ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΑΡΧΕΙΟΝΟΜΙΑΣ, ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΩΝ, ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΜΣ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ ΣΕ ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΕΣ ΑΡΧΕΙΑ ΜΟΥΣΕΙΑ

Ανάλυση φιλοσοφικού λόγου στην τυπική γλώσσα του Κατηγορηματικού Λογισμού

Διπλωματική εργασία

Συγγραφέας: Κοτσίκου Ειρήνη
ΑΜ 186682010

Επιβλέπων καθηγητής: Δενδρινός Μάρκος

Markos Dendrinos
Digitally signed by Markos Dendrinos
Date: 2020.12.17 22:10:23 +02'00'

Αθήνα, Νοέμβριος 2020

ΣΚΟΠΟΣ ΚΑΙ ΣΤΟΧΟΙ

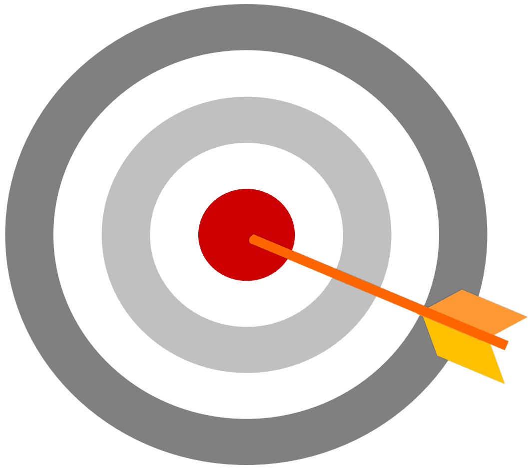
Σκοπός Ανάλυση φιλοσοφικών προτάσεων στην γλώσσα του κατηγορηματικού λογισμού

Στόχος Επιλογή τριών πλατωνικών διαλόγων

Στόχος Επιλογή αποδεικτικών σημείων

Στόχος Μετατροπή των προτάσεων της φυσικής γλώσσας στον κατηγορηματικό λογισμό

Στόχος Έλεγχος των συμπερασμάτων με την αρχή της απόφασης



ΠΛΑΤΩΝ: Η ΖΩΗ ΤΟΥ

- 428/7 π.Χ – 348/7 π.Χ
- ~407 π.Χ γίνεται μαθητής του Σωκράτη
- Μετά το θάνατο του Σωκράτη (399 π.Χ.) επισκέπτεται τις Συρακούσες (~388 π.Χ.). Άλλα δύο ταξίδια (366 π.Χ και 361 π.Χ)
- 387 π.Χ ιδρύει την Ακαδημία, ένα κέντρο μελέτης και έρευνας

ΠΛΑΤΩΝ: ΤΑ ΕΡΓΑ ΤΟΥ

- Τα έργα του Πλάτωνα έχουν διασωθεί σχεδόν ανέπαφα

- Τα περισσότερά έργα του είναι διάλογοι

- Οι διάλογοι αυτοί είναι φιλοσοφικές συζητήσεις που συχνά ασχολούνται με την αποσαφήνιση μιας έννοιας. Ωστόσο, συνήθως, δεν καταλήγουν σε ένα σε τελικό συμπέρασμα

- Ο Σωκράτης αποτελεί τον κύριο συνομιλητή

- Διάκριση τριών περιόδων: πρώιμη, μέση και ύστερη περίοδος

ΠΛΑΤΩΝ: ΔΙΑΛΕΚΤΙΚΗ

- Ο Πλάτων αποκαλεί τη διαλεκτική: μέθοδο, δύναμη, επιστήμη, τέχνη και πραγματεία

- Η διαλεκτική σημαίνει κατ΄ αρχήν διάλογος, όμως δεν πρόκειται για οποιαδήποτε συζήτηση

- Είναι η σταδιακή αναίρεση των θέσεων του συνομιλητή και στη συνέχεια η σταδιακή προσπάθεια να εξαχθεί ένα νέο συμπέρασμα, ώστε να οδηγηθούν στη γενική αλήθεια

- Επιστημονική μέθοδος, την οποία ο φιλόσοφος ακολουθεί για να μελετήσει τη μεταφυσική πραγματικότητα των Ιδεών και του Αγαθού

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ

- Συμβολική γλώσσα για την αναπαράσταση της γνώσης
- Μαζί με την προτασιακή λογική αποτελούν τις δύο γνωστότερες μορφές λογικής
- Αδυναμίες της προτασιακής λογικής: αποτύπωση «γενικής» γνώσης και εισχώρηση στην εσωτερική δομή των προτάσεων
- Ο κατηγορηματικός λογισμός αποτελεί επέκταση της προτασιακής λογικής, εισάγοντας τα κατάλληλα εργαλεία
- Ο κόσμος απεικονίζεται σαν ένα σύνολο αντικειμένων, ιδιοτήτων και σχέσεων
- Αποτύπωση γενικότητας και ανάλυση των προτάσεων σε επιμέρους δομικές μονάδες

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ (1/6)

- **Σταθερές:** αντιπροσωπεύουν συγκεκριμένα αντικείμενα
  π.χ. a, b, c, a_1, a_2, α, β, γ, john, πέτρος

- **Μεταβλητές**: αναπαριστούν αντικείμενα χωρίς να ορίζουν τα ονόματά τους
  π.χ. X, Y, Z X1, X2, Human, Άνθρωπος

- **Κατηγορήματα:** αποτυπώνουν ιδιότητες ή συσχετισμούς μεταξύ αντικειμένων
  π.χ. student(x), student(george), likes (john, anna)

- **Συναρτήσεις:** αναφέρονται σε αντικείμενα του κόσμου με περιφραστικό τρόπο
  π.χ. f, g, motherOf(george), average(x,y)

- <u>Διαφορά κατηγορήματος και συνάρτησης: </u>όταν αντικατασταθούν οι μεταβλητές, τότε η συνάρτηση παίρνει τιμή μια σταθερά ενώ το κατηγόρημα τιμή «αλήθές» ή «ψευδές»

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ (2/6)

- **Λογικά συνδετικά:** Δημιουργία σύνθετων προτάσεων

Σύμβολο	Ονομασία	Σημασιολογία
∧	Σύζευξη	Λογικό "ΚΑΙ" / AND
∨	Διάζευξη	Λογικό "Η" / OR
¬	Άρνηση	Λογικό "ΟΧΙ" / NOT
→	Συνεπαγωγή	"Εάν … Τότε" / If … then
↔	Ισοδυναμία	"Αν και μόνο αν" / Only if

- **Ποσοδείκτες:** Ποσοτικοποίηση των μεταβλητών

Σύμβολο	Ονομασία	Σημασιολογία
∀	Καθολικός ποσοδείκτης	Για κάθε x
∃	Υπαρξιακός ποσοδείκτης	Υπάρχει κάποιο x

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ (3/6)

- **Σύμβολα στίξης:** ( ) ,

  Οι παρενθέσεις υποδεικνύουν την προτεραιότητα των τελεστών και την εμβέλεια των ποσοδεικτών

- **Οι λογικές σταθερές / σύμβολα αληθείας:** αληθές (T) και ψευδές (F)

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ (4/6)

- **Εμβέλεια ποσοδεικτών:** το εύρος των προτάσεων στις οποίες έχουν ισχύ
  π.χ. στην έκφραση $(\exists x)(\varphi(x))$, η εμβέλεια του $(\exists x)$ είναι το $\varphi(x)$

- **Δεσμευμένη μεταβλητή:** όταν η εμφάνισή μιας μεταβλητής βρίσκεται μέσα στην εμβέλεια ενός ποσοδείκτη

- **Ελεύθερη μεταβλητή:** όταν μια μεταβλητή δεν είναι δεσμευμένη από κάποιον ποσοδείκτη
  πχ στην έκφραση $(\forall x)(\varphi(x,y))$ η εμφάνιση της μεταβλητής x είναι δεσμευμένη, ενώ η εμφάνιση της y είναι ελεύθερη

- Ένας τύπος που περιέχει ελεύθερες μεταβλητές λέγεται **ανοιχτός τύπος ή ανοιχτή πρόταση**, ενώ ένας τύπος που δεν περιέχει ελεύθερες μεταβλητές λέγεται **κλειστός τύπος ή κλειστή πρόταση**

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ (5/6)

- Τα **λογικά σύμβολα** έχουν πάντοτε συγκεκριμένη ερμηνεία. Αυτά είναι:
  - Οι πέντε λογικοί σύνδεσμοι
  - Τα σύμβολα του καθολικού και του υπαρξιακού ποσοδείκτη
  - Τα σημεία στίξης

- Στα **μη λογικά σύμβολα**, η λειτουργία τους καθορίζεται από την εκάστοτε ερμηνεία. Αυτά είναι:
  - Οι σταθερές
  - Οι μεταβλητές
  - Τα κατηγορηματικά σύμβολα
  - Τα συναρτησιακά σύμβολα

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ (6/6)

- Οι καλοσχηματισμένες προτάσεις (well formed formulas, wffs), στον κατηγορηματικό λογισμό ορίζονται ως εξής:

  i. Ένα άτομο ή κατηγόρημα είναι μια wff

  ii. Εάν p και q είναι wffs, τότε οι εκφράσεις ¬p, p∨q, p∧q, p→q, p↔q, είναι επίσης wffs

  iii. Εάν p είναι μια wff και X είναι μια ελεύθερη μεταβλητή που εμφανίζεται μέσα στην πρόταση p, τότε οι εκφράσεις (∀x)p και (∃x)p είναι επίσης wffs

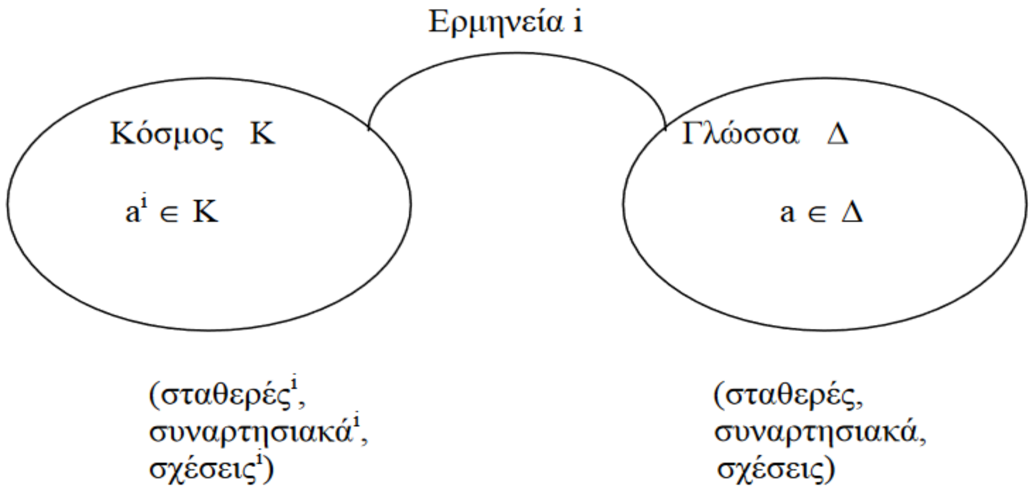
- Παραδείγματα καλοσχηματισμένων προτάσεων είναι οι παρακάτω προτάσεις:

  (∀x) (άνθρωπος(x) → θνητός(x)) = όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί
  (∃x) (άνθρωπος(x) ∧ ιταλός(x)) = υπάρχει κάποιος άνθρωπος που είναι Ιταλός
  ¬(∃x) (δεινόσαυρος(x) ∧ ζωντανός(x)) = δεν υπάρχει κάποιος δεινόσαυρος που να είναι ζωντανός

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΗΜΑΣΙΟΛΟΓΙΑ (1/4)

- Απόδοση νοήματος στα μη λογικά σύμβολα

- Εννοιολογική αποτύπωση



Εννοιολογική αποτύπωση : ο κόσμος, η γλώσσα και η ερμηνεία (Παναγιωτόπουλος και Αναστασάκης, 2012: 45)

- Η επιλογή του κατάλληλου κόσμου ή συνόλου αναφοράς, υπαγορεύεται από τη φύση του κατηγορήματος, πχ. loves(x,y), θα έχει ως πεδίο αναφοράς το σύνολο των ανθρώπων

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΗΜΑΣΙΟΛΟΓΙΑ (2/4)

- Η ερμηνεία I είναι η απεικόνιση που αντιστοιχεί κάθε σύμβολο της γλώσσας σε κάποιο από τα στοιχεία του κόσμου αναφοράς

- Η ερμηνεία μιας πρότασης p της γλώσσας Δ συνίσταται στην απεικόνιση κάθε σταθεράς, συνάρτησης και κατηγορήματος της p σε αντικείμενα, συναρτήσεις και σχέσεις του κόσμου αναφοράς

- Ανάθεση μεταβλητών (variable assignment) U

- Εκτίμηση αληθείας

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΗΜΑΣΙΟΛΟΓΙΑ (3/4)

- Μια ερμηνεία ικανοποιεί έναν τύπο, αν ο τύπος είναι αληθής κάτω από αυτή την ερμηνεία, τότε και ο τύπος ονομάζεται ικανοποιήσιμος. Η ερμηνεία χαρακτηρίζεται ως μοντέλο M του τύπου

- Ένας τύπος φ είναι λογικό συμπέρασμα ενός τύπου ψ, αν κάθε μοντέλο του φ είναι και μοντέλο του ψ, και συμβολίζεται ως $\varphi \models \psi$

- Δύο τύποι φ και ψ χαρακτηρίζονται ως λογικά ισοδύναμοι αν ο καθένας είναι λογικό συμπέρασμα του άλλου και συμβολίζεται ως φ |=| ψ

- Μια πρόταση που είναι αληθής κάτω από όλες τις ερμηνείες ονομάζεται **ταυτολογία**

- Μια πρόταση που είναι ψευδής κάτω από όλες τις ερμηνείες λέγεται **αντίφαση, αντιλογία ή ασυνεπής**

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΗΜΑΣΙΟΛΟΓΙΑ (4/4)

- **Ισοδυναμίες**

Ισοδυναμίες από την προτασιακή λογική

Ισοδυναμία	Ονομασία
p ⇔ ¬¬p	Νόμος της διπλής άρνησης
(¬p ∨ ¬q) ⇔ ¬ (p ∧ q)	Νόμος De Morgan
(¬p ∧ ¬q) ⇔ ¬ (p ∨ q)	Νόμος De Morgan
(p ∨ q) ∧ r ⇔ (p ∧ r) ∨ (q ∧ r)	Επιμερισμός ως προς την σύζευξη
(p ∧ q) ∨ r ⇔ (p ∨ r) ∧ (q ∨ r)	Επιμερισμός ως προς την διάζευξη
p → q ⇔ ¬ (p ∨ q)	
p ←→ q ⇔ (¬p∨q)∧(p∨q)	

Ισοδυναμίες ποσοδεικτών

(∃X) (∃Y) ϕ(X,Y) |=| (∃Y) (∃X) ϕ(X,Y)

(∀X) (∀Y) ϕ(X,Y) |=| (∀Y) (∀X) ϕ(X,Y)

(∀X) (ϕ(X) ∧ψ(X)) |=| (∀X) ϕ(X) ∧ (∀X) ψ(X)

(∀X) (ϕ(X) ∨ψ) |=| (∀X) ϕ(X) ∨ψ

(∃X) (ϕ(X) ∨ψ(X)) |=| (∃X) ϕ(X) ∨ (∃X) ψ(X)

(∃X) (ϕ(X) ∧ψ) |=| (∃X) ϕ(X) ∧ψ

(∀X) ¬ϕ(X) |=| ¬ (∃X) ϕ(X)

(∃X) ¬ϕ(X) |=| ¬ (∀X) ϕ(X)

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΠΟΔΕΙΞΗΣ (1/3)

- **Σύνολο κανόνων συμπερασμού**

  - για την παραγωγή νέων προτάσεων
  - για την απόδειξη προτάσεων

- **Από την προτασιακή λογική**

  - Modus Ponens
  - Modus Tollens

- **Η Αρχή της Απόφασης (resolution principle)**

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΠΟΔΕΙΞΗΣ (2/3)

- **Αρχή της απόφασης**

- **Διαδικασία μετατροπής των καλοσχηματισμένων προτάσεων σε φράσεις (clauses)** 8 βήματα

  - Απαλοιφή συνεπαγωγών και ισοδυναμιών
  - Μεταφορά αρνήσεων στο εσωτερικό της πρότασης
  - Τυποποίηση μεταβλητών
  - Απαλοιφή υπαρξιακών ποσοδεικτών
  - Απαλοιφή καθολικών ποσοδεικτών
  - Μεταφορά των διαζεύξεων στο εσωτερικό της πρότασης
  - Χωρισμός σε φράσεις
  - Μετονομασία μεταβλητών

Ο ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ – ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΠΟΔΕΙΞΗΣ (3/3)

- Εισαγωγή άρνησης στην προς απόδειξη πρόταση π.χ. p άρα ¬p
- Διαγραφή των συμπληρωματικών ζευγών, δηλαδή ένα λεκτικό και η άρνησή του
  πχ σε δύο φράσεις p ∨ r και ¬p ∨ q το συμπληρωματικό ζεύγος είναι το p και των ¬p
- Δημιουργούμε τη διάζευξη των φράσεων που απέμειναν
  πχ από τις παραπάνω φράσεις καταλήγουμε στη φράση r ∨ q
- Αν η απόδειξη καταλήξει σε κενή φράση, η οποία συμβολίζεται με □ ή 0, τότε έχουμε οδηγηθεί σε αντίφαση ή σε άτοπο
- Επομένως η ¬p δεν αληθεύει, άρα αληθεύει η αρχική πρόταση p
- Εάν η απόδειξη δεν καταλήξει σε άτοπο, δεν μπορούμε να καταλήξουμε σε κάποιο συμπέρασμα

ΕΥΘΥΦΡΩΝ (1/3)

- Πρόσωπα του διαλόγου:
  Σωκράτης και ο μάντης και θεολόγος, Ευθύφρων

- Θέμα του διαλόγου
  ο ορισμός της έννοιας του «οσίου» (δηλαδή του θρησκευτικού καθήκοντος)

- 4 προσπάθειες ορισμού

ΕΥΘΥΦΡΩΝ (2/3)

Αποδεικτικά κομμάτια του διαλόγου

Ο πιο έγκυρος από τους ορισμούς: «Όσιο είναι εκείνο που φιλείται (αγαπιέται) από όλους τους θεούς»

$\forall X\ osio(X) \rightarrow \forall Y\ (\ god(Y) \rightarrow theofiles(X,Y))$ (Φ1)

Κάποιο συγκεκριμένο πράγμα (thing) υπάρχει θεός που το αγαπά αλλά το ίδιο κάποιος άλλος θεός το μισεί.

$\exists X\ (god(X) \land \neg theofiles(thing,X))$ (Φ2)

Από αυτά προκύπτει ότι εκείνο το πράγμα που από άλλους αγαπιέται και άλλους μισείται ότι δεν είναι όσιο

Αποδεικτέα πρόταση:

$\neg osio(thing)$ (Φ3)

ΕΥΘΥΦΡΩΝ (3/3)

Αρχή της απόφασης

Αρχικά οι καλοσχηματισμένες προτάσεις μετατρέπονται σε φράσεις:

¬osio(X1) V ¬god(Y1) V theofiles(X1,Y1) (Φ4)
god(a) (Φ5)
¬theofiles(thing,a) (Φ6)
osio(thing) (Φ7)

Εφαρμόζοντας την αρχή της απόφασης:

(Φ4) και (Φ5) για X1=a, Y1=b → ¬osio(a) V theofiles(a,b) (Φ8)
(Φ6) και (Φ8) → ¬osio(a) (Φ9)
(Φ7) και (Φ9) → 0

Η αρχή της απόφασης κατέληξε σε **αντίφαση**, οπότε το συμπέρασμα αποδεικνύεται

ΛΑΧΗΣ (1/4)

- Πρόσωπα του διαλόγου:
  Σωκράτης, Λυσίμαχος, Μελησίας, Νικίας, Λάχης

- Θέμα του διαλόγου
  ο ορισμός της έννοιας της «ανδρείας», δηλαδή της γενναιότητας και του θάρρους.

- 3 προσπάθειες ορισμού

ΛΑΧΗΣ (2/4)

Αποδεικτικά κομμάτια του διαλόγου

Η ανδρεία είναι μια κάποια καρτερία.
$\forall$X andreia(X) → kalon(X) (Φ1)

Η ανδρεία είναι κάτι καλόν (δηλαδή ωραίο)
$\forall$X andreia(X) → karteria(X) (Φ2)

Υπάρχει η φρόνιμος (μετά φρονήσεως) καρτερία αλλά και η αισχρά ή άφρων καρτερία.
$\forall$X karteria(X) → fronimos_karteria(X) v afron_karteria(X) (Φ3)

Η μετά φρονήσεως καρτερία είναι καλή (δηλαδή ωραία)
$\forall$X fronimos_karteria(X) → kalon(X) (Φ4)

Η άφρων καρτερία είναι αισχρή δηλαδή μη καλή δηλαδή άσχημη
$\forall$X afron_karteria(X) → ¬kalon(X) (Φ5)

Και η αποδεικτέα πρόταση: Ανδρεία είναι η φρόνιμος καρτερία
¬ $\forall$X andreia(X) → fronimos_karteria(X) (Φ6)

ΛΑΧΗΣ (3/4)

Αρχή της απόφασης

Αρχικά οι καλοσχηματισμένες προτάσεις μετατρέπονται σε φράσεις:

¬andreia(X1) ∨ kalon(X1) (Φ1)
¬andreia(X2) ∨ karteria(X2) (Φ2)
¬karteria(X3) ∨ fronimos_karteria(X3) ∨ afron_karteria(X3) (Φ3)
¬fronimos_karteria(X4) ∨ kalon(X4) (Φ4)
¬afron_karteria(X5) ∨ ¬kalon(X5) (Φ5)
andreia(a) (Φ6)
¬fronimos_karteria(a) (Φ7)

ΛΑΧΗΣ (4/4)

Εφαρμόζοντας την αρχή της απόφασης:

(Φ3) και (Φ7) για Χ3-a → ¬karteria(a) ∨ afron_karteria(a) (Φ8)
(Φ2) και (Φ6) για Χ2=a → karteria(a) (Φ9)
(Φ8) και (Φ9) → afron_karteria(a) (Φ10)
(Φ5) και (Φ10) για Χ5=a → ¬kalon(a) (Φ11)
(Φ1) και (Φ11) για Χ1=a → ¬andreia (Φ12)
(Φ6) και (Φ12) =0

- Η αρχή της απόφασης κατέληξε σε **αντίφαση**, οπότε το συμπέρασμα αποδεικνύεται

- Παρατήρηση: Η φράση 4 είναι πλεοναστική δηλαδή, παρότι την περιλαμβάνει στην διαλεκτική του ο Σωκράτης δεν είναι αναγκαία για την απόδειξη του ορισμού της ανδρείας Ο κατηγορηματικός λογισμός, μας βοηθά έτσι να περιοριζόμαστε στις αναγκαίες για την απόδειξη προτάσεις

ΛΥΣΙΣ (1/6)

- Πρόσωπα του διαλόγου:
  Σωκράτης, Κτήσιππος, Μενέξενος, Λύσις, Ιπποθάλης

- Θέμα του διαλόγου
  ο ορισμός της έννοιας της «φιλίας»

ΛΥΣΙΣ (2/6)

Αποδεικτικά κομμάτια του διαλόγου
1ο ζήτημα
213a5. «Συνεπώς για τον λόγο αυτό δεν είναι φίλος αυτός που φιλεί (αγαπά) αλλά αυτός που φιλείται»
$\forall X\ \forall Y\ filos(X,Y) \rightarrow filein(Y,X) \land \neg filein(X,Y)$ (Φ1)

213a7. «Και συνεπώς δεν είναι εχθρός αυτός που μισεί αλλά αυτός που μισείται»
$\neg\ filos(X,Y) \rightarrow \neg filein(Y,X) \land filein(X,Y)$ (Φ2)

εξετάζω αν οι (Φ1) και (Φ2) είναι λογικά ισοδύναμες όπως υπονοεί ο Σωκράτης.

(Φ1) $|{=}|\ \neg filos(X,Y) \lor (filein(Y,X) \land \neg filein(X,Y))\ |{=}|$
$\neg filos(X,Y) \lor filein(Y,X)$ (Φ3)
$\neg filos(X,Y) \lor \neg filein(X,Y)$ (Φ4)

(Φ2) $|{=}|\ filos(X,Y) \lor (\neg filein(Y,X) \land filein(X,Y))\ |{=}|$
$filos(X,Y) \lor \neg filein(Y,X)$ (Φ5)
$filos(X,Y) \lor filein(X,Y)$ (Φ6)

Για να είναι οι (Φ1) και (Φ2) λογικά ισοδύναμες πρέπει να είναι λογικά ισοδύναμες η (Φ3) $\land$ (Φ4) με την (Φ5) $\land$ (Φ6).

ΛΥΣΙΣ (3/6)

Αποδεικτικά κομμάτια του διαλόγου

Αντικαθιστώντας X=a και Y=b έχουμε filos(a,b) = p, filein(Y,X) =q και filein(X,Y)=r,
πρέπει να εξετάσουμε αν: (¬p ∨ q) ∧ (¬p ∨ r) |=| (p ∨ ¬q) ∧ (p ∨ r)

Για να ελέγξουμε την ισοδυναμία των προτάσεων σχεδιάζουμε τον παρακάτω πίνακα αληθείας

p	q	r	¬p V q	¬p V r	p V ¬q	p V r	(¬p V q) ∧ ¬p V r	(p V ¬q) ∧ (p V r)
0	0	0	1	1	1	0	**1**	**1**
0	0	1	1	1	1	1	**1**	**1**
0	1	0	1	1	0	0	**1**	**0**
0	1	1	1	1	0	1	**1**	**1**
1	0	0	0	0	1	1	**0**	**1**
1	0	1	0	1	1	1	**1**	**1**
1	1	0	1	0	1	1	**1**	**1**
1	1	1	1	1	1	1	**1**	**1**

Οι δύο προτάσεις δεν είναι λογικά ισοδύναμες, καθώς δεν έχουν ίδιες τιμές αληθείας για κάθε ερμηνεία τους

ΛΥΣΙΣ (4/6)

Αποδεικτικά κομμάτια του διαλόγου

Οι αποδεικτικές προτάσεις μπορούν να ερμηνευτούν και ως εξής;
filos(X,Y) → filein(Y,X) (Φ7), ¬filos(X,Y) → ¬filein(Y,X) (Φ8) που ισοδυναμούν με τις:

¬filos(X,Y) v filein(Y,X) (Φ9) filos(X,Y) v ¬filein(Y,X) (Φ10) και καταλήγουν στις:

¬p v q (Φ11) P v ¬q (Φ12)

Για να είναι οι (Φ7) και (Φ8) λογικά ισοδύναμες πρέπει να είναι οι (Φ11) και (Φ12) λογικά ισοδύναμες.

Για να ελέγξουμε την ισοδυναμία των προτάσεων σχεδιάζουμε τον παρακάτω πίνακα αληθείας.

p	q	¬p V q	p V ¬q
0	0	**1**	**1**
0	1	**1**	**0**
1	0	**0**	**1**
1	1	**1**	**1**

Οι (Φ11) και (Φ12) δεν είναι λογικά ισοδύναμες, καθώς δεν έχουν ίδιες τιμές αληθείας για κάθε ερμηνεία τους, οπότε ούτε και οι αρχικές (Φ7) και (Φ8) είναι λογικά ισοδύναμες.

ΛΥΣΙΣ (5/6)

Αποδεικτικά κομμάτια του διαλόγου
2ο ζήτημα

213c2 «Πολλές φορές κάποιος (Α) είναι φίλος κάποιου (Β) που είναι μη φίλος ή ακόμη και εχθρός, όταν (ο Α) φιλεί κάποιον (Β) που αυτός (ο Β) δεν φιλεί ή ακόμη και μισεί»

$\exists X \ \exists Y$ filos(X,Y) $\wedge$ ¬filos(Y,X) $\rightarrow$ filein (X,Y) $\wedge$ ¬filein(Y,X) (Φ15)

213c4. «Πολλές φορές κάποιος (Α) είναι εχθρός κάποιου (Β) που είναι μη εχθρός ή ακόμη και φίλος, όταν (ο Α) μισεί κάποιον (Β) που αυτός (ο Β) δεν μισεί ή ακόμη και φιλεί»

$\exists X \ \exists Y$ exthros(X,Y) $\wedge$ ¬exthros(Y,X) $\rightarrow$ misein (X,Y) $\wedge$ ¬misein(Y,X) (Φ16)

ΛΥΣΙΣ (6/6)

Αρχικά οι καλοσχηματισμένες προτάσεις μετατρέπονται σε φράσεις:

Από την Φ15 προκύπτει:
Από τη μετατροπή των συνεπαγωγών σε συζεύξεις, διαζεύξεις και αρνήσεις.
$\exists X\ \exists Y\ filos(X,Y) \land \neg filos(Y,X) \rightarrow filein\ (X,Y) \land \neg filein(Y,X)$ |=|
$\exists X\ \exists Y\ \neg(\ filos(X,Y) \land \neg filos(Y,X)\ ) \lor (\ filein\ (X,Y) \land \neg filein(Y,X)\ )$ |=|
$\exists X\ \exists Y\ \neg filos(X,Y) \lor filos(Y,X) \lor (\ filein\ (X,Y) \land \neg filein(Y,X)\ )$ |=|
$\exists X\ \exists Y\ 1 \lor (\ filein\ (X,Y) \land \neg filein(X,Y)\ )$ |=| $\exists X\ \exists Y\ filein\ (X,Y) \land \neg filein(X,Y)$ |=|
$\exists X\ \exists Y\ (\ filein\ (X,Y) \land \neg filein(X,Y)$ |=|
$filein\ (a,b) \land \neg filein(a,b)$ |=| **0 (ψευδής)**

Ομοίως από την Φ16 οδηγούμαστε σε ψευδές συμπέρασμα

Έτσι εξηγείται γιατί ο Σωκράτης θεωρεί ότι αυτή η συλλογιστική γραμμή καταλήγει σε αντίφαση

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Η γλώσσα του κατηγορηματικού λογισμού μπορεί να εφαρμοστεί σε κείμενα όπως τα πλατωνικά έργα, όπου μέσω μιας σειράς προκειμένων καταλήγουν σε ένα συμπέρασμα

- Με τους κανόνες εξαγωγής συμπερασμάτων, μπορούμε να ελέγξουμε κατά πόσο τα συμπεράσματα αυτά ισχύουν ή όχι

- Η κατηγορηματική γλώσσα έχει ως πλεονεκτήματα την ικανότητα να συλλάβει τη γενικότητα και την αντιστοιχία με τη καθομιλούμενη γλώσσα

- Χάρη στους ποσοδείκτες που χρησιμοποιεί, μας επιτρέπει να εκφράσουμε τις ποσοτικοποιημένες έννοιες

ΤΕΛΟΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ