

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ



**ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΜΕ ΤΗΝ ΜΕΘΟΔΟ  
ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

Μιχάλης Σ. Κολυκάς

Επιβλέπων: Τσολάκης Αντώνιος

Αθήνα, Οκτώβριος 2022

ΜΕΛΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

(Όνομ/μο,Υπογραφή)

(Όνομ/μο,Υπογραφή)

(Όνομ/μο,Υπογραφή)

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος **Μιχάλης Κολυκάς του Στέφανου**, με αριθμό μητρώου **04058** φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο Δηλών

Μιχάλης Κολυκάς



## **Ευχαριστίες**

Θα ήθελα να ευχαριστήσω μέσα από την καρδιά μου τον Κύριο Αντωνιο Τσολακη για όλη την βοήθεια και καθοδήγηση που μου παρείχε καθόλη την διάρκεια της εκπόνησης της πτυχιακής μας εργασίας, καθώς και την οικογένεια μου που μας στάθηκε όλα αυτά τα χρόνια.

## Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1.....	8
Κεφάλαιο 2.....	13
2.1.1 Κατασκευή ελαστικών .....	15
2.1.2 Μηχανισμός μεταφοράς φορτίου.....	17
2.1.3 Μηχανισμός πρόσφυσης στο δρόμο .....	18
2.1.4 Μηχανισμός αντίστασης κύλισης .....	21
2.2.1 Επίδραση του μεγέθους του ελαστικού.....	23
3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ .....	31
3.6.1 Σχεδιασμός ελαστικών: Χαρτογράφηση 2D και 3D αναλύσεων-ANSYS COMPANY.....	52
3.6.2 Προσομοίωση ελαστικών Διακυμάνσεις θερμοκρασίας και παράγοντες κινδύνου.....	53
3.7 Στατική και Μεταβατική Ανάλυση Radial Tires με χρήση ANSYS.....	55
3.8 Στατική Ανάλυση Μοντέλου Ελαστικού που αναπτύχθηκε από Φυσικό από καουτσούκ .....	57
3.9 Ανάλυση FEA του πέλματος ελαστικού υπό φόρτιση και Κατάσταση εκφόρτωσης σε φορτηγό .....	63
Κεφάλαιο 4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ SOLIDWORKS.....	68
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ.....	71
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	83
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	84

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Επίπτωση ελαστικών χαμηλής αντίστασης κύλισης.....	8
Εικόνα 2: Συνοπτική ιστορία του ελαστικού .....	11
Εικόνα 3: Αντίσταση σε αυτοκίνητο λόγω διαφόρων παραγόντων [2] .....	13
Εικόνα 4: Αντικρουόμενοι στόχοι στην ανάπτυξη ελαστικών [3] .....	14
Εικόνα 5:Ακτινικές στρώσεις [5] .....	15
Εικόνα 6:Ακτινικές στρώσεις [4] .....	15
Εικόνα 7:Δομή ελαστικού [5].....	17
Εικόνα 8: Τάσεις στο ελαστικό [4] .....	17
Εικόνα 9: Φορτίσεις ελαστικού [4] .....	18
Εικόνα 10: Molecular adhesion και Hysteresis grip πάνω στο ελαστικό [4] .....	18
Εικόνα 11: Καμπύλη υστέρησης [4].....	19
Εικόνα 12:Δύναμη που επιβάλλεται στο ελαστικό σε ασταθή δρόμο όταν δεν κινείται [4].....	20
Εικόνα 13: Δύναμη που επιβάλλεται στο ελαστικό σε ασταθή δρόμο όταν κινείται [4] .....	20
Εικόνα 14: Μετατόπιση στο κέντρο πίεσης κατά την ελεύθερη κύλιση [4].....	22
Εικόνα 15: Συντελεστής αντίστασης κύλισης ελαστικού 175/70 R14 με εξωτερική διάμετρο 2,1 bars σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8767 (με βάση το 100) [6].....	24
Εικόνα 16: Αλλαγή του συντελεστή αντίστασης κύλισης με τη διάμετρο του ελαστικού και τους τύπους επιφάνειας [10].....	24
Εικόνα 17: Αλλαγή του συντελεστή αντίστασης κύλισης με το μέγεθος του ελαστικού [11] .....	25
Εικόνα 18: Επίδραση του λόγου διαστάσεων του σταθερού μεγέθους ελαστικού και της ικανότητας μεταφοράς φορτίου [13] .....	26
Εικόνα 19: Μεταβολή του συντελεστή αντίστασης κύλισης με την πίεση φουσκώματος των ελαστικών σε διάφορες επιφάνειες [10].....	27
Εικόνα 20: Η αντίσταση κύλισης μετράτε στις 2,1 bar σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8767 [6].....	28
Εικόνα 21: Εξάρτηση της αντίστασης κύλισης από την πίεση φουσκώματος για το ελαστικό FR78-14 που δοκιμάστηκε σε φορτίο 1280 λίβρες και 60 mph [14].....	28
Εικόνα 22: Η αντίσταση κύλισης μετρήθηκε στο 80% της μέγιστης χωρητικότητας φορτίου του ελαστικού σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8767 [6] .....	29
Εικόνα 23: Εξάρτηση της αντίστασης κύλισης από το φορτίο του τροχού για ελαστικό FR78-14 που δοκιμάστηκε σε πίεση 32 psi και ταχύτητα 60 mph [14] .....	29
Εικόνα 24: Συντελεστής αντίστασης κύλισης ως συνάρτηση της συνολικής κατακόρυφης δύναμης που εφαρμόζεται στα ελαστικά του ποδηλάτου. [15] .....	30
Εικόνα 25: Παράδειγμα προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιχεία.....	31
Εικόνα 26: Επιμήκυνση της δομής υπό την επίδραση φορτίου.....	35
Εικόνα 27: Διαίρεση δομής (αριστερά) σε στοιχεία (δεξιά).....	36
Εικόνα 28: Στοιχεία και κόμβοι.....	36
Εικόνα 29: Πλέγμα πολύπλοκης κατασκευής.....	37
Εικόνα 30: Ράβδος δικτυώματος i j ως προς ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων XOY .....	38
Εικόνα 31: .....	43
Εικόνα 32: Παράδειγμα 1.1. ....	47

Εικόνα 33: Παράδειγμα 1.2 .....	50
Εικόνα 34: Πίεση επαφής στο τέλος της ανάλυσης αποτυπώματος στο Ansys Mechanical .....	53
Εικόνα 35: Αριστερά: Ένα τρισδιάστατο μοντέλο ελαστικού που υποβάλλεται σε θερμική ανάλυση στο Ansys Mechanical. Δεξιά: Αρμονική ανάλυση στο Ansys Mechanical.....	54
Εικόνα 36: 3D μοντέλο.....	56
Εικόνα 37: Ολική παραμόρφωση σε μετατόπιση 2 mm .....	56
Εικόνα 38: Ολική παραμόρφωση σε μετατόπιση 5 mm .....	56
Εικόνα 39: Η ισοδύναμη τάση σε μετατόπιση 2 mm .....	57
Εικόνα 40: Η ισοδύναμη τάση σε μετατόπιση 5 mm .....	57
Εικόνα 41:3D μοντέλο.....	58
Εικόνα 42:Διακριτικοποίηση μοντέλου .....	59
Εικόνα 43:Εισαγωγή εσωτερικής πίεσης στο ελαστικό.....	59
Εικόνα 44:Πάκτωση ελαστικού.....	60
Εικόνα 45: Παραμορφώσεις ελαστικών υπό κατακόρυφο φορτίο .....	60
Εικόνα 46: Οι τάσεις von-Mises-Hencky για μέγιστη πίεση.....	61
Εικόνα 47: Τάσεις von-Mises-Hencky για κατακόρυφη φόρτιση.....	61
Εικόνα 48: Ενέργεια παραμόρφωσης για μέγιστη πίεση φουσκώματος.....	62
Εικόνα 49: Ενέργεια καταπόνησης για κατακόρυφη φόρτιση .....	62
Εικόνα 50:3D μοντέλο.....	64
Εικόνα 51:Meshing μοντέλου .....	64
Εικόνα 52:Ολική μετατόπιση ελαστικού .....	65
Εικόνα 53: Ισοδύναμη τάση στις συνθήκες εκφόρτωσης .....	65
Εικόνα 54:Ολική μετατόπιση υπό φόρτωση .....	66
Εικόνα 55: Ισοδύναμη τάση στην κατάσταση φόρτωσης .....	66
Εικόνα 56:Πρόσοψη ελαστικού.....	68
Εικόνα 57: Κάτοψη ελαστικού ελαστικού .....	69
Εικόνα 58: Εσωτερικό ελαστικού.....	69
Εικόνα 59:Το ήμισυ του ελαστικού .....	70
Εικόνα 60:Μηχανικές ιδιότητες ελαστικού .....	71
Εικόνα 61:Διακριτικοποίηση μοντέλου (meshing) .....	71
Εικόνα 62:Πάκτωση ελαστικού.....	72
Εικόνα 63:Επιβολή πίεσης στο ελαστικό.....	72
Εικόνα 64: Επιβολή πίεσης στο ελαστικό (εσωτερικό μέρος).....	73
Εικόνα 65: Επιβολή δύναμης στο κάτω μέρος του ελαστικού όπου πατάει στην άσφαλτο .....	73
Εικόνα 66:Ολική μετατόπιση ελαστικού .....	74
Εικόνα 67: Μέγιστη και ελάχιστη ολική μετατόπιση .....	74
Εικόνα 68:Ισοδύναμη ελαστική τάση .....	75
Εικόνα 69: Ισοδύναμη ελαστική τάση (εσωτερικό προφίλ).....	75
Εικόνα 70:Ισοδύναμη τάση VonMisses .....	76
Εικόνα 71: Ισοδύναμη τάση VonMisses (εσωτερικό ελαστικού) .....	76
Εικόνα 72:Μέγιστη κύρια ελαστική τάση.....	77
Εικόνα 73:Μέγιστη κύρια διατμητική τάση.....	77
Εικόνα 74:Κύρια ελαστική τάση (Normal).....	78
Εικόνα 75: Διατμητική τάση στο ελαστικό .....	78

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

## 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η υπερθέρμανση του πλανήτη αποτελεί μια τεράστια ανησυχία στις μέρες μας και ο τομέας των μεταφορών είναι ο μεγαλύτερος παράγοντας που συμβάλλει στα αέρια του θερμοκηπίου μετά την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας [1]. Στις προσπάθειες μείωσης των εκπομπών θερμοκηπίου τίθενται αυστηρότεροι στόχοι εκπομπών. Με έναν τρέχοντα στόχο μέσης εκπομπής CO<sub>2</sub> του στόλου που έχει οριστεί στα 130 g/km για τα αυτοκίνητα το 2015 και έναν προβλεπόμενο στόχο 95 g/km για το 2021 που έχει οριστεί από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή για την Ευρώπη, υπάρχει τεράστιος όγκος έρευνας για την κατασκευή πράσινων οχημάτων. Οι εκπομπές θερμοκηπίου είναι ευθέως ανάλογες με την κατανάλωση καυσίμου. Ως εκ τούτου, η μείωση της κατανάλωσης καυσίμου θα μειώσει τις εκπομπές CO<sub>2</sub>.

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι βελτίωσης της απόδοσης καυσίμου. Μερικά από αυτά περιλαμβάνουν τη χρήση καλύτερων και πιο αποδοτικών κινητήρων, όπως βελτιωμένους κινητήρες μειωμένου μεγέθους, χρήση υβριδικών οχημάτων, εναλλακτικών καυσίμων ή εντελώς ηλεκτρικών οχημάτων. Ένας άλλος τομέας εστίασης είναι η μείωση του φόρτου του δρόμου. Το φορτίο δρόμου είναι μια δύναμη που αντιτίθεται στην κίνηση ενός οχήματος. Η κύρια εστίαση είναι στις δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητο, όπως η αεροδυναμική αντίσταση οπισθέλκουσας και κύλισης.



Εικόνα 1: Επίπτωση ελαστικών χαμηλής αντίστασης κύλισης

Έχει διαπιστωθεί ότι η αντίσταση κύλισης μπορεί να αντιπροσωπεύει έως και το 20% όλων των απωλειών στο όχημα και ως εκ τούτου είναι ένα σημαντικό φορτίο που πρέπει να μειωθεί.



## 1.2 ΙΣΤΟΡΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ

Τα ελαστικά από καουτσούκ είναι αναμφισβήτητα το πιο κρίσιμο μέρος κάθε οχήματος και πλέον χρησιμοποιούνται παγκοσμίως ως βασικά χαρακτηριστικά όλων των οχημάτων. Η χρήση τους είναι τόσο διαδεδομένη που είναι δύσκολο να φανταστεί κανείς έναν κόσμο χωρίς αυτά, και παρόλα αυτά η ανάπτυξή τους έχει ξεκινήσει εδώ και πολύ καιρό, υφίσταται πολλές αλλαγές και προσαρμογές με τα χρόνια. Πώς λοιπόν δημιουργήσαμε το ελαστικό από καουτσούκ που γνωρίζουμε σήμερα και πότε πέτυχε την τεράστια δημοτικότητά του;

### **Πριν το 1800:**

Οι τροχοί έχουν χρησιμοποιηθεί από την ανθρωπότητα εδώ και αιώνες, συνήθως στερεωμένοι σε κάρα και βαγόνια για τη μεταφορά ανθρώπων και εμπορευμάτων. Τα πολύ παλιά ελαστικά δεν ήταν τίποτα άλλο από ακατέργαστες ταινίες από δέρμα ή μέταλλο τοποθετημένες στις άκρες των τροχών.

### **1839 - Δημιουργία ενισχυμένου καουτσούκ:**

Πριν από αυτή την ημερομηνία, το καουτσούκ ήταν εύκολα λιώσιμο και δεν κρατούσε καλά το σχήμα του. Ο Charles Goodyear έλυσε αυτό το πρόβλημα επινοώντας τη διαδικασία του βουλκανισμού, η οποία μετέτρεψε το φυσικό καουτσούκ σε πιο σταθερή και ανθεκτική μορφή μέσω της προσθήκης θείου.

### **1846 – Η εφεύρεση του πνευματικού ελαστικού:**

Ένας Σκωτσέζος με το όνομα Ρόμπερτ Γουίλιαμ Τόμσον πιστώνεται με την εφεύρεση του πρώτου πνευματικού ελαστικού (γεμάτο αέρα-πίεση), για το οποίο του χορηγήθηκε δίπλωμα ευρεσιτεχνίας. Προηγουμένως τα ελαστικά από καουτσούκ ήταν απλά και συμπαγή, αλλά η σχεδιάσή του αύξησε την πρόσφυση και την απορρόφηση κραδασμών αλλά και τη μείωση των κραδασμών. Αυτό επιτεύχθηκε με το τύλιγμα ενός καλύμματος γύρω από μια συλλογή από φουσκωτό πλαίσιο από καουτσούκ, πράγμα που σημαίνει ότι ήταν επίσης πιο ανθεκτικό στα τρυπήματα. Δυστυχώς για τον Thomson, το σχέδιό του δεν μπήκε ποτέ στην παραγωγή, πιθανώς επειδή ήταν πολύ προηγμένο για την εποχή του.

#### **1888 – Η επιτυχία του πνευματικού ελαστικού:**

Ενώ ο Thomson δεν πέτυχε φήμη ή επιτυχία με το σχέδιό του, 40 χρόνια αργότερα ένας άλλος Σκωτσέζος είχε περισσότερη τύχη. Ο John Boyd Dunlop εφηύρε εκ νέου πνευματικά ελαστικά για να βελτιώσει την απόδοση του τρίκυκλου του γιου του. Σε αντίθεση με τις προσπάθειες της Thomson, τα ελαστικά της Dunlop τράβηξαν την προσοχή του εμπορίου και του κοινού, πιθανώς λόγω της πρόσφατης αύξησης του ενδιαφέροντος για την ποδηλασία. Η Dunlop συνεργάστηκε με τον χρηματοδότη Harvey du Cros και δημιουργήθηκε η εταιρεία Dunlop Rubber. Ενώ αρχικά επικεντρώθηκαν στα ποδήλατα, κατασκεύασαν το πρώτο τους ελαστικό πεπιεσμένου αέρα για αυτοκίνητα το 1900.

#### **1891 – Δημιουργείται το πρώτο αφαιρούμενο πνευματικό ελαστικό:**

Ενώ πριν κολληθεί το ελαστικό στη στεφάνη του τροχού, οι Γάλλοι ιδιοκτήτες εργοστασίων καουτσούκ, Edouard και Andre Michelin, έβγαλαν δίπλωμα ευρεσιτεχνίας για ένα αποσπώμενο πνευματικό ελαστικό το 1891.

#### **1946 – Δημιουργείται το πρώτο ακτινικό ελαστικό :**

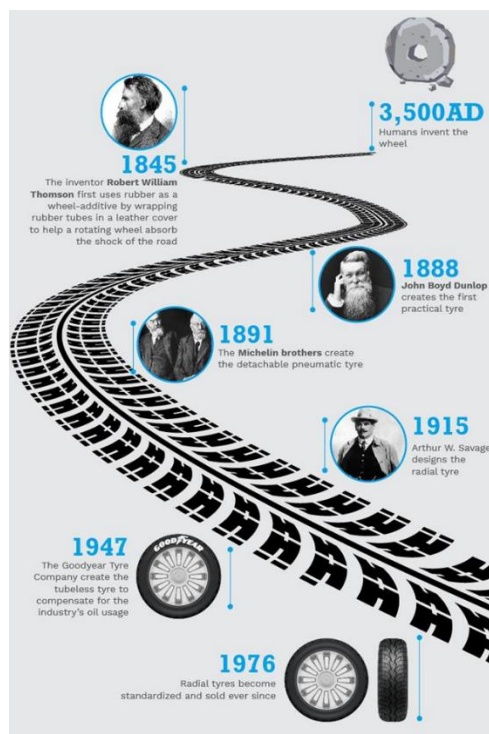
Η Michelin χρειάστηκε άλλα 50 χρόνια πριν δημιουργήσει το πρώτο ελαστικό από ακτινωτό καουτσούκ με χαλύβδινη ζώνη. Ο ατσάλινος ιμάντας αύξησε τη διάρκεια ζωής του ελαστικού και το ενίσχυσε. Τα κορδόνια ακτινοβολούσαν υπό γωνία 90 μοιρών από τη στεφάνη του τροχού, δίνοντάς του το όνομα ενός ελαστικού «ακτινωτό». Ενώ αυτή η νέα τεχνολογία έγινε ευρέως διαδεδομένη εκτός των ΗΠΑ, οι Αμερικανοί κατασκευαστές αυτοκινήτων ήταν απρόθυμοι να προσαρμόσουν τα αυτοκίνητά τους για να την ενσωματώσουν. Κατά τη διάρκεια της κρίσης καυσίμων της δεκαετίας του 1970 αναζητήθηκε η επιθυμία για καλύτερη οικονομία καυσίμου, προκαλώντας την αύξηση της δημοτικότητας του ελαστικού radial στις ΗΠΑ. Σήμερα, αυτός ο τύπος ελαστικών είναι ο κανόνας για όλα σχεδόν τα οχήματα.

## 1974: Η Pirelli κατασκευάζει το Wide Radial Tire

Ένα άλλο μεγάλο όνομα στην κατασκευή ελαστικών, η Pirelli, ήταν η πρώτη που παρήγαγε ελαστικά φαρδιά radial (ακτινικά). Αυτά παρείχαν μεγαλύτερη αντοχή και πιο ομοιόμορφη φθορά του πέλματος.

Με τα χρόνια που ακολούθησαν, τα ελαστικά έχουν υποστεί πολυάριθμες αλλαγές όσον αφορά το συνθετικό μακιγιάζ του καουτσούκ και τη συνολική σχεδίαση του ελαστικού και συνεχίζουν να αναπτύσσονται από μεγάλα ονόματα που έπαιξαν καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση του ελαστικού σε όλη την ιστορία.

Η Lindley's Autocentres στο Nottingham διαθέτει μια μεγάλη γκάμα ελαστικών, συμπεριλαμβανομένων εκείνων που κατασκευάζονται από μεγάλα ονόματα στην ανάπτυξη ελαστικών, παρέχοντας έναν συνδυασμό ποιότητας, ανθεκτικότητας και ασφάλειας.



Εικόνα 2: Συνοπτική ιστορία του ελαστικού

Πηγή : <https://www.oponeo.ie/>

### 1.3 ΤΑ ΕΛΑΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΜΕΛΛΟΝΤΟΣ

Η αυτοκινητοβιομηχανία έχει δείξει ενδιαφέρον για το θέμα των πράσινων τεχνολογιών. Αυτή η προσήλωση οδήγησε σε νέες φιλοσοφίες ελαστικών όπως το Eagle 360 Urban Tire της Goodyear, το οποίο παρουσιάστηκε για πρώτη φορά το 2017. Ενώ είναι ακόμη στο στάδιο της έρευνας, η εταιρεία στοχεύει αυτό το ελαστικό να εξυπηρετεί μαζί με έναν στόλο αυτοοδηγούμενων οχημάτων. Με την υποστήριξη της τεχνητής νοημοσύνης, θα ήταν μια επέκταση του νευρικού συστήματος του οχήματος, καθώς λαμβάνει δεδομένα και βοηθά στην προστασία των επιβατών.

Το 2018, η Goodyear παρουσίασε επίσης το έργο ενός ελαστικού Oxygene, ένα ελαστικό γεμάτο με ζωντανά βρύα που θα απελευθερώσει οξυγόνο καθώς τα βρύα απορροφούν υγρασία από το δρόμο. Όχι μόνο το ελαστικό θα εξουδετερώνει τις εκπομπές άνθρακα άλλων οχημάτων παράγοντας το δικό του οξυγόνο, αλλά η περιστροφή των ελαστικών θα παράγει την ηλεκτρική ενέργεια που θα μπορούσε, ιδανικά, να τροφοδοτήσει το αυτοκίνητο στο οποίο είναι συνδεδεμένα.

Επιπλέον, η συνεχής αναζήτηση για αυξημένη προστασία του οδηγού έχει ρυθμιστεί ώστε να επιτρέπει στα ελαστικά των αυτοκινήτων να αλληλοεπιδρούν με εμπόδια στο δρόμο. Η Goodyear αναπτύσσει επί του παρόντος ελαστικά που θα ανανεώσουν το πέλμα τους. Τα ελαστικά 5<sup>ης</sup> γενιάς της Pirelli, όχι μόνο θα συλλέγουν δεδομένα για το όχημά σας, αλλά θα σας ενημερώνουν για τις επικίνδυνες συνθήκες του δρόμου γύρω σας για να αυξήσετε την ασφάλειά σας.

Εκτός από τα πειράματα των κατασκευαστών με τα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή ελαστικών, καταβάλλουν προσπάθειες για πιο αποτελεσματική και φιλική προς το περιβάλλον ανακύκλωση. Ακόμη και καθώς αναπτύσσονται νέες μέθοδοι ανακύκλωσης καουτσούκ, οι κατασκευαστές προσπαθούν να χρησιμοποιήσουν καλαμπόκι και δέντρα για να δουν εάν κάποιο από τα δύο μπορεί να παράγει μια προστατευτική ουσία που είναι πιο εύκολο να απορριφθεί.

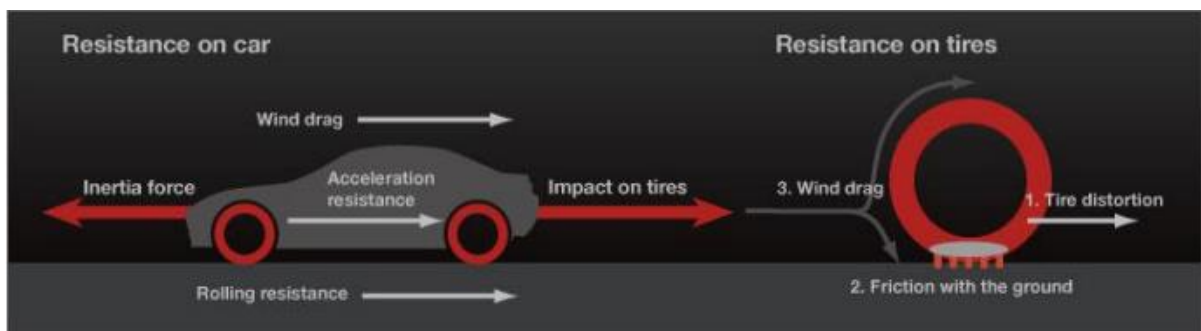
Κάποια μέρα, η αυτοκινητοβιομηχανία μπορεί ακόμη και να ξεπεράσει τον τροχό, εγκαταλείποντάς την για έναν τρόπο μεταφοράς που οι οδηγοί δεν έχουν ακόμη ονειρευτεί. Προς το παρόν, ωστόσο, οι σύγχρονοι Charles Goodyears του κόσμου της αυτοκινητοβιομηχανίας προσπαθούν να φέρουν το ελαστικό σε νέα συνδετικά και βιώσιμα ύψη. Από εδώ, δεν υπάρχει πουθενά να πάτε παρά μόνο προς τα πάνω.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### 2.1 ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΚΥΛΙΣΗΣ ΣΤΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟ

Σε αυτό το κεφάλαιο θα μελετηθεί η συμβολή της αντίστασης κύλισης στις συνολικές απώλειες σε ένα όχημα. Θα συζητηθεί επίσης η κατανόηση της επίδρασης διαφόρων παραμέτρων στον συντελεστή αντίστασης κύλισης ελαστικών και η μείωση της αντίστασης κύλισης με τις απαιτήσεις του οχήματος. Η συνολική κατανάλωση καυσίμου ενός οχήματος εξαρτάται από πολλούς παράγοντες. Είναι γενικά των παρακάτω κατηγοριών.

- Απώλειες αδράνειας που διαχέονται κατά την επιβράδυνση ή την οδήγηση σε κατηφόρα
- Αεροδυναμική αντίσταση τόσο στο αμάξωμα όσο και στους τροχούς του οχήματος
- Αντίσταση κύλισης
- Διαμήκη ολίσθηση



Εικόνα 3: Αντίσταση σε αυτοκίνητο λόγω διαφόρων παραγόντων [2]

Η τρέχουσα τάση κατασκευής πιο αποδοτικών οχημάτων έχει δημιουργήσει σημαντικό ενδιαφέρον για την κατανόηση της αντίστασης κύλισης και της εξάρτησής της από διάφορες παραμέτρους, έτσι ώστε να μπορεί να βελτιωθεί η συνολική απόδοση του οχήματος.

### 2.1 ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ

Ένα ελαστικό πρέπει να εκτελεί διάφορες λειτουργίες σε ένα όχημα. Θα πρέπει να μαλακώνει, να υγραίνει, να εξασφαλίζει καλή κατευθυντική σταθερότητα και να παρέχει μεγάλη διάρκεια ζωής.

Αλλά πρωταρχικό μέλημα είναι η ποιότητα συγκράτησης του δρόμου, όπως η δυνατότητα μετάδοσης ισχυρών διαμηκών και πλευρικών δυνάμεων κατά την επιτάχυνση, το φρενάρισμα και τις στροφές σε διαφορετικούς δρόμους και συνθήκες. Λόγω του ευρέος φάσματος απαιτήσεων, η βελτιστοποίηση του σχεδιασμού των ελαστικών για ορισμένα χαρακτηριστικά μπορεί συχνά να είναι και συμβιβασμός. Μερικά από τα χαρακτηριστικά που πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά το σχεδιασμό φαίνονται στην εικόνα 3.



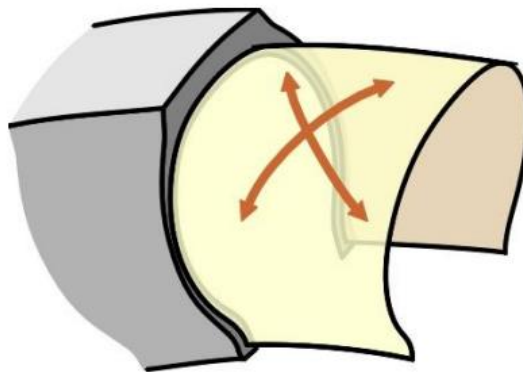
Εικόνα 4: Αντικρουόμενοι στόχοι στην ανάπτυξη ελαστικών [3]

Εκτός από τους στόχους που φαίνονται παραπάνω στην εικόνα 3, υπάρχουν λίγοι επιπρόσθετοι στόχοι όπως η διαμήκης πρόσφυση, η χειμερινή πρόσφυση στο δρόμο, η χαλαρή πρόσφυση στο έδαφος κ.λπ. Υπάρχουν μερικοί γνωστοί τρόποι μείωσης της αντίστασης κύλισης. Το πιο σημαντικό από αυτά είναι η σύνθεση πέλματος. Όταν το μείγμα πέλματος έχει σχεδιαστεί για αντίσταση κύλισης, θέτει σε κίνδυνο άλλα χαρακτηριστικά απόδοσης, όπως ικανότητα πέδησης και επιτάχυνσης, πρόσφυση σε υγρό οδόστρωμα, υδρολίθωση και ούτω καθεξής. Για να επιτευχθεί καλή πρόσφυση στο δρόμο, το πέλμα πρέπει να έχει υψηλή υστέρηση. Αυτό το φαινόμενο εξηγείται στην ενότητα 2.1.3. Ωστόσο, η υστέρηση που ευθύνεται για το καλό κράτημα αυξάνεται επίσης αντίσταση κύλισης. Ως εκ τούτου, υπάρχει πάντα μια αντιστάθμιση. Ένας άλλος τρόπος μείωσης της αντίστασης κύλισης είναι η αλλαγή του μεγέθους και της διάστασης της δομής του ελαστικού. Η επίδραση του μεγέθους του ελαστικού αναλύεται στην ενότητα 2.2.1.

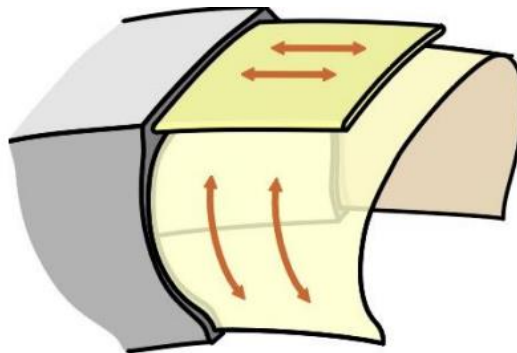
### 2.1.1 ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ

Επί του παρόντος, τα ελαστικά μπορούν να χωριστούν σε δύο κύριους τύπους κατασκευής.

- Σταυρωτές στρώσεις (cross ply)
- Ακτινικές στρώσεις (radial ply)



Εικόνα 5: Σταυρωτες στρώσεις [5]



Εικόνα 6: Ακτινικές στρώσεις [4]

Το cross ply (ή Bias ply) είναι ο παλαιότερος τύπος κατασκευής, όπου το πλευρικό τοίχωμα και η περιοχή του πέλματος είναι κατασκευασμένα από παρόμοια κατασκευή όπως φαίνεται στην εικόνα 5. Το ελαστικό Radial είναι η πρόοδος στην τεχνολογία ελαστικών, διαχωρίζοντας αποτελεσματικά τον τρόπο συμπεριφοράς του πλευρικού τοιχώματος και της περιοχής του πέλματος του ελαστικού όπως φαίνεται στην εικόνα 6.

Τα κύρια δομικά στοιχεία ενός ελαστικού είναι το συγκρότημα περιβλήματος και το συγκρότημα πέλματος και ζώνης. Το περίβλημα περιέχει τον όγκο του αέρα και προστατεύει το ελαστικό. Το

συγκρότημα πέλματος και ιμάντα παρέχει την πραγματική επαφή της επιφάνειας του δρόμου υπεύθυνη για ελάχιστη αντίσταση κύλισης, βέλτιστο χειρισμό και μεγάλη διάρκεια ζωής.

Κάθε σύγχρονο ελαστικό επιβατικού αυτοκινήτου έχει μια πολύ περίπλοκη δομή και αποτελεί τα εξής.

### **Πέλμα**

- ❖ Πέλμα – Υψηλή απόσταση σε μίλια-οδική πρόσφυση-αποβολή νερού
- ❖ κατάλληλο για υψηλές ταχύτητες

### **Περίβλημα**

- ✓ Στρώση από ύφασμα – διατηρεί την πίεση φουσκώματος και το σχήμα του ελαστικού
- ✓ Εσωτερική επένδυση – κάνει το ελαστικό αεροστεγές
- ✓ Πλαϊνό τοίχωμα – προστατεύει από εξωτερικές βλάβες
- ✓ Στρώση με σύρμα – εξασφαλίζει σταθερή τοποθέτηση στο χείλος και αντοχή στις τάσεις

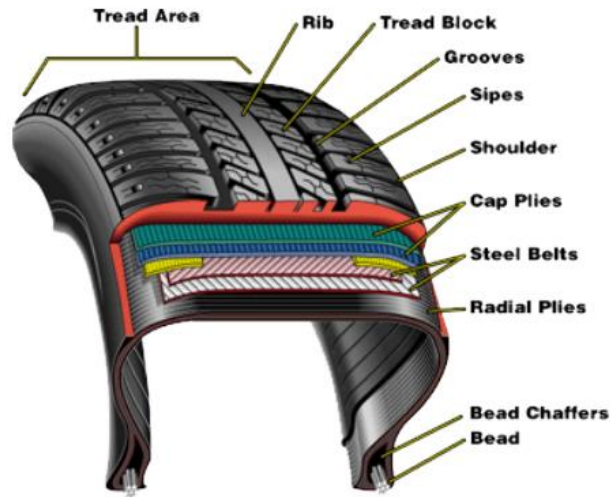
Το πέλμα είναι η πιο εξωτερική επιφάνεια του ελαστικού που έρχεται σε επαφή με το οδόστρωμα όπως φαίνεται στην εικόνα 7. Η λειτουργία του είναι να παρέχει καλή πρόσφυση, ενώ παράλληλα πρέπει να είναι ανθεκτικό. Το πέλμα περιέχει επίσης σχέδια από αυλακώσεις, κενά και εγκοπές. Η λειτουργία του σχεδίου του πέλματος είναι να διώχνει κάθε νερό που μπορεί να μπει ανάμεσα στην επιφάνεια του δρόμου και το ελαστικό για να διατηρείται καλή επαφή με το οδόστρωμα.

Το τμήμα του ελαστικού όπως φαίνεται στην εικόνα 7 έρχεται σε επαφή με το χείλος του τροχού. Το σφαιρίδιο πρέπει να κάθεται σφιχτά στο χείλος για να συγκρατεί τον αέρα στο ελαστικό χωρίς σωλήνα, δεν πρέπει να αφήνει το ελαστικό να περιστρέφεται περιφερειακά καθώς περιστρέφεται ο τροχός. Είναι η κύρια διεπαφή που μεταφέρει το κανονικό φορτίο από το έμπλαστρο επαφής στο χείλος. Εξου και θα πρέπει να είναι σε θέση να υποστηρίξει το φορτίο.

Το πλευρικό τοίχωμα είναι το τμήμα μεταξύ του πέλματος και της χάντρας όπως φαίνεται στην εικόνα 7. Αποτελείται κυρίως από καουτσούκ ενισχυμένο με ύφασμα ή τα ατσάλινα σύρματα που δημιουργούν την στρώση.

Οι πτυχώσεις είναι τα ισχυρά υφασμάτινα ή ατσάλινα σύρματα που είναι ενσωματωμένα στο λάστιχο για να κρατούν το σχήμα του ελαστικού όταν το ελαστικό φουσκώνει. Αυτές οι πτυχές παίζουν σημαντικό ρόλο στην ικανότητα μεταφοράς φορτίου του ελαστικού και στην πιθανή πίεση φουσκώματος.

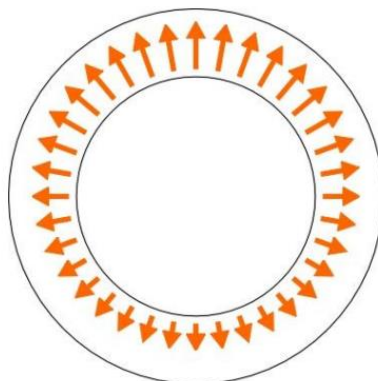




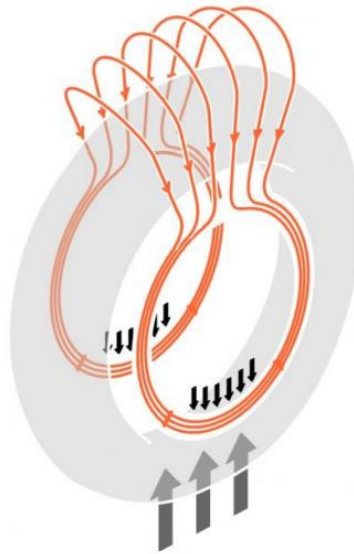
Εικόνα 7: Δομή ελαστικού [5]

### 2.1.2 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ ΦΟΡΤΙΟΥ

Ο μηχανισμός μεταφοράς φορτίου στο ελαστικό είναι αρκετά ενδιαφέρον. Ο αέρας δεν μεταφέρει κανένα φορτίο από μόνος του, αλλά η πίεση φουσκώματος δημιουργεί ένταση στο τοίχωμα του ελαστικού. Καθώς το ελαστικό είναι κανονικά φορτωμένο δημιουργεί μια διαφορά στις ακτίνες τάυσης όπως απεικονίζεται στην εικόνα 8. Η διαφορά στην τάση μεταφέρει αποτελεσματικά το φορτίο. Έτσι το πάνω μέρος του το πλευρικό τοίχωμα του ελαστικού βρίσκεται υπό τη μέγιστη τάση, ουσιαστικά ανυψώνοντας τη ζάντα χρησιμοποιώντας το σχήμα της. Σε μια ιδανική περίπτωση όλο το φορτίο μεταφέρεται από αυτή τη διαφορά τάσης και όχι απευθείας από το πλευρικό τμήμα κοντά στο έμπλαστρο επαφής [4].



Εικόνα 8: Τάσεις στο ελαστικό [4]

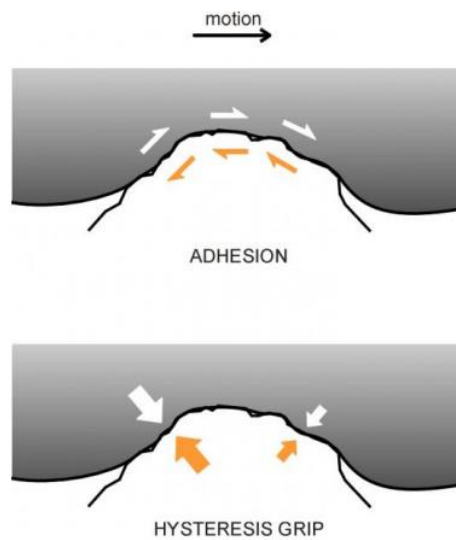


Εικόνα 9: Φορτίσεις ελαστικού [4]

### 2.1.3 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΠΡΟΣΦΥΣΗΣ ΣΤΟ ΔΡΟΜΟ

Υπάρχουν δύο κύριες αιτίες που ευθύνονται για την πρόσφυση του δρόμου.

- ✓ Μοριακή πρόσφυση (Molecular adhesion)
- ✓ Λαβή υστέρησης (Hysteresis grip)



Εικόνα 10: Molecular adhesion και Hysteresis grip πάνω στο ελαστικό [4]

### 2.1.3.1 ΜΟΡΙΑΚΗ ΠΡΟΣΚΟΛΛΗΣΗ

Η πρόσφυση είναι η δύναμη που προκύπτει από αλληλεπιδράσεις σε μοριακό επίπεδο στη διεπαφή ελαστικού-δρόμου. Είναι επίσης γενικά γνωστό ως τριβή μεταξύ δύο επιφανειών. Αυτό πάλι χωρίζεται σε στατική και κινητική τριβή. Η μέγιστη δύναμη αντίστασης τριβής μπορεί να υπολογιστεί πολλαπλασιάζοντας την κανονική δύναμη  $N$  πολλαπλασιασμένη με τον συντελεστή τριβής  $\mu$  (στατική).

$$F = \mu \cdot N$$

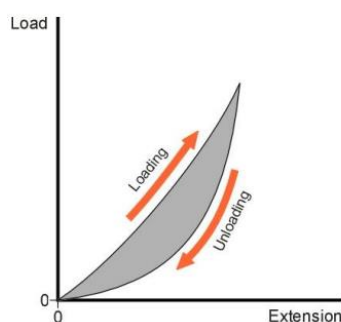
Όπου  $\mu$  είναι μια σταθερή τιμή που εξαρτάται από τον συνδυασμό των δύο υλικών σε επαφή. Η δύναμη τριβής είναι επομένως ανεξάρτητη από την επιφάνεια. Αφού το αντικείμενο αρχίσει να κινείται, η αντίσταση μειώνεται γενικά σε χαμηλότερη τιμή,  $F_s$ . Αυτή η τιμή της τριβής ολίσθησης είναι επίσης ανάλογη με το  $N$ .

$$F_s = \mu_s \cdot N_s$$

Υπάρχουν διάφορα μοντέλα που εξηγούν αυτό το φαινόμενο. Η τριβή προκαλείται από ηλεκτρικές δυνάμεις μεταξύ των μορίων και των δύο επιφανειών.

### 2.1.3.2 HYSTERESIS GRIP

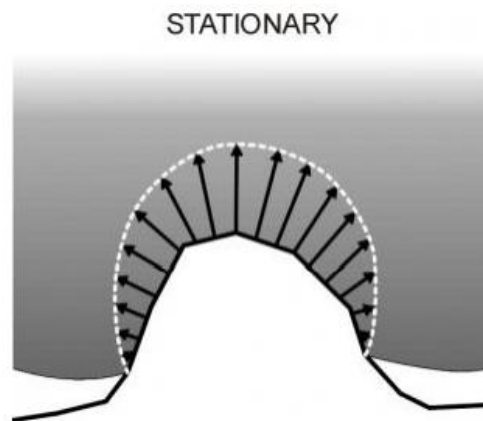
Το καουτσούκ είναι ένα υλικό που μπορεί να απορροφήσει πολλή ενέργεια κατά τη φόρτωση και την αποφόρτιση του. Η διαδρομή που ακολουθεί το λάστιχο κατά τη φόρτωση είναι διαφορετική σε σύγκριση με την αποφόρτιση λόγω αυτής της απορρόφησης ενέργειας, αυτή η ιδιότητα ονομάζεται υστέρηση.



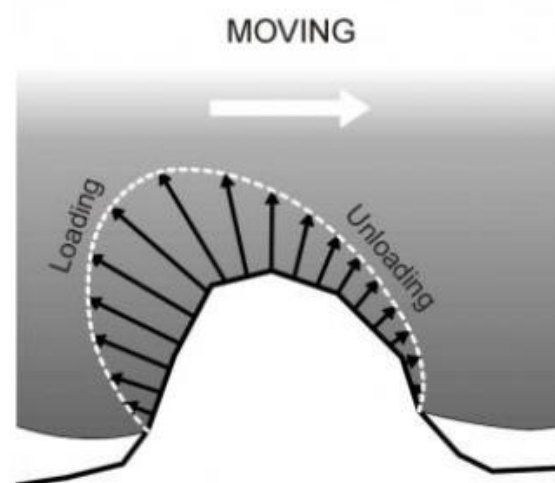
Εικόνα 11: Καμπύλη υστέρησης [4]

Σε σύγκριση με σκληρότερες επιφάνειες όπως πλαστικό ή το μέταλλο, μια επιφάνεια από καουτσούκ μπορεί να προσφέρει καλύτερο κράτημα από τις ανωμαλίες στο οδόστρωμα. Οι ακανόνιστες κορυφές στα οδοστρώματα δημιουργούν εσοχές στην επιφάνεια του ελαστικού. Τώρα η επιφάνεια που δημιουργείται λόγω της εσοχής δίνει επιπλέον πρόσφυση διαφορετικά δεν υπάρχει σε δύο άκαμπτες επιφάνειες.

Όταν το όχημα κινείται και υπάρχει κάποια επιτάχυνση ή επιβράδυνση, το όχημα θα τείνει να σέρνει την επιφάνεια του πέλματος του ελαστικού κατά μήκος του οδοστρώματος. Καθώς το υλικό υπόκειται συνεχώς σε συμπίεση και διαστολή λόγω διαφόρων δυσλειτουργιών κατά μήκος του δρόμου, η υστέρηση μπαίνει στο παιχνίδι, η οποία αυξάνει τις δυνάμεις στην πλευρά συμπίεσης (φόρτωσης) της εσοχής σε σύγκριση με την πλευρά διαστολής (αποφόρτισης). Το αποτέλεσμα είναι μια οριζόντια δύναμη. Αυτή η δύναμη εξακολουθεί να μην περιλαμβάνει τις δυνάμεις διάτμησης που δημιουργούνται από την επιφανειακή τριβή.



Εικόνα 12: Δύναμη που επιβάλλεται στο ελαστικό σε ασταθή δρόμο όταν δεν κινείται [4]



Εικόνα 13: Δύναμη που επιβάλλεται στο ελαστικό σε ασταθή δρόμο όταν κινείται [4]

Η συνολική οριζόντια δύναμη είναι τώρα το άθροισμα των δυνάμεων που οφείλονται τόσο στην πρόσφυση όσο και στην υστέρηση, ενώ η δύναμη λόγω πρόσφυσης είναι ευθέως ανάλογη με την κανονική δύναμη, η δύναμη πρόσφυσης είναι συνάρτηση του κανονικού φορτίου και της ταχύτητας ολίσθησης και της κατεύθυνσης της ταχύτητας ολίσθησης σε μικροεπίπεδο.

#### **2.1.4 ΜΗΧΑΝΙΣΜΟΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΚΥΛΙΣΗΣ**

Η συμβολή στην αντίσταση κύλισης οφείλεται σε τρία σημαντικά φαινόμενα. Είναι η παραμόρφωση του ελαστικού στο μπάλωμα επαφής, η περιστροφική αεροδυναμική έλξη του τροχού και η ολίσθηση μεταξύ ελαστικού και δρόμου ή ζάντας τροχού. Η παραμόρφωση του ελαστικού αποτελεί σημαντικό μέρος της αντίστασης κύλισης και οφείλεται κυρίως στην κάμψη της κεφαλής του ελαστικού στο το μπροστινό και το οπίσθιο άκρο του επιθέματος επαφής και κάμψη ή διόγκωση έξω από το πλευρικό τοίχωμα λόγω του φορτίου στη δομή του ελαστικού, της συμπίεσης του πέλματος σε όλη την περιοχή του μπαλώματος επαφής και, τέλος, της διάτμησης του πέλματος και των στοιχείων του πλευρικού τοιχώματος. [6].

Το τμήμα ζώνης του σκελετού είναι γενικά κατασκευασμένο από ζώνη και είναι μη ελαστικό και σταθερού μήκους. Υπάρχει καουτσούκ κάτω και πάνω από αυτόν τον ιμάντα και στην περίπτωση κάμψης του πέλματος στα μπροστινά και υστερούντα άκρα του επιθέματος επαφής θα σήμαινε ότι το ελαστικό στρώμα μέσα συμπιέζεται και το ελαστικό στρώμα έξω από αυτόν τον ιμάντα διαστέλλεται. Τώρα αυτή η αλλαγή της ακτίνας στις άκρες και το τρίψιμο των στρωμάτων θα εκδηλωθεί με απώλεια υστέρησης και ως εκ τούτου συμβάλλοντας στην αντίσταση κύλισης [7].

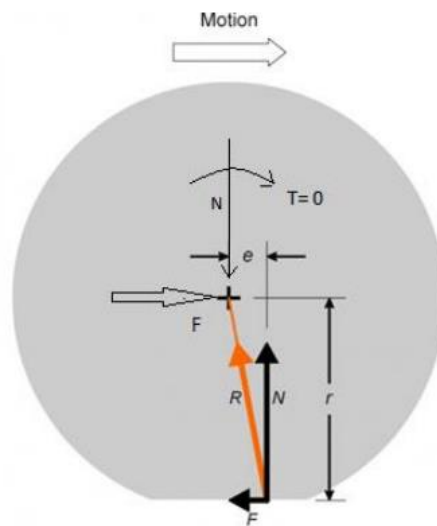
Σε περίπτωση πέδησης ή επιτάχυνσης, η συμβολή του παράγοντα ολίσθησης στην αντίσταση κύλισης αυξάνεται σημαντικά. Υπάρχει ένα τμήμα του ελαστικού όπου το υλικό θα κολλήσει στο δρόμο και το υπόλοιπο τμήμα επαφής θα γλιστρήσει στην επιφάνεια του δρόμου. Η περιστροφική αεροδυναμική αντίσταση εξαρτάται από τη σχεδίαση του πέλματος, καθώς το ελαστικό πρέπει να το ξεπεράσει για να μπορεί να συνεχίσει να περιστρέφεται με σταθερή ταχύτητα. Η συμβολή της περιστροφικής αεροδυναμικής οπισθέλκουσας γίνεται σημαντική σε υψηλές ταχύτητες τροχών [7].

Οι κύριοι παράγοντες που συμβάλλουν στη δημιουργία αντίστασης στην κύλιση του ελαστικού σε ευθεία και επίπεδη επιφάνεια δρόμου είναι η ενέργεια που διαχέεται κατά τη διαδικασία κύλισης και η αεροδυναμική αντίσταση. Η ενέργεια που απορροφάται στη θερμότητα είναι μια εκδήλωση δυνάμεων υστέρησης λόγω της ακτινικής παραμόρφωσης του ελαστικού.

Η απόσβεση υστέρησης τείνει να παράγει υψηλότερη πίεση κατά ενεργώντας ακτινικά προς τα μέσα στο μπροστινό μέρος του επιθέματος επαφής και το αντίθετο συμβαίνει στο πίσω μισό του

εμπλάστρου επαφής. Αυτό οδηγεί σε μετατόπιση του κέντρου της κανονικής πίεσης στην περιοχή του μπαλώματος επαφής προς την κατεύθυνση της κύλισης όπως φαίνεται στην εικόνα 14.

Η μετατόπιση στο κέντρο πίεσης δημιουργεί μια στιγμή που το κέντρο του ελαστικού αντιτίθεται στην κύλιση. Η άλλη συνιστώσα της ακτινικής δύναμης που επενεργεί στη δομή του ελαστικού είναι η δύναμη διάτμησης. Αυτή η δύναμη υπάρχει μεταξύ της διεπαφής του δρόμου του ελαστικού που αντιτίθεται στη διαμήκη κίνηση ή δρα σε αρνητική διεύθυνση  $x$ . Η ροπή αυτής της διατμητικής δύναμης ακυρώνει τη ροπή κύλισης. Ωστόσο, για να εξισορροπηθεί το συνολικό διάγραμμα δυνάμεων του συστήματος έτσι ώστε το όχημα να κυλά με σταθερή διαμήκη ταχύτητα, πρέπει να υπάρχει μια δύναμη στο κέντρο της πλήμνης που σπρώχνει τον τροχό κατά μήκος ή ενεργεί σε θετική κατεύθυνση  $x$  και πρέπει να μετρηθεί ακριβώς ίση με τη διαμήκη αρνητική δύναμη διάτμησης στη διεπαφή ελαστικού και δρόμου [8].



Εικόνα 14: Μετατόπιση στο κέντρο πίεσης κατά την ελεύθερη κύλιση [4]

## 2.2 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΤΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΚΥΛΙΣΗΣ

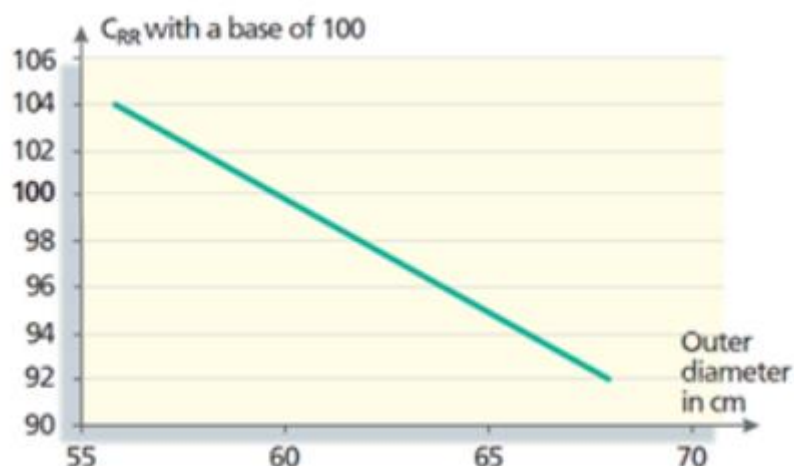
Διάφοροι παράγοντες επηρεάζουν την αντίσταση κύλισης όπως η ακτίνα του ελαστικού, το πλάτος, η πίεση φουσκώματος, το φορτίο και η ταχύτητα. Με την πάροδο των ετών, έχουν ληφθεί δεδομένα αντίστασης κύλισης για διάφορους τύπους ελαστικών από εργαστηριακές δοκιμές που χρησιμοποιούνται για σύγκριση των απωλειών κύλισης και της επίδρασης στην κατανάλωση καυσίμου.

Πολλά τέτοια μοντέλα είναι πολυωνυμικές εκφράσεις και έχουν παραμέτρους όπως ταχύτητα, κανονικό φορτίο και πίεση φουσκώματος [9]. Αυτές οι εκφράσεις έχουν συντελεστές που καθορίζονται μέσω προσαρμογής καμπύλης σε πειραματικές τιμές. Αυτή η προσέγγιση είναι συγκεκριμένη για κάθε είδος ελαστικού και παρόλο που προβλέπει ακριβή αναπαράσταση, δεν παρέχει φυσική κατανόηση των φαινομένων αντίστασης κύλισης ελαστικών. Ως εκ τούτου, είναι σημαντικό να γνωρίζουμε πώς κάθε μία από τις παραμέτρους επηρεάζει την αντίσταση κύλισης και πώς μεταβάλλεται.

### **2.2.1 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΤΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ**

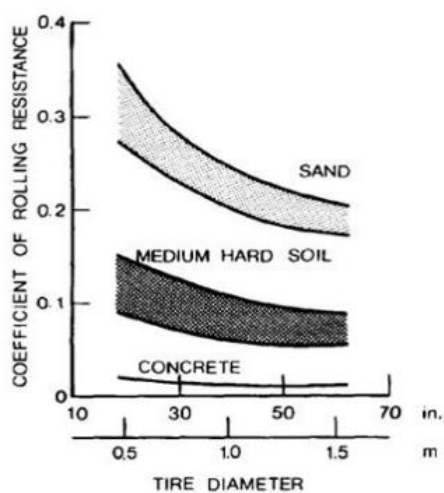
Το μέγεθος των ελαστικών είναι μια κρίσιμη παράμετρος σε σχέση με πολλές πτυχές ενός οχήματος εκτός από τις απώλειες αντίστασης κύλισης, για παράδειγμα τον χειρισμό του οχήματος. Ως εκ τούτου, είναι απαραίτητο από την άποψη του σχεδιασμού του οχήματος και της απώλειας στην πρώιμη φάση της ανάπτυξης πλατφόρμας οχήματος. Ενώ ποικίλλει το μέγεθος του ελαστικού, άλλες παράμετροι διατηρούνται σταθερές, για παράδειγμα, η πίεση φουσκώματος, η διαμήκης ταχύτητα, η ικανότητα φόρτωσης και πιθανώς το πλάτος του ελαστικού.

Ίσως είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι για την αύξηση της εξωτερικής διαμέτρου του ελαστικού διατηρώντας την ίδια ικανότητα φόρτωσης, παρατηρείται ότι το μέγεθος της ζάντας πρέπει να αυξηθεί και ταυτόχρονα το ύψος του πλευρικού τοιχώματος θα πρέπει να μειωθεί. Η αύξηση της διαμέτρου του ελαστικού μειώνει την κατακόρυφη παραμόρφωση για το ίδιο μήκος μπαλώματος επαφής από καθαρή γεωμετρική άποψη, όταν το ελαστικό θεωρείται ως τέλειος κύκλος. Παρόλο που αυτό μπορεί να φαίνεται καθαρά θεωρητικό, προβάλλει μια ιδέα ότι η μείωση της κατακόρυφης παραμόρφωσης θα σημαίνει πρακτικά χαμηλή μετάβαση της ακτίνας στις μπροστινές και πίσω ακμές της επιφάνειας επαφής και ως εκ τούτου η κάμψη της περιοχής του πέλματος του ελαστικού είναι χαμηλότερη για μεγαλύτερη διάμετρο. χαμηλότερες απώλειες υστέρησης [6].



Εικόνα 15: Συντελεστής αντίστασης κύλισης ελαστικού 175/70 R14 με εξωτερική διάμετρο 2,1 bars σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8767 (με βάση το 100) [6]

Η εικόνα 15 δείχνει ένα διάγραμμα αντίστασης κύλισης σε σχέση με την εξωτερική διάμετρο του ελαστικού από πειραματικά δεδομένα για ένα ακτινωτό ελαστικό επιβατικού αυτοκινήτου. Η τιμή 100 εκχωρείται σε ένα ελαστικό με εξωτερική διάμετρο 60 cm και η τιμή του συντελεστή αντίστασης κύλισης που αντιστοιχεί σε άλλες διαμέτρους ελαστικού κλιμακώνεται γραμμικά. Η εξάρτηση μειώνεται γραμμικά στο εύρος των διαμέτρων των ελαστικών που φαίνεται [6].

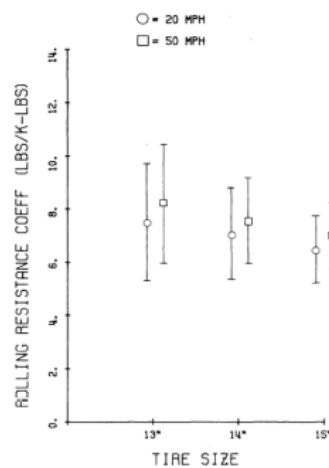


Εικόνα 16: Αλλαγή του συντελεστή αντίστασης κύλισης με τη διάμετρο του ελαστικού και τους τύπους επιφάνειας [10]



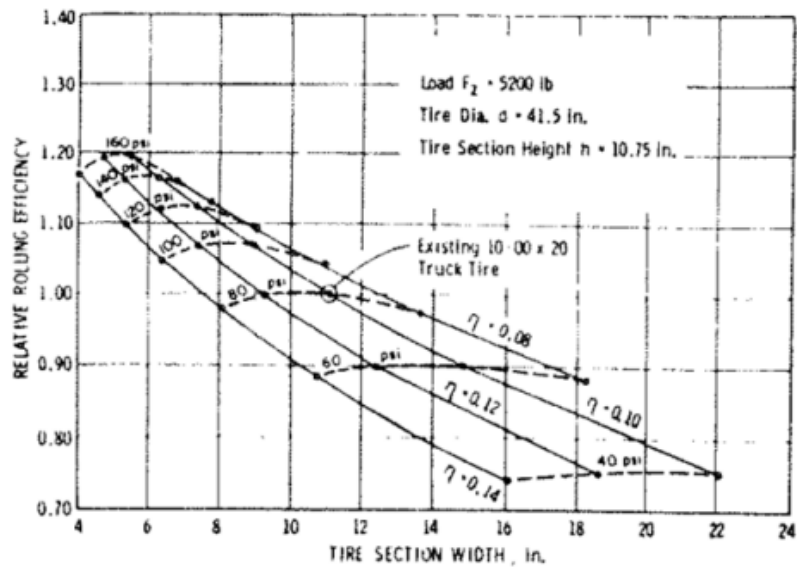
Ο Wong απεικονίζει μια γραφική παράσταση από πειραματικά δεδομένα, μεταξύ του συντελεστή αντίστασης κύλισης και της διαμέτρου του ελαστικού στην εικόνα 16. Σε σκληρό χλοοτάπητα όπως το σκυρόδεμα, το αποτέλεσμα είναι πολύ λιγότερο έντονο, ωστόσο, σε μεσαίο έως σκληρό έδαφος η μείωση του συντελεστή αντίστασης κύλισης με αύξηση της διαμέτρου του ελαστικού μπορεί να παρατηρηθεί εύκολα. [10].

Η εικόνα 17 δείχνει δεδομένα συντελεστή αντίστασης κύλισης σε δύο διαφορετικές ταχύτητες των 20 mph και 50 mph για την αύξηση του μεγέθους του ελαστικού για τον ακτινωτό τύπο. Η έρευνα προτείνει σημαντική μείωση του συντελεστή αντίστασης κύλισης με αύξηση του μεγέθους του ελαστικού από 13 ίντσες σε 15 ίντσες, και στις δύο ταχύτητες. Η πτωτική τάση είναι σύμφωνη με τα προηγούμενα οικόπεδα.



Εικόνα 17: Αλλαγή του συντελεστή αντίστασης κύλισης με το μέγεθος του ελαστικού [11]

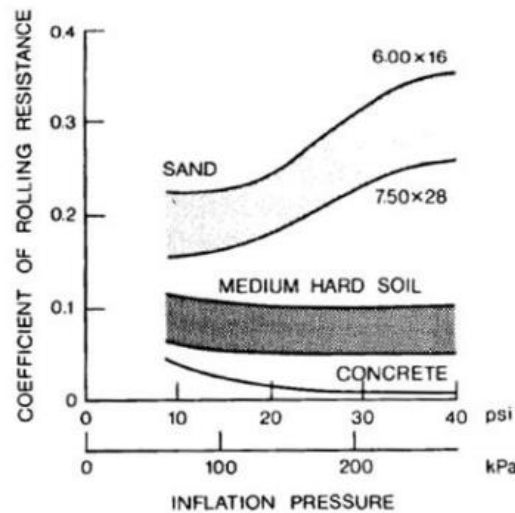
Για το ίδιο φορτίο σε επίπεδο οδόστρωμα, ο συντελεστής αντίστασης κύλισης μειώνεται για τη μείωση του λόγου διαστάσεων του ελαστικού, αν και όχι πολύ αξιοσημείωτα [12]. Αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό λέγοντας ότι όσο μεγαλύτερο είναι το πλάτος του ελαστικού σε σύγκριση με το ύψος του τμήματος, τόσο μικρότερος είναι ο συντελεστής αντίστασης κύλισης. Η περιοχή επαφής αυξάνεται ενώ αυξάνεται το πλάτος μειώνοντας έτσι τη δύναμη που ασκείται από κάθε στοιχείο στο έμπλαστρο. Ως εκ τούτου, η συμπίεση κάθε στοιχείου στο ελαστικό είναι μικρότερη σε σύγκριση με αυτή ενός ελαστικού με μικρότερο πλάτος. Με αποτέλεσμα η απώλεια υστέρησης είναι μικρότερη. Έτσι η ενέργεια για την υπέρβαση της απώλειας είναι χαμηλότερη και η αντίσταση κύλισης μειώνεται. Ωστόσο, μια αύξηση στο πλάτος των ελαστικών οδηγεί σε αύξηση της αεροδυναμικής αντίστασης [10], η οποία είναι ένας σημαντικός παράγοντας στις υψηλές ταχύτητες όταν εξετάζουμε τον συντελεστή αντίστασης κύλισης.



Εικόνα 18: Επίδραση του λόγου διαστάσεων του σταθερού μεγέθους ελαστικού και της ικανότητας μεταφοράς φορτίου [13]

Η εικόνα 18 απεικονίζει τη σχετική απόδοση αντίστασης κύλισης σε σχέση με την αλλαγή στο πλάτος του ελαστικού σε διαφορετικά επίπεδα πίεσης φουσκώματος ελαστικών για ένα ελαστικό φορτηγού. Η σχετική απόδοση αντίστασης κύλισης ορίζεται ως ο λόγος του κανονικού φορτίου προς την αντίσταση κύλισης. Η διάμετρος του ελαστικού, το κατακόρυφο φορτίο ελαστικού, το ύψος διατομής και το πάχος του πέλματος του ελαστικού διατηρούνται σταθερά και σε κάθε πίεση φουσκώματος σχεδιάζεται ένα πλάτος διατομής για το δεδομένο φορτίο. Η μελέτη προτείνει ότι είναι δυνατή η μέτρια βελτίωση στη σχετική απόδοση κύλισης ή η μείωση του συντελεστή αντίστασης κύλισης μέσω της αύξησης της πίεσης και του χαμηλού πλάτους του ελαστικού [13]. Ωστόσο, η ταχύτητα με την οποία μετρώνται τα δεδομένα δεν αναφέρεται.

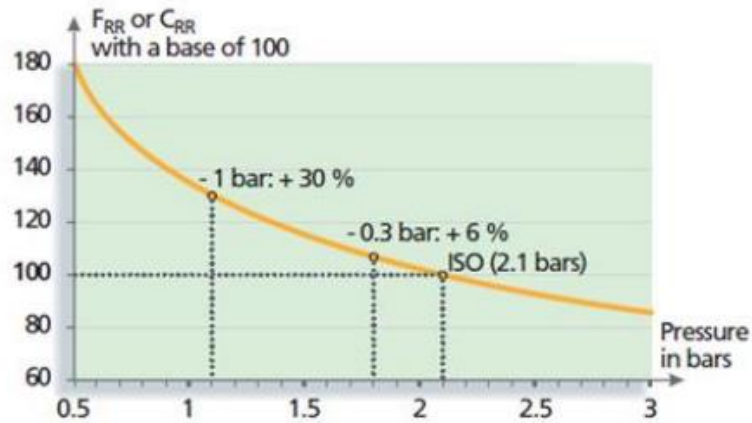
## 2.3 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΠΙΕΣΗΣ ΦΟΥΣΚΩΜΑΤΟΣ ΤΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ



Εικόνα 19: Μεταβολή του συντελεστή αντίστασης κύλισης με την πίεση φουσκώματος των ελαστικών σε διάφορες επιφάνειες [10]

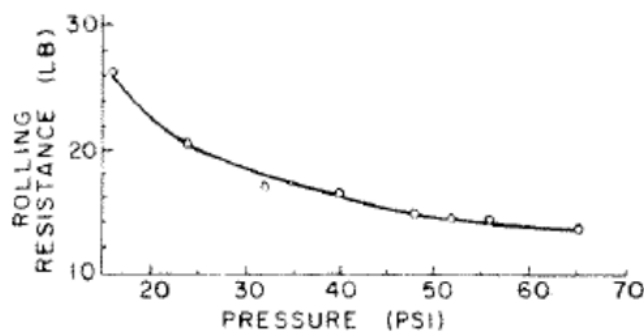
Η αντίσταση κύλισης του ελαστικού μειώνεται με την αύξηση της πίεσης στο επίπεδο οδόστρωμα καθώς οι άλλες παράμετροι διατηρούνται σταθερές. Καθώς η πίεση αυξάνεται, το ελαστικό διατηρεί το σχήμα του πιο σταθερά και η κατακόρυφη παραμόρφωση μειώνεται. Έτσι η παραμόρφωση του καουτσούκ είναι μικρότερη σε σύγκριση με αυτή σε ένα ελαστικό με χαμηλότερη πίεση.

Ως εκ τούτου, οι απώλειες υστέρησης μειώνονται με αποτέλεσμα να μειώνεται η αντίσταση κύλισης σε περίπτωση επίπεδης επιφάνειας οδοστρώματος που αντικατοπτρίζεται στο παραπάνω σχήμα [10]. Σε περίπτωση παραμορφώσιμων επιφανειών, η παραμόρφωση άλλης επιφάνειας επαφής που είναι το έδαφος λαμβάνεται υπόψη για τη συνολική παραμόρφωση. Καθώς η πίεση του φουσκώματος μειώνεται, υπάρχει μεγάλη κάμψη και διάτμηση του πλευρικού τοιχώματος του ελαστικού και της περιοχής του πέλματος, που ισοδυναμεί με απώλειες στο καουτσούκ με αποτέλεσμα την αύξηση της αντίστασης κύλισης [6].



Εικόνα 20: Η αντίσταση κύλισης μετράτε στις 2,1 bar σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8767 [6]

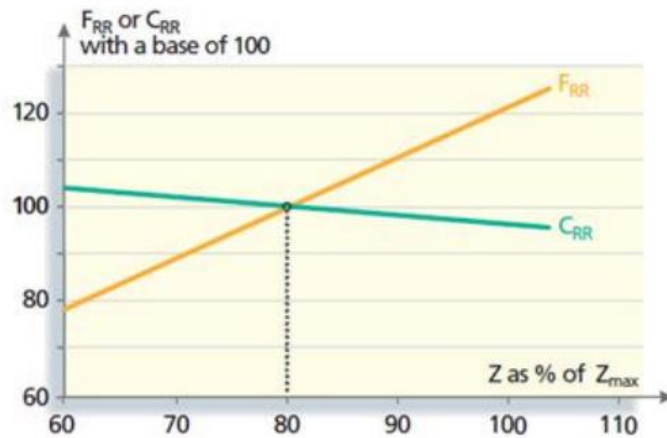
Η εικόνα 20 έχει τιμή 100 για την τιμή του συντελεστή αντίστασης κύλισης στα 2,1 bar. Οι τιμές που αντιστοιχούν στις υπόλοιπες τιμές πίεσης κλιμακώνονται γραμμικά. Ο συντελεστής μειώνεται καθώς η πίεση αυξάνεται, υποδεικνύοντας μειωμένες απώλειες υστέρησης σε υψηλότερη πίεση φουσκώματος. Η εξάρτηση τείνει να είναι λιγότερο γραμμική στην περιοχή χαμηλής πίεσης φουσκώματος ελαστικών, όπως μπορεί να συναχθεί από το σχήμα, σε σύγκριση με την περιοχή της ονομαστικής πίεσης φουσκώματος των ελαστικών.



Εικόνα 21: Εξάρτηση της αντίστασης κύλισης από την πίεση φουσκώματος για το ελαστικό FR78-14 που δοκιμάστηκε σε φορτίο 1280 λίβρες και 60 mph [14]

Η εικόνα 21 απεικονίζει τη διακύμανση της αντίστασης κύλισης σε σχέση με την πίεση φουσκώματος του ελαστικού που κυμαίνεται από 16 έως 64 psi, που είναι περίπου 1,1 έως 4,4 bars, για ένα παλιό ακτινωτό ελαστικό αυτοκινήτου FR78-14. Τα δεδομένα αντίστασης κύλισης που απεικονίζονται στο σχήμα είναι ταυτόσημα με την τάση που προκύπτει από την επίδραση της πίεσης σε προηγούμενες αναφορές.

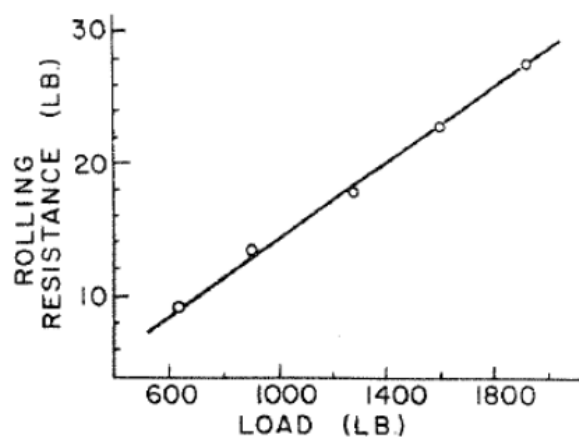
## 2.4 ΕΠΙΡΡΟΗ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ



Εικόνα 22: Η αντίσταση κύλισης μετρήθηκε στο 80% της μέγιστης χωρητικότητας φορτίου του ελαστικού σύμφωνα με το πρότυπο ISO 8767 [6]

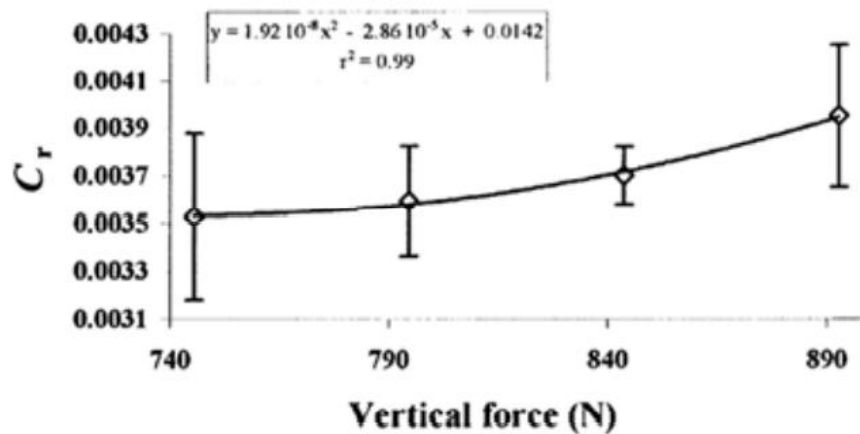
Όπως γίνεται κατανοητό από την ενότητα 2.1.4, μια αύξηση στο κανονικό φορτίο θα αυξήσει την ακτινική παραμόρφωση των στοιχείων του ελαστικού. Η ροπή κύλισης που παράγεται λόγω μετατόπισης στο κέντρο πίεσης θα αυξηθεί τώρα λόγω της αύξησης της κατακόρυφης συνιστώσας της απόσβεσης υστέρησης, αυξάνοντας έτσι τη δύναμη αντίστασης κύλισης.

Όσον αφορά τη συμπεριφορά των ελαστικών, αυτό μπορεί να γίνει κατανοητό ως μεγαλύτερη κάμψη και διάτμηση της δομής του ελαστικού καθώς αυξάνεται το κανονικό φορτίο που εφαρμόζεται [6]. Το ίδιο απεικονίζεται και στην εικόνα 22. Ο συντελεστής αντίστασης κύλισης, ωστόσο, είναι συνάρτηση της μοντελοποίησης της απόσβεσης υστέρησης.



Εικόνα 23: Εξάρτηση της αντίστασης κύλισης από το φορτίο του τροχού για ελαστικό FR78-14 που δοκιμάστηκε σε πίεση 32 psi και ταχύτητα 60 mph [14]

Η εικόνα 23 δείχνει τη γραμμική εξάρτηση της αντίστασης κύλισης ισορροπίας (σε λίβρες) από το κανονικό φορτίο. Η αντίσταση κύλισης αυξάνεται καθώς το φορτίο του ελαστικού αυξάνεται από 640 σε 1280 λίβρες (290 έως 580 κιλά περίπου) στα 32 psi (2,2 bar) και 60 mph (97 km/h) για ένα παλιό ελαστικό αυτοκινήτου radial, FR78-14 [14].



Εικόνα 24: Συντελεστής αντίστασης κύλισης ως συνάρτηση της συνολικής κατακόρυφης δύναμης που εφαρμόζεται στα ελαστικά του ποδηλάτου. [15]

Σε μια μελέτη για τον προσδιορισμό της επίδρασης της κανονικής φόρτισης στην αντίσταση κύλισης για την ποδηλατική απόδοση, χρησιμοποιήθηκε αγωνιστικό ποδήλατο 9,8 κιλών με ελαστικά κλίντσερ από έναν ποδηλάτη και στη συνέχεια φορτώθηκε με επιπλέον βάρος σε ένα σακίδιο.

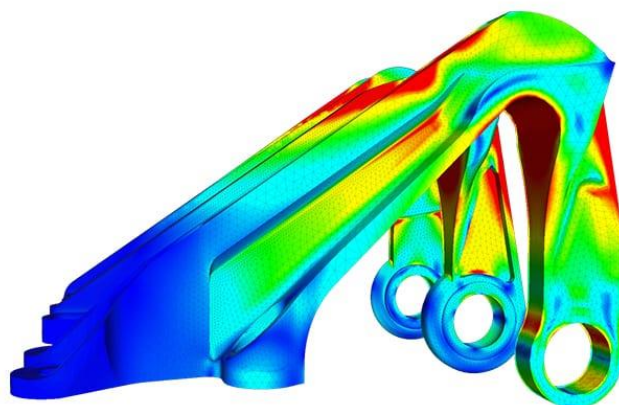
Ο συντελεστής αντίστασης κύλισης προσδιορίστηκε με τη μέθοδο coasting, σε εσωτερικούς χώρους. Η τιμή του συντελεστή παρατηρήθηκε να αυξάνεται με την αύξηση της κανονικής φόρτισης, σε αντίθεση με την τάση που παρατηρείται στα ελαστικά επιβατικών αυτοκινήτων, εικόνα 22. Αυτό φαίνεται στην εικόνα 24. Ως εκ τούτου, η συμπεριφορά του RRC με κάθετη δύναμη είναι συγκεκριμένη για έναν τύπο ελαστικού και μπορεί να αυξηθεί ή να μειωθεί.

### 3. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

#### 3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (FEM) είναι μια αριθμητική τεχνική που χρησιμοποιείται για την εκτέλεση ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων (FEA) οποιουδήποτε δεδομένου φυσικού φαινομένου.

Είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν τα μαθηματικά για την ολοκληρωμένη κατανόηση και ποσοτικοποίηση οποιωνδήποτε φυσικών φαινομένων, όπως η δομική ή ρευστή συμπεριφορά, η θερμική μεταφορά, η διάδοση κυμάτων και η ανάπτυξη βιολογικών κυττάρων. Οι περισσότερες από αυτές τις διαδικασίες περιγράφονται χρησιμοποιώντας μερικές διαφορικές εξισώσεις (PDEs). Ωστόσο, προκειμένου ένας υπολογιστής να λύσει αυτά τα PDE, έχουν αναπτυχθεί αριθμητικές τεχνικές τις τελευταίες δεκαετίες και μία από τις πιο εξέχουσες σήμερα είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων.



Εικόνα 25: Παράδειγμα προσομοίωσης με πεπερασμένα στοιχεία

Πηγή: <https://www.simscale.com/>

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων ξεκίνησε με σημαντικές υποσχέσεις στη μοντελοποίηση αρκετών μηχανολογικών εφαρμογών που σχετίζονται με την αεροδιαστημική και την μηχανική εν γένει. Οι εφαρμογές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων μόλις τώρα αρχίζουν να φτάνουν τις δυνατότητές τους. Μία από τις πιο συναρπαστικές προοπτικές είναι η εφαρμογή της σε συζευγμένα προβλήματα όπως η αλληλεπίδραση ρευστού-δομής, θερμομηχανικά, θερμοχημικά, θερμοχημειομηχανικά προβλήματα, εμβιομηχανική, βιοϊατρική μηχανική, πιεζοηλεκτρική, σιδηροηλεκτρική και ηλεκτρομαγνητική.

## 3.2 Η ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Τεχνικά, ανάλογα με την οπτική του καθενός, το FEM μπορεί να ειπωθεί ότι είχε τις ρίζες του στο έργο του Euler, ήδη από τον 16ο αιώνα. Ωστόσο, οι πρώτες δημοσιεύσεις για τα FEM μπορούν να βρεθούν στα έργα των Schellback [1851] και Courant [1943].

Το FEM αναπτύχθηκε ανεξάρτητα από μηχανικούς για την αντιμετώπιση προβλημάτων δομικής μηχανικής που σχετίζονται με την αεροδιαστημική και την μηχανική. Οι εξελίξεις ξεκίνησαν στα μέσα της δεκαετίας του 1950 με τις εφημερίδες των Turner, Clough, Martin και Torp [1956], Argyris [1957] και Babuska and Aziz [1972]. Τα βιβλία των Zienkiewicz [1971] και Strang και Fix [1973] έθεσαν επίσης τα θεμέλια για μελλοντική ανάπτυξη στο FEM.

## 3.3 ΛΟΓΟΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ

Προβλήματα που δεν μπορούσαν να τα αγγίξουν οι επιστήμονες έως τώρα και τα θεωρούσαν άλυτα, με την χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή (Η/Υ) και των υπολογιστικών μεθόδων όπως των πεπερασμένων στοιχείων τα λύνουν σε μικρό χρόνο.

Στις Ηνωμένες πολιτείες της Αμερικής, στην Ευρώπη, και στις ανεπτυγμένες χώρες, η βιομηχανία, ο στρατός και το κράτος χρηματοδοτούν τα ανώτατα ιδρύματα, τα ερευνητικά κέντρα και τις ερευνητικές εταιρείες, με σκοπό την ανάπτυξη προγραμμάτων.

Η ανάγκη της βιομηχανίας και των προβλημάτων της πράξης, οδήγησε την ανάπτυξη γραφικών προγραμμάτων τα οποία συνοδεύουν την ανάλυση-υπολογισμό που παρέχουν τα πεπερασμένα στοιχεία. Ο συνδυασμός των γραφικών με την ανάλυση-υπολογισμό των πεπερασμένων στοιχείων υψώνουν την επιστήμη, την απλοποιούν, την κάνουν προσιτή και δημιουργική (state of the art).

Προϊόν της συστηματικής εργασίας των ερευνητών είναι η ανάπτυξη των εμπορικών προγραμμάτων για τον Η/Υ. Τα εμπορικά προγράμματα αποτελούνται από δύο μεγάλα προγράμματα: τα γραφικά και την ανάλυση.

*Γραφικά προγράμματα.* Τα γραφικά προγράμματα χρησιμοποιούνται πριν από την ανάλυση (Preprocessing) και μετά την ανάλυση (Post-processing).



- Preprocessing. Με την χρήση του γραφικού προγράμματος το σώμα ή η κατασκευή σχεδιάζεται και κατόπιν διακριτοποιείται στα πεπερασμένα στοιχεία.
- Post-processing. Μετά την ανάλυση γίνονται γραφικές παραστάσεις των αποτελεσμάτων όπως είναι η παραμόρφωση του σώματος, η διανομή των τάσεων εντός του σώματος και άλλων.

*Πρόγραμμα για την ανάλυση-υπολογισμό.* Το πρόγραμμα της ανάλυσης χρησιμοποιείται για την μελέτη ποικίλων προβλημάτων που μπορεί να αφορούν την μηχανική των στερεών ή των κατασκευών, στα ρευστά, στην θερμότητα, στην ακουστική, στην κατεργασία των μετάλλων, στον ηλεκτρισμό και ηλεκτρομαγνητισμό και σε πολλές άλλες περιοχές. Όλα τα ανώτατα ιδρύματα, τα ερευνητικά κέντρα, η βιομηχανία, οι τεχνικές εταιρείες, οι μηχανικοί της πράξης, οι προ-πτυχιακοί και οι μεταπτυχιακοί φοιτητές, χρησιμοποιούν εμπορικά προγράμματα για τον Η/Υ για την μοντελοποίηση (ή προσομοίωση) προβλημάτων, όπως για παράδειγμα είναι τα παρακάτω:

- ANSYS
- LUSAS [5]
- ABAQUS
- NASTRAN
- MARC
- ADINA
- SAP90
- COSMOS

Τα προγράμματα παρέχουν υπορουτίνες (subroutines), ώστε ο χρήστης να μπορεί να προσθέσει το δικό του πρόγραμμα συνήθως σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN ή C, για να προσθέσει πληροφορίες που δεν υπάρχουν στο εμπορικό πρόγραμμα, όπως για παράδειγμα να τροποποιήσει, να βελτιώσει ή να προσθέσει νέες καταστατικές εξισώσεις (constitutive equations).

Υπάρχουν επίσης ειδικά προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων, όπως για παράδειγμα είναι τα παρακάτω:

HITCAN (Metal matrix composites analyzer) και

CODSTRAN (polymer composites analyzer),

Τα οποία έχουν αναπτυχθεί στο ερευνητικό κέντρο NASA Glen (Lewis) Research Center, Cleveland, Ohio, USA υπό την επίβλεψη και δημιουργού αυτών Dr. Christos C. Chamis. Τα προγράμματα αυτά, χρησιμοποιούν τα πεπερασμένα στοιχεία και την μηχανική των σύνθετων υλικών (fiber composite materials).

Η θεωρητική γνώση των πεπερασμένων στοιχείων βοηθά να αναπτύξει ο φοιτητής, ο ερευνητής ή ο μηχανικός της πράξης την αυτοεκτίμηση και την ικανότητα να λύνει, να λειτουργεί και να ερμηνεύει σωστά τα αποτελέσματα που λαμβάνει από ένα πρόγραμμα, και αν χρειαστεί να γράψει το δικό του πρόγραμμα [3].

### **3.4 ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

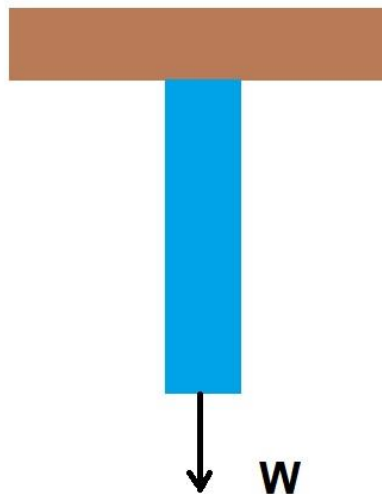
Στην ουσία η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων είναι μία μαθηματική μέθοδος επίλυσης διαφορικών εξισώσεων. Επειδή είναι μία αριθμητική (numerical) μέθοδος, έχει τη δυνατότητα επίλυσης περίπλοκων προβλημάτων που είναι δυνατό να εκφραστούν με τη μορφή διαφορικών εξισώσεων. Τέτοιου είδους προβλήματα παρουσιάζονται σε όλα τα πεδία των φυσικών επιστημών, επομένως η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων θεωρητικά δεν έχει όρια στην εφαρμογή της για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων.

Εξαιτίας του υψηλού κόστους της υπολογιστικής ισχύος τα αρχικά χρόνια εφαρμογής τους τα Πεπερασμένα Στοιχεία χρησιμοποιούνταν για την επίλυση περίπλοκων προβλημάτων, αλλά τα τελευταία χρόνια χρησιμεύουν στην επίλυση όλων και περισσότερων προβλημάτων σε μεγάλη ποικιλία επιστημών. Αρχικά χρησιμοποιούνταν mainframes, αλλά πλέον υπάρχει λογισμικό που εργάζεται σε προσωπικούς υπολογιστές σε περιβάλλον windows. Βεβαίως όπως και κάθε μέθοδος, τα πεπερασμένα στοιχεία έχουν πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα, αλλά με την κατάλληλη εφαρμογή είναι δυνατή η ελαχιστοποίηση των πηγών λάθους και η πληρέστερη εκμετάλλευση των αποτελεσμάτων.

Η μελέτη ενός προβλήματος με Πεπερασμένα Στοιχεία συνίσταται στη δημιουργία ενός μοντέλου, ενός υλικού ή μιας κατασκευής, το οποίο αναλύεται στη συνέχεια στον Η/Υ για την εξαγωγή συγκεκριμένων αποτελεσμάτων, τα οποία ερμηνεύουν τις ιδιότητές του ή προβλέπουν την επίδραση συγκεκριμένων συνθηκών. Η μέθοδος χρησιμεύει στη δημιουργία νέων προϊόντων, τα οποία σχεδιάζονται στον Η/Υ και οι ιδιότητές τους μελετώνται λεπτομερώς προτού αυτό αποκτήσει φυσική υπόσταση. Επίσης χρησιμεύει στην τροποποίηση υπάρχοντων υλικών και στην περίπτωση μηχανικών αποτυχιών, χρησιμεύει στη διαπίστωση και διόρθωση του προβλήματος. Χρησιμοποιούνται δύο ειδών αναλύσεις Πεπερασμένων Στοιχείων, ανάλογα με το μοντέλο που εφαρμόζεται: δύο

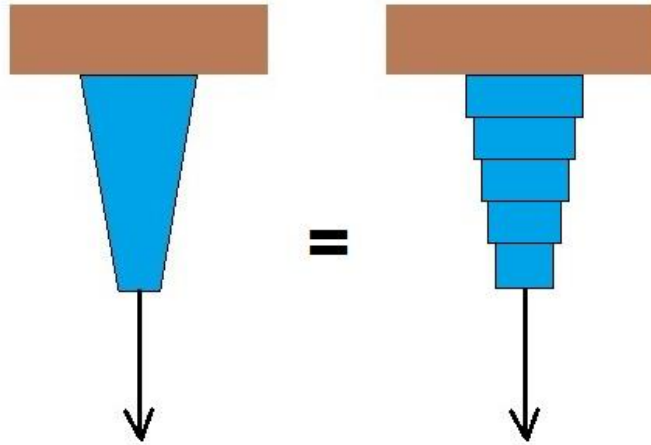
διαστάσεων και τριών διαστάσεων. Η ανάλυση δύο διαστάσεων είναι απλούστερη, έχει μικρότερο κόστος και είναι δυνατό να πραγματοποιηθεί και σε απλό Η/Υ, αλλά τα αποτελέσματα από την εφαρμογή της είναι λιγότερο ακριβή. Η ανάλυση τριών διαστάσεων είναι περισσότερο ακριβής στις προβλέψεις της, απαιτεί σημαντική υπολογιστική ισχύ και ειδικό λογισμικό, η χρήση της είναι ακριβέστερη και είναι περισσότερο απαιτητική στο σχεδιασμό της.

Η λογική στην οποία στηρίζεται η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων παρουσιάζεται στο παρακάτω παράδειγμα: Η επιμήκυνση της δομής στο Σχ. 3.1 υπό την επίδραση ενός φορτίου εξαρτάται από το μέγεθος της φόρτισης και από τις ιδιότητες του υλικού.



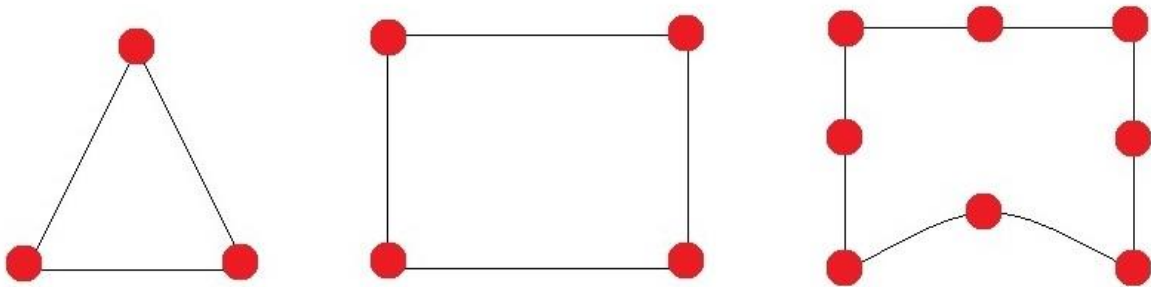
Εικόνα 26: Επιμήκυνση της δομής υπό την επίδραση φορτίου

Η φόρτιση που ασκείται ισούται με το γινόμενο της ακαμψίας του υλικού επί την μετατόπιση που προκαλεί η δράση της, σύμφωνα με το νόμο του Hooke. Εάν η κατασκευή αυτή διαιρεθεί σε περισσότερα τμήματα (στοιχεία, elements), τα οποία θα συνδέονται μεταξύ τους σε σημεία που ονομάζονται κόμβοι (nodes), εικόνα 26, η συνολική φόρτιση θα ισούται με το άθροισμα του γινομένου (ακαμψία  $\times$  παρεκτόπιση) για κάθε τμήμα. Η διαδικασία δημιουργίας του πλέγματος (mesh generation) ονομάζεται διακριτοποίηση (discretization).



Εικόνα 27: Διαίρεση δομής (αριστερά) σε στοιχεία (δεξιά).

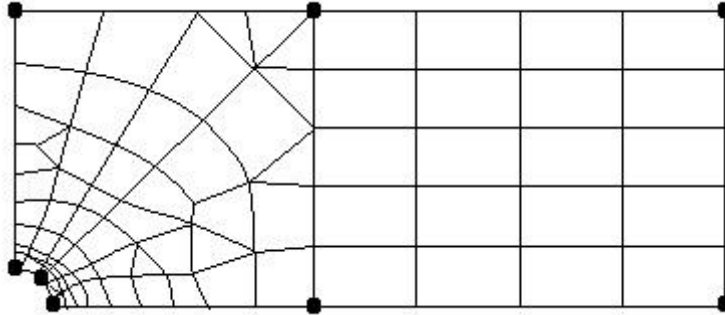
Τα στοιχεία είναι δυνατό να λάβουν κάθε μορφή, αλλά συνήθως έχουν τη μορφή γνωστών γεωμετρικών σχημάτων, όπως είναι το τρίγωνο, το παραλληλόγραμμο, το τετράγωνο και άλλα, Σχ. 3.3.



Εικόνα 28: Στοιχεία και κόμβοι

Στις τρεις διαστάσεις τα στοιχεία είναι δυνατό να είναι κύβοι, παραλληλεπίπεδα και άλλα. Το μοντέλο των πεπερασμένων στοιχείων αποκαλείται επομένως από το στοιχεία που το αποτελούν δισδιάστατο ή τρισδιάστατο. Η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιεί ένα περίπλοκο σύστημα σημείων που καλούνται κόμβοι (nodes), αυτά σχηματίζουν ένα δίκτυο που αποκαλείται πλέγμα (mesh). Μία

πολύπλοκη κατασκευή αναλύεται σε ένα πλέγμα πεπερασμένου αριθμού στοιχείων απλού σχήματος, εικ. 29



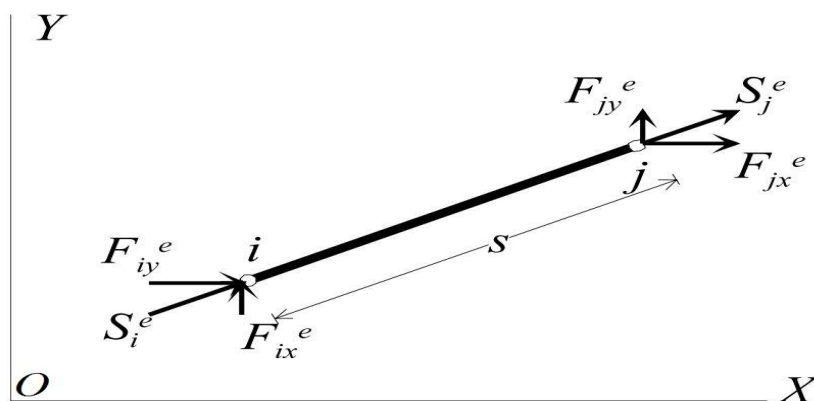
Εικόνα 29: Πλέγμα πολύπλοκης κατασκευής

### 3.5 ΔΙΚΤΥΩΤΟΙ ΦΟΡΕΙΣ – ΡΑΒΔΟΣ

Αριθμούμε τους κόμβους και τις ράβδους του δικτύωματος, στη συνέχεια απομονώνουμε την ράβδο  $e$ . Η ράβδος  $e$  είναι ένα στοιχείο, μονοδιάστατο αμφιαρθρωτό, αφόρτιστο μεταξύ των δύο άκρων του, που καταπονείται μόνον από τις αξονικές δυνάμεις  $S_i$  και  $S_j$  που δρουν στα άκρα της  $i, j$ . Συμβολίζουμε με  $S^e$  το διάνυσμα των δυνάμεων  $S^e = [S_i, S_j]^T$  που δρα στους κόμβους  $i, j$ , δηλαδή:

$$S^e = \begin{Bmatrix} S_i^e \\ S_j^e \end{Bmatrix}$$

Κάθε ράβδος του δικτύωματος είναι ορισμένη από τις συντεταγμένες των άκρων της  $i, j$  ως προς ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων, Σχ. 3.5, και χαρακτηρίζεται από το μήκος της  $s$ , τη σταθερή της διατομή  $A$  και το μέτρο ελαστικότητας  $E$  του υλικού από το οποίο αποτελείται.



Εικόνα 30: Ράβδος δικτύωματος  $i, j$  ως προς ένα καθολικό σύστημα συντεταγμένων  $XOY$

Ας πάρουμε ένα τοπικό σύστημα αξόνων με αρχή το σημείο  $i$  τέτοιο ώστε ο άξονας των  $x$  να συμπίπτει με την διεύθυνση της ράβδου με φορά από τον κόμβο  $i$  προς τον κόμβο  $j$ , εικ 30.

Οι μετατοπίσεις της ράβδου είναι πάντα κατά την έννοια της ράβδου. Ας συμβολίσουμε με  $\delta(x)$  την μετατόπιση κατά τη διεύθυνση της ράβδου ενός σημείου  $M$  που απέχει  $x$  από το σημείο  $i$  (χρησιμοποιείται το σύμβολο  $\delta$  αντί του  $q$  επειδή αναφερόμαστε σε τοπικό σύστημα συντεταγμένων). Η μετατόπισή του πρέπει να εκφραστεί σαν συνάρτηση των μετατοπίσεων  $\delta_i$  και  $\delta_j$

με έναν απλό παρεμβολικό τύπο. Αυτό μπορεί να γίνει κατ' ευθείαν ή με το να θεωρήσουμε ότι η μετατόπιση  $\delta(x)$  δίνεται από ένα απλό πολυώνυμο:

$$\delta(x) = a_1 + a_2x + a_3x^2 + \dots = [1 + x + x^2 \dots] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Η Εξ. (3.1) πρέπει να ισχύει και στους κόμβους  $i(x=0)$  και  $j(x=s)$  όπου οι μετατοπίσεις είναι αντίστοιχα  $\delta_i$  και  $\delta_j$ , δηλαδή:

$$\delta(0) = \delta_i \quad (3.2)$$

$$\delta(s) = \delta_j$$

Άρα μόνο δύο όρους μπορούμε να κρατήσουμε από τη Εξ. (3.2) και κρατάμε πάντα τους όρους με ανιούσα σειρά, δηλαδή:

$$\delta(x) = a_1 + a_2x = [1 \quad x] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

Ή

$$\delta(x) = M(x)a \quad (3.3)$$

Όπου

$$M(x) = [1 \quad x], \quad a = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

Εφαρμόζοντας τις Εξ. (3.1, 3.2) έχουμε:

$$\begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

Ή

$$\delta^e = Aa \quad (3.5)$$

Λύνοντας ως προς  $a$  και αντικαθιστώντας στην Εξ. (3.3) έχουμε:

$$\delta(x) = \left(1 - \frac{x}{s}\right) \delta_i + \frac{x}{s} \delta_j \quad \text{ή} \quad \delta(x) = (1 - \xi) \delta_i + \xi \delta_j, \quad \xi = \frac{x}{s}$$

Οπότε:

$$\delta(x) = \begin{bmatrix} 1 - \xi & \xi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Συμβολίζω με  $N_i(x) = 1 - \xi$  και  $N_j(x) = \xi$ . Τα  $N_i(x)$ ,  $N_j(x)$  λέγονται **συναρτήσεις σχήματος**. Η Εξ. (3.6) γράφεται:

$$\delta(x) = \begin{bmatrix} N_i(x) & N_j(x) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} = N \delta^e \quad (3.7)$$

Στην Εξ. (3.7) θα φτάναμε αν αντιστρέψαμε την Εξ. (3.5), οπότε:

$$a = A^{-1} \delta^e$$

Και την αντικαθιστούμε στην Εξ. (3.3) οπότε:



$$\delta(x) = M(x)A^{-1}\delta^e$$

Άρα

$$N(x) = M(x)A^{-1} \quad (3.8)$$

Οι παραμορφώσεις δίνονται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{d\delta(x)}{dx} = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix}$$

Ή σε μητρωϊκή μορφή:

$$\varepsilon = B_1 \delta^e \quad (3.9)$$

Όπου:

$$B_1 = \frac{1}{s} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ενώ οι τάσεις προκύπτουν από τη σχέση τάσεων – παραμορφώσεων:

$$\sigma = E\varepsilon = EB_1\delta^e = \frac{E}{s} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} \delta^e \quad (3.11)$$

Το επόμενο βήμα που θα κάνουμε είναι να εφαρμόσουμε την αρχή δυνατών έργων στο στοιχείο  $e$ . Οι δυνατές παραμορφώσεις  $\delta e$  εκφράζονται με μια σχέση ανάλογη της Εξ. (3.9) αφού το

μόνο που αλλάζει είναι οι δυνατές μετατοπίσεις των κόμβων. Επομένως αν συμβολίσουμε με  $\delta\delta^e$  το διάνυσμα των δυνατών κομβικών μετατοπίσεων η δυνατή παραμόρφωση είναι:

$$\delta\varepsilon = B_1\delta\delta^e = \frac{1}{s}[-1 \quad 1]\delta\delta^e$$

Η αρχή των δυνατών έργων λέει ότι το δυνατό έργο  $E_\xi$  των εξωτερικών δυνάμεων

$E_\xi = [\delta\delta^e]^T S^e$  είναι ίσο με το έργο των  $E_\sigma$  των εσωτερικών δυνάμεων:

$$E_\sigma = \int_{V^e} \delta\varepsilon^T \sigma dV$$

δηλαδή:

$$[\delta\delta^e]^T (S^e - \int_{V^e} B_1^T E B_1 dV \delta\delta^e) = 0 \quad (3.12)$$

Ονομάζω ακαμψία  $\bar{k}^e$  του στοιχείου  $e$  στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων την ποσότητα:

$$\bar{k}^e = \int_{V^e} B_1^T E B_1 dV \quad (3.13)$$

Λαμβάνοντας υπόψη ότι τα  $B_1$ ,  $E$  και η διατομή  $A$  της ράβδου είναι σταθερά προκύπτει:

$$\bar{k}^e = \frac{AE}{s} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Δεδομένου ότι το διάνυσμα  $\delta\delta^e$  είναι ένα τυχαίο μη μηδενικό διάνυσμα η Εξ. (3.12) γράφεται:

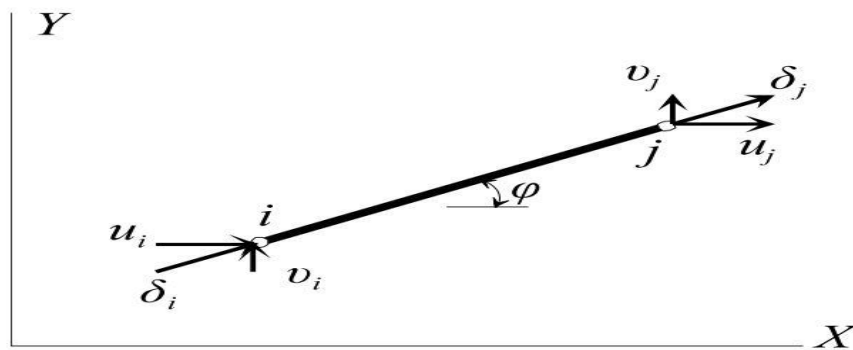
$$\bar{k}^e \delta^e = S^e \quad (3.15)$$

Θεωρούμε τώρα τις μετατοπίσεις στο καθολικό σύστημα  $XOY$ . Το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων  $q^e$  της ράβδου είναι:

$$q^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ v_j \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Το διάνυσμα  $\delta^e$  συνδέεται με το διάνυσμα  $q^e$  εικ.31 με την σχέση:

$$\begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ v_j \\ u_j \end{Bmatrix} \quad \text{ή}$$



Εικόνα 31:

$$\delta^e = a_1 q^e \quad (3.17)$$

Όπου  $l, m$  είναι τα συνημίτονα κατεύθυνσης της ράβδου  $e$  ως προς τους άξονες  $X, Y$ , δηλαδή:

$$l = \frac{X_j - X_i}{s} = \cos \varphi \quad m = \frac{Y_j - Y_i}{s} = \sin \varphi \quad (3.18)$$

Και  $(X_i, Y_i), (X_j, Y_j)$  οι συντεταγμένες των κόμβων  $i, j$  αντίστοιχα.

Έστω  $(F_{ix}^e, F_{iy}^e)$  και  $(F_{jx}^e, F_{jy}^e)$  οι συνιστώσες των  $S_i^e$  και  $S_j^e$  αντίστοιχα στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Από το Σχ. 3.6 προκύπτει:

$$\begin{pmatrix} F_{ix}^e \\ F_{iy}^e \\ F_{jx}^e \\ F_{jy}^e \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} l & 0 \\ m & 0 \\ 0 & l \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} S_i^e \\ S_j^e \end{pmatrix} \quad \text{ή} \quad F^e = a_1^T S^e \quad (3.19)$$

Η Εξ. (3.19) συνδέει το μητρώο στήλη  $F^e$  των κομβικών δυνάμεων στο καθολικό σύστημα με το μητρώο των κομβικών δυνάμεων  $S^e$  στο τοπικό σύστημα. Αντικαθιστώντας την Εξ. (3.17) στις Εξ. (3.9) και Εξ. (3.11) προκύπτει:

$$\varepsilon = B_1 a_1 q^e = B q^e$$

$$\sigma = E B_1 a_1 q^e = E B q^e$$

Εφαρμόζοντας ξανά την αρχή των δυνατών έργων μετά από μια ανάλογη διαδικασία όπως προηγουμένως βρίσκουμε:

$$k^e q^e = F^e \quad (3.20)$$

Όπου

$$k^e = \int_{V^e} B^T E B dV = \int_{V^e} a_1^T B_1^T E B_1 a_1 dV = a_1^T \left( \int_{V^e} B_1^T E B_1 dV \right) a_1$$

Δηλαδή

$$k^e = a_1^T \bar{k}^e a_1 \quad (3.21)$$

το μητρώο ακαμψίας στο καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Κάνοντας τις πράξεις βρίσκουμε:

$$k^e = \frac{AE}{s} \begin{bmatrix} l^2 & lm & -l^2 & -lm \\ lm & m^2 & -lm & -m^2 \\ -l^2 & -lm & l^2 & lm \\ -lm & -m^2 & lm & m^2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Το μητρώο ακαμψίας  $\bar{k}^e$  και το μητρώο των κομβικών μετατοπίσεων  $\delta^e$  στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων, συνδέονται με το μητρώο των κομβικών δυνάμεων  $S^e = [S_i^e \ S_j^e]^T$  επίσης στο τοπικό σύστημα συντεταγμένων με την Εξ. (3.2), δηλαδή πρέπει να ισχύει:

$$AE \frac{(\delta_i - \delta_j)}{s} = S_i^e \quad AE \frac{(\delta_j - \delta_i)}{s} = S_j^e \quad (3.23)$$

Που είναι ήδη γνωστά από τον εφελκυσμό των ράβδων. Δηλαδή, η Εξ. (3.15) μπορεί να προκύψει και απευθείας.

Πολλαπλασιάζοντας από αριστερά την Εξ.(3.15) με  $a_1^T$  και χρησιμοποιώντας τις

Εξ. (3.17) και Εξ. (3.19) προκύπτει:

$$(a_1^T \bar{k}^e a_1) q^e = F^e \quad \leftrightarrow \quad k^e q^e = F^e$$

Που συμπίπτει με την (3.20).

Από τη στιγμή που έχει αναπτυχθεί η Εξ. (3.20) η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος ακολουθεί τα βήματα της μητρωϊκής ανάλυσης των κατασκευών. Δηλαδή εφαρμόζουμε τις εξισώσεις

ισορροπίας σε κάθε κόμβο  $i$  του δικτυώματος. Στις εξισώσεις αυτές τις εσωτερικές δυνάμεις  $F_{ix}^e, F_{iy}^e, F_{iz}^e$  στον κόμβο  $i$  της ράβδου  $e$  τις αντικαθιστούμε από τη Εξ. (3.20). Έτσι βρίσκουμε σχέσεις που συνδυάζουν τις ακαμψίες  $k^e (e=1,2,\dots,N)$  και των  $N$  ράβδων του δικτυώματος καθώς και όλες τις μετατοπίσεις των κόμβων. Η σχέσεις αυτές έχουν ως δεύτερο μέλος τις γνωστές εξωτερικές δυνάμεις  $R$  που εφαρμόζονται στους κόμβους του δικτυώματος. Αν συμβολίσουμε με  $K$  τον συνδυασμό-σύνθεση των ακαμψιών των επί μέρους ράβδων που περιγράψαμε πιο πάνω και με  $r$  το διάνυσμα που παριστά όλες τις μετατοπίσεις των κόμβων τότε θα έχουμε:

$$Kr = R \quad (3.24)$$

Όπου

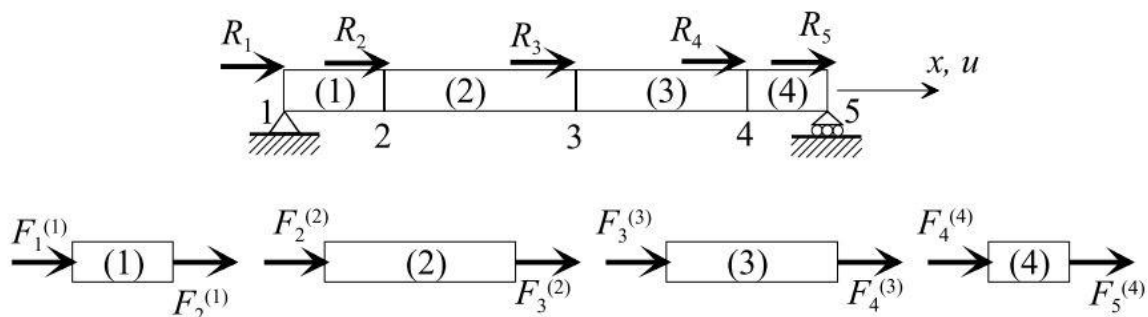
$$K = \sum_{e=1}^N k^e \quad (3.25)$$

Είναι το μητρώο ακαμψίας της ραβδωτής κατασκευής. (Προσοχή το σύμβολο  $\Sigma$  δεν παριστά κλασική άθροιση).

Πιο πολύ μπορεί να καταλάβει κανείς την διαδικασία μέσα από τα παραδείγματα που ακολουθούν.

### Παράδειγμα 1.1

Θεωρούμε τη μονοδιάστατη αμφιέρειστη δοκό σταθερής διατομής που φορτίζεται μονοαξονικά και έχει χωρισθεί σε τέσσερα πεπερασμένα στοιχεία όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Δεχόμαστε ότι η δοκός δεν λυγίζει επιπλέον, θεωρούμε ότι τα μητρώα ακαμψίας και φορτίσεως των στοιχείων είναι γνωστά.



Εικόνα 32: Παράδειγμα 1.1.

Κάθε κόμβος  $i$  έχει μόνον ένα βαθμό ελευθερίας, την αξονική μετατόπιση  $u_i=q_i$ . Εφαρμόζοντας την Εξ. (3.22) για κάθε ένα στοιχείο ξεχωριστά προκύπτει:

$$\begin{bmatrix} k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} \\ k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{(1)} \\ F_2^{(1)} \end{Bmatrix} \quad \begin{bmatrix} k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} \\ k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_2 \\ q_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2^{(2)} \\ F_3^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (\alpha)$$

$$\begin{bmatrix} k_{33}^{(3)} & k_{34}^{(3)} \\ k_{43}^{(3)} & k_{44}^{(3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_3^{(3)} \\ F_4^{(3)} \end{Bmatrix} \quad \begin{bmatrix} k_{44}^{(4)} & k_{45}^{(4)} \\ k_{54}^{(4)} & k_{55}^{(4)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_4 \\ q_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_4^{(4)} \\ F_5^{(4)} \end{Bmatrix}$$

Τα στοιχεία  $k_{ij}^e$  των μητρώων  $k^e$  είναι μονοδιάστατα (1x1).

Για να σχηματισθούν οι εξισώσεις ισορροπίας όλης της δοκού θεωρείται η ισορροπία κάθε κόμβου ξεχωριστά. Οπότε,

$$\begin{aligned}
 R_1 &= F_1^{(1)} &&= k_{11}^{(1)} q_1 + k_{12}^{(2)} q_2 \\
 R_2 &= F_2^{(1)} + F_2^{(2)} &&= k_{21}^{(1)} q_1 + [k_{22}^{(1)} k_{22}^{(2)}] q_2 + k_{23}^{(2)} q_3 \\
 R_3 &= F_3^{(2)} + F_3^{(3)} &&= k_{32}^{(2)} q_2 + [k_{33}^{(2)} k_{33}^{(3)}] q_3 + k_{34}^{(3)} q_4 \\
 R_4 &= F_4^{(3)} + F_4^{(4)} &&= k_{43}^{(3)} q_3 + [k_{44}^{(3)} k_{44}^{(4)}] q_4 + k_{45}^{(4)} q_5 \\
 R_5 &= F_5^{(4)} &&= k_{54}^{(4)} q_4 + k_{55}^{(4)} q_5 \quad (\beta)
 \end{aligned}$$

Όπου,  $R_1, \dots, R_5$  οι συνολικές δυνάμεις που ασκούνται στους κόμβους 1, ..., 5 αντίστοιχα.

Οι εξισώσεις ισορροπίας μπορούν να γραφούν σε μητρική μορφή ως εξής:

$$\begin{bmatrix}
 k_{11}^{(1)} & k_{12}^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\
 k_{21}^{(1)} & k_{22}^{(1)} + k_{22}^{(2)} & k_{23}^{(2)} & 0 & 0 \\
 0 & k_{32}^{(2)} & k_{33}^{(2)} + k_{33}^{(3)} & k_{34}^{(3)} & 0 \\
 0 & 0 & k_{43}^{(3)} & k_{44}^{(3)} + k_{44}^{(4)} & k_{45}^{(4)} \\
 0 & 0 & 0 & k_{54}^{(4)} & k_{55}^{(4)}
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 q_1 \\
 q_2 \\
 q_3 \\
 q_4 \\
 q_5
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 R_1 \\
 R_2 \\
 R_3 \\
 R_4 \\
 R_5
 \end{Bmatrix} \quad (\gamma)$$

Ή

$$K r = R \quad (\gamma')$$

Όπου,  $K$  είναι το ολικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής,  $r$  το μητρώο διάνυσμα των μετατοπίσεων των κόμβων και  $R$  το μητρώο διάνυσμα των κομβικών δυνάμεων.

Το σύστημα των εξισώσεων ( $\gamma'$ ) αποτελεί το τελικό σύστημα των εξισώσεων ισορροπίας όλου του μέσου. Οποιοσδήποτε φορέας και να αντιμετωπισθεί με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων το σύστημα των τελικών εξισώσεων που θα

σχηματισθεί θα είναι της μορφής των εξισώσεων ( $\gamma'$ ).



Παρατηρώντας το σύστημα των αλγεβρικών εξισώσεων (γ), βλέπουμε ότι θα μπορούσαμε να σχηματίσουμε το ολικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής και απ' ευθείας. Έτσι δύναμη σε ένα κόμβο  $i$  προκαλούν οι μετακινήσεις  $u_j$  των κόμβων των στοιχείων  $e_1, e_2, \dots, e_N$  που έχουν κοινούς κόμβους τον  $i$  και  $j$ . Αυτό σημαίνει ότι το στοιχείο  $K_{ij}$  του ολικού μητρώου ακαμψίας θα είναι:

$$K_{ij} = k_{ij}^{e_1} + k_{ij}^{e_2} + \dots + k_{ij}^{e_N} \quad (\delta)$$

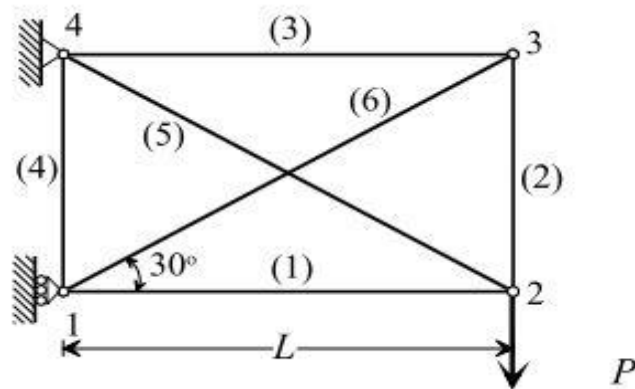
Όπου  $k_{ij}^{e_1}, k_{ij}^{e_2}, \dots, k_{ij}^{e_N}$  είναι τα επιμέρους στοιχεία των μητρώων ακαμψίας των στοιχείων  $e_1, e_2, \dots, e_N$ .

Αξίζει να τονίσουμε ότι αν ο κόμβος  $j$  ανήκει μόνο στα στοιχεία  $e_1$  και  $e_2$  τότε η Εξ. (δ) περιλαμβάνει μόνο τους δύο πρώτους όρους αφού οι υπόλοιποι όροι είναι μηδενικοί.

Το πρόβλημα περιπλέκεται ελαφρώς αν ο αριθμός των κομβικών παραμέτρων είναι μεγαλύτερος του 1. Έτσι για παράδειγμα στον κόμβο  $j$  υπάρχουν οι μετατοπίσεις  $u_j, v_j$  οπότε και οι δυνάμεις θα είναι  $R_{xj}, R_{yj}$  θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ότι η δύναμη  $R_{xj}$  προκαλείται από τις μετατοπίσεις  $u_j, v_j$  που πολλαπλασιάζουν τα στοιχεία της  $(2j-1)$  γραμμής του μητρώου ακαμψίας κοκ. Στο παράδειγμα που ακολουθεί αποφύγαμε, για λόγους ευκολότερης κατανόησης αυτή την περιπλοκή παίρνοντας τις μετατοπίσεις  $u_j, v_j$  με τη μορφή ενός διανύσματος  $q_j$  οπότε και τα στοιχεία  $K_{ij}$  του μητρώου ακαμψίας είναι μητρώα  $(2 \times 2)$ .

### Παράδειγμα 1.2

Υπολογίζουμε τις τάσεις των ράβδων του δικτυώματος εικ 33 που έχουν κοινό μέτρο ελαστικότητας  $E$  και κοινό εμβαδό διατομής  $A$ . Από την Εξ. (3.22) προκύπτουν τα μητρώα ακαμψίας των ράβδων 1,2,3,4,5 αφού τα συνημίτονα κατεύθυνσης της κάθε ράβδου είναι:



Εικόνα 33: Παράδειγμα 1.2

Ράβδος (1):  $(l, m) = (1, 0)$

Ράβδος (2):  $(l, m) = (0, 1)$

Ράβδος (3):  $(l, m) = (-1, 0)$

Ράβδος (4):  $(l, m) = (0, -1)$

Ράβδος (5):  $(l, m) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

Ράβδος (6):  $(l, m) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$k^1 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad k^2 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$k^3 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad k^4 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3} & 0 & -\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{3} & 0 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$k^5 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} \\ -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} \end{bmatrix}, \quad k^6 = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} \\ \frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} \\ -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} \\ -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} \end{bmatrix}$$

Επομένως η σχέση που συνδέει τις μετατοπίσεις των κόμβων με τα επικόμβια εξωτερικά φορτία και τις αντιδράσεις  $R_{1x}$ ,  $R_{4x}$ ,  $R_{4y}$  στους κόμβους 1, 4 είναι:

$$\begin{Bmatrix} R_{1x} \\ 0 \\ 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \\ R_{4X} \\ R_{4Y} \end{Bmatrix} \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -1 & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & 0 & 0 \\ \frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & -\sqrt{3} \\ -1 & 0 & 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & 0 & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & -\sqrt{3} & \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} \\ -\frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} & 0 & 0 & 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -1 & 0 \\ -\frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & -\sqrt{3} & \frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3\sqrt{3}}{8} & \frac{3}{8} & -1 & 0 & 1 + \frac{3\sqrt{3}}{8} & -\frac{3}{8} \\ 0 & -\sqrt{3} & \frac{3}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{8} & 0 & 0 & -\frac{3}{8} & \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Η λύση του συστήματος δίνει:

$$u_1 = -0.12847 \frac{PL}{EA}, \quad u_2 = -0.26340 \frac{PL}{EA}, \quad u_3 = -1.15864 \frac{PL}{EA},$$

$$u_3 = 0.38541 \frac{PL}{EA}, \quad u_3 = -1.82379 \frac{PL}{EA}$$

Οπότε η ισορροπία μας δίνει τις αντιδράσεις στους κόμβους 1, 4

$$R_{4x} = P \quad , \quad F_{4y} = -P\sqrt{3} \quad , \quad F_{1x} = P\sqrt{3}$$

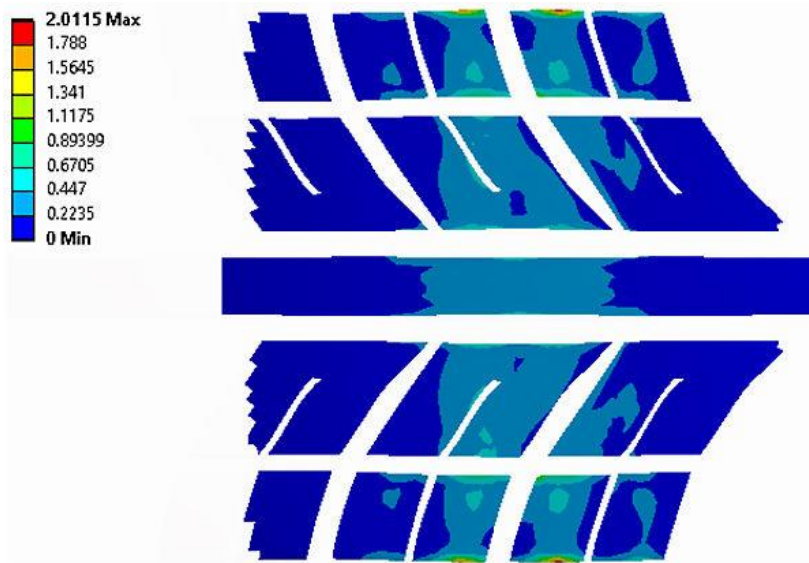
Τέλος, αντικαθιστώντας τις μετατοπίσεις στις Εξ. (3.17) και Εξ. (3.15) προσδιορίζουμε τις τάσεις των ράβδων.

### **3.6 ΠΑΡΟΜΟΙΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ- ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΕΡΕΥΝΑ**

#### **3.6.1 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ: ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ 2D ΚΑΙ 3D ΑΝΑΛΥΣΕΩΝ-ANSYS COMPANY**

Η χαρτογράφηση των αποτελεσμάτων από μια αρχική δισδιάστατη αξονική συμμετρική ανάλυση σε μια ανάλυση 3D παρέχει ένα υπολογιστικά αποδοτικό πλαίσιο για τη μοντελοποίηση της αρχικής τοποθέτησης και του φουσκώματος που ακολουθείται από μελέτες αποτυπώματος ή στροφών.

Η βέλτιστη ροή εργασίας για τη βελτιστοποίηση του σχήματος του ελαστικού και των λεπτομερειών ενίσχυσης περιλαμβάνει τη δημιουργία μιας 2D διατομής του ελαστικού στο mechanical ansys και την εκτέλεση ανάλυσης τοποθέτησης ελαστικών 2D και ανάλυσης 2D φουσκώματος. Στη συνέχεια δημιουργείται ένα τρισδιάστατο διχτυωτό μοντέλο από τη δισδιάστατη διατομή για την εκτέλεση τελικών αναλύσεων, συμπεριλαμβανομένων τρισδιάστατων αναλύσεων φουσκώματος, αποτυπώματος, κύλισης σταθερής κατάστασης, κύλισης σταθερής κατάστασης με διαφορετικές γωνίες κύλισης και τρισδιάστατων αναλύσεων ανατροπής



Εικόνα 34: Πίεση επαφής στο τέλος της ανάλυσης αποτυπώματος στο Ansys Mechanical

Πηγή: ANSYS.COM

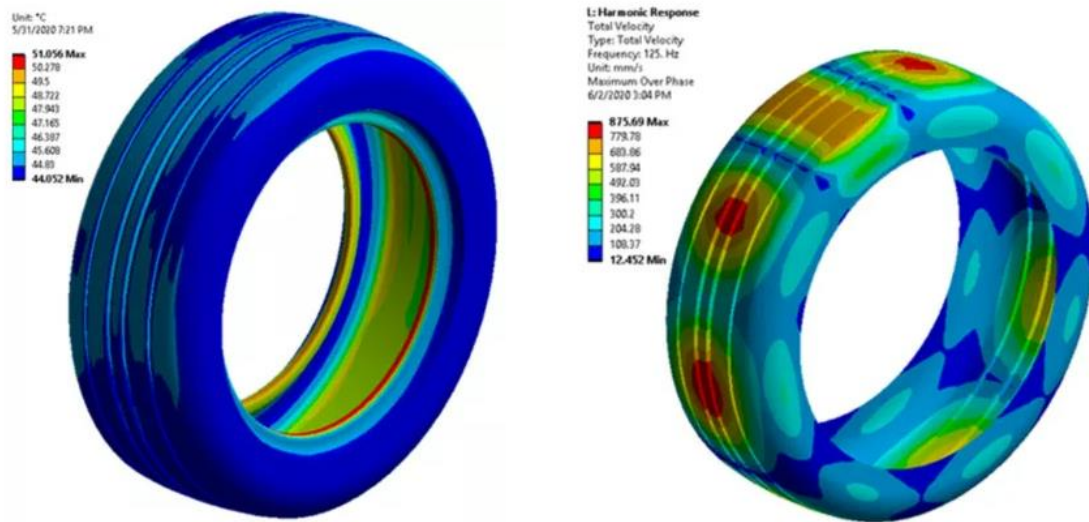
Μπορείτε να εκτελέσετε ανάλυση κύλισης σταθερής κατάστασης στο mechanical ansys μέσω μιας αυθαίρετης προσέγγισης Eulerian Lagrangian, όπου οι αδρανειακές επιδράσεις των ελαστικών κύλισης υπολογίζονται σε ένα στατικό πλαίσιο. Αυτό περιλαμβάνει τον υπολογισμό διαφορετικών γωνιών κάμπερ. Μπορείτε επίσης να αξιολογήσετε ακραία φαινόμενα, όπως τη συμπεριφορά και την ασφάλεια των ελαστικών όταν το όχημα κυλήσει πάνω από ανωμαλίες ταχύτητας, λακκούβες ή κράσπεδα.

### 3.6.2 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΓΟΝΤΕΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Η διάρκεια ζωής των ελαστικών επηρεάζεται επίσης έντονα από τα υπερβολικά και λιγότερο φουσκωμένα ελαστικά, τα οποία μπορεί να προκαλέσουν υπερβολική φθορά. Μπορείτε να μελετήσετε τις επιπτώσεις του φουσκώματος χρησιμοποιώντας λεπτομερή αποτελέσματα της επιφάνειας του δρόμου μέχρι την επαφή των ελαστικών.

Κατά τη διάρκεια του κανονικού ταξιδιού, τα ελαστικά μπορεί να θερμαίνονται λόγω ιξωδοελαστικών απωλειών στο ελαστικό υλικό. Το Ansys Mechanical μπορεί να σας βοηθήσει να λάβετε υπόψη τη διασπορά ενέργειας και τη μετατροπή σε θερμότητα που αυξάνει τις θερμοκρασίες των ελαστικών. Αυτό είναι ιδιαίτερα σημαντικό για την ασφαλή οδήγηση, επειδή τα ελαστικά που δεν έχουν φουσκώσει μπορεί να υποστούν υπερβολική θέρμανση, οδηγώντας σε εκρήξεις ελαστικών.

Τα ελαστικά κατασκευάζονται κυρίως από καουτσούκ και σύνθετο υλικό με βάση το καουτσούκ. Λόγω της ιζωδοελαστικότητας του καουτσούκ, ένα ελαστικό σε σταθερή κατάσταση κύλισης θα παράγει θερμότητα. Η απώλεια ενέργειας προέρχεται κυρίως από την περιοδική παραμόρφωση του καουτσούκ στο ελαστικό, το οποίο μετατρέπεται σε θερμότητα, οδηγώντας σε υψηλότερες θερμοκρασίες ελαστικών και μειώνοντας τη διάρκεια ζωής του ελαστικού.



Εικόνα 35: Αριστερά: Ένα τρισδιάστατο μοντέλο ελαστικού που υποβάλλεται σε θερμική ανάλυση στο Ansys Mechanical. Δεξιά: Αρμονική ανάλυση στο Ansys Mechanical.

Πηγή: ANSYS.COM

### 3.7 ΣΤΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ RADIAL TIRES ΜΕ ΧΡΗΣΗ ANSYS

Τα κύρια χαρακτηριστικά των τεθωρακισμένων οχημάτων έκτακτης ανάγκης και στρατιωτικών είναι: κινητικότητα, ασφάλεια και διαθεσιμότητα.

Οι διαδικασίες προσομοίωσης σε συνδυασμό με πειράματα αλληλεπίδρασης ελαστικού επαφής-επιφάνειας επιτρέπουν στον σχεδιαστή να βελτιώσει τόσο την κατασκευή του ελαστικού όσο και το σύστημα ελέγχου, λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική του τροχού. Σημαντικά προβλήματα στα οποία μπορεί να δώσει λύσεις η δομική ανάλυση είναι: το φούσκωμα του ελαστικού, η συμπεριφορά του ελαστικού όταν περνάει εμπόδια, η πίεση επαφής ελαστικού-εδάφους, η συμπεριφορά του ελαστικού κατά τη διέλευση μιας τάφρου και ούτω καθεξής.

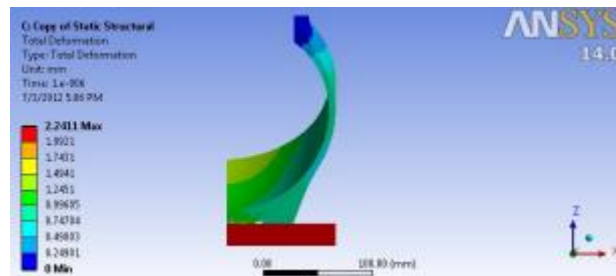
Οι περισσότερες προσομοιώσεις ελαστικών με FEM γίνονται σε στατική ανάλυση, επειδή το ελαστικό είναι μια από τις πιο πολύπλοκες δομές. Μια μη γραμμική στατική και μεταβατική FEA πραγματοποιήθηκε ανάλυση ενός μοντέλου ελαστικού, προσομοίωση των συνθηκών δοκιμής ακτινικής και πλευρικής στατικής ακαμψίας, δυναμικών συνθηκών δοκιμής ελεύθερης πτώσης και ακαμψίας στις στροφές κύλισης, αλλά η ανάλυση δεν επικεντρώθηκε στην αλληλεπίδραση κρεβατιού-στεφάνης.

Η παρούσα μελέτη επικεντρώνεται στη μοντελοποίηση και προσομοίωση ενός ειδικού τύπου ελαστικού, που χρησιμοποιείται για οχήματα έκτακτης ανάγκης ή στρατιωτικά οχήματα. Μια υπάρχουσα διαμόρφωση τροχού αναλύεται προκειμένου να βρεθούν βελτιωμένες σχεδιαστικές λύσεις. Ο τροχός έχει σχεδιαστεί όχι μόνο για να διασφαλίζει την κινητικότητα του οχήματος, αλλά και για να αντέχει σε υψηλά επίπεδα καταπόνησης κατά την κίνηση του οχήματος.

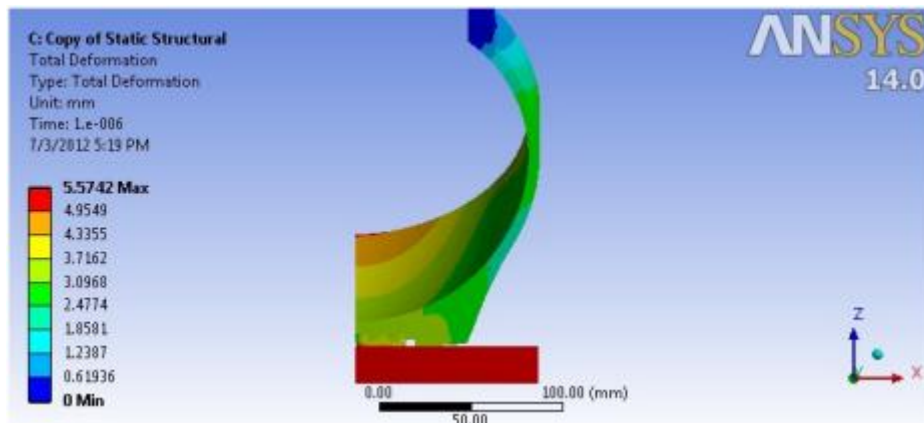
Μια λύση για την αντικατάσταση των παλαιών ελαστικών είναι η επαναδιαμόρφωση των υπάρχουσών ζαντών, έτσι ώστε να μπορεί να χρησιμοποιηθεί μια τεχνολογία run flat. Στόχος είναι η αύξηση της κινητικότητας και της ασφάλειας των οχημάτων. Αυτή η διαδικασία περιλαμβάνει προκαταρκτικές προσπάθειες προσομοίωσης, πειράματα και διαδικασίες δοκιμών για έγκριση.



Εικόνα 36: 3D μοντέλο

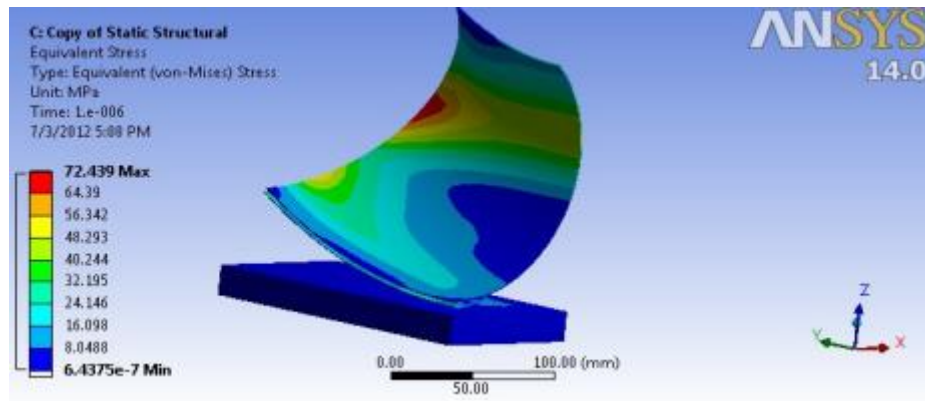


Εικόνα 37: Ολική παραμόρφωση σε μετατόπιση 2 mm

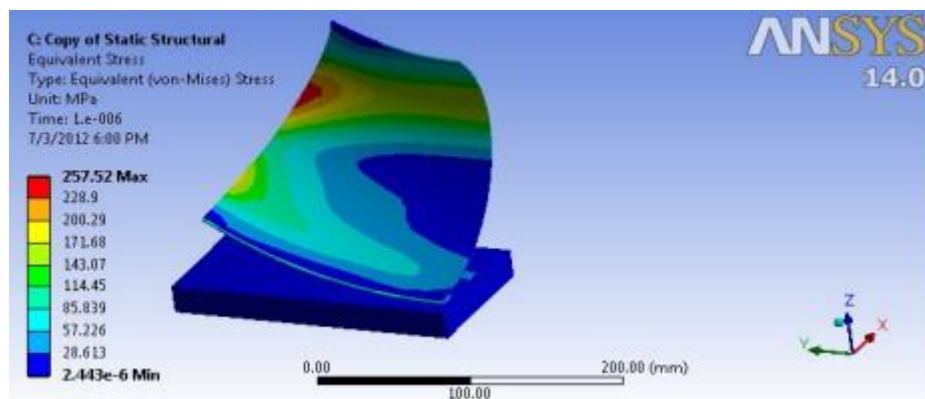


Εικόνα 38: Ολική παραμόρφωση σε μετατόπιση 5 mm





Εικόνα 39: Η ισοδύναμη τάση σε μετατόπιση 2 mm



Εικόνα 40: Η ισοδύναμη τάση σε μετατόπιση 5 mm

### 3.8 ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΠΟΥ ΑΝΑΠΤΥΧΘΗΚΕ ΑΠΟ ΦΥΣΙΚΟ ΑΠΟ ΚΑΟΥΤΣΟΥΚ

#### Περίληψη

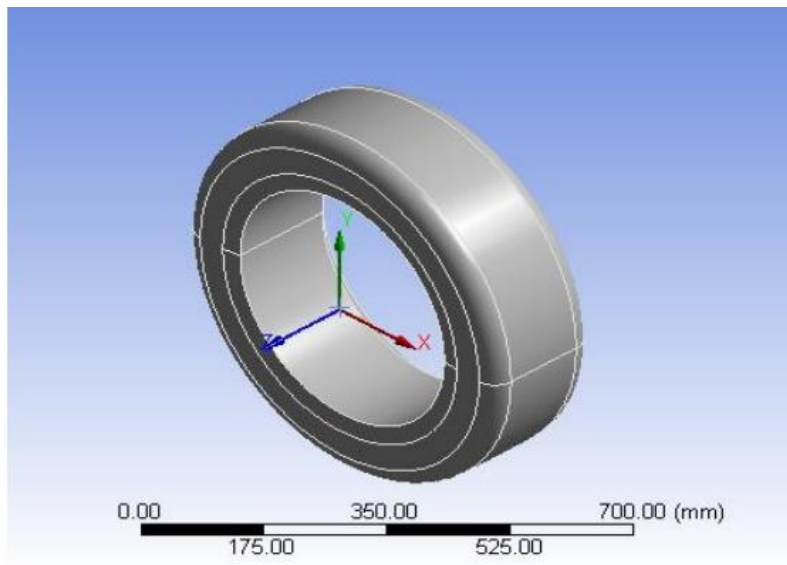
Αυτή η προσομοίωση αφορά τη στατική ανάλυση ενός μοντέλου ελαστικού που αναπτύχθηκε από φυσικού καουτσούκ χρησιμοποιώντας το λογισμικό ANSYS Workbench 14.0.

Ο παρθένος καολίνης που χρησιμοποιήθηκε ως υλικό πλήρωσης στα βουλκανιζόμενα προϊόντα Natural Rubber τροποποιήθηκε χημικά από Rubber Seed Oils (Heveabrasiliensis) με παρεμβολή η οποία επιτεύχθηκε παρουσία ένυδρης υδραζίνης ως συν-ενεμπλοκής.

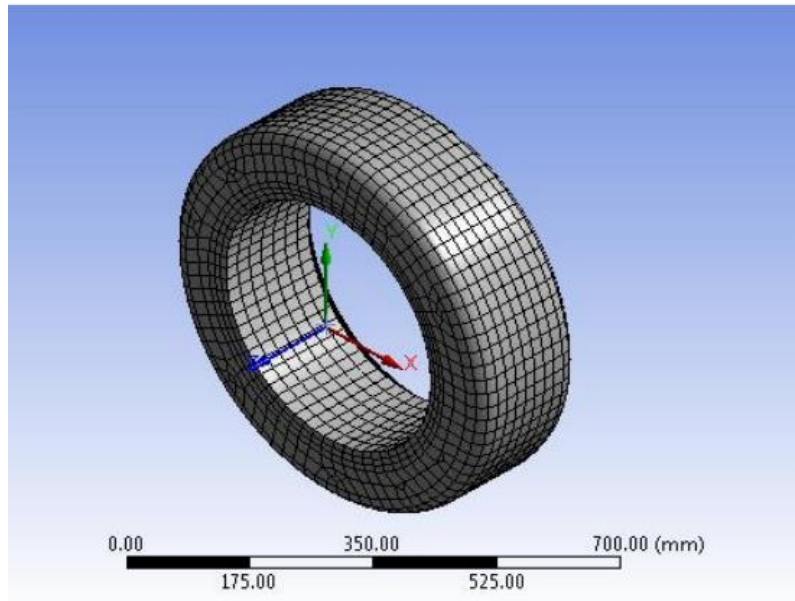
Αναπτύχθηκε ένα τυπικό μοντέλο ελαστικού P195/55 R16 85H και καθιερώθηκαν οι παράγοντες που περιγράφουν τη γραμμική ισότροπη ελαστική συμπεριφορά των προϊόντων βουλκανισμού από καουτσούκ.

Η Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων αναπτύχθηκε με τη μέγιστη πίεση φουσκώματος 0,2206 MPa και τη μέγιστη χωρητικότητα φορτίου 515 kg που προέκυψε από τον δείκτη φορτίου προδιαγραφών μεγέθους ελαστικού.

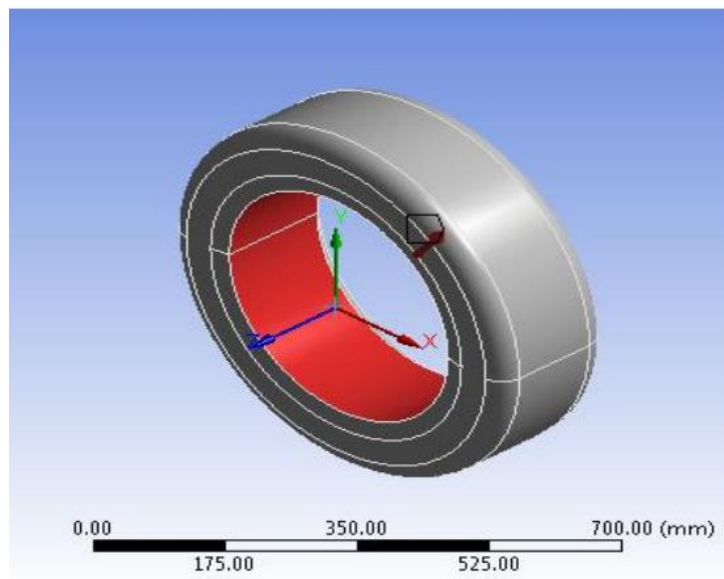
Τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τη μελέτη δείχνουν ότι το υλικό του ελαστικού που αναπτύχθηκε από φυσικό καουτσούκ/οργανοτροποποιημένη καολίνη θα έχει καλή απόδοση κάτω από στατική δομική ανάλυση, καθώς η τιμή τάσης von Mises 1,0105 MPa που λαμβάνεται στο μέγιστο φούσκωμα είναι χαμηλότερη από την εφαρμοζόμενη μέγιστη πίεση φουσκώματος των 0,2206 MPa και η τιμή τάσης von Mises των 0,9448 MPa που λαμβάνεται κατά την εφαρμογή κατακόρυφου φορτίου 5,15 kN είναι χαμηλότερη από την καθορισμένη πίεση στην κατακόρυφη φόρτιση.



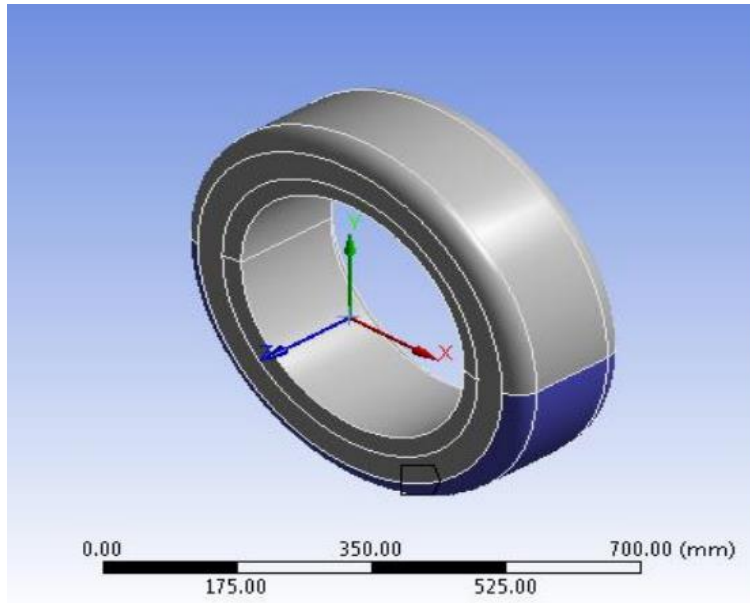
Εικόνα 41:3D μοντέλο



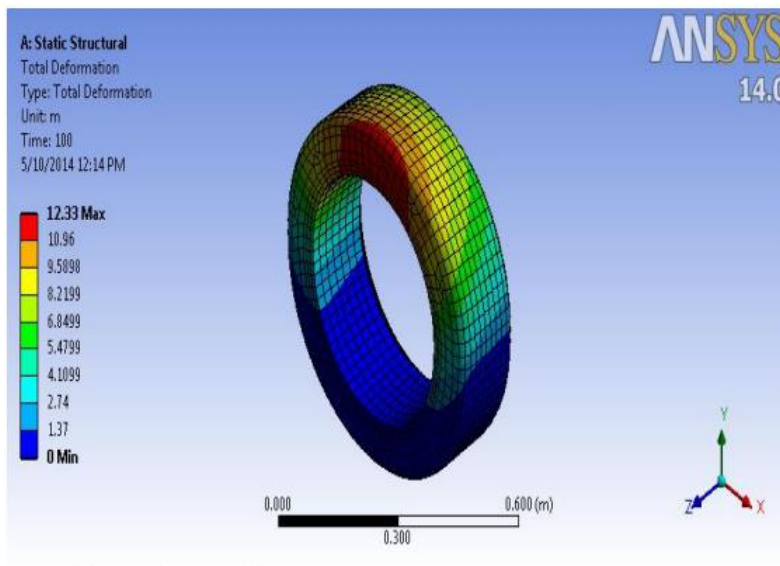
Εικόνα 42: Διακριτικοποίηση μοντέλου



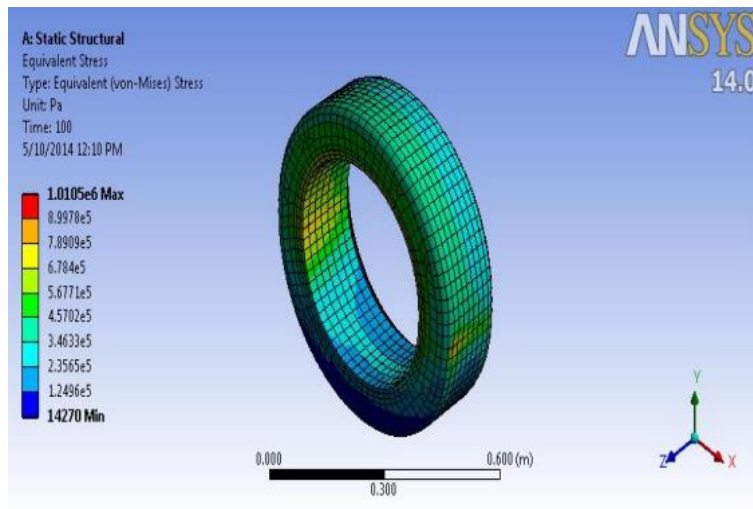
Εικόνα 43: Εισαγωγή εσωτερικής πίεσης στο ελαστικό



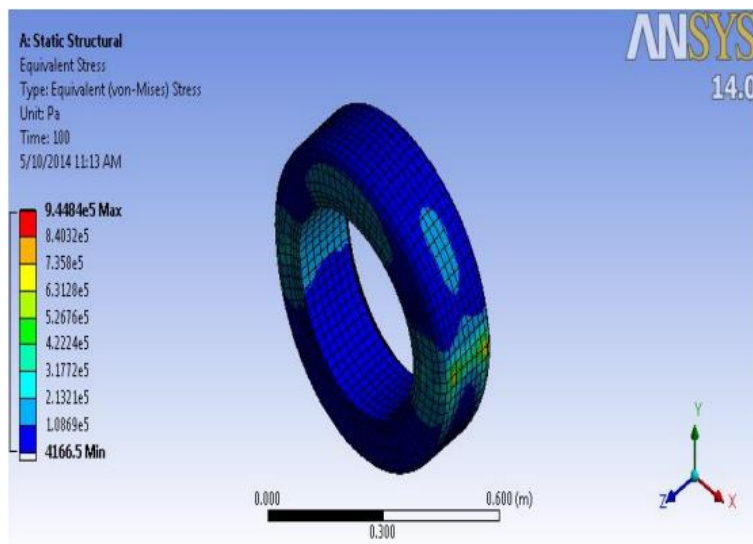
Εικόνα 44: Πάκτωση ελαστικού



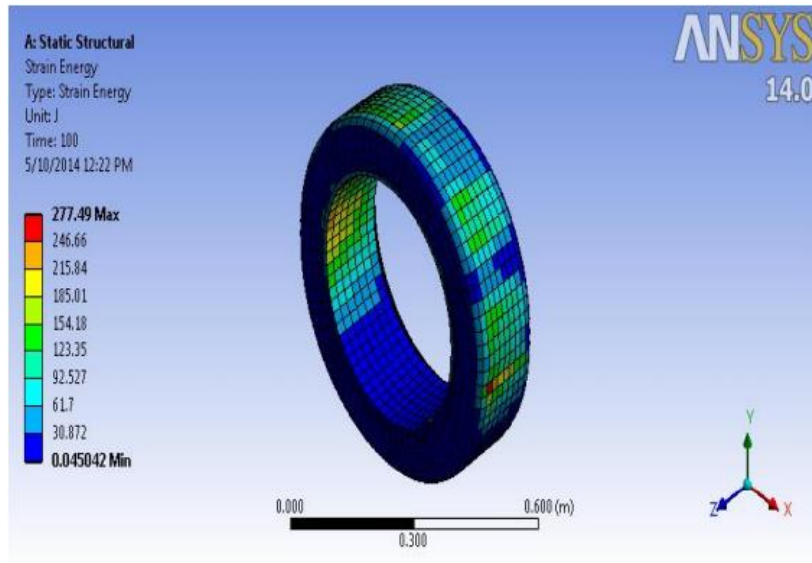
Εικόνα 45: Παραμορφώσεις ελαστικών υπό κατακόρυφο φορτίο



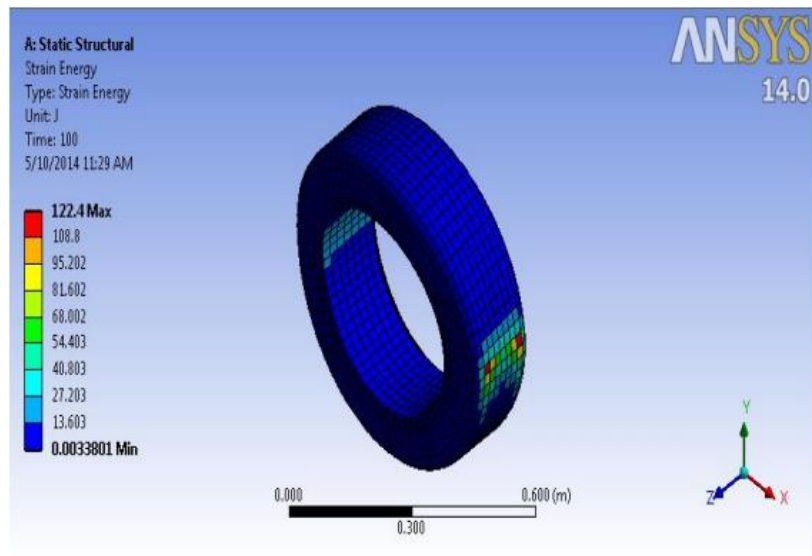
Εικόνα 46: Οι τάσεις von-Mises-Hencky για μέγιστη πίεση



Εικόνα 47: Τάσεις von-Mises-Hencky για κατακόρυφη φόρτιση



Εικόνα 48: Ενέργεια παραμόρφωσης για μέγιστη πίεση φουσκώματος



Εικόνα 49: Ενέργεια καταπόνησης για κατακόρυφη φόρτιση

## Συμπεράσματα

Η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων χρησιμοποιήθηκε για τη διερεύνηση της λειτουργικότητας ενός πνευματικού ελαστικού που αναπτύχθηκε από φυσικό καουτσούκ που υποβάλλεται σε στατική φόρτιση. Από την παρούσα μελέτη προέκυψαν τα ακόλουθα συμπεράσματα:

1. Η στατική ανάλυση σε FEA προσέφερε μια καλή αναλυτική αξιολόγηση και μια προσέγγιση του υλικού του ελαστικού που μελετήθηκε και είναι συνιστάται για χρήση στη σχεδίαση ελαστικών.
2. Η κατακόρυφη φόρτιση και οι μέγιστες πιέσεις φουσκώματος παρείχαν τις συνολικές παραμορφώσεις του τρισδιάστατου μοντέλου ελαστικών

3. Το οργανοτροποποιημένο πληρωτικό καολίνη ήταν υπεύθυνο για τις αξιοσημείωτες βελτιώσεις στα αποτελέσματα του πνευματικού ελαστικού που μελετήθηκε.
4. Τα πνευματικά ελαστικά P195/55 R16 85 H που αναλύθηκαν χρησιμοποιώντας

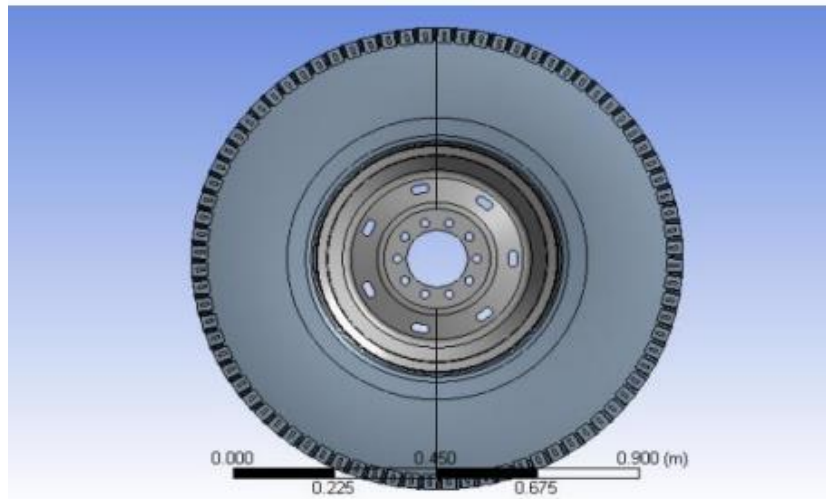
### **3.9 ΑΝΑΛΥΣΗ FEA ΤΟΥ ΠΕΛΜΑΤΟΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΥ ΥΠΟ ΦΟΡΤΙΣΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΕΚΦΟΡΤΩΣΗΣ ΣΕ ΦΟΡΤΗΓΟ**

#### **Περίληψη:**

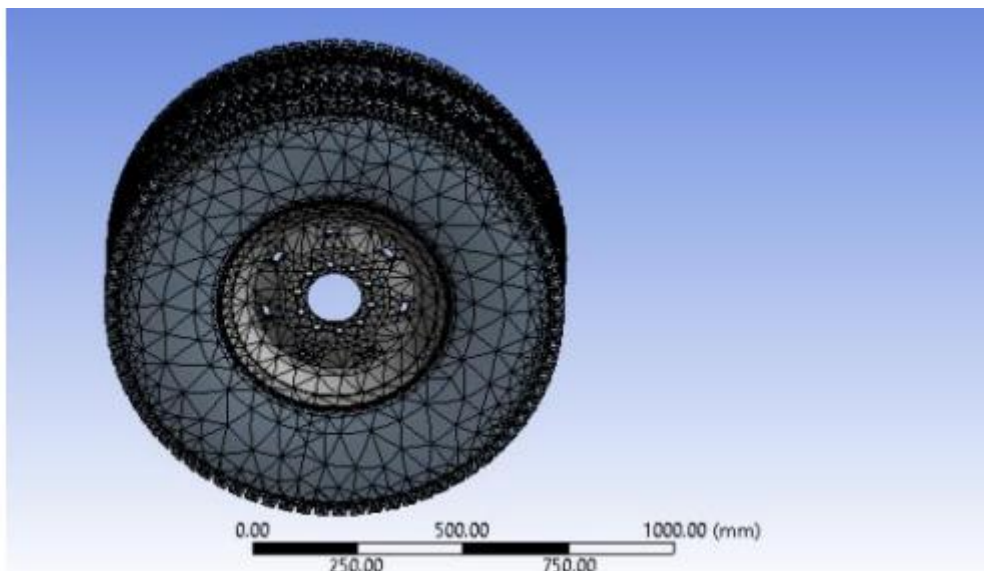
Αυτό η μελέτη στοχεύει στην υλοποίηση του κύκλου ζωής και του καλύτερου σχεδιασμού πέλματος ελαστικών. Μια σημαντική πτυχή είναι η ανάπτυξη ενός στιβαρού ελαστικού μοντέλο τριβής που περιλαμβάνει την αλληλεπίδραση ελαστικού και δρόμου. Το χαρακτηριστικό κράτημα του πέλματος του ελαστικού παίζει ζωτικό ρόλο στην τριβή μεταξύ του ελαστικού και του δρόμου όταν η φόρτωση και η εκφόρτωση γίνονται γρήγορα.

Το πέλμα πρέπει να είναι τέτοιο ώστε να παρέχει το μεγαλύτερο κράτημα και να έχει σταθερότητα λειτουργίας στο δρόμο. Αυτό προορίζεται για την ασφάλεια των οχημάτων. Σε αυτό το έργο, το μοντέλο Tire θα μοντελοποιηθεί χρησιμοποιώντας το λογισμικό Creo. Στη συνέχεια, το προετοιμασμένο μοντέλο προσομοιώνεται για υλικό από καουτσούκ και διαφορετικό σχέδιο πέλματος. Το μοντέλο ελαστικού προσομοιώνεται χρησιμοποιώντας τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Το FEA χρησιμοποιείται για την προσομοίωση μηχανικών προβλημάτων.

Το λογισμικό FEM, ANSYS Static Structural χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της τάσης και της καταπόνησης στο πέλμα. Η στατική δομή καθορίζει τις μετατοπίσεις, τις τάσεις, τις καταπονήσεις και τις δυνάμεις στο ελαστικό που προκαλούνται από τα φορτία που δεν προκαλούν αδράνεια και φαινόμενα απόσβεσης. Η σταθερή φόρτιση και η απόκριση της δομής θεωρείται ότι ποικίλλουν αργά σε σχέση με το χρόνο. Σε συνθήκες φόρτωσης, το φορτίο που θα υποτεθεί είναι 31 τόνοι και σε συνθήκες εκφόρτωσης, το φορτίο είναι περίπου 10 τόνοι, σε Στατική Θέση Οχήματος. Το αποτέλεσμα της προσομοίωσης με χαμηλότερες τιμές τάσης και παραμόρφωσης είναι το σημείο ενδιαφέροντος.



Εικόνα 50:3D μοντέλο



Εικόνα 51:Meshing μοντέλου

### Συνοριακές συνθήκες

Η επαφή μεταξύ ελαστικού και δρόμου καθορίζεται στις συνθήκες φόρτωσης και εκφόρτωσης, καθώς το φορτηγό θεωρείται ότι βρίσκεται σε ηρεμία. Το Static Structural είναι προσηματισμένο για τα στατικά αντικείμενα.

Τα βαρύτερα φορτηγά συνήθως ορίζουν πολύ υψηλή πίεση αέρα. Μια κοινή πίεση αέρα για το φορτηγό θα ήταν 55 μπροστά, 80 πίσω ή 75 μπροστά και πίσω. Αλλά η σωστή πίεση ελαστικού που συνιστάται είναι 60 psi. Ένας μέσος όρος όλων των 60psi που πρέπει να ληφθούν.  $1 \text{ Psi} = 6894,75 \text{ Pa}$   
 $60 \text{ Psi} = 60 * 6894,75 \text{ Pa} \sim 4 \text{ e}+005 \text{ Pa}$

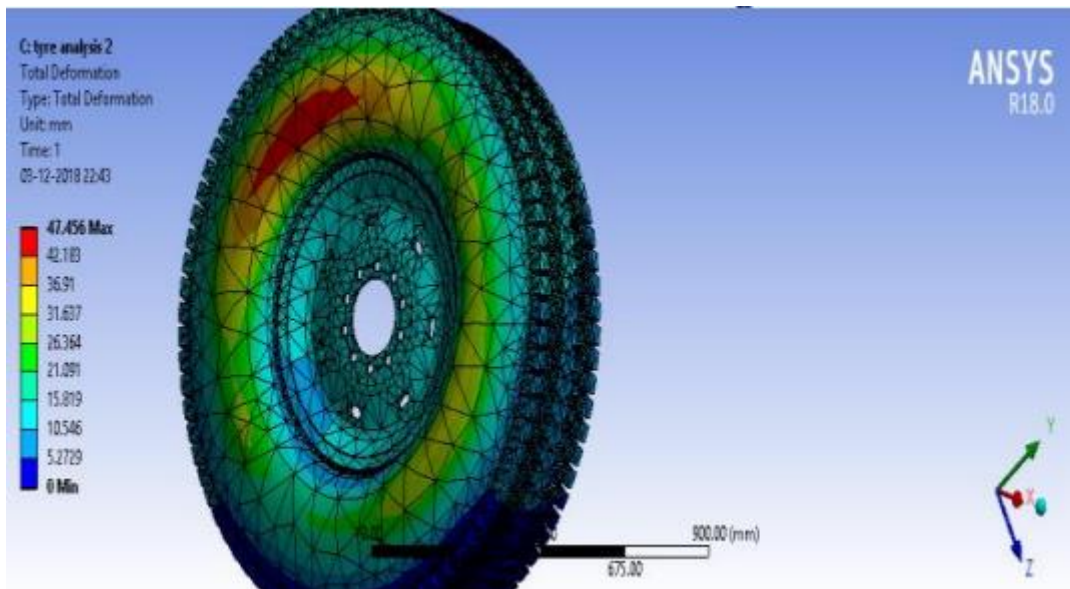
Το φορτίο εφαρμόζεται κατακόρυφα προς τα κάτω καθώς ολόκληρο το βάρος του φορτηγού μαζί με το φορτίο επιδρούν στα 6 ελαστικά. Το φορτίο κατανέμεται εξίσου σε κάθε ελαστικό. Σε συνθήκες



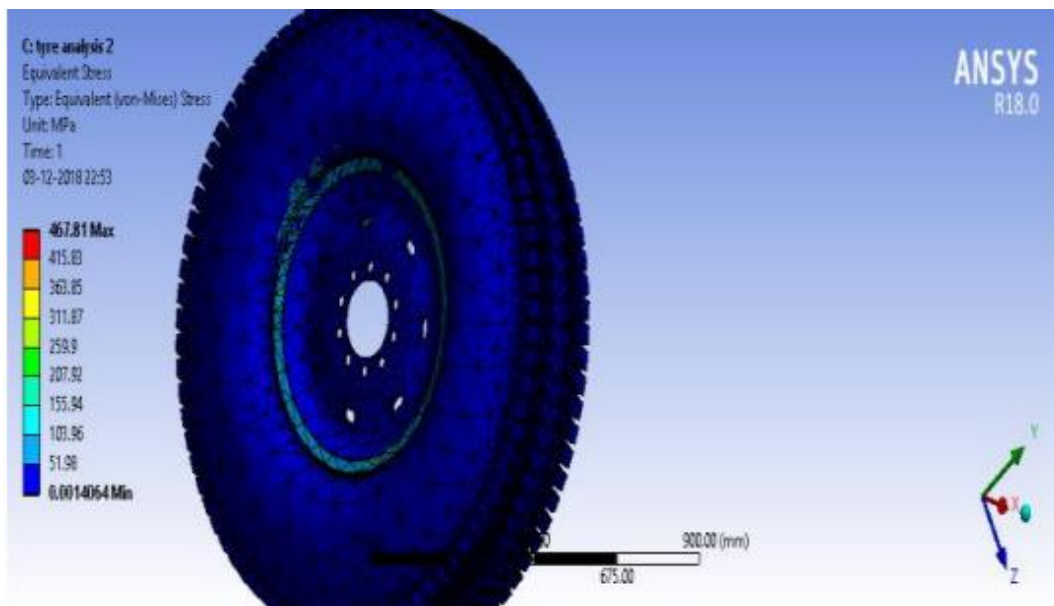
φόρτωσης, το μεικτό βάρος του οχήματος ανέρχεται σε 31000 N. Το φορτίο που ενεργεί σε κάθε ελαστικό θα είναι:

$$F = 31000 / 6 \text{ N} \sim 5\text{kN}$$

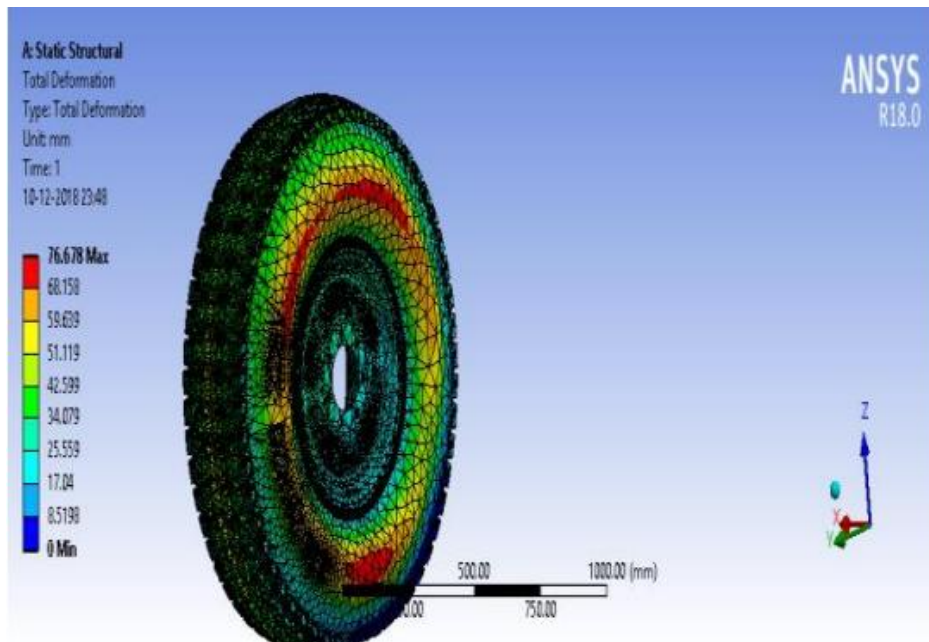
Σε συνθήκες εκφόρτωσης, το βάρος του οχήματος θα είναι 19000 N. Άρα το φορτίο σε κάθε ελαστικό είναι:  $F = 19000 / 6 \text{ N} \sim 3\text{kN}$



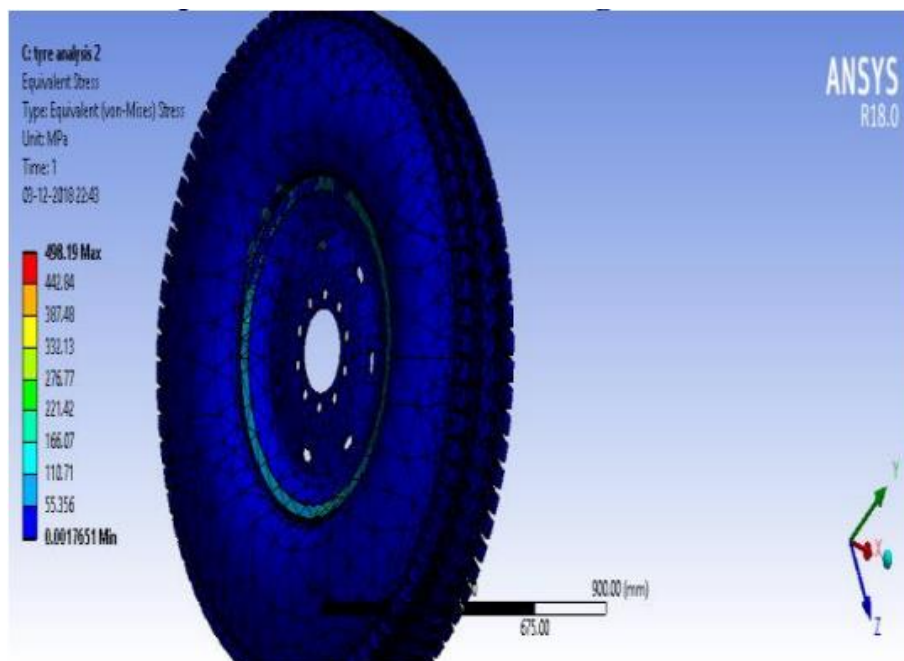
Εικόνα 52: Ολική μετατόπιση ελαστικού



Εικόνα 53: Ισοδύναμη τάση στις συνθήκες εκφόρτωσης



Εικόνα 54:Ολική μετατόπιση υπό φόρτωση



Εικόνα 55: Ισοδύναμη τάση στην κατάσταση φόρτωσης

### Συμπεράσματα

Κατά τη σύγκριση για ισοδύναμες καταπονήσεις VonMises, σε κατάσταση εκφόρτωσης, το πέλημα 2 έχει μικρότερη τιμή πίεσης. Από την άλλη πλευρά, και για συνθήκες φόρτωσης, το πέλημα 2 έχει μικρότερη τιμή πίεσης. Ως εκ τούτου, το Tread2 είναι η καλύτερη επιλογή για το σχέδιο πέλματος.

Σε σύγκριση με τη συνολική παραμόρφωση, η κατάσταση εκφόρτωσης Το πέλημα 2 έχει μικρότερη τιμή παραμόρφωσης. Από την άλλη πλευρά, και για συνθήκες φόρτωσης, το πέλημα 2 έχει μικρότερη τιμή παραμόρφωσης. Ως εκ τούτου, το Tread 2 είναι η καλύτερη επιλογή για το σχέδιο πέλματος. Αυτό το έργο επικεντρώθηκε στην ανάλυση του σχεδίου του πέλματος. Ως ένας από τους παράγοντες για τα βαρέα φορτηγά να διατηρήσουν καλή πρόσφυση σε κάθε τύπο επιφάνειας είναι το σχέδιο

πέλματος. Με τα δύο διαφορετικά σχέδια πέλματος, πραγματοποιήσαμε στατική δομική ανάλυση και καταλήξαμε στα ακόλουθα αποτελέσματα.

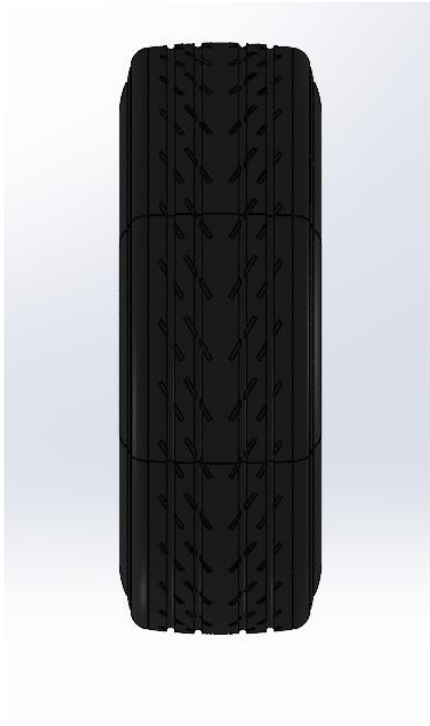
Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε σε όλες τις παραπάνω συγκρίσεις, καταλάβαμε ότι το Tread 2 έχει το χαμηλότερο ισοδύναμο στρες Vonmises καθώς και την Ολική Παραμόρφωση. Ως εκ τούτου, θεωρούμε το Tread 2 ως την καλύτερη επιλογή μας για σχέδιο πέλματος για καλύτερο κράτημα του θεωρούμενου μοντέλου φορτηγού TATA LPT 3118.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΣΤΟ SOLIDWORKS

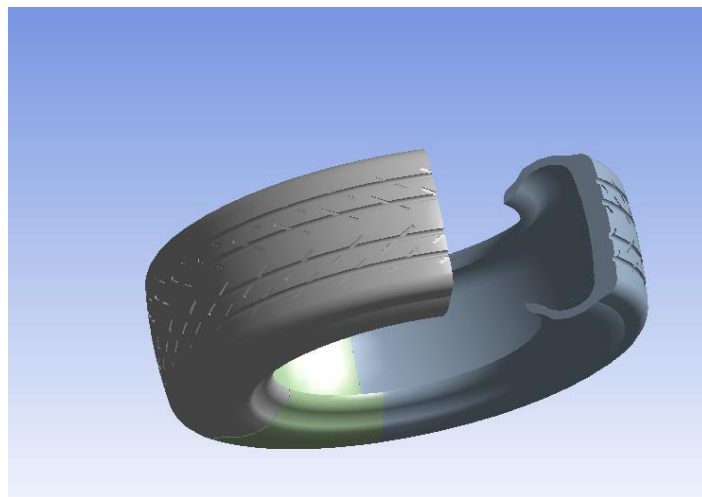
Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει η παρουσίαση του μοντέλου όπως αυτό σχεδιάστηκε από το λογισμικό SolidWorks. Θα δειχθούν όλες οι όψεις του μοντέλου αλλά και οι διαστάσεις του. Το ελαστικό που σχεδιάστηκε είναι το 15/60/R15 το οποίο είναι για μικρομεσαία επιβατικά αυτοκίνητα και έχει εξωτερική διάμετρο 579mm και πλάτος 165 mm.



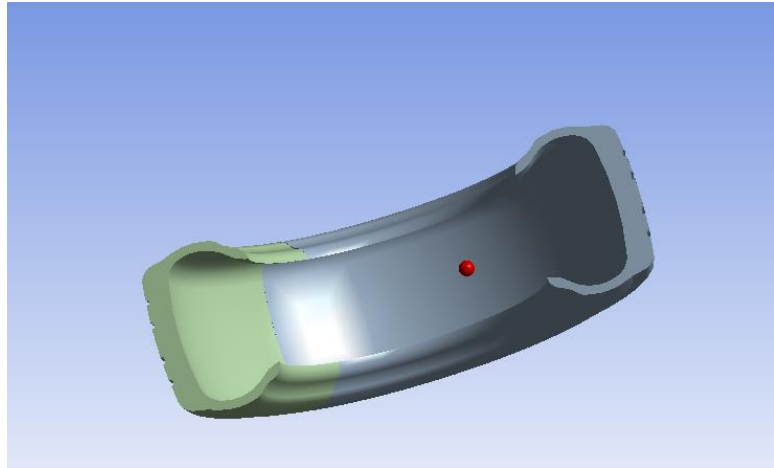
*Εικόνα 56: Πρόσοψη ελαστικού*



*Εικόνα 57: Κάτοψη ελαστικού ελαστικού*



*Εικόνα 58: Εσωτερικό ελαστικού*



*Εικόνα 59:Το ήμισυ του ελαστικού*

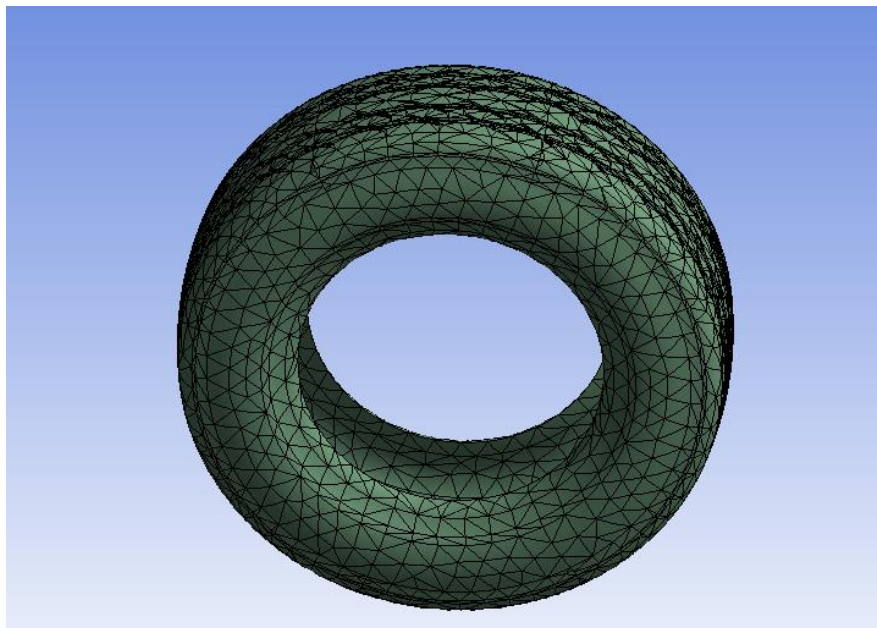
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζεται η προσομοίωση του μοντέλου με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Για τις ανάγκες της προσομοίωσης χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό ANSYS 2021 R2. Τα αποτελέσματα αλλά και όλη η διαδικασία της προσομοίωσης φαίνονται στις παρακάτω εικόνες.

Για την προσομοίωση αυτή επιλέχθηκε υλικό του ελαστικού με τις παρακάτω μηχανικές ιδιότητες σύμφωνα με την βιβλιογραφία:

Structural	
▼ Isotropic Elasticity	
Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio
Young's Modulus	2e+08 Pa
Poisson's Ratio	0.47
Bulk Modulus	1.1111e+09 Pa
Shear Modulus	6.8027e+07 Pa

Εικόνα 60:Μηχανικές ιδιότητες ελαστικού



Εικόνα 61:Διακριτοποίηση μοντέλου (meshing)

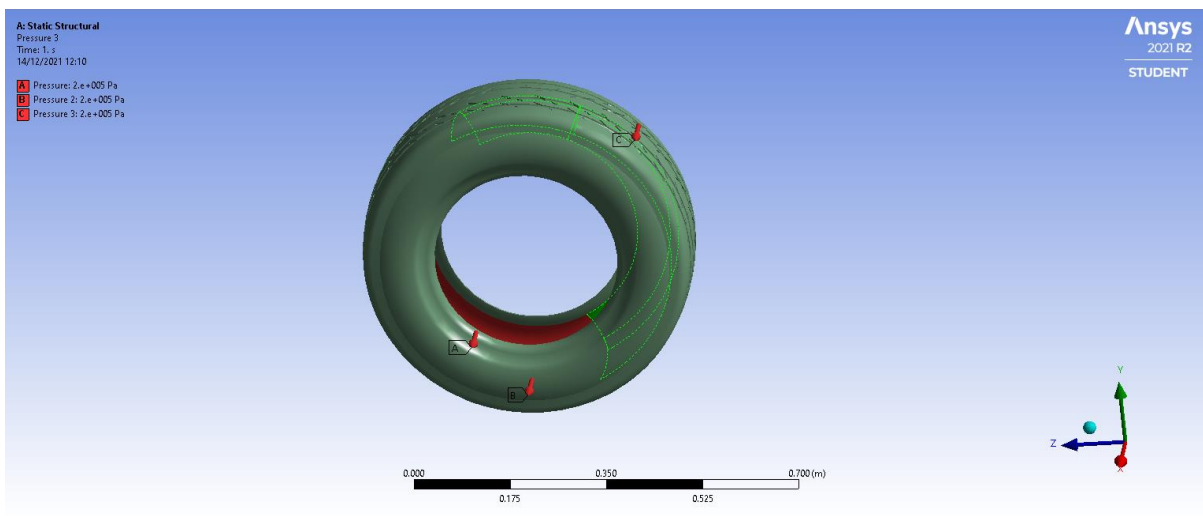
Για την διακριτοποίηση του ελαστικού χρησιμοποιήθηκαν τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία. Πιο συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν 84.921 κόμβοι και 52.287 πεπερασμένα στοιχεία.

Όσον αφορά τις συνοριακές συνθήκες το ελαστικό πακτώθηκε στον μέσα δακτύλιο εκεί δηλαδή που βρίσκεται κανονικά η ζάντα του αυτοκινήτου. Στην εσωτερική του επιφάνεια ασκήθηκε πίεση 30psi

όσο είναι για τα επιβατικά αυτοκίνητα περίπου 200.000 Pa, επίσης στο κάτω μέρος όπου το ελαστικό πατάει στην ασφάλτο του ασκήθηκε δύναμη 4000N κατακόρυφή και αντίθετη με την δύναμη του βάρους (άξονα Y), όσο το ¼ του βάρους ενός μικρομεσαίου αυτοκινήτου. Στις παρακάτω εικόνες φαίνονται όλες οι συνθήκες που επιβλήθηκαν στο ελαστικό.

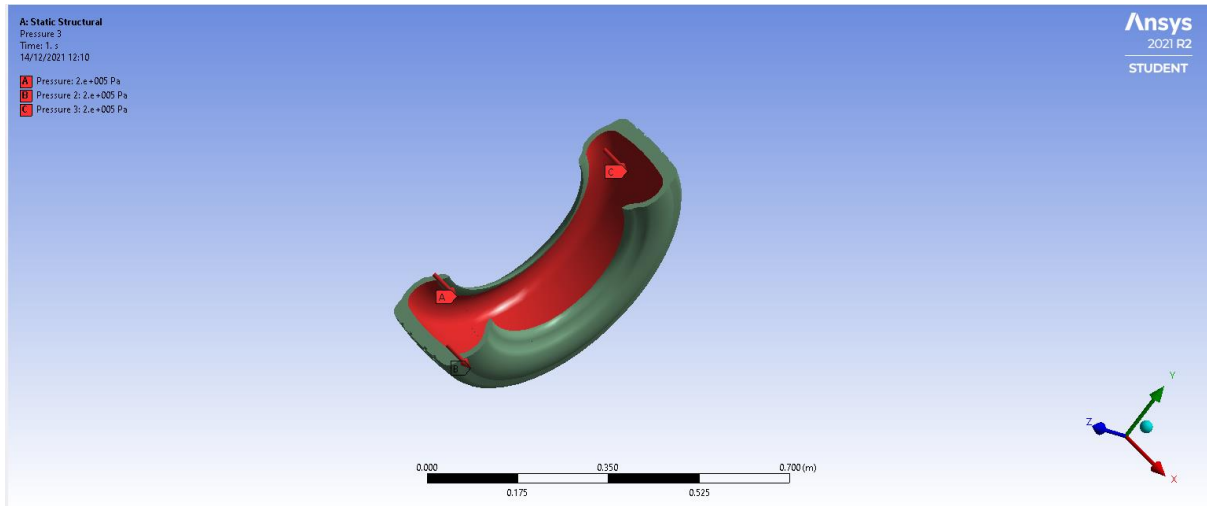


Εικόνα 62: Πάκτωση ελαστικού

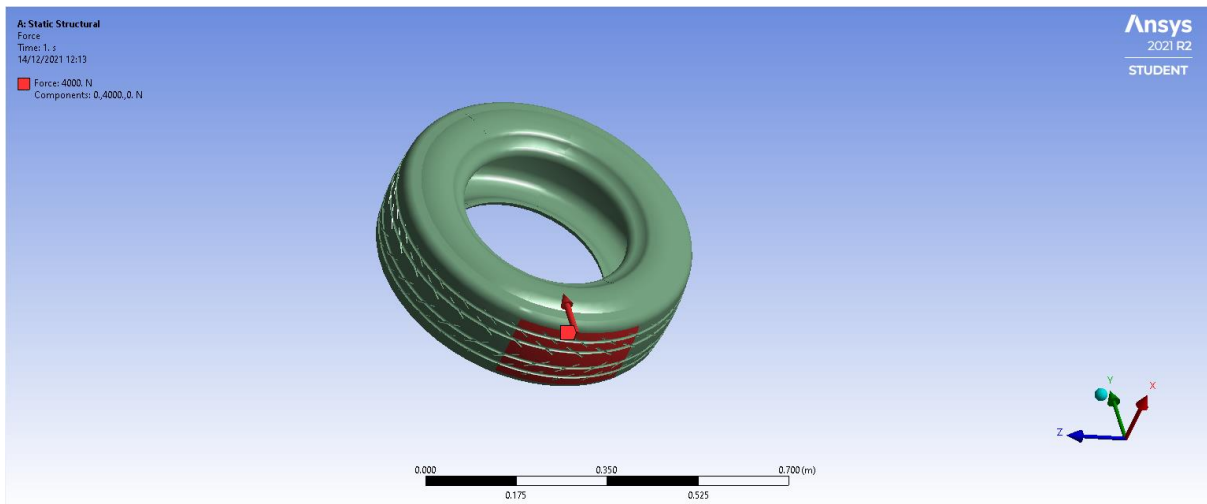


Εικόνα 63: Επιβολή πίεσης στο ελαστικό





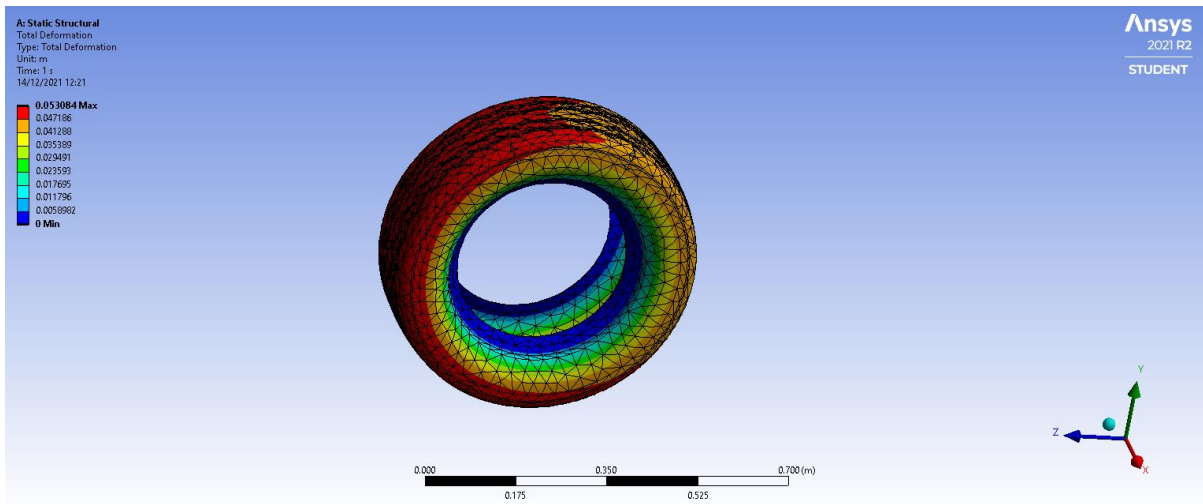
Εικόνα 64: Επιβολή πίεσης στο ελαστικό (εσωτερικό μέρος)



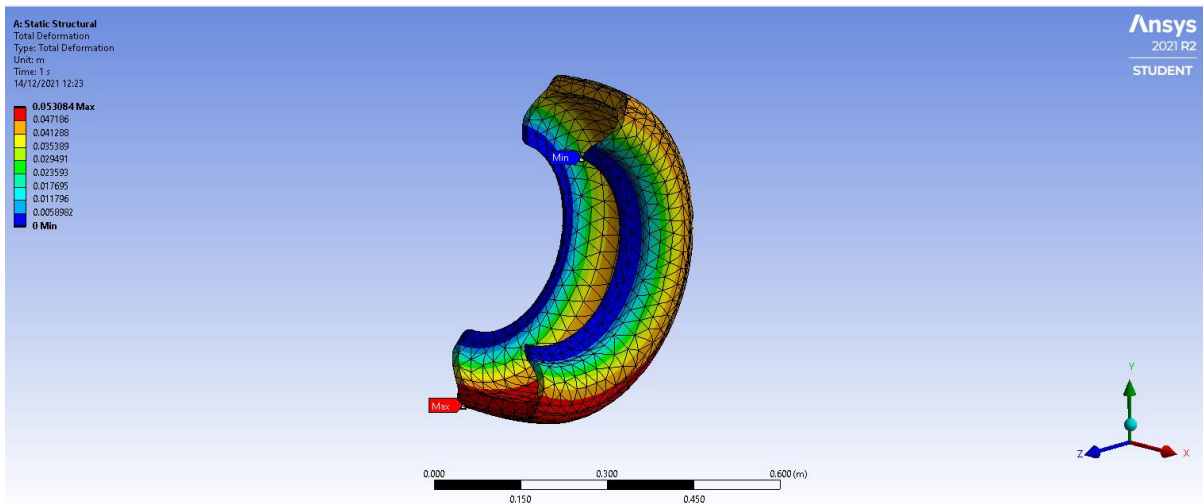
Εικόνα 65: Επιβολή δύναμης στο κάτω μέρος του ελαστικού όπου πατάει στην άσφαλτο

## 5.2 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ

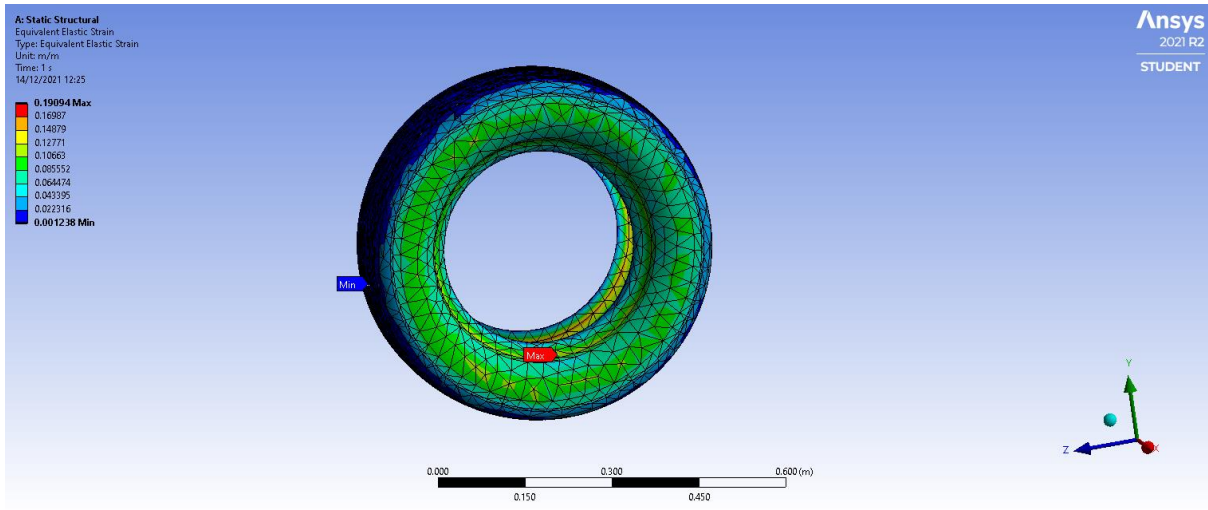
Στην ενότητα αυτή θα γίνει παρουσίαση των αποτελεσμάτων με την εκτέλεση της προσομοίωσης για το συγκεκριμένο μοντέλο. Όλες οι μονάδες των αποτελεσμάτων είναι στο σύστημα SI.



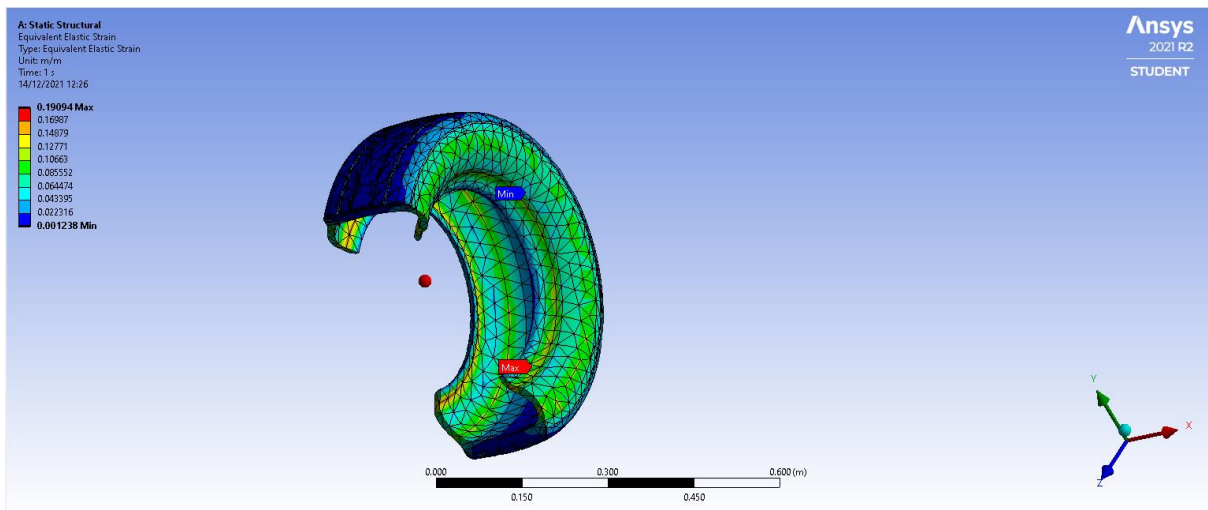
Εικόνα 66: Ολική μετατόπιση ελαστικού



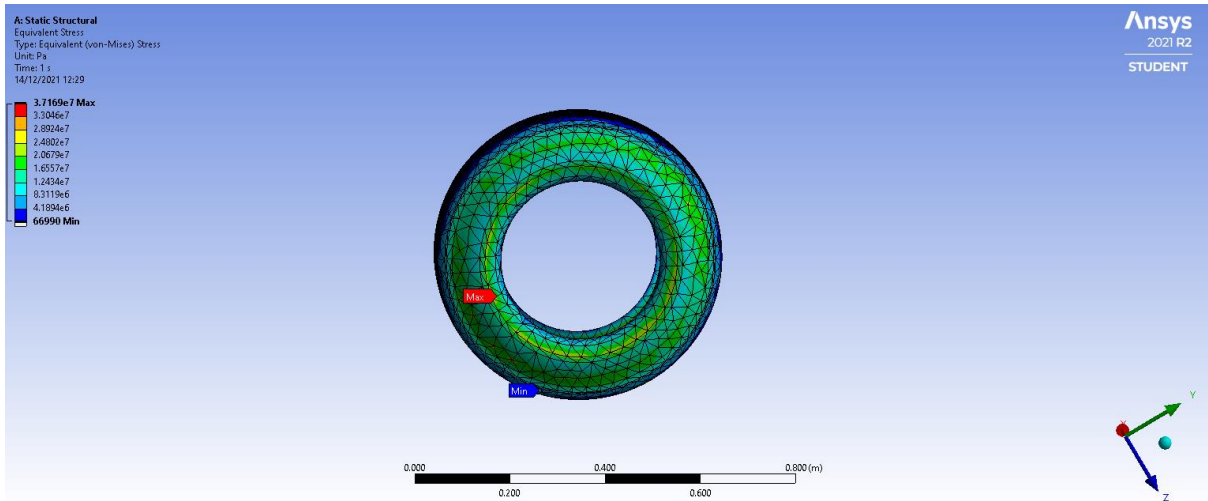
Εικόνα 67: Μέγιστη και ελάχιστη ολική μετατόπιση



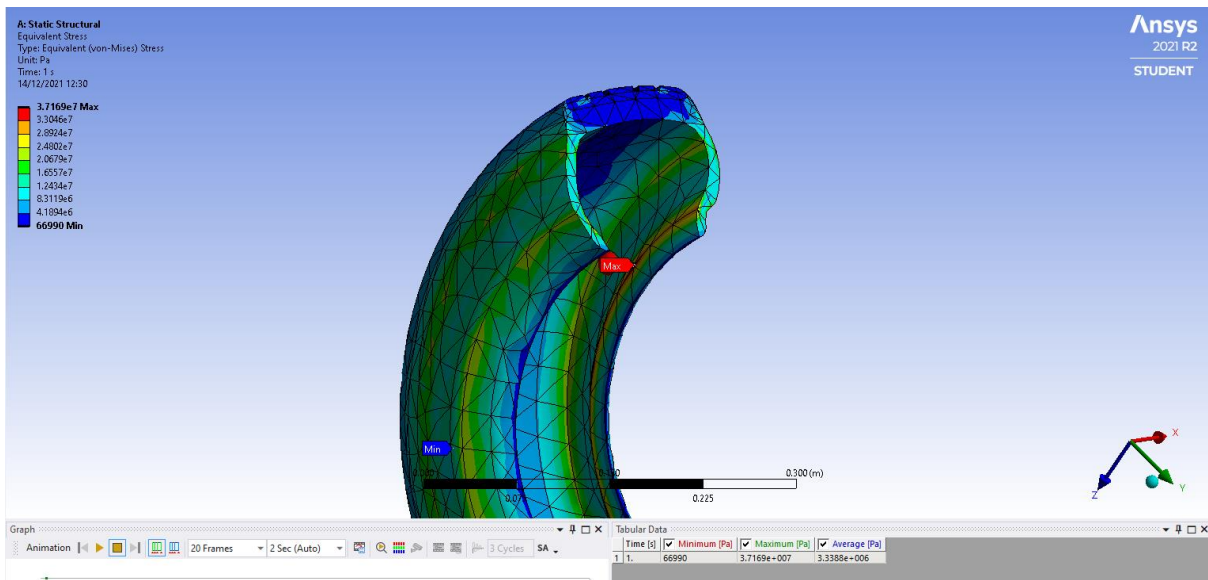
Εικόνα 68: Ισοδύναμη ελαστική τάση



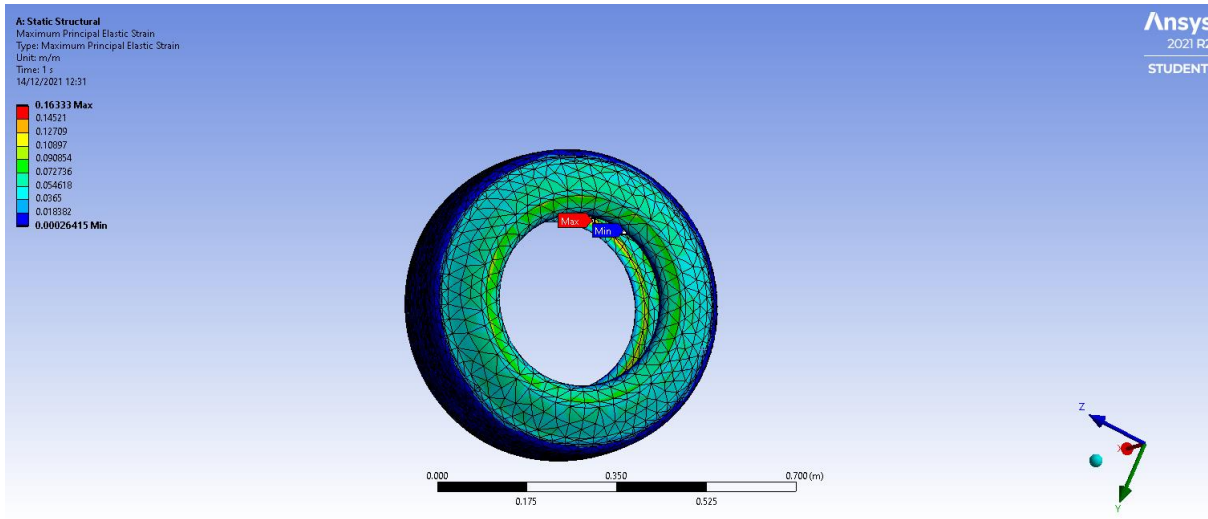
Εικόνα 69: Ισοδύναμη ελαστική τάση (εσωτερικό προφίλ)



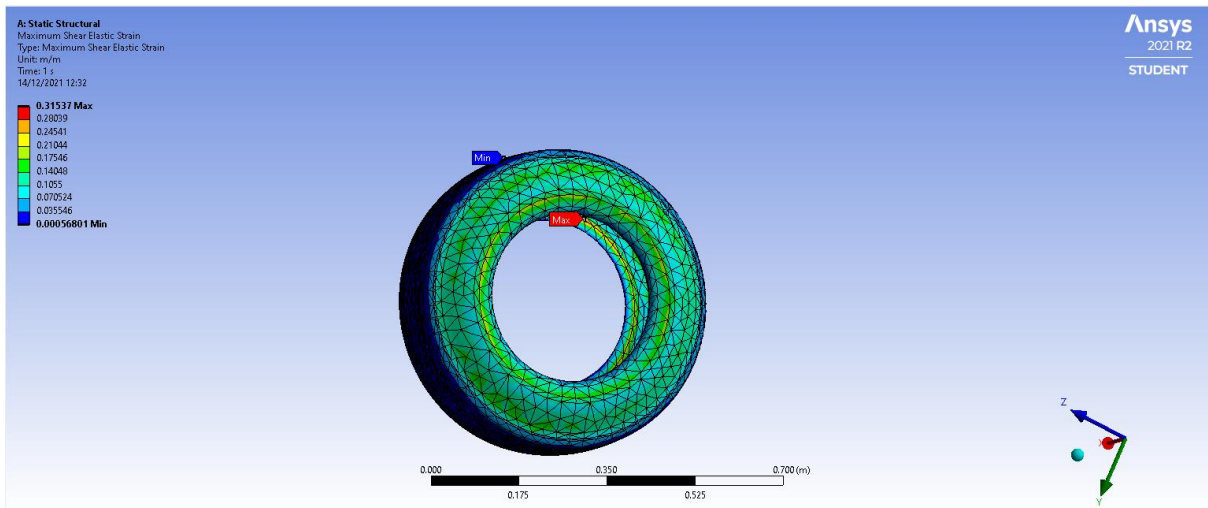
Εικόνα 70: Ισοδύναμη τάση VonMises



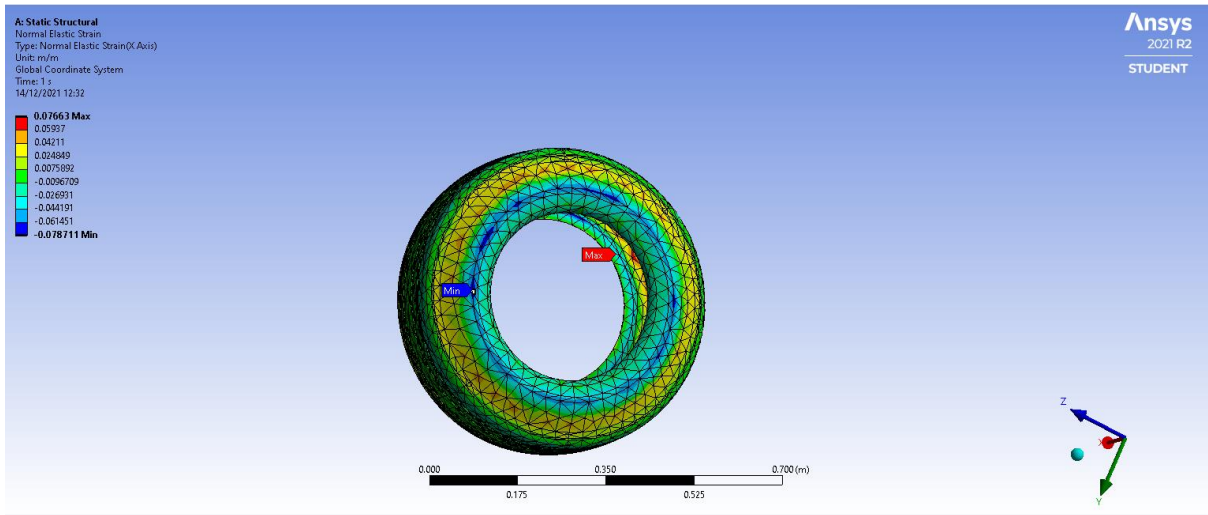
Εικόνα 71: Ισοδύναμη τάση VonMises (εσωτερικό ελαστικού)



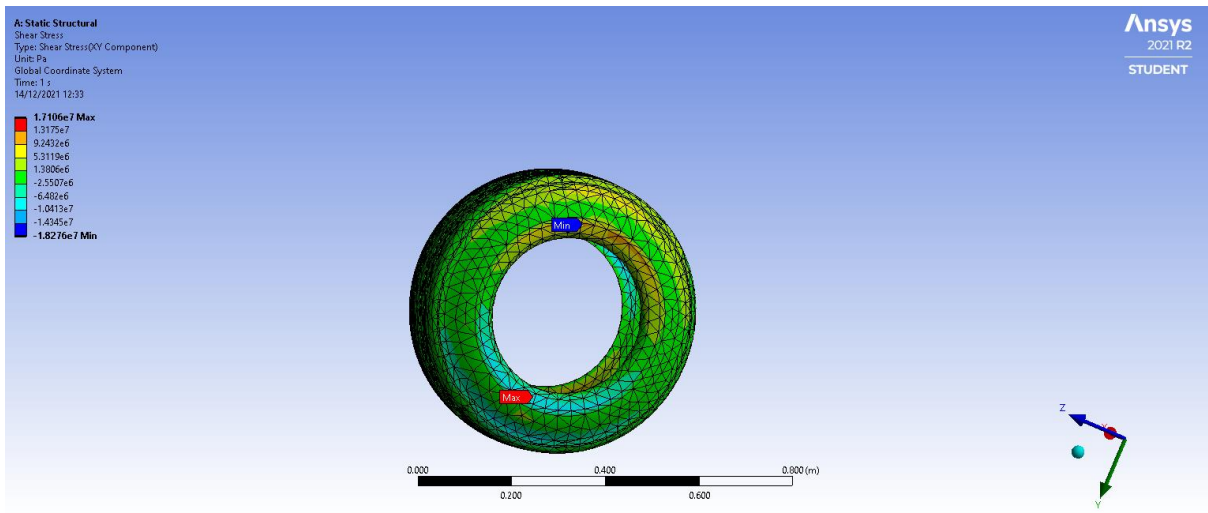
Εικόνα 72:Μέγιστη κύρια ελαστική τάση



Εικόνα 73:Μέγιστη κύρια διατμητική τάση



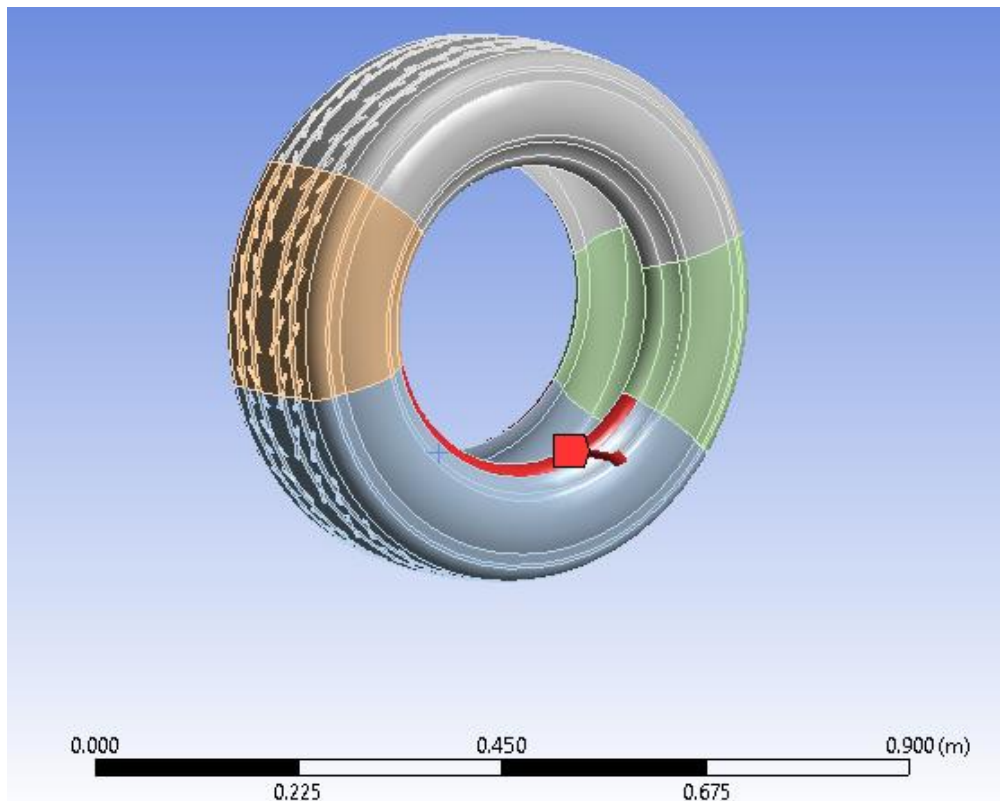
Εικόνα 74: Κύρια ελαστική τάση (Normal)



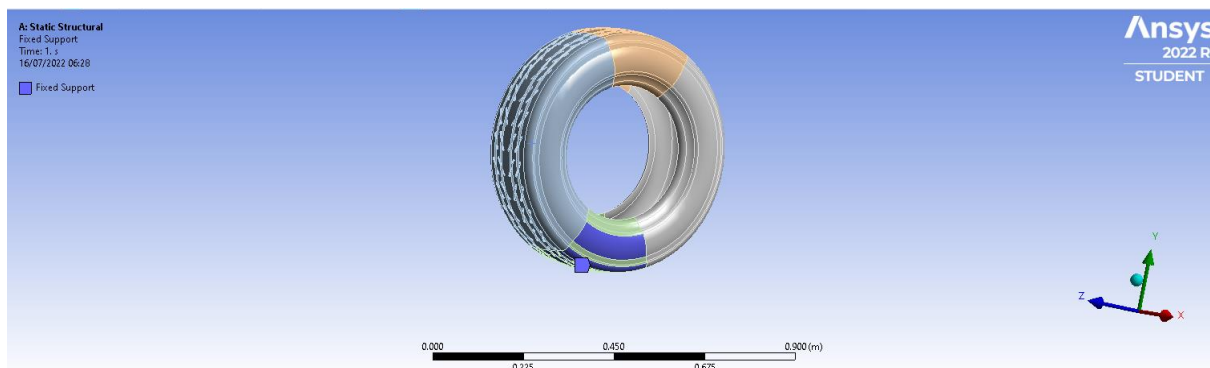
Εικόνα 75: Διατμητική τάση στο ελαστικό

### 5.3 ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΦΥΓΟΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗΣ

Στην ενότητα αυτή θα γίνει προσομοίωση στο ελαστικό με 2 δυνάμεις που θα εφαρμόζονται στο σώτρον (ζάντα) και οι οποίες προέρχονται από την φυγόκεντρη δύναμη που αναπτύσσεται όταν το όχημα εισέρχεται σε μια στροφή. Το ελαστικό πακτώνεται στο κάτω μέρος και οι δυνάμεις εφαρμόζονται όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.



Εικόνα 76: Εφαρμογή δυνάμεων φυγόκεντρης



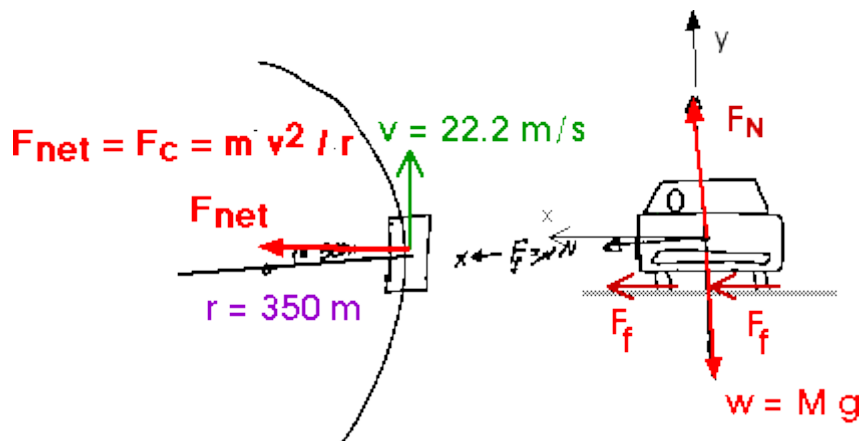
Εικόνα 77: Πάκτωση στο κάτω μέρος του ελαστικού

## Υπολογισμός φυγόκεντρης δύναμης

Ο υπολογισμός της φυγόκεντρης δύναμης εξαρτάται από την ταχύτητα του οχήματος αλλά και την ακτίνα που έχει η στροφή όπου εισέρχεται το όχημα. Η δύναμη υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο:

Για τον υπολογισμό της δύναμης θα υποιέσουμε ότι η μάζα του αυτοκινήτου είναι 1600kg άρα το κάθε ελαστικό δέχει φορτίο ίσο με 400kg. Η ακτίνα της στροφής υποθέτουμε ότι είναι 350m και η ταχύτητα του αυτοκινήτου 80km/h ή 22.2 m/s.

$$F_{net} = F_c = m \cdot v^2 / r$$



Εικόνα 78: Σχηματική αναπαράσταση δυνάμεων φυγόκεντρης

$$F_c = M v^2 / r$$

$$F_c = 22.5 \text{ m/s} / 350 \text{ m}$$

$$F_c = 1.41 \text{ M (m/s}^2\text{)}$$

$$F_N = M g = (M) (9.8 \text{ m/s}^2)$$

Για αυτήν την επίπεδη καμπύλη, δύναμη παρέχεται από τη δύναμη τριβής,  $F_f$

$$F_f = \mu F_N$$

$$F_f = \mu M 9.8 \text{ m/s}^2$$

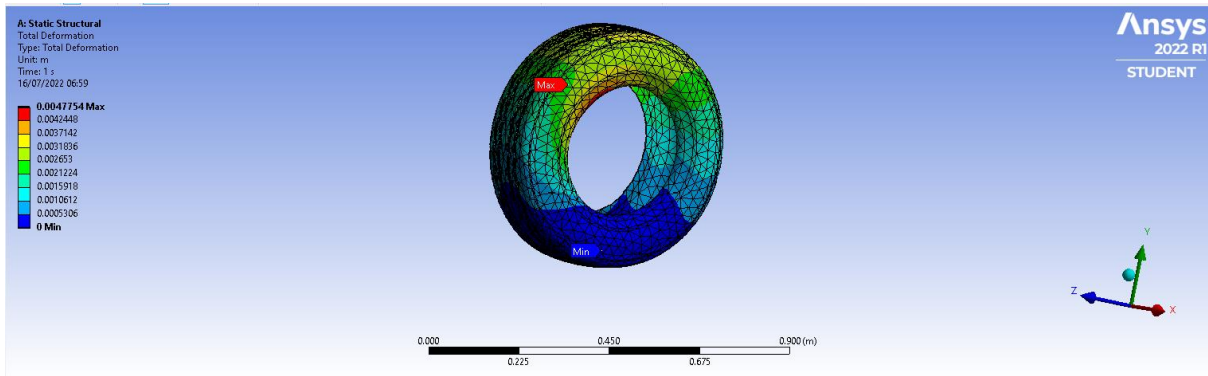
$$F_f = F_{net} = F_c$$

$$\mu M 9.8 \text{ m/s}^2 = 1.41 \text{ M (m/s}^2\text{)}$$

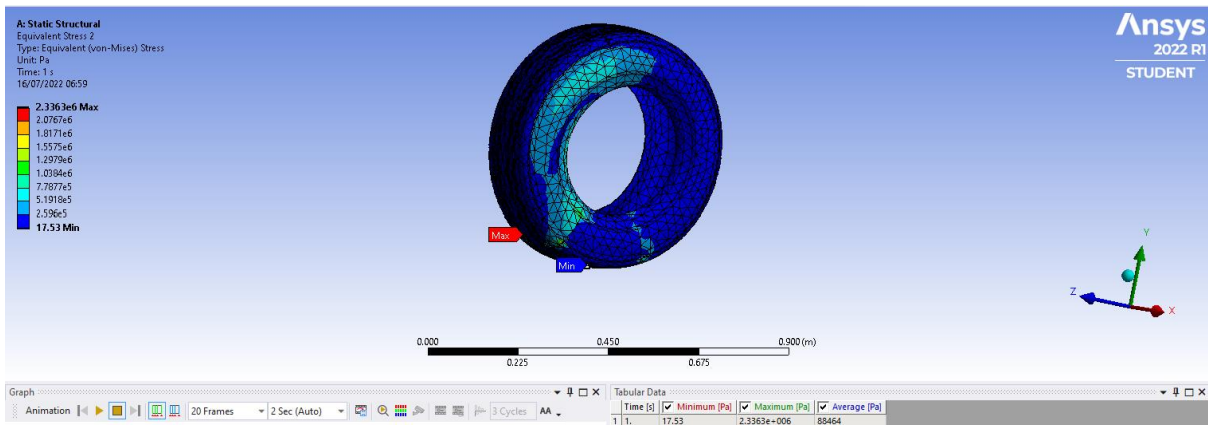
$$\mu = 0.141$$

Άρα έχουμε ότι η δύναμη  $F_f = \mu \cdot m \cdot g = 0.141 \cdot 9.81 \cdot 400 = 553 \text{ N}$

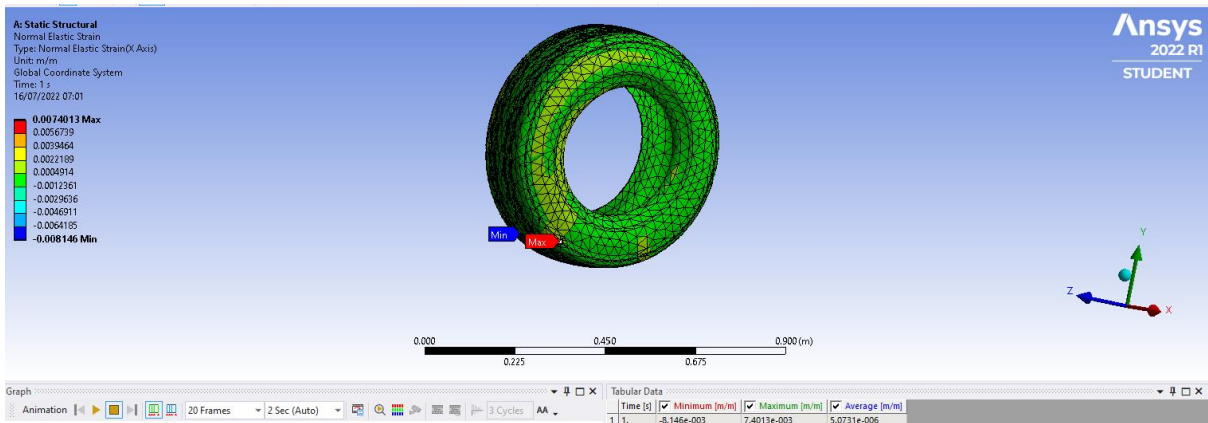




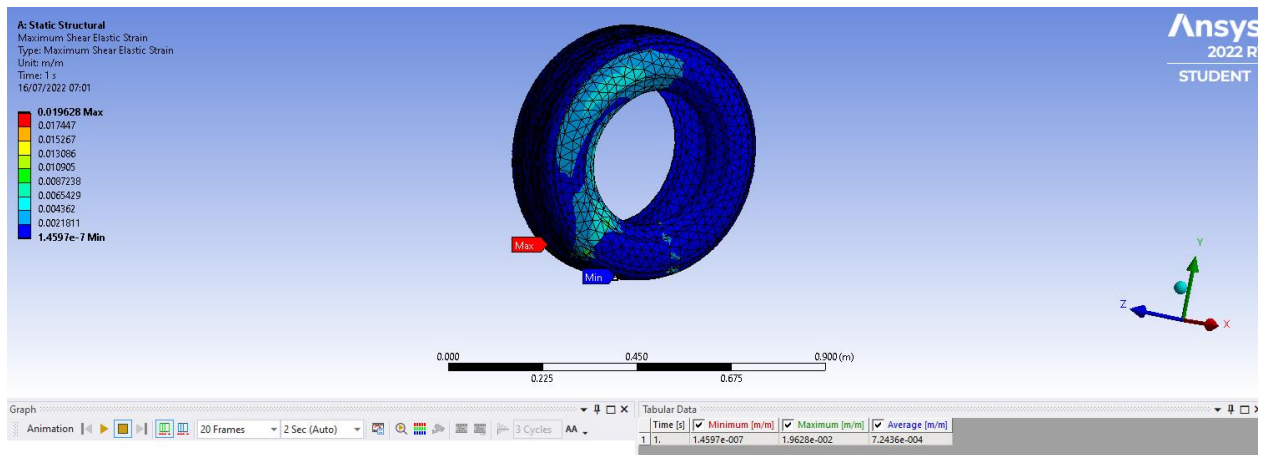
Εικόνα 79:Συνολική μετατόπιση ελαστικού



Εικόνα 80:Ισοδύναμη τάση Von Mises πάνω στο μεσημέρι



Εικόνα 81:Ελαστική τάση στον άξονα X



Εικόνα 82: Διατμητικές τάσεις πάνω στο ελαστικό

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η επαφή ελαστικού-δρόμου είναι δύσκολο να προσομοιωθεί, καθώς ένα ελαστικό συμπεριφέρεται πολύ διαφορετικά από άλλα κοινώς προσομοιούμενα υλικά και δομές λόγω της πολύπλοκης δομής του ελαστικού, συμπεριλαμβανομένης της πνευματικής πίεσης και της χαλύβδινης ζώνης που εμπεριέχει το ελαστικό το εσωτερικό του. Στην εργασία αυτή έγινε προσομοίωση του ελαστικού επιβατικού αυτοκινήτου υπό την επιβολή φορτίου ίσο με το  $\frac{1}{4}$  του βάρους του επιβατικού. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την εργασία αυτή είναι:

- ✓ Οι τάσεις που αναπτύσσονται στο ελαστικό μετά την επιβολή του φορτίου κρίνονται ικανοποιητικές και δεν ξεπερνάτε το όριο διαρροής του υλικού
- ✓ Οι παραμορφώσεις του ελαστικού είναι απόλυτος λογικές μιας και μιλάμε για ελαστικό όπου από την φύση του έχει σχεδιαστεί για να δέχεται παραμορφώσεις και μάλιστα με σε πολλές περιπτώσεις της τάξεως των εκατοστών ανάλογα με την χρήση του
- ✓ Οι ισοδύναμες τάσεις VonMises είναι μικρότερες από την μέγιστη τάση που μπορεί να παραλάβει το ελαστικό οπότε συμπεραίνουμε ότι το ελαστικό αντέχει τα φορτία που του επιβάλαμε
- ✓ Το ίδιο ακριβώς ισχύει και με τις διατμητικές τάσεις, δηλαδή και αυτές είναι μικρότερες σε σχέση με τις επιτρεπόμενες τιμές
- ✓ Τέλος η εργασία αυτή αποτελεί καλή παρακαταθήκη για μελλοντική έρευνα και ανάπτυξη από άλλους συναδέλφους
- ✓ Η ανάλυση για τις φυγοκεντρικές δυνάμεις δείχνει ότι το ελαστικό δεν ξεπερνάει το όριο διαρροής του υλικού όσον αφορά τις τάσεις αλλά και οι παραμορφώσεις κυμαίνονται σε φυσιολογικό επίπεδο.

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1] Epa.gov, (2014). Sources | Climate Change | US EPA. [online] Available at: <http://www.epa.gov/climatechange/ghgemissions/sources.html> [Accessed 6 Jun. 2014].

[2] Global.yokohamatire.net, (2014). Rolling Resistance and Fuel Consumption | TIRE CARE & SAFETY | THE YOKOHAMA RUBBER CO.,LTD.. [online] Available at: [http://global.yokohamatire.net/technology/tirecareandsafety/rolling\\_resistance.html](http://global.yokohamatire.net/technology/tirecareandsafety/rolling_resistance.html) [Accessed 6 Jun. 2014].

[3] Anon, (2014). 1st ed. [ebook] Available at: [https://www.contionline.com/generator/www/au/en/continental/tyres/general/downloads/download/reifengrundlagen\\_en.pdf](https://www.contionline.com/generator/www/au/en/continental/tyres/general/downloads/download/reifengrundlagen_en.pdf) [Accessed 6 Jun. 2014].

- [4] The-contact-patch.com, (2014). Book : The Contact Patch. [online] Available at: <http://the-contact-patch.com/book/road/c1610-rubber-tyres> [Accessed 6 Jun. 2014].
- [5] Ordertyres.com, (2014). Glanworth Tyres. [online] Available at: <http://www.ordertyres.com/default.asp?action=tyres> [Accessed 6 Jun. 2014].
- [6] Anon, (2014). 1st ed. [ebook] Available at: [http://automotive.ing.unibs.it/~gadola/Michelin/Resistance\\_UK.pdf](http://automotive.ing.unibs.it/~gadola/Michelin/Resistance_UK.pdf) [Accessed 6 Jun. 2014].
- [7] Sandberg, U., Haider, M., Conter, M., Goubert, L., Bergiers, A., Glaeser, K., Schwalbe, G., Zöllner, M., Boujard, O., Hammarström, U., Karlsson, R., Ejsmont, J., Wang, T. and Harvey, J. (2011). Rolling Resistance – Basic Information and State-of-the-Art on Measurement methods. SP 1 Measurement methods and source models.
- [8] Segel, L. and Xiao-Pei, L. (1982). Vehicular resistance to motion as influenced by road roughness and highway alignment. *Australian Road Research*, 12(4).
- [9] Grover, P. (1998). Modeling of Rolling Resistance Test Data. [online] Available at: <http://dx.doi.org/10.4271/980251> [Accessed 6 Jun. 2014].
- [10] Wong, J. (1978). *Theory of ground vehicles*. 1st ed. New York: Wiley.
- [11] Thompson, G. and Torres, M. (1977). Variations in tire rolling resistance.
- [12] A handbook for the rolling resistance of pneumatic tires Clark, Samuel Kelly; Dodge, Richard N. 1979
- [13] Clark, S. (1977). Geometric effects on the rolling resistance of pneumatic tyres. In: *Tire rolling losses and fuel economy*.
- [14] Hunt, J., Walter, J. and Hall, G. (1997). The effect of tread polymer variations on radial tire rolling resistance. In: *Tire rolling losses and fuel economy*.
- [15] Grappe, F., Candau, R., Barbier, B., Hoffman, M., Belli, A. and Rouillon, J. (1999). Influence of tyre pressure and vertical load on coefficient of rolling resistance and simulated cycling performance. *Ergonomics*, 42(10), pp.1361-1371.
- [16] Nielsen, L. and Sandberg, T. (2002). A New Model for Rolling Resistance of Pneumatic Tires. [online] Available at: <http://dx.doi.org/10.4271/2002-01-1200> [Accessed 6 Jun. 2014].
- [17] Rhyne, T. B. "Development of a Vertical Stiffness Relationship for Belted Radial Tires," *Tire Science and Technology*, TSTCA, Vol. 33, no. 3, July-September 2005, pp. 136-155.

[18] Wikipedia, (2014). Drag (physics). [online] Available at: [http://en.wikipedia.org/wiki/Drag\\_\(physics\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Drag_(physics)) [Accessed 6 Jun. 2014].

[19] Ali, R., Dhillon, R., El-Gindy, M., "Oijer, F., Johanson, I. and Trivedi, M. (2013). Prediction of rolling resistance and steering characteristics using finite element analysis truck tyre model. International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing, 8(2), pp.179--201.

[20] Varghese, A. (2013). Influence of Tyre Inflation Pressure on Fuel Consumption, Vehicle Handling and Ride Quality. Chalmers University of Technology.