

Οι διαδικασίες του συστήματος που περιγράφονται σε αυτήν την ενότητα περιλαμβάνουν χειρισμό δεδομένων, δημιουργία συνδέσμων μεταξύ δεδομένων, τον τρόπο διαχείρισης και τέλος την εκτέλεσης τους.

4.5 Διαχείριση δεδομένων

Σε πρώτη φάση ο σχεδιασμός θα υλοποιηθεί με τη μορφή πινάκων. Απαραίτητη κρίνεται η σύνδεση τους, με σκοπό να επιτρέψουν μια συνολική λύση λαμβάνοντας υπόψιν όλα τα δεδομένα και τα ζητούμενα του κάθε σχολής. Αυτό επιτυγχάνεται με το κύριο γραμμικό μοντέλο που θα εξυπηρετήσουν, οι πίνακες του συστήματος, καθώς ορίζεται ως ο βασικός άξονας επίλυσης του προβλήματος. Όπως αναλύθηκε παραπάνω, στους πίνακες, θα συμπεριληφθούν οι μεταβλητές, οι απαιτήσεις, οι περιορισμοί και τα σφάλματα που μπορεί να προκύψουν.

4.6 Κύριο γραμμικό μοντέλο

Αυτό το μέρος του συστήματος χρονοδιαγράμματος δημιουργεί τη σύνδεση μεταξύ των μεμονωμένων πινάκων και τις ρουτίνες των διαδικασιών. Πριν από την ανάλυση των μεμονωμένων πινάκων, δημιουργείται ένα βασικό γραμμικό μοντέλο το οποίο παρέχει την κατάλληλη δομή για να διευκολύνει την κατανεμημένη προσέγγιση της τελικής ανάθεσης αιθουσών σε χρονικές περιόδους ανά σχολή. Αυτή η κύρια μορφή μοντελοποίησης θα αποτελέσει την βάση του προβλήματος και αποτελεί ένα τρισδιάστατο πίνακα (αίθουσα, χρονική περίοδο, σχολή) ο οποίος χωρίζεται σε δύο κατηγορίες περιορισμών με διαφορετικό τελεστή σύγκρισης που θα μελετήσουμε αναλυτικά παρακάτω. Το κύριο γραμμικό μοντέλο ορίζεται ως εξής: **Ax ≤ b** και **Ax = b.**

Η γενική έκφραση του γραμμικού μοντέλου **Ax ≤ b** και **Ax = b**, όπου **x** ≥ **0**, αποτελείται από τον Πίνακα **A** (οι συντελεστές των περιορισμών), Πίνακα **x** (οι μεταβλητές) και Πίνακα **b** (οι απαιτήσεις και οι περιορισμοί). Λόγω της τρισδιάστατης μορφής του κύριου γραμμικού μοντέλου είναι απαραίτητη η ανάλυση του σε μεμονωμένους πίνακες.

4.6.1 *Πίνακας Α*

Ο Πίνακας **Α** περιγράφει το σύνολο των περιορισμών από τους οποίους προκύπτουν τέσσερις υπο-πίνακες ως εξής:

A =

(1) Περιορισμοί Κατηγοριών Ζωνών (3) ανά σχολή (6) → 18
(2) Περιορισμοί Κατηγοριών Αιθουσών (4) ανά σχολή (6) → 24
(3) Περιορισμοί Μη Χρήσης Αιθουσών ανά σχολή (6) → 6
(4) Περιορισμοί Μοναδικής Χρήσης Slots (104x15) → 1560

Πίνακας 5: Πίνακας Α και υπό πίνακες

- **Υπό πίνακας Α1**: Εκφράζει τους περιορισμούς που προκύπτουν από τον πρώτο πίνακα απαιτήσεων. Συγκεκριμένα, ο απαιτούμενος αριθμός πεδίων που ανήκουν σε μια σχολή αποτελεί περιορισμό στα πόσα πεδία θα ανατεθούν ανά διδακτική περίοδο. Υπολογίζονται:
  3 { z } * 6 { c } = 18 περιορισμοί.
  Άρα, 18 Περιορισμοί Κατηγοριών Χρονικών Ζωνών (3) ανά σχολή (6)
  Ο κάθε περιορισμός αυτής της κατηγορίας στο δεξιό του μέρος έχει το επιθυμητό πλήθος (απαίτηση) αιθουσών κάθε σχολής s ανά κατηγορία χρονικής ζώνης z που συμβολίζεται ως $DZS_{z.s}$. Στο αριστερό μέρος του περιλαμβάνει το άθροισμα των μεταβλητών που ανήκουν σε συγκεκριμένη κατηγορία χρονικής ζώνης z και αφορούν συγκεκριμένη σχολή s και τα σφάλματα απόκλισης από το στόχο που συμβολίζονται ως $d^{+}_{z.s}$ και $d^{-}_{z.s}$.

Η γενική μορφή τους είναι:

$$\sum_{nc \in N, d \in D} x_{nc.dz.s} + d_{z.s}^{-} - d_{z.s}^{+} = DZS_{z.s} \quad \forall z \in Z, \ \forall s \in S$$

- **Υπό πίνακας Α2**: Εκφράζει τους περιορισμούς που προκύπτουν από τον δεύτερο πίνακα απαιτήσεων. Συγκεκριμένα, ο απαιτούμενος αριθμός πεδίων που αντιστοιχεί ανά κατηγορία χωρητικότητας, αποτελεί περιορισμό στο πόσα πεδία θα ανατεθούν ανά σχολή. Υπολογίζονται:
  4 { cp } * 6 { s } = 24 περιορισμοί.
  Άρα, 24 Περιορισμοί Κατηγοριών Αιθουσών (4) ανά σχολή (6)

  Ο κάθε περιορισμός αυτής της κατηγορίας στο δεξιό του μέρος έχει το επιθυμητό πλήθος κάθε σχολής *s* ανά κατηγορία αίθουσας *c* που συμβολίζεται ως $DCS_{c.s}$. Στο αριστερό μέρος του περιλαμβάνει το άθροισμα των μεταβλητών που ανήκουν σε συγκεκριμένη κατηγορία αίθουσας *c* και αφορούν συγκεκριμένη σχολή *s* και τα σφάλματα απόκλισης από το στόχο που συμβολίζονται ως $d_{c.s}^{+}$ και $d_{c.s}^{-}$.

  Η γενική μορφή τους είναι:

$$\sum_{nc \in N, dz \in DZ} x_{nc.dz.s} + d_{c.s}^{-} - d_{c.s}^{+} = DCS_{z.s} \quad \forall c \in C, \ \forall s \in S$$

- **Υπό πίνακας Α3**: Εκφράζει τους περιορισμούς χρήσης συγκεκριμένων αιθουσών από τις διάφορες σχολές. Κάθε σχολή χρησιμοποιεί ένα περιορισμένο αριθμό αιθουσών, οπότε υπάρχουν αίθουσες που δεν χρησιμοποιούνται για κάθε μία από τις 6 σχολές.

  Άρα, (3) 6 Περιορισμοί Μη Χρήσης Αιθουσών ανά σχολή (6)

  Ο κάθε περιορισμός αυτής της κατηγορίας περιλαμβάνει το άθροισμα των μεταβλητών των αιθουσών εκείνων που δεν χρησιμοποιούνται από τη συγκεκριμένη σχολή *s* και οι οποίες ανήκουν σε αντίστοιχο σύνολο NU_s={αίθουσες που δεν χρησιμοποιούνται από τη σχολή *s*}. Στο αριστερό μέρος του ο περιορισμός περιλαμβάνει το άθροισμα των μεταβλητών $x_{nc.dz.s}$ που ανήκουν NU_S και αφορούν συγκεκριμένη σχολή *s* και το οποίο θα πρέπει να ισούται με το 0.

Η γενική μορφή τους είναι:

$$\sum_{nc \in NU_S} x_{nc.dz.s} = 0 \quad \forall s \in S$$

- **Υπό πίνακας Α4:** Κάθε μεταβλητή εκφράζει την αίθουσα, τη διδακτική περίοδο και την σχολή που θα ανατεθεί. Ωστόσο, η σχολή που θα απασχολεί το συγκεκριμένο slot της αίθουσας (slot=αίθουσα, χρονική περίοδος), πρέπει να είναι μόνο μία σχολή και καμία άλλη ταυτόχρονα. Η παραπάνω συνθήκη δημιουργεί τον περιορισμό μη χρήσης αιθουσών από παραπάνω από μία σχολή ταυτόχρονα. Υπολογίζονται: 104 { c } * 15 { DZ } = 1560.

  Άρα, (4) 1560 Περιορισμοί Μοναδικής Χρήσης Slots (104x15)

  Ο καθένας περιορισμός αυτής της κατηγορίας περιλαμβάνει το άθροισμα των μεταβλητών των αιθουσών εκείνων που αφορούν συγκεκριμένη αίθουσα *nc*, για συγκεκριμένη χρονική ζώνη *dz*, για όλες τις σχολές. Στο αριστερό μέρος του ο περιορισμός περιλαμβάνει το άθροισμα των μεταβλητών $x_{nc.dz.s}$ που αφορούν συγκεκριμένη αίθουσα nc, για συγκεκριμένη χρονική ζώνη *dz*, για όλες τις σχολές και το οποίο θα πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο του 1. Δηλαδή κάθε Slot (αίθουσα, χρονική ζώνη) δεν μπορεί να ανατεθεί σε παραπάνω από 1 σχολή.
  Η γενική μορφή τους είναι:

$$\sum_{s \in S} x_{nc.dz.s} \leq 1 \quad \forall nc \in N, \ \forall dz \in DZ$$

4.6.2 *Πίνακας X*

Ο Πίνακας **X** περιγράφει το σύνολο των μεταβλητών που προκύπτει από τη σύνθεση των δεδομένων. Ο πίνακας **X** έχει κάθετη μορφή με πλήθος γραμμών 9444, όμως για λόγους ευκολίας στην απεικόνιση τον εκφράζουμε μετατρεπόμενο σε οριζόντια μορφή. Ακόμη, ο συγκεκριμένος πίνακας δεν διασπάται σε υπο-πίνακες. Το περιεχόμενο του πίνακα προκύπτει από τα παρακάτω:

- Ως μεταβλητές ορίζεται ο αριθμός των αιθουσών, των ημερών ανά περίοδο και των σχολών. Υπολογίζεται ότι: 6 { s } * 15 { Dz } * 104 { c } = 9360 μεταβλητές.
- Ωστόσο σαν μεταβλητές του πίνακα ορίζονται και οι περιορισμοί. Το σύνολο των περιορισμών υπολογίζεται: 18 + 24 = 42.
- Λόγω της ύπαρξης θετικού και αρνητικού πρόσημου προκύπτει ότι το σύνολο των περιορισμών είναι $d^{+}{}_{1},\ldots,d^{+}{}_{42}$ και $d^{-}{}_{1},\ldots,d^{-}{}_{42}$.

Άρα η συνολική ολοκληρωμένη εικόνα του πίνακα διαμορφώνεται ως εξής:

$$\mathbf{X}^{T}=\left[x_{001.01.1,}x_{001.01.2},....,x_{104.15.5},x_{104.15.6},d^{+}{}_{1},...,d^{+}{}_{42},d^{-}{}_{1},...,d^{-}{}_{42}\right]->\left[1 \text{ x } (9360+42+42)\right]->\left[1 \text{ x } 9444\right]$$

Ο εκθέτης **T** (transposed) συμβολίζει την αναστροφή του πίνακα.

4.6.3 *Πίνακας B*

Ο Πίνακας **B** περιγράφει το σύνολο των απαιτήσεων. Ο πίνακας **B** έχει εξίσου κάθετη μορφή που για λόγους ευκολίας στην απεικόνιση τον εκφράζουμε μετατρεπόμενο σε οριζόντια μορφή. Ουσιαστικά το περιεχόμενο του πίνακα προέρχεται από τους πίνακες απαιτήσεων, άρα δημιουργούνται δύο υπό πίνακες.

- Υπο-πίνακας **b1**: Περιέχει το πλήθος των τιμών που παρουσιάζονται στον Πίνακας 2: Κατανομή πεδίων ανά περίοδο ημέρας. Έχει τη μορφή:

$$\boldsymbol{b}_1^T=[567,565,452,25,25,20,150,150,120,175,175,140,463,445,348,1070,1090,880]-> [1 \text{ x } 18]$$

- Υπο-πίνακας **b2**: Περιέχει το πλήθος των τιμών που παρουσιάζονται στον Πίνακας 3: Κατανομή πεδίων (αίθουσα – χωρητικότητα) ανά σχολή. Έχει τη μορφή:

$$\boldsymbol{b}_2^T=[140,464,490,490,0,0,70,0,0,70,140,210,0,0,140,350,19,26,441,770,191,490,2009,350]-> [1 \text{ x } 24]$$

4.6.4 *Σύνδεση υπο πινάκων και ανάλυση γραμμικού μοντέλου*

Με γνώμονα το κύριο γραμμικό μοντέλο, οι υπό πίνακες συνδέονται μεταξύ τους καθορίζοντας τον τελεστή της σχέσης που θα προκύψει. Στις σχέσεις αυτές έγκειται η ύπαρξη των δύο τελεστών στο κύριο γραμμικό μοντέλο. Το μοντέλο του γραμμικού προβλήματος και διαμορφώνεται ως εξής:

$$\mathbf{A\ X}\quad \begin{array}{c|c|} & \\ = & \mathbf{b}_1 \\ \hline = & \mathbf{b}_2 \\ \hline = & \mathbf{0} \\ \hline \leq & \mathbf{1} \\ \hline \end{array}$$

με $x_{001.01.1,} x_{001.01.2}, \ldots, x_{104.15.5}, x_{104.15.6} \in \{0,1\}$ και

$$d^+{}_1, \ldots, d^+{}_{42}, d^-{}_1, \ldots, d^-{}_{42} \geq 0$$

Από τα παραπάνω προκύπτουν: τέσσερις ξεχωριστές συνδέσεις υπο- πινάκων και δύο τελεστές.

Όπως προαναφέρθηκε, ο πίνακας **A** εκφράζει το σύνολο των περιορισμών του προβλήματος. Στη συνέχεια ο πίνακας **X**, ως μονοδιάστατος πίνακας μεταβλητών, επηρεάζει τις σχέσεις των υπο-πινάκων **Ai**, καθώς συμμετέχει σε όλους τους περιορισμούς. Τέλος, με βάση τα όρια που πρέπει να λάβει η τιμή των περιορισμών δημιουργείται και ο επιθυμητός τελεστής και η επιθυμητή συνθήκη.

1. Σύνδεση της μορφής → **A1** * **X** = **b1**
   Ο υπο-πίνακας **A1** πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα **X**, δηλαδή οι περιορισμοί επί τις μεταβλητές. Οι περιορισμοί του υπό πίνακα **A1** προκύπτουν από τον 1^{ο} πίνακα απαιτήσεων και συνεπώς πρέπει να υπάρχει ισότητα με τον υπο-πίνακα **b1**, ο οποίος περιέχει τις τιμές των απαιτήσεων. Αυτό συμβαίνει γιατί η τιμή των περιορισμών πρέπει να είναι ίση με την τιμή της απαίτησης ώστε να θεωρείτε ότι εκπληρώνει σωστά τις απαιτήσεις.
2. Σύνδεση της μορφής → **A2** * **X** = **b2**
   Αντίστοιχη είναι η δεύτερη μορφή σύνδεσης όπου εξίσου ο υπο-πίνακας **A2**

πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα **X**. Οι περιορισμοί του υπο-πίνακα **A2** προκύπτουν από τον 2ο πίνακα απαιτήσεων συνεπώς πρέπει να υπάρχει ισότητα με τον υπο-πίνακα **b2**, με σκοπό την εκπλήρωση των απαιτήσεων.

3. Σύνδεση της μορφής → **A3** * **X** = **0**

   Ο περιορισμός του υπο-πίνακα **A3** περιέχει πεδία μοναδικότητας, δηλαδή στο μαθηματικό μοντέλο η τιμή περιορίζεται σε 1 αν χρησιμοποιούνται και σε 0 αν δεν χρησιμοποιούνται. Εκφραζόμενος ως περιορισμός «Μη χρήσης» το πλήθος του ***υπό πίνακα*** **A3** πρέπει να ισούται με την τιμή 0. Ομοίως ο υπο-πίνακας **A3** πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα **X**.

4. Σύνδεση της μορφής → **A4** * **X** ≤ 1

   Τα πεδία περιορισμών που περιέχει ο υπό πίνακας **A4** δηλώνουν ότι θα χρησιμοποιηθούν μόνο μία φορά. Συνεπώς όπως και στην προηγούμενη περίπτωση στο μαθηματικό μοντέλο η τιμή περιορίζεται σε 1 αν χρησιμοποιούνται και σε 0 αν δεν χρησιμοποιούνται. Στην προκειμένη περίπτωση οι περιορισμοί πρέπει να είναι μικρότεροι ή ίσοι του 1 για να είναι εμφανές ποιοι χρησιμοποιούνται και ποιοι όχι. Ομοίως ο υπο-πίνακας **A4** πολλαπλασιάζεται με τον πίνακα **X**.

Με τα παραπάνω ολοκληρώνονται οι συνδέσεις των υπο-πινάκων και η ανάθεση των τελεστών στο γραμμικό μοντέλο. Παρατηρούμε ότι ανάλογα με τις ανάγκες που πρέπει να καλύψει ο κάθε περιορισμός επιλέγεται διαφορετικός τελεστής συσχέτισης.

4.6.5 *Πίνακας C*

Στο κύριο γραμμικό πρόγραμμα συμμετέχει και ο πίνακας **C**, δηλαδή ο πίνακας με τους συντελεστές των σφαλμάτων του προβλήματος. Το πλήθος των σφαλμάτων συμπεριλαμβάνεται στον πίνακα των μεταβλητών και ο πίνακας **C** ορίζει το άθροισμα τους. Η σχέση στο μαθηματικό μοντέλο διαμορφώνεται ως εξής:

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{X} \quad \geq \quad \mathbf{0}$$

Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται των σφαλμάτων πρέπει να είναι μεγαλύτερες ή ίσες του μηδενός, δηλαδή μηδέν αν δεν υπάρχει σφάλμα και μεγαλύτερες του μηδέν αν υπάρχει σφάλμα και ποια είναι η τιμή του.

4.7 Αντικειμενική συνάρτηση

Το γραμμικό πρόβλημα θα επιλυθεί ως πρόβλημα προγραμματισμού στόχων έχοντας ως δύο κατηγορίες στόχων το επιθυμητό πλήθος αιθουσών κάθε σχολής *s* ανά κατηγορία χρονικής ζώνης *z* και το επιθυμητό πλήθος κάθε σχολής *s* ανά κατηγορία αίθουσας *c*. Στις δύο αντίστοιχες κατηγορίες περιορισμών έχουμε εισάγει τα αντίστοιχα ζευγάρια σφαλμάτων απόκλισης από τον εκάστοτε στόχο και τα οποία θα πρέπει να ελαχιστοποιηθούν. Επομένως η αντικειμενική συνάρτηση περιλαμβάνει την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των σφαλμάτων αυτών.

Η μορφή της θα είναι ως εξής:

$$Min\sum d_{z.s}^{-} + d_{z.s}^{+} + d_{c.s}^{-} + d_{c.s}^{+} \quad \forall z \in Z,\ \forall c \in C,\ \forall s \in S$$

Η παραπάνω μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης θα μπορούσε να οδηγήσει σε αποτελέσματα που πιθανόν να περιείχαν τιμές για τα σφάλματα που δε θα ήταν αναλογικά κατανεμημένα μεταξύ των σχολών. Για παράδειγμα έστω ένα ελάχιστο άθροισμα σφαλμάτων ίσο με 10 θα μπορούσε να μπορούσε να αφορά μια μόνο μεταβλητή σε συγκεκριμένη σχολή με πιθανόν μικρή τιμή συγκεκριμένου στόχου με αποτέλεσμα ως ποσοστό αυτής της τιμής η απόκλιση από το στόχο να ήταν σημαντική. Για την αποφυγή τέτοιων πιθανών περιπτώσεων προτείνεται η τροποποίηση της παραπάνω αντικειμενικής συνάρτησης με την απεικόνιση των σφαλμάτων ως ποσοστών της εκάστοτε τιμής στόχου.

Η νέα της μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης θα είναι ως εξής:

$$Min\sum \frac{d_{z.s}^{-}}{DZS_{z,s}} + \frac{d_{z.s}^{+}}{DZS_{z,s}} + \frac{d_{c.s}^{-}}{DZS_{c,s}} + \frac{d_{c.s}^{+}}{DZS_{c,s}} \quad \forall z \in Z,\ \forall c \in C,\ \forall s \in S$$

4.7.1 *Τελική μορφή γραμμικού μοντέλου*

Το Γραμμικό πρόβλημα έχει ως εξής:

$$\min \mathbf{c}^T \mathbf{X} \quad \geq \quad \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A}\ \mathbf{X} \quad = \quad \boxed{\mathbf{b}_1}$$

=	$\mathbf{b}_2$
=	**0**
≤	**1**

με $x_{001.01.1}, x_{001.01.2}, \ldots, x_{104.15.5}, x_{104.15.6} \in \{0,1\}$ και

$d^+_1, \ldots, d^+_{42}, d^-_1, \ldots, d^-_{42} \geq 0$

4.8 Γραμμικό μοντέλο – Αραιή μήτρα

Στα πλαίσια της ανάλυσης του γραμμικού μοντέλου ο πίνακας **A** έχει διάσταση [1608 x 9444] και περιέχει στοιχεία 1 και 0. Λόγω της δομής του συγκαταλέγεται στην κατηγορία των αραιών πινάκων με μόλις τα 35.979 από τα 14.732.640 στοιχεία του πίνακα είναι μη μηδενικά (0,244%).

Ο όρος αραιός πίνακας ή αραιή μήτρα (Sparce matrix) στην αριθμητική ανάλυση και τον επιστημονικό κόσμο, είναι ένας αραιός πίνακας ή ένας πίνακας στον οποίο τα περισσότερα από τα στοιχεία του είναι μηδέν. Δεν υπάρχει αυστηρός ορισμός πόσα στοιχεία πρέπει να είναι μηδέν για να θεωρηθεί μια μήτρα αραιή, αλλά ένα κοινό κριτήριο είναι ότι ο αριθμός των μη μηδενικών στοιχείων να είναι το πολύ περίπου ο αριθμός των γραμμών ή στηλών. Αντίθετα, εάν τα περισσότερα στοιχεία είναι μη μηδενικά, τότε η μήτρα θεωρείται πυκνή. Ο αριθμός των στοιχείων μηδενικής αξίας διαιρούμενος με τον συνολικό αριθμό στοιχείων (π.χ., m × n για μια μήτρα m × n) μερικές φορές αναφέρεται ως η αραιότητα της μήτρας (Golub & Charles Francis, 1996).

Παράδειγμα ενός τέτοιου πίνακα είναι το παρακάτω:

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Οι αραιοί πίνακες συγκαταλέγονται στα σύνολα δεδομένων πολυδιάστατων βάσεων δεδομένων οι οποίοι έχουν δύο χαρακτηριστικά:

1. Τα δεδομένα δεν κατανέμονται ομαλά και ομοιόμορφα.
2. Τα δεδομένα δεν υπάρχουν για την πλειοψηφία των συνδυασμών μέλους. Για παράδειγμα, κάθε πεδίο ανατίθεται μόνο σε μία σχολή, όχι σε όλες.

Οι περισσότερες πολυδιάστατες βάσεις δεδομένων είναι εγγενώς αραιές, δηλαδή στερούνται τιμών δεδομένων για την πλειονότητα των συνδυασμών μελών. Μια αραιή διάσταση είναι μία με χαμηλό ποσοστό διαθέσιμων θέσεων δεδομένων. Οι πολυδιάστατες βάσεις δεδομένων περιέχουν επίσης πυκνές διαστάσεις. Μια πυκνή διάσταση έχει μεγάλη πιθανότητα ένα ή περισσότερα κελιά να καταλαμβάνεται σε κάθε συνδυασμό διαστάσεων (Essbase Information Development Team, 2019).

Σε αυτή τη μορφή ο πίνακας περιέχει τις καταχωρήσεις των τιμών και των μηδενικών στοιχείων. Στη παρούσα μελέτη οι πίνακες που συμμετέχουν στο γραμμικό μοντέλο έχουν την ανώτερη μορφή και χαρακτηριστικά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ

5.1 Τρόπος επίλυσης

Το κύριο μοντέλο του χρονοδιαγράμματος ανάθεσης αιθουσών με πραγματικά δεδομένα, έχει καταγραφεί και σχεδιαστεί στο προγραμματιστικό περιβάλλον του MS Excel. Το πρόσθετο Solver (Επιλυτής), διαχειρίζεται τις σχέσεις του μαθηματικού μοντέλου και λειτουργεί ως εργαλείο επίλυσης του προβλήματος. Επιπλέον, επιλέγεται ως το κατάλληλο εργαλείο για προβλήματα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού καθώς λαμβάνει υπόψιν τους περιορισμούς και τις συνθήκες που πρέπει να τηρούνται.

Παρόλα αυτά στην παρούσα εργασία υπάρχει αδυναμία του συστήματος μιας και δεν μπορεί να διαχειριστεί περισσότερες από 200 μεταβλητές απόφασης ή αλλαγής κελιών. Επιβάλλει επίσης ένα όριο στον αριθμό των περιορισμών σε ορισμένες καταστάσεις. Εάν το πρόβλημα είναι γραμμικό τότε δεν υπάρχει όριο στον αριθμό των περιορισμών. Εάν το πρόβλημα είναι μη γραμμικό, υπάρχει ένα όριο 100 περιορισμών εκτός από τα σταθερά όρια στις μεταβλητές και τους ακέραιους περιορισμούς (FrontlineSolvers, 2020).

Επιπροσθέτως, η τρισδιάστατη – αραιή μορφή των πινάκων αποτελεί ακόμη ένα μειονέκτημα της διαχείρισης τους από τον Solver (Επιλυτής), καθώς τα δεδομένα που πρέπει να ληφθούν υπόψιν είναι διάσπαρτα και αυξάνεται σημαντικά το μέγεθος του προβλήματος.

Με γνώμονα τα παραπάνω, η παρούσα εργασία δεν μπορεί να μεταβεί στην επίλυση της με το εργαλείο Solver (Επιλυτής) λόγω του όγκου των στοιχείων. Ως αποτέλεσμα, σε δεύτερο χρόνο τα δεδομένα θα διαμορφωθούν ως «μήτρα» για την εισαγωγή τους σε γλώσσα προγραμματισμού.

5.2 Γλώσσα προγραμματισμού Python

Στις μέρες μας με την πάροδο της τεχνολογίας, έχουν αναπτυχθεί ποικίλοι τρόποι αναπαράστασης ενός προβλήματος ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού, όπως λογισμικά αναπαράστασης, προγραμματιστικά περιβάλλοντα, έξυπνα συστήματα ακόμη και γλώσσες προγραμματισμού ειδικά σχεδιασμένες για να αναπαριστούν κατάλληλα τέτοιου τύπου προβλήματα.

Τέτοια γλώσσα προγραμματισμού αποτελεί η γλώσσα Python. Γενικά η Python είναι διερμηνευόμενη (interpreted), γενικού σκοπού (general-purpose) και υψηλού επιπέδου, γλώσσα προγραμματισμού. Ανήκει στις γλώσσες προστακτικού προγραμματισμού (Imperative programming) και υποστηρίζει τόσο το διαδικαστικό (procedural programming) όσο και το αντικειμενοστραφές (object-oriented programming) προγραμματιστικό υπόδειγμα (programming paradigm). (Aggelidakis, 2018)

Η Python είναι μια γλώσσα γενικής χρήσης. Χρησιμοποιείται σε διαφορετικούς τομείς όπως το πεδίο επιστήμης δεδομένων, ανάπτυξη ιστού, ανάπτυξη εφαρμογών, ανάπτυξη παιχνιδιών, πεδίο ασφάλειας πληροφοριών, διαχείριση συστήματος, επεξεργασία εικόνας, πολυμέσα, IoT και μηχανική μάθηση. Υποστηρίζει επίσης διαφορετικές προσεγγίσεις προγραμματισμού. Για παράδειγμα, η Python υποστηρίζει δομημένο προγραμματισμό, αντικειμενοστρεφή προγραμματισμό, λειτουργικό προγραμματισμό και προγραμματισμό προσανατολισμένο σε όψεις. Είναι δωρεάν και έχει ισχυρή υποστήριξη από την παγκόσμια κοινότητα του Python. Ένας μη κερδοσκοπικός οργανισμός, το Python Software Foundation, διαχειρίζεται και διευθύνει πόρους για την Python. (Stackoverflow, 2019)

5.2.1 *Προγραμματιστικό λογισμικό Python*

Η βελτιστοποίηση ασχολείται με την επιλογή της καλύτερης επιλογής ανάμεσα σε πολλές πιθανές επιλογές που είναι εφικτές ή δεν παραβιάζουν περιορισμούς. Η Python μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βελτιστοποίηση παραμέτρων σε ένα μοντέλο για την καλύτερη προσαρμογή των δεδομένων, την αύξηση της κερδοφορίας ενός πιθανού σχεδιαστικού μηχανικού ή την επίτευξη κάποιου άλλου τύπου στόχου που μπορεί να περιγράφει μαθηματικά με μεταβλητές και εξισώσεις. Τα προβλήματα μαθηματικής βελτιστοποίησης μπορεί να περιλαμβάνουν περιορισμούς ισότητας (π.χ. =), περιορισμούς ανισότητας (π.χ. <, <=,>,> =), αντικειμενικές συναρτήσεις, αλγεβρικές εξισώσεις, διαφορικές εξισώσεις, συνεχείς μεταβλητές, διακριτές ή ακέραιες μεταβλητές κ.λπ. Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με μη γραμμικούς στόχους ή περιορισμούς δίνεται από τα ακόλουθα:

$$\begin{aligned} \text{minimize} \quad & c\,x \\ \text{subject to} \quad & A\,x = b \\ & A\,x > b \end{aligned}$$

Δύο δημοφιλείς αριθμητικές μέθοδοι για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού είναι η μέθοδος Simplex και η μέθοδος Interior Point. (Apmonitor, 2018)

Κοινό στοιχείο της γλώσσας Python και του πρόσθετου Solver, αποτελεί η μέθοδος επίλυσης Simplex.

Σε αυτήν την περίπτωση, η ευέλικτη δομή της οργάνωσης δεδομένων που προσφέρει το ανεπτυγμένο περιβάλλον της γλώσσα Python επιτρέπει καλύτερη διαχείριση των δεδομένων της παρούσας εργασίας. Λαμβάνοντας υπόψιν τα προβλήματα και των όγκο των δεδομένων, η επίλυση του παρόντος προβλήματος θα ενταχθεί στην γλώσσα Python σε δεύτερο χρόνο.

5.2.2 *Πακέτα Python – Πακέτο Gekko*

Ως γλώσσα προγραμματισμού η Python ασχολείται με εύρος προβλημάτων διαφορετικού τύπου. Ωστόσο η ανάγκη αυτή δημιούργησε παρακλάδια στη γλώσσα και δημιουργήθηκαν «πακέτα», τα οποία επιλέγουμε ανάλογα με τον τύπο του προβλήματος. Όσον αφορά τα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού το «πακέτο» GEKKO καθίσταται το κατάλληλο για μηχανική εκμάθηση και βελτιστοποίηση δυναμικών συστημάτων.

Αναφορικά, το GEKKO είναι ένα πακέτο Python για μηχανική εκμάθηση και βελτιστοποίηση, που ειδικεύεται στη δυναμική βελτιστοποίηση των διαφορικών αλγεβρικών εξισώσεων συστημάτων. Το GEKKO παρέχει μια φιλική προς το χρήστη διεπαφή στην ισχυρή σουίτα βελτιστοποίησης στο πίσω μέρος. Συνδυάζεται με διαλυτές μεγάλης κλίμακας για γραμμικό, τετραγωνικό, μη γραμμικό και μικτό ακέραιο προγραμματισμό (LP, QP, NLP, MILP, MINLP). Οι δυνατότητες περιλαμβάνουν μηχανική εκμάθηση, διακριτά ή συνεχή μοντέλα, βελτιστοποίηση σε πραγματικό χρόνο, προσομοίωση, εκτίμηση κινούμενου ορίζοντα και μη γραμμικό προγνωστικό έλεγχο. (Pypi organisation, 2020)

Επίσης αποτελεί, μια αφαίρεση υψηλού επιπέδου προβλημάτων μαθηματικής βελτιστοποίησης. Οι τιμές στα μοντέλα καθορίζονται από σταθερές, παραμέτρους και μεταβλητές. Οι τιμές σχετίζονται μεταξύ τους από Ενδιάμεσους ή Εξισώσεις. Οι αντικειμενικές συναρτήσεις ορίζονται για μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση συγκεκριμένων τιμών. Τα αντικείμενα είναι ενσωματωμένες συλλογές τιμών (σταθερές, παράμετροι και μεταβλητές) και σχέσεις (ενδιάμεσα, εξισώσεις και αντικειμενικές συναρτήσεις). Τα αντικείμενα μπορούν να βασιστούν σε άλλα αντικείμενα με αντικειμενοστρεφείς σχέσεις. (Logan & Hedengren, 2020)

Σε συνάρτηση με το γραμμικό μοντέλο, «Αραιή μήτρα», το πακέτο GEKKO αναλαμβάνει να λύσει τέτοιου είδους προβλήματα χωρίς δυσλειτουργίες στην αραιή μορφή πινάκων ή με την ύπαρξη μηδενικών τιμών.

5.3 Τρόπος επίλυσης με τη γλώσσα Python

Εν κατακλείδι, τα δεδομένα και οι πίνακες που παρουσιάστηκαν στα παραπάνω κεφάλαια θα τροποποιηθούν κατάλληλα ώστε να εισαχθούν στην γλώσσα προγραμματισμού Python και να αποτελέσουν την «μήτρα» των δεδομένων. Για λόγους χρονικών περιορισμών η αναπαράσταση και η επίλυση του προβλήματος στο περιβάλλον της Python θα γίνει μετά την παράδοση και παρουσίαση της παρούσας εργασίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : ΠΕΡΙΛΗΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

6.1 Περίληψη

Σε αυτό το άρθρο παρουσιάσαμε μια νέα διατύπωση ενός προβλήματος χρονοδιαγράμματος ανάθεσης αιθουσών, όπως προκύπτει σε πολλά πανεπιστήμια, προσθέτοντας ωστόσο πολλά χαρακτηριστικά που μπορεί να διακρίνονται στα ελληνικά πανεπιστήμια αλλά και σε παγκόσμιο επίπεδο.

Το πρόβλημα είναι δύσκολο και πολύ περίπλοκο, ωστόσο, οι επιλογές που γίνονται μέσω της διαδικασίας μοντελοποίησης οδηγούν σε λύσιμα και ευέλικτα μοντέλα. Η ευελιξία που προσφέρεται οφείλεται στις πολυδιάστατες μεταβλητές, οι οποίες επιτρέπουν τη μοντελοποίηση χαμηλών λεπτομερειών του εκπαιδευτικού συστήματος ως περιορισμών του μοντέλου. Μια ποικιλία κανόνων μπορεί να αναπαρασταθεί στο μοντέλο με κατάλληλους περιορισμούς που παρέχονται από αυτήν τη διατύπωση. Επιπλέον, η επιλογή που έγινε για τη αντικειμενική συνάρτηση επιτρέπει την εισαγωγή ορισμένων προτιμήσεων σχετικά με τις χρονικές περιόδους, τις ημέρες και τις αίθουσες διδασκαλίας, έτσι ώστε τα χρονοδιαγράμματα να μπορούν να βελτιωθούν σύμφωνα με καλά αποδεκτά μέτρα ποιότητας.

Το χρονοδιάγραμμα ανάθεσης αιθουσών για το Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής χρησιμοποιήθηκε ως μελέτη περίπτωσης και βασίστηκε σε πραγματικά δεδομένα. Η κατασκευή του χρονοδιαγράμματος απαιτούσε προγραμματισμό συνεδριάσεων, παρουσιάσεων και διαδικτυακών μαθημάτων και κάθε τύπος με διαφορετικά χαρακτηριστικά και αιτήματα. Οι συνεδρίες με διαδοχικές χρονικές περιόδους και οι αναλύσεις του ίδιου μαθήματος σε διαφορετικές συνεδρίες είναι μεταξύ των κανόνων που απαιτούν ικανοποίηση.

Η δημιουργία χρονοδιαγραμμάτων για ακαδημαϊκά ιδρύματα είναι μια κουραστική διαδικασία, ωστόσο η αυτοματοποίηση είναι πλέον δυνατή. Με αυτή την προσέγγιση ευελπιστούμε στην εξομάλυνση της διαδικασίας ανάθεσης αιθουσών στα πανεπιστήμια, ανεξαρτήτως το πλήθος των αιθουσών και των σχολών.

6.2 Συμπεράσματα

Το κατανεμημένο σύστημα έχει δοκιμαστεί με δεδομένα που παρέχονται από το Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής από το τμήμα Διοίκησης Επιχειρήσεων ως εναλλακτική προσέγγιση στο κεντρικό σύστημα που υφίσταται ως τώρα.

Τα δεδομένα που συλλέγονται αντιστοιχούν σε ένα διαφορετικό πρόβλημα για κάθε τμήμα και για τα χειμερινά και εαρινά εξάμηνα, το καθένα με περίπου 1560 μεταβλητές και 42 περιορισμούς. Πραγματοποιήθηκαν εκτεταμένες δοκιμές σε παραλλαγές των παραπάνω προβλημάτων που προέκυψαν αλλάζοντας τον αριθμό και το είδος των ομάδων περιόδου, τις ζώνες αίθουσας-σχολής και τους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης. Στις περισσότερες από τις δοκιμές με αραιές αντικειμενικές συναρτήσεις, οι προτιμήσεις, που καθορίζονται από υψηλές τιμές αντικειμενικής συνάρτησης, ικανοποιούνται σχεδόν πλήρως και η λύση δεν επηρεάζεται από τον αριθμό των μη μηδενικών συντελεστών στην αντικειμενική συνάρτηση καθώς είναι εξίσου σημαντικοί για τη βέλτιστη λύση.

Παρουσιάστηκε ένα σύστημα υποστήριξης χρονοδιαγράμματος με βάση το δίκτυο υπολογιστών. Το σύστημα χρονοδιαγράμματος διαθέτει όλες τις κατάλληλες διευκολύνσεις για την παροχή πολύτιμης βοήθειας στα τμήματα του ιδρύματος για την εφαρμογή ενός ωραίου προγράμματος ανάθεσης αιθουσών ανά σχολή. Διαδραστικά εργαλεία είναι διαθέσιμα για να επιτρέπουν να τροποποιούνται λύσεις. Αυτό το σύστημα εμφανίζει όλες τις κατάλληλες πληροφορίες που βοηθούν να αξιολογηθεί η ποιότητα του προγράμματος. Η ανάπτυξη μιας ευέλικτης αυτοματοποιημένης διαδικασίας για την κατασκευή του χρονοδιαγράμματος των κοινών αιθουσών πρώτα και στη συνέχεια το χρονοδιάγραμμα κάθε τμήματος προσθέτει αξία στο πλήρες σύστημα και παρέχει τα ακόλουθα οφέλη σε σχέση με την κεντρική προσέγγιση που εφαρμόζεται έως και σήμερα:

- Η αυξημένη ευθύνη των τμημάτων οδήγησε σε καλύτερη χρήση των πόρων, καλύτερη οργάνωση πληροφοριών, ενημέρωση και ικανοποίηση των περισσότερων προτιμήσεων του διδακτικού προσωπικού.
- Τα τμήματα έπρεπε να αιτιολογήσουν τις απαιτήσεις για τα χρονικά διαστήματα.
- Τα προκύπτοντα προβλήματα ακέραιου προγραμματισμού είναι σημαντικά μικρότερα και επιλύονται εύκολα με αναλυτικές μεθόδους.
- Οι δυσκολίες επιλύθηκαν με επιτυχία με την ανακατανομή αχρησιμοποίητων αιθουσών.
- Οι χρονικοί περίοδοι που διατέθηκαν σε τμήματα είχαν ως αποτέλεσμα ορθότερα προγράμματα ανάθεσης μαθημάτων.

Ολόκληρο το κατανεμημένο σύστημα χρονοδιαγράμματος είναι ευέλικτο και επιτρέπει την εύκολη κατασκευή και δοκιμή εναλλακτικών χρονοδιαγραμμάτων που είναι προκαθορισμένα σύμφωνα με τις απαιτήσεις που ορίζουν οι σχολές. Επιπλέον, ένα κατανεμημένο σύστημα χρονοδιαγράμματος υποστηρίζεται έντονα από τις αυξημένες δυνατότητες των δικτύων υπολογιστών, προσαρμόζεται εύκολα σε νέα περιβάλλοντα υλικού και αποφέρει οφέλη από υψηλότερη αξιοπιστία συστήματος, ταχύτερη πρόσβαση σε δεδομένα, εύκολη επέκταση και αποτελεσματική κοινή χρήση πόρων δεδομένων από διάφορους κόμβους στο δίκτυο υπολογιστών.

Τέλος, πρέπει να τονιστεί ότι αρκετά ανοιχτά ζητήματα, όπως η δοκιμή άλλων μεθόδων βελτιστοποίησης και πακέτων και η ανάπτυξη του συστήματος χρονοδιαγράμματος εξετάσεων στο ίδιο κατανεμημένο περιβάλλον, αξίζουν περαιτέρω έρευνα, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω.

Βιβλιογραφία

Aggelidakis, N., 2018. *http://aggelid.mysch.gr/*. [Online]
Available at:
http://aggelid.mysch.gr/pythonbook/INTRODUCTION_TO_COMPUTER_PROGRAMMING_WITH_PYTHON.pdf
[Accessed 3 2021].

Akkoyunlu, E., 1973. A linear algorithm for computing the optimum university timetable. *The Computer Journal*, Issue 16, pp. 347-350.

Burke, E. & Newall, J., 1999. A multi-stage evolutionary algorithm for the timetable problem. *The IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Τόμος 3.1, pp. 63-74.

Carter, M., 2001. A comprehensive course timetabling and student scheduling system. *Springer-Verlag*, Τόμος 3, pp. 64-82.

Costa, D., 1994. A tabu search algorithm for computing an operational timetable. *European Journal of Operational Research*, Issue 76, pp. 98-110.

Daskalaki, S., Birbas, T. & Housos, E., 2004. An integer programming formulation for a case studyin university timetabling. *European Journal of Operational Research*, 153(1), p. 117–135.

Dimopoulou, M. & Miliotis, P., 2004. An automated university course timetabling systemdeveloped in a distributed environment: A case study. *European Journal of Operational Research*, 153(1), p. 136–147.

Essbase Information Development Team, 2019. Designing and Maintaining Essbase Cubes. *Oracle Cloud*, Volume E70190-10.

FrontlineSolvers, 2020. *Solver*. [Online]
Available at: https://www.solver.com/standard-excel-solver-how-solver-handles-constraints-continued
[Accessed 2 2021].

Golub , G. & Charles Francis, V. L., 1996. *Matrix Computations.* 3rd ed. Baltimore: Johns Hopkins.

Lawrie, N., 1969. An integer linear programming model of a school timetabling problem. *The Computer Journal*, Issue 12, pp. 307-316.

Logan, B. & Hedengren, J., 2020. Gekko dynamic Optimization. *Read the docs*, p. 12.

Mason, A., 2013. SolverStudio: A New Tool for Better Optimisation and Simulation Modelling in Excel. *INFORMS Transactions on Education*, Volume 14, p. 45–52.

Pypi organisation, 2020. *pypi.org.* [Ηλεκτρονικό]
Available at: https://pypi.org/project/gekko/
[Πρόσβαση 3 2021].

Schmidt, G. & Strohlein, T., 1979. Timetable construction—An annotated bibliography. *The Computer Journal*, Issue 23, pp. 307-316.

Stackoverflow, 2019. *insights.stackoverflow.com.* [Online]
Available at: https://insights.stackoverflow.com/survey/2019#technology
[Accessed 3 2021].

Welsh, D. & Powell, M., 1967. An upper bound to the chromatic number of a graph and its application to timetabling problem. *The Computer Journal*, Issue 10, pp. 85-86.

Apmonitor, 2018. *apmonitor.* [Online]
Available at: https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/LinearProgramming
[Accessed 3 2021].

Παπαγεωργίου, Μ., 1996. *Μη Γραμμικός Προγραμματισμός.* Χανιά: Πολυτεχνείο Κρήτης.

Παστράκος, Γ., 1986. *Επιχειρησιακή Έρευνα για τη Λήψη Επιχειρηματικών Αποφάσεων.* Αθήνα: Α. Σταμούλης.

Σίσκος, Ι., 1998. *Γραμμικός Προγραμματισμός.* Αθήνα: Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών.