



Ψηφιακός
Μετασχηματισμός
και Εκπαιδευτική Πράξη

ΔΙΙΔΡΥΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής, Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Υπολογιστών

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Χρήση Ψηφιακού Υλικού για τη Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας σε
Μαθητές Δημοτικού

Ειρήνη Κολαζά

A.M.: msc-ditrep19012

ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ: Μαρία Λάτση, Δρ., συνεργάτης ΠΑΔΑ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ: Μαρία Λάτση, Δρ., συνεργάτης ΠΑΔΑ
Χρόνης Κυνηγός, Καθηγητής
Αικατερίνη Κασιμάτη, Καθηγήτρια

Ιούνιος 2022



Χρήση Ψηφιακού Υλικού για τη Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας σε Μαθητές Δημοτικού

Η διπλωματική εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι Εξεταστική Επιτροπή:

Α/ α	ΟΝΟΜΑ ΕΠΩΝΥΜΟ	ΒΑΘΜΙΑΔΑ/ΙΔΙΟΤΗΤΑ	ΨΗΦΙΑΚΗ ΥΠΟΓΡΑΦΗ
	Μαρία Λάτση	Δρ., συνεργάτης ΠΑΔΑ	
	Χρόνης Κυνηγός	Καθηγητής	
	Αικατερίνη Κασιμάτη	Καθηγήτρια	

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η κάτωθι υπογεγραμμένη Ειρήνη Κολαζά του Χρήστου, με αριθμό μητρώου msc-ditrep19012, φοιτήτρια του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών Ψηφιακός Μετασχηματισμός και Εκπαιδευτική Πράξη του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής και Υπολογιστών της Σχολής Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, δηλώνω ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

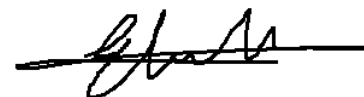
**Επιθυμώ την απαγόρευση πρόσβασης στο πλήρες κείμενο της εργασίας μου μέχρι και έπειτα από αίτηση μου στη Βιβλιοθήκη και έγκριση του επιβλέποντα καθηγητή.*

*** Ονοματεπώνυμο /Ιδιότητα**

Ψηφιακή Υπογραφή Επιβλέποντα

Ο/Η Δηλών/ούσα

Ειρήνη Κολαζά



**** Εάν κάποιος επιθυμεί απαγόρευση πρόσβασης στην εργασία για χρονικό διάστημα 6-12 μηνών (embargo), θα πρέπει να υπογράψει ψηφιακά ο/η επιβλέπων/ουσα καθηγητής/τρια, για να γνωστοποιεί ότι είναι ενημερωμένος/η και συναινεί. Οι λόγοι χρονικού αποκλεισμού πρόσβασης περιγράφονται αναλυτικά στις πολιτικές του Ι.Α. (σελ. 6):***

https://www.uniwa.gr/wp-content/uploads/2021/01/%CE%A0%CE%BF%CE%BB%CE%B9%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%B5%CC%81%CF%82_%CE%99%CE%B4%CF%81%CF%85%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%BF%CF%85%CC%81_%CE%91%CF%80%CE%BF%CE%B8%CE%B5%CF%84%CE%B7%CF%81%CE%B9%CC%81%CE%BF%CF%85_final.pdf

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα έρευνα προσανατολίζεται στις αντιλήψεις των μαθητών της Α' δημοτικού σχετικά με την έννοια της αξονικής συμμετρίας μέσω της ενασχόλησής τους με διάφορα σχήματα, τόσο σε ενασχόληση με έντυπα φύλλα εργασίας όσο και με ψηφιακά δομήματα. Η διδασκαλία πραγματοποιήθηκε μέσω δύο δίωρων ομαδοσυνεργατικών και εποικοδομητικού τύπου διδακτικών παρεμβάσεων με χρήση ψηφιακών εργαλείων και εφαρμογών. Τα μαθησιακά αποτελέσματα που προέκυψαν και τα στοιχεία που συλλέχθηκαν, έχουν αναλυθεί με τη μέθοδο της θεματικής ανάλυσης.

Η ποιοτική επεξεργασία των αποτελεσμάτων ανέδειξε τις αντιλήψεις των μαθητών αναφορικά με τη μαθησιακή ενότητα των μετασχηματισμών στη γεωμετρία και συγκεκριμένα της αξονικής συμμετρίας, καθώς επίσης και τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν. Ειδικότερα, δημιουργήθηκαν τέσσερις θεματικές ενότητες. Ως πρώτο θέμα αναδείχθηκε η «Ανάκληση γνώσεων και ο συλλογισμός της έννοιας της συμμετρίας μέσω καθοδήγησης». Από την εν λόγω θεματική προέκυψε πως καταλήγουν οι μαθητές να σκέφτονται μαθηματικά προβλήματα μέσω της εκπαιδευτικής καθοδήγησης από τον ερευνητή. Επιβεβαιώνεται, ακόμη, πως προηγούμενες εμπειρίες των μαθητών τους βοηθούν να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις της δραστηριότητας, να δομούν τη νέα γνώση και να κατανοούν την έννοια της συμμετρίας σταδιακά. Ως δεύτερη θεματική αναδείχθηκε η «Επιλεκτική αντίληψη συμμετρίας και θέσης μέσα από τα τεχνολογικά μέσα». Σε αυτή τη θεματική προκύπτει πως μέσω των ψηφιακών εργαλείων και εφαρμογών και των επιμέρους δραστηριοτήτων ενισχύονται οι αισθητηριακές δεξιότητες των μαθητών, ενώ φτάνουν σιγά σιγά προς την πρόσκτηση και εφαρμογή της γεωμετρικής σκέψης και συγκεκριμένα της συμμετρίας και αναλογίας των σχημάτων και αντικειμένων. Το τρίτο θέμα που προέκυψε από την ανάλυση των δεδομένων είναι το «Επίπεδο γνωστικής δυσκολίας και ευκολίας εντοπισμού της συμμετρίας» όπου διαφάνηκε το γνωστικό επίπεδο των μαθητών της Α' Δημοτικού. Η γνωστική δυσκολία έγκειται στον σχηματισμό άλλων αξόνων πέραν του κάθετου άξονα συμμετρίας και στον σχεδιασμό του συμμετρικού ενός σχήματος, ενώ η ευκολία αναγνώρισης της συμμετρίας επέρχεται μέσω της δίπλωσης του χαρτιού, είτε πραγματικά είτε νοητά. Ο τελευταίος θεματικός άξονας αφορά την ενίσχυση της δημιουργικότητας και της φαντασίας των μαθητών, η οποία πυροδοτήθηκε μέσω της ενασχόλησής τους με τις ψηφιακές εφαρμογές.

Τέλος, η διδακτική αξιοποίηση ψηφιακών εργαλείων στα Μαθηματικά φαίνεται πως ενισχύει τις οπτικές αναπαραστάσεις των παιδιών και μπορεί να βοηθήσει στην καλύτερη κατανόηση της έννοιας της συμμετρίας και των αξόνων συμμετρίας, ενώ παράλληλα αυξάνεται η συμμετοχή τους και καλλιεργείται η δημιουργικότητά τους.

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ: Εκπαιδευτική Τεχνολογία και Μαθηματικά

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: γεωμετρία, αξονική συμμετρία, διδακτικό σενάριο, δημοτικό σχολείο, ψηφιακά εργαλεία στην εκπαίδευση

ABSTRACT

The present research is oriented towards the perceptions of the first-grade students regarding the concept of axial symmetry through their involvement with various shapes, both in dealing with printed worksheets and with digital structures. The teaching was carried out through two two-hour teamwork and constructive type of teaching interventions using digital tools and applications. The learning outcomes obtained and the data collected have been analyzed by the method of thematic analysis.

The qualitative process of the results highlighted the students' perceptions regarding the learning unit of transformations in geometry and specifically of axial symmetry, as well as the difficulties they face. In particular, four thematic units were created. The first theme was "Evocation of knowledge and the reasoning of the concept of symmetry through guidance". From this topic emerged that students end up thinking about math problems through educational guidance from the researcher. It is also confirmed that previous experiences of the students help them to meet the requirements of the activity, to structure the new knowledge and to understand the concept of symmetry gradually. As a second theme, the "Selective perception of symmetry and position through technological tools" was highlighted. In this theme, it emerges that through the digital tools and applications and the individual activities, the sensory skills of the students are enhanced, while they are slowly reaching towards the acquisition and application of geometrical thinking and specifically the symmetry and proportion of shapes and objects. The third topic that emerged from the data analysis is the "Level of cognitive difficulty and ease of identifying symmetry" where the first-grade students' cognitive level was revealed. Cognitive difficulty is rooted in the formation of axes other than the vertical axis of symmetry and in the design of a shape's symmetrical, while the ease of recognizing symmetry occurs through the folding of paper, either really or conceivably. The last thematic unit concerns the enhancement of students' creativity and imagination, which was triggered through their involvement with digital applications.

Finally, the didactic use of digital tools in mathematics seems to enhance children's visual representations and helps to better understanding of the concept of symmetry, the axes of symmetry, while increasing their participation and cultivating their creativity.

SUBJECT AREA: Educational Technology and Mathematics

KEYWORDS: geometry, axial symmetry, didactic scenario, primary school, digital tools in education

Περιεχόμενα

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	8
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	9
1. Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΚΛΑΔΟΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ	10
1.1 Η σημασία της γεωμετρίας.....	10
1.2 Τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των van Hiele	10
1.3 Η γεωμετρία εξαρτάται από οπτικά εφέ, τεχνολογία και οπτικές εφαρμογές	11
1.4 Η έννοια του χώρου.....	12
1.5 Η έννοια της αντίληψης	13
2. Η ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	14
2.1 Ορισμοί.....	14
2.2 Συμμετρία και νέες τεχνολογίες	15
2.3 Η συμμετρία στην εκπαίδευση.....	16
2.4 Συμπεράσματα ερευνών για τη διδασκαλία της συμμετρίας σε μαθητές διαφόρων εκπαιδευτικών βαθμίδων	17
3. ΟΙ ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ.....	20
3.1 Η αξία της ενσωμάτωσης νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση	20
3.2 Ο εκπαιδευτικός ως σχεδιαστής διδακτικών αντικειμένων και σχεδίων διδασκαλίας	22
4. ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ	24
4.1 Μαθηματική έννοια	24
4.2 Δυσκολία μάθησης Μαθηματικών	24
4.3 Η Σημασία της άρθρωσης των εννοιών του στόχου από τον εκπαιδευτικό	24
4.4 Νέα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ)	24
5. ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ	26
5.1 Θεωρίες μάθησης.....	26
5.2 Διδακτικές τεχνικές.....	28
6. ΤΑ ΨΗΦΙΑΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΚΑΙ ΤΑ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΤΟΥΣ ΣΤΟ ΠΑΡΟΝ ΣΕΝΑΡΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	29
6.1 Ψηφιακά εργαλεία	29
6.2 Καινοτομίες.....	31
6.3 Πρόσθετη παιδαγωγική αξία.....	31
7. ΈΡΕΥΝΑ - ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΣΕΝΑΡΙΟ «Η ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΠΑΝΤΟΥ ΓΥΡΩ ΜΑΣ»	33
7.1 Ταυτότητα σεναρίου.....	33

Τίτλος:	33
7.2 Σκεπτικό του σεναρίου	33
7.3 Εκπαιδευτικό πρόβλημα.....	34
7.4 Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα	34
7.5 Προαπαιτούμενες γνώσεις.....	35
7.6 Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία.....	36
7.7 Κοινωνική εννοχήστρωση	36
7.8 Περιγραφή δραστηριοτήτων.....	36
8. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ	47
8.1 Ερευνητικό θέμα	47
8.2 Σκοπός Έρευνας.....	48
8.3 Ερευνητικά ερωτήματα.....	48
8.4 Πληθυσμός.....	48
8.5 Η ποιοτική έρευνα.....	48
8.6 Η συνέντευξη και η παρατήρηση ως εργαλεία συλλογής ποιοτικών δεδομένων	49
8.7 Θεματική Ανάλυση περιεχομένου	50
8.8 Θέματα ηθικής και δεοντολογίας της έρευνας	52
8.9 Περιορισμοί της έρευνας.....	52
9. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	52
9.1 Θεματικός Άξονας: Ανάκληση Γνώσεων και Συλλογισμός Έννοιας της Συμμετρίας μέσω Καθοδήγησης	52
9.2 Θεματικός Άξονας: Επιλεκτική Αντίληψη Συμμετρίας και Θέσης Μέσα από τα Τεχνολογικά Μέσα	56
9.3 Θεματικός Άξονας: Επίπεδο Γνωστικής Δυσκολίας και Ευκολίας Εντοπισμού της Συμμετρίας.....	60
9.4 Θεματικός Άξονας: Η ενίσχυση της δημιουργικότητας και της φαντασίας των παιδιών	63
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ/ ΣΥΖΗΤΗΣΗ	65
ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ	70
ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ.....	70
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι	71
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ	71

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ο τομέας της εκπαίδευσης έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον για εμένα και πιστεύω πως αποτελεί χρέος των εκπαιδευτικών να ενημερώνονται για τα νέα δεδομένα και να διαμορφώνουν τη διδασκαλία τους με τρόπο τέτοιο που να κινητοποιεί τους μαθητές, να τους ωθεί να σκέφτονται, να προβληματίζονται και να διερευνούν. Κατά τη διάρκεια μιας διδασκαλίας είναι μείζονος σημασίας ο εκπαιδευτικός να μπορεί “να κάνει ένα βήμα πίσω” ώστε να δώσει τη δυνατότητα στους μαθητές του να πρωταγωνιστήσουν. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω μιας μαθητοκεντρικής προσέγγισης, κατά την οποία τα παιδιά έχουν ενεργό ρόλο, εμπλέκονται βιωματικά και τελικά οδηγούνται σταδιακά στην ανακάλυψη της γνώσης.

Σκεπτόμενη τα παραπάνω σχεδίασα ένα σενάριο διδασκαλίας Μαθηματικών κατά τη διάρκεια του οποίου αξιοποιούνται ψηφιακά εργαλεία και υλοποιώντας το πραγματοποίησα την έρευνά μου σε μαθητές δημοτικού. Επέλεξα τον τομέα της γεωμετρίας και ειδικότερα, της αξονικής συμμετρίας. Τα μαθήματα γεωμετρίας είναι ευχάριστα για τα παιδιά, αν και οι εκπαιδευτικοί συχνά τα προσπερνούν κάπως βιαστικά δίνοντας μεγαλύτερη βαρύτητα και προσοχή στις υπόλοιπες ενότητες της διδακτέας ύλης. Καθώς είμαι εν ενεργεία εκπαιδευτικός Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης, επέλεξα να υλοποιήσω την έρευνα με τους μαθητές μου που φοιτούσαν στην Α' δημοτικού κατά το σχολικό έτος 2021-2022 σε ιδιωτικό σχολείο του Βορείου Τομέα Αθηνών.

Η έμπνευση για την εκπόνηση αυτής της εργασίας προήλθε αφενός από την αγάπη μου για τα Μαθηματικά και αφετέρου από τις δυσκολίες που αντιμετώπισα ως μαθήτρια στο συγκεκριμένο μάθημα. Καρπός αυτής της ερευνητικής προσπάθειας αποτελεί και η συνειδητοποίηση της ανάγκης για συστηματική διερεύνηση της συμβολής των ψηφιακών εργαλείων στην εκπαιδευτική διαδικασία. Οι έρευνες που διεξάγονται παγκοσμίως αναφορικά με τις δυσκολίες και παρανοήσεις που αντιμετωπίζουν οι μαθητές και εκείνες που παρουσιάζουν τα αποτελέσματα της ενσωμάτωσης των νέων τεχνολογιών στις εκπαιδευτικές διαδικασίες έχουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Παράλληλα, συμβάλλουν στην βαθύτερη κατανόηση του θεμάτων μαθηματικού περιεχομένου και την ανακάλυψη εκπαιδευτικών πρακτικών που έχουν νόημα για τα ίδια τα παιδιά και προωθούν την αγάπη τους για μάθηση.

Ολοκληρώνοντας τη διπλωματική μου εργασία θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά την επιβλέπουσα καθηγήτριά μου, Μαρία Λάτση, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την αμέριστη βοήθειά της, καθώς επίσης και τον κύριο Χρόνη Κυνηγό για την ουσιαστική του συμβολή στην επιλογή του θέματος της εργασίας μου και της έμπνευσης που μου παρείχε κατά τη διάρκεια των μαθημάτων του. Ακόμη, ευχαριστώ πολύ την κυρία Κατερίνα Κασιμάτη, που με τιμά με τη συμμετοχή της στην τριμελή επιτροπή. Ευχαριστίες οφείλω ακόμη στους γονείς που χωρίς δεύτερη σκέψη έδωσαν τη συγκατάθεσή τους για τη συμμετοχή των παιδιών τους στην ερευνητική διαδικασία. Τέλος, νιώθω την ανάγκη να πω ένα μεγάλο “ευχαριστώ” και να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους γονείς μου, Χρήστο και Ελένη, και στην αδερφή μου, Ευαγγελία, που είναι δίπλα μου σε κάθε βήμα και με στηρίζουν πάντα.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα εργασία διερευνά τις δυσκολίες των μαθητών της Α' δημοτικού στην αξονική συμμετρία και παράλληλα τον βαθμό ανταπόκρισής τους σε μαθήματα που ενσωματώνουν τη χρήση ψηφιακών μέσων και εφαρμογών. Ειδικότερα, το πρώτο κεφάλαιο αναφέρεται στη γεωμετρία ως κλάδο των μαθηματικών και στην αξία που αυτή έχει. Το δεύτερο κεφάλαιο πραγματεύεται την έννοια της συμμετρίας στην εκπαίδευση, ενώ παράλληλα παρουσιάζονται τα συμπεράσματα ερευνών όπως προέκυψαν από τη διδασκαλία της συμμετρίας σε μαθητές διαφόρων εκπαιδευτικών βαθμίδων.

Το τρίτο κεφάλαιο αναδεικνύει τη συμβολή των νέων τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία και κάνει αναφορά στον ρόλο του εκπαιδευτικού ως σχεδιαστή διδακτικών αντικειμένων και σχεδίων διδασκαλίας, καθώς επίσης και στον τρόπο με το οποίο ενσωματώνει τα ψηφιακά μέσα στη διδασκαλία του. Το τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζει τις δυσκολίες που προκύπτουν κατά τη μάθηση των Μαθηματικών γνωστοποιώντας παράλληλα τις θετικές προσδοκίες που αναδύονται μέσω των Νέων Αναλυτικών Προγραμμάτων Σπουδών.

Τα κεφάλαια που ακολουθούν, το πέμπτο και το έκτο κεφάλαιο, αναφέρονται στις θεωρίες μάθησης και τις διδακτικές τεχνικές βάσει των οποίων έχει σχεδιαστεί το σενάριο διδασκαλίας που ακολουθεί. Ακόμη, γίνεται μια παρουσίαση των ψηφιακών εργαλείων που χρησιμοποιούνται και της πρόσθετης παιδαγωγικής αξίας που αυτά προσφέρουν.

Το έβδομο κεφάλαιο αποτελεί το σενάριο διδασκαλίας, όπου δίνονται όλες οι απαραίτητες πληροφορίες για την υλοποίησή του, καθώς επίσης και αναλυτική περιγραφή των δραστηριοτήτων. Τα δεδομένα της ποιοτικής έρευνας συλλέχθηκαν κατά τη διάρκεια υλοποίησης αυτού του σεναρίου. Ως συνέχεια της ερευνητικής διαδικασίας, ακολουθεί το όγδοο κεφάλαιο στο οποίο περιγράφεται αναλυτικά η μεθοδολογία της έρευνας που ακολουθήθηκε, ο σκοπός, τα ερευνητικά ερωτήματα, ο πληθυσμός, το εργαλείο συλλογής δεδομένων, η μέθοδος ανάλυσης των δεδομένων, τα θέματα ηθικής και δεοντολογίας και οι περιορισμοί που υπάρχουν. Έπειτα, το ένατο κεφάλαιο περιλαμβάνει την ανάλυση των αποτελεσμάτων της έρευνας.

Τέλος, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της παρούσας μελέτης συνδυαστικά με τη συζήτηση, ένας πίνακας ορολογίας, ένας πίνακας αρκτικόλεξων, ένα παράρτημα το οποίο εξηγεί τη σημασία των συμβόλων απομαγνητοφώνησης και οι βιβλιογραφικές αναφορές στις οποίες βασίστηκε το θεωρητικό μέρος της παρούσας εργασίας.

1. Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΚΛΑΔΟΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Η γεωμετρία αποτελεί ένα σημαντικό αντικείμενο των σχολικών μαθημάτων και διδάσκεται από την πρώτη επαφή των παιδιών με το σχολικό περιβάλλον, στην τάξη του νηπιαγωγείου. Τα σχήματα συναντώνται σε δύο και τρεις διαστάσεις (δισδιάστατα, τρισδιάστατα) και υπάρχουν πολλοί τρόποι να περιγράψει κάποιος τις ιδιότητές τους και να εξηγήσει τις ομοιότητες και διαφορές τους. Με όσους περισσότερους τρόπους τα παιδιά κληθούν να ταξινομήσουν τα σχήματα τόσο περισσότερες πιθανότητες υπάρχουν να τα κατανοήσουν. Όπως και άλλοι τομείς των μαθηματικών, η γεωμετρία βασίζεται πολύ συχνά στην επίλυση προβλήματος.

Δύο είναι οι βασικότερες προσεγγίσεις που αξίζουν την προσοχή των εκπαιδευτικών:

α) Η ανάπτυξη της αίσθησης του χώρου και της γεωμετρικής σκέψης.

β) Η κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών, η αντίστοιχη ορολογία και τα σύμβολα.

Προέχει η ανάπτυξη του γεωμετρικού τρόπου σκέψης και όχι η εκμάθηση όρων/εννοιών δια της παπαγαλίας (Van de Walle, 2005).

1.1 Η σημασίας της γεωμετρίας

Η διδασκαλία της γεωμετρίας έχει ιδιαίτερη αξία καθώς παρέχει στους μαθητές μια σφαιρική εκτίμηση του κόσμου. Η γεωμετρία συναντάται παντού γύρω μας. Στα ζώα, τα φυτά, τους κρυστάλλους. Συναντάται ακόμη στην τέχνη, την αρχιτεκτονική και τις μηχανές. Ακόμη, εμπλέκει τους μαθητές σε συλλογισμούς της έννοιας του χώρου και αναπτύσσει τις δεξιότητές τους στην επίλυση προβλήματος. Η σημασία της γεωμετρίας επεκτείνεται μάλιστα και σε άλλους τομείς των μαθηματικών, όπως για παράδειγμα, ο λόγος και η αναλογία, τα οποία συνδέονται άμεσα με τη γεωμετρική έννοια της ομοιότητας. Τέλος, οι ασκήσεις γεωμετρίας είναι ευχάριστες στα παιδιά. Αγατούν τις δραστηριότητες με χειραπτικά υλικά και σχήματα κι έτσι είναι λογικό να μεγαλώσει και η αγάπη τους για τα μαθηματικά γενικότερα. Και μόνο για αυτόν τον λόγο αξίζει η επένδυση προσοχής και η διδασκαλία της (Van de Walle, 2005).

Παλαιότερα, δε δινόταν η απαιτούμενη προσοχή από εκπαιδευτικούς στο κομμάτι της γεωμετρίας. Ίσως επειδή και οι ίδιοι δεν ένιωθαν κατάλληλα προετοιμασμένοι για να τη διδάξουν ή δεν τη θεωρούσαν ιδιαίτερα σημαντική. Ωστόσο, το έργο δύο Ολλανδών παιδαγωγών, του Pierre van Hiele και της Dina van Hiele-Geldof, έχει διαδραματίσει καθοριστικό ρόλο στον σχεδιασμό της διδασκαλίας της γεωμετρίας (Van de Walle, 2005).

1.2 Τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των van Hiele

Επίπεδο 0: Νοερή απεικόνιση

Στο επίπεδο 0 τα προϊόντα της σκέψης αφορούν τα σχήματα και τη μορφή τους, δηλαδή με τι μοιάζουν. Οι μαθητές αναγνωρίζουν και ονομάζουν τα σχήματα βάσει των οπτικών χαρακτηριστικών τους – κάτι που θυμίζει την ψυχολογία της μορφής Gestalt. Είναι σε θέση να κάνουν μετρήσεις και να αναγνωρίζουν τις ιδιότητες των σχημάτων, αλλά δεν τις επεξεργάζονται με σαφήνεια. Θεωρούν πως ένα σχήμα είναι τετράγωνο επειδή «μοιάζει με τετράγωνο». Ακόμη, τοποθετούν μαζί κάποια αντικείμενα επειδή φαίνεται «να μοιάζουν».

Επίπεδο 1: Ανάλυση

Στο επίπεδο 1 τα προϊόντα της σκέψης αφορούν κυρίως κατηγορίες σχημάτων παρά ξεχωριστά σχήματα. Η γεωμετρική σκέψη σε αυτό το επίπεδο αφορά τις ιδιότητες των σχημάτων. Για παράδειγμα, οι ιδιότητες ενός ορθογωνίου είναι: τέσσερις πλευρές, οι απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες, τέσσερις γωνίες, κ.λπ. Σε αυτό το επίπεδο οι

μαθητές έχουν την ικανότητα να καταγράψουν όλες τις ιδιότητες των σχημάτων που γνωρίζουν, αλλά δε σκέφτονται ότι αυτές είναι υποκατηγορίες η μία της άλλης, όπως για παράδειγμα, ότι όλα τα ορθογώνια είναι και παραλληλόγραμμα.

Επίπεδο 2: Μη τυπική παραγωγή

Στο επίπεδο 2 τα προϊόντα της σκέψης αφορούν τις ιδιότητες των γεωμετρικών αντικειμένων. Ο συλλογισμός που ακολουθεί ο νους σε αυτό το επίπεδο είναι της μορφής «Εάν... τότε ...». Για παράδειγμα, αν ένα σχήμα έχει και τις τέσσερις γωνίες του ορθές, τότε θα είναι ορθογώνιο. Έτσι, τα παιδιά είναι σε θέση να ταξινομήσουν τα σχήματα λαμβάνοντας υπόψη τα απολύτως αναγκαία χαρακτηριστικά, όπως ο αριθμός των πλευρών.

Επίπεδο 3: Παραγωγή

Στο επίπεδο 3 τα προϊόντα της σκέψης αφορούν τις σχέσεις ανάμεσα στις ιδιότητες των γεωμετρικών αντικειμένων. Ο νους μπορεί να επεξεργαστεί περισσότερες λεπτομέρειες και όχι απλώς τις ιδιότητες των σχημάτων. Οι μαθητές είναι σε θέση να κάνουν υποθέσεις και να αναρωτιούνται αν είναι αληθείς. Η διαφορά ενός μαθητή που βρίσκεται στο επίπεδο 3 συγκριτικά με ενός μαθητή στο επίπεδο 2 είναι πως τις σχέσεις ανάμεσα στις ιδιότητες των σχημάτων χρειάζεται να τις αποδείξει με μια σειρά επιχειρημάτων.

Επίπεδο 4: Αυστηρότητα

Πρόκειται για το υψηλότερο επίπεδο της ιεραρχίας των van Hiele. Στο επίπεδο 4 τα προϊόντα της σκέψης αφορούν συγκρίσεις και αντιπαραβολές ανάμεσα σε διαφορετικά αξιωματικά συστήματα της γεωμετρίας. Οι μαθητές μπορούν να διακρίνουν τις σχέσεις ανάμεσα στα αξιωματικά συστήματα. Να σημειωθεί πως το επίπεδο 4 αφορά κυρίως φοιτητές ή φοιτήτριες μαθηματικών σχολών, οι οποίοι μελετούν τη γεωμετρία σε πανεπιστημιακό επίπεδο (Van de Walle, 2005 · van Hiele, 1986· van Hiele-Geldof, 1984).

Η μεταπήδηση από το ένα επίπεδο στο άλλο γίνεται διαδοχικά, ενώ η υπερπήδηση ενός επιπέδου συμβαίνει πολύ σπάνια. Για να φτάσει κάποιος σε οποιοδήποτε επίπεδο πάνω από το 0, θα πρέπει απαραίτητα να έχει περάσει προηγουμένως από όλα τα επίπεδα. Μάλιστα τα επίπεδα δε σχετίζονται με την ηλικία. Είτε ένα παιδί πηγαίνει στη Γ δημοτικού είτε στο Γυμνάσιο μπορεί να βρίσκεται στο επίπεδο 0. Πόσο μάλλον αν σκεφτούμε πως αρκετοί ενήλικες δε φτάνουν ποτέ στο επίπεδο 2. Έτσι φαίνεται λογικό όλα τα παιδιά από το νηπιαγωγείο έως τη Β δημοτικού να βρίσκονται στο επίπεδο 0, όπως και τα περισσότερα παιδιά της Γ και Δ δημοτικού. Η γεωμετρική εμπειρία, η ενασχόληση και η διερεύνηση παίζουν καθοριστικό ρόλο και αυξάνουν τις πιθανότητες να προαχθεί το επίπεδο γεωμετρικής σκέψης των παιδιών.

Όσον αφορά την προσέγγιση που θα ακολουθήσει ένας εκπαιδευτικός στη διδασκαλία του, τότε θα πρέπει να παρατηρεί τα παιδιά και να δίνει έμφαση στο σημείο που βρίσκονται. Βάσει της θεωρίας των van Hiele είναι πρωτίστης σημασίας η εκπαιδευτική διαδικασία να είναι προσαρμοσμένη στο επίπεδο των παιδιών. Παράλληλα, μπορούν να δίνονται κίνητρα και δραστηριότητες που καλύπτουν δύο επίπεδα σκέψης, ώστε να προβληματιστούν και να λειτουργήσουν στο επόμενο επίπεδο (Van de Walle, 2005).

1.3 Η γεωμετρία εξαρτάται από οπτικά εφέ, τεχνολογία και οπτικές εφαρμογές

Σήμερα, η τεχνολογία αλλάζει πολύ γρήγορα. Έτσι η εισαγωγή των πιο πρόσφατων τεχνολογιών στην εκπαίδευση της γεωμετρίας επιδιώκει ένα επιτυχημένο αποτέλεσμα από τους μαθητές. «Οι υπολογιστές είναι αναπόσπαστο μέρος της ζωής του καθενός και οι μαθητές πρέπει να είναι προετοιμασμένοι να χρησιμοποιήσουν την τεχνολογία για να λύσουν προβλήματα και να έχουν πρόσβαση σε πληροφορίες ως νεαροί ενήλικες» (Furner & Marinas, 2007). Η προσομοίωση με υπολογιστή διευκολύνει την καλύτερη

κατανόηση των θεμάτων. Οι μαθητές βρίσκουν κάποιες δυσκολίες στη μελέτη του θέματος όπως η γεωμετρία. Η εφαρμογή νέων τεχνολογιών στη γεωμετρία βοηθά τους μαθητές να εντοπίσουν νέες τρόπους και ιδέες κατανόησης σε αυτό το μάθημα. Αυτό κάνει τη μελέτη ευκολότερη και πιο ενδιαφέρουσα για τους μαθητές. Επιπλέον, καθιστά επίσης εύκολη την καθοδήγηση των μαθητών για τους δασκάλους. Η αξιοποίηση της τεχνολογίας στην τάξη επιτρέπει στους δασκάλους να παρέχουν στους μαθητές περισσότερες ευκαιρίες για μάθηση. Οι μαθητές με τη σειρά τους ξεκινούν να σκέφτονται τις μαθηματικές ιδέες υπό νέο πρίσμα (Furner & Marinas, 2007).

Μια πρόσφατη μελέτη που διεξήχθη από το Πανεπιστήμιο του Ιλινόις υποδεικνύει ότι η διδασκαλία μαθημάτων γεωμετρίας γυμνασίου μέσω ψηφιακών μέσων, αφενός διευκολύνει την κατανόηση εννοιών, αφετέρου βοηθάει τους μαθητές να σκεφτούν διαφορετικά και να ανακαλύψουν άλλες γεωμετρικές έννοιες και σχέσεις που σπανίως θα ανακάλυπταν με τις πιο παραδοσιακές μεθόδους διδασκαλίας. Υπάρχουν πολλοί μηχανισμοί υλικού και λογισμικού για την υποστήριξη της τεχνολογίας που αποσκοπούν στην εκμάθηση της γεωμετρίας. Τέτοιου είδους λογισμικά και υλικό νέας τεχνολογίας, συμβάλλουν στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών με αποτελεσματικό τρόπο και επίσης βοηθούν στη βελτίωση της πρακτικής γνώσης των μαθητών. Επί παραδείγματι, η δημιουργία διαγράμματος πραγματοποιείται με ευκολότερο τρόπο χρησιμοποιώντας το γεωμετρικό λογισμικό από ό,τι σε κάποιο τετράδιο. Συγκεκριμένα, η αναπαράσταση των γεωμετρικών διαγραμμάτων στον υπολογιστή παρέχει περισσότερα οπτικά εφέ και μπορεί να αναπαραστήσει τρισδιάστατη και δισδιάστατη επιφάνεια ενός αντικείμενου βοηθώντας τους μαθητές για την καλύτερη πιθανή εκμάθηση (Dekker, 2011).

Όταν οι γεωμετρικές οντότητες όπως το τρίγωνο, το τετράγωνο κ.λπ. αναπαριστούν τρεις διαστάσεις και δύο διαστάσεις, βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν το διάγραμμα με πιο ακριβή τρόπο. Μέσω αυτής της μεθόδου, οι μαθητές μπορούν κυρίως να οπτικοποιήσουν και να εξετάσουν ένα πρόβλημα πριν βρουν λύση για αυτό το πρόβλημα. Είναι η καλύτερη μέθοδος για την κατανόηση των μαθηματικών ιδεών με προχωρημένο τρόπο. Η άλλη τεχνική όπως η RKEM είναι η πιο πρόσφατη μέθοδος για τον σχεδιασμό και την τροποποίηση της γεωμετρίας με εξαιρετικό τρόπο. «Μια νέα μέθοδος για την αναπαράσταση της ομαλής γεωμετρίας είναι η χρήση της μεθόδου του αναπαραγωγικού στοιχείου πυρήνα. Περαιτέρω, η διατύπωση παρέχει μια απλή μέθοδο για την τροποποίηση της γεωμετρίας που δεν απαιτεί τροποποίηση του υποκείμενου πλέγματος RKEM» (Αναπαράσταση γεωμετρίας, τροποποίηση και επαναληπτικός σχεδιασμός με χρήση RKEM, 2007, παρ. 1). Η εφαρμογή των τεχνολογιών στην εκπαίδευση ενισχύει ένα καλύτερο μέλλον για τους μαθητές (Iji et al., 2018).

Σύμφωνα με τον Tella (2007), έχουν προταθεί διάφοροι παράγοντες για την κακή επίδοση των μαθητών στα Μαθηματικά. Το ενδιαφέρον των μαθητών για τα Μαθηματικά σχετίζεται με τον όγκο της εργασίας που ολοκληρώθηκε, τον προσανατολισμό και την απόκτηση δεξιοτήτων των μαθητών, την προσωπικότητα και την αυτοαντίληψη των μαθητών. Η έρευνα για την επίδοση στα Μαθηματικά θα πρέπει να θεωρείται ως συνεχής διαδικασία έως ότου υπάρχουν ενδείξεις βελτίωσης του ενδιαφέροντος και των επιδόσεων των μαθητών για το αντικείμενο, ιδιαίτερα των μαθητών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης (Tella, 2007). Ίσως, η αποστροφή των υποψηφίων να απαντήσουν σε ερωτήσεις σχετικά με τη γεωμετρία μπορεί να προκλήθηκε από τον τρόπο με τον οποίο διδάσκονταν η γεωμετρία (Iji et al., 2018).

1.4 Η έννοια του χώρου

Η αίσθηση του χώρου διαφέρει από άνθρωπο σε άνθρωπο και μπορεί να οριστεί ως διαίσθηση σχετικά με τα σχήματα και τις μεταξύ τους σχέσεις. Επικρατεί μια γενική αντίληψη ότι κάποιος είτε γεννιέται με την αίσθηση του χώρου είτε όχι. Κάτι τέτοιο όμως

δεν ισχύει. Όσο περισσότερες γεωμετρικές εμπειρίες αποκτά κανείς, τόσο περισσότερο αναπτύσσει την αίσθηση και τη συλλογιστική του χώρου. Η ενασχόληση με τα σχήματα και τις σχέσεις του χώρου συντελεί πραγματικά στην ανάπτυξη της αίσθησης του χώρου (Van de Walle, 2005).

Η χωρική σκέψη αποτελεί ζωτικής σημασίας και σημαντική πτυχή της ανθρώπινης νόησης. Αποτελεί μια αναπαραστατική σκέψη στην οποία η χρήση χωρικών εικόνων μπορεί να συνοψιστεί σε τρεις κύριες καταστάσεις. Στην πρώτη περίπτωση, η θέση του αντικειμένου αναπαράστασης έχει αλλάξει. Στη δεύτερη περίπτωση, η δομή του αντικειμένου που αναπαρίσταται έχει αλλάξει, δηλαδή η εικόνα έχει αλλάξει τόσο πολύ που έχει μικρή ομοιότητα με την αρχική μορφή του αντικειμένου. Τέλος, υπάρχουν περιπτώσεις όπου προηγούμενες μεταμορφώσεις συνδυάζονται, όταν η αρχική εικόνα μεταμορφώνεται επανειλημμένα στη φύση. Τα διάφορα στοιχεία της χωρικής ικανότητας θεωρούνται απαραίτητα για την ερμηνεία, την κατανόηση και την αξιολόγηση του γεωμετρικού μας κόσμου, και όπως έχει υποστηριχθεί, ο κύριος εκπαιδευτικός στόχος πρέπει να είναι να παρέχει σε όλους τους μαθητές πρόσβαση σε διάφορους τύπους ευκαιριών (Herbel-Eisenmann & Otten, 2011).

Αν και ο αριθμός των εργασιών που ασχολούνται με το συγκεκριμένο θέμα της σχέσης μεταξύ της χωρικής ικανότητας των μαθητών και της γεωμετρικής τους απόδοσης είναι μικρός, οι απόψεις για τη σχέση μεταξύ χωρικής ικανότητας και γεωμετρικής αντίληψης υποδηλώνουν ότι υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών των δύο εννοιών. Όχι μόνο μια καλή εκπαίδευση, αλλά και η εγρήγορση και η αφοσίωσή του χρειάζονται περισσότερο από τους συνομηλικούς τους με χαμηλότερη γνώση της γεωμετρίας. Επιπλέον, η ανάπτυξη της προσωπικής αντίληψης του σχήματος φαίνεται να έχει μεγαλύτερη επιτυχία σε έργα που περιλαμβάνουν στοιχεία χωρικής χωρητικότητας.

1.5 Η έννοια της αντίληψης

Σύμφωνα με τον Gibson (1969) η κινητική δραστηριότητα παίζει πολύ έμμεσο ρόλο στην αντίληψη. Διαφώνησε επίσης με τους εμπειριστές που πίστευαν ότι η αντίληψη ήταν θέμα συσχέτισης. Αντίθετα, ισχυρίστηκε ότι η αντίληψη περιλαμβάνει τόσο μάθηση όσο και ανάπτυξη, αυξάνοντας την ικανότητα του ατόμου να εξάγει (επιλεκτικά) πληροφορίες από τη διέγερση στο περιβάλλον. Η θεωρία της είναι παρόμοια με τη θεωρία Gestalt, η οποία έδινε έμφαση (α) σε ολόκληρα, μη αναγώγιμα σε μέρη, που οδηγούν προς τις «καλύτερες δομές» και (β) αναπτυξιακές διαδικασίες, συμπεριλαμβανομένης της άρθρωσης και της διαφοροποίησης, αντί της προσαύξησης μέσω συσχέτισης.

Σύμφωνα με τα προαναφερόμενα, όσον αφορά και κατά τη διαδικασία της εκμάθησης μέσω των τεχνολογικών μέσων, το σύρσιμο του ποντικιού, επιτρέπει την άμεση και δυναμική αλληλεπίδραση των παιδιών με το εργαλείο. Αυτό το "τεστ μεταφοράς" αποτελεί κρίσιμο εργαλείο για την ανάλυση των αντιλήψεων και τη δημιουργία μαθησιακών εργασιών (Hoelzl, 2001· Jones, 1998· Mariotti, 2002).

Τα ψηφιακά εργαλεία παρέχουν δυνατότητες οπτικοποίησης των συμβόλων και των γραφημάτων αλλά και μετατόπισής τους. Η αξία των οπτικών αναπαραστάσεων στην οικοδόμηση διαισθήσεων τονίζεται από τον Fischbein (1987) ο οποίος ισχυρίζεται ότι η οπτικοποίηση είναι ένας από τους κύριους παράγοντες που συμβάλλουν στη διαισθητική γνώση, επειδή «αυτό που δεν μπορεί κανείς να φανταστεί οπτικά είναι δύσκολο να φανταστεί διανοητικά» (σελ. 109).

Η αντίληψη ξεκινά ως μόνο χονδρικά διαφοροποιημένη και χονδρικά επιλεγμένη. Με την ανάπτυξη και την έκθεση, η αντίληψη γίνεται καλύτερα διαφοροποιημένη και ακριβέστερη, καθώς το άτομο μαθαίνει να ανιχνεύει ιδιότητες, μοτίβα και διακριτικά χαρακτηριστικά. Ο Gibson πρότεινε ότι η μάθηση διευκολύνεται από τους εκπαιδευτές που δίνουν έμφαση

στα διακριτικά χαρακτηριστικά και ξεκινώντας με μεγάλες διαφορές σε αυτά τα χαρακτηριστικά και προχωρώντας προς πιο λεπτές διακρίσεις. Από αυτή την άποψη, η αντίληψη είναι ενεργή, προσαρμοστική, εσωτερικά κατευθυνόμενη και αυτορρυθμιζόμενη (Gibson, 1969).

2. Η ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΩΣ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

Η συμμετρία ως όρος συναντάται πολύ συχνά στην καθημερινή ζωή, καθώς και στον προφορικό λόγο στα πλαίσια της επικοινωνίας. Ως συμμετρικό θεωρείται κάτι του οποίου τα δύο μέρη εκφράζουν μια ισορροπημένη σχέση. Μάλιστα η συμμετρία είναι υπαρκτή σε κάθε έκφανση της ζωής. Υπάρχει στην αρχιτεκτονική, στα μαθηματικά, στη ζωγραφική, στη διακόσμηση, στη γλυπτική και στις μουσικές μελωδίες. Υπάρχει ακόμη στη φύση, στο ανθρωπογενές περιβάλλον και στα έμβια όντα.

Όλα τα δημιουργήματα του ανθρώπου ακολουθούν κάποιους κανόνες, άγραφους ή μη, βάσει των οποίων αποκτούν σχήμα και μορφή αρμονική. Στο μυαλό κάθε ανθρώπου κατά τη διάρκεια μιας κατασκευής ή καλλιτεχνικής δημιουργίας υπάρχουν σκέψεις σχετικά με το πώς θα καταστήσει το κάθε προϊόν όμορφο και συμμετρικό σύμφωνα όχι απαραίτητως μόνο με τη δική του κρίση, αλλά και με αντικειμενικά κριτήρια.

2.1 Ορισμοί

Η λέξη συμμετρία και το επίθετο σύμμετρος (αντίθετα: ασυμμετρία, ασύμμετρος) παράγονται από τις λέξεις "συν" και "μέτρο" και κάνουν την πρώτη τους εμφάνιση στην Αρχαία Ελλάδα, καθώς χρησιμοποιούνται σε διάφορα κείμενα στην Αρχαία Ελληνική Γραμματεία. Το ουσιαστικό "συμμετρία" σημαίνει σωστή αναλογία ή ένα από τα χαρακτηριστικά του καλού και του ωραίου ή σηματοδοτεί την έννοια της κατάλληλου. Το επίθετο "σύμμετρος" σημαίνει ανάλογος, ισόμετρος, ισόχρονος, κατάλληλος, κατάλληλος στο μέγεθος, μέτριος στο μέγεθος, προσήκων, πρέπων, κανονικός. Αναφορικά με την πρώτη εμφάνιση της λέξης συμμετρία επισημαίνεται ότι δεν υπάρχει στα έργα του Ομήρου, Ησίοδου, αλλά ούτε και στους Ορφικούς Ύμνους. Υπάρχει όμως σε αποσπάσματα του Πυθαγόρα και των Προσωκρατικών Φιλοσόφων που διασώθηκαν από μεταγενέστερους συγγραφείς. Τη χρησιμοποίησαν και οι τραγικοί ποιητές Αισχύλος, Σοφοκλής και Ευριπίδης (Η αναζήτηση της λέξης έγινε με τη βοήθεια του TLG-ThesaurusLinguaeGraecae).

Η συμμετρία είναι μια πολύ σημαντική επιστημονική έννοια. Εμφανίζεται σε διαφορετικούς κλάδους των μαθηματικών και τους συνδέει. Η συμμετρία συχνά βοηθά στο να γίνουν οι μαθηματικές αποδείξεις κομψές και μπορεί να θεωρηθεί ως ένα από τα σημαντικά ευρήματα στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Ωστόσο, υπάρχουν πολλές διαφορετικές προσεγγίσεις για τον ορισμό της συμμετρίας, ανάλογα με την οπτική που λαμβάνεται (Leikin, Berman & Zaslavsky, 1998) :

Σύμφωνα με τους Leikin et al. :

«Αντίστοιχες αναλογίες μεταξύ μερών ενός συνόλου ή ενός σώματος.

Μια ιδιότητα ενός γεωμετρικού σχήματος για το οποίο το σχήμα μπορεί να συμπίπτει με τον εαυτό του, με τρόπο που δεν παραμένουν όλα τα σημεία του στην ίδια θέση.

Μια παγκόσμια ιδιότητα της φύσης που συνδέει τους νόμους της διατήρησης της ενέργειας, της κίνησης, της δομής του ατόμου και της μοριακής δομής και της δομής των κρυστάλλων».

Μια αμοιβαία σχέση μεταξύ των μερών του σώματος ως προς έναν άξονα, ένα σημείο ή ένα επίπεδο» (1998, σελ. 30).

Σύμφωνα με τους Leikin et al. (1998) «Η συμμετρία είναι μια τριάδα (S, Y, M) που αποτελείται από ένα αντικείμενο (S), μια συγκεκριμένη ιδιότητα (Y) του αντικειμένου και έναν μετασχηματισμό (M) που ικανοποιεί τις ακόλουθες δύο προϋποθέσεις: i) Το αντικείμενο μεταβάλλεται ii) Η εφαρμογή του μετασχηματισμού στο αντικείμενο δεν αλλάζει το αντικείμενο ως προς την υπόστασή του. Το αντικείμενο S λέγεται συμμετρικό και ο μετασχηματισμός M ονομάζεται μετασχηματισμός συμμετρίας.

Αναφέρεται σε δύο βασικούς τύπους συμμετρίας: (i) Γεωμετρική Συμμετρία όπου το αντικείμενο S είναι γεωμετρικό σχήμα και (ii) Συμμετρία Ρόλων όπου ο μετασχηματισμός M είναι μετάθεση. Διακρίνουμε μεταξύ διαφορετικών τύπων γεωμετρικής συμμετρίας ανάλογα με τους διαφορετικούς τύπους γεωμετρικών μετασχηματισμών: ισομετρίες (αντανάκλαση, περιστροφή, μετάφραση) και μη ισομετρίες (ομοιογένεια). Εξετάζουμε διαφορετικούς τύπους συμμετρίας ρόλων ανάλογα με τον τύπο ενός αντικειμένου (αλγεβρική, λογική και γεωμετρική).

2.2 Συμμετρία και νέες τεχνολογίες

Σύμφωνα με τους Clements & Sarama (2004) είναι σημαντικό τα παιδιά να κάνουν «αναστροφές» με μπλοκ μοτίβων, να οπτικοποιούν αυτές τις αναστροφές και να προβλέπουν το αποτέλεσμα των κινήσεων αναστροφής. Υποστηρίζουν ακόμη, πως τα παιδιά πρέπει να εμπλέκονται σε δραστηριότητες συμμετρίας από το Προνήπιο δημιουργώντας σχήματα που έχουν συμμετρία γραμμής και αργότερα στο Νηπιαγωγείο και την Α' δημοτικού να αναγνωρίζουν τη συμμετρία σε αντικείμενα δύο διαστάσεων. Στη Β' τάξη, τα παιδιά πρέπει να αναγνωρίζουν τις κατοπτρικές γραμμές των σχημάτων με συμμετρία γραμμών.

Οι Perrin-Glorian, Mathé & Leclerc (2013) υποστηρίζουν επίσης την εκμάθηση της συμμετρίας από τα παιδιά στις πρώτες τάξεις, αλλά τονίζουν τη σημασία της χρήσης εργαλείων (όπως χάρακες) προκειμένου να εφιστήσουν την προσοχή των μαθητών σε αντικείμενα μονοδιάστατα και την αντανάκλασή τους (όπως η γραμμή συμμετρίας, αλλά και τα τμήματα που αντικατοπτρίζονται). Προτείνουν μια σειρά δραστηριοτήτων που βασίζεται σε εργαλεία, τα οποία αξιοποιούνται με σκοπό την εξερεύνηση της ανακλαστικής συμμετρίας ξεκινώντας από το Νηπιαγωγείο και έως την ηλικία των 15 ετών.

Τα μαθησιακά περιβάλλοντα που βασίζονται σε χρήση υπολογιστών και ψηφιακών εργαλείων έχει αποδειχθεί ότι βοηθούν στην εκμάθηση των μετασχηματισμών και της συμμετρίας, ειδικά σε επίπεδο γυμνασίου. Η πρώιμη έρευνα περιείχε τη χρήση περιβαλλόντων Logo (Hoyles & Healy, 1997). Σε πολύ προγενέστερο επίπεδο τάξης, οι Clements, Battista, & Sarama (2001) δείχνουν ότι οι επιδράσεις των μικρόκοσμων Logo στη συμμετρία ήταν ιδιαίτερα έντονες για τα παιδιά του νηπιαγωγείου. Αυτοί οι μαθητές έγραψαν εντολές για τη δημιουργία συμμετρικών φιγούρων, δοκίμασαν τις συμμετρίες τους αντανάκλωντας τις φιγούρες τους και συζήτησαν τις ενέργειές τους. Οι ερευνητές υποστήριξαν ότι τα παιδιά έπρεπε να είναι πιο ξεκάθαρα και ακριβή στη δημιουργία συμμετρικών σχημάτων από ό,τι θα έπρεπε σε ένα περιβάλλον ζωγραφικής με ελεύθερο χέρι (με βάση το χαρτί). Αυτή η δυνατότητα για πιο σαφή, ακριβή επικοινωνία χαρακτηρίζεται και στην έρευνα που διεξάγεται σε υψηλότερες βαθμίδες.

Ένα (γραμμικό) συμμετρικό σχήμα ορίστηκε ως ένα σχήμα που μπορεί να διπλωθεί σε δύο αλληλοκαλυπτόμενα ομοιόμορφα μέρη. Έτσι, η ανάπτυξη της έννοιας του άξονα συμμετρίας βασίστηκε στο δίπλωμα χαρτιού γνωστών συμμετρικών αντικειμένων. Όταν η πραγματική αναδίπλωση του χαρτιού δεν ήταν φυσικά δυνατή, δόθηκε έμφαση στο διανοητικό δίπλωμα. Μια γραμμή συμμετρίας (που ονομάζεται άξονας συμμετρίας) ενός σχήματος ορίστηκε ως η γραμμή κατά μήκος της πτυχής που δημιουργήθηκε με το

δίπλωμα του σχήματος σε δύο αλληλοκαλυπτόμενα ίσα μέρη. Έτσι, οι μαθητές θα μπορούσαν να προκαλέσουν από τις δικές τους σωματικές ή ψυχικές εμπειρίες τις ιδιότητες των δύο αξόνων συμμετρίας ενός τμήματος. Στο ίδιο πνεύμα, ως ισοσκελές τρίγωνο ορίστηκε ένα τρίγωνο που είναι συμμετρικό ως προς μια ευθεία.

Σε πολύ προγενέστερο επίπεδο τάξης, οι Clements et al. (2001) δείχνουν ότι οι επιδράσεις των μικροκόσμων Logo στη συμμετρία ήταν ιδιαίτερα έντονες για τα παιδιά του νηπιαγωγείου. Αυτοί οι μαθητές έγραψαν εντολές για τη δημιουργία συμμετρικών φιγούρων, δοκίμασαν τις συμμετρίες τους αντανακλώντας τις φιγούρες τους και συζήτησαν τις ενέργειές τους. Οι ερευνητές υποστήριξαν ότι τα παιδιά έπρεπε να είναι πιο ξεκάθαρα και ακριβή στη δημιουργία συμμετρικών σχημάτων από ό,τι θα έπρεπε σε ένα περιβάλλον ζωγραφικής με ελεύθερο χέρι (με βάση το χαρτί). Αυτή η δυνατότητα για πιο σαφή, ακριβή επικοινωνία χαρακτηρίζεται και στην έρευνα που διεξάγεται σε υψηλότερες βαθμίδες.

Τα δυναμικά περιβάλλοντα γεωμετρίας (DGEs) προσφέρουν πληθώρα παραδειγμάτων, αλλά ακόμη μεγαλύτερης αξίας είναι η δυνατότητα που παρέχουν για συνεχή μετασχηματισμό των συρόμενων αντικειμένων. Οι μαθητές μπορούν να παρακολουθούν οπτικά την αναλλοίωτη κατάσταση του δυναμικού διαγράμματος, η οποία μπορεί να εκφραστεί και να εξηγηθεί προφορικά μέσω της συζήτησης στην τάξη ή τη διδακτική παρέμβαση (Laborde, Kynigos, Hollebrands, & Strasser, 2006 · Battista, 2008, Sinclair & Moss, 2012).

Σε έρευνα που πραγματοποιήθηκε από τη Zilkona (2020) και αφορούσε τη διδασκαλία της συμμετρίας μέσω μικροεφαρμογών (applets) έδειξε πως η χρήση διαδραστικών μεθόδων στο δημοτικό σχολείο παρέχει νέες ευκαιρίες στους εκπαιδευτικούς. Οι δάσκαλοι δήλωσαν ότι οι μικροεφαρμογές ήταν ενδιαφέρουσες, ωφέλιμες για τους μαθητές, κατάλληλες για διαφορετικές ομάδες παιδιών και η εργασία μαζί τους προκάλεσε στα παιδιά χαρά και ενθουσιασμό. Άλλα οφέλη των μικροεφαρμογών που αναφέρθηκαν από τους δάσκαλους περιλαμβάνουν το γεγονός ότι συμβάλλουν στην ποιότητα της μαθησιακής διαδικασίας του παιδιού, αυξάνουν την προσοχή, τη συγκέντρωση και την υπομονή του.

2.3 Η συμμετρία στην εκπαίδευση

Η διδασκαλία της έννοιας σύμφωνα με το ΑΠΣ και ΔΕΠΠΣ προβλέπεται για όλες τις τάξεις του δημοτικού σχολείου, ενώ στα μαθηματικά της Ε΄τάξης προτείνεται διαθεματικό σχέδιο εργασίας με τίτλο «Η συμμετρία στη ζωή μας» (Σκόδρας, Τριανταφυλλίδης, & Μαρκόπουλος, 2011).

Η συμμετρία στα μαθηματικά είναι μια έννοια που ανήκει στη γεωμετρία και συγκεκριμένα στο κομμάτι των μετασχηματισμών. Το συμμετρικό είναι αυτό το οποίο δεν αλλοιώνεται από ένα σύνολο μετασχηματισμών. Ένα γεωμετρικό αντικείμενο έχει συμμετρία, αν υπάρχει ένας μετασχηματισμός (τεχνικά, μια ισομετρία ή συσχετισμένη απεικόνιση) που αντιστοιχεί το σχήμα/αντικείμενο στον εαυτό του, δηλαδή, λέμε ότι το αντικείμενο μένει αναλλοίωτο κατά το μετασχηματισμό (Martin, G., 1996). Για παράδειγμα, ένας κύκλος που έχει περιστραφεί γύρω από το κέντρο του θα έχει το ίδιο σχήμα και μέγεθος με τον αρχικό κύκλο—όλα τα σημεία πριν και μετά το μετασχηματισμό θα είναι μη διακριτά. Φυσικά, υπάρχει δυνατότητα το σχήμα/αντικείμενο να έχει πάνω από έναν άξονες συμμετρίας (Freitag, M., 2013).

Από μαθηματικής πλευράς η συμμετρία συνδέεται με τις έννοιες της Γεωμετρίας και με διάφορες εφαρμογές της (χαράξεις, μετατοπίσεις, μετρήσεις, συγκρίσεις, εύρεση σχέσεων ανάμεσα σε σχήματα κλπ.). Οι μαθητές δυσκολεύονται στην κατανόηση των παραπάνω εννοιών και παρουσιάζουν γνωστικές ελλείψεις τόσο στην αξονική όσο και

στην κεντρική συμμετρία, όπως αποδεικνύεται και από τα αποτελέσματα ερευνών που παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Έχει διαπιστωθεί ότι οι μαθητές κάνουν δύο διαφορετικούς τύπους σφαλμάτων. Είτε αναγνωρίζουν ως άξονα συμμετρίας κάποιον που στην πραγματικότητα δεν είναι είτε αδυνατούν να αναγνωρίσουν κάποιους πραγματικούς άξονες συμμετρίας (Leikin, Berman & Zaslavsky, 2000).

Αναφορικά με το κέντρο συμμετρίας, πρόκειται για μία ιδιαίτερη περίπτωση της έννοιας της συμμετρίας, η οποία αναφέρεται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών πολύ περιορισμένα. Πιο συγκεκριμένα, δε γίνεται ο κατάλληλος διαχωρισμός μεταξύ του κέντρου συμμετρίας, το οποίο περιέχει την περιστροφή κατά 180 μοίρες, και της περιστροφής που γίνεται κατά διαφορετικό άνοιγμα γωνίας. Η κεντρική συμμετρία έχει ως χαρακτηριστικό γνώρισμα τη διατήρηση της απόστασης κάθε σημείου του αντικειμένου από ένα και μοναδικό σταθερό σημείο (κέντρο συμμετρίας ή περιστροφής) για τη δημιουργία του συμμετρικού του. Διαφέρει έτσι από την αξονική συμμετρία στην οποία κάθε σημείο του αντικειμένου διατηρεί την απόσταση από τον άξονα συμμετρίας.

Το σχήμα είναι ένα θεμελιώδες κατασκευάσμα στη γνωστική ανάπτυξη εντός και πέρα από τη γεωμετρία. Για παράδειγμα, τα μικρά παιδιά σχηματίζουν κατηγορίες αντικειμένων που χαρακτηρίζονται από ομοιότητα μεταξύ των περιπτώσεων στο σχήμα (Jones & Smith, 2002). Τα παιδιά αρχίζουν να σχηματίζουν εννοιολογική κατανόηση των γεωμετρικών σχημάτων από τα πρώτα παιδικά χρόνια. Επιπλέον, οι βασικές εννοιολογικές τους εικόνες αυτών των μορφών τείνουν να σταθεροποιούνται μέχρι την ηλικία των 6 ετών, επομένως η ηλικία 3 έως 6 ετών μπορεί να είναι μια ιδιαίτερα σημαντική περίοδος μάθησης σχετικά με τα γεωμετρικά σχήματα. Εστιάζουμε εδώ σε συγκεκριμένα επίπεδα σχήματα, αλλά συμφωνούμε ότι οι ολοκληρωμένες εμπειρίες γεωμετρίας περιλαμβάνουν ένα ευρύ φάσμα σχημάτων (ειδικά τρισδιάστατων) και χωρικών ικανοτήτων. Η ανάλυση της αναγνώρισης των μορφών από τα παιδιά υποβοηθάται με τον καθορισμό συγκεκριμένων υποκατηγοριών παραδειγμάτων και μη παραδειγμάτων, δηλαδή πόσο καλά τα παιδιά μπορούν να διαφοροποιήσουν φιγούρες που αντιπροσωπεύουν με ακρίβεια ένα συγκεκριμένο σχήμα από εκείνες που δεν το κάνουν (Leikin et al. 1998).

Η έρευνα προτείνει εγγενείς ή πρώιμες αναπτυσσόμενες γεωμετρικές ικανότητες (Dillon & Spelke, 2015). Ο πολιτισμός επηρεάζει αυτές τις προτιμήσεις, όπως η συχνή παρουσίαση κοινών σχημάτων (συχνά κύκλοι, τετράγωνα, ορθογώνια, τρίγωνα) (Aslan & Aktas-Arnas, 2007). Τέτοιες μορφές αντικατοπτρίζονται άμεσα στις συμπεριφορές των παιδιών. Σε μια μελέτη, τα παιδιά ηλικίας 4 έως 5 ετών θεώρησαν ότι τα περιστρεφόμενα τετράγωνα δεν είχαν πλέον το ίδιο σχήμα ή καν το ίδιο μέγεθος, τα παιδιά 6 έως 7 ετών διατήρησαν τα χαρακτηριστικά τους, αλλά έχασαν την κατηγορία και το όνομά τους - δεν ήταν πλέον τετράγωνο για αυτά, ονομαζόταν συχνά «διαμάντι» και μόνο στα 8-9 χρόνια οι μαθητές πέτυχαν να αναγνωρίσουν την αναλλοίωτη μορφή των τετραγώνων. Αυτό μπορεί να αντανάκλα μια συστηματική προκατάληψη για οριζόντιες και κάθετες γραμμές και μια ανάγκη για αντιληπτική μάθηση και ευελιξία, αλλά οι περιορισμένες εμπειρίες στο σπίτι και στο σχολείο επιδεινώνουν αυτούς τους περιορισμούς. Η έρευνα δείχνει ότι χωρίς υψηλής ποιότητας εμπειρίες γεωμετρίας, τέτοια άκαμπτα οπτικά πρωτότυπα μπορούν να κυβερνήσουν τη σκέψη των παιδιών σε όλη τους τη ζωή (Dillon & Spelke, 2015).

2.4 Συμπεράσματα ερευνών για τη διδασκαλία της συμμετρίας σε μαθητές διαφορετικών εκπαιδευτικών βαθμίδων

Η συμμετρία συνδέεται με την ομορφιά, μέσω της ισορροπίας των αναλογιών. Αν και δεν εμφανίζονται μαθηματικά ή αριθμοί ακόμη και αυτός ο ορισμός χρησιμοποιεί μια

μαθηματική έννοια: την αναλογία. Η συμμετρία αποτελεί ακόμη χαρακτηριστικό στοιχείο της τελειότητας της φύσης καθώς επίσης και βασικό στοιχείο της ομορφιάς και της καλαισθησίας των μνημείων όλων των πολιτισμών (Weyl, 1991· Malkevitch, 1998). Ο Malkevitch (1998) πιστεύει ότι η έννοια της συμμετρίας συνδέεται με την τέχνη και το σχέδιο, ενώ ο Meyer (1998) θεωρεί πως η έννοια της συμμετρίας συνδέεται με άλλες έννοιες, όπως για παράδειγμα, τα πολύγωνα, τα πολύεδρα και η επικάλυψη του επιπέδου. Υπάρχει ακριβής αντιστοιχία στο μέγεθος, το σχήμα και τη σχετική θέση των μερών στις αντίθετες πλευρές μιας διαχωριστικής γραμμής ή ενδιαμέσου επιπέδου ή γύρω από ένα κέντρο ή άξονα.

Η μεγάλη επιρροή της συμμετρίας τόσο στην καθημερινότητα του ανθρώπου όσο και στην επιστήμη των μαθηματικών, ώθησε τον επιστημονικό κλάδο να εξερευνήσει εκτενώς τη συμμετρία ως μαθηματική έννοια, τους τρόπους διδασκαλίας αυτής, καθώς επίσης και τις παρανοήσεις και δυσκολίες των μαθητών στο πλαίσιο της εκπαίδευσης.

Αν και η επαφή των μαθητών με την έννοια της συμμετρίας επαναλαμβάνεται σε όλες τις τάξεις του Δημοτικού οι μαθητές φαίνεται να δυσκολεύονται στην κατανόηση της. Με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στις έννοιες της αξονικής συμμετρίας και του άξονα συμμετρίας ασχολήθηκαν πολλοί ερευνητές (Markopoulos, Panagiotakopoulos, & Potari, 2008· Son, 2006· Γαγάτσης & Γαλλής, 1989). Η έννοια της συμμετρίας έχει διερευνηθεί σε παιδιά Δημοτικού και Γυμνασίου (Assessment of Performance Unit, 1981, 1982, όπως παρατίθενται από τον Kuchemann, 1980· Γαγάτσης & Γαλλής, 1989) ακόμη και σε φοιτητές υποψηφίους εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (Τσελεπίδης & Μαρκόπουλος, 2005). Από τις έρευνες αυτές προκύπτει πως ένας μεγάλος αριθμός μαθητών (πάνω από τους μισούς μαθητές) εμφανίζουν δυσκολίες στην κατανόηση της αξονικής συμμετρίας, όπως δυσκολία στην εύρεση ενός συμμετρικού σημείου ως προς άξονα όταν ο άξονας είναι οριζόντιος ή πλάγιος. Στις έρευνες των Τσελεπίδη και Μαρκόπουλου (2005), φάνηκε ότι οι μαθητές έχουν λανθασμένες αντιλήψεις για τους άξονες συμμετρίας ορθογωνίων και τετραγώνων.

Ο βαθμός ευκολίας στην ανίχνευση του άξονα συμμετρίας ενός σχήματος τείνει να αυξάνεται όταν το υπό εξέταση σχήμα συνοδεύεται ή περικλείεται από άλλα σχήματα που έχουν άξονα συμμετρίας με την ίδια κατεύθυνση, δηλαδή κάθετο, οριζόντιο ή πλάγιο (Palmer, 1985).

Η ανθρώπινη αντίληψη οπτικής συμμετρίας διαφοροποιείται από την αντίληψη χρωμάτων, καθώς ερεθίσματα με χρώμα απαιτούν επιπλέον επένδυση προσοχής. Για να επεξεργαστεί ο ανθρώπινος νους ένα έγχρωμο αντικείμενο χρειάζεται περισσότερος χρόνος και πολύ προσεκτική παρατήρηση (Morales & Pashler, 1999). Αντίθετα, φαίνεται ότι η φωτεινότητα άσπρων και μαύρων σημείων σε σχέση με γκριζο φόντο (και όχι το χρώμα), επηρεάζει την ευκολία αντίληψης συμμετρίας (Zhang & Gerbino, 1992). Παθολογική παρουσίαση καθρεπτισμών γραμμμάτων εμφανίζεται σε παιδιά με δυσλεξία, τα οποία κατά την παραγωγή γραπτού λόγου κάνουν συστηματικά αντιστροφές γραμμμάτων ή συλλαβών (Κάκουρος & Μανιαδάκη, 2005). Ασθενείς με αμβλυωπία αδυνατούν να αντιληφθούν την κατοπτρική συμμετρία (Levi & Saarinen, 2004).

Η γνώση των παιδιών σχολικής ηλικίας και η επίδοσή τους ποικίλλει σε διαφορετικού τύπου και βαθμού δυσκολίας έργα, τα οποία εξετάζουν οπτική συμμετρία (Ξυστούρη, 2007).

Στην Αγγλία, η Hart (1981) περιγράφει τα αποτελέσματα μαθητών 13-15 χρονών σε τεστ πάνω στην ορθογώνια συμμετρία. Οι ερωτήσεις του τεστ ταξινομούνται ανάλογα με τη δυσκολία τους. Όμως, δε δίνει καμία περιγραφή των διαδικασιών επίλυσης και έτσι τα αποτελέσματά της δεν μπορούν να ερμηνευτούν εύκολα. Ο κύριος στόχος της Hart ήταν ο προσδιορισμός επιπέδων κατανόησης στο βιβλίο της, όπου καθιστά σαφές ότι οι

εννοιολογικές δυσκολίες των μαθητών συχνά οφείλονται στην υπερ-γενίκευση που κάνουν ασυναίσθητα και ως αποτέλεσμα μεταφέρουν προηγούμενες γνώσεις σε νέους τομείς.

Στη Γαλλία έχουν γίνει αρκετές έρευνες γι' αυτή την έννοια. Καταρχήν, ο Grass (1983) παρουσιάζει μία σειρά διδασκαλιών σε μαθητές 13-14 χρονών γύρω από την έννοια του μετασχηματισμού και ιδιαίτερα γύρω από την έννοια της ορθογώνιας συμμετρίας, ενός σχήματος δηλαδή, το οποίο απεικονίζεται σε ορθογώνιο πλέγμα. Το ενδιαφέρον του Grass ήταν κυρίως να περιγράψει και να συγκρίνει διάφορους τύπους ταξινόμησης των θεμάτων που προτάθηκαν κατά τη διάρκεια των διδασκαλιών, όμως δίνει και ορισμένα αποτελέσματα πάνω στις διαδικασίες των μαθητών σε σχέση με τις υποθέσεις πάνω στην εξέλιξη των αντιλήψεών τους.

Οι Bornstein & Stiles-Davis (1984) συνέδεσαν την ηλικιακή ανάπτυξη των παιδιών 4 έως 6 ετών με τύπους γραμμών συμμετρίας. Συγκεκριμένα, διαπίστωσαν ότι τα παιδιά ηλικίας 4 ετών διέκριναν μόνο τη συμμετρία κάθετης γραμμής, τα παιδιά 5 ετών τη συμμετρία κάθετης και οριζόντιας γραμμής και τα παιδιά 6 ετών την κατακόρυφη, την οριζόντια και την πλάγια συμμετρία. Ωστόσο, η μελέτη τους επικεντρώθηκε αποκλειστικά στην οπτική αναγνώριση της συμμετρίας, χωρίς να δοθεί έμφαση στη σχέση μεταξύ των διαφόρων στοιχείων που εμπλέκονται, όπως η γραμμή συμμετρίας.

Η έρευνα που διενεργήθηκε από τους Μαστρογιάννη Α. και Κορδάκη Μ. (2007) σχετικά με τις αντιλήψεις μαθητών Δημοτικού (συγκεκριμένα μαθητές της Δ τάξης δημοτικού) για την αμφίπλευρη συμμετρία έδειξε πως οι μαθητές ήταν σε θέση να κατανοήσουν την έννοια της αμφίπλευρης συμμετρίας και μπορούσαν να αναγνωρίσουν τα συμμετρικά σχήματα κυρίως μέσω της δίπλωσης. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι οι μαθητές αναγνώρισαν ευκολότερα τον κατακόρυφο άξονα από τον οριζόντιο ή τους πλάγιους άξονες συμμετρίας και πως η πλειονότητα των μαθητών κρίνει μόνο από τα περιγράμματα αν ένα σχήμα είναι συμμετρικό αγνοώντας τη χρωματική διαφοροποίηση όπου υπάρχει.

Οι Γαγάτσης Α. και Ντίνας Α. (1994) μελέτησαν τις αντιλήψεις των μαθητών και καθηγητών για την αξονική συμμετρία μεταξύ μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου με ερωτηματολόγιο που περιείχε 49 ερωτήσεις κατασκευής άξονα συμμετρίας ή συμμετρικού σχήματος. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι μαθητές συχνά θεωρούσαν ότι ο άξονας μπορεί να έχει μόνο οριζόντια ή κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ τα κατάφεραν πολύ καλύτερα σε αντίστοιχες εργασίες, όπου τους είχε δοθεί τετραγωνισμένο χαρτί. Από την άλλη, οι καθηγητές έδιναν μεγάλη προσοχή στην εύρεση συμμετρικού σημείου με συντεταγμένες και δεν έκαναν αναφορά στην έννοια του μετασχηματισμού. Παρότρυναν τους μαθητές τους να χρησιμοποιούν τη δίπλωση κατά τη διαδικασία εύρεσης άξονα συμμετρίας. Μια ακόμη μελέτη που εκπονήθηκε από τη Σ. Αγγέλου (2008) μεταξύ μαθητών Στ΄ Δημοτικού και Α΄ Γυμνασίου έχει δείξει ότι οι μαθητές του δημοτικού χειρίζονται καλύτερα από τους μαθητές του γυμνασίου τα συμμετρικά σχήματα. Εισήγηση της ερευνήτριας η ανάγκη εισαγωγής της συμμετρίας στο αναλυτικό πρόγραμμα του Λυκείου μέσω της διδασκαλίας των μετασχηματισμών.

Τέλος, αναφέρουμε μία έρευνα η οποία διενεργήθηκε από τον Birgs (1987) και κατέληξε στις δέκα βασικές δυσκολίες των παιδιών σχετικά με τη συμμετρία ως προς άξονα: α) το συμμετρικό ενός οριζόντιου αντικειμένου είναι ένα οριζόντιο είδωλο, β) το συμμετρικό ενός κατακόρυφου αντικειμένου είναι ένα κατακόρυφο είδωλο, γ) το συμμετρικό ενός κατακόρυφου/οριζόντιου αντικειμένου είναι ένα οριζόντιο/ κατακόρυφο είδωλο, δ) η αξονική συμμετρία συνδέεται με λέξεις οι οποίες είναι αντίθετες, όπως για παράδειγμα, καλό – κακό, θετικό – αρνητικό, ημέρα – νύχτα, ε) αν ένα αντικείμενο βρίσκεται στο σημείο τομής των γραμμών ενός πλέγματος, τότε και το συμμετρικό του θα έχει την ίδια ιδιότητα, στ) το νόημα της έκφρασης 'προχώρα κάθετα' εξαρτάται από τη φύση του αντικειμένου

και/ή την παρουσία πλέγματος και/ή την κλίση του άξονα συμμετρίας, ζ) το συμμετρικό ενός σχήματος δεν είναι μοναδικό, αλλά υπάρχουν διαφορετικά σχήματα τα οποία μπορούν να γίνουν αποδεκτά ως συμμετρικά του πρώτου, η) το συμμετρικό ενός σχήματος είναι παρόμοιο και όχι απαραίτητα ίδιο με το αρχικό σχήμα, θ) ένα σχήμα έχει άξονα συμμετρίας, εάν αυτό μπορεί να χωριστεί σε δύο ίσα μέρη ακόμη και αν αυτά αναστραφούν ή μετατεθούν ι) μόνο το περίγραμμα ενός σχήματος χρήζει προσοχής κι έχει σημασία όταν προσπαθεί κανείς να σχεδιάσει το συμμετρικό του. Έτσι, το χρώμα ή τα χρώματα που το απαρτίζουν και οι λεπτομέρειες του σχήματος μπορεί να αγνοηθούν και να μη ληφθούν σοβαρά υπόψη.

Συμπερασματικά, φαίνεται πως τα παιδιά όλων των ηλικιακών ομάδων αντιμετωπίζουν δυσκολίες και παρουσιάζουν παρανοήσεις αναφορικά με την αξονική συμμετρία. Πιο συγκεκριμένα, δυσκολεύονται να εντοπίσουν οριζόντιους ή πλάγιους άξονες συμμετρίας. Πιο εύκολα εντοπίζουν τον κάθετο άξονα συμμετρίας και σχηματίζουν σωστά το συμμετρικό ενός σχήματος, όταν αυτό σχεδιάζεται ως προς έναν κάθετο άξονα συμμετρίας, αντί κάποιου πλάγιου ή οριζόντιου άξονα. Ακόμη, έχει παρατηρηθεί παρανόηση ανάμεσα στην αξονική συμμετρία και την παράλληλη μεταφορά ενός σχήματος. Φαίνεται πως κατά τη σχεδίαση ενός συμμετρικού σχήματος κάνουν απλώς παράλληλη μεταφορά του είτε ως προς κάθετο είτε ως προς οριζόντιο είτε ως προς πλάγιο άξονα συμμετρίας. Ένα ακόμη βασικό πόρισμα των ερευνών αφορά τον σχεδιασμό του συμμετρικού ενός ασπρόμαυρου σχήματος συγκριτικά με ένα πολύχρωμο σχήμα. Το ασπρόμαυρο σχήμα είναι πιο πιθανό να αποτυπωθεί σωστά από τους μαθητές, συγκριτικά με κάποιο σχήμα το οποίο απαρτίζεται από χρωματικές διαφοροποιήσεις στο εσωτερικό του. Τέλος, οι μαθητές παρουσιάζουν παρανοήσεις σχετικά με τους άξονες συμμετρίας των ορθογώνιων και των τετραγώνων.

3. ΟΙ ΝΕΕΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΕΣ ΣΤΗΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟΥ

Η χρήση νέων τεχνολογιών, ψηφιακών εργαλείων και λογισμικών κατέχουν περίοπτη θέση στην εκτέλεση των καθημερινών εργασιών και όχι μόνο. Αποτελούν πλέον αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινότητάς του ανθρώπου καθώς συντελούν στη διευκόλυνση διαφόρων εργασιών και στη διασκέδασή μας. Συνεπώς, η εκπαίδευση που παρέχεται στα σχολεία οφείλει να μετασχηματιστεί εντάσσοντας τους μαθητές στον μαγικό κόσμο των υπολογιστών και της ψηφιακής τεχνολογίας. Ο σκοπός βέβαια δεν είναι οι μαθητές απλώς να εξοικειωθούν με τα ψηφιακά εργαλεία. Το ζητούμενο είναι να τους δοθούν περισσότερα κίνητρα και ευκαιρίες μάθησης. Οι εκπαιδευτικοί από τη μεριά τους, όντας σχεδιαστές της διδασκαλίας τους, οφείλουν να αναπροσαρμόσουν τον σχεδιασμό τους στα νέα δεδομένα. Το επάγγελμα του εκπαιδευτικού αλλάζει συνεχώς κι έτσι η εκπαίδευση καθίσταται επιστήμη σχεδιασμού.

3.1 Η αξία της ενσωμάτωσης νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση

Οι πρόσφατες αλλαγές στην τεχνολογία της πληροφορίας και της επικοινωνίας οδήγησαν τους εκπαιδευτικούς να κάνουν βήματα προς την ενσωμάτωση των υπολογιστών στην εκπαίδευση. Έχοντας πολλά χαρακτηριστικά, ο υπολογιστής είναι το πιο προτιμώμενο και χρησιμοποιούμενο όργανο στην εκπαίδευση, μεταξύ των διαθέσιμων τεχνολογιών. Ωστόσο, ο Flores (2002) δήλωσε ότι παρόλο που έχουν καταπληκτικά χαρακτηριστικά, οι υπολογιστές δε λειτουργούν σε περίπτωση μη διαθεσιμότητας ποιοτικού λογισμικού. Το λογισμικό που έχει προετοιμαστεί σύμφωνα με τις απαιτήσεις του εκπαιδευτικού συστήματος μπορεί να συμβάλει στην αποτελεσματική μάθηση των μαθητών, μέσω πρακτικών στην τάξη που γίνονται υπό την καθοδήγηση των δασκάλων. Αυτά τα

λογισμικά των μαθηματικών έχουν εξαιρετικά σημαντική θέση (Hacıomeroglu et al., 2009).

Η δυναμική σύνδεση πολλαπλών αναπαραστάσεων στη διευκόλυνση της οπτικοποίησης των μαθητών έχει αυξανόμενη σημασία λόγω του γεγονότος ότι οι μαθητές μπορούν να εξερευνήσουν, να λύσουν και να επικοινωνήσουν μαθηματικές έννοιες με διάφορες μεθόδους, όπως η χρήση δυναμικών πολλαπλών αναπαραστάσεων και η μαθηματική μοντελοποίηση. Η απλή παροχή εικόνων ή φιγούρων δεν είναι επαρκής για να ενθαρρύνει τους μαθητές να οπτικοποιήσουν ή να χρησιμοποιήσουν διάφορες αναπαραστάσεις (Hacıomeroglu et al., 2009). Διατίθενται προϊόντα λογισμικού που μπορούν να προσφέρουν αυτόν τον δυναμισμό στην εκπαίδευση των μαθηματικών. Το GeoGebra είναι ένα από αυτά τα προϊόντα λογισμικού. Ως λογισμικό δυναμικών μαθηματικών, το GeoGebra μπορεί να χρησιμοποιηθεί για όλα τα μαθήματα των μαθηματικών από το δημοτικό έως το πανεπιστήμιο, επειδή αυτό το λογισμικό που συνδυάζει άλγεβρα, γεωμετρία και λογισμό είναι πολύ εύκολο στη χρήση (Stojanovska & Stojanovski, 2009).

Κύριο μέλημα είναι η εκπαίδευση να στοχεύει στον τρόπο μάθησης και όχι στη σειρά αποστήθιση πληροφοριών, που δεν έχουν κάποιο ιδιαίτερο νόημα εφόσον μέσα σε μικρό χρονικό διάστημα ξεχνιούνται. Τα παιδιά πρέπει να μάθουν να ανακαλύπτουν μόνα τους τις γνώσεις με την απαραίτητη βέβαια καθοδήγηση από τον δάσκαλο, ώστε να μάθουν πώς να μαθαίνουν, να μη φοβούνται να πειραματιστούν και να δοκιμάσουν τις δυνατότητές τους. Εξάλλου, τα σημερινά παιδιά μεγαλώνουν σε μια εποχή που αλλάζει με ταχύτατους ρυθμούς και έτσι είναι ιδιαίτερα σημαντικό να μπορούν να προσαρμοστούν και να εξελιχθούν. Για να επιτευχθούν όλα αυτά το σχολείο οφείλει να λειτουργεί με μαθητοκεντρικό τρόπο, δηλαδή ο μαθητής να βρίσκεται στο επίκεντρο της μαθησιακής διαδικασίας και ο δάσκαλος να έχει συμβουλευτικό/ καθοδηγητικό ρόλο, λύνοντας απορίες και επεμβαίνοντας όπου κρίνει απαραίτητο. Η αλληλεπίδραση και η επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητή αποτελεί σημαντικό παράγοντα ο οποίος επηρεάζει τον βαθμό επιτυχίας της διδασκαλίας (Τριλιανός, 2003). Έτσι, οι μαθητές μπορούν να λειτουργήσουν ευχάριστα, να εκφραστούν ελεύθερα και να μάθουν μέσα από τις δικές τους ενέργειες. Το σχολικό περιβάλλον μετατρέπεται αυτόματα σε έναν πιο δημιουργικό και ελεύθερο χώρο.

Πιο συγκεκριμένα, η χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση και η χρήση ψηφιακών εργαλείων για εκπαιδευτικούς σκοπούς αποτελούν νέες προκλήσεις για τη συνεργασία μεταξύ δασκάλου και μαθητή. Όλο και μεγαλύτερη βαρύτητα δίνεται στην κοινωνική αλληλεπίδραση και στον τρόπο που αυτή οδηγεί στη γνώση. Πολλοί ερευνητές επισημαίνουν πως ο ηλεκτρονικός υπολογιστής μέσω των δυνατοτήτων που παρέχει πυροδοτεί συζητήσεις μεταξύ των μαθητών, όπως για παράδειγμα, απορίες, δυσκολίες και τρόπους αντιμετώπισης σχετικά με τη χρήση ενός λογισμικού, καθώς επίσης και ανταλλαγή απόψεων για το θέμα της εργασίας τους (Cobb, Yackel & Wood, 1992). Κατά τη διάρκεια μιας διδασκαλίας με χρήση ενός ψηφιακών λογισμικών, ένα αξιόλογο μέρος της μάθησης επιτυγχάνεται από τις συζητήσεις της ομάδας μακριά από τον υπολογιστή. Επιπροσθέτως, η εμπειρία έχει δείξει πως η χρήση ψηφιακών μέσων προσδίδει πρόσθετη παιδαγωγική αξία, λόγω των πολλαπλών αναπαραστάσεων, του ανακαλυπτικού τρόπου μάθησης και του μαστορέματος των μοντέλων (Γαβρίλης, Γιαννούτσου, Δασκολιά, Ζάντζος, Κυνηγός, Λάτση, Μουστάκη, Ξένος, Σμυρναίου, Ψυχάρης, 2010). Οι μαθητές χρησιμοποιούν τον υπολογιστή ως εργαλείο ανακάλυψης, αλλά και ως εργαλείο ανάπτυξης της νοητικής σκέψης (Κόμης, 2006: 61). Για την επίτευξη, ωστόσο, όλων των παραπάνω, απαιτείται η πολύ καλή γνώση από πλευράς του εκπαιδευτικού στους τομείς της τεχνολογικής γνώσης (T- Technological), της παιδαγωγικής γνώσης (P- pedagogical) και της γνώσης του περιεχομένου (C- content) ή αλλιώς του διδασκόμενου αντικειμένου (TPCK). Έτσι οι τρεις τομείς συνδέονται και

αλληλοεπηρεάζονται επιτυγχάνοντας εξαιρετικά μαθησιακά αποτελέσματα (Ruthven, 2014).

Όπως αναφέρει ο Metz (2014) οι φορητές συσκευές έχουν τη δυνατότητα να αλλάξουν την επιστήμη της διδασκαλίας και της μάθησης. Επιπλέον όλες οι μελέτες της κινητής μάθησης στην επιστήμη ανέφεραν θετικά αποτελέσματα (Crompton, Burke, Gregory, & Gräbe, 2016). Οι Harris, Mishra και Koehler (2009) προτείνουν έναν τρόπο σκέψης που περιέχει τον κρίσιμο ρόλο του γενικού πλαισίου επίδρασης της ενσωμάτωσης τεχνολογιών. Παράδειγμα, τα μαθηματικά βασίζονται πιο πολύ στην χρήση συμβόλων και γραφημάτων που σχεδιάζονται με το χέρι και η εξήγηση του μαθηματικού περιεχόμενου, γίνεται βήμα προς βήμα στους μαθητές. Η χρήση συσκευών γραφικών προσφέρει στον χρήστη πιο εύκολη γραφή συμβόλων και γραφημάτων. Επιπλέον, εφοδιάζει τον εκπαιδευτικό με εργαλεία για να εξερευνήσει διαφορετικούς τρόπους λύσεων ή να προσαρμόσει τη λύση, ανάλογα με την αντίδραση των μαθητών.

Επιπλέον, η έρευνα του Dimitron (2019) διερεύνησε τις απόψεις των εκπαιδευτικών στα δημοτικά σχολεία σχετικά με τις θετικές πτυχές των διαδραστικών μεθόδων κυρίως στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Τα αποτελέσματα έδειξαν πως τα ψηφιακά μέσα παρέχουν νέες δυνατότητες στους εκπαιδευτικούς και καθιστούν τη διδασκαλία πιο ελκυστική και ενδιαφέρουσα με αποτέλεσμα την αύξηση του ενδιαφέροντος και των κινήτρων των μαθητών.

Ωστόσο, οι πρωτοποριακές μέθοδοι διδασκαλίας και οι πειραματισμοί εφαρμόζονται ελάχιστα στο σημερινό ελληνικό σχολείο (Kynigos & Theodossopoulou 2001). Επιπροσθέτως, παρατηρείται πολύ συχνά η χρήση των ψηφιακών μέσων στη διδασκαλία όχι για μετασχηματισμό αλλά αντιθέτως, για να ριζώνει πιο βαθιά η παραδοσιακή μέθοδος διδασκαλίας, κατά τη διάρκεια της οποίας ο μαθητής δεν κατέχει ενεργό ρόλο αλλά απλώς παρακολουθεί τον δάσκαλο που διδάσκει (Ruthven, 2014). Αυτό συνάδει σε μεγάλο βαθμό με τη μνημειακή προσέγγιση της γνώσης, μια από τις πλέον παγιωμένες προσεγγίσεις, κατά την οποία οι μαθητές απλώς δέχονται τη γνώση εντελώς τυφλά και θαυμάζουν τις γνώσεις του δασκάλου, όπως θα έκαναν και σε μια επίσκεψη τους σε μουσείο. Ζητούμενο, όμως, είναι οι μαθητές να ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση μέσω της δικής τους εμπειρίας και ενασχόλησης με το εκάστοτε αντικείμενο (Dewey, 1980). Έτσι, έχουν τη δυνατότητα να καλλιεργήσουν την κριτική τους σκέψη και είναι ικανοί να αμφισβητούν όσα ακούν και τις πληροφορίες που αντλούν από το περιβάλλον τους. Μόνο έτσι θα εξελιχθούν σε ενεργούς πολίτες, οι οποίοι θα μπορούν να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες και να επιλύουν τους προβληματισμούς και τις δυσκολίες που θα προκύψουν κατά τη διάρκεια της ζωής τους.

3.2 Ο εκπαιδευτικός ως σχεδιαστής διδακτικών αντικειμένων και σχεδίων διδασκαλίας

Στο πλαίσιο μιας γρήγορα μεταβαλλόμενης εποχής ο ρόλος του εκπαιδευτικού αλλάζει. Καλείται να ξεφύγει από την παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας, η οποία είναι κατά βάση δασκαλοκεντρική, και να υιοθετήσει τη μαθητοκεντρική μέθοδο όπου η μάθηση είναι αποτέλεσμα των ενεργειών του ίδιου του μαθητή. Έτσι παρίσταται η ανάγκη για τον σχεδιασμό και τη δημιουργία καινοτόμων πλάνων διδασκαλίας τα οποία θα προάγουν τις δεξιότητες μάθησης του 21ου αιώνα. Αυτές είναι γνωστές και ως 4Cs: Συνεργασία (Collaboration), Επικοινωνία (Communication), Κριτική σκέψη (Critical thinking), Δημιουργικότητα (Creativity). Βασικές μεθοδολογικές προσεγγίσεις για την ανάπτυξη των παραπάνω δεξιοτήτων συνιστούν η διερευνητική – ανακαλυπτική μάθηση, η βιωματική μάθηση, η ομαδοσυνεργατική μέθοδος, οι μαθητοκεντρικές διδακτικές προσεγγίσεις, η ποικιλία διδακτικών τεχνικών, όπως, η μέθοδος project, η ιδεοθύελλα, τα παιχνίδια ρόλων, η επίλυση προβλήματος, το debate (διάλογος).

Η διδασκαλία αποτελεί μια επιστήμη σχεδιασμού καθώς απαιτεί φαντασία και δημιουργικότητα. Επιπλέον, χρησιμοποιεί την εφαρμογή των σχεδίων της για τη βελτίωση τους και επιτακτική της ανάγκη αποτελεί η καλύτερευση του κόσμου. Προκύπτει επομένως η ανάγκη για ένα δομημένο μοτίβο για σχέδια μαθήματος ως το μέσο με το οποίο οι εκπαιδευτικοί οικοδομούν τη γνώση του σχεδιασμού της πρακτικής διδασκαλίας. Τα βασικά στοιχεία ενός σχεδίου είναι: α) το «πρόβλημα», β) το «πλαίσιο», γ) η ημιδομημένη περιγραφή της «λύσης» και δ) η «εξωτερικευμένη γνώση». Τα σχέδια μοιράζονται μέσω της συνεργασίας, κοινοποιούνται και σταδιακά η γνώση “χτίζεται” (Laurillard, 2012). Ο εκπαιδευτικός λειτουργεί ως σχεδιαστής.

Η μάθηση επιτυγχάνεται όταν ο μαθητής ενεργεί και σταδιακά οδηγείται μόνος του στην ανακάλυψη της γνώσης. Αντιθέτως, με την παραδοσιακή διαδικασία διδασκαλίας ο μαθητής είναι παθητικός δέκτης των γνώσεων του δασκάλου, ο οποίος μεταδίδει τη γνώση αφαιρώντας από τους διδασκόμενους το δικαίωμα για δοκιμή, επαλήθευση και τελικά ανακάλυψη ενός νέου μαθησιακού αντικειμένου. Ο εκπαιδευτικός – σχεδιαστής ενσωματώνει μια διαδικασία που υπάρχει στην κατασκευή «δομημάτων» (όπως online μαθήματα, ψηφιακά βίντεο κ.λπ.), η οποία βρίσκεται συχνά στην αλληλεπίδραση μεταξύ θεωρίας και πρακτικής, μεταξύ περιορισμών και συμβιβασμών, μεταξύ του σχεδιαστή και των υλικών, καθώς και μεταξύ του σχεδιαστή και του κοινού (Mishra & Koehler, 2006). Όπως μπορεί κάποιος εύκολα να αντιληφθεί καίριο ρόλο στην πραγμάτωση των παραπάνω διαδραματίζουν οι νέες τεχνολογίες και τα εκπαιδευτικά λογισμικά, τα οποία εφόσον χρησιμοποιηθούν σε ένα μαθητοκεντρικό πλαίσιο διδασκαλίας μπορούν να ενισχύσουν τα κίνητρα και τη διάθεσή των παιδιών για μάθηση.

Γενικότερα, η δημιουργική διδασκαλία από μόνη της είναι μια σύνθετη και ανοιχτή αρένα. Η ενσωμάτωση αποτελεσματικών χρήσεων της τεχνολογίας για τη διδασκαλία είναι επίσης πολύπλοκη με τους δικούς της όρους. Έτσι τα πράγματα γίνονται πιο περίπλοκα όταν αυτά τα δύο τέμνονται, όπως πρέπει στις τάξεις του 21ου αιώνα. Οι Mishra, Singh, & Kumar (2013) υποστήριξαν ότι οι βέλτιστες χρήσεις της εκπαιδευτικής τεχνολογίας πρέπει να βασίζονται σε μια δημιουργική νοοτροπία που αγκαλιάζει το άνοιγμα για το νέο και διανοητικό ρίσκο. Αυτή είναι μια τεράστια πρόκληση για κάθε δάσκαλο, αλλά ειδικά για νέους δασκάλους. Δεν έχει αντιμετωπιστεί με μεγάλη λεπτομέρεια από την εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, την επαγγελματική ανάπτυξη ή την εκπαιδευτική πολιτική. Οι σύγχρονες τεχνολογίες προσφέρουν συχνά νέες δυνατότητες στους ανθρώπους να είναι δημιουργικοί. Με όρους τάξης, οι δάσκαλοι πρέπει να κατανοήσουν το εύρος των τρόπων με τους οποίους η τεχνολογία μπορεί να παρουσιάσει το περιεχόμενο δημιουργικά και να δουν πώς αυτό διασταυρώνεται με διαφορετικές παιδαγωγικές μεθόδους. Δεδομένου ότι οι τεχνολογίες αναδύονται και αλλάζουν συνεχώς, η εστίαση που βασίζεται σε εργαλεία μοιάζει με έναν κινούμενο στόχο. Οι δημιουργικές προσεγγίσεις της διδασκαλίας από τον πραγματικό κόσμο ενδέχεται να μας επιτρέψουν να εξετάσουμε επίσης πώς η τεχνολογία μας βοηθά να προβάλουμε και να μάθουμε περιεχόμενο με πρωτότυπους ή συναρπαστικούς τρόπους. Μας επιτρέπει να δημιουργήσουμε περιεχόμενο, αντί να το συνοψίσουμε και να το επαναλάβουμε.

Λαμβάνοντας υπόψη την αύξηση της διαθέσιμης τεχνολογίας στα σχολεία τα τελευταία χρόνια και τις απαιτήσεις που τίθενται στους εκπαιδευτικούς να τη χρησιμοποιούν στη διδασκαλία, δεν γνωρίζουμε ακόμη πόσο αποτελεσματικοί είναι οι δάσκαλοι στην ενσωμάτωση της τεχνολογίας στη διδασκαλία (Harris, Grandgenett, & Hofer, 2010). Η ανακάλυψη του τρόπου με τον οποίο οι δάσκαλοι μαθαίνουν για την τεχνολογία και πώς την ενσωματώνουν στη διδασκαλία τους είναι απαραίτητη, καθώς ο τρόπος με τον οποίο οι δάσκαλοι χρησιμοποιούν την τεχνολογία μπορεί να επηρεάσει την ποιότητα της διδασκαλίας και τη μάθηση των μαθητών (Roberts & Stephens, 1999).

4. ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΜΑΘΗΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΤΙΚΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ

4.1 Μαθηματική έννοια

Η μαθηματική έννοια αποτελεί αναγκαιότητα και απαραίτητο μέσο κατανόησης μιας συγκεκριμένης μαθηματικής σχέσης. Αυτό σημαίνει γνώση ότι δεδομένων των όσων μάθαμε προηγουμένως, πρέπει να υπάρχει μια συγκεκριμένη σχέση. Για παράδειγμα, οι μαθητές που κατανοούν τον τύπο για το εμβαδόν ενός ορθογωνίου, κατανοούν γιατί πρέπει να είναι το γινόμενο του μήκους και του πλάτους. Μπορεί να το καταλάβουν ως έννοια πολλαπλασιασμού που καθορίζει τον συνολικό αριθμό δεδομένου του αριθμού σε μια ομάδα (τετράγωνα μονάδες σε μια σειρά) και τον αριθμό των ομάδων (αριθμός σειρών) (Simon, 2017).

4.2 Δυσκολία μάθησης Μαθηματικών

Αν και υπάρχουν διάφοροι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές μπορεί να έχουν δυσκολία στα μαθηματικά σε διαφορετικά σημεία ανάπτυξης, κάτι το οποίο μπορεί σίγουρα να επηρεάσει τη μάθηση όλων των μαθητών είναι η έλλειψη εννοιολογικής κατανόησης. Το Εθνικό Συμβούλιο Καθηγητών Μαθηματικών (2000) τονίζει τη σημασία της εννοιολογικής κατανόησης για τη μάθηση στα μαθηματικά και συνιστά την ευθυγράμμιση των γεγονότων και των διαδικασιών με έννοιες για τη βελτίωση της μάθησης των μαθητών. Πιο πρόσφατα, η Εθνική Συμβουλευτική Επιτροπή Μαθηματικών (National Mathematics Advisory Panel, 2008) συνέστησε να βοηθηθούν οι μαθητές να κατακτήσουν έννοιες και δεξιότητες και υποστήριξε ότι η προετοιμασία για την άλγεβρα απαιτεί ταυτόχρονη ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης και υπολογιστικής ευχέρειας, καθώς και καλλιέργεια της ικανότητας των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων.

Η διδασκαλία και η εκμάθηση των μαθηματικών, όπως κάθε άλλο μάθημα, απαιτεί την αποτελεσματική επικοινωνία τόσο του εκπαιδευτικού όσο και του μαθητή. Σύμφωνα με την άποψη του Halliday (1975), η εκμάθηση της γλώσσας περιλαμβάνει «μάθηση πώς να σημαίνει». Έτσι, η γλώσσα των μαθηματικών περιλαμβάνει την εκμάθηση σχετικά με το πώς κάποιος να δημιουργεί και να μοιράζεται μαθηματικά νοήματα χρησιμοποιώντας γλώσσα κατάλληλη για το πλαίσιο, η οποία είναι κάτι περισσότερο από την αναγνώριση και την απόκριση σε λέξεις μεμονωμένα. Αυτό, με τη σειρά του, απαιτεί τη χρήση κατάλληλης γλώσσας (λέξεις και σύμβολα) της οποίας το επίπεδο δυσκολίας είναι στο ίδιο επίπεδο με τις γνωστικές ικανότητες των ενδιαφερόμενων μαθητών. Η επικοινωνία μαθηματικών ιδεών ώστε το μήνυμα να γίνει επαρκώς κατανοητό είναι αρκετά δύσκολη όταν ο δάσκαλος και ο μαθητής έχουν μια κοινή πρώτη γλώσσα, αλλά το πρόβλημα είναι οξύ όταν η γλώσσα κατανόησης λόγω αναπτυξιακού επιπέδου διαφέρει (Simon, 2017).

4.3 Η Σημασία της άρθρωσης των εννοιών του στόχου από τον εκπαιδευτικό

Όπως συζητήθηκε προηγουμένως, ένας σαφώς καθορισμένος εκπαιδευτικός στόχος είναι το κλειδί για τον αποτελεσματικό εκπαιδευτικό σχεδιασμό και τη διδασκαλία. Όταν μια έννοια είναι ο στόχος, η άρθρωση της έννοιας είναι ο τρόπος για να προσδιοριστεί ο εκπαιδευτικός στόχος, δηλαδή να γίνει σαφής η επιδιωκόμενη γνώση της λογικής αναγκαιότητας. Εδώ γίνεται αναφορά σε εκπαιδευτικούς που διατυπώνουν τον στόχο ως βάση για τον προγραμματισμό, τη διδασκαλία και την αξιολόγησή τους (Furner & Marinas, 2007).

4.4 Νέα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (ΠΣ)

Το νέο πρόγραμμα σπουδών φιλοδοξεί να προσφέρει σε όλους/-ες τους/ τις μαθητές/-τριες την ευκαιρία να είναι σε θέση, μέσα από τη συμμετοχή τους στα μαθήματα, να (Λεμονίδης, 2015) :

- Εκτιμούν και να αποδίδουν αξία στα Μαθηματικά μέσα από τη συνειδητοποίηση της φύσης της μαθηματικής γνώσης και των κρίσιμων/μεγάλων ιδεών της που συνδέουν και ενοποιοούν τα επιμέρους πεδία της μαθηματικής επιστήμης με τρόπους που συμβάλλουν σε μια βαθύτερη και πιο ισχυρή κατανόησή της.

- Αναπτύσσουν μαθηματικές διεργασίες και πρακτικές, όπως ο συλλογισμός, η μοντελοποίηση, η επικοινωνία και ο αναστοχασμός, που ενδυναμώνουν τη μάθηση των Μαθηματικών και υποστηρίζουν σημαντικές ικανότητες και δεξιότητες για τον πολίτη του 21ου αιώνα.

- Αξιοποιούν ποικιλία πόρων και εργαλείων, όπως η γλώσσα, τα σύμβολα, τα χειραπτικά και ψηφιακά εργαλεία για να διαχειριστούν κατάλληλα, μέσα από προσεγγίσεις διερεύνησης αλλά και μαθητείας, αλλαγές, κρίσεις και προκλήσεις στο ακαδημαϊκό, προσωπικό, επαγγελματικό και κοινωνικό περιβάλλον δράσης τους. Τα διάφορα «εργαλεία» ενέχουν πολλαπλές ερμηνείες και είναι απαραίτητα για έναν ενεργό διάλογο με το περιβάλλον.

- Αναγνωρίζουν συνδέσεις μεταξύ των Μαθηματικών και άλλων πεδίων της ανθρώπινης γνώσης και δράσης και να εκτιμούν τα Μαθηματικά ως προσπελάσιμο και ενδιαφέρον πεδίο μελέτης.

- Χρησιμοποιούν με αυτοπεποίθηση και εμπιστοσύνη τα Μαθηματικά για να κατανοούν με κριτικό τρόπο τον κόσμο γύρω τους. Στην κατεύθυνση αυτή συλλέγουν, αναλύουν, οργανώνουν και αξιολογούν δεδομένα ελέγχοντας τις πηγές προέλευσής τους και υπερασπίζονται τις απόψεις τους. Έτσι, δρουν ως υπεύθυνοι πολίτες στους χώρους δράσης τους, συμβάλλοντας δυναμικά στη δημοκρατική και ισότιμη ανάπτυξη των κοινωνιών σε μικρο- και μακρο- επίπεδο.

- Κατανοούν και είναι σε θέση να αξιοποιήσουν τον μαθηματικό λόγο εντοπίζοντας κρίσιμες μαθηματικές ιδέες, αναλύοντας και ερμηνεύοντας διαφορετικά αναπαραστασιακά συστήματα. Μια τέτοια προσέγγιση βοηθά τους/τις μαθητές/-τριες να αναπτύσσουν πολυτροπικές προσεγγίσεις στην επικοινωνία και να χρησιμοποιούν τη μαθηματική γλώσσα με ακρίβεια και ευελιξία.

Μια μαθητοκεντρική προσέγγιση ενισχύεται με έμφαση στα αναμενόμενα μαθησιακά αποτελέσματα, δηλαδή σε όλα όσα χρειάζεται να γνωρίζουν, να κατανοούν και να μπορούν οι μαθητές να εφαρμόζουν μετά το μάθημα. Για παράδειγμα, αντί να απομνημονεύει ιστορικά γεγονότα περιληπτικά, ο μαθητής καλείται να συμμετάσχει σε δραστηριότητες που του δίνουν τη δυνατότητα να κατανοήσει τη σημασία, την αιτία και τις συνέπειες των γεγονότων, όπως το να παίξει ιστορικά πρόσωπα ή να γράψει μια ομιλία σαν να αποτελεί εκείνα τα ιστορικά πρόσωπα. Η συνέχεια και η συνοχή διατηρούνται στην εκπαιδευτική διαδικασία, με τη μετάβαση από «υλικά» σε θεματικά πεδία που παραμένουν αναλλοίωτα από τάξη σε τάξη και από βήμα σε βήμα. Για παράδειγμα, στα μαθηματικά, η θεματική ενότητα «συναρτήσεις προτύπων» παραμένει η ίδια όπως στα μαθηματικά της πρώτης τάξης (Λεμονίδης, 2015).

Σύμφωνα με το αναδιαρθρωμένο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών το περιεχόμενο των μαθημάτων επανατοποθετείται και εμπλουτίζεται σύμφωνα με τη σύγχρονη επιστημονική εξέλιξη και τις κοινωνικές ανάγκες. Η διεπιστημονικότητα είναι διάχυτη σε όλους τους τομείς της γνώσης. Ενισχύεται η σχέση μεταξύ θεωρίας και πράξης για να εξοπλίσει τους μαθητές να αντιμετωπίσουν τις προκλήσεις του 21ου αιώνα. Η ψηφιακή τεχνολογία και ο ψηφιακός γραμματισμός ενσωματώνονται σε όλους τους γνωστικούς κλάδους, με αποτέλεσμα πλούσιο ψηφιακό υλικό. Το νέο πρόγραμμα σπουδών είναι ψηφιακό (Λεμονίδης, 2015).

Το νέο ΠΣ βασίζεται στις ακόλουθες αρχές, τοποθετώντας το στο επίκεντρο της διδασκαλίας, της μάθησης και των μαθητών, χωρίς να αποκλείει (Λεμονίδης, 2015):

Υψηλές προσδοκίες προσαρμοσμένες σε κάθε μαθητή:

Το ΠΣ προσφέρει σε όλους τους μαθητές την ευκαιρία να υποστηρίξουν τη μάθηση και ακόμη και να σχεδιάσουν την προσωπική τους ανάπτυξη. Αυτό θα πρέπει να λαμβάνεται υπόψη προκειμένου να δοθεί ο απαραίτητος χρόνος και οι κατάλληλες ευκαιρίες σε όλους τους μαθητές να αποκτήσουν βασικές γνώσεις, δεξιότητες, ικανότητες και να αποκτήσουν στάσεις σχετικές με κάθε μάθημα.

Μαθητές:

Εκτίθενται στη σύγχρονη γνώση που βασίζεται στην επιστημονική και κοινωνική ανάπτυξη. Μαθαίνουν μέσα από νέες, βιωματικές και συμμετοχικές μεθόδους διδασκαλίας. Σκέφτονται δημιουργικά και κριτικά, και εστιάζουν στην ουσία της γνώσης - αντί να αποθηκεύουν αδιάκριτα υλικό.

Δάσκαλοι:

Ικανότητα να είναι σχεδιαστές και συντονιστές ενός υποστηρικτικού μαθησιακού περιβάλλοντος. Ενθαρρύνεται η οπτικοποίηση και η καινοτομία. Δυνατότητα πρόσβασης σε πληθώρα υποστηρικτικού υλικού, εκπαιδευτικών εργαλείων και κοινοτήτων μάθησης.

Σχολικό Περιβάλλον:

Αναπτύσσεται σε ένα ζωντανό εργαστήριο έρευνας, επικοινωνίας, δράσης και έκφρασης. Εμπνέει, ευαισθητοποιεί και ενεργοποιεί τη σχολική κοινότητα. Γίνεται ελκυστικό και διεγείρει το ενδιαφέρον και την περιέργεια των μαθητών.

5. ΘΕΩΡΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΙΚΕΣ

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται οι θεωρίες μάθησης και οι διδακτικές τεχνικές, που έχουν αξιοποιηθεί στο σχέδιο διδασκαλίας που ακολουθεί.

5.1 Θεωρίες μάθησης

Το σχέδιο διδασκαλίας που ακολουθεί έχει βασιστεί πρωτίστως στις εποικοδομητικές θεωρίες μάθησης, οι οποίες δίνουν έμφαση στον ενεργητικό ρόλο του μαθητή και αντιτίθενται στη δασκαλοκεντρική διδασκαλία κατά την οποία ο δάσκαλος θεωρείται παντογνώστης, ο οποίος μεταλαμπαδεύει τις γνώσεις του στους μαθητές. Συγκεκριμένα:

Διδακτικό μοντέλο εποικοδομητισμού (Constructivism): Κύριοι εκπρόσωποι του εποικοδομητισμού είναι ο Papert, ο Piaget, ο Bruner και ο Vygotsky. Πρόκειται για μία σειρά από θεωρίες μάθησης οι οποίες δίνουν έμφαση τόσο στο κοινωνικό όσο και στο γνωστικό επίπεδο του μαθητή και βασίζονται κυρίως στα εξής: 1.ενεργός ρόλος των εκπαιδευομένων, 2.οικοδόμηση της γνώσης και 3.προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών. Σημαντικό στοιχείο είναι ότι η προσέγγιση της γνώσης περιλαμβάνει δραστηριότητες διερεύνησης, ανακάλυψης, έρευνας, πειραματισμού, συσχέτισης της νέας γνώσης με εμπειρίες της καθημερινής ζωής και επίλυσης προβλήματος. Ο Piaget (Ackermann, 2001) ανέφερε για πρώτη φορά τον όρο “constructivism” που σημαίνει «οικοδομισμός». Υποστήριξε πως οι μαθητές δε βρίσκουν έτοιμες γνώσεις αλλά πρέπει να τις κατασκευάζουν οι ίδιοι. Συνεπώς, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να αφήνουν τα παιδιά να οδηγούνται μόνο τους στη γνώση ανακαλυπτικά και διερευνητικά μέσω της αλληλεπίδρασής τους με τον κοινωνικό περίγυρο. Ο Papert (1993) επέκτεινε τον όρο “constructivism” που είχε δοθεί από τον Piaget σε “constructionism”, δηλαδή «μαστόρεμα». Συμφωνούσαν και οι δύο πως τα παιδιά «μαθαίνουν κάνοντας», δηλαδή με βιωματικό τρόπο, μέσα από τις πράξεις τους. Ο Papert όμως πίστευε πως τα στάδια ανάπτυξης επηρεάζονται, όχι μόνο από το κοινωνικό μας περιβάλλον, αλλά και από το τεχνολογικό περιβάλλον. Υποστήριζε πως πρέπει να επηρεαστεί το περιβάλλον μέσα στο

οποίο ζουν και μεγαλώνουν τα παιδιά, πως πρέπει να γίνει πιο πυκνό σε εμπειρίες νοσηματοδότησης. Πιο συγκεκριμένα, πρέπει οι ιδέες των παιδιών να εκφράζονται μέσα από το μαστόρεμα, δηλαδή να μπορούν να κατασκευάζουν κάτι και έπειτα να πραγματοποιούν αλλαγές σε αυτό χωρίς να υπάρχει κάποιο διακύβευμα, να μη φοβούνται το λάθος αλλά να μπορούν να προσπαθήσουν ξανά. Για τον Papert, η μάθηση πρέπει να οικοδομείται από το ίδιο το παιδί και όχι να είναι αποτέλεσμα μεταβίβασης από τον δάσκαλο στον μαθητή. Έδωσε μεγάλη σημασία στην εμπλοκή του μαθητευόμενου στη διαδικασία μάθησης και στην ανακάλυψη τρόπων από τον ίδιο ώστε να μπορεί σταδιακά να «χτίσει» τη γνώση του, κατανοώντας παράλληλα τη διαδικασία. Υποστήριξε, ακόμη, πως η μάθηση είναι αποτελεσματική όταν επέρχεται μέσα από μια δραστηριότητα κατά την οποία ο εκπαιδευόμενος πειραματίζεται καθώς προσπαθεί να δημιουργήσει κάτι που έχει νόημα για τον ίδιο. Παράλληλα, πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ο προσωπικός χρόνος κάθε μαθητή, η ανταλλαγή απόψεων και ο συνδυασμός διαφόρων πεδίων μάθησης, κάτι που ευνοείται με τη χρήση των νέων τεχνολογιών. Έτσι, η γνώση δε μεταβιβάζεται από τον δάσκαλο στο παιδί αλλά το παιδί συμμετέχει ενεργά, ανακαλύπτει και “κατασκευάζει” τις γνώσεις του.

Στο κονστрукτιβιστικό μοντέλο η μάθηση είναι ευθύνη του μαθητή. Η διαδικασία της μάθησης περιλαμβάνει μια δι-υποκειμενική ανταλλαγή (Bruner, 1985). Το παιδί—ή όποιος μαθαίνει—αντιμετωπίζεται ως σκεπτόμενο ον, ως ανεξάρτητος στοχαστής ο οποίος διαμορφώνει αυθόρμητα μια εικόνα του κόσμου (Brandt, 2013). Αναπτύσσει δραστηριότητες αυθόρμητα, ιδιοσυγκρασιακά, σε κατευθύνσεις που δεν είναι απαραίτητα σύμφωνες με το τι θεωρείται τυπικό στον κόσμο των ενηλίκων. Το παιδί λειτουργεί αυτόνομα, ως κατασκευαστής της δικής του γνώσης. Ερμηνεύει τις εμπειρίες του και έπειτα ενσωματώνει κάθε εμπειρία σε έναν κατάλληλο κανόνα πεπιοθήσεων. Το ανθρώπινο μυαλό μοιάζει σαν ένα αποθετήριο των ατομικών ερμηνειών. Ωστόσο, το παιδί δεν γεμίζει αυτό το αποθετήριο αυτόνομα, αλλά σε συνεργασία με τους ανθρώπους του περιβάλλοντα χώρου του. Ο ενήλικας λειτουργεί συνεργατικά προσπαθώντας αφενός να δημιουργήσει ένα περιβάλλον πλούσιο σε ερεθίσματα και αφετέρου να κατανοήσει και να δουλέψει με τις ιδέες των παιδιών αποφεύγοντας να παρεμβαίνει στη φυσική ανάπτυξη του παιδιού και παραμένοντας περισσότερο ουδέτερος. Σε αυτήν την περίπτωση η γνώση δεν κατανοείται πια ως επίδειξη δεξιοτήτων, αλλά ως το αποτέλεσμα των διαπραγματεύσεων μέσα από τους διαλόγους με άλλους.

Βιωματική μάθηση (learning by doing): Στις μεθόδους διδασκαλίας που χρησιμοποιούνται, πρωταρχικό ρόλο έχει η «Βιωματική μάθηση» (learning by doing), η οποία δίνει στα παιδιά τη δυνατότητα να συνδέσουν καταστάσεις της καθημερινής ζωής και προσωπικές τους εμπειρίες με το μάθημα. Έτσι, έχουν τη δυνατότητα να εκφραστούν ελεύθερα και να δραστηριοποιηθούν. Με αυτόν τον τρόπο μάλιστα ικανοποιείται η έντονη επιθυμία τους για δράση και δημιουργικότητα ενώ παράλληλα τους δίνεται η ευκαιρία να καλλιεργήσουν τη φαντασία τους και να εμπλουτίσουν τον πνευματικό τους κόσμο. Κύριος εκπρόσωπος της μεθόδου αυτής, είναι ο Dewey, ο οποίος επισημαίνει τη σχέση ανάμεσα στην εκπαίδευση και την εμπειρία και αναφέρει ότι κάθε γνήσια μορφή εκπαίδευσης πρέπει να γεννιέται μέσα από την εμπειρία. Η φιλοσοφία του στηριζόταν στην αρχή “μανθάνειν διά του πράττειν” (learning by doing). Βασικό χαρακτηριστικό της παιδαγωγικής του πεπιοθήσης αποτελεί η μάθηση μέσα από τις εμπειρίες των παιδιών και την επαφή τους με το περιβάλλον. Για τον Dewey κάθε γνήσια μορφή εκπαίδευσης γεννιέται μέσα από την εμπειρία. Η εμπειρία αυτή διαφοροποιείται από τη σχέση μεταξύ του ατόμου και του περιβάλλοντός του αλλά και κάθε νέα εμπειρία κληρονομεί κάτι από τις προηγούμενες. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται μια συνέχεια, που προσδίδει στην εμπειρία την εκπαιδευτική της αξία (Dewey, 1980). Υποστηρικτής της μεθόδου είναι και ο Piaget, που υποστηρίζει την αξία της προσωπικής εμπειρίας στη μάθηση μέσα από την ενεργό συμμετοχή του μαθητή σε ομάδες. Επιπλέον, αναπτύσσεται η κοινωνικότητα των

μαθητών καθώς η ομαδοσυνεργατική μέθοδος διδασκαλίας τους εμπλέκει σε δραστηριότητες όπου είναι ιδιαίτερα σημαντική η συνεργασία, η επικοινωνία, διαχείριση της πληροφορίας και η γνώση της χρήσης Η/Υ (Ματσαγγούρας, 2006).

Συνεπώς, το συγκεκριμένο σενάριο διδασκαλίας έχει σχεδιαστεί βάσει των προαναφερθέντων θεωριών μάθησης, οι αρχές των οποίων διέπουν όλη την πορεία του.

5.2 Διδακτικές τεχνικές

Οι διδακτικές τεχνικές που αξιοποιούνται είναι οι εξής:

✓ Ομάδες εργασίας

Η ομαδοσυνεργατική διδασκαλία, εκτός του ότι αποτελεί μία από τις προτεινόμενες μεθοδολογικές προσεγγίσεις στο Δ.Ε.Π.Π.Σ., ως μορφή διδασκαλίας παρουσιάζει αρκετά πλεονεκτήματα και γι' αυτό στο βιβλίο του μαθητή υπάρχουν αρκετές ομαδοσυνεργατικές δραστηριότητες.

Οι Johnson & Johnson (1992) εξηγούν ότι τα τελευταία 90 χρόνια έχουν διεξαχθεί περισσότερες από 520 πειραματικές μελέτες και 100 μελέτες συσχέτισης, που συγκρίνουν τις συνεργατικές, ανταγωνιστικές και ατομικές προσπάθειες. Μετά από επισκόπηση όλων αυτών των μελετών, οι Johnson & Johnson συμπεραίνουν ότι οι συνεργατικές προσπάθειες καταλήγουν: (i) σε υψηλότερη επίδοση και μεγαλύτερη παραγωγικότητα, (ii) σε μεγαλύτερη διαπροσωπική έλξη και περισσότερη κοινωνική υποστήριξη, και (iii) σε μεγαλύτερη αυτοεκτίμηση και μεγαλύτερη ψυχική υγεία (Ματσαγγούρας, 2007).

✓ Ερωταποκρίσεις

Οι ερωταποκρίσεις αποτελούν βασικό στοιχείο ενός διαλόγου και η ποιότητά τους καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την επιτυχία της συζήτησης. Ο Σωκράτης μάλιστα ήταν ο πρώτος που τις χρησιμοποίησε μέσω της «μαιευτικής» μεθόδου. Οι ερωτήσεις έχουν την ικανότητα να επηρεάσουν την απάντηση που θα δοθεί και γι' αυτό πρέπει να είναι σαφείς, σύντομες, περιεκτικές και σαφώς διατυπωμένες. Οι ερωταποκρίσεις χρησιμοποιούνται πολύ συχνά κατά τη διάρκεια των μαθημάτων, καθώς διεγείρουν την προσοχή των μαθητών και βοηθούν στην καλύτερη κατανόηση ή και ανακεφαλαίωση του θέματος. Ακόμη, χρησιμοποιούνται για περαιτέρω επεξήγηση του θέματος, ενισχύουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών και ο εκπαιδευτικός μπορεί να διαπιστώσει καλύτερα τις ανάγκες των μαθητών του και τον βαθμό στον οποίο έχουν κατανοήσει το θέμα (Τριλιανός, 2008).

✓ Συζήτηση

Η συζήτηση, ή αλλιώς διάλογος, επιτρέπει την ανταλλαγή απόψεων γύρω από ένα θέμα με απώτερο στόχο την εξαγωγή συμπερασμάτων. Η συζήτηση μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε μεταξύ των μαθητών, όπου ο δάσκαλος θα έχει συντονιστικό ρόλο, είτε μεταξύ δασκάλου και μαθητών. Έτσι ο εκπαιδευτικός οφείλει να συντονίζει τη συζήτηση, να αξιοποιεί τις ιδέες των μαθητών, να τις ομαδοποιεί και να ανακεφαλαιώνει. Μέσω του διαλόγου δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να περιγράφουν και να αναλύουν έννοιες, να παραθέτουν τα συμπεράσματά τους, να κινητοποιηθούν νοητικά και να παρατηρούν τον τρόπο με τον οποίο αντιδρούν οι άλλοι στα λεγόμενά τους (Ματσαγγούρας, 2007).

✓ Πρακτική άσκηση

Στόχος της πρακτικής άσκησης είναι η σύνδεση της θεωρίας με την πράξη και η ενεργοποίηση των μαθητών, ενισχύοντας παράλληλα την αυτοπεποίθησή τους. Επιπλέον, συνδέεται άμεσα με τη βιωματική μάθηση (learning by doing), αφού οι μαθητές μαθαίνουν κάνοντας. Σύμφωνα με τον Jarvis (2004) κατά την πρακτική άσκηση οι μαθητές καλούνται να εκτελέσουν μια δραστηριότητα ατομικά ή ομαδικά με την καθοδήγηση του εκπαιδευτικού, ενώ παλαιότερα αποτελούσε τη μόνη μέθοδο εκπαίδευσης σε τεχνικές ειδικότητες. Συχνά πραγματοποιείται σε ασκήσεις εργαστηρίου ή προσομοιώσεις.

6. ΤΑ ΨΗΦΙΑΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ ΚΑΙ ΤΑ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΤΟΥΣ ΣΤΟ ΠΑΡΟΝ ΣΕΝΑΡΙΟ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

6.1 Ψηφιακά εργαλεία

- Geogebra
- Symmetry Artist
- Sketchpad

Geogebra: Η αλληλεπίδραση με το λογισμικό Geogebra λαμβάνει χώρα σε ένα περιβάλλον που μπορεί να χαρακτηριστεί ως επικοινωνιακού τύπου. Το προτεινόμενο λογισμικό μπορεί να υλοποιήσει με δυναμικό τρόπο μαθηματικά αντικείμενα και να ωθήσει τους μαθητές στον πειραματισμό, στην ανακάλυψη και στη διερεύνηση ιδιοτήτων και σχέσεων μεταξύ γεωμετρικών σχημάτων (Caglayan, 2016 ´ Hohenwarter, & Preiner, 2007). Η ενσωμάτωση του GeoGebra σε ένα μαθησιακό περιβάλλον παρέχει δημιουργικές ευκαιρίες στους μαθητές ενώ μαθαίνουν μαθηματικά και προωθεί την απόκτηση μαθηματικών γνώσεων και δεξιοτήτων (Hohenwarter, Hohenwarter, & Lavicza, 2009). Κάτι τέτοιο γίνεται σαφές αν σκεφτεί κανείς πως ο μαθητής μπορεί να μετακινεί σχήματα και να δοκιμάζει οτιδήποτε χωρίς να καταστρέφει την αρχική εφαρμογή αφού μπορεί με το πάτημα ενός κουμπιού να διαγράψει όλες τις ενέργειες που έχει κάνει και να αρχίσει από την αρχή.

Symmetry Artist: Πρόκειται για λογισμικό ανοικτού τύπου το οποίο προωθεί την ελεύθερη έκφραση και δημιουργικότητα των μαθητών. Μέσω του συγκεκριμένου περιβάλλοντος οι μαθητές αναπτύσσουν τη συμβολική έκφραση και επικοινωνία.

Sketchpad: Το Sketchpad (γνωστό και ως Robot Draftsman) είναι ένα πρόγραμμα υπολογιστών που γράφτηκε από τον Ivan Sutherland το 1963 κατά τη διάρκεια της διδακτορικής του διατριβής, για την οποία έλαβε το βραβείο Turing το 1988 και το Βραβείο Κιότο το 2012. Είναι ένα πρωτοπόρο πρόγραμμα όσον αφορά την αλληλεπίδραση ανθρώπου-υπολογιστή και θεωρείται ο πρόγονος των σύγχρονων προγραμμάτων σχεδιασμού με τη βοήθεια υπολογιστή, καθώς και μια σημαντική ανακάλυψη στην ανάπτυξη των γραφικών υπολογιστών γενικά.

Το Geometer's Sketchpad (GSP) αποτελεί ένα πρόγραμμα λογισμικού δυναμικής γεωμετρίας που επιτρέπει σε δασκάλους και μαθητές να κατασκευάζουν και να μετασχηματίζουν γεωμετρικά αντικείμενα ή στοιχεία αντικειμένων, σύροντας διαφορετικά αντικείμενα σε μια οθόνη υπολογιστή. Το GSP παρέχει άμεση ανατροφοδότηση, παρακινεί τους μαθητές να σκεφτούν μαθηματικά και εμπλέκει τους μαθητές (Ruthven, Hennessy, & Deane, 2008). Επιτρέπει στους μαθητές να διερευνήσουν τις μαθηματικές συνδέσεις και τις παρεχόμενες ευκαιρίες, να προβληματιστούν σχετικά με τις δραστηριότητές τους, κάτι που είναι κεντρικό σε μια κονστрукτιβιστική θεωρία της γνώσης. Σύμφωνα με τον Noraini (2009), το GSP παρέχει ένα ευέλικτο δομημένο εργαστήριο Μαθηματικών που υποστηρίζει τη διερεύνηση και την εξερεύνηση των

εννοιών σε αναπαραστατικό επίπεδο, συνδέοντας το συγκεκριμένο με το αφηρημένο. Δηλώνει περαιτέρω ότι πολλοί μαθητές δεν είναι σε θέση να κατανοήσουν τι διδάσκουν οι καθηγητές των Μαθηματικών, επειδή το περιεχόμενο των Μαθηματικών διδάσκεται με σκοπό να ολοκληρωθεί η ύλη του αναλυτικού προγράμματος και να προετοιμαστούν οι μαθητές για εξετάσεις. Οι δυσκολίες των μαθητών επιδεινώνονται ιδιαίτερα όταν το θέμα είναι η γεωμετρία που πολλοί μαθητές βρίσκουν πολύ αφηρημένο και δύσκολο να κατανοήσουν ή να συσχετιστούν με καταστάσεις της πραγματικής ζωής. Σύμφωνα με τον Stacey (2007), η χρήση του με διερευνητική τεχνική στη διδασκαλία και εκμάθηση των Μαθηματικών ενισχύει την κατανόηση της γεωμετρίας.

Συνολικά, η χρήση της τεχνολογίας σε αίθουσες μαθηματικών, όπως το Geometers' Sketchpad, έχει δοκιμαστεί για να ενισχύσει σημαντικά τα κίνητρα των μαθητών, να παρέχει μέγιστες ευκαιρίες μάθησης και να βελτιώσει την επίδοση των μαθητών στα μαθηματικά. Σύμφωνα με τον Roble (2016), το λογισμικό αυτό εμφανίζει θετικό αντίκτυπο στην απόδοση των μαθητών στο τεστ που φτιάχτηκε από τον δάσκαλο.

Η έλλειψη κατανόησης στην εκμάθηση της γεωμετρίας συχνά αποθαρρύνει τους μαθητές, κάτι που πάντα μπορεί να οδηγήσει σε κακή επίδοση στη γεωμετρία. Διάφοροι παράγοντες έχουν προταθεί για να κατανοήσουμε γιατί είναι δύσκολη η εκμάθηση της γεωμετρίας. Περιλαμβάνουν: τη γλώσσα της γεωμετρίας, τις ικανότητες οπτικοποίησης και την αναποτελεσματική διδασκαλία (Nogaini, 2009). Οι Tat & Fook (2005) αναφέρουν ότι η χρήση της προσέγγισης δυναμικής οπτικοποίησης βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα τις μαθηματικές έννοιες που διδάσκονται. Το ενδιαφέρον των μαθητών για τη γεωμετρία είναι επίσης ένας άλλος σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει την επίδοση των μαθητών στα Μαθηματικά. Εάν οι μαθητές δεν ενδιαφέρονται για τη γεωμετρία ακόμη και με την εισαγωγή του παραπάνω λογισμικού, τα αποτελέσματα της επίτευξής τους μπορεί να μην είναι ενθαρρυντικά.

Σύμφωνα με τους Iji et al. (2018) υπάρχει σημαντική διαφορά μεταξύ της μέσης βαθμολογίας ενδιαφέροντος των μαθητών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης που διδάσκουν γεωμετρία χρησιμοποιώντας γεωμετρικό πληκτρολόγιο και εκείνων που διδάσκονται χωρίς GSP. Ο Dekker (2011) κατέγραψε παρόμοια ευρήματα όταν διεξήγαγε μια έρευνα σχετικά με την επίδραση του Geometer's Sketchpad στη γνώση και τη στάση των μαθητών στο Calvin Christian High School στο Grandville, Michigan, Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής (ΗΠΑ). Υπήρχαν σημαντικές διαφορές κατά την εξέταση των βαθμολογιών διαφοράς από την προ-δοκιμή και τη μετα-δοκιμή. Ομοίως, οι Roberts και Stephen όπως αναφέρθηκαν στο Heidi (2004) στις μελέτες τους βρήκαν ότι η χρήση της τεχνολογίας προσθέτει στην απόλαυση και το ενδιαφέρον των μαθητών, επομένως η χρήση της τεχνολογίας μπορεί να είναι ένα από τα μέτρα που λαμβάνονται για τη βελτίωση του ενδιαφέροντος των μαθητών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στη γεωμετρία. Τα ευρήματα των παραπάνω μελετών συμφωνούν με τα ευρήματα της παρούσας μελέτης, αποδεικνύοντας επομένως ξεκάθαρα ότι η χρήση του GSP μπορεί να βελτιώσει το ενδιαφέρον των μαθητών για τη γεωμετρία.

Με βάση τα ευρήματα της μελέτης σημαντικό αποτελεί:

1. Οι δάσκαλοι πρέπει πάντα να χρησιμοποιούν το GSP για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών στους μαθητές για να βοηθήσουν το ενδιαφέρον τους για μάθηση (Dekker, 2011).
2. Οι σχολικές αρχές θα πρέπει να δημιουργήσουν ένα ευνοϊκό περιβάλλον για τους καθηγητές Μαθηματικών, για να έχουν πρόσβαση στο GSP και να μπορούν να διδάσκουν αποτελεσματικά τη γεωμετρία, ώστε να ενισχύεται το ενδιαφέρον των μαθητών (Dekker, 2011).

6.2 Καινοτομίες

Η δομή του σεναρίου αποτελεί καινοτομία στο παραδοσιακό πλαίσιο της διδασκαλίας των Μαθηματικών και φιλοδοξεί να συμβάλει στη βελτίωση της στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά και στη διαδικασία προσέγγισής τους. Η εισαγωγή της τεχνολογίας στη μαθησιακή διαδικασία μετασχηματίζει και τις διδακτικές πρακτικές και τα ίδια τα Μαθηματικά ως γνωστικό αντικείμενο. Στις παραδοσιακές διδασκαλίες οι μαθηματικές έννοιες αναπαρίστανται με στατικό τρόπο σε χαρτί, στον πίνακα και με χρήση ενδεχομένως κάποιων χειραπτικών υλικών. Κατασκευάζοντας όμως, ένα μαθηματικό αντικείμενο στην οθόνη του υπολογιστή, οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να παρατηρήσουν την κίνηση του αντικειμένου και όλες τις αλλαγές στις οποίες υπόκειται βάσει της κίνησής του. Κατά συνέπεια, ο μαθητής αντιλαμβάνεται τα μαθηματικά αντικείμενα με δυναμικό τρόπο.

Η χρήση ψηφιακών εργαλείων βοηθάει τους μαθητές να συνειδητοποιήσουν πως τα Μαθηματικά αποτελούν αντικείμενο διερεύνησης μέσω της οποίας μπορούν να καταλήξουν στα δικά τους συμπεράσματα. Ακόμη, η δυνατότητα κίνησης των αντικειμένων σε πραγματικό χρόνο και η παρακολούθηση των αλλαγών που αυτή προκαλεί, δίνει την ευκαιρία στον διδάσκοντα να σχεδιάσει ανοικτούς προβληματισμούς οι οποίοι επιτρέπουν τη διατύπωση εικασιών και τον έλεγχο τους.

Επιπλέον, το συγκεκριμένο σενάριο διδασκαλίας αποσκοπεί στην άμεση εμπλοκή των μαθητών στη μαθησιακή διαδικασία και στην ανακάλυψη της γνώσης από τους ίδιους. Ο εκπαιδευτικός είναι αρωγός καθ' όλη τη διάρκεια, καθοδηγεί, συμβουλεύει και επεμβαίνει όπου κρίνει απαραίτητο. Τα παραπάνω επιτυγχάνονται με τη χρήση των ψηφιακών μέσων και εργαλείων, αναπτύσσοντας μάλιστα στους μαθητές την υπολογιστική σκέψη με παιγνιώδη και διασκεδαστικό τρόπο.

Τέλος, για την εφαρμογή μεθόδων διδασκαλίας με τη βοήθεια της ψηφιακής τεχνολογίας απαιτείται από τη διεύθυνση του σχολείου μια ευρύτερη αποδοχή της αλλαγής των ρόλων των μαθητών και των εκπαιδευτικών, ώστε οι μαθητές να ενθαρρύνονται σε κάθε προσπάθεια χρήσης των τεχνολογικών μέσων στη μάθηση και στη διδασκαλία. Η εισαγωγή νέων τεχνολογιών συνεπάγεται συχνά αλλαγές στο εργασιακό περιβάλλον των μαθημάτων όσον αφορά την πιθανή αλλαγή δωματίου, για παράδειγμα από την τάξη στο εργαστήριο πληροφορικής, τη φυσική διάταξη και την οργάνωση της τάξης, απαιτώντας τροποποίηση των ρουτινών στην τάξη που επιτρέπουν την ομαλή εξέλιξη των μαθημάτων. Προκύπτει η πρόκληση της δημιουργίας ενός συνεκτικού συστήματος πόρων, όπως ψηφιακά εργαλεία, χειραπτικά υλικά και φύλλα εργασίας, που λειτουργούν με συμπληρωματικό τρόπο και τα οποία οι συμμετέχοντες είναι σε θέση να χρησιμοποιούν αποτελεσματικά (Ruthven, 2014).

6.3 Πρόσθετη παιδαγωγική αξία

Το παρόν εκπαιδευτικό σενάριο φιλοδοξεί να συμβάλλει στη βελτίωση της στάσης των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά. Κάθε μαθητής κατέχοντας ενεργό ρόλο στη μαθησιακή διαδικασία μπορεί να δοκιμάσει τις δυνατότητές του, να εφαρμόσει τις δικές του ιδέες και να καταλήξει στα δικά του συμπεράσματα. Ακόμη, η εργασία των μαθητών σε ομάδες θα οδηγήσει σταδιακά στην αλλαγή της στάσης τους απέναντι στη μάθηση γενικότερα. Θα συνειδητοποιήσουν τη μεγάλη αξία της ομαδικής εργασίας και θα απαλλαγθούν από το άγχος και την ανασφάλεια που ενδεχομένως αισθάνονται όταν μελετούν ατομικά.

Επιπροσθέτως, τα ψηφιακά εργαλεία αν αξιοποιηθούν σωστά και υπό παιδαγωγικές προϋποθέσεις, έχουν τη δυνατότητα να μετατρέψουν την παραδοσιακή διδασκαλία σε μια σύγχρονη εκδοχή της ιδανική για όλους τους μαθητές. Ειδικά οι μαθητές που παρουσιάζουν δυσκολίες στη μάθηση ή προέρχονται από χαμηλό κοινωνικό - πολιτισμικό περιβάλλον με χαμηλά ερεθίσματα και κίνητρα διευκολύνονται σε μεγάλο βαθμό μέσω

των ψηφιακών εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων (Pagani, Argentin, Gui, & Stanca, 2016). Στα ψηφιακά εργαλεία οι πληροφορίες μπορούν να εμφανίζονται με πολλούς και διαφορετικούς τρόπους (κείμενο, εικόνα, ήχο, βίντεο) κι έτσι ο μαθητής έχει τη δυνατότητα να εκφραστεί και να δημιουργήσει με όποιον τρόπο επιθυμεί. Ευνοείται η προσωπική τους έκφραση και δημιουργικότητα στα πλαίσια μιας πολυαισθητηριακής μάθησης. Σύμφωνα μάλιστα, με τις νέες αντιλήψεις για τη μάθηση, κάθε μαθητής είναι ξεχωριστός, διαθέτει μοναδικά χαρακτηριστικά γνώρισμα και μπορεί να χρησιμοποιήσει τις νέες τεχνολογίες με τρόπο προσαρμοσμένο στην προσωπικότητά του και στον τρόπο μάθησης που τον εξυπηρετεί. Έτσι οι νέες τεχνολογίες συμβάλλουν στην ανάδειξη της προσωπικότητάς του. Το παιδί αποκτά πλέον ενεργητικό ρόλο στη διαδικασία της μάθησης (Βοσνιάδου, 2006).

Οι ψηφιακές τεχνολογίες δημιουργούν τις κατάλληλες συνθήκες, ώστε να μετασχηματιστεί η διαδικασία μάθησης και να αλλάξει το κοινωνικό κλίμα της τάξης. Δεν είναι απλώς μια εξέλιξη στην εκπαιδευτική διαδικασία (Ράπτης & Ράπτη, 1999). Ακόμη, μέσω της συνεργασίας και της ανταλλαγής απόψεων οι πληροφορίες θα πρέπει να οικοδομούνται και όχι απλώς να μεταδίδονται (Τσέλιος, 2011). Ιδιαίτερα σημαντική είναι η δόμηση του διδακτικού σεναρίου έτσι ώστε να δίνονται κίνητρα στους μαθητές για ενεργή συμμετοχή τους. Σύμφωνα με τους Janossy (2007) και Edirisingha, Salmon & Fothergill (2007), η συμμετοχή τους είναι αυξημένη σε διδασκαλίες που ενσωματώνουν ψηφιακά εργαλεία. Συνεπώς, ο εκπαιδευτικός οφείλει να καθορίσει τον τρόπο συνεργασίας των μαθητών. Καθώς μάλιστα δουλεύουν ομαδικά εξελίσσονται κοινωνικά, μαθαίνουν πώς να συνεργάζονται και να πειραματίζονται από κοινού για την παραγωγή ενός έργου ή για την επίλυση ενός προβλήματος. Η μαθησιακή διαδικασία φαντάζει πιο ενδιαφέρουσα στα μάτια τους και βιώνουν αισθήματα χαράς και ενθουσιασμού. Το μάθημα αποκτά νόημα για τα ίδια, δεν είναι πια βαρετό και ανιαρό. Ειδικά το μάθημα των μαθηματικών θεωρείται συχνά από τα παιδιά ως ένα βαρετό μάθημα, το οποίο δεν έχει κάποια εφαρμογή στην καθημερινή τους ζωή (Burkhardt & Schoenfeld, 2019). Παράλληλα, η τεχνολογία καθιστά εύκολη τη σύνδεση του εκπαιδευτικού περιεχομένου με καταστάσεις και εμπειρίες της καθημερινής ζωής. Συνεπώς, η μάθηση γίνεται περισσότερο ευχάριστη και πιο αποτελεσματική.

Σε ότι αφορά στη χρήση των νέων τεχνολογιών, είναι προφανές ότι ένα εκπαιδευτικό σενάριο που αξιοποιεί τις νέες τεχνολογίες μπορεί να ευνοήσει την ανάπτυξη ικανοτήτων υψηλού επιπέδου από τους μαθητές, όπως:

- Ικανότητα επίλυσης προβλημάτων
- Ανάπτυξη της κριτικής σκέψης
- Ικανότητα διερεύνησης και αναζήτησης πληροφοριών σε ένα ευρύ φάσμα δεδομένων
- Ανάπτυξη δεξιοτήτων λήψης απόφασης
- Δυνατότητα μοντελοποίησης φαινομένων και καταστάσεων των πραγματικού κόσμου
- Ικανότητα συνεργασίας και από κοινού προσέγγισης και επίλυσης προβλημάτων
- Διεπιστημονική προσέγγιση της γνώσης
- Ανάπτυξη δεξιοτήτων μεταφοράς γνώσεων από ένα πλαίσιο σε ένα άλλο

Η έμφαση, με άλλα λόγια, των εκπαιδευτικών σεναρίων δίνεται στην υλοποίηση διδακτικών καταστάσεων που ευνοούν την ανάπτυξη από τους μαθητές γνωστικών ικανοτήτων υψηλού επιπέδου, που κατά τεκμήριο είναι εγκάρσιες στο πρόγραμμα σπουδών, όπως επίλυση προβλήματος, πειραματική διαδικασία, δραστηριότητες διερεύνησης και ανακάλυψης, μοντελοποίηση, διεπιστημονική προσέγγιση, λήψη απόφασης, κριτική σκέψη, αναστοχασμός και νέος- κριτικός γραμματισμός.

Ειδικότερα, οι μαθητές καλλιεργούν δεξιότητες υπολογιστικής σκέψης (computational thinking) κατά τη διάρκεια ενασχόλησης, δημιουργίας ή μαστορέματος των ψηφιακών δομημάτων. Μέσω της υπολογιστικής σκέψης ο μαθητής αποκτά τις εξής δυνατότητες:

- ✓ Νοηματοδοτεί και τοποθετεί τις σημαντικές έννοιες σε λειτουργικότητα.
- ✓ Χρησιμοποιεί την τεχνολογία και τον προγραμματισμό, τα οποία αποτελούν σημειωτικά συστήματα, δηλαδή μια νέα γλώσσα, ένας καινούριος τρόπος επικοινωνίας.
- ✓ Προσανατολίζεται σε “αντικείμενα” (artifacts) που μπορεί να τα φτιάξει κάποιος κι έπειτα να τα δώσει σε κάποιον άλλον για να τα χρησιμοποιήσει ή να κάνει κάτι με αυτά (π.χ. να τα αλλάξει κατά βούληση).
- ✓ Αντιλαμβάνεται μια άλλη οπτική, ξεπερνάει τα σύνορα.

Το πιο ουσιώδες είναι να μπορούν οι μαθητές να μαθαίνουν και να εξασκούνται στο πώς να μαθαίνουν. Η διδασκαλία δεν είναι επιστήμη, είναι κάτι πιο απαιτητικό: αφορά την αλλαγή του τρόπου σκέψης και τη δημιουργία ανεξάρτητων σκεπτόμενων ανθρώπων που δεν επηρεάζονται αποκλειστικά από τη θέληση του δασκάλου (Laurillard, 2012).

7. ΈΡΕΥΝΑ - ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΣΕΝΑΡΙΟ «Η ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΠΑΝΤΟΥ ΓΥΡΩ ΜΑΣ»

7.1 Ταυτότητα σεναρίου

Τίτλος: Η συμμετρία παντού γύρω μας

Δημιουργός: Κολαζά Ειρήνη

Γνωστική περιοχή: Μαθηματικά

Τάξη: Α' δημοτικού

Χρονική διάρκεια: 4 διδακτικές ώρες

Θέματα: συμμετρία, σχήματα

Διαθεματικότητα με Εικαστικά

7.2 Σκεπτικό του σεναρίου

Θα μπορούσε να πει κανείς πως η συμμετρία συνδέεται με την ομορφιά, μέσω της ισορροπίας των αναλογιών. Αν και δεν εμφανίζονται μαθηματικά ή αριθμοί, ακόμη και αυτή η πρόταση εμπεριέχει μια μαθηματική έννοια: την αναλογία.

Οι μαθητές αναμένεται να ανακαλύψουν πως υπάρχει ακριβής αντιστοιχία στο μέγεθος, το σχήμα και τη σχετική θέση των μερών στις αντίθετες πλευρές μιας διαχωριστικής γραμμής ή ενδιαμέσου επιπέδου ή γύρω από έναν άξονα.

Αποτελεί ένα καινοτόμο σχέδιο διδασκαλίας, το οποίο περιλαμβάνει δραστηριότητες που έχουν νόημα για τα ίδια τα παιδιά. Στοχεύει στην ανάδειξη της ολότητας της γνώσης και όχι στον κατακερματισμό της σε ενότητες. Είναι γεγονός πως το μοντέλο μάθησης που είναι καθιερωμένο στη σημερινή εποχή διαχωρίζει τα μαθησιακά αντικείμενα σε μικρά τμήματα πληροφοριών γιατί πιστεύεται ότι είναι πιο εύκολο για τον μαθητή να τα απορροφήσει. Αυτή η προσέγγιση όμως δε συνάδει με τον πραγματικό κόσμο και τις ρεαλιστικές καταστάσεις (Scheer, Noweski, & Meinel, 2012). Συνεπώς, επιδιώκεται η προσέγγιση της γνώσης στην ολότητά της μέσω των δραστηριοτήτων που προτείνονται στο παρόν σενάριο.

Κατά τη διάρκεια των φάσεων του σεναρίου αξιοποιούνται οι δυνατότητες της τεχνολογίας και ευνοείται η συνεργασία των μαθητών. Τα παιδιά αναπτύσσουν την υπολογιστική τους σκέψη μέσω της προσεκτικής παρατήρησης μοντέλων και της επίλυσης προβλημάτων. Πειραματίζονται και τελικά οδηγούνται μόνα τους στην ανακάλυψη της γνώσης, συνειδητοποιώντας παράλληλα πως οι ενότητες του βιβλίου τους παρόλο που διαδέχονται η μία την άλλη, στην ουσία αλληλοσυνδέονται. Παράλληλα, οι μαθητές βιώνουν την πορεία του σχεδιασμού και της σχεδιαστικής σκέψης μέσω του πειραματισμού και του μαστορέματος των ψηφιακών δομημάτων. Τα στάδια που χαρακτηρίζουν μια τέτοια πορεία είναι:

- 1) έμπνευση (π.χ. ένα πρόβλημα),
- 2) πειραματισμός (διαδικασία ανάπτυξης και δοκιμής ιδεών) και
- 3) υλοποίηση (Brown, 2008).

Είναι σημαντικό να διατηρείται ο παιγνιώδης χαρακτήρας των λογισμικών για να κατακτήσουν τους μηχανισμούς τους, τον τρόπο δηλαδή, με τον οποίο λειτουργούν, τις δυνατότητες που παρέχουν, αλλά και το φαινόμενο που μελετούν. Η χρήση εύχρηστων εικονικών εργαλείων συμβάλλει στην ενεργή συμμετοχή των μαθητών και στην κατανόηση των διδασκόμενων εννοιών. Οι μαθητές έχουν μια ακόμη ευκαιρία να εξασκηθούν, τόσο σε επίπεδο γνώσης του αντικειμένου το οποίο μόλις διδάχθηκαν, όσο και σε επίπεδο χρήσης των νέων τεχνολογιών. Το πλεονέκτημα αυτών των ασκήσεων είναι ότι δίνουν άμεση ανατροφοδότηση σχετικά με το αποτέλεσμα της μάθησης, δημιουργώντας συνθήκες για αυτοβελτίωση, αν τις επαναλάβουν σε σύντομο χρονικό διάστημα. Ακόμη, καλλιεργείται η συνεργασία ανάμεσα στους μαθητές αλλά και μεταξύ των μελών των ομάδων. Στο τέλος της διδασκαλίας γίνεται συζήτηση με τους μαθητές, για το τι τους άρεσε ή δεν τους άρεσε και σε ποια σημεία δυσκολεύτηκαν.

Χρησιμοποιούνται ακόμη και χειραπτικά υλικά (καρτελάκια που απεικονίζουν σχήματα κομμένα στη μέση) στην αρχή της διδασκαλίας. Η χρήση διδακτικών υλικών και εργαλείων διαδραματίζει βασικό ρόλο προκειμένου να διερευνηθούν οι αντιλήψεις των παιδιών σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες. Τα υλικά που χειρίζονται οι μαθητές έχουν μεγάλη αξία αν το ζητούμενο είναι να μάθουν κάνοντας μέσα από τις δικές τους ενέργειες, αλλά ο τρόπος που θα εργαστούν με τα υλικά εξαρτάται από τον δάσκαλο και από τους ίδιους τους μαθητές. Στην πραγματικότητα η γνώση δε βρίσκεται σε ένα συγκεκριμένο σημείο ώστε οι μαθητές να ψάξουν και να τη βρουν, όπως επίσης τα διδακτικά υλικά δεν κρύβουν μαθηματική δομή την οποία πρέπει να εμπεδώσουν οι μαθητές. Από την άλλη όμως, μέσω του σχεδιασμού των δραστηριοτήτων με τη χρήση των υλικών και συνακόλουθα με την πορεία της διδασκαλίας, οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και με τον δάσκαλο, να ανταλλάσσουν τις απόψεις τους και τις ερμηνείες που δίνουν στις μαθηματικές έννοιες, να συζητούν και να τεκμηριώνουν την άποψή τους (Cobb et al., 1992).

7.3 Εκπαιδευτικό πρόβλημα

Όπως προαναφέρθηκε, το συγκεκριμένο σενάριο διδασκαλίας αφορά τη μελέτη της αξονικής συμμετρίας και των ιδιοτήτων της. Συχνά οι μαθητές δυσκολεύονται όταν τους ζητείται να σχεδιάσουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας. Αντί, λοιπόν, να σχεδιάσουν το συμμετρικό του σχήματος κάνουν απλώς παράλληλη μεταφορά του. Ακόμη, έχει παρατηρηθεί δυσκολία στον εντοπισμό των οριζόντιων και πλάγιων αξόνων συμμετρίας σε ένα σχήμα.

7.4 Προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα

Σύμφωνα με το ΑΠΣ τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα για την Α' δημοτικού, όπως ακριβώς αναφέρονται στο βιβλίο δασκάλου, είναι τα εξής:

Κεφάλαιο 56 – Εισαγωγή στη συμμετρία

«Βασικός στόχος του μαθήματος αυτού είναι μια πρώτη εμπειρική επαφή των παιδιών με αντικείμενα, εικόνες και σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς άξονα. Με την επαφή αυτή και τις δικές μας επισημάνσεις επιδιώκουμε να καθοδηγήσουμε τους μαθητές στον εντοπισμό της συμμετρίας και στην παρατήρηση του άξονα συμμετρίας. Παράλληλα, εξηγούμε πώς να συμπληρώνουν με απλό τρόπο (διαφανές χαρτί, καρμπόν κ.λπ.) το συμπληρωματικό μέρος του σχήματος, ώστε να γίνει συμμετρικό. Με τις δραστηριότητες που προτείνουμε θέλουμε να δείξουμε ότι οι εικόνες που έχουν έναν άξονα συμμετρίας σχηματίζονται από δύο μέρη, τα οποία ταυτίζονται πλήρως, όταν διπλώσουμε το χαρτί κατά μήκος του άξονα συμμετρίας. Στην αρχή ο έλεγχος της συμμετρίας γίνεται με το δίπλωμα του χαρτιού. Στη συνέχεια όμως πρέπει οι μαθητές απλώς να το φαντάζονται, για να ελέγχουν αν ένα σχήμα είναι συμμετρικό ή όχι.

Πρέπει βέβαια να προσέξουμε, ώστε να μην επιβαρύνουμε τους μαθητές με ειδικούς όρους. Μπορούμε ασφαλώς να χρησιμοποιούμε τη φράση «είναι συμμετρικό με...» και να ζητούμε από τους μαθητές να καταφεύγουν στη χρήση της, ωστόσο ο όρος «άξονας συμμετρίας» είναι πολύ ειδικός και καλό είναι προς το παρόν να μην τον χρησιμοποιούμε. Αντί αυτού μπορούμε να χρησιμοποιούμε τη διατύπωση «η γραμμή που το χωρίζει στη μέση» ή κάποια άλλη φράση οικεία και προσιτή στα παιδιά.»

Η έρευνα στους τομείς της γεωμετρίας, της τοπογραφίας και της αναλυτικής γεωμετρίας συμβάλλει στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης προσφέροντας δυνατότητες ερμηνείας και παρέμβασης σε φυσικά και δομημένα περιβάλλοντα. Επιπλέον, υποστηρίζει τη χρήση εργαλείων εκμάθησης στα μαθηματικά και τις επιστήμες. Πάνω απ' όλα, όμως, η μελέτη της γεωμετρίας αναπτύσσει τη μαθηματική συλλογιστική, η οποία αναπτύσσει επίσης λογικά επιχειρήματα και αρχεία σημαντικά για κάθε πολίτη, καθώς και δημιουργική σκέψη σε πολλούς τομείς. Το περιεχόμενο της γεωμετρίας της ανάπτυξης του δημοτικού σχολείου περιλαμβάνει κυρίως άτυπη γεωμετρία. Στο δημοτικό, οι μαθητές εισάγονται στην εννοιολογική προσέγγιση του χώρου και της γεωμετρίας σε αφηρημένο επίπεδο, ενώ στο γυμνάσιο η γεωμετρία και η μέτρηση έχουν αναπτύξει αρκετή ακεραιότητα για να συνδέσουν τον χωρικό, γεωμετρικό και οπτικό συλλογισμό με τυπικές διαδικασίες απόδειξης. Η αναλυτική γεωμετρία αναπτύσσεται κυρίως στο μελλοντικό πρόγραμμα σπουδών του σχολείου και ολοκληρώνεται μέσω της μελέτης γεωμετρικών μετασχηματισμών χρησιμοποιώντας πίνακες (Λεμονίδης, 2015).

Συγκεκριμένα για τους μαθητές της Α' δημοτικού τα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα είναι τα εξής:

1. Αναγνωρίζουν συμμετρικά δισδιάστατα σχήματα ως προς οριζόντιους ή κατακόρυφους άξονες που εφάπτονται στο σχήμα χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό και δίπλωση.
2. Διερευνούν τις ιδιότητες της συμμετρίας, χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό και δίπλωση.
3. Κατασκευάζουν ή σχεδιάζουν συμμετρικά σχήματα ως προς οριζόντιους ή κατακόρυφους άξονες συμμετρίας που εφάπτονται στο σχήμα και συνεχίζουν συμμετρικά μοτίβα χρησιμοποιώντας χειραπτικό υλικό.
4. Παρατηρούν μετατοπίσεις (πάνω, κάτω, δεξιά, αριστερά) με τη χρήση υλικών και προβλέπουν το αποτέλεσμα.
5. Παρατηρούν στροφές 180ο και 360ο με τη χρήση υλικών και προβλέπουν το αποτέλεσμα.

7.5 Προαπαιτούμενες γνώσεις

Ως προς τα μαθηματικά οι μαθητές γνωρίζουν:

βασικά σχήματα (τετράγωνο, κύκλος, ορθογώνιο, τρίγωνο, πολύγωνο).

Ως προς την τεχνολογία οι μαθητές γνωρίζουν:

βασικές γνώσεις χειρισμού υπολογιστή (άνοιγμα και κλείσιμο του υπολογιστή, σύρσιμο ποντικιού στην οθόνη, επιλογή ενός κουμπιού ή μιας εντολής κάνοντας αριστερό “κλικ”)

7.6 Απαιτούμενα βοηθητικά υλικά και εργαλεία

Το μάθημα πραγματοποιείται στο εργαστήριο πληροφορικής. Στο εργαστήριο Η/Υ της σχολικής μονάδας υπάρχουν τα παρακάτω βοηθητικά υλικά/εργαλεία:

- Ηλεκτρονικοί υπολογιστές (6)
- Εκτυπωτής
- Σύνδεση στο διαδίκτυο
- Εκπαιδευτικά λογισμικά (Geogebra, Symmetry Artist, Sketchpad)
- Πίνακας μαρκαδόρου
- Διαδραστικός πίνακας
- Φύλλα εργασίας
- Εικόνες από το διαδίκτυο και από το σχολικό βιβλίο
- Χειραπτικά υλικά

7.7 Κοινωνική ενορχήστρωση

Οι δραστηριότητες πραγματοποιούνται στο εργαστήριο πληροφορικής. Οι μαθητές εργάζονται σε ομάδες των 2 - 3 ατόμων στην πλειονότητα των δραστηριοτήτων και μόνο κάποιες εργασίες τις επεξεργάζονται ατομικά. Συγκεκριμένα είναι χωρισμένοι σε 5 δυάδες και 1 τριάδα (σύνολο 13 μαθητές). Κατασκευάζουν και διερευνούν συγκεκριμένα σχήματα για να απαντήσουν σε ερωτήσεις, δουλεύοντας μεταξύ τους. Σε όλη την πορεία του σεναρίου καθοδηγούνται από τα φύλλα εργασίας και από τον εκπαιδευτικό φυσικά, ο οποίος συνεργάζεται μαζί τους, ελέγχει τα συμπεράσματά τους και τους καθοδηγεί. Πρέπει να φροντίζει βέβαια, να τους αφήνει ταυτόχρονα αρκετή ελευθερία ώστε να θέτουν τα δικά τους ερωτήματα και προβληματισμούς και να απαντούν σε αυτά. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό οι μαθητές να κατανοούν σε βάθος τα αποτελέσματά τους και να ενθαρρύνονται να συνεχίσουν τον πειραματισμό και τη διερεύνηση.

Το μάθημα πραγματοποιείται στο εργαστήριο Η/Υ όπου διατίθενται 6 υπολογιστές σε δίκτυο και πρόσβαση στο διαδίκτυο, ενώ το τμήμα αποτελούν 13 μαθητές της Α' δημοτικού. Οι μαθητές μοιράζονται ανά 2 σε κάθε υπολογιστή. Λόγω του αριθμού των παιδιών, υπάρχει και μια ομάδα 3 παιδιών σε έναν υπολογιστή. Οι υπολογιστές είναι τοποθετημένοι περιμετρικά του εργαστηρίου, και έχουν εγκατασταθεί σε αυτούς όλα τα απαραίτητα λογισμικά. Στο ωρολόγιο πρόγραμμα, 1 ώρα την εβδομάδα, τα παιδιά διδάσκονται τις βασικές αρχές χρήσης του υπολογιστή από καθηγητή Πληροφορικής. Τα παιδιά είναι εξοικειωμένα με τον Η/Υ. Τα λογισμικά που επιλέχθηκαν για να αξιοποιηθούν δεν απαιτούν εξειδικευμένες γνώσεις παρά μόνο στοιχειώδη ψηφιακό εγγραμματισμό.

Κατά τη διάρκεια διεξαγωγής της έρευνας, εκτός από τον βασικό ερευνητή/εκπαιδευτικό στην αίθουσα υπολογιστών υπάρχουν άλλοι 2 βοηθοί εκπαιδευτικοί.

Τραβούνται φωτογραφίες, ηχογραφούνται οι συνομιλίες τους και παράλληλα κρατούνται οι απαραίτητες σημειώσεις σε ένα τετράδιο. Για όλα αυτά θα έχει ζητηθεί προηγουμένως η γραπτή συγκατάθεση των γονέων.

7.8 Περιγραφή δραστηριοτήτων

Στην προσπάθεια άμβλυνσης των δυσκολιών που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στην κατανόηση της έννοιας της συμμετρίας διαμορφώθηκε ένα ομαδοσυνεργατικό και εποικοδομητικό μαθησιακό περιβάλλον αξιοποιώντας εκπαιδευτικά λογισμικά στον υπολογιστή. Πρόκειται για ένα διδακτικό μοντέλο που προκαλεί το ενδιαφέρον των μικρών μαθητών, οι οποίοι μέσα από μια σειρά δραστηριοτήτων οικοδομούν μόνοι τους

τη νέα γνώση. Σε αντίθεση με το παραδοσιακό δασκαλοκεντρικό μοντέλο, οι μαθητές που συμμετέχουν εργάζονται σε ομάδες χρησιμοποιώντας τόσο τον υπολογιστή όσο και χειραπτικά υλικά.

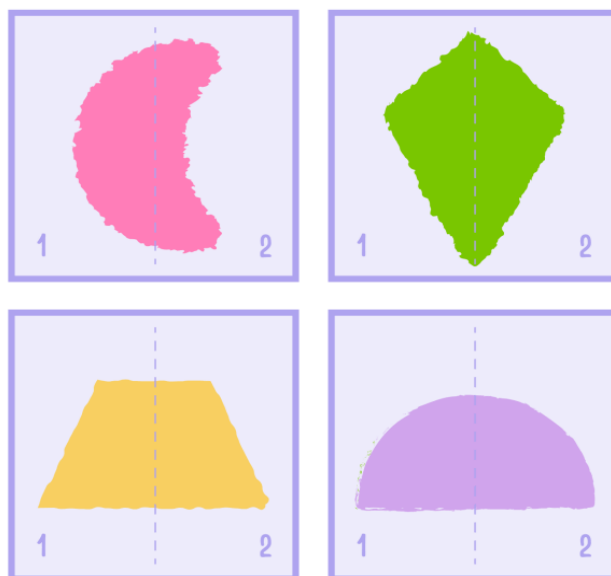
Η συγκεκριμένη διδακτική προσέγγιση στοχεύει στην κατανόηση της έννοιας της συμμετρίας η οποία αξιοποιείται ήδη από την πρώτη τάξη του δημοτικού σχολείου. Στις μικρότερες τάξεις διδάσκεται η αξονική συμμετρία και στις μεγαλύτερες η κεντρική συμμετρία.

1η διδακτική ώρα: Προβληματισμός και έλεγχος προηγούμενων γνώσεων / εξοικείωση με τον άξονα συμμετρίας

Σε πρώτη φάση και στοχεύοντας στην ανάκληση προηγούμενων γνώσεων από τους μαθητές, ο εκπαιδευτικός/ ερευνητής εμπλέκει τους μαθητές σε μια δραστηριότητα με χειραπτικά υλικά που θυμίζει τη σύνθεση ενός παζλ και περιλαμβάνει σχήματα, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα. Αυτή η δραστηριότητα διέπεται από τη θεωρία της βιωματικής μάθησης, αφού οι μαθητές έχουν άμεση αλληλεπίδραση με το περιβάλλον και με καταστάσεις της πραγματικής ζωής, όπως για παράδειγμα η ένωση των σχημάτων με τη μορφή παζλ.

Puzzle time

Κόψτε τις κάρτες στη μέση, ανακατέψτε και προσπαθήστε να τις ταιριάξετε!



learningcornerandcrafts.com

Εικόνα 1: Κάρτες Puzzle Time

Τα σχήματα έχουν κοπεί στα δύο από τον εκπαιδευτικό και δίνονται στα παιδιά μπερδεμένα. Ζητείται από κάθε δυάδα παιδιών να εντοπίσει το άλλο μισό του κάθε σχήματος και στη συνέχεια να αναφέρει τι παρατηρεί. Θέτονται ερωτήσεις, όπως: «Είναι όλα τα σχήματα συμμετρικά;». Καθώς τα παιδιά της Α' δημοτικού δεν είναι εξοικειωμένα με την έννοια της συμμετρίας, ο εκπαιδευτικός/ερευνητής καθοδηγεί τα παιδιά με κατάλληλες ερωτήσεις. «Αν διπλώσεις το μισό ενός σχήματος πάνω στο άλλο τι

συμβαίνει; Ακουμπάει ακριβώς το ένα πάνω στο άλλο;». «Δοκιμάστε το σε κάθε σχήμα.» Δίνεται χρόνος στα παιδιά να επεξεργαστούν τα σχήματα. Έτσι, οι μαθητές εντοπίζουν πως μόνο το μισοφέγγαρο δεν ακουμπάει ακριβώς. Τέλος, οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν στις παρακάτω ερωτήσεις:

«Τώρα που μελετήσαμε αυτά τα σχήματα, τι θα έλεγες πως σημαίνει η λέξη “συμμετρία”;»

«Πώς θα καταλαβαίνεις αν ένα σχήμα είναι συμμετρικό;»

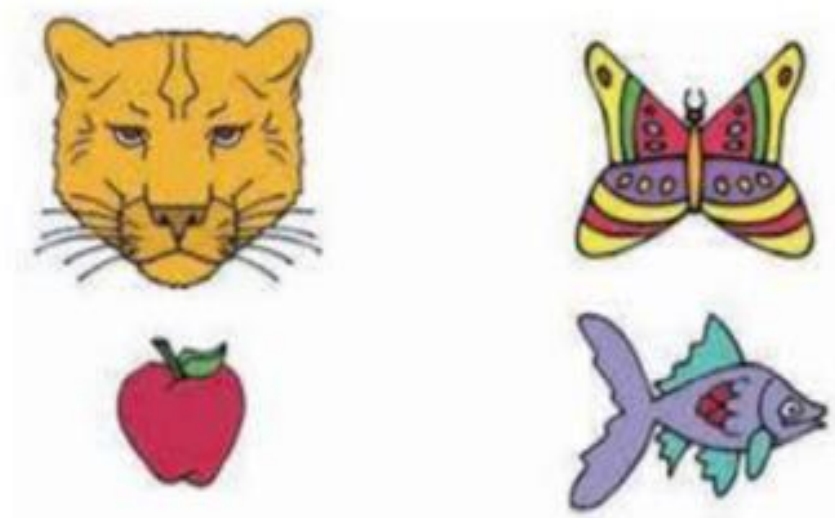
«Μπορείς να κοιτάξεις γύρω σου (στην αίθουσα) και να εντοπίσεις συμμετρικά σχήματα;» (βιωματική μάθηση)

«Μπορείς να θυμηθείς συμμετρικά σχήματα που συναντάς στον δρόμο προς το σχολείο;» (βιωματική μάθηση)

Είναι πιθανό οι μαθητές να ανακαλέσουν στη μνήμη τους τα σήματα οδικής κυκλοφορίας.

Στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός/ερευνητής προβάλλει στον διαδραστικό πίνακα της τάξης κάποιες εικόνες και ρωτάει τους μαθητές αν είναι συμμετρικές ή όχι. Παράλληλα, σηκώνεται κάποιος μαθητής για την κάθε συμμετρική εικόνα για να σχεδιάσει τον άξονα συμμετρίας (βιωματική μάθηση). Ο εκπαιδευτικός/ερευνητής εξηγεί πως η γραμμούλα που χωρίζει στη μέση ένα σχήμα λέγεται άξονας συμμετρίας.

Με αυτόν τον τρόπο η ολομέλεια παρακολουθεί και εμπλέκεται άμεσα και έμμεσα στη δραστηριότητα. Η χρήση εικόνων στη μαθησιακή διαδικασία είναι τόσο ευχάριστη στους μαθητές όσο και βοηθητική, ιδιαίτερα μάλιστα για τους οπτικούς τύπους. Προβάλλονται οι παρακάτω εικόνες:



ΒΟΥΔΑΠΕΣΤΗ

Εικόνα 2: Εικόνες για προβολή

Σε αυτό το σημείο αξιοποιείται και η παρακάτω δραστηριότητα, η οποία διέπεται από τη θεωρία του εποικοδομητισμού, με την οποία τα παιδιά έρχονται σε επαφή με την έννοια της δίπλωσης για την αναγνώριση της συμμετρίας:

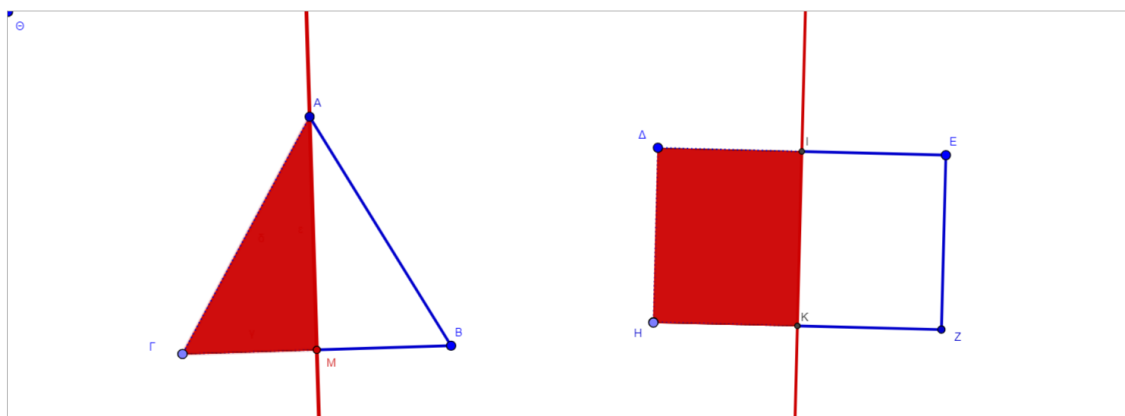
http://mosxosfyllageogeбра.blogspot.com/p/blog-page_7.html

Άξονας συμμετρίας

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

1. Μετακινείστε το σημείο Γ του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ προς τα κάτω μεταφέροντας το κόκκινο τρίγωνο προς τα δεξιά. Τι παρατηρείτε;

2. Κάντε το ίδιο με το σημείο η του ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Τι παρατηρείτε;



Εικόνα 3: Συμμετρία μέσω της δίπλωσης

Σε αυτό το σημείο παρατηρούν πως το κόκκινο μέρος κάθε σχήματος διπλώνει και εφάπτεται ακριβώς με το άλλο του μισό. Ακόμη, βλέπουν με κόκκινο χρώμα τη γραμμούλα που τα χωρίζει στη μέση (άξονας συμμετρίας).

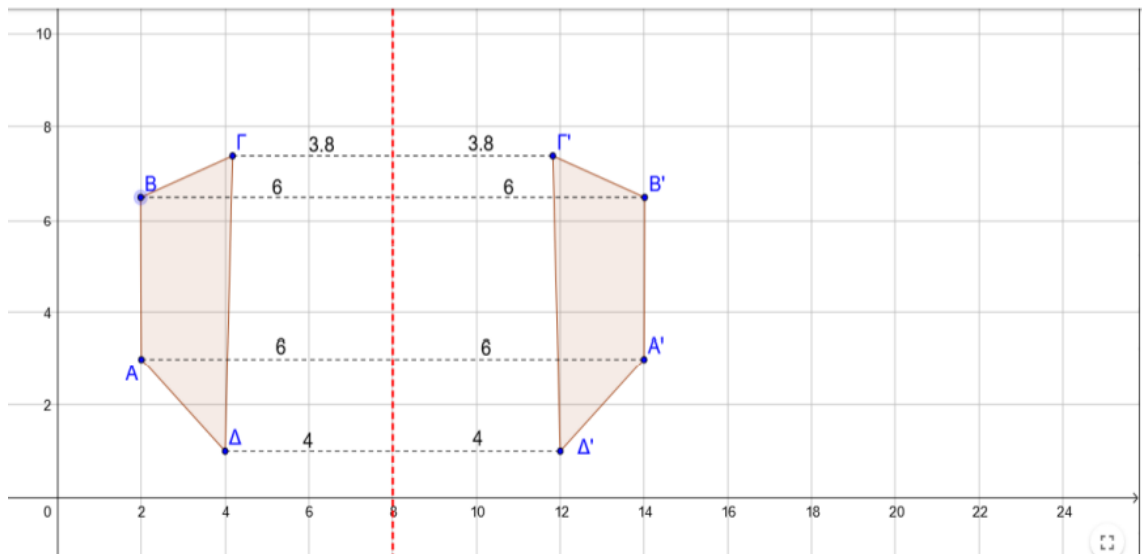
2^η διδακτική ώρα (άξονας συμμετρίας και απόσταση από αυτόν):

α) Αξιοποιείται το λογισμικό Geogebra μέσω του link <https://www.geogebra.org/m/rz6exVJV>. Στο εργαστήριο πληροφορικής οι μαθητές σε ομάδες 2- 3 ατόμων πειραματίζονται και στο τέλος διατυπώνουν τα συμπεράσματά τους. Σύμφωνα με όσα έχουν προαναφερθεί, η δραστηριότητα αυτή διέπεται από τη θεωρία του εποικοδομητισμού.

Συγκεκριμένα, ο εκπαιδευτικός τους εξηγεί πως κατά τη διάρκεια θα χρειαστεί να αλλάξουν ρόλους (π.χ. το παιδί που θα χειρίζεται το ποντίκι) έτσι ώστε όλοι να έχουν την ευκαιρία της άμεσης αλληλεπίδρασης με το εργαλείο και της προσεκτικής του παρατήρησης. Για να μην υπάρξει σύγχυση, η αλλαγή του παιδιού που θα χειρίζεται το ποντίκι γίνεται με παρότρυνση από τον εκπαιδευτικό, όταν χρειάζεται.

Το σύρσιμο του ποντικιού (dragging) επιτρέπει την άμεση και δυναμική αλληλεπίδραση των παιδιών με το εργαλείο. Αυτό το “τεστ μεταφοράς” (dragging test) γίνεται ένα κρίσιμο εργαλείο για την ανάλυση των αντιλήψεων και τη δημιουργία μαθησιακών εργασιών (Hoelzl, 2001· Jones, 1998· Mariotti, 2002). Με τον όρο Δυναμική Συμπεριφορά (Dynamic Behavior) προσδιορίζεται ο βαθμός ελευθερίας του παρασυρόμενου στοιχείου και η ανταπόκριση των άλλων στοιχείων, δηλαδή των αλλαγών που συμβαίνουν.

- Ο εκπαιδευτικός ζητάει λοιπόν να σύρουν τις κορυφές του τετράπλευρου ΑΒΓΔ σε διαφορετικές θέσεις και να πουν τι παρατηρούν, θέτοντας **το ερώτημα: «Τι συμβαίνει όταν μετακινείς τα σημεία;»**

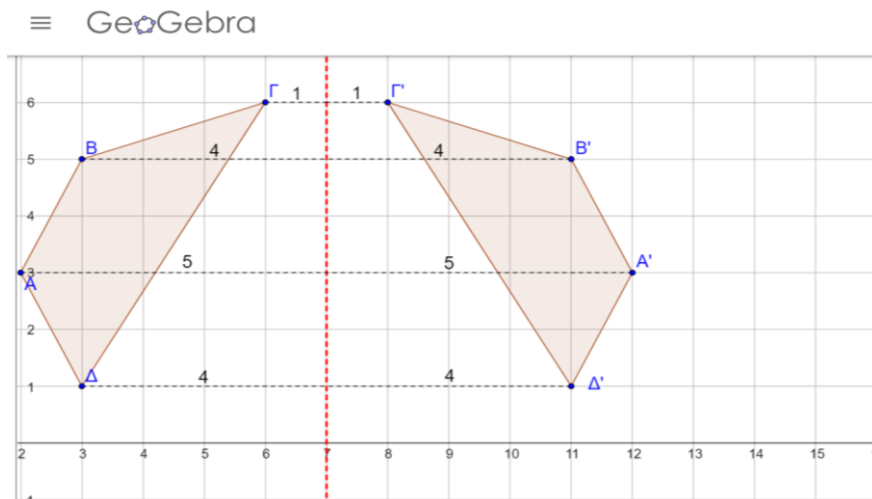


Εικόνα 4: Geogebra (α' φάση)

Τα παιδιά θα παρατηρήσουν πως σέρνοντας ένα σημείο αλλάζει η θέση και της αντίστοιχης γωνίας στην απέναντι πλευρά και ότι το σχήμα που δημιουργείται είναι πάντα το ίδιο και στις δύο πλευρές. Ακόμη, αναμένεται να παρατηρήσουν πως η απόσταση δύο αντικρουστών σημείων (π.χ. $\Gamma-\Gamma'$, $B-B'$) από τον κεντρικό άξονα είναι πάντα ίδια. Μάλιστα, κουνώντας τις γωνίες βλέπουν και τους αριθμούς να αλλάζουν, οι οποίοι αφορούν την απόστασή των σημείων από τον κεντρικό άξονα. Αναμενόμενες απαντήσεις των παιδιών θα μπορούσαν να είναι οι εξής:

«Όταν μετακινώ ένα σημείο από τη μια μεριά μετακινείται και από την άλλη», «Στην απέναντι πλευρά δημιουργήθηκε συμμετρικό σχήμα». Συνεπώς, οδηγούνται στην ανακάλυψη της γνώσης πως σημεία που είναι συμμετρικά μεταξύ τους ως προς άξονα ισαπέχουν από αυτόν.

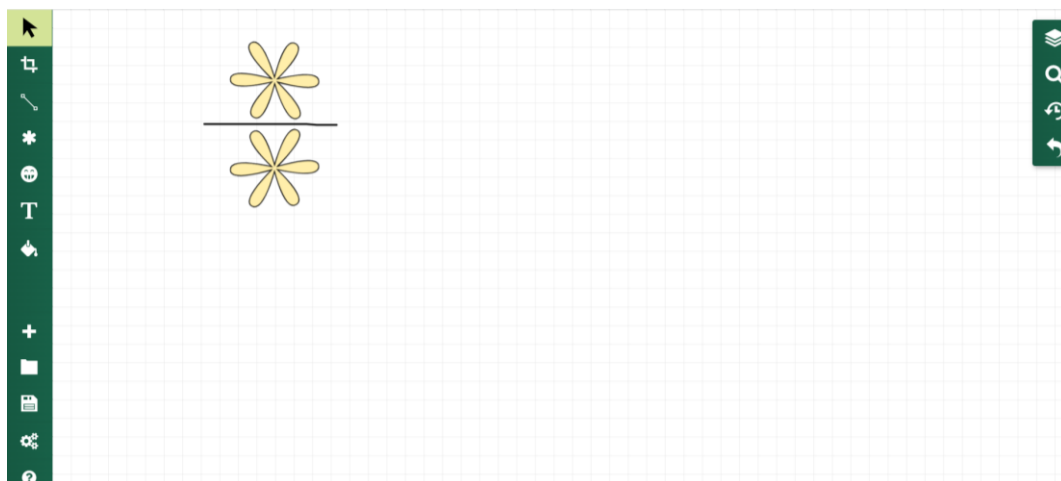
- Αφού πειραματιστούν για μερικά λεπτά και έχουν πλέον εξοικειωθεί με το εργαλείο, ο εκπαιδευτικός τους ζητάει να σχηματίσουν ένα σχήμα, στο οποίο το σημείο Γ να απέχει 1 εκατοστό από τον άξονα συμμετρίας και το σημείο Δ να απέχει 4 εκατοστά. Το αποτέλεσμα θα μοιάζει με την παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 5: Geogebra (β' φάση)

β) Αξιοποιείται το λογισμικό Sketchpad

Το Sketchpad εμπλέκει άμεσα τους μαθητές και τους βοηθάει να οικοδομήσουν μόνοι τους τη γνώση (θεωρία εποικοδομητισμού). Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα έχει επιλεγεί η εμφάνιση του πλέγματος και ο εκπαιδευτικός έχει σχεδιάσει έναν άξονα συμμετρίας κι ένα σχήμα (λουλούδι) στη μία του πλευρά. Οι μαθητές καλούνται να αντιγράψουν το σχήμα αυτό πατώντας επάνω του και κάνοντας Αντιγραφή-Επικόλληση. Στη συνέχεια, πρέπει να το τοποθετήσουν σωστά, ώστε να είναι συμμετρικό του άλλου σχήματος, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Εικόνα 6: Sketchpad (λουλούδι)

Με το συγκεκριμένο εργαλείο του λογισμικού μπορούν να διαπιστώσουν ότι τα συμμετρικά σχήματα είναι ίσα. Έχει χρησιμοποιηθεί πλέγμα το οποίο επιτρέπει στους μαθητές να προβούν σε άμεσες μετρήσεις.

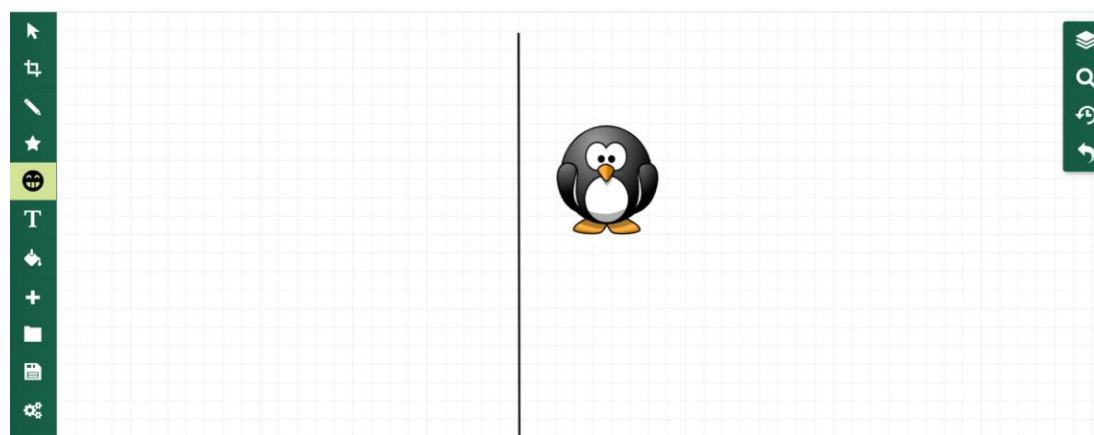
Ο εκπαιδευτικός/ερευνητής παρατηρεί πως εργάζονται οι ομάδες και συμβουλεύει, συντονίζει και παρέχει βοήθεια όπου κρίνει απαραίτητο. Κάνει ερωτήματα όπως:

«Είναι συμμετρικό το σχήμα που δημιουργήσατε;»

«Από πού το καταλαβαίνετε αυτό;»

Στη συνέχεια, ο εκπαιδευτικός/ερευνητής ανοίγει στους υπολογιστές ένα δεύτερο φύλλο του Sketchpad το οποίο έχει ετοιμάσει από πριν. Τώρα ο άξονας συμμετρίας είναι κάθετος και στα δεξιά του βρίσκεται ένα πιγκουινάκι. Οι μαθητές αντιγράφουν το πιγκουινάκι και προσπαθούν να το τοποθετήσουν στη σωστή θέση ώστε να είναι συμμετρικό του άλλου.

Ένω στην προηγούμενη περίπτωση, το λουλούδι ακουμπά τον άξονα συμμετρίας, τώρα υπάρχουν δύο τετραγωνάκια απόσταση μεταξύ του άξονα και του πιγκουίνου.



Εικόνα 7: Sketchpad (πιγκουίνος)

Ο εκπαιδευτικός δίνει χρόνο στις ομάδες να τοποθετήσουν σωστά τον πιγκουίνο και παρατηρεί τον τρόπο που δουλεύουν, τις λέξεις που χρησιμοποιούν, τις κινήσεις των χεριών τους.

Αν τα παιδιά δε δώσουν προσοχή στην απόσταση που υπάρχει μεταξύ του αντικειμένου-πιγκουίνου και του άξονα συμμετρίας, τότε παροτρύνονται από τον εκπαιδευτικό ή και τους βοηθούς ερευνητές να προσέξουν καλύτερα τη θέση που έβαλαν τον πιγκουίνο τους και να σκεφτούν όσα έχουν μάθει μέχρι στιγμής για τη συμμετρία. Όπως για παράδειγμα, τη δίπλωση του χαρτιού.

3^η διδακτική ώρα: Συμπλήρωση - Σχεδίαση σχημάτων ως προς τον άξονα συμμετρίας

Ολοκληρώνουμε τις δραστηριότητες της 2^{ης} ώρας (αν κάτι δεν έχει ολοκληρωθεί).

Στη συνέχεια αξιοποιείται το εργαλείο Symmetry Artist¹ μέσω του link:

<https://www.mathsisfun.com/geometry/symmetry-artist.html>

Το Symmetry Artist δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να “χτίζουν” σταδιακά τις γνώσεις τους καθώς πειραματίζονται (θεωρία εποικοδομητισμού). Έπειτα, στο σημείο που καλούνται να μετρήσουν με τον χάρακά τους τις πλευρές των δύο τετραγώνων, αλλά και την απόσταση που έχει το καθένα από τον άξονα συμμετρίας, διαφαίνεται η βιωματική μάθηση, καθώς εμπλέκονται σε πραγματικές καταστάσεις του περιβάλλοντός τους.

Το μάθημα ξεκινάει στο εργαστήριο πληροφορικής όπου οι μαθητές θα εργαστούν ομαδικά σε ομάδες των 2 ή 3 ανά υπολογιστή. Ο εκπαιδευτικός έχει ήδη ανοιχτό το πρόγραμμα “Symmetry Artist” στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές (<https://www.mathsisfun.com/geometry/symmetry-artist.html>)

Τους δίνεται το Φύλλο εργασίας, που ακολουθεί στην επόμενη σελίδα:

¹ Η δραστηριότητα του Symmetry Artist και το αντίστοιχο φύλλο εργασίας είχαν αξιοποιηθεί με μικρή παραλλαγή σε εργασία του β' εξαμήνου στο πλαίσιο του μαθήματος «ΨηΜΕΠ-Μαθησιακές Διαδικασίες και Διδακτικός Σχεδιασμός με Ψηφιακές Τεχνολογίες» με υπεύθυνο καθηγητή, τον κύριο Κυνηγό Χρόνη.

Φύλλο εργασίας

Από τα εικονίδια που αφορούν τον άξονα συμμετρίας
Θα εμφανιστεί έτσι ένας κάθετος άξονας συμμετρίας.

X-Axis	Y-Axis
X = Y	X = -Y
Origin	None

επίλεξε το **Y-Axis**.

Έπειτα, επέλεξε το πολύγωνο από αυτό το πλαίσιο



Στη συνέχεια, όρισε οι πλευρές του να είναι 4 μετακινώντας τη μπάρα σε αυτό το

εικονίδιο



Τώρα σχεδίασε στη μία πλευρά του άξονα ένα σχήμα.

Το αποτέλεσμα μοιάζει με το παρακάτω;

Πατώντας το κουμπί Print κάτω δεξιά μπορείτε να εκτυπώσετε το συγκεκριμένο φύλλο.

Εκτυπώστε το.

Μετρήστε με τον χάρακα τις πλευρές των δύο τετραγώνων.

Τι παρατηρείτε;

Για τη συγκεκριμένη δραστηριότητα επιλέγεται ο κάθετος άξονας συμμετρίας, ο οποίος φέρνει στον νου των παιδιών οικείες για αυτά συμμετρικές εικόνες, όπως για παράδειγμα, ένα σπιτάκι, μία πεταλούδα ή ένα δέντρο.

Θέτονται ερωτήσεις, όπως:

«Τι παρατηρείτε;»

«Είναι τα τετράγωνα συμμετρικά μεταξύ τους; Πώς το καταλαβαίνεις;»

«Είναι σημαντικό να έχουν ίδιο μέγεθος για να είναι συμμετρικά;»

«Πόσα εκατοστά απέχουν από τον άξονα συμμετρίας; Γιατί συμβαίνει αυτό;»

«Αν πλησιάσουμε το ένα τετράγωνο στον άξονα συμμετρίας, τότε το άλλο τετράγωνο πού θα πρέπει να βρίσκεται για να είναι συμμετρικά;»

«Αν τραβήξουμε το ένα τετράγωνο προς τα πάνω, το άλλο τετράγωνο προς τα πού θα μετακινηθεί για να εξακολουθούν να είναι συμμετρικά; Αν το τραβήξουμε προς τα κάτω;»

«Αν υποθέσουμε πως τραβάμε το αριστερό τετράγωνο προς τα αριστερά, δηλαδή το απομακρύνουμε από τον άξονα συμμετρίας, το άλλο τετράγωνο προς τα πού θα μετακινηθεί;»

«Αν το τραβήξουμε προς τα δεξιά, τι θα συμβεί στο άλλο τετράγωνο για να εξακολουθούν να είναι συμμετρικά;»

«Αν πλησιάσουμε το τετράγωνο στον άξονα συμμετρίας, τότε το άλλο τετράγωνο πού θα πρέπει να βρίσκεται για να είναι συμμετρικά;»

Κάθε φορά τα παιδιά σχεδιάζουν με το μολύβι τους ένα βελάκι πάνω στο χαρτί για να δείξουν σε κάθε περίπτωση προς τα πού θα μετακινηθεί το τετράγωνο.

«Σχεδιάστε με χάρκα και μολύβι έναν άλλο άξονα συμμετρίας, αν υπάρχει.»

(Τα σχήματα που έχουν σχεδιαστεί από τα παιδιά θα εκτυπωθούν, όπως φαίνεται στο φύλλο εργασίας παραπάνω. Το Symmetry Artist δίνει τη δυνατότητα να κάνουν Print ό,τι έχουν σχεδιάσει.)

«Τελικά, πώς καταλαβαίνουμε ότι δύο σχήματα είναι συμμετρικά;»

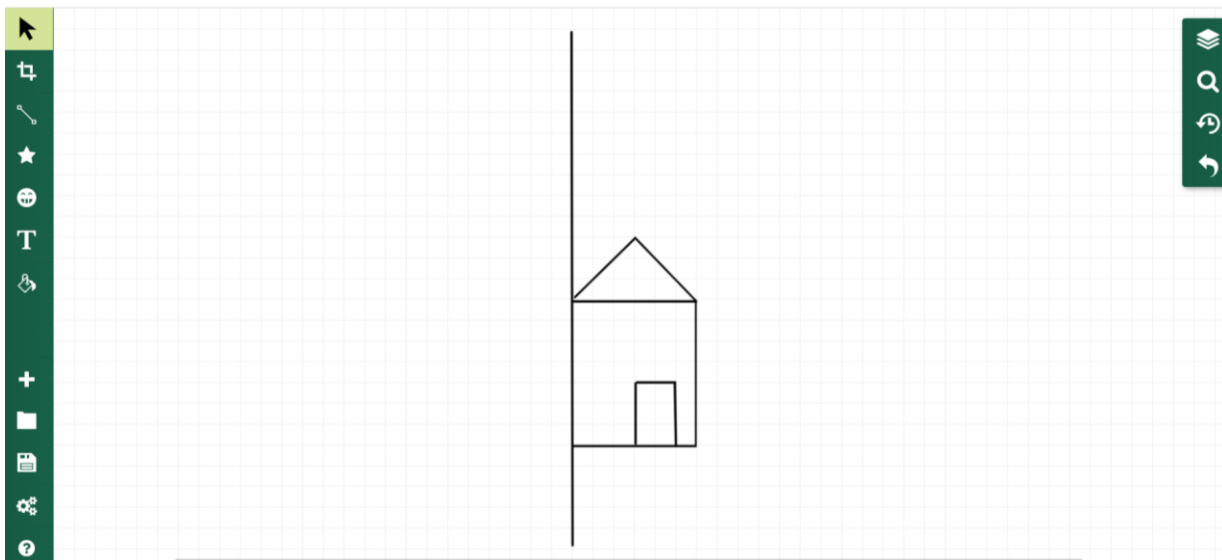
4^η διδακτική ώρα: Φύλλο εργασίας (εμπέδωση-αξιολόγηση)

Στην τελευταία δραστηριότητα με το αντίστοιχο φύλλο εργασίας ζητείται από τους μαθητές να ολοκληρώσουν ένα σχήμα το οποίο έχει άξονα συμμετρίας, ώστε να γίνει εμπέδωση των προηγούμενων γνώσεων και έλεγχος της κατανόησής τους.

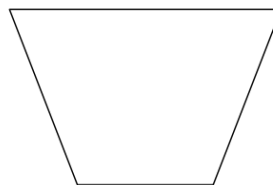
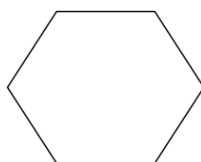
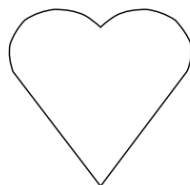
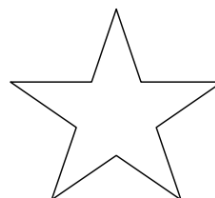
Φύλλο εργασίας

Άσκηση 1: Δραστηριότητα στο Sketchpad (σε ομάδες):

α) Να σχεδιάσετε το συμμετρικό του σπιτιού.



Άσκηση 2: Φέρνω με τον χάρακά μου τους άξονες συμμετρίας στα παρακάτω σχήματα. (ατομικά)



Ζητείται από τους μαθητές να σχεδιάσουν το συμμετρικό του σπιτιού, ώστε να φανεί αν θα κάνουν παράλληλη μεταφορά ή όχι, πώς θα σκεφτούν, αν θα αξιοποιήσουν έστω και νοητά την έννοια της δίπλωσης. Αυτό θα φανεί από το τελικό αποτέλεσμα της κάθε ομάδας αλλά και από τα λεγόμενά τους, από τις συζητήσεις στις επιμέρους ομάδες.

Χρησιμοποιείται το συγκεκριμένο λογισμικό, καθώς οι μαθητές έχουν δουλέψει σε αυτό σε προηγούμενη δραστηριότητα κι έτσι τους είναι οικείο. Ακόμη, έχει πρόσθετη παιδαγωγική αξία, δεδομένου ότι παρέχει πληθώρα εργαλείων τα οποία μπορούν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές για να φτιάξουν το σπιτάκι, όπως να επιλέξουν το κατάλληλο μαρκαδοράκι ή πένα και να προσθέσουν χρώμα.

Τέλος, ρωτούνται οι μαθητές:

«Πώς σου φάνηκαν οι δραστηριότητες;»

«Τι σου άρεσε περισσότερο;»

«Τι σε δυσκόλεψε περισσότερο;»

Όπως προαναφέρθηκε, οι παραπάνω δραστηριότητες έχουν σχεδιαστεί έχοντας ως βάση την κονστрукτιβιστική θεωρία και τη βιωματική μάθηση. Αναφορικά με τις διδακτικές τεχνικές αξιοποιούνται οι ομάδες εργασίας, οι ερωταποκρίσεις, η συζήτηση και η πρακτική άσκηση. Συνδυαστικά με τις προαναφερθείσες τεχνικές αξιοποιείται σε κάποιο βαθμό και μία ακόμη, η Μάθηση μέσω διδασκαλίας (Learning Through Teaching). Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό μιας διαδικασίας LTT είναι η συνεχής δέσμευση με επεξήγηση. Η σημασία αυτού του χαρακτηριστικού μπορεί να γίνει φανερή σε περιβάλλοντα συνεργατικής μάθησης. Οι μαθητές αναπτύσσουν τις μαθηματικές τους γνώσεις μέσα από τις πολλές ευκαιρίες που έχουν να προσφέρουν εξηγήσεις στους συμμαθητές τους (Davidson & Kroll, 1991· Good, Mulryan, & McCaslin, 1992· Newman & Goldin, 1990· Webb, 1985, 1991). Οι Leikin και Zaslavsky (1997) μελέτησαν άμεσα την επίδραση της διδασκαλίας στη μάθηση μέσω ενός ειδικού συνεταιριστικού περιβάλλοντος μικρών ομάδων στο οποίο οι μαθητές έπαιζαν το ρόλο των δασκάλων μαθηματικών. Διαπίστωσαν ότι οι μαθητές κατανόησαν τα μαθηματικά ως αποτέλεσμα της εξήγησης των λύσεών τους στους συμμαθητές τους.

Με βάση τη θέση ότι υπάρχουν ισχυρές ευκαιρίες για την ανάπτυξη των μαθηματικών γνώσεων ενός ατόμου καθώς διδάσκει μαθηματικά, στην έρευνα των Leikin et al. (2000) ζητήθηκε από τους μαθητές να εξηγούν στους συμμαθητές τους τις λύσεις που βρίσκουν. Συγκεκριμένα, διερευνήθηκε η ανάπτυξη των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών κατά τη διδασκαλία μιας άγνωστης μαθηματικής έννοιας: της συμμετρίας.

Έτσι και στην παρούσα έρευνα, οι μαθητές καλούνται πολλές φορές να εξηγήσουν πώς σκέφτηκαν και τι τους οδήγησε στο εκάστοτε συμπέρασμα. Δε ζητείται από τα παιδιά να υιοθετήσουν ρόλο δασκάλου, καθώς είναι μόλις στην Α΄ δημοτικού. Ωστόσο, ο τρόπος που καλούνται να δίνουν εξηγήσεις, ως τεχνική μιμείται σε μεγάλο βαθμό τη διαδικασία LTT.

8. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΕΡΕΥΝΑΣ

8.1 Ερευνητικό θέμα

Το ερευνητικό θέμα αφορά την κατανόηση από τους μαθητές της έννοιας της συμμετρίας και των ιδιοτήτων της. Ακόμη, αναμένεται να αναδειχθεί κατά πόσο η ενασχόληση των μαθητών με ψηφιακά δομήματα επηρεάζει τα μαθησιακά αποτελέσματα. Συχνά οι μαθητές δυσκολεύονται όταν τους ζητείται να σχεδιάσουν το συμμετρικό ενός σχήματος ως προς άξονα συμμετρίας. Αντί, λοιπόν, να σχεδιάσουν το συμμετρικό του σχήματος κάνουν απλώς παράλληλη μεταφορά του. Επιπλέον, η έννοια της συμμετρίας είναι

σχετικά παραγκωνισμένη στο αναλυτικό πρόγραμμα. Παρά το γεγονός ότι η αξία της γεωμετρίας είναι ευρέως αναγνωρισμένη (Arcavi, 2003), έχει χάσει την προνομιακή της θέση ως σχολικό μάθημα (Jones, 2002· Clements & Sarama, 2011). Ενώ διδάσκεται σε όλες σχεδόν τις τάξεις του Δημοτικού σχολείου, στην πραγματικότητα δε δίνεται η απαιτούμενη προσοχή από τους εκπαιδευτικούς, που λόγω περιορισμένου χρόνου "θυσιάζουν" αυτή τη διδακτική ενότητα για να αξιοποιήσουν τον διδακτικό χρόνο σε άλλα κεφάλαια.

Η συμμετρία αποτελεί έναν γεωμετρικό μετασχηματισμό που συναντάμε πολύ συχνά στη ζωή γύρω μας και στην τέχνη (Θεοδώρου, Ε., Λεμονίδης, Χ., Νικολαντωνάκης, Κ., 2007). Επιπλέον, μέσω της συμμετρίας οι μαθητές εξοικειώνονται και με άλλες θεματικές των Μαθηματικών, όπως παράλληλες ευθείες, τεμνόμενες ευθείες, σχήματα, μοτίβα και γωνίες. Κάτι τέτοιο γίνεται αντιληπτό αν σκεφτεί κανείς πως ο μαθητής καθώς καλείται να παρατηρήσει συμμετρικά ή μη αντικείμενα, παράλληλα εξοικειώνεται με τις παράλληλες και τεμνόμενες ευθείες, τα σχήματα, τα μοτίβα, τις γωνίες.

Ως μάθημα στα πλαίσια της διδακτικής των μαθηματικών, διδάσκεται σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης. Επιπλέον, ο τρόπος σκέψης που σχετίζεται με τη συμμετρία έχει αναγνωρισθεί πως συμβάλλει στην ανάπτυξη υψηλού επιπέδου μαθηματικής σκέψης στα πλαίσια της αποτελεσματικής επίλυσης προβλημάτων (Leikin, 2007· Leikin, Berman & Zavlansky, 1998, 2000).

8.2 Σκοπός Έρευνας

Η έρευνα αυτή έχει σκοπό τη διερεύνηση των αντιλήψεων των μαθητών της Α' Δημοτικού σχετικά με την αξονική (αμφίπλευρη) συμμετρία, δηλαδή κατά πόσο ένα σχήμα διαθέτει έναν ή περισσότερους άξονες συμμετρίας. Οι επιμέρους στόχοι είναι να αναδειχθούν οι δυσκολίες των μαθητών αναφορικά με τη συμμετρία, να διαπιστωθεί η επιρροή των ψηφιακών εργαλείων στις μαθησιακές διαδικασίες και να διερευνηθεί αν η χρήση ψηφιακών εργαλείων στην εκπαίδευση μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν την έννοια της συμμετρίας και να την εφαρμόσουν σε αντίστοιχες δραστηριότητες.

8.3 Ερευνητικά ερωτήματα

- Πώς ορίζουν οι μαθητές την έννοια της συμμετρίας;
- Ποιες οι δυσκολίες στον εντοπισμό αξόνων συμμετρίας και στην αναγνώριση και δημιουργία συμμετρικών σχημάτων;
- Οι μαθητές της Α' δημοτικού κατανοούν την έννοια της συμμετρίας όταν αυτή διδάσκεται μέσω της ενασχόλησής τους με ψηφιακά εργαλεία;

8.4 Πληθυσμός

Συμμετέχοντες στην έρευνα είναι 13 μαθητές Α' τάξης δημοτικού ιδιωτικού σχολείου σε περιοχή της Αγίας Παρασκευής στην Αθήνα. Τυχαία επιλογή δείγματος.

8.5 Η ποιοτική έρευνα

Πολλές φορές, η πραγματικότητα δεν είναι αντικειμενικό γεγονός και δεν μπορεί να διαπραγματευτεί. Είναι γενικά αποδεκτό περιεχόμενο, που παρουσιάζεται από διαφορετικές οπτικές γωνίες με βάση την υποκειμενική αντίληψη του καθενός. Η υποκειμενική αντίληψη ενός ατόμου για την πραγματικότητα στην καθημερινή ζωή γίνεται αποδεκτή και δικαιολογείται από τον τρόπο που λειτουργεί ο ανθρώπινος εγκέφαλος (Freeman, 2000). Η ποιοτική έρευνα αποτελεί μια πολυμέθοδο, η οποία μελετά τους ανθρώπους στο άμεσο κοινωνικό και φυσικό τους περιβάλλον, στους χώρους και στους χρόνους τους, στη γλώσσα και στα σύμβολά τους (Λάζος, 1998).

Με την ποιοτική έρευνα ερευνούνται σε βάθος στάσεις, αντιλήψεις, κίνητρα, καθώς και δεδομένα της συμπεριφοράς των ατόμων. Στόχος της ποιοτικής διερεύνησης είναι η

ολιστική κατανόηση μιας στάσης ή μιας συμπεριφοράς διερευνώντας την εμπειρία των ατόμων και τα υποκειμενικά νοήματα που τη συγκροτούν.

Οι διαδικασίες, οι οποίες εφαρμόζονται συνήθως στις ποιοτικές έρευνες, ακολουθούν την ερμηνευτική παράδοση σύμφωνα με την οποία η κοινωνική πραγματικότητα κατασκευάζεται μέσα από τα νοήματα που αποδίδουν τα υποκείμενα στη δική τους συμπεριφορά και στη συμπεριφορά των άλλων. Κατά συνέπεια, η κοινωνική πραγματικότητα ταυτίζεται με τους λόγους, τα κίνητρα, τις αξίες, τις πεποιθήσεις και τα πρότυπα συμπεριφοράς, τα οποία επικαλούνται οι άνθρωποι για την κοινωνική τους δραστηριότητα. Οι λεκτικές πρακτικές βρίσκονται στο επίκεντρο της ερμηνευτικής ανάλυσης καθώς η γλώσσα δεν είναι απλώς ένα διαμεσολαβητικό εργαλείο περιγραφής της κοινωνικής πραγματικότητας, αλλά η ίδια κατασκευάζει την κοινωνική πραγματικότητα σε δεδομένο χώρο και χρόνο.

Το κύριο χαρακτηριστικό της ποιοτικής έρευνας είναι ότι βασίζεται σε συγκριτικά μικρότερο αριθμό περιπτώσεων με στόχο όχι την ανακάλυψη γενικών τάσεων (που αναγκαστικά προϋποθέτει πολλές περιπτώσεις), αλλά τη διαμόρφωση ολικής εικόνας για κάθε περίπτωση και την ανεύρεση των κοινών τους στοιχείων (Κυριαζή, 2011). Ένα από τα βασικότερα πλεονεκτήματα της ποιοτικής έρευνας αποτελεί το γεγονός ότι επιτρέπει τη λεπτομερή και σε βάθος μελέτη, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε διερεύνηση φαινομένων, διαδικασιών και συμπεριφορών που δεν είχαν προβλεφθεί εκ των προτέρων. Φυσικά, ως μέθοδος, παρουσιάζει και μειονεκτήματα, όπως το μικρό δείγμα, τις περιορισμένες δυνατότητες γενίκευσης και σύγκρισης καθώς και το γεγονός ότι η συμμετοχή και η εμπλοκή του ερευνητή μπορεί να μεταβάλλει τα χαρακτηριστικά του υπό μελέτη φαινομένου ή διαδικασίας (Ιωσηφίδης, 2008).

8.6 Η συνέντευξη και η παρατήρηση ως εργαλεία συλλογής ποιοτικών δεδομένων

Οι μέθοδοι συλλογής δεδομένων στην ποιοτική έρευνα πρέπει να στερούνται αυστηρής δόμησης και συνήθως είναι είτε μη δομημένοι, είτε ημι-δομημένοι.

Συγκεκριμένα, οι βασικές μέθοδοι συλλογής δεδομένων που αξιοποιήθηκαν και στην παρούσα έρευνα είναι η παρατήρηση και η συνέντευξη. Η ερευνητική συνέντευξη αποτελεί μία τεχνική, η οποία έχει σκοπό να οργανώσει μια σχέση προφορικής επικοινωνίας ανάμεσα σε δύο πρόσωπα, έτσι ώστε να επιτρέψει στον πρώτο τη συλλογή ορισμένων πληροφοριών από τον δεύτερο πάνω σ' ένα συγκεκριμένο αντικείμενο (Grawitz, Brimo & Jahoda, 2001). Ο τύπος της συνέντευξης, ο οποίος επιλέχθηκε για τη συγκεκριμένη έρευνα, είναι η ημι-δομημένη συνέντευξη, η οποία χρησιμοποιείται τις περισσότερες φορές στις έρευνες των κοινωνικών επιστημών και εστιάζει σε περιπτώσεις που μπορούν να ερμηνευθούν πολύ ευρέως, λαμβάνοντας υπόψη το πλαίσιο του μαθήματος που λαμβάνει χώρα σε ένα εργαστήριο υπολογιστών με 6 υπολογιστές προσβάσιμους μέσω του δικτύου και του διαδικτύου.

Κατά τις παρατηρήσεις κρατήθηκαν σημειώσεις πεδίου. Ωστόσο η κύρια πηγή δεδομένων για αυτήν την έρευνα ήταν η συνέντευξη. Αυτή η μέθοδος είναι ευλύγιστη καθώς ο ερευνητής διαθέτει κάποιες προκαθορισμένες ερωτήσεις, οι οποίες τον καθοδηγούν αλλά δεν τις θέτει με μια αυστηρή σειρά. Τις προσαρμόζει ανάλογα με τη ροή της συζήτησης και τις αντιδράσεις του συνομιλητή (Nils & Rimé, 2003).

Έτσι, έχοντας υπόψη το θέμα της έρευνας, η ημι-δομημένη ερευνητική συνέντευξη ξεκίνησε με την ερώτηση «Τι καταλαβαίνεις ακούγοντας τη λέξη “συμμετρία”;». Λόγω της μικρής ηλικίας των παιδιών, προηγείται της ερώτησης αυτής μια δραστηριότητα με χειραπτικά υλικά που θυμίζει τη σύνθεση ενός παζλ και περιλαμβάνει σχήματα. Τα σχήματα έχουν κοπεί στα δύο από τον εκπαιδευτικό και δίνονται στα παιδιά μπερδεμένα.

Ζητείται από κάθε δυάδα παιδιών να εντοπίσει το άλλο μισό του κάθε σχήματος και στη συνέχεια να αναφέρει τι παρατηρεί. Θέτονται ερωτήσεις, όπως: «Είναι όλα τα σχήματα συμμετρικά;», Καθώς τα παιδιά της Α' δημοτικού δεν είναι εξοικειωμένα με την έννοια της συμμετρίας, ο εκπαιδευτικός/ερευνητής καθοδηγεί τα παιδιά με κατάλληλες ερωτήσεις. «Αν διπλώσεις το μισό ενός σχήματος πάνω στο άλλο τι συμβαίνει; Ακουμπάει ακριβώς το ένα πάνω στο άλλο;». «Δοκιμάστε το σε κάθε σχήμα.» Δίνεται χρόνος στα παιδιά να επεξεργαστούν τα σχήματα. Έτσι, οι μαθητές εντοπίζουν πως μόνο το μισοφέγγαρο δεν ακουμπάει ακριβώς.

Από εκεί και πέρα, η συνέντευξη με τον κάθε συμμετέχοντα παίρνει τη μορφή διαλόγου, όπου η επόμενη ερώτηση του ερευνητή βασίζεται στην προηγούμενη απάντηση του συμμετέχοντα. Αποτελεί, δηλαδή, μια αφηγηματική διαδικασία, που ο ερευνητής δεν μπορεί ούτε να προκαθορίσει ούτε να προσχεδιάσει και αυτό γιατί δεν μπορεί να γνωρίζει εκ των προτέρων τι θα απαντήσει ο ερωτώμενος και επομένως αδυνατεί να δομήσει επακριβώς τη συνέντευξη. Έτσι, λοιπόν, κάθε ημι-δομημένη ερευνητική συνέντευξη είναι μοναδική, όπως ακριβώς και οι εμπειρίες, πεποιθήσεις και αντιλήψεις των συμμετεχόντων που θέλει να συλλάβει η ποιοτική έρευνα. Η ίδια ακριβώς φιλοσοφία ισχύει και για τη μη δομημένη ερευνητική παρατήρηση, δηλαδή ο ερευνητής παρατηρεί οτιδήποτε συμβαίνει δίχως να έχει κάποιο προσχέδιο ως προς το τι θα παρατηρήσει.

Ο βασικός ερευνητής/εκπαιδευτικός κάνει το μάθημα θέτοντας ερωτήματα στους μαθητές και βοηθώντας τους, όπου κρίνεται απαραίτητο. Παράλληλα, παρατηρεί τις αντιδράσεις των παιδιών, όπως κάνει στο καθημερινό του μάθημα μέσα στην τάξη εντείνοντας στον μέγιστο βαθμό την προσοχή του. Οι δύο άλλοι εκπαιδευτικοί που βρίσκονται μέσα στην τάξη έχουν κυρίως τον ρόλο της παρατήρησης -- Επεμβαίνουν μόνο αν υπάρχει ανάγκη. Για παράδειγμα, μεγάλη δυσκολία σε κάποια ομάδα ή έλλειψη χρόνου. -- και καταγράφουν τις παρατηρήσεις τους σε ένα τετράδιο. Ο σκοπός είναι να καταγραφούν όσο το δυνατόν περισσότερες πληροφορίες. Αυτές αφορούν τις αντιδράσεις των παιδιών, τη δυσαρέσκεια ή την χαρά τους, τη διάθεση για συνεργασία, τυχόν δυσκολίες της κάθε ομάδας, κινήσεις του σώματος ή των χεριών και για ποιο σκοπό αυτές συμβαίνουν. Τέλος, τραβούν φωτογραφίες των παιδιών και των ψηφιακών δομημάτων.

Οι ερευνητικές συνεντεύξεις μαγνητοφωνήθηκαν και οι ερευνητικές παρατηρήσεις οδήγησαν στην καταγραφή σημειώσεων πεδίου από τους βοηθούς εκπαιδευτικούς, με παράλληλη χρήση και επιπρόσθετων οπτικοακουστικών μέσων, όπως κάμερες ή φωτογραφικές μηχανές, ώστε να φαίνονται και οι κινήσεις των παιδιών κατά την ενασχόλησή τους με τα ψηφιακά εργαλεία.

8.7 Θεματική Ανάλυση περιεχομένου

Η ανάλυση των δεδομένων είναι εκείνο το σημείο όπου ο ερευνητής συγκρίνει και αντιπαραβάλλει, ερμηνεύει και κατανοεί, συμπεραίνει και επαληθεύει. Έτσι, το πρώτο πράγμα που θα χρειαστεί να κάνει ο ποιοτικός ερευνητής, αφού συλλέξει τα δεδομένα του, είναι να τα καταγράψει όλα σε χαρτί. Αναφορικά, δηλαδή, με τις μαγνητοφωνημένες ημι-δομημένες ερευνητικές συνεντεύξεις, αυτές καταγράφηκαν κατά λέξη, όπως επίσης οι παύσεις της ομιλίας ή τυχόν αστεία. Στη συνέχεια, όλα τα καταγεγραμμένα δεδομένα διαβάστηκαν πολλές φορές από την ερευνήτρια, αφενός για να τα ξαναθυμηθεί και αφετέρου για να αρχίσει να τα κατανοεί, δηλαδή να μπορέσει να αποκτήσει μια ολοκληρωμένη αντίληψη ως προς το τι λένε ή κάνουν οι συμμετέχοντες (Burnard, Gill, Stewart, Treasure, & Chadwick, 2008).

Το αμέσως επόμενο σημείο είναι αυτό που οι ποιοτικοί ερευνητές ονομάζουν κωδικοποίηση. Εδώ αποδόθηκε ένας αντιπροσωπευτικός κωδικός σε μια μεγάλη ενότητα του κειμένου. Ο κωδικός αυτός εκφράζει σε συντομία την ερμηνεία που ο ερευνητής δίνει

στο συγκεκριμένο κομμάτι της συνέντευξης, π.χ. αίσθημα αγωνίας ή δυσκολία κατανόησης κ.λπ. Πρέπει να σημειωθεί ότι ο κωδικός αναδύεται κατά κάποιον τρόπο μέσα από το κείμενο και δεν επιβάλλεται από τον ερευνητή εκ των προτέρων. Στη συνέχεια και αφού όλο το κείμενο της συνέντευξης ή της παρατήρησης ουσιαστικά συμπυκνωθεί σε μια σειρά από αντιπροσωπευτικούς κωδικούς, τότε αυτοί οι κωδικοί αντιπαραβάλλονται και συγκρίνονται μεταξύ τους για να εντοπιστούν κωδικοί με όμοια χαρακτηριστικά ή νοήματα. Να σημειωθεί εδώ πως στο ίδιο απόσπασμα μπορούν να αποδοθούν περισσότεροι κωδικοί, αφού είναι πιθανό να εμπεριέχει παραπάνω από μία νοηματοδοτήσεις (Willig, 2015, pp 161). Εφόσον εντοπιστούν όμοιοι κωδικοί και σημειωθούν οι μεταξύ τους ομοιότητες, τοποθετούνται μαζί, ώστε να σχηματιστεί αυτό που ονομάζεται θεματική ενότητα. Οι θεματικές ενότητες, λοιπόν, αποτελούν συμπυκνωμένες ολιστικές περιγραφές και ερμηνείες (Braun & Clarke, 2006). Είναι το τελικό απαύγασμα για το πώς ερμηνεύουν, αντιλαμβάνονται και βιώνουν οι συμμετέχοντες το υπό έρευνα φαινόμενο και αποτελούν το απόσταγμα που προσφέρει τη βαθύτερη κατανόηση και επεξεργασμένη γνώση για τους συμμετέχοντες. Οι θεματικές ενότητες συνήθως δεν ξεπερνούν τους μονοψήφιους αριθμούς, διαφορετικά απαιτείται περαιτέρω ανάλυση (Burnard, Gill, Stewart, Treasure & Chadwick, 2008).

Σε όλη τη διαδικασία ακολουθήθηκε μια επαγωγική προσέγγιση, ξεκινώντας με τη δημιουργία κωδικών, εντάσσοντάς τους σε κατηγορίες με εσωτερική συνέπεια και ομοιογένεια και τέλος ομαδοποιώντας τους σε ευρύτερους θεματικούς άξονες. Καθώς η ποιοτική προσέγγιση είναι επαγωγική, οι κώδικες ή κατηγορίες προκύπτουν –κατά κύριο λόγο– μέσα από το κείμενο και δεν έχουν οριστεί εξ αρχής από τον ερευνητή. Η επαγωγική ανάλυση λειτουργεί από κάτω προς τα πάνω. Σε αυτό το στάδιο, γίνεται μια σύνδεση μεταξύ του νοήματος που αποδίδει ο ερευνητής στα δεδομένα και της βιβλιογραφίας που σχετίζεται με το αντικείμενο που εξετάζεται. Με αυτόν τον τρόπο, τα δεδομένα μπορούν να παρουσιαστούν συνοπτικά και γίνονται εύκολα κατανοητά από τους ερευνητές, παρέχοντας μια ευρεία εικόνα εποπτείας για κάθε κατηγορία και κάθε θεματικό άξονα (Issari & Pourkos, 2015).

Αυτή η διαδικασία συνιστά συστηματική οργάνωση και κατανόηση επαναλαμβανόμενων μοτίβων νοήματος μέσα σε ένα σύνολο δεδομένων. Πιο συγκεκριμένα, μειώνει τον όγκο των ποιοτικών δεδομένων που λαμβάνονται από τις συνεντεύξεις για να παρουσιάζεται νόημα σε διαφορετικά μέρη των δεδομένων και κατ'επέκταση να κατηγοριοποιούνται τα δεδομένα (Braun & Clarke, 2006). Με βάση τους κωδικούς και τις κατηγορίες που εμφανίζονται, δημιουργούνται ευρύτεροι θεματικοί άξονες, οι οποίοι θα περιγραφούν παρακάτω. Η παρουσίαση του νοήματος περιλαμβάνει την ομαδοποίηση και την κατηγοριοποίηση δεδομένων προκειμένου να απαντηθούν ερωτήματα έρευνας από τα δεδομένα που έχουν τεθεί προηγουμένως ή που προκύπτουν κατά τη διάρκεια της μελέτης. Μετά τη μεταγραφή της συνέντευξης, αυτή διαβάστηκε προσεκτικά για να σχηματιστεί μια γενική ιδέα για το υλικό που θα εξεταστεί, εντοπίστηκαν σημαντικές πληροφορίες και καταγράφηκε ένας κωδικός σημείωσης με την αρχική ιδέα.

Η φάση της ανάλυσης περιεχομένου είναι ιδιαίτερα σημαντική επειδή τα ποιοτικά δεδομένα που συλλέγονται μέσω συνεντεύξεων αποκτούν νόημα. Στη συνέχεια, τα δεδομένα παρουσιάζονται μέσω των θεματικών αξόνων. Το τελευταίο στάδιο της ανάλυσης περιλαμβάνει τη σύνδεση των θεματικών εννοιών με την ευρύτερη βιβλιογραφία και τις υφιστάμενες θεωρίες. Παρουσιάζονται τα συμπεράσματα και οι θεωρίες που αναπτύχθηκαν από άλλους ερευνητές και τα αποτελέσματα της τρέχουσας εργασίας. Δηλαδή, ποιες είναι οι ομοιότητες και ποιες οι διαφορές μεταξύ των αποτελεσμάτων της έρευνας και της ήδη υπάρχουσας γνώσης. Επίσης, υποχρέωση του ερευνητή σε αυτό το σημείο είναι να καταδείξει τον τρόπο με τον οποίο τα αποτελέσματα του προσφέρουν βαθύτερη κατανόηση, πιο επεξεργασμένη γνώση και αρτιότερη αντίληψη για το υπό έρευνα φαινόμενο.

8.8 Θέματα ηθικής και δεοντολογίας της έρευνας

Για την πραγματοποίηση της έρευνας σε μαθητές της Α' δημοτικού δόθηκε η απαραίτητη προσοχή ώστε να μη διαρρεύσουν τα προσωπικά δεδομένα των μαθητών. Η έρευνα έλαβε χώρα στο πλαίσιο του σχολείου υπό την παρουσία μόνο των εκπαιδευτικών/ερευνητών. Επιπροσθέτως, ενημερώθηκαν οι γονείς των μαθητών για τη διεξαγωγή της έρευνας, καθώς οι ίδιοι συμμετέχοντες ήταν ανήλικοι. Αυτό έγινε με την αποστολή e-mail στο οποίο τους γνωστοποιήθηκαν όλες οι απαραίτητες πληροφορίες, όπως ο σκοπός της έρευνας και ο τρόπος υλοποίησής της. Ενημερώθηκαν ακόμη για τη διατήρηση της ανωνυμίας και την προστασία των προσωπικών δεδομένων των παιδιών. Τέλος, ζητήθηκε η γραπτή συγκατάθεση και συναίνεσή τους για τη συμμετοχή του παιδιού τους στην έρευνα καθώς επίσης και για την ηχογράφηση και φωτογράφισή του κατά τη διάρκεια αυτής.

8.9 Περιορισμοί της έρευνας

- Μικρός αριθμός δείγματος
- Περιορισμένες δυνατότητες γενίκευσης και σύγκρισης
- Μεροληψία ερευνητή
- Σφάλμα ερευνητή

9. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

9.1 Θεματικός Άξονας: Ανάκληση Γνώσεων και Συλλογισμός Έννοιας της Συμμετρίας μέσω Καθοδήγησης

Μέσα από τις συνολικά 4 διδακτικές ώρες και επιμέρους δραστηριότητες μαθηματικού συλλογισμού των μαθητών αναφορικά με τις ασχολίες με τα σχήματα και τα ηλεκτρονικά εργαλεία, προέκυψε η ακόλουθη θεματική. Ειδικότερα, έντονη διαγράφεται καθ' όλη τη διάρκεια της συνδιαλλαγής με τους μαθητές και της εντύφησης στην έννοια της συμμετρίας, ο καθορισμός και η εξακρίβωση των επιμέρους υλικών που χρησιμοποιήθηκαν τόσο από τους μαθητές όσο και από το βοηθητικό προσωπικό μέσω της καθοδήγησης του ενήλικα. Συγκεκριμένα, στην 1^η δραστηριότητα απώτερος σκοπός αποτελεί ο έλεγχος της προηγούμενης γνώσης. Σε πρώτη φάση και στοχεύοντας στην ανάκληση προηγούμενων γνώσεων από τους μαθητές, ο εκπαιδευτικός/ερευνητής εμπλέκει τους μαθητές σε μια δραστηριότητα «επιστρατεύοντας» τόσο τη βιωματική όσο και κονστрукτιβιστική θεωρία μάθησης.

Τα σχήματα έχουν κοπεί στα δύο από τον εκπαιδευτικό και δίνονται στα παιδιά μπερδεμένα. Ζητείται από κάθε δυάδα παιδιών να εντοπίσει το άλλο μισό του κάθε σχήματος και στη συνέχεια να αναφέρει τι παρατηρεί. Θέτονται ερωτήσεις, όπως: «Είναι όλα τα σχήματα συμμετρικά;». Καθώς τα παιδιά της Α δημοτικού δεν είναι εξοικειωμένα με την έννοια της συμμετρίας, ο εκπαιδευτικός/ερευνητής καθοδηγεί τα παιδιά με κατάλληλες ερωτήσεις. «Αν διπλώσεις το μισό ενός σχήματος πάνω στο άλλο τι συμβαίνει; Ακουμπάει ακριβώς το ένα πάνω στο άλλο;». «Δοκιμάστε το σε κάθε σχήμα.» Δίνεται χρόνος στα παιδιά να επεξεργαστούν τα σχήματα. Έτσι, οι μαθητές εντοπίζουν πως μόνο το μισοφέγγαρο δεν ακουμπάει ακριβώς.

Στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός/ερευνητής προβάλλει στον διαδραστικό πίνακα της τάξης κάποιες εικόνες και ρωτάει τους μαθητές αν είναι συμμετρικές ή όχι. Παράλληλα, σηκώνεται κάποιος μαθητής για την κάθε συμμετρική εικόνα για να σχεδιάσει τον άξονα

συμμετρίας. Ο εκπαιδευτικός/ ερευνητής εξηγεί πως η γραμμούλα που χωρίζει στη μέση ένα σχήμα λέγεται άξονας συμμετρίας.

Συγκεκριμένα, αυτό διαγράφεται μέσα από τις ακόλουθες συζητήσεις της συνέντευξης με τους μαθητές (όπου Ε- νοείται η ερευνήτρια, όπου Μ- νοούνται οι μαθητές). Το παρακάτω απόσπασμα αναφέρεται στην πρώτη δραστηριότητα, η οποία υλοποιείται με χειραπτικά υλικά. Συγκεκριμένα, αποτελείται από κάρτες που απεικονίζουν σχήματα (Puzzle time):

«Ε- Θα αφήσω σε κάθε θρανίο ένα πακετάκι από αυτά τα σχηματάκια. Εντάξει παιδιά;

Ε- Η κάθε ομαδούλα θα πρέπει να βρει το υπόλοιπο μισό του κάθε σχήματος. Θα τα ενώσετε για να βρείτε το υπόλοιπο μισό του κάθε σχήματος και θα μου πείτε μετά τι παρατηρείτε. Βάλτε τα στο κέντρο ανάμεσα σας και προσπαθήστε να βρείτε το άλλο μισό του κάθε σχήματος.

...

Ε- Προσπαθήστε εκεί που είναι η ένωση να το κάνετε σαν να ανοιγοκλείνει.

Μ- Δηλαδή;

Ε- Να βάλετε το ένα καρτελάκι πάνω στο άλλο και να προσπαθήσετε να το ανοιγοκλείσετε. Τοποθετήστε τα στα θρανία σας το ένα δίπλα στο άλλο, για να τα βλέπετε!

Μ- Το έκανα!

Ε- Θέλω να μου πείτε, αφού τα κοιτάξετε καλά καλά, εάν αυτά τα σχήματα είναι συμμετρικά.

Μ- Κάπου το έχω ακούσει. Νομίζω ότι είναι συμμετρικό αυτό που έχει τρεις γωνίες.

Ε- Θέλω να προσπαθήσετε να διπλώσετε το μισό του ενός σχήματος πάνω στο άλλο. Έτσι. Εκεί που είναι κομμένο. Το μισό του να το βρω και να προσπαθήσω να το κάνω να ανοιγοκλείνει. Για διπλώστε το να δείτε να πάει το ένα πάνω στο άλλο

Μ- Κυρία, κοιτάξε το έκανα!

Ε- Για να δω για ανοιγόκλεισέ το. ωραία!

Ε- Για παρατηρήστε... έτσι όπως το ανοιγοκλείνετε, τι συμβαίνει;

Μ- Αυτό δεν είναι συμμετρικό.

Ε- Ποιο δεν είναι συμμετρικό;».

Αναλυτικότερα, με βάση τη συζήτηση που προηγήθηκε και τη βιβλιογραφία προς υποστήριξη των ποιοτικών δεδομένων, στις μεθόδους διδασκαλίας που χρησιμοποιούνται, πρωταρχικό ρόλο διαδραματίζει η βιωματική μάθηση. Συγκεκριμένα, δίνεται η ευκαιρία στους μαθητές να συνδέσουν καταστάσεις της καθημερινής ζωής και προσωπικές τους εμπειρίες με το μάθημα. Με αυτόν τον τρόπο μάλιστα ικανοποιείται η έντονη επιθυμία τους για δράση και δημιουργικότητα, ενώ παράλληλα τους δίνεται η ευκαιρία να καλλιεργήσουν τη φαντασία τους και να εμπλουτίσουν τον πνευματικό τους κόσμο. Ειδικότερα, όταν αναφέρεται στη συνέντευξη η εξής συζήτηση :

«Ε- Χμμ... όχι. Είναι μία λεξούλα καινούρια που δεν την γνωρίζετε.

Μ- Εγώ την έχω ακούσει.

Ε- Σίγουρα έχετε δει τέτοια σχήματα».

Επιβεβαιώνεται επομένως, πως προηγούμενες εμπειρίες των μαθητών θα τους βοηθήσουν να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις της δραστηριότητας, να δομήσουν τη νέα γνώση και να κατανοήσουν την έννοια της συμμετρίας σταδιακά.

Επιπροσθέτως, το ύπαρχον παράδειγμα επιβεβαιώνεται και από τη θεώρηση του κονστρουκτιβισμού, επιβεβαιώνοντας τον ερευνητικό ερώτημα σχετικά με το πως τα παιδιά δεν μπορούν να ορίσουν στην αρχή την έννοια της συμμετρίας. Ωστόσο όσο εντρυφούν στις δραστηριότητες και ανακαλούν από την μνήμη τους σχετικές πληροφορίες είναι σε θέση να απαντήσουν στις ερωτήσεις και απαιτήσεις της δραστηριότητας και της εκπαιδευτικού.

Στο κονστρουκτιβιστικό μοντέλο η μάθηση είναι ευθύνη του μαθητή. Το παιδί λειτουργεί αυτόνομα, ως κατασκευαστής της δικής του γνώσης. Ερμηνεύει τις εμπειρίες του και έπειτα ενσωματώνει κάθε εμπειρία σε έναν κατάλληλο κανόνα πεπτοιθήσεων. Σε αυτή την περίπτωση η γνώση δεν κατανοείται πια ως επίδειξη δεξιοτήτων, αλλά ως το αποτέλεσμα των διαπραγματεύσεων μέσα από τους διαλόγους με άλλους. Συνεπώς, σε συνάφεια και με τα όσα αναφέρθηκαν:

«E-Για παρατηρήστε... έτσι όπως το ανοιγοκλείνετε, τι συμβαίνει;

M- Αυτό δεν είναι συμμετρικό.

E- Ποιο δεν είναι συμμετρικό;

M- Α κατάλαβα! Άμα το δείτε έτσι είναι σαν μία πεταλούδα!

E- Στους υπόλοιπους σας θυμίζουν κάτι άλλο αυτά τα σχήματα;;

M - Φεγγάρι!

M- Σαΐτα!

M- Κάτι σαν κάπα!»

Τέλος, όλες οι προαναφερόμενες πληροφορίες συνδυάζονται από τη συνεχόμενη καθοδήγηση από τον ενήλικα σε σημεία που χρειαζόντουσαν τα παιδιά. Τεχνικές διδασκαλίας όπως η συζήτηση και οι ερωταποκρίσεις βοηθούν τους μαθητές να φτάσουν στο επίπεδο αντίληψης και συλλογισμού που απαιτείται για την συγκεκριμένη δραστηριότητα. Επιπλέον, η μέθοδος δια του αποκλεισμού θα προσφέρει στους μαθητές μια πληρέστερη και ξεκάθαρη εικόνα διάκρισης προς τα πού πρέπει να κινηθούν συλλογιστικά.

Ακόμη, στη συνέντευξη παρατηρήθηκε η εξής συζήτηση:

«E- Ωραία θέλω τώρα να κοιτάξετε γύρω σας μέσα στην τάξη και να βρείτε διάφορα σχήματα που είναι συμμετρικά.

M - Τα κουτιά που έχουμε τα πράγματα μας!

E- Τι σχήμα έχουν τα κουτιά;

M- Είναι τετράγωνα.

M - Όχι, είναι ορθογώνια (άλλος μαθητής).

M - Οι καρτέλες με τους κανόνες της τάξης!

M- Η κασετίνα της Ιωάννας!

E-Τώρα θέλω να σκεφτείτε αν στο δρόμο καθώς έρχεστε το πρωί στο σχολείο συναντάτε κάποια συμμετρικά σχήματα... Μήπως μπορείτε να θυμηθείτε κάποιο συμμετρικό σχήμα;

M- Το στοπ.

E- Σωστά! ... ».

Εν κατακλείδι, το ερευνητικό ερώτημα απαντάται καθώς φαίνεται πως μέσα από την συστηματική καθοδήγηση και ανάκληση πληροφοριών ενώ στην αρχή οι μαθητές δυσκολεύονται να ορίσουν την συμμετρία, στη συνέχεια εφαρμόζουν την έννοια της συμμετρίας και καθίστανται ικανοί να αποκτήσουν την γνώση.



Εικόνα 8: Puzzle Time

9.2 Θεματικός Άξονας: Επιλεκτική Αντίληψη Συμμετρίας και Θέσης Μέσα από τα Τεχνολογικά Μέσα

Στην ερευνητική διαδικασία και συγκεκριμένα στη δραστηριότητα του Geogebra, η εκπαιδευτικός ζητάει από τους μαθητές να σύρουν τις κορυφές του τετράπλευρου ΑΒΓΔ σε διαφορετικές θέσεις και να πουν τι παρατηρούν, θέτοντας το ερώτημα: «Τι συμβαίνει όταν μετακινείς τα σημεία;». Τα παιδιά παρατηρούν πως σέρνοντας ένα σημείο αλλάζει η θέση και του αντίστοιχου σημείου στην απέναντι πλευρά και ότι το σχήμα που δημιουργείται είναι πάντα το ίδιο και στις δύο πλευρές. Ακόμη, παρατηρούν πως η απόσταση δύο αντικρουστών σημείων (π.χ. Γ-Γ', Β-Β') από τον κεντρικό άξονα είναι πάντα ίδια. Μάλιστα, σέρνοντας τα σημεία βλέπουν και τους αριθμούς να αλλάζουν, οι οποίοι αφορούν την απόστασή των σημείων από τον κεντρικό άξονα.

Με βάση τη συζήτηση που είχαν οι μαθητές στην τάξη με την ερευνήτρια:
«**E-** Προσπαθήστε να τα μετακινήσετε να δείτε τι συμβαίνει... Βλέπετε που έχει τα γράμματα της αλφαβήτας, Α, Β, Γ, Δ.

M- Ναι..

E- Πιάστε πάνω στην μπλε κουκίδα. Πάω πάνω στην μπλε κουκίδα και κάνω "κλικ και σε σέρνω".

E- Ωραία. Για να μας πει ένα παιδί τι γίνεται όταν σέρνω την κουκίδα; Τι παρατηρείτε;

M-Είναι σαν δύο πόρτες!

E- Σου μοιάζει με πόρτα το πρώτο ε; Και σχηματίστηκε άλλη μία πόρτα δίπλα; Για να μας πει και μία άλλη ομάδα.

M-Βλέπουμε ότι μπορεί να κουνιέται και να εμφανίζεται σαν ανοιχτή πόρτα.

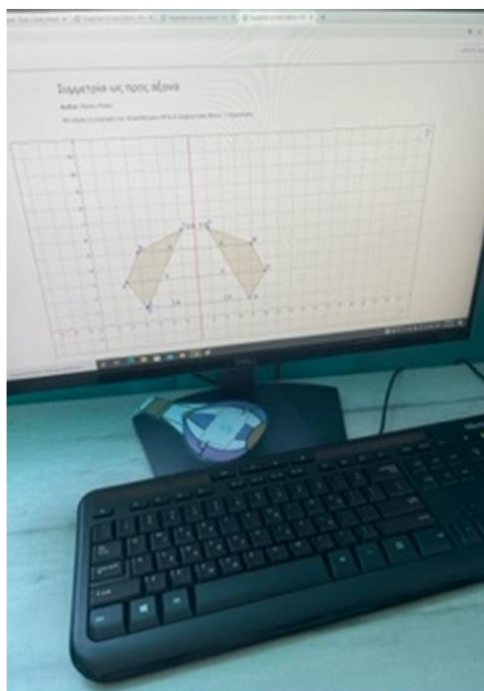
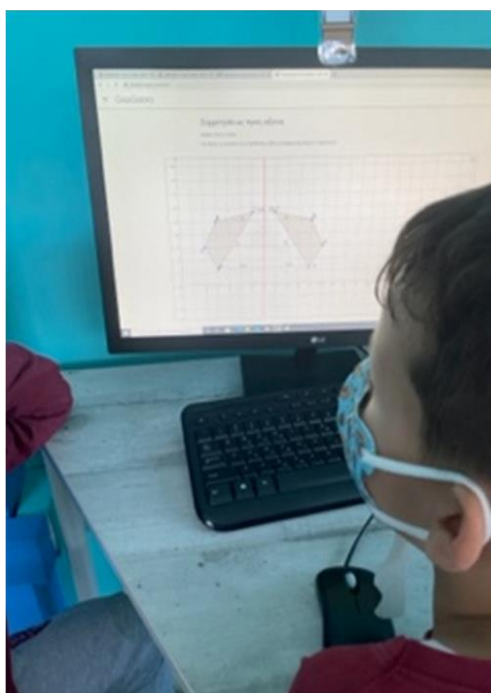
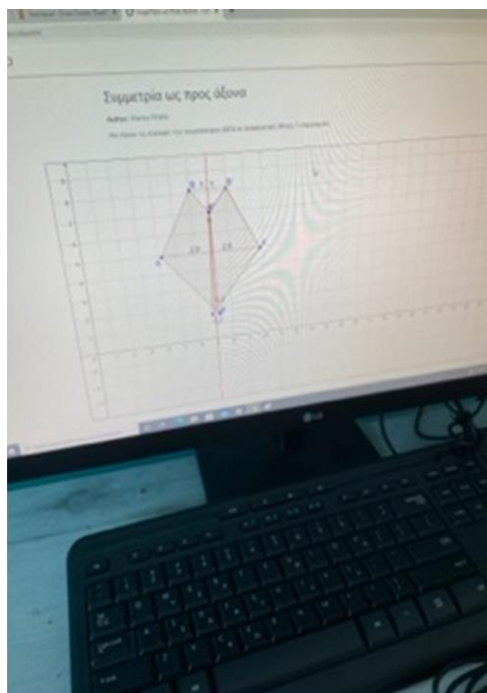
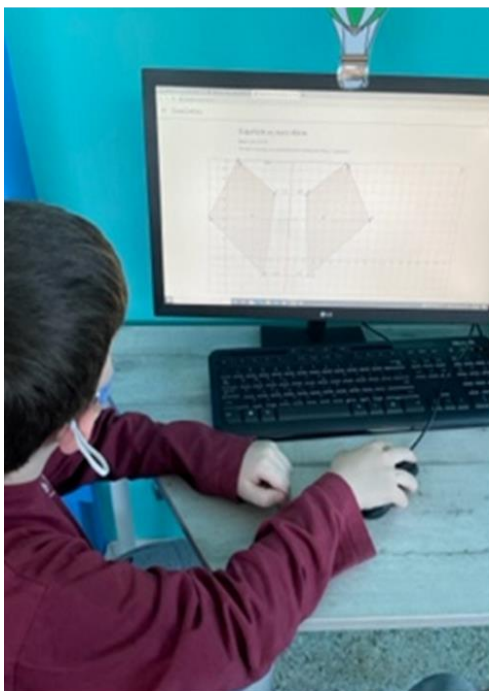
E- Μάλιστα. Όταν δηλαδή κουνάς το Β από την άλλη μεριά τι συμβαίνει ;

M- Από την άλλη μεριά γίνεται το ίδιο (άλλος μαθητής) .

E- Για να μας πει και μία ακόμη ομάδα.

M- Παρατηρούμε ότι κουνιέται και είναι σαν ένα πουλί.»

Η θεωρία των Pierre & Dina van Hiele θέτει ότι οι μαθητές προοδεύουν μέσα από ποιοτικά διακριτά επίπεδα σκέψης στη γεωμετρία. Οι μαθητές φαίνεται βάση και της θεωρίας και των τεχνολογικών μέσων πως μπορούν να αναγνωρίσουν τα σχήματα μόνο ως σύνολα στην αρχή (Επίπεδο 0 – οπτικό επίπεδο) και δεν μπορούν να σχηματίσουν νοητικές εικόνες για εκείνα. Συγκεκριμένα, μια δεδομένη φιγούρα όπως ένα ορθογώνιο, "μοιάζει με πόρτα" όπως ανέφεραν και στην ερευνήτρια οι μαθητές. Συνεπώς, δεν σκέφτονται τα καθοριστικά χαρακτηριστικά ή ιδιότητες των σχημάτων στην αρχή, ωστόσο στην πορεία είναι σε θέση να κατανεύουν την προσοχή τους επιλεκτικά σε αυτά που πρέπει στις οπτικές αναπαραστάσεις που τους παρουσιάζονται. Μέσω της αντίληψης της συμμετρίας και των επιμέρους στοιχείων είναι σε θέση να διαχωρίσουν την υπόσταση των σχημάτων και διαγραμμάτων.



Εικόνα 9: Geogebra (δημιουργία σχημάτων)

Επιπροσθέτως στην παρακάτω συζήτηση που θα ακολουθήσει θα αναφερθεί η συμβολή του αισθητηριακού επιπέδου στην κατασκευή γνώσης κάτι που εμπλέκεται και με τη γνωστική διαδικασία. Επομένως, παρακάτω παρατίθεται απόσπασμα της συνέντευξης κατά την υλοποίηση δραστηριότητας στο Sketchpad:

«Ε-Πάμε να φτιάξουμε πρώτα το κάτω μέρος του σπιτιού.

Μ- Να τη.

E- Είναι εντάξει εκεί;

M- Όχι, θέλει λίγο πιο κάτω.

E- Θα σκεφτείτε κιάλας που θα τοποθετήσετε το σπιτάκι για να είναι συμμετρικό του άλλου... να ακουμπάει στον άξονα; Μήπως πρέπει να είναι πιο μακριά;; για σκεφτείτε ... [Κάποιοι μετρούν κατά λάθος 7 τετραγωνάκια αντί για 6 και έτσι παρακινούνται να μετρήσουν ξανά.]

E- Κάνω ένα κλικ, το αφήνω και μετά σέρνω... Σύρε χωρίς να έχεις πατημένο το κλικ.

M- Κυρία, δεν μου το φτιάχνει, δεν καταλαβαίνω. Πρέπει να το διορθώσω.

E- Μπορείς να πατήσεις το βελάκι που δείχνει πίσω και να το φτιάξεις ξανά.

E- Για να σκεφτούμε τώρα πού ακριβώς θα πρέπει να τοποθετήσουμε την πόρτα...

M- Το εκανα!

E- Όπως βλέπουμε, στο σπιτάκι που είναι έτοιμο η πόρτα είναι στα δεξιά. Στο σπιτάκι που φτιάχνετε εσείς η πόρτα πού θα πρέπει να βρίσκεται; Στα δεξιά ή στα αριστερά;;

M- Στα αριστερά του! (2 μαθητές)

E- Ωραία, να σκεφτούν όλες οι ομάδες... Γιατί πρέπει αν το διπλώνω να ακουμπάει, σωστά;».

Συνεπώς, όπως διαφαίνεται στο επίπεδο 1, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως και από την θεωρία των Pierre & Dina van Hiele, οι μαθητές αναγνωρίζουν και χαρακτηρίζουν τα σχήματα από τις ιδιότητές τους. Για παράδειγμα, ένα παιδί μπορεί να σκεφτεί ένα τετράγωνο ως ένα σχήμα που έχει τέσσερις ίσες πλευρές και τέσσερις δεξιές γωνίες. Οι μαθητές βρίσκουν ότι ορισμένοι συνδυασμοί ιδιοτήτων σηματοδοτούν μια κατηγορία ψηφίων και κάποιοι όχι, έτσι φυτεύονται οι σπόροι των γεωμετρικών υπονοούμενων. Ωστόσο, οι μαθητές σε αυτό το επίπεδο δε βλέπουν σχέσεις μεταξύ κατηγοριών μορφών.

Ειδικότερα, με βάση τα δεδομένα της διαδικασίας με τους μαθητές, διαφαίνεται πως με το συγκεκριμένο εργαλείο του λογισμικού μπορούν να διαπιστώσουν ότι τα συμμετρικά σχήματα είναι ίσα. Έχει χρησιμοποιηθεί πλέγμα το οποίο επιτρέπει στους μαθητές να προβούν σε άμεσες μετρήσεις. Ο εκπαιδευτικός/ερευνητής παρατηρεί πως εργάζονται οι ομάδες και συμβουλεύει, συντονίζει και παρέχει βοήθεια όπου κρίνει απαραίτητο. Κάνει ερωτήματα όπως:

«Είναι συμμετρικό το σχήμα που δημιουργήσατε;»

«Από πού το καταλαβαίνετε αυτό;»

Στη συνέχεια, η εκπαιδευτικός εμφανίζει μέσω του Sketchpad έναν πιγκουίνο, ο οποίος βρίσκεται 2 τετραγωνάκια μακριά από τον άξονα συμμετρίας και ζητείται από τους μαθητές να τον αντιγράψουν και να τον τοποθετήσουν στη σωστή θέση, ώστε να είναι συμμετρικός του άλλου. Τα παιδιά πρόσεξαν πως έχει κάποια τετραγωνάκια απόσταση από τον άξονα αλλά δεν το τοποθέτησαν στο σωστό ύψος. Κάποιοι το έβαλαν λίγο πιο κάτω ή πιο πάνω. Κάτι τέτοιο συμβαίνει λόγω της γνωστικής αδυναμίας των μαθητών και του γνωστικού τους επιπέδου για λογική σκέψη στην έννοια της συμμετρίας.

Σε συνάρτηση με τα παραπάνω επιβεβαιώνεται πως η χωρική σκέψη αποτελεί ζωτικής σημασίας και σημαντική πτυχή της ανθρώπινης νόησης. Αποτελεί μια αναπαραστατική σκέψη στην οποία η χρήση χωρικών εικόνων μπορεί να συνοψιστεί σε τρεις κύριες καταστάσεις. Στην πρώτη περίπτωση, η θέση του αντικειμένου αναπαράστασης έχει αλλάξει. Στη δεύτερη περίπτωση, η δομή του αντικειμένου που αναπαρίσταται έχει

αλλάξει, δηλαδή η εικόνα έχει αλλάξει τόσο πολύ που έχει μικρή ομοιότητα με την αρχική μορφή του αντικειμένου. Τέλος, υπάρχουν περιπτώσεις όπου προηγούμενες μεταμορφώσεις συνδυάζονται, όταν η αρχική εικόνα μεταμορφώνεται επανειλημμένα στη φύση.

Τα διάφορα στοιχεία της χωρικής ικανότητας θεωρούνται απαραίτητα για την ερμηνεία, την κατανόηση και την αξιολόγηση του γεωμετρικού μας κόσμου, και όπως έχει υποστηριχθεί, ο κύριος εκπαιδευτικός στόχος πρέπει να είναι να παρέχει σε όλους τους μαθητές πρόσβαση σε διάφορους τύπους ευκαιριών.

Αν και ο αριθμός των εργασιών που ασχολούνται με το συγκεκριμένο θέμα της σχέσης μεταξύ της χωρικής ικανότητας των μαθητών και της γεωμετρικής τους απόδοσης είναι μικρός, οι απόψεις για τη σχέση μεταξύ χωρικής ικανότητας και γεωμετρικής αντίληψης υποδηλώνουν ότι υπάρχει αλληλεπίδραση μεταξύ αυτών των δύο εννοιών. Όχι μόνο μια καλή εκπαίδευση, αλλά και η εγρήγορση και η αφοσίωσή του χρειάζονται περισσότερο από τους συνομηλίκους τους με χαμηλότερη γνώση της γεωμετρίας. Επιπλέον, η ανάπτυξη της προσωπικής αντίληψης του σχήματος φαίνεται να έχει μεγαλύτερη επιτυχία σε έργα που περιλαμβάνουν στοιχεία χωρικής χωρητικότητας (Batista 1999).

Εν κατακλείδι, όλα τα παραπάνω επιβεβαιώνονται και από την ακόλουθη συζήτηση της ερευνήτριας με τους μαθητές, η οποία πραγματοποιήθηκε στο τελευταίο σκέλος της δραστηριότητας στο Symmetry Artist, όπου οι μαθητές έχουν εκτυπώσει τα τετράγωνα που σχεδίασαν.

«Ε-Θέλω να φανταστείτε ότι θα πιάσουμε το ένα τετραγωνάκι και θα το πλησιάσουμε στον άξονα συμμετρίας. Το άλλο που θα πρέπει να βρίσκεται για να είναι συμμετρικά; Πάρτε το μολυβάκι σας και σχεδιάστε πάνω στο χαρτί με ένα βελάκι προς τα πού θα μετακινηθεί το άλλο τετράγωνο, πού βρίσκεται στην άλλη μεριά του άξονα.

Μ- Θα ερχόταν λίγο πιο κοντά.

Ε- Φαντάζομαι λοιπόν ότι πιάνω το ένα τετράγωνο και το τραβάω προς τον άξονα, το άλλο τι θα κάνει; Δείξτε το όλοι με το μολύβι σας πάνω στο χαρτί σχεδιάζοντας ένα βελάκι.

Μ- Δεν καταλαβαίνω πώς να σχεδιάσω το βελάκι.

Ε- Αν σύρουμε το ένα τετράγωνο προς τα πάνω;

Μ- Θα πάει και το άλλο προς τα πάνω.

Μ- Αν το φέρουμε πιο κοντά, θα πάει κι αυτό πιο κοντά.

Μ- Αν το ένα τετράγωνο πάει πιο κοντά στον άξονα, το άλλο θα φύγει μακριά από τον άξονα.

Ε- Για να φανταστούμε τώρα αυτό που είπες...Σκεφτείτε ότι το διπλώνετε. Θα ακουμπήσει το ένα πάνω στο άλλο;

Μ- Όχι...

Ε- Θέλω τώρα να σκεφτείτε αν υπάρχει και κάποιος άλλος άξονας συμμετρίας. Μπορείτε να πάρετε το μολύβι και τον χάρακα και να σχεδιάσετε και έναν άλλον άξονα αν υπάρχει. Για προσπαθήστε...».

Συνεπώς, διαγράφεται η δυσκολία αντιστοίχισης της χωρικής γνώσης συμμετρικής φύσεως επιβεβαιώνοντας τις προαναφερόμενες θεωρίες σχετικά με την αντιληπτική ικανότητα των μαθητών. Η σκέψη πόσο μάλλον η νόηση διαδραματίζουν καίριο ρόλο στην κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης, ειδικότερα από την στιγμή που εμπλέκονται τεχνολογικά μέσα και εργαλεία στην απόκτηση της. Τέλος, κάποιες από τις δυσκολίες που

αναφέρθηκαν σημειώθηκαν στη δραστηριότητα Symmetry Artist. Τέλος, η χρήση των τεχνολογικών μέσων κατέστη «πυλώνας» για την επίτευξη των παραπάνω καθώς τα παιδιά μέσα από κιναισθητικές διαδικασίες και της χωρικής τους γνώσης ανταποκρίθηκαν σε δραστηριότητες όπως αυτή με τον πιγκουίνο, ενώ έμαθαν να λειτουργούν και να μαθαίνουν μέσω νέων τεχνολογιών. Τέλος, σύμφωνα με τον Piaget τα στάδια ανάπτυξης επηρεάζονται, όχι μόνο από το κοινωνικό μας περιβάλλον, αλλά και από το τεχνολογικό περιβάλλον. Υποστήριζε πως πρέπει να επηρεαστεί το περιβάλλον μέσα στο οποίο ζουν και μεγαλώνουν τα παιδιά, πως πρέπει να γίνει πιο πυκνό σε εμπειρίες νοηματοδότησης. Η μάθηση πρέπει να οικοδομείται από το ίδιο το παιδί και όχι να είναι αποτέλεσμα μεταβίβασης από τον δάσκαλο στον μαθητή. Υποστήριξε, ακόμη, πως η μάθηση είναι αποτελεσματική όταν επέρχεται μέσα από μια δραστηριότητα κατά την οποία ο εκπαιδευόμενος πειραματίζεται καθώς προσπαθεί να δημιουργήσει κάτι που έχει νόημα για τον ίδιο.

Καταληκτικά, η συγκεκριμένη θεματική σχετίζεται άμεσα με το τρίτο ερευνητικό ερώτημα, κατά πόσο δηλαδή οι μαθητές κατανοούν την έννοια της συμμετρίας όταν αυτή διδάσκεται μέσω της ενασχόλησης με ψηφιακά εργαλεία. Όπως, φάνηκε από τις συνεντεύξεις, οι μαθητές σταδιακά οδηγήθηκαν στην κατανόηση του όρου “συμμετρία” μέσα από συνεχή ενασχόληση με τα λογισμικά, κάνοντας υποθέσεις και πειραματισμούς. Έφτιαξαν τα συμμετρικά των σχημάτων που τους δόθηκαν κάνοντας δοκιμές αλλά λαμβάνοντας παράλληλα υπόψη και την καθοδήγηση της εκπαιδευτικού. Κάτι που αξίζει να σημειωθεί είναι πως οι μαθητές δουλεύοντας ομαδικά έκαναν υποθέσεις και κατάφεραν μόνοι τους να ολοκληρώσουν τις δραστηριότητες, κάτι που κατά πάσα πιθανότητα δε θα συνέβαινε στην παραδοσιακή μέθοδο διδασκαλίας, κατά την οποία ο δάσκαλος μεταδίδει έτοιμη τη γνώση στους μαθητές του.

9.3 Θεματικός Άξονας: Επίπεδο Γνωστικής Δυσκολίας και Ευκολίας Εντοπισμού της Συμμετρίας

Σύμφωνα με την Αγγέλου (2008) παρατηρήθηκε πως η εύρεση συμμετρικού σημείου ως προς τον άξονα συμμετρίας δυσκολεύει τους μαθητές, κυρίως όταν ο άξονας συμμετρίας είναι οριζόντιος ή πλάγιος. Το σχόλιο της ερευνήτριας που ακολουθεί αφορά την τελευταία δραστηριότητα αξιολόγησης, που έγινε ατομικά και κάθε παιδί έπρεπε να σχεδιάσει στα σχήματα που του δόθηκαν τους άξονες συμμετρίας:

Ε- [Τα παιδιά σχεδιάζουν οριζόντιους άξονες αλλά δεν είναι όλοι σωστά τοποθετημένοι. Φαίνεται πως μάλλον δεν καταλαβαίνουν ακριβώς την οδηγία της εκπαιδευτικού και θεωρούν πως πρέπει να βάλουν σε όλα τα σχήματα (ή στα περισσότερα) οριζόντιο άξονα κι έτσι βάζουν ακόμη και στην καρδιά ή το αστέρι, κάτι το οποίο είναι λάθος. Η οδηγία αυτή μπέρδεψε και δυσκόλεψε τα παιδιά. Φάνηκε πως δεν είναι ακόμη έτοιμα να εντοπίζουν σωστά τους οριζόντιους άξονες συμμετρίας. Στη συνέχεια δόθηκε περαιτέρω επεξήγηση πως δεν είναι απαραίτητο να έχουν όλα τα σχήματα κάποιον οριζόντιο άξονα και δείτε αν το διπλώσετε τι συμβαίνει... Τότε κάποια παιδιά έσβησαν τον οριζόντιο άξονα από την καρδιά και το αστέρι ή το τραπέζιο. Καταληκτικά, οι 7 από τους 13 μαθητές δυσκολεύτηκαν να εντοπίσουν και να τοποθετήσουν σωστά τον οριζόντιο άξονα συμμετρίας. Τέλος, κανένα παιδί δεν εντόπισε κάποιον πλάγιο άξονα].

Στην παρούσα θεματική, διαφαίνεται το γνωστικό επίπεδο των μαθητών της Α' Δημοτικού, αφού όπως επιβεβαιώθηκε από την έρευνα και από την προσπάθεια στο πλαίσιο της τάξης που γράφηκε στη συνέντευξη τα παιδιά, πέραν του κάθετου άξονα δεν κατάφεραν να σχηματίσουν άλλον σε δραστηριότητες που απαιτούσαν περαιτέρω λογική σκέψη. Με βάση και την γνωστική θεωρία του Piaget για την ανάπτυξη, τα παιδιά που βρίσκονται σε αυτό το στάδιο γνωστικής ανάπτυξης (πριν τα επτά έτη), δεν έχουν την ικανότητα να χρησιμοποιούν οργανωμένες, τυπικές και λογικές νοητικές διεργασίες, δηλαδή λογικές

πράξεις. Κατά την περίοδο όμως αυτή, η σκέψη του παιδιού χαρακτηρίζεται και από έναν σημαντικό περιορισμό, καθώς παραμένει καθηλωμένη στη συγκεκριμένη, φυσική πραγματικότητα, χωρίς να επιτρέπει στο παιδί να κατανοήσει αμιγώς αφηρημένες ή υποθετικές ερωτήσεις και έννοιες, που περιλαμβάνουν την τυπική λογική σκέψη. Επομένως, όλα αυτά τα χαρακτηριστικά των νοητικών διεργασιών, σύμφωνα με τον Piaget αλλάζουν κατά τη σχολική ηλικία, η οποία συμπίπτει με την περίοδο των συγκεκριμένων λογικών *πράξεων*. Η περίοδος αυτή διαρκεί από τα 7-12 έτη, και χαρακτηρίζεται από την πραξιακή και κατάλληλη χρήση της λογικής σκέψης. Αυτό το συγκεκριμένο είδος λογικής σκέψης, περιλαμβάνει την εφαρμογή λογικών πράξεων για την επίλυση συγκεκριμένων προβλημάτων (Μπεζεβέγκης, 2011).

Κάτι εξίσου σημαντικό, τόσο σε αυτή τη θεματική όσο και στις προηγούμενες, βασικό στοιχείο της μελέτης αποτελεί το τεχνολογικό στοιχείο. Καθ' όλη την παράθεση διαλόγων αναφερόμαστε σε δραστηριότητες που εμπλέκονται οι μαθητές της Α' Δημοτικού. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τον Papert τα στάδια ανάπτυξης επηρεάζονται, όχι μόνο από το κοινωνικό μας περιβάλλον, αλλά και από το τεχνολογικό περιβάλλον. Υποστήριξε πως πρέπει να επηρεαστεί το περιβάλλον μέσα στο οποίο ζουν και μεγαλώνουν τα παιδιά, πως πρέπει να γίνει πιο πυκνό σε εμπειρίες νοηματοδότησης. Για τον Papert, η μάθηση πρέπει να οικοδομείται από το ίδιο το παιδί και όχι να είναι αποτέλεσμα μεταβίβασης από τον δάσκαλο στον μαθητή. Υποστήριξε, ακόμη, πως η μάθηση είναι αποτελεσματική όταν επέρχεται μέσα από μια δραστηριότητα κατά την οποία ο εκπαιδευόμενος πειραματίζεται καθώς προσπαθεί να δημιουργήσει κάτι που έχει νόημα για τον ίδιο:

«Γνωστική Δυσκολία- Το σχόλιο της ερευνήτριας που ακολουθεί αφορά τη δραστηριότητα του Symmetry Artist, όπου τα παιδιά καλούνται να σχεδιάσουν τους άξονες συμμετρίας στα τετράγωνα. Αρχικά φέρουν τους κάθετους άξονες και στη συνέχεια παρακινούνται να φέρουν κι άλλους άξονες, αν υπάρχουν και να σκεφτούν με την έννοια της διπλωσης:

[Όταν ζητήθηκε από τους μαθητές να σχεδιάσουν και τον άλλο άξονα, δηλαδή τον οριζόντιο, αρχικά δυσκολεύτηκαν να τον εντοπίσουν. Ωστόσο, τελικά 4 από τα 6 ζευγάρια μαθητών τον τοποθέτησαν σωστά, σχεδόν στο κέντρο των τετραγώνων, αλλά όχι επακριβώς στο κέντρο.]

Το παρακάτω απόσπασμα από τη συνέντευξη αλλά και το σχόλιο της ερευνήτριας αφορούν τη δραστηριότητα στο Sketchpad όπου οι μαθητές καλούνται να σχεδιάσουν το συμμετρικό του σπιτιού:

E- Για να σκεφτούμε τώρα πού ακριβώς θα πρέπει να τοποθετήσουμε την πόρτα...

M- Το εκανα!

E- Όπως βλέπουμε, στο σπιτάκι που είναι έτοιμο η πόρτα είναι στα δεξιά. Στο σπιτάκι που φτιάχνετε εσείς η πόρτα πού θα πρέπει να βρίσκεται; Στα δεξιά ή στα αριστερά;;

M- Στα αριστερά του! (2 μαθητές)

E- Ωραία, να σκεφτούν όλες οι ομάδες... Γιατί αν το διπλώνω πρέπει να ακουμπάει, σωστά;

[Δίνεται χρόνος για να το φτιάξουν όλες οι ομάδες... Κάποια παιδιά λόγω του ότι δεν είναι ιδιαίτερα εξοικειωμένα με τη χρήση του ποντικιού, δυσκολεύονται να φτιάξουν ίσιες ευθείες γραμμές. Μαθητές που μπορούν να χειριστούν καλύτερα το ποντίκι και να φτιάξουν πιο εύκολα τις γραμμές βοηθούν και τους συμμαθητές τους.]

E- Για να το δούμε τώρα αφού το έχουμε φτιάξει. Είναι συμμετρικό; ... Σκεφτείτε να το διπλώνετε.

[Τα 4 από τα 6 ζευγάρια μαθητών έχουν κάνει παράλληλη μεταφορά του σχήματος. Ωστόσο, τα 2 ζευγάρια το διορθώνουν στη συνέχεια, έπειτα από συζήτηση μεταξύ τους και αφού παρακινήθηκαν από τις εκπαιδευτικούς να σκεφτούν με την έννοια της δίπλωσης.]»

«Γνωστική Ευκολία-

E- Τώρα που επεξεργαστήκαμε όλα αυτά τα σχήματα... τετράγωνο, λουλουδάκι, πιγκουίνο... για να σκεφτούμε.... Πώς θα καταλαβαίναμε αν ένα σχήμα είναι συμμετρικό;

M- Αν το διπλώσουμε...

M- Θα το διπλώναμε και άμα βλέπαμε ότι δεν διπλωνόντουσαν ακριβώς, δεν θα ήταν. Αν όμως βλέπαμε ότι διπλωνόντουσαν ακριβώς, θα ήταν.

E- Πολύ σωστά. Έχει κάποιος καμια άλλη ιδέα;

M- Θα το έκανα έτσι (δείχνει με τα χέρια του) και θα κοιτούσα αν ακουμπάει.

E- Θα το δίπλωνες, ε;

M Ναι.

E- Ωραία. Πού θα τσακίζαμε όμως το χαρτί; Τυχαία; Όπου να 'ναι;

M- Όχι. Εκεί που είναι η γραμμή».

Συνεπώς, διακρίνεται η υποτυπώδης διαφορά ανάμεσα στις γνωστική δυσκολία και μετέπειτα ευκολία κατανόησης της συμμετρίας. Η συστηματική και συνεχόμενη εκμάθηση των γεωμετρικών σχημάτων βοηθά τους μαθητές μέχρι το τέλος των διδακτικών ωρών και δραστηριοτήτων, να είναι σε πλεονεκτική θέση εφαρμογής των γνώσεων που απέκτησαν, πόσο μάλλον μέσω τεχνολογικών μέσων που αυξάνουν την δυσκολία.

Αναλυτικότερα, ο εν λόγω θεματικός άξονας παρουσιάζει την αρχική δυσκολία των παιδιών κατανόησης της συμμετρίας και εντοπισμού άλλων αξόνων εκτός του κάθετου και την τάση τους για παράλληλη μεταφορά του σχήματος, όταν καλούνται να σχεδιάσουν το συμμετρικό του, όπως φάνηκε στις 4 από τις 6 ομάδες. Ειδικότερα, η εν λόγω θεματική απαντά και στο δεύτερο ερευνητικό ερώτημα το οποίο έχει τεθεί ως ποιες οι δυσκολίες των μαθητών στον εντοπισμό των αξόνων συμμετρίας και στη δημιουργία συμμετρικών σχημάτων.

Συγκεκριμένα, η δυσκολία εντοπισμού του οριζόντιου άξονα διαγράφηκε στην προαναφερθείσα συζήτηση, ενώ εντοπίστηκε σε πολλά σημεία καθ' όλη τη διάρκεια των δραστηριοτήτων. Ωστόσο τα παιδιά εν τέλει κατάφεραν να ανταπεξέλθουν. Για τη στελέχωση του εν λόγω θέματος αναφέρθηκε και η θεωρία του κονστρουκτιβισμού, απαντώντας ακόμη μια φορά και υποδεικνύοντας ποιες οι δυσκολίες για την έννοια της συμμετρίας. Συνεπώς, τόσο το αναπτυξιακό επίπεδο, όσο και οι απαιτήσεις των δραστηριοτήτων που χρησιμοποιήθηκαν μέσω του τεχνολογικού υλικού αποτελούν εμπόδια διεκπεραίωσης. Τέλος, ακόμη και η ίδια η χρήση του τεχνολογικού υλικού πέραν των θετικών που φέρει, μπορεί πολλές φορές να συγχύσει και δυσκολέψει τα πράγματα.

9.4 Θεματικός Άξονας: Η ενίσχυση της δημιουργικότητας και της φαντασίας των παιδιών

Η ακόλουθη θεματική αναφέρεται στην ανάγκη των παιδιών για δημιουργία διαφόρων σχημάτων μέσα από τα τεχνολογικά εργαλεία Geogebra και Symmetry Artist. Ειδικότερα, στην ακόλουθη συζήτηση διαγράφεται η δημιουργικότητα και φαντασία των παιδιών και πώς αυτή ενισχύεται μέσα από τις νέες τεχνολογίες.

«E- [Τα παιδιά ενθουσιάζονται που μπορούν να μεγαλώνουν το σχήμα τους όσο επιθυμούν, αρχίζουν να πειραματίζονται και φτιάχνουν πολλά και διαφορετικά σχήματα και μοτίβα. Λένε πως είναι συμμετρικά γιατί είναι ολόδια.]

E- Είναι σημαντικό να έχουν το ίδιο μέγεθος για να είναι συμμετρικά;

M- Ναι.

E- Θα μπορούσε να είναι το ένα μεγαλύτερο και το άλλο μικρότερο;

M- Όχι.

E- Πολύ σωστά. Θέλω τώρα να κρατήσετε μόνο το αρχικό τετράγωνο που σας ζήτησα να σχεδιάσετε και στη συνέχεια θα το εκτυπώσουμε.

E- [Κάποια παιδιά ανακαλύπτουν μόνα τους και άλλες λειτουργίες του εργαλείου. Για παράδειγμα, αλλάζουν χρώμα στο τετράγωνό τους είτε στο περίγραμμά του είτε το γεμίζουν με κάποια απόχρωση. Μια ομάδα σχηματίζει μια γατούλα, όπου τα τετράγωνα είναι τα μάτια της. Αφού εκτυπωθούν τα τετράγωνα που έχουν σχεδιάσει τα παιδιά, μοιράζονται στις ομάδες και στη συνέχεια τους ζητείται να μετρήσουν με τον χάρακά τους την απόσταση από τη μία μεριά του άξονα προς το τετράγωνο.]

E- Ο χάρακας μας δείχνει τα εκατοστά και για να μπορούμε να μετρήσουμε τα εκατοστά υπάρχουν πάνω του αυτές οι μικρές γραμμούλες. Θα μετρήσετε από τη γραμμή του άξονα μέχρι το τετράγωνο πόσες γραμμούλες είναι, δηλαδή πόση απόσταση έχουν».

Μέσα από την εν λόγω θεματική που προέκυψε επιβεβαιώνεται και το ακόλουθο ερευνητικό ερώτημα: Οι μαθητές της Α' δημοτικού κατανοούν την έννοια της συμμετρίας όταν αυτή διδάσκεται μέσω της ενασχόλησής τους με ψηφιακά εργαλεία. Συγκεκριμένα, όχι μόνο επιβεβαιώνεται, αλλά σε σχέση και την προαναφερθείσα βιβλιογραφία διατυπώνεται η ανάγκη για τη βιωματική μάθηση και για την ενίσχυση της φαντασίας που προκύπτει μέσα από την χρήση νέων τεχνολογιών. Όπως φαίνεται στην δραστηριότητα Symmetry Artist τα παιδιά όχι μόνο κατανοούν και εφαρμόζουν την γνώση που αποκτούν σχετικά με την συμμετρία αλλά είναι σε θέση μέσα από την δημιουργία διαφόρων και πολύπλοκων σχημάτων να επιβεβαιώσουν τη γνώση και να οξύνουν τη φαντασία τους. Μερικά παραδείγματα αποτελούν η γατούλα, το γέμισμα χρωμάτων και τα σχόλια περί δημιουργίας διαφόρων μοτίβων.

Το παρακάτω απόσπασμα έχει απομαγνητοφωνηθεί κατά τη διάρκεια της δραστηριότητας στο Geogebra.

«E- Ωραία. για να μας πει ένα παιδί τι γίνεται όταν σέρνω την κουκίδα; Τι παρατηρείτε;

M- Είναι σαν δύο πόρτες!

E- Σου μοιάζει με πόρτα το πρώτο ε; και σχηματίστηκε άλλη μία πόρτα δίπλα; Για να μας πει και μία άλλη ομάδα.

M- Βλέπουμε ότι μπορεί να κουνιέται και να εμφανίζεται σαν ανοιχτή πόρτα.

E- Για να μας πει και μία ακόμη ομάδα.

M- Παρατηρούμε ότι κουνιέται και είναι σαν ένα πουλί.

E- Δηλαδή όταν μετακινείς για παράδειγμα το A τι συμβαίνει ακριβώς;

M- Κάνει ότι κάνει και η άλλη μεριά.

[Τα παιδιά δοκιμάζουν και ξανά απαντούν σε σχετικές ερωτήσεις. Από μόνα τους αρχίζουν να δημιουργούν σχήματα μετακινώντας τα σημεία.]

E- Για να μου πουν και τα κορίτσια τι έχουν φτιάξει;

M- Προσπαθήσαμε να κάνουμε μία καρδούλα. Δείτε, μοιάζει με καρδούλα.

E- Αν πιάσω το A και το πάω πιο αριστερά;

M- Μεγαλώνει το ένα, μεγαλώνει και το άλλο.

M- Φτιάξαμε μία νυχτερίδα!

E- Νυχτερίδα! Πολύπλοκο φαίνεται. Πολύ ωραία!

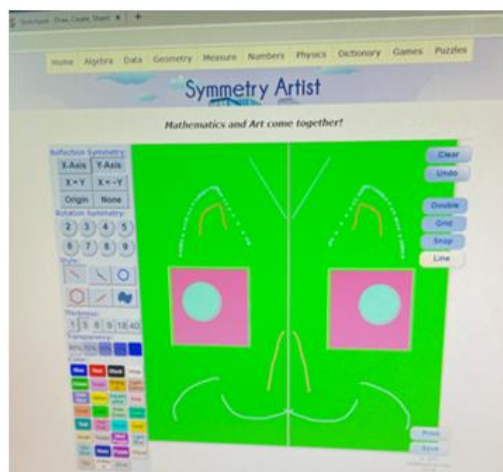
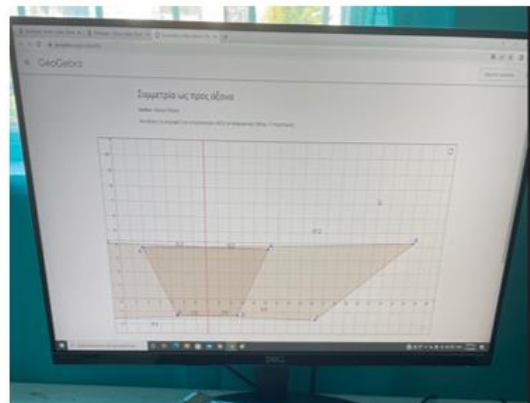
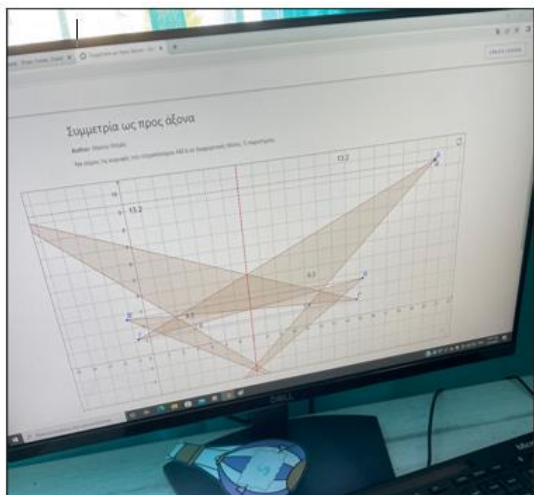
M- Κυρία, δείτε. Φτιάξαμε ένα πλοίο!

E- Πολύ ωραίο, μπράβο! ... Επομένως μπορούμε να κάνουμε και ωραία σχέδια σε αυτήν την εφαρμογή, ε;

M- Ναι, ένας τιτανικός.

E- Για να μου πει και η άλλη ομάδα... Σκεφτείτε ότι πιάνουμε το Δ και το πηγαίνουμε προς τα αριστερά. Τι παρατηρούμε να συμβαίνει; Τι γίνεται και από την άλλη πλευρά;

M- Ένα χαμόγελο...».



Εικόνα 10: Δημιουργική σχεδίαση

Σύμφωνα μάλιστα με τους Mishra et al. (2013) οι βέλτιστες χρήσεις της εκπαιδευτικής τεχνολογίας πρέπει να βασίζονται σε μια δημιουργική νοοτροπία που αγκαλιάζει το άνοιγμα για το νέο και διανοητικό ρίσκο. Οι σύγχρονες τεχνολογίες προσφέρουν συχνά νέες δυνατότητες στους ανθρώπους να είναι δημιουργικοί. Οι δημιουργικές προσεγγίσεις της διδασκαλίας από τον πραγματικό κόσμο ενδέχεται να μας επιτρέψουν να εξετάσουμε επίσης πώς η τεχνολογία μας βοηθά να προβάλλουμε και να μάθουμε περιεχόμενο με πρωτότυπους ή συναρπαστικούς τρόπους. Έτσι και στις δραστηριότητες που προαναφέρθηκαν, οι μαθητές δημιούργησαν ελεύθερα οξύνοντας τη φαντασία και τη δημιουργικότητά τους.

Ειδικότερα, στην παρούσα μελέτη διαφάνηκε πως οι μαθητές χρησιμοποιώντας ψηφιακά εργαλεία δοκιμάζουν και άλλες επιλογές στον υπολογιστή πατώντας επιπρόσθετες επιλογές δίχως να το απαιτεί η δραστηριότητα, προσθέτοντας το προσωπικό τους στοιχείο, είτε πρόκειται για χρώμα είτε για σχέδιο. Συγκεκριμένα, μια ομάδα σχεδίασε μια γάτα, άλλη ομάδα μια καρδιά, άλλη ένα πλοίο και οι υπόλοιπες έφτιαξαν διάφορα μοτίβα. Με αυτόν τον τρόπο όπως συνδέεται και από την βιβλιογραφία, αυξάνεται η δημιουργικότητά τους και εξελίσσονται και σε τεχνολογικό επίπεδο. Κάτι τέτοιο μπορεί να επιβεβαιωθεί και από την θεωρία βιωματικής μάθησης όπου οι μαθητές μαθαίνουν μέσα από τις εμπειρίες τους.

Η προαναφερόμενη δραστηριότητα πραγματοποιήθηκε στο Geogebra, επομένως διαφαίνεται πως είτε μέσα από το Symmetry Artist είτε μέσα από το Geogebra, τα παιδιά καθίστανται ικανά να αναπτύξουν τις δημιουργικές τους ικανότητες και να εφαρμόσουν την γνώση μέσω των νέων τεχνολογιών. Εν κατακλείδι, σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, ζητούμενο αποτελεί οι μαθητές να ανακαλύπτουν μόνοι τους τη γνώση μέσω της δικής τους εμπειρίας και ενασχόλησης με το εκάστοτε αντικείμενο (Dewey, 1980). Έτσι, έχουν τη δυνατότητα να καλλιεργήσουν την κριτική τους σκέψη και είναι ικανοί να αμφισβητούν όσα ακούν και τις πληροφορίες που αντλούν από το περιβάλλον τους. Μόνο έτσι θα εξελιχθούν σε ενεργούς πολίτες, οι οποίοι θα μπορούν να αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες και να επιλύουν τους προβληματισμούς και τις δυσκολίες που θα προκύψουν κατά τη διάρκεια της ζωής τους.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ/ ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Η παρούσα ανάλυση σκοπό έχει την άμεση ανταπόκριση στην στοιχειοθέτηση των ερευνητικών ερωτημάτων. Συγκεκριμένα, ως ερευνητικά ερωτήματα έχουν οριστεί το πώς ορίζουν οι μαθητές τη συμμετρία, ποιες οι δυσκολίες των μαθητών στον εντοπισμό των αξόνων συμμετρίας και στη δημιουργία συμμετρικών σχημάτων και αν οι μαθητές της Α' δημοτικού κατανοούν την έννοια της συμμετρίας όταν αυτή διδάσκεται μέσω της ενασχόλησης τους με ψηφιακά εργαλεία. Ειδικότερα, η θεματική ανάλυση ως τρόπος εξαγωγής συμπερασμάτων και δεδομένων (Lemke, 1988, 1990) επέτρεψε να εξεταστεί η διδακτική και η εν δυνάμει μάθηση των μαθητών μέσα από το πρίσμα του τρόπου με τον οποίο συνέδεσαν τα τεχνολογικά μέσα και την έννοια της συμμετρίας προκειμένου να κατασκευάσουν μαθηματικά νοήματα (Herbel-Eisenmann & Otten, 2011· Lemke, 1990· Webel & DeLeeuw, 2016). Η συγκεκριμένη μέθοδος ανάλυσης επιβεβαιώνει τα εν λόγω ερευνητικά ερωτήματα ενώ για την στοιχειοθέτησή της έχουμε βασιστεί στην προηγούμενη έρευνα αποκαλύπτοντας μερικές από τις συνδέσεις μεταξύ μαθηματικών – γεωμετρικών εννοιών μέσα από διάφορα πλαίσια. Ως εκ τούτου, αναμένεται ότι η ανάλυση που πραγματοποιήθηκε μπορεί να είναι χρήσιμη σε άλλα περιβάλλοντα, ιδίως δεδομένης της σημασίας της σύνδεσης με την προηγούμενη εμπειρία των μαθητών σε όλους τους τομείς περιεχομένου (Donovan & Radosevich, 1999).

Ως εκ τούτου τα τέσσερα θέματα που προσδιορίστηκαν στην ανασκόπηση της έρευνας, αντικατοπτρίζουν τόσο παραδοσιακά ερευνητικά ενδιαφέροντα στη διδασκαλία και τη

μάθηση της γεωμετρίας όσο και σε νέους τομείς της ανάπτυξης. Κατά την τελευταία δεκαετία, έχει δοθεί αυξημένη εστίαση σε ενσωματωμένες και λογικές θεωρίες στην έρευνα για τη διδασκαλία και την εκμάθηση της γεωμετρίας, με ταυτόχρονη ερευνητική έμφαση στον οπτικοχωρικό συλλογισμό, στη χρήση σχημάτων και μορφών σε ψηφιακά εργαλεία. Η αποτελεσματικότητα ορισμένων ψηφιακών εργαλείων, όπως το Sketchpad, το Symmetry artist και το Geogebra που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα ανάλυση καθώς και η αυξημένη διαθεσιμότητά τους, έχει επίσης επηρεάσει την έρευνα σε θέματα που καλύπτουν το πρόγραμμα σπουδών της γεωμετρίας καθώς και τομείς έρευνας όπως η διαδικασία απόδειξης και η χρήση και ο ρόλος των ορισμών.

Αναλυτικότερα, οι μαθητές εφαρμόζουν τη γνώση τους για τη συμμετρία μέσω της ενασχόλησης τους με αντικείμενα του περιβάλλοντός τους. Όπως υποστηρίζει και ο Morgan (2014), το πλαίσιο της κατάστασης των μαθητών, ή το συγκεκριμένο περιβάλλον στο οποίο οι μαθητές εργάζονται σε ένα συγκεκριμένο πρόβλημα, μπορεί να συμπληρωθεί από το πλαίσιο του πολιτισμού ή τις κοινές γνώσεις και εμπειρίες που φέρνουν οι μαθητές στην εργασία τους. Συνεπώς, ως προς το ερευνητικό ερώτημα πως ορίζουν οι μαθητές της συμμετρία διαφαίνεται από την ανάλυση πως το πρόβλημα των δραστηριοτήτων, όπως παρατέθηκε, που περιελάμβανε δραστηριότητες με τεχνολογικά εργαλεία και απαιτούσε συγκεκριμένη στρατηγική λύσης, επέτρεψε στους μαθητές να καθορίσουν τον στόχο της δραστηριότητας και συνεπώς τον ορισμό της συμμετρίας. Επί παραδείγματι, οι μαθητές φαίνεται πως κατά την διάρκεια της πρώτης ώρας δυσκολεύονται να ορίσουν την συμμετρία, ωστόσο με το πέρασμα της ώρας και των προσπαθειών φαίνεται πως οι μαθητές κατανοούν την έννοια και εφαρμόζουν τη γνώση και σε αντικείμενα του περιβάλλοντός τους. Συνεπώς, η γνώση του τρόπου με τον οποίο οι μαθητές αντλούν από τα πλαίσια της κουλτούρας και της κατάστασης μπορεί να χρησιμεύσει ως πηγή για τους εκπαιδευτικούς για να βοηθήσουν τους μαθητές να ερμηνεύσουν τα προβλήματα του πραγματικού κόσμου με μαθηματικό τρόπο και να εισαγάγουν σημασιολογικές σχέσεις που είναι μαθηματικά σημαντικές, με τρόπους που συνδέονται με τις εμπειρίες των μαθητών.

Ειδικότερα, η 1^η διδακτική ώρα αποτελεί στόχος ελέγχου προηγούμενων γνώσεων και εξοικείωσης με τον άξονα συμμετρίας. Στοχεύοντας στην ανάκληση προηγούμενων γνώσεων από τους μαθητές, ο εκπαιδευτικός είναι σε θέση να συμπεριλάβει τους μαθητές σε δραστηριότητα με μέσα και υλικά που μεσολαβούν και πρεσβεύουν την βιωματική μάθηση που αναφέρθηκε και βιβλιογραφικά από προηγούμενες έρευνες νωρίτερα. Συνεπώς με αυτόν τον τρόπο είναι πιθανό οι μαθητές να ανακαλέσουν στη μνήμη τους τα απαραίτητα στοιχεία. Στη συνέχεια, ο εκπαιδευτικός/ερευνητής προβάλλει στον διαδραστικό πίνακα της τάξης κάποιες εικόνες και ρωτάει τους μαθητές αν είναι συμμετρικές ή όχι, εξηγώντας τους πως η γραμμούλα που χωρίζει στη μέση ένα σχήμα λέγεται άξονας συμμετρίας. Συνεπώς, το πρώτο ερώτημα απαντάται με βεβαιότητα τόσο από τη βιβλιογραφία συνδυαστικά με την κονστрукτουβιστική και βιωματική μάθηση όσο και από την ίδια ανάλυση των δεδομένων, όπου οι μαθητές αποδεικνύουν πως με την κατάλληλη καθοδήγηση και προσπάθεια μπορούν να κατανοήσουν την έννοια της συμμετρίας.

Σε συνάφεια με τα όσα αναφέρθηκαν, στο πρώτο θέμα, επιβεβαιώνεται επομένως το ερευνητικό ερώτημα και γίνεται διακριτό πως προηγούμενες εμπειρίες των μαθητών τους βοηθούν να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις της δραστηριότητας, να δομήσουν τη νέα γνώση και να κατανοήσουν την έννοια της συμμετρίας σταδιακά. Οι μαθητές λειτούργησαν ως κατασκευαστές της δικής τους γνώσης. Επί παραδείγματι, στην περίπτωση της πρώτης δραστηριότητας με το puzzle οι μαθητές βρίσκονται στη ανάλογη θέση να χρησιμοποιήσουν την προϋπάρχουσα γνώση και να δομήσουν πάνω σε αυτήν. Συγκεκριμένα, στις δραστηριότητες τους ζητήθηκε να ανακτήσουν γνώσεις αναφορικά με το τι τους θυμίζει ένα σχήμα και τα παιδιά ανέφεραν πράγματα που έχουν μάθει ή δει.

Ως δεύτερη θεματική αναδείχθηκε η επιλεκτική αντίληψη συμμετρίας και θέσης μέσα από τα τεχνολογικά μέσα. Σύμφωνα και με τον Gibson (1969) η κινητική δραστηριότητα παίζει πολύ έμμεσο ρόλο στην αντίληψη. Διαφώνησε επίσης με τους εμπειριστές που πίστευαν ότι η αντίληψη ήταν θέμα συσχέτισης. Η αντίληψη ξεκινά ως μόνο χονδρικά διαφοροποιημένη και χονδρικά επιλεγμένη. Με την ανάπτυξη και την έκθεση, η αντίληψη γίνεται καλύτερα διαφοροποιημένη και ακριβέστερη, καθώς το άτομο μαθαίνει να ανιχνεύει ιδιότητες, μοτίβα και διακριτικά χαρακτηριστικά. Ο Gibson πρότεινε ότι η μάθηση διευκολύνεται από τους εκπαιδευτές που δίνουν έμφαση στα διακριτικά χαρακτηριστικά και ξεκινώντας με μεγάλες διαφορές σε αυτά τα χαρακτηριστικά και προχωρώντας προς πιο λεπτές διακρίσεις. Από αυτή την άποψη, η αντίληψη είναι ενεργή, προσαρμοστική, εσωτερικά κατευθυνόμενη και αυτορρυθμιζόμενη. Η χωρική σκέψη αποτελεί ζωτικής σημασίας και σημαντική πτυχή της ανθρώπινης νόησης. Αποτελεί μια αναπαραστατική σκέψη στην οποία η χρήση χωρικών εικόνων μπορεί να συνοψιστεί σε τρεις κύριες καταστάσεις.

Η χρήση των τεχνολογικών μέσων κατέστη «πυλώνας» για την επίτευξη των παραπάνω καθώς τα παιδιά μέσα από κιναισθητικές διαδικασίες και της χωρικής τους γνώσης ανταποκρίθηκαν σε δραστηριότητες όπως αυτή με του πικκουίνου ενώ έμαθαν να λειτουργούν και να μαθαίνουν μέσω νέων τεχνολογιών. Τέλος, σύμφωνα με τον Papert τα στάδια ανάπτυξης επηρεάζονται, όχι μόνο από το κοινωνικό μας περιβάλλον, αλλά και από το τεχνολογικό περιβάλλον. Υποστήριζε πως πρέπει να επηρεαστεί το περιβάλλον μέσα στο οποίο ζουν και μεγαλώνουν τα παιδιά, πως πρέπει να γίνει πιο πυκνό σε εμπειρίες νοηματοδότησης. Υποστήριξε, ακόμη, πως η μάθηση είναι αποτελεσματική όταν επέρχεται μέσα από μια δραστηριότητα κατά την οποία ο εκπαιδευόμενος πειραματίζεται καθώς προσπαθεί να δημιουργήσει κάτι που έχει νόημα για τον ίδιο.

Συνεπώς, στη δεύτερη θεματική προκύπτει πως μέσω των δυναμικών περιβαλλόντων γεωμετρίας (DGE's) οι μαθητές οπτικοποιούν διάφορα συμμετρικά σχήματα ενισχύοντας έτσι την εμπειρία τους σε γεωμετρικές αναπαραστάσεις, τις αισθητηριακές τους δεξιότητες και τη χωρική τους σκέψη. Όπως ισχυρίστηκε και ο Batista (1999) μέσω των τεχνολογικών μέσων και των επιμέρους δραστηριοτήτων ενισχύονται οι αισθητηριακές δεξιότητες των μαθητών, ενώ φτάνουν σιγά σιγά προς την πρόσκτηση και εφαρμογή την γεωμετρικής σκέψης και συγκεκριμένα της συμμετρίας και αναλογίας των σχημάτων και αντικειμένων. Επιπροσθέτως, μέσω της ενασχόλησης με τα ψηφιακά εργαλεία ενισχύεται η φαντασία και η δημιουργικότητα των μαθητών, όπως αποδείχθηκε από την πληθώρα σχημάτων (καρδιά, πλοίο, νυχτερίδα, γατούλα, μοτίβα) που σχεδίασαν οι μαθητές. Οι νέες τεχνολογίες καταστούν τη διαδικασία μάθησης πιο πρωτότυπη και συναρπαστική και παράλληλα δημιουργική, όπως ανακάλυψαν και οι Mishra et al. (2013).

Ως τρίτο θέμα αναφορικά με τη διαδικασία εντοπισμού της συμμετρίας, διαφάνηκε το γνωστικό επίπεδο των μαθητών της Α' δημοτικού, αφού όπως επιβεβαιώθηκε από την βιβλιογραφική ανασκόπηση (Αγγέλου, 2008· Kuchemann, 1980· Γαγάτσης & Γαλλής, 1989) και από την προσπάθεια στο πλαίσιο της τάξης, οι μαθητές εμφανίζουν δυσκολίες στον εντοπισμό άλλων αξόνων πέραν του κάθετου άξονα συμμετρίας. Επιπροσθέτως, στη δραστηριότητα του Sketchpad, κατά την οποία προσπάθησαν να σχεδιάσουν το συμμετρικό του σπιτιού, τα 4 από τα 6 ζευγάρια μαθητών έκαναν παράλληλη μεταφορά του σχήματος και στη συνέχεια μέσω κατάλληλης καθοδήγησης από την ερευνήτρια οι 2 από αυτές το έφτιαξαν σωστά. Με βάση και την γνωστική θεωρία του Piaget για την ανάπτυξη, τα παιδιά που βρίσκονται σε αυτό το στάδιο γνωστικής ανάπτυξης (πριν τα επτά έτη), δεν έχουν την ικανότητα να χρησιμοποιούν οργανωμένες, τυπικές και λογικές νοητικές διεργασίες, δηλαδή *λογικές πράξεις* (Μπεζεβέγκης, 2011).

Κάτι εξίσου σημαντικό, τόσο σε αυτή τη θεματική όσο και στις προηγούμενες, βασικό στοιχείο της μελέτης και της μεθοδολογίας αποτελεί το τεχνολογικό στοιχείο. Καθ' όλη την

παράθεση διαλόγων αναφερόμαστε σε δραστηριότητες που εμπλέκονται οι μαθητές της Α' δημοτικού. Επιπλέον, στην τρίτη θεματική με βάση τα ερευνητικά δεδομένα, η αναγνώριση και ο καθορισμός των σχημάτων διαδραματίζονται μέσα από τον βαθμό ευκολίας στην ανίχνευση του άξονα συμμετρίας ενός σχήματος. Μέσα από τις εν λόγω πληροφορίες διαγράφεται η απάντηση της ερευνητικής ερώτησης σχετικά με το ποιες είναι οι δυσκολίες που οδηγούν στον μη εντοπισμό της συμμετρίας, ενώ φαίνεται πως ακόμη και τα τεχνολογικά μέσα αποτελούν καμία φορά εμπόδια από μόνα τους παρά την θετική τους χρήση στην εκμάθηση γεωμετρίας.

Γενικότερα, η χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία και τη μάθηση έχει υποστηριχθεί από διάφορους επαγγελματικούς οργανισμούς (ISTE, 2008· NCTM, 2000). Το Εθνικό Συμβούλιο Καθηγητών Μαθηματικών (NCTM) υποστηρίζει συγκεκριμένα τη χρήση της τεχνολογίας στη διδασκαλία των μαθηματικών στις Αρχές και τα Πρότυπά του για τα Σχολικά Μαθηματικά (NCTM, 2000). Η αρχή της τεχνολογίας δηλώνει, «Η τεχνολογία είναι απαραίτητη για τη διδασκαλία και την εκμάθηση των μαθηματικών. επηρεάζει τα μαθηματικά που διδάσκονται και ενισχύει τη μάθηση των μαθητών» (NCTM, 2000, σελ. 373). Εκπαιδευτικό λογισμικό όπως το Geometer's Sketchpad (Sketchpad) μπορεί να βοηθήσει στην ανάπτυξη της κατανόησης των μαθηματικών εννοιών από τους μαθητές και στην αύξηση των συλλογιστικών τους δεξιοτήτων (CBMS, 2001).

Λαμβάνοντας υπόψη την αύξηση της διαθέσιμης τεχνολογίας στα σχολεία τα τελευταία χρόνια και τις απαιτήσεις που τίθενται στους εκπαιδευτικούς να τη χρησιμοποιούν στη διδασκαλία, δεν είναι γνωστό σε ποιο βαθμό οι δάσκαλοι είναι αποτελεσματικοί στην αξιοποίηση της τεχνολογίας στη διδασκαλία (Harris et al., 2010). Η ανακάλυψη του τρόπου με τον οποίο οι δάσκαλοι μαθαίνουν για την τεχνολογία και πώς την ενσωματώνουν στη διδασκαλία τους είναι απαραίτητη, καθώς ο τρόπος με τον οποίο οι δάσκαλοι χρησιμοποιούν την τεχνολογία μπορεί να επηρεάσει την ποιότητα της διδασκαλίας και τη μάθηση των μαθητών (Roberts & Stephens, 1999).

Η αυξανόμενη προσοχή στην επιστημολογία του μαθηματικού περιεχομένου του οποίου η μάθηση διακυβεύεται έχει επίσης αναπτυχθεί με την πάροδο του χρόνου. Στα πρώτα χρόνια της τεχνολογίας στο σχολείο η μάθηση θεωρήθηκε κυρίως ότι προέκυπτε μόνο από τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ του μαθητή και της μηχανής, παρά μεταξύ των μαθητών και κατάλληλων εργασιών που έπρεπε να γίνουν με το μηχάνημα. Η εστίαση επικεντρώθηκε στο διδακτικό περιβάλλον και ειδικότερα στον ρόλο του δασκάλου και στις κοινωνικές αλληλεπιδράσεις που θα μπορούσε να οργανώσει στην τάξη, καθώς και στους κοινωνικούς κανόνες που αναπτύσσονται στο πλαίσιο της τάξης.

Οι ηλεκτρονικές τεχνολογίες, όπως οι υπολογιστές και το εκπαιδευτικό λογισμικό, θεωρούνται ως πολύ σημαντικά καινοτόμα εργαλεία για τη διδασκαλία και την εκμάθηση των εννοιών των μαθηματικών. Μάλιστα, το Εθνικό Συμβούλιο Καθηγητών Μαθηματικών (NCTM) που εδρεύει στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής ανέφερε ότι αυτές οι εκπαιδευτικές τεχνολογίες μπορούν να συμβάλουν και να βοηθήσουν τους μαθητές στις μαθηματικές τους έρευνες και στη μοντελοποίηση. Επιπλέον, μελέτες έχουν δείξει ότι η χρήση του Geometer's Sketchpad βοήθησε στη βελτίωση της επίδοσης των μαθητών στα μαθηματικά, στην καλύτερη διατήρηση των μαθηματικών εννοιών και επιτρέπει στους μαθητές βαθύτερες δεξιότητες κριτικής σκέψης σε όλα τα επίπεδα.

Όπως γνωρίζουμε τα Μαθηματικά είναι από καιρό γνωστά ως βαρετό μάθημα λόγω της απομνημόνευσης τύπων και των μονότονων υπολογισμών. Τις περισσότερες φορές τα εργαλεία χειρισμού αριθμών είναι το μολύβι και το χαρτί. Ωστόσο, σύμφωνα με τον Heid (1997) τα μαθηματικά συνήθως ασχολούνται με τη λογική, την επίλυση προβλημάτων, την αίσθηση αριθμών και την αναζήτηση σχέσεων. Επομένως, για να βελτιώσουμε τη διαδικασία διδασκαλίας και μάθησης, βλέπουμε την τεχνολογία ως εργαλείο. Λογισμικό

γραφικών, όπως το Geometers' Sketchpad, μπορεί να βοηθήσει στην πυροδότηση του ενθουσιασμού στη διδασκαλία και τη μάθηση των μαθηματικών.

Έχουν διεξαχθεί πολυάριθμες μελέτες (Harvey et al., 1995· Looney, 2004· Harris et al., 2010· Roberts & Stephens, 1999) για να εξεταστούν οι επιπτώσεις των τεχνολογικών εργαλείων στην κατανόηση λειτουργιών. Οι μελέτες αυτές επικεντρώθηκαν γενικά στην επίδοση των μαθητών και έδειξαν ότι οι μαθητές που χρησιμοποιούν εκπαιδευτικό λογισμικό όπως το Sketchpad εμφάνισαν καλύτερη κατανόηση γεωμετρικών σχημάτων και της συμμετρίας, κάτι το οποίο επιβεβαιώνεται και από την παρούσα ανάλυση και τις δραστηριότητες των μαθητών.

Ο Noraini et al., Idris (2003, 2007) διαπίστωσαν ότι οι μαθητές που χρησιμοποιούσαν το Sketchpad και το Geogebra στην πειραματική ομάδα πέτυχαν σημαντικά μεγαλύτερη αλλαγή αναφορικά με το γνωστικό τους επίπεδο σε σύγκριση με μαθητές που δεν τα χρησιμοποίησαν. Συνεπώς, ως δύο τεχνολογικά και διδακτικά εργαλεία που αποτελούν βασικά μέσα ελέγχου και εκμάθησης της συμμετρίας στην παρούσα μελέτη διακρίνεται πώς σε συνάφεια με την υπάρχουσα βιβλιογραφία η προσπάθεια κατέστη επιτυχής. Οι μαθητές στην παρούσα μελέτη παρ' όλες τις δυσκολίες που αντιμετώπισαν συστηματικά διδάχθηκαν να εντοπίζουν και να αναγνωρίζουν τη συμμετρία σε όλες τις διδακτικές δραστηριότητες, καθώς και να χειρίζονται τεχνολογικά μέσα αυξάνοντας τις αισθητηριακές τους δεξιότητες, όπως καταλήγουν και αντίστοιχες έρευνες (Jones, 2000· Swafford, Jones, & Thornton, 1997).

Επί του παρόντος η έρευνα στην παγκόσμια βιβλιογραφία εμφανίζει κάποια κενά. Επομένως, μια πολύτιμη εστίαση της μελλοντικής έρευνας μπορεί να είναι η διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο οι γεωμετρικοί τρόποι σκέψης, συμπεριλαμβανομένης της οπτικοχωρικής συλλογιστικής και του διαγράμματος, μπορεί να χρησιμεύουν όχι μόνο στη βελτίωση της γεωμετρικής κατανόησης, αλλά και στη μαθηματική κατανόηση γενικότερα, και μπορεί ακόμη και να διευρύνουν το εύρος των μαθητών που μπορεί να ενδιαφερθούν για τα μαθηματικά και να αριστεύσουν στα μαθηματικά.

Τα αποτελέσματα της παρούσας μελέτης αναδεικνύουν ότι τόσο οι μαθητές όσο και οι εκπαιδευτικοί δείχνουν πολύ θετική στάση απέναντι στην ένταξη των νέων ψηφιακών μέσων στη Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση. Οι μαθητές φαίνεται να πιστεύουν ότι οι νέες τεχνολογίες διευκολύνουν τη μάθηση και την απόκτηση γνώσης και κάνουν το σχολείο πιο ελκυστικό. Οι εκπαιδευτικοί από την πλευρά τους πιστεύουν ότι οι νέες τεχνολογίες μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν ως βοήθημα για τη διδασκαλία όλων των μαθημάτων, ενώ αισθάνονται ότι συμβάλλουν στη βελτίωση της ποιότητας της εκπαίδευσης (Jones, 2000· Swafford et al., 1997).

Ως εκ τούτου, καθώς αυτή η μελέτη παρέχει περαιτέρω κατανόηση σχετικά με τις γνώσεις περιεχομένου γεωμετρίας τονίζει επίσης την αναγκαιότητα μελέτης της γνώσης περιεχομένου των μαθηματικών των εκπαιδευτικών, ιδίως των γνώσεων γεωμετρίας. Αυτή η μελέτη ενημερώνει πόσο απαραίτητη είναι η εκπαίδευση των δασκάλων μαθηματικών σε τρεις σημαντικούς τομείς. Πρώτον, οι εκπαιδευτικοί είναι σημαντικό να εκπαιδευτούν μειώνοντας τις περιορισμένες γνώσεις τους στη γεωμετρία με τη χρήση τεχνολογικών μέσων. Δεύτερον, για την εκπαίδευση των εκπαιδευτικών, θα πρέπει να ευνοηθεί η εκμάθηση διδασκαλίας γεωμετρικών δραστηριοτήτων που αφορούν τα θέματα στο πλαίσιο της διδασκαλίας. Τέλος, αντί να γνωρίζουν πραγματικές γνώσεις των μαθηματικών, οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να διαθέτουν εξειδικευμένες γνώσεις περιεχομένου για τη χρήση και δημιουργία δραστηριοτήτων (Ball, Thames, & Phelps 2008).

Εν κατακλείδι, η σημαντικότητα της χρήσης ποιοτικής μεθόδου καθώς και θεματικής ανάλυσης διακρίνεται από το γεγονός πως ζητήματα που εντοπίστηκαν και ποιοτικές

πληροφορίες που εκμαιεύθηκαν από την παρούσα ερευνητική διαδικασία, σε περίπτωση ποσοτικής στελέχωσης και απαρτίωσης δεν θα μπορούσαν να εκτελεστούν. Ειδικότερα, η σημαντικότητα της αξιοποίησης ψηφιακών εργαλείων στην εκπαίδευση και η ενίσχυση των μαθητών που προέκυψε από την χρήση της νέας τεχνολογίας συνάδει με τη δημιουργία ερευνητικών ερωτημάτων και απάντησής τους. Η εξοικείωση των παιδιών με τις νέες τεχνολογίες και τις δραστηριότητες σχετικά με τη συμμετρία ανέδειξαν τόσο τις δυσκολίες που προκύπτουν στην εκμάθηση, όπως ο εντοπισμός άλλων αξόνων πέραν του κάθετου και η παράλληλη μεταφορά ενός σχήματος κατά την προσπάθεια δημιουργίας του συμμετρικού του, όσο και τελικά σύννοδα πλεονεκτήματα όπως ότι οι μαθητές λειτουργούσαν σε πολλές περιπτώσεις και από μόνοι τους χωρίς την ύπαρξη οδηγιών. Ο συστηματικός έλεγχος της απόκτησης της γνώσης της συμμετρίας, ο καθορισμός γνωστικού επιπέδου των μαθητών καθώς και η ενίσχυση της δημιουργικότητας αποτέλεσαν «πυλώνες» της παρούσας έρευνας και ανάλυσης. Σε κάθε περίπτωση, τα εν λόγω ερευνητικά ερωτήματα επιβεβαιώνουν όχι μόνο τον σκοπό της μελέτης καθώς και την υπάρχουσα βιβλιογραφία για την αναγκαιότητα χρήσης της νέας τεχνολογίας. Πλέον, ύστερα από τη δημιουργική εκμάθηση οι μαθητές είναι σε θέση για την απάντηση λογικών γεωμετρικών προβλημάτων με και χωρίς τη χρήση των τεχνολογικών εργαλείων.

Έτσι, ως απόρροια της παρούσας έρευνας, συνιστάται ιδιαίτερα οι δάσκαλοι και τα σχολεία να χρησιμοποιούν ή ίσως να ενσωματώνουν την τεχνολογία στη συζήτηση των μαθημάτων τους στις αντίστοιχες τάξεις τους, ιδιαίτερα στα μαθηματικά.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΟΡΟΛΟΓΙΑΣ

Ξενόγλωσσος όρος	Ελληνικός όρος
Computational thinking	Υπολογιστική σκέψη
Constructivism	Εποικοδομητισμός
Dragging	Σύρσιμο του ποντικιού
Learning Through Teaching	Μάθηση μέσω Διδασκαλίας
National Mathematics Advisory Panel	Εθνική Συμβουλευτική Επιτροπή Μαθηματικών

ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

CBMS	Conference Board of the Mathematical Sciences
DGE	Dynamic Geometry Environments
GSP	Geometer's Sketchpad
ISTE	International Society for Technology in Education
LTT	Learning Through Teaching
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics

RKEM	Reproducing Kernel Element Method
TLG	Thesaurus Linguae Graecae
TPCK	Technological Pedagogical Content Knowledge
ΑΠΣ	Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών
ΠΣ	Πρόγραμμα Σπουδών
ΗΠΑ	Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής
Η/Υ	Ηλεκτρονικός Υπολογιστής

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι

Πίνακας 1: Σύμβολα απομαγνητοφώνησης

ΣΥΜΒΟΛΑ ΑΠΟΜΑΓΝΗΤΟΦΩΝΗΣΗΣ	
...	Παύσεις
_____	Υπογράμμιση: δηλώνει έμφαση μέσω της ανύψωσης του τόνου και της έντασης της φωνής
[...]	Αγκύλες: Εκτός ομιλίας πληροφορία ή σχόλιο που αναφέρεται από τον ερευνητή

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

Ελληνόγλωσσες

Αγγέλου, Σ. (2008). *Αντιλήψεις των μαθητών για την έννοια της αξονικής συμμετρίας κατά την μετάβαση από την πρωτοβάθμια στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση*. [Αδημοσίευτη διπλωματική εργασία] Ανακτήθηκε από http://www.math.uoa.gr/me/dipl/dipl_aggelou.sofia.pdf

Βοσνιάδου, Σ. (2006). *Παιδιά, σχολεία και υπολογιστές*. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg.

Γαβρίλης, Κ., Γιαννούτσου, Ν., Δασκολιά, Μ., Ζάντζος, Γ., Κυνηγός, Χ., Λάτση, Μ., Μουστάκη, Φ., Ξένος, Μ., Σμυρναίου, Ζ., Ψυχάρης, Γ. (2010). «Μαστορεύοντας με Λογισμικά Διερευνητικής Μάθησης». Γλέζου, Κ., Τζιμόπουλος, Ν. (Επιμ.), Πρακτικά Εργασιών του Πανελληνίου Συνεδρίου των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ, Αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στη Διδακτική Πράξη, 1-5, Σύρος, 2011.

Γαγάτσης, Α. & Γαλλής, Ε. (1989). Αντιλήψεις των μαθητών στην ορθογώνια συμμετρία. Στο *Παιδαγωγική Επιθεώρηση* 1989 (11), pp. 173-207.

- Γαγάτσης, Α., Ντίνας, Α. (1994). Αντιλήψεις των ελλήνων μαθητών και καθηγητών για την αξονική συμμετρία. Στο: *Διδακτική των Μαθηματικών. Θεωρία και Έρευνα*. Θεσσαλονίκη: Art of Text.
- Θεοδώρου, Ε., Λεμονίδης, Χ., Νικολαντωνάκης, Κ., κ.ά. (2007). *Μαθηματικά Γ΄ Δημοτικού – «Μαθηματικά της Φύσης και της Ζωής»*, Βιβλίο Δασκάλου, Αθήνα: Ο.Ε.Δ.Β.
- Ιωσηφίδης, Θ., (2008). *Ποιοτικές μέθοδοι έρευνας στις κοινωνικές επιστήμες*. Αθήνα: Κριτική.
- Κάκουρος, Ε., & Μανιαδάκη, Κ. (2005). *Ψυχοπαθολογία παιδιών και εφήβων: Αναπτυξιακή προσέγγιση*. Αθήνα: Εκδόσεις Τυπωθήτω.
- Κόμης, Β. (2006). *Εισαγωγή στη Διδακτική της Πληροφορικής*. Αθήνα: Κλειδάριθμος.
- Κυριαζή, Ν., (2011). *Η κοινωνιολογική έρευνα: Κριτική επισκόπηση των μεθόδων και των τεχνικών*. Αθήνα: Πεδίο.
- Λάζος, Γ., (1998). *Το πρόβλημα της ποιοτικής έρευνας στις Κοινωνικές Επιστήμες: Θεωρία και Πράξη*. Αθήνα: Παπαζήση.
- Λεμονίδης, Χ. (2015). Παρουσίαση, Ανάλυση και Σύγκριση του Ισχύοντος και δύο σύγχρονων Προγραμμάτων Σπουδών της Γεωμετρίας.
- Μαστρογιάννης, Α. & Κορδάκη, Μ. (2007). *Αμφίπλευρη Συμμετρία: αντιλήψεις μαθητών δημοτικού. 2ο Συνέδριο Ένωσης Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών, Αλεξανδρούπολη*.
- Ματσαγγούρας, Η. (2006). *Η σχολική τάξη*, Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.
- Ματσαγγούρας, Η. (2007). *Θεωρία και Πράξη της Διδασκαλίας, Τόμος Β: Στρατηγικές Διδασκαλίας: Η Κριτική Σκέψη Στη Διδακτική Πράξη*. 5η έκδοση, Αθήνα: Gutenberg.
- Μπεζεβέγκης, Χ. (2011). *Εξελικτική Ψυχοπαθολογία, Μια Αναπτυξιακή Προσέγγιση*. Εκδόσεις Gutenberg
- Ξυστούρη, Ξ. (2007). *Η ικανότητα στη γεωμετρία των μετασχηματισμών, η σχέση της με ατομικές διαφορές, και η επίδραση δύο δυναμικών αλληλεπιδραστικών οπτικοποιήσεων*. Ανακτήθηκε από <http://www.openarchives.gr/search/Spatial%20differences>
- Ράπτης, Α. & Ράπτη, Α. (1999). Ο εν δυνάμει αναγεννητικός ρόλος του υπολογιστή ως γνωστικού εργαλείου στο πλαίσιο της εκπαίδευσης. Στο: *Πρακτικά του Πανελληνίου Συνεδρίου του Συλλόγου Καθηγητών της Πληροφορικής Ηπείρου. Πληροφορική και Εκπαίδευση, Μάιος 1999* (σελ. 35-53). Ιωάννινα: Εκδόσεις Σύλλογος Καθηγητών Πληροφορικής Ηπείρου.
- Σκόδρας, Α., Τριανταφυλλίδης, Τ., & Μαρκόπουλος, Χ. (2011). Διδασκαλία της Αξονικής Συμμετρίας στο Γυμνάσιο με τη χρήση ΤΠΕ. Πρακτικά 2ου Πανελληνίου συνεδρίου, σσ. 783-783. 28-30 Απριλίου. Πάτρα.

- Τριλιανός Α. (2008). *Μεθοδολογία της Σύγχρονης Διδασκαλίας. Καινοτόμες Επιστημονικές Προσεγγίσεις στη Διδακτική Πράξη*. 3η έκδοση, Αθήνα: Αθήνα.
- Τσελεπίδης, Ν. & Μαρκόπουλος, Χ. (2005). Συμμετρία: Σχέση ισότητας ή γεωμετρικός μετασχηματισμός. *1ο Συνέδριο Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών*. Δεκέμβριος 2005, σελ. 383-393. Αθήνα.
- Τσέλιος, Ν. (2011). Εκπαιδευτική Αξιοποίηση των υπηρεσιών Web 2.0. Διαθέσιμο στη διεύθυνση: <http://www.slideshare.net/Metaxoula/web-20-9299740> (Τελευταία επίσκεψη: 18/08/2021).

Ξερόγλωσσες

- Ackermann, E. (2001). Piaget's constructivism, Papert's constructionism: What's the difference. *Future of learning group publication*, 5(3), 438.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241. 10.1023/A:1024312321077
- Aslan, D., & Arnas, Y. A. (2007). Three-to six-year-old children's recognition of geometric shapes. *International Journal of Early Years Education*, 15(1), 83-104.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5). 10.1177/0022487108324554
- Battista, M. T. (2008). Development of the shape makers geometry microworld: design principles and research. In G. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Cases and perspectives* (Vol. 2, pp. 131–156). Charlotte: Information Age Publishing.
- Batista, S. S. D. S. (1999). Education, psychoanalysis and society: possibilities of a critical connection. *Educação e Pesquisa*, 25(1), 107-116.
- Birgs, D. (1987). *Reflection: A diagnostic teaching experiment*. Shell Centre for Mathematical Education. University of Nottingham
- Bornstein, M. H., & Stiles-Davis, J. (1984). Discrimination and memory for symmetry in young children. *Developmental Psychology*, 20(4), 637–649. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.20.4.637>
- Brandt, B. (2013). Everyday pedagogical practices in mathematical play situations in German "Kindergarten". *Educational Studies in Mathematics*, 84(2), 227-248.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology, *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101. 10.1191/1478088706qp063oa
- Brown, T. (2008). Design Thinking. *Harvard Business Review*, 86, 84-92. Date accessed: 10/6/2021. Available at: <https://readings.design/PDF/Tim%20Brown,%20Design%20Thinking.pdf>

- Bruner, J. (1985). On teaching thinking: An afterthought. In S. Chipman, J. Segal & R. Glaser (Eds.) *Thinking and learning skills. Volume 2: Research and open questions* (pp. 597-608). New York: Routledge.
- Burkhardt, H., & Schoenfeld, A. (2019). Formative Assessment in Mathematics. In H. L. Andrade, R. E. Bennett & G. J. Cizek (Eds.), *Handbook of Formative Assessment in the Disciplines* (pp. 35-67). London: Routledge.
- Burnard, P., Gill, P., Stewart, K., Treasure, E., & Chadwick, B. (2008). Analysing and presenting qualitative data. *British dental journal*, 204(8), 429–432. <https://doi.org/10.1038/sj.bdj.2008.292>
- Caglayan, G. (2016) Exploring the lunes of Hippocrates in a dynamic geometry environment, *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics*, 31(2), 144-153, 10.1080/17498430.2015.1122301
- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J. (2001). Logo and geometry. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph Series*, 10. National Council of Teachers of Mathematics. 10.2307/749924
- Clements, D., & Sarama, J. (2004). *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education*. Mahwah: Erlbaum.
- Clements, D. H. & Sarama, J. (2011). Early childhood teacher education: The case of geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14, 133-148. 10.1007/s10857-011-9173-0.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). Interaction and Learning in Mathematics Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 99-122. 10.1007/BF00302315
- Conference Board of the Mathematical Sciences (2001). The mathematical education of teachers. Providence, RI: American Mathematical Society, in cooperation with Mathematical Association of America, Washington, D.C.
- Crompton, H., Burke, D., Gregory, K. H., & Gräbe, C. (2016). The use of mobile learning in science: A systematic review. *Journal of Science Education and Technology*, 25(2), 149-160. 10.1007/10956-015-9597-x
- Davidson, N., & Kroll, D. L (1991). An overview of research on cooperative learning related to mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 362-365.
- Dekker, D. J. (2011). Effect of Geometer's Sketchpad on Student Knowledge and Attitude.
- De Leeuw, J. R., & Motz, B. A. (2016). Psychophysics in a Web browser? Comparing response times collected with JavaScript and Psychophysics Toolbox in a visual search task. *Behavior Research Methods*, 48(1), 1-12.
- Dewey, J. (1980). *Εμπειρία και Εκπαίδευση*, μτφ. Λ. Πολενάκης. Αθήνα: Γλάρος.
- Dillon, M. R., & Spelke, E. S. (2015). Core geometry in perspective. *Developmental science*, 18(6), 894-908.

- Dimitrov, D. (2019). Interactive Methods for Training Children from Primary School, In EDULEARN19 Proceedings, pp. 2034-2039.
- Donovan, J. J., & Radosevich, D. J. (1999). A meta-analytic review of the distribution of practice effect: Now you see it, now you don't. *Journal of Applied Psychology*, 84(5), 795-805. 10.1037/0021-9010.84.5.795
- Edirisingha, P., Salmon, G. & Fothergill, J. (2007). Profcasting – a Pilot Study and Guidelines for Integrating Podcasts in a Blended Learning Environment, In U. Bernath and A. Sangra (eds.), *Research on competence development in online distance education and e-learning*, 127-137, Oldenburg: BIS-Verlag.
- Fahlberg-Stojanovska, L., & Stojanovski, V. (2009). GeoGebra—freedom to explore and learn. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, 28(2), 69-76.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics: An educational approach*, pp. 109, New York, NY: Kluwer.
- Flores, A. (2002). A rhythmic approach to geometry. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 7(7), 378-383.
- Freitag, Mark (2013). *Mathematics for Elementary School Teachers: A Process Approach*. Cengage Learning. σελ. 721.
- Furner, J. M., & Marinas, C. A. (2007). Geometry sketching software for elementary children: Easy as 1, 2, 3. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 3(1), 83-91.
- Gibson, E. J. (1969). Principles of perceptual learning and development.
- Good, T. L., Mulryan, C, & McCaslin, M. (1992). Grouping for instruction in mathematics: A call for programmatic research on small-group processes. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 165-196). New York, NY: Macmillan.
- Grass, R. (1983). *Instrumentation de notion mathematiques*, Un exemple: la symmetrie. Petit x, IREM de Grenoble, 1.
- Grawitz, M., Brimo, A., Jahoda, M., (2001). Γενική εποπτεία Β. Φίλιας, *Εισαγωγή στη μεθοδολογία και τις τεχνικές των κοινωνικών ερευνών*. Αθήνα: Gutenberg. Βιβλιοθήκη Κοινωνικής Επιστήμης και Κοινωνικής Πολιτικής.
- Haciomeroglu, E. S., Bu, L., Schoen, R. C., & Hohenwarter, M. (2009). Learning to develop mathematics lessons with GeoGebra. *MSOR Connections*, 9(2), 24-26.
- Halliday, M. A. K. (1975). Learning how to mean. In *Foundations of language development* (pp. 239-265). Academic Press.
- Harris, J., Mishra, P., & Koehler, M. (2009). Teachers' technological pedagogical content knowledge and learning activity types: Curriculum-based technology integration reframed. *Journal of Research on Technology in Education*, 41(4), 393-416.

- Harris, J., Grandgenett, N. & Hofer, M. (2010). Testing a TPACK-based technology integration assessment rubric. In D. Gibson & B. Dodge (Eds.), *Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2010* (pp. 3833-3840). Chesapeake, VA: AACE.
- Harvey, L., Mason, S., & Ward, R. (1995). *The role of professional bodies in higher education quality monitoring*. Birmingham: QHE.
- Hart, K.M. (1981). *Children understanding of mathematics*. John Murray publishers, pp. 137-149.
- Heid, M. K. (1997). The technological revolution and the reform of school mathematics. *American Journal of Education*, 106(1), 5-61.
- Herbel-Eisenmann, B. A., & Otten, S. (2011). Mapping mathematics in classroom discourse. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(5), 451-485.
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Creating mathlets with open source tools. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7, 1-29.
- Hohenwarter, J., Hohenwarter, M. & Lavicza, Z. (2009). Introducing Dynamic Mathematics Software to Secondary School Teachers: the Case of GeoGebra. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 28(2), 135-146.
- Hoelzl, R. (2001). Using Dynamic Geometry Software to Add Contrast to Geometric Situation - A Case of Study. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(1), 63-86. 10.1023/A:1011464425023
- Hoyles, C., & Healy, L. (1997). Unfolding meanings for reflective symmetry. *International Journal of Computers in Mathematical Learning, Technology, Knowledge and Learning*, 2(1), 27-59.
- Idris, N. (2007). The effect of Geometers' Sketchpad on the performance in geometry of Malaysian students' achievement and van Hiele geometric thinking. *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, 1(2), 169-180.
- Iji, C., Abah, J., & Anyor, J. (2018). Educational cloud services and the mathematics confidence, affective engagement, and behavioral engagement of mathematics education students in public universities in Benue State, Nigeria. *International Journal of Teaching and Learning in Higher Education*, 30(1), 47-60.
- International Society for Technology in Education (2008). *National Educational Technology Standards for Teachers* (2nd ed.)
- Issari, P., & Pourkos, M. (2015). *Οργάνωση, Ταξινόμηση, Ανάλυση και Αξιολόγηση Ποιοτικών Δεδομένων* [Chapter]. In Issari, P., & Pourkos, M. 2015. *Ποιοτική μεθοδολογία έρευνας* [Undergraduate textbook]. Kallipos, Open Academic Editions. chapter 5. <http://hdl.handle.net/11419/5822>

- Jacobs, H. H. (2004). *Getting Results with Curriculum Mapping*. Association for Supervision and Curriculum Development (ASCD), 1703 North Beauregard Street, Alexandria, VA 22311.
- Janossy, J. (2007). Student reaction to podcast learning materials: Preliminary results. In *Engaging the Learner. 12th Annual Instructional Technology conference, April 1-3 (98-107)*. Middle Tennessee State University.
- Jarvis, P. (2004). *Συνεχιζόμενη Εκπαίδευση και Κατάρτιση: θεωρία και πράξη* (μτφ. Α. Μανιάτη). Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Jones, K. (1998). The Mediation of Learning within a Dynamic Geometry Environment. In A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proc. 22nd Conf. of the Int.Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 96-103). Stellenbosch, South Africa.
- Jones, R. M. (2000). Design and implementation of computer games: A capstone course for undergraduate computer science education. *ACM SIGCSE Bulletin*, 32(1), 260-264. *Malaysian Journal of Medical Sciences: MJMS*, 10(1), 52.
- Jones, S. S., & Smith, L. B. (2002). How children know the relevant properties for generalizing object names. *Developmental Science*, 5(2), 219-232.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. In: Haggarty L, editor. *Aspects of teaching secondary mathematics: perspectives on practice*. London: RoutledgeFalmer; 2002. p. 121–139.
- Kuchemann, D.E. (1980). Children difficulties with single reflections and rotations. *Mathematics in schools*, 9 (2), pp. 12-13.
- Kynigos, C., & Theodosopoulou, V. (2001). «Synthesizing Personal, Interactionist and Social Norms Perspectives to Analyze Student Communication in a ComputerBased Mathematical Activity in the Classroom». In *Journal of Classroom Interaction*, 2, pp. 63-73.
- Laborde, C., Kynigos, C., Hollebrands, K., & Strasser, R. (2006). Teaching and learning geometry with technology. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present, and future* (pp. 275–304). Rotterdam: Sense Publishers.
- Lacroix, S. F. (1797). *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*, 2, 519-732, Paris: J.-B.-M. Duprat.
- Laurillard, D. (2012). Teaching as a Design Science: Building Pedagogical Patterns for Learning and Technology. *Teaching as a Design Science: Building Pedagogical Patterns for Learning and Technology*, 1-258. Date accessed: 10/6/2020. doi:10.4324/9780203125083.
- Leikin, R., & Zaslavsky, O. (1997). Facilitating students' interactions in mathematics in cooperative learning settings. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 331-354. <https://doi.org/10.2307/749784>

- Leikin, R., Berman, A. & Zaslansky, O. (1998). Definition of Symmetry. *Symmetry: Culture and Science: Order and Disorder*, 9 (2-4), pp. 375-382.
- Leikin, R., Berman, A. & Zaslansky, O. (2000). Applications of symmetry to problem solving. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31 (6), 799-809.
- Leikin, R., Berman, A. & Zaslavsky, O. (2000). Learning through teaching: The case of symmetry. *Mathematics Education Research Journal*, 12, 18–36. <https://doi.org/10.1007/BF03217072>
- Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. *5th CERME*, Larnaca, Cyprus, 2007.
- Lemke, J. L. (1990). *Talking science: Language, learning, and values*. Norwood: Ablex Publishing Corporation.
- Levi D.M. & Saarinen J. (2004). Perception of mirror symmetry in amblyopic vision. *Vision Research*, 44, 2475-2482.
- Looney, A. (2004). *The practice of policy: A study of the role of the support services in the implementation of curriculum and assessment policy in the Republic of Ireland* (Doctoral dissertation, Institute of Education, University of London).
- Malkevitch, J. (1998). Finding room in the curriculum for recent geometry. In Mammana, C. & Villani, V. (Eds), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: an ICMI study*. Kluwer, Dordrecht, pp. 18-25.
- Mariotti, M. A. (2002). The Influence of Technological Advances on Students' Mathematics Learning. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. (pp. 695-723). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Markopoulos, C., Panagiotopoulos, C., & Potari, D. (2008). *Prospective primary teachers' conceptions of axial symmetry*. *11th International Congress on Mathematical Education (ICME-11)*, 06- 13 July 2008. Monterrey, Mexico.
- Martin, G. (1996). *Transformation Geometry: An Introduction to Symmetry*. Springer Science & Business Media, σ. 28.
- Metz, S. (2014). Science teaching and learning in the 21st century. *The Science Teacher*, 81(6), 6.
- Morales, D., & Pashler, H. (1999). No role for colour in symmetry perception. *Nature*, 399(6732), 115-116.
- Morgan, C. (2014). Understanding practices in mathematics education: Structure and text. *Educational Studies in Mathematics*, 87(2), 129-143.
- Moschkovich, J. (1999). Supporting the participation of English language learners in mathematical discussions. *For the learning of mathematics*, 19(1), 11-19.

- Moschkovich, J. (2007). Using two languages when learning mathematics. *Educational studies in Mathematics*, 64(2), 121-144.
- Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. *Teachers College Record*, 108, 1017-1054. Date accessed: 10/6/2021. 10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x
- Mishra, V. K., Singh, L. S., & Kumar, R. (2013). An inventory model for deteriorating items with time-dependent demand and time-varying holding cost under partial backlogging. *Journal of Industrial Engineering International*, 9(1), 1-5.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principle and standards for school mathematics. Retrieved from <http://www.nctm.org/standards/content.aspx?id=26809>
- Newman, R. S., & Goldin, L. (1990). Children's reluctance to seek help with schoolwork. *Journal of Educational Psychology*, 82, 9-100.
- Ng, O., & Sinclair, N. (2015). Young children reasoning about symmetry in a dynamic geometry environment. *ZDM Mathematics Education*, 47, 421–434. 10.1007/s11858-014-0660-5
- Nils, F., Rimé, B., (2003). L'interview. In S. Moscovici, F. Buschini (Eds.), *Les méthodes des sciences humaines*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Noraini, M. D., Siti-Aishah, M. A., & Kwan, S. W. (2003). An immunohistochemical study of retinoblastoma gene product in normal, premalignant and malignant tissues of the uterine cervix. *The Malaysian Journal of Medical Sciences: MJMS*, 10(1), 52.
- Noraini, A. S. (2009). *The Influence of Efficacy and Emotional Intelligence of Technical Secondary School Administrators' and Teachers' Professional Collaboration on Teachers' Job Satisfaction* (Doctoral dissertation, Universiti Utara Malaysia).
- Pagani, L., Argentin, G., Gui, M., & Stanca, L. (2016). The impact of digital skills on educational outcomes: evidence from performance tests, *Educational Studies*, 42,2, 137-162. 10.1080/03055698.2016.1148588
- Palmer, S.E. (1985). The role of symmetry in shape perception. *Acta Psychologica*, 59,67-90.
- Papert, S. (1993). *The children's machine: Rethinking school in the age of the computer*. Basic Books, Inc.
- Perrin-Glorian, M.-J., Mathé, A.-C., & Leclerc, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 a 15 ans? *Repères-IREM*, 90, 5–41.
- Roberts, D. L., & Stephens, L. J. (1999). The effect of the frequency of usage of computer software in high school geometry. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 18(1), 23-30.
- Roble, D. (2016). The Geometer's Sketchpad: A Technological Tool Enhancing Junior High School Students' Mathematics Achievement, Attitude towards Mathematics and

- Technology. *American Journal of Educational Research*. 4(15). 1116-1119. 10.12691/education-4-15-10.
- Rogers, E. (1995). *Diffusion of innovations*. New York, NY: The Free Press of Simon and Schuster Inc.
- Ruthven, K., Hennessy, S., & Deaney, R. (2008). Constructions of dynamic geometry: A study of the interpretative flexibility of educational software in classroom practice. *Computers & Education*, 51(1), 297-317.
- Ruthven, K. (2014) Frameworks for Analysing the Expertise That Underpins Successful Integration of Digital Technologies into Everyday Teaching Practice. The mathematics teacher in the digital era. *An international perspective on technology focused professional development*, 2, pp. 373-394. Date accessed: 10/6/2021. 10.1007/978-94-007-4638-1_16
- Scheer, A., Noweski, C. & Meinel, C. (2012). Transforming Constructivist Learning into Action: Design Thinking in education. *Design and Technology Education: an International Journal*, 17(3), 1360-1431. Date accessed: 10/6/2021. Available at: <https://ojs.lboro.ac.uk/DATE/article/view/1758>.
- Simon, M. A. (2017). Explicating mathematical concept and mathematical conception as theoretical constructs for mathematics education research. *Educational Studies in Mathematics*, 94(2), 117-137.
- Sinclair, N., & Moss, J. (2012). The more it changes, the more it becomes the same: the development of the routine of shape identification in dynamic geometry environments. *International Journal of Education Research*, 51&52, 28–44
- Son, J. (2006). Investigating Pre-service Teachers' Understanding and Strategies on a Student's errors of reflective symmetry. Στο Novotna, J., Moraova, H., Kratka, M., & Stehlikova, N. (Eds). *Proceedings 30th Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 5, 145-152. Prague: PME.
- Stacey, W. M. (2007). Transmutation missions for fusion neutron sources. *Fusion Engineering and design*, 82(1), 11-20.
- Swafford, J. O., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics education*, 28(4), 467-483.
- Tat, T. B., & Fook, F. S. (2005). The effects of Geometer's Sketchpad and Graphic Calculator in the Malaysian Mathematics classroom. *Malaysian Online Journal of Instructional Technology*, 2(2), 82-96.
- Tella, A. (2007). The impact of motivation on student's academic achievement and learning outcomes in mathematics among secondary school students in Nigeria. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 3(2), 149-156.
- Van de Walle, J. A. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο Μια Εξελικτική Διδασκαλία*. Αθήνα: τυπωθήτω – ΓΙΩΡΓΟΣ ΔΑΡΔΑΝΟΣ.

- Van Hiele, P. (1984). *English Translation of Selected Writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele*. (D. J. Fuys, D. Geddes, & R. Tischler, Eds.). Brooklyn, NY: Brooklyn College.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A theory of Mathematics Education*. Academic press Inc.
- Vinner, S., & Hershkowitz, R. (1980). Concept Images and Common Cognitive Paths in the Development of Some Simple Geometric Concepts. *Proc. 4th Conf. of the Int.Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 3, pp. 209-216). Berkeley, California.
- Webb, N. M. (1985). Student interaction and learning in small groups: A research summary. In R. Slavin, S. Sharan, S. Kagan, R. Hertz-Lazarowitz, C. Webb, & R. Schmuck (Eds.), *Learning to cooperate, cooperating to learn* (pp. 147-172). New York, NY: Plenum Press.
- Webb, N. M. (1991). Task-related verbal interactions and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 390-408.
- Webel, C., & DeLeeuw, W. W. (2016). Meaning for fraction multiplication: Thematic analysis of mathematical talk in three fifth grade classes. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 123-140.
- Weyl, H. (1991). *Συμμετρία*. Αθήνα: Τροχαλία.
- Willig, C. (2015). *Ποιοτικές μέθοδοι έρευνας στην Ψυχολογία. Εισαγωγή*. (Ε. Τσέλιου επιστ. επιμ., Ε. Αυγήτα, μτφ). Αθήνα: Gutenberg.
- Zhang, L., & Gerbino, W. (1992). Symmetry in opposite-contrast dot patterns. *Perception*, 21 (Supp. 2), 95α.
- Zilkova, K. (2020). The Creation And Evaluation Of Mathematical Applets On Symmetry For Primary School Pupils. *12th International Conference on Education and New Learning Technologies*, 6th-7th July 2020 (7886-7893). 10.21125/edulearn.2020.1984.

Πηγές από το διαδίκτυο

<https://learningcornerandcrafts.com/>

http://mosxosyillagegebra.blogspot.com/p/blog-page_7.html

<https://www.geogebra.org/m/rz6exVJV>

<https://www.mathsisfun.com/geometry/symmetry-artist.html>

<https://sketch.io/sketchpad/>

<http://emathima.gr/wp-content/uploads/2014/03/fea85c79d653b245063d3f6223a48853.pdf>

<http://stephanus.tlg.uci.edu/lstj/>

<http://stephanus.tlg.uci.edu/>