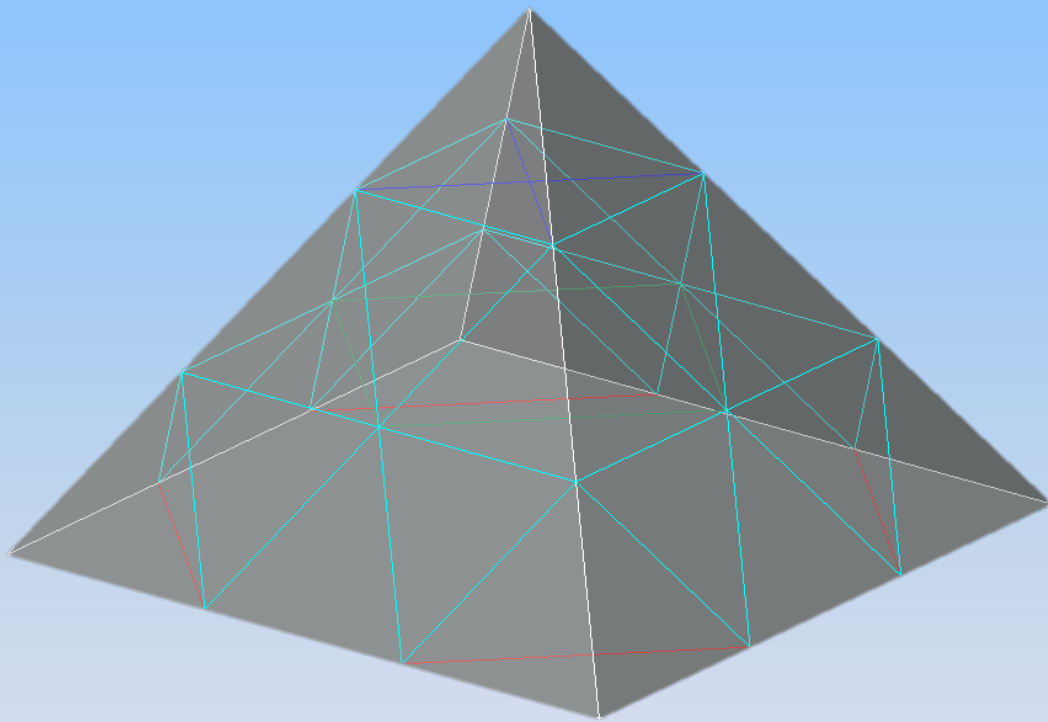




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ
ΜΕ ΤΗ
ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ



Διπλωματική Εργασία

Λαζαρίδης Χρήστος – Λεμπέση Στυλιανή

Αθήνα, Μάιος 2022

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΣ-ΦΙΛΗΣ ΚΟΚΚΙΝΟΣ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Όνοματεπώνυμα φοιτητών: **Λαζαρίδης Χρήστος** και **Λεμπέση Στυλιανή**

Τίτλος
Διπλωματικής Εργασίας:

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ
ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Η διπλωματική εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι
Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή:

Τριαντ.-Φίλης Κόκκινος
Αναπληρωτής Καθηγητής
Επιβλέπων

Νικόλαος Πνευματικός
Καθηγητής
Μέλος

Σταυρούλα Δενεζάκη
Λέκτορας
Μέλος

Μάιος 2022, ΑΙΓΑΛΕΩ

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΩΝ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Οι κάτωθι υπογεγραμμένοι **Λαζαρίδης Χρήστος** του Παντελή, με αριθμό μητρώου 44368770226 και η **Λεμπέση Στυλιανή** του Κωνσταντίνου, με αριθμό μητρώου 44368800226 φοιτητές του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών, δηλώνουν αμφότεροι υπεύθυνα ότι:

«Είμαστε συγγραφείς της παρούσας διπλωματικής εργασίας με τίτλο *ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ* και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχαμε για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες κάναμε χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών, που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνουμε ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από εμάς τους δύο αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μας, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μας ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση των διπλωμάτων μας».

Οι Δηλούντες



Λαζαρίδης Χρήστος



Λεμπέση Στυλιανή



Abstract

Diploma Thesis Title:

Analysis of Space Truss Using the Finite Element Method

Authors: **Lazaridis Christos – Lempesi Styliani** (May 2022)

This diploma thesis studies the behavior of a space truss that is stressed by wind pressure, earthquake and the same weight. Provides a brief overview of an improvised pyramid – shaped model consisting of a number of equilateral triangles using the finite element method. For this purpose, the development and study of the project is done through a process in EXCEL.

A truss is a project that consists of rods that are joined to receive the torques. When this truss operates and develops on all three axes (x, y and z) then it is called space truss. The use of space trusses is done in many cases such as shelters, bridges etc, due to aesthetics but also to achieve the lowest possible cost. They are usually made of steel or aluminum depending on their functionality,

The construction of the space truss helped to optimize the aesthetics but also to reduce costs in many constructions. In this case we have a pyramid shaped in which the four main nodes of its base are supported by joints while the rest in roller bearings in a groove for better absorption of forces. With the method of finite elements (FEM) the analysis and the solution of the specific construction was achieved. Taking into account the assumptions made during the solution, we came to the stress that each node receives from the force exerted and in their entirety. Below are presented in detail all the steps of the study that was done, as well as the theoretical background that contributed to this solution.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	1
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	4
Εισαγωγή.....	4
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	9
Χωροδικτύωματα	9
2.1 ΥΛΙΚΑ ΧΩΡΟΔΙΚΤΥΩΜΑΤΩΝ.....	11
2.1.1 Κόμβοι Χωροδικτυώματος.....	11
2.1.2 Ράβδοι Χωροδικτυώματος.....	11
2.1.3 Στηρίξεις - Υποστυλώματα.....	12
2.1.4 Φύλλα Επικάλυψης.....	12
2.1.5 Κοχλίες	13
2.1.6 Εξάγωνα Χωροδικτυώματος.....	13
2.1.7 Ορθοστάτες.....	13
2.1.8 Τεγίδες	13
2.2 ΧΩΡΟΔΙΚΤΥΩΜΑΤΑ ΚΑΙ ΧΡΗΣΕΙΣ ΤΟΥΣ.....	14
2.2.1 Πυλώνες Ηλεκτρικού Ρεύματος	14
2.2.2 Στέγαστρα	16
2.2.3 Γέφυρες.....	18

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	20
Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων.....	20
3.1 ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	20
3.2 ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΜΕΘΟΔΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ.....	22
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	24
Ανάλυση Χωροδικτύωματος σε Σχήμα Πυραμίδας με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.....	24
4.1 ΠΥΡΑΜΙΔΑ ΤΟΥ I.M. ΠΕΙ.....	24
4.2 ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΈΡΓΟΥ	25
4.3 ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ.....	28
4.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ	30
4.5 ΤΟΠΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ	33
4.6 ΚΑΘΟΛΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ	34
4.7 ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΕΠΙΚΟΜΒΙΩΝ ΔΡΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ	35
4.8 ΚΑΘΟΛΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ	37
4.9 ΑΝΑΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΘΟΛΙΚΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΛΟΓΩ ΣΤΗΡΙΞΗΣ – ΜΗΤΡΩΟ ΑΝΑΔΙΑΤΑΞΗΣ	38
4.10 ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΜΕΛΩΝ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ....	39
4.11 ΑΝΑΛΥΣΗ ΦΟΡΤΙΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	40
4.11.1 Σεισμική Φόρτιση.....	40
4.11.2 Ίδιο Βάρος Κατασκευής	43
4.11.3 Ανεμοπίεση.....	46
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	48
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	49
ΒΗΜΑΤΑ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ ΣΤΟ MICROSOFT EXCEL	49
Βήμα 1 ^ο	50
Βήμα 2 ^ο	50
Βήμα 3 ^ο	51
Βήμα 4 ^ο	51
Βήμα 5 ^ο	51
Βήμα 6 ^ο	51

Βήμα 7 ^ο	52
Βήμα 8 ^ο	52
Αποτελέσματα.....	52

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι ραβδωτοί φορείς που αποτελούνται από ευθύγραμμες ράβδους, των οποίων τα άκρα συνδέονται αρθρωτά σε κόμβους και μεταφέρουν μόνο αξονικές δυνάμεις (εφελκυστικές ή θλιπτικές) ονομάζονται δικτυώματα. Όταν οι ράβδοι αυτοί διαμοιράζονται στον χώρο, τότε το δικτύωμα αυτό ονομάζεται χωροδικτύωμα (space truss). Ουσιαστικά πρόκειται για επάλληλους συνδυασμούς κόμβων και ράβδων, οι οποίοι προσφέρουν ιδιαίτερη ελευθερία επιλογών τόσο ως προς την εμφάνιση, όσο και ως προς τις διάφορες χρήσεις τους. Τα χωροδικτυώματα, συνήθως αποτελούνται από χάλυβα και αλουμίνιο (μεταλλικές κατασκευές), ή από ξύλο (ξύλινες κατασκευές). Τις περισσότερες φορές, τα συναντάμε σε στέγαστρα ή γέφυρες, ενώ πιο σπάνια emπίπτουν και σε άλλα έργα του πολιτικού μηχανικού. Παρακάτω αναφέρονται μερικές από τις κύριες χρήσεις τους.

- Στέγαση Σύμμεικτων Κατασκευών (Αεροδρόμια, Λιμάνια, Σιδηροδρομικοί Σταθμοί).



Εικόνα 1. Στέγαση Αεροδρομίου - Φινλανδία

- Στέγαση Χώρων Αθλητικών Δραστηριοτήτων (Στάδια, Κλειστά Γυμναστήρια,).



Εικόνα 2. Στέγαση Σταδίου - Αγγλία



Εικόνα 3. Στέγαση Κλειστού Σταδίου - Ελλάδα

- Κατασκευή Γεφυρών.



Εικόνα 4. Γέφυρα Forth – Ηνωμένο Βασίλειο

- Κατασκευή Πυλώνων Ηλεκτρικού Ρεύματος.



Εικόνα 5. Πυλώνες Υψηλής και Υπερουψηλής Τάσης – Ελλάδα

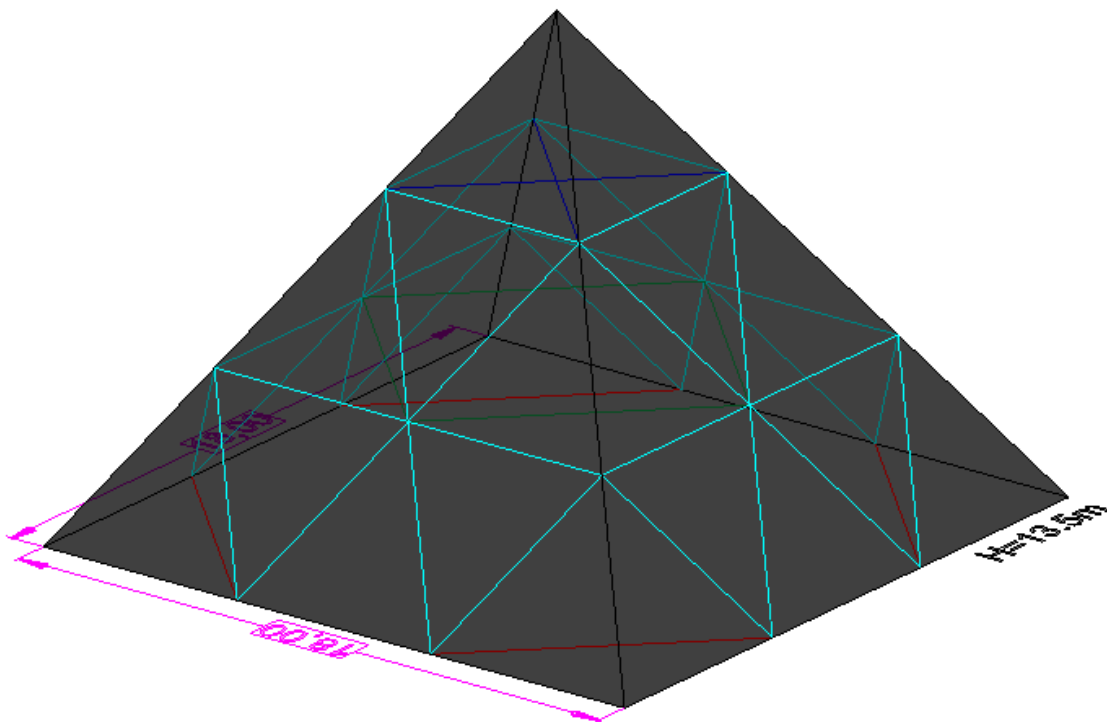
Για τον σχεδιασμό ενός χωροδικτύωματος, απαιτείται λεπτομερής στατική μελέτη έμπειρων μηχανικών με την βοήθεια κάποιου software. Στην μελέτη αυτή, για την επίλυση και την διαστασιολόγηση του φορέα, θα πρέπει να ληφθούν υπόψιν ο EC1, ο NEAK, καθώς επίσης και ο EC3. Επίσης η μορφή του, θα επιλεγεί βάση των αρχιτεκτονικών απαιτήσεων και ιδιομορφιών του εκάστοτε χώρου.

Μέλη Χωροδικτυωμάτων:

- Κόμβοι
- Ράβδοι
- Στηρίξεις – Υποστυλώματα
- Φύλλα Επικάλυψης
- Κοχλίες
- Εξάγωνα
- Ορθοστάτες

- Τεγίδες

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, γίνεται μια σύντομη επισκόπηση και επίλυση ενός αυτοσχέδιου χωρικού δικτύωματος σε σχήμα πυραμίδας. Η ιδέα «εκλάπη» από το μοντέλο της Πυραμίδας του Ι.Μ. Πέι, που βρίσκεται στο Μουσείο του Λούβρου στο Παρίσι. Στις παρακάτω ενότητες θα γίνει η ανάλυση της κατασκευής και των φορτίων που ασκούνται σε αυτήν, ώστε να βρεθούν οι τελικές μετατοπίσεις των κόμβων της. Όλα τα παραπάνω θα γίνουν με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων στο excel, και θα αναλυθούν με λεπτομέρειες, στο παρόν σύγγραμμα.



Σχήμα 1.1. Προσομοίωμα Χωροδικτύωματος

ΧΩΡΟΔΙΚΤΥΩΜΑΤΑ

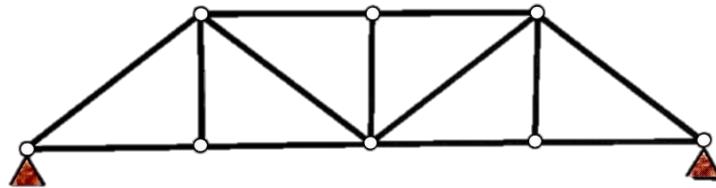
Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, τα χωρικά δικτυώματα (space trusses) ή αλλιώς χωροδικτυώματα, αποτελούνται από επάλληλους συνδυασμούς ευθύγραμμων ράβδων, οι οποίες συνδέονται αρθρωτά μεταξύ τους με την βοήθεια κόμβων. Για την μελέτη ενός χωροδικτυώματος, λαμβάνονται οι παρακάτω παραδοχές:

- Η σύνδεση των ράβδων στους κόμβους του θεωρείται ως ιδανικά αρθρωτή.
- Οι άξονες όλων των ράβδων του δικτυώματος θεωρούνται ευθύγραμμοι.
- Οι άξονες όλων των ράβδων έχουν κεντρική σύνδεση, δηλαδή συντρέχουν σε ένα κόμβο, τέμνονται και προεκτείνονται στη συνέχεια σε ένα άλλο σημείο σύνδεσης.
- Τα εξωτερικά φορτία που καταπονούν την κατασκευή, ασκούνται μόνο στους κόμβους, ή είναι παράλληλα με τους άξονες των μελών – ράβδων του δικτυώματος.

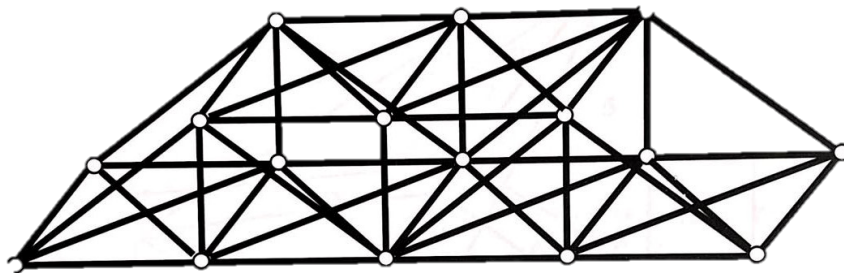
Βασικό χαρακτηριστικό τους αποτελεί η υψηλή ικανότητα ανάληψης φορτίων, σε συνδυασμό με το μικρό ίδιο βάρος τους. Αυτό τα κατατάσσει ως μια εξαιρετική τεχνοοικονομικά λύση, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που χρειάζεται να καλυφθούν μεγάλα ανοίγματα. Επίσης προσφέρουν μεγάλη ευκολία τόσο στην τοποθέτηση όσο και στην εξαγωγή τους. Ακόμα, διαθέτουν μια τεράστια ποικιλία ως προς τη μορφή τους, καθώς επίσης και τη δυνατότητα αποφυγής πολλών υποστυλωμάτων. Τα παραπάνω χαρακτηριστικά έχουν ορίσει τα χωροδικτυώματα, ως ένα βασικό εργαλείο του πολιτικού μηχανικού και του αρχιτέκτονα σε διάφορα έργα.

Σημείο εκκίνησης για την ανάλυση του χωροδικτύωματος αποτελεί η αρίθμηση των κόμβων και των μελών του. Επιπρόσθετα, επιλέγεται ως καθολικό σύστημα αξόνων το δεξιόστροφο ορθογώνιο σύστημα, και καθορίζονται οι βαθμοί ελευθερίας κίνησης των κόμβων του δικτύωματος. Σε κάθε χωρικό δικτύωμα, κάθε κόμβος διαθέτει τρεις βαθμούς ελευθερίας κίνησης, άρα στο συνολικό του $3N$ (N ο αριθμός κόμβων) βαθμοί ελευθερίας ξεκινώντας την αρίθμηση τους κατά αύξουσα σειρά κόμβων. Όλα τα παραπάνω χρειάζονται για να υπολογιστούν:

- Οι μετατοπίσεις των κόμβων
- Οι αντιδράσεις των στηρίξεων
- Οι εσωτερικές αξονικές δυνάμεις των μελών



Σχήμα 2.1. Δικτύωμα



Σχήμα 2.2. Χωρικό δικτύωμα

2.1 Υλικά Χωροδικτυωμάτων

Ένας από τους σημαντικότερους παράγοντες στα έργα και τις μελέτες του πολιτικού μηχανικού, είναι τα υλικά κατασκευής. Όπως λοιπόν σε κάθε μορφή έργου, έτσι και σε αυτή των χωροδικτυωμάτων, απαιτείται η ελαχιστοποίηση του κόστους σε συνδυασμό με την μέγιστη στιβαρότητα. Βασικός παράγοντας στην επίτευξη των δυο αυτών στόχων, είναι η ιδιομορφίες που παρουσιάζει ο χώρος κατασκευής του χωροδικτυώματος. Κατά την πάροδο του χρόνου όμως, οι μηχανικοί και οι αρχιτέκτονες, άρχισαν να αποκτούν κάποια εμπειρία στο κομμάτι επιλογής υλικών. Στις μέρες μας πλέον, και έπειτα από πολλά χρόνια έρευνας και μελέτης, έχουν καθιερωθεί τα βασικά υλικά και μέλη για τέτοιου είδους κατασκευές. Παρακάτω λοιπόν, περιγράφονται αναλυτικά τα βασικότερα εξ' αυτών.

2.1.1 Κόμβοι Χωροδικτυώματος

Οι κόμβοι στα χωροδικτυώματα, αποτελούν ένα από τα σημαντικότερα στοιχεία τους. Ο τρόπος τοποθέτησης τους, καθώς και η θέση τους στον χώρο, καθορίζουν ουσιαστικά την γεωμετρία και την σταθερότητα της κατασκευής. Στις περισσότερες περιπτώσεις έχουν σφαιρική μορφή, και το υλικό από το οποίο αποτελούνται είναι ο χάλυβας. Η διάμετρος τους, καθορίζεται από τις εφελκυστικές δυνάμεις που τους ασκούνται, καθώς και από τα μεγέθη των βιδών και των εξάγωνων που συγκλίνουν σε αυτούς. Συνήθως η κατεργασία τους γίνεται μέσω CNC τόρνων, οι οποίοι προσδίδουν την σφαιρική αυτή μορφή τους. Στη συνέχεια μέσω CNC φρεζών, γίνεται η διάτρηση τους και η ακριβής δημιουργία επίπεδων εδρών στις απαιτούμενες μοίρες, με σκοπό την επίτευξη της επιθυμητής γεωμετρίας του χωροδικτυώματος.

2.1.2 Ράβδοι Χωροδικτυώματος

Εξίσου σημαντικά μέλη για τις κατασκευές των χωροδικτυωμάτων, αποτελούν και οι ράβδοι. Πρόκειται συνήθως για κυλινδρικούς σωλήνες, κατασκευασμένους από χάλυβα, οι οποίοι ουσιαστικά είναι οι βασικοί υπεύθυνοι στην παραλαβή των φορτίων της κατασκευής. Έτσι η διατομή τους επιλέγεται βάση της στατικής μελέτης και των απαιτήσεων του εκάστοτε έργου. Οι ράβδοι επίσης, ανάλογα με την θέση τους στον χώρο, και συνεπώς με τις απαιτήσεις αντοχών της εκάστοτε θέσης, διαφοροποιούνται μεταξύ τους, με σκοπό την μείωση του κόστους αλλά και του βάρους της κατασκευής. Για παράδειγμα, στις κύριες

διατομές, όπου ασκούνται περισσότερα φορτία, επιλέγονται ράβδοι μεγαλύτερης διατομής σε σχέση με περιοχές της κατασκευής, οι οποίες βρίσκονται στην κορυφή και ουσιαστικά τα φορτία που παραλαμβάνουν είναι ελάχιστα. Για την συνδεσμολογία τους στις κατασκευές, συνήθως προσαρμόζονται στα άκρα τους, δυο ομοαξονικοί μεταλλικοί κώνοι, οι οποίοι διαθέτουν οπή στο κέντρο τους. Από εκεί λοιπόν εισέρχεται βίδα, της οποίας ο κορμός περνάει μέσα από την οπή, ενώ το κεφάλι της συγκρατείται στο εσωτερικό της ράβδου.

2.1.3 Στηρίξεις - Υποστυλώματα

Οι στηρίξεις, αφορούν κυρίως εφαρμογές των χωροδικτυωμάτων σε έργα όπου αποτελούν συμπληρωματικό ρόλο. Συνήθως τέτοιου είδους έργα είναι τα στέγαστρα. Αποτελούνται λοιπόν κυρίως από οπλισμένο σκυρόδεμα, αλλά πολλές φορές τα συναντάμε και σαν μεταλλικά. Το υλικό κατασκευής τους και η γεωμετρία τους, εξαρτώνται από τις απαιτήσεις της εκάστοτε κατασκευής, και ορίζονται στην στατική μελέτη. Κυρίως τα συναντάμε ως πακτωμένα στο έδαφος, αλλά πολλές φορές διαθέτουν και ελευθερία κινήσεων σε έναν, ή και σε δυο άξονες.

2.1.4 Φύλλα Επικάλυψης

Βασικό στοιχείο τόσο για την αισθητική όσο και για την πρακτικότητα των κατασκευών, αποτελεί η επικάλυψη τους. Τα χωροδικτυώματα δεν έχουν κάποιον περιορισμό ως προς το είδος της επικάλυψης, αφού μπορούν να λάβουν όλα τα γνωστά είδη. Μερικά από τα βασικότερα είδη επικάλυψης που χρησιμοποιούνται σε τέτοιου είδους έργα είναι:

- Πολυκαρβονικά φύλλα
- Τραπεζοειδής λαμαρίνα
- Panel πολυουρεθάνης
- Τζάμι – Plexiglass
- Φύλλα χαλκού
- Κεραμίδια
- Φύλλα τιτανιούχου ψευδαργύρου

2.1.5 Κοιλίες

Όπως σε όλες τις κατασκευές, έτσι και σε αυτές των χωροδικτυωμάτων, απαραίτητο υλικό για την συνδεσμολογία των μελών μεταξύ τους αποτελούν οι κοιλίες. Συγκεκριμένα μέσω των βιδών, επιτυγχάνεται η κοιλίωση των ράβδων με τους κόμβους. Η ποιότητα και το μέγεθος τους, εξαρτάται από τις απαιτήσεις της κατασκευής και καθορίζεται μέσω της στατικής επίλυσης.

2.1.6 Εξάγωνα Χωροδικτυώματος

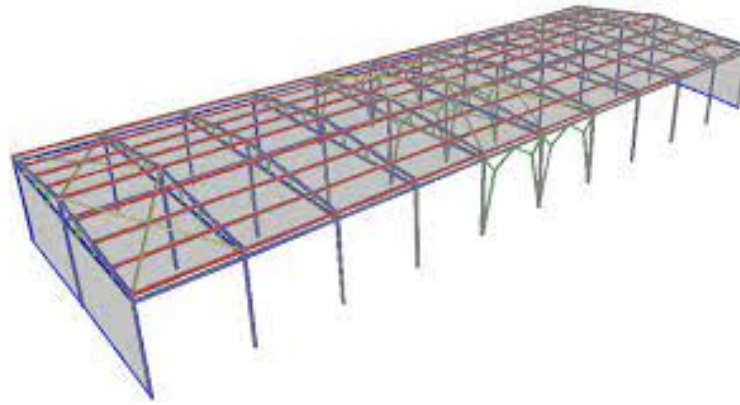
Οι αρμοδιότητες των εξάγωνων σε μια κατασκευή, είναι να μεταφέρουν τα θλιπτικά φορτία από τις ράβδους στους κόμβους, και να καθιστούν εφικτή την κοιλίωση τους, αφού το κεφάλι της βίδας βρίσκεται στο εσωτερικό της ράβδου. Κατασκευάζονται από χαλύβδινο άξονα εξαγωνικής διατομής, μέσω κατάλληλης μηχανουργικής εργασίας τόνων CNC. Τα εξάγωνα διαθέτουν οπή στο εσωτερικό τους, και ουσιαστικά περιβάλλουν τις βίδες, διατηρώντας τις σταθερές. Οι διαστάσεις τους εξαρτώνται άμεσα από τις διαστάσεις των κοιλιών, και καθορίζονται μέσω της στατικής μελέτης.

2.1.7 Ορθοστάτες

Πρόκειται για ειδικά τεμάχια με μεταβλητό μήκος, το οποίο εξαρτάται από τις απαιτήσεις της εκάστοτε κατασκευής. Χρησιμοποιούνται κυρίως σε στέγαστρα και ο ρόλος τους είναι να δημιουργούν την επιθυμητή ρύση. Η τοποθέτηση τους γίνεται βιδωτά, στην πάνω μεριά των κόμβων της άνω σχάρας του χωροδικτυώματος.

2.1.8 Τεγίδες

Οι τεγίδες, είναι μεταλλικά μέλη τα οποία κοιλιώνονται πάνω στους ορθοστάτες, και στηρίζουν τα φύλλα της επικάλυψης. Η διατομή τους εξαρτάται κυρίως από τους κόμβους της κατασκευής, και χρησιμοποιούνται κυρίως σε στέγαστρα. Στο σχήμα εμφανίζονται οριζόντιες τεγίδες χρώματος κόκκινου όπως φαίνεται παρακάτω.



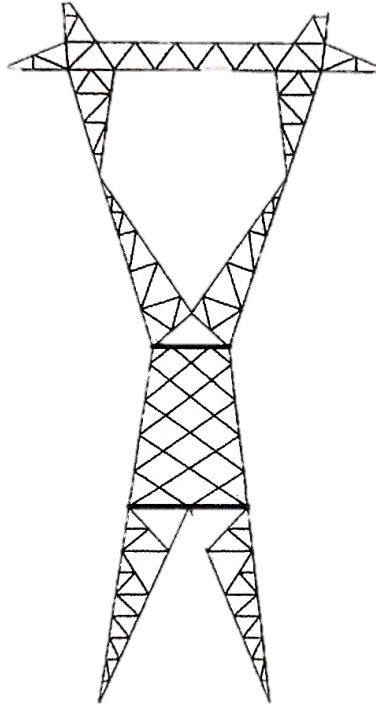
Εικόνα 6. Τεγίδες

2.2 Χωροδικτυώματα και Χρήσεις τους

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή, τα χωροδικτυώματα μπορούν να εξυπηρετήσουν διάφορα είδη κατασκευών, με ρόλο άλλοτε κύριο και άλλοτε δευτερεύων. Σε κάθε περίπτωση όμως, αποτελούν μια εξαιρετική λύση τόσο στον πρακτικό, όσο και στον αισθητικό τομέα. Παρακάτω, αναλύονται μερικές από τις συχνότερες χρήσεις τους.

2.2.1 Πυλώνες Ηλεκτρικού Ρεύματος

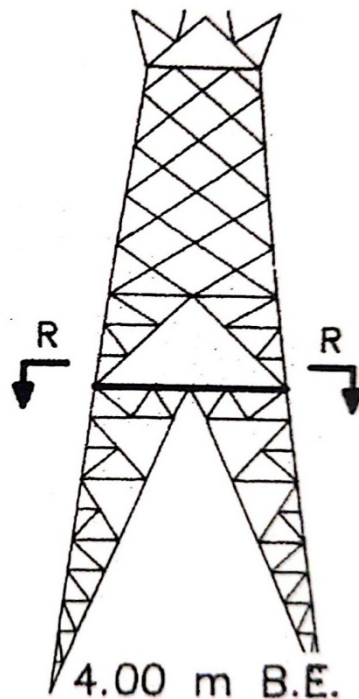
Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα εφαρμογής χωρικών δικτυωμάτων, το οποίο συναντάμε συνεχώς και σε οποιαδήποτε τοποθεσία, είναι οι πυλώνες γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικού ρεύματος υπερυψηλής (400kV) και υψηλής (150kV) τάσης. Η μελέτη τους και η κατασκευή τους, γίνονται από τον ΑΔΜΗΕ Α.Ε. με όλες τις προδιαγραφές ασφαλείας που διέπουν από τη νομοθεσία. Σκοπός των συγκεκριμένων κατασκευών, είναι η μεταφορά ηλεκτρικού ρεύματος μέσω αγωγών, σε περιοχές δύσβατες και μη σε όλη την χώρα. Μία από τις πολλές μορφές τους φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 7. Πυλώνας Ηλεκτρικού Ρεύματος

Πρόκειται για μια εφαρμογή χωροδικτύωματος, ύψους περίπου 20.65 μέτρων, κατασκευασμένη από γωνιακά ελάσματα δομικού χάλυβα τύπου ανοικτού δαπέδου, ηλεκτρικής καμίνου ή LD, ενώ χρησιμοποιούνται ποιότητες χάλυβα μέσης και υψηλής αντοχής, με ανοχές διαφόρων διατομών κατά DIN 1612. Ο λόγος πλάτους πτερυγίων προς πάχος γωνιακών, είναι μικρότερος ή ίσος του 17. Όπως και στην κατασκευή της παρούσας διπλωματικής έχουν χρησιμοποιηθεί διατομές διαφορετικού πάχους, έτσι και στο περίγραμμα των πύργων χρησιμοποιούνται διατομές πάχους όχι μικρότερου από 6mm, ενώ για τα υπόλοιπα στοιχεία όχι μικρότερου από 4mm.

Χρησιμοποιούνται μετρικοί κοχλίες υψηλής αντοχής, ελάχιστης διαμέτρου 12mm, και δύο μέχρι τρεις διάμετροι κοχλιών για κάθε τύπο πύργου. Οι κοχλίες θα είναι μήκους επαρκούς, ώστε να μην αναπτύσσονται διατμητικές δυνάμεις στο κοχλιοτομημένο τμήμα. Η ποσότητα κοχλιών και περικοχλιών που απαιτείται για την συναρμολόγηση των πύργων, θα παραδίδεται αυξημένη κατά 3% για την αντιμετώπιση απωλειών, ενώ αξίζει να σημειωθεί πως ο άξονας περιστροφής του πύργου είναι συνήθως οριζόντιος. Όσον αφορά τις συνδέσεις μεταξύ των μελών του πύργου, οι συγκολλήσεις δεν είναι αποδεκτές, και διαμορφώνονται χωρίς εκκεντρότητες. Αυτό συμβαίνει για να επιτευχθεί η καλύτερη δυνατή στήριξη του πύργου και το λιγότερο δυνατό κόστος του.



Εικόνα 8. Κορμός και Ποδαρικά Πυλώνα Ηλεκτρικού Ρεύματος

2.2.2 Στέγαστρα

Μεγάλο κεφάλαιο στις εφαρμογές των χωροδικτυωμάτων αποτελούν τα στέγαστρα. Ο ρόλος τους είναι να παραλαμβάνουν και να μεταφέρουν τα φορτία που βρίσκονται στην οροφή μίας κατασκευής, στα υποστυλώματα της. Συγκριτικά με το σύνολο της κατασκευής, θα λέγαμε πως η χρήση τους είναι βοηθητική, καθώς συμπληρώνουν επί της ουσίας το υπόλοιπο έργο. Παρόλα αυτά, είναι πολύ σημαντικά και αρκετές φορές απαραίτητα για τις κατασκευές.

Τα προτερήματα τους στο κομμάτι αυτό, έχουν να κάνουν τόσο με την αισθητική όσο και με την πρακτικότητα. Σε πολλές κατασκευές, επιλέγεται στέγαση με αρκετές ιδιαιτερότητες, προσδίδοντας αίγλη και κάνοντας το έργο να ξεχωρίζει. Κάτι τέτοιο είναι αδύνατο να συμβεί χωρίς τα χωρικά δικτυώματα, καθώς είναι η μοναδική μέθοδος που προσφέρει τέτοια ευελιξία κίνησης στον χώρο. Επίσης, όσον αφορά την πρακτικότητά της, η μέθοδος αυτή μειώνει κατά πολύ το κόστος κατασκευής, ενώ παράλληλα προσφέρει λύσεις σε αρκετές περιπτώσεις όπου η κατασκευή έχει ορισμένες ιδιαιτερότητες.

Πιο συγκεκριμένα, μας προσφέρει την δυνατότητα εισαγωγής λιγότερων υποστυλωμάτων για εξοικονόμηση χώρου, όπως επίσης και την δυνατότητα στέγασης εκτάσεων με αρκετά μεγάλα ανοίγματα. Τέλος αξίζει να σημειωθεί, πως η στέγαση με την χρήση χωροδικτυωμάτων, μπορεί να επιλεγθεί σε οποιαδήποτε μεταλλική ή σύμμικτη κατασκευή, με την βοήθεια της στατικής μελέτης. Μερικοί από τους πλέον συνηθισμένους τύπους κατασκευών όπου χρησιμοποιούνται τα χωρικά δικτύωματα, είναι τα κλειστά γυμναστήρια, τα στάδια, τα αεροδρόμια κ.α. Παρακάτω απεικονίζονται ορισμένα παραδείγματα εφαρμογών χωρικών δικτυωμάτων στις κατασκευές.



Εικόνα 9. Στέγαση Εμπορικού Κέντρου - Ιταλία



Εικόνα 10. Στέγαση Σιδηροδρομικού Σταθμού - Αυστραλία

2.2.3 Γέφυρες

Μια αρκετά συνηθισμένη περίπτωση χρήσης χωροδικτυωμάτων είναι οι γέφυρες, αφού υπάρχει πλήθος αυτών που εφαρμόζουν τα χωροδικτυώματα ως κύρια μέθοδο στήριξης τους. Πρόκειται ουσιαστικά για μια κατασκευή, η οποία καθιστά εφικτή την μετάβαση από μια θέση Α, σε μια θέση Β, ακόμα και όταν μεταξύ των δυο θέσεων διέρχεται υδροφόρος ορίζοντας. Η επιλογή των χωροδικτυωμάτων σε αυτές, γίνεται τόσο για αισθητικούς, όσο και για πρακτικούς λόγους. Σε αρκετές περιπτώσεις, όπου τα ανοίγματα είναι μεγάλα, τα χωροδικτυώματα μπορούν να μειώσουν δραματικά το κόστος, καθώς και να αυξήσουν την αντοχή της κατασκευής. Κυρίως το υλικό που χρησιμοποιείται σε αυτές τις περιπτώσεις είναι ο χάλυβας, καθώς παρέχει μεγάλες θλιπτικές αντοχές. Επίσης, με την βοήθεια των χωροδικτυωμάτων, προσφέρονται διάφορες επιλογές σχετικά με την αρχιτεκτονική του έργου. Για παράδειγμα, στις συγκεκριμένες κατασκευές, είναι εφικτή η στήριξη είτε από την άνω, είτε από την κάτω πλευρά τους. Επίσης, προσφέρεται η δυνατότητα εισαγωγής περισσότερων εκ ‘του ενός επιπέδων κυκλοφορίας. Τέλος αξίζει να σημειωθεί, πως σαν προπτυχιακοί φοιτητές εντρυφήσαμε πάνω σε μια τέτοια κατασκευή, στο μάθημα της γεφυροποιίας. Η γέφυρα που μελετήθηκε εκεί, σχεδιάστηκε στο CSI Bridge, απεικόνιση της οποίας βρίσκεται παρακάτω.

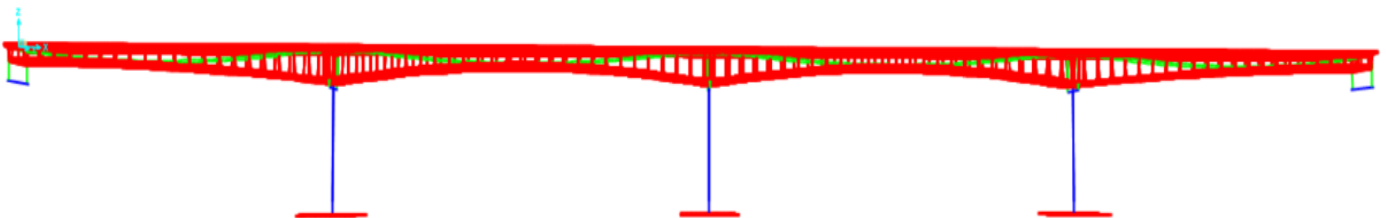


Εικόνα 11. Γέφυρα Howrah - Ινδία



Εικόνα 12. Γέφυρα Vlaardingse Vaart - Ολλανδία

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, με τη βοήθεια του προγράμματος CSI Bridge, δημιουργήθηκε μια γέφυρα μήκους 290 μέτρων και τεσσάρων ανοιγμάτων, η απεικόνιση της οποίας φαίνεται παρακάτω (εικόνα 10). Τελικά παρατηρείται, πως τα δικτυώματα στις γέφυρες είναι μια αρκετά συνηθισμένη λύση, καθώς προσθέτουν ομορφιά στην κατασκευή, αφού υπάρχουν ποικίλες μορφές και τρόποι εφαρμογής τους, καθιστώντας την κάθε γέφυρα μοναδική και εμβληματική. Στο εξωτερικό, βλέποντας τις εικόνες 4,8, και 9 φαίνεται η ποικιλομορφία των μεταλλικών ράβδων τους.



Εικόνα 13. Γραφική Απεικόνιση Γέφυρας - CSI Bridge

ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

3.1 Ιστορική Αναδρομή Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων

Το τέλος του 19^{ου} αιώνα, βρήκε τη μαθηματική θεωρία της ελαστικότητας πλήρως θεμελιωμένη. Όμως, τα προβλήματα στα οποία αυτή μπορούσε να δώσει αναλυτική λύση ήταν ελάχιστα. Έτσι στις αρχές του 20^{ου} αιώνα το βάρος έπεσε στις προσεγγιστικές μεθόδους. Και αυτές όμως με την σειρά τους, δεν μπορούσαν να δώσουν απάντηση στα σύνθετα προβλήματα, λόγω έλλειψης υπολογιστικών δυνατοτήτων. Την ίδια εποχή, οι ερευνητές έστρεψαν την προσοχή τους σε κατασκευές που η μορφή τους, απλοποιούσε το γενικό πρόβλημα της ελαστικότητας. Μια τέτοια λύση, αποτελούν οι ραβδωτές κατασκευές. Οι ερευνητές στον τομέα αυτόν, κατόρθωσαν να βρουν τις σχέσεις εκείνες που συνδέουν τις γενικευμένες μετατοπίσεις στα άκρα των ράβδων, με τις αντίστοιχες δυνάμεις στα σημεία αυτά. Η ισορροπία των δυνάμεων που επενεργούν στους κόμβους και το συμβιβαστό των μετατοπίσεων, δίνουν ένα σύστημα εξισώσεων που η επίλυσή του, παρέχει τη λύση στο πρόβλημα των ραβδωτών κατασκευών.

Το 1941 ο Hrenikoff, είχε παρουσιάσει μια πρόδρομη διατύπωση της μεθόδου, με την αντικατάσταση ενός επίπεδου ελαστικού μέσου μέσω ενός συνόλου ράβδων και δοκών. Η ιδέα της αντικατάστασης μιας συνεχούς συνάρτησης με συναρτήσεις κατά διαστήματα συνεχείς, μπορεί να αναζητηθεί στην εργασία του Courant το 1943, όπου χρησιμοποιήθηκε ένα σύνολο στοιχείων, και η αρχή της ελάχιστης τιμής της συνολικής δυναμικής ενέργειας, ώστε να μελετηθεί ένα πρόβλημα στρέψεως κατά St. Venant. Όμως η διατύπωση της μεθόδου

των πεπερασμένων στοιχείων, έμελλε να γίνει λίγο καιρό αργότερα. Το 1944 ο Ιωάννης Αργύρης, ο οποίος εργαζόταν ως ερευνητής στο Royal Aeronautical Society της Βρετανίας, καταπιάστηκε με το πρόβλημα αυτό, καθώς όλες οι γνωστές μέθοδοι αναλύσεως αδυνατούσαν να προσομοιάσουν με αξιοπιστία την κεκλιμένη γεωμετρία των πτερυγών. Μετά από εξαντλητική διανοητική προσπάθεια, επινόησε τη χρήση των τριγωνικών στοιχείων, και πραγματοποίησε την πρώτη εφαρμογή στους ηλεκτρομηχανικούς υπολογιστές της εποχής, με μέγιστη ικανότητα χειρισμού αλγεβρικών συστημάτων τους 64 αγνώστους. Αυτή ήταν η στιγμή της γέννησης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων. Δώδεκα χρόνια αργότερα θα ακολουθήσει η συμβολή, από την άλλη πλευρά του Ατλαντικού με την εργασία των Turner, Clough, Martin και Topp.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων στην τυπική της διατύπωση, παρουσιάζεται το 1960 σε μία μονογραφία των Αργύρη και Kelsey στην εργασία του Clough. Από την εποχή εκείνη και μετά, η ανάπτυξη της μεθόδου και η χρησιμοποίησή της για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων του μηχανικού, συμβαδίζει με την τεχνολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Κι αυτό γιατί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, καταλήγουμε σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων, που το πλήθος του ταυτίζεται με το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του προβλήματος, και το οποίο μπορεί να επιλυθεί μόνο με τη βοήθεια Η/Υ. Η εξέλιξη των Η/Υ με τις ολοένα μεγαλύτερες δυνατότητες διαχείρισης όγκου δεδομένων, αλλά και με τις αυξήσεις της ταχύτητας εκτελέσεως των αριθμητικών πράξεων, κατέστησε εφικτή την επίλυση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων σύνθετων προβλημάτων του μηχανικού, τα οποία θεωρούνταν απροσπέλαστα πριν μερικά χρόνια. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, αν και επινοήθηκε - εφαρμόστηκε για την στατική ανάλυση φορέων, έχει εφαρμογή σε μια ευρύτερη κατηγορία προβλημάτων του μηχανικού. Για παράδειγμα στη ρευστομηχανική, στη μεταφορά θερμότητας, στην ακουστική, στον ηλεκτρομαγνητισμό, στην εμβιομηχανική, κ.λπ.

Από το 1960 έως τις μέρες μας, η βιβλιογραφία στην επιστημονική περιοχή των πεπερασμένων στοιχείων, έχει αυξηθεί με γεωμετρική πρόοδο. Αξίζει να αναφερθεί πως υπάρχει μία πλειάδα έγκυρων διεθνών περιοδικών, στα οποία δημοσιεύονται επιστημονικά άρθρα με αποκλειστικό αντικείμενο τη θεωρία και τις εφαρμογές αυτής της μεθόδου. Τα πεπερασμένα στοιχεία, αποτελούν επέκταση της μητρικής ανάλυσης των κατασκευών, στις μη ραβδωτές, δηλαδή στις ολόσωμες κατασκευές.

3.2 Ανάπτυξη Μεθόδων Πεπερασμένων Στοιχείων

Για την ανάπτυξη της θεωρίας των πεπερασμένων στοιχείων, υπάρχουν αρκετές διαφορετικές μέθοδοι και φιλοσοφίες. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούν και θα αναλυθούν. Η πρώτη μέθοδος που θα αναλυθεί, είναι η **ενεργειακή μέθοδος**. Η μέθοδος αυτή βασίζεται στην ολική δυναμική ενέργεια του σώματος ή της κατασκευής (total potential energy), όπως επίσης και η μέθοδος των μετατοπίσεων. Είναι απλή κατά την επίλυσή της, και δεν απαιτεί χρήση διαφορικών εξισώσεων. Επίσης είναι αρκετά χρήσιμη σε προβλήματα μεταφοράς θερμότητας, όταν υπάρχει η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας, η οποία μετονομάζεται σε συναρτησιακή ενέργεια (functional). Η ενεργειακή μέθοδος, μπορεί να χρησιμοποιηθεί εάν υπάρχει δυνατότητα να εκφραστεί η ολική δυναμική ενέργεια του προβλήματος στα στερεά ή η functional στα προβλήματα της μεταφοράς θερμότητας. Αν δεν γνωρίζουμε την ολική δυναμική ενέργεια, τότε χρησιμοποιούνται άλλες μέθοδοι, όπως η μέθοδος του Galerkin.

Η μέθοδος Galerkin ανήκει στην γενική κατηγορία των μεθόδων των σταθμισμένων υπολοίπων (methods of weighted residuals). Η μέθοδος αυτή είναι γενική και εφαρμόζεται απ' ευθείας στην επίλυση των διαφορικών εξισώσεων.

Ο τρόπος επίλυσης προβλημάτων με την χρήση των πεπερασμένων στοιχείων, είναι σχεδόν ο ίδιος σε όλες τις περιοχές που εφαρμόζεται. Για παράδειγμα για την επίλυση μιας κατασκευής, σχεδιάζουμε πρώτα την κατασκευή, έπειτα την χωρίζουμε σε μικρά γεωμετρικά σχήματα (τρίγωνα ή τετράπλευρα), τα οποία λέγονται πεπερασμένα στοιχεία. Οι ιδιότητες του υλικού και οι εξισώσεις που χαρακτηρίζουν το υλικό, εξετάζονται στα πεπερασμένα στοιχεία σαν συνάρτηση των άγνωστων μετατοπίσεων στις κορυφές του πεπερασμένου στοιχείου (**μέθοδος μετατοπίσεων**). Λαμβάνουμε υπόψη τις οριακές συνθήκες καθώς και τα φορτία (μηχανικά και θερμικά) και καταλήγουμε στις εξισώσεις ισορροπίας της κατασκευής. Η λύση του συστήματος των εξισώσεων ως προς τους αγνώστους, οι οποίοι είναι οι κομβικές μετατοπίσεις, είναι η ζητούμενη προσεγγιστική λύση. Γνωστών των κομβικών μετατοπίσεων, υπολογίζονται στα διάφορα σημεία της κατασκευής οι τάσεις (σ), οι παραμορφώσεις (ϵ) και οι αντιδράσεις (R) των στηρίξεων.

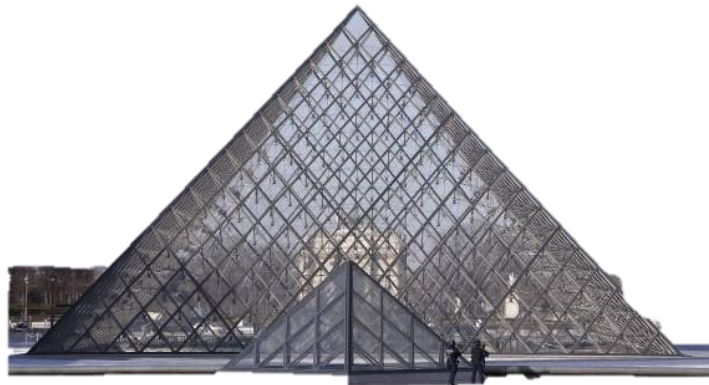
Στην παρούσα διπλωματική, για την ανάπτυξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, χρησιμοποιείται η δυναμική ενέργεια (potential energy) του συστήματος και η μέθοδος των μετατοπίσεων. Επίσης το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων, βασίζεται στις παραδοχές της ελαστικής και γραμμικής συμπεριφοράς των υλικών, και των μικρών

μετατοπίσεων και στροφών της κατασκευής. Τέλος η ανάπτυξη της μεθόδου, εφαρμόζεται στα στερεά και στις κατασκευές.

ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΩΡΟΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ ΣΕ ΣΧΗΜΑ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

4.1 Πυραμίδα του Ι.Μ. Πέι

Το εμβληματικό έργο του ιάπωνα αρχιτέκτονα Ι.Μ. Πέι ονομαζόμενο και ως Πυραμίδα του Ι.Μ. Πέι που βρίσκεται στο μουσείο του Λούβρου, αποτέλεσε πηγή έμπνευσης για την παρούσα διπλωματική εργασία. Η Πυραμίδα του Λούβρου, είναι ένα σύγχρονο γυάλινο και απόλυτα γεωμετρικό έργο, και αποτελεί σημείο αναφοράς για την πρωτεύουσα της Γαλλίας με πολλούς επισκέπτες κάθε χρόνο.



Εικόνα 14. Πυραμίδα του Ι.Μ. Πέι

Η είσοδος του Μουσείου του Λούβρου αποτελεί το μεγαλύτερο κομμάτι της Πυραμίδας, και έδωσε λύση στο πρόβλημα της εισόδου μεγάλου αριθμού επισκεπτών. Έχει εμβαδόν 17.000 τ.μ., ύψος 21.6μ και οι πλευρές στη βάση της είναι 35μ η κάθε μία. Είναι μία κατασκευή του 1989 η οποία απαρτίζεται από 70 γυάλινα τριγωνικά κομμάτια και 603 ρόμβους, τα οποία συνδέονται με χαλύβδινες ράβδους. Αξίζει να σημειωθεί πως το έδαφος αποτελεί τον « άξονα συμμετρίας » του συνολικού έργου, αφού στον κάτω εσωτερικό χώρο του Μουσείου εμφανίζεται η Πυραμίδα αναστρεφόμενη γύρω από τον άξονα του εδάφους.



Εικόνα 15. Εσωτερικός Χώρος του Μουσείου

Το εμβληματικό και φανταχτερό αυτό αξιοθέατο στην καρδιά του Παρισιού, λειτούργησε ως κινητήριος δύναμη της έμπνευσης για το χωροδικτύωμα της παρούσας εργασίας αφού το η μορφή του κίνησε το ενδιαφέρον μας. Έτσι, με γνώμονα το παραπάνω παράδειγμα επιλύθηκε το έργο που παρουσιάζεται στις παρακάτω ενότητες.

4.2 Χαρακτηριστικά Έργου

Η συγκεκριμένη μελέτη όπως αναφέρθηκε, αφορά τη δημιουργία ενός χωροδικτύωματος σε σχήμα πυραμίδας (παρόμοιο με την Πυραμίδα του I.M. Πεί) ύψους 13.5m, πλάτους 18m και μήκους 18m. Αποτελείται από τρεις ορόφους, ύψους 4.5m έκαστος.

Επίσης διαθέτει 70 μέλη/ράβδους και 25 κόμβους στο σύνολό του. Για μεγαλύτερη διευκόλυνση, το έργο διαχωρίστηκε σε ισόπλευρα τρίγωνα με πλευρές μήκους 6 μέτρων το καθένα. Επιπρόσθετα, τοποθετήθηκαν ράβδοι μήκους 8.49m στη βάση του ισογείου και πρώτου ορόφου και δύο χιαστί 8.49m στη βάση του τρίτου ορόφου. Αυτό είχε ως κύριο στόχο την βέλτιστη σταθερότητα της κατασκευής σε συνδυασμό με το χαμηλότερο δυνατό κόστος της. Στις φωτογραφίες από το excel φαίνονται λεπτομερώς όλα τα παραπάνω χαρακτηριστικά.

Σημαντική αναφορά αποτελεί η διαφοροποίηση των κόμβων ανάλογα με την θέση και την χρησιμότητα τους. Δηλαδή, στους τέσσερις κύριους κόμβους της βάσης (1-4-7-10) τοποθετήθηκαν σφαιρικές αρθρώσεις, ώστε οι μετακινήσεις τους σε τυχόν φορτία να είναι μηδενικές. Αντίθετα στους κόμβους 2, 3, 5, 6, 8, 9, 11, και 12 χρησιμοποιήθηκαν έδρανα κυλίσεων σε αυλάκι, για την καλύτερη δυνατή απορρόφηση των δυνάμεων. Τέλος, στους υπόλοιπους κόμβους χρησιμοποιήθηκαν απλές κυλήσεις.

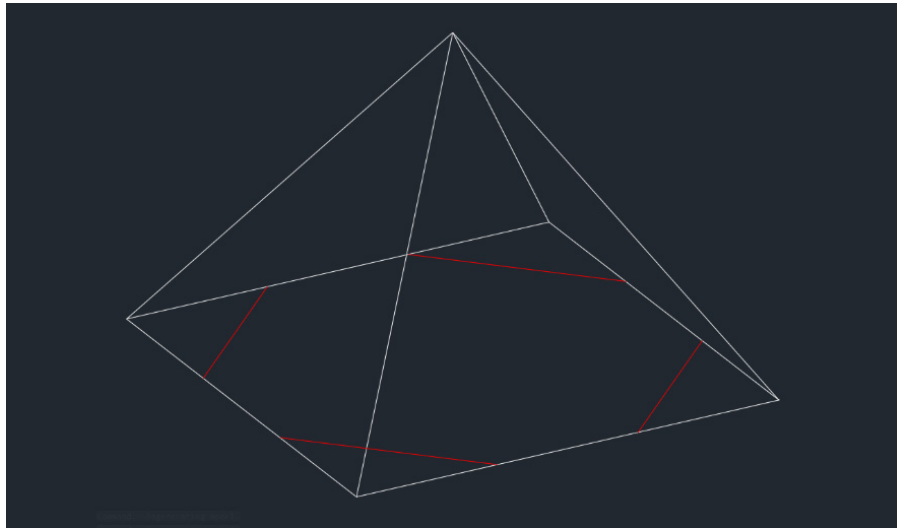
Η πυραμίδα ως γνωστόν είναι ένα οικοδόμημα με τετράγωνη βάση και 3 εξωτερικές επιφάνειες, που στην περίπτωσή μας επικαλύπτονται από plexiglass. Οι επιφάνειες αυτές συγκλίνουν σε ένα κοινό σημείο, την κορυφή της πυραμίδας. Η εσωτερική γωνία που σχηματίζεται μεταξύ των πλευρών και του εδάφους ανέρχεται στις 56,31°.

Σημαντικό ρόλο στη μελέτη της κατασκευής παίζουν και τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν. Όπως προαναφέρθηκε, τοποθετήθηκε plexiglass πάχους 3^{ov} εκατοστών για την επικάλυψη, αλουμίνιο για τα δευτερεύοντα μέλη, και χάλυβας διαφόρων διατομών για τα κύρια μέλη. Στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται πιο συγκεκριμένα τα υλικά που τοποθετήθηκαν, όπως επίσης και τα χαρακτηριστικά τους.:

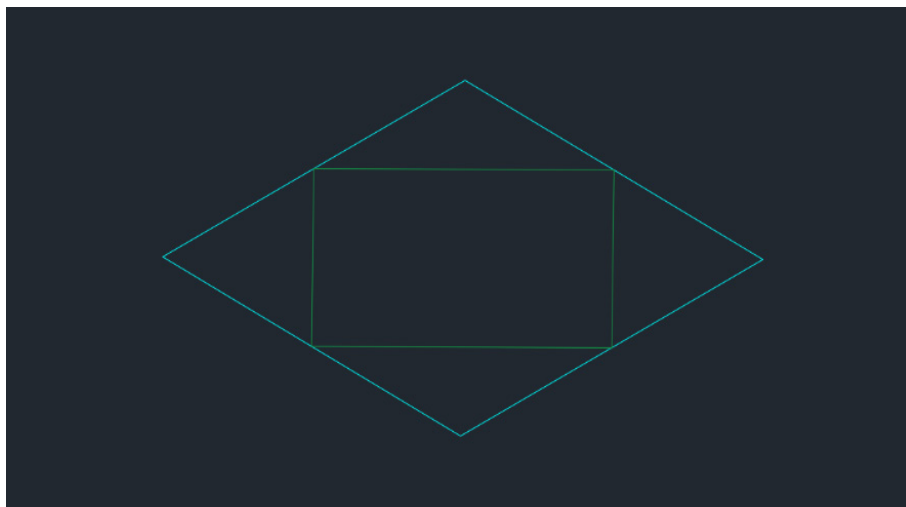
Ιδιότητες	Υλικό #1	Υλικό #2	Υλικό #3	Υλικό #4	Υλικό #5	
Υλικό	Plexiglass	Χάλυβας	Χάλυβας	Χάλυβας	Αλουμίνιο	
E	7,30E+07	2,0E+08	2,0E+08	2,0E+08	6,8E+07	(kN/m ²)
v	0,23	0,30	0,30	0,30	0,34	
G	2,97E+07	7,69E+07	7,69E+07	7,69E+07	2,55E+07	(kN/m ²)
w	12,00	80,00	80,00	80,00	30,00	(kN/m ³)
h	0,030	0,040	0,030	0,030	0,025	(m)
d (out)		0,240	0,200	0,180	0,160	(m)

Πίνακας 4.2.1 Υλικά και ιδιότητες τους.

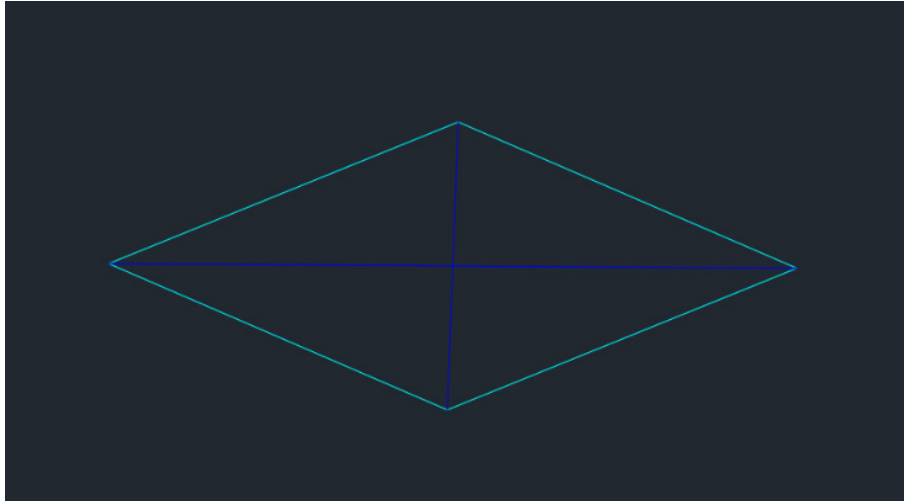
Η κατασκευή πλαισιώνεται από κοίλες χαλύβδινες διατομές διαφόρων μεγεθών, ανάλογα με την θέση και τα φορτία που παραλαμβάνουν. Σε σημεία κοντά στο έδαφος, επιλέχθηκαν διατομές μεγαλύτερης διαμέτρου και βάρους, με σκοπό την ευκολότερη παραλαβή φορτίων. Σε υψηλότερες θέσεις ωστόσο, οι διατομές είναι μικρότερες και ελαφρύτερες με σκοπό την ελαχιστοποίηση των φορτίων αλλά και του κόστους της κατασκευής. Συμπληρωματικά θα πρέπει να αναφερθεί, πως στα διαγώνια μέλη χρησιμοποιήθηκαν διατομές από αλουμίνιο. Για διευκόλυνση παρουσιάζονται σχηματικά οι διατομές στα παρακάτω.



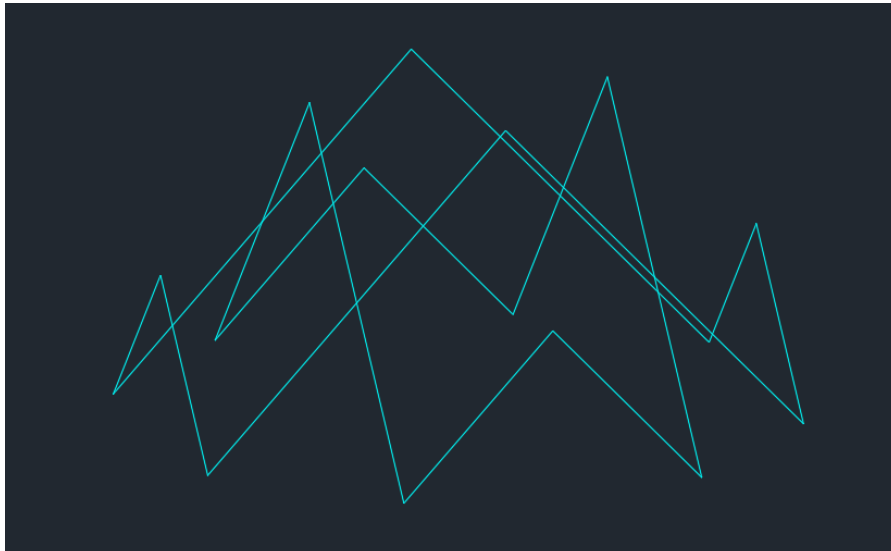
Εικόνα 16. Κύρια Μέλη Κατασκευής



Εικόνα 17. Μέλη 1ου Ορόφου



Εικόνα 18. Μέλη 2ου Ορόφου



Εικόνα 19. Δευτερεύοντα Μέλη από Αλουμίνιο

4.3 Διαδικασία Εισαγωγής Δεδομένων

Αρχικά με τη βοήθεια του προγράμματος autocad, δημιουργήθηκε ένα τρισδιάστατο προσομοίωμα της πυραμίδας για καλύτερη ευκρίνεια του σχήματος. Κατά την διαδικασία αυτή, πραγματοποιήθηκαν πολλαπλές δοκιμές, με σκοπό την επίτευξη του καλύτερου δυνατού αποτελέσματος. Στη συνέχεια με την χρήση του ίδιου λογισμικού, πραγματοποιήθηκαν οι κατόψεις των ορόφων, καθώς και η ολική κάτοψη της πυραμίδας «ανοιγμένη» από την κορυφή της.

Έπειτα, με γνώμονα τα προαναφερόμενα σχέδια πραγματοποιήθηκε η αρίθμηση των κόμβων και των μελών της κατασκευής από κάτω προς τα πάνω, με σκοπό την διασφάλιση της απλότητας και της τακτοποίησης της κατασκευής.

Στη συνέχεια, βλέποντας τα σχέδια που έγιναν μέσω Autocad, καταγράφηκαν χειροκίνητα οι συντεταγμένες στο καθολικό σύστημα αξόνων (x_1 - bar, x_2 -bar, x_3 -bar) για τους 25 κόμβους της κατασκευής, καθώς και η συνδεσιμότητα των κόμβων για όλα τα 70 μέλη της (κόμβος αρχής i και κόμβος πέρατος j). Στον ίδιο πίνακα υπολογίστηκαν οι συντεταγμένες αρχής και πέρατος, το είδος του υλικού που έχει το κάθε μέλος, το μήκος τους, καθώς και τα συνημίτονα των γωνιών τους.

Αξίζει να σημειωθεί πως για την εύρεση του υλικού που θα τοποθετηθεί στα εκάστοτε μέλη του χωροδικτύωματος αυτού, πραγματοποιήθηκε έρευνα και διαδοχικές δοκιμές, μέχρι να βρεθεί η βέλτιστη δυνατή λύση με το μικρότερο δυνατό κόστος. Έτσι στα κύρια μέλη, τοποθετήθηκαν μεγαλύτερης κοίλης διατομής ράβδοι από χάλυβα, στα δευτερεύοντα μικρότερης, ενώ στα διαγώνια μέλη που παραλαμβάνουν και τα λιγότερα φορτία, προστέθηκαν ράβδοι από αλουμίνιο. Όσον αφορά την επικάλυψη της πυραμίδας, η αρχική σκέψη ήταν να τοποθετηθεί γυαλί πάχους τριών πόντων, όμως το κόστος αυξανόταν όλο και περισσότερο καθώς και το βάρος της κατασκευής. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα την τοποθέτηση plexiglass στις επικαλύψεις, πάχους 0.03 μέτρων, και χωρισμένου ανά τριγωνική επιφάνεια με εμβαδό 16,225 τετραγωνικών μέτρων που υπολογίστηκε όπως φαίνεται παρακάτω.

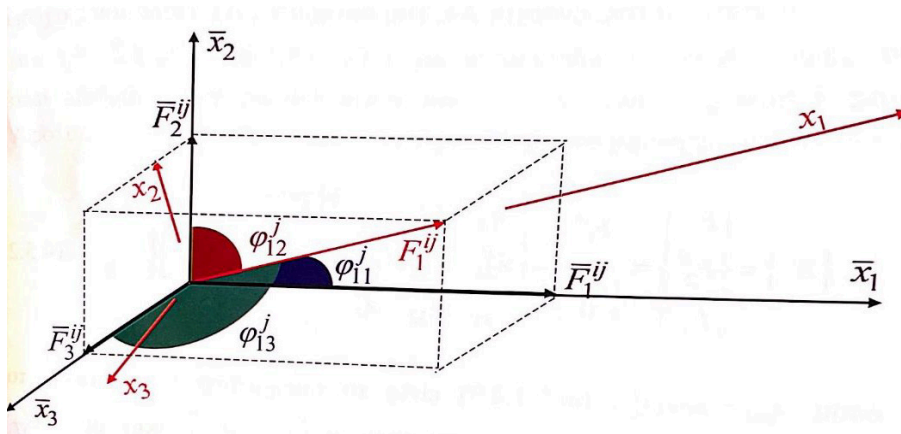
$$\begin{aligned} (2A_{\text{τριγ}})^2 &= [(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(y_3 - y_1)]^2 \\ &+ [(x_2 - x_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(x_3 - x_1)]^2 \\ &+ [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1)]^2 \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

Τέλος, από την φάση καταγραφής δεδομένων δεν θα μπορούσαν να λείπουν οι παραδοχές και οι υπολογισμοί που συμβάλλουν στην επίλυση των φορτίων του ανέμου, του σεισμού, και του ίδιου βάρους της κατασκευής. Όπως έχει αναφερθεί και στο αρχείο του excel, στο πρώτο βήμα υπάρχει ένας πίνακας δεδομένων και παραδοχών της σεισμικής δύναμης που ασκείται στο χωροδικτύωμα,, ο οποίος δημιουργήθηκε με βάση τις γνώσεις που έχουμε από το μάθημα του Αντισεισμικού. Ένας πίνακας ακόμα υπάρχει για τον υπολογισμό των εσωτερικών και εξωτερικών γωνιών της πυραμίδας, ένας για τα φορτία των

επικαλύψεων, και τέλος ένας ακόμα πίνακας για τον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκείται στο κτίριο λόγω της ανεμοπίεσης ανάλογα με το επίπεδο που « καταπονείται ».

4.4 Υπολογισμός του Μητρώου Μετασχηματισμού Στοιχείου Χωρικού Δικτυώματος

Οι συνιστώσες των ακραίων αντιδράσεων στο καθολικό σύστημα αξόνων, δεν είναι ανεξάρτητες από αυτές του τοπικού συστήματος αξόνων, αλλά σχετίζονται μεταξύ τους εφόσον μπορούν να προκύψουν οι πρώτες από τις δεύτερες και αντίστροφα, μέσω μετασχηματισμού διανυσμάτων από το ένα σύστημα στο άλλο.



Σχήμα 4.4.1. Τοπική και καθολικές ακραίες δράσεις στο άκρο j του μέλους i χωρικού δικτυώματος.

Σύμφωνα με το Σχήμα 4.4.1. όπου παρουσιάζονται τα δύο συστήματα αξόνων και οι συνιστώσες \bar{F}_1^{ij} , \bar{F}_2^{ij} , \bar{F}_3^{ij} , στο καθολικό σύστημα της δύναμης F_1^{ij} του τοπικού στο άκρο j του μέλους i , βγαίνει το συμπέρασμα πως το άθροισμα των προβολών των παραπάνω συνιστωσών στον τοπικό άξονα x_1 δίνουν τη δύναμη F_1^{ij} όπως φαίνεται παρακάτω:

$$F_1^{ij} = \lambda_{11}^{ij} \bar{F}_1^{ij} + \lambda_{12}^{ij} \bar{F}_2^{ij} + \lambda_{13}^{ij} \bar{F}_3^{ij} \quad (4.4.1)$$

Όπου:

$$\lambda_{11}^{ij} = \cos\varphi_{11}^{ij}$$

$$\lambda_{12}^{ij} = \cos\varphi_{12}^{ij}$$

$$\lambda_{13}^{ij} = \cos\varphi_{13}^{ij}$$

είναι τα συνημίτονα κατεύθυνσης του τοπικού άξονα x_1 ως προς τους καθολικούς άξονες $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$, αντίστοιχα, τα οποία βρίσκονται στο βήμα 1 του excel.

Το μητρώο μετασχηματισμού των ακραίων δράσεων χωρικού δικτύωματος συμβολίζεται με $[A_{ST}^{ij}]$ και δίνεται από την παρακάτω σχέση :

$$[A_{ST}^{ij}] = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ij} & \lambda_{12}^{ij} & \lambda_{13}^{ij} \\ \lambda_{21}^{ij} & \lambda_{22}^{ij} & \lambda_{23}^{ij} \\ \lambda_{31}^{ij} & \lambda_{32}^{ij} & \lambda_{33}^{ij} \end{bmatrix} \quad (4.4.2)$$

Και

$$[A_{ST}^{ij}]^{-1} = [A_{ST}^{ij}]^T \quad (4.4.3)$$

Συμπερασματικά από τις σχέσεις (5.3.2.) και (5.3.3.), ο αντίστροφος ταυτίζεται με τον ανάστροφο του μητρώου μετασχηματισμού, και επομένως το μητρώο μετασχηματισμού είναι ένα μητρώο ορθοκανονικό.

Αντίστοιχη διαδικασία με την προηγούμενη μπορεί να ακολουθηθεί και για το άκρο k , οπότε ο αντίστροφος και ο ευθύς μετασχηματισμός των ακραίων δράσεων στο άκρο k προκύπτουν ως εξής:

$$\{A^{ik}\} = \begin{Bmatrix} F_1^{ik} \\ F_2^{ik} \\ F_3^{ik} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{ik} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ik} & \lambda_{12}^{ik} & \lambda_{13}^{ik} \\ \lambda_{21}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{23}^{ik} \\ \lambda_{31}^{ik} & \lambda_{32}^{ik} & \lambda_{33}^{ik} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^{ik} \\ \bar{F}_2^{ik} \\ \bar{F}_3^{ik} \end{Bmatrix} = [A_{ST}^{ik}]\{\bar{A}^{ik}\} \quad (4.4.4\alpha)$$

$$\{\bar{A}^{ik}\} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^{ik} \\ \bar{F}_2^{ik} \\ \bar{F}_3^{ik} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ik} & \lambda_{12}^{ik} & \lambda_{13}^{ik} \\ \lambda_{21}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{23}^{ik} \\ \lambda_{31}^{ik} & \lambda_{32}^{ik} & \lambda_{33}^{ik} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^{ik} \\ F_2^{ik} \\ F_3^{ik} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{31}^{ik} \\ \lambda_{12}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{32}^{ik} \\ \lambda_{13}^{ik} & \lambda_{23}^{ik} & \lambda_{33}^{ik} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1^{ik} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = [A_{ST}^{ik}]\{A^{ik}\} \quad (4.4.4\beta)$$

Όπου:

$[\Lambda_{ST}^{ik}]$ = μητρώο μετασχηματισμού των ακραίων δράσεων στο άκρο k του μέλους i χωρικού δικτύωματος αντίστοιχης σχέσης με την (5.3.2).

Ενώνοντας δύο σχέσεις, δημιουργείται η ευθεία σχέση μετασχηματισμού των ακραίων δράσεων και των δύο άκρων του μέλους i από το καθολικό στο τοπικό σύστημα αξόνων ως:

$$\begin{aligned} \{A^i\} = \begin{bmatrix} \{A^{ij}\} \\ \{A^{ik}\} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} F_1^{ij} \\ F_2^{ij} \\ F_3^{ij} \\ F_1^{ik} \\ F_2^{ik} \\ F_3^{ik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1^{ij} \\ 0 \\ 0 \\ F_1^{ik} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ij} & \lambda_{12}^{ij} & \lambda_{13}^{ij} & & & \\ \lambda_{21}^{ij} & \lambda_{22}^{ij} & \lambda_{23}^{ij} & & & \\ \lambda_{31}^{ij} & \lambda_{32}^{ij} & \lambda_{33}^{ij} & & & \\ & & & [0] & & \\ & & & & \lambda_{11}^{ik} & \lambda_{12}^{ik} & \lambda_{13}^{ik} \\ & & & & \lambda_{21}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{23}^{ik} \\ & & & & \lambda_{31}^{ik} & \lambda_{32}^{ik} & \lambda_{33}^{ik} \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} \bar{F}_1^{ij} \\ \bar{F}_2^{ij} \\ \bar{F}_3^{ij} \\ \bar{F}_1^{ik} \\ \bar{F}_2^{ik} \\ \bar{F}_3^{ik} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [\Lambda_{ST}^{ij}] & [0] \\ [0] & [\Lambda_{ST}^{ik}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\bar{A}^{ij}\} \\ \{\bar{A}^{ik}\} \end{bmatrix} = [\Lambda_{ST}^i] \{\bar{A}^i\} \end{aligned} \quad (4.4.5).$$

Όπου:

$[\Lambda_{ST}^i]$ = μητρώο μετασχηματισμού των ακραίων δράσεων και των δύο άκρων του μέλους i του χωρικού δικτύωματος.

Επιπρόσθετα, ο αντίστροφος μετασχηματισμός των ακραίων δράσεων και των δύο άκρων του μέλους i από το τοπικό στο καθολικό σύστημα αξόνων με τη βοήθεια των παραπάνω σχέσεων γίνεται :

$$\{\bar{A}^i\} = \begin{bmatrix} \{\bar{A}^{ij}\} \\ \{\bar{A}^{ik}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Lambda_{ST}^{ij}]^T & [0] \\ [0] & [\Lambda_{ST}^{ik}]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{A^{ij}\} \\ \{A^{ik}\} \end{bmatrix} = [\Lambda_{ST}^i]^T \{A^i\} \quad (4.4.6)$$

Επίσης, η ίδια διαδικασία μπορεί να γίνει και για τον μετασχηματισμό των ακραίων μετατοπίσεων μέλους χωρικού δικτύωματος, άρα η ευθεία και η αντίστροφη σχέση

μετασχηματισμού των ακραίων μετατοπίσεων και των δύο άκρων μέλους i με τη βοήθεια των σχέσεων (5.3.5) και (5.3.6) γράφονται ως εξής:

$$\{D^i\} = \begin{Bmatrix} \{D^{ij}\} \\ \{D^{ik}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1^{ij} \\ u_2^{ij} \\ u_3^{ij} \\ u_1^{ik} \\ u_2^{ik} \\ u_3^{ik} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ij} & \lambda_{12}^{ij} & \lambda_{13}^{ij} & & & \\ \lambda_{21}^{ij} & \lambda_{22}^{ij} & \lambda_{23}^{ij} & & & \\ \lambda_{31}^{ij} & \lambda_{32}^{ij} & \lambda_{33}^{ij} & & & \\ & & & [0] & & \\ & & & & \lambda_{11}^{ik} & \lambda_{12}^{ik} & \lambda_{13}^{ik} \\ & & & & \lambda_{21}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{23}^{ik} \\ & & & & \lambda_{31}^{ik} & \lambda_{32}^{ik} & \lambda_{33}^{ik} \\ & & & & & & & & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_1^{ij} \\ \bar{u}_2^{ij} \\ \bar{u}_3^{ij} \\ \bar{u}_1^{ik} \\ \bar{u}_2^{ik} \\ \bar{u}_3^{ik} \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} [\Lambda_{ST}^{ij}] & [0] \\ [0] & [\Lambda_{ST}^{ik}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{D}^{ij}\} \\ \{\bar{D}^{ik}\} \end{Bmatrix} = [\Lambda_{ST}^i] \{\bar{D}^i\} \quad (4.4.7\alpha)$$

$$\{\bar{D}^i\} = \begin{Bmatrix} \{\bar{D}^{ij}\} \\ \{\bar{D}^{ik}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Lambda_{ST}^{ij}]^T & [0] \\ [0] & [\Lambda_{ST}^{ik}]^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{D^{ij}\} \\ \{D^{ik}\} \end{Bmatrix} = [\Lambda_{ST}^i]^T \{D^i\} \quad (4.4.7\beta)$$

Όπου:

$[\Lambda_{ST}^i]$ = το μητρώο μετασχηματισμού των ακραίων μετατοπίσεων ή δράσεων και των δύο άκρων του μέλους i χωρικού δικτυώματος που δίνεται από τη σχέση :

$$[\Lambda_{ST}^i] = \begin{bmatrix} [\Lambda_{ST}^{ij}] & [0] \\ [0] & [\Lambda_{ST}^{ik}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ij} & \lambda_{12}^{ij} & \lambda_{13}^{ij} & & & \\ \lambda_{21}^{ij} & \lambda_{22}^{ij} & \lambda_{23}^{ij} & & & \\ \lambda_{31}^{ij} & \lambda_{32}^{ij} & \lambda_{33}^{ij} & & & \\ & & & [0] & & \\ & & & & \lambda_{11}^{ik} & \lambda_{12}^{ik} & \lambda_{13}^{ik} \\ & & & & \lambda_{21}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{23}^{ik} \\ & & & & \lambda_{31}^{ik} & \lambda_{32}^{ik} & \lambda_{33}^{ik} \\ & & & & & & & & [0] \end{bmatrix} \quad (4.4.8)$$

4.5 Τοπικό Μητρώο Στιβαρότητας Στοιχείου Χωρικού Δικτυώματος

Γνωρίζοντας πως το στοιχείο του χωροδικτυώματος διαθέτει 6 τοπικούς βαθμούς ελευθερίας κινήσεων (τρεις σε κάθε άκρο του), η πιο συνεπτυγμένη μορφή της σχέσης μεταξύ τοπικών διανυσμάτων, ακραίων αντιδράσεων, και μετατοπίσεων προκύπτει ως μητρώο όπως παρακάτω:

$$\begin{Bmatrix} \{A^{ij}\} \\ \{A^{ik}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_{jj}^i] & [k_{jk}^i] \\ [k_{kj}^i] & [k_{kk}^i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{D^{ij}\} \\ \{D^{ik}\} \end{Bmatrix} \quad (4.5.1)$$

ή και

$$\{A^i\} = [k^i]\{D^i\} \quad (4.5.2)$$

Όπου:

$[k^i]$ = τοπικό μητρώο στιβαρότητας μέλους χωροδικτύωματος

Σύμφωνα με τον ορισμό που δόθηκε στο βιβλίο της Ανάλυσης Ραβδωτών Φορέων με Μητρωικές Μεθόδους – Μέθοδος Άμεσης Στιβαρότητας, που λέει ότι το τυχόν στοιχείο k_{mn}^i του τοπικού μητρώου στιβαρότητας του μέλους i , δηλώνει την αναπτυσσόμενη τοπική ακραία δράση κατά τον τοπικό βαθμό ελευθερίας m όταν επιβληθεί μοναδιαία και μοναδική ακραία μετακίνηση κατά τον τοπικό βαθμό ελευθερίας n του μέλους i . Δηλαδή, με ταυτόχρονο μηδενισμό των υπόλοιπων τοπικών βαθμών ελευθερίας του μέλους, προκύπτει το παρακάτω μητρώο στιβαρότητας:

$$[k^i] = \begin{bmatrix} [k_{jj}^i] & [k_{jk}^i] \\ [k_{kj}^i] & [k_{kk}^i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 & -\frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 & \frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5.3)$$

4.6 Καθολικό Μητρώο Στιβαρότητας Στοιχείου Χωρικού Δικτύωματος

Στις ενότητες 5.3 και 5.4, έγινε η παρουσίαση των καθολικών διανυσμάτων ακραίων αντιδράσεων και μετατοπίσεων μέλους χωροδικτύωματος. Όπως προαναφέρθηκε, οι σχέσεις αυτές εξαρτώνται η μία από την άλλη λόγω της καθολικής σχέσης στιβαρότητας, η οποία μητρωικά προκύπτει σε συνεπτυγμένη μορφή όπως παρακάτω :

$$\begin{Bmatrix} \{\bar{A}^{ij}\} \\ \{\bar{A}^{ik}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{k}_{jj}^i] & [\bar{k}_{jk}^i] \\ [\bar{k}_{kj}^i] & [\bar{k}_{kk}^i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{D}^{ij}\} \\ \{\bar{D}^{ik}\} \end{Bmatrix} \quad (4.6.1)$$

ή και

$$\{\bar{A}^i\} = [\bar{k}^i] \{\bar{D}^i\} \quad (4.6.2)$$

Όπου:

$[\bar{k}^i]$ = καθολικό μητρώο στιβαρότητας μέλους χωρικού δικτύωματος

Για να προσδιορισθούν τα στοιχεία \bar{k}_{mn}^i του καθολικού μητρώου στιβαρότητας από τη σχέση (5.4.2), αντικαθίστανται σε αυτήν οι σχέσεις (5.3.5) και (5.3.7α), οι οποίες δίνουν τις ακραίες δράσεις και μετατοπίσεις στο τοπικό σύστημα αξόνων, συναρτήσκει αυτών στο καθολικό. Σε συνδυασμό με την παρατήρηση της ορθοκανονκότητας των μητρώων μετασχηματισμού προκύπτει ότι:

$$\{\bar{A}^i\} = [A^i_{ST}]^T [k^i] [A^i_{ST}] \{\bar{D}^i\} \quad (4.6.3)$$

Έπειτα από σύγκριση των σχέσεων (5.5.2) και (5.5.3), το καθολικό μητρώο στιβαρότητας μέλους χωρικού δικτύωματος προκύπτει ως:

$$[\bar{k}^i] = [A^i_{ST}]^T [k^i] [A^i_{ST}] \quad (4.6.3)$$

Δηλαδή ως γινόμενο των ήδη γνωστών τοπικών μητρώων στιβαρότητας και σχηματισμού του μέλους .

4.7 Διανύσματα Επικόμβιων Δράσεων και Μετατοπίσεων Χωρικού Δικτύωματος

Έπειτα από μελέτη του κάθε μέλους του χωροδικτύωματος και των σχέσεων που δημιουργούν τη μηχανική συμπεριφορά τους, η ανάλυση γίνεται στο σύνολο του δικτύωματος. Η μελέτη του γίνεται στο καθολικό σύστημα αξόνων και εμφανίζεται σε επικόμβιες δράσεις, όπου καταλήγουν σε επικόμβιες μετατοπίσεις αντίστοιχα.

Όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή, στο χωρικό δίκτυωμα ο κάθε κόμβος έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας κίνησης, και λαμβάνοντας υπ' όψη ότι στο βήμα αυτό αμελείται ο τρόπος στήριξής του, οι βαθμοί είναι $3N$, όπου N ο αριθμός των κόμβων του. Έτσι ο κόμβος έχει τρεις δυνατές μετατοπίσεις, άρα μπορούν να ασκηθούν σε αυτόν τρεις δυνάμεις. Επομένως, οι συνιστώσες των επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων των N κόμβων του δικτύωματος, μπορούν να διατυπωθούν σε μητρική μορφή ως :

$$\{\bar{P}^{(1)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1^{(1)} \\ \bar{P}_2^{(1)} \\ \bar{P}_3^{(1)} \end{Bmatrix}, \{\bar{P}^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1^{(2)} \\ \bar{P}_2^{(2)} \\ \bar{P}_3^{(2)} \end{Bmatrix}, \dots, \{\bar{P}^{(N)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1^{(N)} \\ \bar{P}_2^{(N)} \\ \bar{P}_3^{(N)} \end{Bmatrix} \quad (4.7.1)$$

$$\{\bar{\Delta}^{(1)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1^{(1)} \\ \bar{\Delta}_2^{(1)} \\ \bar{\Delta}_3^{(1)} \end{Bmatrix}, \{\bar{\Delta}^{(2)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1^{(2)} \\ \bar{\Delta}_2^{(2)} \\ \bar{\Delta}_3^{(2)} \end{Bmatrix}, \dots, \{\bar{\Delta}^{(N)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1^{(N)} \\ \bar{\Delta}_2^{(N)} \\ \bar{\Delta}_3^{(N)} \end{Bmatrix} \quad (4.7.2)$$

Από τις μετατοπίσεις των κόμβων κάποιες είναι γνωστές, ενώ οι υπόλοιπες είναι άγνωστες. Οι γνωστές δράσεις, αφορούν τα εξωτερικά φορτία των κόμβων, ενώ οι άγνωστες έχουν να κάνουν με τις αντιδράσεις στις στηρίξεις τους.

Το διάνυσμα ολικών επικόμβιων δράσεων $\{\bar{P}\}$ και το διάνυσμα ολικών επικόμβιων μετατοπίσεων $\{\bar{\Delta}\}$ έχουν γραφτεί παρακάτω με δύο εναλλακτικούς τρόπους ως:

$$\{\bar{P}\} = \begin{Bmatrix} \bar{P}^{(1)} \\ \bar{P}^{(2)} \\ \bar{P}^{(N)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1^{(1)} \\ \bar{P}_2^{(1)} \\ \bar{P}_3^{(1)} \\ \bar{P}_1^{(2)} \\ \bar{P}_2^{(2)} \\ \bar{P}_3^{(2)} \\ \bar{P}_1^{(N)} \\ \bar{P}_2^{(N)} \\ \bar{P}_3^{(N)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \bar{P}_3 \\ \bar{P}_4 \\ \bar{P}_5 \\ \bar{P}_6 \\ \bar{P}_{3N-2} \\ \bar{P}_{3N-1} \\ \bar{P}_{3N} \end{Bmatrix}, \{\bar{\Delta}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}^{(1)} \\ \bar{\Delta}^{(2)} \\ \bar{\Delta}^{(N)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1^{(1)} \\ \bar{\Delta}_2^{(1)} \\ \bar{\Delta}_3^{(1)} \\ \bar{\Delta}_1^{(2)} \\ \bar{\Delta}_2^{(2)} \\ \bar{\Delta}_3^{(2)} \\ \bar{\Delta}_1^{(N)} \\ \bar{\Delta}_2^{(N)} \\ \bar{\Delta}_3^{(N)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \bar{\Delta}_2 \\ \bar{\Delta}_3 \\ \bar{\Delta}_4 \\ \bar{\Delta}_5 \\ \bar{\Delta}_6 \\ \bar{\Delta}_{3N-2} \\ \bar{\Delta}_{3N-1} \\ \bar{\Delta}_{3N} \end{Bmatrix} \quad (4.7.3\alpha,\beta)$$

Σε κάθε περίπτωση, η αρίθμηση των βαθμών ελευθερίας γίνεται κατά αύξουσα σειρά κόμβων.

4.8 Καθολικό Μητρώο Στιβαρότητας Χωρικού Δικτύωματος

Στις προηγούμενες ενότητες, παρουσιάστηκαν τα καθολικά διανύσματα ακραίων δράσεων και μετατοπίσεων μελών του χωροδικτύωματος. Η καθολική σχέση στιβαρότητας, συνδέει τις παραπάνω συνιστώσες όπως στην περίπτωση του επίπεδου δικτύωματος. Ομοίως λοιπόν με την περίπτωση του επίπεδου δικτύωματος, και έχοντας ως γνωστό ότι το στοιχείο χωρικού δικτύωματος έχει έξι καθολικούς βαθμούς ελευθερίας, η ζητούμενη σχέση μεταξύ των καθολικών διανυσμάτων ακραίων δράσεων και μετατοπίσεων προκύπτει σε συνεπτυγμένη μορφή ως εξής:

$$\begin{Bmatrix} \{\bar{P}^{(1)}\} \\ \{\bar{P}^{(2)}\} \\ \{\bar{P}^{(N)}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{K}_{11}] & [\bar{K}_{12}] & [\bar{K}_{1,N}] \\ [\bar{K}_{21}] & [\bar{K}_{22}] & [\bar{K}_{2,N}] \\ [\bar{K}_{N,1}] & [\bar{K}_{N,2}] & [\bar{K}_{N,N}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{\Delta}^{(1)}\} \\ \{\bar{\Delta}^{(2)}\} \\ \{\bar{\Delta}^{(N)}\} \end{Bmatrix} \quad (4.8.1)$$

Όπου κάθε ένα από τα μητρώα $[\bar{K}_{nm}]$ είναι μητρώο 3x3 της παρακάτω μορφής:

$$[\bar{K}_{nm}] = \begin{bmatrix} [\bar{K}^{nm}_{11}] & [\bar{K}^{nm}_{12}] & [\bar{K}^{nm}_{13}] \\ [\bar{K}^{nm}_{21}] & [\bar{K}^{nm}_{22}] & [\bar{K}^{nm}_{23}] \\ [\bar{K}^{nm}_{31}] & [\bar{K}^{nm}_{32}] & [\bar{K}^{nm}_{33}] \end{bmatrix} \quad (4.8.2)$$

Το οποίο συνδέει τα διανύσματα επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων

$$\{\bar{P}^{(n)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1^{(n)} \\ \bar{P}_2^{(n)} \\ \bar{P}_3^{(n)} \end{Bmatrix}, \{\bar{\Delta}^{(m)}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1^{(m)} \\ \bar{\Delta}_2^{(m)} \\ \bar{\Delta}_3^{(m)} \end{Bmatrix} \quad (4.8.3\alpha,\beta)$$

Η παραπάνω σχέση (5.7.1) σε συνεπτυγμένη μορφή μπορεί να γραφεί ως:

$$\{\bar{P}\} = [\bar{K}]\{\bar{\Delta}\} \quad (4.8.4)$$

Όπου:

$[\bar{K}]$ = καθολικό μητρώο στιβαρότητας του χωροδικτύωματος.

Για την εύρεση των στοιχείων $[\bar{K}_{nm}]$ ($m, n = 1, 2, \dots, N$) ακολουθείται η ίδια διαδικασία που περιεγράφηκε στην ενότητα του επίπεδου δικτύωματος.

4.9 Αναδιάταξη Καθολικού Μητρώου Στιβαρότητας Λόγω Στήριξης – Μητρώο Αναδιάταξης

Έπειτα από την ολοκλήρωση της σχέσης (5.7.1) στην προηγούμενη ενότητα, επιτυγχάνεται ο υπολογισμός των άγνωστων επικόμβιων μεγεθών, δηλαδή μετατοπίσεων κατά τους ελεύθερους βαθμούς ελευθερίας κίνησης, και των στηρίξεων κατά τους δεσμευμένους βαθμούς ελευθερίας.

Όπως και στο επίπεδο δικτύωμα, στην παρούσα ενότητα θα ληφθεί υπόψη ο τρόπος στήριξης του χωροδικτύωματος. Έτσι, ακολουθεί η αναδιάταξη διανυσμάτων των επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων, τα γνωστά και άγνωστα στοιχεία σε κάθε ένα από αυτά δεν είναι συγκεντρωμένα ώστε να είναι δυνατή η επίλυση της καθολικής σχέσης στιβαρότητας. Επίσης μαζί με την αναδιάταξη τους, είναι φυσική και η απαιτούμενη τροποποίηση του καθολικού μητρώου στιβαρότητας.

Επομένως, σύμφωνα με προηγούμενες ενότητες, μορφώνεται το μητρώο αναδιάταξης $[V]$, ώστε να προηγηθούν οι ελεύθεροι βαθμοί ελευθερίας (γνωστές επικόμβιες δράσεις και άγνωστες επικόμβιες μετατοπίσεις), και έπονται οι δεσμευμένοι βαθμοί ελευθερίας (άγνωστες επικόμβιες δράσεις και γνωστές επικόμβιες μετατοπίσεις). Με τη βοήθεια του μητρώου αναδιάταξης, τα αναδιατεταγμένα ή τροποποιημένα διανύσματα ολικών επικόμβιων δράσεων $\{\bar{P}_m\}$ και ολικών επικόμβιων μετατοπίσεων $\{\bar{\Delta}_m\}$ γράφονται ως εξής:

$$\{\bar{P}_m\} = \begin{Bmatrix} \{\bar{P}_f\} \\ \{\bar{P}_s\} \end{Bmatrix} = [V]\{\bar{P}\} \quad , \quad \{\bar{\Delta}_m\} = \begin{Bmatrix} \{\bar{\Delta}_f\} \\ \{\bar{\Delta}_s\} \end{Bmatrix} = [V]\{\bar{\Delta}\} \quad (4.8.1\alpha, \beta)$$

Όπου

$\{\bar{P}_f\}$ = το διάνυσμα που περιλαμβάνει τις γνωστές εξωτερικές επικόμβιες δράσεις

$\{\bar{\Delta}_f\}$ = το διάνυσμα που περιλαμβάνει τις άγνωστες επικόμβιες μετατοπίσεις

$\{\bar{P}_s\}$ = το διάνυσμα που περιλαμβάνει τις άγνωστες επικόμβιες δράσεις (αντιδράσεις στηρίξεων)

$\{\bar{\Delta}_s\}$ = το διάνυσμα που περιλαμβάνει τις γνωστές επικόμβιες μετατοπίσεις (στηρίξεων)

Επιπροσθέτως, η αναδιάταξη των ολικών διανυσμάτων επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων που προαναφέρθηκε, έχει ως αποτέλεσμα την απαιτούμενη τροποποίηση του καθολικού μητρώου στιβαρότητας του υπάρχον δικτύωματος, δημιουργώντας την ανάγκη μόρφωσης της τροποποιημένης σχέσης (5.7.4) η οποία θα συνδέει τα αναδιατεταγμένα διανύσματα επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων με την παρακάτω μορφή:

$$\{\bar{P}_m\} = [\bar{K}_m]\{\bar{\Delta}_m\} \quad (4.8.2)$$

Όπου:

$[\bar{K}_m]$ = το τροποποιημένο λόγω αναδιάταξης καθολικό μητρώο στιβαρότητας του χωροδικτύωματος, το οποίο δίνεται από την σχέση

$$[\bar{K}_m] = [V][\bar{K}][V]^T \quad (4.8.3)$$

Άρα, η αναδιατεταγμένη σχέση στιβαρότητας (5.8.2) γράφεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} \{\bar{P}_f\} \\ \{\bar{P}_s\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{K}_{ff}] & [\bar{K}_{fs}] \\ [\bar{K}_{sf}] & [\bar{K}_{ss}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\bar{\Delta}_f\} \\ \{\bar{\Delta}_s\} \end{bmatrix} \quad (4.8.4)$$

Από την παραπάνω σχέση, μπορούν να προσδιορισθούν οι άγνωστες μετατοπίσεις των κόμβων και οι άγνωστες δράσεις του δικτύωματος όπως παρακάτω:

$$\{\bar{\Delta}_f\} = [\bar{K}_{ff}]^{-1} (\{\bar{P}_f\} - [\bar{K}_{fs}]\{\bar{\Delta}_s\}) \quad (4.8.5)$$

$$\{\bar{P}_s\} = [\bar{K}_{sf}] \{\bar{\Delta}_f\} + [\bar{K}_{ss}]\{\bar{\Delta}_s\} \quad (4.8.6)$$

4.10 Εσωτερικά Εντατικά Μεγέθη Μελών Χωρικού Δικτύωματος

Κατά το πέρας των ενοτήτων, έγινε η ολοκλήρωση του υπολογισμού τόσο των μετατοπίσεων, όσο και των αντιδράσεων του χωρικού δικτύωματος, υποβαλλόμενου σε τυχούσα επικόμβια φόρτιση και σε ακλόνητες συνοριακές συνθήκες κατά τους καθολικούς άξονες. Για το τέλος της ανάλυση του χωρικού δικτύωματος, απομένει ο υπολογισμός των εσωτερικών εντατικών μεγεθών των μελών του, που θα παρουσιαστεί στην παρούσα ενότητα. Ο υπολογισμός των προαναφερόμενων, επιτυγχάνεται με τη βοήθεια της σχέσης (4.5.2),

όπου δίνονται οι ακραίες δράσεις $\{\bar{A}^i\}$ του μέλους i του δικτύωματος, στο τοπικό σύστημα αξόνων. Λαμβάνοντας υπόψιν τη σχέση (5.3.7α) έχουμε:

$$\{\bar{A}^i\} = [k^i][L^i_{ST}]\{\bar{D}^i\} \quad (4.9.1)$$

Έτσι επιτυγχάνεται ο υπολογισμός των άγνωστων εσωτερικών δράσεων του μέλους i του δικτύωματος, καθώς και για το τυχόν αυτό μέλος, το τοπικό μητρώο στιβαρότητας $[k^i]$ είναι γνωστό από την ενότητα (5.4.), το μητρώο μετασχηματισμού $[L^i_{ST}]$ είναι γνωστό από την ενότητα (5.3), και το καθολικό διάνυσμα ακραίων μετατοπίσεων $\{\bar{D}^i\}$ μπορεί να μορφωθεί γνωρίζοντας από την επίλυση της σχέσης στιβαρότητας (5.9.4) το διάνυσμα των καθολικών επικόμβιων μετατοπίσεων του δικτύωματος $\{\bar{D}\}$, και λαμβάνοντας από αυτό τα κατάλληλα στοιχεία, ανάλογα με τους ακραίους κόμβους του μέλους i .

4.11 Ανάλυση Φορτίων Κατασκευής

Σε κάθε κατασκευή ασκούνται φορτία. Τα φορτία αυτά δημιουργούνται εξαιτίας των ροπών και των δυνάμεων που δέχεται. Υπάρχουν έξι είδη φορτίσεων, τα μόνιμα, τα κινητά, τα στατικά, τα δυναμικά, τα σημειακά ή αλλιώς συγκεντρωμένα, και τα κατανεμημένα φορτία. Στην κατασκευή που μελετάμε, υπολογίσθηκε ως μόνιμο φορτίο το ίδιο βάρος της, ως κατανεμημένο η ανεμοπίεση, και ως σημειακό η σεισμική φόρτιση. Κάθε ένα από αυτά προκαλεί μία ή περισσότερες καταπονήσεις στο έργο, με αποτέλεσμα την παραμόρφωσή του. Για να θεωρηθεί στατικά επιτυχημένη μία κατασκευή, θα πρέπει να αντέχει όλες τις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτή, χωρίς να καταρρέει. Η σεισμική φόρτιση και η ανάλυσή της, παρουσιάζονται στην ενότητα 4.11.1, το ίδιο βάρος στην ενότητα 4.11.2, και η ανεμοπίεση στην ενότητα 4.11.3.

4.11.1 Σεισμική Φόρτιση

Η σεισμική φόρτιση στις κατασκευές, είναι μια απότομη και εναλλασσόμενη κίνηση στη βάση τους και προς όλες τις δυνατές κατευθύνσεις. Κατά την έναρξη του σεισμού τα θεμέλια της κατασκευής διεγείρονται, με αποτέλεσμα την μεταβολή της κινητικής

κατάστασης της ανωδομής. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η στάθμη κάθε ορόφου ενώ βρισκόταν σε ηρεμία, να αρχίσει να ταλαντώνεται.

Για τη μη κατάρρευση του έργου, υπολογίστηκαν οι δυνάμεις σεισμού με τη μέθοδο της οριζόντιας φόρτισης, σε κάθε έναν από τους 25 κόμβους της ως εξής:

$$Fb = M \times Sd(T) \times 0,85 \quad (4.10.1.1)$$

όπου:

Fb = Δύναμη σεισμού σε κάθε κόμβο

M = Μάζα κάθε κόμβου

$Sd(T)$ = Επιτάχυνση σεισμού σε ελαστοπλαστικό φάσμα σχεδιασμού

0,85 = Καθαρός αριθμός

T = Ιδιοπερίοδος σεισμού

Με βάση το μάθημα του Αντισεισμικού Σχεδιασμού για την εύρεση της επιτάχυνσης του σεισμού, οι σχέσεις που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι εξής:

$$T = T_0 = \text{ιδιοπεριοδος} = Ct \times H^{\frac{3}{4}} \quad (4.10.1.2)$$

όπου:

Ct = ροπή κάμψης = 0,05

H = ύψος κτιρίου

Εφόσον στην υπάρχουσα κατασκευή $T_B > T > T_C$, τότε:

$$Sd(T) = \text{Επιτάχυνση σεισμού} = agR \times \gamma \times S \times \frac{2,5}{q} \quad (4.10.1.3)$$

όπου:

Ct = σταθερά = 0,05

agR = Εδαφική Επιτάχυνση Αναφοράς = 0,24

$q = \text{Συντελεστής Συμπεριφοράς} = 3,5$ λόγω πλαισίων και μεικτών συστημάτων

$S = \text{Συντελεστής Εδάφους} = 1,2$

$\gamma = \text{Συντελεστής Σπουδαιότητας} = 1$

Τα παραπάνω νούμερα, πάρθηκαν βάση των πινάκων που ακολουθούν:

Κατηγορία εδάφους	S	T_B (sec)	T_C (sec)	T_D (sec)
A	1.00	0.15	0.40	2.50
B	1.20	0.15	0.50	2.50
C	1.15	0.20	0.60	2.50
D	1.35	0.20	0.80	2.50
E	1.40	0.15	0.50	2.50

Πίνακας 2. Κατηγορία εδάφους και ιδιοπερίοδοι.

Κατηγορία σπουδαιότητας	Συντελεστής σπουδαιότητας
I (μικρή σπουδαιότητα)	0.8
II (συνήθης σπουδαιότητα)	1.0
III (μεγάλη σπουδαιότητα)	1.2
IV (πολύ μεγάλη σπουδαιότητα)	1.4

Πίνακας 3. Κατηγορία και συντελεστής σπουδαιότητας.

Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας	Εδαφική επιτάχυνση αναφοράς a_{gR} (g)
Z1	0.16
Z2	0.24
Z3	0.36

Πίνακας 4. Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας και εδαφική επιτάχυνση αναφοράς.

Τέλος για την τελική τιμή του σεισμικού φορτίου στον εκάστοτε κόμβο λόγω της κλίσης των πλευρών που απαρτίζουν το κτίριο, πολλαπλασιάστηκε το ίδιο φορτίο με τους ανάλογους τριγωνομετρικούς αριθμούς, για γωνία σεισμού 90 μοίρες.

4.11.2 Ίδιο Βάρος Κατασκευής

Το βασικό μόνιμο φορτίο που καταπονεί μια κατασκευή, είναι το ίδιο βάρος της. Στη συγκεκριμένη μελέτη το φορτίο αυτό αποτελείται από το βάρος των μελών της, καθώς και από το βάρος της επικάλυψής τους (plexiglass). Η εξίσωση για την εύρεση της τιμής του ίδιου βάρους σε αυτήν την περίπτωση γράφεται ως εξής:

$$Q = W_{\text{μελών}} + W_{\text{plexi}} \quad (4.10.2.1)$$

Όπου:

$W_{\text{μελών}}$ = συνολικό βάρος μελών

W_{plexi} = συνολικό βάρος plexiglass

Για το ίδιο βάρος των μελών έχουμε:

$$W_{\text{μελών}} = \frac{E \cdot W \cdot L}{2}$$

(5.7.2.2)

Όπου:

E = εμβαδόν επιφάνειας του εκάστοτε μέλους

W = ίδιο βάρος του χάλυβα / αλουμινίου (ανάλογα το υλικό)

L = μήκος μέλους

Για το ίδιο βάρος του plexiglass έχουμε:

$$W_{\text{plexi}} = \frac{E \cdot W \cdot h}{3} \quad (4.7.2.3)$$

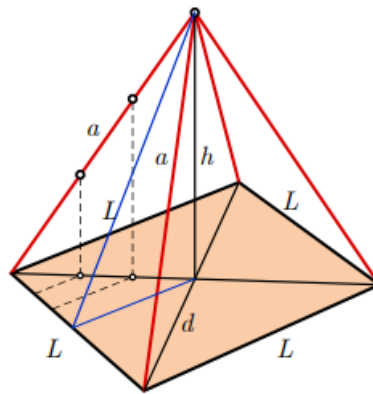
Όπου:

E = εμβαδόν της επιφάνειας επικάλυψης του plexiglass

W = ίδιο βάρος του plexiglass

h = πάχος του plexiglass

Τα παραπάνω δεδομένα βρίσκονται στην Εικόνα Excel 3 στη σελίδα 54, όπως επίσης και στο αρχείο του Excel. Βασικός παράγοντας στην εύρεση του βάρους της κατασκευής, είναι το εμβαδόν της επικάλυψης του plexiglass. Στο συγκεκριμένο έργο, η επικάλυψη του plexiglass αποτελείται από 36 ισοσκελή τρίγωνα (9 σε κάθε πλευρά της πυραμίδας) με μήκος πλευρών 6.18, βάσης 6, και ύψους 4,5 μέτρων. Άρα το εμβαδόν του κάθε τριγώνου είναι:



Σχήμα 4.10.2. Προσομοίωμα για την εύρεση εμβαδού τριγώνων.

$$E_{side} = \text{εμβαδόν πλευράς} = \frac{1}{2} \times L \times \sqrt{\frac{L^2}{4} + h^2} = 146.025\text{m}^2 \quad (4.10.7.4)$$

Όπου:

$$L = \text{Μήκος πλάγιου μέλους} = 18.54\text{m}$$

$$h = \text{Ύψος κατασκευής} = 13.5\text{m}$$

$$E_{triangle} = \text{εμβαδόν τριγώνου} = \frac{1}{9} \times E_{side} = 16.225\text{m}^2 \quad (4.10.7.5)$$

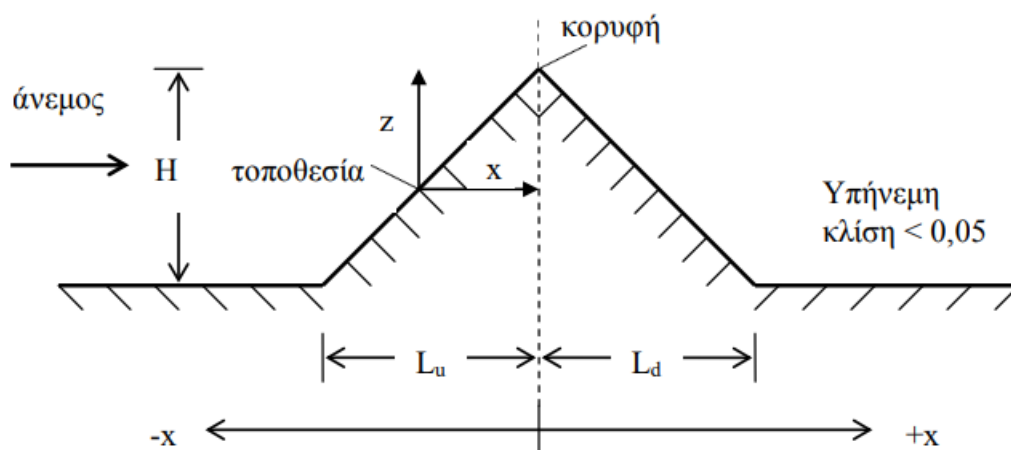
Τέλος, για τον υπολογισμό του βάρους που ασκείται σε κάθε κόμβο ξεχωριστά, υπολογίστηκε το άθροισμα των τριγώνων και του εμβαδού τους, που επιβαρύνει τον εκάστοτε κόμβο στον παρακάτω πίνακα:

Κόμβος	Πλήθος τριγώνων	Συνολικό Εμβαδό Τριγώνων	Βάρος W_{plex} plexiglass ανά κόμβο
1	2	32,450	3,89
2	3	48,675	5,84
3	3	48,675	5,84
4	2	32,450	3,89
5	3	48,675	5,84
6	3	48,675	5,84
7	2	32,450	3,89
8	3	48,675	5,84
9	3	48,675	5,84
10	2	32,450	3,89
11	3	48,675	5,84
12	3	48,675	5,84
13	6	97,350	11,68
14	6	97,350	11,68
15	6	97,350	11,68
16	6	97,350	11,68
17	6	97,350	11,68
18	6	97,350	11,68
19	6	97,350	11,68
20	6	97,350	11,68
21	6	97,350	11,68
22	6	97,350	11,68
23	6	97,350	11,68
24	6	97,350	11,68
25	4	64,900	7,79
		(m ²)	(kN)

Πίνακας 5. Επικόμβια φορτία λόγω επικαλύψεων.

4.11.3 Ανεμοπίεση

Ένα βασικό μεταβλητό φορτίο που ασκείται στις κατασκευές, είναι ο άνεμος. Πρόκειται για ένα φυσικό φαινόμενο, το οποίο καταπονεί την κατασκευή πλευρικά στις εξωτερικές της επιφάνειες. Το φορτίο αυτό απαρτίζεται από δύο μεγέθη, την πίεση, και την δύναμη του. Στην Ελλάδα βάση του Ευρωκώδικα EN 1990-1999, η τιμή του είναι ίση με $100-150\text{kg/m}^2$ και η ταχύτητα του ανέρχεται στα 40m/s ή 144km/h . Σε περίπτωση που η επιφάνεια στην οποία ασκείται ο άνεμος έχει κλίση, τότε η ανεμοπίεση λειτουργεί όπως στο παρακάτω παράδειγμα.

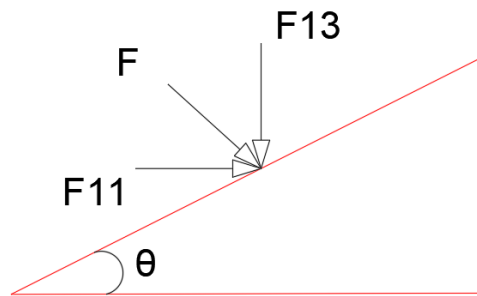


Εικόνα 20

Η συγκεκριμένη φόρτιση μπορεί να καταπονήσει το κτίριο ως προς όλες τις κατευθύνσεις του. Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, κρίθηκε δόκιμο να εξεταστεί η περίπτωση όπου η ανεμοπίεση του κτιρίου ασκείται σε μία από τις τέσσερις πλευρές της πυραμίδας. Επομένως, για τον υπολογισμό του φορτίου του ανέμου επιλύθηκαν οι παρακάτω εξισώσεις, ως προς του ενός εκ των τεσσάρων επιπέδων της κατασκευής. Στο παράδειγμα μας ο άνεμος έρχεται από τα δυτικά, δηλαδή προς το θετικό X1. Έτσι υπολογίζεται η πίεση του ανέμου f , ώστε να βρεθούν οι συνιστώσες της δύναμης F (F_{11} και F_{13}) που ασκούνται στον άξονα X1 και X3 αντίστοιχα ($X_2 = 0$). Όπως προαναφέρθηκε, η διεύθυνση του ανέμου είναι η θετική προς το X1, άρα το επίπεδο που καταπονείται άμεσα από αυτή είναι το 1-4-25. Στη συνέχεια λόγω του τριγωνικού σχήματος των επικαλύψεων, σε κάθε κόμβο η δύναμη που

ασκείται σε αυτόν είναι το $1/3$ της αρχικής τιμής της. Συμπερασματικά, ανάλογα με τον αριθμό των τριγώνων που «ακουμπάνε» στον εκάστοτε κόμβο διαφοροποιείται και η δύναμη που δρα σε αυτόν, δηλαδή πολλαπλασιάζεται η F με τον αριθμό των τριγώνων σε κάθε περίπτωση.

$$\text{Πίεση ανέμου} \times \sin(\theta) = 1 \times \sin(56,31) = 0,83205 \text{KN/m}^2 \quad (4.10.3.1)$$

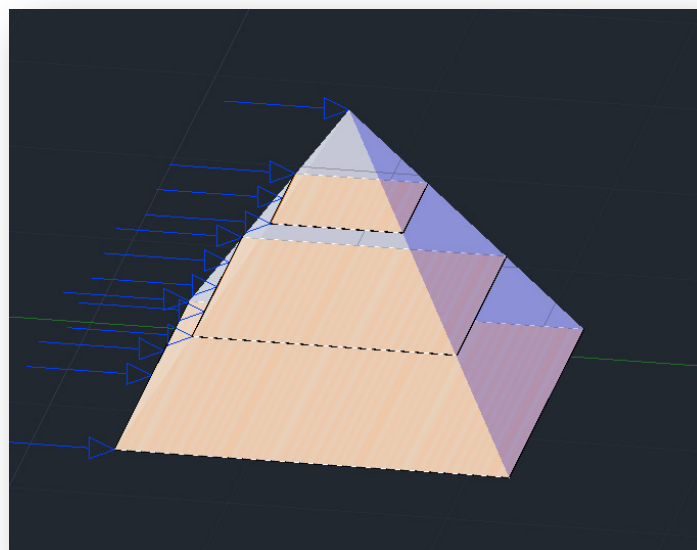


Σχήμα 4.11.3

Από το Σχήμα :

$$F_{13} = F \times \sin^2 \theta \cos \theta \quad (\text{Αρνητική λόγω διεύθυνσης ανέμου}) \quad (4.10.3.2)$$

$$F_{11} = F \times \sin^3 \theta \quad (4.10.3.3)$$



Εικόνα 21. Φορτίο ανέμου σε Αναπαράσταση 3D-Autocad

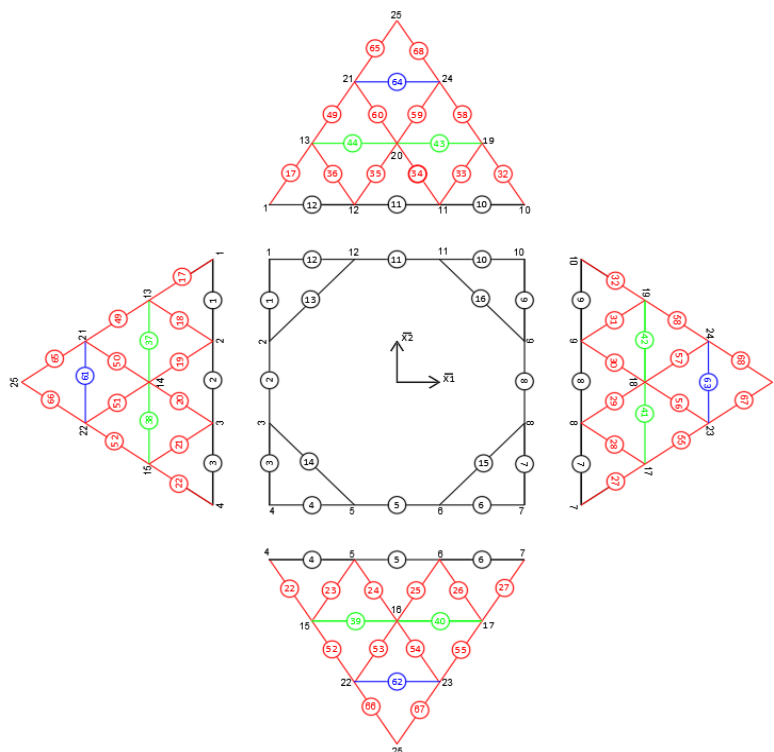
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 1) Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων, Τριαντάφυλλος Κόκκινος.
- 2) Στατική Ανάλυση με Μητρώα, Τριαντάφυλλος Κόκκινος.
- 3) Ανάλυση Φορέων με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (Αθήνα Οκτώβριος 2001), [Μ. Παπαδρακάκης](#).
- 4) ΑΔΜΗΕ, Διεύθυνση Νέων Έργων Μεταφοράς, Τομέας Προδιαγραφών Γραμμών Μεταφοράς, Μάγειρας Χρήστος, Αθανασιάδης Ζήσης.
- 5) ΣΤΕΦ, Τμήμα Πολιτικών Δομικών Έργων, Τομέας Β' ΤΕΙ Πειραιά, Φορτία Ανέμου Σύμφωνα με τον EC1.
- 6) Ε.Α.Κ 2000, [Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός](#).
- 7) Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων Ι (Αθήνα 2000), [Τσαμασφύρος, Γ. Ι. και Θεοτοκόγλου](#).
- 8) Γεωτεχνική Σεισμική Μηχανική, [Κυριαζής Δ. Πιτιλάκης](#).
- 9) Ανώτερα Μαθηματικά Ι, Τριαντάφυλλος Κόκκινος
- 10) Διαδικτυακή Σελίδα Επιβλέποντα Καθηγητή, [Τριαντάφυλλος Κόκκινος](#).

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Βήματα Επίλυσης Φορέα στο Microsoft EXCEL

Το Χωροδικτύωμα του παρακάτω σχήματος φέρει τα φορτία του ίδιου βάρους της κατασκευής, του ανέμου και του σεισμού στους κόμβους του. Οι κόμβοι 1, 4, 7 και 10 είναι αρθρωμένοι ενώ οι 2, 3, 5, 6, 8 και 9 έχουν κύλιση σε αυλάκι. Οι υπόλοιποι κόμβοι συνδέονται μεταξύ τους με αρθρώσεις όπως είθισται στο δικτύωμα.



Σχήμα Παραρτήματος 1. Αναλυτική Κάτοψη Χωροδικτύωματος

Τα μέλη του φορέα έχουν διαφορετικές διατομές καθώς χωρίζονται σε τέσσερις κατηγορίες, κύρια, πρώτου ορόφου, δευτέρου ορόφου, και δευτερεύοντα. Τα δευτερεύοντα είναι από αλουμίνιο ενώ τα υπόλοιπα από χάλυβα διαφόρων διατομών. Η επικάλυψη του κτιρίου είναι από plexiglass πάχους 0,03 μέτρων. Τα εμβαδά και οι ροπές αδρανείας δίνονται στο φύλλο υπολογισμού του EXCEL και το μέτρο ελαστικότητας λαμβάνεται ίδιο για όλα τα στοιχεία του χάλυβα με τιμή $E = 73 \text{ GPa}$, ενώ για το αλουμίνιο με τιμή $E = 68 \text{ GPa}$.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα βασικά βήματα της επίλυσης του χωροδικτύωματος όπως συντάχθηκαν στο EXCEL, και παρατίθενται εικόνες από τα φύλλα υπολογισμού. Το πλήρες ηλεκτρονικό αρχείο EXCEL συνοδεύει αναπόσπαστα την ηλεκτρονική μορφή της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Τέλος καταλήγουμε στον υπολογισμό των ακραίων μετατοπίσεων και δράσεων της κατασκευής.

Βήμα 1^ο

Εισαγωγή των γεωμετρικών δεδομένων του χωρικού δικτύωματος, δηλαδή των συντεταγμένων στους κόμβους, την συνδεσιμότητα των κόμβων για τη μόρφωση των μελών, και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών για τον υπολογισμό του εμβαδού των διατομών και των ροπών αδρανείας τους. Δίνονται επίσης τα μηχανικά χαρακτηριστικά των υλικών του, το ίδιο βάρος, καθώς και οι τριγωνικές επιφανειακές επικαλύψεις. Ακόμα διατίθενται τα χαρακτηριστικά και οι παραδοχές για την σεισμική φόρτιση, οι γωνίες της πυραμίδας, οι γωνίες ανέμου και τα επικόμβια φορτία λόγω επικαλύψεων. Όλα τα προαναφερθέντα παρουσιάζονται στις Εικόνες 1, 3 και 4 που ακολουθούν.

Βήμα 2^ο

Μόρφωση του μητρώου μετασχηματισμού και του μητρώου στιβαρότητας κάθε μέλους στο τοπικό σύστημα αξόνων του, και στη συνέχεια υπολογισμός του μητρώου στιβαρότητας του μέλους στο καθολικό σύστημα αξόνων του φορέα μέσω excel, αλλά και εναλλακτικά με τη χρήση πινάκων. Επίσης, προσδιορισμός ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων. Τα ανωτέρω παρουσιάζονται στις Εικόνες 5 έως 8. Εναλλακτική λύση του μητρώου στιβαρότητας στο καθολικό σύστημα αξόνων βρίσκεται στις Εικόνες 9 έως 18.

Βήμα 3^ο

(α) Μόρφωση του ολικού μητρώου στιβαρότητας και του μητρώου επικόμβιων δράσεων παγίωσης του πλαισίου στο καθολικό σύστημα αξόνων, συνδυάζοντας αντίστοιχα τα επιμέρους μητρώα στιβαρότητας και τα μητρώα ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων. Αυτά φαίνονται στις Εικόνες 19 έως 24.

(β) Μηχανισμός αυτόματης μόρφωσης του μητρώου επικόμβιων δράσεων παγίωσης του πλαισίου, συνδυάζοντας τα επιμέρους μητρώα ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών του στο καθολικό σύστημα αξόνων. Επίσης, αναλυτικά τα επικόμβια φορτία Παρουσιάζονται στις Εικόνες 25 και 26.

Βήμα 4^ο

Καταγραφή όλων των επικόμβιων μεγεθών του πλαισίου, δηλαδή των γνωστών επικόμβιων μετακινήσεων και των επιβεβλημένων επικόμβιων φορτίων και βάσει αυτών την μόρφωση του μητρώου αναδιάταξης του πλαισίου, το οποίο προκύπτει από την νέα σειρά βαθμών ελευθερίας, με την οποία διαχωρίζονται οι ελεύθεροι από τους δεσμευμένους βαθμούς. Ακολούθως, μορφώνεται μονοδιάστατο μητρώο με στοιχεία του τις μετακινήσεις των δεσμευμένων βαθμών (μετακινήσεις στηρίξεων) και δεύτερο με τα επικόμβια φορτία στις ελεύθερες διευθύνσεις (επιβεβλημένα εξωτερικά φορτία). Επίσης, συγκεντρώνονται οι επικόμβιες δράσεις παγίωσης στους κόμβους του φορέα και διαχωρίζονται σε δύο μητρώα σύμφωνα με τους ελεύθερους και δεσμευμένους βαθμούς. Το σύνολο των ενεργειών αυτών παρουσιάζονται, στη συνέχεια, στις Εικόνα 27.

Βήμα 5^ο

Υπολογισμός του τροποποιημένου (αναδιατεταγμένου) μητρώου στιβαρότητας $[K_m]$ του πλαισίου βάσει του μητρώου αναδιάταξης $[V]$ και του ολικού μητρώου στιβαρότητας $[K]$ του πλαισίου σύμφωνα με τη σχέση $[K_m]=[V] [K] [V]^T$. Αυτά φαίνονται στην Εικόνες 28 έως 30.

Βήμα 6^ο

Η ισοδύναμη φόρτιση προκύπτει από την επαλληλία των δεδομένων εξωτερικών επικόμβιων φορτίων και μαζί μετακινήσεων στηρίξεων με τις αντίθετες των δράσεων παγίωσης του φορέα, σύμφωνα με την έκφραση $[P_f]_{\text{ισοδ}}=[P_f]-[S_f]$. Προσδιορίζονται τα

επικόμβια φορτία της Ισοδύναμης Φόρτισης και στη συνέχεια επιλύονται οι εξισώσεις της σχέσης στιβαρότητας $[K_m] [\Delta_m]=[P_m]$ για τον υπολογισμό των άγνωστων επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]_{\text{Ισοδ}}$ και των αντιδράσεων $[P_S]_{\text{Ισοδ}}$ του πλαισίου, λόγω της ισοδύναμης φόρτισης. Οι επικόμβιες μετατοπίσεις για την Ισοδύναμη Φόρτιση είναι ίδιες με αυτές της αρχικής συνολικής φόρτισης του φορέα και στην οποία συμπεριλαμβάνεται η εσωτερική φόρτιση των μελών. Αναλυτικά, τα προαναφερθέντα δίνονται στην Εικόνα 31.

Βήμα 7^ο

Μόρφωση του τροποποιημένου μητρώου επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_m]_{\text{Ισοδ}}$ από τα επιμέρους μητρώα επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]_{\text{Ισοδ}}$ των ελεύθερων βαθμών και $[\Delta_S]_{\text{Ισοδ}}$ των δεσμευμένων βαθμών και αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του μητρώου επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_{\text{bar}}]_{\text{Ισοδ}}$. Αυτές οι πράξεις παρουσιάζονται στην Εικόνα 32.

Βήμα 8^ο

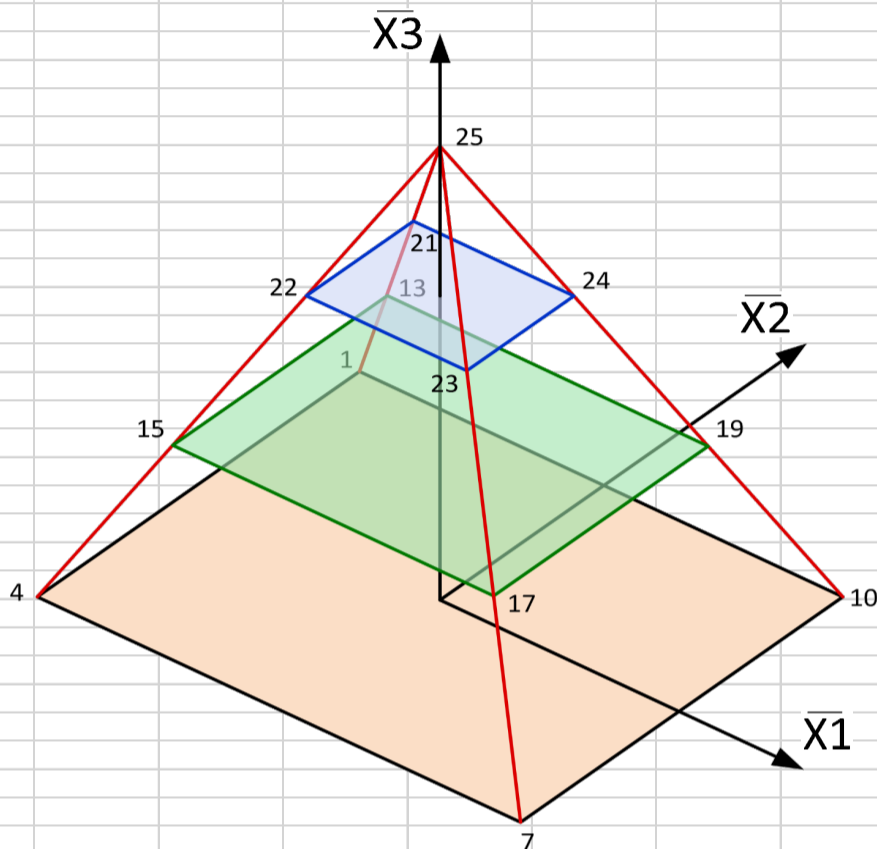
Για την ισοδύναμη φόρτιση μορφώνονται τα μητρώα ακραίων μετακινήσεων $[D_i \text{ bar}]$ των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων, στη συνέχεια, μέσω του μητρώου μετασχηματισμού κάθε μέλους υπολογίζεται το αντίστοιχο μητρώο ακραίων μετακινήσεων $[D_i]$ στο τοπικό σύστημα αξόνων του μέλους και με το τοπικό μητρώο στιβαρότητας προσδιορίζονται οι ακραίες δράσεις του μέλους στο τοπικό σύστημα αξόνων για την ισοδύναμη φόρτιση. Κατόπιν επαλληλίας με τις ακραίες δράσεις παγίωσης καθορίζονται τα εντατικά μεγέθη N, Q, M στα άκρα των μελών για την συνολική αρχική φόρτιση του πλαισίου. Τα επιμέρους αυτά υπολογιστικά βήματα δίνονται στις Εικόνες 33 έως 39.

Αποτελέσματα

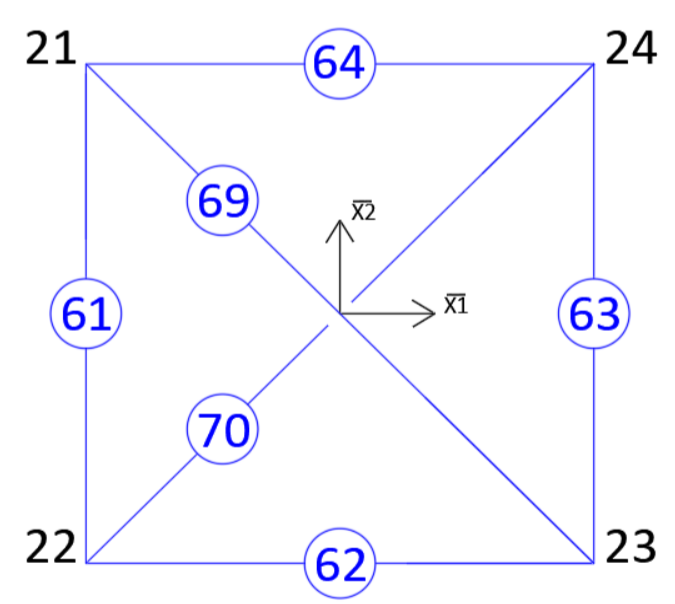
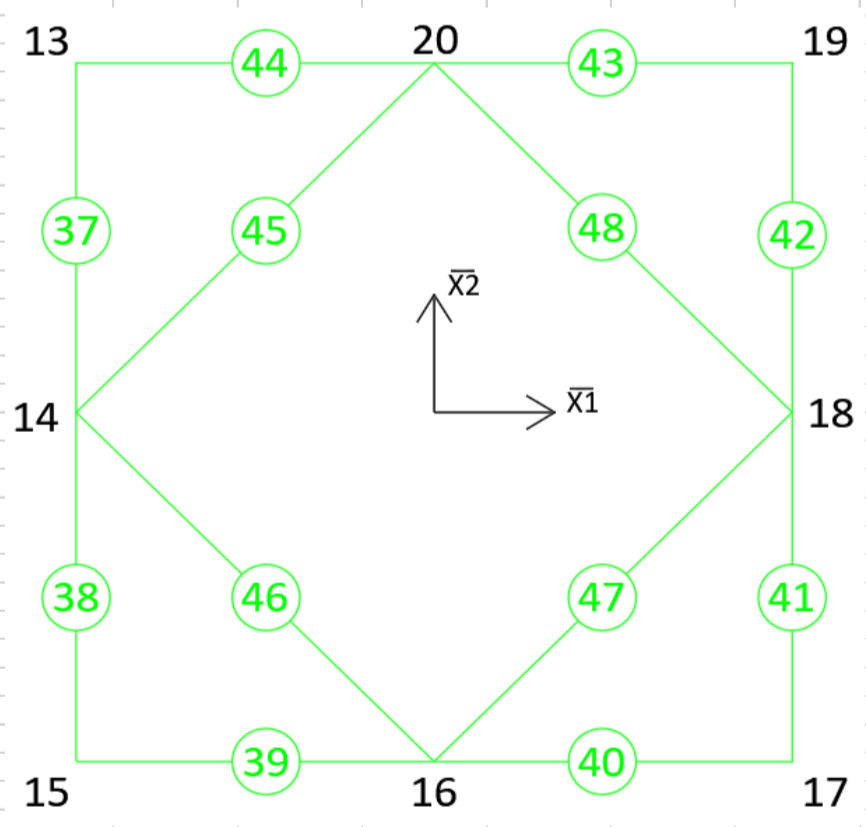
Στο βήμα 8 και πιο συγκεκριμένα κατά τις σελίδες 33 έως 39, πραγματοποιήθηκε με την βοήθεια του Excel η επίλυση του τελικού πίνακα, με σκοπό τον υπολογισμό των ακραίων δράσεων παγίωσης, καθορίζοντας τα εντατικά μεγέθη (N, Q, M). Επομένως, μέσω των παραπάνω βημάτων, οδηγούμαστε στο είδος της καταπόνησης του κάθε μέλους.

	ΜΑΘΗΜΑ :	ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ
	ΤΙΤΛΟΣ :	ΧΩΡΟΔΙΚΤΥΩΜΑ – Πεπερασμένα Στοιχεία
	ΦΟΙΤΗΤΕΣ :	ΣΤΥΛΙΑΝΗ ΛΕΜΠΕΣΗ (ΑΜ 6880) ΧΡΗΣΤΟΣ ΛΑΖΑΡΙΔΗΣ (ΑΜ 6877)
	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:	10 ΤΡΙΑΝΤ.-ΦΙΛΗΣ ΚΟΚΚΙΝΟΣ

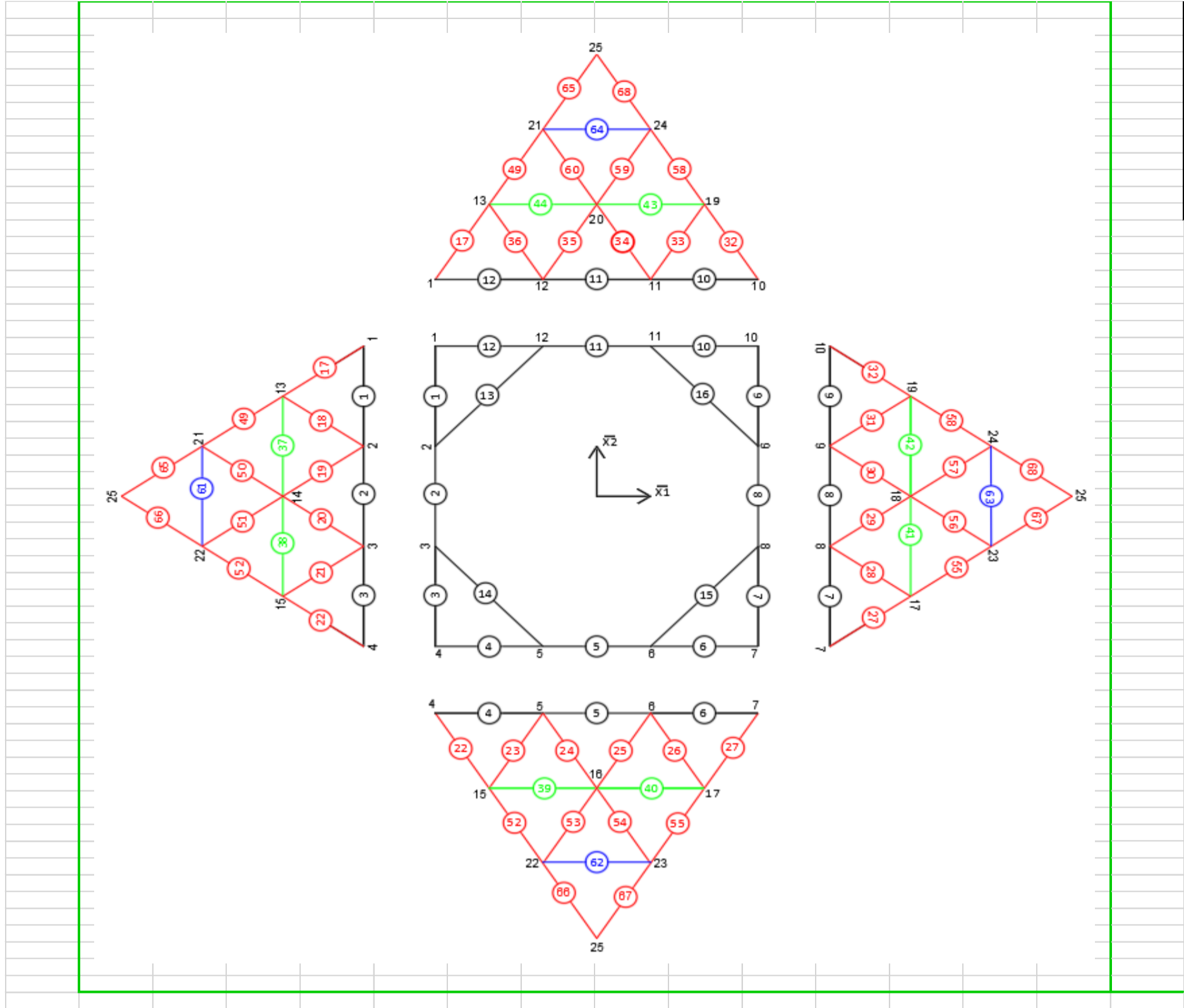
Βήμα 1: Εισαγωγή δεδομένων σχετικά με τη γεωμετρία του δικτύματος (συντεταγμένες κόμβων και συνδεσιμότητα κόμβων για τη μόρφωση των μελών) και των φυσικών χαρακτηριστικών των μελών του (μέτρο ελαστικότητας και εμβαδόν διατομής)



Συντεταγμένες στο καθολικό σύστημα αξόνων			
Κόμβος	X1 - bar	X2 - bar	X3 - bar
1	-9,0	9,0	0,0
2	-9,0	3,0	0,0
3	-9,0	-3,0	0,0
4	-9,0	-9,0	0,0
5	-3,0	-9,0	0,0
6	3,0	-9,0	0,0
7	9,0	-9,0	0,0
8	9,0	-3,0	0,0
9	9,0	3,0	0,0
10	9,0	9,0	0,0
11	3,0	9,0	0,0
12	-3,0	9,0	0,0
13	-6,0	6,0	4,5
14	-6,0	0,0	4,5
15	-6,0	-6,0	4,5
16	0,0	-6,0	4,5
17	6,0	-6,0	4,5
18	6,0	0,0	4,5
19	6,0	6,0	4,5
20	0,0	6,0	4,5
21	-3,0	3,0	9,0
22	-3,0	-3,0	9,0
23	3,0	-3,0	9,0
24	3,0	3,0	9,0
25	0,0	0,0	13,5



Εικόνα Excel 1



Εικόνα Excel 2

ΠΙΝΑΚΑΣ ΥΛΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ				
Ιδιότητες	Υλικό #1	Υλικό #2	Υλικό #3	Υλικό #4
Υλικό	Plexiglass	Χάλυβας	Χάλυβας	Αλουμίνιο
E	7,30E+07	2,0E+08	2,0E+08	6,8E+07
v	0,23	0,30	0,30	0,34
G	2,97E+07	7,69E+07	7,69E+07	2,55E+07
w	12,00	80,00	80,00	30,00
h	0,030	0,040	0,030	0,025
d (out)		0,240	0,200	0,160

ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΕΣ ΕΠΙΚΑΛΥΨΕΙΣ				
Πλήθος Τριγωνικών Επιφανειών	Κόμβοι κορυφών τριγώνων			Εμβαδόν Τριγώνου
	Κόμβος 1	Κόμβος 2	Κόμβος 3	
1	1	13	2	16,225
2	2	13	14	16,225
3	2	14	3	16,225
4	3	14	15	16,225
5	3	15	4	16,225
6	4	15	5	16,225
7	5	15	16	16,225
8	5	16	6	16,225
9	6	16	17	16,225
10	6	17	7	16,225
11	7	17	8	16,225
12	8	17	18	16,225
13	8	18	9	16,225
14	9	18	19	16,225
15	9	19	10	16,225
16	10	19	11	16,225
17	11	19	20	16,225
18	11	20	12	16,225
19	12	20	13	16,225
20	1	12	13	16,225
21	13	21	14	16,225
22	21	22	14	16,225
23	14	22	15	16,225
24	15	22	16	16,225
25	16	22	23	16,225
26	16	23	17	16,225
27	17	23	18	16,225
28	18	23	24	16,225
29	18	24	19	16,225
30	19	24	20	16,225
31	20	24	21	16,225
32	20	21	13	16,225
33	21	25	22	16,225
34	22	25	23	16,225
35	23	25	24	16,225
36	24	25	21	16,225

ΕΠΙΚΟΜΒΙΑ ΦΟΡΤΙΑ ΛΟΓΩ ΕΠΙΚΑΛΥΨΩΝ			
Κόμβος	Πλήθος τριγώνων	Συνολικό Εμβαδό Τριγώνων	Βάρος W _{plexiglass} ανά κόμβο
1	2	32,450	3,89
2	3	48,675	5,84
3	3	48,675	5,84
4	2	32,450	3,89
5	3	48,675	5,84
6	3	48,675	5,84
7	2	32,450	3,89
8	3	48,675	5,84
9	3	48,675	5,84
10	2	32,450	3,89
11	3	48,675	5,84
12	3	48,675	5,84
13	6	97,350	11,68
14	6	97,350	11,68
15	6	97,350	11,68
16	6	97,350	11,68
17	6	97,350	11,68
18	6	97,350	11,68
19	6	97,350	11,68
20	6	97,350	11,68
21	6	97,350	11,68
22	6	97,350	11,68
23	6	97,350	11,68
24	6	97,350	11,68
25	4	64,900	7,79

ΠΙΝΑΚΑΣ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΕΙΣΜΙΚΗΣ ΔΥΝΑΜΗΣ	
Υψι (m)	Z1 = 4,50 Z2 = 9,00 Z3 = 13,50 H = 13,50
Επιτάχυνση Βαρύτητας g =	9,81
Σπουδαιότητα:	II
γ =	1
Κατηγορία Εδάφους:	B
Συντ. συμπεριφοράς q =	3,5
S =	1,2
Ct =	0,05
agR =	0,24
Ζώνη Σεισμικής επικινδύ :	22
Το =	0,35 (sec)
TB =	0,15 (sec)
TC =	0,50 (sec)
TD =	2,50 (sec)
TB < TC < TD	
Sd(T) =	2,02
Γωνία Σεισμού με X1 =	90 (μοίρες)
Sd(T)*cos(90)*0.85/g =	0,000 διεύθυνση X1
Sd(T)*sin(90)*0.85/g =	0,175 διεύθυνση X2

ΠΙΝΑΚΑΣ ΓΩΝΙΩΝ	
Κλίση τριγ. :	56,31 (μοίρες)
cos(56,31) =	0,55470
sin(56,31) =	0,83205

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΝΕΜΟΥ	
Οριζόντιος άνεμος	100 (kg/m^2)
Διτικός (προς +X _i)	1 (kg/m^2)
πίεση F =	0,692 (kN/m^2)
δύναμη F1 =	11,233 (kN)
F11 =	9,346 (kN)
F13 =	6,231 (kN)
F11/3 =	3,115 (kN)
F13/3 =	-2,077 (kN)

$(2A_{app})^2 = [(y_2 - y_1)(z_1 - z_2) - (z_2 - z_1)(y_1 - y_2)]^2 + [(x_2 - x_1)(z_1 - z_2) - (z_2 - z_1)(x_1 - x_2)]^2 + [(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_2 - x_1)]^2$			
--	--	--	--

Εικόνα Excel 3

Excel spreadsheet showing financial data for 48 rows. Each row contains columns for 'Μέλος' (Member), 'AST' (Asset), 'KB' (Liability), and 'Fb' (Equity) with numerical values. The table is organized in a repeating pattern for each of the 48 members.

Εικόνα Excel 7

$[\bar{K}] = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} n_{11}n_{11} & n_{11}n_{12} & n_{11}n_{13} & -n_{11}n_{11} & -n_{11}n_{12} & -n_{11}n_{13} \\ n_{12}n_{11} & n_{12}n_{12} & n_{12}n_{13} & -n_{12}n_{11} & -n_{12}n_{12} & -n_{12}n_{13} \\ n_{13}n_{11} & n_{13}n_{12} & n_{13}n_{13} & -n_{13}n_{11} & -n_{13}n_{12} & -n_{13}n_{13} \\ -n_{11}n_{11} & -n_{11}n_{12} & -n_{11}n_{13} & n_{11}n_{11} & n_{11}n_{12} & n_{11}n_{13} \\ -n_{12}n_{11} & -n_{12}n_{12} & -n_{12}n_{13} & n_{12}n_{11} & n_{12}n_{12} & n_{12}n_{13} \\ -n_{13}n_{11} & -n_{13}n_{12} & -n_{13}n_{13} & n_{13}n_{11} & n_{13}n_{12} & n_{13}n_{13} \end{bmatrix}$						$[\bar{K}] = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{21} & n_{31} & 0 & 0 & 0 \\ n_{12} & n_{22} & n_{32} & 0 & 0 & 0 \\ n_{13} & n_{23} & n_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_{11} & n_{21} & n_{31} \\ 0 & 0 & 0 & n_{12} & n_{22} & n_{32} \\ 0 & 0 & 0 & n_{13} & n_{23} & n_{33} \end{bmatrix} \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} & 0 & 0 & 0 \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} & 0 & 0 & 0 \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ 0 & 0 & 0 & n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ 0 & 0 & 0 & n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{bmatrix}$						
Μητρώο Στιβαρότητας στο καθολικό σύστημα αξόνων βάσει του ανωτέρω τύπου												
Kb(1) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(2) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(3) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(4) =	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(5) =	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(6) =	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Εικόνα Excel 9

Kb(7) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(8) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(9) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(10) =	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(11) =	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(12) =	460766,92	0,00	0,00	-460766,92	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-460766,92	0,00	0,00	460766,92	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(13) =	162905,71	162905,71	0,00	-162905,71	-162905,71	0,00
	162905,71	162905,71	0,00	-162905,71	-162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-162905,71	-162905,71	0,00	162905,71	162905,71	0,00
	-162905,71	-162905,71	0,00	162905,71	162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(14) =	162905,71	-162905,71	0,00	-162905,71	162905,71	0,00
	-162905,71	162905,71	0,00	162905,71	-162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-162905,71	162905,71	0,00	162905,71	-162905,71	0,00
	162905,71	-162905,71	0,00	-162905,71	162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Εικόνα Excel 10

Kb(15) =	162905,71	162905,71	0,00	-162905,71	-162905,71	0,00
	162905,71	162905,71	0,00	-162905,71	-162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-162905,71	-162905,71	0,00	162905,71	162905,71	0,00
	-162905,71	-162905,71	0,00	162905,71	162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(16) =	162905,71	-162905,71	0,00	-162905,71	162905,71	0,00
	-162905,71	162905,71	0,00	162905,71	-162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-162905,71	162905,71	0,00	162905,71	-162905,71	0,00
	162905,71	-162905,71	0,00	-162905,71	162905,71	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(17) =	105178,72	-105178,72	157768,09	-105178,72	105178,72	-157768,09
	-105178,72	105178,72	-157768,09	105178,72	-105178,72	157768,09
	157768,09	-157768,09	236652,13	-157768,09	157768,09	-236652,13
	-105178,72	105178,72	-157768,09	105178,72	-105178,72	157768,09
	105178,72	-105178,72	157768,09	-105178,72	105178,72	-157768,09
	-157768,09	157768,09	-236652,13	157768,09	-157768,09	236652,13
Kb(18) =	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	33864,95	-22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	-33864,95	22576,64	22576,64	33864,95
Kb(19) =	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	33864,95	-22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	-33864,95	22576,64	-22576,64	33864,95
Kb(20) =	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	33864,95	-22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	-33864,95	22576,64	22576,64	33864,95
Kb(21) =	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	33864,95	-22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	-33864,95	22576,64	-22576,64	33864,95
Kb(22) =	105178,72	105178,72	157768,09	-105178,72	-105178,72	-157768,09
	105178,72	105178,72	157768,09	-105178,72	-105178,72	-157768,09
	157768,09	157768,09	236652,13	-157768,09	-157768,09	-236652,13
	-105178,72	-105178,72	-157768,09	105178,72	105178,72	157768,09
	-105178,72	-105178,72	-157768,09	105178,72	105178,72	157768,09
	-157768,09	-157768,09	-236652,13	157768,09	157768,09	236652,13

Εικόνα Excel 11

Kb(23) =	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	33864,95	22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	-33864,95	-22576,64	22576,64	33864,95
Kb(24) =	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	33864,95	-22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	-33864,95	22576,64	22576,64	33864,95
Kb(25) =	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	33864,95	22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	-33864,95	-22576,64	22576,64	33864,95
Kb(26) =	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	33864,95	-22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	-33864,95	22576,64	22576,64	33864,95
Kb(27) =	105178,72	-105178,72	-157768,09	-105178,72	105178,72	157768,09
	-105178,72	105178,72	157768,09	105178,72	-105178,72	-157768,09
	-157768,09	157768,09	236652,13	157768,09	-157768,09	-236652,13
	-105178,72	105178,72	157768,09	105178,72	-105178,72	-157768,09
	105178,72	-105178,72	-157768,09	-105178,72	105178,72	157768,09
	157768,09	-157768,09	-236652,13	-157768,09	157768,09	236652,13
Kb(28) =	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	33864,95	22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	-33864,95	-22576,64	-22576,64	33864,95
Kb(29) =	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	33864,95	22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	-33864,95	-22576,64	22576,64	33864,95
Kb(30) =	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	33864,95	22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	-33864,95	-22576,64	-22576,64	33864,95

Εικόνα Excel 12

	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
Kb(31) =	-22576,64	22576,64	33864,95	22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	-33864,95	-22576,64	22576,64	33864,95
	105178,72	105178,72	-157768,09	-105178,72	-105178,72	157768,09
	105178,72	105178,72	-157768,09	-105178,72	-105178,72	157768,09
Kb(32) =	-157768,09	-157768,09	236652,13	157768,09	157768,09	-236652,13
	-105178,72	-105178,72	157768,09	105178,72	105178,72	-157768,09
	-105178,72	-105178,72	157768,09	105178,72	105178,72	-157768,09
	157768,09	157768,09	-236652,13	-157768,09	-157768,09	236652,13
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(33) =	22576,64	-22576,64	33864,95	-22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	-33864,95	22576,64	-22576,64	33864,95
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(34) =	-22576,64	-22576,64	33864,95	22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	-33864,95	-22576,64	-22576,64	33864,95
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(35) =	22576,64	-22576,64	33864,95	-22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	-33864,95	22576,64	-22576,64	33864,95
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(36) =	-22576,64	-22576,64	33864,95	22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	-33864,95	-22576,64	-22576,64	33864,95
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00
Kb(37) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00
Kb(38) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(39) =	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Εικόνα Excel 13

	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(40) =	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(41) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(42) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(43) =	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	290597,32	0,00	0,00	-290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(44) =	-290597,32	0,00	0,00	290597,32	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	102741,67	102741,67	0,00	-102741,67	-102741,67	0,00
	102741,67	102741,67	0,00	-102741,67	-102741,67	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(45) =	-102741,67	-102741,67	0,00	102741,67	102741,67	0,00
	-102741,67	-102741,67	0,00	102741,67	102741,67	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	102741,67	-102741,67	0,00	-102741,67	102741,67	0,00
	-102741,67	102741,67	0,00	102741,67	-102741,67	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(46) =	-102741,67	102741,67	0,00	102741,67	-102741,67	0,00
	102741,67	-102741,67	0,00	-102741,67	102741,67	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Εικόνα Excel 14

	102741,67	102741,67	0,00	-102741,67	-102741,67	0,00
	102741,67	102741,67	0,00	-102741,67	-102741,67	0,00
Kb(47) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-102741,67	-102741,67	0,00	102741,67	102741,67	0,00
	-102741,67	-102741,67	0,00	102741,67	102741,67	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	102741,67	-102741,67	0,00	-102741,67	102741,67	0,00
	-102741,67	102741,67	0,00	102741,67	-102741,67	0,00
Kb(48) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-102741,67	102741,67	0,00	102741,67	-102741,67	0,00
	102741,67	-102741,67	0,00	-102741,67	102741,67	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	105178,72	-105178,72	157768,09	-105178,72	105178,72	-157768,09
	-105178,72	105178,72	-157768,09	105178,72	-105178,72	157768,09
Kb(49) =	157768,09	-157768,09	236652,13	-157768,09	157768,09	-236652,13
	-105178,72	105178,72	-157768,09	105178,72	-105178,72	157768,09
	105178,72	-105178,72	157768,09	-105178,72	105178,72	-157768,09
	-157768,09	157768,09	-236652,13	157768,09	-157768,09	236652,13
	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
Kb(50) =	22576,64	22576,64	33864,95	-22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	-33864,95	22576,64	22576,64	33864,95
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(51) =	22576,64	-22576,64	33864,95	-22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	-33864,95	22576,64	-22576,64	33864,95
	105178,72	105178,72	157768,09	-105178,72	-105178,72	-157768,09
	105178,72	105178,72	157768,09	-105178,72	-105178,72	-157768,09
Kb(52) =	157768,09	157768,09	236652,13	-157768,09	-157768,09	-236652,13
	-105178,72	-105178,72	-157768,09	105178,72	105178,72	157768,09
	-105178,72	-105178,72	-157768,09	105178,72	105178,72	157768,09
	-157768,09	-157768,09	-236652,13	157768,09	157768,09	236652,13
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
Kb(53) =	-22576,64	22576,64	33864,95	22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	-33864,95	-22576,64	22576,64	33864,95

Εικόνα Excel 15

	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	15051,09	22576,64	-15051,09	-15051,09	-22576,64
Kb(54) =	22576,64	22576,64	33864,95	-22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	-15051,09	-22576,64	15051,09	15051,09	22576,64
	-22576,64	-22576,64	-33864,95	22576,64	22576,64	33864,95
	105178,72	-105178,72	-157768,09	-105178,72	105178,72	157768,09
	-105178,72	105178,72	157768,09	105178,72	-105178,72	-157768,09
Kb(55) =	-157768,09	157768,09	236652,13	157768,09	-157768,09	-236652,13
	-105178,72	105178,72	157768,09	105178,72	-105178,72	-157768,09
	105178,72	-105178,72	-157768,09	-105178,72	105178,72	157768,09
	157768,09	-157768,09	-236652,13	-157768,09	157768,09	236652,13
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(56) =	-22576,64	-22576,64	33864,95	22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	-33864,95	-22576,64	-22576,64	33864,95
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
Kb(57) =	-22576,64	22576,64	33864,95	22576,64	-22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	22576,64	15051,09	-15051,09	-22576,64
	15051,09	-15051,09	-22576,64	-15051,09	15051,09	22576,64
	22576,64	-22576,64	-33864,95	-22576,64	22576,64	33864,95
	105178,72	105178,72	-157768,09	-105178,72	-105178,72	157768,09
	105178,72	105178,72	-157768,09	-105178,72	-105178,72	157768,09
Kb(58) =	-157768,09	-157768,09	236652,13	157768,09	157768,09	-236652,13
	-105178,72	-105178,72	157768,09	105178,72	105178,72	-157768,09
	-105178,72	-105178,72	157768,09	105178,72	105178,72	-157768,09
	157768,09	157768,09	-236652,13	-157768,09	-157768,09	236652,13
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(59) =	22576,64	-22576,64	33864,95	-22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	15051,09	-22576,64	15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	-15051,09	22576,64	-15051,09	15051,09	-22576,64
	-22576,64	22576,64	-33864,95	22576,64	-22576,64	33864,95
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
	15051,09	15051,09	-22576,64	-15051,09	-15051,09	22576,64
Kb(60) =	-22576,64	-22576,64	33864,95	22576,64	22576,64	-33864,95
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	-15051,09	-15051,09	22576,64	15051,09	15051,09	-22576,64
	22576,64	22576,64	-33864,95	-22576,64	-22576,64	33864,95

Εικόνα Excel 16

	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	259181,39	0,00	0,00	-259181,39	0,00
Kb(61) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-259181,39	0,00	0,00	259181,39	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	259181,39	0,00	0,00	-259181,39	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(62) =	-259181,39	0,00	0,00	259181,39	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	259181,39	0,00	0,00	-259181,39	0,00
Kb(63) =	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	-259181,39	0,00	0,00	259181,39	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	259181,39	0,00	0,00	-259181,39	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(64) =	-259181,39	0,00	0,00	259181,39	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	105178,72	-105178,72	157768,09	-105178,72	105178,72	-157768,09
	-105178,72	105178,72	-157768,09	105178,72	-105178,72	157768,09
	157768,09	-157768,09	236652,13	-157768,09	157768,09	-236652,13
Kb(65) =	-105178,72	105178,72	-157768,09	105178,72	-105178,72	157768,09
	105178,72	-105178,72	157768,09	-105178,72	105178,72	-157768,09
	-157768,09	157768,09	-236652,13	157768,09	-157768,09	236652,13
	105178,72	105178,72	157768,09	-105178,72	-105178,72	-157768,09
	105178,72	105178,72	157768,09	-105178,72	-105178,72	-157768,09
	157768,09	157768,09	236652,13	-157768,09	-157768,09	-236652,13
Kb(66) =	-105178,72	-105178,72	-157768,09	105178,72	105178,72	157768,09
	-105178,72	-105178,72	-157768,09	105178,72	105178,72	157768,09
	-157768,09	-157768,09	-236652,13	157768,09	157768,09	236652,13
	105178,72	-105178,72	-157768,09	-105178,72	105178,72	157768,09
	-105178,72	105178,72	157768,09	105178,72	-105178,72	-157768,09
	-157768,09	157768,09	236652,13	157768,09	-157768,09	-236652,13
Kb(67) =	-105178,72	105178,72	157768,09	105178,72	-105178,72	-157768,09
	105178,72	-105178,72	-157768,09	-105178,72	105178,72	157768,09
	157768,09	-157768,09	-236652,13	-157768,09	157768,09	236652,13

Εικόνα Excel 17

Kb(68) =	105178,72	105178,72	-157768,09	-105178,72	-105178,72	157768,09
	105178,72	105178,72	-157768,09	-105178,72	-105178,72	157768,09
	-157768,09	-157768,09	236652,13	157768,09	157768,09	-236652,13
	-105178,72	-105178,72	157768,09	105178,72	105178,72	-157768,09
	-105178,72	-105178,72	157768,09	105178,72	105178,72	-157768,09
	157768,09	157768,09	-236652,13	-157768,09	-157768,09	236652,13
Kb(69) =	91634,46	-91634,46	0,00	-91634,46	91634,46	0,00
	-91634,46	91634,46	0,00	91634,46	-91634,46	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-91634,46	91634,46	0,00	91634,46	-91634,46	0,00
	91634,46	-91634,46	0,00	-91634,46	91634,46	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Kb(70) =	91634,46	91634,46	0,00	-91634,46	-91634,46	0,00
	91634,46	91634,46	0,00	-91634,46	-91634,46	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	-91634,46	-91634,46	0,00	91634,46	91634,46	0,00
	-91634,46	-91634,46	0,00	91634,46	91634,46	0,00
	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Εικόνα Excel 18

Βήμα 3α: Μηχανισμός Αυτόματης Μόρφωσης του Ολικού Μητρώου Στιβαρότητας του δικτύματος στο καθολικό σύστημα αξόνων συνδυάζοντας τα επιμέρους μητρώα στιβαρότητας των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων.

Στοιχείο	κμβοί	Βαθμός Ελευθερίας (γραμμ)	Βαθμός Ελευθερίας (ατήλη)	Στήλη [K] _{μκμ} 1	Βαθμός Ελευθερίας (γραμμ)	Βαθμός Ελευθερίας (ατήλη)	Στήλη [K] _{μκμ} 2	Βαθμός Ελευθερίας (γραμμ)	Βαθμός Ελευθερίας (ατήλη)	Στήλη [K] _{μκμ} 3	Βαθμός Ελευθερίας (γραμμ)	Βαθμός Ελευθερίας (ατήλη)	Στήλη [K] _{μκμ} 4	Βαθμός Ελευθερίας (γραμμ)	Βαθμός Ελευθερίας (ατήλη)	Στήλη [K] _{μκμ} 5	Βαθμός Ελευθερίας (γραμμ)	Βαθμός Ελευθερίας (ατήλη)	Στήλη [K] _{μκμ} 6	Στοιχείο	Επικύβια Φορτία [F] _{μκμ}	Βαθμός Ελευθερίας
1	1	1	1	0,00	1	2	0,00	1	3	0,00	1	4	0,00	1	5	0,00	1	6	0,00	1	0,00	1
		2	1	0,00	2	2	460766,92	2	3	0,00	2	4	0,00	2	5	-460766,9	2	6	0,00		0,00	2
		3	1	0,00	3	2	0,00	3	3	0,00	3	4	0,00	3	5	0,00	3	6	0,00		-3,32	3
	2	4	1	0,00	4	2	0,00	4	3	0,00	4	4	0,00	4	5	0,00	4	6	0,00	2	0,00	4
		5	1	0,00	5	2	-460766,9	5	3	0,00	5	4	0,00	5	5	460766,92	5	6	0,00		0,00	5
		6	1	0,00	6	2	0,00	6	3	0,00	6	4	0,00	6	5	0,00	6	6	0,00		-3,32	6
2	2	4	4	0,00	4	5	0,00	4	6	0,00	4	7	0,00	4	8	0,00	4	9	0,00	2	0,00	4
		5	4	0,00	5	5	460766,92	5	6	0,00	5	7	0,00	5	8	-460766,9	5	9	0,00		0,00	5
		6	4	0,00	6	5	0,00	6	6	0,00	6	7	0,00	6	8	0,00	6	9	0,00		-3,32	6
	3	7	4	0,00	7	5	0,00	7	6	0,00	7	7	0,00	7	8	0,00	7	9	0,00	3	0,00	7
		8	4	0,00	8	5	-460766,9	8	6	0,00	8	7	0,00	8	8	460766,92	8	9	0,00		0,00	8
		9	4	0,00	9	5	0,00	9	6	0,00	9	7	0,00	9	8	0,00	9	9	0,00		-3,32	9
3	3	7	7	0,00	7	8	0,00	7	9	0,00	7	10	0,00	7	11	0,00	7	12	0,00	3	0,00	7
		8	7	0,00	8	8	460766,92	8	9	0,00	8	10	0,00	8	11	-460766,9	8	12	0,00		0,00	8
		9	7	0,00	9	8	0,00	9	9	0,00	9	10	0,00	9	11	0,00	9	12	0,00		-3,32	9
	4	10	7	0,00	10	8	0,00	10	9	0,00	10	10	0,00	10	11	0,00	10	12	0,00	4	0,00	10
		11	7	0,00	11	8	-460766,92	11	9	0,00	11	10	0,00	11	11	460766,92	11	12	0,00		0,00	11
		12	7	0,00	12	8	0,00	12	9	0,00	12	10	0,00	12	11	0,00	12	12	0,00		-3,32	12
4	4	10	10	460766,92	10	11	0,00	10	12	0,00	10	13	-460766,92	10	14	0,00	10	15	0,00	4	0,00	10
		11	10	0,00	11	11	0,00	11	12	0,00	11	13	0,00	11	14	0,00	11	15	0,00		0,00	11
		12	10	0,00	12	11	0,00	12	12	0,00	12	13	0,00	12	14	0,00	12	15	0,00		-3,32	12
	5	13	10	-460766,92	13	11	0,00	13	12	0,00	13	13	460766,92	13	14	0,00	13	15	0,00	5	0,00	13
		14	10	0,00	14	11	0,00	14	12	0,00	14	13	0,00	14	14	0,00	14	15	0,00		0,00	14
		15	10	0,00	15	11	0,00	15	12	0,00	15	13	0,00	15	14	0,00	15	15	0,00		-3,32	15
5	5	13	13	460766,92	13	14	0,00	13	15	0,00	13	16	-460766,92	13	17	0,00	13	18	0,00	5	0,00	13
		14	13	0,00	14	14	0,00	14	15	0,00	14	16	0,00	14	17	0,00	14	18	0,00		0,00	14
		15	13	0,00	15	14	0,00	15	15	0,00	15	16	0,00	15	17	0,00	15	18	0,00		-3,32	15
	6	16	13	-460766,92	16	14	0,00	16	15	0,00	16	16	460766,92	16	17	0,00	16	18	0,00	6	0,00	16
		17	13	0,00	17	14	0,00	17	15	0,00	17	16	0,00	17	17	0,00	17	18	0,00		0,00	17
		18	13	0,00	18	14	0,00	18	15	0,00	18	16	0,00	18	17	0,00	18	18	0,00		-3,32	18
6	6	16	16	460766,92	16	17	0,00	16	18	0,00	16	19	-460766,92	16	20	0,00	16	21	0,00	6	0,00	16
		17	16	0,00	17	17	0,00	17	18	0,00	17	19	0,00	17	20	0,00	17	21	0,00		0,00	17
		18	16	0,00	18	17	0,00	18	18	0,00	18	19	0,00	18	20	0,00	18	21	0,00		-3,32	18
	7	19	16	-460766,92	19	17	0,00	19	18	0,00	19	19	460766,92	19	20	0,00	19	21	0,00	7	0,00	19
		20	16	0,00	20	17	0,00	20	18	0,00	20	19	0,00	20	20	0,00	20	21	0,00		0,00	20
		21	16	0,00	21	17	0,00	21	18	0,00	21	19	0,00	21	20	0,00	21	21	0,00		-3,32	21

Εικόνα Excel 19

23	Στοιχείο	κώμβος	13 13 15051,09 13 14 -15051,09 13 15 -22576,64 13 43 -15051,09 13 44 15051,09 13 45 22576,64	14 13 -15051,09 14 14 22576,64 14 15 22576,64 14 43 15051,09 14 44 -15051,09 14 45 -22576,64	15 13 -22576,64 15 14 22576,64 15 15 33864,95 15 43 22576,64 15 44 -22576,64 15 45 -33864,95	43 13 -15051,09 43 14 15051,09 43 15 22576,64 43 43 15051,09 43 44 -15051,09 43 45 -22576,64	44 13 15051,09 44 14 -15051,09 44 15 -22576,64 44 43 -15051,09 44 44 15051,09 44 45 22576,64	45 13 22576,64 45 14 -22576,64 45 15 -33864,95 45 43 -22576,64 45 44 22576,64 45 45 33864,95	23	0,00	13
			14 13 15051,09 14 14 22576,64 14 15 22576,64 14 43 15051,09 14 44 -15051,09 14 45 -22576,64	15 13 -22576,64 15 14 22576,64 15 15 33864,95 15 43 22576,64 15 44 -22576,64 15 45 -33864,95	43 13 -15051,09 43 14 15051,09 43 15 22576,64 43 43 15051,09 43 44 -15051,09 43 45 -22576,64	44 13 15051,09 44 14 -15051,09 44 15 -22576,64 44 43 -15051,09 44 44 15051,09 44 45 22576,64	45 13 22576,64 45 14 -22576,64 45 15 -33864,95 45 43 -22576,64 45 44 22576,64 45 45 33864,95	23	0,00	14	
			15 13 -22576,64 15 14 22576,64 15 15 33864,95 15 43 22576,64 15 44 -22576,64 15 45 -33864,95	43 13 -15051,09 43 14 15051,09 43 15 22576,64 43 43 15051,09 43 44 -15051,09 43 45 -22576,64	44 13 15051,09 44 14 -15051,09 44 15 -22576,64 44 43 -15051,09 44 44 15051,09 44 45 22576,64	45 13 22576,64 45 14 -22576,64 45 15 -33864,95 45 43 -22576,64 45 44 22576,64 45 45 33864,95	23	-0,54	15		
			43 13 -15051,09 43 14 15051,09 43 15 22576,64 43 43 15051,09 43 44 -15051,09 43 45 -22576,64	44 13 15051,09 44 14 -15051,09 44 15 -22576,64 44 43 -15051,09 44 44 15051,09 44 45 22576,64	45 13 22576,64 45 14 -22576,64 45 15 -33864,95 45 43 -22576,64 45 44 22576,64 45 45 33864,95	23	0,00	43			
			44 13 15051,09 44 14 -15051,09 44 15 -22576,64 44 43 -15051,09 44 44 15051,09 44 45 22576,64	45 13 22576,64 45 14 -22576,64 45 15 -33864,95 45 43 -22576,64 45 44 22576,64 45 45 33864,95	23	0,00	44				

Εικόνα Excel 21

Table with columns for months (e.g., Ιούλιος, Αύγουστος) and rows for years (39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54). Each cell contains numerical values, likely representing financial data, with some cells highlighted in blue or yellow.

Εικόνα Excel 22

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Table with 5 main columns: Επικόμια Φορτία λόγω ίδιου βάρους των μελών, Επικόμια Φορτία λόγω βάρους των plexiglass κάμβας, Συνολικά Επικόμια Φορτία ανά βαθμύ ελευθερίας, Ισοδύναμα Επικόμια Φορτία λόγω Γεωμω, and Επικόμια Φορτία λόγω Ανεμοποίησης στη Διεύθυνση του Βετικού Χ1. Includes sub-headers for β.ε. and β.ε. and labels for [Wmemb], [Wplex], [Qtruss], and [Fb].

Εικόνα Excel 24

Table with 16 columns and 75 rows. Column 1 is labeled 'Κάθιστο' and contains numbers 1-75. Column 2 is 'Βαθ. Έκθεθ.' and contains values like 1, 2, 3, etc. Columns 3-16 contain numerical data representing various load components. Column 17 is labeled '[Ktruss] ='. Row 17 contains a note: 'Αυτόματη σύνδεση των μητρώων των στοιχείων'.

Εικόνα Excel 25

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Large numerical table with multiple columns and rows containing scientific and decimal values.

Εικόνα Excel 26

Ρήμα 4: Καταγραφή όλων των δεδομένων επικυβίων μεγεθών του δικτύματος, δηλαδή των γνωστών επικυβίων μετακινήσεων και των επιβεβλημένων επικυβίων φορτίων και βάσει αυτών μπόρωση του Μητρώου Αναδιάταξης του δικτύματος.

Technical diagram and detailed data table. The diagram shows a network of nodes (1-15) and branches. The table below it lists various parameters like 'Κόμβος', 'Βαθ. Ελευθ.', 'Τεταβολή', 'Συνιστώσα Δύναμης', 'Ανεμοφόρος', 'ΜΕΛΟΣΜΑ ΚΟΜΒΩΝ', 'Βεβαιωμένοι Βαθμοί', 'Νέα σενάρια', and 'Ανεπιβεβαιωμένοι Βαθμοί'.

Εικόνα Excel 27

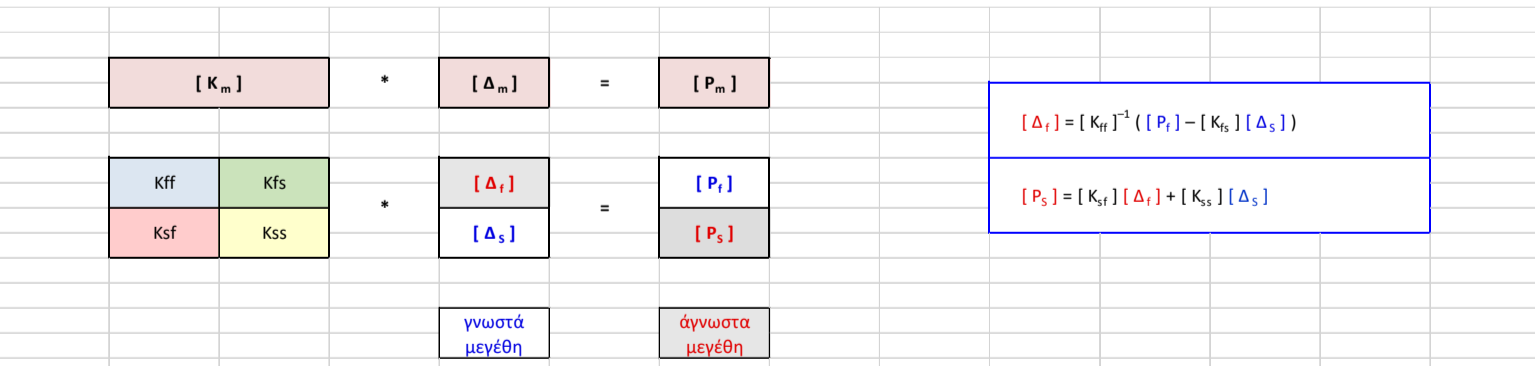
Πίνακας 5: Τηλεγράμμοι (Αναλυτικό) μεμονωμένα (P_m) του Ανταρτικού Βόλου του Μέρους Αριστερά (K) και του Ολοστού Μέρους Ενδοπλάσμι (P) του άξονα [K₁]-[N][K]¹

Table with 36 columns and multiple rows containing numerical data representing telegrams. Includes a sub-table labeled [K₁] +.

Εικόνα Excel 28

Large table with 36 columns and multiple rows containing numerical data, likely representing a matrix or set of values.

Εικόνα Excel 29



Εικόνα Excel 30

Βήμα 7: Μόρφωση του Τροποποιημένου Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων $[\Delta_m]$ από τα επιμέρους μητρώα επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]$ των ελεύθερων βαθμών και $[\Delta_s]$ των δεσμευμένων βαθμών.
Αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων $[\Delta_{bar}]$.

		Βαθ. Ελευθ.		Βαθ. Ελευθ.	KOMBOΣ
		2,4242E-05	5	0,000E+00	1
		5,2715E-06	8	0,000E+00	2
		5,9161E-05	13	0,000E+00	3
		6,8100E-05	16	0,000E+00	4
		2,0373E-05	23	2,424E-05	5
		1,1732E-05	26	0,000E+00	6
		6,3782E-05	31	0,000E+00	7
		6,1972E-05	34	5,272E-06	8
		7,7245E-04	37	0,000E+00	9
		9,7176E-05	38	0,000E+00	10
		-5,9128E-04	39	0,000E+00	11
		1,1233E-03	40	0,000E+00	12
		1,6171E-04	41	5,916E-05	13
		-1,1550E-03	42	0,000E+00	14
		7,8385E-04	43	0,000E+00	15
		2,0960E-04	44	6,810E-05	16
		-7,3219E-04	45	0,000E+00	17
		8,0126E-04	46	0,000E+00	18
		9,7810E-05	47	0,000E+00	19
		-5,9474E-04	48	0,000E+00	20
		6,9982E-04	49	0,000E+00	21
		1,8399E-04	50	0,000E+00	22
		-3,8659E-05	51	2,037E-05	23
		7,1893E-04	52	0,000E+00	24
		1,8258E-04	53	0,000E+00	25
		-1,3317E-04	54	1,173E-05	26
		7,1218E-04	55	0,000E+00	27
		1,5573E-04	56	0,000E+00	28
		1,1922E-04	57	0,000E+00	29
		8,0051E-04	58	0,000E+00	30
		1,9696E-04	59	6,378E-05	31
		-4,0611E-04	60	0,000E+00	32
		9,0486E-04	61	0,000E+00	33
		1,6912E-04	62	6,197E-05	34
		-7,8521E-04	63	0,000E+00	35
		9,0944E-04	64	0,000E+00	36
		2,4757E-04	65	7,724E-04	37
		-9,5720E-04	66	9,718E-05	38
		8,4507E-04	67	-5,913E-04	39
		2,2891E-04	68	1,123E-03	40
		-2,1913E-04	69	1,617E-04	41
		8,4965E-04	70	-1,155E-03	42
		1,8778E-04	71	7,839E-04	43
		-4,7138E-05	72	2,096E-04	44
		3,6265E-04	73	-7,322E-04	45
		9,0562E-05	74	8,013E-04	46
		-4,9376E-04	75	9,781E-05	47
		0,000E+00	1	-5,947E-04	48
		0,000E+00	2	6,998E-04	49
		0,000E+00	3	1,840E-04	50
		0,000E+00	4	-3,866E-05	51
		0,000E+00	6	7,189E-04	52
		0,000E+00	7	1,826E-04	53
		0,000E+00	9	-1,332E-04	54
		0,000E+00	10	7,122E-04	55
		0,000E+00	11	1,557E-04	56
		0,000E+00	12	1,192E-04	57
		0,000E+00	14	8,005E-04	58
		0,000E+00	15	1,970E-04	59
		0,000E+00	17	-4,061E-04	60
		0,000E+00	18	9,049E-04	61
		0,000E+00	19	1,691E-04	62
		0,000E+00	20	-7,852E-04	63
		0,000E+00	21	9,094E-04	64
		0,000E+00	22	2,476E-04	65
		0,000E+00	24	-9,572E-04	66
		0,000E+00	25	8,451E-04	67
		0,000E+00	27	2,289E-04	68
		0,000E+00	28	-2,191E-04	69
		0,000E+00	29	8,496E-04	70
		0,000E+00	30	1,878E-04	71
		0,000E+00	32	-4,714E-05	72
		0,000E+00	33	3,627E-04	73
		0,000E+00	35	9,056E-05	74
		0,000E+00	36	-4,938E-04	75

$$[\Delta_m] = \begin{bmatrix} [\Delta_f] \\ [\Delta_s] \end{bmatrix} =$$

$$[\Delta_{bar}] =$$

Μητρώο Επικόμβιων Μετακινήσεων
του Φορέα για τη μηχανική φόρτιση

Εικόνα Excel 32

14			0,00E+00 5,27E-06 0,00E+00 5,92E-05 0,00E+00 0,00E+00	3 5		-1,05E+01 1,05E+01 0,00E+00 1,05E+01 -1,05E+01 0,00E+00	3 5	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} -14,84 & 3 \\ 14,84 & 5 \end{matrix}$	N (14) = 14,84 <i>εφελκυσμός</i>
Κόμβος αρχής	3	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	5								
15			6,81E-05 0,00E+00 0,00E+00 0,00E+00 2,04E-05 0,00E+00	6 8		7,78E+00 7,78E+00 0,00E+00 -7,78E+00 -7,78E+00 0,00E+00	6 8	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} 11,00 & 6 \\ -11,00 & 8 \end{matrix}$	N (15) = -11,00 <i>θλίψη</i>
Κόμβος αρχής	6	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	8								
16			0,00E+00 1,17E-05 0,00E+00 6,38E-05 0,00E+00 0,00E+00	9 11		-1,23E+01 1,23E+01 0,00E+00 1,23E+01 -1,23E+01 0,00E+00	9 11	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} 17,40 & 9 \\ -17,40 & 11 \end{matrix}$	N (16) = -17,40 <i>θλίψη</i>
Κόμβος αρχής	9	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	11								
17			0,00E+00 0,00E+00 0,00E+00 7,72E-04 9,72E-05 -5,91E-04	1 13		2,23E+01 -2,23E+01 3,34E+01 -2,23E+01 2,23E+01 -3,34E+01	1 13	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} 45,89 & 1 \\ -45,89 & 13 \end{matrix}$	N (17) = -45,89 <i>θλίψη</i>
Κόμβος αρχής	1	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	13								
18			0,00E+00 2,42E-05 0,00E+00 7,72E-04 9,72E-05 -5,91E-04	2 13		6,25E-01 6,25E-01 9,38E-01 -6,25E-01 -6,25E-01 -9,38E-01	2 13	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} 1,29 & 2 \\ -1,29 & 13 \end{matrix}$	N (18) = -1,29 <i>θλίψη</i>
Κόμβος αρχής	2	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	13								
19			0,00E+00 2,42E-05 0,00E+00 1,12E-03 1,62E-04 -1,16E-03	2 14		1,12E+01 -1,12E+01 1,69E+01 -1,12E+01 1,12E+01 -1,69E+01	2 14	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} 23,17 & 2 \\ -23,17 & 14 \end{matrix}$	N (19) = -23,17 <i>θλίψη</i>
Κόμβος αρχής	2	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	14								
20			0,00E+00 5,27E-06 0,00E+00 1,12E-03 1,62E-04 -1,16E-03	3 14		6,82E+00 6,82E+00 1,02E+01 -6,82E+00 -6,82E+00 -1,02E+01	3 14	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} 14,05 & 3 \\ -14,05 & 14 \end{matrix}$	N (20) = -14,05 <i>θλίψη</i>
Κόμβος αρχής	3	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	14								
21			0,00E+00 5,27E-06 0,00E+00 7,84E-04 2,10E-04 -7,32E-04	3 15		7,81E+00 -7,81E+00 1,17E+01 -7,81E+00 7,81E+00 -1,17E+01	3 15	$[Ai]_{μικ} = \begin{matrix} 16,10 & 3 \\ -16,10 & 15 \end{matrix}$	N (21) = -16,10 <i>θλίψη</i>
Κόμβος αρχής	3	$[Di\text{-}bar] =$							
Κόμβος πέρατος	15								

Εικόνα Excel 34

22															
Κόμβος αρχής	4	[D _i -bar] =	0,00E+00	4	[A _i -bar] =	1,10E+01	4	[A _i] _{μικ} =	22,73	4	N (22) =	-22,73	0λίψη		
Κόμβος πέρατος	15		0,00E+00			1,10E+01			-22,73	15					
			7,84E-04			1,65E+01									
			2,10E-04			-1,10E+01									
			-7,32E-04			-1,10E+01									
			-7,32E-04			-1,65E+01									
23															
Κόμβος αρχής	5	[D _i -bar] =	5,92E-05	5	[A _i -bar] =	-2,43E+01	5	[A _i] _{μικ} =	50,06	5	N (23) =	-50,06	0λίψη		
Κόμβος πέρατος	15		0,00E+00			2,43E+01			-50,06	15					
			0,00E+00			3,64E+01									
			7,84E-04			2,43E+01									
			2,10E-04			-2,43E+01									
			-7,32E-04			-3,64E+01									
24															
Κόμβος αρχής	5	[D _i -bar] =	5,92E-05	5	[A _i -bar] =	7,86E-01	5	[A _i] _{μικ} =	1,62	5	N (24) =	-1,62	0λίψη		
Κόμβος πέρατος	16		0,00E+00			7,86E-01			-1,62	16					
			0,00E+00			1,18E+00									
			8,01E-04			-7,86E-01									
			9,78E-05			-7,86E-01									
			-5,95E-04			-1,18E+00									
25															
Κόμβος αρχής	6	[D _i -bar] =	6,81E-05	6	[A _i -bar] =	-2,30E+01	6	[A _i] _{μικ} =	47,39	6	N (25) =	-47,39	0λίψη		
Κόμβος πέρατος	16		0,00E+00			2,30E+01			-47,39	16					
			0,00E+00			3,45E+01									
			8,01E-04			2,30E+01									
			9,78E-05			-2,30E+01									
			-5,95E-04			-3,45E+01									
26															
Κόμβος αρχής	6	[D _i -bar] =	6,81E-05	6	[A _i -bar] =	-1,14E+01	6	[A _i] _{μικ} =	-23,51	6	N (26) =	23,51	εμφεκτισμός		
Κόμβος πέρατος	17		0,00E+00			-1,14E+01			23,51	17					
			0,00E+00			-1,71E+01									
			7,00E-04			1,14E+01									
			1,84E-04			1,14E+01									
			-3,87E-05			1,71E+01									
27															
Κόμβος αρχής	7	[D _i -bar] =	0,00E+00	7	[A _i -bar] =	-6,04E+01	7	[A _i] _{μικ} =	124,42	7	N (27) =	-124,42	0λίψη		
Κόμβος πέρατος	17		0,00E+00			6,04E+01			-124,42	17					
			0,00E+00			9,05E+01									
			7,00E-04			6,04E+01									
			1,84E-04			-6,04E+01									
			-3,87E-05			-9,05E+01									
28															
Κόμβος αρχής	8	[D _i -bar] =	0,00E+00	8	[A _i -bar] =	-1,39E+01	8	[A _i] _{μικ} =	28,59	8	N (28) =	-28,59	0λίψη		
Κόμβος πέρατος	17		2,04E-05			-1,39E+01			-28,59	17					
			0,00E+00			2,08E+01									
			7,00E-04			1,39E+01									
			1,84E-04			1,39E+01									
			-3,87E-05			-2,08E+01									
29															
Κόμβος αρχής	8	[D _i -bar] =	0,00E+00	8	[A _i -bar] =	-1,14E+01	8	[A _i] _{μικ} =	23,47	8	N (29) =	-23,47	0λίψη		
Κόμβος πέρατος	18		2,04E-05			1,14E+01			-23,47	18					
			0,00E+00			1,71E+01									
			7,19E-04			1,14E+01									
			1,83E-04			-1,14E+01									
			-1,33E-04			-1,71E+01									

Εικόνα Excel 35

30	Κόμβος αρχής 9 Κόμβος πέρατος 18	[Di-bar] = 0,00E+00 1,17E-05 0,00E+00 7,19E-04 1,83E-04 -1,33E-04	9 18	[Ai-bar] = -1,64E+01 -1,64E+01 2,46E+01 1,64E+01 1,64E+01 -2,46E+01	9 18	[Ai] _{μικ} = 33,81 -33,81	9 18	N (30) = -33,81 <i>θλίψη</i>
31	Κόμβος αρχής 9 Κόμβος πέρατος 19	[Di-bar] = 0,00E+00 1,17E-05 0,00E+00 7,12E-04 1,56E-04 1,19E-04	9 19	[Ai-bar] = -5,86E+00 5,86E+00 8,79E+00 5,86E+00 -5,86E+00 -8,79E+00	9 19	[Ai] _{μικ} = 12,08 -12,08	9 19	N (31) = -12,08 <i>θλίψη</i>
32	Κόμβος αρχής 10 Κόμβος πέρατος 19	[Di-bar] = 0,00E+00 0,00E+00 0,00E+00 7,12E-04 1,56E-04 -1,19E-04	10 19	[Ai-bar] = -7,25E+01 -7,25E+01 1,09E+02 7,25E+01 7,25E+01 -1,09E+02	10 19	[Ai] _{μικ} = 149,41 -149,41	10 19	N (32) = -149,41 <i>θλίψη</i>
33	Κόμβος αρχής 11 Κόμβος πέρατος 19	[Di-bar] = 6,38E-05 0,00E+00 0,00E+00 7,12E-04 1,56E-04 1,19E-04	11 19	[Ai-bar] = -1,01E+01 1,01E+01 -1,52E+01 1,01E+01 -1,01E+01 1,52E+01	11 19	[Ai] _{μικ} = -20,84 20,84	11 19	N (33) = 20,84 <i>εφελκυσμός</i>
34	Κόμβος αρχής 11 Κόμβος πέρατος 20	[Di-bar] = 6,38E-05 0,00E+00 0,00E+00 8,01E-04 1,97E-04 -4,06E-04	11 20	[Ai-bar] = -2,32E+01 -2,32E+01 3,48E+01 2,32E+01 2,32E+01 -3,48E+01	11 20	[Ai] _{μικ} = 47,87 -47,87	11 20	N (34) = -47,87 <i>θλίψη</i>
35	Κόμβος αρχής 12 Κόμβος πέρατος 20	[Di-bar] = 6,20E-05 0,00E+00 0,00E+00 8,01E-04 1,97E-04 -4,06E-04	12 20	[Ai-bar] = 1,02E+00 -1,02E+00 1,53E+00 -1,02E+00 1,02E+00 -1,53E+00	12 20	[Ai] _{μικ} = 2,10 -2,10	12 20	N (35) = -2,10 <i>θλίψη</i>
36	Κόμβος αρχής 12 Κόμβος πέρατος 13	[Di-bar] = 6,20E-05 0,00E+00 0,00E+00 7,72E-04 9,72E-05 -5,91E-04	12 13	[Ai-bar] = -2,55E+01 -2,55E+01 3,83E+01 2,55E+01 2,55E+01 -3,83E+01	12 13	[Ai] _{μικ} = 52,58 -52,58	12 13	N (36) = -52,58 <i>θλίψη</i>
37	Κόμβος αρχής 13 Κόμβος πέρατος 14	[Di-bar] = 7,72E-04 9,72E-05 -5,91E-04 1,12E-03 1,62E-04 -1,16E-03	13 14	[Ai-bar] = 0,00E+00 -1,88E+01 0,00E+00 0,00E+00 1,88E+01 0,00E+00	13 14	[Ai] _{μικ} = 18,75 -18,75	13 14	N (37) = -18,75 <i>θλίψη</i>
38	Κόμβος αρχής 14 Κόμβος πέρατος 15	[Di-bar] = 1,12E-03 1,62E-04 -1,16E-03 7,84E-04 2,10E-04 -7,32E-04	14 15	[Ai-bar] = 0,00E+00 -1,39E+01 0,00E+00 0,00E+00 1,39E+01 0,00E+00	14 15	[Ai] _{μικ} = 13,92 -13,92	14 15	N (38) = -13,92 <i>θλίψη</i>
39	Κόμβος αρχής 15 Κόμβος πέρατος 16	[Di-bar] = 7,84E-04 2,10E-04 -7,32E-04 8,01E-04 9,78E-05 -5,95E-04	15 16	[Ai-bar] = -5,06E+00 0,00E+00 0,00E+00 5,06E+00 0,00E+00 0,00E+00	15 16	[Ai] _{μικ} = -5,06 5,06	15 16	N (39) = 5,06 <i>εφελκυσμός</i>
40	Κόμβος αρχής 16 Κόμβος πέρατος 17	[Di-bar] = 8,01E-04 9,78E-05 -5,95E-04 7,00E-04 1,84E-04 -3,87E-05	16 17	[Ai-bar] = 2,95E+01 0,00E+00 0,00E+00 -2,95E+01 0,00E+00 0,00E+00	16 17	[Ai] _{μικ} = 29,48 -29,48	16 17	N (40) = -29,48 <i>θλίψη</i>
41	Κόμβος αρχής 17 Κόμβος πέρατος 18	[Di-bar] = 7,00E-04 1,84E-04 -3,87E-05 7,19E-04 1,83E-04 -1,33E-04	17 18	[Ai-bar] = 0,00E+00 4,11E-01 0,00E+00 0,00E+00 -4,11E-01 0,00E+00	17 18	[Ai] _{μικ} = 0,41 -0,41	17 18	N (41) = -0,41 <i>θλίψη</i>
42	Κόμβος αρχής 18 Κόμβος πέρατος 19	[Di-bar] = 7,19E-04 1,83E-04 -1,33E-04 7,12E-04 1,56E-04 1,19E-04	18 19	[Ai-bar] = 0,00E+00 7,80E+00 0,00E+00 0,00E+00 -7,80E+00 0,00E+00	18 19	[Ai] _{μικ} = 7,80 -7,80	18 19	N (42) = -7,80 <i>θλίψη</i>
43	Κόμβος αρχής 19 Κόμβος πέρατος 20	[Di-bar] = 7,12E-04 1,56E-04 1,19E-04 8,01E-04 1,97E-04 -4,06E-04	19 20	[Ai-bar] = -2,57E+01 0,00E+00 0,00E+00 2,57E+01 0,00E+00 0,00E+00	19 20	[Ai] _{μικ} = 25,67 -25,67	19 20	N (43) = -25,67 <i>θλίψη</i>
44	Κόμβος αρχής 13 Κόμβος πέρατος 20	[Di-bar] = 7,72E-04 9,72E-05 -5,91E-04 8,01E-04 1,97E-04 -4,06E-04	13 20	[Ai-bar] = -8,16E+00 0,00E+00 0,00E+00 8,16E+00 0,00E+00 0,00E+00	13 20	[Ai] _{μικ} = -8,16 8,16	13 20	N (44) = 8,16 <i>εφελκυσμός</i>
45	Κόμβος αρχής 14 Κόμβος πέρατος 20	[Di-bar] = 1,12E-03 1,62E-04 -1,16E-03 8,01E-04 1,97E-04 -4,06E-04	14 20	[Ai-bar] = 2,95E+01 2,95E+01 0,00E+00 -2,95E+01 -2,95E+01 0,00E+00	14 20	[Ai] _{μικ} = 41,77 -41,77	14 20	N (45) = -41,77 <i>θλίψη</i>

Εικόνα Excel 36

46	Κόμβος αρχής	14	[Di-bar] =	1,12E-03	14	[Ai-bar] =	2,65E+01	14	[Ai]μικ =	37,50	14	N (46) = -37,50							
	Κόμβος πέρατος	16		1,62E-04			14			-37,50			16	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00
				-1,16E-03						-2,65E+01									0,00E+00
				8,01E-04								0,00E+00							
				9,78E-05								0,00E+00							
				-5,95E-04								0,00E+00							
47	Κόμβος αρχής	16	[Di-bar] =	8,01E-04	16	[Ai-bar] =	-2,51E-01	16	[Ai]μικ =	-0,35	16	N (47) = 0,35							
	Κόμβος πέρατος	18		9,78E-05			16			0,00E+00			18	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00		
				-5,95E-04						-2,51E-01									0,00E+00
				7,19E-04								0,00E+00							
				1,83E-04								0,00E+00							
				-1,33E-04								0,00E+00							
48	Κόμβος αρχής	18	[Di-bar] =	7,19E-04	18	[Ai-bar] =	-6,90E+00	18	[Ai]μικ =	9,76	18	N (48) = -9,76							
	Κόμβος πέρατος	20		1,83E-04			18			0,00E+00			20	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00		
				-1,33E-04						-6,90E+00									0,00E+00
				8,01E-04								0,00E+00							
				1,97E-04								0,00E+00							
				-4,06E-04								0,00E+00							
49	Κόμβος αρχής	13	[Di-bar] =	7,72E-04	13	[Ai-bar] =	2,42E+01	13	[Ai]μικ =	49,96	13	N (49) = -49,96							
	Κόμβος πέρατος	21		9,72E-05			13			-2,42E+01			21	-2,42E+01	-2,42E+01	-2,42E+01	-2,42E+01	-2,42E+01	
				-5,91E-04						3,64E+01									0,00E+00
				9,05E-04								0,00E+00							
				1,69E-04								0,00E+00							
				-7,85E-04								0,00E+00							
50	Κόμβος αρχής	14	[Di-bar] =	1,12E-03	14	[Ai-bar] =	-5,17E+00	14	[Ai]μικ =	-10,67	14	N (50) = 10,67							
	Κόμβος πέρατος	21		1,62E-04			14			-7,76E+00			21	5,17E+00	5,17E+00	5,17E+00	5,17E+00		
				-1,16E-03						-5,17E+00									0,00E+00
				9,05E-04								0,00E+00							
				1,69E-04								0,00E+00							
				-7,85E-04								0,00E+00							
51	Κόμβος αρχής	14	[Di-bar] =	1,12E-03	14	[Ai-bar] =	4,46E-02	14	[Ai]μικ =	0,09	14	N (51) = -0,09							
	Κόμβος πέρατος	22		1,62E-04			14			-4,46E-02			22	-4,46E-02	-4,46E-02	-4,46E-02	-4,46E-02		
				-1,16E-03						6,68E-02									0,00E+00
				9,09E-04								0,00E+00							
				2,48E-04								0,00E+00							
				-9,57E-04								0,00E+00							
52	Κόμβος αρχής	15	[Di-bar] =	7,84E-04	15	[Ai-bar] =	1,83E+01	15	[Ai]μικ =	37,72	15	N (52) = -37,72							
	Κόμβος πέρατος	22		2,10E-04			15			-2,74E+01			22	-1,83E+01	-1,83E+01	-1,83E+01	-1,83E+01		
				-7,32E-04						2,74E+01									0,00E+00
				9,09E-04								0,00E+00							
				2,48E-04								0,00E+00							
				-9,57E-04								0,00E+00							
53	Κόμβος αρχής	16	[Di-bar] =	8,01E-04	16	[Ai-bar] =	-7,56E+00	16	[Ai]μικ =	15,58	16	N (53) = -15,58							
	Κόμβος πέρατος	22		9,78E-05			16			1,13E+01			22	7,56E+00	7,56E+00	7,56E+00	7,56E+00		
				-5,95E-04						-7,56E+00									0,00E+00
				9,09E-04								0,00E+00							
				2,48E-04								0,00E+00							
				-9,57E-04								0,00E+00							

Εικόνα Excel 37

54	Κόμβος αρχής	16	[Di-bar] =	8,01E-04	16	[Ai-bar] =	-1,11E+01	16	[Ai] _{μικ} =	-22,91	16	N (54) = 22,91 <i>εφελκυσμός</i>
		Κόμβος πέρατος		23			-5,95E-04			-1,11E+01		
			8,45E-04		1,11E+01							
			2,29E-04		1,11E+01							
		-2,19E-04					1,67E+01					
55	Κόμβος αρχής	17	[Di-bar] =	7,00E-04	17	[Ai-bar] =	-3,90E+01	17	[Ai] _{μικ} =	80,45	17	N (55) = -80,45 <i>θλίψη</i>
		Κόμβος πέρατος		23			-3,87E-05			3,90E+01		
			8,45E-04		5,85E+01							
			2,29E-04		3,90E+01							
		-2,19E-04					-3,90E+01					
		-5,85E+01					-5,85E+01					
56	Κόμβος αρχής	18	[Di-bar] =	7,19E-04	18	[Ai-bar] =	-4,54E+00	18	[Ai] _{μικ} =	9,35	18	N (56) = -9,35 <i>θλίψη</i>
		Κόμβος πέρατος		23			-1,33E-04			6,81E+00		
			8,45E-04		4,54E+00							
			2,29E-04		4,54E+00							
		-2,19E-04					-6,81E+00					
57	Κόμβος αρχής	18	[Di-bar] =	7,19E-04	18	[Ai-bar] =	5,32E-02	18	[Ai] _{μικ} =	-0,11	18	N (57) = 0,11 <i>εφελκυσμός</i>
		Κόμβος πέρατος		24			-1,33E-04			-5,32E-02		
			8,50E-04		-5,32E-02							
			1,88E-04		5,32E-02							
		-4,71E-05					7,98E-02					
58	Κόμβος αρχής	19	[Di-bar] =	7,12E-04	19	[Ai-bar] =	-4,41E+01	19	[Ai] _{μικ} =	90,86	19	N (58) = -90,86 <i>θλίψη</i>
		Κόμβος πέρατος		24			1,19E-04			6,61E+01		
			8,50E-04		4,41E+01							
			1,88E-04		4,41E+01							
		-4,71E-05					-6,61E+01					
59	Κόμβος αρχής	20	[Di-bar] =	8,01E-04	20	[Ai-bar] =	-8,98E+00	20	[Ai] _{μικ} =	-18,52	20	N (59) = 18,52 <i>εφελκυσμός</i>
		Κόμβος πέρατος		24			-4,06E-04			-1,35E+01		
			8,50E-04		8,98E+00							
			1,88E-04		-8,98E+00							
		-4,71E-05					1,35E+01					
60	Κόμβος αρχής	20	[Di-bar] =	8,01E-04	20	[Ai-bar] =	-9,71E+00	20	[Ai] _{μικ} =	20,02	20	N (60) = -20,02 <i>θλίψη</i>
		Κόμβος πέρατος		21			-4,06E-04			1,46E+01		
			9,05E-04		9,71E+00							
			1,69E-04		9,71E+00							
		-7,85E-04					-1,46E+01					
61	Κόμβος αρχής	21	[Di-bar] =	9,05E-04	21	[Ai-bar] =	0,00E+00	21	[Ai] _{μικ} =	20,33	21	N (61) = -20,33 <i>θλίψη</i>
		Κόμβος πέρατος		22			-7,85E-04			0,00E+00		
			9,09E-04		0,00E+00							
			2,48E-04		2,03E+01							
		-9,57E-04					0,00E+00					

Εικόνα Excel 38

