



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική εργασία  
**Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση**  
**Bending of plates under lateral  
pressure**

Συγγραφέας:  
Ζαφείρη Μαρία  
Α.Μ.: 16028

Επιβλέπων καθηγητής: Θεοδουλίδης Αλέξανδρος

Αιγάλεω, <2022>



## Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση



Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**Διπλωματική εργασία**

**Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση**

**Συγγραφέας**

Ζαφείρη Μαρία (16028)

**Επιβλέπων**

Θεοδουλίδης Αλέξανδρος

Επίκουρος καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

**Ημερομηνία εξέτασης**

09/03/2022

Θεοδουλίδης Αλέξανδρος,

Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Χατζηκωνσταντής Γεώργιος,

Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Πολίτης Κωνσταντίνος,

Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.



## Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση



## **ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Η κάτωθι υπογεγραμμένη Ζαφείρη Μαρία του Κωνσταντίνου, με αριθμό μητρώου 16028, φοιτήτρια του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής του τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών της σχολής μηχανικών, δηλώνω ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας κι ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη κι αναφέρεται στην εργασία. Επίσης οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από εμένα αποκλειστικά κι αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας, τόσο δικής μου, όσο και του ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου.»

Η δηλούσα

*M. Ζαφείρη*

**Ζαφείρη Μαρία**



## Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση

## Περίληψη

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη της αντοχής σε κάμψη, πέντε τυπικών ελασμάτων πάνω στο πλοίο. Θα μελετήσουμε τις αναπτυσσόμενες τάσεις με την χρήση μίας θεωρητικής μεθόδου, των Κοινών Κατασκευαστικών Κανόνων (CSR) καθώς και με τη μέθοδο των Περασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ) μέσω του προγράμματος SolidWorks. Για να μπορέσουμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των ελασμάτων, θα κάνουμε τροποποίηση μόνο του μήκους, ενώ το πλάτος και το πάχος θα παραμείνουν σταθερά.

Για να μπορέσουμε να δουλέψουμε με τις μεθόδους αυτές, θα πρέπει αρχικά να τις κατανοήσουμε. Για αυτό το λόγο στην αρχή θα γίνει μία σύντομη επισκόπηση των Κοινών Κατασκευαστικών Κανόνων, σε τι είδους πλοία εφαρμόζονται, ποια είναι η εξέλιξή τους με τον χρόνο, οι καταστάσεις φόρτωσης των πλοίων με βάση αυτούς κ.τ.λ.

Έπειτα θα προχωρήσουμε στην ανάλυση της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων καθώς και στην σχέση που έχουν με τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανόνες. Επίσης θα γίνει μία σύντομη αναφορά στο πρόγραμμα SolidWorks με το οποίο θα σχεδιάσουμε τα ελάσματα και θα μας δώσει τις ζητούμενες τάσεις Von Mises.

Στο τελευταίο θεωρητικό κομμάτι της εργασίας, θα δούμε την κάμψη των ελασμάτων και ιδιαίτερα χωρίς ενισχυτικά. Θα γίνει ανάπτυξη του κριτηρίου απόδοσης Von Mises καθώς και των οριακών συνθηκών. Για να προχωρήσουμε στη λύση του προβλήματος, δηλαδή στη λύση της διαφορικής εξίσωσης, θα πρέπει να ορίσουμε τις οριακές συνθήκες, με βάση τον τρόπο στήριξης του ελάσματος σε κάθε πλευρά του.

Στο υπολογιστικό κομμάτι της εργασίας, για τη θεωρητική προσέγγιση αλλά και για την προσέγγιση με χρήση του SolidWorks θεωρούμε ως δεδομένο ότι το έλασμα είναι περιμετρικά απλά εδρασμένο.



## **Abstract**

The purpose of this diploma thesis is to study the bending resistance of five typical plates on board. We will study the developing trends using a theoretical method, the Common Structural Rules (CSR) as well as the Finite Element Method (FEM) through SolidWorks. In order to be able to compare the results of the plates, we will make a modification only of the length, while the breadth and thickness will remain constant.

In order to be able to work with these methods, first we must understand them. For this reason, at the beginning there will be a brief overview of the Common Structural Rules, what kind of ships they apply, what is their evolution over time, the loading situation of ships based on them, etc.

Then we'll proceed to the analysis of the finite element method as well as the relationship they have with the Common Structural Rules. There will also be a brief reference to the SolidWorks program with which we will design the plates and give us the requested Von Mises trends.

In the last theoretical part of the work, we will see the bending of the plates and especially without stiffeners. The Von Mises yield Criterion and boundary condition will be developed. In order to proceed with the solution of the problem, that is, the solution of the differential equation, we should define the boundary condition, based on the way of supporting the plate on each side.

In the computer part of the work, for the theoretical approach and also for the approach using SolidWorks, we take for granted that the plate is simply Supported around.



## Περιεχόμενα

1.Κοινοί Κατασκευαστικοί Κανόνες (CSR) .....	11
1.1.Εισαγωγή.....	11
1.2.Ιστορικά Στοιχεία .....	12
1.3.Εφαρμογή των CSR .....	14
1.4.Αξιολόγηση αντοχής βάση των βυθισμάτων .....	15
1.5.Σχεδιασμός καταστάσεων φόρτωσης (design load scenarios).....	15
1.6.Στατιστική μέθοδο σχεδιασμού.....	16
1.7.Hold mass curves .....	16
1.8.Αντοχή γάστρας .....	17
1.9.Υπολογισμός ροής διάτμησης.....	18
2.Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων .....	19
2.1.Εισαγωγή.....	19
2.2.Πεπερασμένα στοιχεία και κανονισμοί νηογνομόνων .....	19
2.3.Βασικές αρχές της ΜΠΣ .....	20
2.4.Το φυσικό πρόβλημα.....	21
2.5.Modeling .....	22
2.5.1.Γεωμετρία.....	23
2.5.2.Ανάλυση πλέγματος .....	23
2.6.Βασικά στάδια της μεθόδου .....	25
2.7.SolidWorks.....	26
3.Κάμψη.....	28
3.1.Εισαγωγή.....	28
3.2. Κριτήριο απόδοσης Von Mises.....	28
3.3.Κάμψη ελασμάτων χωρίς ενισχυτικά.....	30
3.3.1.Οριακές Συνθήκες .....	31
3.3.2.Μέθοδος Navier.....	32
3.3.3.Απλά εδρασμένη ορθογωνική πλάκα υπό σταθερό φορτίο.....	34
3.3.4. Μέγιστη παραμόρφωση-Τάσεις .....	35
3.4.Κάμψη ενισχυμένων ελασμάτων .....	37
4.Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (3200*800*17).....	38
4.1.Θεωρητική προσέγγιση .....	38
4.2.Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks.....	39
4.2.1.Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D).....	39
4.2.2.Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (3D).....	43

4.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR.....	47
5. Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2400*800*17).....	48
5.1. Θεωρητική προσέγγιση.....	48
5.2. Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks.....	48
5.2.1. Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D).....	48
5.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου.....	51
5.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR.....	54
6. Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2000*800*17).....	55
6.1. Θεωρητική προσέγγιση.....	55
6.2. Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks.....	55
6.2.1. Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου.....	55
6.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου.....	58
6.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR.....	62
7. Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2400*600*17).....	63
7.1. Θεωρητική προσέγγιση.....	63
7.2. Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks.....	64
7.2.1. Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D).....	64
7.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (3D).....	67
7.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR.....	70
8. Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2400*1000*17).....	71
8.1. Θεωρητική προσέγγιση.....	71
8.2. Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks.....	71
8.2.1. Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D).....	71
8.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (3D).....	73
8.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR.....	76
9. Αποτελέσματα.....	77
10. Συμπεράσματα.....	89
11. Βιβλιογραφία.....	94



## Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση

## 1. Κοινός Κατασκευαστικός Κανόνες (CSR)

### 1.1. Εισαγωγή

Το βασικό ζητούμενο στη λειτουργία ενός Νηογνώμονα είναι η αξιοπιστία. Οι κανονισμοί των Νηογνώμωνων είναι ένα σύνολο από τεχνικές, λειτουργικές αλλά και νομικές απαιτήσεις με τις οποίες ένα πλοίο, προκειμένου να πιστοποιείται ο βαθμός αξιοπλοΐας του, πρέπει να τις ακολουθεί. Οι Νηογνώμονες, αν και θεωρητικά είναι μη κερδοσκοπικοί οργανισμοί, λειτουργούσαν ανταγωνιστικά μεταξύ τους, καθώς ο κάθε Νηογνώμονας διέθετε τους δικούς κανονισμούς. Αυτό θα μπορούσε να προκαλέσει προβλήματα στην ασφάλεια του πλοίου. Για αυτόν τον λόγο οι μεγαλύτεροι Νηογνώμονες, οι οποίοι είναι και μέλη της Διεθνούς Ένωσης Νηογνώμωνων (IACS), αποφάσισαν να ακολουθήσουν κοινή πολιτική.

Έτσι για την επίτευξη ασφαλέστερων πλοίων οι IACS ανέπτυξαν τους κανονισμούς CSR (Common Structural Rules) οι οποίοι βασίζονταν σε τεχνικό υπόβαθρο. Εγκρίθηκαν στις 14 Δεκεμβρίου του 2005 και τέθηκαν σε ισχύ την 1 Απριλίου του 2006. Οι κανονισμοί αυτοί διατυπώνονται μόνο για δύο τύπους πλοίων, για Double Hull Oil Tankers (CSR\_OT) και για Bulk Carriers (CSR-BC).

Με τη σύνταξη των κανονισμών αυτών υπήρχαν κάποιοι βασικοί στόχοι:

- ✓ Η δημιουργία ενός ενιαίου συνόλου κανόνων, οι οποίοι θα έχουν ισχύ σε όλες τις κοινωνικές τάξεις των IACS,
- ✓ Να πληροί τα πρότυπα του IMO (φιλοσοφικά πρότυπα),
- ✓ Να κατασκευαστούν ασφαλή, στιβαρά και κατάλληλα πλοία για τον εκάστοτε σκοπό,
- ✓ Η αξιοποίηση της εμπειρίας όλων των ταξικών κοινωνιών και
- ✓ Να εξαλειφθεί ο ανταγωνισμός μεταξύ των ταξικών κοινωνιών.

Αρχικά οι κανόνες αυτοί δημιουργήθηκαν για κάθε είδος πλοίου ξεχωριστά, όμως έπειτα οι IACS αποφάσισαν να τους εναρμονίσουν. Έτσι σήμερα υπάρχουν οι CSR για Bulk Carriers και Oil tankers (CSR BC & OT) οι οποίοι απαρτίζονται από δύο μέρη. Στο πρώτο μέρος περιέχονται κοινές απαιτήσεις ενώ στο δεύτερο επιπρόσθετες αλλά πιο εξειδικευμένες απαιτήσεις και τα δύο μέρη όμως αναφέρονται και σε Bulk Carriers και σε Double Hull Oil Tankers.

Σήμερα οι IACS απαρτίζονται από τους 12 μεγαλύτερους οργανισμούς νηογνώμωνων και καλύπτουν πάνω από το 90% της χωρητικότητας των πλοίων μεταφοράς φορτίων παγκοσμίως. Τα μέλη των IACS αναλυτικά είναι τα παρακάτω:

1. American Bureau of Shipping (ABS),
2. Bureau Veritas (BV),
3. China Classification Society (CCS),
4. Croatian Register of Shipping (CRS),

5. Det Norske Veritas (DNV) - Germanischer Lloyd (GL),
6. Indian Register of Shipping (IRS),
7. Korean Register of Shipping (KR),
8. Lloyd's Register of Shipping (LR),
9. Nippon Kaiji Kyokai (NK/ClassNK),
10. Polski Register of Shipping (PRS),
11. Registro Italiano Navale (RINA) και
12. Russian Maritime Register of Shipping.



Figure 1: Μέλη των IACS ( <https://www.maritimekr.com/2021/05/12/maritime-insight-75/?ckattempt=1> )

## 1.2. Ιστορικά Στοιχεία

Ο Edward Lloyd το 1691 ίδρυσε ένα καφενείο στο Λονδίνο, το οποίο με την πάροδο του χρόνου έγινε κέντρο συναντήσεων ανθρώπων από το χώρο της Ναυτιλίας. Το επόμενο βήμα του ήταν η έκδοση της εφημερίδας «Lloyd's News» η οποία εμπεριείχε νέα σχετικά με τη ναυτιλία, όμως λίγο καιρό μετά σταμάτησε να εκδίδεται για πολιτικούς λόγους.

Το 1712 εκδόθηκε η εφημερίδα «Lloyd's List» από τους απόγονους του Lloyd. Στις σελίδες της υπήρχαν πληροφορίες από μεγάλες θαλάσσιες διαδρομές και λιμάνια του εσωτερικού αλλά και του εξωτερικού. Έτσι έγινε σιγά – σιγά μία αξιόπιστη πηγή βασικών πληροφοριών για τους εμπόρους, τους φορτωτές, τους ασφαλιστές, τους πλοιοκτήτες και το πλήρωμα.

**Lloyd's LIST. N° 996**  
FRIDAY, June 7. 1745.

THIS List, which was formerly publish'd once a Week, will now continue to be publish'd every *Tuesday* and *Friday*, with the Addition of the *Stoccs Course of Exchange, &c.*—Subscriptions are taken in at Three Shillings per Quarter, at the Bar of *Lloyd's Coffee-House in Lombard-Street.*  
Such Gentlemen as are willing to encourage this Undertaking, shall have them carefully deliver'd according to their Directions.

L O N D O N, EXCHANGES On	Aids in the Excheq.	given for	Paid off
Amst. 34 9	21st 4 Sail. 1743	2000000	1892000
Ditto Sight 34 6	22d Ditto 1744	2000000	1090000
Rott. 34 11	Salt— 1741	1200000	163400
Antw. 35 5	Malt— 1744	750000	98804
Hamb: 33 9 a 10 2½ U			
Paris — 22½			

Figure 2: Lloyd's List ( <https://www.lloydslistintelligence.com/about-us/our-history> )

Μετά από κάποια χρόνια το καφενείο αναπτύσσεται σε κέντρο εμπορικών συμφωνιών μεταξύ ναυλωτών και πλοιοκτητών για τη μεταφορά φορτίων.

Η ίδρυση της «Register of Shipping» το 1760, ήταν το επόμενο βήμα κι έτσι έχουμε τη «γέννηση» της πρώτης εταιρείας ασφάλισων. Για να μπορούν να καθορίσουν το ύψος των ασφάλιστρων ήταν αναγκαίο να γνωρίζουν την αξιοπιστία του πλοίου. Για αυτό το λόγο, το 1826, έχουμε τη δημιουργία του πρώτου Νηογνώμονα με επωνυμία «Lloyd's Register of British and Foreign Shipping» κι ως εξέλιξη αυτού, το 1834, δημιουργήθηκε ο «Lloyd's Register of Shipping» ο οποίος υπάρχει και μέχρι σήμερα.

Το 1828 είχαμε τη δημιουργία του «Bureau Veritas» στην Αμβέρσα, ο οποίος είναι κι αυτός που έχει τα περισσότερα κοινά με τους σημερινούς Νηογνώμονες.

Το 1919 έχουμε τη δημιουργία του Ελληνικού Νηογνώμονα.

Ουσιαστικά οι Νηογνώμονες δημιουργήθηκαν από την ανάγκη των ασφαλιστών και των ναυλωτών να γνωρίζουν από κάποιο αξιόπιστη κι ανεξάρτητη πηγή την αξιοπλοΐα ενός πλοίου. Από τότε έως και σήμερα, η αξιοπιστία και η αντικειμενικότητα αποτελούν δύο βασικά στοιχεία για τη λειτουργία ενός Νηογνώμονα.

Σήμερα οι Νηογνώμονες είναι μεγάλοι οργανισμοί με παγκόσμια δραστηριότητα κι έχουν επεκταθεί και σε άλλους τομείς.

### 1.3.Εφαρμογή των CSR

Με βάση τους διάφορους οργανισμούς νηογνωμόνων, υπήρχαν δύο βασικές υποθέσεις που έπρεπε να ακολουθούν, κατά τον σχεδιασμό ενός πλοίου, ώστε να διατυπώσουν τους CSR κανόνες:

- Να είναι διπύθμενα και
- το μηχανοστάσιο να βρίσκεται προς την πρύμνη των δεξαμενών.

#### **Τεχνικές προϋποθέσεις για την ισχύ των κανονισμών**

- Απαραίτητη είναι η εφαρμογή τους σε Bulk Carriers με μήκος μεγαλύτερο των 90 (m) ενώ σε Oil tankers μεγαλύτερο των 150 (m),
- Το πλοίο πρέπει να έχει την απαιτούμενη γεωμετρική μορφολογία:  $L < 500$  (m),  $CB > 0.6$ ,  $L/B > 5$  και  $B/D < 2.5$ ,
- Η σχεδιαστική διάρκεια ζωής να είναι 25 έτη,
- Το θεωρούμενο περιβάλλον σχεδίασης να είναι η περιοχή του Βορείου Ατλαντικού,
- Η πυκνότητα σχεδίασης να είναι  $\rho = 1.025$  (t/m<sup>3</sup>),
- Δε λαμβάνονται υπόψιν οι επιδράσεις του ανέμου και των θαλάσσιων ρευμάτων,
- Δε λαμβάνονται υπόψιν οι φορτίσεις λόγω πάγου και
- Δε λαμβάνεται υπόψιν η ανάπτυξη θερμικών τάσεων.

Ενώ υπάρχουν κάποιοι τύποι πλοίων που ταξινομούνται ως Bulk Carriers, δεν είναι απαραίτητο να ακολουθούν, κατά την σχεδίασή τους, τους CSR. Αυτοί είναι οι παρακάτω:

- Ore-Bulk-Oil Carriers (OBO Carriers): πλοία για μεταφορά διαφορετικών φορτίων,
- Combination Carriers: μεταφορά ξηρού/υγρού φορτίου,
- Bulk Carriers για τη μεταφορά ξυλείας ή πανομοιότυπο φορτίο,
- Bulk Carriers τα οποία διαθέτουν εγκαταστάσεις για αυτόματη εκφόρτωση,
- Σε περίπτωση μεταφοράς φορτίου χαμηλότερης πυκνότητας, δηλαδή αν το βάρος του φορτίου δεν ξεπερνά τους 10 (tn) δεν είναι απαραίτητη η εφαρμογή των CSR.

#### 1.4. Αξιολόγηση αντοχής βάση των βυθισμάτων

Απαραίτητος είναι ο έλεγχος διαφόρων βυθισμάτων και η συμμόρφωσή τους με τους κανονισμούς, παλαιότερα με βάση τους κανονισμούς του εκάστοτε νηογνώμονα, αυτό δεν ήταν υποχρεωτικό. Σε κάθε περίπτωση, σήμερα, πρέπει να ισχύουν τα παρακάτω:

- ✚ **Scantling draft:** είναι ελάχιστα πάνω από το βύθισμα σχεδίασης. Όσο μεγαλύτερο είναι το βύθισμα, τόσο μεγαλύτερες είναι και οι υδροστατικές πιέσεις που δέχονται ο πυθμένας και τα ύφαλα του πλοίου. Ωστόσο, ο σχεδιασμός του scantling plan βασίζεται στο Scantling draft κι όχι στο βύθισμα σχεδίασης.
- ✚ Ελάχιστο **ballast draft** στο μέσον του πλοίου: η συνθήκη αυτή έχει προσφάτως ενταχθεί στους CSR κι έγινε διότι το μέσον του πλοίου σε αρκετές περιπτώσεις υποβάλλεται σε μεγαλύτερα φορτία.
- ✚ Ελάχιστο **Heavy Ballast Draft:** η συνθήκη αυτή αφορά κυρίως τα Bulk Carriers (όταν οι δεξαμενές φορτίου δεν είναι γεμάτες πλήρως) διότι απαιτείται και για την κατασκευή.
- ✚ Ελάχιστο **Forward Draft:** ακόμα μία συνθήκη η οποία υιοθετήθηκε πρόσφατα στους CSR. Αυτό έγινε διότι η περιοχή στο περίπου 25% του μήκους του πλοίου από την πλώρη υποβάλλεται σε βαριά φορτία.

#### 1.5. Σχεδιασμός καταστάσεων φόρτωσης (design load scenarios)

Οι εναρμονισμένοι κανονισμοί CSR μελετάνε τις διάφορες καταστάσεις φόρτωσης του πλοίου κι αυτό βοήθησε αρκετά στη βελτίωσή τους. Οι καταστάσεις αυτές πιο αναλυτικά είναι οι εξής:

- **Static load scenario:** Σε αυτήν την κατάσταση το πλοίο βρίσκεται στο λιμάνι ή στο αγκυροβόλι ώστε να φορτώσει όπως επίσης αφορά και το γέμισμα των αμπαριών κατά τις δοκιμές στη δεξαμενή και αυτή η κατάσταση είναι ανεξάρτητη από τον χρόνο.
- **Static and dynamic load scenario:** Σε αυτήν την κατάσταση το πλοίο φορτώνει ενώ βρίσκεται στην θάλασσα και το συνολικό φορτίο είναι συναρτήσεως του χρόνου. Οι συνολικές δυνάμεις που ασκούνται αποτελούνται από δύο είδη, τις στατικές όπου δημιουργούνται λόγω του φορτίου διότι έχω εμφάνιση υδροδυναμικών πιέσεων και τις δυναμικές όπου δημιουργούνται λόγω των κυματισμών. Οι παλαιότεροι κανονισμοί δεν συμπεριελάμβαναν αυτές τις καταστάσεις κι έτσι πλέον η ανάλυση είναι πιο ρεαλιστική.
- **Impact Loads Scenario:** Το πλοίο καθώς βρίσκεται στη θάλασσα δέχεται διαφόρων ειδών καταπονήσεις και με μεγάλη συχνότητα. Πλέον με χρήση εμπειρικών μεθόδων μπορεί να γίνει πρόβλεψη των καταστάσεων αυτών.



## Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση

- **Sloshing Loads:** η κατάσταση αυτή περιλαμβάνει την περίπτωση που έχω κίνηση του ρευστού μέσα στις δεξαμενές.
- **Fatigue Loads Scenario:** Περιλαμβάνονται διάφορες μέθοδοι για την ανάλυση της πιθανότητας να υπάρξει αστοχία στην κατασκευή λόγω κόπωσης. Βασίζεται σε έναν συνδυασμό εφαρμογής του κανόνα Palmgren-Miner's, των καμπυλών S-N και μιας μακροπρόθεσμης καμπύλης κατανομής της πίεσης για την ανάπτυξη, ενός μοντέλου του πλοίου, της κόπωσης.

Σήμερα στους εναρμονισμένους κανονισμούς CSR έχουν ενταχθεί όλα τα πιθανά σενάρια φόρτωσης για Bulk Carriers και Oil Tankers καθώς επίσης και τα επιτρεπτά όρια φόρτωσης.

### 1.6. Στατιστική μέθοδο σχεδιασμού

Παλαιότερα για την αξιολόγηση της αντοχής του πλοίου, οι κανονισμοί των νηογνωμόνων ήταν βασισμένοι στην χρήση εμπειρικών μεθόδων και τύπων σε αντίθεση με σήμερα που οι CSR έχουν ενσωματώσει στατιστικές μεθόδους. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μπορεί να προσδιοριστεί η πιθανότητα αστοχίας. Οι δύο βασικοί μέθοδοι που χρησιμοποιούνται είναι οι παρακάτω:

- ✚ Working Stress Design (WSD) ή Allowable Stress Design (ASD): Για τον προσδιορισμό του μέγιστου φορτίου, η μέθοδος αυτή, κάνει χρήση ενός συντελεστή ασφαλείας. Είναι απαραίτητος ο έλεγχος ώστε οι πιέσεις και το φορτίο να μην ξεπερνάνε σε τιμές την αντίσταση και τη δύναμη της κατασκευής.
- ✚ Partial Safety Factor (PSF) ή Load and Resistance Factored Design Method (LRFD): προηγμένος τρόπος μοντελοποίησης των φορτίων και της αντοχής της κατασκευής του πλοίου. Ουσιαστικά βασίζεται στη μέθοδο WSD, είναι μία πιο εξελιγμένη και ρεαλιστική μορφή της.

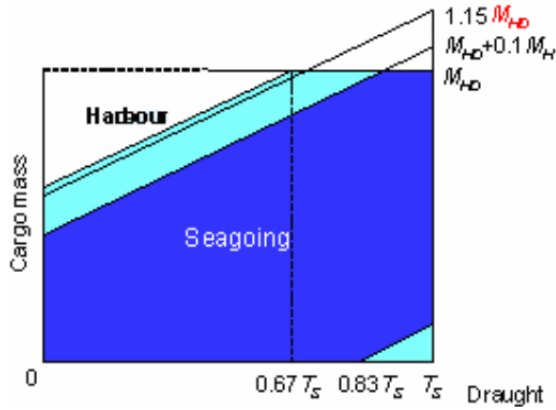
Η βασική διαφορά τους είναι ότι στη δεύτερη μέθοδο προσθέτουμε όλα τα παραγόμενα φορτία και πρέπει να μην ξεπερνάνε σε τιμή την πρόσθεση της αντοχής ή της αντίστασης του πλοίου.

### 1.7. Hold mass curves

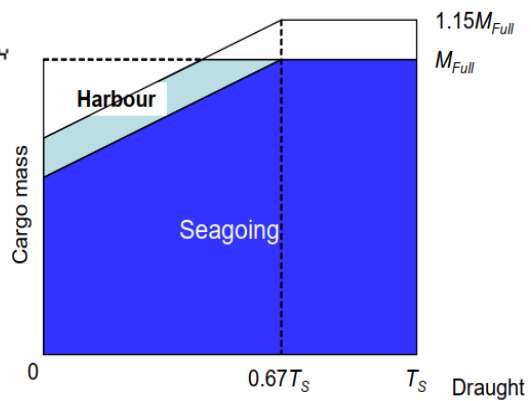
Ο κανονισμός αυτός ισχύει για πλοία άνω των 150 (m) και περιγράφει τη διαδικασία που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό:

- Της μέγιστης και της ελάχιστης ποσότητας φορτίου, σε κάθε αμπάρι, ως συνάρτηση του βυθίσματος στη μεσαία θέση του αμπαριού.
- Της μέγιστης και της ελάχιστης ποσότητας φορτίου σε οποιαδήποτε δύο παρακείμενα αμπάρια, ως συνάρτηση του μέσου βυθίσματος στη θέση αυτή.

Τα αποτελέσματα αυτά πρέπει να αναγράφονται στο εγχειρίδιο φόρτωσης.



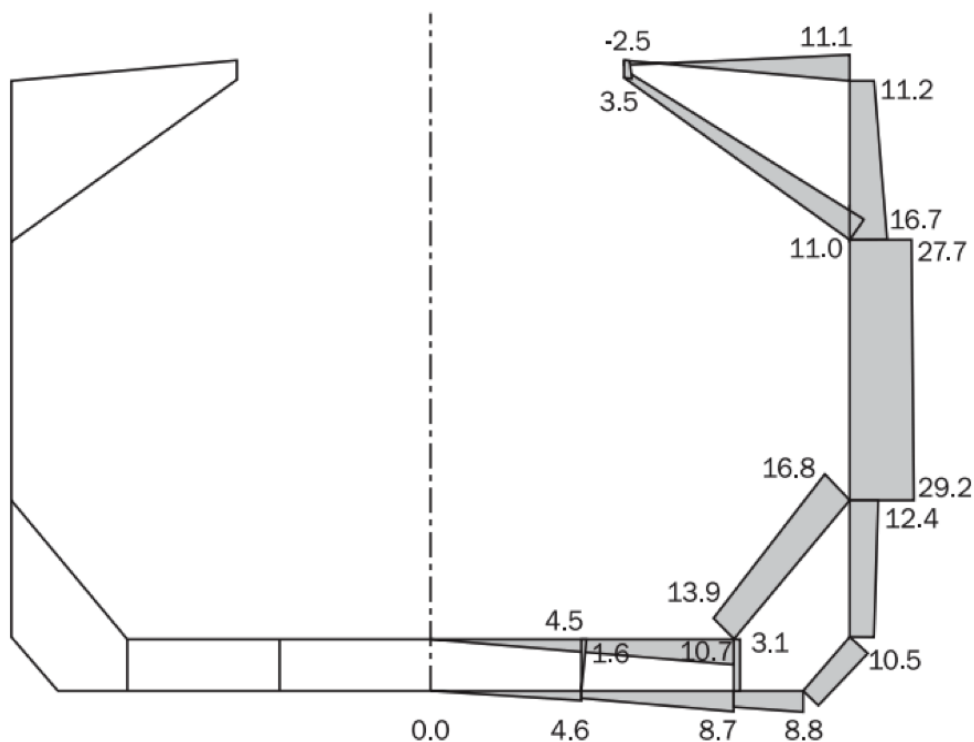
Εικόνα 2: Hold Loaded



Εικόνα 2: Empty cargo hold-max draft

### 1.8.Αντοχή γάστρας

Η αντοχή της γάστρας είναι η πιο θεμελιώδης δύναμη για το πλοίο. Οι CSR εισάγουν την έννοια του σχεδιασμού της τελικής κατάστασης, τα μέλη του κύτους επιτρέπεται να καταπονούνται σε πλαστική παραμόρφωση και η αντοχή της γάστρας πρέπει να αξιολογείται κάτω από ακραίες συνθήκες κυματισμών. Η αντοχή της γάστρας αναλύεται με βάση τη μέγιστη χωρητικότητα, το μέγιστο επιτρεπόμενο φορτίο και την τελική ικανότητα φόρτωσης. Άλλον ένα νέο χαρακτηριστικό στους κανονισμούς είναι η δυνατότητα εκτίμησης της αντοχής της γάστρας σε περίπτωση ζημιάς σε οποιοδήποτε τμήμα. Έτσι η δύναμη που θα ασκηθεί σε περίπτωση βλάβης δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από τη δύναμη-αντοχή της γάστρας.



Εικόνα 3: Stress Flow Diagram for Midship (<https://www.marineinsight.com/naval-architecture/9-new-aspects-of-iacs-harmonised-common-structural-rules-csr-for-ships/>)

### 1.9.Υπολογισμός ροής διάτμησης

Όταν η δοκός του κύτους υπόκειται σε διαμήκη ροπή κάμψης έχουμε και δημιουργία τάσεων σε κάθε τμήμα της γάστρας. Η διαμήκης ροπή κάμψης αποτελεί παράμετρο για το scantling<sup>1</sup> των διαμήκων κατασκευαστικών μελών, ενώ οι τάσεις για τα ενισχυτικά σε κάθε ενότητα.

Σε προηγούμενους κανονισμούς, ενώ μπορούσε να γίνει η αξιολόγηση των τάσεων, δε λάμβαναν υπόψιν την κατεύθυνση της ροής διάτμησης. Σήμερα γίνεται υπολογισμός σε κάθε κατασκευαστικό μέλος ξεχωριστά κι έτσι έχουμε τη δημιουργία διαγράμματος ροής καθαρής διάτμησης.

---

<sup>1</sup> Το Scantling είναι μια μέτρηση καθορισμένων μεγεθών, διαστάσεων ή διατομών.

## 2. Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

### 2.1. Εισαγωγή

Με βάση τη μητρική ανάλυση διατυπώθηκε για πρώτη φορά η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ), ενώ η πρώτη χρήση της μεθόδου έγινε από τον Αρχιμήδη ώστε να υπολογίσει το «π» με ακρίβεια 30 δεκαδικών ψηφίων. Το πρώτο βιβλίο εκδόθηκε το 1967 από τον Zienkiewicz. Ενώ το 1970 είχαμε τη δημιουργία των πρώτων λογισμικών (ABAQUS, NASTRAN, ANSYS), το 1990 η μέθοδος διαδόθηκε λόγω της ραγδαίας ανάπτυξης των τεχνολογικών συστημάτων.

Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων δίνει λύσεις σε προβλήματα όχι μόνο ελαστικού πεδίου (θεωρία μικρών μετατοπίσεων) αλλά και σε μη γραμμικά προβλήματα. Πιο γενικά εφαρμόζεται σε προβλήματα που επιδέχονται μεταβολική διατύπωση στη μηχανική των συνεχών μέσων. Για την προσομοίωση των συνεχών μέσων γίνεται χρήση δισδιάστατων και τρισδιάστατων μεγεθών.

Για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων μπορεί να γίνει χρήση της μεθόδου στις παρακάτω επιστημονικές περιοχές:

- Αντοχή των κατασκευών,
- Ρευστομηχανική,
- Θερμοδυναμική,
- Δυναμική και
- Ταλαντώσεις / Ιδιοσυχνότητες.

Υπάρχουν τρεις κατηγορίες εξισώσεων όπου με την χρήση τους μπορούν να επιλυθούν προβλήματα μηχανικής, αυτές είναι:

- Εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων και ροπών,
- Καταστατικές εξισώσεις (συμπεριφορά των υλικών) και
- Συμβιβαστό των παραμορφώσεων (μετατοπίσεων και περιστροφών).

Υπό πραγματικές συνθήκες, για την επίλυση προβλημάτων κάνουμε χρήση αριθμητικών μεθόδων, πιο συνηθισμένες είναι:

- Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών,
- Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων,
- Η μέθοδος των συνοριακών εξισώσεων και
- Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων.

### 2.2. Πεπερασμένα στοιχεία και κανονισμοί νηογνωμόνων

Παλαιότερα γινόταν χρήση των ΠΣ σε ειδικές περιπτώσεις, ενώ περιείχαν λίγες οδηγίες για τη μοντελοποίηση της γάστρας. Με την ανάπτυξη των CSR κανονισμών έγινε υποχρεωτική η χρήση της μεθόδου των ΠΣ για τον σχεδιασμό Oil Tankers και Bulk Carriers μήκους μεγαλύτερου των 150(m). Πλέον υπάρχουν λεπτομερείς οδηγίες

για τον σχεδιασμό κάθε τμήματος της γάστρας. Οι μεγαλύτεροι νηογνώμονες έχουν δημιουργήσει δικά τους λογισμικά ώστε να είναι σύμφωνοι με τους εναρμονισμένους κανονισμούς.

Η χρήση των ΠΣ στους CSR γίνεται σε τρία επίπεδα:

- Μοντελοποίηση τριών αμπαριών,
- Στις περιοχές όπου δημιουργούνται υψηλές τάσεις, λεπτομερής ανάλυση και
- Σε κατασκευαστικές λεπτομέρειες για την πρόγνωση της κόπωσης που επιβάλλονται από τους κανονισμούς, πολύ λεπτομερής ανάλυση.

Για τον έλεγχο σε διαρροή, λυγισμό και κόπωση της μεταλλικής κατασκευής γίνεται χρήση των ΠΣ.

### 2.3. Βασικές αρχές της ΜΠΣ

Με τη μέθοδο των ΠΣ μας δίνεται η δυνατότητα να προσομοιάσουμε την πραγματική μας κατασκευή με στοιχεία τα οποία συνδέονται με τα γειτονικά τους με έναν πεπερασμένο αριθμό κόμβων (nodes). Στους κόμβους αυτούς ασκούνται οι δυνάμεις και οι ροπές όπου υπολογίζονται και οι αντίστοιχες μετατοπίσεις. Οι νόμοι που αναφέραμε παραπάνω εφαρμόζονται σε αυτό το σημείο και μοντελοποιούμε τη μηχανική συμπεριφορά κάθε στοιχείου με βάση τις εξισώσεις της μηχανικής των στερεών σωμάτων. Έπειτα εκφράζουμε τις μετατοπίσεις των κόμβων συναρτήσει των φορτίσεων που τους ασκούνται. Η κατασκευή γραμμικού συστήματος  $[n \times n]$  γίνεται με την εφαρμογή της μεθόδου της μητρικής ανάλυσης και είναι της μορφής:

$[K] * \{U\} = \{F\}$ , όπου:

n: ο συνολικός αριθμός βαθμών ελευθερίας (DOF),

K: το «γνωστό» μητρώο ακαμψίας,

U: το «άγνωστο» διάνυσμα των μετατοπίσεων και

F: το «γνωστό» διάνυσμα των δυνάμεων

Με την επίλυση του συστήματος έχουμε προσδιορίσει τις μετατοπίσεις στην ακόλουθη μορφή:

$$\{U\} = [K]^{-1} * \{F\}$$

Τέλος με τη βοήθεια των μετατοπίσεων μπορούμε να υπολογίσουμε και τις παραμορφώσεις αλλά και τις τάσεις.

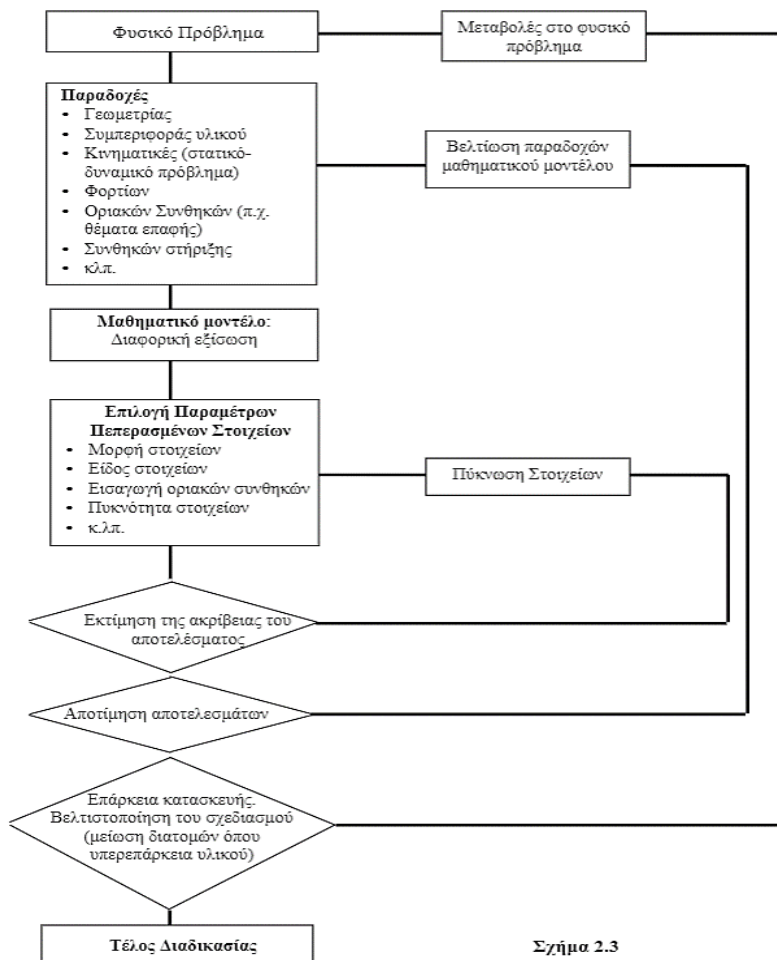
### 2.4. Το φυσικό πρόβλημα

Στο φυσικό μας πρόβλημα έχουμε μία συνεχή κατασκευή, για αυτό απαιτείται ο τεχνητός διαχωρισμός σε στοιχεία (πεπερασμένα στοιχεία), τα οποία είναι συνήθως τετράπλευρα ή τριγωνικά και στα άκρα υπάρχουν οι κόμβοι. Στους κόμβους υπολογίζεται η πεδιακή μεταβλητή.

Το πρώτο βήμα που πρέπει να γίνει είναι η κατασκευή του μαθηματικού μοντέλου, δηλαδή να δημιουργηθεί η γεωμετρία του σώματος. Η επιφάνεια αυτή προσεγγίζεται από ένα πολυώνυμο, επομένως δεν είναι ακριβής η διαδικασία αυτή. Βέβαια θα πρέπει να είναι αποτελεσματικό κι αξιόπιστο. Είναι λογικό αρχικά το μοντέλο μας να μην είναι πολύ σύνθετο διότι δε γίνεται να ελέγξουμε τα αποτελέσματα. Επομένως ξεκινάμε με ένα πιο απλό μοντέλο κι έπειτα προχωράμε στο πιο σύνθετο. Αν τα αποτελέσματα δεν είναι αποδεκτά, τότε προχωράμε σε πύκνωση των στοιχείων.

Αυτό που θα πρέπει να προσέξουμε αρκετά κατά τη δημιουργία του μοντέλου είναι να γνωρίζουμε ποιες τεχνικές θα χρησιμοποιήσουμε, τι είδους στοιχεία κ.τ.λ. διότι εξαρτώνται τα αποτελέσματα από αυτά τα στοιχεία.

### Διαδικασία Επίλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων



Σχήμα 2.3

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί κάποιες φορές ώστε να δοθεί επαρκή λύση στο πρόβλημα.

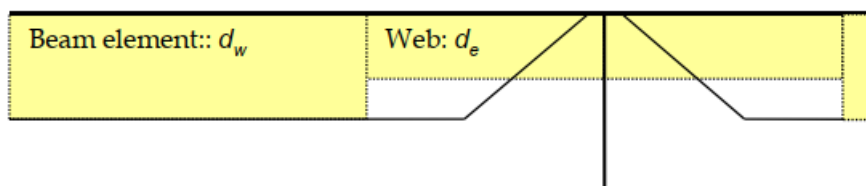
Πρέπει επίσης να γίνει έλεγχος των τάσεων ώστε να μην ξεπεράσουμε τις ανώτερες τιμές που μπορούν να αντέξουν τα ελάσματα.

### 2.5.Modeling

Για την ανάπτυξη ενός πλήρους μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων πρέπει αρχικά να γίνει η εισαγωγή της γεωμετρίας, έπειτα να γίνει δημιουργία του πλέγματος και τέλος να γίνει η επιβολή των στηρίξεων και φόρτισης.

Για την χρήση των ΠΣ στην σχεδίαση υπάρχουν κάποιες προϋποθέσεις που πρέπει να ισχύουν. Αυτές είναι οι παρακάτω:

- ✓ Έκταση μοντέλου:
  - Κατά το διάμηκες: τρία αμπάρια μήκος
  - Εγκάρσια: κι από τις δύο πλευρές του πλοίου
  - Κατακόρυφα: Όλο το βύθισμα του πλοίου
- ✓ Πλέγμα:
  - Να ακολουθεί το σύστημα των ενισχυτικών
- ✓ Ελάσματα:
  - Να διαμορφωθούν με στοιχεία του κελύφους
- ✓ Έκκεντρο πλάτος:
  - Τα μοντέλα των ενισχυτικών σχεδιάζονται με στοιχεία δέσμης λαμβάνοντας υπόψιν την εκκεντρότητά τους σχετικά με τον ουδέτερο άξονα
- ✓ Ανοίγματα: Όμοιο μοντέλο με το CSR-OT
- ✓ Πρόσοψη ελάσματος PSM: Διατομή για το καμπύλο τμήμα από CSR-OT
- ✓ Αποκομμένο ενισχυτικό: Μοντέλο με μειωμένη διατομή



Εικόνα 4: Αποκομμένο ενισχυτικό

Επίσης κατά τη δημιουργία του μοντέλου έχουμε κάποιους περιορισμούς και στην έκτασή του. Αυτοί είναι οι παρακάτω:

- ✓ Δημιουργία διαφορετικών μοντέλων ώστε κάθε αμπάρι του πλοίου να είναι και το κεντρικό αμπάρι,
- ✓ Δημιουργία μοντέλων όπου το πρωραίο αμπάρι εκτείνεται στο χώρο της πρωραίας δεξαμενής και το πρυμναίο στο χώρο του μηχανοστασίου,
- ✓ Έκταση μοντέλου, κατακόρυφα, μέχρι το κύριο κατάστρωμα.

### 2.5.1. Γεωμετρία

Η εισαγωγή της γεωμετρίας είναι από τα πρώτα βήματα που πρέπει να γίνονται, είναι η αρχή όλης της μεθόδου. Μπορεί να απεικονίζεται:

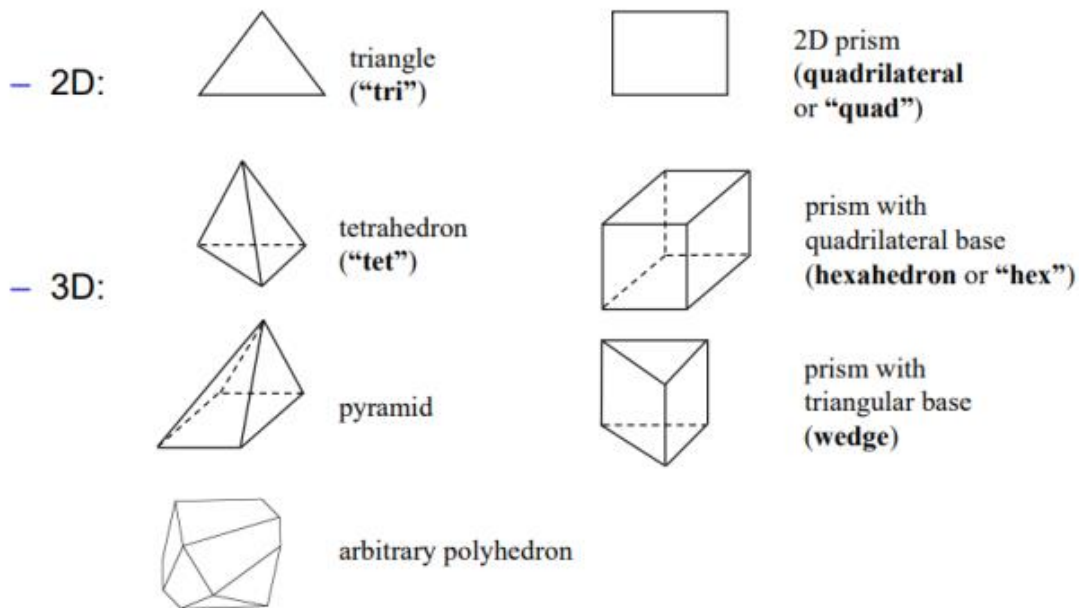
- Ως όγκοι (Volumes) 3D,
- Ως επιφάνειες (Surfaces) 2D είτε
- Ως καμπύλες (Curves) 1D.

Η δημιουργία της γεωμετρίας μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

- Top-Down: ουσιαστικά η προσέγγιση γίνεται από το γενικό στο ειδικό. Οι τομές κατασκευάζονται από λογικές εργασίες σε θεμελιώδη σχήματα (κύλινδροι, παραλληλεπίπεδα και σφαίρες)
- Bottom-Up: Για τη δημιουργία όγκων, έχουμε πρώτα τη δημιουργία επιφανειών από σημεία και γραμμές.

Με βάση τον τύπο του προβλήματος αλλά και τις δυνατότητες του επιλύτη γίνεται η επιλογή των διαθέσιμων σχημάτων στοιχείων.

#### Συνήθη Σχήματα Στοιχείων



### 2.5.2. Ανάλυση πλέγματος

Η δημιουργία του πλέγματος συνδέεται άμεσα με την κατανομή των κόμβων διότι όταν αποδίδονται κόμβοι σε ένα πλέγμα τότε αυτό μετατρέπεται σε πεπερασμένο στοιχείο. Όλα τα συστήματα πλέον δίνουν τη δυνατότητα αυτόματης δημιουργίας του πλέγματος. Η προσέγγιση των συστημάτων για στερεή γεωμετρία είναι η δημιουργία πλέγματος τετραεδρικών στοιχείων, ενώ για επιφάνεια σε τρισδιάστατο χώρο τετραπλευρικά ή τριγωνικά στοιχεία.



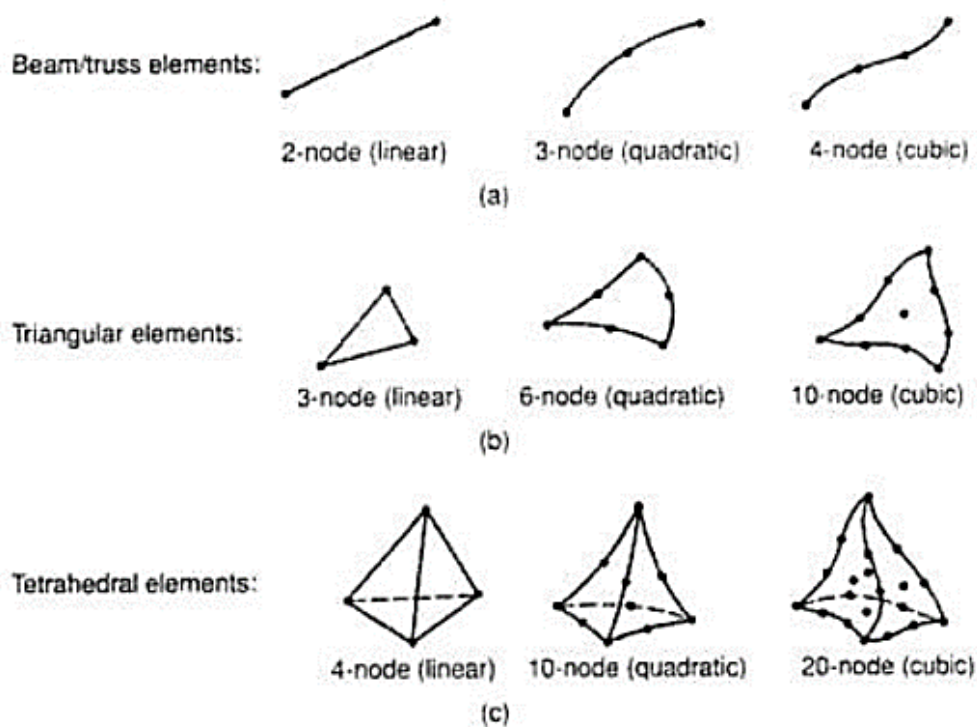
Η πυκνότητα που πρέπει να διαθέτει το πλέγμα σε κάθε μοντέλο, επηρεάζει και κάποιους παράγοντες, αυτοί είναι:

- Το ποσοστό κάλυψης,
- Την ακρίβεια της λύσης και
- Τον χρόνο που απαιτείται για τη λύση του προβλήματος (CPU).

Σε κάποιες περιοχές του μοντέλου απαιτείται μεγαλύτερη πυκνότητα στο πλέγμα, αυτές είναι:

- Όπου έχουμε έντονες αλλαγές στη γεωμετρία αλλά και καμψιότητα,
- Όπου έχουμε συγκέντρωση τάσεων,
- Όπου περιμένουμε έντονες μεταβολές στις εσωτερικές δυνάμεις

### Τυπικά Προβλήματα Πεπερασμένων Στοιχείων



Εικόνα 5: α.Μονοδιάστατα, β.Δισδιάστατα, γ.Τρισδιάστατα

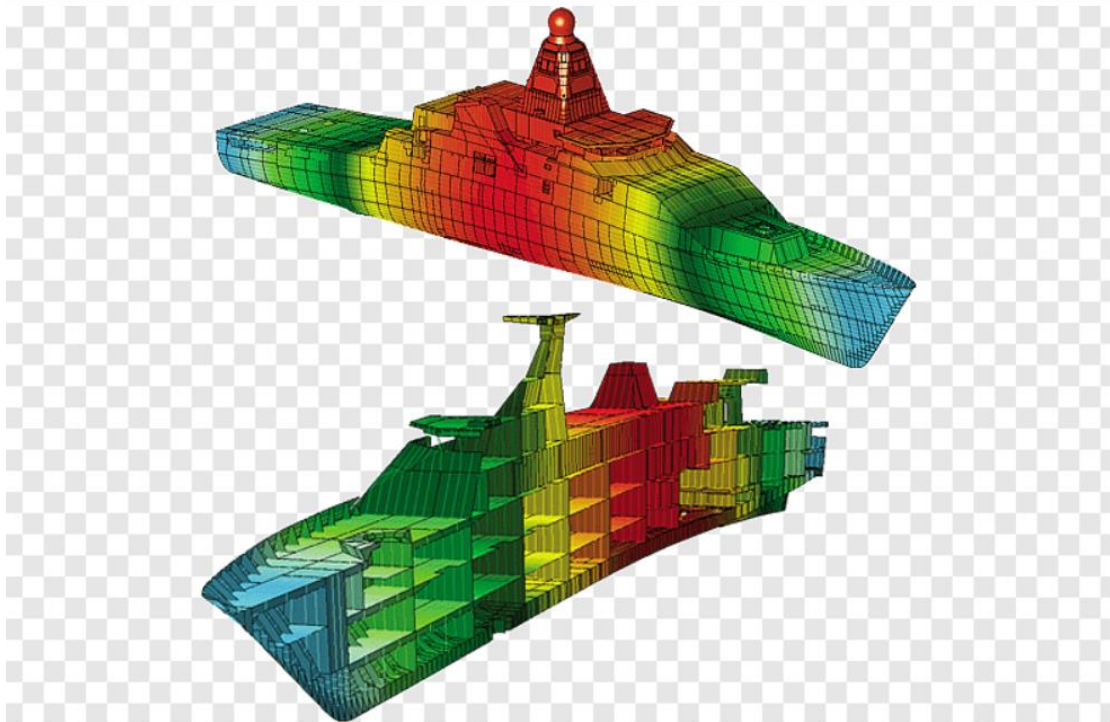


Figure 3:FEA ( <https://www.pnggg.com/en/png-vzbth> )

Συγκεκριμένα εδώ βλέπουμε τις αναπτυσσόμενες μετατοπίσεις, παρατηρούμε ότι στο κέντρο του σκάφους έχουμε τις μέγιστες τιμές.

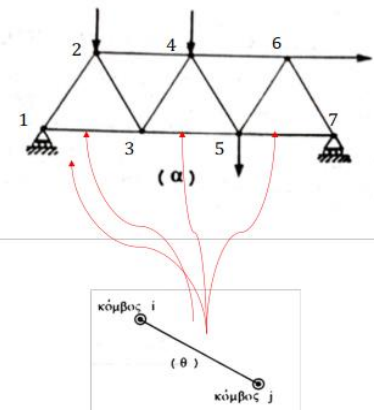
## 2.6.Βασικά στάδια της μεθόδου

1. Διακριτοποίηση της κατασκευής: υποδιαίρεση της κατασκευής σε πεπερασμένο αριθμό στοιχείων, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με συνοριακούς κόμβους, οι οποίοι έχουν συγκεκριμένους Βαθμούς Ελευθερίας (BE). Τα στοιχεία δεν είναι απαραίτητο να είναι όμοια.

Διακριτοποίηση: Αποτελεί μία διακριτή αναπαράσταση της γεωμετρίας και μέσω αυτής ορίζονται τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του προβλήματος. Επίσης είναι χρήσιμη για την εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών διότι ομαδοποιεί τα στοιχεία σε ζώνες.

2. Επιλογή συναρτήσεων παρεμβολής: μέσω κατάλληλων συναρτήσεων καθορίζονται οι άγνωστε μετατοπίσεις που αντιστοιχούν στους BE της κατασκευής. Οι συναρτήσεις μπορεί να είναι γραμμικές ή ανώτερης τάξης.

Συναρτήσεις σχήματος-παρεμβολής (shape function): Η μορφή τους είναι προεπιλεγμένη και συνήθως είναι πολυώνυμα των ανεξάρτητων πεδιακών μεταβλητών και θέτουν συγκεκριμένες συνθήκες στους κόμβους. Ουσιαστικά



Εικόνα 6: Διακριτοποίηση συνεχούς μέσου

περιγράφουν την κατανομή της πεδιακής μεταβλητής σε κάθε εσωτερικό σημείο του στοιχείου.

Με βάση τον τύπο των στοιχείων γίνεται κι η επιλογή της τάξης του πολυωνύμου. Για κάποιο στοιχείο (μονοδιάστατο) το οποίο διαθέτει δύο κόμβους κι ο καθένας έχει ένα βαθμό ελευθερίας, τότε η συνάρτηση μετατόπισης είναι:  $u = a_0 + a_1x$ . Αν όμως ο κάθε κόμβος διαθέτει δύο βαθμούς ελευθερίας, τότε η συνάρτηση θα πρέπει να είναι της μορφής:  $u = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ .

3. *Σχηματισμός μητρώων ακαμψίας κάθε στοιχείου:* με χρήση ενεργειακών θεωρημάτων (συνήθως Αρχή των Δυνατών Έργων) γίνεται η κατασκευή του μητρώου ακαμψίας στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων του κάθε μέλους.

Αρχή των Δυνατών Έργων (ΑΔΕ): γίνεται χρήση της μεθόδου για τον υπολογισμό της μετακίνησης οποιουδήποτε σημείου του φορέα, σε οποιαδήποτε διεύθυνση και για τυχαία φόρτιση.

4. *Σχηματισμός του ολικού μητρώου ακαμψίας και κατασκευή διάνυσματος φορτίσεων:* από το τοπικό στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων βάση των κατάλληλα μετασχηματισμένων μητρώων ακαμψίας, φτάνουμε στον σχηματισμό του μητρώου ακαμψίας της κατασκευής στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Το συνολικό μητρώο ακαμψίας είναι συμμετρικό και με ενισχυμένη τη διαγώνιο. Τα φορτία που ασκούνται σε κάθε στοιχείο ανάγονται σε κομβικές φορτίσεις και τοποθετούνται με κατάλληλη σειρά στο διάνυσμα φορτίσεων.
5. *Χρήση των οριακών συνθηκών:* γίνεται ενσωμάτωση των οριακών συνθηκών στο συνολικό μητρώο ακαμψίας αλλά και στο διάνυσμα φορτίσεων.
6. *Επίλυση του γραμμικού συστήματος εξισώσεων:* αυτό γίνεται με την αντιστροφή του μητρώου ακαμψίας. Αν δε γίνει χρήση των οριακών συνθηκών τότε το μητρώο είναι ιδιόμορφο και δεν μπορεί να αντιστραφεί. Έτσι προσδιορίζονται οι άγνωστες μετατοπίσεις των κόμβων.
7. *Υπολογισμός τάσεων – παραμορφώσεων:* με βάση τις κομβικές μετατοπίσεις μπορεί να γίνει ο υπολογισμός των συνιστωσών των τάσεων και των παραμορφώσεων στο κάθε μέλος.

### 2.7.SolidWorks

Το πρόγραμμα SolidWorks αναπτύχθηκε από τον Jon Hirschtick, απόφοιτο του MIT, ενώ το 1997 αγοράστηκε από την Dassault Systems. Πλέον είναι ευρέως γνωστό και χρησιμοποιείται για δισδιάστατη (2D) αλλά και τρισδιάστατη (3D) σχεδίαση. Κάποια από τα αντικείμενα που μπορείς να χρησιμοποιήσεις στο πρόγραμμα είναι:

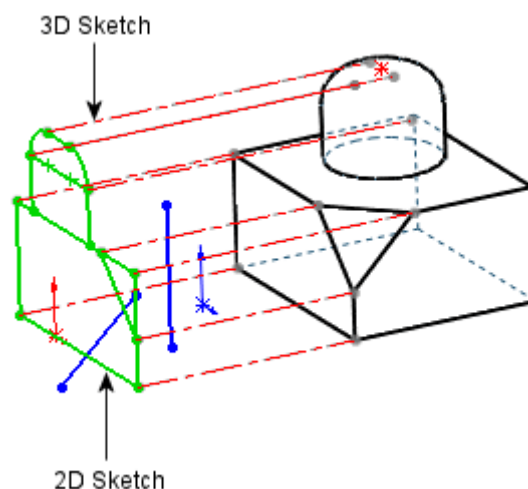
- **CircuitWork:** ηλεκτρονικός μεταφραστής που δίνει τη δυνατότητα στους μηχανικούς να δημιουργήσουν τρισδιάστατα μοντέλα κυκλωμάτων.

- CAM: Ταυτόχρονα με τη διαδικασία σχεδίασης, σου δίνει τη δυνατότητα να εκτελέσεις και τις εργασίες κατασκευής που έπρεπε να γίνουν μετά την ολοκλήρωση του σχεδίου.
- Electrical 3D: Τοποθέτηση ηλεκτρικών εξαρτημάτων σε 3D μοντέλο και αυτόματη σύνδεση ηλεκτρικών στοιχείων. Τα 2D και 3D σχέδια συγχρονίζονται κι οποιαδήποτε αλλαγή ενημερώνεται αυτόματα.
- Simulation: Γίνεται χρήση των Πεπερασμένων Στοιχείων. Ουσιαστικά γίνεται αναπαράσταση της φυσικής συμπεριφοράς ενός αντικειμένου, δοκιμάζοντας μοντέλα CAD.
- Visualize: αξιοποίηση των δεδομένων 3D CAD για τη δημιουργία κινουμένων σχεδίων από φωτογραφίες.

Για την παρούσα διπλωματική εργασία, θα γίνει χρήση του προγράμματος, καθώς θα χρειαστεί να σχεδιάσουμε τα ελάσματα σε δισδιάστατη αλλά και σε τρισδιάστατη μορφή. Ενώ στη συνέχεια θα τους ασκήσουμε μία δεδομένη πίεση ώστε να πάρουμε τα αποτελέσματα κυρίως των τάσεων και του βέλους κάμψης.

### Διαφορές μεταξύ 2D και 3D σχεδίασης στο SolidWorks

- 2D σχεδιασμός: Στη δισδιάστατη σχεδίαση, όλες οι γεωμετρίες περιλαμβάνονται στο πλαίσιο που επιλέγεις από την αρχή, ενώ οι κύλινδροι και οι γεωμετρίες που δημιουργούνται από την εντολή fillet εμφανίζονται ως γραμμές και τόξα, υπό κάποιες γωνίες.
- 3D σχεδιασμός: Στην τρισδιάστατη σχεδίαση, ενώ ξεκινάς το σχέδιό σου σε ένα επίπεδο, μπορείς να συνεχίσεις σε ένα άλλο χωρίς κάποιο πρόβλημα. Ο μόνος περιορισμός είναι να ορίσεις όλες τις γραμμές σου στο τέλος, ώστε να μπορέσεις να συνεχίσεις χωρίς προβλήματα το σκίτσο.



Σχήμα 1: Διαφορές μεταξύ 2D και 3D σχεδιασμού

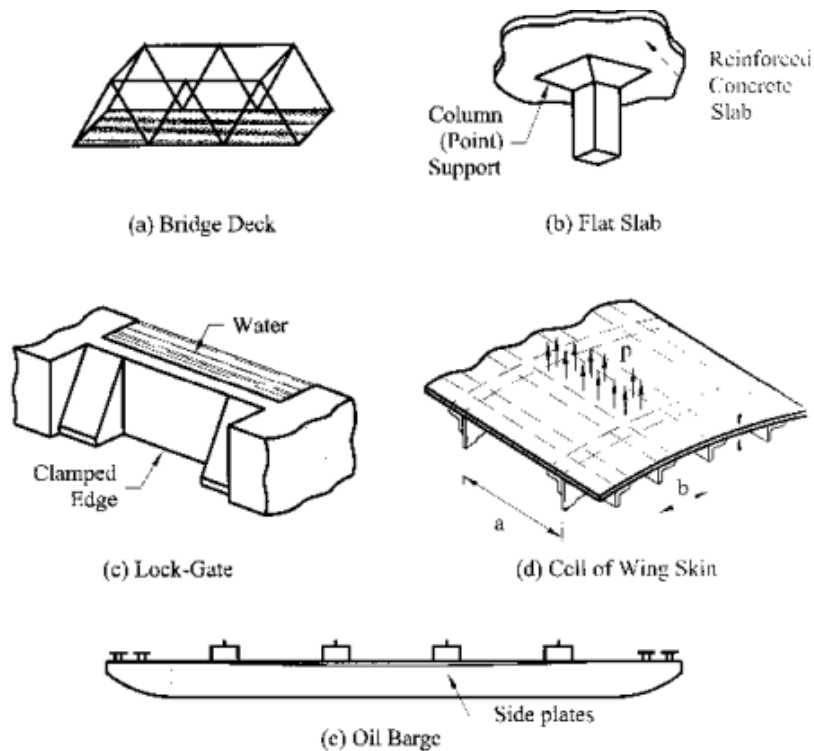
([http://help.solidworks.com/2018/english/SolidWorks/sldworks/c\\_differences\\_between\\_2d\\_and\\_3d\\_sketching.htm](http://help.solidworks.com/2018/english/SolidWorks/sldworks/c_differences_between_2d_and_3d_sketching.htm))

### 3.Κάμψη

#### 3.1.Εισαγωγή

Όταν σε ένα μακρόστενο σώμα ασκηθούν κάθετες δυνάμεις ή ροπές κι αυτό του προκαλεί θλίψη από τη μία πλευρά κι εφελκυσμό από την άλλη, τότε αυτό είναι αποτέλεσμα του φαινομένου της κάμψης. Στο σώμα μπορεί να προκληθεί μόνιμη παραμόρφωση ή ακόμα και θραύση.

Η πλάκα ως επίπεδο σώμα, αναπτύσσει δυνάμεις διάτμησης, ροπές κάμψης ώστε να μπορέσει να αντισταθεί στα φορτία που της ασκούνται. Οι λεπτές πλάκες συνδυάζουν μικρό βάρος, καλή απόδοση στη μεταφορά φορτίων, οικονομία κ.τ.λ. Για αυτό το λόγο οι λεπτές πλάκες χρησιμοποιούνται σε όλους τους τομείς της μηχανικής.



Εικόνα 7: thin plates-engineering structures

#### 3.2. Κριτήριο απόδοσης Von Mises

Η θεωρία του Von Mises βασίζεται στο γεγονός ότι κάθε σώμα έχει τη δυνατότητα να αποθηκεύει ορισμένη ενέργεια παραμόρφωσης. Αν ξεπεράσουμε την τιμή αυτή, τότε θα έχουμε μεταβολή του γεωμετρικού σχήματος του σώματος με πλαστική παραμόρφωση. Ένα υλικό δηλαδή λέμε ότι υποχωρεί και παραμορφώνεται, όταν η τάση Von Mises φτάσει σε μία δεδομένη τιμή για κάθε υλικό, γνωστή ως αντοχή διαρροής ( $\sigma_y$ ).

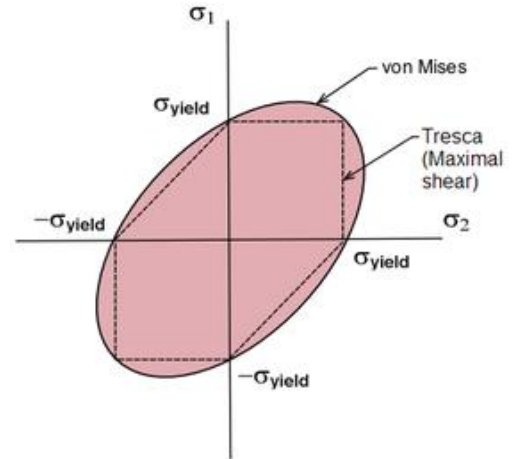
Επομένως το κριτήριο απόδοσης Von Mises, χρησιμοποιείται κυρίως για όλκιμα υλικά, δηλώνει ότι το υλικό θα αποδώσει αν η πίεση Von Mises ενός υλικού υπό

κάποιο φορτίο είναι ίση ή μεγαλύτερη από το όριο απόδοσης (διαρροής) του ίδιου του υλικού.

$$\sigma_{VM} \geq \sigma_y$$

Όπου:  $\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2}$ , τάση Von Mises στη δισδιάστατη κατάσταση.

Το κριτήριο Von Mises είναι πιο ελαστικό από το κριτήριο Tresca και ισχύει το σχήμα 1. Το  $\sigma_y$  εξαρτάται από το υλικό που έχω ενώ τα  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$  από την κατασκευή μου.



Σχήμα 2:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Von\\_Mises\\_yield\\_criterion](https://en.wikipedia.org/wiki/Von_Mises_yield_criterion)

### Ελαστικό όριο

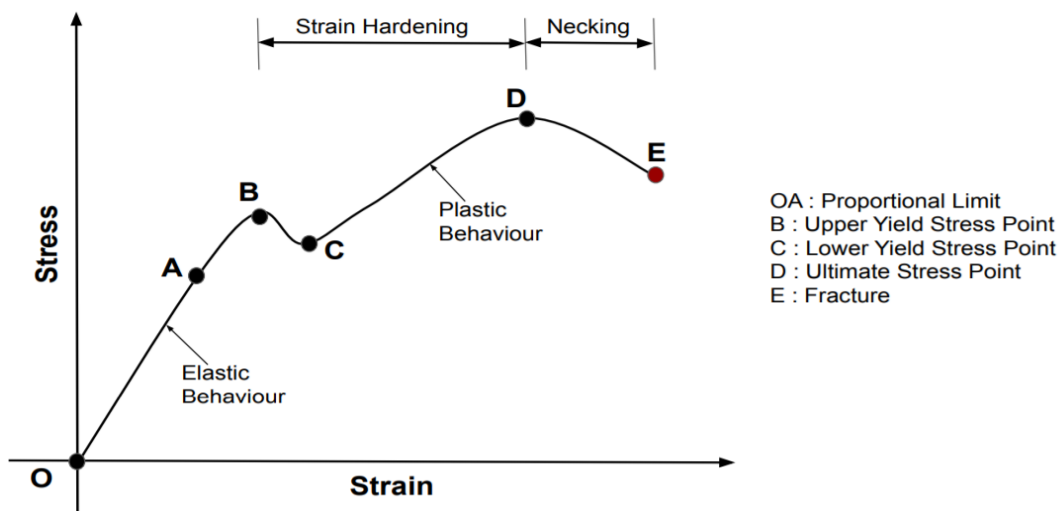
Καθορίζει την περιοχή όπου η ενέργεια ενός υλικού, κατά τη διαδικασία πίεσης και καταπόνησης, δεν χάνεται. Δηλαδή δεν έχω μόνιμη παραμόρφωσή του. Πάνω από το όριο αυτό, οι παραμορφώσεις του υλικού δεν είναι ελαστικές αλλά πλαστικές κι έτσι έχω ένα μέρος της παραμόρφωσης το οποίο είναι μη αναστρέψιμο. Η τιμή του ορίου αυτού ονομάζεται όριο διαρροής ( $\sigma_y$ ).

### Άνω και Κάτω όριο διαρροής (B,C)

Όταν το υλικό μας βρίσκεται σε πλαστικό εύρος και φτάνει σε κρίσιμο σημείο, το οποίο ονομάζεται ανώτερο όριο διαρροής, θα έχουμε απότομη μείωση μέχρι το κατώτερο όριο διαρροής. Στο σημείο αυτό έχουμε παραμόρφωση από συνεχή πίεση μέχρι το υλικό να αρχίσει να αντιστέκεται.

### Σημείο Αστοχίας (D)

Στο σημείο αυτό παρατηρείται σημαντική μείωση της διατομής κι έτσι αναμένεται και η θραύση του.



Σχήμα 3: Stress-Strain Curve ( <https://www.smlase.com/entries/mechanical-design-basics/stress-strain-curve-diagram/> )

### 3.3. Κάμψη ελασμάτων χωρίς ενισχυτικά

#### Κατηγοριοποίηση ελασμάτων

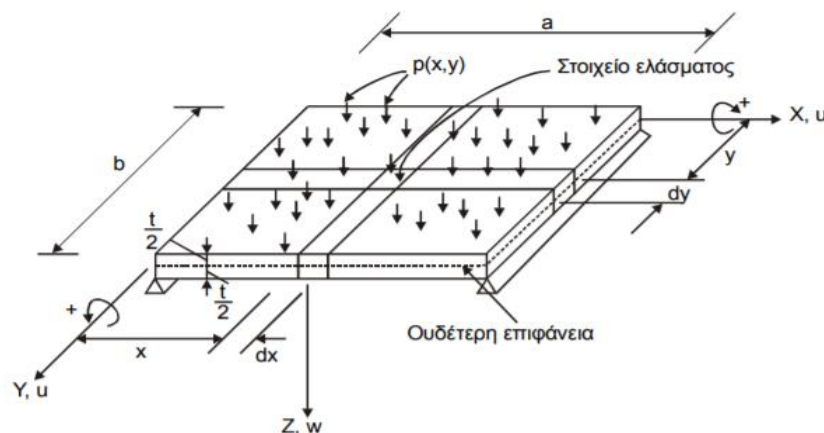
Οι ιδιότητες μιας πλάκας, σε κάμψη, εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από το πάχος της σε σύγκριση με άλλες διαστάσεις. Έτσι έχουμε την παρακάτω κατηγοριοποίηση των ελασμάτων με βάση την αναλογία  $a=h$ :

- $a/h < 8 \sim 10$ , η αναλογία αυτή αναφέρεται σε παχιά ελάσματα
- $a/h > 80 \sim 100$ , αναφέρεται σε μεμβράνες
- $8 \sim 10 < a/h < 80 \sim 100$ , αναφέρεται σε λεπτά ελάσματα όμως σε αυτήν την κατηγορία τα ελάσματα, εξαρτώνται και από μία άλλη αναλογία, αυτή είναι:
  - $w/h < 0,20$  (δύσκαμπτα ελάσματα)
  - $w/h > 0,2$  (εύκαμπτα ελάσματα)

Όπου,  $a$ : πλάτος-μήκος,  $h$ : πάχος και  $w$ : βέλος κάμψης

Η θεωρία μικρών μετατοπίσεων βρίσκει εφαρμογή για ελάσματα με  $b/2 >$  μετατοπίσεων και αναπτύχθηκε από τους Love και Kirchhoff. Η θεωρία αυτή βασίζεται στις παρακάτω παραδοχές:

- Το υλικό να είναι ελαστικό, ομοιογενές και ιστροπικό,
- Το έλασμα να έχει μηδενικές αρχικές μετατοπίσεις,
- Το πάχος να είναι μικρότερο σε σχέση με τις άλλες διαστάσεις,
- Οι παραμορφώσεις να είναι τέτοιες, ώστε οι ευθείες που είναι αρχικά κάθετες στο ουδέτερο επίπεδο να παραμένουν κάθετες μετά την κάμψη (αμελώ τις μετατοπίσεις λόγω διάτμησης),
- Οι τάσεις κάθετα στην ουδέτερη επιφάνεια να είναι αμελητέες και μπορούν να παραμεληθούν στις σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων και
- Η μετατόπιση του ελασματος να αφορά μετατοπίσεις σημείων στο μέσο επίπεδο κάθετα στο αρχικό.



Εικόνα 8: Ορθογώνιο έλασμα υπό καμπτική φόρτιση

<http://users.ntua.gr/caridis/methodoi/keimena/chap%2004/Chapter%2004.pdf>

Η γενική διαφορική εξίσωση για την κάμψη των ελασμάτων παρήχθη από τον Lagrange το 1811 και είναι η παρακάτω:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{P}{D}$$

Το πρόβλημα αυτό απασχόλησε μεγάλα ονόματα στην ιστορία, μερικά από αυτά είναι:

- Euler,
- Bernoulli,
- Poisson,
- Kelvin,
- Kirchhoff,
- Lagrange.

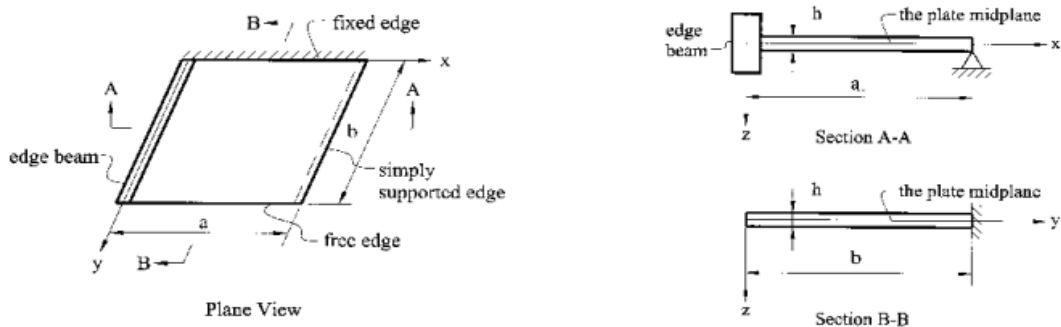
Οι λύσεις που χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο σήμερα είναι των Navier και Levy.

### 3.3.1. Οριακές Συνθήκες

Είναι συνθήκες οι οποίες δίνονται στις επιφάνειες-πλευρές ενός ελάσματος-πλάκας. Για να μπορέσουμε να προχωρήσουμε στην επίλυση της διαφορικής εξίσωσης κι άρα του προβλήματος, θα πρέπει να τις ορίσουμε. Σε ένα έλασμα είναι απαραίτητο, για την επίλυση της διαφορικής, να πληρούνται δύο οριακές συνθήκες σε κάθε άκρο. Για παράδειγμα μπορεί να δίνονται δυνάμεις και ροπές ή κλίσεις κι αποκλίσεις<sup>2</sup> ή κάποιος συνδυασμός τους.

Ορισμός οριακών συνθηκών με βάση ένα έλασμα με παράλληλες πλευρές στους άξονες  $Ox$  και  $Oy$ . Από την εικόνα 10 έχουμε ως δεδομένα:

- Πάκτωση στη μία πλευρά ( $y=0$ ),
- Άρθρωση (απλή έδραση) σε άλλη πλευρά ( $x=a$ ),
- Μία ελεύθερη πλευρά ( $y=b$ ) και
- Μία πλευρά η οποία στηρίζεται σε δοκό ( $x=0$ )



Εικόνα 9

<sup>2</sup> Deflection: όταν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή ροπές σε ένα έλασμα κι έχω κάμψη

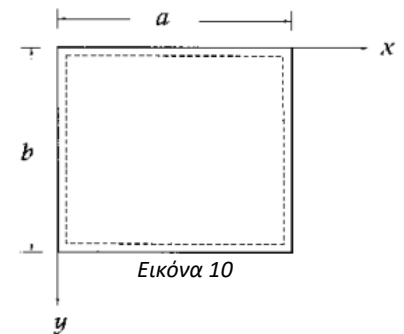


Ορισμός οριακών συνθηκών με βάση τα παραπάνω:

- Στην πλευρά όπου υπάρχει πάκτωση ( $y=0$ ), η απόκλιση και η κλίση είναι μηδέν, άρα προκύπτει:  $W = 0|_{y=0}$  και  $\frac{\partial W}{\partial y} = 0|_{y=0}$
- Στην πλευρά όπου υπάρχει άρθρωση ( $x=a$ ) η απόκλιση και η ροπή  $M_x$  είναι μηδέν, άρα προκύπτει:  $W = 0|_{x=a}$  και  $M_x = -D \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) |_{x=a}$   
ή ισοδύναμα:  $W = 0|_{x=a}$  και  $\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0|_{x=a}$
- Στην ελεύθερη πλευρά, όλες οι ροπές είναι μηδενικές, δηλαδή ισχύουν:  $M_y = 0|_{y=b}$ ,  $Q_y = 0|_{y=b}$  και  $M_{yx} = 0|_{y=b}$   
Άρα προκύπτει:  $\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0|_{y=b}$  και  $-\frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + (2 - \nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right] = 0|_{y=b}$

### 3.3.2. Μέθοδος Navier

Στην παράγραφο αυτή θα εξετάσουμε μία απλά περιφερειακά εδρασμένη πλάκα, διαστάσεων  $a \times b$ , η οποία υποβάλλεται σε ομοιόμορφο φορτίο  $P(x,y)$  με αρχή των αξόνων στην πάνω αριστερά γωνία, όπως φαίνεται στην εικόνα 11.



Οι οριακές συνθήκες που ισχύουν με τα παραπάνω δεδομένα είναι:

- $W = 0|_{x=0,a}$  ,  $\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0|_{x=0,a}$
- $W = 0|_{y=0,b}$  ,  $\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0|_{y=0,b}$

Έτσι η λύση της διαφορικής εξίσωσης:  $\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{P}{D}$  σαν διπλή σειρά Fourier είναι:

- $W(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$  (1)
- $P(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$  (2)

Όπου τα  $W_{mn}$  και  $P_{mn}$  είναι συντελεστές οι οποίοι πρέπει να προσδιοριστούν.

Για τον προσδιορισμό του συντελεστή  $P_{mn}$  πρέπει να το πολλαπλασιάσω με τον όρο  $\sin \frac{l\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{b}$  κι έπειτα να το ολοκληρώσω δύο φορές:

$$\int_0^a \int_0^b P(x, y) \sin \frac{l\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{b} dx dy$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \int_0^a \int_0^b \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{l\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{b} dx dy$$

Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε την αναπαράσταση του συντελεστή σαν διπλή σειρά Fourier, θα πρέπει να κάνουμε τις εξής παραδοχές:

- $\int_0^a \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{l\pi x}{a} dx = 0$ , αν  $m \neq l$  και  $\frac{a}{2}$ , αν  $m = l$
- $\int_0^b \sin \frac{n\pi y}{b} \sin \frac{k\pi y}{b} dy = 0$ , αν  $n \neq k$  και  $\frac{b}{2}$ , αν  $n = k$

Έτσι η αναπαράσταση είναι η εξής:

$$P_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b P(x, y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} dx dy$$

Αντικαθιστώντας στη διαφορική εξίσωση τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ W_{mn} \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^4 \right] - \frac{P_{mn}}{D} \right\} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = 0$$

Όπου  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$  (ακαμψία πλάκας)

Η παραπάνω εξίσωση πρέπει να ισχύει για όλες τις τιμές των  $x, y$ . Για αυτό πρέπει να ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$W_{mn} \pi^4 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{P_{mn}}{D} = 0 \rightarrow W_{mn} = \frac{1}{\pi^4 D} \frac{P_{mn}}{\left( (m/a)^2 + (n/b)^2 \right)^2}$$

Εν τέλει προκύπτει η σχέση:

$$W(x, y) = \frac{1}{\pi^4 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{mn}}{\left( (m/a)^2 + (n/b)^2 \right)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

Στην τελική εξίσωση ισχύουν  $|\sin m\pi x/a| \leq 1$  και  $|\sin n\pi y/b| \leq 1$  για κάθε  $x, y$  και  $m, n$ .

Αντικαθιστώντας την  $W(x, y)$  στις παρακάτω σχέσεις των ροπών:

- $M_x = -D \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)$
- $M_y = -D \left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)$
- $M_{xy} = -D(1 - \nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}$

Προκύπτουν οι ροπές:

- $M_x = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \frac{(m/a)^2 + (n/b)^2}{((m/a)^2 + (n/b)^2)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$
- $M_y = \frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \frac{(n/b)^2 + (m/a)^2}{((m/a)^2 + (n/b)^2)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$
- $M_{xy} = -\frac{1}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} P_{mn} \frac{mn}{((m/a)^2 + (n/b)^2)^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}$

### 3.3.3. Απλά εδρασμένη ορθογωνική πλάκα υπό σταθερό φορτίο

Στην περίπτωση αυτή, με βάση τις σχέσεις από τη μέθοδο Navier, έχουμε δεδομένες σχέσεις για τον υπολογισμό του βέλους κάμψης, του μέγιστου βέλους κάμψης, αλλά και των ροπών. Έχουμε απλά εδρασμένη ορθογωνική πλάκα υπό σταθερό φορτίο, αυτό σημαίνει ότι ισχύει το  $P(x,y)=P_0$ .

Με βάση τον Fourier, αν έχω μία ομαλή συνάρτηση, σημαίνει ότι έχω μία σειρά ημιτόνων και συνημίτονων. Δηλαδή, αν έχω οποιαδήποτε ομαλή κι άπειρες φορές παραγωγίσιμη συνάρτηση (καμπύλη), μπορώ να την προσεγγίσω με ημιτονοειδείς συναρτήσεις τις οποίες αν τις προσθέσω μεταξύ τους και προσθέσω κάποιους συντελεστές, θα προκύψει η αρχική μου καμπύλη.

Οι συντελεστές Fourier του φορτίου δίδονται από την σχέση:

$$P_{mn} = \frac{16P_0}{\pi^2 mn}, \text{ όπου } m, n = 1, 3, 5, \dots$$

Η αναπαράσταση Fourier του βέλους κάμψης δίδεται από την σχέση:

$$W(x, y) = \frac{16P_0}{\pi^6 mn} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}}{mn \left( (m/a)^2 + (n/b)^2 \right)^2}$$

Η μέγιστη τιμή του βέλους κάμψης παρατηρείται στο κέντρο  $(x,y)=(a/2,b/2)$  και δίδεται από την σχέση:

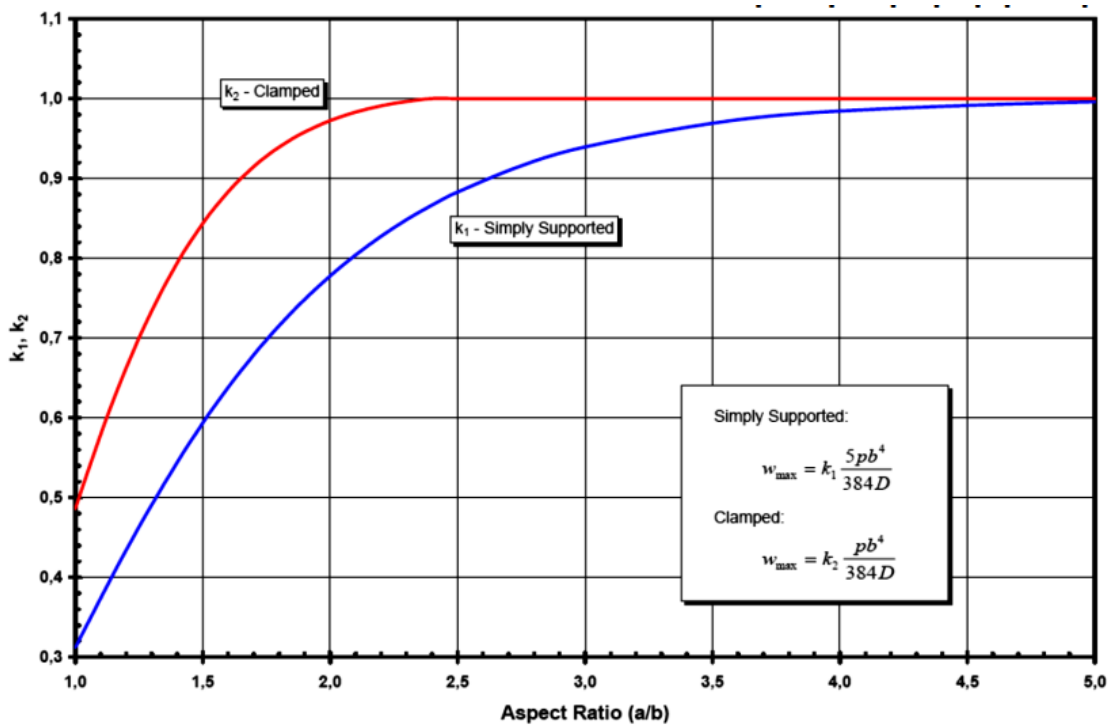
$$W_{max} = W\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = \frac{16P_0}{\pi^6 mn} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m+n}{2}-1}}{mn \left( (m/a)^2 + (n/b)^2 \right)^2}$$

Οι ροπές προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις:

- $M_x = \frac{16P_0}{\pi^4} \sum_{m=1,3..}^{\infty} \sum_{n=1,3..}^{\infty} \frac{(m/a)^2 + \nu(n/b)^2}{mn((m/a)^2 + (n/b)^2)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$
- $M_y = \frac{16P_0}{\pi^4} \sum_{m=1,3..}^{\infty} \sum_{n=1,3..}^{\infty} \frac{\nu(m/a)^2 + (n/b)^2}{mn((m/a)^2 + (n/b)^2)^2} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$
- $M_{xy} = -\frac{16(1-\nu)}{\pi^4 ab} \sum_{m=1,3..}^{\infty} \sum_{n=1,3..}^{\infty} \frac{1}{((m/a)^2 + (n/b)^2)^2} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}$

### 3.3.4. Μέγιστη παραμόρφωση-Τάσεις

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στον υπολογισμό των μέγιστων παραμορφώσεων και τάσεων λόγω κάθετου ομοιόμορφου καταναμημένου φορτίου με την χρήση των παρακάτω διαγραμμάτων.



Διάγραμμα 1: Λόγος a/b συναρτήσει των συντελεστών k<sub>1</sub>-k<sub>2</sub>

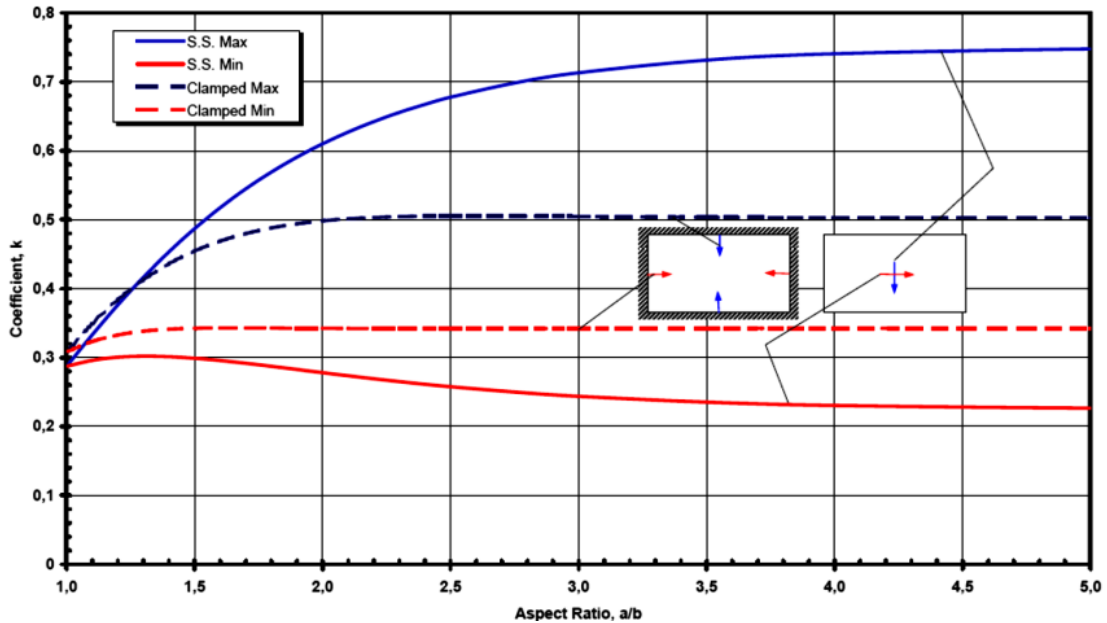
Με την χρήση του διαγράμματος 1, μπορούμε να υπολογίσουμε το μέγιστο βέλος κάμψης. Για να πάρουμε τα δεδομένα από το διάγραμμα θα πρέπει να γνωρίζουμε το λόγο a/b όπου το a αναφέρεται στη μεγάλη πλευρά του ελάσματος, ενώ το b στη μικρότερη, καθώς και την στήριξη στη κάθε πλευρά του. Η κόκκινη καμπύλη χρησιμοποιείται για πλευρές οι οποίες είναι πακτωμένες και η μπλε για ελεύθερες πλευρές (απλή στήριξη). Έπειτα με βάση την στήριξη κάνουμε χρήση των τύπων:

- Απλή έδραση:  $W_{max} = k_1 \frac{5pb^4}{384D}$

- Πάκτωση:  $W_{max} = k_2 \frac{Pb^4}{384D}$

Όπου:

- K: Οι συντελεστές που υπολογίζουμε από το διάγραμμα,
- P: Η πίεση σε (N/mm<sup>2</sup>),
- b: η μικρή πλευρά του ελάσματος και
- D: ακαμψία ελάσματος.



Διάγραμμα 2: Λόγος a/b συναρτήσει του συντελεστή k

Με την ίδια λογική κάνουμε χρήση και του παραπάνω διαγράμματος. Οι συνεχόμενες καμπύλες αναφέρονται σε πλευρές ελασμάτων με απλή στήριξη, ενώ οι διακεκομμένες σε πακτωμένες πλευρές. Εφόσον προσδιορίσουμε το λόγο a/b, έπειτα μπορούμε να υπολογίσουμε και τον συντελεστή k. Τις μπλε καμπύλες τις χρησιμοποιούμε για την εύρεση των τάσεων κατά του άξονα x ( $\sigma_x$ ) και αντίστοιχα οι κόκκινες για την εύρεση των τάσεων στον άξονα y ( $\sigma_y$ ). Ο τύπος που χρησιμοποιούμε για την εύρεση των τάσεων είναι ο παρακάτω:

$$\sigma = k * P \frac{b^2}{t^2}$$

Όπου t: πάχος του ελάσματος

### 3.4. Κάμψη ενισχυμένων ελασμάτων

Οι μέγιστες τάσεις, στην περίπτωση αυτή, κάνουν την εμφάνισή τους κυρίως στις φλάντζες των ενισχυτικών. Για την επίλυση του προβλήματος, μπορούμε να κάνουμε χρήση τεσσάρων μεθόδων, αυτές είναι:

- Ορθοτροπική θεωρία ελασμάτων. Το 1941 ο Schade παρήγαγε μία σειρά διαγραμμάτων, όπου μέσα από αυτά μπορούν να υπολογισθούν οι μέγιστες τάσεις αλλά και οι μετατοπίσεις μίας ενισχυμένης πλάκας υπό ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο.
- Θεώρηση δοκών σε ελαστική δράση,
- Θεωρία πλέγματος και
- Πεπερασμένα Στοιχεία.

## 4.Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (3200\*800\*17)

Η μελέτη των ελασμάτων θα ολοκληρωθεί χρησιμοποιώντας τρεις διαφορετικούς τρόπους προσέγγισης, ώστε να υπάρχει σύγκριση των αποτελεσμάτων στο τελικό στάδιο. Αυτοί είναι οι παρακάτω:

- Θεωρητική προσέγγιση,
- Προσέγγιση με χρήση του προγράμματος SolidWorks και
- Προσέγγιση με χρήση τους CSR.

### 4.1.Θεωρητική προσέγγιση

Η θεωρητική μελέτη του ελάσματος, θα γίνει με βάση τους τύπους του κεφαλαίου «Απλά εδρασμένα ορθογωνική πλάκα υπό σταθερό φορτίο»

Έχοντας ως δεδομένες τις κύριες διαστάσεις του ελάσματος, το μέτρο ελαστικότητας καθώς και το λόγο Poisson μπορούμε να υπολογίσουμε την ακαμψία του ελάσματος με τον παρακάτω τύπο:

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} = 944.81 * 10^5 (N * mm)$$

Ο υπολογισμός του βέλους κάμψης αλλά και των ροπών θα γίνει στο μέσον του ελάσματος, για  $x=a/2$  και  $y=b/2$ , επομένως θα βρούμε το μέγιστο βέλος κάμψης. Για την εύρεση των τιμών αυτών από τους τύπους, θα κάνουμε χρήση κάποιων συντελεστών  $m, n$  για δεδομένες τιμές 1,3 και 5. Αφού τους υπολογίσουμε ξεχωριστά θα τους αθροίσουμε κάνοντας χρήση του excel. Με την χρήση των τύπων του κεφαλαίου που αναφέραμε παραπάνω για απλά περιφερειακά εδρασμένο έλασμα και με δεδομένη την πίεση  $P=0.245 (N/mm^2)$  θα γίνει ο υπολογισμός του μέγιστου βέλους κάμψης και των ροπών.

Μέγιστο βέλος κάμψης:	Wmax=	13.72726068	(mm)
Ροπή ως προς το x	Mx=	6500.114679	(N*mm)
Ροπή ως προς το y	My=	19659.15093	(N*mm)
Ροπή ως προς το xy	Mxy=	-6.11502E-29	(N*mm)

Τέλος θα πρέπει να υπολογίσουμε τις αναπτυσσόμενες τάσεις, αυτό θα γίνει με χρήση των παρακάτω τύπων:

- $\sigma_x = \pm \frac{12M_x}{h^3} Z$
- $\sigma_y = \pm \frac{12M_y}{h^3} Z$
- $\tau_{xy} = \frac{12M_{xy}}{h^3} Z$

Όπου t: πάχος ελάσματος και

$z=t/2$  διότι μας ενδιαφέρουν οι τάσεις στο μέσον του ελάσματος.

Με βάση τους τύπους παραπάνω προκύπτουν οι εξής τιμές:

Τάση στο x	$\sigma_x = \pm$	134.9504778	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο y	$\sigma_y = \pm$	408.1484622	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο xy	$\tau_{xy} =$	-1.26955E-30	(N/mm <sup>2</sup> )

#### 4.2. Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks

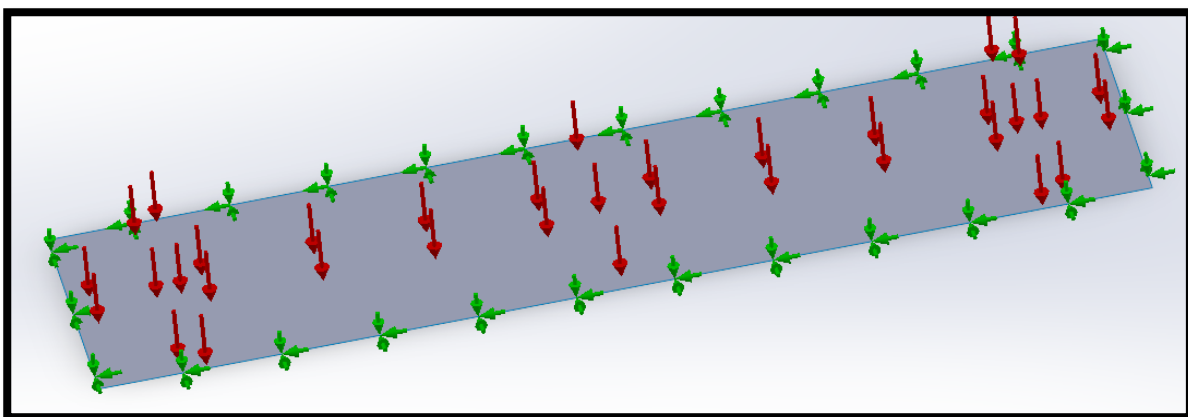
##### 4.2.1. Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D)

Με την χρήση του προγράμματος SolidWorks, θα προσδιορίσουμε τις αναπτυσσόμενες τάσεις Von Mises καθώς και το μέγιστο βέλος κάμψης.

Αρχικά θα σχεδιάσουμε τα ελάσματα με τις διαστάσεις που χρησιμοποιήσαμε και για τη θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος. Η σχεδίαση του μοντέλου θα είναι σε δισδιάστατη και τρισδιάστατη μορφή, διότι η θεωρητική προσέγγιση που κάναμε παραπάνω χρησιμοποιείται για τη δισδιάστατη μορφή του ελάσματος. Η στήριξη που θα χρησιμοποιήσουμε είναι Simply Supported (SS), δηλαδή απλά περιμετρικά εδρασμένη και το υλικό θα είναι plain carbon steel. Ουσιαστικά αυτό που θέλω να κάνω είναι να εμποδίσω τις κινήσεις του ελάσματος κατά τους άξονες x, y και z.

Στη συνέχεια θα του ασκήσουμε πίεση ίση με  $P=0.245$  (N/mm<sup>2</sup>). Τα βελάκια με το πράσινο χρώμα απεικονίζουν την στήριξη που χρησιμοποιήσαμε και η φορά τους μας δείχνει τις κινήσεις που το έλασμα δεν μπορεί να κινηθεί. Ενώ τα βελάκια με το κόκκινο χρώμα απεικονίζουν την πίεση που ασκήσαμε στο έλασμα.

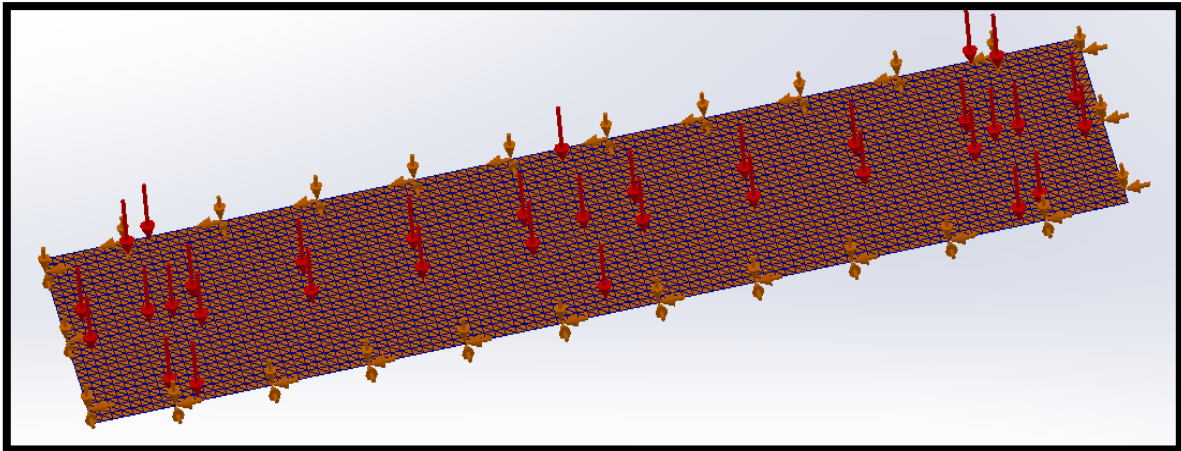
Για να μπορέσω να δημιουργήσω το mesh στη δισδιάστατη μορφή του ελάσματος, θα πρέπει πρώτα να προσδιορίσω το πάχος του, το οποίο είναι  $t=17$  (mm).



Σχήμα 4: απλή έδραση και άσκηση πίεσης 0.245 σε 2D (N/mm<sup>2</sup>)

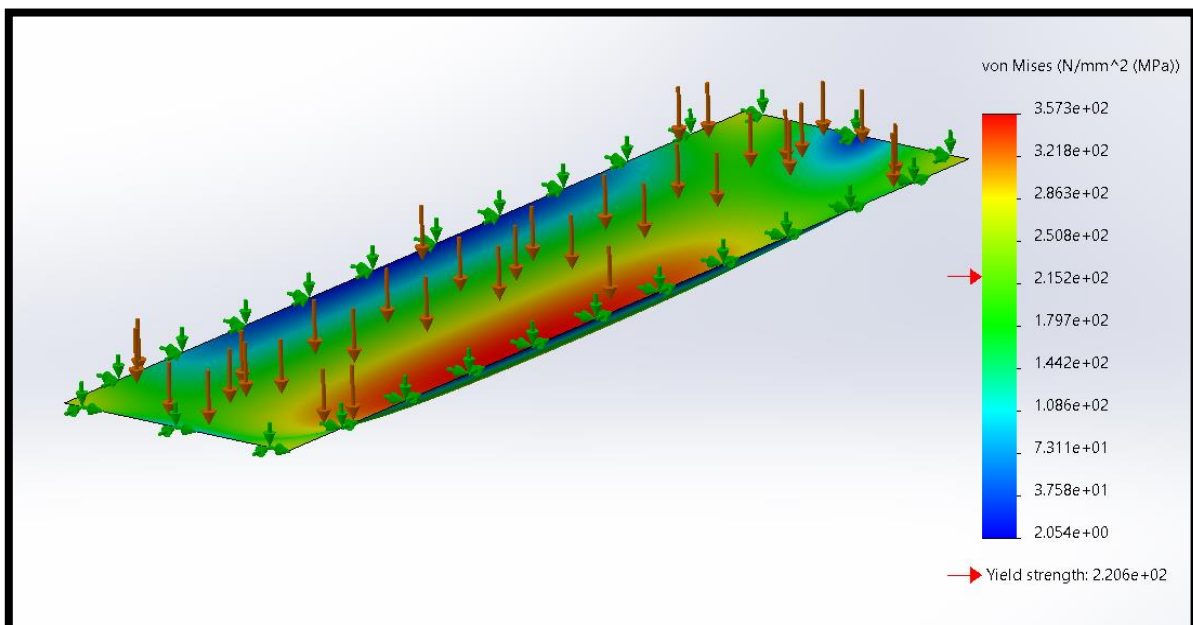


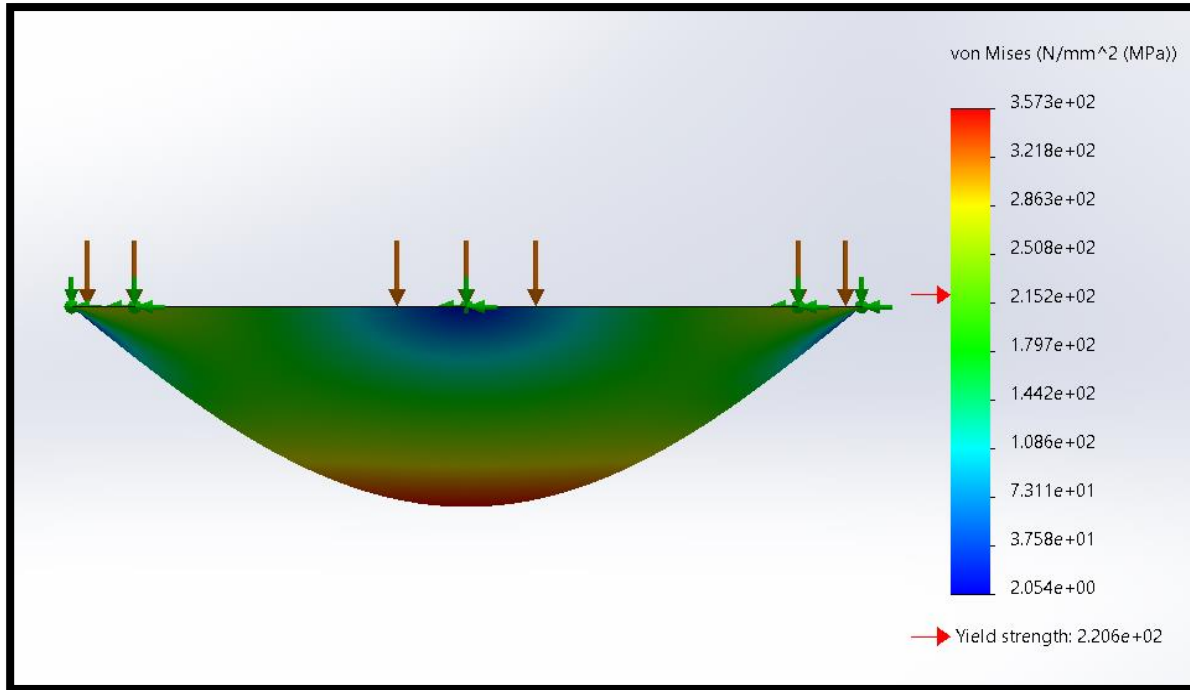
Για τη δημιουργία του mesh, θέλω πολύ πυκνό πλέγμα ώστε να έχω καλύτερα και πιο σωστά αποτελέσματα.



Σχήμα 5: Δημιουργία mesh σε 2D

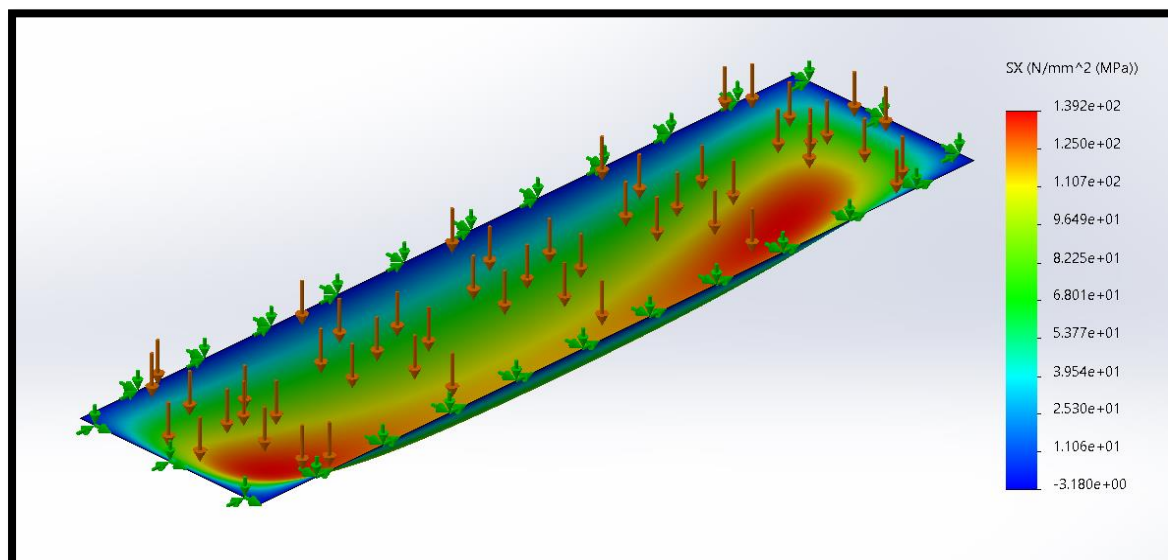
Για να πάρω τα τελικά αποτελέσματα που επιθυμώ, θα πρέπει να τρέξω πρώτα το μοντέλο μου, αφού έχω ορίσει όλα τα απαραίτητα στοιχεία. Για να μπορέσω να δημιουργήσω τα διαγράμματα των  $\sigma_x$  και  $\sigma_y$  συναρτήσει της πίεσης, θα συλλέξω και δεδομένα από το SolidWorks. Έτσι προκύπτουν:



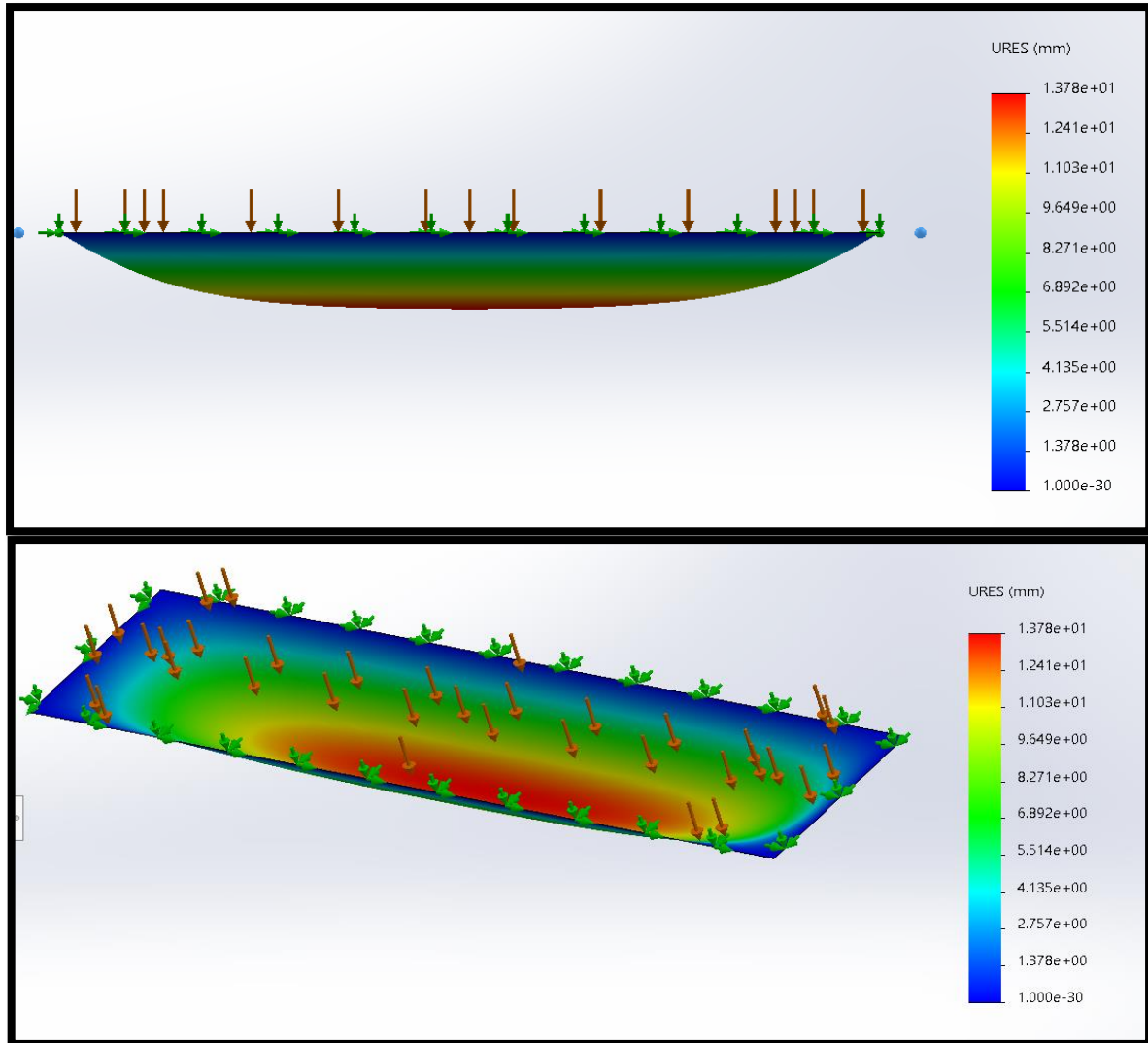


Σχήμα 6: Τάσεις Von Mises σε 2D

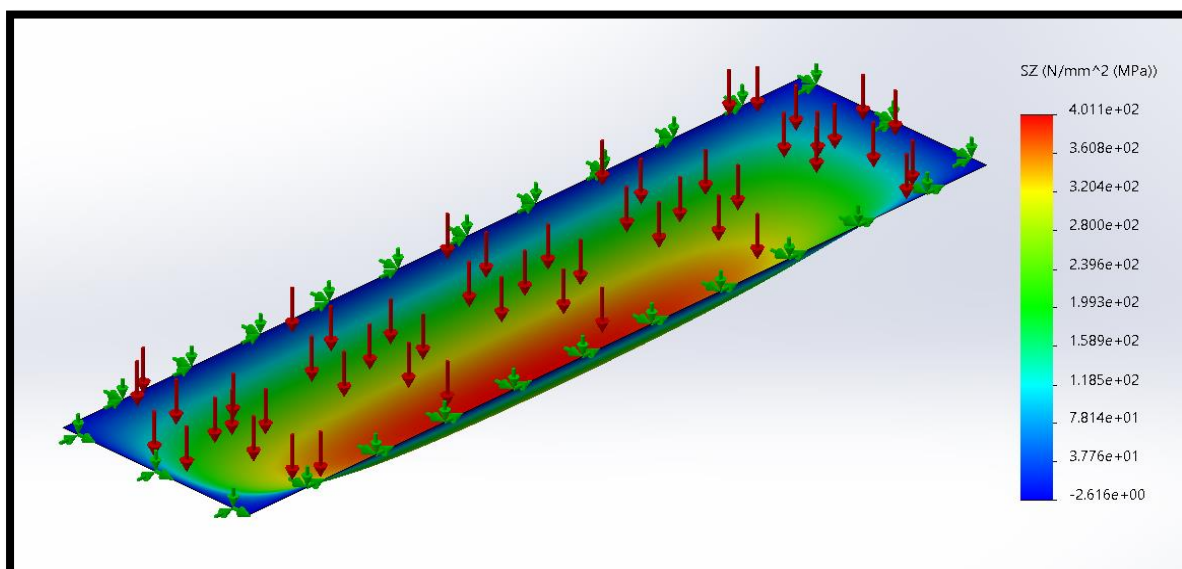
Παρατηρώ ότι οι μέγιστες τιμές των τάσεων παρουσιάζονται στο κέντρο του ελασματος. Αυτό είναι λογικό διότι έχω απλή στήριξη περιμετρικά, ενώ αν ήταν πακτωμένη οι μέγιστες τάσεις θα παρουσιάζονταν περιμετρικά του ελασματος.



Σχήμα 7: Τάση σ<sub>x</sub>



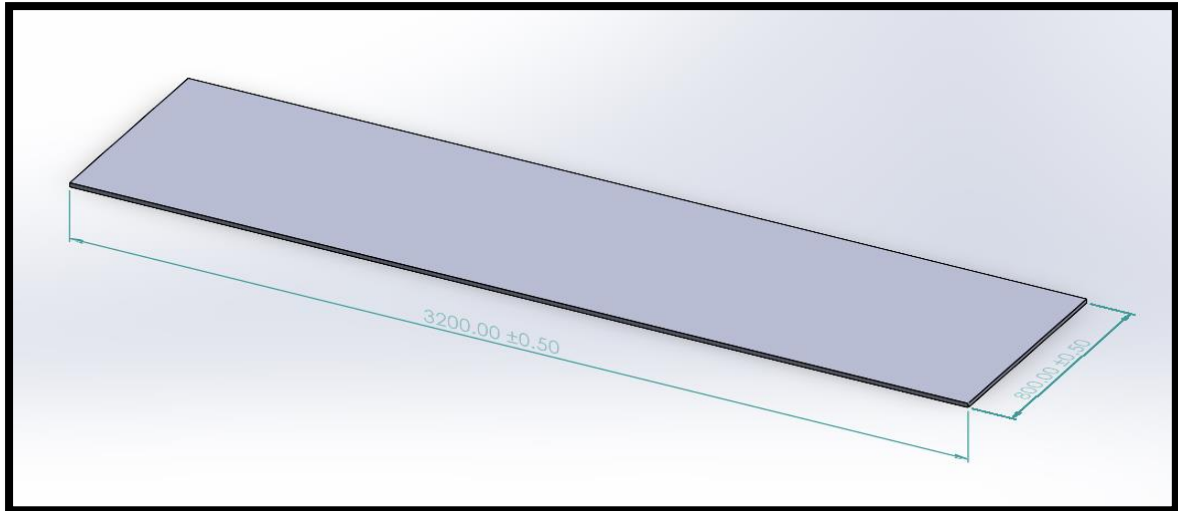
Σχήμα 9: Displacement (βέλος κάμψης) σε 2D



Σχήμα 8: Τάση σ<sub>z</sub>

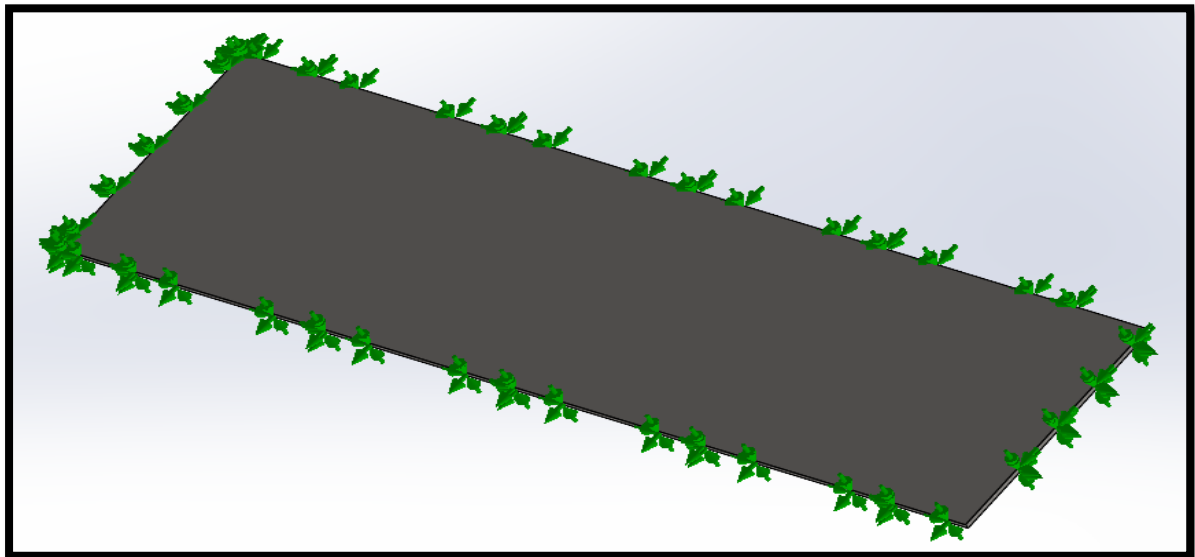
#### 4.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (3D)

Για την τρισδιάστατη σχεδίαση του ελάσματος, θα πρέπει από την αρχή να προσδιορίσω το πάχος του με την εντολή “extrude”. Αυτή είναι και η βασική διαφορά με την σχεδίαση του στη δισδιάστατη μορφή (2D).



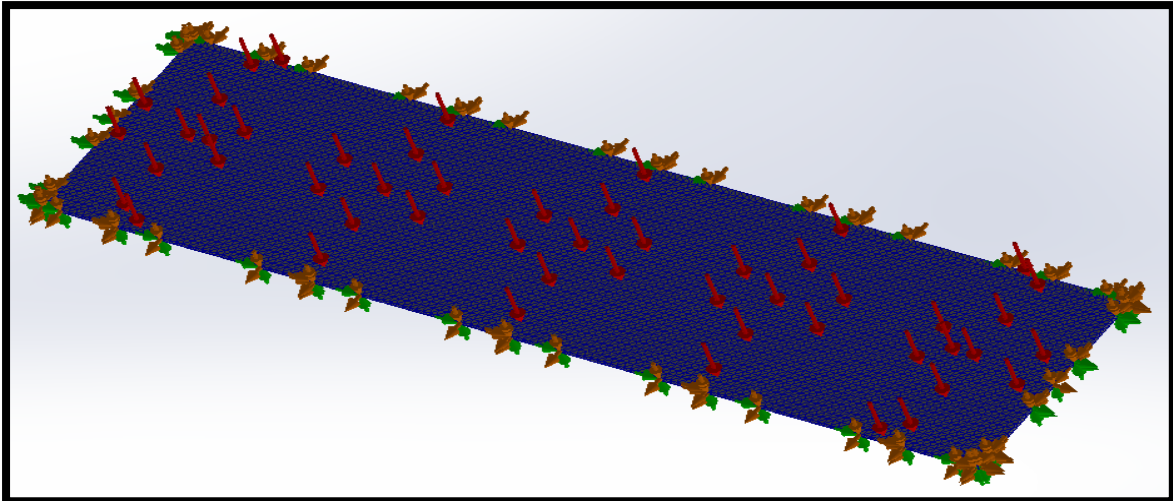
Σχήμα 10: Έλασμα σε 3D

Το επόμενο βήμα είναι η εφαρμογή υλικού, για το υλικό μου θα χρησιμοποιήσουμε το Plain Carbon Steel όπως και στη 2D σχεδίαση του ελάσματος. Στη συνέχεια θα στηρίξουμε το έλασμα περιμετρικά με απλή έδραση.



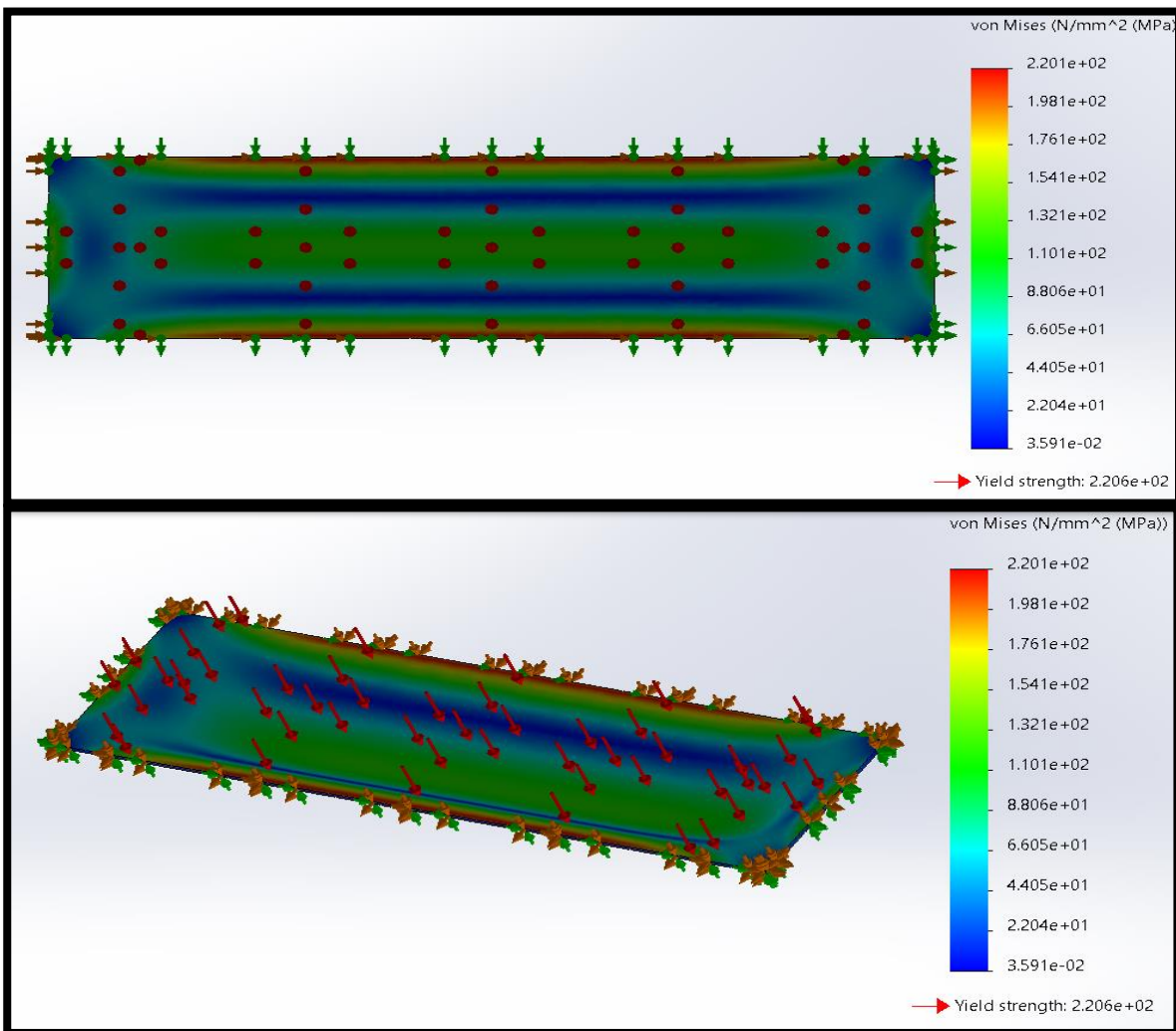
Σχήμα 11: Απλή έδραση περιμετρικά

Έπειτα θα ασκήσω πίεση ίση με  $P=0.245$  (N/mm<sup>2</sup>) στη μία επιφάνεια του ελάσματος και θα δημιουργήσω το mesh.

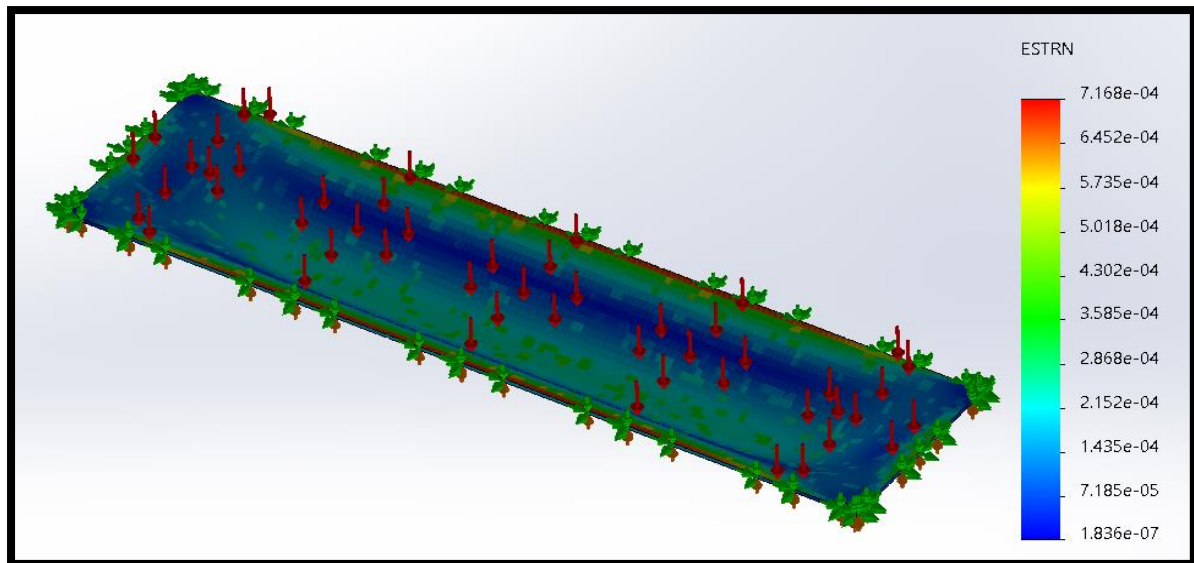


Σχήμα 12: Άσκηση πίεσης  $P=0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$  και δημιουργία mesh

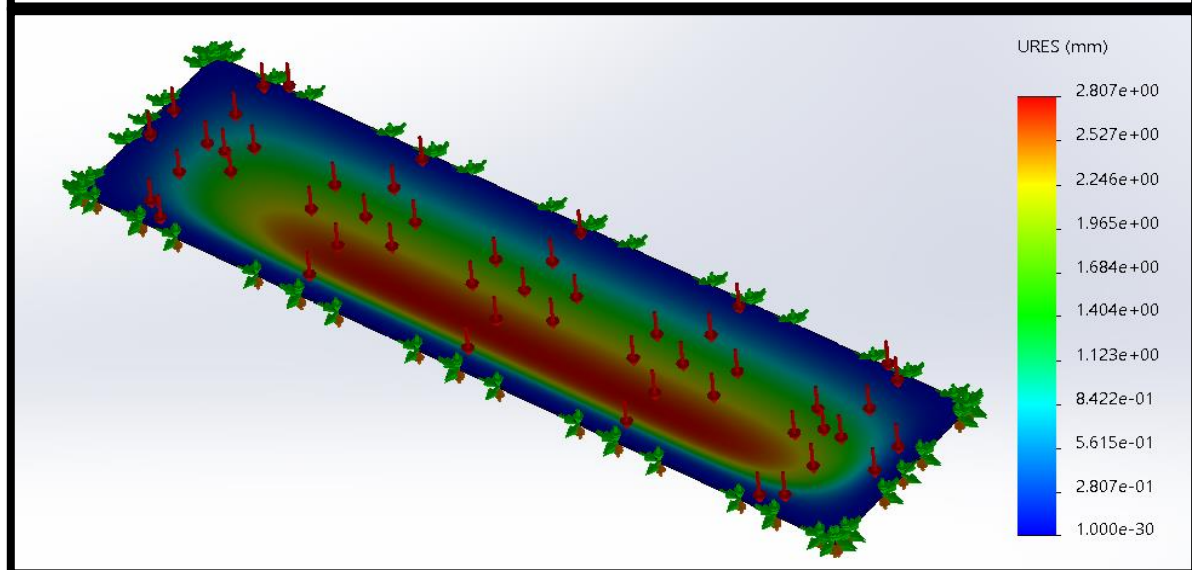
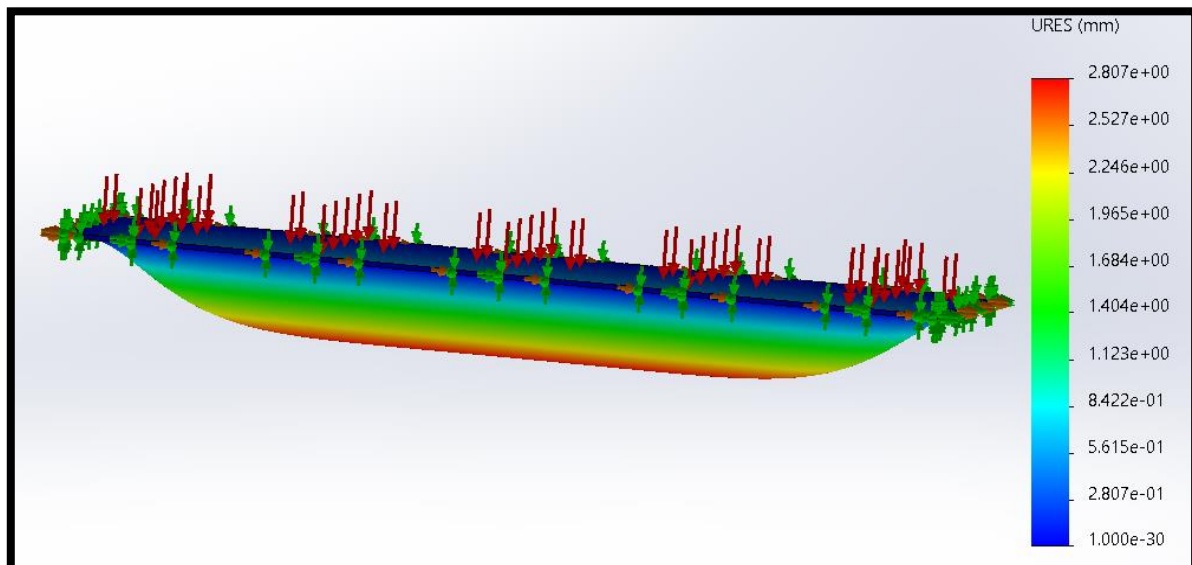
Αφού δημιουργήσουμε το mesh, έπειτα μπορούμε να τρέξουμε το πρόγραμμα ώστε να μας εμφανίσει τα επιθυμητά αποτελέσματα.



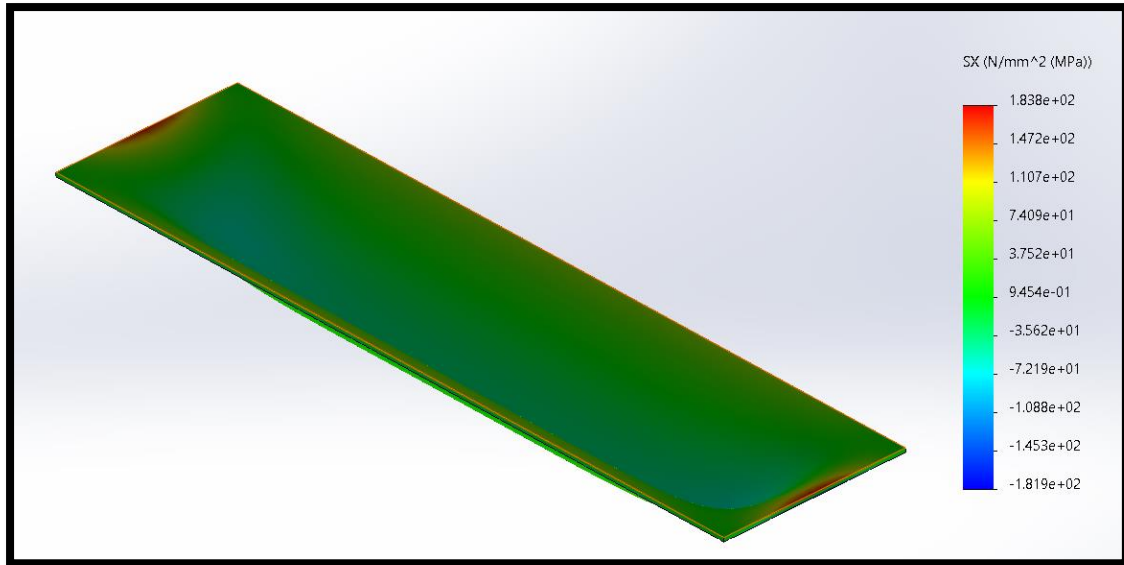
Σχήμα 13: Τάσεις Von Mises



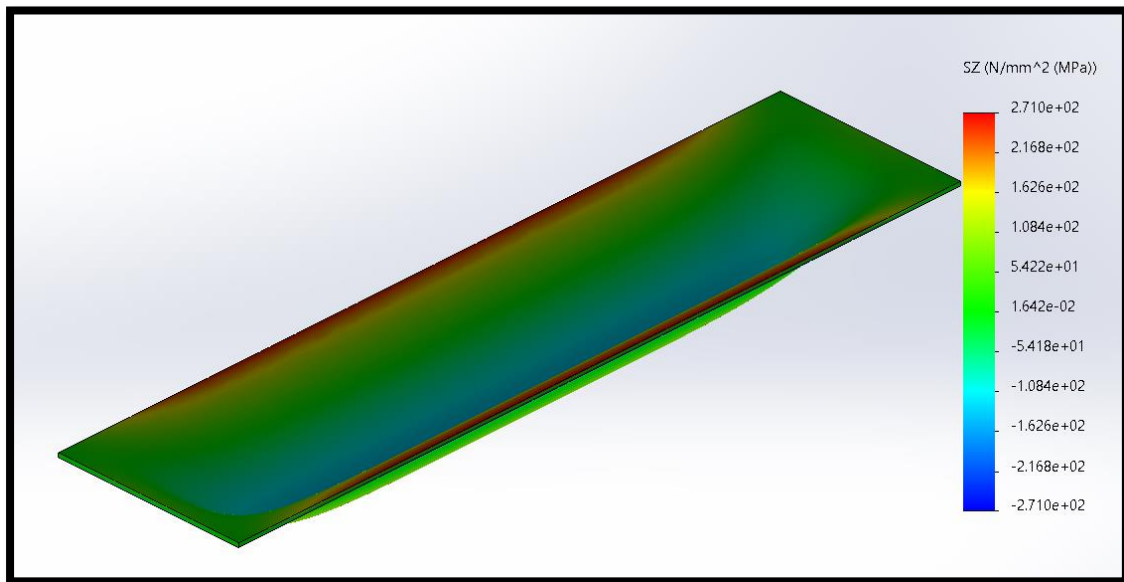
Σχήμα 15: Strain σε 3D



Σχήμα 14: Displacement (μέγιστο θέλος κάμψης) σε 3D



Σχήμα 16: Τάση sx



Σχήμα 17: Τάση sy

#### 4.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR

Ο τρίτος τρόπος που θα χρησιμοποιήσουμε για τον προσδιορισμό της τάσης είναι η εφαρμογή των Κοινών Κατασκευαστικών Κανόνων (CSR). Πιο συγκεκριμένα θα κάνουμε χρήση του παρακάτω τύπου, ο οποίος βρίσκεται στους «Common Structural Rules for Bulk Carriers and Oil Tankers (01 JAN 2017)» στο Part 1-Chapter 6-Section 4.

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}}$$

Όπου:

- $a_p = 1.2 - \frac{b}{2.1a} = 1.081$  (συντελεστής διόρθωσης)
- $b = 800$  (mm)
- $P = 245$  (kN/m<sup>2</sup>)
- $\chi = 1$ , in intact condition, for other cases
- $C_a = C_{a,max} = 0.8$  (γενικά  $C_a \leq C_{a,max}$ )
- $R_{EH} = 235$  (N/mm<sup>2</sup>) (ελάχιστη τάση υλικού)

Για να μπορέσω να συγκρίνω όμοια πράγματα, θα θεωρήσω το γινόμενο  $C_a R_{EH} = \sigma_{\varepsilon\pi}$ . Δηλαδή το γινόμενο αυτό υποδηλώνει το 80% του ορίου διαρροής.

Επομένως το επόμενο βήμα είναι να λύσω ως προς αυτό το γινόμενο:

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}} \leftrightarrow C_a R_{EH} = \frac{0.0158^2 * a_p^2 * b^2 * P}{\chi * t^2}$$

$$\leftrightarrow \sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{0.0158^2 * 1^2 * 800^2 * 245}{1 * 17^2} = 135.445 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Παρατηρώ ότι ο συντελεστής διόρθωσης είναι πάνω από τη μονάδα. Για αυτό το λόγο θα το θέσω ίσο με ένα με βάση τους κανονισμούς νηογνυμώνων.

Έλασμα 1: 3200x800x17			
μήκος:	a=	3200	(mm)
πλάτος:	b=	800	(mm)
Πάχος:	t=	17	(mm)
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1	
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1.080952	$\leq 1$
Πίεση:	P=	245	(kN/m <sup>2</sup> )
Συντελεστής:	$\chi$ =	1	
επιτρεπόμενη τάση:	$\sigma_{\varepsilon\pi}$ =	135.4448	(N/mm <sup>2</sup> )



5.Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2400\*800\*17)

5.1.Θεωρητική προσέγγιση

Στην περίπτωση αυτή θα διαφοροποιήσουμε μόνο το μήκος του ελάσματος, από 3200 (mm) θα το μειώσουμε σε 2400 (mm). Έτσι η ακαμψία του ελάσματος παραμένει σταθερή, διότι δεν εξαρτάται από το μήκος, άρα  $D = 944.81 \cdot 10^5$  (N\*mm).

Ομοίως με το προηγούμενο παράδειγμα, θα υπολογίσουμε το βέλος κάμψης, τις ροπές και τις τάσεις στο μέσον του ελάσματος. Αυτό γίνεται διότι το έλασμα θα είναι απλά εδρασμένο περιμετρικά κι έτσι οι μέγιστες τιμές των τάσεων, θα παρουσιαστούν στο μέσον. Με σταθερή την πίεση  $P=0.245$  (N/mm<sup>2</sup>) προκύπτουν οι παρακάτω τιμές:

Μέγιστο βέλος κάμψης:	$W_{max} =$	13.03779706	(mm)
Ροπή ως προς το x	$M_x =$	6698.883479	(N*mm)
Ροπή ως προς το y	$M_y =$	18813.656	(N*mm)
Ροπή ως προς το xy	$M_{xy} =$	-7.45555E-29	(N*mm)

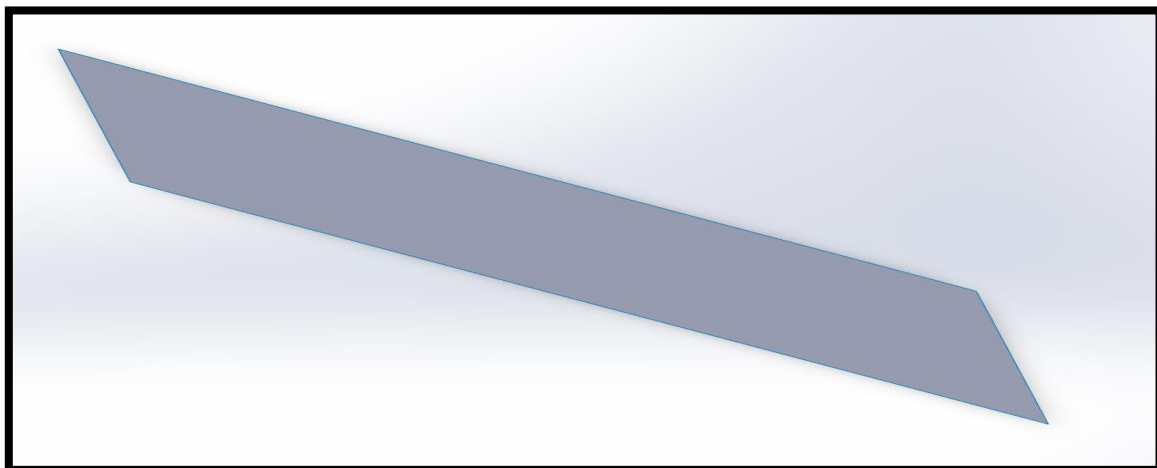
Με χρήση των τύπων που αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, θα υπολογίσουμε τις αναπτυσσόμενες τάσεις.

Τάση στο x	$\sigma_x = \pm$	139.0771657	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο y	$\sigma_y = \pm$	390.5949342	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο xy	$\tau_{xy} =$	-1.54787E-30	(N/mm <sup>2</sup> )

5.2.Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks

5.2.1.Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D)

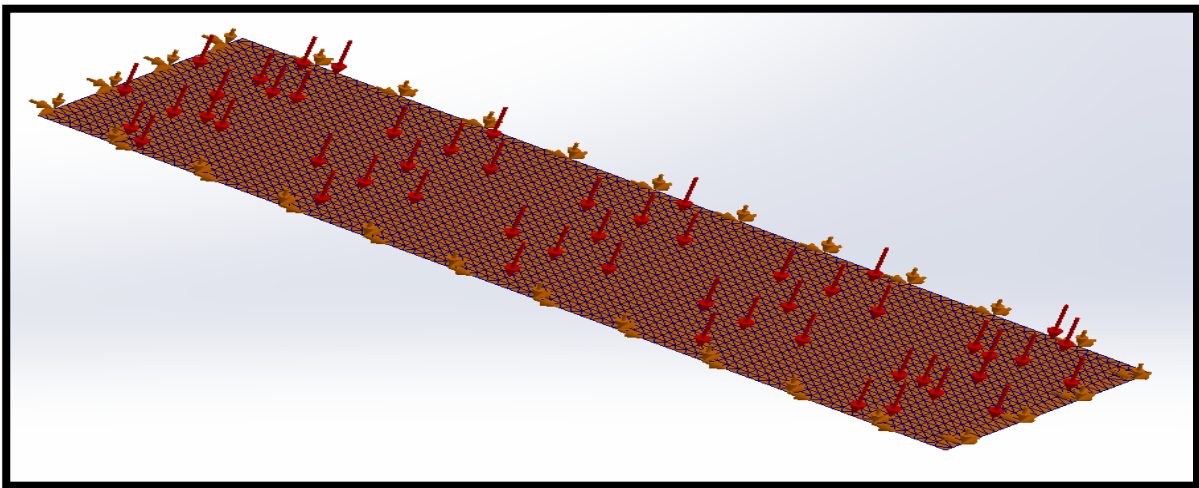
Η σχεδίαση του μοντέλου μας γίνεται με όμοιο τρόπο, το μόνο που διαφέρει είναι το μήκος του.



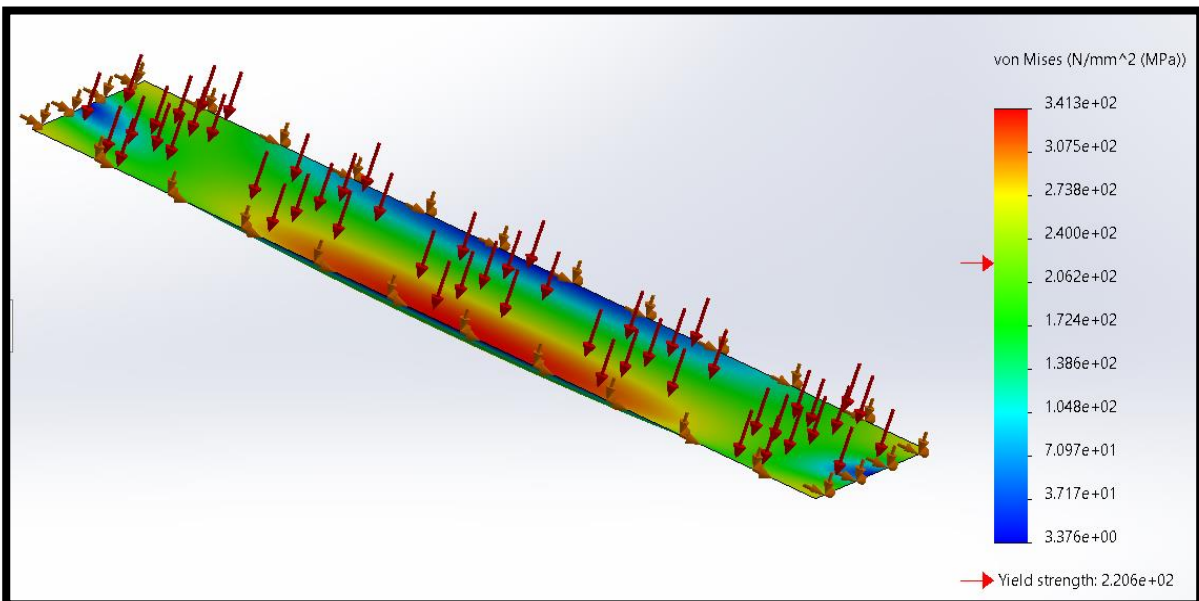
Σχήμα 18: Έλασμα σε 2D



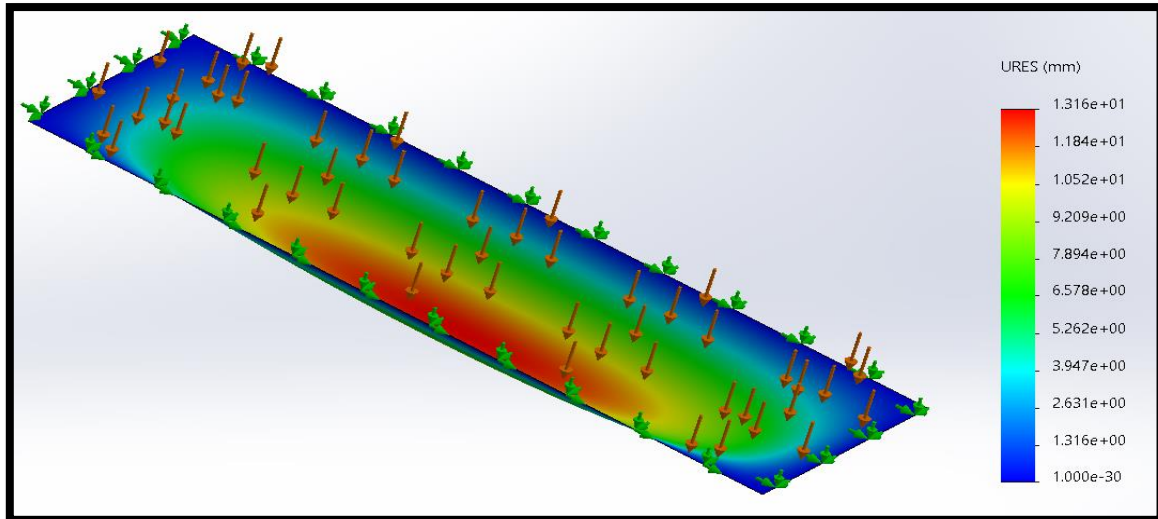
Σχήμα 19: Έλασμα σε 2D



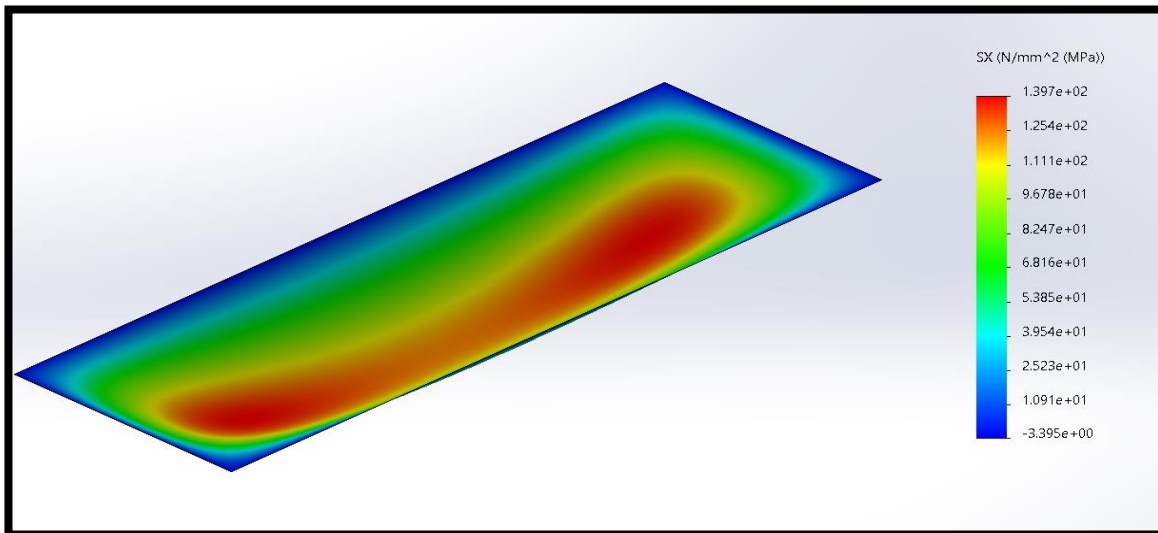
Σχήμα 20: Δημιουργία mesh σε 2D



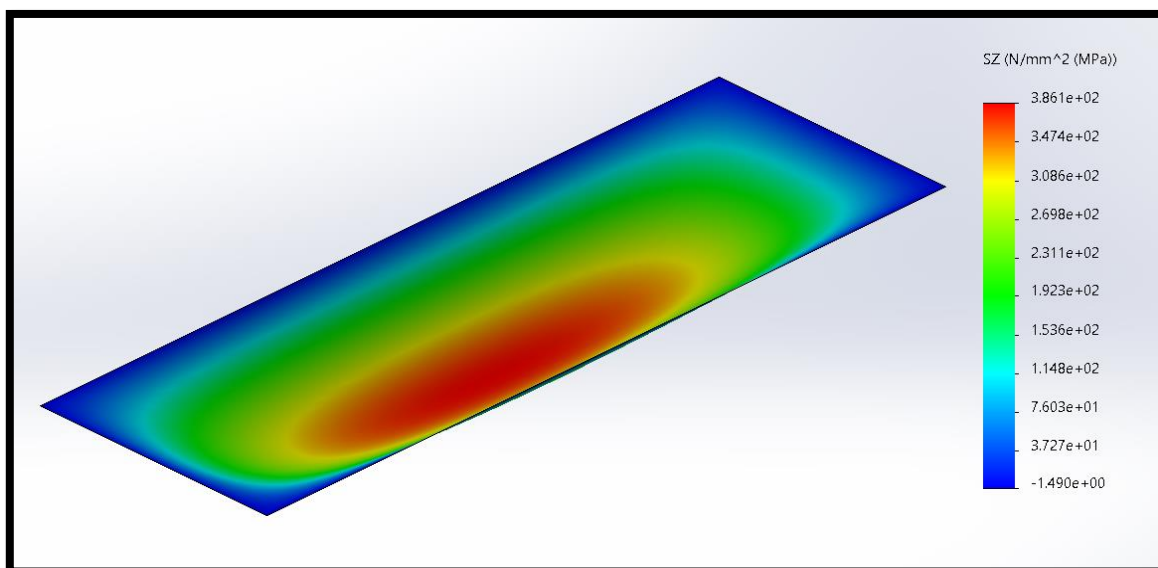
Σχήμα 21: Τάσεις Von Mises σε 2D



Σχήμα 24: Displacement (βέλος κάμψης) σε 2D



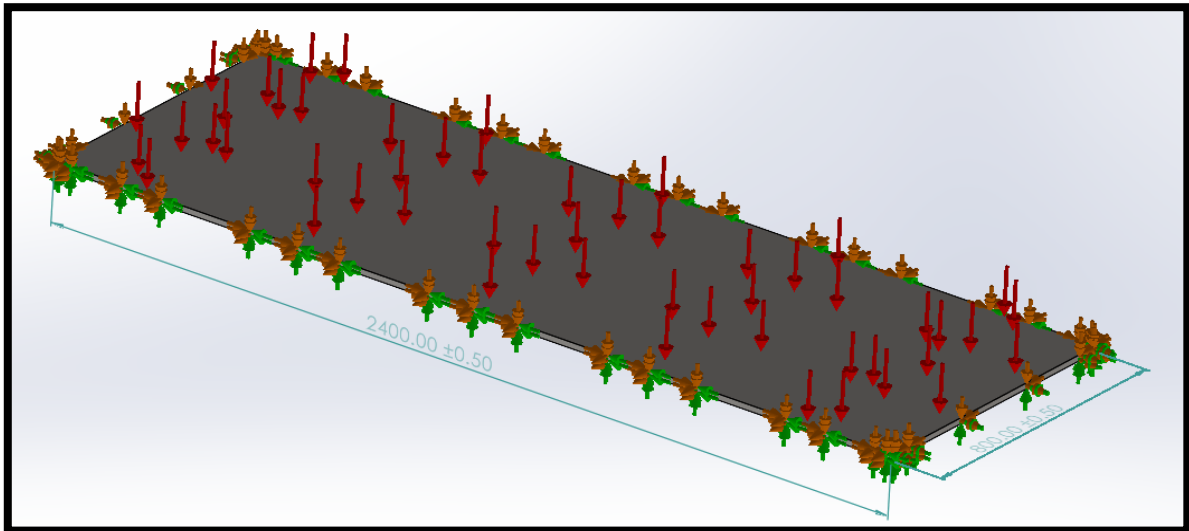
Σχήμα 23: Τάσεις sx



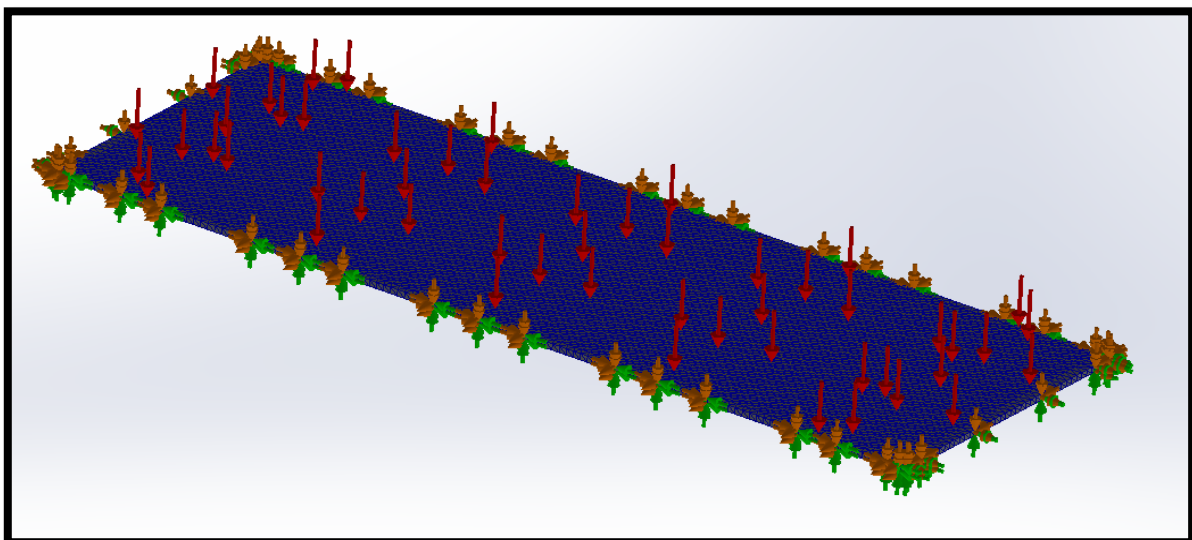
Σχήμα 22: Τάσεις sy

### 5.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου

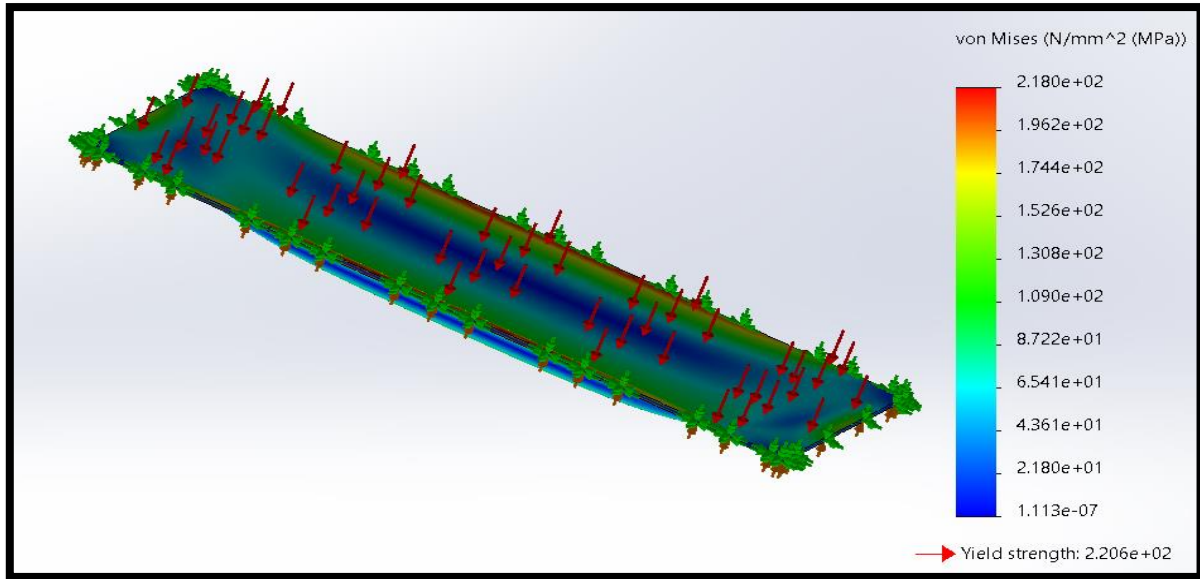
Η πορεία σχεδίασης που ακολουθούμε είναι η ίδια κι αλλάζει μόνο το μήκος του ελασματος, όπως και στο δισδιάστατο σχεδιασμό. Δηλαδή ορίζουμε το υλικό μας, εφαρμόζουμε απλή έδραση στο έλασμα, ασκούμε πίεση ίση με  $P=0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$  και δημιουργούμε το mesh.



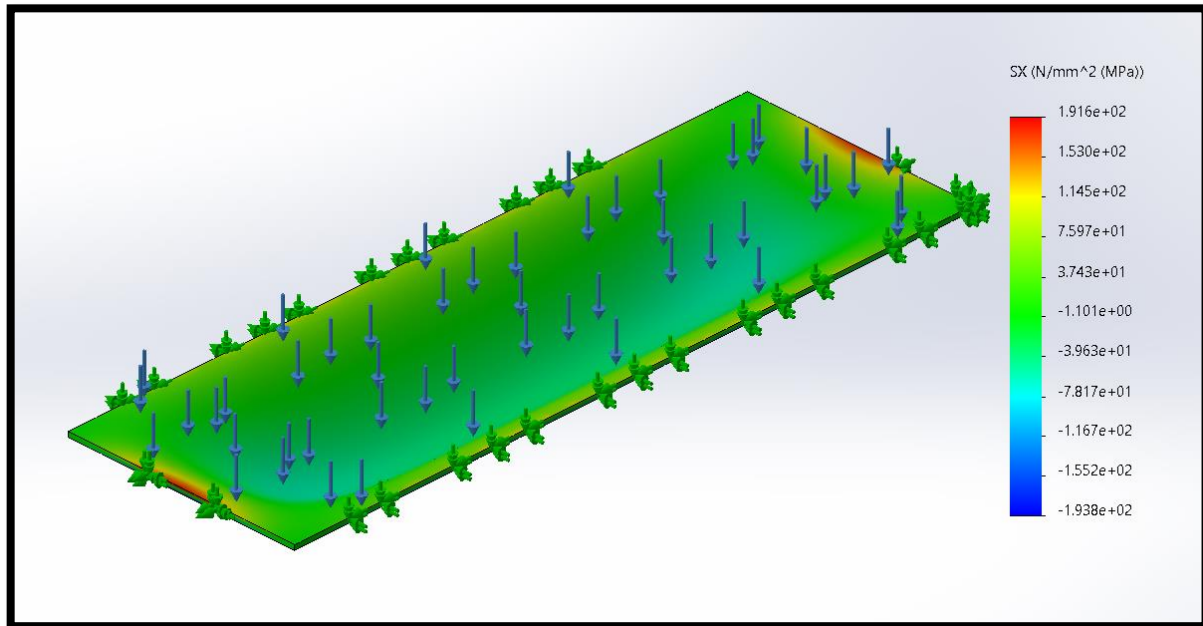
Σχήμα 25: Απλή έδραση και άσκηση πίεσης  $P=0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$



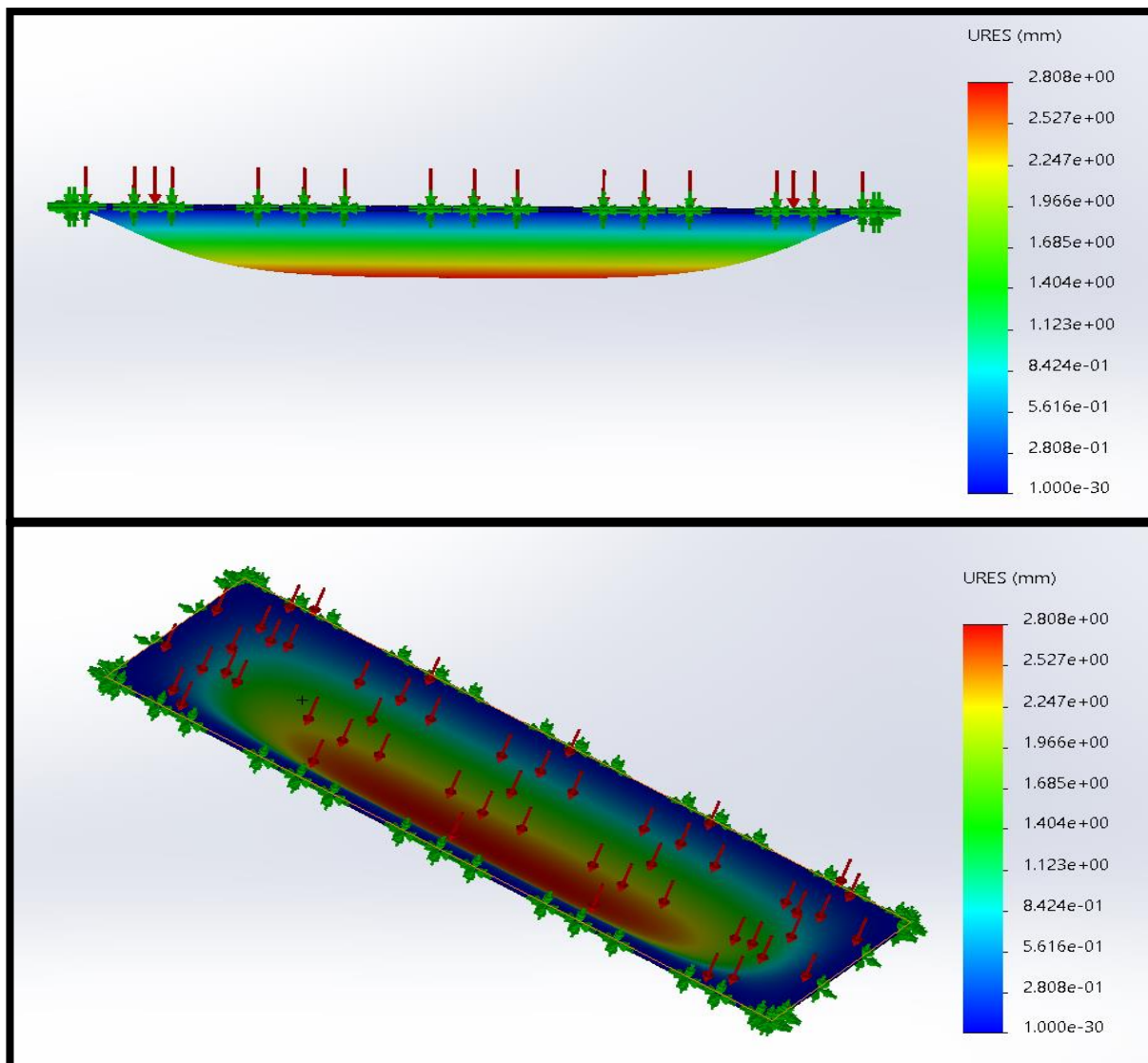
Σχήμα 26: Mesh σε 3D



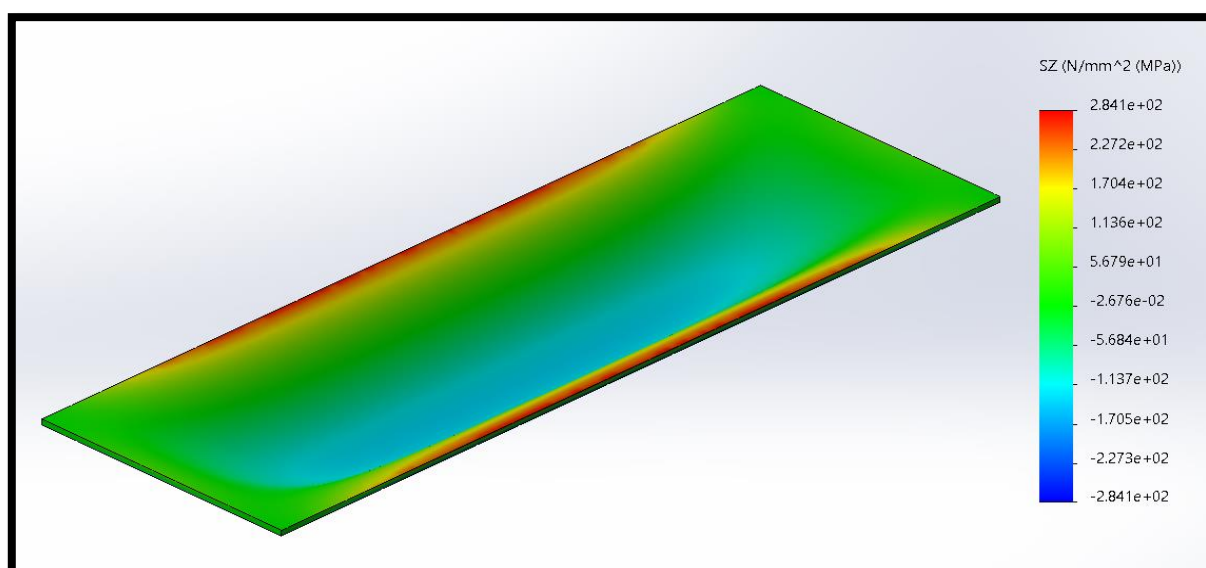
Σχήμα 28: Τάσεις Von Mises



Σχήμα 27: Τάσεις sx



Σχήμα 30: Displacement (βέλος κάμψης)



Σχήμα 29: Τάσεις σ<sub>y</sub>

### 5.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR

Με βάση τον τύπο, για τον υπολογισμό του πάχους ενός ελάσματος, από τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανόνες (CSR), θα γίνει ο υπολογισμός της ζητούμενης τάσης.

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}}$$

Θα λύσω ως προς  $C_a R_{EH}$ , όπου θεωρώ το γινόμενο αυτό ως την επιτρεπόμενη τάση.

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}} \leftrightarrow C_a R_{EH} = \frac{0.0158^2 * a_p^2 * b^2 * P}{\chi * t^2}$$

$$\leftrightarrow \sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{0.0158^2 * 1^2 * 800^2 * 245}{1 * 17^2} = 135.445 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Παρατηρώ ότι ο συντελεστής διόρθωσης είναι πάνω από τη μονάδα. Για αυτό το λόγο θα το θέσω ίσο με ένα με βάση τους κανονισμούς νηογνυμένων.

Έλασμα 2: 2400x800x17			
μήκος:	a=	2400	(mm)
πλάτος:	b=	800	(mm)
Πάχος:	t=	17	(mm)
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1	
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1.04127	$\leq 1$
Πίεση:	P=	245	(kN/m <sup>2</sup> )
Συντελεστής:	$\chi$ =	1	
επιτρεπόμενη τάση:	$\sigma_{\varepsilon\pi}$ =	135.4448	(N/mm <sup>2</sup> )

Παρατηρώ ότι η επιτρεπόμενη τάση είναι ίση με την προηγούμενη περίπτωση, με το έλασμα διαστάσεων 3200\*800\*17, αυτό συμβαίνει διότι το μήκος το οποίο διαφέρει στις δύο περιπτώσεις δεν περιλαμβάνεται στον τύπο του επιτρεπόμενου μήκους.

6.Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2000\*800\*17)

6.1.Θεωρητική προσέγγιση

Στην περίπτωση αυτή θα έχω ακόμη μεγαλύτερη μείωση του μήκους του ελάσματος. Από 3200 (mm) που ήταν αρχικά το μήκος του, θα το μειώσουμε στα 2000 (mm).

Ομοίως με τις προηγούμενες ενότητες, υπολογίζουμε την ακαμψία του ελάσματος, η οποία παραμένει σταθερή, άρα έχω  $D = 944.81 \cdot 10^5$  (N\*mm).

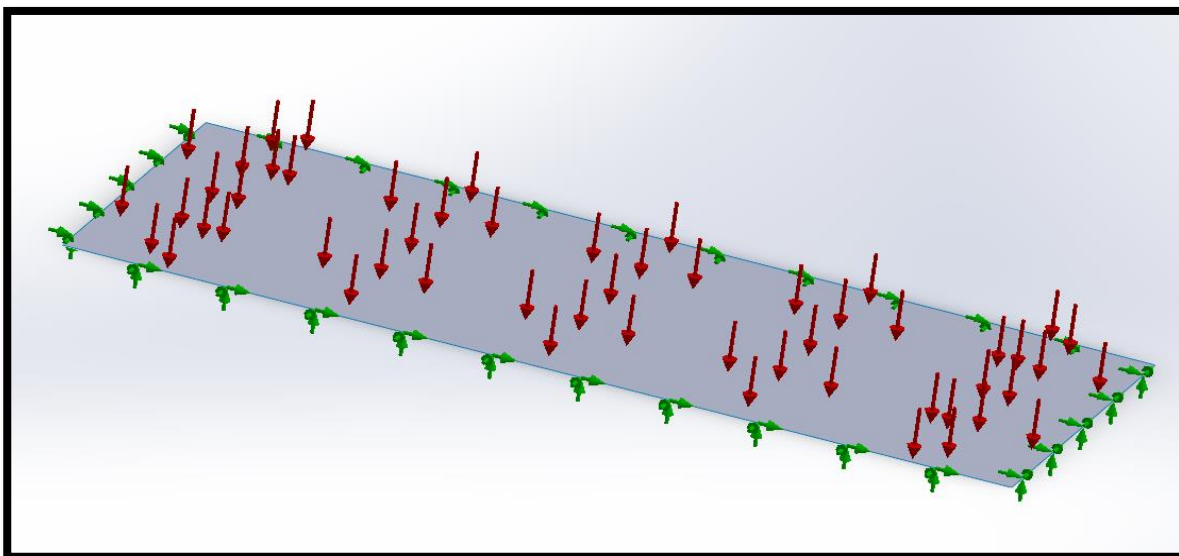
Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε το βέλος κάμψης, τις ροπές και τις τάσεις στο μέσον του ελάσματος:

Μέγιστο βέλος κάμψης:	Wmax=	12.23401215	(mm)
Ροπή ως προς το x	Mx=	6983.931793	(N*mm)
Ροπή ως προς το y	My=	17839.15173	(N*mm)
Ροπή ως προς το xy	Mxy=	-8.20843E-29	(N*mm)
Τάση στο x	$\sigma_x = \pm$	144.9951237	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο y	$\sigma_y = \pm$	370.3630116	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο xy	$\tau_{xy} =$	-1.70417E-30	(N/mm <sup>2</sup> )

6.2.Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks

6.2.1.Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου

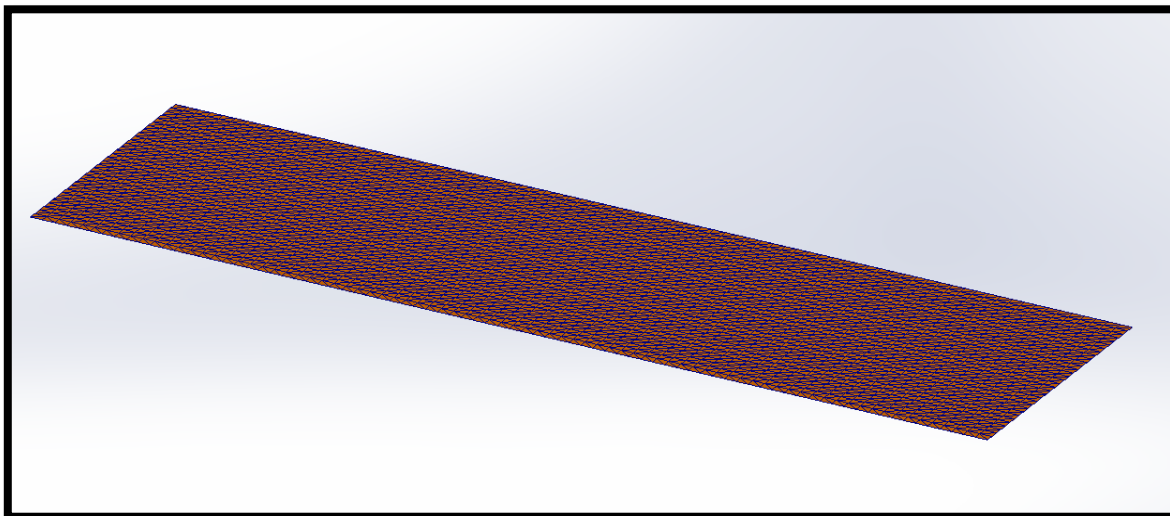
Με την χρήση του προγράμματος SolidWorks, ουσιαστικά υπολογίζουμε τις τάσεις Von Mises και το μέγιστο βέλος κάμψης με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ομοίως με τις προηγούμενες ενότητες, αρχικά θα σχεδιάσω το μοντέλο μου σε δισδιάστατη μορφή και θα το στηρίξω περιμετρικά με απλή έδραση (Fixture SS), ώστε να απαλείψω τις κινήσεις του ελάσματος πάνω στους άξονες. Έπειτα θα του ασκήσω πίεση ίση με  $P=0.245$  (N/mm<sup>2</sup>) στη μεγάλη επιφάνειά του.



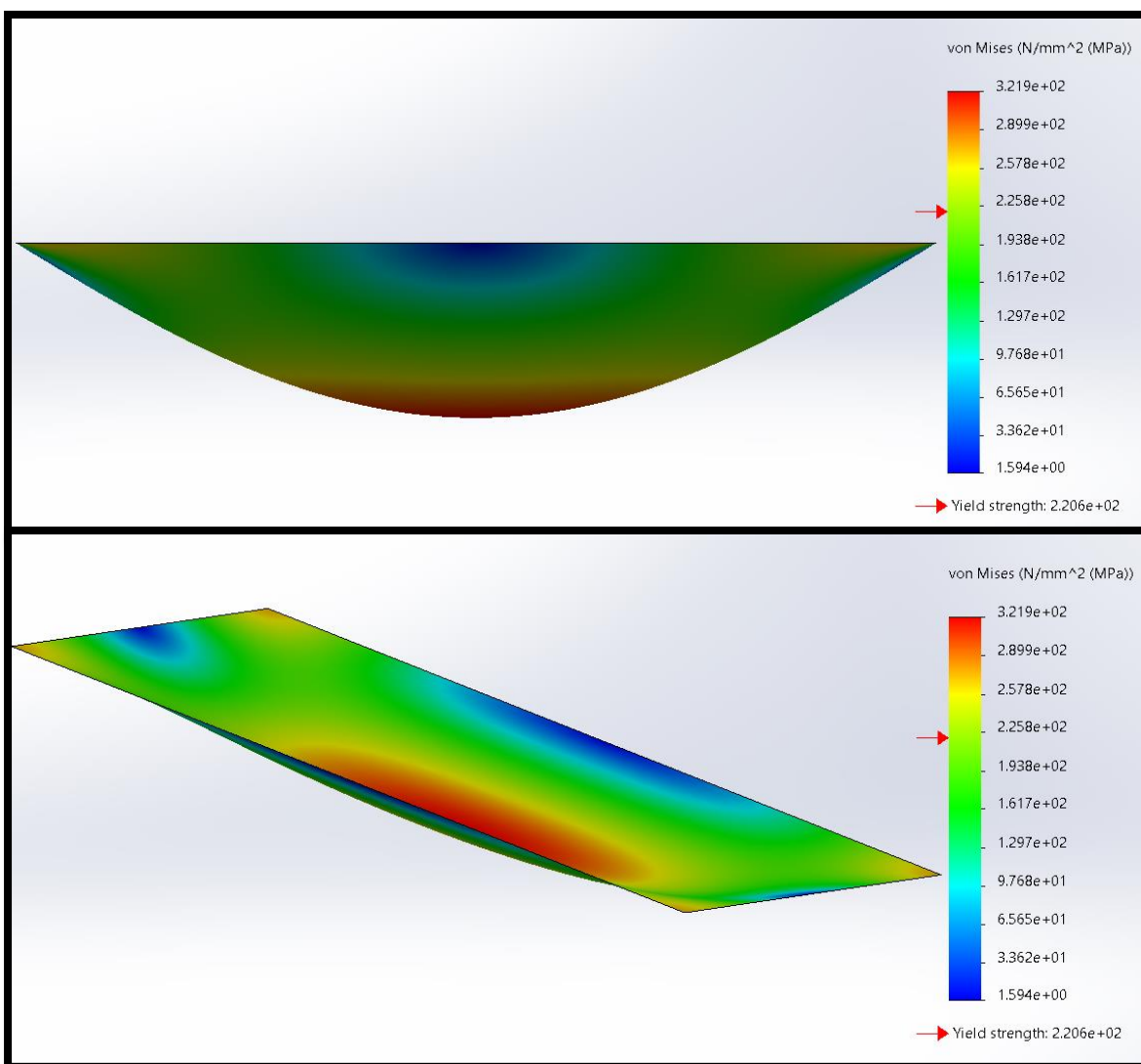
Σχήμα 31: Απλή έδραση περιμετρικά και άσκηση πίεσης



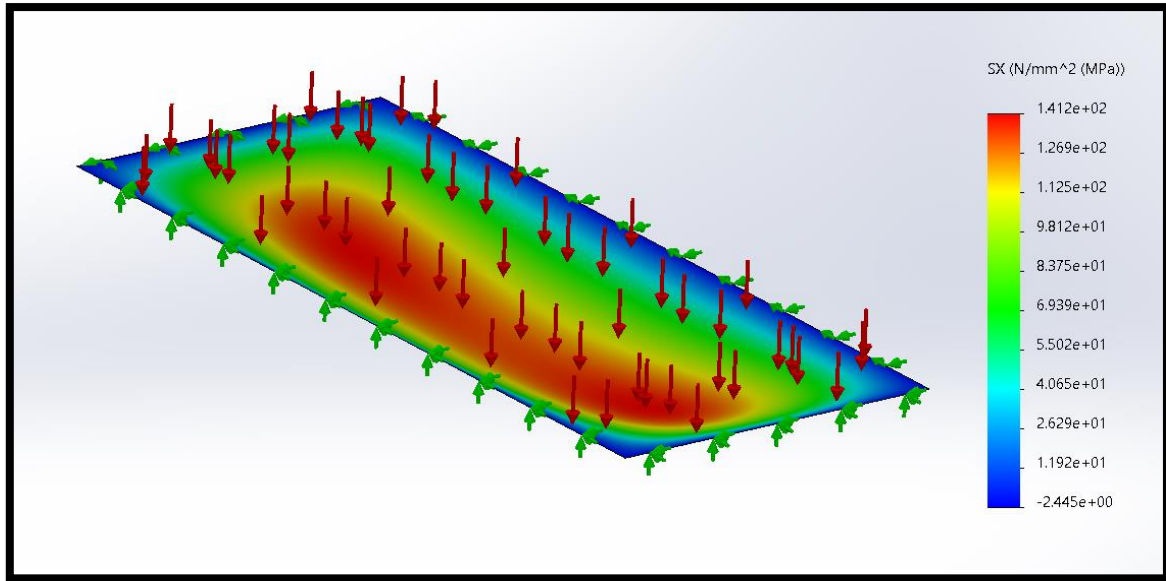
Στη συνέχεια, για να μπορέσουμε να προσδιορίσουμε τα ζητούμενα, θα δημιουργήσουμε το mesh αρκετά πυκνωμένο.



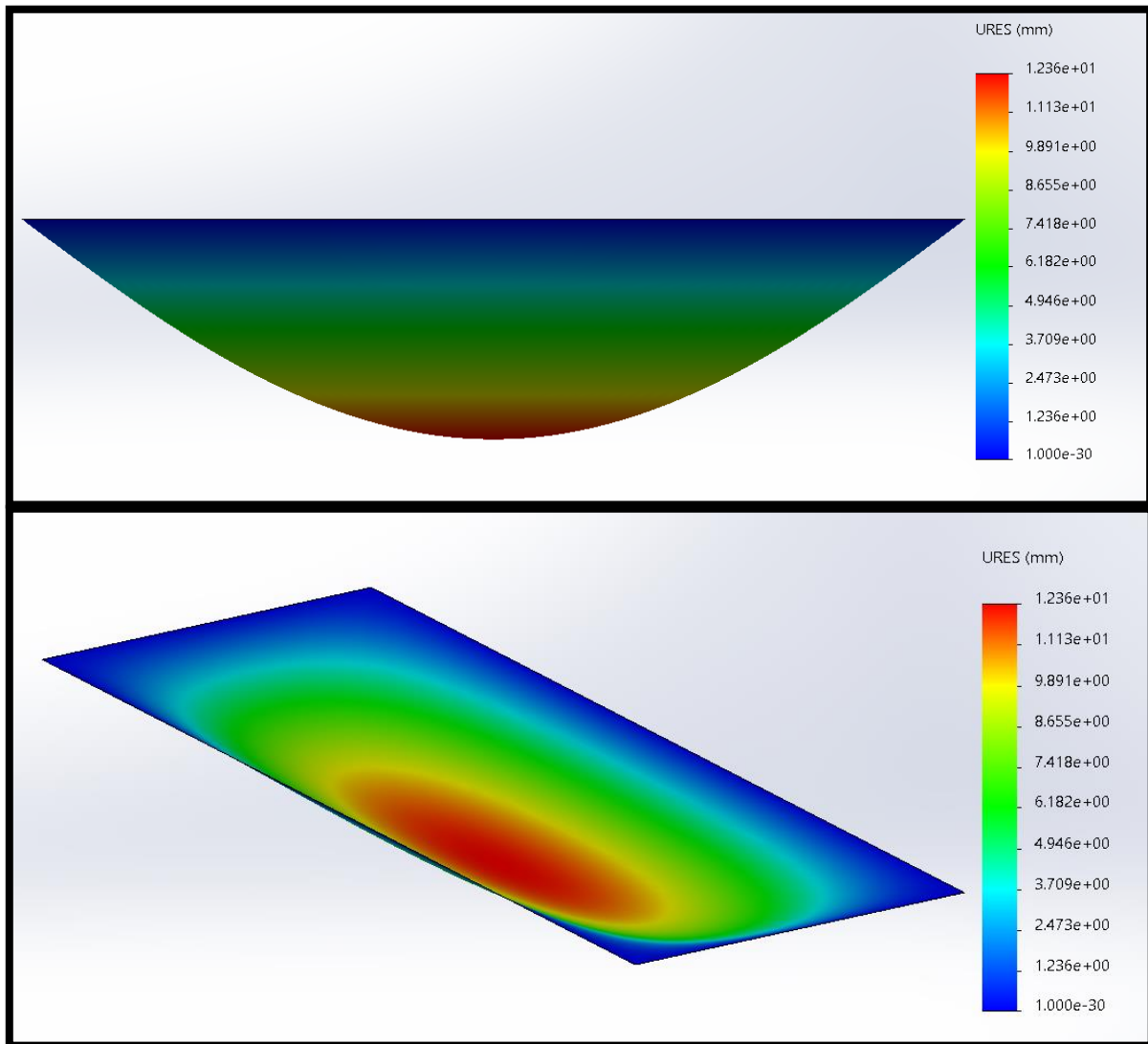
Σχήμα 33: Mesh σε 2D



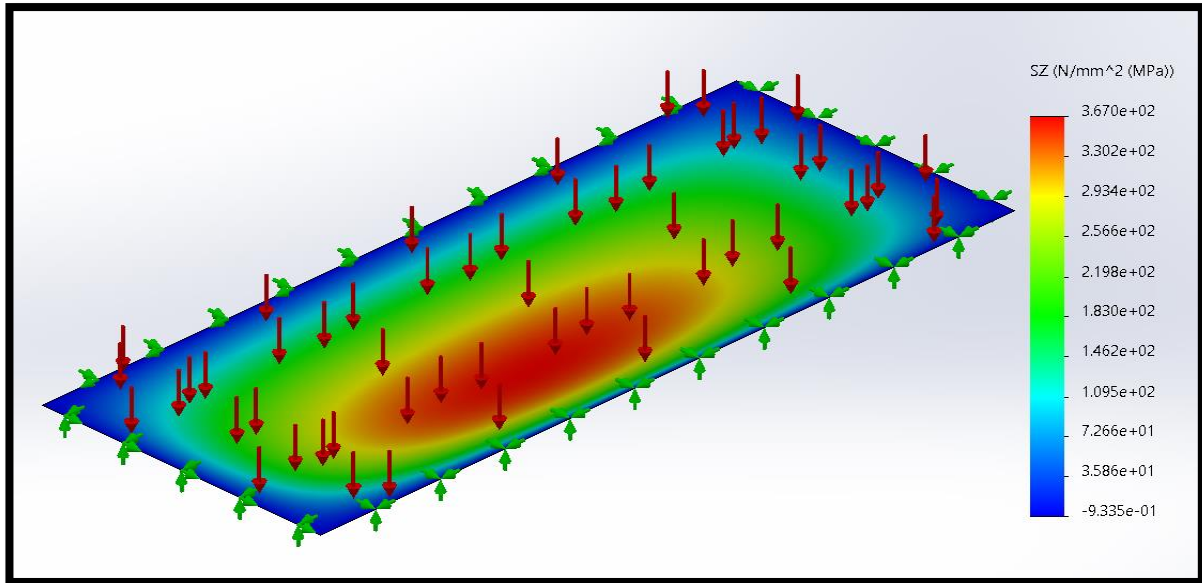
Σχήμα 32: Τάσεις Von Mises σε 2D



Σχήμα 35: Τάσεις σx



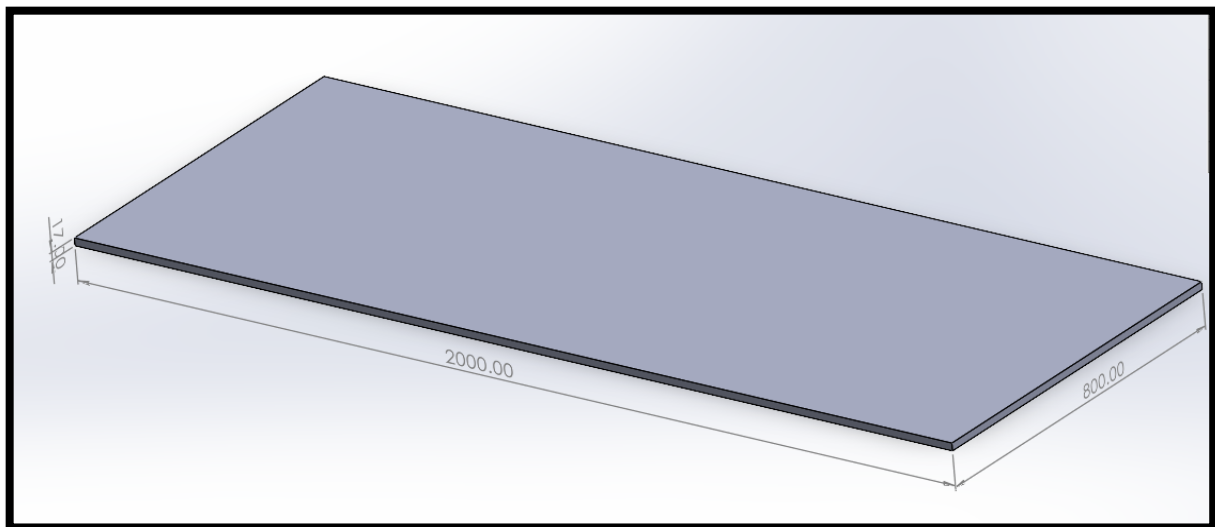
Σχήμα 34: Displacement (θέλος κάμψης) σε 2D



Σχήμα 36: Τάσεις σ<sub>z</sub>

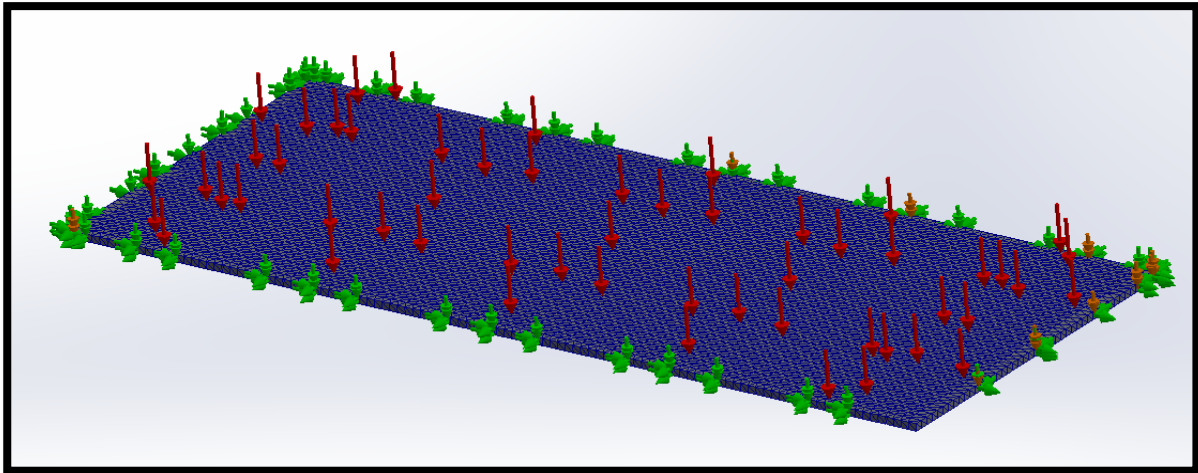
### 6.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου

Ομοίως με τις προηγούμενες ενότητες, το πρώτο βήμα είναι να σχεδιάσω το μοντέλο μου στις επιθυμητές διαστάσεις.



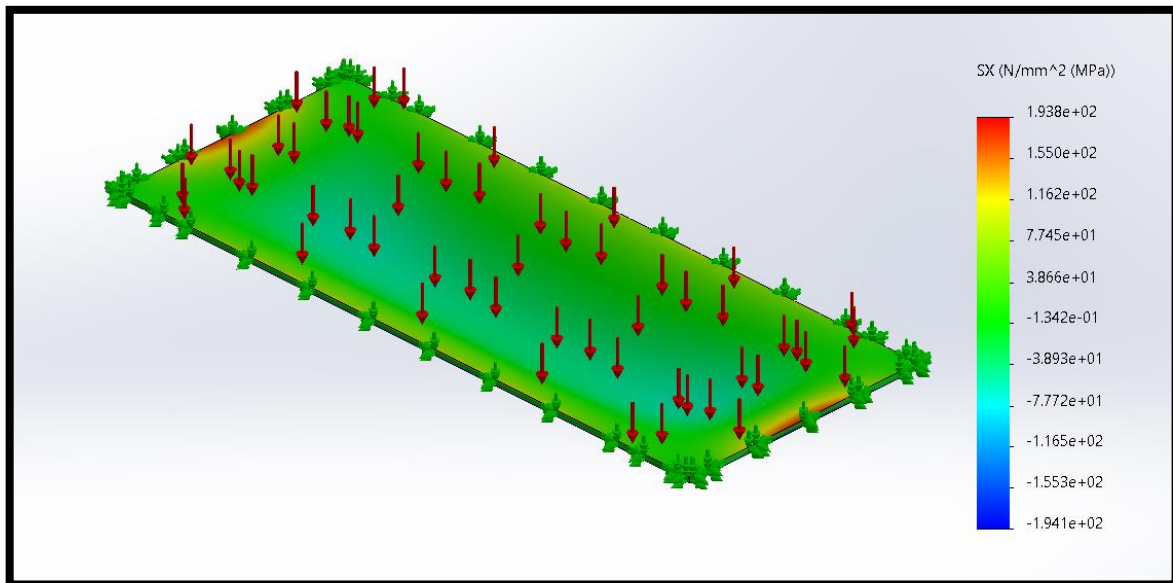
Σχήμα 37: 3D σχεδιασμός μοντέλου

Έπειτα θα εφαρμόσω την στήριξη, η οποία είναι η απλή έδραση περιμετρικά, το υλικό μου καθώς και τη δεδομένη πίεση. Έτσι σε αυτό το σημείο μπορώ να δημιουργήσω και το mesh.

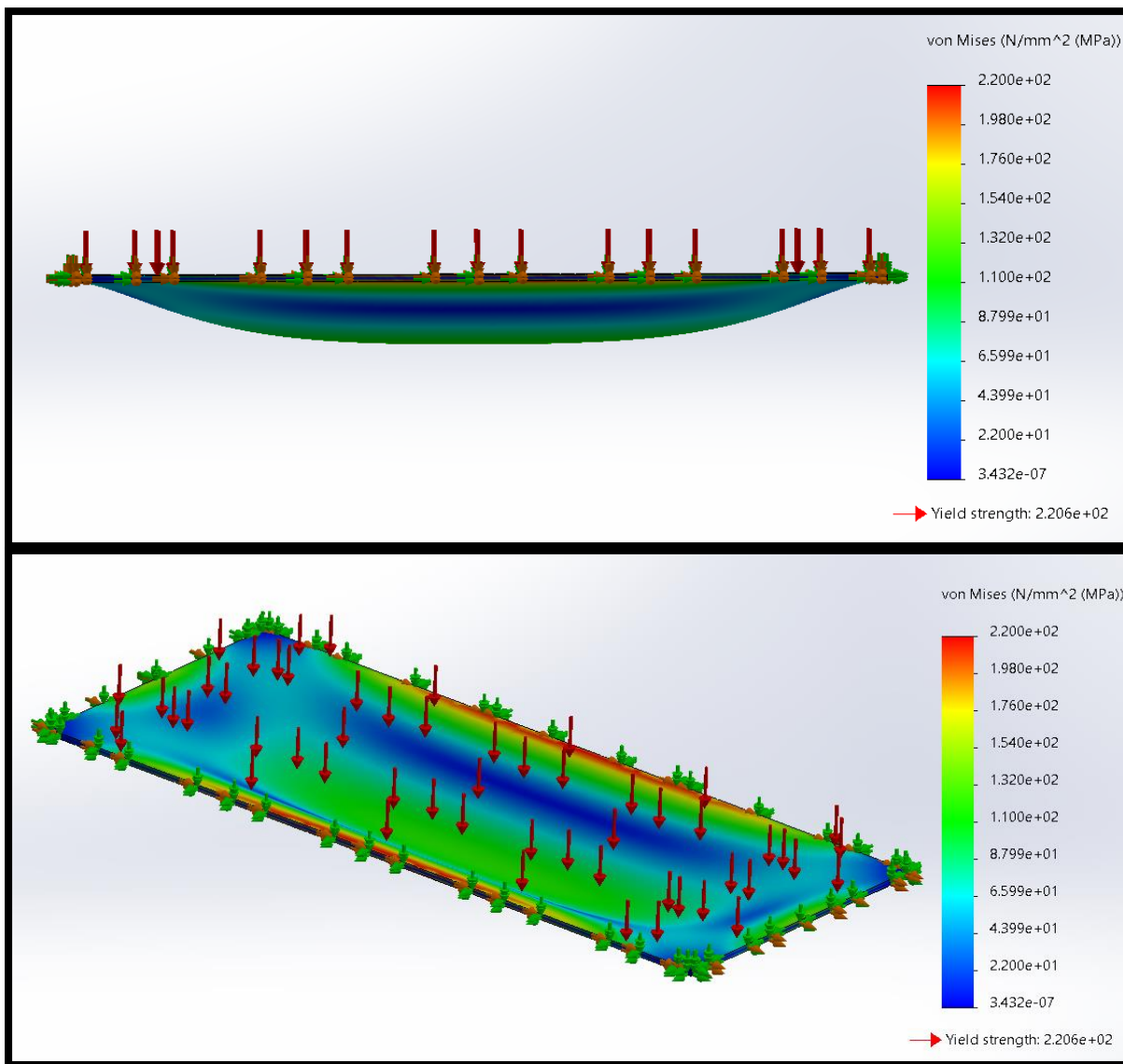


Σχήμα 38: Απλή έδραση, άσκηση πίεσης και δημιουργία mesh

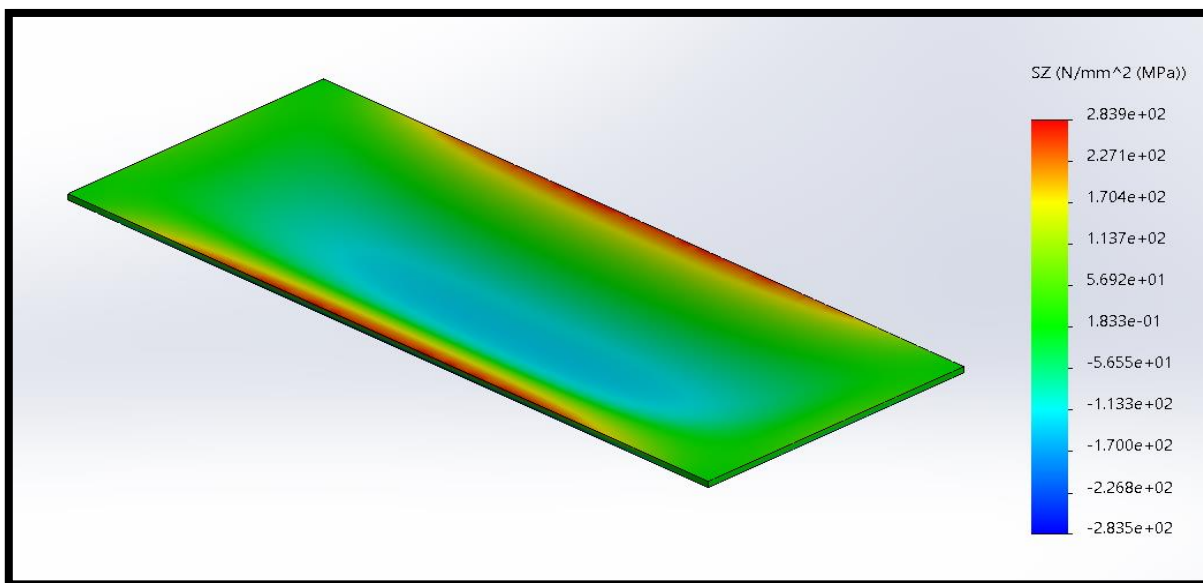
Τέλος, αφού τρέξω το μοντέλο μου, μπορώ να πάρω τα ζητούμενα μεγέθη. Δηλαδή τις τάσεις Von Mises, την τάση  $\sigma_x$ , το μέγιστο βέλος κάμψης καθώς και το strain.



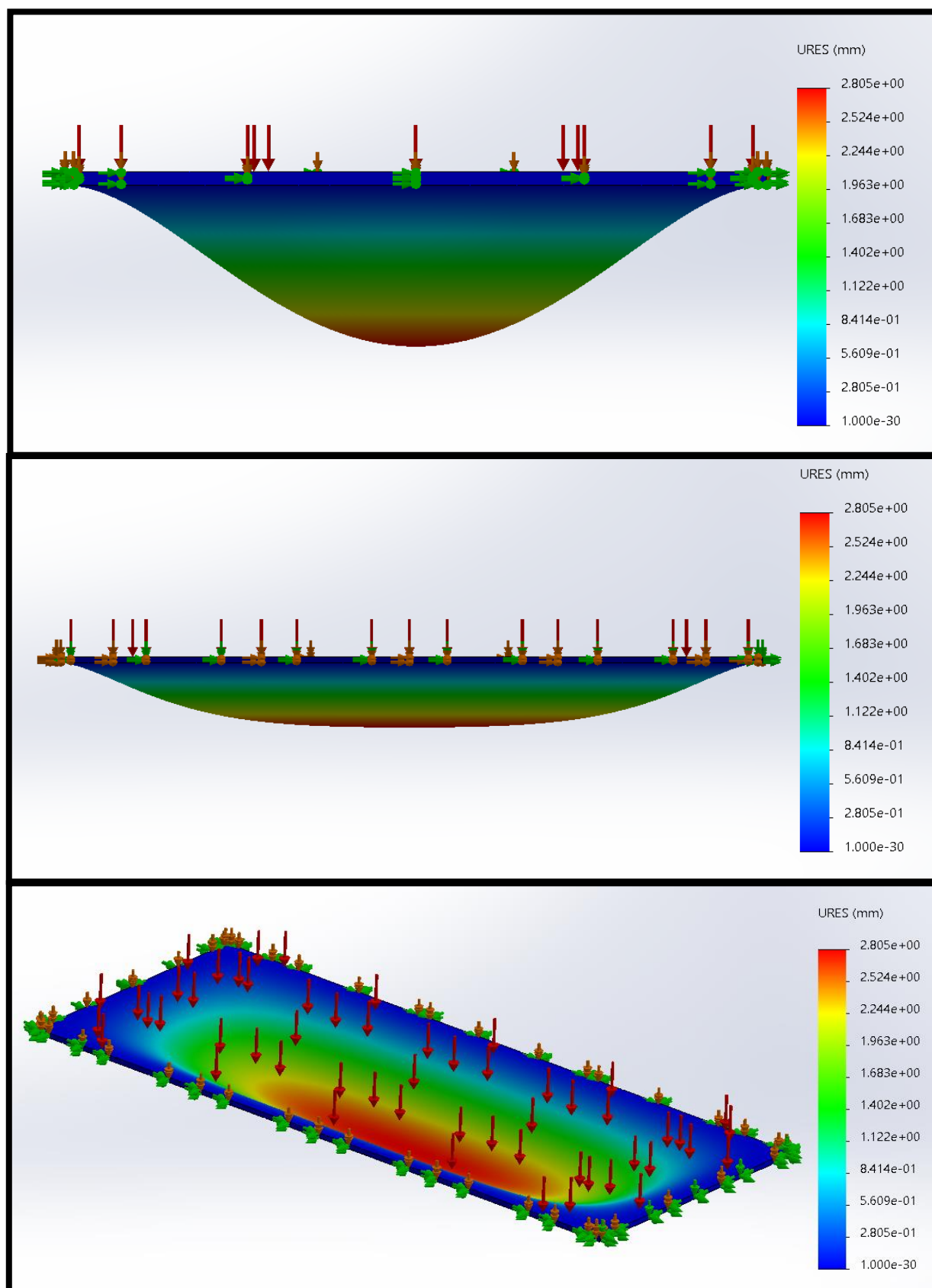
Σχήμα 39: Τάσεις  $\sigma_x$



Σχήμα 40: Τάσεις Von Mises



Σχήμα 41: Τάσεις σ<sub>yz</sub>



Σχήμα 42: Displacement (θέλος κάμψης) σε 3D

### 6.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR

Με βάση τον τύπο, για τον υπολογισμό του πάχους ενός ελάσματος, από τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανόνες (CSR), θα γίνει ο υπολογισμός της ζητούμενης τάσης.

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}}$$

Θα λύσω ως προς  $C_a R_{EH}$ , όπου θεωρώ το γινόμενο αυτό ως την επιτρεπόμενη τάση.

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}} \leftrightarrow C_a R_{EH} = \frac{0.0158^2 * a_p^2 * b^2 * P}{\chi * t^2}$$

$$\leftrightarrow \sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{0.0158^2 * 1^2 * 800^2 * 245}{1 * 17^2} = 135.445 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Παρατηρώ ότι ο συντελεστής διόρθωσης είναι πάνω από τη μονάδα. Για αυτό το λόγο θα το θέσω ίσο με ένα με βάση τους κανονισμούς νηογνυμένων.

Έλασμα : 2000x800x17			
μήκος:	a=	2000	(mm)
πλάτος:	b=	800	(mm)
Πάχος:	t=	17	(mm)
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1	
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1.009524	$\leq 1$
Πίεση:	P=	245	(kN/m <sup>2</sup> )
Συντελεστής:	$\chi$ =	1	
επιτρεπόμενη τάση:	$\sigma_{\varepsilon\pi}$ =	135.4448	(N/mm <sup>2</sup> )

Παρατηρώ ότι η επιτρεπόμενη τάση είναι ίση με τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις, με τα ελάσματα διαστάσεων 3200\*800\*17 και 2400x800x17, αυτό συμβαίνει διότι το μήκος το οποίο διαφέρει στις δύο περιπτώσεις δεν περιλαμβάνεται στον τύπο του επιτρεπόμενου μήκους.

7. Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2400\*600\*17)

7.1. Θεωρητική προσέγγιση

Για να μπορέσουμε να ολοκληρώσουμε τη μελέτη και να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα, θα μεταβάλλουμε το πλάτος κι όχι το μήκος του ελάσματος, κρατώντας σταθερό το πάχος.

Η θεωρητική μελέτη του ελάσματος, και σε αυτά τα κεφάλαια θα γίνει με βάση τους τύπους του κεφαλαίου «Απλά εδρασμένη ορθογωνική πλάκα υπό σταθερό φορτίο».

Έχοντας ως δεδομένες τις κύριες διαστάσεις του ελάσματος, το μέτρο ελαστικότητας καθώς και το λόγο Poisson μπορούμε να υπολογίσουμε την ακαμψία του ελάσματος με τον παρακάτω τύπο:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = 944.81 * 10^5 (N * mm)$$

Επομένως, αφού το πάχος είναι σταθερό, έτσι και η ακαμψία του ελάσματος θα παραμείνει σταθερή.

Ο υπολογισμός του βέλους κάμψης αλλά και των ροπών θα γίνει στο μέσον του ελάσματος, για  $x=a/2$  και  $y=b/2$ , επομένως θα βρούμε το μέγιστο βέλος κάμψης.

Με την χρήση των τύπων του κεφαλαίου που αναφέραμε παραπάνω για απλά περιφερειακά εδρασμένο έλασμα και με δεδομένη την πίεση  $P=0.245 (N/mm^2)$  θα γίνει ο υπολογισμός του μέγιστου βέλους κάμψης, των ροπών καθώς και τις τάσεις στο μέσον του ελάσματος.

Μέγιστο βέλος κάμψης:	$W_{max} =$	4.343391076	(mm)
Ροπή ως προς το x	$M_x =$	3656.314507	(N*mm)
Ροπή ως προς το y	$M_y =$	11058.2724	(N*mm)
Ροπή ως προς το xy	$M_{xy} =$	-3.4397E-29	(N*mm)
Τάση στο x	$\sigma_x = \pm$	75.90964375	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο y	$\sigma_y = \pm$	229.58351	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο xy	$\tau_{xy} =$	-7.14125E-31	(N/mm <sup>2</sup> )



## 7.2. Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks

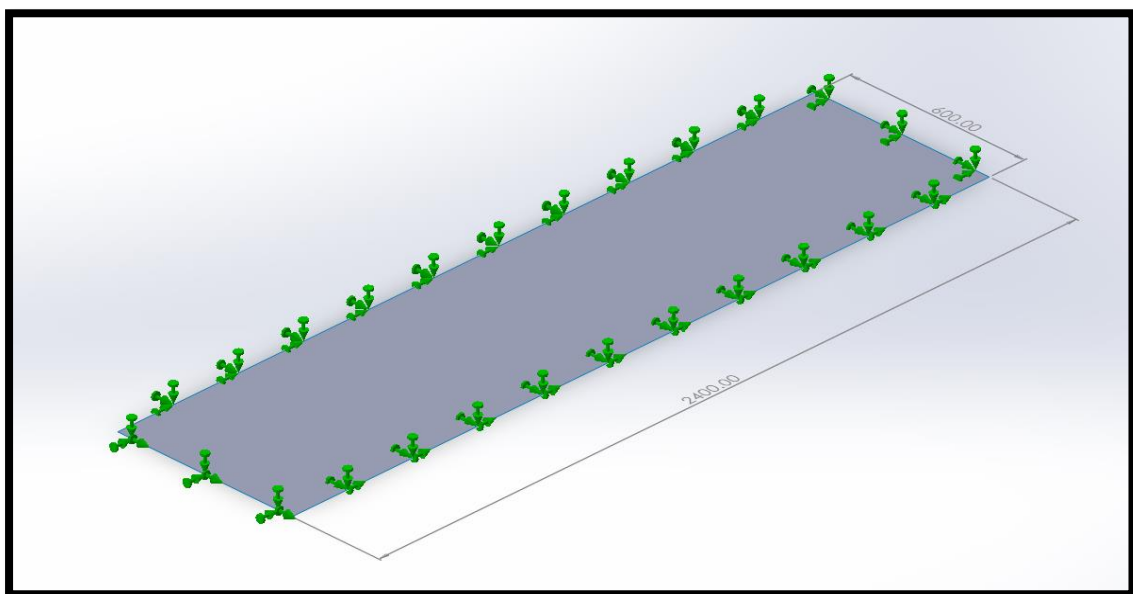
### 7.2.1. Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D)

Με την χρήση του προγράμματος SolidWorks, θα προσδιορίσουμε τις αναπτυσσόμενες τάσεις Von Mises καθώς και το μέγιστο βέλος κάμψης.

Αρχικά θα σχεδιάσουμε τα ελάσματα με τις διαστάσεις που χρησιμοποιήσαμε και για τη θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος. Η σχεδίαση του μοντέλου θα είναι σε δισδιάστατη και τρισδιάστατη μορφή, διότι η θεωρητική προσέγγιση που κάναμε παραπάνω χρησιμοποιείται για τη δισδιάστατη μορφή του ελάσματος. Η στήριξη που θα χρησιμοποιήσουμε είναι Simply Supported (SS), δηλαδή απλά περιμετρικά εδρασμένη και το υλικό θα είναι plain carbon steel. Ουσιαστικά αυτό που θέλω να κάνω είναι να εμποδίσω τις κινήσεις του ελάσματος κατά τους άξονες  $x, y$  και  $z$ .

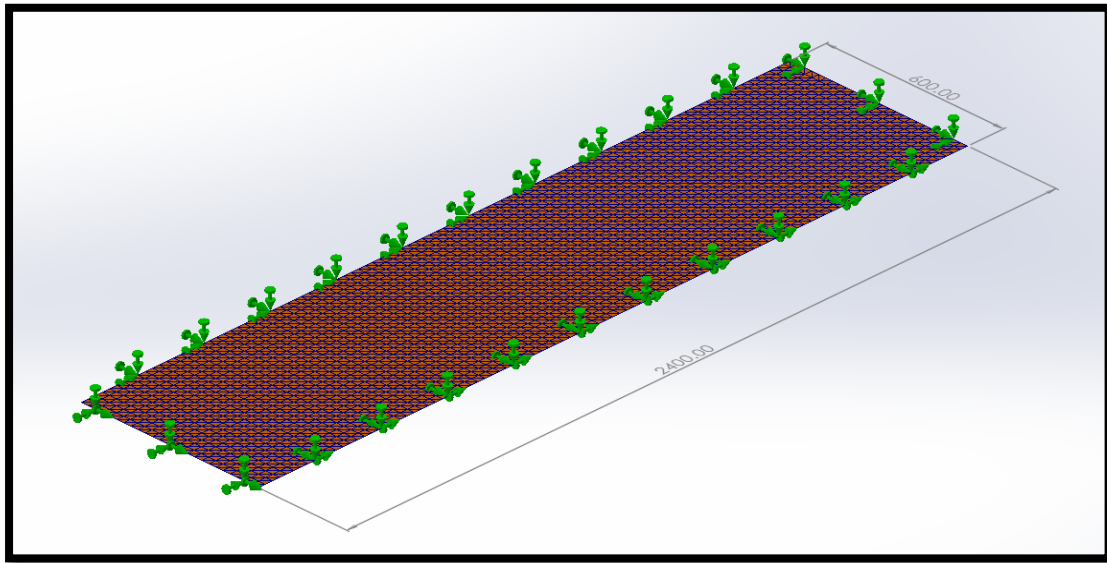


Σχήμα 43: Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου



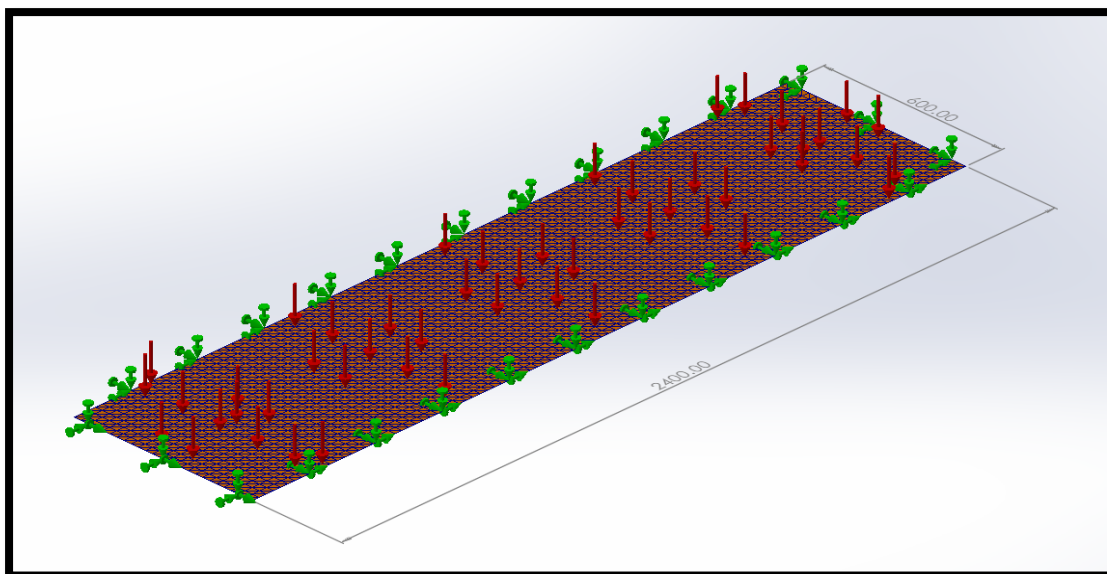
Σχήμα 44: Απλή περιμετρικά έδραση

Το επόμενο βήμα είναι η δημιουργία του mesh, το οποίο θα το κάνουμε πολύ πυκνό ώστε να έχουμε πιο ορθά αποτελέσματα.

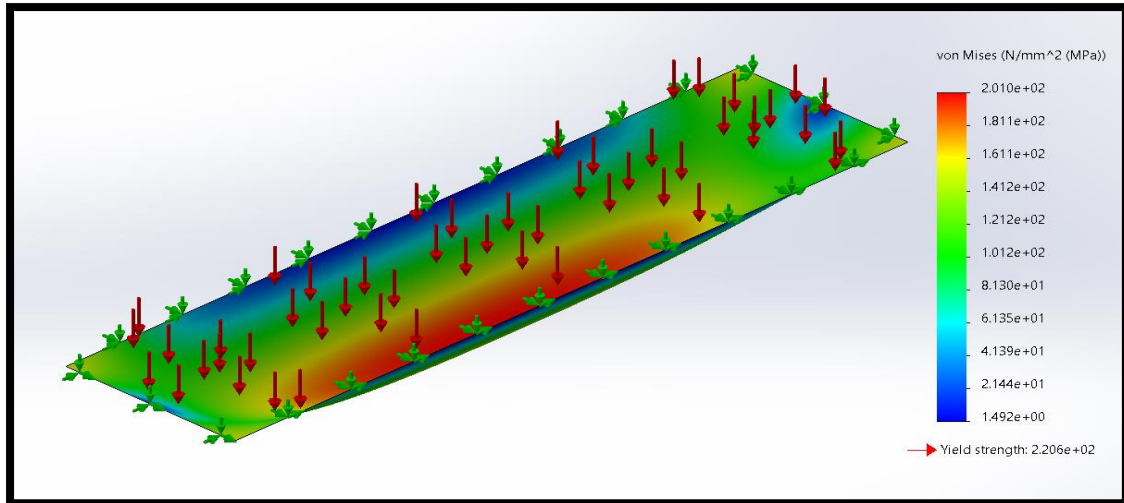


Σχήμα 45: Δημιουργία mesh

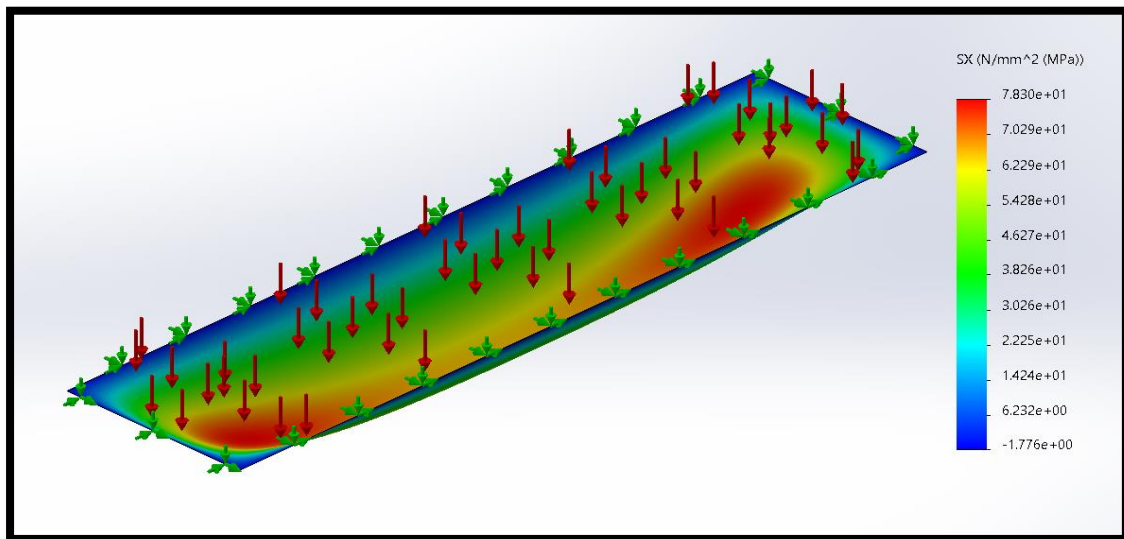
Έπειτα θα ασκήσω τη δεδομένη πίεση, ώστε να πάρουμε τα ζητούμενα αποτελέσματα.



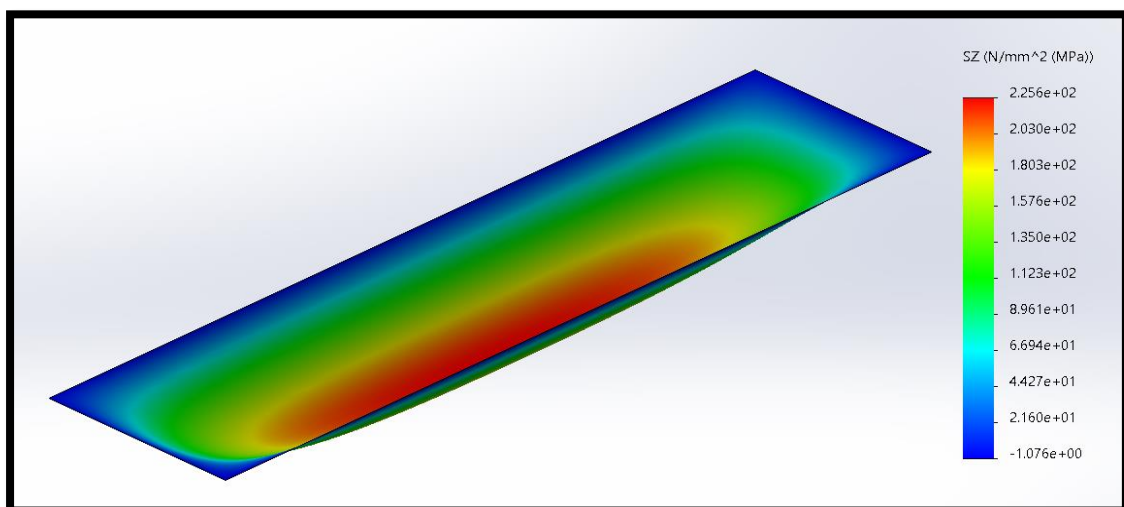
Σχήμα 46: Άσκηση πίεσης  $0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$



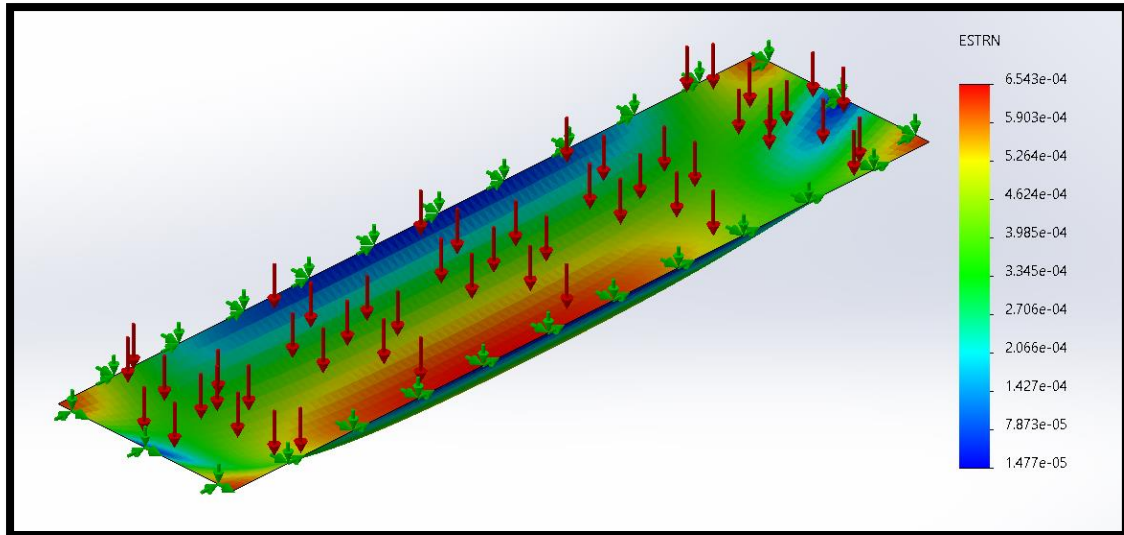
Σχήμα 47: Τάσεις Von Mises



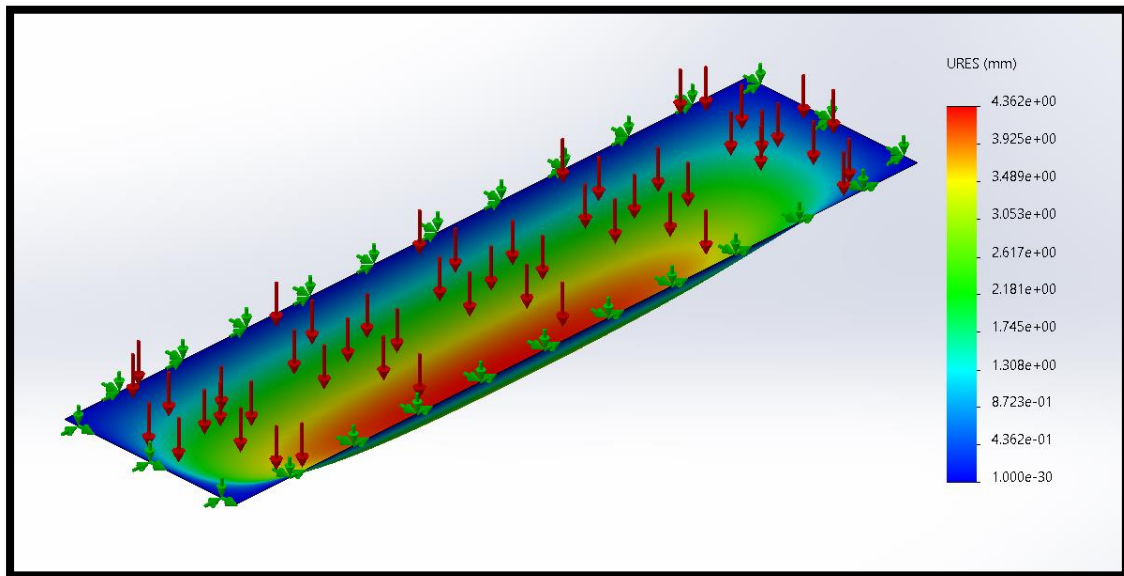
Σχήμα 48: Τάσεις sx



Σχήμα 49: Τάσεις sz



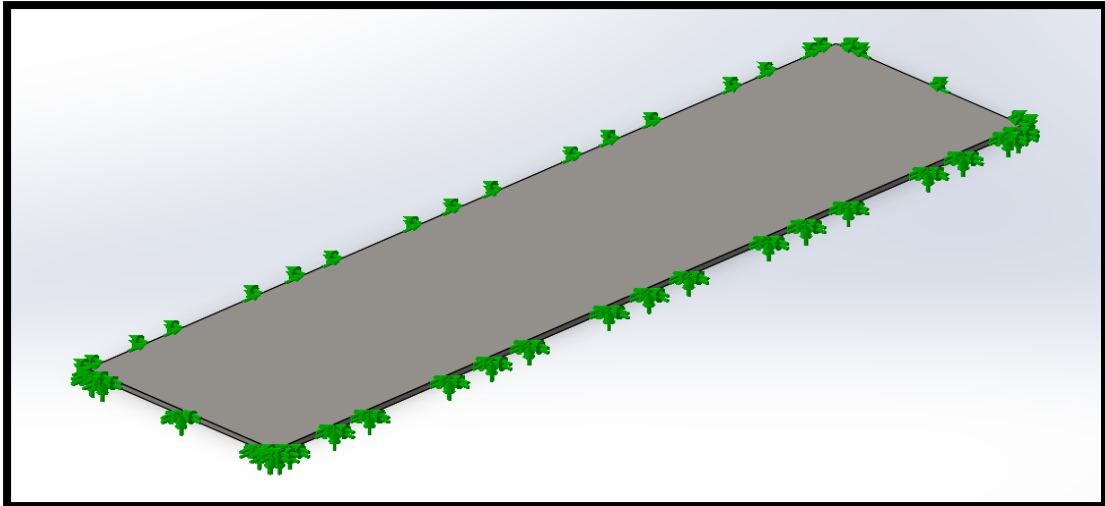
Σχήμα 50: Strain σε 2D



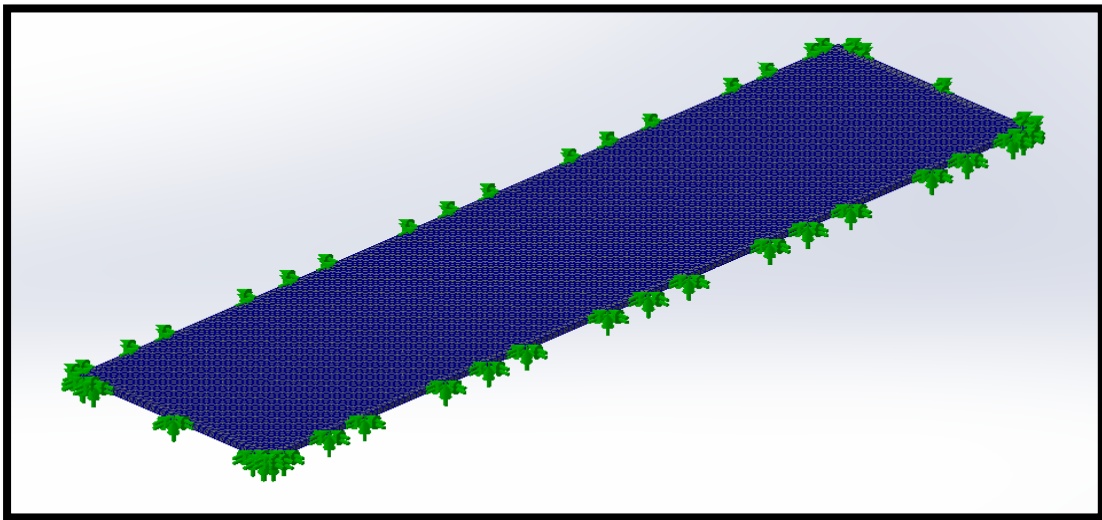
Σχήμα 51: Βέλος κάμψης σε 2D

### 7.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (3D)

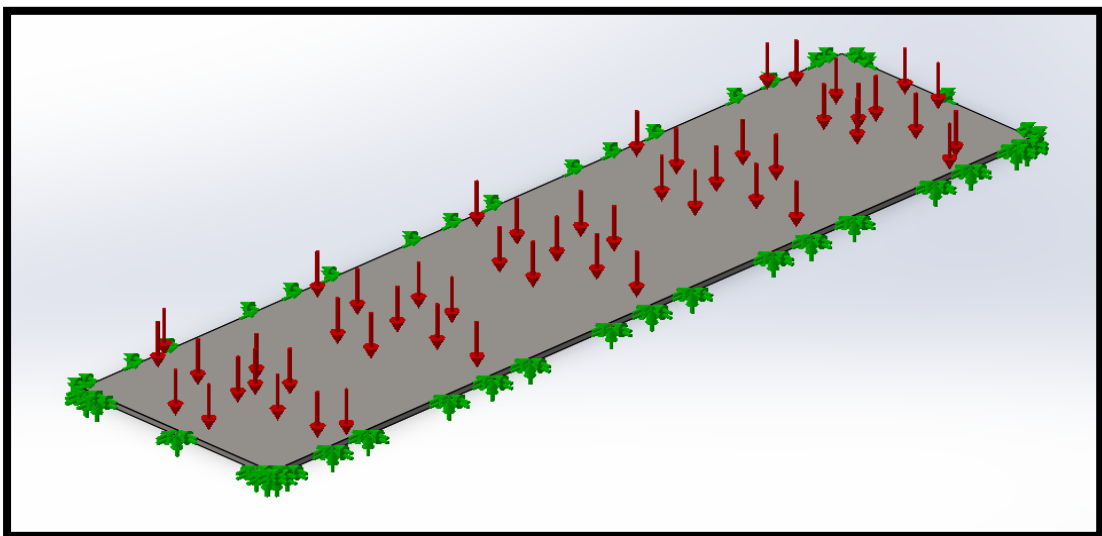
Η πορεία σχεδίασης που ακολουθούμε είναι η ίδια κι αλλάζει μόνο το πλάτος του ελάσματος, όπως και στο δισδιάστατο σχεδιασμό. Δηλαδή ορίζουμε το υλικό μας, εφαρμόζουμε απλή έδραση στο έλασμα, ασκούμε πίεση ίση με  $P=0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$  και δημιουργούμε το mesh.



Σχήμα 52: Δημιουργία μοντέλου και απλή έδραση περιμετρικά



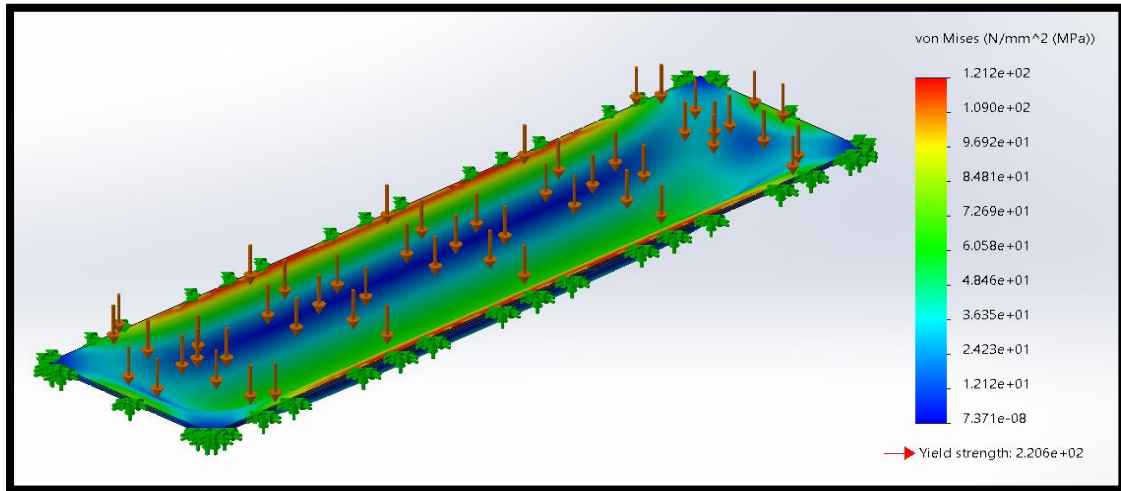
Σχήμα 53: Δημιουργία mesh



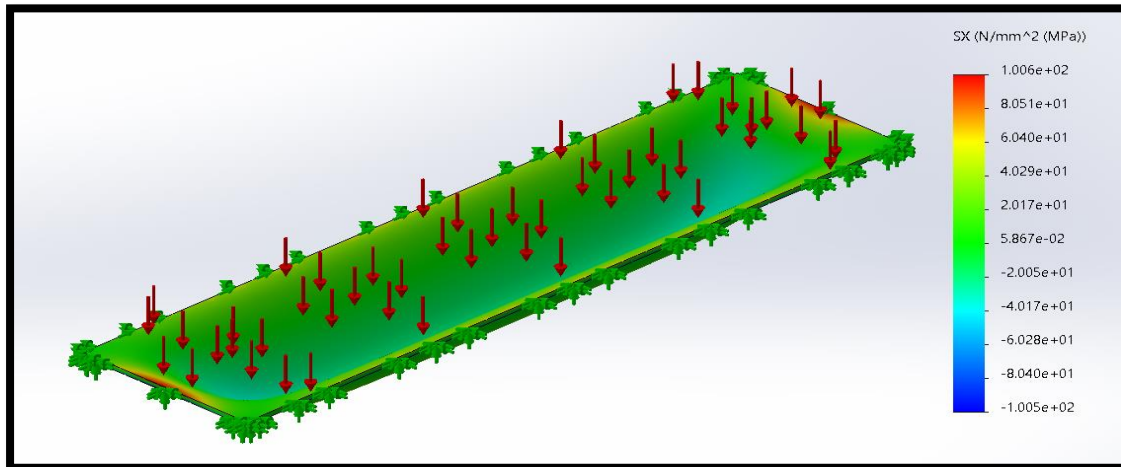
Σχήμα 54: Άσκηση πίεσης  $P=0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$

## Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση

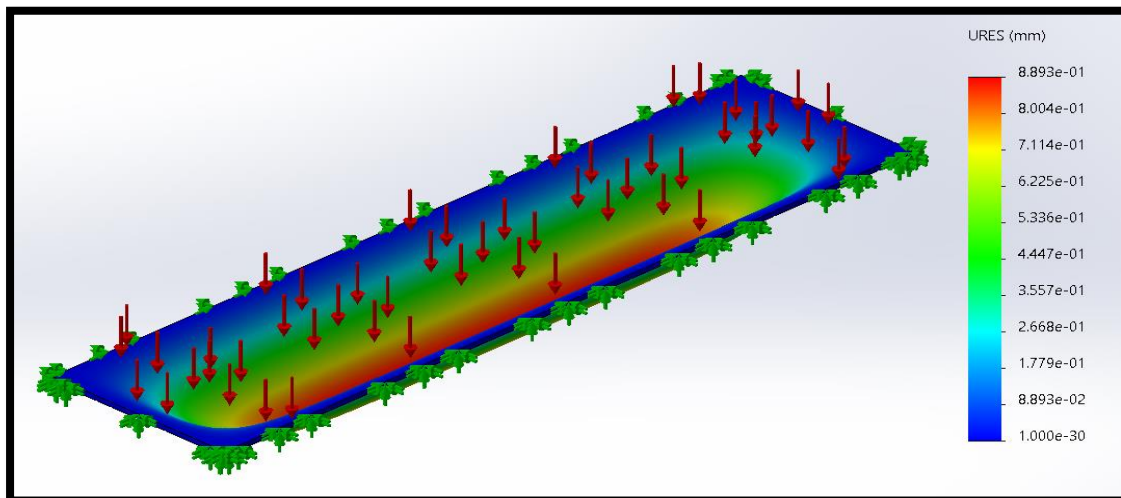
Στην συνέχεια θα «τρέξουμε» το μοντέλο μας, ώστε να πάρουμε τα ζητούμενα μεγέθη. Αυτά παρουσιάζονται παρακάτω:



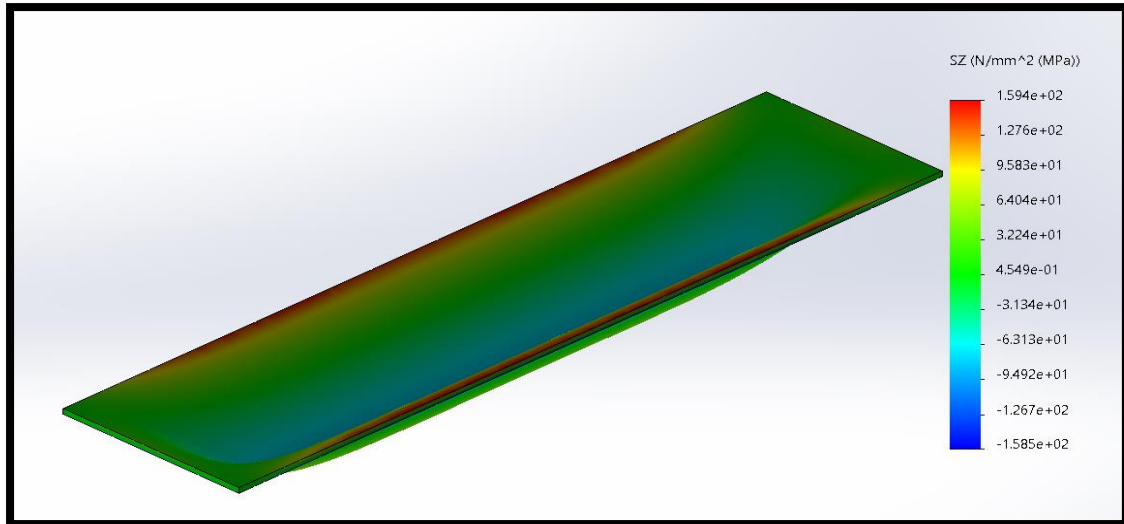
Σχήμα 55: Τάσεις Von Mises



Σχήμα 56: Τάσεις sx



Σχήμα 57: Βέλος κάμψης σε 3D



Σχήμα 58: Τάσεις σ<sub>z</sub>

### 7.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR

Ομοίως με τις προηγούμενες περιπτώσεις κάνουμε χρήση του παρακάτω τύπου:

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}} \leftrightarrow C_a R_{EH} = \frac{0.0158^2 * a_p^2 * b^2 * P}{\chi * t^2}$$

$$\leftrightarrow \sigma_{\epsilon\pi} = \frac{0.0158^2 * 1^2 * 600^2 * 245}{1 * 17^2} = 76.188 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

Παρατηρώ ότι ο συντελεστής διόρθωσης είναι πάνω από τη μονάδα. Για αυτό το λόγο θα το θέσω ίσο με ένα με βάση τους κανονισμούς νηογνυμένων.

Έλασμα 4: 2400x600x17			
μήκος:	a=	2400	(mm)
πλάτος:	b=	600	(mm)
Πάχος:	t=	17	(mm)
Συντ. Διόρθωσης:	α <sub>p</sub> =	1	
Συντ. Διόρθωσης:	α <sub>p</sub> =	1.080952	≤ 1
Πίεση:	P=	245	(kN/m <sup>2</sup> )
Συντελεστής:	χ=	1	
επιτρεπόμενη τάση:	σ <sub>επ</sub> =	76.18771	(N/mm <sup>2</sup> )

Με τη μείωση του πλάτους του ελάσματος, μειώθηκε αρκετά και η επιτρεπόμενη τάση και διαφοροποιήθηκε από τις προηγούμενες περιπτώσεις.

8. Μελέτη ελάσματος διαστάσεων (2400\*1000\*17)

8.1. Θεωρητική προσέγγιση

Στην περίπτωση αυτή θα διαφοροποιήσουμε μόνο το πλάτος του ελάσματος, από 600 (mm) θα το αυξήσουμε σε 1000 (mm). Έτσι η ακαμψία του ελάσματος παραμένει σταθερή, διότι δεν εξαρτάται από το πλάτος, άρα  $D = 944.81 \cdot 10^5$  (N\*mm).

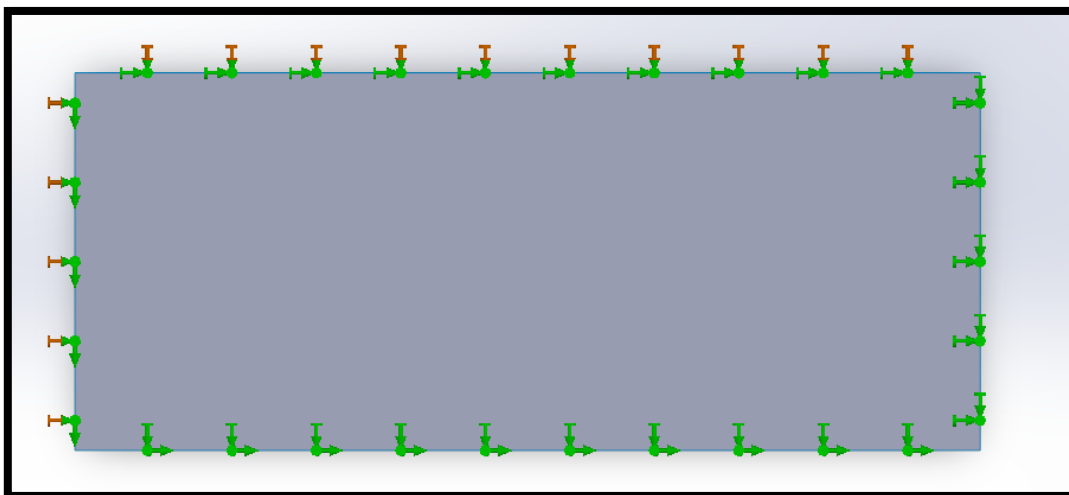
Ομοίως με το προηγούμενο παράδειγμα, θα υπολογίσουμε το βέλος κάμψης, τις ροπές και τις τάσεις στο μέσον του ελάσματος. Αυτό γίνεται διότι το έλασμα θα είναι απλά εδρασμένο περιμετρικά κι έτσι οι μέγιστες τιμές των τάσεων, θα παρουσιαστούν στο μέσον. Με σταθερή την πίεση  $P=0.245$  (N/mm<sup>2</sup>) προκύπτουν οι παρακάτω τιμές:

Μέγιστο βέλος κάμψης:	$W_{max} =$	29.31181294	(mm)
Ροπή ως προς το x	$M_x =$	11034.1322	(N*mm)
Ροπή ως προς το y	$M_y =$	27439.96308	(N*mm)
Ροπή ως προς το xy	$M_{xy} =$	-1.3052E-28	(N*mm)
Τάση στο x	$\sigma_x = \pm$	229.0823293	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο y	$\sigma_y = \pm$	569.6878148	(N/mm <sup>2</sup> )
Τάση στο xy	$\tau_{xy} =$	-2.70975E-30	(N/mm <sup>2</sup> )

8.2. Προσέγγιση με χρήση του SolidWorks

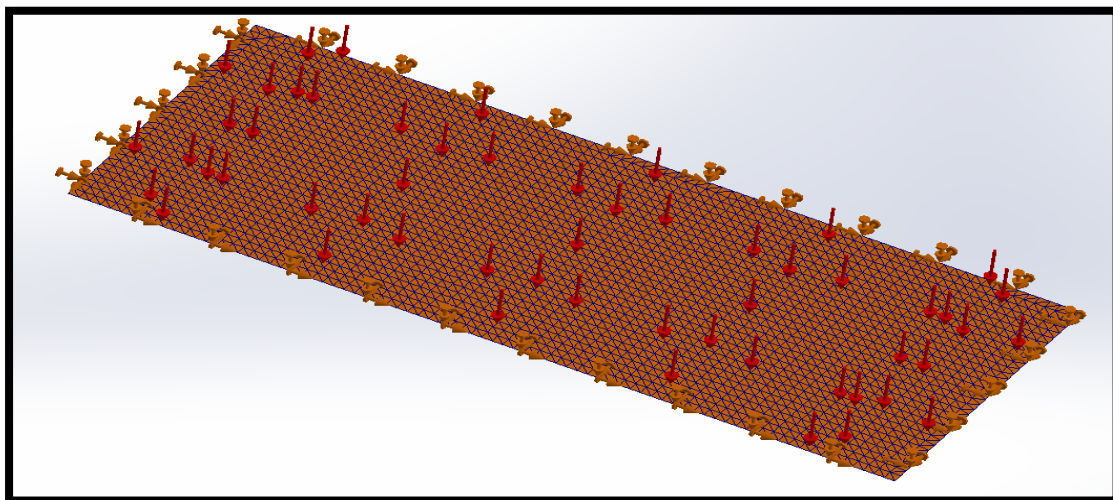
8.2.1. Δισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (2D)

Με την χρήση του προγράμματος SolidWorks, ουσιαστικά υπολογίζουμε τις τάσεις Von Mises και το μέγιστο βέλος κάμψης με τη βοήθεια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Ομοίως με τις προηγούμενες ενότητες, αρχικά θα σχεδιάσω το μοντέλο μου σε δισδιάστατη μορφή και θα το στηρίξω περιμετρικά με απλή έδραση (Fixture SS), ώστε να απαλείψω τις κινήσεις του ελάσματος πάνω στους άξονες. Έπειτα θα του ασκήσω πίεση ίση με  $P=0.245$  (N/mm<sup>2</sup>) στη μεγάλη επιφάνειά του.

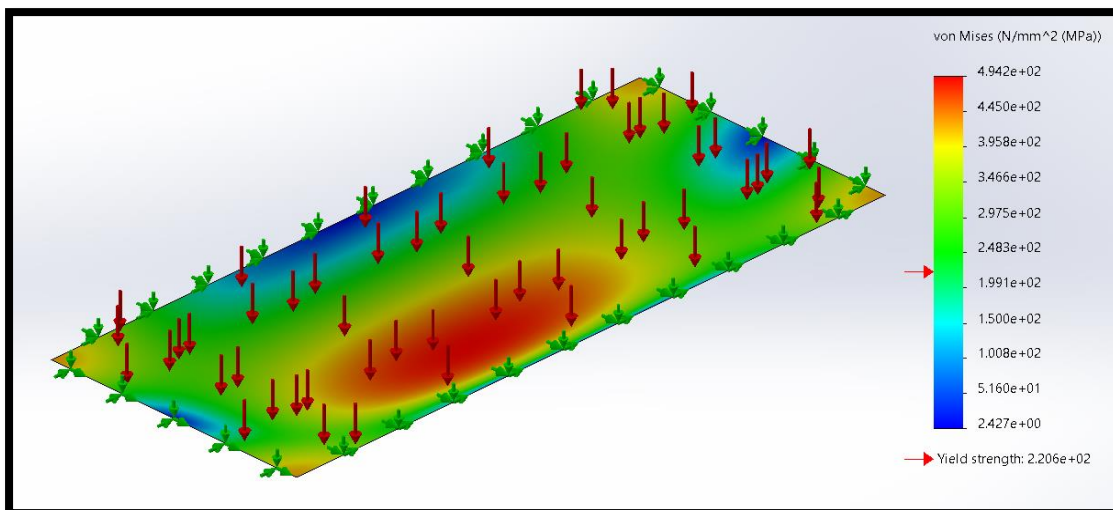


Σχήμα 59: Σχεδιασμός μοντέλου και απλή έδραση περιμετρικά

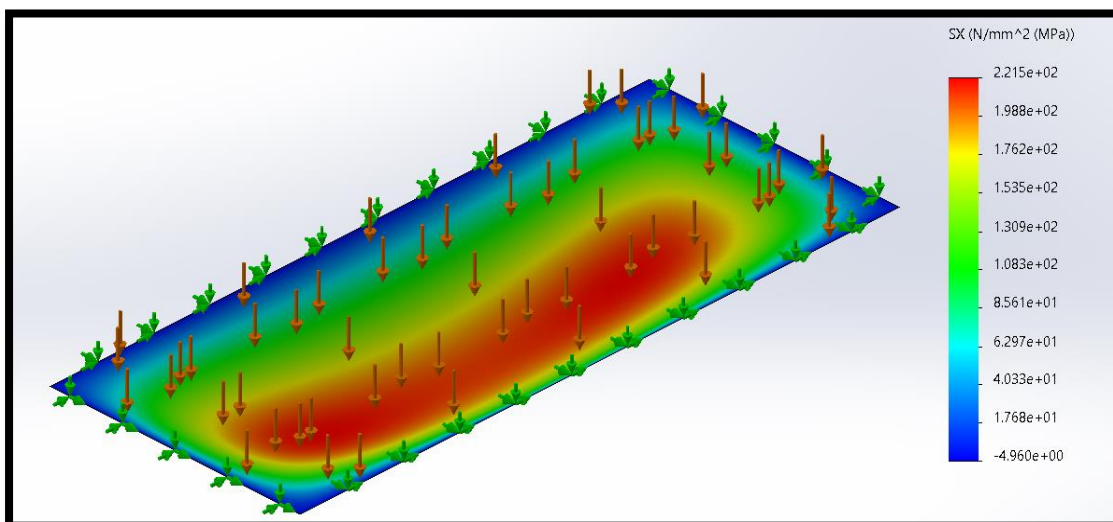




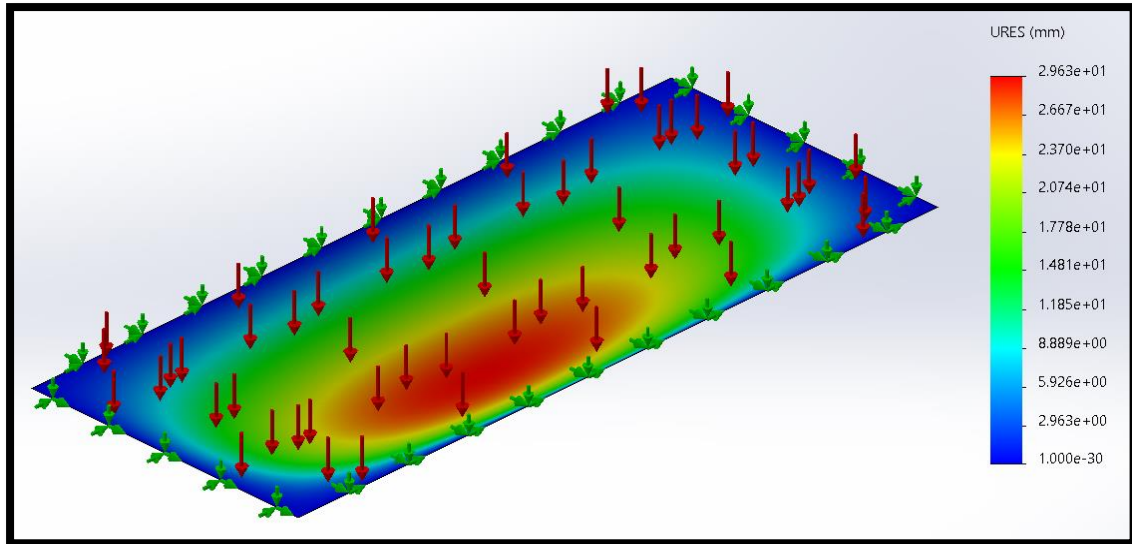
Σχήμα 60: Άσκηση πίεσης  $0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$  και δημιουργία mesh



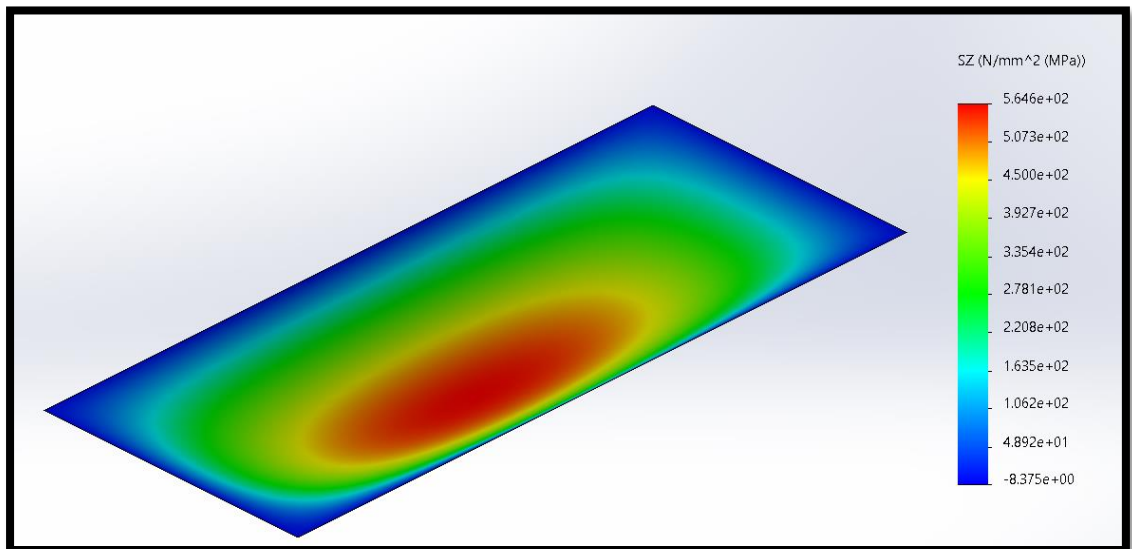
Σχήμα 61: Τάσεις Von Mises



Σχήμα 62: Τάσεις sx



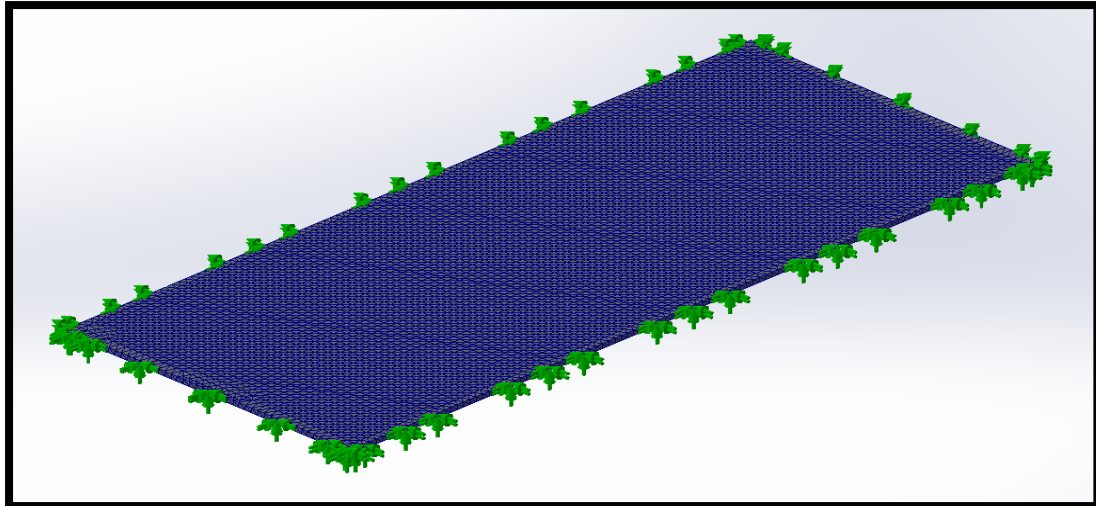
Σχήμα 63: Βέλος κάμψης σε 2D



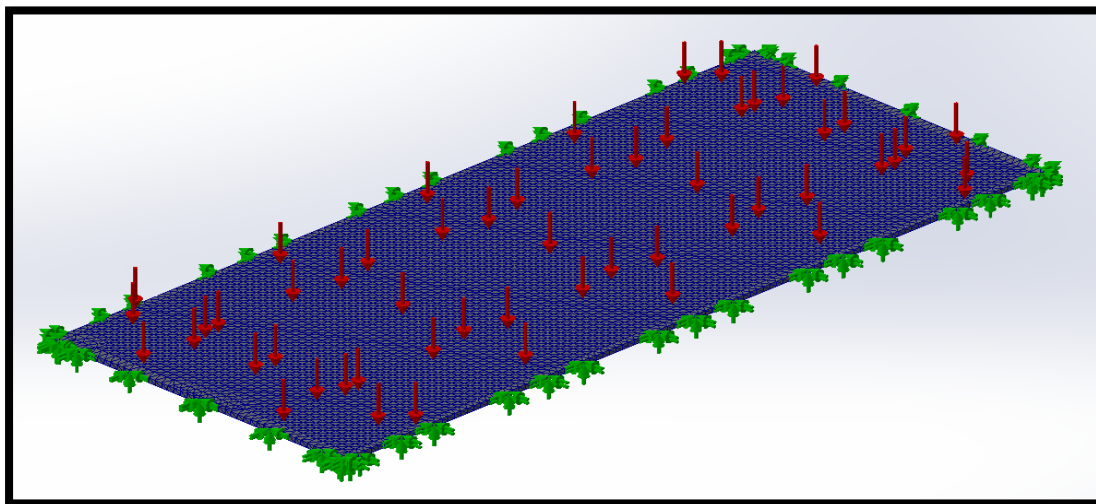
Σχήμα 64: Τάσεις  $\sigma_y$

### 8.2.2. Τρισδιάστατος σχεδιασμός μοντέλου (3D)

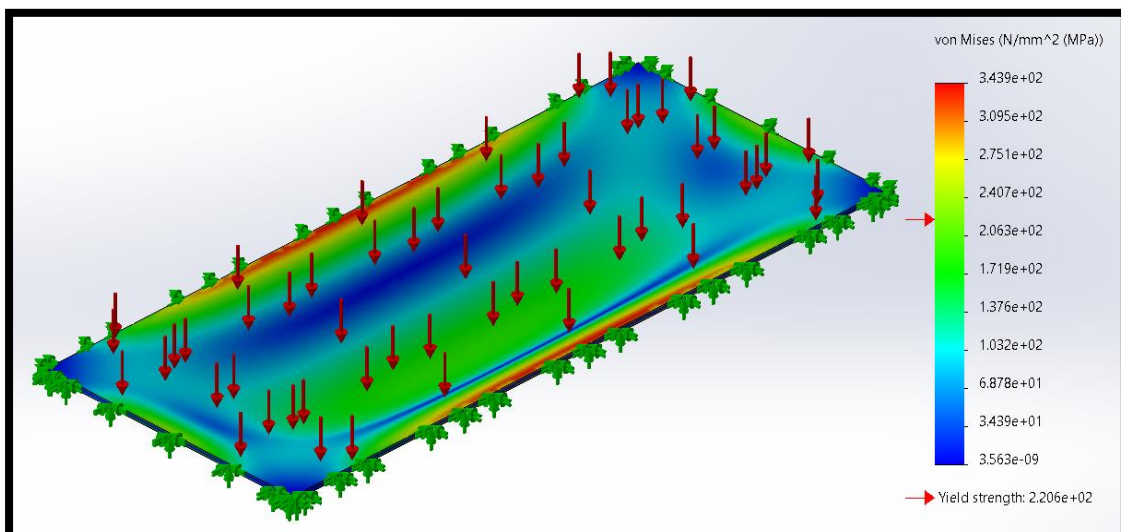
Η πορεία σχεδίασης που ακολουθούμε είναι η ίδια κι αλλάζει μόνο το πλάτος του ελάσματος, όπως και στο δισδιάστατο σχεδιασμό. Δηλαδή ορίζουμε το υλικό μας, εφαρμόζουμε απλή έδραση στο έλασμα, ασκούμε πίεση ίση με  $P=0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$  και δημιουργούμε το mesh.



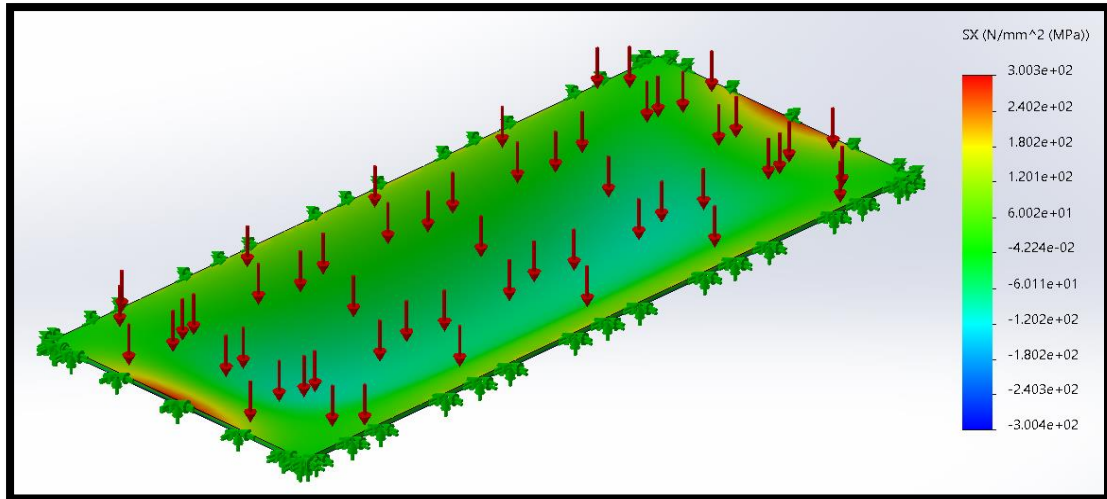
Σχήμα 65: Δημιουργία mesh και απλή έδραση περιμετρικά



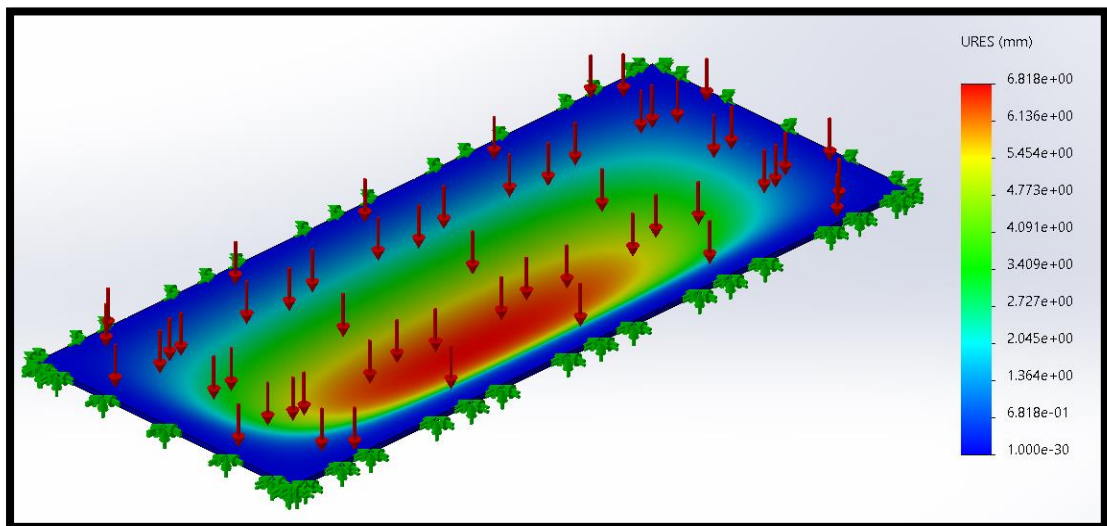
Σχήμα 66: Άσκηση πίεσης  $P=0.245 \text{ (N/mm}^2\text{)}$



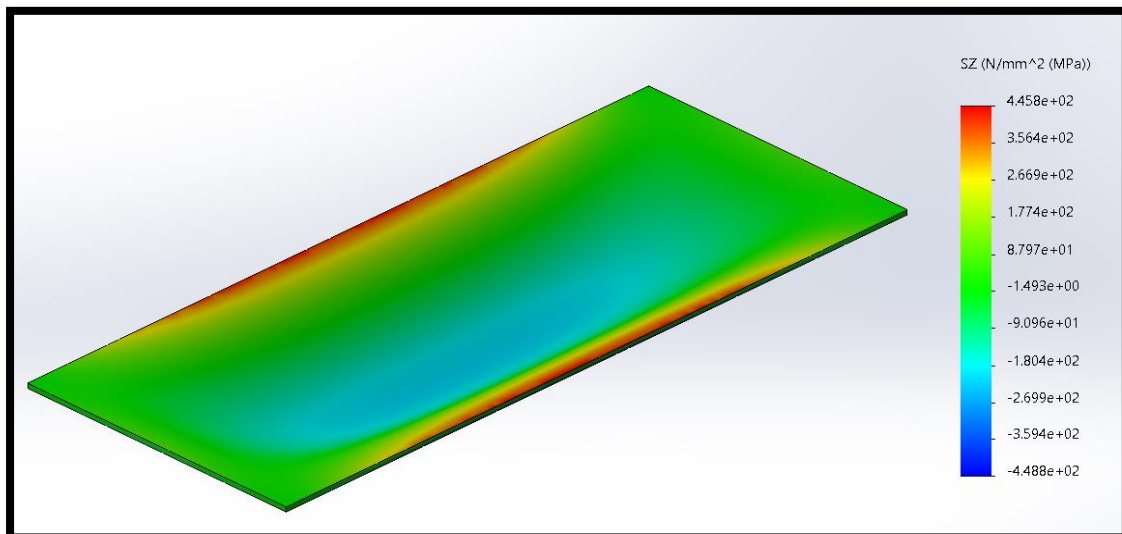
Σχήμα 67: Τάσεις Von Mises



Σχήμα 68: Τάσεις σx



Σχήμα 69: Βέλος κάμψης σε 3D



Σχήμα 70: Τάσεις σy

### 8.3. Προσέγγιση με χρήση τους CSR

Με βάση τον τύπο, για τον υπολογισμό του πάχους ενός ελάσματος, από τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανόνες (CSR), θα γίνει ο υπολογισμός της ζητούμενης τάσης.

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}}$$

Θα λύσω ως προς  $C_a R_{EH}$ , όπου θεωρώ το γινόμενο αυτό ως την επιτρεπόμενη τάση.

$$t = 0.0158 * a_p * b * \sqrt{\frac{|P|}{\chi C_a R_{EH}}} \leftrightarrow C_a R_{EH} = \frac{0.0158^2 * a_p^2 * b^2 * P}{\chi * t^2}$$

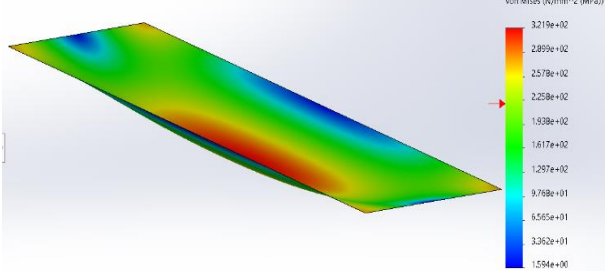
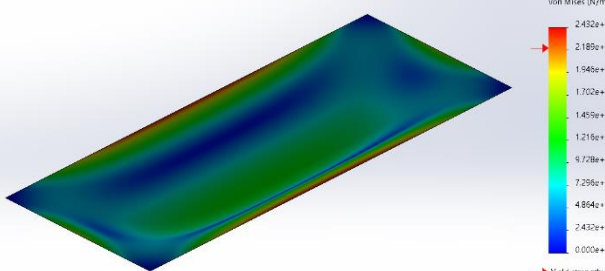
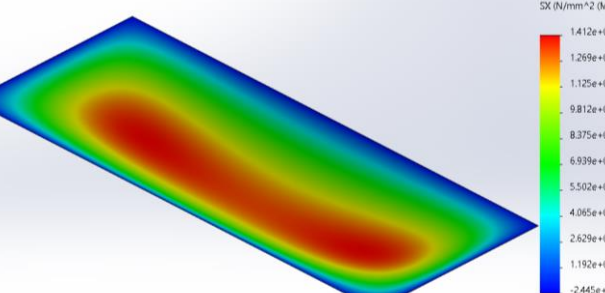
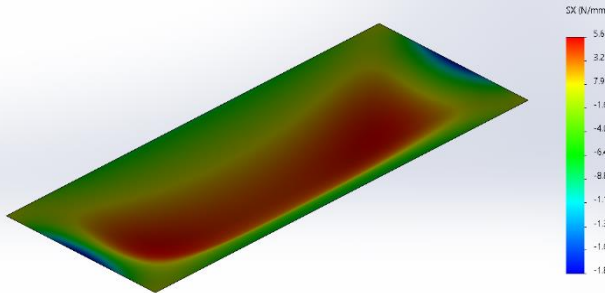
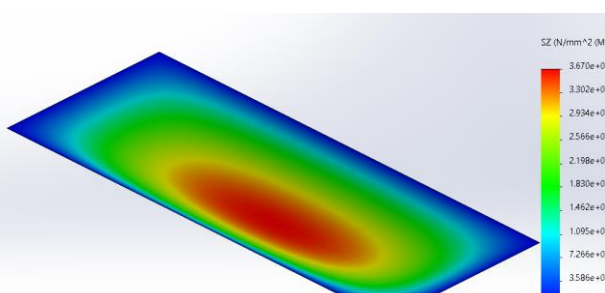
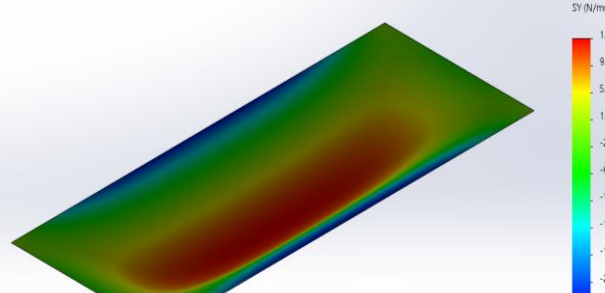
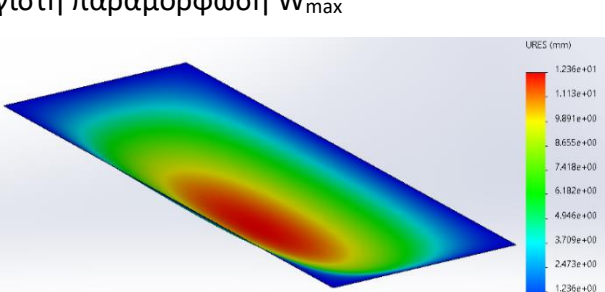
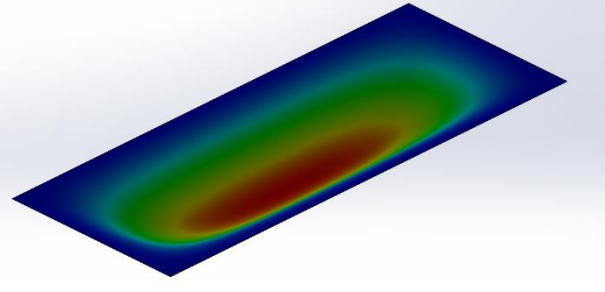
$$\leftrightarrow \sigma_{\varepsilon\pi} = \frac{0.0158^2 * 1^2 * 1000^2 * 245}{1 * 17^2} = 211.632 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

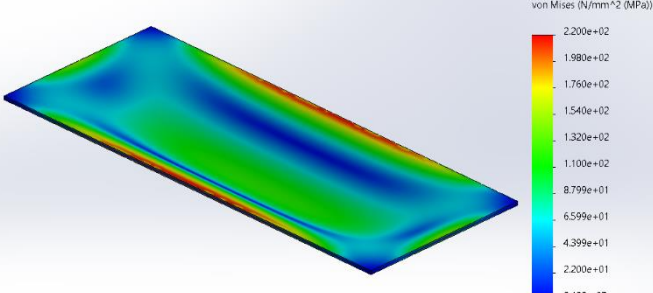
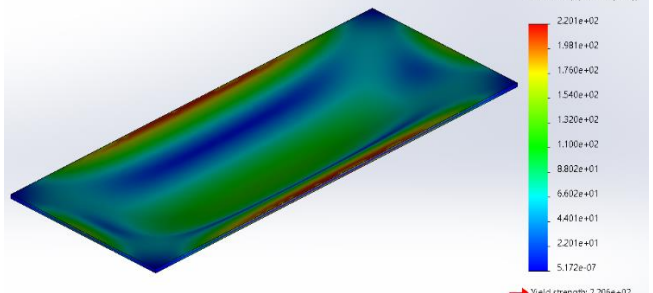
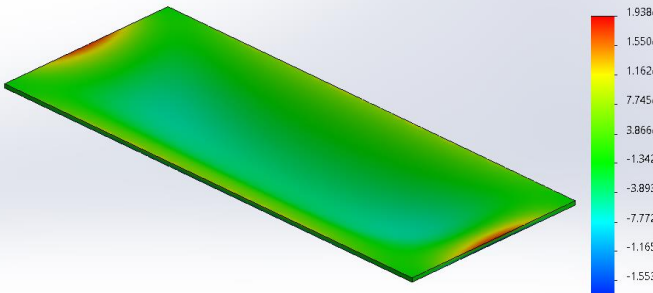
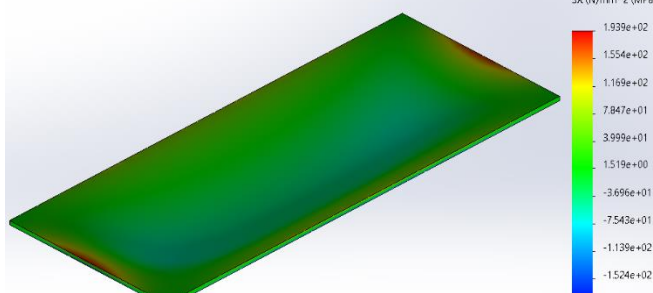
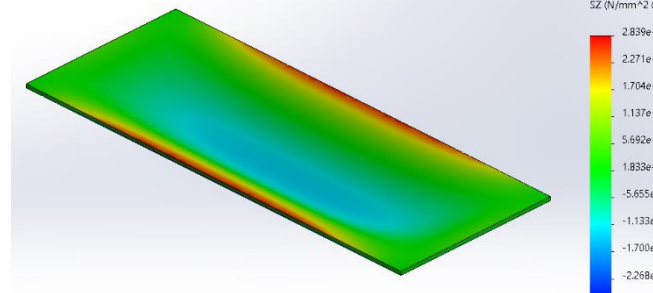
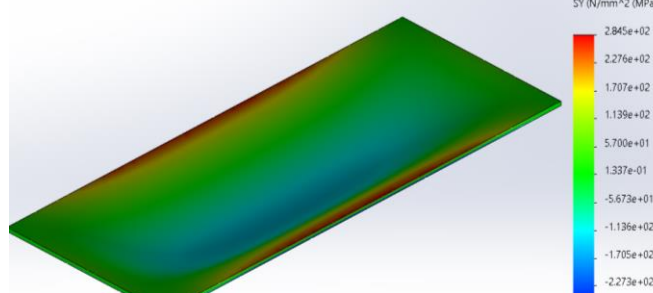
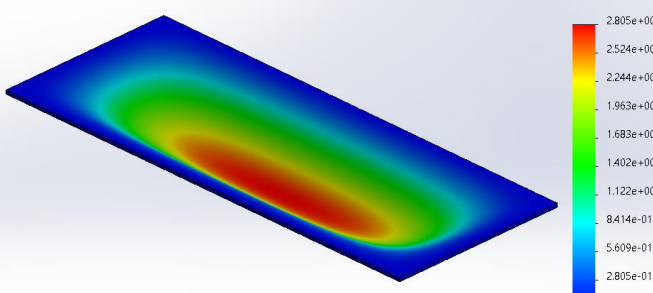
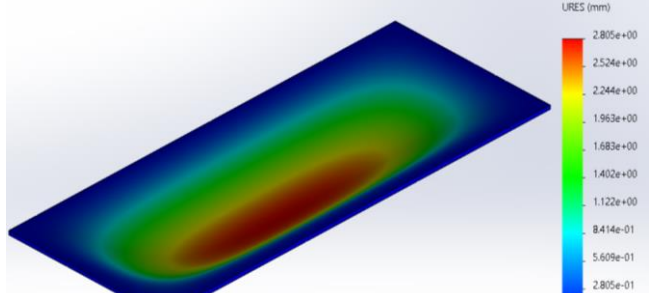
Παρατηρώ ότι ο συντελεστής διόρθωσης και σε αυτήν την περίπτωση είναι πάνω από τη μονάδα. Για αυτό το λόγο θα το θέσω ίσο με ένα με βάση τους κανονισμούς νηογνωμόνων.

Έλασμα 5: 2400x1000x17			
μήκος:	a=	2400	(mm)
πλάτος:	b=	1000	(mm)
Πάχος:	t=	17	(mm)
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1	
Συντ. Διόρθωσης:	$\alpha_p$ =	1.001587	$\leq 1$
Πίεση:	P=	245	(kN/m <sup>2</sup> )
Συντελεστής:	$\chi$ =	1	
επιτρεπόμενη τάση:	$\sigma_{\varepsilon\pi}$ =	211.6325	(N/mm <sup>2</sup> )

### 9. Αποτελέσματα

Για να μπορέσουμε να έχουμε ένα πιο ολοκληρωμένο αποτέλεσμα στην σύγκριση των τάσεων και της μέγιστης παραμόρφωσης, τρέξαμε τα ελάσματα στο SolidWorks και με περιμετρική πάκτωση. Έτσι προκύπτουν και οι παρακάτω πίνακες:

Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 2D	
SS (απλή έδραση)	Fixed (πάκτωση)
Έλασμα 2000x800x17	
<b>Τάσεις Von Mises</b>  <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>3.219e+02 2.899e+02 2.578e+02 1.938e+02 1.617e+02 1.257e+02 9.798e+01 6.565e+01 3.362e+01 1.554e+00</p>	 <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.432e+02 1.946e+02 1.702e+02 1.459e+02 1.216e+02 9.728e+01 7.296e+01 4.864e+01 2.432e+01 0.000e+00</p> <p>→ Yield strength: 2.206e+02</p>
<b>Τάσεις <math>\sigma_x</math></b>  <p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.412e+02 1.269e+02 1.125e+02 9.812e+01 8.375e+01 6.939e+01 5.502e+01 4.065e+01 2.629e+01 1.192e+01 -2.445e+00</p>	 <p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>5.610e+01 3.203e+01 7.963e+00 -1.610e+01 -4.017e+01 -6.426e+01 -8.830e+01 -1.126e+02 -1.394e+02 -1.605e+02 -1.946e+02</p>
<b>Τάσεις <math>\sigma_y</math></b>  <p>SZ (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>3.670e+02 3.302e+02 2.934e+02 2.566e+02 2.198e+02 1.830e+02 1.462e+02 1.095e+02 7.266e+01 3.586e+01 -9.335e-01</p>	 <p>SY (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.366e+02 9.566e+01 5.472e+01 1.379e+01 -2.714e+01 -6.807e+01 -1.090e+02 -1.499e+02 -1.909e+02 -2.318e+02 -2.727e+02</p>
<b>Μέγιστη παραμόρφωση <math>W_{max}</math></b>  <p>URES (mm)</p> <p>1.236e+01 1.113e+01 9.891e+00 8.655e+00 7.418e+00 6.182e+00 4.946e+00 3.709e+00 2.473e+00 1.236e+00 1.000e-30</p>	 <p>URES (mm)</p> <p>2.810e+00 2.529e+00 2.248e+00 1.957e+00 1.686e+00 1.405e+00 1.124e+00 8.429e-01 5.619e-01 2.810e-01 1.000e-30</p>

Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 3D	
SS (απλή έδραση)	Fixed (πάκτωση)
<b>Έλασμα 2000x800x17</b>	
<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p>  <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.200e+02 1.980e+02 1.760e+02 1.540e+02 1.320e+02 1.100e+02 8.799e+01 6.599e+01 4.399e+01 2.200e+01 -3.432e-07</p>	 <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.201e+02 1.981e+02 1.796e+02 1.546e+02 1.320e+02 1.106e+02 8.802e+01 6.602e+01 4.401e+01 2.201e+01 5.172e-07</p> <p>→ Yield strength: 2.205e+02</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_x</math></b></p>  <p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.938e+02 1.550e+02 1.162e+02 7.745e+01 3.866e+01 -1.342e+01 -3.893e+01 -7.772e+01 -1.165e+02 -1.553e+02 -1.941e+02</p>	 <p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.939e+02 1.554e+02 1.169e+02 7.847e+01 3.999e+01 1.519e+00 -3.696e+01 -7.543e+01 -1.139e+02 -1.524e+02 -1.909e+02</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_y</math></b></p>  <p>SZ (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.839e+02 2.271e+02 1.704e+02 1.137e+02 5.692e+01 1.833e+01 -5.655e+01 -1.133e+02 -1.700e+02 -2.268e+02 -2.835e+02</p>	 <p>SY (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.845e+02 2.276e+02 1.707e+02 1.139e+02 5.700e+01 1.337e-01 -5.673e+01 -1.136e+02 -1.705e+02 -2.273e+02 -2.842e+02</p>
<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση <math>W_{max}</math></b></p>  <p>URES (mm)</p> <p>2.805e+00 2.524e+00 2.244e+00 1.963e+00 1.683e+00 1.402e+00 8.414e-01 5.609e-01 2.805e-01 1.000e-30</p>	 <p>URES (mm)</p> <p>2.805e+00 2.524e+00 2.244e+00 1.963e+00 1.683e+00 1.402e+00 8.414e-01 5.609e-01 2.805e-01 1.000e-30</p>

Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 2D	
SS (απλή έδραση)	Fixed (πάκτωση)
<b>Έλασμα 2400x600x17</b>	
<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p> <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.010e+02 1.811e+02 1.611e+02 1.412e+02 1.212e+02 1.012e+02 8.130e+01 6.135e+01 4.139e+01 2.144e+01 1.492e+00</p>	<p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.381e+02 1.225e+02 1.089e+02 9.525e+01 8.185e+01 6.804e+01 5.443e+01 4.082e+01 2.732e+01 1.381e+01 0.006e+00</p> <p>→ Yield strength: 2.206e+02</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_x</math></b></p> <p><math>\sigma_x</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>7.830e+01 7.029e+01 6.229e+01 5.428e+01 4.627e+01 3.826e+01 3.026e+01 2.225e+01 1.424e+01 6.232e+00 -1.776e+00</p>	<p><math>\sigma_x</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>3.147e+01 1.796e+01 4.455e+00 -9.053e+00 -2.256e+01 -3.607e+01 -4.958e+01 -6.308e+01 -7.659e+01 -9.010e+01 -1.036e+02</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_y</math></b></p> <p><math>\sigma_y</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.256e+02 2.030e+02 1.803e+02 1.576e+02 1.350e+02 1.123e+02 8.961e+01 6.694e+01 4.427e+01 2.160e+01 -1.076e+00</p>	<p><math>\sigma_y</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>7.625e+01 5.336e+01 3.047e+01 7.573e+00 -1.532e+01 -3.821e+01 -6.111e+01 -8.400e+01 -1.069e+02 -1.298e+02 -1.527e+02</p>
<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση <math>W_{max}</math></b></p> <p>URES (mm)</p> <p>4.362e+00 3.925e+00 3.489e+00 3.053e+00 2.617e+00 2.181e+00 1.745e+00 1.308e+00 8.723e-01 4.362e-01 1.000e-30</p>	<p>URES (mm)</p> <p>8.889e-01 8.000e-01 7.111e-01 6.222e-01 5.333e-01 4.444e-01 3.555e-01 2.667e-01 1.778e-01 8.889e-02 1.000e-30</p>



Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 3D	
SS (απλή έδραση)	Fixed (πάκτωση)
<b>Έλασμα 2400x600x17</b>	
<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p> <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p>	<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p> <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>→ Yield strength: 2.206e+02</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_x</math></b></p> <p><math>\sigma_x</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p>	<p><b>Τάσεις <math>\sigma_x</math></b></p> <p><math>\sigma_x</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_y</math></b></p> <p><math>\sigma_y</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p>	<p><b>Τάσεις <math>\sigma_y</math></b></p> <p><math>\sigma_y</math> (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p>
<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση <math>W_{max}</math></b></p> <p>URES (mm)</p>	<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση <math>W_{max}</math></b></p> <p>URES (mm)</p>

Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 2D	
SS (απλή έδραση)	Fixed (πάκτωση)
Έλασμα 2400x800x17	
<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p> <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>3.413e+02 3.075e+02 2.738e+02 2.400e+02 2.062e+02 1.724e+02 1.386e+02 1.048e+02 7.097e+01 3.717e+01 3.376e+00</p>	<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p> <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.414e+02 2.172e+02 1.931e+02 1.690e+02 1.448e+02 1.207e+02 9.655e+01 7.241e+01 4.827e+01 2.414e+01 0.000e+00</p> <p>→ Yield strength: 2.206e+02</p>
<p><b>Τάσεις σx</b></p> <p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.397e+02 1.254e+02 1.111e+02 9.678e+01 8.247e+01 6.816e+01 5.385e+01 3.954e+01 2.523e+01 1.091e+01 -3.395e+00</p>	<p><b>Τάσεις σx</b></p> <p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>5.600e+01 3.217e+01 8.328e+00 -1.551e+01 -3.935e+01 -6.319e+01 -8.702e+01 -1.109e+02 -1.347e+02 -1.585e+02 -1.824e+02</p>
<p><b>Τάσεις σy</b></p> <p>SZ (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>3.861e+02 3.474e+02 3.086e+02 2.698e+02 2.311e+02 1.923e+02 1.536e+02 1.148e+02 7.603e+01 3.727e+01 -1.490e+00</p>	<p><b>Τάσεις σy</b></p> <p>SY (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.360e+02 9.528e+01 5.457e+01 1.387e+01 -2.683e+01 -6.754e+01 -1.082e+02 -1.489e+02 -1.896e+02 -2.303e+02 -2.710e+02</p>
<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση Wmax</b></p> <p>URES (mm)</p> <p>1.316e+01 1.184e+01 1.052e+01 9.209e+00 7.894e+00 6.578e+00 5.262e+00 3.947e+00 2.631e+00 1.316e+00 1.000e-30</p>	<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση Wmax</b></p> <p>URES (mm)</p> <p>2.816e+00 2.534e+00 2.252e+00 1.971e+00 1.689e+00 1.408e+00 1.126e+00 8.447e-01 5.631e-01 2.816e-01 1.000e-30</p>

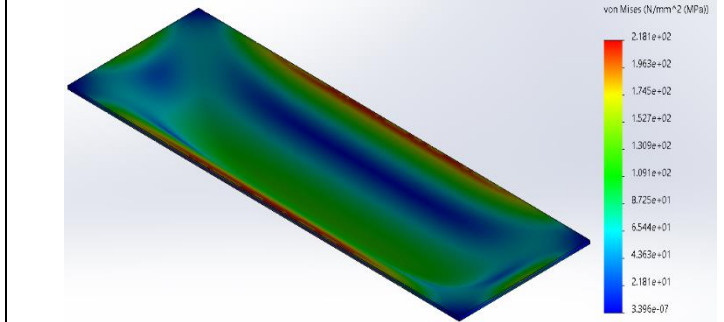
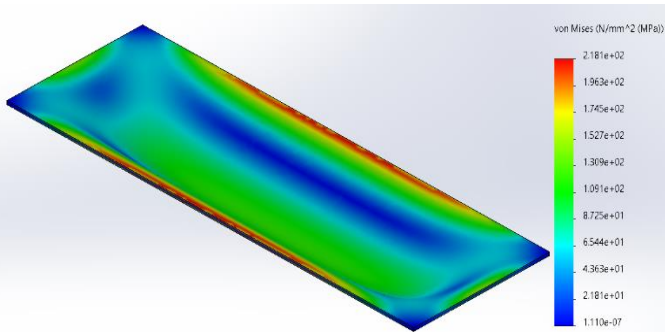
Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 3D

SS (απλή έδραση)

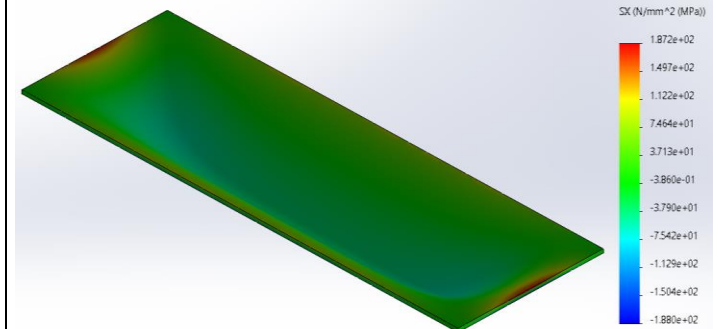
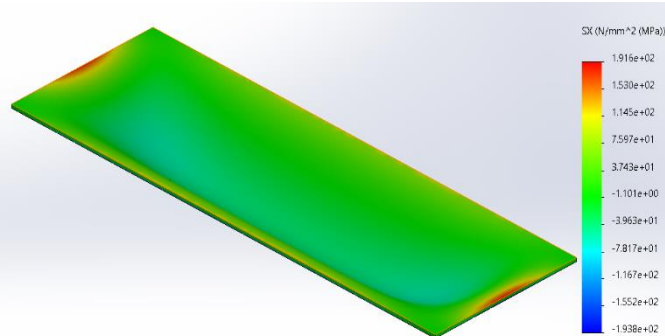
Fixed (πάκτωση)

Έλασμα 2400x800x17

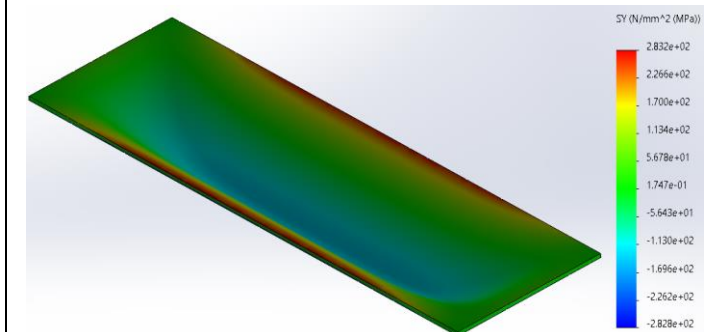
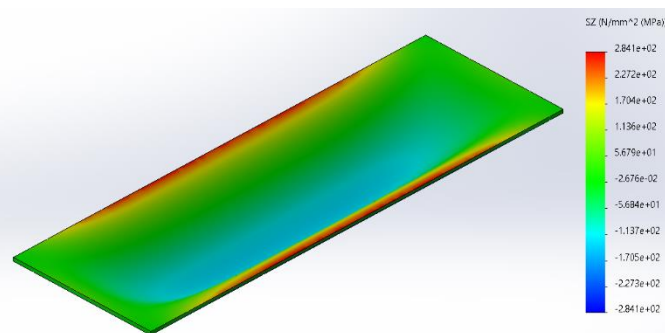
Τάσεις Von Mises



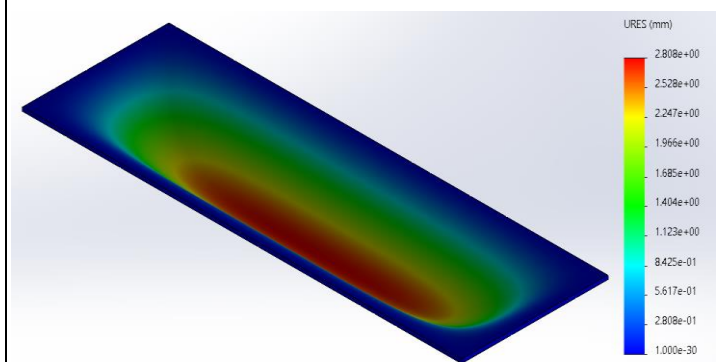
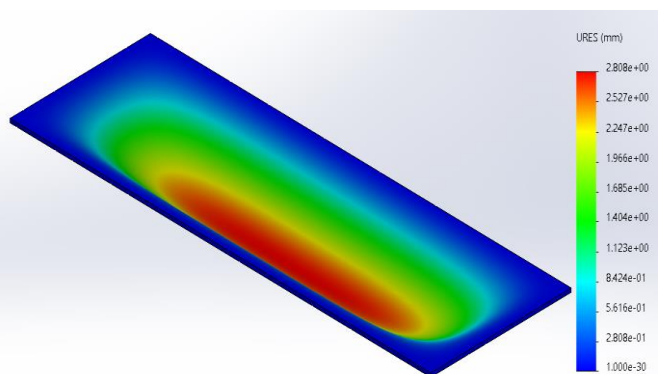
Τάσεις  $\sigma_x$



Τάσεις  $\sigma_y$



Μέγιστη παραμόρφωση  $W_{max}$



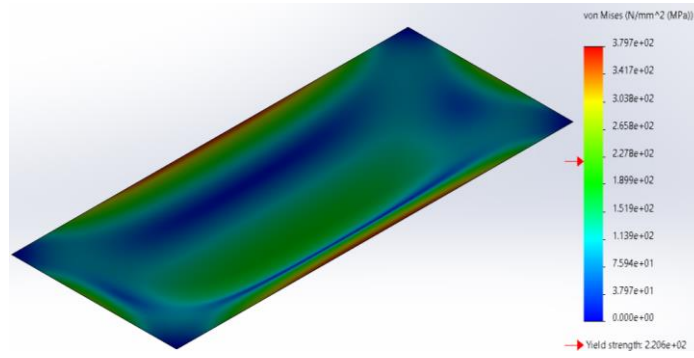
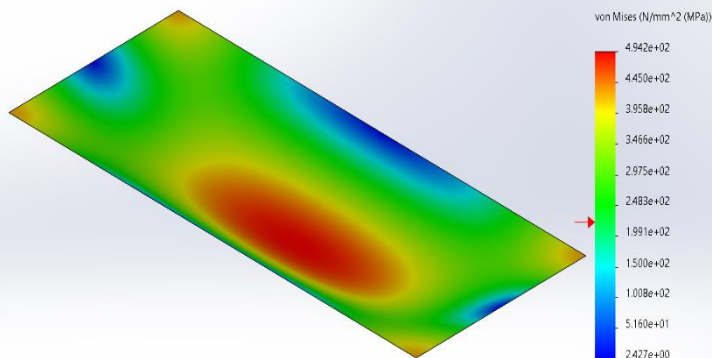
Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 2D

SS (απλή έδραση)

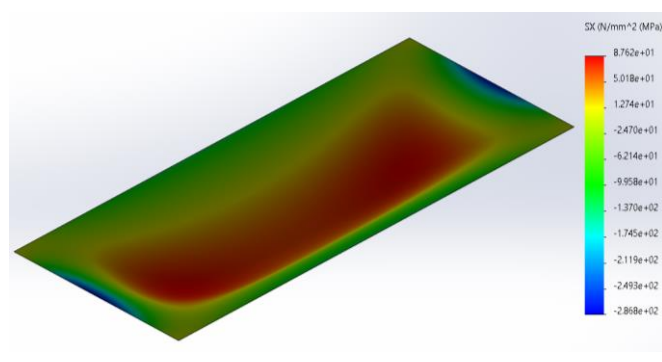
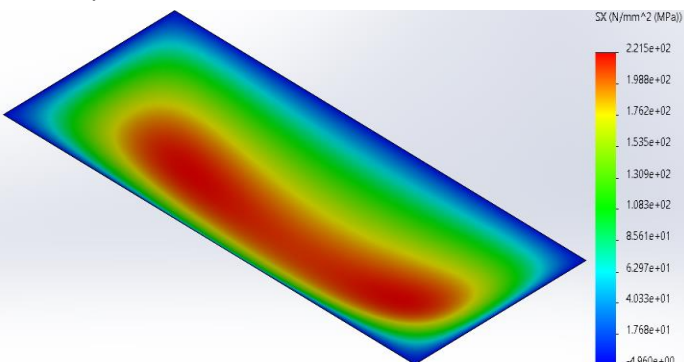
Fixed (πάκτωση)

Έλασμα 2400x1000x17

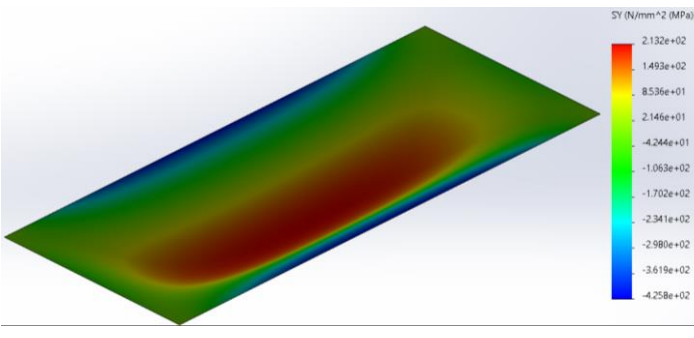
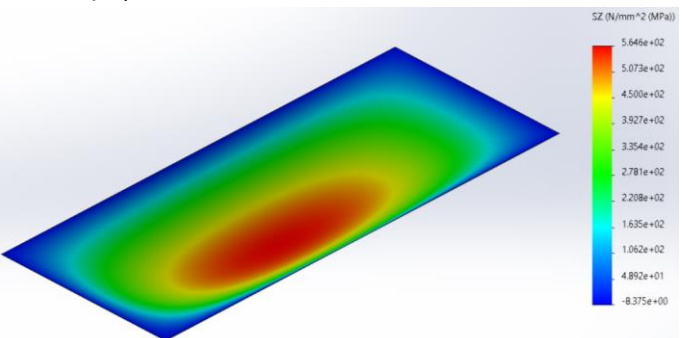
Τάσεις Von Mises



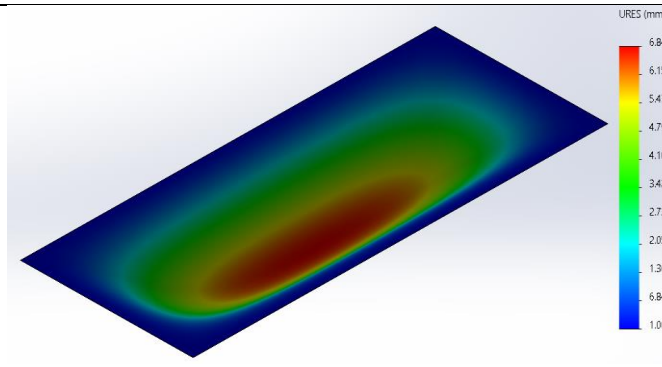
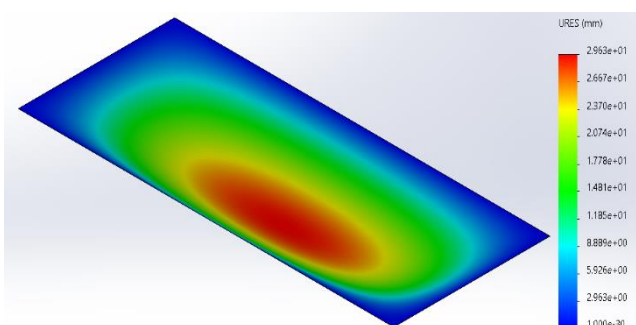
Τάσεις  $\sigma_x$



Τάσεις  $\sigma_y$



Μέγιστη παραμόρφωση  $W_{max}$



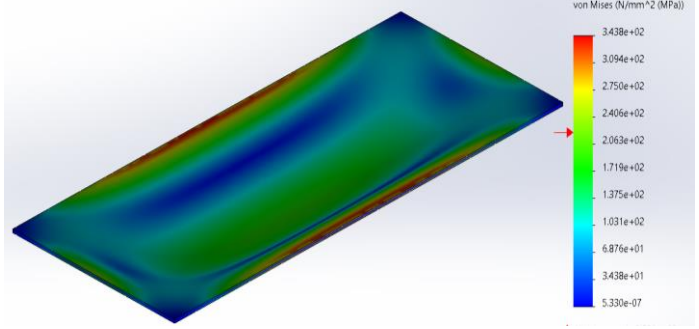
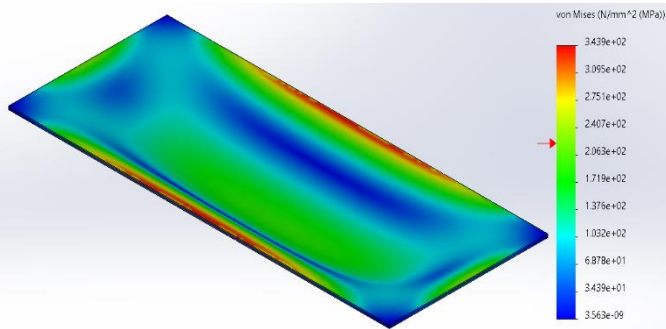
Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 3D

SS (απλή έδραση)

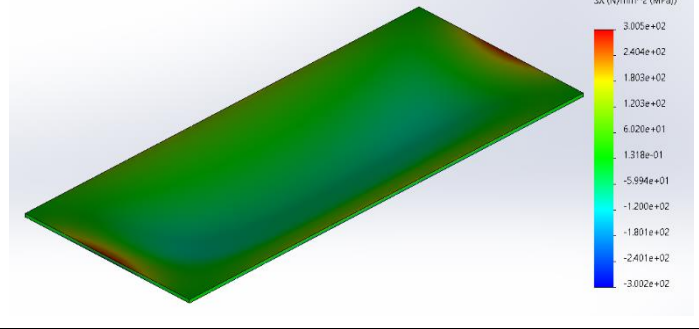
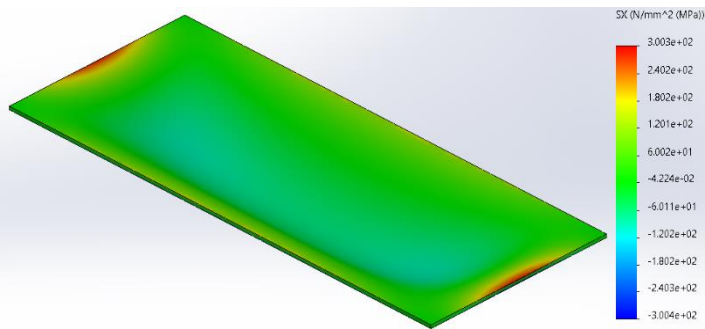
Fixed (πάκτωση)

Έλασμα 2400x1000x17

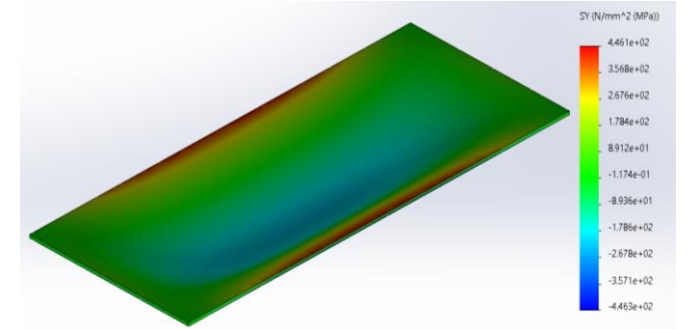
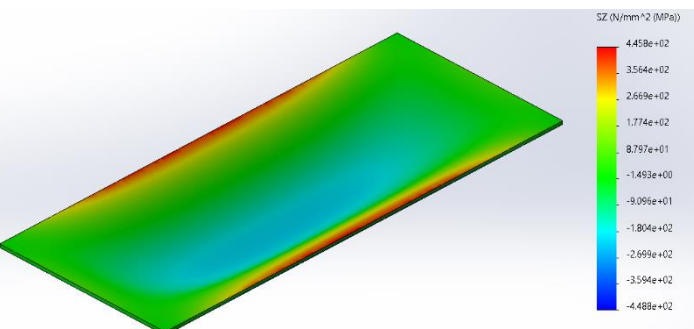
Τάσεις Von Mises



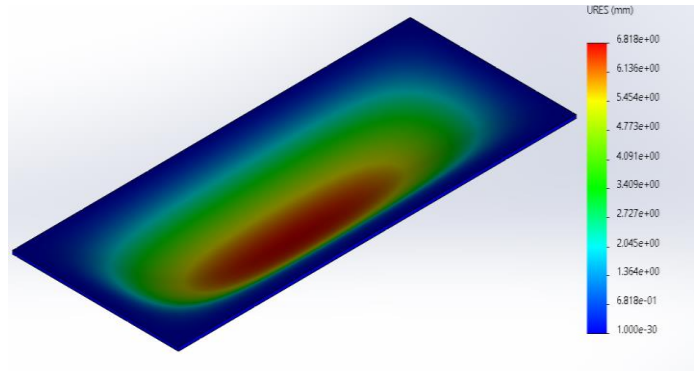
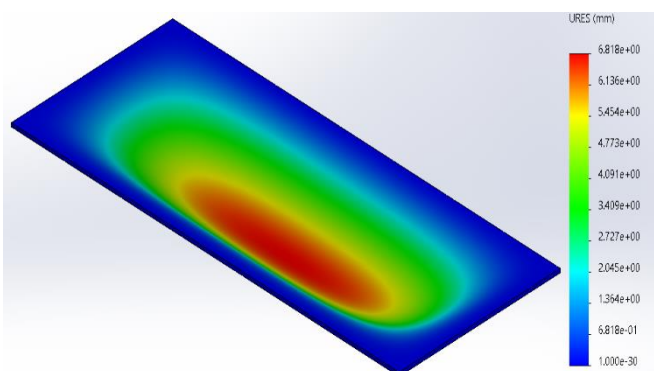
Τάσεις  $\sigma_x$



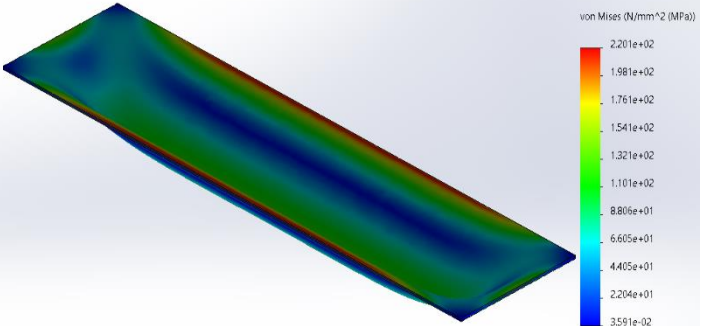
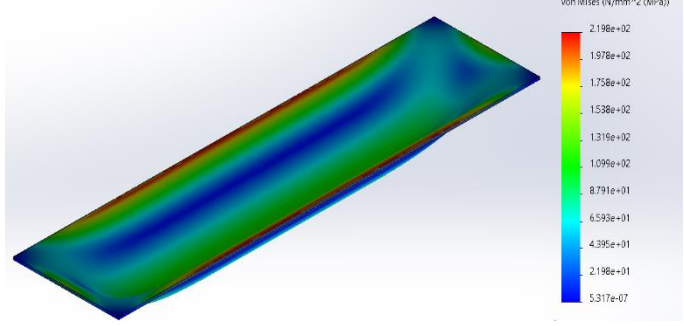
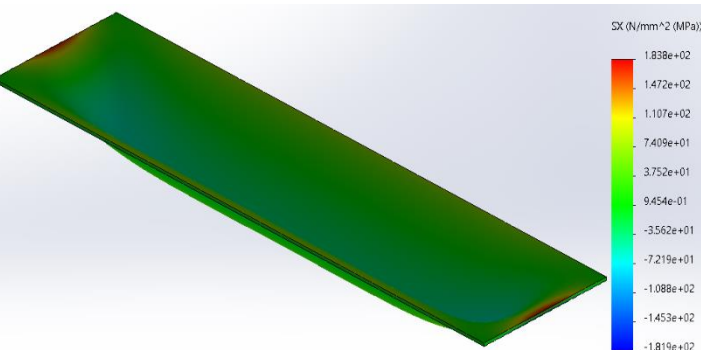
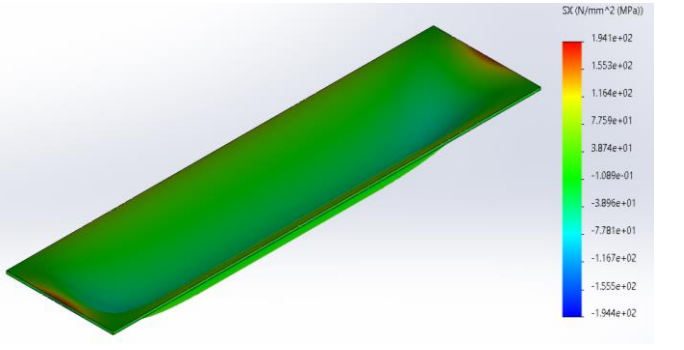
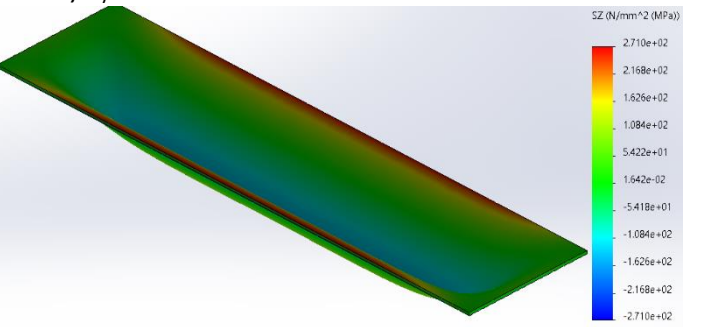
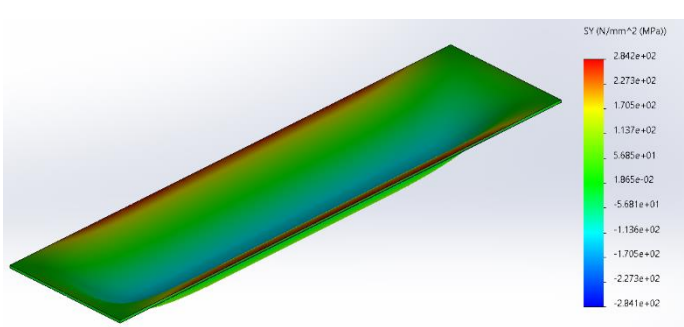
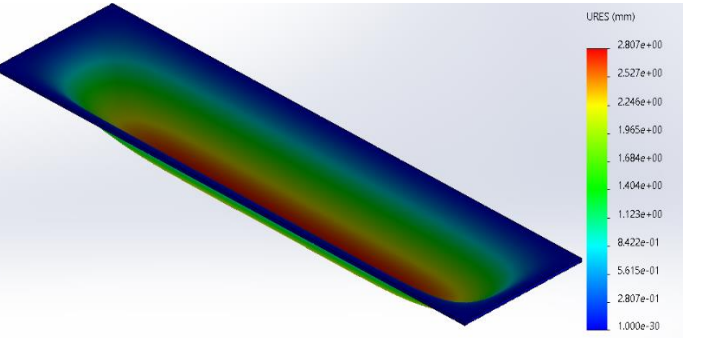
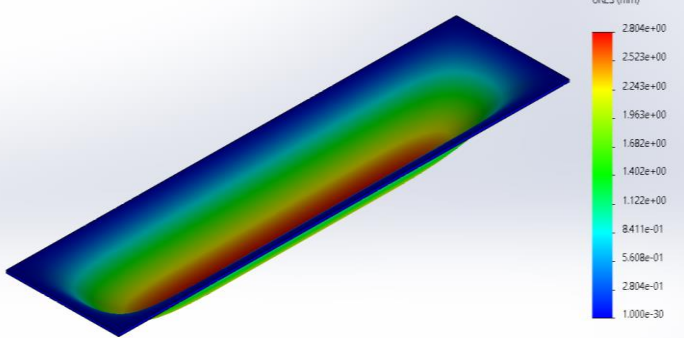
Τάσεις  $\sigma_y$



Μέγιστη παραμόρφωση  $W_{max}$



Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 2D	
SS (απλή έδραση)	Fixed (πάκτωση)
<b>Έλασμα 3200x800x17</b>	
<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p> <p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>3.573e+02 3.218e+02 2.863e+02 2.508e+02 2.152e+02 1.797e+02 1.442e+02 1.086e+02 7.311e+01 3.758e+01 2.054e+00</p>	<p>von Mises (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>2.420e+02 2.178e+02 1.936e+02 1.694e+02 1.452e+02 1.210e+02 9.679e+01 7.259e+01 4.840e+01 2.420e+01 0.000e+00</p> <p>→ Yield strength: 2.206e+02</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_x</math></b></p> <p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.392e+02 1.250e+02 1.107e+02 9.649e+01 8.225e+01 6.801e+01 5.377e+01 3.954e+01 2.530e+01 1.106e+01 -3.180e+00</p>	<p>SX (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>5.617e+01 3.212e+01 8.062e+00 -1.599e+01 -4.005e+01 -6.410e+01 -8.816e+01 -1.122e+02 -1.363e+02 -1.603e+02 -1.844e+02</p>
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_y</math></b></p> <p>SZ (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>4.011e+02 3.608e+02 3.204e+02 2.800e+02 2.396e+02 1.993e+02 1.589e+02 1.185e+02 7.814e+01 3.776e+01 -2.616e+00</p>	<p>SY (N/mm<sup>2</sup> (MPa))</p> <p>1.362e+02 9.544e+01 5.467e+01 1.390e+01 -2.687e+01 -6.764e+01 -1.084e+02 -1.492e+02 -1.899e+02 -2.307e+02 -2.715e+02</p>
<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση <math>W_{max}</math></b></p> <p>URES (mm)</p> <p>1.378e+01 1.241e+01 1.103e+01 9.649e+00 8.271e+00 6.892e+00 5.514e+00 4.135e+00 2.757e+00 1.378e+00 1.000e-30</p>	<p>URES (mm)</p> <p>2.809e+00 2.528e+00 2.247e+00 1.966e+00 1.686e+00 1.405e+00 1.124e+00 8.428e-01 5.618e-01 2.809e-01 1.000e-30</p>

Σύγκριση αποτελεσμάτων μεταξύ SS (απλής έδρασης) – Fixed (πάκτωσης) σε 3D	
SS (απλή έδραση)	Fixed (πάκτωση)
<b>Έλασμα 3200x800x17</b>	
<p><b>Τάσεις Von Mises</b></p> 	
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_x</math></b></p> 	
<p><b>Τάσεις <math>\sigma_y</math></b></p> 	
<p><b>Μέγιστη παραμόρφωση <math>W_{max}</math></b></p> 	

Συγκεντρωτικός πίνακας (για πάχος 17 mm)										
Ελάσματα	Θεωρητική προσέγγιση			SolidWorks				CSR		
2000*800*17	SS	Fixed		SS		Fixed				
				2D	3D	2D	3D			
$W_{max}$ (mm)	12.234	2.766	$W_{max}$ (mm)	12.36	2.205	2.81	2.805			
$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	144.995	184.471	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	141.2	193.8	56.1	193.9			
$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	370.363	276.706	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	367	283.9	136.6	284.5			
			$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	321.9	220	243.2	220.1	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	135.445	
2400*800*17	SS	Fixed		SS		Fixed				
				2D	3D	2D	3D			
$W_{max}$ (mm)	13.038	2.766	$W_{max}$ (mm)	13.16	2.808	2.816	2.808			
$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	139.077	184.471	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	139.7	191.6	56	187.2			
$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	390.595	276.706	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	386.1	284.1	136	283.2			
			$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	341.3	218	241.4	218.1	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	135.445	
3200*800*17	SS	Fixed		SS		Fixed				
				2D	3D	2D	3D			
$W_{max}$ (mm)	13.727	2.766	$W_{max}$ (mm)	13.78	2.807	2.809	2.804			
$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	134.95	184.471	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	139.2	183.8	56.17	194.1			
$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	408.148	276.706	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	401.1	271	136.2	284.2			
			$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	357.3	220.1	242	219.8	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	135.445	
2400*600*17	SS	Fixed		SS		Fixed				
				2D	3D	2D	3D			
$W_{max}$ (mm)	4.343	0.875	$W_{max}$ (mm)	4.362	0.889	0.889	0.889			
$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	75.91	103.165	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	78.3	100.6	31.47	100.5			
$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	229.58	155.647	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	225.6	159.4	76.25	158.4			
			$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	201	121.2	136.1	121.1	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	76.188	
2400*800*17	SS	Fixed		SS		Fixed				
				2D	3D	2D	3D			
$W_{max}$ (mm)	13.038	2.766	$W_{max}$ (mm)	13.16	2.808	2.816	2.808			
$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	139.077	184.471	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	139.7	191.6	56	187.2			
$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	390.595	276.706	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	386.1	284.1	136	283.2			
			$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	341.3	218	241.4	218.1	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	135.445	
2400*1000*17	SS	Fixed		SS		Fixed				
				2D	3D	2D	3D			
$W_{max}$ (mm)	29.311	6.753	$W_{max}$ (mm)	29.63	6.81	6.843	6.818			
$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	229.082	288.235	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	221.5	300.3	87.62	300.5			
$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	569.689	432.353	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	564.6	445.8	213.2	446.1			
			$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	494.2	343.9	379.7	343.8	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	211.632	



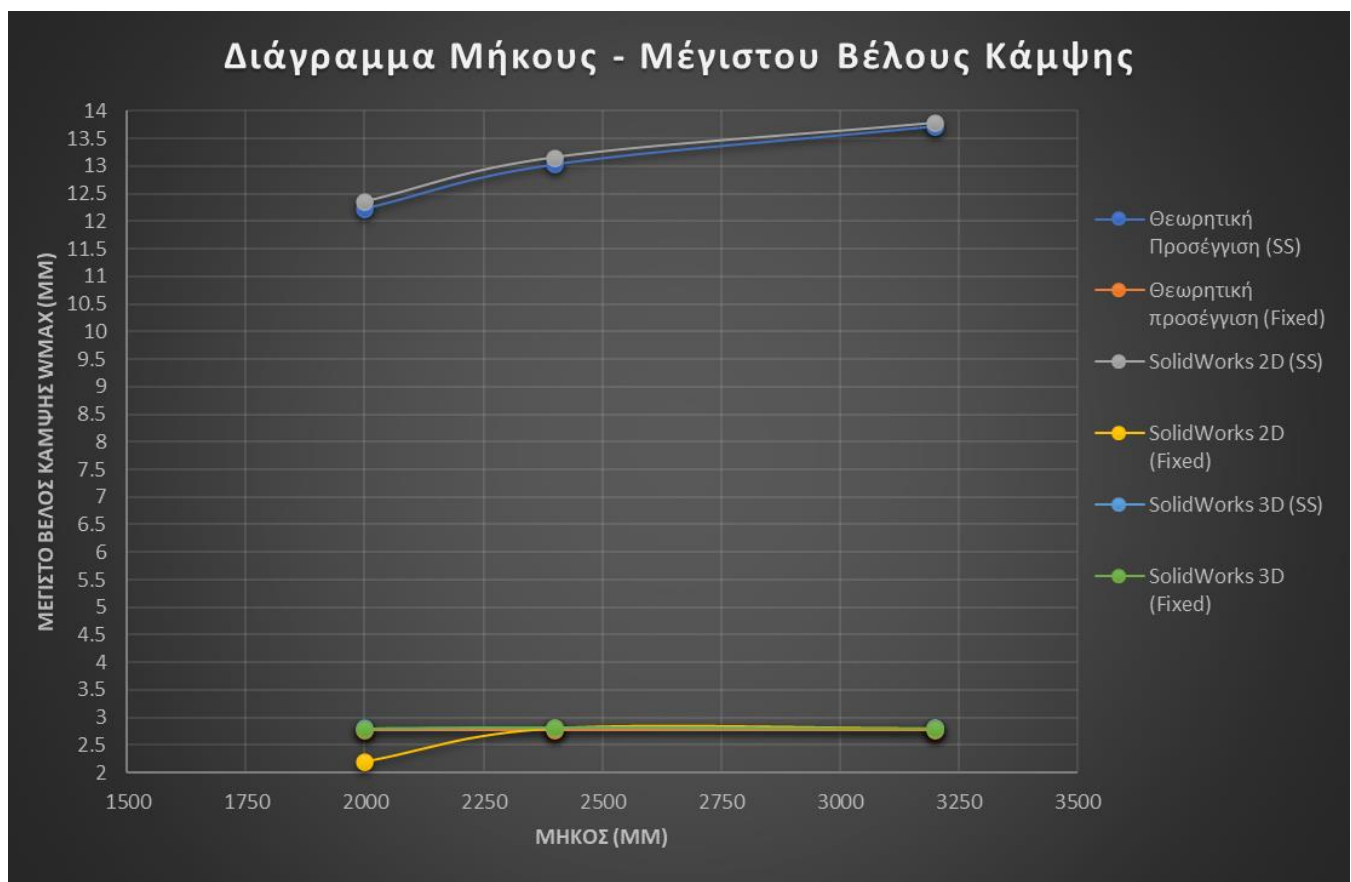
Συγκεντρωτικός πίνακας (για πάχος 10 mm)										
Ελάσματα	Θεωρητική προσέγγιση			SolidWorks				CSR		
		SS	Fixed		SS		Fixed			
2000*800*10					2D	3D	2D	3D		
	$W_{max}$ (mm)	60.11	13.59	$W_{max}$ (mm)	60.7	13.72	13.8	13.72		
	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	419.03	784	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	408.1	560.1	161.1	551.4		
	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1070.35	533.12	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1061	828.6	394.7	828.5		
				$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	930.2	634.1	702.8	633.4	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	391.43
2400*800*10		SS	Fixed		SS		Fixed			
					2D	3D	2D	3D		
	$W_{max}$ (mm)	64.05	13.58	$W_{max}$ (mm)	64.64	13.73	13.83	13.73		
	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	401.93	784	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	403.8	558.2	161.8	552.6		
	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1128.82	533.12	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1116	827.8	393	829.6		
				$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	986.5	628.4	697.5	627.5	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	391.43
3200*800*10		SS	Fixed		SS		Fixed			
					2D	3D	2D	3D		
	$W_{max}$ (mm)	67.44	13.58	$W_{max}$ (mm)	67.73	13.68	13.8	13.69		
	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	390.01	784	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	402.3	552	162.3	555.5		
	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1179.55	533.12	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1159	824.1	393.6	823.1		
				$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	1033	620.2	699.2	620.1	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	391.43
2400*600*10		SS	Fixed		SS		Fixed			
					2D	3D	2D	3D		
	$W_{max}$ (mm)	21.34	4.3	$W_{max}$ (mm)	21.43	4.336	4.367	4.336		
	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	219.38	441	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	226.3	292.2	91.34	287.6		
	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	663.5	299.89	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	652.1	461	221.4	461.3		
				$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	280.9	348.7	391.1	348.5	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	220.18
2400*800*10		SS	Fixed		SS		Fixed			
					2D	3D	2D	3D		
	$W_{max}$ (mm)	64.05	13.58	$W_{max}$ (mm)	64.64	13.73	13.83	13.73		
	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	401.93	784	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	403.8	558.2	161.8	552.6		
	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1128.82	533.12	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1116	827.8	393	829.6		
				$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	986.5	628.4	697.5	627.5	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	391.43
2400*1000*10		SS	Fixed		SS		Fixed			
					2D	3D	2D	3D		
	$W_{max}$ (mm)	144.01	33.51	$W_{max}$ (mm)	145.6	33.38	33.62	33.38		
	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	662.05	1249.5	$\sigma_x$ (N/mm <sup>2</sup> )	640	877.6	253.2	876.1		
	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1646.4	833	$\sigma_y$ (N/mm <sup>2</sup> )	1632	1302	616	1304		
				$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	1428	989.5	1097	990.5	$\sigma_{vm}$ (N/mm <sup>2</sup> )	611.62

## 10. Συμπεράσματα

Η ενότητα θα μας βοηθήσει να κατανοήσουμε καλύτερα τα αποτελέσματα που βρήκαμε στην παραπάνω ενότητα. Αυτό θα το καταφέρουμε με τη δημιουργία διαγραμμάτων. Τα ελάσματα που χρησιμοποιήσαμε στην εργασία είχαν σταθερό πάχος αλλά και κάποια από αυτά, σταθερό πλάτος. Με την χρήση των ελασμάτων αυτών (2000x800, 2400x800 και 3200x800) κι όλων των παραμέτρων που σχεδιάστηκαν, βρήκαμε τα αποτελέσματά μας στα προηγούμενα κεφάλαια και θα τα παραθέσουμε διαγραμματικά στα συμπεράσματά μας.

**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΗΚΟΥΣ – ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΒΕΛΟΥΣ ΚΑΜΨΗΣ  $W_{MAX}$   
ΣΤΑΘΕΡΟ ΠΛΑΤΟΣ 800 (MM) ΚΑΙ ΠΑΧΟΣ 17 (MM)**

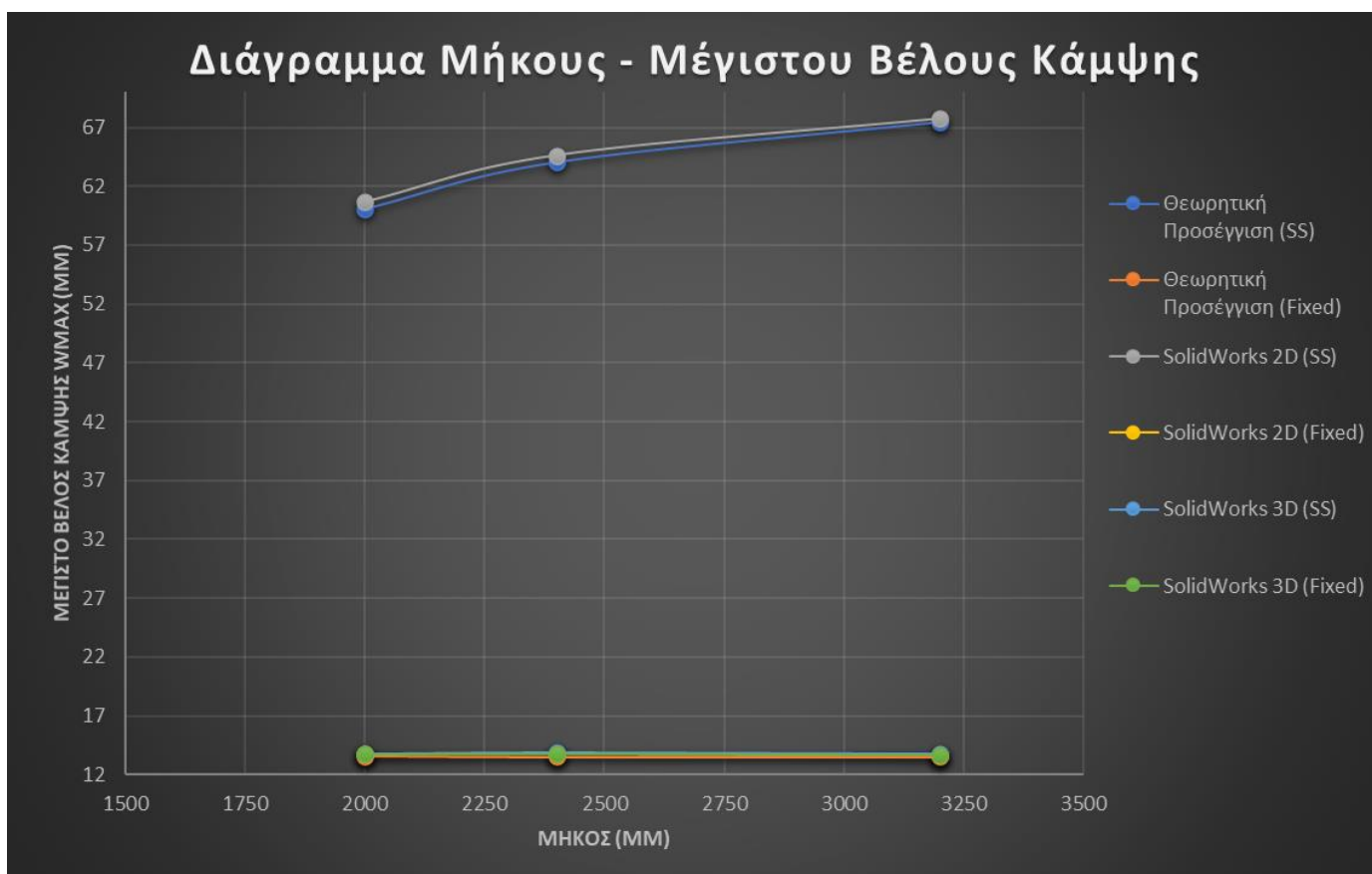
ΜΗΚΟΣ	Θεωρητική Προσέγγιση		SolidWorks			
	SS	Fixed	2D		3D	
			SS	Fixed	SS	Fixed
<b>2000</b>	12.234	2.766	12.36	2.205	2.81	2.805
<b>2400</b>	13.038	2.766	13.16	2.808	2.816	2.808
<b>3200</b>	13.727	2.766	13.78	2.807	2.809	2.804



**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΜΗΚΟΥΣ – ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΒΕΛΟΥΣ ΚΑΜΨΗΣ  $W_{MAX}$**

**ΣΤΑΘΕΡΟ ΠΛΑΤΟΣ 800 (MM) ΚΑΙ ΠΑΧΟΣ 10 (MM)**

ΜΗΚΟΣ	Θεωρητική Προσέγγιση		SolidWorks			
	SS	Fixed	2D		3D	
			SS	Fixed	SS	Fixed
2000	60.11	13.59	60.7	13.72	13.8	13.72
2400	64.05	13.58	64.64	13.73	13.83	13.73
3200	67.44	13.58	67.73	13.68	13.8	13.69



Αυτό που παρατηρούμε και στα δύο διαγράμματα, κρατώντας σταθερό το πλάτος και το πάχος σε κάθε περίπτωση, είναι ότι το μέγιστο βέλος κάμψης στη θεωρητική προσέγγιση (SS) και στη δισδιάστατη προσέγγιση με το πρόγραμμα SolidWorks (SS) είναι πολύ κοντά οι τιμές τους αλλά διαφέρουν κατά πολύ από όλες τις άλλες.

Από τα αποτελέσματα μπορούμε επίσης να δούμε ότι η θεωρητική προσέγγιση στην Fixed κατάσταση, πλησιάζουν αρκετά με αυτά της Fixed κατάστασης στην τρισδιάστατη σχεδίαση στο πρόγραμμα SolidWorks.

Επίσης αυτό που μπορούμε να παρατηρήσουμε είναι ότι οι τιμές και των 3 ελασμάτων, σε κάθε περίπτωση είναι αρκετά κοντά. Δηλαδή δεν έχουμε μεγάλη αυξομείωση του βέλους κάμψης.

Στη συνέχεια θα δημιουργήσουμε τα αντίστοιχα διαγράμματα αλλά με τα ελάσματα τα οποία είχαν σταθερό μήκος 2400 (mm) και πάχος 17 (mm) ή 10 (mm) (2400x600, 2400x800 και 2400x1000) ώστε να βγάλουμε τα συμπεράσματά μας και για αυτήν την περίπτωση. Στα διαγράμματα θα παρουσιαστούν όλες οι παράμετροι που σχεδιάστηκαν τα ελάσματα.

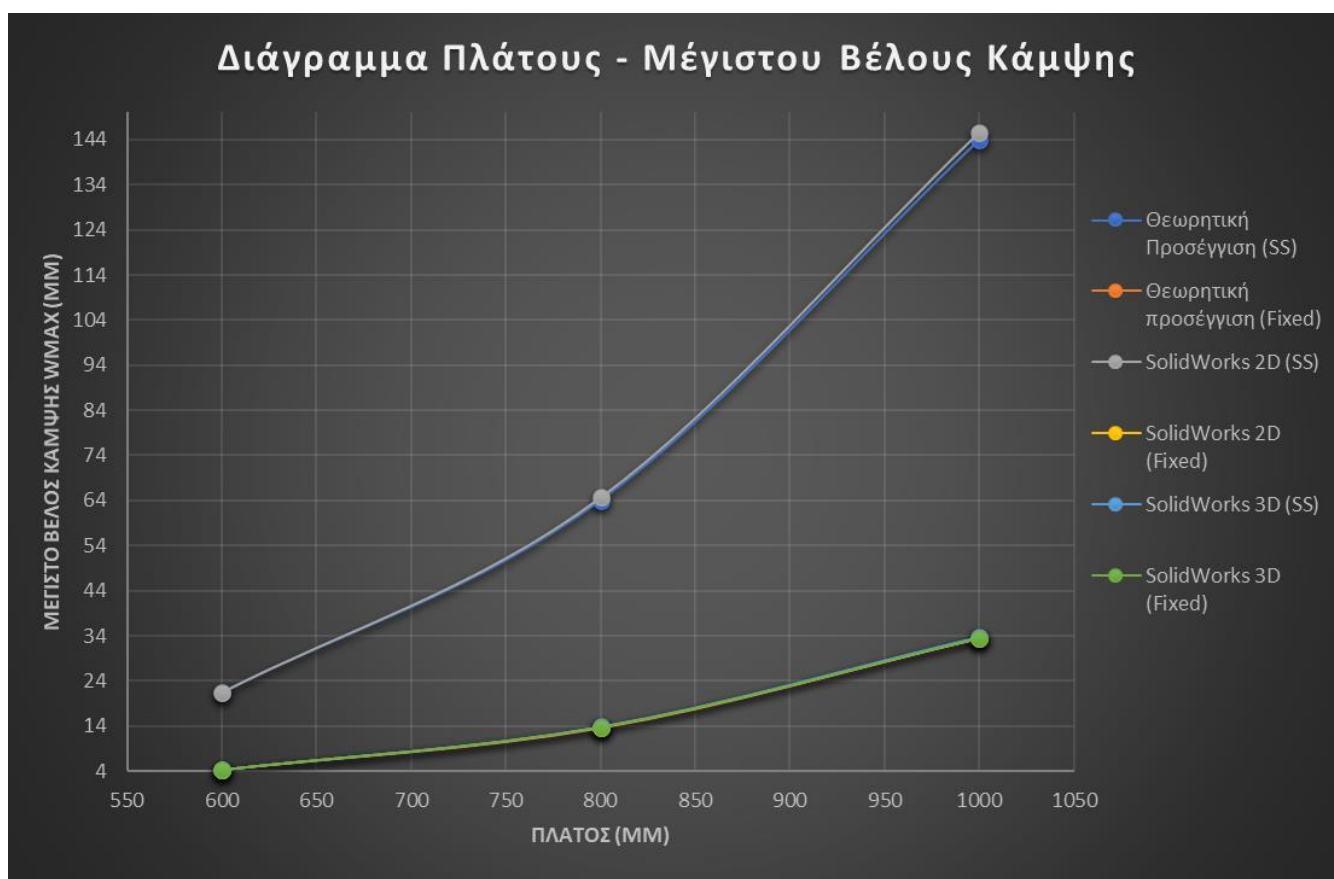
**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΠΛΑΤΟΥΣ – ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΒΕΛΟΥΣ ΚΑΜΨΗΣ  $W_{MAX}$**

ΣΤΑΘΕΡΟ ΜΗΚΟΣ 2400 (MM) ΚΑΙ ΠΑΧΟΣ 17 (MM)						
ΠΛΑΤΟΣ	Θεωρητική Προσέγγιση		SolidWorks			
			2D		3D	
	SS	Fixed	SS	Fixed	SS	Fixed
600	4.343	0.875	4.362	0.889	0.889	0.889
800	13.038	2.766	13.16	2.808	2.816	2.808
1000	29.311	6.753	29.63	6.81	6.843	6.818



**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΠΛΑΤΟΥΣ – ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΒΕΛΟΥΣ ΚΑΜΨΗΣ  $W_{MAX}$**

ΠΛΑΤΟΣ	ΣΤΑΘΕΡΟ ΜΗΚΟΣ 2400 (MM) ΚΑΙ ΠΑΧΟΣ 10 (MM)					
	Θεωρητική Προσέγγιση		SolidWorks			
			2D		3D	
	SS	Fixed	SS	Fixed	SS	Fixed
600	21.34	4.3	21.43	4.336	4.367	4.336
800	64.05	13.58	64.64	13.73	13.83	13.73
1000	144.01	33.51	145.6	33.38	33.62	33.38



Στις περιπτώσεις αυτές, αυτό που μας κάνει μεγαλύτερη εντύπωση είναι η μεγάλη αύξηση του μέγιστου βέλους κάμψης με την αύξηση του πλάτους.

Ομοίως με τις περιπτώσεις που είχαμε σταθερό πλάτος, παρατηρούμε και σε αυτές, ότι οι τιμές που προέκυψαν από τη θεωρητική προσέγγιση των ελασμάτων με απλή στήριξη (SS), είναι σχεδόν όμοιες με τις τιμές που προέκυψαν από το δισδιάστατο σχεδιασμό των ελασμάτων με περιμετρικά απλή στήριξη (SS). Ενώ από τους συγκεντρωτικούς πίνακες, στην ενότητα των αποτελεσμάτων, παρατηρούμε ότι τα βέλη κάμψης στην θεωρητική προσέγγιση με περιμετρική πάκτωση (Fixed) και στην τρισδιάστατη μορφή του ελασματος με περιμετρική πάκτωση (Fixed) στο πρόγραμμα SolidWorks, είναι πολύ κοντά, οι τάσεις διαφέρουν αρκετά.



## Κάμψη ελασμάτων υπό κάθετη πίεση

Από όλα τα παραπάνω μπορεί να προκύψει το συμπέρασμα ότι το πρόβλημα υπάρχει όταν πρέπει να σχεδιάσω την τρισδιάστατη μορφή του ελάσματος αλλά περιμετρικά να είναι απλά εδρασμένο. Σε σύγκριση με τη θεωρητική προσέγγιση έχουμε τις μεγαλύτερες αποκλίσεις. Αυτό συμβαίνει διότι όταν θέλεις να ασκήσεις απλή έδραση σε τρισδιάστατο μοντέλο, τότε πρέπει να την ασκήσεις σε επιφάνειες. Σε αυτήν την περίπτωση το μοντέλο μας στο SolidWorks έχει συμπεριφορά πακτωμένης πλάκας κι όχι απλά εδρασμένης.

## 11. Βιβλιογραφία

- <https://www.iacs.org.uk/publications/common-structural-rules/previous-csr>
- <https://www.marineinsight.com/naval-architecture/9-new-aspects-of-iacs-harmonised-common-structural-rules-csr-for-ships/> (27/04/2021)
- <http://users.ntua.gr/caridis/methodoi/keimena/chap%2003/Chapter%2003.pdf>
- <http://maritime-connector.com/wiki/classification-society/> (30/04/2021)
- IACS PROCEDURES, Volume 4: PROCEDURES FOR THE MAINTENANCE AND HARMONISATION OF THE COMMON STRUCTURAL RULES
- <https://docplayer.gr/3803545-Kefalaio-geniki-perigrifi-tis-methodoy-ton-peperasuenon-stoiheion-methodos-metatopiseon-2-1-genika.html> (07/06/2021)
- [http://www.eng.ucy.ac.cy/CEE501/CEE501\\_10\\_FiniteElements.pdf](http://www.eng.ucy.ac.cy/CEE501/CEE501_10_FiniteElements.pdf) (06/09/2021)
- <https://www.youtube.com/watch?v=aDhTETpNBh4> (06/09/2021)
- <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9A%CE%AC%CE%BC%CF%88%CE%B7> (07/09/2021)
- <http://users.ntua.gr/caridis/methodoi/keimena/chap%2004/Chapter%2004.pdf> (09/09/2021)
- Θεοδουλίδης Αλέξανδρος, «**Στατική Ναυπηγικών Κατασκευών – ενότητα 3: Κάμψη ορθογωνικών ελασμάτων με ενισχυτικά**» (09/09/2021)
- [https://en.wikipedia.org/wiki/Von\\_Mises\\_yield\\_criterion](https://en.wikipedia.org/wiki/Von_Mises_yield_criterion) (28/10/2021)
- <https://www.simscale.com/docs/simwiki/fea-finite-element-analysis/what-is-von-mises-stress/> (28/10/21)
- Θεοδουλίδης Αλέξανδρος, «**Εφαρμογή κανονισμών Νηογνώμωνων, Ενότητα 1: Νηογνώμονες**» (28/10/2021)
- <https://www.lloydslistintelligence.com/about-us/our-history>
- Eduard Ventsel, Theodor Krauthammer, “**Thin Plates and Shells-Theory, Analysis and Application**” , University Park, Pennsylvania
- <https://www.captechu.edu/blog/solidworks-mechatronics-design-and-engineering-program> (11/06/2021)