



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ
ΟΔΟΝΤΩΤΩΝ ΤΡΟΧΩΝ ΜΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΗ ΟΔΟΝΤΩΣΗ

ANALYSIS OF CHARGING BEHAVIOR OF GEARWHEELS WITH INCLINED TEETH

Κορονέλλου Ν. Κωνσταντίνος

A.M.: 51204533

Επιβλέπων καθηγητής:

Δρ. Ράπτης Κωνσταντίνος

Αθήνα, Οκτώβριος, 2022

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Όνοματεπώνυμο	Υπογραφή
ΡΑΠΤΗΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ	
ΤΣΟΛΑΚΗΣ ΑΝΤΩΝΙΟΣ	
ΜΥΛΩΝΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ	

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Κορονέλλου Κωνσταντίνος του Νικόλα, με αριθμό μητρώου 51204533 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

« Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο δηλών



Κορονέλλου Κωνσταντίνος

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία αναλύθηκαν οι οδοντωτοί τροχοί που πλέον χρησιμοποιούνται κατά κόρον στην βιομηχανία. Πιο συγκεκριμένα η εργασία θα ασχοληθεί με οδοντωτούς τροχούς με κεκλιμένη οδόντωση, όπου θα γίνουν οι υπολογισμοί για έλεγχο του οδόντα σε θραύση. Σκοπός της εργασίας είναι να συγκρίνει τα πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία έχουν υπολογιστεί μέσα στην εργασία, με αυτά των διαφόρων προγραμμάτων πεπερασμένων στοιχείων και πιο συγκεκριμένα του Autodesk Inventor Nastran 2022. Οι οδοντωτοί τροχοί θα κατασκευασθούν μέσω του προγράμματος Autodesk Inventor Professional 2022 και στην συνέχεια θα απομονωθεί το ένα δόντι από κάθε τροχό για να γίνει η ανάλυση και να συγκριθούν τα αποτελέσματα που θα έχουμε, τα πειραματικά αποτελέσματα από τους υπολογισμούς και τα θεωρητικά αποτελέσματα τα οποία θα μας δώσει το πρόγραμμα.

Abstract

In this paper, the gear wheels that are now widely used in industry were analysed. More specifically, the paper will deal with gears with inclined teeth, where calculations will be made to check the tooth at breakage. The purpose of the paper is to compare the experimental results, which have been calculated within the paper, with those of various finite element programs, and more specifically Autodesk Inventor Nastran 2022. The toothed wheels will be constructed through the program Autodesk Inventor Professional 2022 and then we will isolate one tooth from each wheel to do the analysis and compare the results we will have, the experimental results from the calculations and the theoretical results that the program will give us.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	4
Abstract	5
1. Εισαγωγή.....	8
1.1 Γενικά περί οδοντωτών τροχών	8
1.2 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα οδοντωτών τροχών	12
1.3 Υλικά οδοντωτών τροχών.....	13
1.4 Βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη των οδοντωτών τροχών	14
1.5 Βασικός νόμος της οδόντωσης.....	18
1.6 Οδοντώσεις	21
1.6.1 Οδοντώσεις εξειλιγμένης.....	22
2. Οδοντωτοί τροχοί με κεκλιμένη οδόντωση.....	24
2.1 Κατηγορίες οδοντωτών τροχών	24
2.2 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα	25
2.3 Τομές στην κεκλιμένη οδόντωση	25
2.4 Βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη	26
2.5 Βαθμός επικάλυψης	29
2.6 Φανταστική οδόντωση	29
2.7 Δυνάμεις	32
2.8 Εκλογή κύριων στοιχείων.....	34
3. Σημείο μέγιστης φόρτισης κατά τη συνεργασία οδόντων (HPSTC).....	37
4. Μεθοδολογία και Υπολογισμοί.....	41
4.1 Μεθοδολογία	41
4.2 Υπολογισμοί	41
4.3 Πίνακες με τα αποτελέσματα των υπολογισμών	47
4.3.1 Πίνακας (4.1) με τις τιμές από το πρώτο ζεύγος τροχών:.....	47
4.3.2 Πίνακας (4.2) με τις τιμές από το δεύτερο ζεύγος τροχών:	48
4.3.3 Πίνακας (4.3) με τις τιμές από το τρίτο ζεύγος τροχών:	48
4.3.4 Πίνακας (4.4) με τις τιμές από το τέταρτο ζεύγος τροχών:.....	49
4.3.5 Πίνακας (4.5) με τις τιμές από το πέμπτο ζεύγος τροχών:.....	49
4.4 Υπολογισμοί για το μέγιστο σημείο φόρτισης (HPSTC).....	50
4.4.1 Πίνακας με τα αποτελέσματα του σημείου μέγιστης φόρτισης και για τα 5 ζεύγη τροχών	51
4.5 Μεθοδολογία κατασκευής των οδοντωτών τροχών, αποκοπής του οδόντα και μεθοδολογία πεπερασμένων στοιχείων.....	51

4.5.1 Μεθοδολογία κατασκευής οδοντωτών τροχών	51
4.5.2 Μεθοδολογία αποκοπής του οδόντα από τον οδοντωτό τροχό	55
4.5.3 Μεθοδολογία πεπερασμένων στοιχείων	56
5. Αποτελέσματα	63
5.1 Αποτελέσματα από το πρόγραμμα	63
5.1.1 Για το πρώτο ζεύγος τροχών	63
5.1.2 Για το δεύτερο ζεύγος τροχών	65
5.1.3 Για το τρίτο ζεύγος τροχών	67
5.1.4 Για το τέταρτο ζεύγος τροχών	69
5.1.5 Για το πέμπτο ζεύγος τροχών	71
5.2 Σύγκριση της τάσης στον πόδα του οδόντα από αποτελέσματα υπολογισμών και του προγράμματος	73
6. Συμπεράσματα	77
7. Βιβλιογραφία	78
7.1 Προγράμματα	78
8. Παράρτημα Πινάκων	79

1. Εισαγωγή

1.1 Γενικά περί οδοντωτών τροχών

Οι οδοντωτοί τροχοί αποτελούν ένα από τα πλέον διαδεδομένα στοιχεία μηχανών που χρησιμοποιούνται στη σύγχρονη βιομηχανία. Αν και η χρήση τους είναι γνωστή από την αρχαιότητα, η ευρεία διάδοση τους επιτεύχθηκε μετά την βελτίωση των μηχανών κατασκευής τους, οι οποίες πλέον μπορούσαν να παράγουν τροχούς υψηλής ακρίβειας και ποιότητας κατανομών και να αποδίδουν μορφές κατάλληλες για συνθετότερες μορφές μετάδοσης κίνησης. Η δυνατότητα τους να επιτρέπουν τη σταθερή μετάδοση κίνησης και τη μεταφορά μεγάλης ισχύος σε πολύ υψηλούς βαθμούς απόδοσης έχει θέσει την εφαρμογή των οδοντωτών τροχών πολύτιμη ή και απαραίτητη σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών και έχει επιτρέψει την τοποθέτησή τους σε μηχανές και μηχανισμούς μεγάλης σημασίας. Για το λόγο αυτό, η παραγωγή τους σήμερα γίνεται μαζικά και η ποιότητα τους ενδιαφέρει έντονα τη βιομηχανία.



Σχήμα 1.1: Οδοντωτοί τροχοί

Οι οδοντωτοί τροχοί είναι στοιχεία ή εξαρτήματα μηχανών που δημιουργούν μετάδοση κινήσεως και μεταφορά ισχύος με την κατάλληλη διαδοχική εμπλοκή των συνεργαζόμενων οδόντων. Οι οδόντες είναι οι εσοχές και οι προεξοχές στην επιφάνεια ενός οδοντωτού τροχού, έτσι ώστε να επιταχύνεται η συνεργασία της εσοχής του ενός τροχού με την προεξοχή του συνεργαζόμενου οδοντωτού τροχού [1].

Οι άξονες περί τους οποίους περιστρέφονται οι δύο συνεργαζόμενοι οδοντωτοί τροχοί μπορεί να είναι:

- Παράλληλοι σε απόσταση a
- Τεμνόμενοι υπό γωνία δ
- Ασύμβατοι σε απόσταση a και υπό γωνία δ

Όπως φαίνονται στο Σχήμα 1.2 που ακολουθεί.



Σχήμα 1.2: Σχετική θέση αξόνων συνεργαζόμενων τροχών [1]

Για την μετάδοση περιστροφικής κινήσεως και την μεταφορά ισχύος από κινητήρια σε κινούμενη άτρακτο, δηλαδή από την άτρακτο της κινητήρια μηχανής (ηλεκτροκινητήρας, μηχανή εσωτερικής καύσης, αεριο-ατμο-υδροστρόβιλος κλπ.) στην άτρακτο της κινούμενης μηχανής (εργομηχανής) χρησιμοποιούνται, εκτός των άλλων μηχανικών (ιμάντες, αλυσίδες, σύνδεσμοι κλπ.) ή υδραυλικών – πνευματικών κλπ. τρόπων και διάφοροι συνδυασμοί οδοντωτών τροχών [1].

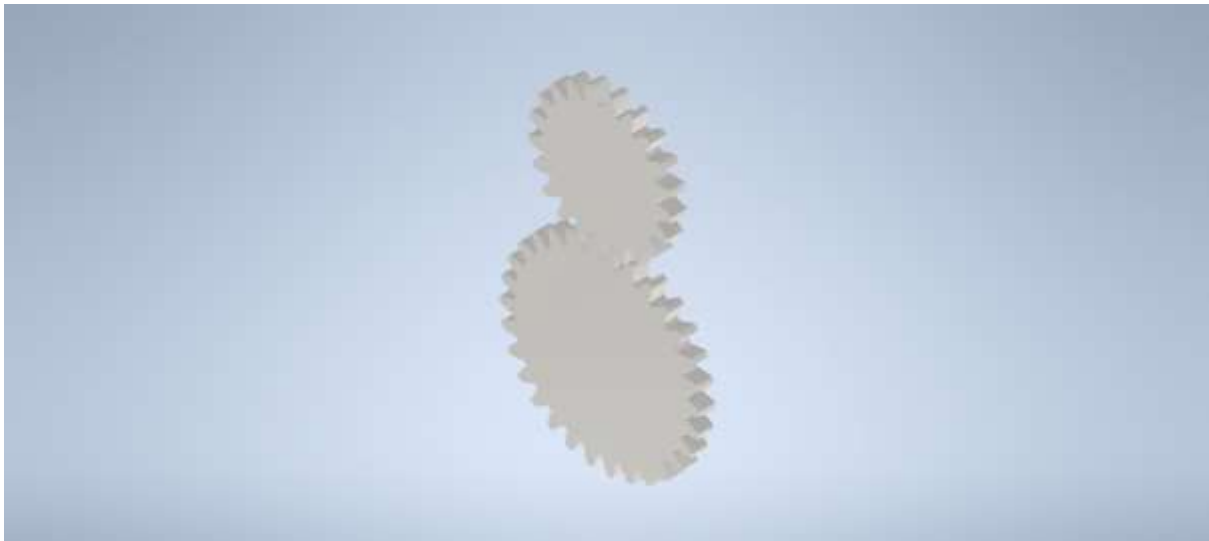
Η ύπαρξη των οδόντων στους τροχούς δεν είναι θεωρητικά απαραίτητη στους περισσότερους τύπους οδοντωτών τροχών για την μετάδοσης περιστροφικής κινήσεως. Αλλά για την μεταφορά μεγαλύτερου φορτίου πρέπει να επιτευχθεί μεταφορά μεγάλης στρεπτικής ροπής και για να έχουμε σταθερές σχέσεις μετάδοσης στροφών δηλαδή σταθεράς μεταδόσεως κινήσεως από την κινητήρια στην κινούμενη άτρακτο η ύπαρξη των οδόντων κρίνεται αναγκαία [1].

Με τη χρησιμοποίηση των οδόντων η κίνηση μεταδίδεται δια της επαφής και της συνεργασίας των πλευρικών επιφανειών των οδόντων των δύο συνεργαζόμενων τροχών και όχι μέσω της τριβής των κυλιόμενων αρχικών κυλίνδρων.

Οι οδοντωτοί τροχοί είναι συμπαγή στοιχεία μετάδοσης ισχύος που καθορίζουν την ταχύτητα, τη ροπή και τη φορά περιστροφής των οδηγών στοιχείων. Οι οδοντωτοί τροχοί χωρίζονται σε τέσσερις κατηγορίες:

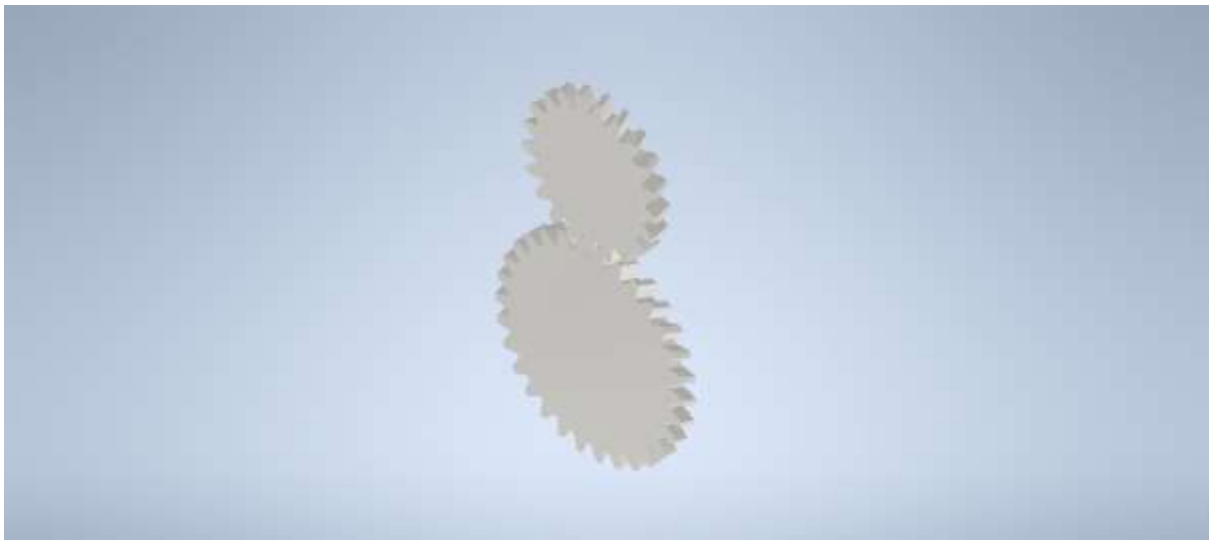
Τα ζεύγη οδοντωτών τροχών και ατέρμονα κοχλία που παρατίθενται κατασκευάστηκαν με την βοήθεια του προγράμματος CAD Autodesk Inventor Professional 2022.

- Μετωπικοί



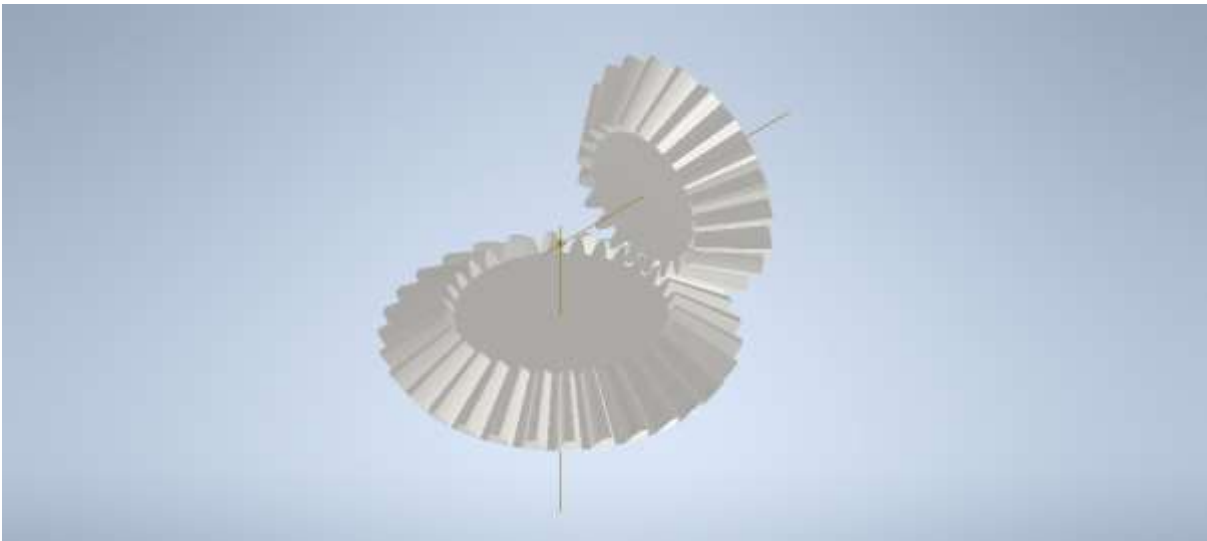
Σχήμα 1.3: 3-D μοντέλο ζεύγους μετωπικών οδοντωτών τροχών ευθείας οδοντώσεως

- Κεκλιμένη – ελικοειδής



Σχήμα 1.4: 3-D μοντέλο ζεύγους μετωπικών οδοντωτών τροχών κεκλιμένης οδοντώσεως

- Κωνικούς



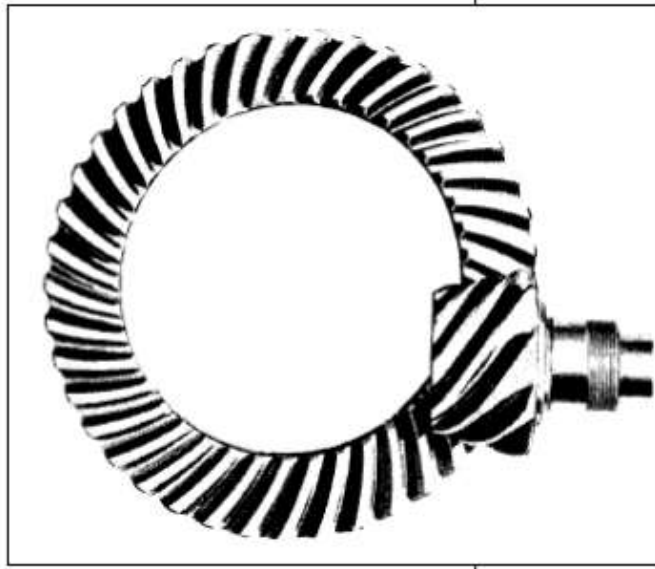
Σχήμα 1.5: 3-D μοντέλο ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών ευθείας οδοντώσεως

- Ατέρμονας κοιλίας



Σχήμα 1.6: 3-D μοντέλο συστήματος ατέρμονας κοιλίας - οδοντωτού τροχού

Όπως στους ευθείς οδοντωτούς τροχούς υπάρχει η ευθείς και κεκλιμένη – ελικοειδής οδόντωση έτσι και στους κωνικούς οδοντωτούς τροχούς οι οδόντες μπορεί να είναι με μορφή έλικας. Αλλά μπορεί να είναι και υποειδής δηλαδή ο άξονας του πινιόν και του οδηγού τροχού να μην διασταυρώνονται.



Σχήμα 1.7: Υποειδής οδοντωτοί τροχοί

Το ποιος από τους παραπάνω τύπους οδοντωτών τροχών θα χρησιμοποιηθεί εξαρτάται κυρίως για πιο λόγο θα χρησιμοποιηθεί, από τον προσανατολισμό του άξονα, την απόδοση του και την ταχύτητα που απαιτείται σε κάθε συγκεκριμένη εφαρμογή.

1.2 Πλεονεκτήματα - Μειονεκτήματα οδοντωτών τροχών

Οι οδοντωτοί τροχοί παρουσιάζουν τα εξής πλεονεκτήματα:

- Μπορούν να εργαστούν χωρίς ολίσθηση
- Μεγάλη ισχύ λειτουργίας
- Μεγάλος βαθμός απόδοσης
- Μεγάλη και σταθερή σχέση μετάδοσης, ανεξάρτητη από το φορτίο
- Απαιτούν μικρό χώρο
- Μεγάλη ασφάλεια λειτουργίας και διάρκεια ζωής
- Παρουσιάζουν δυνατότητα υπερφόρτισης, καθώς και μικρή απαιτούμενη συντήρηση.

Επίσης, παρουσιάζουν τα εξής μειονεκτήματα:

- Ανελαστική μετάδοση των δυνάμεων που απαιτεί έναν ελαστικό σύνδεσμο
- Θορυβώδη λειτουργία
- Σχετικά μεγάλο κόστος κατασκευής

1.3 Υλικά οδοντωτών τροχών

Κάθε κατασκευή που προετοιμάζεται για να κατασκευαστεί θα πρέπει πρώτα να επιλεγθεί το υλικό με το οποίο θα κατασκευαστεί. Δεν υπάρχει σωστό και λάθος υλικό απλώς η εκλογή του κάθε υλικού γίνεται με γνώμονα τις λειτουργίες και τις συνθήκες στις οποίες είναι προορισμένο για να κάνει. Έτσι και στους οδοντωτούς τροχούς δεν υπάρχει κάποιο υλικό που χρησιμοποιείται κατά κόρον. Άλλα η επιλογή του υλικού για την κατασκευή ενός οδοντωτού τροχού αλλάζει ανάλογα με τη χρήση που πρόκειται να υποστεί όπως τις δυνάμεις που θα εφαρμόζονται, το θόρυβο που θα κάνει και την αντοχή του. Τα υλικά διαφέρουν και από το πιο είδος οδοντωτού τροχού θα χρησιμοποιηθεί. Τα κράματα αλουμινίου είναι όμως τα πιο διαδεδομένα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή οδοντωτών τροχών, ωστόσο οι οδοντωτοί τροχοί κατασκευάζονται για ορισμένη διάρκεια ζωής. Όσον αφορά στους οδόντες των τροχών η επιφάνεια τους πρέπει να παρουσιάζει σκληρότητα με μαλακό και σκληρό πυρήνα για τη διασφάλιση της αντοχής τους στην κόπωση και στην φθορά.

Τα βασικά χαρακτηριστικά που πρέπει να συγκεντρώνουν τα υλικά οδοντωτών τροχών είναι:

- Πολύ καλή σκληρότητα που βοηθά στη λήψη προβλέψιμου αποτελέσματος μετά από θερμική κατεργασία. Η σκληρότητα είναι η ιδιότητα του χάλυβα που καθορίζει το βάθος και τη κατανομή της σκληρότητας από ψυχρές κατεργασίες.
- Ελάχιστη περιεκτικότητα σε οξειδία που γενικά παρουσιάζουν δυσκολία ως προς την κατεργασία.
- Καλή διαμορφωσιμότητα για καλύτερη σφυρηλάτηση και διάρκεια ζωής της μήτρας και ποιότητας της σφυρηλάτησης.
- Μεγάλη κατεργασιμότητα.
- Χαμηλή παραμόρφωση και σταθεροποιημένη βαφή.
- Μη ανάπτυξη κόκκων στην σφυρηλάτηση σε υψηλή θερμοκρασία η οποία μπορεί να προκαλέσει στρέβλωση στην απότομη ψύξη και χαμηλότερη σκληρότητα.

Τις τελευταίες δεκαετίες έχει σημειωθεί σημαντική πρόοδος στην παραγωγή χαλύβων που θεωρούνται ιδανικοί για την χρήση σε οδοντωτούς τροχούς. Οι χαλύβδινοι οδοντωτοί τροχοί αναπτύσσονται έτσι ώστε να έχουν ολικά ελέγξιμη σκληρότητα μειώνοντας την στρεβλότητα ή καθιστώντας την με ακρίβεια επιλήψιμη και προβλέψιμη. Οι χάλυβες με βελτιωμένες κατεργασίες και χημικές συστάσεις έχουν καθιερωθεί για τη μείωση της οξείδωσης των εσωτερικών κόκκων. Η κόπωση και η σκληρότητα βελτιώνονται με αυτά τα υλικά [3].

Τα υλικά διαφέρουν και μεταξύ των δύο συνεργαζόμενων τροχών όπου συνήθως στο πινιόν που είναι ο κινητήριος οδοντωτός τροχός και καταπονείται περισσότερο το υλικό το οποίο χρησιμοποιείται πρέπει να είναι πιο ανθεκτικό από εκείνο του συνεργαζόμενου τροχού.

Στον Πίνακα 1.1 που ακολουθεί παρατίθενται τα υλικά που χρησιμοποιούνται για το πινιόν και το συνεργαζόμενο τροχό με βάση τις συνθήκες λειτουργίας [2].

Χαρακτηριστικά	Υλικό	
	Πινιόν	Συνεργαζόμενου τροχού
Μικρές ισχύεις και μικρός αριθμός στροφών	Χυτοσίδηρος St42, St50	Χυτοσίδηρος
Μέσες ισχύεις και μέσος αριθμός στροφών	Χυτοσίδηρος, χυτοχάλυβας St50, St60	Χυτοσίδηρος, χυτοχάλυβας, σφαιροειδής χυτοσίδηρος
Μεγάλες ισχύεις και μεγάλος αριθμός στροφών	Βελτιωμένοι χάλυβες St60, St70	Χυτοσίδηρος, χυτοχάλυβας, σφαιροειδής χυτοσίδηρος, βελτιωμένοι χάλυβες
Τροχοί μεγάλων απαιτήσεων	Βαμμένος και βελτιωμένος, βελτιωμένοι χάλυβες, χάλυβες ενανθράκωσης St60, St70	Χυτοχάλυβες, βελτιωμένοι χάλυβες, χάλυβας ενανθράκωσης

Πίνακας 1.1: Υλικά για την κατασκευή οδοντωτών τροχών [2]

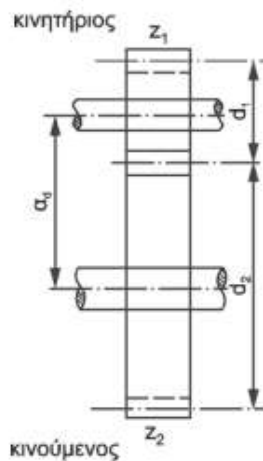
1.4 Βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη των οδοντωτών τροχών

Η σχέση μετάδοσης i είναι ο λόγος του αριθμού των στροφών n_a του κινητήριου τροχού προς τον αριθμό n_b του κινούμενου τροχού. Όπου η σχέση μετάδοσης ισχύει και για το λόγω των γωνιακών ταχυτήτων ω των δύο τροχών:

$$i = \frac{n_a}{n_b} = \frac{\omega_a}{\omega_b} \quad (1.1)$$

Σε ένα μονοβάθμιο μειωτήρα η σχέση μετάδοσης θα είναι:

$$i = \frac{n_1}{n_2} \quad (1.2)$$



Σχήμα 1.8: Σχέση μετάδοσης σε μονοβάθμιο μειωτήρα [2]

Για να μην υπάρχει ολίσθηση και συνάμα συνεχής επαφή στους δύο κυλίνδρους θα πρέπει οι περιφερειακές ταχύτητες στους αρχικούς κυλίνδρους να είναι ίσες:

$$v_1 = \frac{d_1 * \pi * n_1}{60} = v_2 = \frac{d_2 * \pi * n_2}{60} \quad (1.3)$$

Βήμα p ονομάζεται η απόσταση μεταξύ δύο οδόντων και μετράται σαν τόξο πάνω στον αρχικό κύκλο:

$$p = \frac{\pi d}{z} \quad (1.4)$$

Modul ή μέτρο m ονομάζεται ο λόγος $\frac{p}{\pi}$ ή το μήκος της αρχικής διαμέτρου που αντιστοιχεί σε ένα οδόντα:

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} \quad (1.5)$$

Όπου μετά από την εύρεση του modul θα πρέπει να τυποποιείται από το ακόλουθο Πίνακα 1.2:

Σειρά 1	0.05	0.06	0.08	0.10	0.12	0.16	0.20	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.25
	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	60
Σειρά 2	0.055	0.07	0.09	0.11	0.14	0.18	0.22	0.28	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.125	1.375
	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	7	9	11	14	18	22	28	36	45	55	70

Πίνακας 1.2: Τιμές modul σε mm τυποποιημένες σε DIN 780 [2]

Το ύψος κεφαλής ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ του αρχικού κύκλου και κύκλου κεφαλής:

$$h_a = m \quad (1.6)$$

Το ύψος πόδα ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ αρχικού κύκλου και κύκλου πόδα. Λαμβάνεται ίσο με 1,167m ή 1,25m ανάλογα με το κοπτικό εργαλείο που θα γίνει η κατεργασία:

$$h_f = 1.167 * m \quad (1.7)$$

$$h_f = 1.25 * m \quad (1.8)$$

Ύψος οδόντα ονομάζεται το άθροισμα του ύψους κεφαλής και ύψους πόδα:

$$h = h_a + h_f \quad (1.9)$$

Διάμετρος κύκλου κεφαλής ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εξωτερικά τους οδόντες:

$$d_a = d + 2 * h_a \quad (1.10)$$

Διάμετρος κύκλου πόδα ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εσωτερικά τους οδόντες:

$$d_f = d - 2 * h_f \quad (1.11)$$

Απόσταση αξόνων ονομάζεται το ημιάθροισμα των διαμέτρων των αρχικών κύκλων:

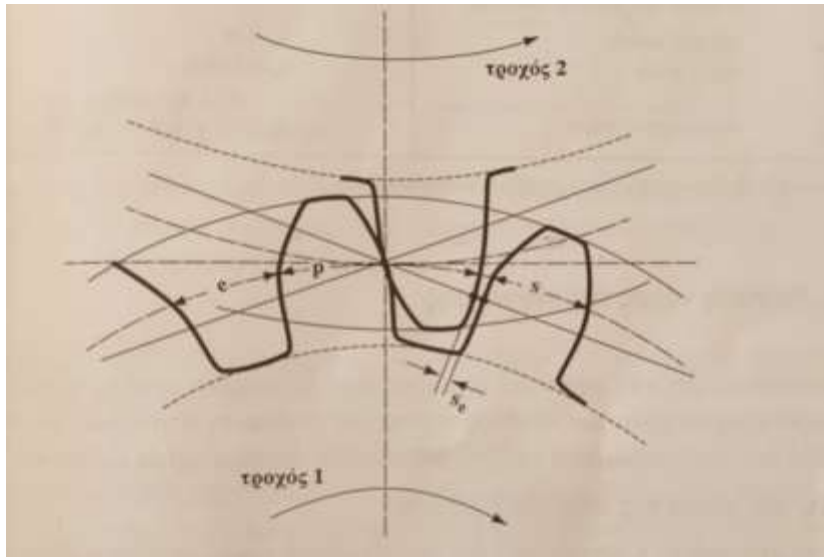
$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m * (z_1 + z_2)}{2} \quad (1.12)$$

Πάχος οδόντων μετράται πάνω στον αρχικό κύκλο:

$$s = p - e \quad (1.13)$$

Όπου e είναι το διάκενο μεταξύ των δύο δοντιών.

Κατά την εμπλοκή δύο οδοντωτών τροχών, κρίνεται απαραίτητο να υπάρχει μια μικρή απόσταση μεταξύ των δύο κατατομών η οποία λέγεται χάρη. Η χάρη διευκολύνει τη ροή λίπανσης και τις θερμικές διαστολές που δημιουργούνται.



Σχήμα 1.9: Χάρη κατατομής των οδόντων [2]

1.5 Βασικός νόμος της οδόντωσης

Η ομοιόμορφη μετάδοση κίνησης και μεταφορά ισχύος από τον κινητήριο στον κινούμενο οδοντωτό τροχό εξασφαλίζεται με τον βασικό νόμο της οδοντώσεως, κατά τον οποίο οι συνεργαζόμενες κατανομές των οδοντωτών τροχών πρέπει να είναι τέτοιες έτσι ώστε η κοινή κάθετος των κατανομών στο τυχόν σημείο επαφής τους να διέρχεται από του σημείου κύλισης των τροχών. Με βάση αυτόν τον νόμο και με δεδομένη την γεωμετρία κατανομής, αποδεικνύεται ότι μπορεί να βρεθεί η γεωμετρία της άλλης κατανομής. Οι κατανομές αυτές ονομάζονται συνεργαζόμενες με την έννοια ότι κατά την συνεργασία τους ακολουθούν τον βασικό νόμο της οδοντώσεως. Η αναζήτηση των αποδοτικότερων συνεργαζόμενων κατανομών αποτέλεσε ένα από τα βασικότερα αντικείμενα της θεωρίας των οδοντώσεων. Έτσι έχουν χρησιμοποιηθεί ως κατανομές οδόντων διάφορες καμπύλες, όπως είναι η εξειλιγμένη καμπύλη, τόξα κύκλου, διάφορες κυκλοειδείς καμπύλες, σπείρα και άλλες.

Η αναλυτική μέθοδος βασίζεται στη γενική θεωρία οδοντώσεως, της οποίας οι βάσεις τέθηκαν από τον E. Buckingham. Κατά αυτήν γίνεται χρήση του γεγονότος ότι υπάρχει μονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ της κατανομής του οδόντος του ενός τροχού, της κατανομής του οδόντος του συνεργαζόμενου τροχού και της τροχιάς επαφών τους. Έτσι εάν δοθεί ένα από τα παραπάνω τα άλλα δύο υπολογίζονται αναλυτικά με την αναπτυσσόμενη θεωρία οδοντώσεως, η οποία ονομάζεται γενικευμένη διότι εξετάζει την κατανομή κατά γενικό τρόπο, ανεξάρτητα αν η κατανομή είναι εξειλιγμένη ή οποιαδήποτε άλλη καμπύλη. Αυτός ο τρόπος εξέτασης της γεωμετρίας συνεργαζόμενων κατανομών έχει πολλά πλεονεκτήματα που γίνονται φανερά κατά την σχεδίαση των οδοντωτών τροχών.

Είναι απαραίτητο, για λόγους τυποποίησης οι οδοντωτοί τροχοί να έχουν εναλλαξιμότητα. Αυτό σημαίνει ότι ανεξάρτητα από τον αριθμό των οδόντων, όλοι οι οδοντωτοί τροχοί με τα ίδια χαρακτηριστικά (γωνία εξειλιγμένης και module) θα πρέπει να συνεργάζονται τόσο

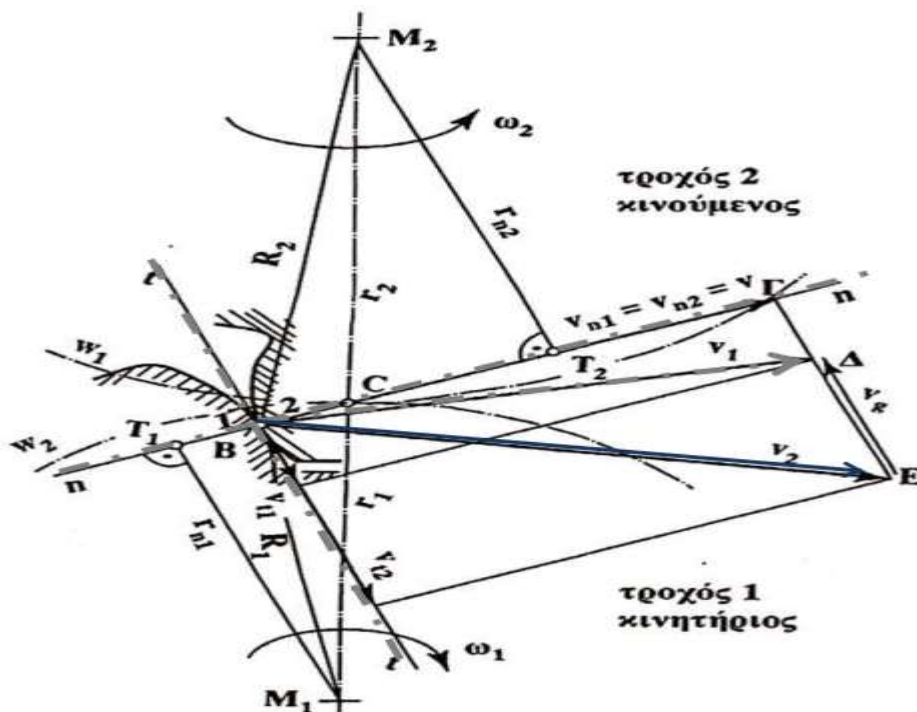
μεταξύ τους όσο και με τον οδοντωτό κανόνα που έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με αυτούς τους οδοντωτούς τροχούς.

Λόγω της εναλλαξιμότητας και της μοναδικότητας του κανόνα σε ένα δεδομένο οδοντωτό τροχό είναι φανερή η αντιστοιχία μεταξύ της κατανομής του οδόντος ενός οδοντωτού τροχού, της κατανομής του οδόντος του συνεργαζόμενου οδοντωτού τροχού, της τροχίας επαφών τους και της κατανομής του οδόντος του κανόνα.

Προϋπόθεση για την σωστή κανονική λειτουργία με ζεύγος οδοντωτών τροχών είναι μια σταθερή σχέση των γωνιακών ταχυτήτων του κινητηρίου και του κινούμενου τροχού, δηλαδή θα πρέπει να επιτυγχάνεται μία σταθερή σχέση μετάδοσης.

Για να μεταφερθεί η κίνηση από τον ένα οδοντωτό τροχό στον συνεργαζόμενο ομοίμορφα δηλαδή ο αρχικός κύκλος του ενός τροχού να κυλιέται χωρίς ολίσθηση πάνω στον αρχικό κύκλο του συνεργαζόμενου, θα πρέπει η κάθετος στο εκάστοτε σημείο επαφής των δύο συνεργαζόμενων κατανομών να περνάει από το σημείο (κέντρο) κύλισης C.

Στο σημείο επαφής B των συνεργαζόμενων κατανομών φέρουμε την κοινή εφαπτομένη tBt και πάνω σε αυτή την κάθετο nBn που τέμνει τη διάκεντρο M_1M_2 στο σημείο C. Η μεταφορά της δύναμης από τον ένα οδόντα στον άλλο μπορεί να γίνει μόνο κατά μήκος της ευθείας nBn.



Σχήμα 1.8: Βασικός νόμος της οδόντωσης [2]

Οι γωνιακές ταχύτητες των τροχών 1 και 2 είναι αντίστοιχα ω_1 και ω_2 . Αν θεωρήσουμε το σημείο B σαν σημείο του τροχού 1, τότε η περιφερειακή του ταχύτητα v_1 γύρω από το M_1 θα είναι:

$$v_1 = \omega_1 * M_1B = \omega_1 R_1 \quad (1.14)$$

Το σημείο όμως B ανήκει συγχρόνως και στον τροχό 2, οπότε η περιφερειακή του ταχύτητα γύρω από το M_2 θα είναι:

$$v_2 = \omega_2 * M_2B = \omega_2 R_2 \quad (1.15)$$

Για να υπάρχει συνεχής κύλιση των αρχικών κύκλων, πρέπει οι συνιστώσες v_{n1} και v_{n2} των v_1 και v_2 κατά τη διεύθυνση της κοινής καθέτου των κατατομών να είναι ίσες, δηλαδή:

$$v_{n1} = v_{n2} = v \quad (1.16)$$

Διότι αν $v_{n1} < v_{n2}$ τότε η κατατομή του τροχού 1 θα απομακρυνόταν από την κατατομή του τροχού 2 και θα έπαυε η επαφή.

Αν πάλι $v_{n1} > v_{n2}$ η μία κατατομή θα εισχωρούσε στην άλλη.

Και στις δύο περιπτώσεις θα είχαμε ολίσθηση του ενός αρχικού κύκλου πάνω στον άλλο.

Από την ομοιότητα των τριγώνων $B\Gamma\Delta - M_1T_1B$ και $B\Gamma E - M_2T_2B$ έχουμε:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{r_{n1}}{R_1} \quad \text{και} \quad \frac{v}{v_2} = \frac{r_{n2}}{R_2} \quad (1.17)$$

Με τις σχέσεις (1.14) και (1.15) λαμβάνουμε:

$$v = \omega_1 * r_{n1} = \omega_2 * r_{n2} \quad (1.18)$$

Από την ομοιότητα των τριγώνων CM_1T_1 και CM_2T_2 έχουμε:

$$\frac{r_{n1}}{r_{n2}} = \frac{r_1}{r_2} \quad (1.19)$$

Τελικά δε και με την σχέση (1.18) λαμβάνουμε:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (1.20)$$

Που είναι όμως η σταθερή σχέση μετάδοσης i .

Αν πάλι υποθέσουμε ότι η κάθετος στο σημείο επαφής των κατανομών δεν περνά από το σημείο C, αλλά τέμνει τη διάκεντρο M_1M_2 , κατά τη διάρκεια της εμπλοκής, πάντοτε σε διαφορετικά σημεία, τότε η σχέση μετάδοσης δεν θα ήταν σταθερή, αλλά θα μεταβαλλόταν κατά το λόγο των αποστάσεων των σημείων M_1 και M_2 από τις εκάστοτε τομές της καθέτου με τη διάκεντρο M_1M_2 . Το σημείο C, όπου η κοινή κάθετος των κατανομών συναντά τη διάκεντρο, συμπίπτει με το κέντρο κύλισης, δηλαδή με το σημείο επαφής των δύο αρχικών κύκλων.

Από τα παραπάνω προκύπτουν ορισμένα συμπεράσματα σχετικά με την κίνηση των κατατομών. Το διαφορετικό μέγεθος των συνιστωσών v_{t1} και v_{t2} της ταχύτητας σημαίνει ότι οι κατατομές κατά τη διάρκεια της συνεργασίας τους εκτός από την κίνηση κύλισης εκτελούν συγχρόνως και μια κίνηση ολίσθησης. Αυτό όμως δεν είναι μειονεκτικό. Αντίθετα μόνο έτσι δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για μια υδροδυναμική υγρή τριβή στις κατατομές.

Η σχετική ταχύτητα γίνεται μηδέν μόνο όταν το B συμπέσει με το C, διότι τότε οι ταχύτητες v_1 και v_2 συμπίπτουν και είναι ίσες. Οι συνιστώσες v_{t1} και v_{t2} θα είναι τότε επίσης ίσες. Αυτό σημαίνει ότι στην περιοχή του κύκλου κύλισης εμφανίζεται για σύντομο χρόνο καθαρή κύλιση και το στρώμα λιπαντικού διακόπτεται. Από το σημείο αυτό ξεκινά η καταστροφή της κατατομής λόγω κόπωσης του υλικού [2].

1.6 Οδοντώσεις

Υπάρχουν δύο είδη οδοντώσεων όπου χωρίζονται στις υποκατηγορίες τους:

Η πρώτη κατηγορία είναι οι κυκλοειδείς οδοντώσεις όπου μπορεί να είναι:

- Επικυκλοειδής
- Υποκυκλοειδής

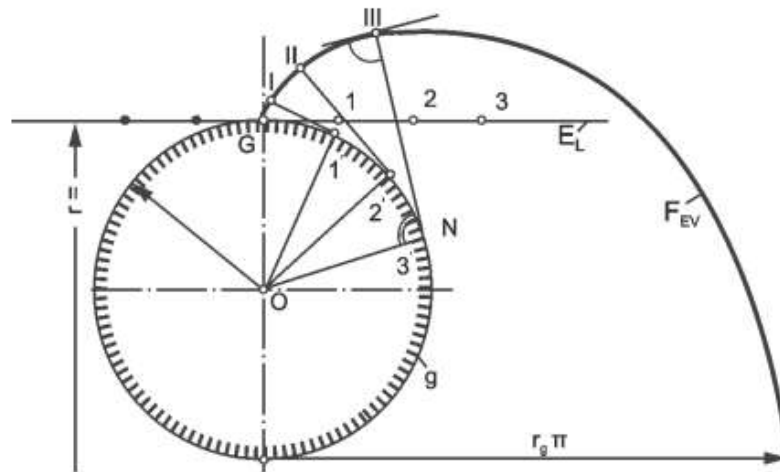
- Ορθοκυκλοειδής

Η δεύτερη κατηγορία είναι οι οδοντώσεις εξειλιγμένης όπου μπορεί να είναι:

- Εξειλιγμένης
- Εξειλιγμένης με μετατόπιση

1.6.1 Οδοντώσεις εξειλιγμένης

Η εξειλιγμένη είναι η καμπύλη που κατασκευάζεται από το σημείο μια ευθείας E_L η οποία κυλιέται πάνω σε ένα κύκλο, τον βασικό κύκλο g .



Σχήμα 1.9: Καμπύλη εξειλιγμένης [2]

Για να χαραχθεί η εξειλιγμένη παίρνουμε πάνω στην περιφέρεια g και στην ευθεία E_L ίσα τμήματα από το σημείο G . Οπότε φτιάχνουμε τα σημεία 1, 2, 3 και 1', 2', 3'. Με κέντρο το σημείο 3' και ακτίνα 3G καθώς και με κέντρο το G και ακτίνα 33' θα χαράξουμε δύο τόξα κύκλου. Το σημείο III της τομής τους είναι σημείο της ζητούμενης εξειλιγμένης. Η ευθεία 3III είναι κάθετος πάνω στην εξειλιγμένη, το σημείο 3' είναι το κέντρο καμπυλότητας για το σημείο III. Η εξειλιγμένη καμπύλη χρησιμοποιείται μόνο σχεδόν στη μηχανολογία για την κατατομή των οδόντων.

Οι οδοντώσεις εξειλιγμένης είναι οι επικρατέστερες αφού υπερτερούν προς τις άλλες οδοντώσεις. Κατασκευάζονται με μεγάλη ακρίβεια με ένα απλό εργαλείο, οι μικρές μεταβολές στην απόσταση των κέντρων των τροχών δεν τελούν πρόβλημα στις συνθήκες επαφής των οδόντων, η διεύθυνση της κάθετης δύναμης πάνω στην κατανομή παραμένει αμετάβλητη και σαν μειονέκτημα είναι ότι για μικρό αριθμό οδόντων οι κορυφές των οδόντων του μεγάλου τροχού υποσκάπτουν τη βάση των οδόντων του μικρού τροχού και εμφανίζονται οι υποκοπές.

Δηλαδή χειροτερεύουν οι συνθήκες επαφής και εξασθενίζει η βάση του οδόντα με επερχόμενο κίνδυνο να σπάσει [2].

2. Οδοντωτοί τροχοί με κεκλιμένη οδόντωση

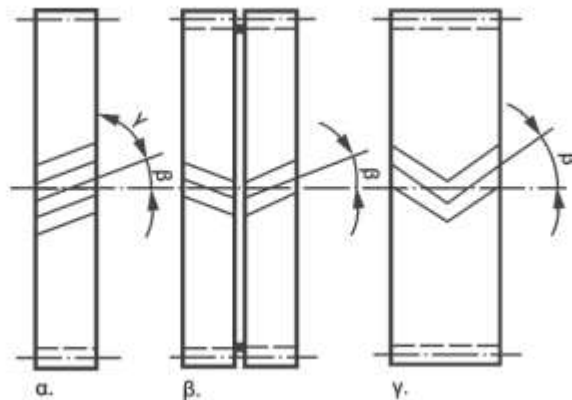
Στην παρούσα εργασία οι οδοντωτοί τροχοί που θα αναλύσουμε θα είναι με κεκλιμένη οδόντωση. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε σε μεγαλύτερο βαθμό τα βασικά χαρακτηριστικά των οδοντωτών τροχών με κεκλιμένη οδόντωση και γενικότερα το πώς λειτουργούν.

Οι οδοντωτοί τροχοί με κεκλιμένη οδόντωση ονομάζονται και ελικοειδής για το λόγο ότι μοιάζουν με έλικα, δηλαδή η πορεία της κατατομής των οδόντων είναι ελικοειδής. Όπου οι οδόντες σχηματίζουν με τον άξονα τους τη γωνία β . Για να μπορούν να συνεργάζονται ομοιόμορφα οι οδόντες των δύο τροχών (πινιόν και συνεργαζόμενος) θα πρέπει οι οδόντες του ενός να είναι δεξιόστροφοί και του άλλου αριστερόστροφοί άλλα και οι δύο να έχουν την ίδια γωνία κλίσης.

2.1 Κατηγορίες οδοντωτών τροχών

Οι κεκλιμένοι οδοντωτοί τροχοί μπορεί να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες:

- Απλή με κεκλιμένη οδόντωση
- Διπλή κεκλιμένη οδόντωση
- Οδόντωση μορφής βέλους



Σχήμα 2.1: Είδη κεκλιμένης οδόντωσης [4]

Η γωνία β παίζει μεγάλο λόγο ώστε να μην εμφανίζονται μεγάλες αξονικές δυνάμεις και να γίνεται πιο ομαλή η λειτουργία του μειωτήρα. Έτσι για αυτό το λόγο η γωνία β παίρνει τις παρακάτω τιμές ανάλογα με το πια κατηγορία οδόντωσης χρησιμοποιείται:

- Για απλή και διπλή κεκλιμένη οδόντωση: $\beta=8^\circ \dots 25^\circ$
- Για οδόντωση μορφής βέλους: $\beta=30^\circ \dots 45^\circ$

2.2 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα

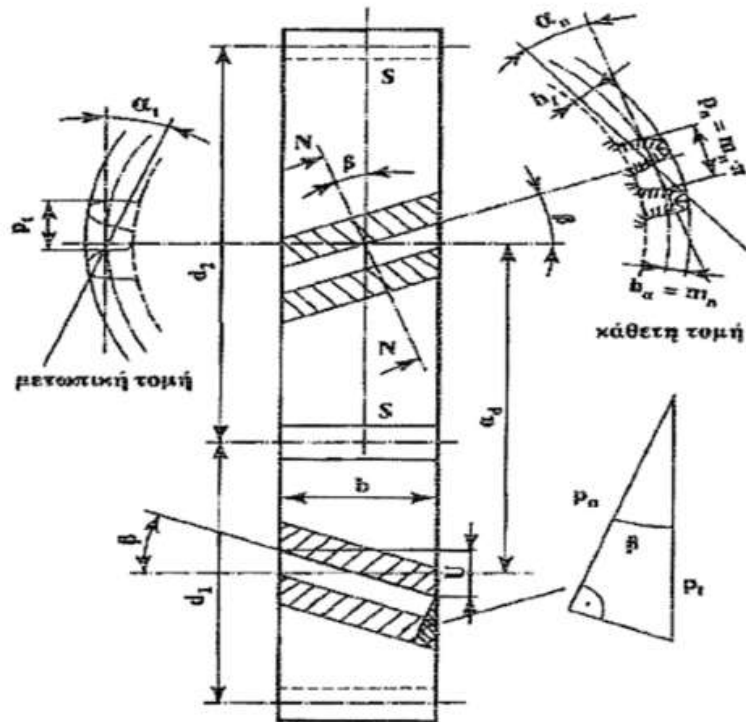
Τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν οι τροχοί με κεκλιμένη οδόντωση σε σχέση με τους άλλους οδοντωτούς τροχούς είναι ότι μπορούν να δέχονται μεγαλύτερα φορτία, εργάζονται πιο αθόρυβα και επομένως πιο ήρεμα από τους ευθείς οδοντωτούς τροχούς. Αυτό γίνεται γιατί η εμπλοκή των οδόντων γίνεται βαθμιαία και επιπλέον βρίσκονται συγχρόνως σε επαφή περισσότεροι οδόντες άρα έχουμε μεγαλύτερο βαθμό επικάλυψης. Και είναι κατάλληλοι να λειτουργούν σε μεγαλύτερους βαθμούς απόδοσης.

Τώρα σαν μειονέκτημα έχουν ότι χρειάζονται περισσότερη λίπανση για να αποτρέπεται η επαφή ανάμεσα στις μεταλλικές επιφάνειες που έρχονται σε επαφή. Επίσης λόγω της κλίσης παράγεται ένα πλευρικό αξονικό φορτίο και κατά συνέπεια είναι απαραίτητη η χρήση εδράνων κύλισης για την απορρόφηση αυτών των αξονικών δυνάμεων που εμφανίζονται.

Επομένως λόγω της εξουδετέρωσης της αξονικής δύναμης με τη χρήση των κεκλιμένων οδοντωτών τροχών και τον υψηλό βαθμό απόδοσης που μπορούν να εργασθούν, χρησιμοποιούνται κυρίως σε μεγάλες καταπονήσεις όπως μειωτήρες γενικής χρήσης, μειωτήρες πλοίων, μειωτήρες εργαλειομηχανών και οχημάτων.

2.3 Τομές στην κεκλιμένη οδόντωση

Στη κεκλιμένη οδόντωση έχουμε δύο τομές την μετωπική και την κάθετη τομή. Η μετωπική τομή S-S είναι κάθετη προς τον άξονα του τροχού που είναι προσδιοριστική για τις συνθήκες επαφής και η κάθετη τομή N-N κάθετα προς τη διεύθυνση του οδόντα, που είναι προσδιοριστική για την κατασκευή και το κοπτικό εργαλείο της οδόντωσης [2].



Σχήμα 2.2: Μετωπική και κάθετη τομή στην κεκλιμένη οδόντωση [4]

2.4 Βασικά χαρακτηριστικά μεγέθη

Στην κεκλιμένη οδόντωση των δύο τομών που φαίνονται και στο πιο πάνω Σχήμα 2.2 έχουμε δύο modul. Το modul m_n όπου είναι στην κάθετη τομή και το modul m_t όπου είναι στην μετωπική τομή. Το modul της κάθετης τομής χρειάζεται τυποποίηση μετά από την εύρεση του από τη σχέση (2.1) από το πίνακα 1.2, το modul στην μετωπική τομή δεν θα χρειαστεί τυποποίηση και υπολογίζεται από την σχέση (1.5) όπως και στους τροχούς με ευθείς οδόντες.

Το modul στην κάθετη τομή υπολογίζεται:

$$m_n = \cos \beta * m_t \quad (2.1)$$

$$\cos \beta = \frac{m_n}{m_t} = \frac{p_n}{p_t} \quad (2.2)$$

Επίσης το **βήμα p** και η **γωνία επαφής alpha** υπάρχουν και στις δύο τομές και χωρίζονται με τα γράμματα n και t για την κάθετη τομή και μετωπική τομή αντίστοιχα:

$$\cos \beta = \frac{\tan a_n}{\tan a_t} \quad (2.3)$$

Όπου η γωνία επαφής στην μετωπική τομή είναι μεγαλύτερη από την γωνία επαφής στην κάθετη τομή:

$$a_t > a_n = 20^\circ \quad (2.4)$$

Επίσης διαφέρουν και τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά μεγέθη από την ευθεία οδόντωση.

Διάμετρος αρχικού κύκλου:

$$d = z * m_t = z * \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (2.5)$$

Διάμετρος βασικού κύκλου:

$$d_b = d * \cos \alpha = z * \frac{m_n * \cos a_t}{\cos \beta} \quad (2.6)$$

Διάμετρος κύκλου κεφαλής για $h_a = m_n$ (όπως και στην ευθεία οδόντωση):

$$d_a = d + 2 * h_a = d + 2 * m_n = m_n * \left(\frac{z}{\cos \beta} + 2 \right) \quad (2.7)$$

Διάμετρος κύκλου πόδα για $h_f = 1.25 * m_n$ (όπως και στην ευθεία οδόντωση):

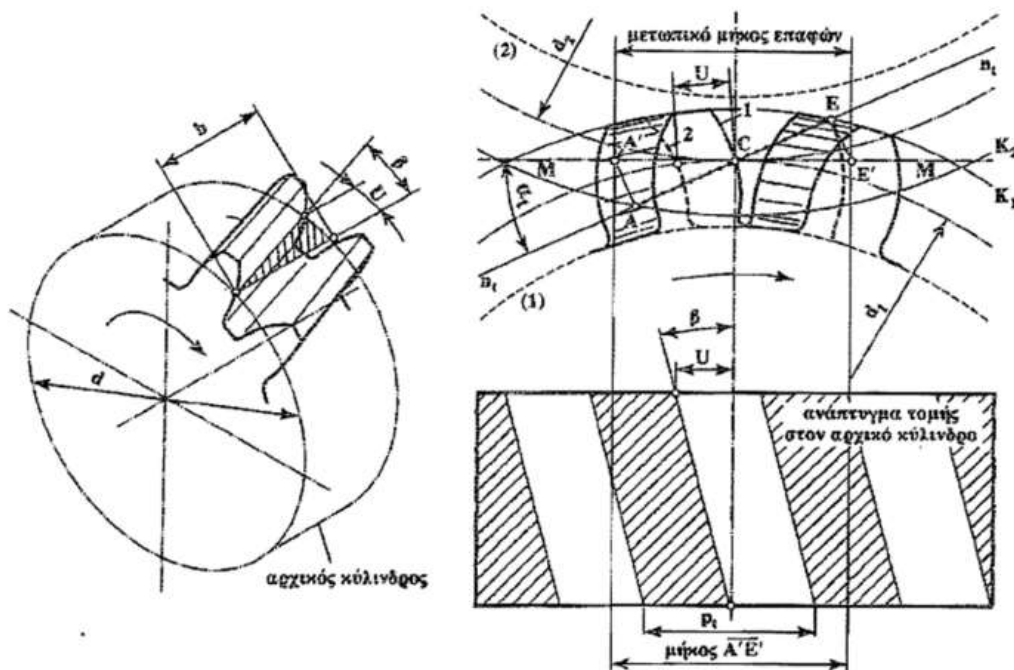
$$d_f = d - 2 * h_f = d - 2.5 * m_n \quad (2.8)$$

Απόσταση αξόνων του ζεύγους των τροχών:

$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t * (z_1 + z_2)}{2} = \frac{m_t * (z_1 + z_2)}{2 * \cos \beta} \quad (2.9)$$

Λόγω της κλίσης σε αυτές τις οδοντώσεις υπάρχει μια μετατόπιση από την αρχή προς το τέλος της κατατομής του οδόντα που ονομάζεται μετάθεση U:

$$U = b * \tan \beta \quad (2.10)$$



Σχήμα 2.3: Μετάθεση U και συνθήκες εμπλοκής [4]

2.5 Βαθμός επικάλυψης

Στου τροχούς με κεκλιμένη οδόντωση έχουμε δύο είδη βαθμού επικάλυψης:

Τον μετωπικό βαθμό επικάλυψης ε_a :

$$\varepsilon_a = \frac{g_a}{p_{et}} = \frac{0.5 * (\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2}) - a_d * \sin a_t}{\pi * m_t * \cos a_t} \quad (2.11)$$

Το βαθμό επικάλυψης λόγω κλίσης ε_β :

$$\varepsilon_\beta = \frac{U}{p_t} = \frac{b * \tan \beta}{m_t * \pi} = \frac{b * \sin \beta}{m_n * \pi} \quad (2.12)$$

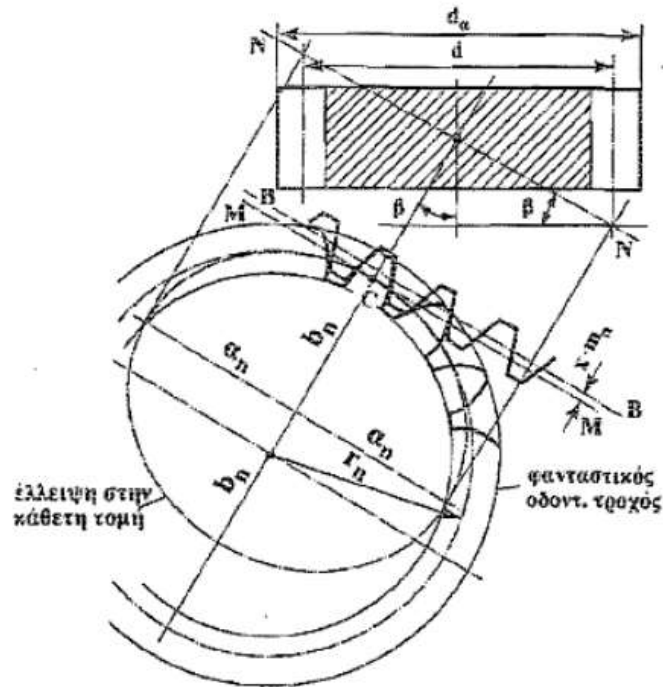
Όπου θα πρέπει $\varepsilon_\beta \geq 1$.

Και ο ολικός βαθμός επικάλυψης στην κεκλιμένη οδόντωση είναι:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (2.13)$$

2.6 Φανταστική οδόντωση

Είναι δυνατόν για καθαρά υπολογιστικούς λόγους σε τροχούς με ελικοειδής οδόντες να ανάγουμε έναν φανταστικό οδοντωτό τροχό με ευθείς οδόντες. Ο τροχός αυτός θα πρέπει να διέρχεται από το σημείο C και θα έχει διάμετρο φανταστικού αρχικού κύκλου d_n και φανταστικό αριθμό οδόντων z_n .



Σχήμα 2.4: Φανταστικός οδοντωτός τροχός με ευθείς οδόντες [4]

Η διάμετρος του φανταστικού κύκλου:

$$d_n = 2 * r_n = z_n * m_n \quad (2.14)$$

Ο φανταστικός αριθμός οδόντων:

$$z_n \approx \frac{z}{\cos \beta^3} \quad (2.15)$$

Για την εμφάνιση υποκοπών ευθύνεται ο φανταστικός αριθμός οδόντων. Οι οδοντωτοί τροχοί με ελικοειδή οδόντωση μπορούν να κατασκευασθούν με πιο μικρό αριθμό δοντιών σε σύγκριση με τους τροχούς ευθείας οδόντωσης.

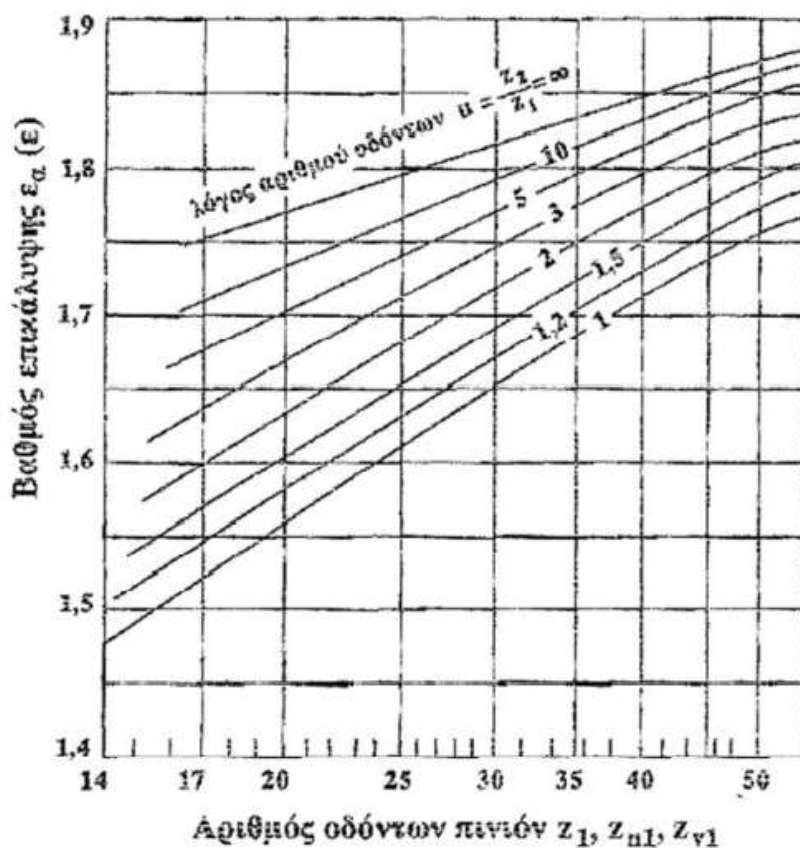
Ο θεωρητικά ελάχιστος αριθμός δοντιών:

$$z = z_n * \cos \beta^3 = 17 * \cos \beta^3 \quad (2.16)$$

Και ο πρακτικά ελάχιστος αριθμός οδόντων:

$$z = z_n * \cos \beta^3 = 14 * \cos \beta^3 \quad (2.17)$$

Με τη φανταστική οδόντωση μπορούμε επίσης να προσδιορίσουμε και το μετωπικό βαθμό επικάλυψης με τη βοήθεια του Σχήματος 2.5 που ακολουθεί:



Σχήμα 2.5: Κατά προσέγγιση υπολογισμός του βαθμού επικάλυψης [5]

Με την τιμή ϵ που παίρνουμε από το Σχήμα 2.5 για να υπολογίσουμε το βαθμό επικάλυψης χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$\epsilon_\alpha = \epsilon * \cos \beta^2 \quad (2.18)$$

Ο βαθμός επικάλυψης λόγω κλίσης ε_β δεν επηρεάζεται από τη φανταστική οδόντωση και υπολογίζεται από τη σχέση (2.12) που αναφέραμε πιο πάνω.

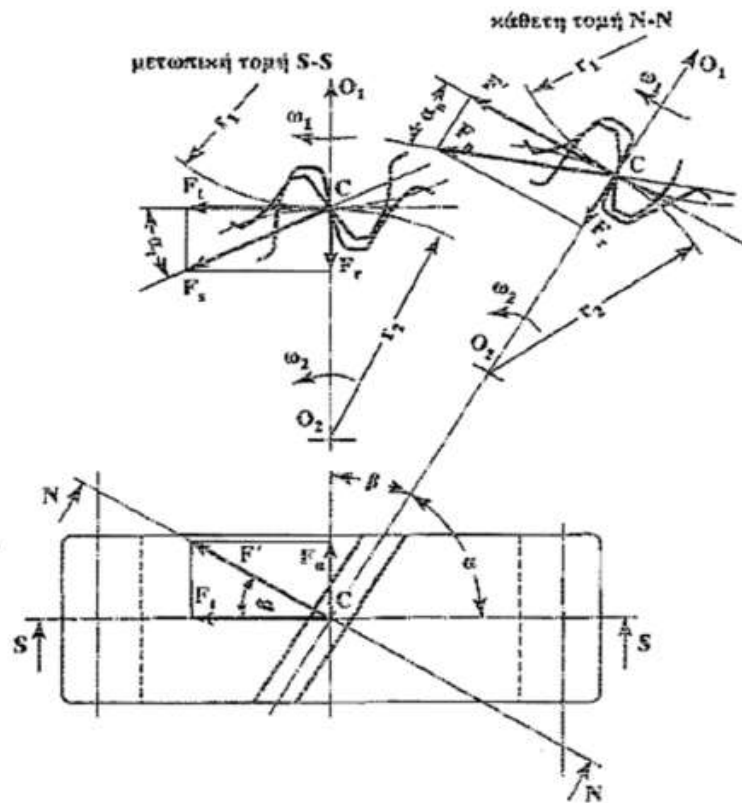
2.7 Δυνάμεις

Η κάθετος δύναμη στον οδόντα F_n περνάει από το σημείο κύλισης C και εκτιμάται ότι ασκείται στη μέση του πλάτους του οδόντα, όπως συμβαίνει και στους οδοντωτούς τροχούς με ευθεία οδόντωση.

Η δύναμη F_n τέμνει τον άξονα του τροχού υπό γωνία $90^\circ - \beta$. και επομένως αναλύεται σε τρεις κάθετες συνιστώσες μεταξύ τους:

- Την περιφερειακή δύναμη F_t
- Την ακτινική δύναμη F_r
- Την αξονική δύναμη F_a

Οι δυνάμεις κατανέμονται ίσα με αντίθετη φορά. Η περιφερειακή δύναμη F_{t1} ασκείται στη μετωπική τομή S-S πάνω στο πινión αντίθετα προς τη διεύθυνση περιστροφής και η περιφερειακή δύναμη F_{t2} στον συνεργαζόμενο τροχό. Οι ακτινικές δυνάμεις F_{r1} και F_{r2} έχουν διεύθυνση προς τα κέντρα των αντίστοιχων τροχών τους. Οι αξονικές δυνάμεις F_{a1} και F_{a2} στους αντίστοιχους τροχούς πινión και συνεργαζόμενος, έχουν αξονική διεύθυνση που εναπόκειται από τη γωνία κλίσης β των οδόντων [2].



Σχήμα 2.6: Δυνάμεις στην κεκλιμένη οδόντωση [4]

Οι σχέσεις για τον υπολογισμό των δυνάμεων στην κεκλιμένη οδόντωση ακολουθούν πιο κάτω:

Περιφερειακή δύναμη:

$$F_t = \frac{2000 * T}{d} \quad (2.19)$$

Όπου T είναι η ροπή στρέψης σε Nm:

$$T = \frac{9550 * P}{n} \quad (2.20)$$

και P να είναι η μεταφορά ισχύς και n η στροφές του τροχού.

Ακτινική δύναμη:

$$F_r = F' * \tan a_n = \frac{F_t * \tan a_n}{\cos \beta} \quad (2.21)$$

Αξονική δύναμη:

$$F_a = F_t * \tan \beta \quad (2.22)$$

2.8 Εκλογή κύριων στοιχείων

Για την εκλογή των κύριων στοιχείων για τους δύο τροχούς υπάρχουν τρεις περιπτώσεις τις οποίες μπορούμε να εξακολουθήσουμε:

- Με τη διάμετρο του άξονα d_{sh}
- Όταν έχουμε την ισχύ θα πάμε κατευθείαν στη σχέση για την διάμετρο του 1^{ου} τροχού
- Από την απόσταση αξόνων

Για την παρούσα εργασία θα μας απασχολήσει η δεύτερη περίπτωση καθώς έχουμε την ισχύς εισόδου, όπως θα αναλυθούν στο επόμενο κεφάλαιο.

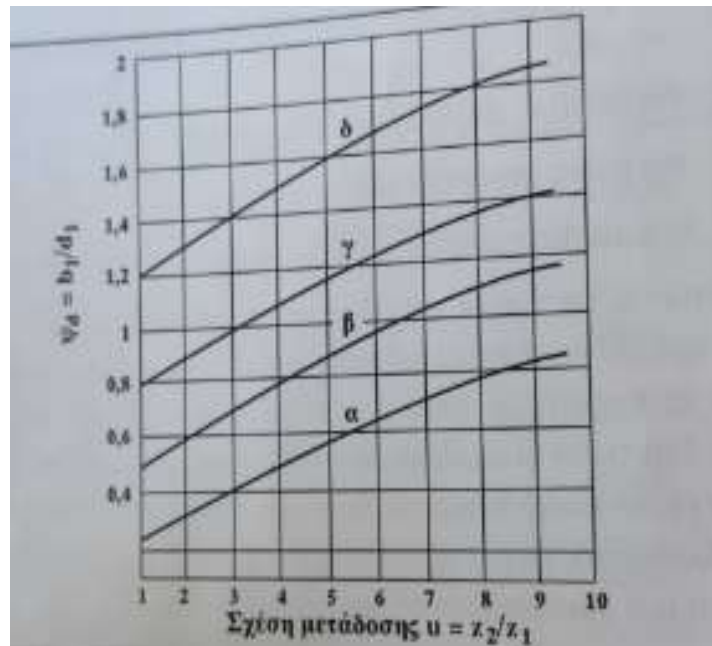
Η σχέση της αρχικής διαμέτρου από τη περίπτωση 2 είναι η σχέση (2.23) που ακολουθεί:

$$d_1 \approx \frac{9500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{T_1 * \sigma_{Hl}}{\Psi_d} * \frac{u + 1}{u}} \approx \frac{20500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{P_1 * \sigma_{Hl}}{\Psi_d * n_1} * \frac{u + 1}{u}} \quad (2.23)$$

Όπου:

- T_1 η ροπή στρέψης στον κινητήριο τροχό σε Nm
- P_1 η ισχύς προς μεταφορά από τον κινητήριο τροχό σε kW
- Ψ_d ο λόγος πλάτους οδόντα προς διάμετρο τροχού (εκλογή από Σχήμα ())
- σ_{Hl} η αντοχή της κατανομής του οδόντα σε πίεση επιφανείας, συναρτήσσει του υλικού
- u ο λόγος αριθμού των οδόντων (σχέση μετάδοσης)
- n_1 ο αριθμός στροφών του κινητήριου τροχού RPM

Ο λόγος πλάτος οδόντα προς διάμετρο τροχού Ψ_d εκλέγεται από το παρακάτω Σχήμα (2.7) με βάση τη σχέση μετάδοσης.



Σχήμα 2.7: Εκλογή Ψ_d [2]

Στο Σχήμα (2.7) βλέπουμε 4 διαφορετικές καμπύλες όπου η κάθε μία αντιστοιχεί σε διαφορετικά είδη τροχών με βάση τις στροφές τους.

- Καμπύλη α τροχοί κιβωτίων αλλαγής στροφών και τροχοί με μικρό αριθμό στροφών
- Καμπύλη β τροχοί μεσαίων ταχυτήτων
- Καμπύλη γ τροχοί μεγάλων ταχυτήτων με υψηλή διάρκεια ζωής
- Καμπύλη δ τροχοί μεγάλων ταχυτήτων με ύψιστη διάρκεια ζωής

Η κατασκευή της οδόντωσης και η έδραση των αξόνων εξαρτώνται από το ψ_m όπου

- $\psi_m \approx 8 \dots 10$ για χυτούς ακατέργαστους οδόντες
- $\psi_m \approx 10 \dots 15$ για κατεργασμένους οδόντες και κανονική έδραση
- $\psi_m \approx 15 \dots 30$ για κατεργασμένους οδόντες παράλληλη έδραση
- $\psi_m > 30$ για άριστη ποιότητα οδόντωσης και έδραση σταθερή μεγάλης ακρίβειας

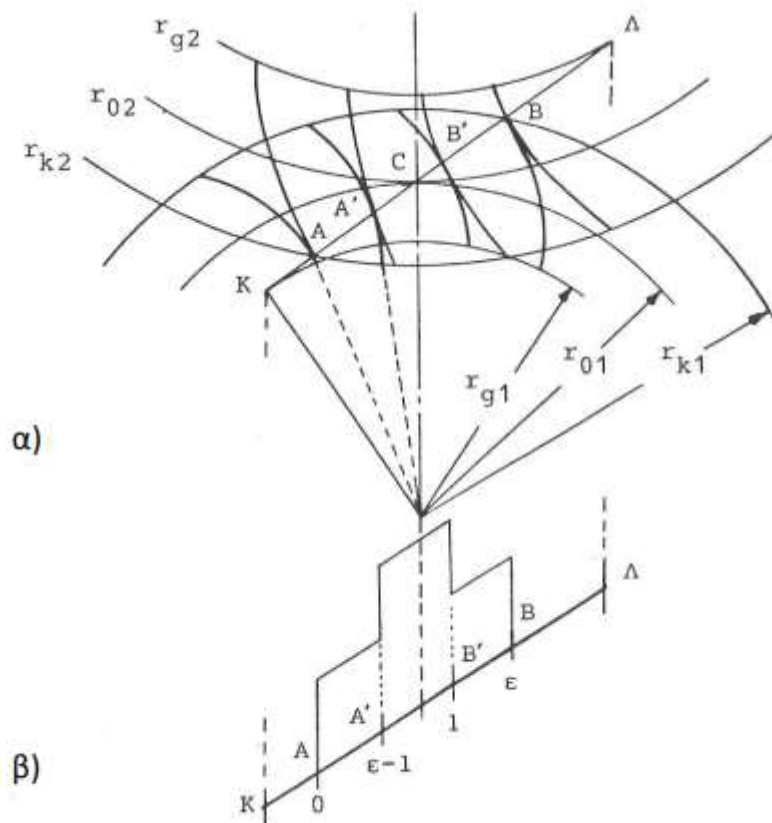
Για τον υπολογισμό του πλάτους του κινητήριου τροχού (πινιόν) θα χρειαστούμε για τον υπολογισμό τα ψ_d και ψ_m που αναλύσαμε πιο πάνω.

Στην συνέχεια της επόμενης ενότητας θα γίνουν οι υπολογισμοί για τα 5 ζεύγη τροχών που θα αναλύσουμε στην παρούσα εργασία για υπολογισμό του οδόντα σε θραύση και στην συνέχεια θα συγκριθούν με τα αποτελέσματα που θα μας δώσει το πρόγραμμα.

3. Σημείο μέγιστης φόρτισης κατά τη συνεργασία οδόντων (HPSTC)

Το σημείο μέγιστης φόρτισης θα πρέπει να υπολογιστή έτσι ώστε να έχουμε όσο καλύτερα και πραγματικά αποτελέσματα στην σύγκριση που θα κάνουμε στο τέλος από τα πραγματικά αποτελέσματα που θα μας δώσει το πρόγραμμα σε σχέση με τα αποτελέσματα που θα υπολογίσουμε εμείς στην συνέχεια της εργασίας μας.

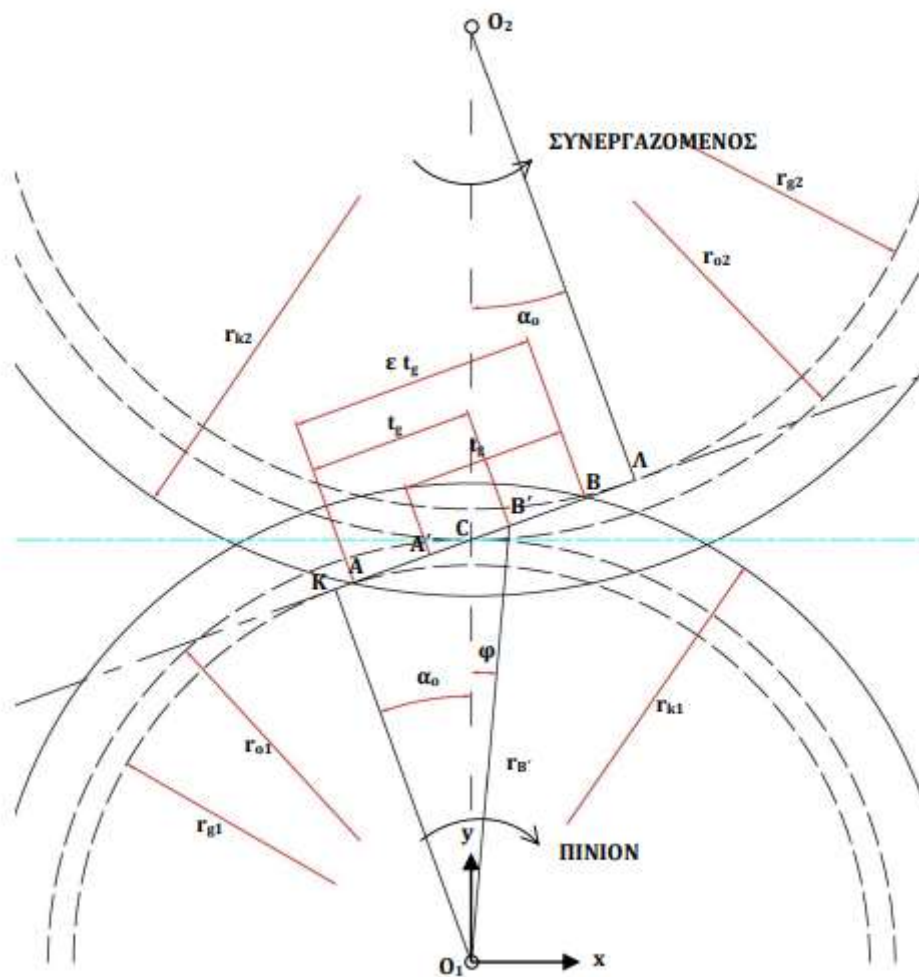
Έχει εξακριβωθεί ότι στον κύκλο κεφαλής η δύναμη F δε παίρνει την μέγιστη τιμή της. Έχει ευρεθεί από το σχήμα 3.1 ότι στο διάστημα $A'B'$ του τμήματος επαφών εργάζεται μόνον ένας οδόντας από κάθε τροχό, ενώ στα διαστήματα AA' και BB' εργάζονται συγχρόνως από δύο οδόντες σε κάθε τροχό πράγμα που κάνει την συνεργασία των δύο τροχών πιο ομαλή και στο σημείο $A'B'$ εμφανίζεται και αναπτύσσεται το μέγιστο φορτίο του οδόντος. Με τη συνεργασία μόνο ενός οδόντα από κάθε τροχό έχουμε ως αποτέλεσμα μεγαλύτερες τάσεις και καταπονήσεις [1],[6].



Σχήμα 3.1: α) Συνεργαζόμενες κατανομές τροχών βαθμίδας,

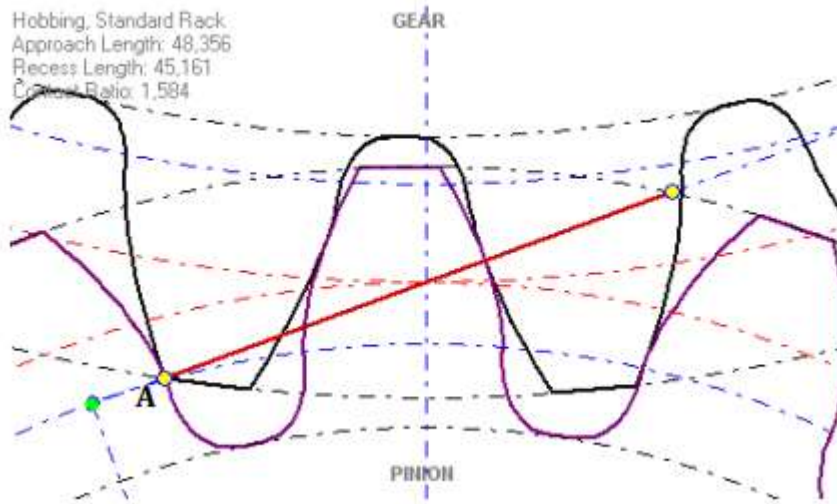
β) Θέσεις αλλαγής του φορτίου οδόντος

Έτσι η μεγαλύτερη καμπτική τάση εμφανίζεται όταν η φόρτιση γίνεται σε ένα ειδικό σημείο και όχι στην κεφαλή του δοντιού, αυτό το σημείο μπορεί να προσδιοριστεί πρόχειρα στο 1/3 της κεφαλής του δοντιού. Όμως όπως αναφέραμε και στην αρχή της ενότητας αυτής ο σωστός υπολογισμός του σημείου θα μας δώσει και καλύτερα αποτελέσματα. Το σημείο αυτό ονομάζεται σημείο μέγιστης φόρτισης κατά τη συνεργασία οδόντων (Highest Point of Tooth Contact – HPSTC). Η θέση του σημείου αυτού εξαρτάται από τη βασική γεωμετρία των οδοντώσεων όπως φαίνεται και στο σχήμα 3.2.

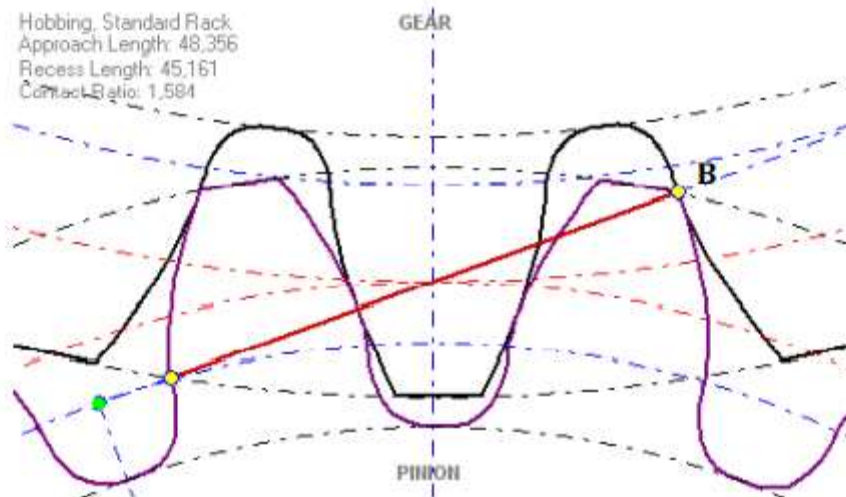


Σχήμα 3.2: Γεωμετρικός προσδιορισμός του HPSTC

Η επαφή αρχικά ξεκινά στο σημείο A όπως φαίνεται στο σχήμα 3.3, όπου ο πόδας του πινιόν έρχεται σε επαφή με την κεφαλή του συνεργαζόμενου τροχού και τελειώνει στο σημείο B, όπως σχήμα 3.4, όπου και είναι το τελευταίο σημείο της συνεργασίας τους.



Σχήμα 3.3: Αρχή συνεργασίας οδόντων - Σημείο A



Σχήμα 3.4: Τέλος συνεργασίας οδόντων - Σημείο B

Με τη βοήθεια του σχήματος 3.2 μπορούμε να προσδιορίσουμε τις συντεταγμένες του σημείου μέγιστης φόρτισης (HPSTC):

Η απόσταση AB ισούται με:

$$AB = \epsilon t_g = AC + CB \quad (3.1)$$

και έχουμε:

$$AB = \sqrt{(r_{o2} + m)^2 - r_{o2}^2 * \cos(a_0)^2} + \sqrt{(r_{o1} + m)^2 - r_{o1}^2 * \cos(a_0)^2} - (r_{o1} + r_{o2}) * \sin(a_0) \quad (3.2)$$

Το σημείο Β' είναι το σημείο μέγιστης φόρτισης. Στα διαστήματα ΑΑ' και Β'Β δύο ζεύγη οδόντων μεταφέρουν τη φόρτιση, ενώ στο διάστημα Α'Β' μόνο ένα ζεύγος οδόντων τη μεταφέρει. Τα μήκη ΑΒ' και Α'Β είναι ίσα με το βήμα της οδοντώσεως στον βασικό κύκλο t_g και έτσι η θέση του μέγιστου σημείου φόρτισης προσδιορίζεται ως εξής:

$$AC = \sqrt{(r_{o2} + m)^2 - r_{o2}^2 * \cos(a_0)^2} - r_{o2} * \sin(a_0) \quad (3.3)$$

$$CB' = AB' - AC = t_g - AC = \pi * m * \cos(a_0) - AC \quad (3.4)$$

Χρησιμοποιώντας το τρίγωνο $O_1B'C$ η ακτίνα r_B μπορεί να προσδιοριστεί από τη σχέση:

$$r_{B'} = \sqrt{r_{o1}^2 + CB'^2 - 2 * r_{o1} * CB' * \cos(a_0 + 90)} \quad (3.5)$$

Οι συντεταγμένες x και y του σημείου Η είναι:

$$(x, y) = (r_{B'} * \sin \varphi, r_{B'} * \cos \varphi) \quad (3.6)$$

4. Μεθοδολογία και Υπολογισμοί

4.1 Μεθοδολογία

Για την υλοποίηση της παρούσας εργασίας έγινε μια εκτενής μελέτη γύρω από το αντικείμενο περί των οδοντωτών τροχών όπου αναλύθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια τα γενικά χαρακτηριστικά τους. Με περισσότερη στόχευση στους οδοντωτούς τροχούς με κεκλιμένη οδόντωση που αφορούν το κύριο κομμάτι της εργασίας.

Στην συνέχεια θα ακολουθήσουν οι υπολογισμοί που χρειάστηκαν να γίνουν με τα δεδομένα που επιλέξαμε να έχουμε και ακολούθως τα βήματα που έγιναν για τους υπολογισμούς των τροχών στα προγράμματα που δουλέψαμε. Τα οποία είναι το Autodesk Inventor Professional 2022 για την κατασκευή των τροχών και απομόνωση του ενός δοντιού από κάθε τροχό. Και στην συνέχεια το Autodesk Inventor Nastran 2022 για την χρήση των πεπερασμένων στοιχείων για να πάρουμε τα αποτελέσματα τα οποία θα συγκριθούν με τα αποτελέσματα που έγιναν από τους υπολογισμούς που πραγματοποιήσαμε.

4.2 Υπολογισμοί

Πρώτο ζεύγος τροχών με:

- $z_1 = 21$
- $z_2 = 30$
- $b = 20 \text{ mm}$
- $P = 10 \text{ kW}$
- Υλικό κατασκευής τροχών χάλυβας St-50
- $n = 500 \text{ rpm}$

Για τον υπολογισμό της αρχικής διαμέτρου του κινητήριου τροχού θα χρησιμοποιήσουμε την σχέση (2.23) :

$$d_1 = \frac{20500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{P * \sigma_{Hl}}{\Psi_d * n} * \frac{u + 1}{u}}$$

- $\sigma_{Hl} = 370 \frac{N}{\text{mm}^2}$
- $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{30}{21} = 1.43$
- $\Psi_d = 0.5$ από Σχήμα 2.7

Από σχέση (2.23):

$$d_1 = \frac{20500}{370} * \sqrt[3]{\frac{10*370}{0.5*500} * \frac{1.43+1}{1.43}} \rightarrow d_1 = 162.33 \text{ mm} \quad (4.1)$$

Για τον υπολογισμό του modul στη μετωπική τομή:

$$m_t = \frac{d_1}{z_1} = \frac{162.33}{21} = 7.73 \text{ mm} \quad (4.2)$$

Το modul στην κάθετη τομή:

$$m_n = m_t * \sin \beta = 7.73 * \sin 20 = 7.26 \text{ mm} \quad (4.3)$$

- Η γωνία κλίσης β εκλέγεται ίση με 20° για απλή και διπλή κεκλιμένη οδόντωση.

Η γωνία επαφής a_n στην κάθετη τομή είναι 20° .

Άρα από τη σχέση (4.3) βρίσκουμε την γωνία επαφής στην μετωπική τομή:

$$\cos \beta = \frac{\tan a_n}{\tan a_t} \quad (4.4)$$

$$\tan a_t = \frac{\tan a_n}{\cos \beta} = \frac{\tan 20}{\cos 20} = 0.387 \quad (4.5)$$

$$\tan a_t = 0.387 \rightarrow a_t = 21.16^\circ \quad (4.6)$$

Για το modul στην κάθετη τομή θα χρειαστεί αν δεν είναι τυποποιημένο να το εκλέξουμε από πίνακα 1.2:

$$m_n = 8 \text{ mm} \quad (4.7)$$

Ακολούθως ξανά γίνεται υπολογισμός για το modul στην μετωπική τομή και για τη νέα αρχική διάμετρο:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{8}{\cos 20} = 8.51 \text{ mm} \quad (4.8)$$

$$d_1 = m_t * z_1 = 8.51 * 21 = 178.71 \text{ mm} \quad (4.9)$$

Για την διάμετρο του συνεργαζόμενου τροχού:

$$d_2 = m_t * z_2 = 8.51 * 30 = 255.3 \text{ mm} \quad (4.10)$$

Για τον έλεγχο αντοχής σε θραύση έχουμε:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b * m_n} * K_A * K_v * K_{Fa} * Y_{Fa} * Y_{Sa} * Y_\epsilon * Y_\beta \leq \sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Fl}}{S_F} \quad (4.11)$$

Η περιφερειακή δύναμη υπολογίζεται ακολούθως:

$$F_t = \frac{2000 * T_1}{d_1} \quad (4.12)$$

$$T_1 = 9550 * \frac{P}{n} \quad (4.13)$$

Άρα από τις σχέσεις (4.12) και (4.13):

$$F_t = \frac{2000 * 9550 * P}{d_1 * n} = \frac{2000 * 9550 * 10}{178.71 * 500} = 2137.54 \text{ N} \quad (4.14)$$

Συντελεστής εφαρμογής από πίνακα 8.1:

$$K_A = 1.25 \quad (4.15)$$

Συντελεστής δυναμικών καταπονήσεων από υπολογισμούς και σχήματα:

$$K_v = 1.07 \quad (4.16)$$

- $u = \frac{\pi * d_1 * n}{60000} = \frac{3.14 * 178.71 * 500}{60000} = 4.68$
- εκλέγουμε ποιότητα 8 από σχήμα 8.1
- $\frac{u * z_1}{100} = \frac{4.68 * 21}{100} = 0.98$ από σχήμα 8.2 βρίσκουμε το συντελεστή δυναμικών καταπονήσεων

Μετωπικός συντελεστής κατανομής φορτίου για θραύση:

$$K_{Fa} = 1 \quad (4.17)$$

Συντελεστής μορφής από υπολογισμούς και σχήμα 8.3:

$$Y_{Fa1} = 2.7 \quad (4.18)$$

- Για φανταστικό αριθμό οδόντων:

$$z_{n1} = \frac{z_1}{\sin(\beta)^3} = \frac{21}{\sin(20)^3} = 25.31 \quad (4.19)$$

Ο συντελεστής μορφής υπολογίζεται ξεχωριστά για το συνεργαζόμενο τροχό όπου:

$$Y_{Fa2} = 2.5 \quad (4.20)$$

$$z_{n2} = \frac{z_2}{\sin(\beta)^3} = \frac{30}{\sin(20)^3} = 36.15 \quad (4.21)$$

Συντελεστής διόρθωσης της τάσης από σχήμα 8.4:

$$Y_{sa1} = 1.65 \quad (4.22)$$

Ο συντελεστής διόρθωσης της τάσης υπολογίζεται ξεχωριστά για το συνεργαζόμενο τροχό όπου:

$$Y_{sa2} = 1.73 \quad (4.23)$$

Συντελεστής επικάλυψης υπολογίζεται από τη σχέση (4.24):

$$Y_\varepsilon = 0.25 + \frac{0.75}{\varepsilon_\alpha} = 0.25 + \frac{0.75}{1.46} \quad (4.24)$$

- $\varepsilon_\alpha = \varepsilon * \cos(\beta)^2 = 1.65 * \cos(20)^2 = 1.46$
- $\varepsilon=1.65$ από σχήμα 2.5

Συντελεστής κλίσης Y_β υπολογίζεται από τη σχέση (4.25):

$$Y_{\beta} = 1 - \varepsilon_{\beta} * \frac{\beta}{120} = 1 - 1.77 * \frac{20}{120} = 0.71 \quad (4.25)$$

- $\varepsilon_{\beta} = \frac{b * \sin(\beta)}{m_n * \pi} = \frac{129.78 * \sin(20)}{8 * 3.14} = 1.77$

Από την σχέση (4.11) για την τάση στο πόδα του οδόντα έχουμε:

$$\sigma_{F1} = \frac{2137.54}{20 * 8} * 1.25 * 1.07 * 1 * 2.7 * 1.65 * 0.76 * 0.71 = 42.95 \quad (4.26)$$

$$\frac{N}{mm^2}$$

Και

$$\sigma_{F2} = \frac{2137.54}{124.78 * 8} * 1.25 * 1.07 * 1 * 2.5 * 1.73 * 0.76 * 0.71 = 41.7 \quad (4.27)$$

$$\frac{N}{mm^2}$$

Όπου η τάση στο πόδα του οδόντα θα πρέπει να είναι μικρότερη από την επιτρεπόμενη τάση στον πόδα σ_{FP} όπου:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{Fl}}{S_F} = \frac{320}{1.6} = 200 \frac{N}{mm^2} \quad (4.28)$$

- $\sigma_{Fl} = 320 \frac{N}{mm^2}$ από το υλικό που επιλέξαμε
- Συντελεστής ασφαλείας $S_F = 1.6$

Η ακτινική δύναμη:

$$F_r = \frac{F_t \cdot \tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)} = \frac{2137.54 \cdot \tan(20)}{\cos(20)} = 827.93 \text{ N} \quad (4.29)$$

Η αξονική δύναμη:

$$F_a = F_t \cdot \tan(\beta) = 2137.54 \cdot \tan(20) = 778 \text{ N} \quad (4.30)$$

Η απόσταση των αξόνων:

$$a_d = \frac{m_t \cdot (z_1 + z_2)}{2} = \frac{8.51 \cdot (21 + 30)}{2} = 217.01 \text{ mm} \quad (4.31)$$

Η συνισταμένη δύναμη:

$$F_s = \sqrt{F_t^2 + F_r^2} = \sqrt{2137.54^2 + 827.93^2} = 2292.28 \text{ N} \quad (4.32)$$

4.3 Πίνακες με τα αποτελέσματα των υπολογισμών

Στους πίνακες που ακολουθούν αναγράφονται τα αποτελέσματα των 5 ζευγών τροχών που υπολογίσαμε, ακολουθώντας την ίδια δομή με αυτή που ακολουθήσαμε για την εύρεση των αποτελεσμάτων του πρώτου ζεύγους στην αρχή της ενότητας 3.

4.3.1 Πίνακας (4.1) με τις τιμές από το πρώτο ζεύγος τροχών:

z_1	21
z_2	30
b	20 (mm)
P	10 (kW)
Υλικό τροχών	St-50
n	500 (rpm)
β	20°
a_n	20°
a_t	21.16°
d_1	178.71 (mm)
F_t	2137.54 (N)
F_r	827.93 (N)
F_a	778 (N)
F_s	2292.28 (N)

a_d	217.01 (mm)
σ_{F1}	42.95 ($\frac{N}{mm^2}$)
σ_{F2}	41.7 ($\frac{N}{mm^2}$)

Πίνακας 4.1: Αποτελέσματα υπολογισμών για το 1ο ζεύγος τροχών

4.3.2 Πίνακας (4.2) με τις τιμές από το δεύτερο ζεύγος τροχών:

z_1	21
z_2	50
b	20 (mm)
P	18 (kW)
Υλικό τροχών	Gs-52
n	1000 (rpm)
β	20°
a_n	20°
a_t	21.16°
d_1	156.45 (mm)
F_t	2197.51 (N)
F_r	851.16 (N)
F_a	799.83 (N)
F_s	2356.59 (N)
a_d	264.48 (mm)
σ_{F1}	47.5 ($\frac{N}{mm^2}$)
σ_{F2}	45.12 ($\frac{N}{mm^2}$)

Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα υπολογισμών για το 2ο ζεύγος τροχών

4.3.3 Πίνακας (4.3) με τις τιμές από το τρίτο ζεύγος τροχών:

z_1	21
z_2	80
b	20 (mm)
P	27 (kW)
Υλικό τροχών	St-70
n	1500 (rpm)
β	20°
a_n	20°
a_t	21.16°
d_1	111.72 (mm)
F_t	3077.34 (N)
F_r	1191.94 (N)
F_a	1120.06 (N)
F_s	3300.11 (N)
a_d	268.66 (mm)
σ_{F1}	88.72 ($\frac{N}{mm^2}$)
σ_{F2}	84.94 ($\frac{N}{mm^2}$)

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα υπολογισμών για το 3ο ζεύγος τροχών

4.3.4 Πίνακας (4.4) με τις τιμές από το τέταρτο ζεύγος τροχών:

z_1	21
z_2	100
b	20 (mm)
P	35 (kW)
Υλικό τροχών	GGG-40
n	2000 (rpm)
β	20°
a_n	20°
a_t	21.16°
d_1	122.85 (mm)
F_t	2720.8 (N)
F_r	1053.84 (N)
F_a	990.29 (N)
F_s	2917.76 (N)
a_d	353.93 (mm)
σ_{F1}	71.76 ($\frac{N}{mm^2}$)
σ_{F2}	68.79 ($\frac{N}{mm^2}$)

Πίνακας 4.4: Αποτελέσματα υπολογισμών για το 4ο ζεύγος τροχών

4.3.5 Πίνακας (4.5) με τις τιμές από το πέμπτο ζεύγος τροχών:

z_1	21
z_2	120
b	20 (mm)
P	43 (kW)
Υλικό τροχών	Gs-60
n	2500 (rpm)
β	20°
a_n	20°
a_t	21.16°
d_1	111.72 (mm)
F_t	2940.57 (N)
F_r	1138.97 (N)
F_a	1070.28 (N)
F_s	3153.44 (N)
a_d	375.06 (mm)
σ_{F1}	84.35 ($\frac{N}{mm^2}$)
σ_{F2}	80.56 ($\frac{N}{mm^2}$)

Πίνακας 4.5: Αποτελέσματα υπολογισμών για το 5ο ζεύγος τροχών

4.4 Υπολογισμοί για το μέγιστο σημείο φόρτισης (HPSTC)

Οι υπολογισμοί θα γίνουν για το πρώτο ζεύγος τροχών όπως και για τους υπολογισμούς που έγιναν πιο πάνω.

Από σχέσεις (4.7), (4.9) και (4.10) έχουμε:

- $d_1 = 178.71 \text{ mm}$
- $d_2 = 255.3 \text{ mm}$
- $m_n = 8 \text{ mm}$
- $a_0 = 20^\circ$

Από τις σχέσεις που αναλύθηκαν για την εύρεση του μέγιστου σημείου φόρτισης (HPSTC) έχουμε:

Από (3.3):

$$AC = \sqrt{(127.65 + 8)^2 - 127.65^2 * \cos(20)^2} - 127.65 * \sin(20)$$

$$AC = 19.69 \text{ mm} \quad (4.33)$$

Και από τη σχέση (3.4):

$$CB' = 3.14 * 8 * \cos(20) - 19.69$$

$$CB' = 3.92 \text{ mm} \quad (4.34)$$

Επομένως το μέγιστο σημείο φόρτισης υπολογίζεται από τη σχέση (3.5):

$$r_{B'} = \sqrt{89.355^2 + 3.92^2 - 2 * 89.355 * 3.92 * \cos(20 + 90)}$$

$$r_{B'} = 90.77 \text{ mm} \quad (4.35)$$

Και επειδή θα απομονώσουμε το ένα δόντι από τον κάθε τροχό που θα εξετάσουμε θα κάνουμε τις πράξεις για να βρούμε το σημείο της μέγιστης φόρτισης από την αρχή του κύκλου ποδός μέχρι το σημείο που ασκείται η συνισταμένη δύναμη.

Οπότε θα έχουμε:

$$d_{B'} = 2 * r_{B'} = 2 * 90.77 = 181.54 \text{ mm} \quad (4.36)$$

Από την σχέση (2.8) για την διάμετρο του κύκλου πόδα θα έχουμε:

$$d_f = 178.71 - 2.5 * 8 = 158.71 \text{ mm} \quad (4.37)$$

Άρα το σημείο που θα τοποθετηθεί η συνισταμένη δύναμη υπολογίζεται:

$$d_{B'} - d_f = 181.54 - 158.71 = 22.83 \text{ mm} \quad (4.38)$$

4.4.1 Πίνακας με τα αποτελέσματα του σημείου μέγιστης φόρτισης και για τα 5 ζεύγη τροχών

Πίνακας (4.6) με το σημείο της μέγιστης φόρτισης από την αρχή του κύκλου ποδός.

Ζεύγη	Πινιόν	Συνεργαζόμενος
1° ζεύγος	22.83 mm	23.52 mm
2° ζεύγος	19.21 mm	20.52 mm
3° ζεύγος	13.36 mm	14.64 mm
4° ζεύγος	14.54 mm	16.09 mm
5° ζεύγος	13.12 mm	14.62 mm

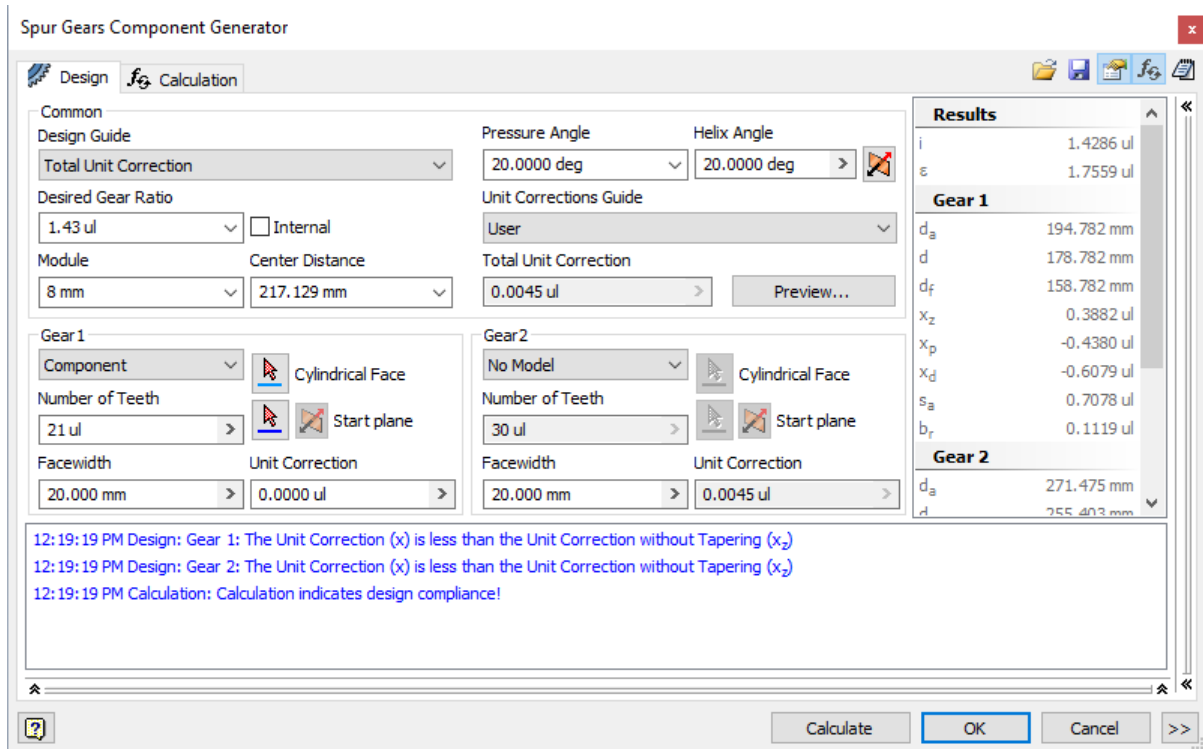
Πίνακας 4.6: Σημεία μέγιστης φόρτισης από την αρχή του κύκλου ποδός

4.5 Μεθοδολογία κατασκευής των οδοντωτών τροχών, αποκοπής του οδόντα και μεθοδολογία πεπερασμένων στοιχείων

4.5.1 Μεθοδολογία κατασκευής οδοντωτών τροχών

Για την κατασκευή και των 5 ζευγών οδοντωτών τροχών που φτιάξαμε για την παρούσα εργασία χρησιμοποιήσαμε το πρόγραμμα της Autodesk και πιο συγκεκριμένα το Autodesk Inventor Professional 2022, όπου μπορέσαμε με τα δεδομένα μας να κατασκευάσουμε τους τροχούς.

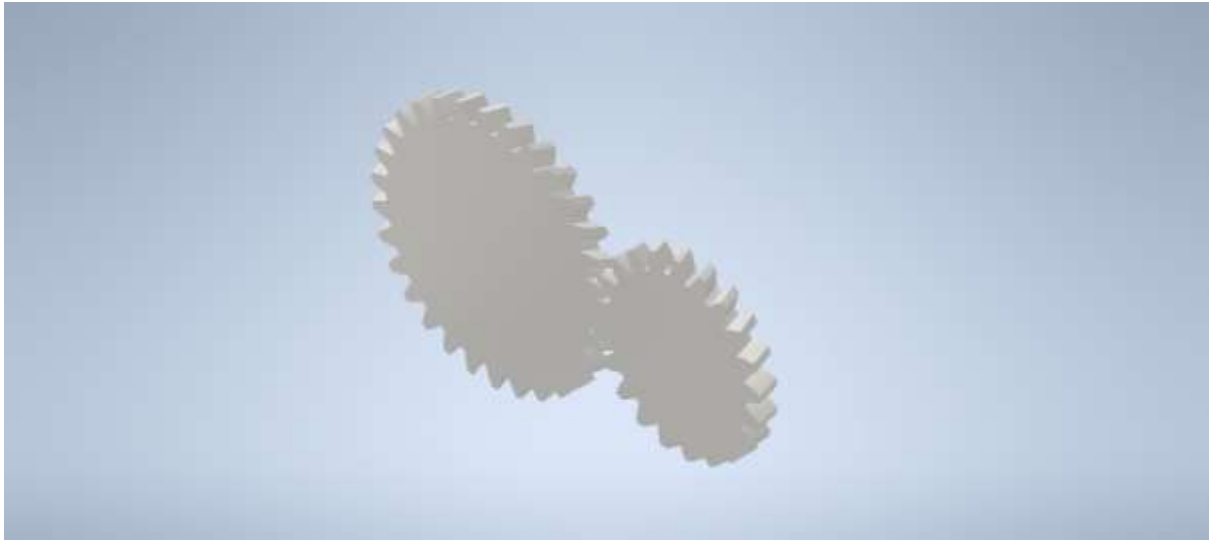
Στο παράθυρο Design → Spur Gear με τα δεδομένα που αναγράφονται στους πίνακες 4.1-4.5 κατασκευάσαμε τα ζεύγη των οδοντωτών τροχών.



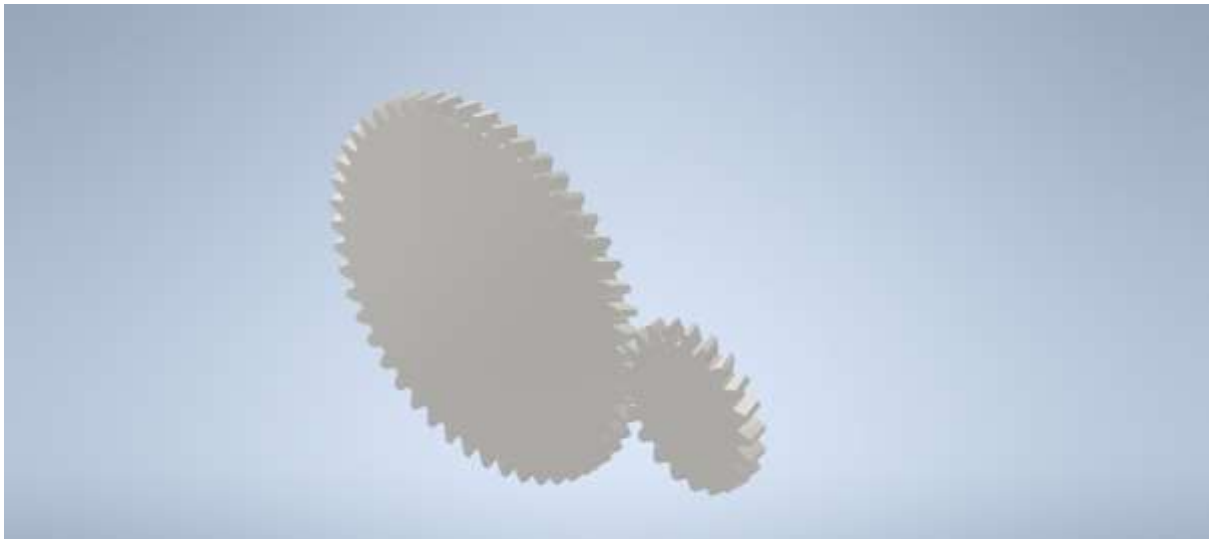
Σχήμα 4.1: Δεδομένα για την κατασκευή του πρώτου ζεύγους

4.5.1.1 Εμπλοκή των τροχών ανά ζεύγη

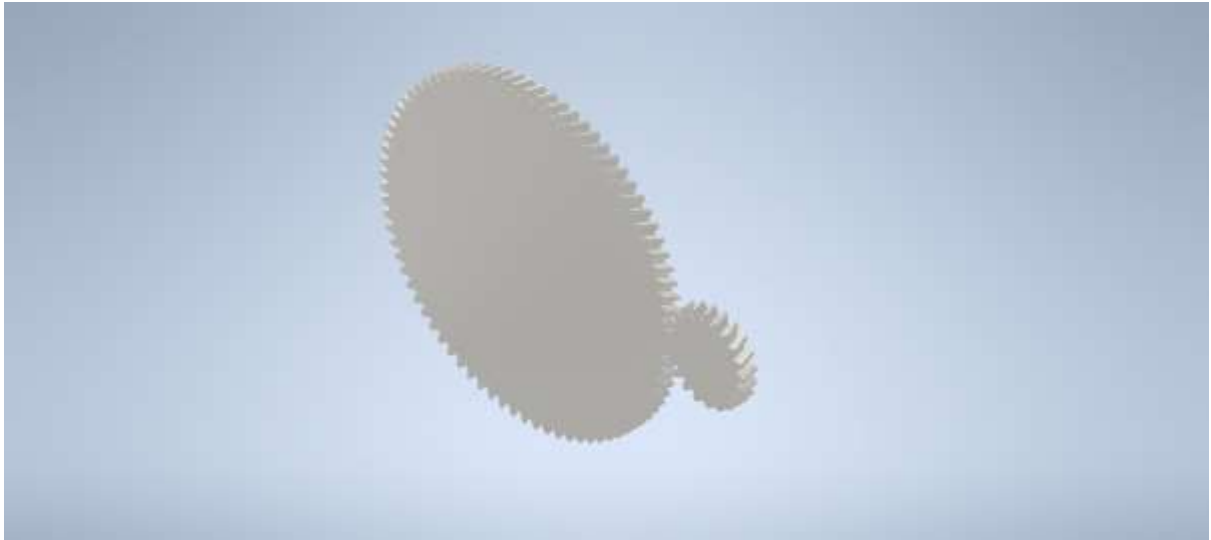
Ακολούθως η εμπλοκή των οδοντωτών τροχών ανά ζεύγη με τη χρήση της του Autodesk Inventor όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.1:



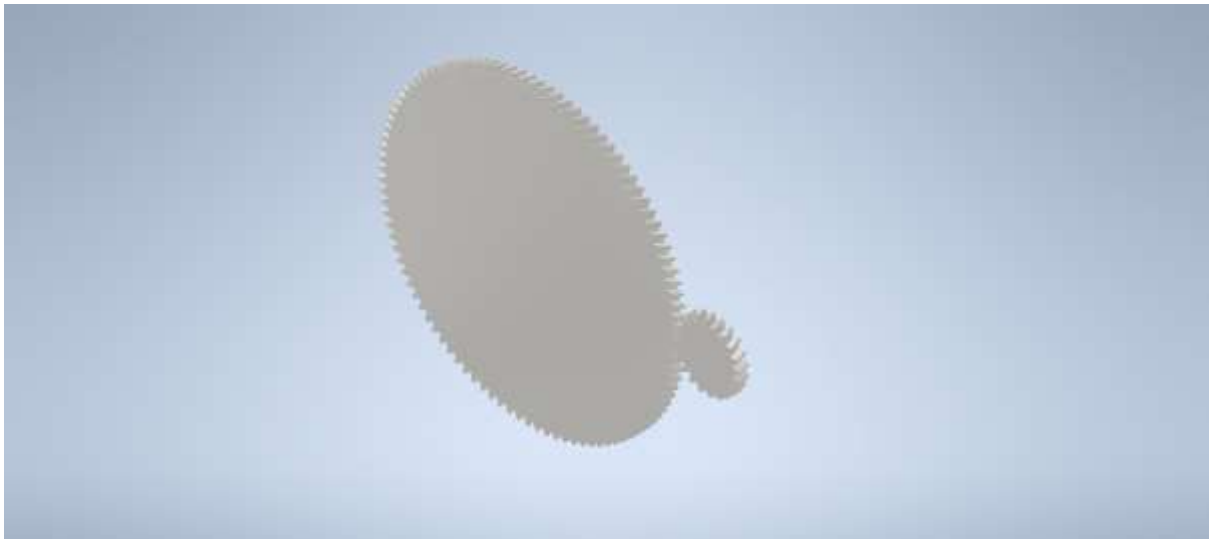
Σχήμα 4.2: 3-D μοντέλο εμπλοκής του πρώτου ζεύγους



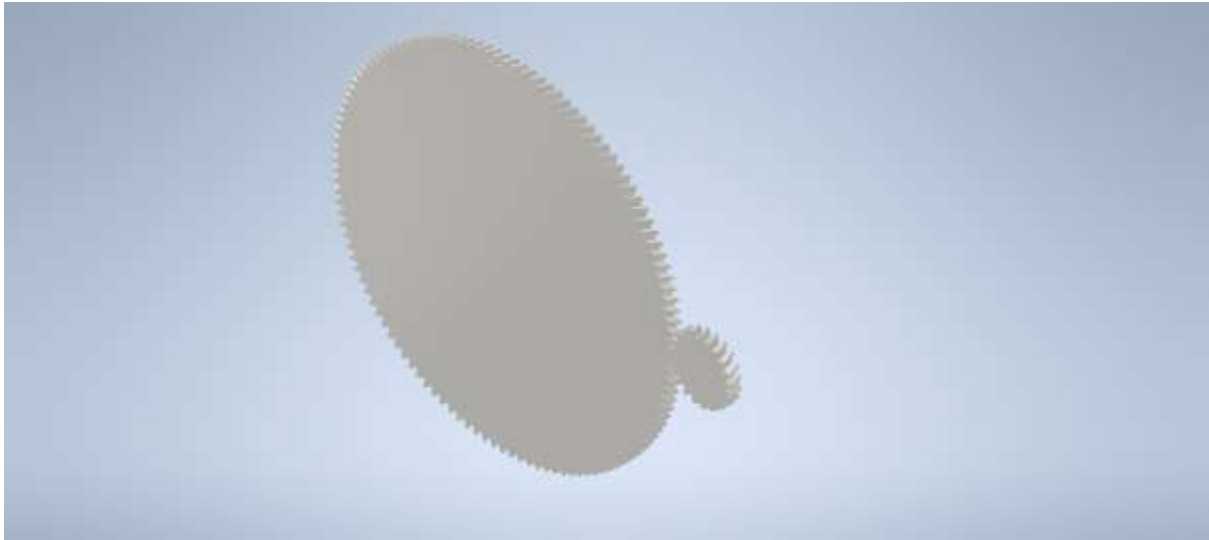
Σχήμα 4.3: 3-D μοντέλο εμπλοκής του δεύτερου ζεύγους



Σχήμα 4.4: 3-D μοντέλο εμπλοκής του τρίτου ζεύγους



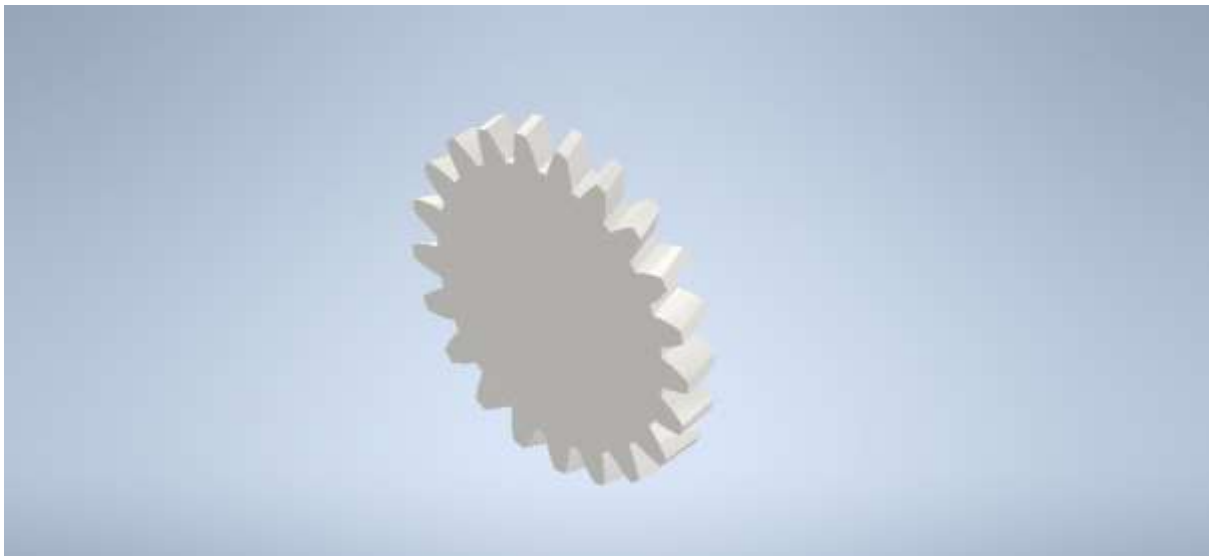
Σχήμα 4.5: 3-D μοντέλο εμπλοκής του τέταρτου ζεύγους



Σχήμα 4.6: 3-D μοντέλο εμπλοκής του πέμπτου ζεύγους

4.5.2 Μεθοδολογία αποκοπής του οδόντα από τον οδοντωτό τροχό

Στην συνέχεια απομονώνουμε τον ένα τροχό όπου στην προκειμένη περίπτωση θα απομονώσουμε το πινιόν από το πρώτο ζεύγος τροχών.



Σχήμα 4.7: Οδοντωτός τροχός για την αποκοπή του οδόντα

Στην συνέχεια δημιουργούμε το sketch για να απομονώσουμε τον ένα οδόντα όπου και θα χρειαστούμε για την ανάλυση που θα κάνουμε στην συνέχεια. Οπότε παίρνουμε το δόντι που θα χρειαστούμε.



Σχήμα 4.8: Δόντι από τον οδοντωτό τροχό του Σχήματος 4.7

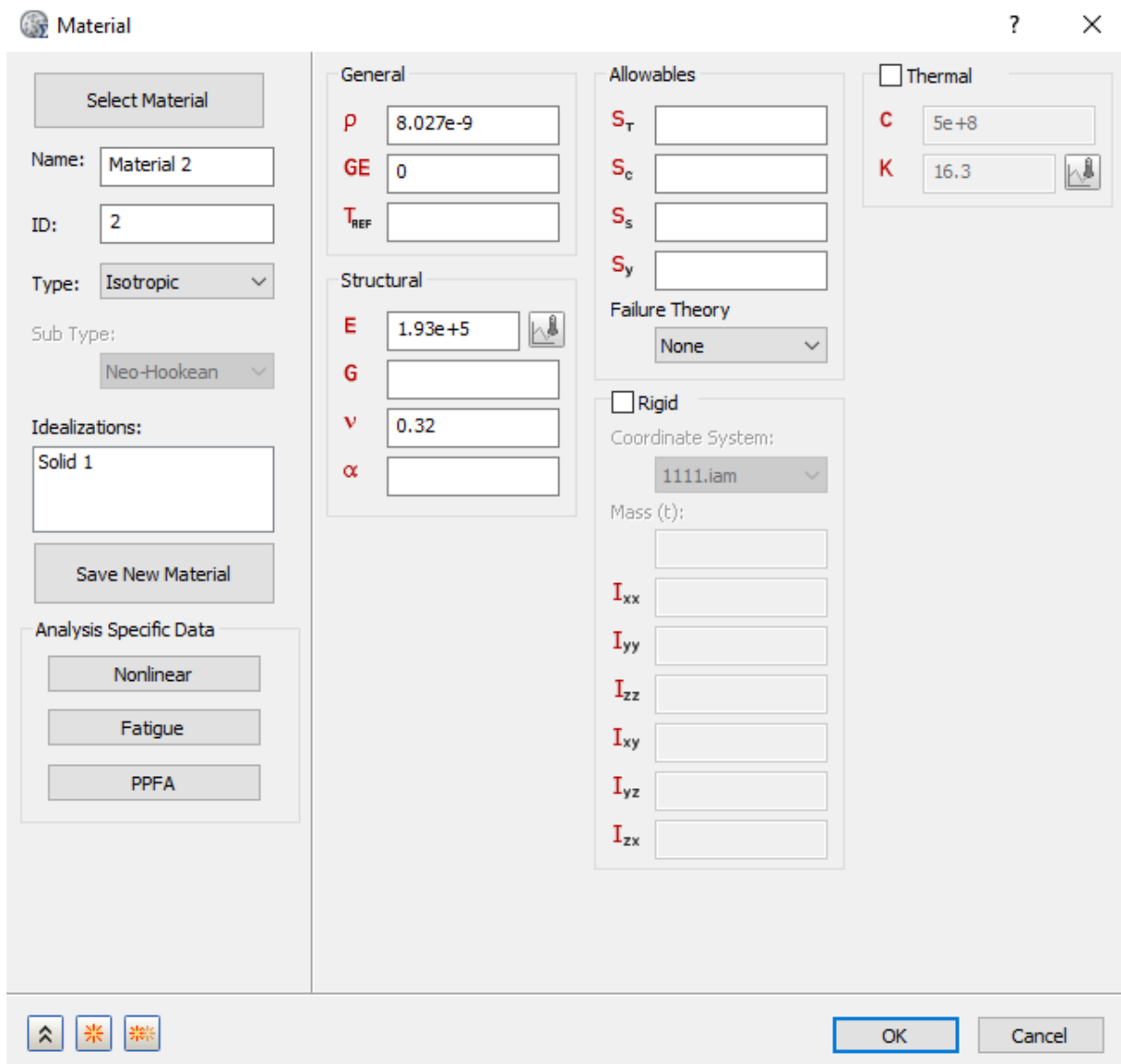
Η διαδικασία αυτή συνεχιστική και για τους 10 τροχούς από τα 5 ζεύγη τροχών που έχουμε να διαχειριστούμε στην παρούσα εργασία.

4.5.3 Μεθοδολογία πεπερασμένων στοιχείων

Μετά από την αποκοπή του οδόντα εισάγουμε το δόντι στο Autodesk Inventor Nastran 2022 όπου θα ακολουθήσουμε κάποια βήματα για την υλοποίηση της ανάλυσης που θα κάνουμε.

Βήμα 1:

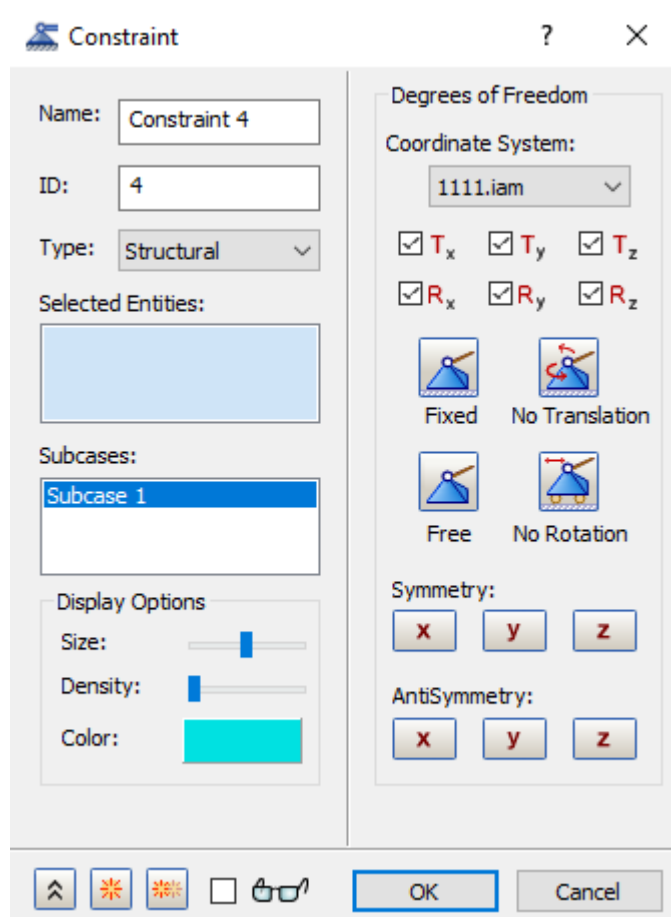
Για την επιλογή του υλικού ανοίγουμε την καρτέλα Materials και βάζουμε τα δεδομένα που έχουμε για το κάθε δόντι αντίστοιχα.



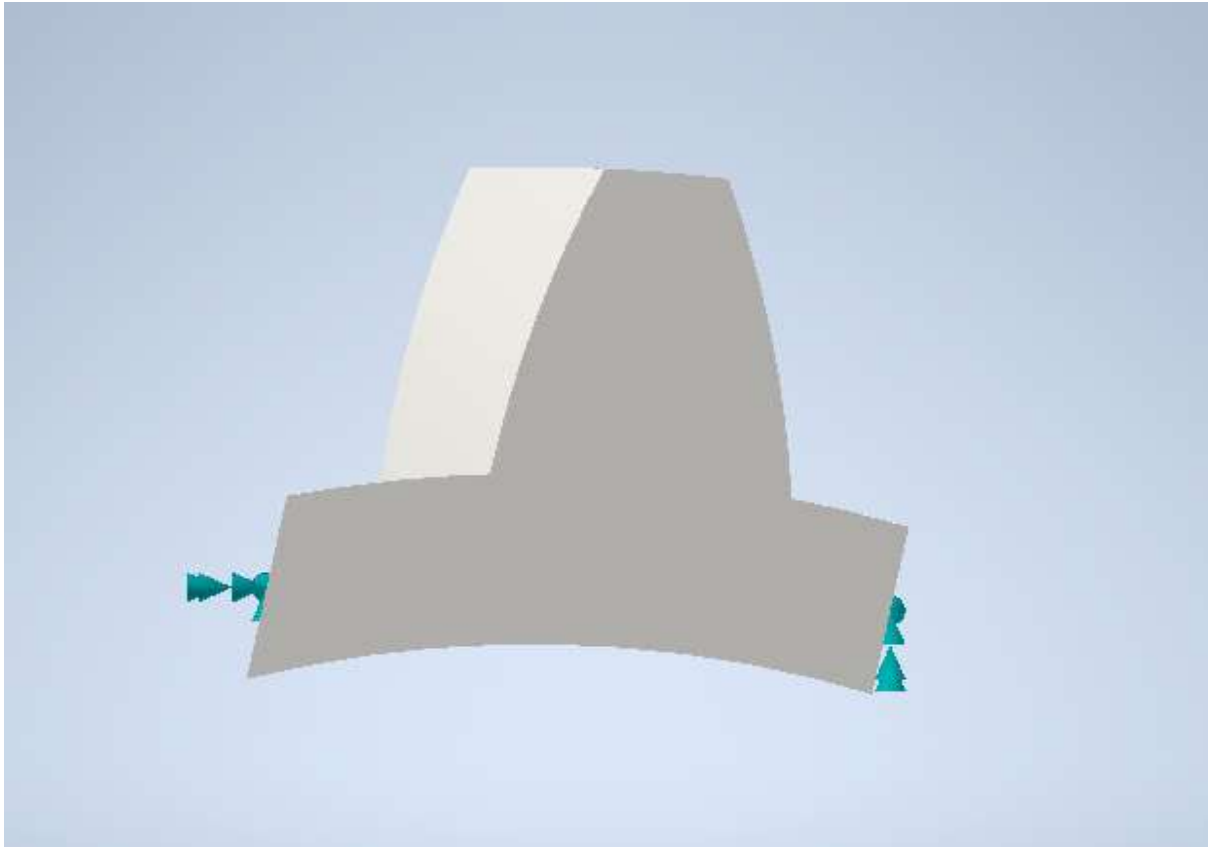
Σχήμα 4.9: Καρτέλα για την επιλογή υλικού

Βήμα 2:

Στην συνέχεια με την βοήθεια της καρτέλας Constraints παχώνουμε το δόντι στις δύο του άκρες όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.11 που ακολουθεί.



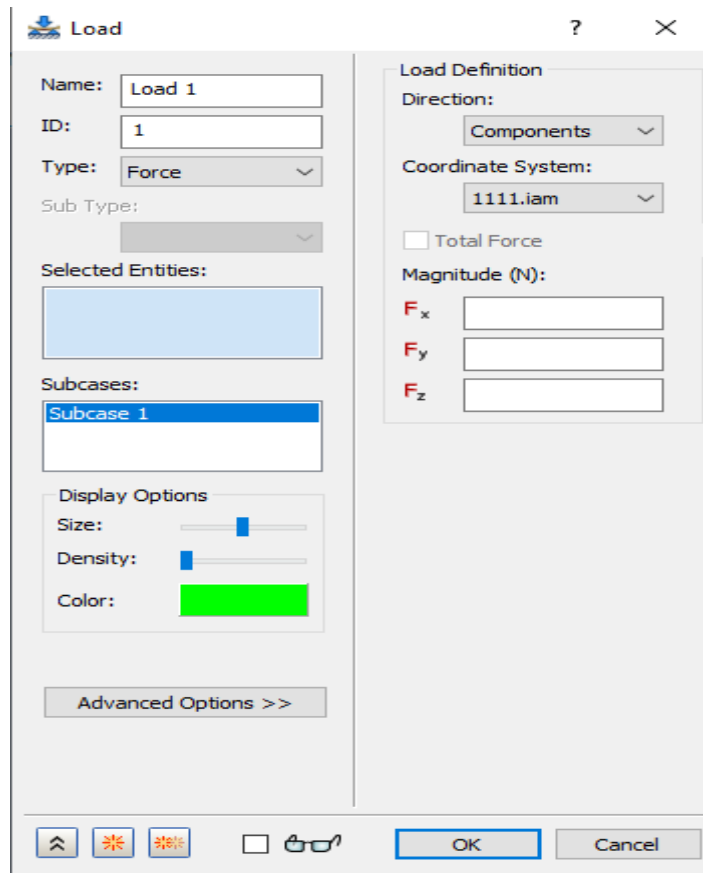
Σχήμα 4.10: Καρτέλα για την εισαγωγή πάχτωσης



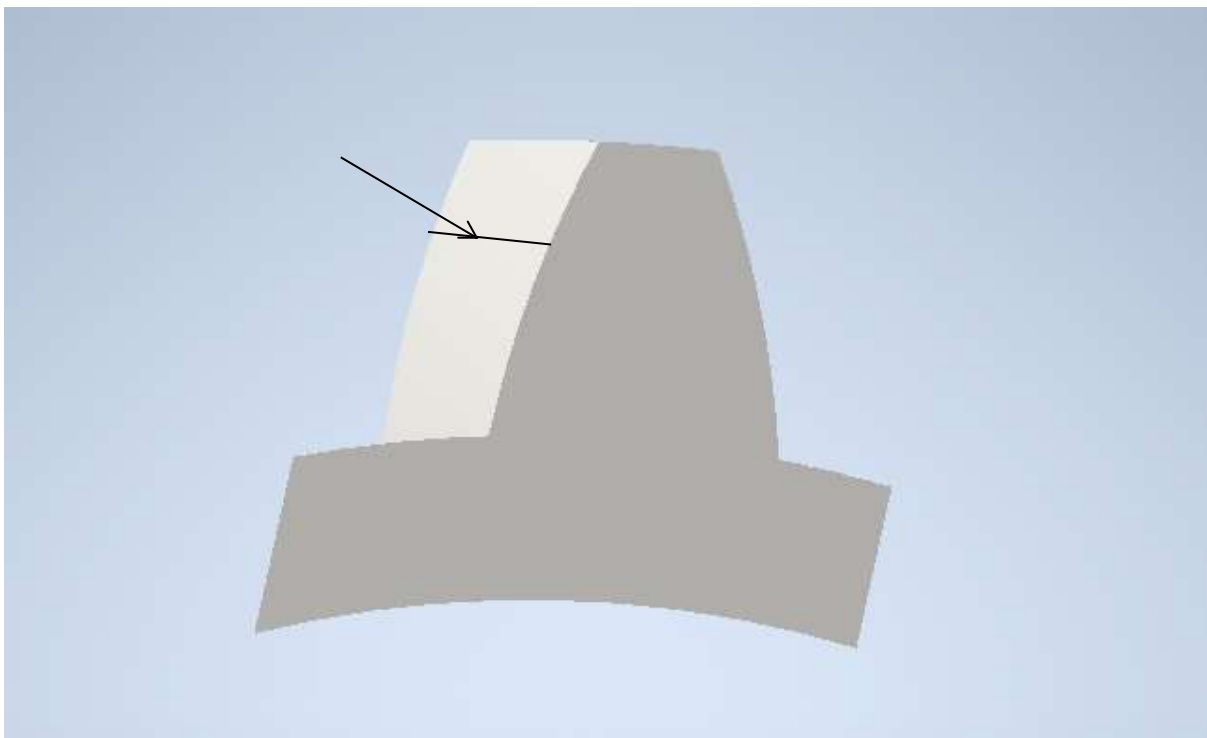
Σχήμα 4.11: Δόντι παχτομένο στις δύο άκρες

Βήμα 3:

Από την καρτέλα Loads ορίζουμε την δύναμη που θα ασκηθεί και στο σημείο που θα ασκηθεί το οποίο έχει υπολογιστεί στο κεφάλαιο 3.



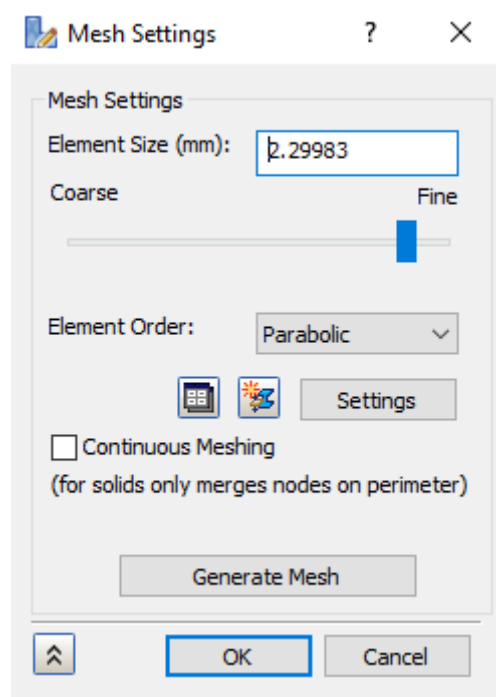
Σχήμα 4.12: Καρτέλα για την εισαγωγή της δύναμης που θα ασκηθεί



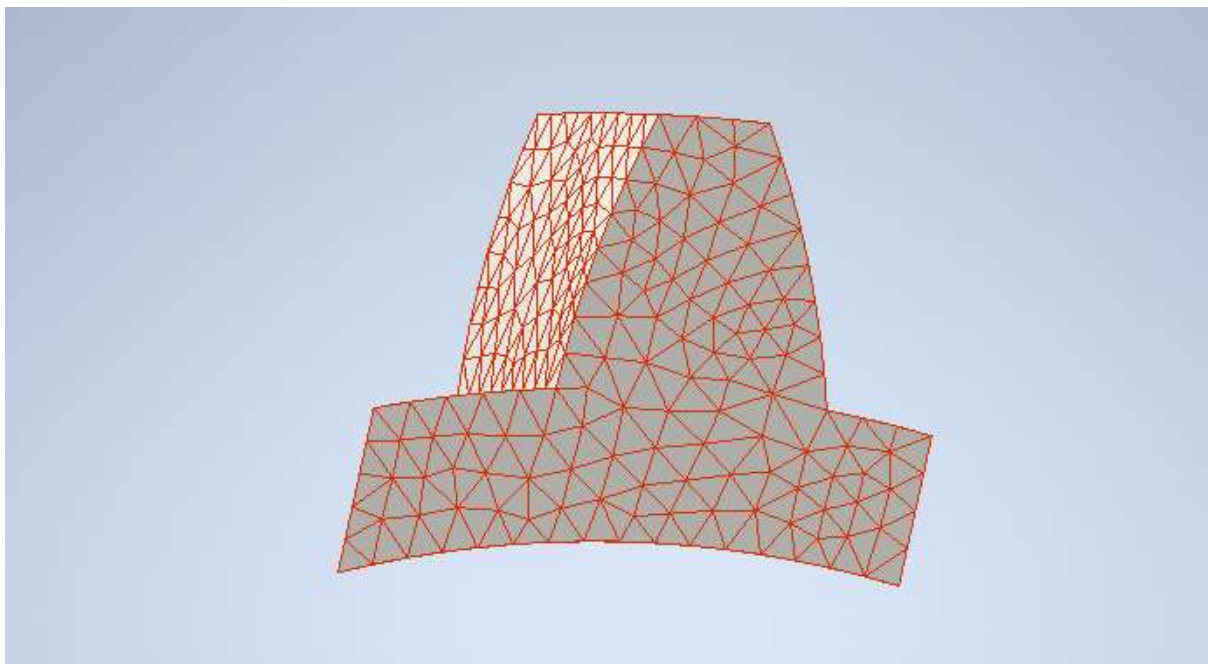
Σχήμα 4.13: Η συνισταμένη δύναμη όπου ασκείται σε όλο το πλάτος του οδόντα

Βήμα 4:

Εν συνεχεία στην καρτέλα Mesh Settings δημιουργούμε πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.15:



Σχήμα 4.14: Καρτέλα για την εισαγωγή του πλέγματος



Σχήμα 4.15: Πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων του οδόντος

Βήμα 5:

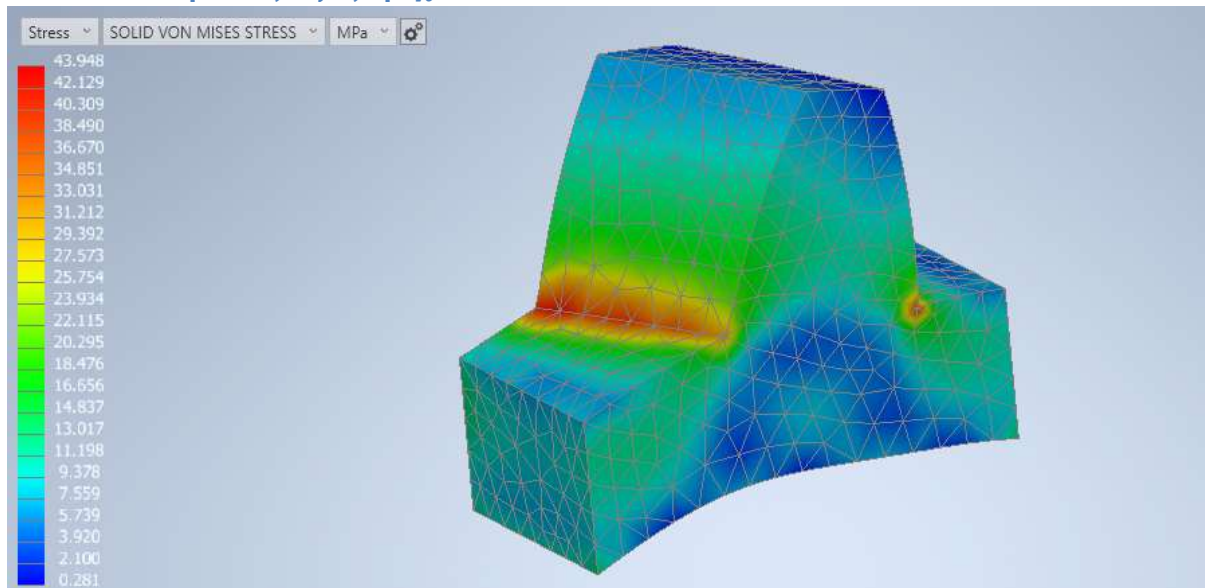
Τέλος τρέχουμε το πρόγραμμα και παίρνουμε τα αποτελέσματα που χρειαζόμαστε.

5. Αποτελέσματα

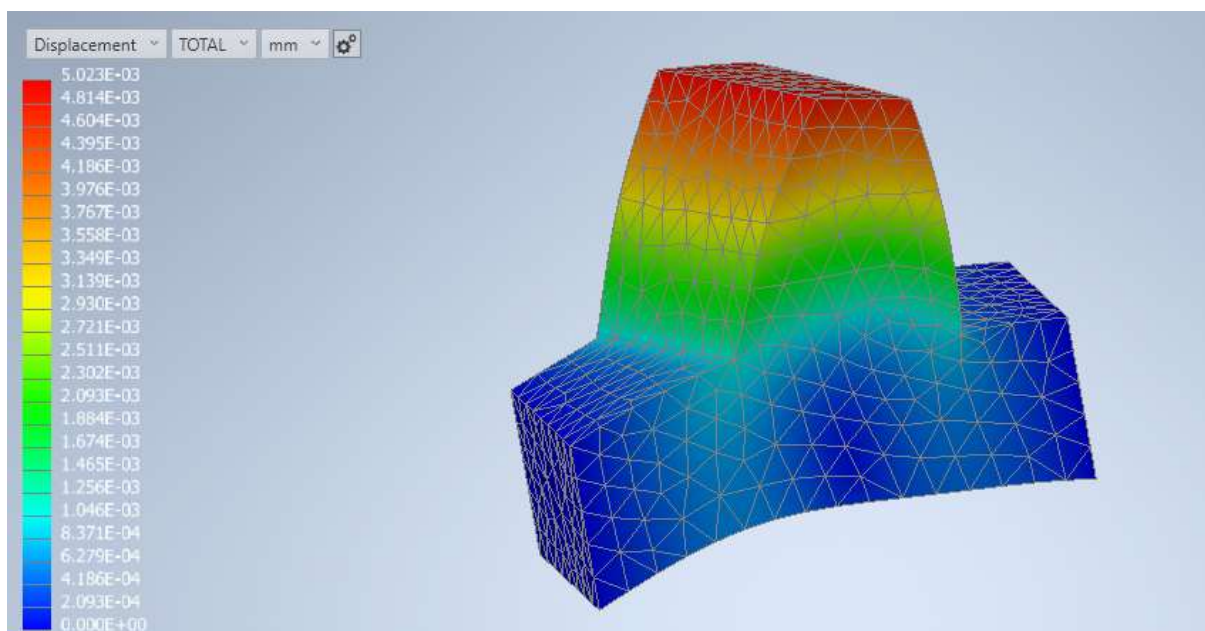
Ακολουθούν τα αποτελέσματα για την τάση στον πόδα του οδόντος με τη χρήση του προγράμματος Autodesk Inventor Nastran 2022 με τα οποία θα γίνει η σύγκριση με τα αποτελέσματα από τους υπολογισμούς οι οποίοι έγιναν στην παρούσα εργασία. Επίσης συμπεριλαμβάνεται και η συνολική μετατόπιση που έχει το δόντι κατά τη διάρκεια της εμπλοκής των δύο οδοντωτών τροχών.

5.1 Αποτελέσματα από το πρόγραμμα

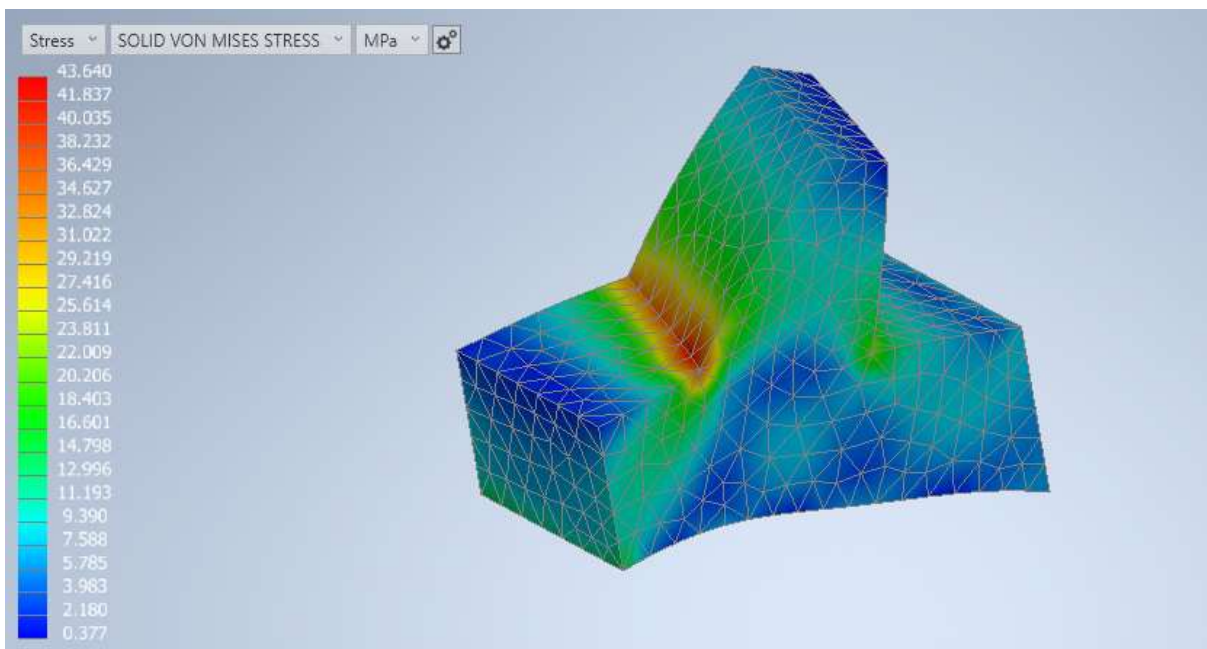
5.1.1 Για το πρώτο ζεύγος τροχών



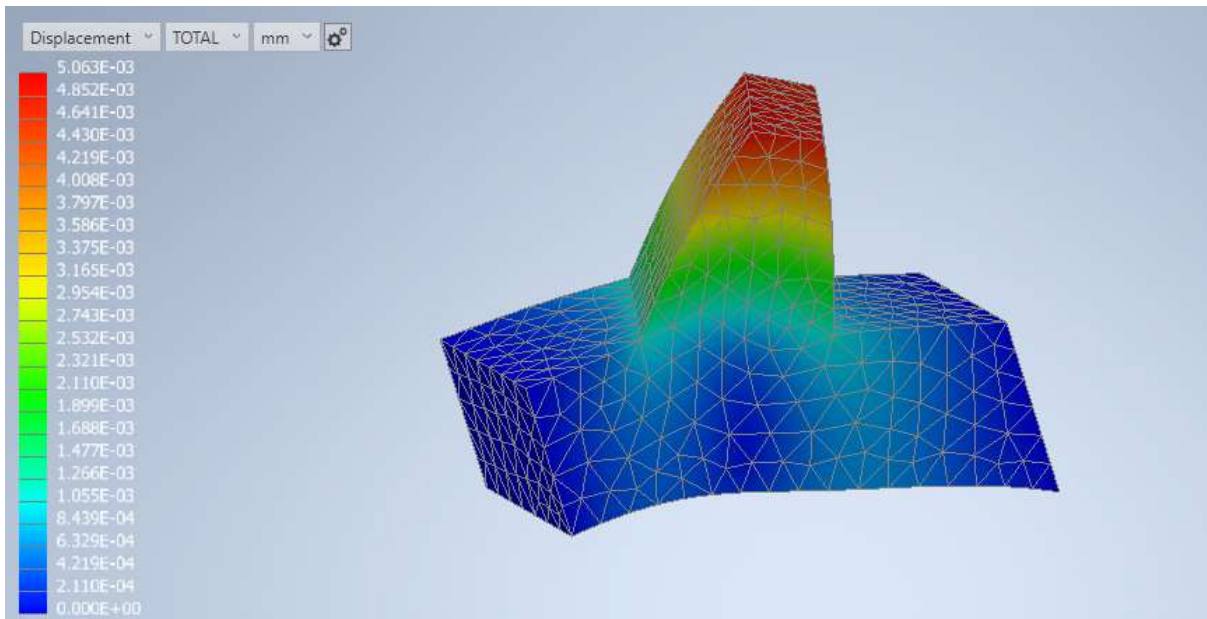
Σχήμα 5.1: Τάση στον πόδα του οδόντα του πινιόν του 1^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.2: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το πινιόν του 1^{ου} ζεύγους

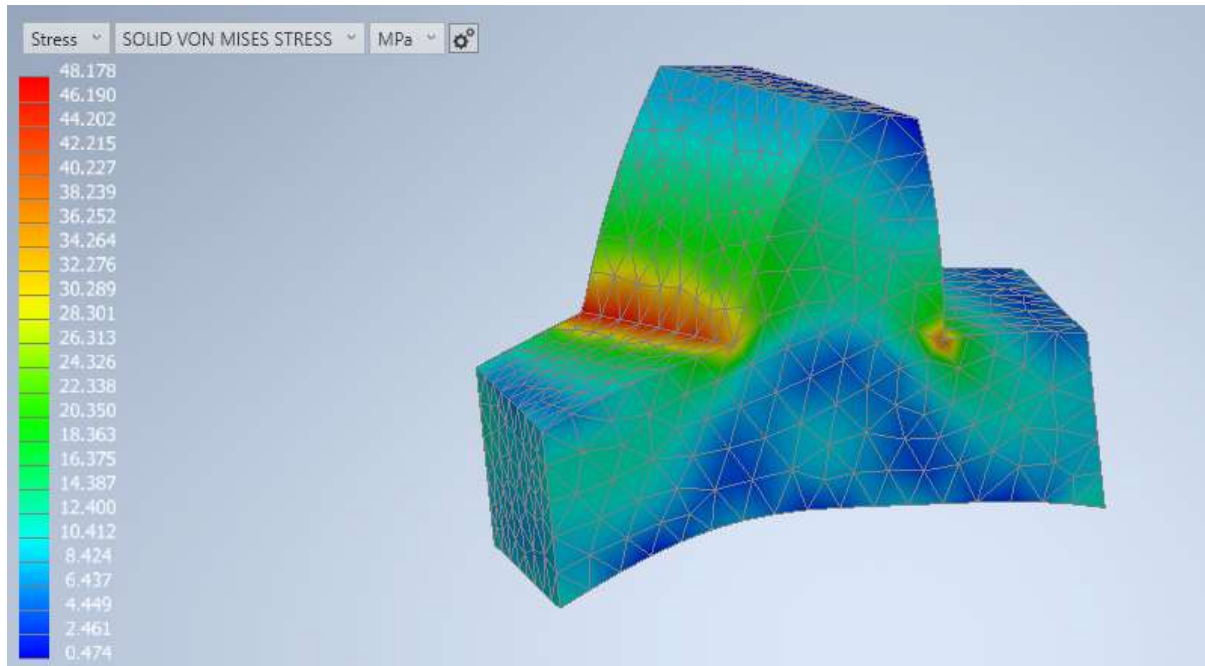


Σχήμα 5.3: Τάση στον πόδα του οδόντα του συνεργαζόμενου τροχού του 1^{ου} ζεύγους

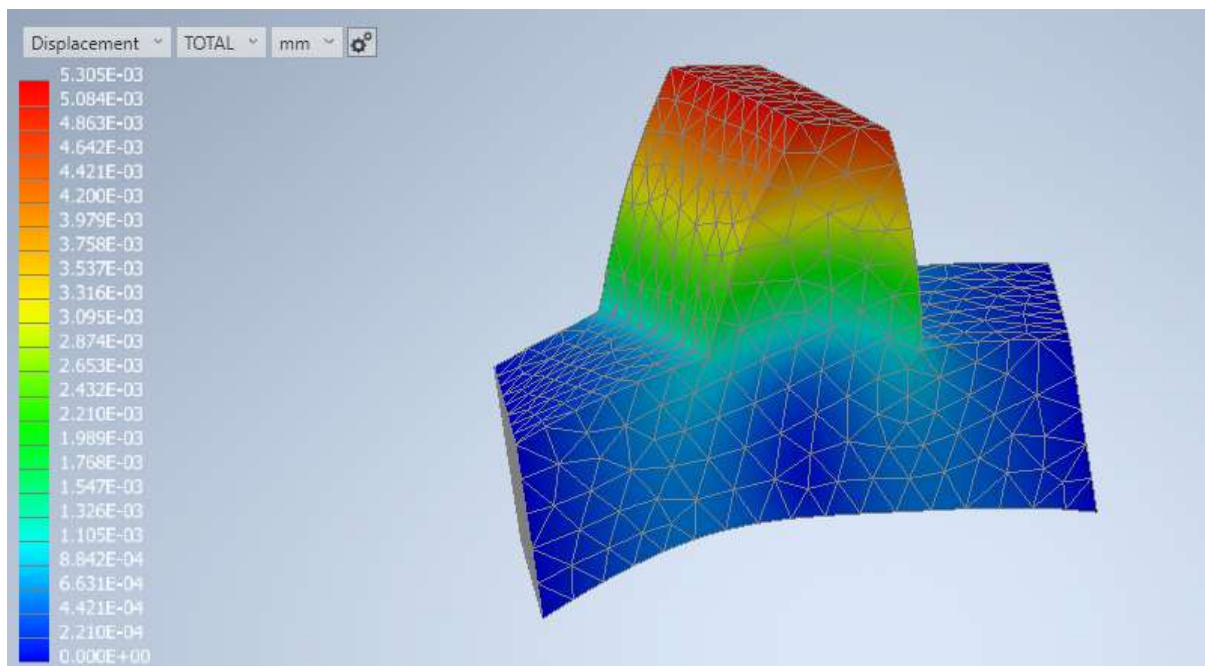


Σχήμα 5.4: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το συνεργαζόμενο τροχό του 1^{ου} ζεύγους

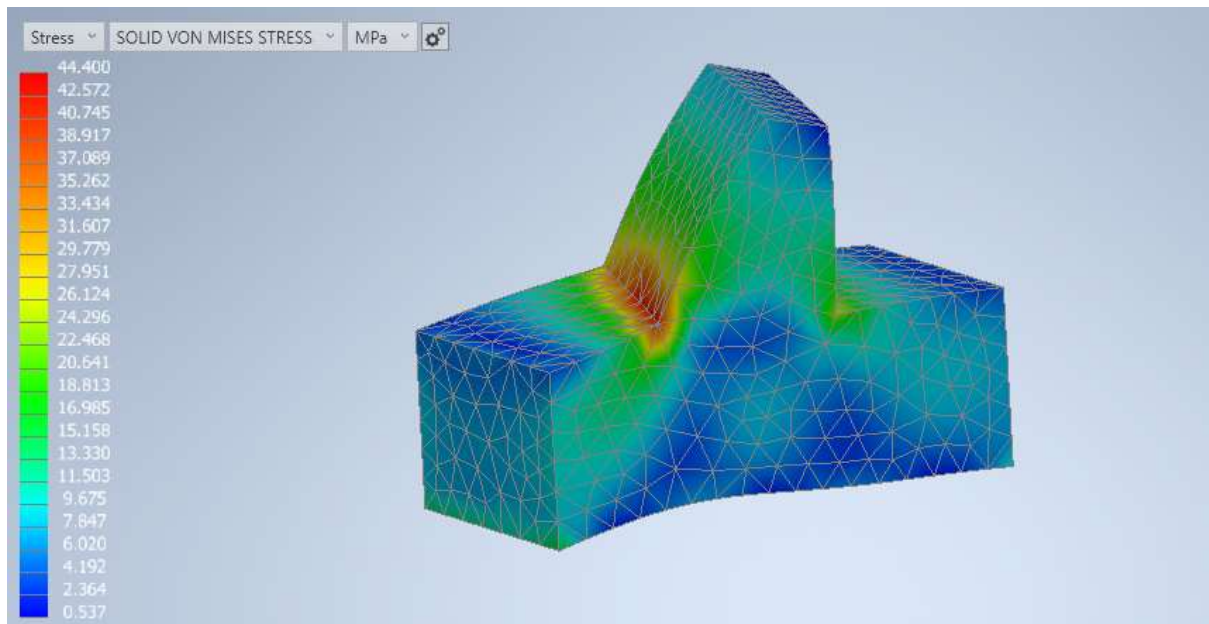
5.1.2 Για το δεύτερο ζεύγος τροχών



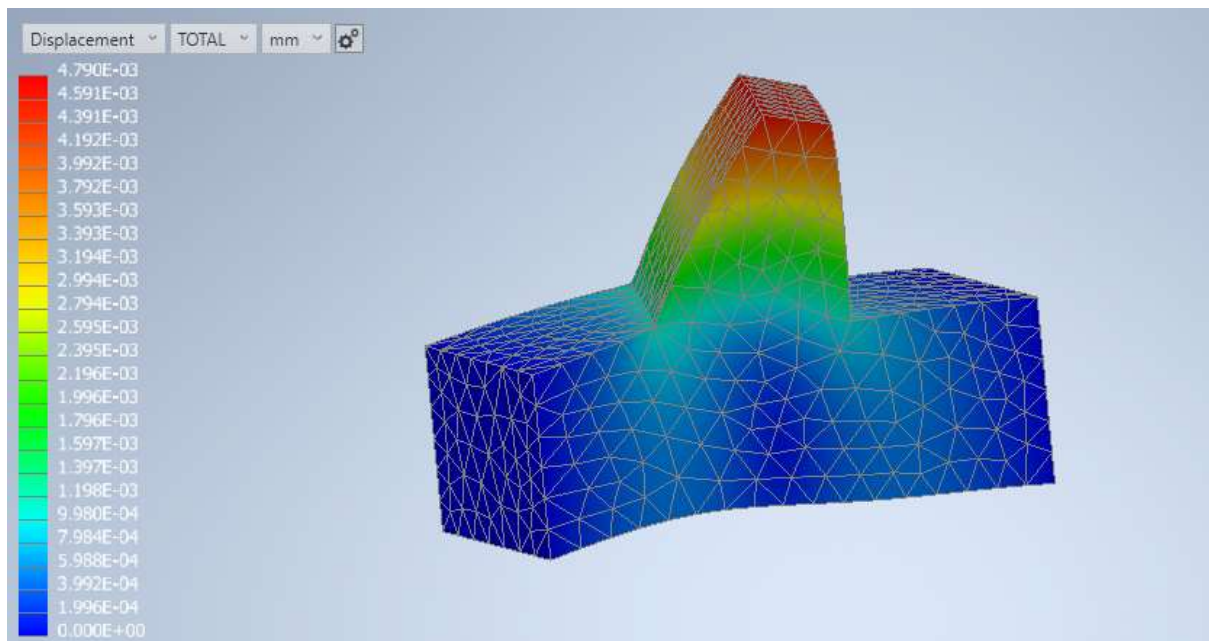
Σχήμα 5.5: Τάση στον πόδα του οδόντα του πινιόν του 2^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.6: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το πινιόν του 2^{ου} ζεύγους

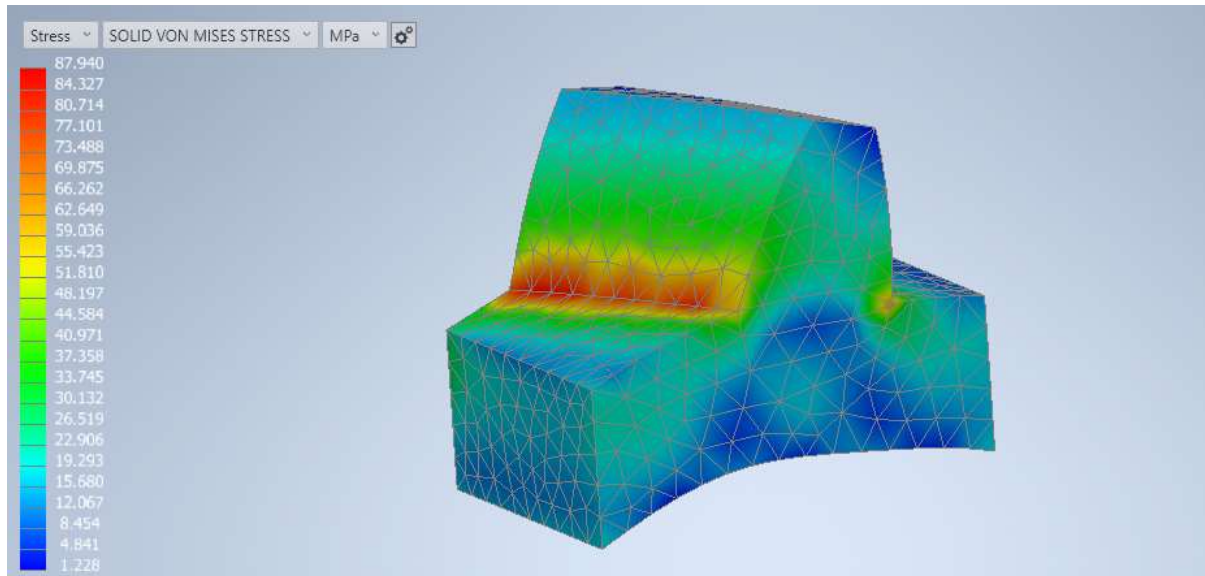


Σχήμα 5.7: Τάση στον πόδα του οδόντα του συνεργαζόμενου τροχού του 2^{ου} ζεύγους

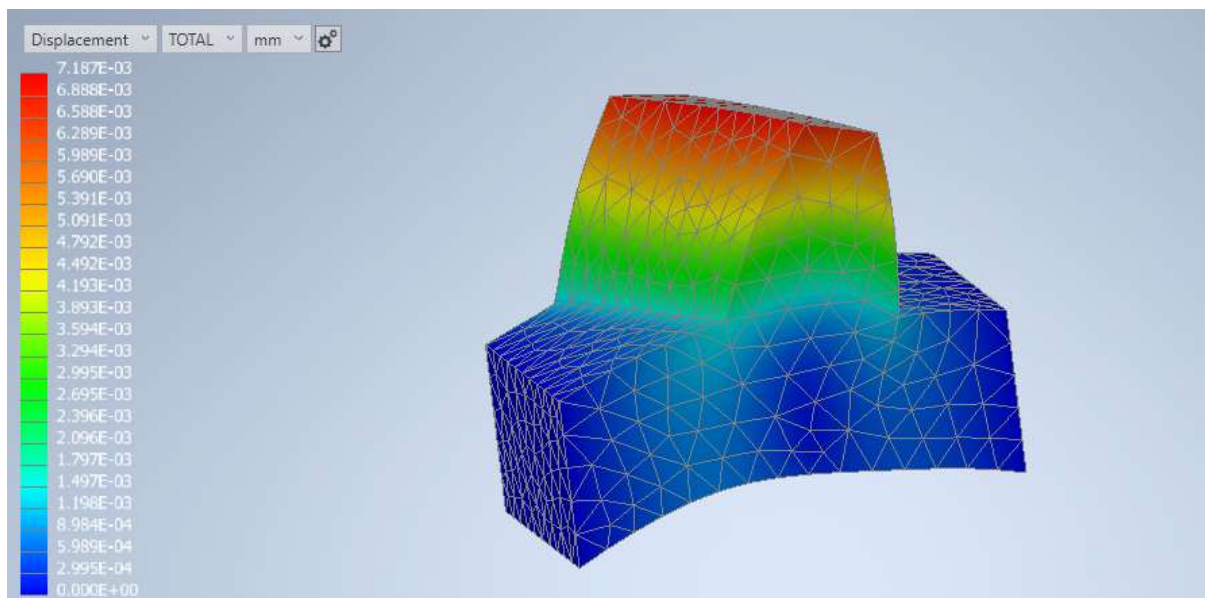


Σχήμα 5.8: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για τον συνεργαζόμενο τροχό του 2^{ου} ζεύγους

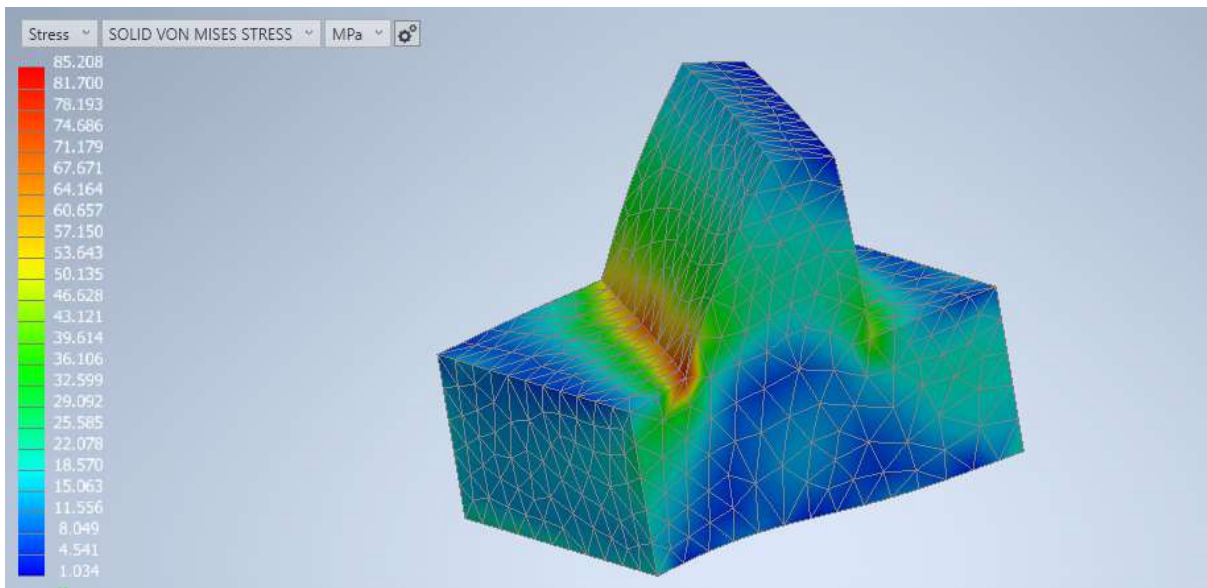
5.1.3 Για το τρίτο ζεύγος τρόχων



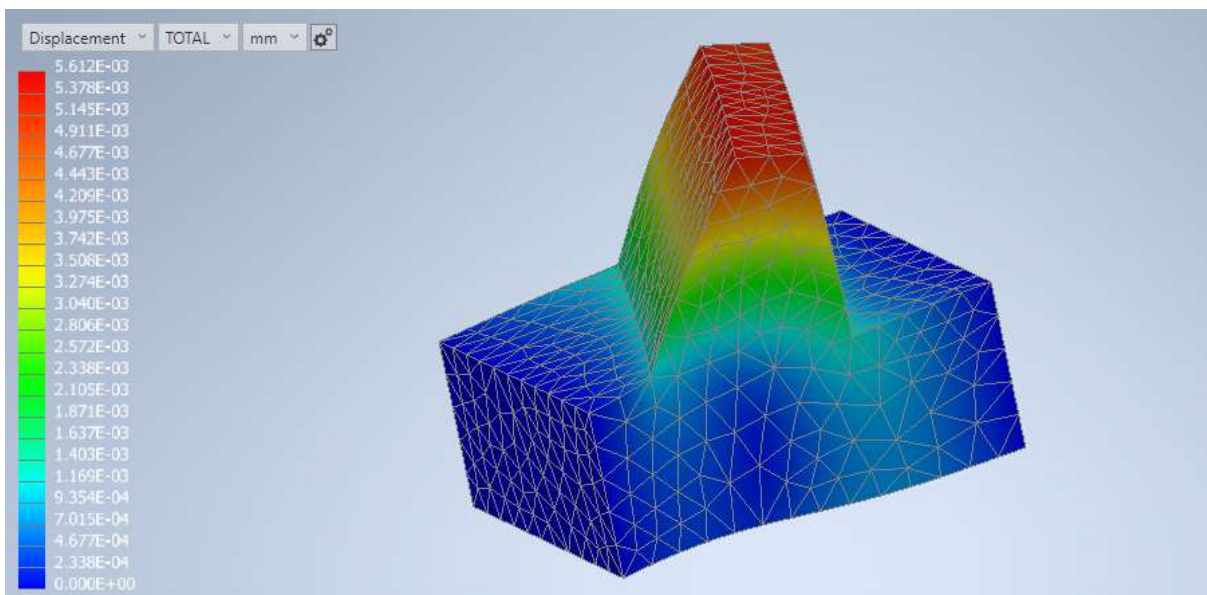
Σχήμα 5.9: Τάση στον πόδα του οδόντα του πινιόν του 3^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.10: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το πινιόν του 3^{ου} ζεύγους

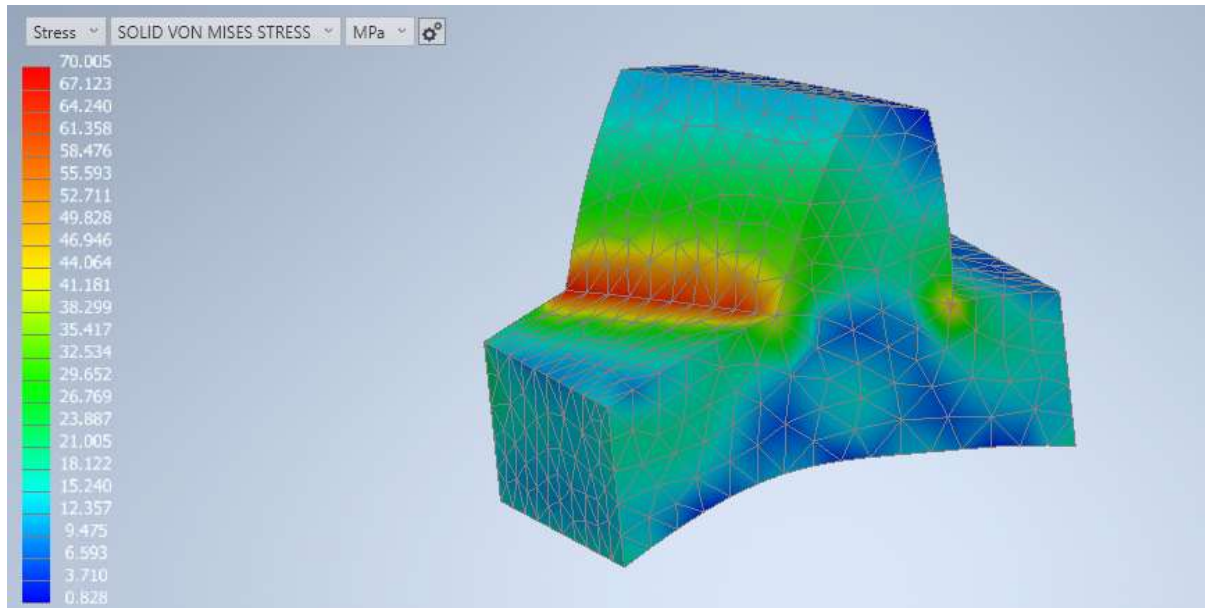


Σχήμα 5.11: Τάση στον πόδα του οδόντα του συνεργαζόμενου τροχού του 3^{ου} ζεύγους

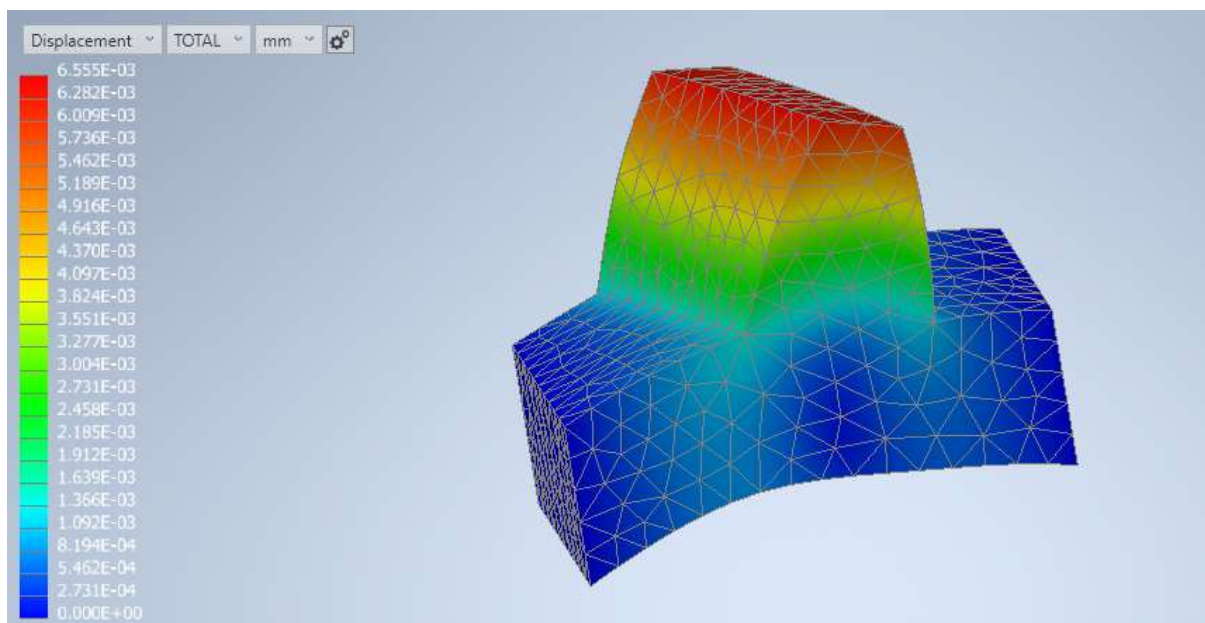


Σχήμα 5.12: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή του συνεργαζόμενου τροχού του 3^{ου} ζεύγους

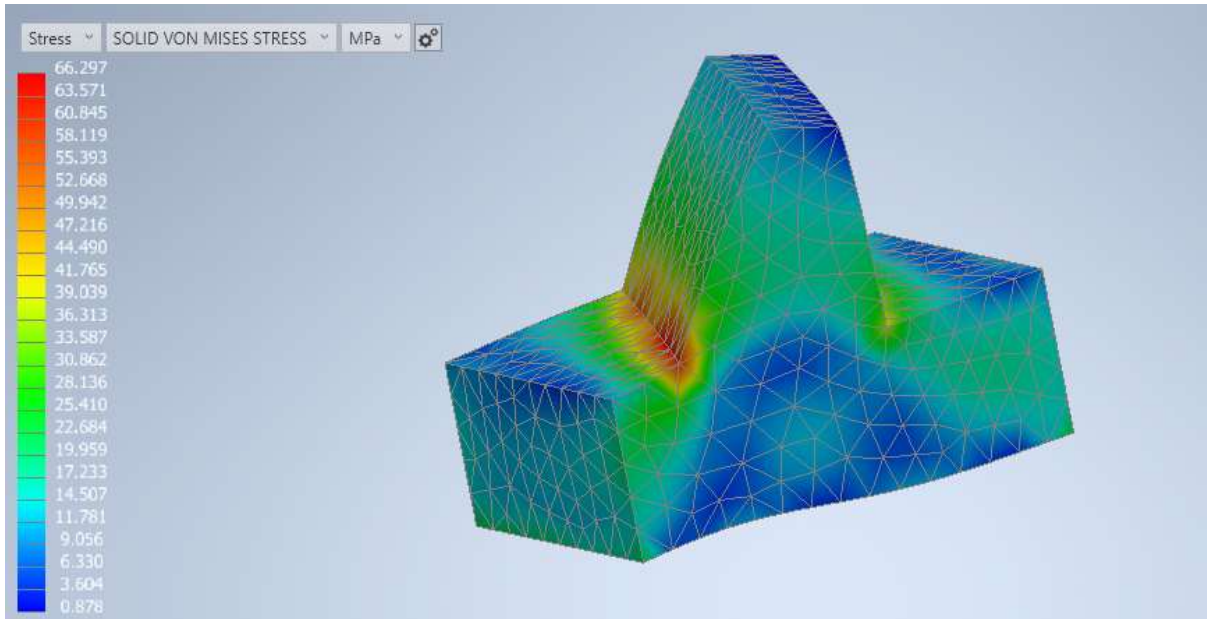
5.1.4 Για το τέταρτο ζεύγος τροχών



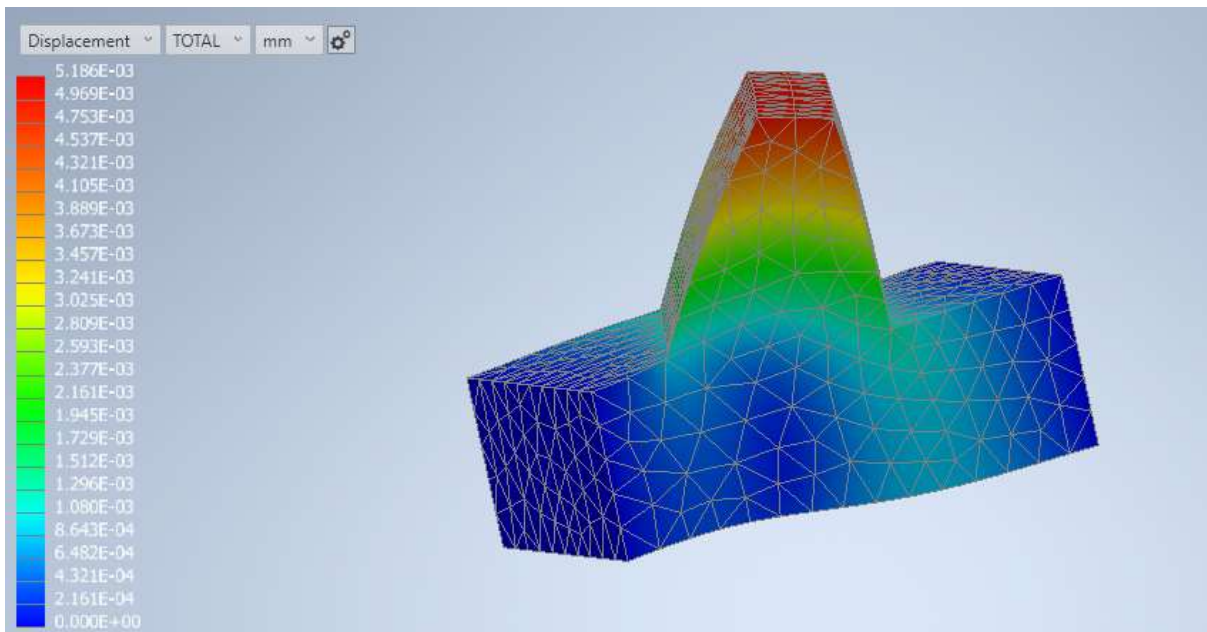
Σχήμα 5.13: Τάση στον πόδα του οδόντα του πινιόν του 4^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.14: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το πινιόν του 4^{ου} ζεύγους

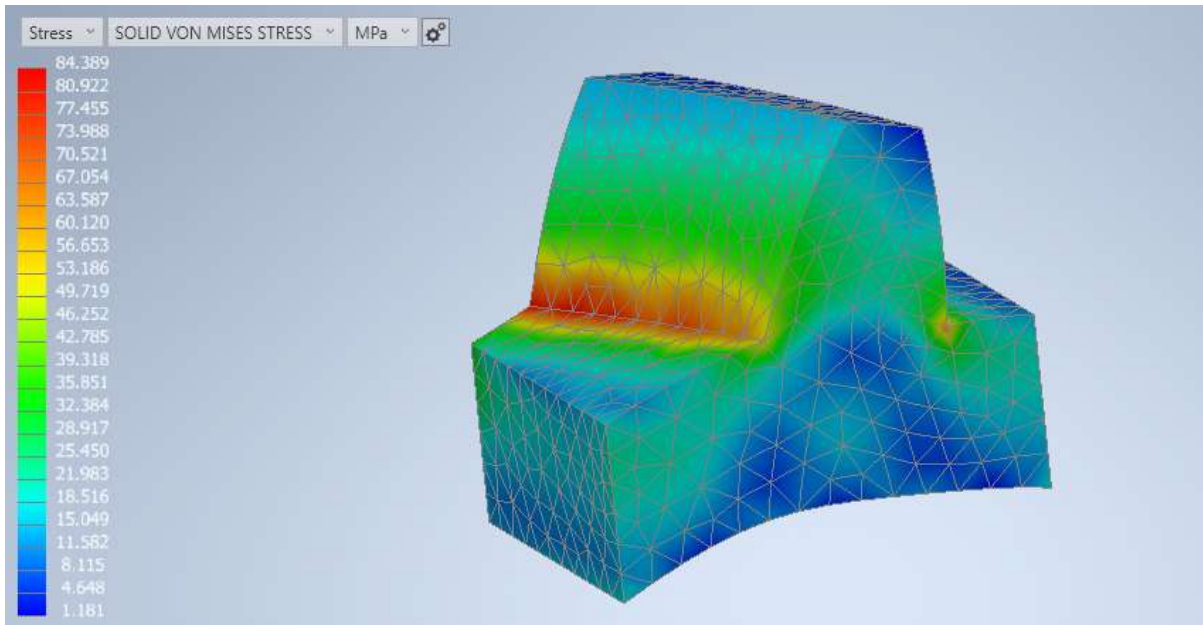


Σχήμα 5.15: Τάση στον πόδα του οδόντα του συνεργαζόμενου τροχού του 4^{ου} ζεύγους

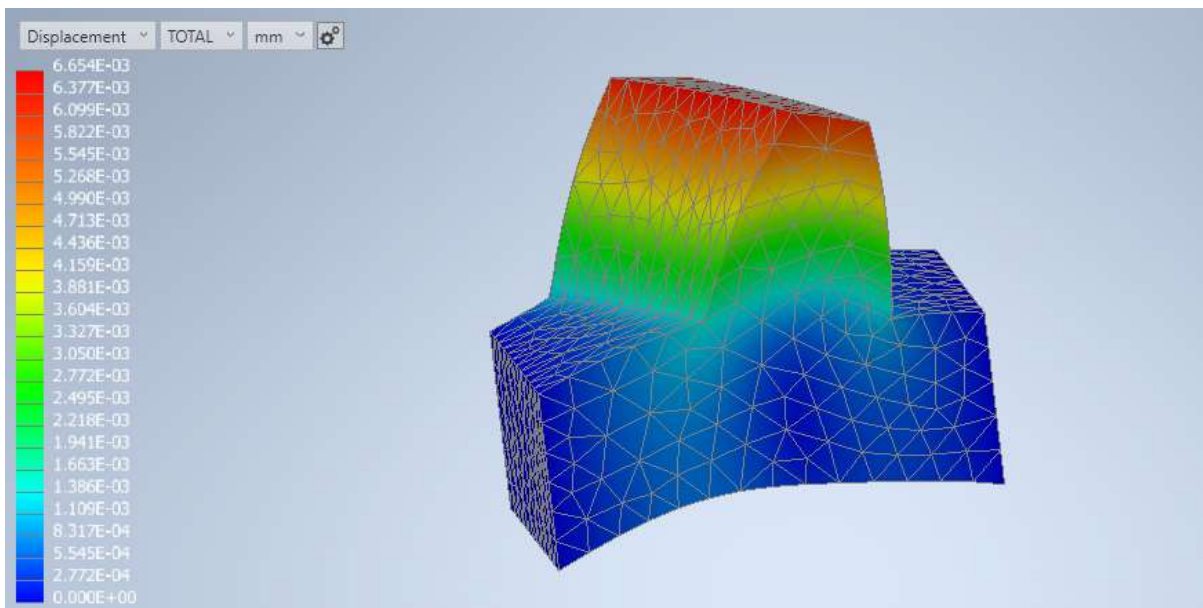


Σχήμα 5.16: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το συνεργαζόμενο τροχό του 4^{ου} ζεύγους

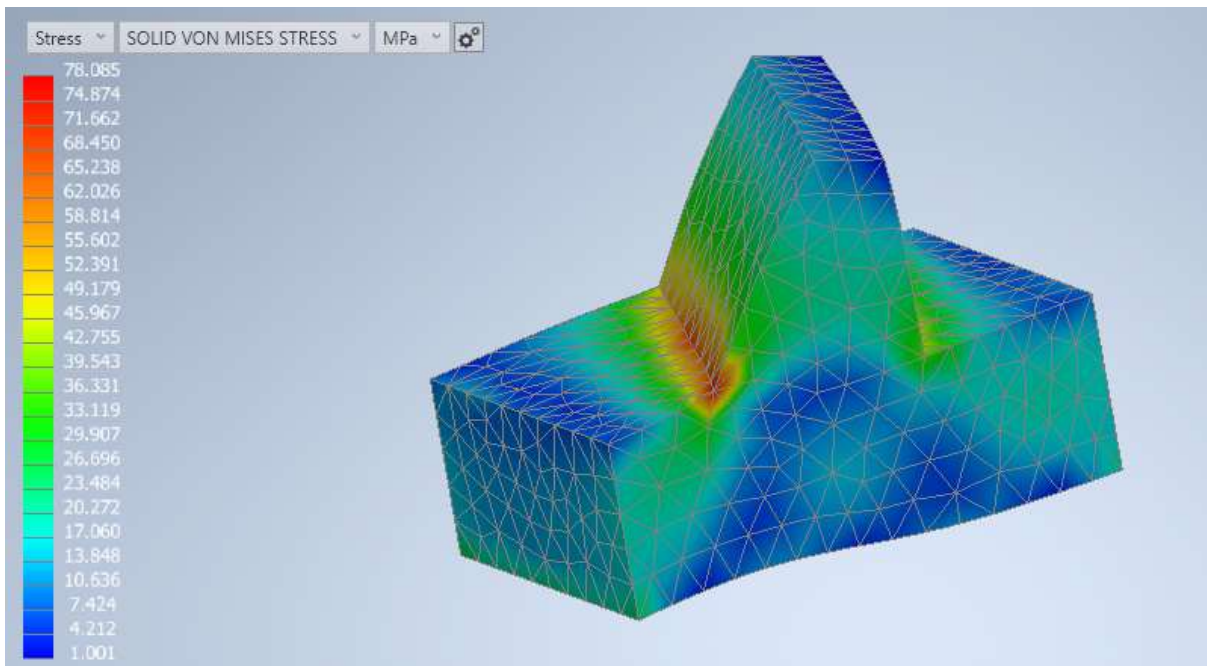
5.1.5 Για το πέμπτο ζεύγος τροχών



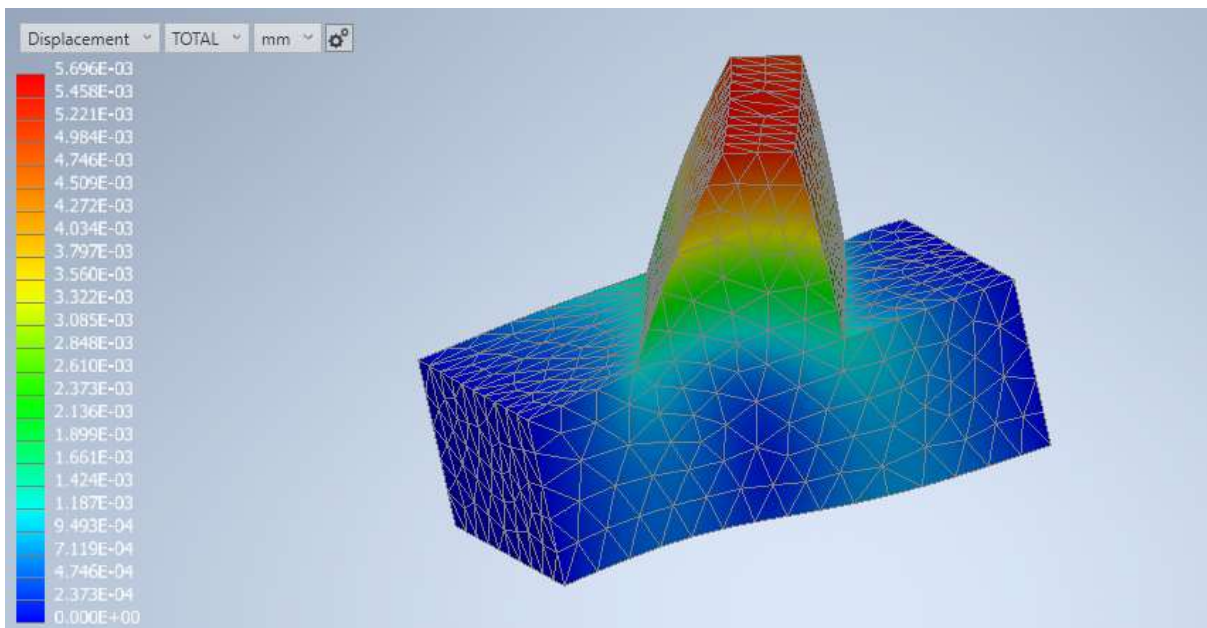
Σχήμα 5.17: Τάση στον πόδα του οδόντα του πινιόν του 5^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.18: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το πινιόν του 5^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.19: Τάση στον πόδα του οδόντα του συνεργαζόμενου τροχού του 5^{ου} ζεύγους



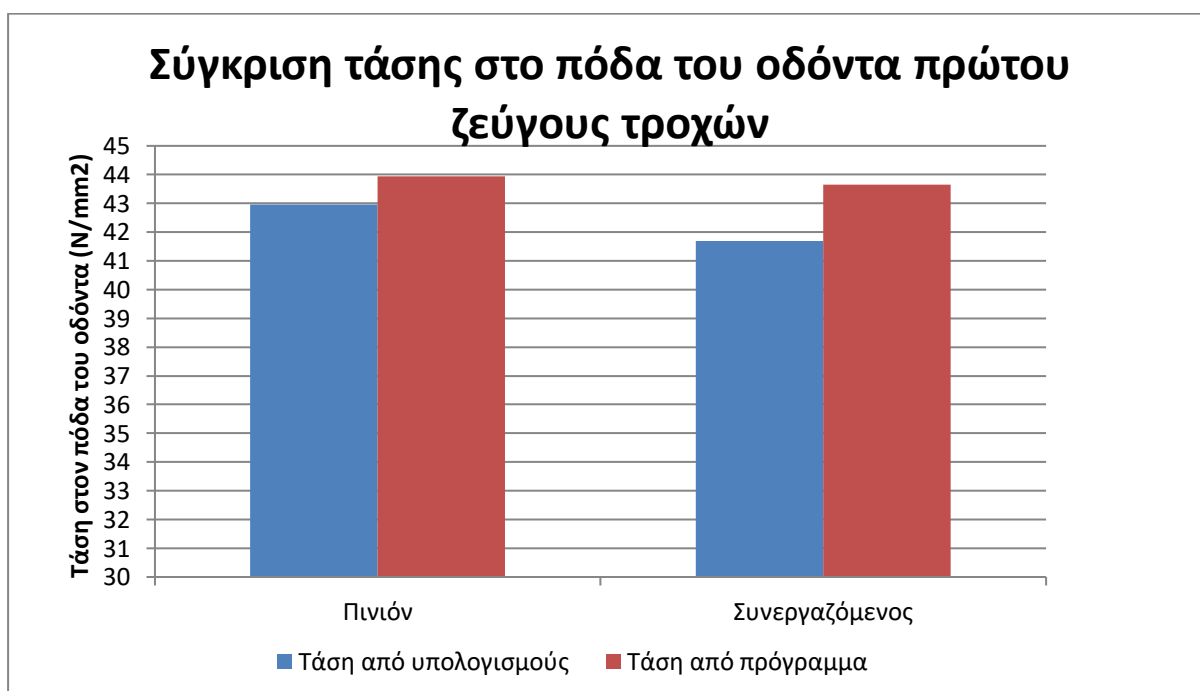
Σχήμα 5.20: Μετατόπιση του οδόντα κατά την εμπλοκή για το συνεργαζόμενο τροχό του 5^{ου} ζεύγους

Ζεύγη τροχών		Τροχοί	$\sigma_{\text{επ}}$ (N/mm ²)	σ_{max} (N/mm ²)	Αποτελέσματα από inventor Nastran (N/mm ²)	Απόκλιση	Απόκλιση (%)
1 ^ο	1	Πινιόν	200	42.95	43.948	-0.998	-2.27
	2	Συνεργαζόμενος	200	41.7	43.64	-1.94	-4.45
2 ^ο	3	Πινιόν	175	47.5	48.178	-0.678	-1.41
	4	Συνεργαζόμενος	175	45.12	44.4	0.72	1.62
3 ^ο	5	Πινιόν	318.75	88.72	87.94	0.78	0.89
	6	Συνεργαζόμενος	318.75	84.94	85.208	-0.268	-0.31
4 ^ο	7	Πινιόν	231.75	71.76	70.005	1.755	2.51
	8	Συνεργαζόμενος	231.75	68.79	66.297	2.493	3.76
5 ^ο	9	Πινιόν	200	84.35	84.389	-0.039	-0.05
	10	Συνεργαζόμενος	200	80.56	78.085	2.475	3.17

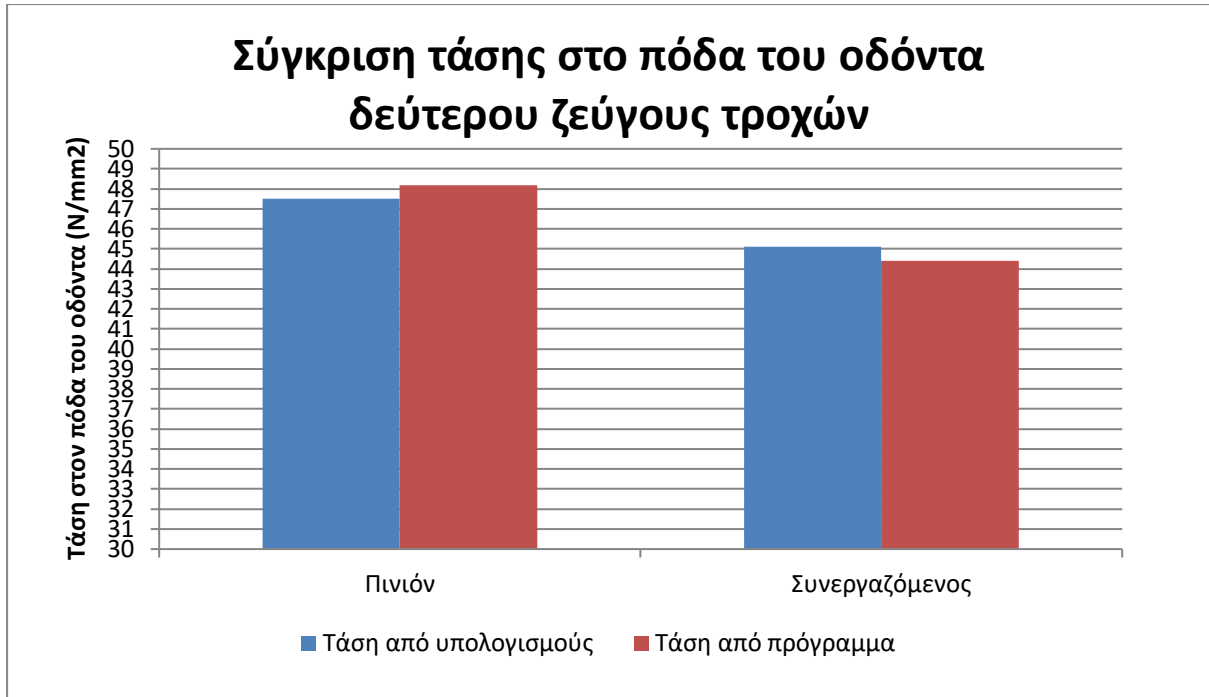
Πίνακας 5.1: Σύγκριση τιμών από αποτελέσματα υπολογισμών και προγράμματος για την τάση στον πόδα του οδόντα

5.2 Σύγκριση της τάσης στον πόδα του οδόντα από αποτελέσματα υπολογισμών και του προγράμματος

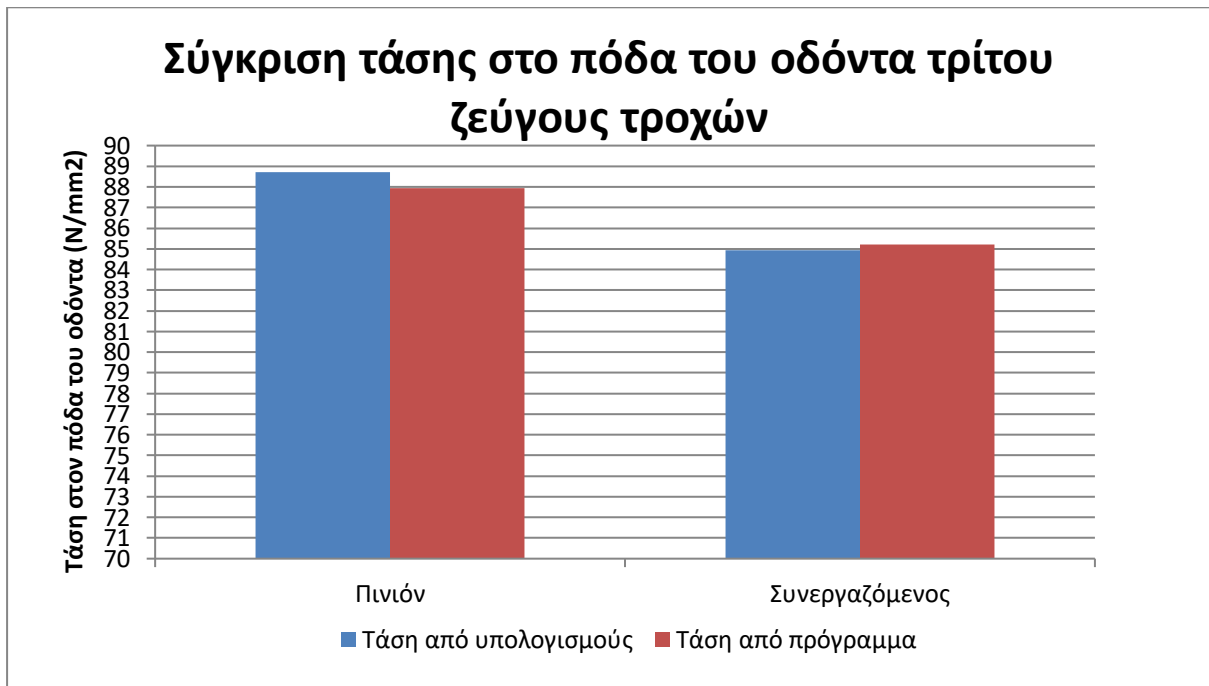
Στην συνέχεια της ενότητας θα αναρτηθούν τα διαγράμματα με τις υπολογιστικές τιμές σε σύγκριση με τα αποτελέσματα από το πρόγραμμα.



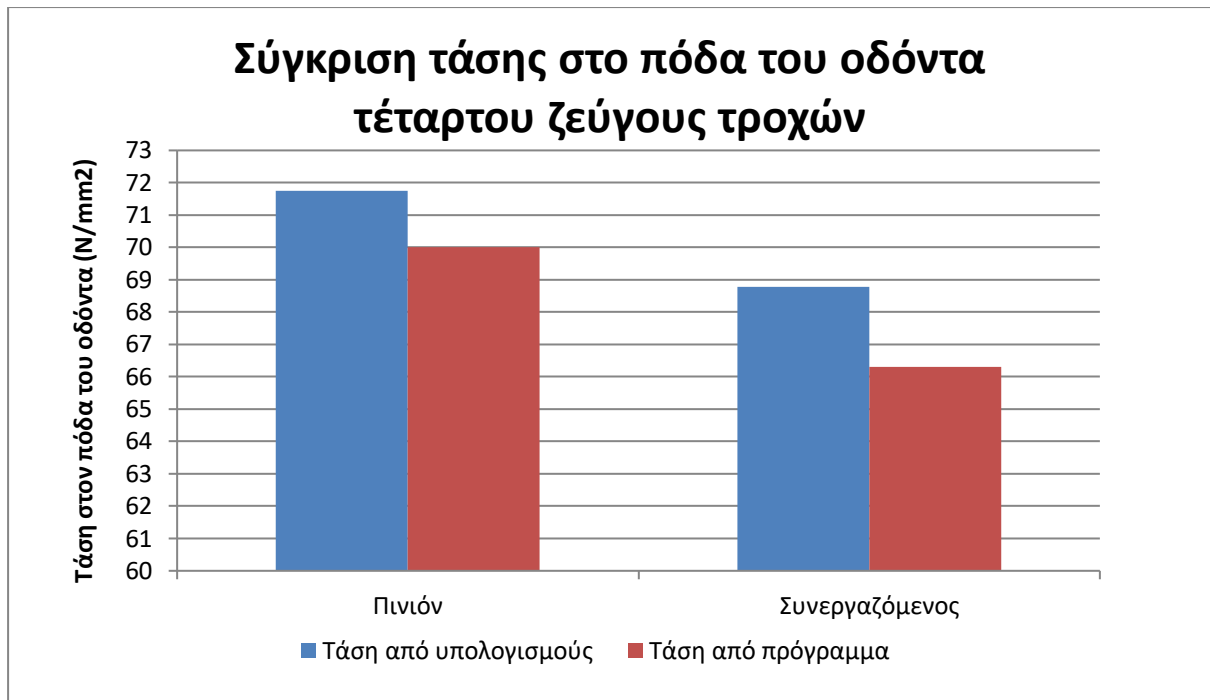
Σχήμα 5.21: Σύγκριση τάσης στον πόδα του οδόντος από αποτελέσματα υπολογισμών και προγράμματος του 1^{ου} ζεύγους



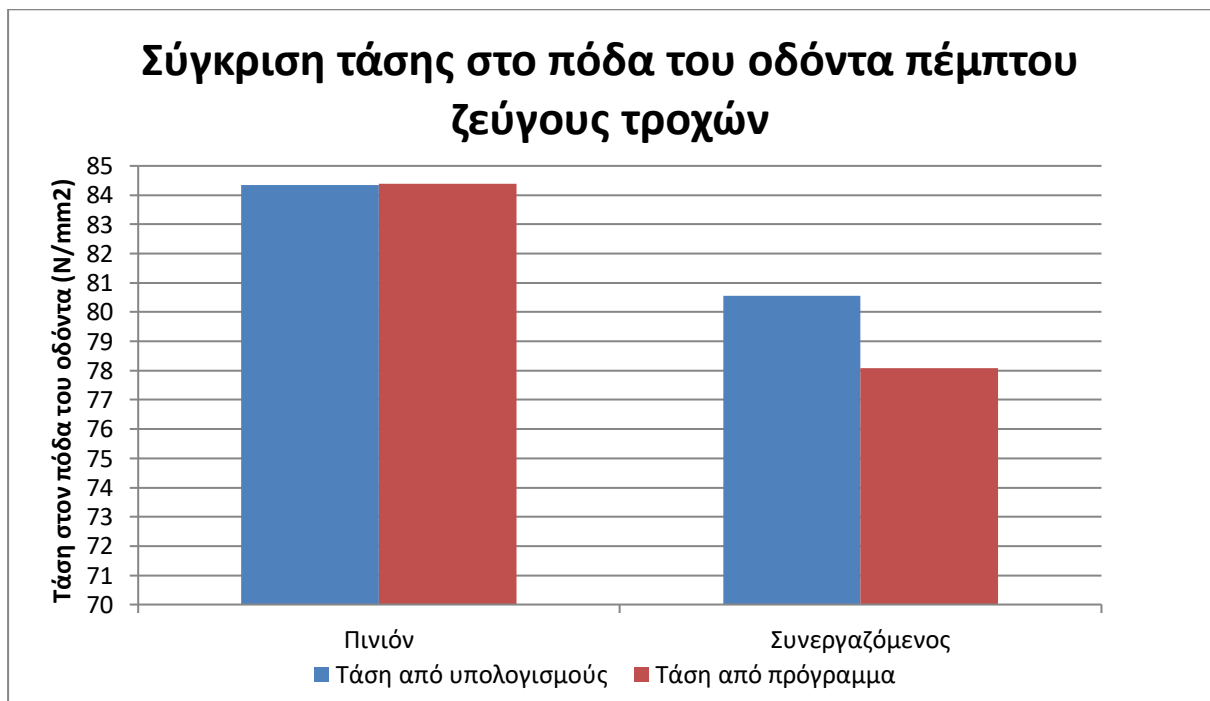
Σχήμα 5.22: Σύγκριση τάσης στον πόδα του οδόντος από αποτελέσματα υπολογισμών και προγράμματος του 2^{ου} ζεύγους



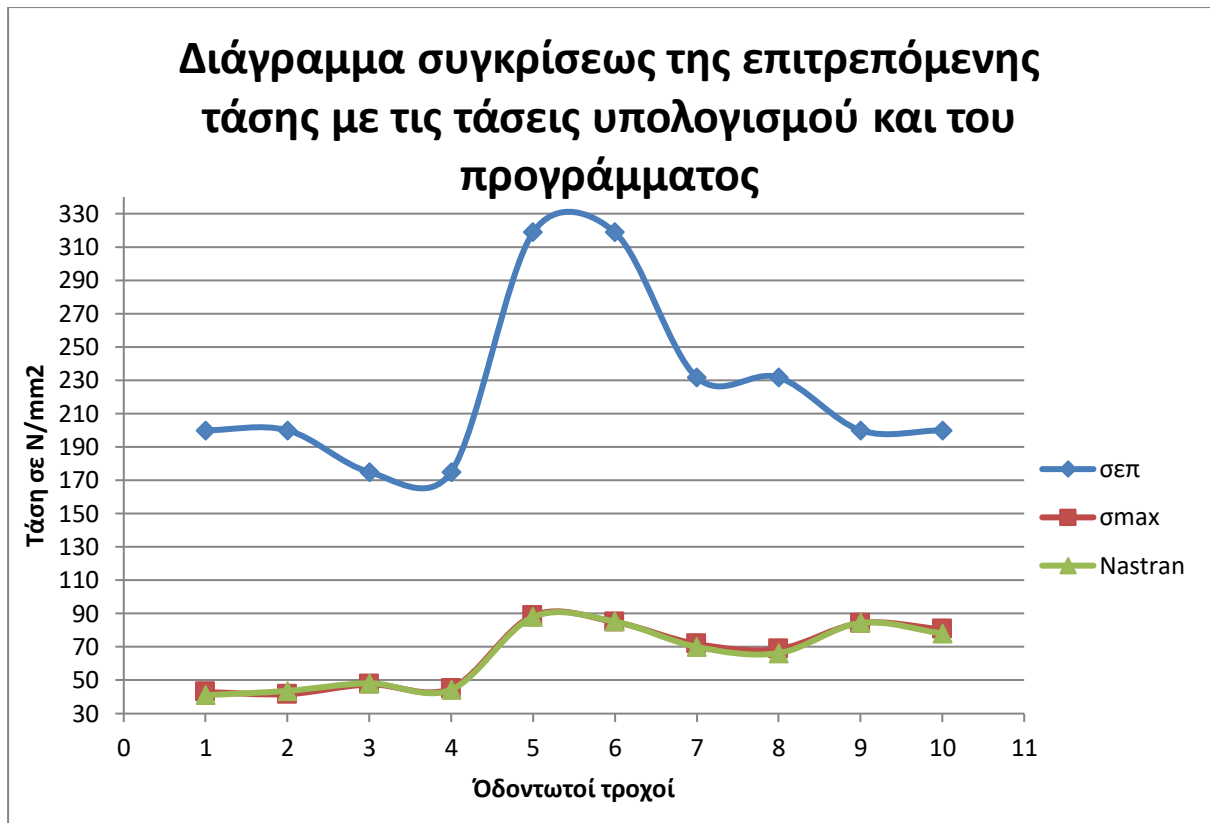
Σχήμα 5.23: Σύγκριση τάσης στον πόδα του οδόντα από αποτελέσματα υπολογισμών και προγράμματος του 3^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.24: Σύγκριση τάσης στον πόδα του οδόντα από αποτελέσματα υπολογισμών και προγράμματος του 4^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.25: Σύγκριση τάσης στον πόδα του οδόντα από αποτελέσματα υπολογισμών και προγράμματος του 5^{ου} ζεύγους



Σχήμα 5.26: Διάγραμμα σύγκρισης επιτρεπόμενης τάσης με τις τάσεις υπολογισμού και προγράμματος

6. Συμπεράσματα

Από την σύγκριση των τιμών των αποτελεσμάτων των υπολογισμών και του προγράμματος για την μέγιστη τάση στον πόδα του οδόντα, παρατηρούμε ότι οι διαφορές είναι σε επιθυμητά επίπεδα και δεν έχουμε μεγάλες αποκλίσεις. Οι τιμές των αποκλίσεων κυμαίνονται από -4.45% έως 3.76%.

Παρατηρούμε επίσης ότι οι τιμές από τους υπολογισμούς που πραγματοποιήσαμε και με τους υπολογισμούς που έβγαλε το πρόγραμμα είναι αρκετά κοντά όπως φανερώνουν και οι αποκλίσεις. Όπου στον 9^ο τροχό δηλαδή το πινιόν από το 5^ο ζεύγος τροχών η απόκλιση είναι μόλις -0.05%. Το ότι αυξάναμε τις στροφές του κάθε ζεύγους δεν επηρέασε την απόκλιση των αποτελεσμάτων, αλλά όπως ήταν αναμενόμενο η μέγιστη τάση αυξάνεται όσο αυξάνονται και οι στροφές στα ζεύγη. Σε αυτό συμβάλει και μεγάλο ρόλο το υλικό το οποίο έχουμε για το κάθε ζεύγος.

Σκοπός της εργασίας ήταν να αναδείξει πως οι τιμές από τους υπολογισμούς είναι πολύ κοντά στις τιμές που έχουμε από το πρόγραμμα. Όπου όπως φανερώνουν και τα σχήματα 5.21-5.25 και ο πίνακας 5.1 με τις αποκλίσεις οι τιμές της μέγιστης τάσης από το πρόγραμμα είναι πολύ κοντά στις τιμές της μέγιστης τάσης που υπολογίσαμε. Οι διαφορές αποκλίσεις που δημιουργούνται στον κάθε οδοντωτό τροχό οφείλονται κυρίως σε διάφορες παραμέτρους που χρησιμοποιήσαμε κατά την διάρκεια των υπολογισμών. Δηλαδή σε διάφορες τιμές που εκλέξαμε εμείς από τους πίνακες όπου οι τιμές είναι πολύ κοντά και ο καθένας μπορεί να πάρει διάφορες τιμές με μικρές αποκλίσεις. Επίσης στις στρογγυλοποιήσεις που έγιναν σε κάθε αποτέλεσμα και ότι το πρόγραμμα μπορεί να χρησιμοποιεί άλλες μεθόδους υπολογισμών από ότι χρησιμοποιήσαμε.

Από το σχήμα 5.26 όπου γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων υπολογισμών και προγράμματος της τάσης στον πόδα του οδόντα με την επιτρεπόμενη τάση στον πόδα του οδόντα για όλους τους τροχούς βλέπουμε πως τα υλικά που επιλέξαμε είναι ικανά και αντέχουν στις καταπονήσεις που δέχονται.

Από τις προσομοιώσεις που έγιναν στο πρόγραμμα και τα σχήματα που έχουμε μπορούμε να διακρίνουμε πιο εύκολα που βρίσκεται η μέγιστη τάση, όπου όπως ήταν αναμενόμενο βρίσκεται στο κάτω μέρος του οδόντα.

Οι μετατοπίσεις όλων των τροχών που παρουσιάστηκαν πιο πάνω και για το πινιόν και για το συνεργαζόμενο τροχό είναι πάρα πολύ μικρές της τάξεως από 0.00479 – 0.007187 mm, επομένως τα ζεύγη τροχών που αναλύσαμε δεν θα αντιμετωπίσουν κάποιο θέμα παραμορφώσεων στη συνεργασία των οδοντωτών τροχών και την όλη λειτουργία τους.

Δεν μπορούμε να συγκρίνουμε περαιτέρω τους οδοντωτούς τροχούς μεταξύ τους καθώς επιλέξαμε να εργαστούμε με διαφορετικά στοιχεία ως δεδομένα για τον κάθε τροχό. Όπως το modul το υπολογίσαμε και δεν το πήραμε ως δεδομένο και τις στροφές του κάθε ζεύγους τις αυξάναμε για να παρατηρήσουμε στο τέλος ξανά την σύγκριση των αποτελεσμάτων των υπολογισμών και του προγράμματος.

7. Βιβλιογραφία

1. Κωστόπουλος Θ. Ν., Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών, Εκδόσεις Συμεών, Αθήνα, 2010.
2. Στεργίου Κ. Ι. και Στεργίου Ι. Κ., Στοιχεία Μηχανών ΙΙ, ΣΕ Σύγχρονη Εκδοτική, Αθήνα, 2002.
3. An Overview of Gear Manufacturing Processes.
<https://drishtikona.files.wordpress.com/2012/08/ch4.pdf>
4. Τσολάκης Α., Στοιχεία Μηχανών ΙΙ,
<http://eclass.teipir.gr/openeclass/modules/units/?course=MECH121&id=540>
5. Τσολάκης Α. και Ράπτης Κ., Στοιχεία Μηχανών ΙΙ, <http://eclass.uniwa.gr>
6. Raptis K. and Savaidis A., Experimental investigation of spur gear strength using photoelasticity, 2018,
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2452321618300544>

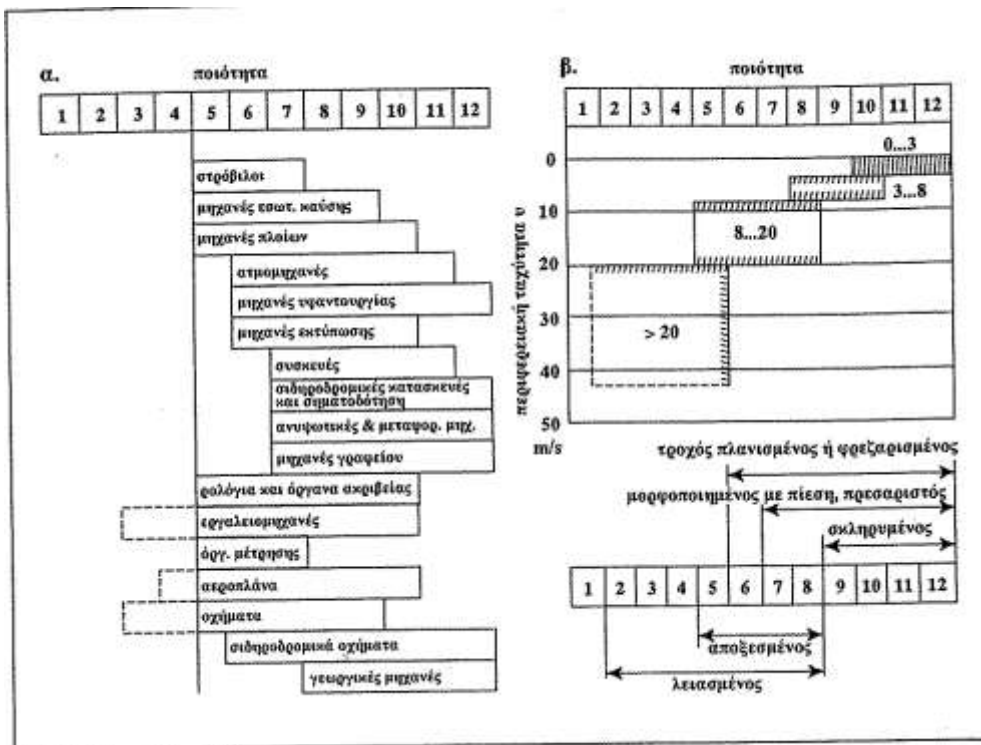
7.1 Προγράμματα

- Autodesk Inventor Professional 2022
- Autodesk Inventor Nastran 2022

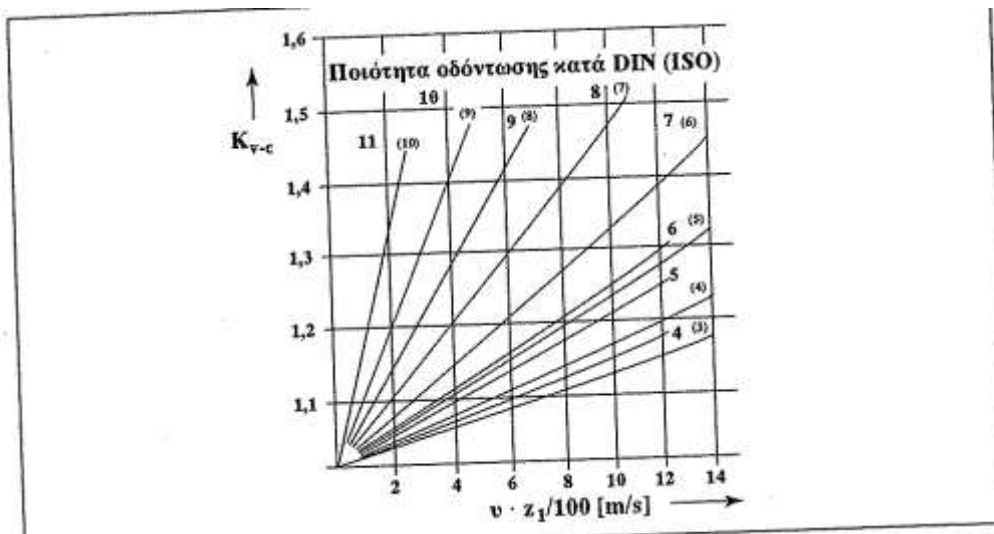
8. Παράρτημα Πινάκων

Εργομηχανή	Κινητήρια μηχανή		
	Ομοιόμορφη κίνηση	Ελαφρές κρούσεις	Κρούσεις μέσου μεγέθους
	Ηλεκτροκίνητης, ατμοστρόβιλος	Πολυκύλινδρη εμβολοφόρος μηχανή	Μονοκύλινδρη εμβολοφόρος μηχανή
Λειτουργία ομοιόμορφη π.χ. Γεννήτριες, μειωτήρες πρόωσης, μεταφορικές ταινίες, ελαφρά αναβατώρια και βαρούλκα, στροβιλοφουσητήρες και συμπιεστές, αναδευτήρες και αναμικτήρες για υλικά με ομοιόμορφη πυκνότητα.	1,0 (1,25)	1,25 (1,5)	1,5 (1,75)
Λειτουργία με μέτριες κρούσεις π.χ. Κύριες μεταδόσεις κίνησης σε εργαλειομηχανές, βαριά αναβατώρια, συστήματα περιστροφής γερανών, ανεμιστήρες ορυχείων, αναδευτήρες και αναμικτήρες για υλικά με ακανόνιστη πυκνότητα, εμβολοφόρες αντλίες με πολλούς κυλίνδρους, αντλίες διανομής.	1,25 (1,5)	1,5 (1,75)	1,75 (2,0)
Λειτουργία με ισχυρές κρούσεις, π.χ. Διατρητικά - διαμορφωτικά μηχανήματα, ψαλίδια, ζυμωτήρια ελαστικού, μηχανές ελάστρων και μεταλλουργείων, εκσκαφείς με πτύο, βαριές κεντροφύγες, βαριές αντλίες διανομής.	1,75 (2,0)	2,0 (2,25)	2,25 (2,5)

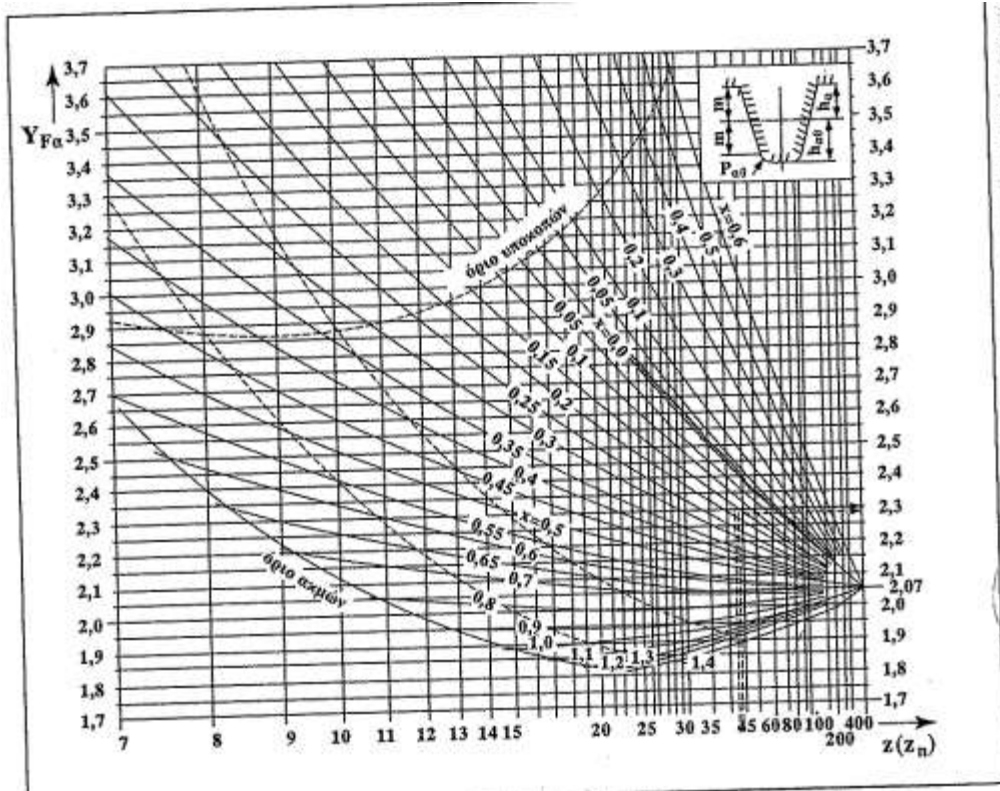
Πίνακας 8.1: Συντελεστής φορτίου K_A για μειωτήρες με οδοντωτούς τροχούς με 8ωρη ή 24ωρη λειτουργία [2]



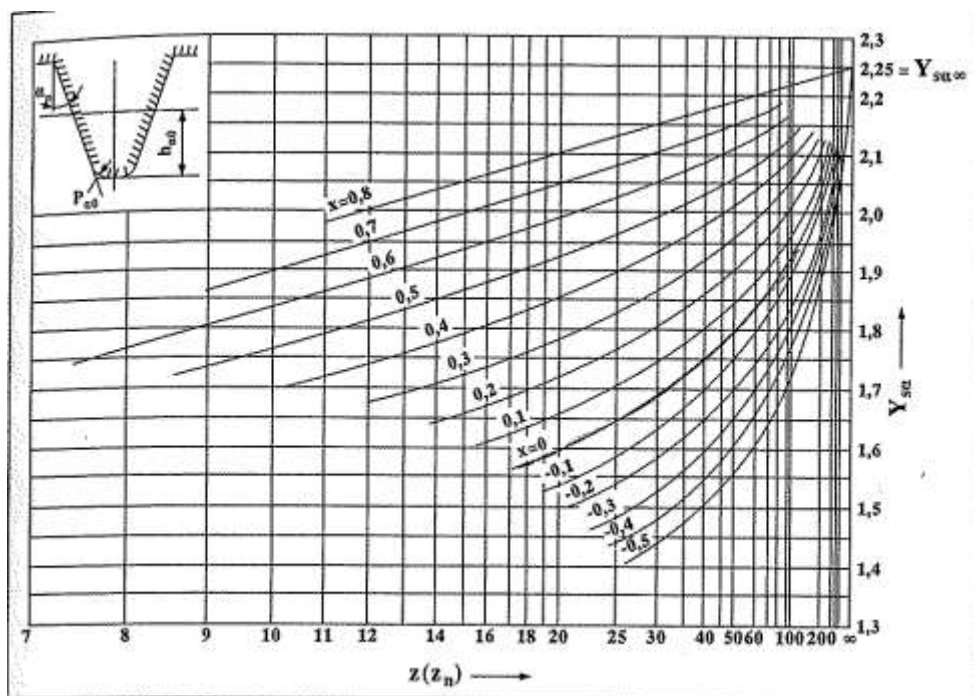
Σχήμα 8.1: Κατευθυντήριες γραμμές για την επιλογή της ποιότητας της οδόντωσης [2]



Σχήμα 8.2: Συντελεστής δυναμικών καταπονήσεων K_v για οδοντοσούς τροχούς με κεκλιμένους οδόντες [2]



Σχήμα 8.3: Συντελεστής μορφής Y_{Fa} για εξωτερική οδόντωση [2]



Σχήμα 8.4: Συντελεστής διόρθωσης τάσης Y_{sa} για εξωτερική οδόντωση [2]