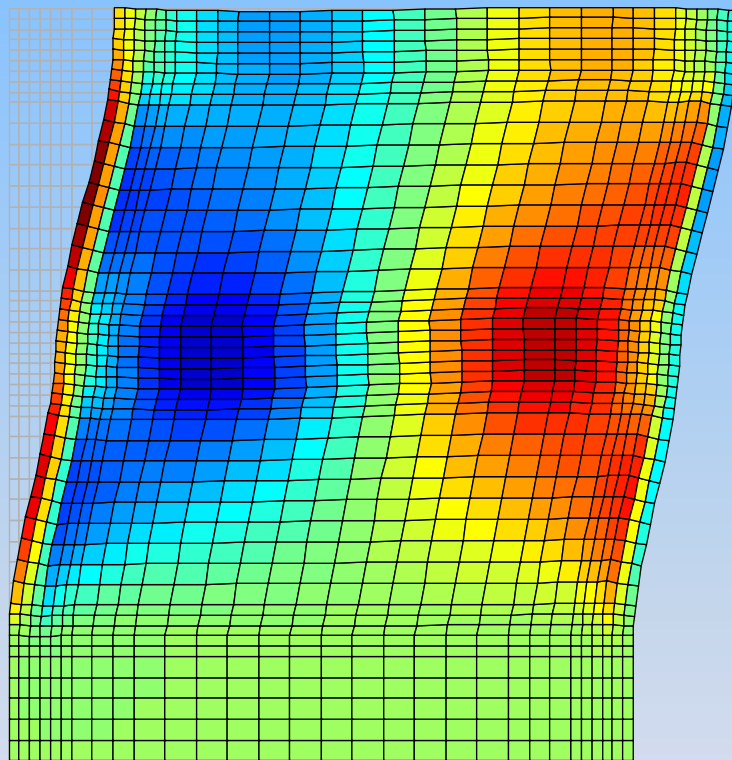




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Π.Μ.Σ. ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΑ ΈΡΓΑ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΙΧΟΠΛΗΡΩΜΕΝΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ



Διπλωματική Εργασία Π.Μ.Σ. Δομοστατικά Έργα

Δεληθεοδώρου Ιωάννης

Αθήνα, Μάρτιος 2023

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΣ-ΦΙΛΗΣ ΚΟΚΚΙΝΟΣ



Όνοματεπώνυμο φοιτητή: **Δεληθεοδώρου Ιωάννης**

Τίτλος Μεταπτυχιακής Διπλωματικής Εργασίας:

ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΙΧΟΠΛΗΡΩΜΕΝΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η παρούσα εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι
Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή:

Τριαντάφυλλος - Φίλης Κόκκινος
Αναπληρωτής Καθηγητής
Επιβλέπων

Κωνσταντίνος Δημάκος
Καθηγητής
Διευθυντής Π.Μ.Σ.

Νικόλαος Πνευματικός
Καθηγητής
Μέλος

Μάρτιος 2023, ΑΙΓΑΛΕΩ


ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος **Δεληθεοδώρου Ιωάννης** του Εμμανουήλ, με αριθμό μητρώου 16 φοιτητής του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Δομοστατικά Έργα» του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών της Σχολής Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, δηλώνω ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο Δηλών



Δεληθεοδώρου Ιωάννης

Πίνακας Περιεχομένων

Σύνοψη	6
Abstract.....	7
Κεφάλαιο 1	8
1.1 Αντικείμενο εργασίας	8
1.2 Δομή.....	8
Κεφάλαιο 2: Ιστορικά στοιχεία	9
2.1 Εισαγωγή	9
2.2 Πρώτη μορφή τοιχοποιίας	9
2.3 Οι πρώτοι κτιστοί τοίχοι	10
2.4 Αρχή χρήσης των πλίνθων.....	12
2.5 Σύγχρονη τοιχοποιία.....	14
Κεφάλαιο 3: Οπτόπλινθοι.....	16
3.1 Εισαγωγή	16
3.2 Πλεονεκτήματα οπτόπλινθων	16
3.3 Κατηγορίες οπτόπλινθων.....	18
Κεφάλαιο 4: Τοιχοποιίες από διάφορα υλικά.....	21
4.1 Εισαγωγή	21
4.2 Λιθοδομές	21
4.3 Τοίχος από αφρώδη τούβλα.....	24
4.4 Τοίχος από τούβλα με γέμιση μονωτικού υλικού.....	24
4.5 Πυρότουβλα.....	25
4.6 Τοίχος από διακοσμητικά τούβλα	26
4.7 Τοίχος από υαλότουβλα.....	26
4.8 Τσιμεντολιθοδομές	27
Κεφάλαιο 5: Κατηγορίες τοιχοποιίας.....	29
5.1 Εισαγωγή	29
5.2 Ορθοδρομική	29
5.3 Δρομική.....	29
5.4 Εξωτερικές τοιχοποιίες με φέρουσα ικανότητα.....	30
5.5 Μπατική.....	30
5.6 Υπερμπατική.....	30
5.7 Ψαθωτή	31
Κεφάλαιο 6: Κανονιστικό πλαίσιο	34
6.1 Εισαγωγή	34
6.2 Αντοχή της τοιχοποιίας.....	34
6.3 Θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας ($f_{wc,k}$).....	35
6.4 Διατμητική αντοχή της τοιχοποιίας (f_{vk})	37
6.5 Εφελκυστική αντοχή τοιχοποιίας (f_{wt}).....	40
6.6 Μηχανικές σταθερές τοιχοποιίας.....	42
Κεφάλαιο 7: Μηχανική συμπεριφορά	43
7.1 Εισαγωγή	43

7.2 Διατάξεις του Ευρωκώδικα 8 για την επιρροή των τοιχοπληρώσεων σε κτήρια από Ο/Σ	44
7.3 Ασύμμετρη κατανομή τοιχοπληρώσεων σε κάτοψη	45
7.4 Ανομοιομορφία κατανομής τοιχοπληρώσεων καθ' ύψος.....	46
7.5 Τοπικές επιδράσεις των τοιχοπληρώσεων	47
7.6 Προσημείωση διατμητικού φατώματος	52
7.7 Προσομοίωση διαγώνιου θλιπτήρα	53
Κεφάλαιο 8: Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων	57
8.1 Ιστορική αναδρομή	57
8.2 Γενικά στοιχεία	59
8.3 Διακριτό σύστημα.....	61
8.4 Διαφορές Αναλυτικής μεθόδου και μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων	62
8.5 Βασικά βήματα των πεπερασμένων στοιχείων.....	63
8.6 Σφάλματα των πεπερασμένων στοιχείων	67
Κεφάλαιο 9: Ανάλυση γραμμικού τριγωνικού στοιχείου	69
9.1 Συντεταγμένες των σημείων	69
9.2 Μητρώ μετατοπίσεων ενός τυχαίου τριγωνικού σημείου	70
9.3 Μητρώ στιβαρότητας ενός τυπικού πεπερασμένου στοιχείου	73
9.4 Υπολογισμός των τάσεων στο εσωτερικό του τριγωνικού πεπερασμένου στοιχείου (κέντρο βάρους).....	77
Κεφάλαιο 10: Επίλυση πλαισίου από Ο/Σ με τοιχοπλήρωση	80
10.1 Εκφώνηση και ζητούμενα του προβλήματος.....	80
10.2 Συντεταγμένες των τριγωνικών στοιχείων του φορέα.....	83
10.3 Μηχανικές ιδιότητες κάθε τριγωνικού στοιχείου	84
10.4 Μόρφωση μητρώων στιβαρότητας, τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων.....	85
10.5 Ολικό μητρώο στιβαρότητας του φορέα και ολικό μητρώο επικόμβιων δυνάμεων λόγω εξωτερικής φόρτισης.....	93
10.6 Καταγραφή των δεδομένων στους κόμβους του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων του φορέα, δηλαδή των γνωστών επικόμβιων μετατοπίσεων και επικόμβιων φορτίων λόγω των συνοριακών τάσεων και των εσωτερικών φορτίσεων.....	103
10.7 Μόρφωση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας [Km] του μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων από το ολικό μητρώο στιβαρότητας [K].....	106
10.8 Επίλυση εξισώσεων στιβαρότητας [Km] [Δm] = [Fm] για τον υπολογισμό των επικόμβιων μετατοπίσεων [Δf] και των αντιδράσεων [FS] του προσομοιώματος με τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία.....	109
10.9 Μόρφωση του Τροποποιημένου Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων [Δm] από τα μητρώα επικόμβιων μετατοπίσεων [Δf] των ελεύθερων βαθμών και [ΔS] των δεσμευμένων βαθμών. Στη συνέχεια αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του Ολικού Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων [Δ].....	111
10.10 Υπολογισμός των συνιστωσών των μετατοπίσεων στις διευθύνσεις x και y, καθώς και των ορθών τάσεων και της διατμητικής τάσης στο εσωτερικό των επίπεδων γραμμικών τριγωνικών στοιχείων και συγκεκριμένα στο κέντρο βάρους αυτών	112
Κεφάλαιο 11: Συμπεράσματα.....	115
Κεφάλαιο 12: Βιβλιογραφία.....	116

Σύνοψη

Η παρούσα μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία επικεντρώνεται στην συμπεριφορά και στην συμβολή που έχουν τοιχοποιίες πλήρωσης, κατά την διάρκεια του σεισμού. Πιο συγκεκριμένα θα γίνει ανάλυση ενός πλαισίου από οπλισμένο σκυρόδεμα, το οποίο θα αποτελεί την πυλωτή ενός κτιρίου. Μέσα στο πλαίσιο θα υπάρχει οπτοπλινθοδομή η οποία θα είναι μπατική. Θα υποβληθεί αυτήν η τοιχοποιία σε μία ένταση του σεισμού σε μία κατεύθυνση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Ακόμα θα υπάρχει και ένα κατανεμημένο φορτίο την πάνω πλευρά του πλαισίου. Αυτό θα γίνει στο πλαίσιο ακόμα μία φορά χωρίς την τοιχοπλήρωση. Με αυτόν τον τρόπο θα δούμε την καταπόνηση της τοιχοποιίας και κατά πόσο αυτήν συμβάλει στην ακαμψία του πλαισίου.



Abstract

This postgraduate thesis focuses on the behavior and contribution of infill masonry during the earthquake. More specifically, an analysis will be made of a reinforced concrete frame, which will form the pillar of a building. Inside the frame there will be optical brickwork which will be double zone. This masonry will be subjected to earthquake intensity in one direction by the finite element method. There will also be a distributed load on the upper side of the frame. This will be done to the frame once again without the wall infill. In this way we will see the stress of the masonry and to what extent it contributes to the stiffness of the frame.

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Αντικείμενο εργασίας

Η παρούσα εργασία σκοπεύει στην μελέτη και συμπεριφορά της τοιχοποιίας πλήρωσης. Το πλαίσιο το οποίο θα αναλύσουμε αποτελεί τμήμα μίας πυλωτής μιας πολυκατοικίας. Επιλέξαμε την πυλωτή διότι είναι ένα κομμάτι το οποίο καταπονείται περισσότερο από τις υπόλοιπες στάθμες, διότι ασκείτε σε αυτήν όλο το βάρος της ανωδομής και οι ροπές στον πόδα και στην κεφαλή των υποστυλωμάτων είναι μεγάλες. Ακόμη στις πυλωτές, όπως συνηθίζεται η χρήση τους είναι κατά κύριο λόγο ως θέση στάθμευσης αυτοκινήτων. Αυτό σημαίνει πως δεν υπάρχουν τοιχοποιίες σε αρκετά ανοίγματα της, πράγμα που προϋποθέτει την δημιουργία μαλακού ορόφου. Αυτό που θα εξετάσουμε είναι κατά πόσο μία τοιχοποιία πλήρωσης μπορεί να αποτρέψει αυτήν την κατάσταση και κατά πόσο μπορεί να συμβάλει στο να κάνει ένα πλαίσιο άκαμπτο. Ουσιαστικά θα εξετάσουμε ποια είναι η καταπόνηση της τοιχοποιίας σε μία σεισμική φόρτιση που θα επιβληθεί στο πλαίσιο, συμβάλλοντας στην παραλαβή μέρος της φόρτισης. Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσω για την ανάλυση του φορέα είναι τα πεπερασμένα στοιχεία.

1.2 Δομή

Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας, θα γίνει μία ιστορική αναδρομή για το πώς ξεκίνησαν οι τοιχοποιίες και ποια ήταν η χρήση τους.

Στο δεύτερο κεφάλαιο θα γίνει αναφορά στους συνηθέστερους τύπους τοιχοποιίας που συναντάμε. Ακόμα θα αναφέρω και τα υλικά από τα οποία αποτελούνται αυτές οι κατηγορίες, καθώς και ποια είναι η χρήση τους.

Στο τρίτο κεφάλαιο θα απευθυνθώ στις τοιχοποιίες τις οποίες θα εξετάσουμε στην εργασία. Αυτές θα είναι οι τοιχοποιίες πλήρωσης. Πως τις κατασκευάζουμε, ποια είναι η συνεισφορά του και ποιόν λόγο είναι τόσο σημαντικές για την στατικότητα του κτιρίου.

Κεφάλαιο 2: Ιστορικά Στοιχεία

2.1 Εισαγωγή

Τα περισσότερα δομικά έργα από την αρχαιότητα μέχρι τις αρχές του 20^{ου} αιώνα είναι κατασκευασμένα από τοιχοποιία. Η ανάγκη για στέγαση αποτέλεσε μία από τις πρωταρχικές και θεμελιώδεις ανάγκες που προσπάθησε να ικανοποιήσει ο άνθρωπος ήδη από τις πρώτες κοινωνίες. Με την αύξηση του πληθυσμού της κάθε κοινωνίας εμφανίστηκε η ανάγκη κατασκευής μεγαλύτερων έργων που θα εξυπηρετούσαν τις καθημερινές δραστηριότητες των πολιτών της όπως, οι ναοί, τα ανάκτορα, τα υδραγωγεία και τα θέατρα. Οι κατασκευές από φέρουσα τοιχοποιία αποτελούν την πλειονότητα σε πολλές περιοχές του κόσμου και οι περισσότερες από αυτές έχουν ενταχθεί ως κατασκευές παγκόσμιας πολιτιστικής κληρονομιάς.

2.2 Πρώτη μορφή τοιχοποιίας

Η πρώτη μορφή τοιχοποιίας κατασκευαζόταν με υλικά τα οποία μπορούσαν να βρουν ευρέως στην φύση και είναι τα πιο κοινά. Αυτά τα υλικά ήταν κλαδιά δέντρων, λεπτοί κορμοί καθώς και την λάσπη. Ο τρόπος του τα χρησιμοποιούσαν αυτά τα υλικά ήταν ο εξής. Μα τα κλαδιά και τους κορμούς έφτιαχναν ένα πλέγμα, ενώ με την λάσπη κάλυπταν τα κενά του πλέγματος. Ακόμα χρησιμοποιούσαν και μεγαλύτερους κορμούς για πήχεις. Ακόμα το πλέγμα αυτό το έφτιαχναν και με σύρμα. Στο τέλος και οι δύο επιφάνειες του τοίχου τις τοποθετούσαν με επίχρισμα ασβεστοκονιάματος



Εικόνα 1: Πρώτη μορφή τοιχοποιίας

2.3 Οι πρώτοι κτιστοί τοίχοι.

Τα επόμενο υλικό το οποίο χρησιμοποιήθηκε ήταν η πέτρα. Για να χρησιμοποιηθεί όμως η πέτρα θα έπρεπε να γίνουν κάποιες αλλαγές και ο προς το σχήμα και ως προς την δόμηση του τοίχου. Ως προς το σχήμα όμως η πέτρα είχε μικρή τεχνική ως προς την επεξεργασία της, με αποτέλεσμα να χρειάζεται και η χρήση της λάσπης ως επίχρισμα για την δόμηση του τοίχου. Έτσι η πέτρα ήταν το πρώτο υλικό των πρώτων κτιστών τοίχων. Σε αναπτυγμένους πολιτισμούς όπως στην αρχαία Ελλάδα ή την αρχαία Αίγυπτο η λιθοδομή χρησιμοποιήθηκε και για την κατασκευή μνημείων, δεν χρησιμοποιήθηκε λάσπη στους αρμούς, διότι η λάξευση της πέτρας καθώς και η δόμηση όπου δεν χρειαζόταν καθόλου η χρήση του κονιάματος στους αρμούς.



Εικόνα 2: Τοίχος από φυσικούς λίθους.

Οι τοιχοποιίες από φυσικούς λίθους ονομάζονται λιθοδομές. Οι λίθοι μπορεί να έχουν υποστεί κάποια κατεργασία ώστε να έχουν το κατάλληλο σχήμα και τις κατάλληλες διαστάσεις ώστε να μπορέσουμε να τους χρησιμοποιήσουμε ανάλογα με την κατασκευή. Η χρήση ή όχι του κονιάματος καθορίζεται από την κατασκευή καθώς και από την επεξεργασία των λίθων. Με βάση αυτήν την τεχνική δόμησης κατασκευάστηκαν κτίρια τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για θρησκευτικούς σκοπούς όπως ο ναός Gobekli Tere ο οποίος κατασκευάστηκε στην Τουρκία το 100 π.Χ.. Στην Ελλάδα τις κατασκευές που συναντάμε με αυτήν μέθοδο είναι ο ναός των Μυκηνών όπως και το Ερέχθειο στην βόρεια πλευρά της Ακρόπολης των Αθηνών.



Εικόνα 3: Ναός Gobekli Tepe



Εικόνα 4: Ναός Μυκηνών



Εικόνα 5: Ερέχθειο

2.4 Αρχή χρήσης των πλίνθων

Η λάξευση των λίθων ώστε να τον φέρεις στα πρότυπα τις κατασκευής, αποτέλεσε μία έμπνευση για την κατασκευή ενός νέου υλικού δόμησης το οποίο θα μπορούσε να κατασκευάσεις από την αρχή χωρίς να λαξεύσεις την πέτρα. Αυτό είχε ένα πλεονέκτημα του ότι φτιάχνεις κάτι από την αρχή με βάση τις δικές σου ανάγκες όπως το θέλεις εσύ. Έτσι δημιουργήθηκαν οι πρώτοι τεχνητοί λίθοι, δηλαδή ένας λίθος ο οποίος κατασκευάζεται με τεχνητά μέσα και είναι βιομηχανικό προϊόν. Ως βασικό υλικό παραγωγής αυτού του τεχνητού λίθου ήταν ο πηλός και για πρώτη φορά κατασκευάστηκε σε περιοχές όπου υπήρχαν κοντά ποτάμια τα οποία περιείχαν μεγάλη ποσότητα αργίλου. Οι πρώτες περιοχές που το κατασκεύασαν ήταν η Μεσοποταμία, η Βόρεια Αφρική και η Νότια Αμερική. Αυτός τεχνητός λίθος ονομάστηκε πλίνθος και η τεχνική δόμησής του ονομάστηκε πλινθοδομή.



Εικόνα 6: Δημιουργία πρώτων πλίνθων

Τις πλινθοδομές ανάλογα με το υλικό της δόμησής μπορούμε να τις διακρίνουμε σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι ωμοπλινθοδομές όπου έχουμε τεχνητούς λίθους οι οποίοι ονομάζονται ωμόπλινθοι και το κύριο χαρακτηριστικό τους είναι, πως κατά την διάρκεια κατασκευής τους, δεν ψήνονται, αλλά τους αφήνουμε να στεγνώσουν και να σκληρύνουν από τον αέρα. Αυτήν την τεχνική δόμησης την συναντάμε το 1000 π.Χ, στην Μεσοποταμία. Ακόμα αυτήν η τεχνική εφαρμόζεται το 3000 π.Χ, στην βόρεια Αφρική και στην Ελλάδα μέχρι τα πρώτα μεταναστευτικά χρόνια.



Εικόνα 7: Πυραμίδα της Γκίζας.

Η δεύτερη κατηγορία είναι η οπτοπλινθοδομές κατά την οποία οι οπτόπλινθοι είναι ψημένοι και το υλικό κατασκευής τους είναι η άργιλος.

Άλλο ένα είδος είναι η έγχυτη τοιχοποιία. Είναι ένα μίγμα από πυλό, κροκάλων και σκυροδέματος το οποίο τοποθετείτε στο εσωτερικό του τοίχου. Για την κατασκευή του καλουπιού χρησιμοποιείτε ένα στρώμα από συμπαγείς οπτόπλινθους οι οποίοι αποτελούν την εσωτερική και εξωτερική επένδυση του της κατασκευής. Οι Ρωμαίοι κατά την Ρωμαϊκή περίοδο χρησιμοποίησαν αυτήν την τεχνική για να κατασκευάσουν με γάλα κτίρια και γέφυρες. Για τον εσωτερικό πυρήνα της κατασκευής, χρησιμοποιούσαν ένα μίγμα ποζολάνης, το οποίο ήταν το βασικό υλικό για την σκυροδέτηση και σε συνεργασία με μία τεχνητή εξωτερική επένδυση έφτιαχναν μία μονολιθική κατασκευή η οποία είχε μεγάλη αντοχή στον εφελκυσμό. Κάποιες από τις κατασκευές που έφτιαχναν με αυτό τον τρόπο ήταν ωδεία. Στην Ελλάδα η οποία αποτελούσε μία από τις πλουσιότερες αποικίες της Ρωμαϊκής αυτοκρατορίας, έχει κατασκευαστεί και το ωδείο της Πάτρας, το οποίο κατασκευάστηκε το, 2^ο αιώνα μ.Χ. Η εξωτερική επιφάνεια ήταν επενδυμένη με μικρές πέτρες, αλλά στην συνέχεια χρησιμοποιήθηκαν πλίνθοι. Η εξωτερική εμφάνιση του ωδείου είναι κοκκινωπή, γεγονός που οφείλεται στα οικοδομικά υλικά τα οποία χρησιμοποιήθηκαν για την εξωτερική επένδυση.



Εικόνα 8: Ρωμαϊκό ωδείο της Πάτρας

2.5 Σύγχρονη τοιχοποιία

Ένα από βασικά δομικά στοιχεία μία κατασκευής είναι η τοιχοποιία. Η τοιχοποιία είναι ένα κατακόρυφο στοιχείο το οποίο αποτελείται από δύο στοιχεία, της δομικής μονάδας που είναι οι οπτόπλινθοι και του συνδετικού τους υλικού το κονίαμα. Το 1619 μ.Χ, χρονολογείται η πρώτη κατασκευή με την χρήση οπτόπλινθων. Η πρώτη βιομηχανική παραγωγή των οπτόπλινθων έγινε το 1858 μ.Χ, από την ανακάλυψη της υψικαμίνου Hoffman. Σήμερα η παραγωγή τους είναι αποκλειστικά βιομηχανική. Η αντικατάσταση των λίθων από τους οπτόπλινθους στην Ελλάδα έγινε το 1960μ.Χ.



Εικόνα 9: Κάμινος Hoffman

Για την βιομηχανική κατασκευή των οπτόπλινθων χρησιμοποιούνται διάφορα δομικά υλικά όπως η άμμος, το νερό, και άλλα πρόσμηκτα υλικά. Για την δόμηση της τοιχοποιίας, οι οπτόπλινθοι τοποθετούνται διάφορους τρόπους και βάση την τοποθέτησή τους, μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε την τοιχοποιία. Η σύνδεση τους επιτυγχάνεται με κονίαμα του οποίου η βάση είναι το τσιμέντο.

Πιο ειδικά, σε πολλές χώρες της Ευρώπης και πιο πολύ στην Γερμανία χρησιμοποιείται ο πηλός και το πυριτικό ασβέστιο τα οποία είναι το βασικό υλικό για το 72% των κατασκευών από τοιχοποιία. Βέβαια υπάρχουν συγκεκριμένες απαιτήσεις και προδιαγραφές όσον αφορά την επιλογή της κατάλληλης διάστασης, της διαμόρφωσης των οπών των, την αντοχή που έχουν και όλα είναι σύμφωνα με τα κριτήρια του DIN. Αυτές οι προδιαγραφές δεν είναι ίδιες για όλες τις χώρες, για παράδειγμα στην Ελλάδα δεν υπάρχουν για κάθε οπτόπλινθο κάποιες συγκεκριμένες διαστάσεις και προδιαγραφές, αλλά αυτές μπορούν να αλλάζουν ανάλογα την κεραμοβιομηχανία.



Εικόνα 10: Σύγχρονη κατασκευή διαζωματικής φέρουσας τοιχοποιίας

Κεφάλαιο 3: Οπτόπλινθοι

3.1 Εισαγωγή

Ο οπτόπλινθος ή τούβλο είναι ένα πλήρης βιομηχανικός πλίνθος και το κύριο υλικό για την κατασκευή του είναι ο άργιλος σε συνδυασμό με άλλα δομικά υλικά. Οπτόπλινθος μπορεί να παραχθεί σε διάφορες διαστάσεις τόσο στο σχήμα του όσο και στην διάταξη των οπών τις οποίες διαθέτει. Είναι το πρώτο υλικό το οποίο χρησιμοποιήθηκε στην σύγχρονη τοιχοποιία για την πολλές κατασκευές τόσο για την κατασκευή μία οικίας όσο και στον τομέα των έργων υποδομής. Με βάση τον οπτόπλινθο έχουν κατασκευαστεί κατασκευές τεράστια ιστορικής σημασίας όπως είναι το Σινικό τείχος στην Κίνα έως την αγορά του Τραιανού στην Ρώμη. Ωστόσο χρησιμοποιήθηκε και κατά τις Βυζαντινές περιόδους για κάστρα, εκκλησίες, και πολλά νεοκλασικά κτίρια τα οποία είναι διατηρητέα. Το τούβλο παραμένει μέχρι και στις μέρες μας ένα βασικό δομικό υλικό για την κατασκευή τοιχοποιίας τα οποία γεμίζουν τα καινά των πλαισίων από τον φέροντα οργανισμό των κτιρίων. Ο βασικός λόγος όμως είναι ότι αποτελείται από υλικά τα οποία συνθέτουν ένα σύνολο το οποίο έχει ανθεκτικότητα στον χρόνο, αντοχή σε υψηλές θερμοκρασίες, προσφέρει πολύ καλές ιδιότητες όσον αφορά την θερμομόνωση, ηχομόνωση και υγραμόνωση, καθώς επίσης έχει και μεγάλη συνεισφορά στην αντισεισμική προστασία των κτιρίων. Τέλος είναι ένα δομικό στοιχείο το οποίο μας δίνει την δυνατότητα να το χρησιμοποιήσουμε και με άλλα δομικά υλικά, όπως είναι το ξύλο, η πέτρα, το τσιμέντο, ο ορυκτοβάμβακας και άλλα υλικά.

3.2 Πλεονεκτήματα οπτόπλινθων

3.2.1 Μικροκλίμα

Η δόμηση με τούβλο βοηθάει στην δημιουργία μικροκλίματος εντός του κτιρίου, το οποίο επιδρά στην υγεία και την διάθεση του ανθρώπου. Τα τούβλα έχουν πολύ καλή θερμική συμπεριφορά, εξισορροπώντας την θερμοκρασία κάθε εποχής, εξασφαλίζοντας ζέστη τον χειμώνα και δροσιά το καλοκαίρι.

3.2.2 Πυρασφάλεια

Τα τούβλα είναι ένα υλικό με εξαιρετική αντοχή στην φωτιά και κατατάσσεται στην υψηλότερη κατηγορία πυραντίστασης. Κατά την καύση του δεν εκλύει τοξικές επιβλαβείς ουσίες ή αέρια. Ένας τοίχος από οπτόπλινθους πάχους 12 εκατοστών εξασφαλίζει πυραντίσταση 180 λεπτών και ένας τοίχος 19 εκατοστών έχει πυραντίσταση 240 λεπτών. Επί πλέον δεν υφίσταται δομική βλάβη κατά την διάρκεια μιας φωτιάς, διατηρώντας τις ιδιότητές του μετά την επισκευή του κτιρίου.

3.2.3 Ασφάλεια κατασκευής – Προστασία από σεισμούς

Η αντοχή σε θλίψη των τούβλων είναι υψηλή και αρκετά υψηλότερη από την απαιτούμενη τοιχοποιία. Οι τοίχοι από τούβλα έχουν μεγάλη αντοχή σε οριζόντια φορτία, όπως των σεισμών. Σημαντικό ρόλο στην απορρόφηση της σεισμικής ενέργειας παίζει η μάζα της τοιχοποιίας και σε αυτόν τον τομέα η τοιχοποιία από τούβλα έχει σαφές πλεονέκτημα σε σχέση με εναλλακτικές μορφές δόμησης. Τα τούβλα έχουν μεγάλη μηχανική αντοχή και στερεότητα ενισχύοντας τον σκελετό της οικοδομής, αυξάνοντας έτσι την ασφάλεια της κατασκευής.

3.2.4 Θερμική μόνωση

Η πολύ καλή θερμική συμπεριφορά των τούβλων, προσφέρει θερμική μόνωση στον χώρο ελαχιστοποιώντας τις απώλειες ενέργειας. Τα τούβλα έχουν μοναδικές ιδιότητες μειώνοντας την ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον, αλλά ταυτόχρονα επιτρέποντας στο σπίτι να αναπνέει. Τα τούβλα λειτουργούν ως ταμιευτήρες θερμικής ενέργειας και υγρασίας, αποδίδοντας τις βαθμηδόν όταν απαιτείται, ώστε να διατηρείται ισορροπία στον χώρο. Τι σπίτι διατηρείται ζεστό τον χειμώνα και δροσερό το καλοκαίρι, προσφέροντας ένα φιλικό προς τον άνθρωπο περιβάλλον διαβίωσης.

3.2.5 Ασφάλεια από υγρασία

Οι τοίχοι από τούβλα μπορούν επίσης να αντέχουν στον διαποτισμό από νερό λόγω πλημμύρας ή λόγω θραύσεως σωλήνων χωρίς να υποστούν καμία βλάβη

3.2.6 Ηχομόνωση

Τα τούβλα έχουν ηχοαπορροφητικές ικανότητες. Η ηχομόνωση ενός τοίχου εξαρτάται από την μάζα του. Κατά συνέπεια τα κτίρια με συμπαγή δομή, όπως εκείνα από τούβλα, έχουν καλύτερη ακουστική συμπεριφορά από εκείνα που είναι κτισμένα με ελαφριά υλικά, προσφέροντας προστασία από θορύβους που προέρχονται από εσωτερικές και εξωτερικές πηγές.

3.2.7 Ακτινοβολία

Τα τούβλα παράγονται από καθαρά φυσικά προϊόντα, δεν περιέχουν τοξικά υλικά και δεν εκπέμπουν ακτινοβολία, επιβαρύνοντας μακροπρόθεσμα τον ανθρώπινο οργανισμό.

3.2.8 Μεταβλητότητα κατά την χρήση

Τα κτίρια από τούβλα μπορούν επίσης να μεταβάλλονται σχετικά εύκολα, όταν οι ανάγκες στέγασης υπαγορεύουν αλλαγές στην διαρρύθμιση των κτιρίων, τόσο κατά την φάση της κατασκευής, όσο και κατά την διάρκεια της ζωής τους.

3.2.9 Φιλικό προς το περιβάλλον

Το τούβλο είναι ένα προϊόν το οποίο παράγεται από καθαρά φυσικές πρώτες ύλες, αργιλόχωμα και νερό. Η εξαγωγή του αργιλοχώματος γίνεται με αειφόρο τρόπο, παρέχοντας την δυνατότητα αποκατάστασης του χώρου εξόρυξης. Η παραγωγή τούβλων δεν δημιουργεί απόβλητα που ρυπαίνουν το περιβάλλον. Τα μόνα απορρίμματα που δημιουργούνται είναι τα υπολείμματα των υλικών συσκευασίας που χρησιμοποιούνται τα οποία ανακυκλώνονται. Ο κύκλος ζωής του τούβλου είναι πολύ μεγάλος, ξεπερνώντας τα 100 χρόνια, οπότε η επιβάρυνση του περιβάλλοντος από τις παραγωγές διοξειδίου του άνθρακα είναι ελάχιστες. Τέλος όταν σταματήσει να χρησιμοποιείται και απορροφηθεί, απορροφάται πλήρως από το περιβάλλον.

3.2.10 Οικονομία – εξοικονόμηση ενέργειας

Το κτίσιμο με τούβλα αποτελεί συμφέρουσα επιλογή, αφού προσφέρει υψηλής ποιότητας κατασκευή με χαμηλό κόστος. Το τούβλο έχει διάρκεια ζωής μεγαλύτερης των 100 ετών και το κόστος κατασκευής είναι μικρότερο σε σχέση με τα υπόλοιπα δομικά υλικά. Η θερμική συμπεριφορά του συμπεριφορά βοηθάει στην δημιουργία μικροκλίματος, φιλικού προς τον ανθρώπινο οργανισμό και αυξάνει την εξοικονόμηση ενέργειας, μειώνοντας ταυτόχρονα τις δαπάνες για ψύξη και θέρμανση.

Στην Ελληνική αγορά υπάρχει μεγάλη ποικιλία οπτόπλινθων. Η διαφορά που υπάρχει μεταξύ τους είναι στην ύπαρξη των οπών. Η κατηγοριοποίηση των διάτρητων οπτόπλινθων γίνεται με βάση αφενός του αριθμού των οπών και αφετέρου της διεύθυνσής τους.

3.3 Κατηγορίες οπτόπλινθων

3.3.1 Συμπαγή τούβλα

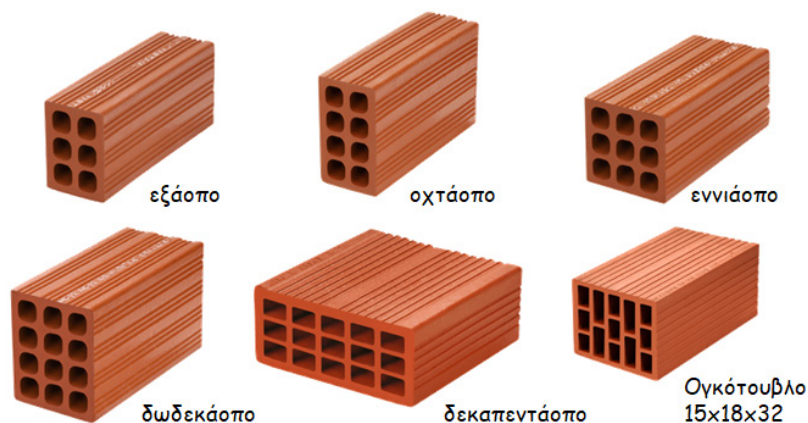
Τα συμπαγή τούβλα είναι ένα είδος τούβλου το οποίο κατασκευάζεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο και με τα ίδια υλικά όπως οι υπόλοιποι οπτόπλινθοι. Το χαρακτηριστικό τους είναι πως έχουν μία περίεργη η γεωμετρία από τα κοινά τούβλα. Έχουν ορθογωνικό σχήμα και οι δύο μεγαλύτερες πλευρές του διαφέρουν. Η μία πλευρά του είναι τελείως λεία και είναι αυτήν η οποία προβάλλεται στην εξωτερική πλευρά της κατασκευής, ενώ η άλλη έχει μία αυλάκωση. Οι αυλακώσεις αυτές κατά την διάρκεια της δόμησης, γεμίζουν με κονίαμα και αυτό έχει ως αποτέλεσμα να έχουν καλύτερη και ισχυρότερη σύνδεση. Οι διαστάσεις διαφέρουν ανάλογα με την κεραμοβιομηχανία και είναι οι εξής: 4x9.5x20, 5.6x10x21, 7x10x21. Τέλος τα συμπαγή τούβλα μπορούν και ψήνονται καλύτερα, εξαιτίας του μικρότερου ύψους τους σε σχέση με τα κοινά τούβλα.



Εικόνα 11: Συμπαγή τούβλα

3.3.2 Διάτρητα τούβλα

Τα διάτρητα τούβλα είναι τα τούβλα τα οποία είναι τα πιο κοινά στην αγορά. Το σχήμα τους είναι ορθογωνικό και στις δύο μικρές τους πλευρές υπάρχουν οπές. Οι επιφάνειες ως προς τις μεγάλες εξωτερικές πλευρές του τούβλου, έχουν ραβδώσεις με σκοπό να υπάρχει καλύτερη σύνδεση κατά την δόμηση του τοίχου. Η ύπαρξη των οπών έχουν κάποια πλεονεκτήματα. Οι οπές μειώνουν το βάρος του τούβλου και κατά συνέπεια ολόκληρου του τοίχου. Ακόμα χάρη σε αυτές έχουμε καλύτερη πρόσφυση με το κονίαμα, με σκοπό να υπάρχει καλύτερο δέσιμο του κάθε τούβλου με την υπόλοιπη τοιχοποιία. Τέλος το γεγονός πως οι οπές γεμίζουν με κονίαμα, προσφέρουν αυτόματα μονωτικές ιδιότητες στον τοίχο. Η ύπαρξη των οπών μας βοηθά να κατηγοριοποιήσουμε τους οπτόπλινθους, ανάλογα με το πόσες οπές έχουμε. Μερικές κατηγορίες των τούβλων είναι τα (εξάοπτα, εννιάοπτα, δωδεκάοπτα) όπως επίσης και το τι διεύθυνση έχουν. Η χρήση των διάτρητων τούβλων μπορεί να γίνει τόσο εσωτερικούς, όσο και σε εξωτερικούς τοίχους σε οικοδομές από οπλισμένο σκυρόδεμα, σε επενδύσεις τοίχων από σκυρόδεμα, για γέμισμα των καινών σε πλάκες με νευρώσεις κ.τ.λ.



Εικόνα 12: Είδη διάτρητων οπτόπλινθων

Παρόλο που οι διαστάσεις των τούβλων είναι τυποποιημένες και σταθερές, υπάρχει μεγάλη ποικιλία σε ομαδοποιημένες διαστάσεις:

- Μικρά τούβλα με διαστάσεις: 6x9x19, 9x9x19.1, 2x9x19, 6x12x19.
- Μεγάλα τούβλα (μπλόκια) με διαστάσεις: 15x18x25, 15x18x30.

3.3.3 Τούβλα αντοχής

Τα τούβλα αντοχής είναι και αυτά ορθογωνικής διατομής και ο χαρακτηριστικό τους είναι πως σε σχέση με τα διάτρητα τούβλα, δεν έχουν καμία οπή και είναι συμπαγή. Αυτό το χαρακτηριστικό τα καθιστά να έχουν μεγάλη αντοχή. Χρήση τους είναι σε κατασκευές όπου χρησιμοποιούν στα έπακρο αυτήν την ιδιότητα, όπως είναι οι τοίχοι αντιστήριξης, οι καπνοδόχοι κ.τ.λ.



Εικόνα 13: Διαφορετικά είδη από συμπαγείς οπτόπλινθους

Κεφάλαιο 4: Τοιχοποιίες από διάφορα υλικά

4.1 Εισαγωγή

Οι τοιχοποιίες ανάλογα με τα υλικά τα οποία χρησιμοποιούμε για την κατασκευή τους, χωρίζονται στις εξής κατηγορίες:

- Λιθοδομές
- Τοιχοποιίες από αφρώδες μπετόν
- Τοιχοποιίες από γέμιση μονωτικού υλικού
- Τοιχοποιίες από διακοσμητικά τούβλα
- Πυρότουβλα
- Τοιχοποιίες από τσιμεντόλιθους
- Τοιχοποιίες από υαλότουβλα (υαλόπλινθους)
- Τοιχοποιίες από ελαφρά χωρίσματα

4.2 Λιθοδομές

Οι λιθοδομές αποτελούν έναν από παλιότερους τρόπους δόμησης της τοιχοποιίας. Στην Ελλάδα χρησιμοποιούσαν αυτήν τεχνική δόμησης φυσικούς λίθους, αποτελώντας μία κλασική αρχιτεκτονική μορφή δόμησης. Βεβαία στην σημερινή αυτήν τεχνική δόμησης είναι πολύ περιορισμένη και την εφαρμόζου περισσότερο περιοχές όπου υπάρχει αφθονία σε πέτρα, καθώς και σε περιοχές που το απαιτεί η παραδοσιακή μορφή των κτιρίων. Οι περιπτώσεις όπου χρησιμοποιούμε τις λιθοδομές εκτός της περίπτωση όπου η πολεοδομία το απαιτεί, είναι σε πολύ ειδικές κατασκευές, καθώς και σε επιφανειακές επενδύσεις. Τα είδη των λιθοδομών είναι: οι ξηρολιθοδομές, οι αργολιθοδομές, οι ημιλαξευτές και οι λαξευτές λιθοδομές.

4.2.1 Ξηρολιθοδομές

Οι ξηρολιθοδομές είναι παλαιότερη μορφή λιθοδομής. Το χαρακτηριστικό της ξηρολιθοδομής, είναι πως η δόμησή της γίνεται χωρίς την χρήση κονιάματος ή λάσπης ως συνδετικό υλικό. Ακόμα οι λίθοι πριν δομηθούν υπόκεινται σε μικρή επεξεργασία. Στις μέρες μας αυτήν η μέθοδος δεν εφαρμόζεται και τείνει να εγκαταλειφτεί. Η χρήσης περιορίζεται σε μικρής σημασίας έργα, όπως μικρά βοηθητικά κτίρια, χαμηλοί τοίχοι αντιστήριξης ή και σε χαμηλές διαχωρίστηκες μάντρες.

4.2.2 Αργολιθοδομές

Στις αργολιθοδομές σε αντίθεση με την προηγούμενη κατηγορία, οι λίθοι οι οποίοι χρησιμοποιούνται, υπόκεινται μικρή επεξεργασία πριν την δόμησή τους και γίνεται χρήση του κονιάματος. Η χρήσης τους γίνεται σε τοίχος υπογείων, τοίχους

αντιστήριξης, αλλά και σε αρκετές περιπτώσεις σε ανωδομές. Το πάχος της αργολιθοδομής είναι από 45 έως 50 εκατοστά.



Εικόνα 14: Κτίριο από αργολιθοδομή

4.2.3 Ημιλαξευτές λιθοδομές

Στις ημιλαξευτές λιθοδομές, δομημένες λίθοι είναι μισολαξευμένες, δηλαδή, έχουν υποστεί μεγαλύτερη επεξεργασία αυτή των αργολιθοδομών και φυσικά έχουμε την χρήση κονιάματος. Η χρήση της είναι μεγαλύτερη από τις άλλες δύο κατηγορίες και εφαρμόζεται σε εξωτερικές επιφάνειες των κτιρίων σε περιπτώσεις όπου μας ενδιαφέρει η εμφάνιση. Τέτοιες περιπτώσεις είναι κτίρια, εκκλησίες, και μνημειακά κτίρια. Η διαδικασία της δόμησης γίνεται και από τις δύο πλευρές από μισολαξευμένες πέτρες και τα κενά που δημιουργούνται μεταξύ των λίθων, συμπληρώνονται από κονίαμα και από μικρούς αργούς λίθους.



Εικόνα 15: Κτίριο με ημιλαξευτή λιθοδομή

4.2.4 Λαξευτές λιθοδομές

Η λαξευτή λιθοδομή είναι ο αρχαιότερος τρόπος δόμησης της λιθοδομής κι με βάση αυτήν την μέθοδο έχουν κατασκευαστεί πολλά και μεγάλα μνημεία ιστορικής σημασίας. Οι λίθοι δόμησης έχουν υποστεί πολύ επεξεργασία με σκοπό να φέρουμε το σχήμα που εμείς θέλουμε, ώστε να γίνετε τέλεια εφαρμογή του κάθε λίθου μεταξύ τους. Οι λαξευτές λιθοδομές χρησιμοποιούνται πάρα πολύ σε ποικίλα οικοδομικά έργα όπως και σε έργα υποδομής, όπως σε βάθρα γεφυρών, σε αψίδες, σε θόλους και σε τοίχους αντιστήριξης. Στην αρχαιότητα χρησιμοποιούσαν πολύ αυτήν την μέθοδο και δεν εφαρμόζαν καθόλου κονίαμα στις κατασκευές τους. Η αντοχή της κατασκευής βασιζόταν σε μεγάλο βαθμό στην λάξευση των λίθων, ώστε αυτοί να εδράζουν με απόλυτη ακρίβεια, καθώς και το σχήμα τους το οποίο ήταν πολύ μεγάλο. Ακόμα χρησιμοποιούσαν και μια μερικά μεταλλικά στοιχεία τα οποία είχαν την χρησιμότητα των συνδετήρων ώστε να δίνει μεγαλύτερη σταθερότητα στους λίθους που τοποθετούνταν. Στην σημερινή εποχή υπάρχει η εφαρμογή κονιάματος, το οποίο έχει μικρή επιρροή. Το πάχος που έχουν οι αρμοί είναι 3 έως 6 χιλιοστά.



Εικόνα 16: Κατασκευή με λαξευτή λιθοδομή

4.2.5 Συστήματα δόμησης των λιθοδομών

- Το ισόδομο σύστημα, στο οποίο οι πέτρες τοποθετούνται κατά στρώσεις, ενώ το σχήμα τους είναι κανονικό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
- Το ψευδισόδομο σύστημα, στο οποίο οι πέτρες τοποθετούνται κατά στρώσεις και κάθε στρώση έχει διαφορετικό ύψος από τις άλλες. Οι πέτρες εξωτερικά έχουν σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
- Το ανισόδομο σύστημα, στο οποίο εκτός από του οριζόντιους και τους κατακόρυφους αρμούς, υπάρχουν και λοξοί.

4.2.6 Άλλα είδη λιθοδομών

Η πλακοειδής λιθοδομή είναι ένα είδος λιθοδομής κατά την οποία οι δομικές λίθοι έχουν διαφορετικό σχήμα. Οι λίθοι έχουν μικρό ύψος και είναι σχεδόν πλακοειδείς. Κατά την δόμησή της έχουμε ορατές και τις δύο λίθινες όψεις, ενώ στις γωνία δεν τοποθετούνται αγκωνάρια, αλλά βάζουμε μεγάλες και ογκώδεις πέτρες.

Στις λιθοδομές με κροκάλες χρησιμοποιούμε για την δόμηση πέτρες με στρογγυλό σχήμα. Λόγω του σχήματός τους υπάρχουν μειονεκτήματα. Έχουν μειωμένη αντοχή σε σχέση με τα άλλα είδη δόμησης, κατά την τοποθέτησή τους δημιουργούνται πολλά κενά τα οποία καλύπτονται με πολλά μικρότερα πετραδάκια. Οι αρμοί του όμως είναι ακανόνιστοι και για αυτόν τον λόγο θα πρέπει ανά 1 με 1,5 μέτρο, να τοποθετούμε μία εξισωτική στρώση σε ολόκληρο το μήκος και το πάχος τους.

4.3 Τοίχος από αφρώδη τούβλα

Τα αφρώδη τούβλα είναι ένα σύγχρονο δομικό υλικό. Το υλικό το οποίο χρησιμοποιούμε για την κατασκευή του, είναι το αφρώδες μπετόν. Το αφρώδες μπετόν είναι ένα υλικό το οποίο παράγεται όταν προβούμε σε υδροθερμική κατεργασία και αυτό αποκτά πόρους και η υφή του γίνεται πιο αφρώδες. Τα υλικά που χρησιμοποιούμε είναι τσιμέντο, πυριτικά συστατικά, νερό και ένα διογκωτικό μέσο όπως ένα διάλυμα μίας αφρογόνου ουσίας όπου ο σκοπός της είναι να δημιουργήσει φυσαλίδες οι οποίες παραμένουν εγκλωβισμένες στο μίγμα. Μία από τις βασικότερες ιδιότητές τους είναι η θερμομονωτική ιδιότητά του. Κατά την διαδικασία δόμησής του χρησιμοποιούμε ένα κονίαμα το οποίο το αναμιγνύουμε με μία ειδική κόλλα και κάθε 2,5 με 4 μέτρα κατασκευάζουμε σενάζ. Μόλις τελειώσουμε με αυτό το βήμα τότε βάζουμε μία λεπτή στρώση επιχρίσματος η οποία δεν είναι υποχρεωτική.



Εικόνα 17: Τούβλα και τοιχοποιία από αφρομπετόν

4.4 Τοίχος από τούβλα με γέμιση μονωτικού υλικού

Είναι ειδικά τούβλα τα οποία κατασκευάζονται όπως τα κοινά διάτρητα τούβλα. Αυτό το οποίο αλλάζει είναι το σχήμα τους. Η σχεδιάσή τους είναι μεγαλύτερη από τα κοινά

τούβλα. Και ως προς την τον όγκο τους, αλλά και οι οπές τους είναι πολύ μεγαλύτερη. Αυτό γίνεται διότι οι οπές γεμίζουν με θερμομονωτικό υλικό, συνήθως πολυουρεθάνη να ενίσχυση της θερμικής αντίστασης της τοιχοποιίας. Οι διαστάσεις του τοίχου με αυτά τα τούβλα, είναι ίδια με την μπατική τοιχοποιία. Αυτό το οποίο είναι πολύ σημαντικό είναι η σωστή τοποθέτηση του μονωτικού υλικού, ώστε να μπορέσουμε να καλύψουμε τα κενά στο εσωτερικό των τούβλων.



Εικόνα 18: Θερμομονωτικά τούβλα

4.5 Πυρότουβλα

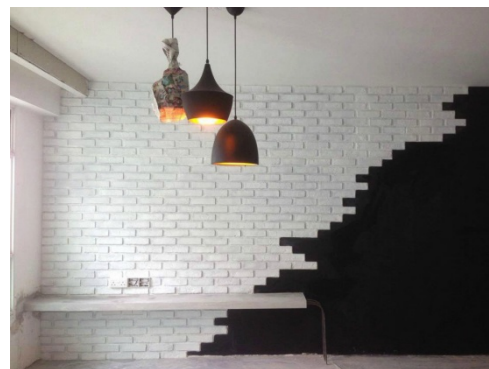
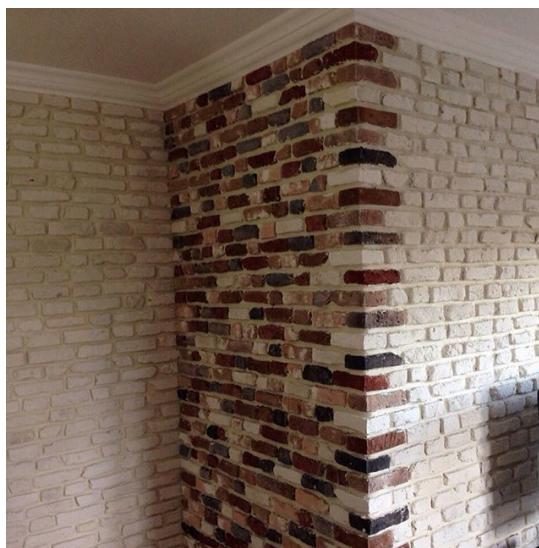
Τα πυρότουβλα είναι κάποια ειδικά τούβλα των οποίων το χαρακτηριστικό είναι πως είναι πυρίμαχα και αντέχουν σε μεγάλες θερμοκρασίες. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα όταν τα εκθέτουμε σε μεγάλες θερμοκρασίες να μην δημιουργούνται ρωγμές και παραμορφώσεις. Για έχουμε αυτή την αντοχή σε μεγάλες θερμοκρασίες θα πρέπει να αλλάξουμε τον τρόπο παραγωγής τους. Δηλαδή δεν τα κατασκευάζουμε από κοινή άργιλο, αλλά από μία ειδική άργιλο, η οποία έχει μεγάλο σημείο τήξης. Τα πυρότουβλα τα χρησιμοποιούμε σε τζάκια, καπνοδόχους, φούρνους κ.τ.λ.



Εικόνα 19: Πυρότουβλα και η χρήση τους

4.6 Τοίχος από διακοσμητικά τούβλα

Αυτού του είδους οι τοίχοι κατασκευάζονται από συμπαγή τούβλα τα οποία είναι χρωματιστά και είναι πιο εμφανίσιμα από τα κοινά συμπαγή τούβλα. Εκτός από τα συνηθέστερα κόκκινα τούβλα, υπάρχουν και άλλα σε διαφορετικές αποχρώσεις και η χρήση τους είναι για διακοσμητικούς λόγους. Τα χρησιμοποιούμε κυρίως για διακοσμητικούς λόγους ως επένδυση σε εσωτερικούς και εξωτερικούς τοίχους, σε τζάκια, σε πλακόστρωση πεζόδρομων κ.τ.λ. Οι διαστάσεις των τούβλων είναι: πάχος 3 έως 9 εκατοστά, ύψος 5 έως 6 και μήκος 20 έως 25 εκατοστά. Η επιφάνειά του μπορεί να είναι λεία, σκαλιστή ή σαγρέ.

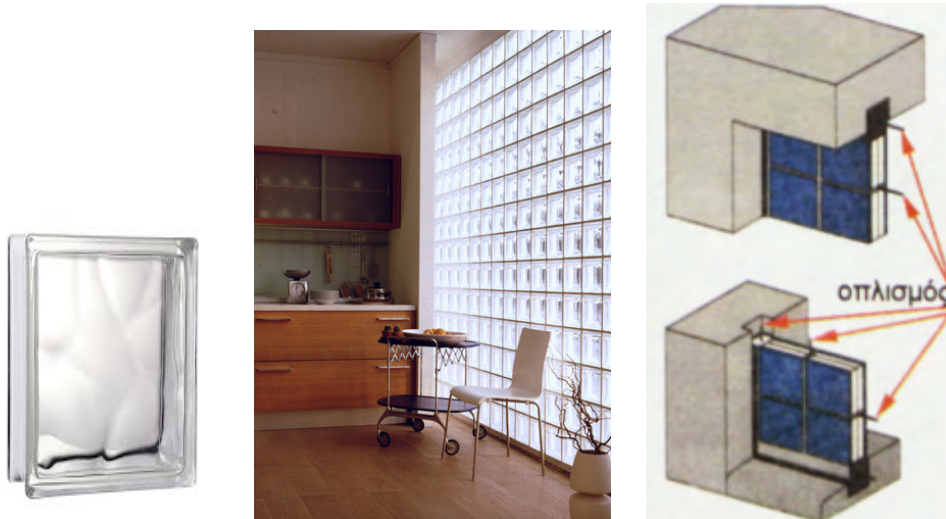


Εικόνα 20: Χρήση οπτόπλινθων σε εξωτερικούς και εσωτερικούς χώρους

4.7 Τοίχος από υαλότουβλα

Τα υαλότουβλα είναι ένα είδος τούβλου το οποίο είναι κατασκευασμένο από γυαλί και στο εσωτερικό του υπάρχει κενό αέρα και σπάνια παράγονται σε συμπαγή δομή. Το σχήμα του είναι τετραγωνικό και όχι ορθογωνικό όπως οι υπόλοιπες κατηγορίες των τούβλων κι μπορεί να παραχθεί σε πολλά μεγέθη, με την πιο συνηθισμένη η οποία είναι: 19x19x7 εκατοστά. Η χρήση τους περιορίζεται σε περιπτώσεις όπου θέλουμε να έχουμε έμμεσο φωτισμό σε ένα δωμάτιο, χωρίς να δημιουργήσουμε άνοιγμα και να βάλουμε

κούφωμα, ή για αισθητικούς λόγους. Οι πλευρές του τούβλου έχουν εγκοπές ώστε να υπάρχει καλύτερη σύνδεση μεταξύ τους, αλλά και με το κονίαμα. Οι αρμοί τους κατά την δόμηση θα πρέπει να είναι συμμετρικοί και στις δύο διευθύνσεις, διότι τοποθετούνται οπλισμοί ανάμεσά τους. Ο τοίχος από υαλότουβλα πακτώνεται στον τοίχο με την βοήθεια οδηγών από αλουμίνιο, διατομή ανάποδου Π και με την βοήθεια τσιμεντοκονία ή ειδικής μαστίχας. Ένα τέτοιος τοίχος δεν μπορεί να γίνει φερόμενος, καθώς η αντοχή των υαλότουβλων είναι πολύ μικρή.



Εικόνα 21: Υαλότουβλο και η χρήση του

4.8 Τσιμεντολιθοδομές

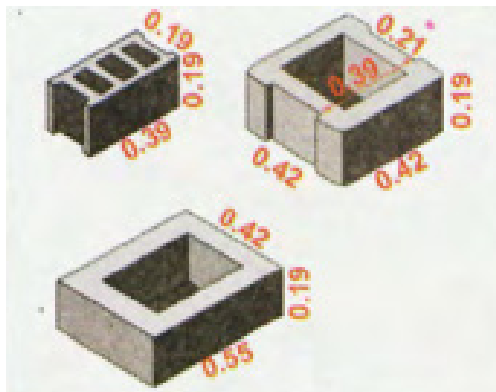
Οι τσιμεντολιθοδομές είναι ένας δομικό στοιχείο το οποίο είχε ευρεία χρήση πριν μερικά χρόνια στην Ελλάδα. Ο λόγος για τον οποίο τις χρησιμοποιούσαμε τόσο πολύ είναι διότι σε σχέση με τις οπτολιθοδομές παρουσιάζουν ορισμένα πλεονεκτήματα. Το βασικό υλικό κατασκευής τους είναι το τσιμεντοκονίαμα, το οποίο για την Παρασκευή του χρησιμοποιείται τσιμέντο, αδρανή υλικά, καθώς και άμμο, η οποία έχει υποστεί καλή κοκκομετρική ανάλυση. Το σχήμα τους είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Είναι διάτρητοι έχοντας μεγάλες ορθογώνιες οπές ή μπορεί και διαφορετικού σχήματος. Οι μεγάλες αυτές οπές εκτός από το ότι βοηθούν στην δόμηση, κάνουν τους τσιμεντόλιθους πιο ελαφρύς παρά τις μεγάλες διαστάσεις τους. Χρησιμοποιούνται ειδικά μεταλλικά καλούπια για δώσουμε το κατάλληλο σχήμα και κατά το γέμισμά τους θα πρέπει να τους δονήσουμε, για βγει ο αέρας από το μίγμα. Στους τσιμεντόλιθους δημιουργούμε κατάλληλες οπές για να τοποθετήσουμε κατακόρυφο οπλισμό, καθώς και να γεμίσουμε τις οπές με κονίαμα. Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να συνθέσουμε μία κατασκευή η οποία θα έχει καλύτερη αντοχή. Οι τοιχοποιίες οι οποίες κατασκευάζονται με αυτόν τον τρόπο μπορούν να γίνουν και φέρουσες για χαμηλές κατασκευές.

4.8.1 Πλεονεκτήματα τσιμεντόλιθων

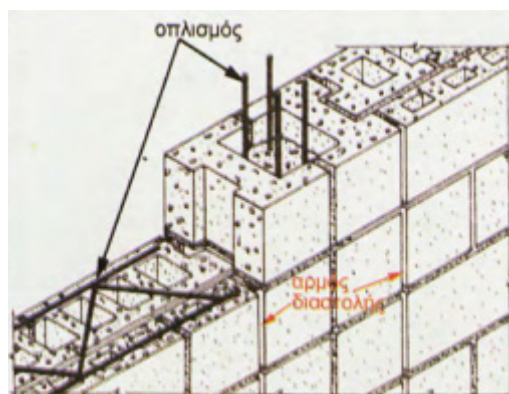
- Η κατασκευή τους είναι πιο γρήγορη από αυτήν των οπτοπλινθοδομών, διότι τα υλικά κατασκευής τους είναι κοινά και δεν χρειάζονται ψήσιμο.
- Μπορούμε να κτίσουμε πιο γρήγορα μεγάλους σε έκταση τοίχους, καθώς οι τσιμεντολιθοδομές έχουν μεγαλύτερες διαστάσεις από αυτές των οπτόπλινθων (19x19x39). Αλλά αυτό το πλεονέκτημα δεν το έχουμε μόνο ως προς το μήκος του, αλλά και ως προς το πάχος του, καθώς ο κάθε τσιμεντόλιθος έχει διάσταση 19εκατοστά, όσο δηλαδή το πάχος ενός μπατικού τοίχου.

4.8.2 Μειονεκτήματα των τσιμεντόλιθων

- Δεν μπορούμε να κατασκευάσουμε με ευκολία τοίχους οι οποίοι έχουν περίεργα σχήματα και σπασίματα
- Οι τσιμεντόλιθοι είναι πιο δύσκολο να τους σπάσουμε, να τους τεμαχίσουμε, να δημιουργήσουμε οπές σε σχέση με τους οπτόπλινθους, με σκοπό να γίνει η εγκατάσταση των ηλεκτρολογικών και υδραυλικών εγκαταστάσεων.
- Δεν έχουν μεγάλη ηχομόνωση και θερμομόνωση
- Η υγραπορροφικότητά τους.



Εικόνα 22: Είδη τσιμεντόλιθων



Εικόνα 23: Ενίσχυση τσιμεντολιθοδομής

Κεφάλαιο 5: Κατηγορίες τοιχοποιίας

5.1 Εισαγωγή

Οι διάτρητες οπτόπλινθοι με οριζόντιες οπές είναι πιο δημοφιλείς στην Ελλάδα. Χρησιμοποιούνται σε τοιχοποιίες πληρώσεως σε κατασκευές από σκυρόδεμα ή από δομικό χάλυβα. Στην Ελλάδα οι διάτρητες οπτόπλινθοι με κατακόρυφες οπές χρησιμοποιούνται σε φέρουσες τοιχοποιίες ως δύο ορόφων σύμφωνα με τους εθνικούς κανονισμούς όπως ο ΚΑΝ.ΕΠΕ, ΕΑΚ 2000 και ο Κ.Ε.Ν.Α.Κ και τους Ευρωκώδικες EC6 και EC8. Οι τοιχοποιίες ανάλογα με το είδος του τούβλου που θα χρησιμοποιηθεί, καθώς και στην διάταξη που θα τοποθετηθούν χωρίζονται σε κατηγορίες

5.2 Ορθοδρομική

Ορθοδρομική είναι η τοιχοποιία στην οποία ο τοίχος έχει πάχος 6 εκατοστά. Παλαιότερα χρησιμοποιούνταν στην κατασκευή τοίχων που δέχονταν συρόμενα χωνευτά κουφώματα, εξοικονόμηση λίγων εκατοστών στο πάχος του τοίχου. Σήμερα για λόγους στατικότητας δεν χρησιμοποιούνται.



Εικόνα 24: Δρομική τοιχοποιία από δωδεκάοπτα τούβλα.

5.3 Δρομική

Είναι η τοιχοποιία που χρησιμοποιούμε για την κατασκευή των εσωτερικών χωρισμάτων. Κατασκευάζονται με το χτίσιμο μίας σειράς τούβλων. Όταν τα τούβλα είναι εξάοπτα, τότε το πάχος της δρομικής τοιχοποιίας είναι 9 εκατοστά, όσο και το πλάτος των τούβλων. Όταν τα τούβλα είναι οκτάοπτα ή δωδεκάοπτα, τότε το πάχος της δρομικής

τοιχοποιίας είναι 12 εκατοστά. Συνήθως οι δρομικές τοιχοποιίες σχεδιάζονται με εξάοπτα τούβλα και για λόγους στρογγυλοποίησης το πάχος είναι 10 εκατοστά.

5.4 Εξωτερικές τοιχοποιίες με φέρουσα ικανότητα

Πρόκειται για τοιχοποιίες οι οποίες μπορούν, για μικρού μεγέθους κτίσματα, να αποτελέσουν τμήμα του φέροντα οργανισμού του, δηλαδή να έχουμε απουσία του φέροντα οργανισμού από οπλισμένο σκυρόδεμα. Τα είδη της τοιχοποιίας από τούβλα, που μπορούν να έχουν φέρουσα λειτουργία, είναι δύο η μπατική και η υπερμπατική.

5.5 Μπατική τοιχοποιία

Κατασκευάζεται τοποθετώντας διαδοχικά δύο τούβλα παράλληλα μεταξύ τους και ένα κάθετο σε αυτά. Το πάχος της είναι 19 εκατοστά, δηλαδή όσο και το μήκος του τούβλου.



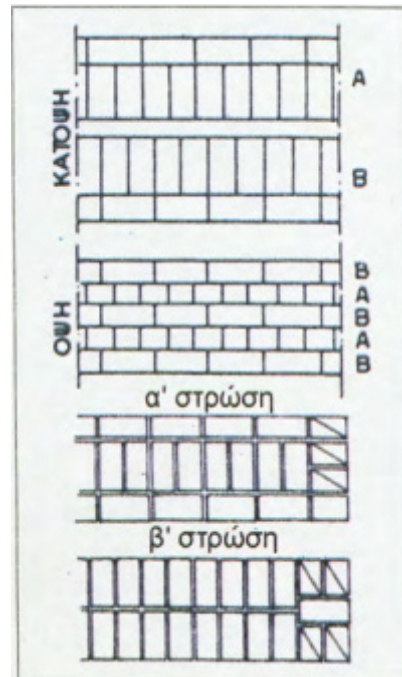
Εικόνα 25: Μπατική τοιχοποιία από εννιάοπτα τούβλα

5.6 Υπερμπατική τοιχοποιία

Υπερμπατική είναι η τοιχοποιία στην οποία ο τοίχος έχει πάχος όσο ένας δρομικός και ένας μπατικός τοίχος μαζί, συν ένα πάχος αρμού, δηλαδή 29 εκατοστά. Τα τούβλα τοποθετούνται σε δύο διαφορετικές στρώσεις Α και Β, με προσοχή πάντα, ώστε να μην δημιουργούνται συνεχείς κατακόρυφοι αρμοί. Υπάρχει επίσης η υπερμπατική τοιχοποιία με πάχος ίσο με δύο μήκη τούβλων 39 εκατοστά, η οποία σήμερα δεν χρησιμοποιείται συχνά.



Εικόνα 26: Υπερμαπτική τοιχοποιία από εννιάοπτα τούβλα



Εικόνα 27: Στρώσεις μαπτικής τοιχοποιίας

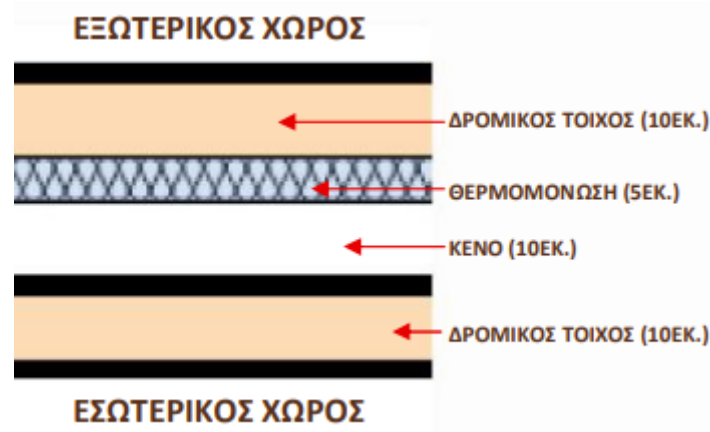
5.7 Ψαθωτή τοιχοποιία

Είναι η πιο συνηθισμένη περίπτωση σε συμβατικές κατασκευές με φέροντα οργανισμό από οπλισμένο σκυρόδεμα. Η εξωτερική τοιχοποιία αποτελείται από δύο δομικούς τείχους, μεταξύ των οποίων παρεμβάλλεται θερμομόνωση.



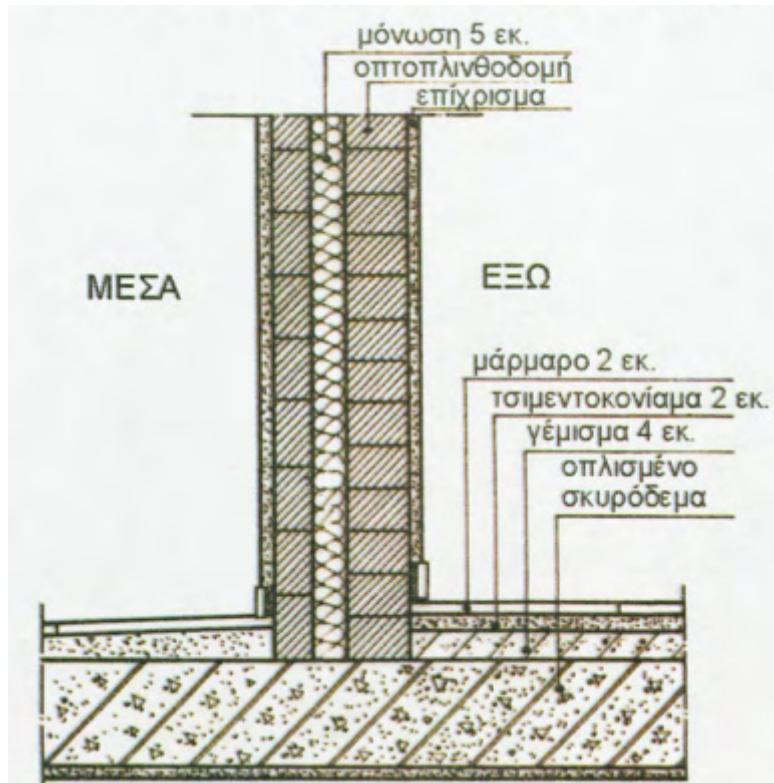
Εικόνα 28: Κατασκευή εξωτερικού τοίχου πλήρωσης με θερμομόνωση στο εσωτερικό του.

Ένα από τα πιο συνηθισμένα και αποτελεσματικά θερμομονωτικά υλικά, που χρησιμοποιείται στην δόμηση είναι η εξηλασμένη πολυστερόλη. Είναι ένα βιομηχανικό προϊόν το οποίο παράγεται με εξέλαση ή πολυμερισμό της πολυστερόλης και διατίθεται σε φύλλα πάχους από 3 έως 10 εκατοστών. Στους εξωτερικούς τοίχους πλήρωσης, τοποθετούνται φύλλα εξηλασμένης πολυστερόλης πάχους 5 εκατοστών. Το συνολικό πάχος των εξωτερικών τοίχων πλήρωσης εξαρτάται από τις τελικές διαστάσεις των στοιχείων του φέροντα οργανισμού. Συνήθως είναι 35 εκατοστά. Αυτό βγαίνει από το 10 εκατοστά του κάθε δρομικού τοίχου, τα 5 εκατοστά η θερμομόνωση και 10 εκατοστά κενό. Η θερμομόνωση τοποθετείται σε επαφή με τον εξωτερικό δρομικό τοίχο, ώστε να επιτυγχάνεται καλύτερη απόδοση και μείωση των θερμογεφυρών.

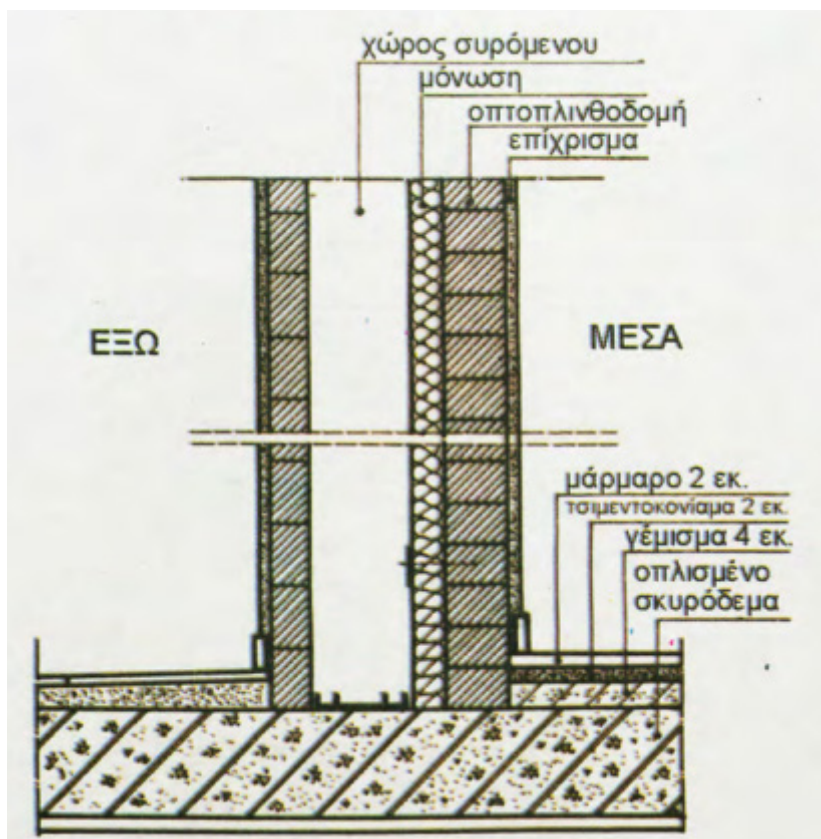


Εικόνα 29: Διαγραμματική κάτοψη εξωτερικού τοίχου πλήρωσης

Εκτός από τις παραπάνω περιπτώσεις, τοίχοι με διάκενο κατασκευάζονται σε εξωτερικά και εσωτερικά των κτιρίων, όταν θέλουμε να κρύψουμε στο κενό τους φύλλα από συρόμενα κουφώματα. Τότε το πλάτος του κενού είναι τόσο όσο χρειάζεται για να κινείται άνετα το κούφωμα. Οι τοίχοι μπορεί να είναι δρομικοί ή μπατικοί, ή ένας δρομικός και ένα μπατικός. Χρειάζεται μάλιστα να συνδέονται τουλάχιστον σε δύο σημεία ανά ένα τετραγωνικό ώστε να μην έχουμε προβλήματα αποκόλλησης. Αυτό επιτυγχάνεται με την χρήση μεταλλικών ελασμάτων ή με την χρήση τούβλων, τοποθετημένα κάθετα προς το πάχος του τοίχου. Στην περίπτωση των τοίχων με κούφωμα ανάμεσά τους, τα στηρίγματα τοποθετούνται από έξω, από την περιοχή που κινείται το κούφωμα.



Εικόνα 30: Ψαθωτή τοιχοποιία χωρίς συρόμενο κούφωμα



Εικόνα 31: Ψαθωτή τοιχοποιία με συρόμενο κούφωμα

Κεφάλαιο 6: Κανονιστικό πλαίσιο

6.1 Εισαγωγή

Οι τοιχοποιίες πλήρωσης βρίσκονται ανάμεσα σε φέροντα στοιχεία του κτιρίου, υποστυλώματα και δοκάρια. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα επηρεάζονται και οι τοίχοι, διότι έρχονται σε επαφή και υπάρχει μεταφορά των δυνάμεων, από τα φέροντα στοιχεία στις τοιχοστρώσεις. Οι δυνάμεις αυτές ασκούνται στις τοιχοπληρώσεις κατά κύριο λόγο κατά την διάρκεια του σεισμού, όπου ο φέρον οργανισμός τείνει να παραμορφωθεί. Οι τάσεις αυτές μεταφέρονται και στην τοιχοποιία. Ο τοίχος που βρίσκεται ανάμεσα θα πρέπει να είναι έτοιμος να τις παραλάβει και να συμβάλει στην αντοχή που θα πρέπει να έχει ο φέρον οργανισμός. Επόμενος οι αντοχές τις οποίες θα πρέπει να έχει η τοιχοποιία είναι:

- Θλιπτική αντοχή
- Εφελκυστική αντοχή
- Αντοχή σε διάτμηση
- Ανισότροπη συμπεριφορά

Εκτός από την θλιπτική αντοχή, όλα τα υπόλοιπα χαρακτηριστικά αποτελούν βασικές αδυναμίες της τοιχοποιίας. Οι αδυναμίες αυτές οφείλονται όχι μόνο στην ψαθυρό χαρακτήρα των πλίνθων και του κονιάματος, αλλά κυρίως στην συμπεριφορά της διαπιφάνειας επαφής, ιδιαίτερα κατά μήκος των οριζόντιων αρμών, τα οποία έχουν χαρακτηριστεί ως αδύνατα επίπεδα τοιχοποιίας.

6.2 Αντοχή της τοιχοποιίας

Η αντοχή της τοιχοποιίας έχει μία καθορισμένη τιμή, για την οποία ένα ποσοστό της τάξης 5% από τις μετρήσεις που έχουν γίνει για την αντοχή της, δίνουν τιμές οι οποίες είναι υπολειπόμενες αυτής. Αυτήν την τιμή μπορούμε να την πάρουμε από ειδικά δοκίμια ή από αξιολογήσεις άλλων πειραματικών αποτελεσμάτων και καθορισμένων τιμών.

Η θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας, δεν επηρεάζεται από την επιρροή της τριβής, η οποία προκαλείται στις πλάκες φορτίσεως, από την λυγηρότητα και από την εκκεντρότητα η οποία οφείλεται στο ίδιο το φορτίο.

Η διατμητική αντοχή της τοιχοποιίας είναι αυτή η οποία οφείλεται όταν στην τοιχοποιία επιδρούν, τέμνουσες δυνάμεις.

Η καμπτική αντοχή της τοιχοποιίας οφείλεται στην καθαρή κάμψη.

Η αντοχή της συνάφειας οφείλεται στην επαφή του οπλισμού με το σκυρόδεμα ή το κονίαμα, στην περίπτωση όπου ο οπλισμός υποβάλλεται σε εφελκυστηκές ή θλιπτικές δυνάμεις.

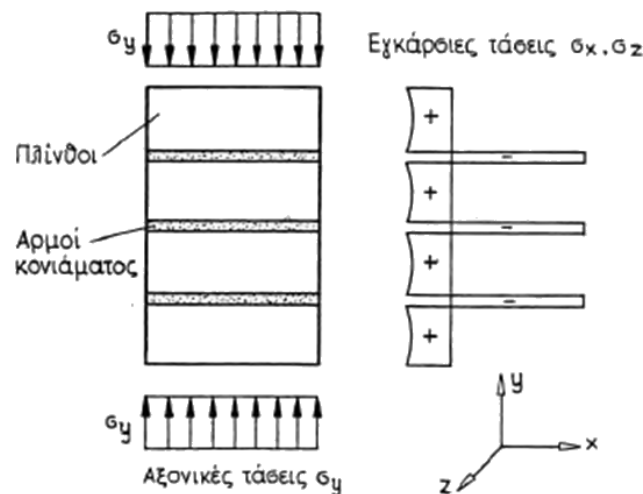
6.3 Θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας ($f_{wc,k}$)

Ο προσδιορισμός της θλιπτικής αντοχής της τοιχοποιίας είναι κάτι πολύ σημαντικό καθώς αυτές υποβάλλονται μόνιμα σε θλίψη. Για τον λόγο αυτό μπορούμε να την χαρακτηρίσουμε, ως ένα θλιβόμενο δομικό στοιχείο. Υπάρχουν κάποιοι παράμετροι οι οποίοι καθορίζουν την θλιπτική αντοχή. Αυτές είναι η αντοχή του λιθοσώματος, το ύψος καθώς και ο τύπος αυτών των λιθοσωμάτων καθώς και το πάχος που θα έχουν οι αρμοί. Σε μία τοιχοποιία υπάρχουν αρμοί που είναι κάθετοι και οριζόντιοι. Οι κάθετοι είναι ως προς το ύψος της τοιχοποιίας και οι οριζόντιοι ως προς το μήκος της. Η θλιπτική δύναμη ασκείται κάθετα στο ύψος της τοιχοποιίας.

Το πάχος των αρμών μας ενδιαφέρει κυρίως για τους αρμούς οι οποίοι είναι οριζόντιοι, διότι σε συνδυασμό και με την γωνία που θα ασκηθεί η θλιπτική δύναμη σε αυτούς, μας καθορίζουν την θλιπτική αντοχή καθώς και τον τρόπο με τον οποίο θα αστοχήσει ο τοίχος.

Οι αρμοί οι οποίοι είναι κάθετοι, είναι δηλαδή προς την κατεύθυνση που ασκείται η θλιπτική δύναμη, δίνουν διαφορετικό τρόπο αστοχίας, σε σχέση με τους οριζόντιους αρμούς. Ο τρόπος αστοχίας είναι με εγκάρσιες ρωγμές στους οπτόπλινθους, εξαιτίας των εφελκυστηκών τάσεων που αναπτύσσονται στους πλίνθους. Το κονίαμα των κατακόρυφων αρμών σε συνδυασμό με τους οπτόπλινθους, παραμορφώνονται εγκάρσια και είναι η αιτία που δημιουργούνται οι τάσεις αυτές στους πλίνθους. Ακόμα μπορεί να προκαλέσει και εγκάρσια περίσφιξη στο κονίαμα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η θλιπτική φόρτιση που ασκείται στην τοιχοποιία, να είναι μονοαξονική και να μετατρέπεται σε τριαξονική στο κονίαμα και στους οπτόπλινθους.

Οι περιπτώσεις οι οποίες αναλύθηκαν αφορούν την τοιχοποιία στην τελική της μορφή, όπου οι οπτόπλινθοι και το κονίαμα λειτουργούν συνδυαστικά. Δηλαδή η θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας αφορά τον συνδυασμό αυτών των δύο. Παρατηρείται αντοχή αυτή της τοιχοποιίας είναι μεγαλύτερη από την θλιπτική αντοχή του κονιάματος σαν μεμονωμένο στοιχείο, αλλά μικρότερη από αυτή των οπτόπλινθων.



Σχήμα 6.1: Τοιχοποιία υπό την υποβολή θλιπτικών τάσεων

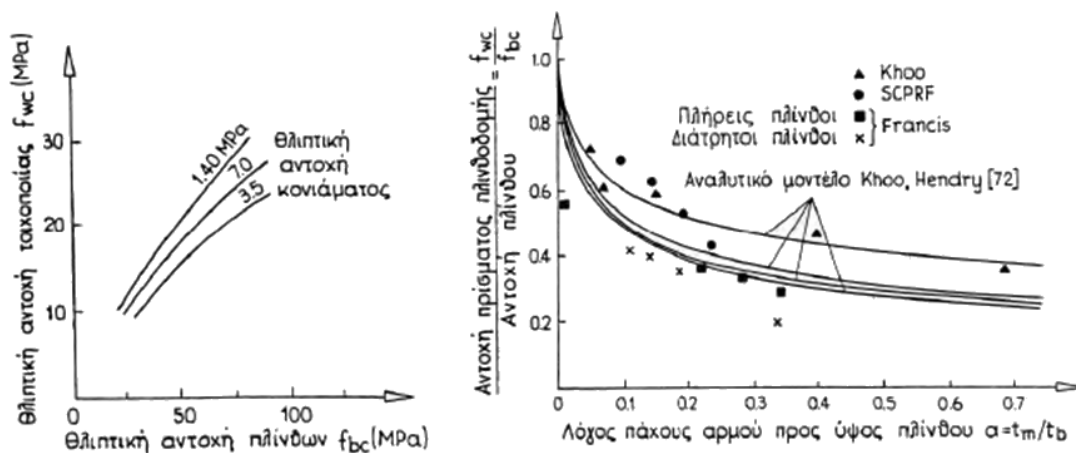
Στην αρχή αναφέρθηκα πως η θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας εξαρτάται από την διεύθυνση επιβολής της. Υπάρχουν και κάποιοι άλλοι όμως που την επηρεάζουν, σύμφωνα και με τον ευρωκώδικα 6.

- Η θλιπτική αντοχή των οπτόπλινθων ως μεμονωμένο υλικό.
- Η θλιπτική αντοχή του κονιάματος την οποία την δημιουργούμε κατά την κατασκευή του.
- Οι παραμορφώσεις που θα έχουν οι οπτόπλινθοι και το κονίαμα από την διεύθυνση της καταπόνησης.
- Από την δόμηση της τοιχοποιίας, όσον αφορά το ύψος του οπτόπλινθου και το πάχος του αρμού.
- Την ποιότητα της δόμησης της τοιχοποιίας από τον μάστορα που θα την κατασκευάσει.

Ένα άλλο κομμάτι στο οποίο πρέπει να αναφερθούμε είναι στο τρόπο με τον οποίο μπορούμε να προσδιορίσουμε ή να ελέγξουμε την θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας, αφότου έχουμε ολοκληρώσει την κατασκευή της. Η πρώτη μέθοδος είναι να γίνει πειραματικά στο εργαστήριο., δηλαδή να εφαρμόσουμε την μέθοδο κατασκευή της στο και να πάρουμε τα αποτελέσματα από εκεί.

Η δεύτερη μέθοδος είναι να εφαρμόσουμε επιτόπου την μέθοδο των επίπεδων γρύλων, οποία έχει αναπτυχθεί στην Ιταλία και απαιτείται ειδικός εξοπλισμός.

Η Τρίτη μέθοδος είναι άμεσες μετρήσεις επί τόπου στην του τοιχοποιία, όπως τα καρότα, τα δοκίμια από τα υλικά κατασκευής, καθώς και την χρήση κρουσίμετρου.



Διάγραμμα 6.1: Απεικόνιση

6.3.1 Ευρωκώδικας 6 (EC6)

Σύμφωνα με τον ευρωκώδικα 6 υπάρχουν δύο εξισώσεις για τον υπολογισμό της θλιπτικής αντοχής της τοιχοποιίας. Η μία είναι για κονίαμα γενικής χρήσης και η άλλη για κονίαμα λεπτής στρώσης.

$$F_{wc,k} = K * f_b^a * f_m^b \text{ (N/mm}^2\text{)}: \text{ Γενικής χρήσης κονίαμα (εξ.6.1)}$$

$$F_{wc,k} = K * f_b^a : \text{ Για λεπτής στρώσης κονίαμα (εξ.6.2)}$$

f_b : Θλιπτική αντοχή των οπτόπλινθων.

f_m : Θλιπτική αντοχή του κονιάματος.

α : Παίρνει τιμές 0,7 για το κονίαμα γενικής χρήσης και 0,85 για το κονίαμα λεπτής στρώσεως.

β : 0,3

K : Είναι μία σταθερά η οποία εξαρτάται από τον τύπο του λιθοσώματος.

Υλικό λιθοσώματος		Κονίαμα γενικής εφαρμογής	Κονίαμα λεπτής στρώσεως (N/mm ²) (οριζόντιος αρμός ≤3mm)	Ελαφροκονίαμα με πυκνότητα	
				600≤ρ≤700 Kg/m ³	700≤ρ≤1500 Kg/m ³
Αργιλος	Ομάδα 1	0,50	0,75	0,30	0,40
	Ομάδα 2	0,45	0,55	0,30	0,40
	Ομάδα 3	0,40	0,45	0,20	0,25
	Ομάδα 4	0,35	0,35	0,20	0,25
Πυριτικό Ασβέστιο	Ομάδα 1	0,50	0,80	‡	‡
	Ομάδα 2	0,45	0,55	‡	‡
Σκυρόδεμα με αδρανή	Ομάδα 1	0,55	0,80	0,45	0,45
	Ομάδα 2	0,45	0,80	0,45	0,45
	Ομάδα 3	0,40	0,60	‡	‡
	Ομάδα 4	0,35	‡	‡	‡
Αυτόκλειστο κυψελωτό σκυρόδεμα	Ομάδα 1	0,55	0,80	0,45	0,45
Τεχνητοί λίθοι	Ομάδα 1	0,45	0,75	‡	‡
Λαξευτοί φυσικοί λίθοι	Ομάδα 1	0,45	‡	‡	‡

Πίνακας 6.1: Τιμές του K Ευρωκώδικας 6

6.4 Διατμητική αντοχή της τοιχοποιίας (f_{vk})

Η διατμητική αντοχή δεν υφίσταται σαν αντοχή ως προς το σύνολο της τοιχοποιίας σαν ένα δομικό στοιχείο. Αυτήν εξαρτάται από την διατμητική αντοχή που αναπτύσσεται στα δομικά υλικά που αποτελούν την τοιχοποιία. Δηλαδή στις τάσεις ανάμεσα στους οπτόπλινθους, σε αυτήν που αναπτύσσεται στο κονίαμα, καθώς και από την θλιπτική τάση σχεδιασμού, οι οποίες μπορεί να οφείλονται ακόμα και από το ίδιο βάρος της τοιχοποιίας.

Ο ευρωκώδικας 6 μας δίνει την εξίσωση της διατμητικής αντοχής για τοιχοποιίες με πλήρους γεμισμένους αρμούς με κονίαμα.

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4 \cdot \sigma_d \leq 0.0065 \cdot f_b \quad (\text{εξ.6.3})$$

Όπου:

f_{vk0} : Είναι διατμητική αντοχή υπό μηδενική θλιπτική τάση

f_b : Είναι η ανοιγμένη θλιπτική αντοχή των οπτόπλινθων, για την κατακόρυφη διεύθυνση του φορτίου στους αρμούς

σ_d : Είναι η κατακόρυφη θλιπτική τάση σχεδιασμού.

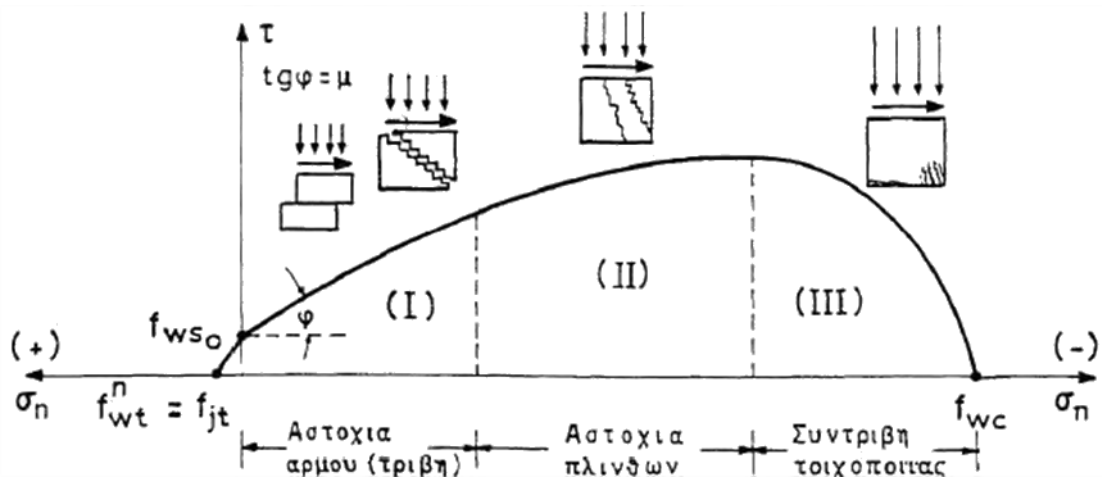
Υλικό λιθο- σώματος	f_{vk0} (N/mm ²)		
	Κονίαμα γενικής εφαρμογής, δεδομένης κατηγορίας αντοχής	Κονίαμα λεπτής στρώσεως (οριζόντιος αρμός $\leq 3\text{mm}$)	Ελαφροκονίαμα
Άργιλος	M10-M20	0,30	0,30
	M2,5-M9	0,20	
	M1-M2	0,10	
Πυριτικό ασβέστιο	M10-M20	0,20	0,40
	M2,5-M9	0,15	
	M1-M2	0,10	
Σκυρόδεμα με αδρανή	M10-M20	0,20	0,30
Αυτόκλειστο κυψελωτό σκυρόδεμα	M2,5-M9	0,15	
Τεχνητοί λίθοι Λαξευτοί φυσικοί λίθοι	M1-M2	0,10	

Πίνακας 6.2: Οι τιμές του f_{vk0} Ευρωκώδικας 6

Αρκετά σημαντική για τον σχεδιασμό της τοιχοποιίας είναι η περιβάλλουσα αστοχία της τοιχοποιίας σ_n . Αυτός παράγοντας μας βοηθάει να υπολογίσουμε την διατμητική αντοχή. Για τον λόγο αυτό έχει δημιουργηθεί η καμπύλη αστοχίας της τοιχοποιίας. Αυτήν η καμπύλη μας δείχνει τις τιμές που θα έχει η αντοχή σε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις αστοχίας.

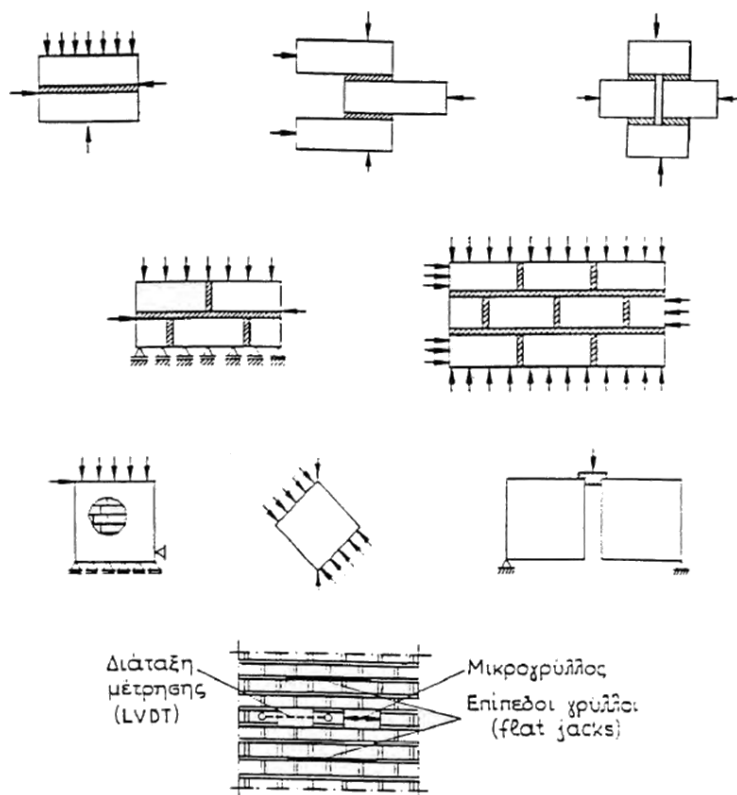
- **Περιοχή 1:** Στην πρώτη περίπτωση η αστοχία που θα έχουμε θα αφορά τους αρμούς, οποιοί θα αστοχήσουν με διαφορετικό τρόπο. Οι αστοχίες θα είναι είτε λόγο κλιμακωτής αποκόλλησης ή ολίσθησης οριζόντιων αρμών η οποία αποτελεί και μία συνηθισμένη μορφή αστοχίας της τοιχοποιίας, ή λόγω αστοχίας τύπου τριβής – ολίσθησης των οριζόντιων αρμών.
- **Περιοχή 2:** Στην δεύτερη περίπτωση έχουμε αστοχία εξαιτίας της λοξής ρηγμάτωσης των οπτόπλινθων.
- **Περιοχή 3:** Στην τρίτη περίπτωση έχουμε δύο τύπου αστοχίες. Η πρώτη θα είναι καμπτικού και η δεύτερη θα είναι διατμητικού τύπου αστοχίας. Ο γενικός όρος αυτών των δύο μορφών αστοχίας είναι η θλιβόμενη διαγώνιος. Στην Τρίτη περίπτωση έχουμε και συντριβή της τοιχοποιίας, διότι μηδενίζεται η διατμητική αντοχή

Αυτό το οποίο παρατηρούμε είναι πως όσο περνάμε από την περιοχή 1 στην περιοχή 3 η τιμή της ορθής τάσης συνεχώς αυξάνεται. Ενώ αντίθετα η διατμητική τάση αυξάνεται μέχρι και την περιοχή 2, και μετά μόλις μπει στην περιοχή 3 μειώνεται.



Διάγραμμα 6.3: Καμπύλη αστοχίας της τοιχοποιίας

Τέλος αυτό που μπορούμε να αναφέρουμε είναι πως η καμπύλη αναφέρεται στον τύπο του Coulomb. Για την εύρεση της διατμητικής αντοχής και αυτό σημαίνει πως παίζουν ρόλο και άλλοι παράγοντες για τον υπολογισμό της όπως είναι το σχήμα του αρμού και των οπτόπλινθων καθώς και των μηχανικών τους χαρακτηριστικών.



Σχήμα 6.2: Πειραματικές διατάξεις για την προσδιορισμό της καμπύλης

6.5 Εφελκυστική αντοχή τοιχοποιίας (f_{wt})

Το πρώτο χαρακτηριστικό της εφελκυστικής αντοχής της τοιχοποιίας είναι πως τιμές της, είναι χαμηλές σε σχέση με αυτές τις θλιπτικής. Φυσικά υπάρχουν κάποιοι παράγοντες οι οποίοι επηρεάζουν την αντοχή οι οποίοι είναι:

- Η εφελκυστική αντοχή την οποία έχουν το κονίαμα και οι οπτόπλινθοι.
- Η συνάφεια η οποία υπάρχει ανάμεσα στο κονίαμα και στους οπτόπλινθους.
- Η διατμητική αντοχή της τοιχοποιίας f_{vk}
- Το πάχος που θα έχουν οι αρμοί, καθώς και τον τύπο και το ύψος των οπτόπλινθων (Τάσιος 1992 – Βέρρας 2004).

Η εφελκυστική αντοχή μπορεί να υπολογιστεί με διαφορετικό τρόπο, καθώς σημαντικό ρόλο παίζει η διεύθυνση επιβολής των εφελκυστικών τάσεων. Η πρώτη περίπτωση είναι για την οριζόντια διεύθυνση, η δεύτερη είναι να είναι κάθετη και η τρίτη να ασκείται υπό μία τυχαία γωνία.

6.5.1 Οριζόντια διεύθυνση ($\theta=0^\circ$)

Η πρώτη περίπτωση όταν έχουμε οριζόντιο εφελκυσμό, είναι η ρωγμή η οποία δημιουργείται να διαπερνά μόνο τους αρμούς και όχι τους οπτόπλινθους. Δηλαδή να ακολουθεί την διεύθυνση των αρμών και να μην υπάρχει θραύση τούβλου. Σε αυτήν την περίπτωση η εξίσωση για την αντοχή της τοιχοποιίας είναι:

$$f_{wt}^0 = 1/\gamma_{Rd} * [\lambda * f_{mt} * (2 * f_b + t_m) + f_{wv} * I_b] / (2 * t_b + t_m) \leq 2 * \lambda * f_{mt} \quad (\text{εξ.6,4})$$

Η δεύτερη περίπτωση είναι η ρωγμή να μην ακολουθεί τους αρμούς, αλλά να διαπερνά τους οπτόπλινθους.

$$f_{wt}^0 = 1/\gamma_{Rd} * [\lambda * f_{mt} * (f_b + 2 * t_m) + f_{wv} * I_b] / (2 * t_b + 2 * t_m) \leq 2 * \lambda * f_m \quad (\text{εξ.6,5})$$

Όπου:

f_{wt}^0 : Η διατμητική αντοχή της τοιχοποιίας

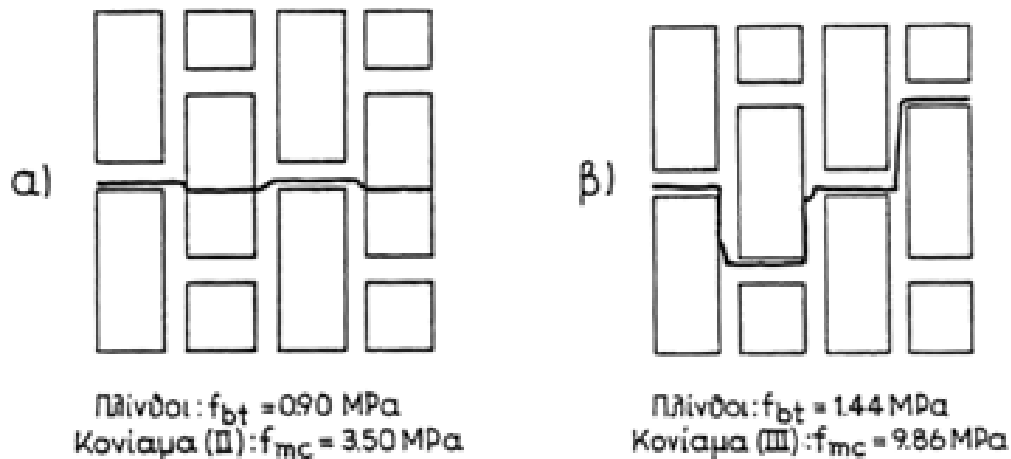
$1/\gamma_{Rd} \approx 0,8$: Είναι ένας συντελεστής μέσω του οποίου λαμβάνονται υπόψη οι αβεβαιότητες για την εκτίμηση της εφελκυστικής αντοχής του κονιάματος.

$\lambda = 0,7 - 0,9$: Οι τιμές αυτού του συντελεστή εξαρτώνται από την συντήρηση που θα κάνουμε στην τοιχοποιία.

f_b : Εφελκυστική αντοχή των οπτόπλινθων.

f_{mt} : Εφελκυστική αντοχή του κονιάματος η οποία υπολογίζεται από:

$$f_{mt} = 1/4 * f_{mc}^{0.5} \quad (\text{εξ.6,5})$$



Σχήμα 6.3: Μορφές αστοχίας της τοιχοποιίας στην οριζόντια διεύθυνση (α) Ασθενείς πλίνθοι, (β) Ισχυρές πλίνθοι

6.5.2 Κατακόρυφη διεύθυνση ($\theta=90^\circ$)

Όταν έχουμε κατακόρυφο εφελκυσμό, αυτό σημαίνει πως αυτή ασκείται κάθετα στους οριζόντιους αρμούς. Η αντοχή δίνεται από την εξίσωση:

$$f_{wt}^{90} = \lambda * f_{mt} \quad (\text{εξ.6,6})$$

Όπου:

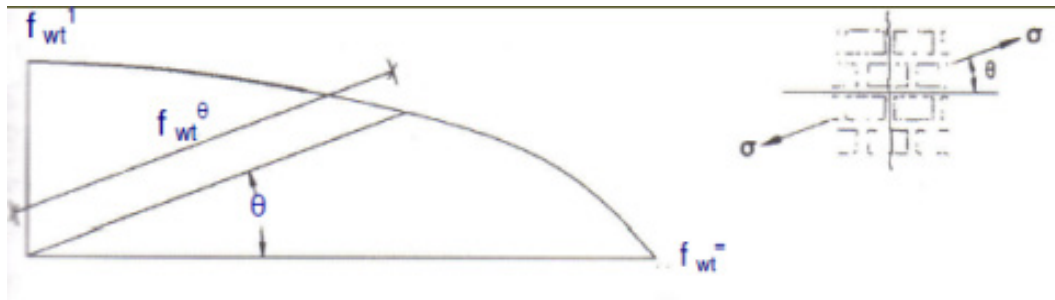
$\lambda = 0,7 - 0,9$: Οι τιμές αυτού του συντελεστή εξαρτώνται από την συντήρηση που θα κάνουμε στην τοιχοποιία

Η εξίσωση στην κατακόρυφη διεύθυνση εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την συνάφεια που υπάρχει μεταξύ του κονιάματος και των οπτόπλινθων, καθώς και της εφελκυστικής αντοχής του κονιάματος.

6.5.3 Διεύθυνση υπό τυχαία γωνία

Η εφελκυστική αντοχή εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την γωνία που ασκείται ο εφελκυσμός, και δεν είναι μία σταθερά της τοιχοποιίας. Για να την βρούμε την τιμή της θα την υπολογίσουμε σχηματικά. Για να γίνει αυτό θα ακολουθήσουμε τα εξής βήματα:

- 1) Αρχικά θα υπολογίσουμε την μέγιστη εφελκυστική αντοχή της τοιχοποιίας στην οριζόντια διεύθυνση της f_{wt}^0 .
- 2) Στην συνέχεια θα υπολογίσουμε την ελάχιστη εφελκυστική αντοχή της τοιχοποιίας στην κατακόρυφη διεύθυνση f_{wt}^{90} .
- 3) Τέλος θα δημιουργήσουμε μία καμπύλη η οποία θα συσχετίζει αυτές τις δύο τιμές, και δημιουργήσει μία έλλειψη. Μέσω αυτής της καμπύλης μπορούμε να υπολογίσουμε την εφελκυστική αντοχή σε οποιαδήποτε γωνία θ .



Διάγραμμα 1: Εφελκυστική αντοχή για οποιαδήποτε γωνία θ

6.6 Μηχανικές σταθερές τοιχοποιίας

Η τοιχοποιία είναι ένα δομικό στοιχείο το οποίο έχει ψαθυρό χαρακτήρα. Αυτό δηλώνει πως το μέτρο ελαστικότητας της τοιχοποιίας, δεν μπορεί να έχει πολύ μεγάλες τιμές. Το μέτρο της ελαστικότητας καθώς και ο λόγος Poisson μας δείχνουν το κατά πόσο μπορεί η τοιχοποιία να παραμορφωθεί. Αυτά τα δύο μεγέθη προκύπτουν από την θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας. Η εξίσωση για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας είναι:

$$E = \alpha * f_{wc} \quad (\text{εξ.6.7})$$

Όπου:

A: Είναι ένας συντελεστής οποίος παίρνει τιμές από 600 μέχρι 1000

Ο λόγος Poisson δίνεται από την σχέση:

$$V = 0.5 - 0.1 * \sqrt[4]{f_{wc}} \quad (\text{εξ.6.8})$$

Ενώ ο ευρωκώδικας 6 μας λέει πως τιμή αυτή, θα πρέπει να είναι μικρότερη του 0,25 Το μέτρο της διάτμησης κατά (Τάσιος 1992) χρησιμοποιεί τα δύο παραπάνω μεγέθη και δίνεται από την σχέση:

$$G = \frac{E}{2*(1+V)} \quad (\text{εξ.6.9})$$

Όταν δεν γνωρίζουμε την ακριβής τιμή του μέτρου ελαστικότητας G τότε είναι ίσο με το 40% του μέτρου ελαστικότητας E.

Κεφάλαιο 7: Μηχανική συμπεριφορά

7.1 Εισαγωγή

Για την ανάλυση των κτιρίων από οπλισμένο σκυρόδεμα, υπό την επίδραση του σεισμού, αυτό το οποίο προσομοιώνουμε είναι τα στοιχεία τα οποία παραλαμβάνουν την φόρτιση του σεισμού. Αυτά τα στοιχεία είναι τα μέρη του φέροντος οργανισμού, δηλαδή τα δοκάρια, υποστυλώματα και πλάκες. Τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία της κατασκευής τα οποία είναι στοιχεία πλήρωσης όπως οι τοιχοπληρώσεις, δεν λαμβάνουν άμεσα κάποια σεισμική φόρτιση και το αποτέλεσμα είναι να μην προσομοιώνονται όπως ο φέρον οργανισμός. Κατά κύριο λόγο τα λαμβάνουμε υπόψη για το ίδιο βάρος το οποίο το θέλουμε για να διαστασιολογίσουμε τα φέροντα στοιχεία. Στην πραγματικότητα όμως οι τοιχοπληρώσεις δεν συνεισφέρουν μόνο με το βάρος τους, αλλά έχουν πολλές επιρροές στην κατασκευή και στα φέροντα στοιχεία. Η επιρροή αυτή αναφέρεται στην σεισμική συμπεριφορά του κτιρίου και πως μπορεί να μεταβάλει κάποια στοιχεία τα οποία είναι πολύ σημαντικά στην μελέτη της κατασκευής. Ορισμένα από αυτά είναι:

- Ιδιοπερίοδος της κατασκευής
- Δυσκαμψία της κατασκευής
- Μειώνει την αντίσταση εξαιτίας της ανακλυζόμενης φόρτισης
- Μειώνονται οι επιδράσεις οι οποίες δημιουργούνται λόγω της κατανομής των τοιχοπληρώσεων καθ ύψος αλλά και σε κάτοψη.
- Μειώνονται οι τοπικές επιδράσεις των κοντών υποστυλωμάτων.

Για αρκετές δεκαετίες έχουν γίνει έρευνες σε διάφορες χώρες, τόσο σε θεωρητικό όσο και σε πειραματικό επίπεδο χρησιμοποιώντας σε μεγάλης κλίμακας δοκίμια με την βοήθεια σεισμικής τράπεζας, την αλληλεπίδραση που έχουν τα πλαίσια από οπλισμένο σκυρόδεμα με τις τοιχοποιίες. Δηλαδή γίνεται μία μελέτη στα πλαίσια με και χωρίς αυτές. Εκτός από τα δοκίμια όμως υπάρχει και πλούσια βιβλιογραφική αναφορά όσον αφορά την προσομοίωσή τους, με σκοπό να προβλέψουμε την συμπεριφορά των τοιχοπλωμένων πλαισίων. Για αυτόν τον λόγο οι νέες κατασκευές οι οποίες εφαρμόζουν τον ευρωκώδικα 8, αλλά και οι πιο παλιές που εφαρμόζουν τον ΚΑΝΕΠΕ εφαρμόζουν πολλές διατάξεις, αρχές και κανόνες εφαρμογής για επιρροή των τοιχοπληρώσεων σε πλαίσια από οπλισμένο σκυρόδεμα.

7.2 Διατάξεις του Ευρωκώδικα 8 για την επιρροή των τοιχοπληρώσεων σε κτίρια από Ο/Σ

Ο Ευρωκώδικας 8 δεν λαμβάνει υπόψη του τις ευεργετικές ιδιότητες που μπορεί να προσφέρουν οι τοιχοπληρώσεις στην κατασκευή. Δεν επιτρέπει δηλαδή να μειωθούν οι σεισμικές δυνάμεις οι οποίες καταπονούν τον φορέα και καθιστά προαιρετική την επιλογή για μείωση σε μία τέτοια περίπτωση. Σε αυτό το οποίο δίνει έμφαση και κατά κύριο λόγο στον μελετητή είναι στο κατασκευαστικό κομμάτι και ακόμα επιβάλλει συγκεκριμένους κανόνες για τις τοπικές αρνητικές επιδράσεις των τοιχοπληρώσεων στα φέροντα στοιχεία. Ο κανονισμός επεμβάσεων θέτει ένα πολύ συγκεκριμένο κριτήριο για την αρνητική επιρροή των τοιχοπληρώσεων. Θα πρέπει να παρατηρήσουμε εάν αυξάνεται η σεισμική τέμνουσα ενός κατακόρυφου στοιχείου όπως ένα υποστύλωμα, ή σε κλίμακα ενός ορόφου την σεισμική μετακίνησή του σε ποσοστό μεγαλύτερο από 15%. Ο Ευρωκώδικας εφαρμόζει αυτές τις διατάξεις σε συγκεκριμένους τύπους κτιρίων. Τα κτίρια αυτά είναι πλαίσια συστήματα ή κτίρια, των οποίων η πλαστιμότητα είναι μεγάλη. Ακόμα σε κτίρια τα οποία κατασκευάζονται όχι μόνο από οπλισμένο σκυρόδεμα, αλλά και από χάλυβα ή και σύμμικτες κατασκευές

Τα κτίρια των οποίων δεν είναι υποχρεωτική η εφαρμογή των διατάξεων είναι κτίρια τα οποία έχουν χαμηλή ή μεσαία πλαστιμότητα. Βεβαίως υπάρχουν και οι περιπτώσεις κτιρίων των οποίων η επιρροή των τοιχοπληρώσεων δεν παίζει κανένα ρόλο ή η επίδρασή τους είναι μικρή και θεωρείται αμελητέα. Τέτοιες περιπτώσεις είναι κτίρια τα οποία έχουν πολλά τοιχώματα, καθώς επίσης και για σύμμικτες κατασκευές, οι οποίες έχουν δυκτιωτούς συνδέσμους, τεγίδες ή μηκίδες.

Ο Ευρωκώδικας 8 για να αποδεχτεί την αλληλεπίδραση των τοιχοπληρώσεων, θα πρέπει να ικανοποιούνται κάποιες προϋποθέσεις

- Οι τοιχοποιίες για να κατασκευαστούν θα πρέπει πρώτα τα δομικά στοιχεία των πλαισίων να έχουν ολοκληρωθεί πλήρως και να έχει περάσει τελείως η περίοδος της σκλήρυνσής τους.
- Η δεύτερη προϋπόθεση αφορά την επιφάνεια επαφής της τοιχοποιίας με το πλαίσιο. Δεν θα πρέπει να υπάρχουν αρμοί διαχωρισμού, οι συνδέσεις δεν θα πρέπει να είναι στατικές, δηλαδή η σύνδεση να επιτυγχάνεται με οριζόντια ή κατακόρυφα διαζώματα και με διατμητικούς συνδέσμους.
- Θα πρέπει κατά την μελέτη να τα θεωρούμε σαν δομικά και όχι σαν στατικά στοιχεία του κτιρίου.
- Εάν κάποια τοιχοποιία συνδέεται με το πλαίσιο μέσω ενός ενεργού συνδέσμου, τότε θα θεωρούμε ότι η κατασκευή δεν έχει συμβατικά τοιχοποιία, αλλά περισιγμένα φέρουσα τοιχοποιία.

Κατά κύριο λόγο όμως ο ευρωκώδικας 8, κάνει αναφορές μόνο στην αρνητική αλληλεπίδραση της τοιχοποιίας και συγκεκριμένα αναφέρεται:

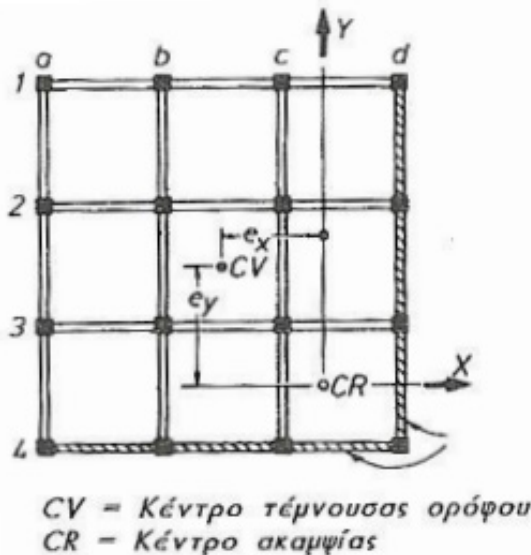
- Στην ύπαρξη των κοντών υποστυλωμάτων
- Στην μη κανονική διάταξη της τοιχοποιίας στον χώρο
- Στην συμπεριφορά που έχουν οι τοιχοπληρώσεις κατά την διάρκεια του σεισμού.
- Για το πώς μεταβάλλονται οι μηχανικές ιδιότητες σε σχέση με το περιβάλλον πλαίσιο

7.3 Ασύμμετρη κατανομή τοιχοπληρώσεων σε κάτοψη

Η διάταξη που έχουν οι τοιχοπληρώσεις όταν δεν είναι ομοιόμορφα κατανομημένες στην επιφάνεια του κτιρίου αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργούνται κάποιες ασυμμετρίες. Αυτές οι ασυμμετρίες δημιουργούν εκκεντρότητες, μεταξύ του κέντρου μάζας και του κέντρου δυσκαμψίας. Το κέντρο δυσκαμψίας οι τοιχοποιίες το λαμβάνουν υπόψη σαν ενεργό δυσκαμψία. Η εκκεντρότητα αυτή, όταν καταπονείται η κατασκευή από τα σεισμικά φορτία δημιουργεί μία στρέψη ως προς τον κατακόρυφο άξονά της. Για να αποφύγουμε αυτήν την στρέψη κατά τον Ευρωκώδικα 8 θα πρέπει όσο το δυνατόν να αποφεύγουμε τις μη κανονικές διατάξεις των τοιχοπληρώσεων, οι οποίες είναι ασύμμετρες.

Σε αυτή την περίπτωση της κάτοψης, υπάρχουν κάποιες περιπτώσεις όπως τα γωνιακά κτίρια τα οποία δεν έχουν καθόλου τοιχοπλήρωση ή αν θα έχουν θα είναι σε δύο συνεχόμενες πλευρές ή θα είναι σε μεγάλα ανοίγματα, τότε παρουσιάζεται ιδιαίτερο πρόβλημα, διότι παρουσιάζονται μεγάλες ασυμμετρίες στην διάταξή τους.

Όταν η διάταξη των τοίχων είναι ασύμμετρη τότε μπορεί να προκαλέσει εκκεντρότητα λόγω της μετατόπισης του κέντρου δυσκαμψίας. Αυτό με την σειρά του σημαίνει πως θα έχουμε μεγάλες στρεπτικές τάσεις. Οι στρεπτικές τάσεις είναι πάρα πολύ δυσμενείς για τον φέροντα οργανισμό στην κάτοψη με λίγες τοιχοπληρώσεις, ενώ εάν υπήρχαν περισσότερες και γέμιζαν τα πλαίσια του φέροντα οργανισμού, θα αυξάνονταν η δυσκαμψία και θα παραλάμβαναν μέρος την σεισμική τέμνουσα και μάλιστα περισσότερη από αυτήν που είχε υπολογιστεί.



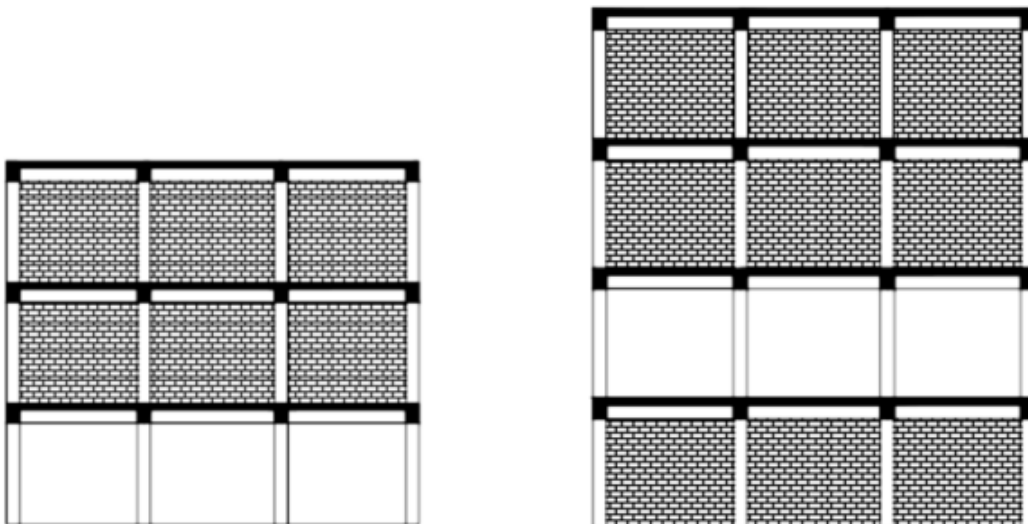
Σχήμα 7.1: Τοιχοπλήρωση σε δύο συνεχόμενες πλευρές

Παρ' όλα αυτά, έχει διαπιστωθεί ότι η συμβολή των τοιχοπληρώσεων στην οριζόντια αντοχή και δυσκαμψία αντισταθμίζει τη μονομερή συγκέντρωση των παραμορφώσεων σε μέρος της κάτοψης του ορόφου, με αποτέλεσμα η ένταση και παραμορφώσεις του φορέα να μην ξεπερνούν κατά κανόνα αυτές που αναπτύσσονταν στο γυμνό δομικό σύστημα από την ίδια σεισμική ένταση (Φαρδής, 1999).

Η χρήση των χωρικών προσομοιωμάτων είναι σημαντικοί και θα λαμβάνονται υπόψη μόνο όταν έχουν ένα μόνο άνοιγμα. Αυτό είναι απαραίτητο για την σωστή ανάλυση και εκτίμηση της απόκρισης των φορέων. Ακόμη στην πλευρά της κάτοψης η οποία θεωρείται πιο εύκαμπτη, γίνεται παραμετρική ανάλυση για την δυσκαμψία των τοιχοπληρώσεων αφού πρώτα τις αφαιρέσουμε από την περιοχή αυτή. Ο Ευρωκώδικας 8 θεωρεί πως δεν πρέπει να γίνει η χρήση των χωρικών προσομοιωμάτων με τοιχοπληρώσεις, αλλά να διπλασιάζεται η τυχηματική εκκεντρότητα. Αυτή η μέθοδος θα εφαρμοστεί όταν δεν έχουμε μεγάλη απόκλιση από την εκκεντρότητα σε κάτοψη.

7.4 Ανομοιομορφία κατανομής τοιχοπληρώσεων καθ' ύψος

Οι τοιχοπληρώσεις οι οποίες υπάρχουν σε κάθε όροφο ενός κτιρίου, εκτός από την γενική τους χρήση, μπορούν να προστατεύσουν τα μέλη του φέροντα οργανισμού, από τις εσωτερικές δυνάμεις και τις παραμορφώσεις οι οποίες αναπτύσσονται σε κάθε όροφο. Ακόμη συμβάλουν και στα δοκάρια στις στρεπτικές τάσεις που παρουσιάζουν. Η μείωση όμως των τοιχοπληρώσεων σε έναν οποιονδήποτε όροφο ενός κτιρίου δημιουργεί τον κίνδυνο της εμφάνισης του μαλακού ορόφου. Το φαινόμενο του μαλακού ορόφου μπορεί να εμφανιστεί σε περίπτωση που έχουμε μεγάλη οριζόντια μετακίνηση, η οποία μεταφέρεται από το κτίριο στα υποστυλώματα και συγκεκριμένα σε αυτά του ορόφου όπου δεν υπάρχουν τοιχοπληρώσεις. Στην πράξη τις περισσότερες φορές το συναντάμε, στο ισόγειο των κτιρίων και συγκεκριμένα στην πιλοτή όπου υπάρχουν λίγες η καθόλου τοιχοπληρώσεις. Μία ακόμα περίπτωση είναι σε κτίρια τα οποία στεγάζουν μαγαζιά και έχουν βιτρίνες αντί για τοιχοπληρώσεις.



Σχήμα 7.2: Περιπτώσεις ανομοιόμορφης διάταξης των τοιχοπληρώσεων καθ' ύψος

Ο ευρωκώδικας 8 προκειμένου να αποτρέψει την δημιουργία των πλαστικών αρθρώσεων των υποστυλωμάτων χωρίς τοιχοπληρώσεις, θα πρέπει τα υποστυλώματα κατά τον σχεδιασμό να παραμείνουν στην ελαστική περιοχή, μέχρις ότου οι τοιχοπληρώσεις φτάσουν στην οριακή τους αντοχή. Δηλαδή η ελλιπής διατμητική αντοχή θα πρέπει να αντισταθμίζει την αύξηση της αντοχής των κατακόρυφων μελών. Για να γίνει αυτό, θα πρέπει οι τοιχοπληρώσεις να παραλαμβάνουν ένα ποσοστό από την σεισμική τέμνουσα. Το ποσοστό αυτό θα πρέπει να είναι μικρότερο του 50%. Τα εντατικά μεγέθη όπως οι καμπτικές ροπές, οι αξονικές δυνάμεις και οι τέμνουσες που

υπάρχουν στα υποστυλώματα ενός πλαισίου, θα πολλαπλασιαστούν από έναν συντελεστή μεγέθυνσης:

$$\eta = (1 + \Delta V_{RW} / \Sigma V_{Ed}) \leq \eta \quad (\text{εξ. 7,1})$$

ΔV_{RW} : Η συνολική μειωμένη διατμητική αντοχή των τοιχοπληρώσεων ανά όροφο.

ΣV_{Ed} : Είναι το άθροισμα των τεμνουσών σεισμικών δυνάμεων.

Η τιμή του η θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 1.1, διότι σε διαφορετική περίπτωση δεν θα υπάρχει αύξηση των σεισμικών δράσεων μέσω του αυξητικού συντελεστή η . Ο Ευρωκώδικας 8 για τους πλαισιωτούς φορείς του φέροντα οργανισμού, οι οποίοι διαφέρουν στην αντοχή από όροφο σε όροφο, μειώνει τον συντελεστή συμπεριφοράς q κατά 20%, συμπεριλαμβάνοντας και την αντοχή της τοιχοποιίας. Ο κανονισμός χρησιμοποιεί τον αυξητικό συντελεστή συμπεριφοράς η , διότι δεν υπάρχει κάποιο κριτήριο για να προσδιορίσει το πώς μεταβάλετε η αντοχή του κάθε ορόφου καθ ύψος. Όταν όμως ο συντελεστής η είναι μεγαλύτερος από την τιμή του 1.1, τότε πολλαπλασιάζουμε τα εντατικά μεγέθη με τον συντελεστή η , για τον κάθε όροφο, αλλά ταυτόχρονα μειώνουμε και τον συντελεστή q κατά 20%. Αυτές οι μεγάλες τιμές του συντελεστή η θα πρέπει να συνδυάζονται και με την αύξηση των διατομών των υποστυλωμάτων για τον όροφο που εξετάζουμε. Με αυτή την αύξηση των υποστυλωμάτων, δημιουργούμε ισχυρά τοιχώματα, τα οποία είναι ικανά να παραλάβουν πάνω από το 50% της τέμνουσας λόγω του σεισμού. Αυτή η μέθοδος είναι η καλύτερη προστασία από την ασύμμετρη κατανομή των τοιχοπληρώσεων.

7.5 Τοπικές επιδράσεις των τοιχοπληρώσεων

Στα δύο προηγούμενα κεφάλαια ανέφερα κάποιες αρνητικές επιδράσεις που μπορούν να προξενήσουν οι τοιχοπληρώσεις στην κατασκευή. Αυτές οι επιδράσεις εμφανίζονται λόγω κατασκευής και ανομοιομορφίας. Υπάρχουν όμως και άλλες αρνητικές επιδράσεις οι οποίες δεν αφορούν άμεσα ολόκληρη την κατασκευή, αλλά κάποια συγκεκριμένα δομικά στοιχεία αυτής. Αυτού του είδους τις επιδράσεις τις ονομάζουμε τοπικές.

Όταν σε μία κατασκευή έχουμε πάρα πολύ ισχυρές τοιχοπληρώσεις, τότε υπάρχει ο κίνδυνος να εμβολίσουν κάποια υποστυλώματα. Τέτοιες περιπτώσεις υποστυλωμάτων έχουμε, όταν αυτά είναι πιο αδύναμα από τις τοιχοποιίες και όταν υπάρχει μονόπλευρη επαφή του υποστυλώματος με την τοιχοποιία.

Οι τοπικές παρενέργειες των ισχυρών τοιχοπληρώσεων είναι ότι μπορεί να ασκήσει μία τεράστια δύναμη, η οποία είναι συγκεντρωτική, στην επιφάνεια που εφάπτεται με το υποστύλωμα, προκαλώντας σοβαρές βλάβες. Όσο πιο ισχυρή είναι η τοιχοπλήρωση, τόσο μεγαλύτερη θα είναι η δύναμη που δεχτεί το υποστύλωμα. Το αποτέλεσμα της μεγάλης δύναμης που θα δεχτεί το υποστύλωμα είναι η αστοχία του να είναι ψαθυρή. Ακόμα τις περισσότερες πιθανότητες έχουν να πάθους σοβαρότερες ζημιές τα στοιχεία τα οποία βρίσκονται στους πιο χαμηλούς ορόφους και συγκεκριμένα στο ισόγειο ή στην πιλοτή διότι εκεί η τέμνουσα είναι μεγαλύτερη.

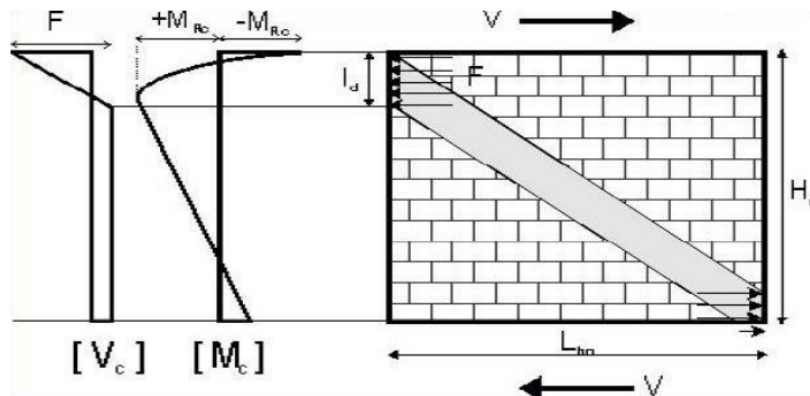
Ένα τέτοιο υποστύλωμα μπορεί να είναι ένα γωνιακό. Οι περιπτώσεις αυτές εμφανίζονται σπανιότερα στις σύγχρονες κατασκευές και πιο συχνά στις παλαιότερες. Αυτό συμβαίνει διότι πιο παλιά, τα μέλη του φέροντος οργανισμού δεν ήταν τόσο καλά οπλισμένα, κυρίως σε διάτμηση με αποτέλεσμα τα μέλη τους να είναι αδύναμα. Το

αποτέλεσμα είναι πως η καλά σφηνωμένες τοιχοπληρώσεις είχαν μεγαλύτερη αρνητική επιρροή σε αυτά.



Εικόνα 7.1: Αστοχία ασθενών υποστυλωμάτων εξαιτίας ισχυρών τοιχοπληρώσεων

Ο Ευρωκώδικας 8, για να αντιμετωπίσει το πρόβλημα αυτό, απαιτεί να γίνονται πιο αυστηροί έλεγχοι στα υποστυλώματα, και σε αυτές τις περιπτώσεις ως κρίσιμη περιοχή θα πρέπει να θεωρείται ολόκληρο το ύψος του υποστυλώματος και όχι μόνο στον πόδα και στην κεφαλή του. Αυτό σημαίνει πως οι αποστάσεις που θα έχουν οι συνδετήρες μεταξύ τους, θα είναι μικρότερη και θα παραμένει ίδια σε όλο το ύψος του υποστυλώματος.



Σχήμα 7.3: Τοπική επίδραση της τοιχοπλήρωσης σε υποστυλώμα Ο/Σ

Ο έλεγχος σε διάτμηση θα γίνει σε ένα συγκεκριμένο μήκος του υποστυλώματος και συγκεκριμένα στην βάση του και στην κεφαλή για το μήκος L για την μικρότερη τέμνουσα από τις εξισώσεις:

$$L = b / \cos \theta \quad (\text{εξ. 7.2})$$

$$V_{ECD}: \min(V_a, V_b) \quad (\text{εξ. 7.3})$$

Το V_a είναι η οριζόντια συνιστώσα της διαγώνιας θλίψης την οποία την βρίσκουμε από την εξίσωση

$$V_a = A_w * f_{wv} \quad (\text{εξ. 7.4})$$

Όπου A_w είναι η οριζόντια επιφάνεια της τοιχοπλήρωσης

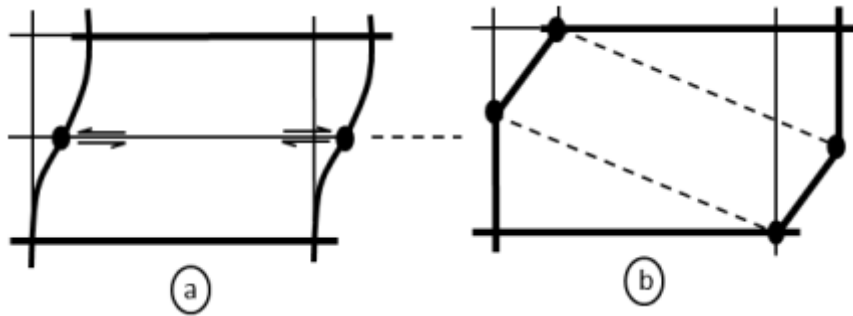
Όπου f_{wv} είναι η διατμητική αντοχή των οριζόντιων αρμών

Το V_b είναι η οριζόντια τέμνουσα η οποία δίνεται από την σχέση

$$V_b = (2\gamma R_d * MRc) / (L) \quad (\text{εξ.7.5})$$

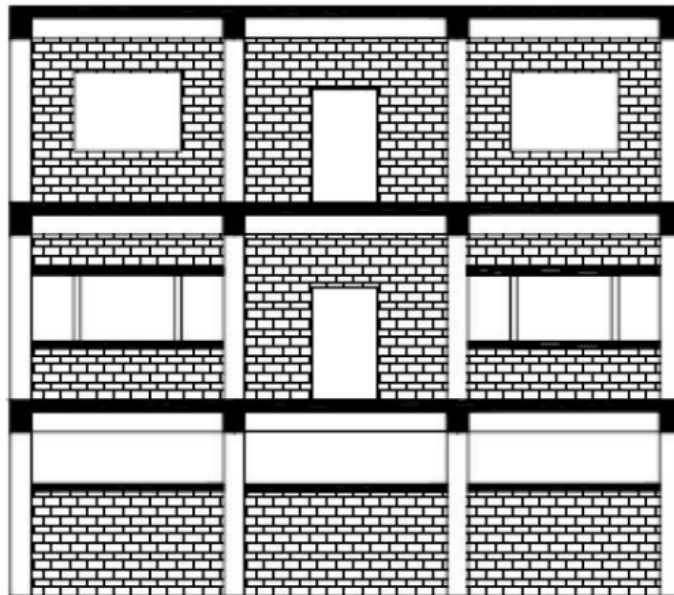
Όπου MRc είναι η καμπτική αντοχή του υποστυλώματος

Όπου L είναι το μήκος επαφής της τοιχοποιίας με το υποστύλωμα..



Σχήμα 7.4: Τρόπος επίδρασης διατμητικών δυνάμεων

Μία ακόμα περίπτωση είναι η τοιχοποιία να μην εφάπτεται σε όλο το ύψος του υποστυλώματος, δηλαδή το ύψος της να είναι μικρότερο από αυτό του υποστυλώματος και να διακόπτεται η τοιχοποιία. Αυτά τα κενά τα οποία εμφανίζονται καθ ύψος της κατασκευής ονομάζονται κοντά υποστυλώματα



Σχήμα 7.5: Περίπτωση εμφάνισης κοντών υποστυλωμάτων

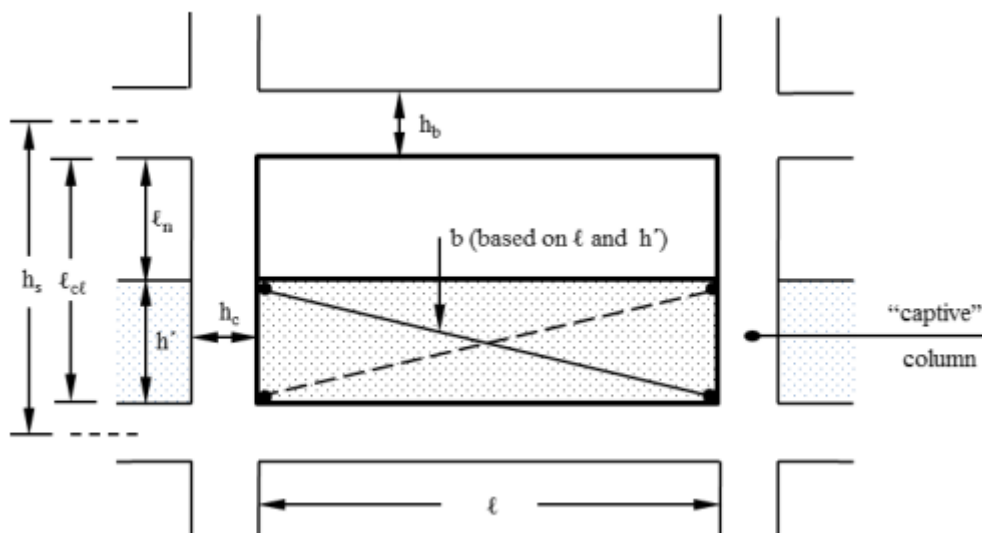
Αυτό έχει ως αποτέλεσμα, να επηρεάζεται η σχετική μετακίνηση ολόκληρου του ορόφου, εντός του υποστυλώματος στο τμήμα το οποίο είναι αδέσμευτο από την τοιχοποιία. Τα κοντά υποστυλώματα εμφανίζουν μικρό μοχλοβραχίονα εξαιτίας της ροπής προς την τέμνουσα. Ακόμα ο μοχλοβραχίονας εξαιτίας της τέμνουσας ως προς το ύψος της διατομής είναι και αυτός μικρός Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα κοντά υποστυλώματα να αστοχούν με δύο διαφορετικούς τρόπους. Είτε να έχουν και καμπτική

και διατμητική αστοχία είτε από καθαρή διάτμηση εξαιτίας της διαγώνιας θλίψης, η οποία είναι μεγάλη διότι το υποστύλωμα δεν παρουσιάζει κάποιας μορφής λυγηρότητας κατά την σεισμική διέγερση .

Η σημαντικότερη συνέπεια την οποία παρουσιάζει το φαινόμενο του κοντού υποστυλώματος, είναι πως ροπή λόγο κάμψης και η τέμνουσα, αυξάνονται όταν το ύψος του υποστυλώματος το οποίο δεν είναι τοιχοπληρωμένο μειώνεται. Ο Ευρωκώδικας 8 για να αντιμετωπίσει αυτό το φαινόμενο, εφαρμόζει κάποιες διατάξεις οι οποίες αφορούν την όπλιση των κοντών υποστυλωμάτων για κτίρια τα οποία έχουν υψηλή πλαστικότητα. Στην ουσία προτείνει να δημιουργηθεί μία πλαστική άρθρωση στο σημείο όπου σταματάει η τοιχοποιία. Η διαφορά για την εύρεση της τέμνουσας είναι μόνο ότι το ύψος αλλάζει και είναι μικρότερο.

$$V_b = (2\gamma R_d * M R_c) / (l_n) \quad (\text{εξ.7.6})$$

Μία ακόμα διαφορά είναι πως θεωρούμε ολόκληρο το ύψος του υποστυλώματος ότι βρίσκεται στην κρίσιμη περιοχή, με τους συνδετήρες να τοποθετούνται με διαφορετικό τρόπο. Οι συνδετήρες τοποθετούν με βάση την τέμνουσα σχεδιασμού και τους τοποθετούμε, όχι μόνο στο ύψος του υποστυλώματος στο οποίο δεν υπάρχει τοιχοποιία με ύψος l_n , αλλά και στο τμήμα που υπάρχει τοιχοποιία h_c .



Σχήμα 7.6: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά κοντών υποστυλωμάτων

Με τον ίδιο τρόπο θα πρέπει να αντιμετωπίζουμε και τις περιπτώσεις όπου η τοιχοποιία διακόπτεται κατά το μήκος της και επηρεάζει αρνητικά τις δοκούς του από κάτω πλαισίου

Εκτός όμως από την λύση που μπορεί να δώσει ο πολιτικός μηχανικός όσον αφορά την στατική επίλυση του φαινομένου, υπάρχει και μία αρχιτεκτονική αντιμετώπιση του προβλήματος.

Τα πρώτο πράγμα που θα πρέπει να γίνει είναι να μετακινήσουμε την τοιχοπλήρωση ώστε αυτή να μην έρχεται σε επαφή με το πλαίσιο. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με την αλλαγή στην διαμόρφωση των ανοιγμάτων. Δηλαδή το άνοιγμα για παράδειγμα ενός παραθύρου θα είναι πιο μικρό ώστε το υποστύλωμα να περιλαμβάνεται από τοιχοποιία και να μην είναι τελείως εκτεθειμένο. Με αυτό τον τρόπο εφαρμόζουμε και τον διαγώνιο θλιπτήρα από την μία γωνία μέχρι την άλλη.

Εάν δεν θέλουμε να μικρύνουμε του άνοιγμα του παραθύρου υπάρχει και ένας άλλος σχεδιαστικός τρόπος. Ο άλλος τρόπος είναι να εισάγουμε τοιχώματα στο δομικό μας σύστημα στα σημεία που θα έχουμε τα κοντά υποστυλώματα. Τα τοιχώματα έχουν μεγαλύτερη δυσκαμψία και μπορούν να αναλάβουν το 50% της τέμνουσας βάσης ως προς την διεύθυνση των τοιχοπληρώσεων. Ουσιαστικά η αλλαγή της διατομής των υποστυλωμάτων τα οποία βρίσκονται σε μερική επαφή με την τοιχοποιία, αυξάνουν την δυσκαμψία τους και είναι πιο ισχυρά και γι αυτό δεν επηρεάζονται καθόλου από την αρνητική επίδραση της τοιχοπλήρωσης στα ανοίγματα. Με αυτόν τον τρόπο το υποστυλώμα είναι ικανό να εξουδετερώσει την εφαπτόμενη τέμνουσα εξαιτίας της τοιχοπλήρωσης, πριν καν αυτό φτάσει στην οριακή κατάσταση αστοχίας τους.



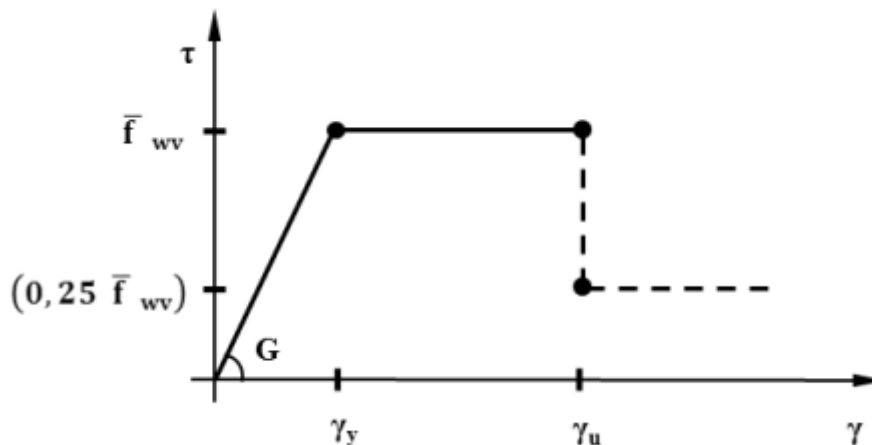


Εικόνα 7.2: Περιπτώσεις αστοχίας κοντών υποστυλωμάτων

7.6 Προσημείωση διατμητικού φατνώματος

Όταν χρησιμοποιούμε αυτήν την μέθοδο προσομοίωσης τότε θεωρούμε την τοιχοποιία ως ένα διατμητικό φάτνωμα. Δηλαδή ένα στοιχείο του πλαισίου, το οποίο θα έχει τέσσερις κόμβους, οι οποίοι θα είναι στα ίδια σημεία που είναι και οι κόμβοι τους πλαισίου το οποίο το οποίο τοιχοπληρώνουμε. Αυτό το φάτνωμα θα έχει μία συγκεκριμένα συμπεριφορά, η οποία εκφράζεται από ένα διάγραμμα διατμητικών τάσεων και γωνιακών παραμορφώσεων. Το διάγραμμα αυτό εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από δύο σημαντικούς παράγοντες. Ο πρώτος είναι η επιρροή της ανάκλισης, καθώς και της εντός επιπέδου περίσφιξης την οποία προσφέρει η τοιχοποιία στο πλαίσιο.

Υπάρχει όμως μία διαφορά στο διάγραμμα όταν το μελετάμε από διαφορετικές στάθμες επιτελεστικότητας A και B.



Διάγραμμα 7.1: Διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων για στάθμη B

Τις γωνιακές παραμορφώσεις γ_y και γ_u μπορούμε να τις βρούμε από τις σχέσεις:

$$\gamma_y = (1 \text{ έως } 1,5) * 10^3 * (1/h + h/l) \quad (\text{εξ. 7.7})$$

$$\gamma_u = (2 \text{ έως } 3,5) * 10^{-3} * (1/h + h/l) \quad (\text{εξ. 7.8})$$

$$\text{Όπου } (1/h + h/l) = l^2/h$$

Στην στάθμη επιτελεστικότητας Α έχουμε έλλειψη ακριβέστερων στοιχείων και για αυτό μπορούν να ληφθούν αυξημένες αντιστάσεις κατά 50%. Ακόμα για περιπτώσεις άοπλης τοιχοποιίας, ο κανονισμός προτείνει να μην υπάρχει αντοχή μετά την αστοχία της τοιχοποιίας.

Για τον έλεγχο διάτμησης λαμβάνουμε υπόψη τον Ευρωκώδικα 6 ο οποίος μας δίνει την μέση διατμητική αντοχή της τοιχοποιίας. Στο σημείο το οποίο γίνεται ο έλεγχος είναι στο μέσω ύψος του φαντώματος.

Η αντιστοίχιση δυστημσίας του ΕΑρ με την δυστένεια της θλιβόμενης διαγωνίου φαντώματος δίδεται από την σχέση:

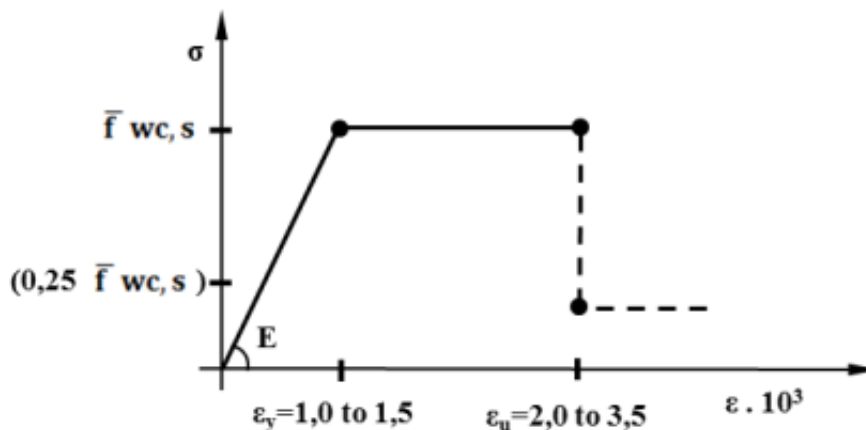
$$EA\rho = GA\varphi / [(\cos\alpha) 2 \cdot \sin\alpha] \quad (\text{εξ.7.9})$$

Όπου α είναι η γωνία της θλιβόμενης διαγωνίου

7.7 Προσομοίωση διαγωνίου θλιπτήρα

Σε αυτού του τύπου την προσομοίωση η τοιχοπλήρωση θεωρείται ως μία θλιβόμενη ράβδος η οποία έχει ένα συγκεκριμένο πλάτος και έχει διαγώνια διεύθυνση, η οποία είναι ίδια με αυτήν του σεισμού.

Η διαγώνια ράβδος έχει αρχή και τέλος στους κόμβους του πλαισίου, στο οποίο έχουμε την τοιχοπλήρωση. Υπάρχουν όμως διαφορές οι οποίες παρατηρούνται στις αξονικές δυνάμεις των εξωτερικών υποστυλωμάτων. Αυτές οι αξονικές είναι μικρότερες από τις αξονικές δυνάμεις οι οποίες προκαλούνται από τα κατακόρυφα φορτία. Οι διαφορές όμως αυτές μπορούμε και να τις παραλείψουμε διότι είναι μικρές. Ακόμα παρατηρούμε διαφορές και στις αξονικές δυνάμεις στα δοκάρια, οι οποίες μικρή τιμή και αυτές μπορούμε εξίσου να τις παραλείψουμε. Υπάρχει μόνο μία περίπτωση στην οποία δεν μπορούμε να παραλείψουμε τις διαφορές αυτές. Είναι όταν η θλιβόμενη διαγώνιος δεν αρχίζει ή τελειώνει στους κόμβους των δοκών με το υποστύλωμα, αλλά σε κάποιο ενδιάμεσο σημείο αυτών των δύο.



Διάγραμμα 7.2: Διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων θλιβόμενης διαγωνίου.

7.7.1 Πάχος θλιβόμενης διαγωνίου

Αυτή η μέθοδος προσομοίωσης θεωρεί πως τοιχοποιία μετατρέπεται σε ένα διαγώνιο γραμμικό στοιχείο του οποίο ενεργοποιείται όταν η τοιχοποιία θλίβεται. Η θλιβόμενη διαγώνιος αυτή, εκφράζει την ελαστική δυσκαμψία που έχει μία άοπλη τοιχοποιία. Οι

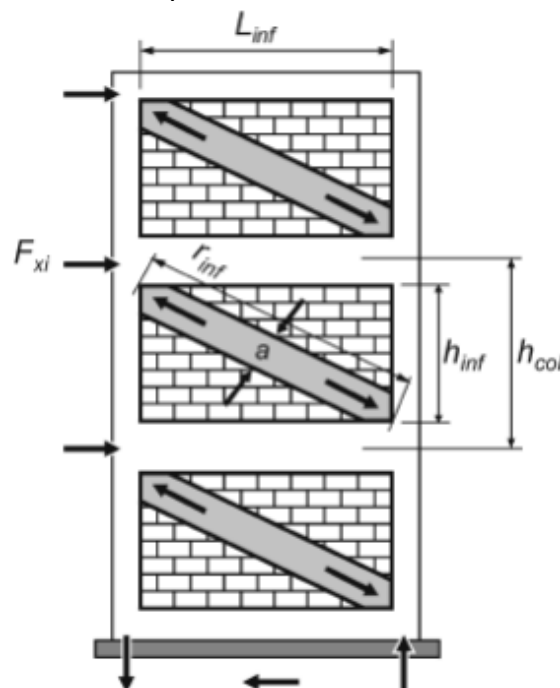
τάσεις των τοιχοπληρώσεων οι οποίες έχουν παρθεί από διαφορετικούς τύπους ανοιγμάτων, παίζουν καθοριστικό ρόλο στις ιδιότητες που θα έχει η θλιβόμενη διαγώνιος. Σε καινούριες, αλλά και παλιές τοιχοπληρώσεις, η δυσκαμψία θεωρείται ίδια. Το γραμμικό αυτό στοιχείο θα έχει ένα πάχος, του οποίου εξαρτάται από το πάχος της που θα έχει η τοιχοπλήρωση. Ο ΚΑΝΕΠΕ για περιπτώσεις όπου έχουμε ενιαίες τοιχοπληρώσεις, το ισοδύναμο πάχος της διαγωνίου το παίρνουμε ίσο με το συνολικό πάχος. Σε περίπτωση όμως που έχουμε ανεπαρκείς συνδέσμους το ισοδύναμο πάχος το βρίσκουμε από την σχέση:

$$t_{\text{eff}} = \frac{1}{2}(t_1 + t_2) \quad (\text{εξ 7.10})$$

Όπου t_2 και t_1 είναι τα πάχη στις παρειές για μη επαρκή σύνδεση.

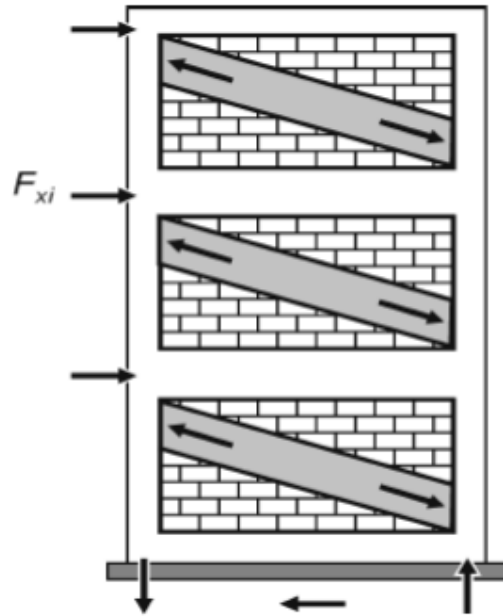
Όπως έχει ήδη αναφερθεί η θλιβόμενη διαγώνιος εφάπτεται στους κόμβους του πλαισίου. Αυτή η επιφάνεια επαφής, καθορίζει και το πλάτος της. Κατά την διάρκεια του σεισμού παρατηρούμε οριζόντιες μετακινήσεις στο πλαίσιο. Αυτό σημαίνει πως όσο μεγαλύτερες είναι αυτές οι μετακινήσεις, τόσο μικρότερο γίνεται το πλάτος. Όταν το πλαίσιο καταπονείται από τον σεισμό, έχει την τάση να αποκολληθεί από την τοιχοπλήρωση. Τα σημεία στα οποία παρατηρείται η αποκόλληση είναι στην κάτω πλευρά του ενός υποστυλώματος και στο πάνω μέρος του απέναντι υποστυλώματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργούνται θλιπτικές τάσεις στο πλαίσιο και στην τοιχοπλήρωση στις αντιδιαμετρικές διαγώνιες γωνίες. Η θλιβόμενη διαγώνιος η οποία εφάπτεται σε αυτά τα συγκεκριμένα σημεία, εκφράζει την δυσκαμψία την οποία προσφέρει η τοιχοπλήρωση στο πλαίσιο. Εάν το πάχος είναι ίδιο με το μέτρο ελαστικότητας, τότε αυτό που μας νοιάζει είναι να υπολογίσουμε είναι το πλάτος της. Ο τρόπος που θα τοποθετηθεί η θλιβόμενη διαγώνιος είναι σημαντικός για την ανάλυση του κτιρίου. Οι τρόποι που μπορούμε να τους τοποθετήσουμε είναι ο έκκεντρος και ο ομόκεντρος.

Εάν τοποθετηθεί ομόκεντρα τότε οι δυνάμεις που επιβάλλονται στα υποστυλώματα και στις δοκούς, δεν μπορούν να αναπαριστούν.



Σχήμα 7.7: Ομομετρική τοποθέτηση διαγωνίου στο πλαίσιο

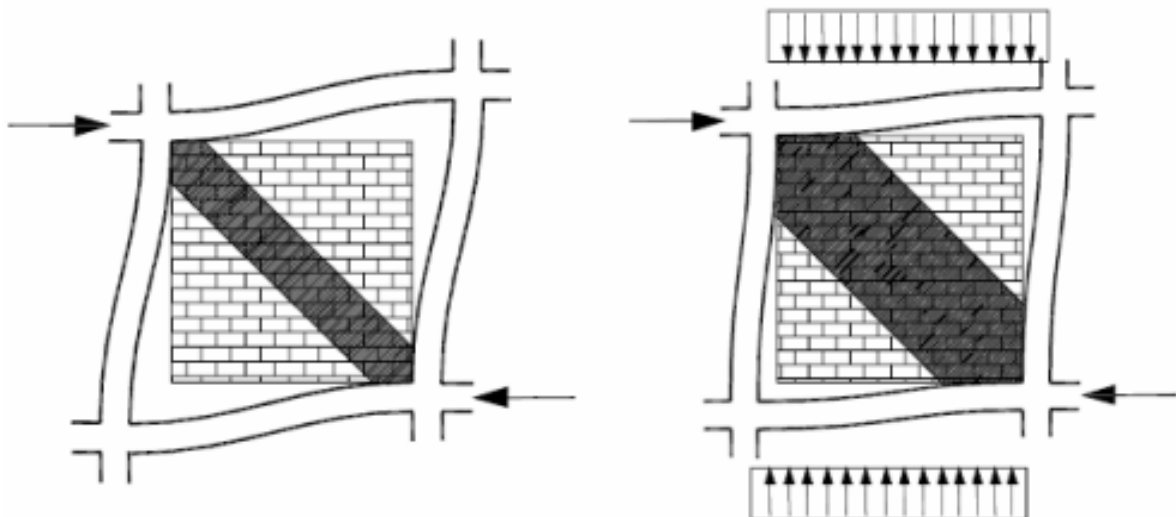
Όταν τοποθετήσουμε έκκεντρα την θλιβόμενη διαγώνιο τότε μπορούμε να λάβουμε υπόψη τις επιδράσεις αυτές άμεσα στα υποστυλώματα.



Σχήμα 7.8: Έκκεντρη τοποθέτηση θλιβόμενης διαγωνίου

7.7.2 Πλάτος θλιβόμενης διαγωνίου

Υπάρχουν μερικές περιπτώσεις όπου η αλληλεπίδραση του πλαισίου με την τοιχοπλήρωση δεν μπορούμε να τα αντιμετωπίσουμε. Μία τέτοια περίπτωση είναι η επίδραση των κατακόρυφων φορτίων, στην ικανότητα των τοιχοπληρώσεων να συμβάλουν στην δυσκαμψία του πλαισίου. Η αιτία είναι διότι το μήκος επαφής μεταξύ του πλαισίου και της τοιχοπλήρωσης δεν είναι ίδιο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μεγαλώσει το πλάτος της διαγωνίου w σε σχέση με τα πλαίσια χωρίς την επιβολή των κατακόρυφων φορτίων



Σχήμα 7.9: Επίδραση των κατακόρυφων φορτίων και την τοιχοπλήρωσης

Ο κανονισμός επεμβάσεων σε περιπτώσεις όπου έχουμε έλλειψη ακριβέστερων στοιχείων, θα εκτιμάται η ισορροπία που θα υπάρχει μεταξύ των δυνάμεων και των παραμορφώσεων. Το πλάτος της διαγωνίου εξαρτάται από τις επιτρεπόμενες βλάβες που

θα υπάρχουν στο πλαίσιο, δηλαδή από την στάθμη επιτελεστικότητας. Επομένως το πλάτος το οποίο θα αντιστοιχεί στην στάθμη επιτελεστικότητας B, δηλαδή στις σημαντικές βλάβες θα δίνεται από το τύπο.

$$W \approx 0.15 L \quad (\text{εξ.7.11})$$

Όπου L είναι το μήκος του διαγώνιου θλιπτήρα

Κατά καιρούς έχουν γίνει πάρα πολλές έρευνες για την εύρεση του πλάτους και έχουν βρεθεί πολλοί διάφοροι τύποι για τον υπολογισμό του.

Ο Ευρωκώδικας 8 θεωρεί πως το πλάτος της διαγωνίου είναι ίση με ένα ποσοστό από το καθαρό μήκος της.

$$b = L_{cl} / \cos \theta \quad (\text{εξ.7.12})$$

Το θ είναι η γωνία που σχηματίζεται από την θλιβόμενη διαγώνιο με το οριζόντιο επίπεδο.

Η εξίσωση η οποία επικράτησε τόσο από το FEMA-274 όσο και στον FEMA-306 διότι είναι πιο δημοφιλής με την πάροδο των χρόνων είναι η εξίσωση του Mailstone

$$w = \frac{0.175 L d}{\cos \theta (\lambda H)^{0.4}} \quad (\text{εξ. 7.13})$$

$$\text{Όπου} \quad \lambda = \left(\frac{E w t_w \sin 2\theta}{4 E c I_c H_{cl}} \right)^{1/4} \quad (\text{εξ. 7.14})$$

E_w : Είναι το μέτρο ελαστικότητας της τοιχοπλήρωσης το οποίο σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 6 είναι από 500 έως 1000 φορές την θλιπτική αντοχή της τοιχοποιίας

EI : Είναι η καμπτική δυσκαμψία των υποστλωμάτων

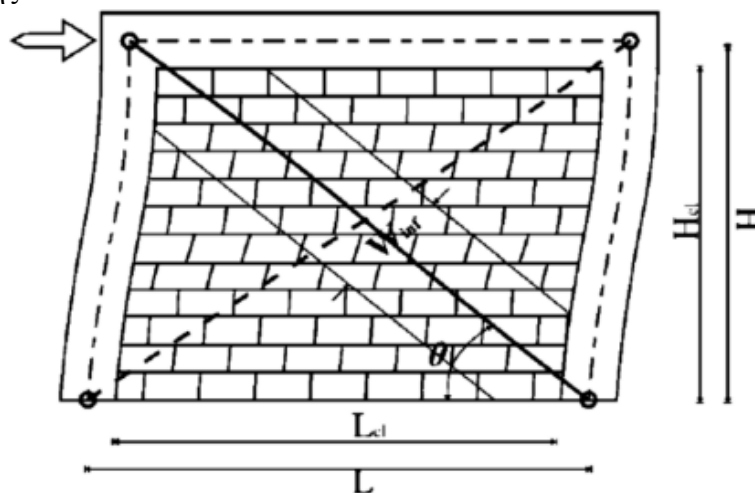
t_w : Το πάχος της τοιχοπλήρωσης και της θλιβόμενης διαγωνίου

H_{cl} : Είναι το ύψος της τοιχοπλήρωσης

$\theta = \tan^{-1} (H_{cl} / L_{cl})$ Είναι η κλίση της διαγωνίου προς την οριζόντια διεύθυνση

L_{cl} : Είναι η οριζόντια διάσταση της τοιχοπλήρωσης

I_c : Είναι η ροπή αδράνειας του υποστυλώματος ως προς την διεύθυνση της τοιχοπλήρωσης



Σχήμα 7.10: Πλάτος διαγώνιου θλιπτήρα

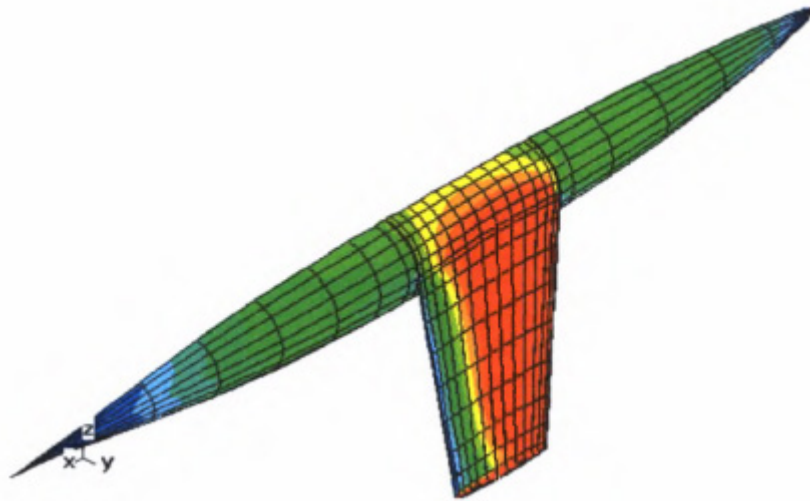
Κεφάλαιο 8: Μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων

8.1 Ιστορική αναδρομή

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε για πρώτη φορά το 1909 από τον Γερμανό μαθηματικό Ritz και ο Ρώσος μαθηματικός Galerkin το 1915 μελέτησε βάθος την μέθοδο. Η απουσία όμως του ηλεκτρονικού υπολογιστή ήταν σημαντική και για αυτό τον λόγο η μέθοδος αναπτύχθηκε παραπάνω, αλλά ούτε διαδόθηκε. Κατά την διάρκεια του δευτέρου παγκοσμίου πολέμου υπήρχαν πολλά προβλήματα στην κατασκευή και βελτιστοποίηση των αεροσκαφών και αυτό το πρόβλημα υπήρξε η αφορμή για την ανάπτυξη της μεθόδου. Ο HERNIKOFF έκανα τα πρώτα σημαντικά βήματα το 1941, προσεγγίζοντας το πεδίο με τις ισοδύναμες δοκούς, δημιούργησε μία μέθοδο για το πρόβλημα της ελαστικότητας. Το 1943 ο Γερμανός μαθηματικός Courant, επιχείρησε να μειώσει τις απαιτούμενες διαφορικές εξισώσεις, με σκοπό την λύση των στρεπτικών καταπονήσεων στα μηχανικά συστήματα, χρησιμοποιώντας την μέθοδο αριθμητικής Rayleigh-Ritz. Όμως δεν μπόρεσε να εφαρμόσει την δική του θεωρία, διότι δεν υπήρχε ο υπολογιστής.

Το 1952 οι R. Clough και J. Turner επικεντρώθηκαν στις ορθογωνικές περιοχές. Κατά κύριο λόγο ασχολήθηκαν με την επιρροή των στρεπτικών και καμπτικών συντελεστών ελαστικότητας στα φτερά των αεροσκαφών. Όλη αυτήν η μελέτη για την μοντελοποίηση της κατασκευής, τους οδήγησε στα τριγωνικά στοιχεία.

Ο Ιωάννης Αργύρης εργάστηκε ως ερευνητής στην Αγγλία στην εταιρία Royal Aeronautical Society και ασχολήθηκε με τα προβλήματα δομοστατικών αεροναυπηγών μηχανικής. Ασχολήθηκε με την κατασκευή των πρώτων αεριοθούμενων μαχητικών αεροσκαφών. Αυτά τα αεροσκάφη εξαιτίας της μεγάλης ταχύτητας που ανέπτυσαν, έπρεπε να είχαν κεκλιμένα πτερύγια προς τα πίσω. Αυτό το οποίο χρησιμοποίησε ήταν τα τριγωνικά στοιχεία, όπου οι πρώτες εφαρμογές έγιναν στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές εκείνης της εποχής, οι οποίοι είχαν την δυνατότητα να χειρίζονται αλγεβρικά συστήματα μέχρι και 64 αγνώστους



Σχήμα 8,1: Πρόβλημα των κεκλιμένων πτερυγίων

Η εξέλιξη των υπολογιστών είχε ως αποτέλεσμα την διαχείριση μεγαλύτερου όγκου δεδομένων, καθώς και στην αύξηση της ταχύτητας εκτέλεσης των αριθμητικών πράξεων. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα ολοένα μεγαλύτερη ανάπτυξη των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων του μηχανικού τα οποία θεωρούνταν απροσπέλαστα.

Η επίσημη ονομασία πεπερασμένα στοιχεία έγινε για πρώτη φορά το 1960 από καθηγητή Clough του πανεπιστημίου University of California Berkeley. Ο σκοπός ήταν περιγραφούν τα μικρά τεμάχια για την προσέγγιση μία επιφάνειας. Το πρώτο βιβλίο πεπερασμένων στοιχείων γράφτηκε το 1967 από τους Zienkiewicz και Cheung. Τα πρώτα πεπερασμένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν τα επίπεδη έντασης ή παραμόρφωσης και στην συνέχεια σε διάφορες μορφές, όπως στοιχεία κελυφών, τρισδιάστατα στοιχεία κ.λπ. Ακόμα τα πεπερασμένα χρησιμοποιήθηκαν σε πολλές περιπτώσεις προβλημάτων όπως, δυναμικής συμπεριφοράς, λυγισμού, στην γραμμική ελαστική περιοχή και σε μη γραμμική απόκριση και συμπεριφοράς υλικού.

Τα πεπερασμένα στοιχεία δεν απλοποίησαν απλώς τις πολύπλοκες μαθηματικές πράξεις, αλλά ήταν και μία αφορμή για την ανάπτυξη ειδικών προγραμμάτων εφόσον χρειάζεται υπολογιστική ισχύ για την επίλυσή τους. Τα πρώτα εμπορικά υπολογιστικά πακέτα έκανα την εμφάνισή τους το 1970 όπως τα NASTRAN, SAP και άλλα στην μοντελοποίηση του φορέα μέσω υπολογιστή. Από το 1970 μέχρι και σήμερα έχουν γίνει πολλές και μεγάλες αλλαγές για την ανάπτυξη της μεθόδου, όχι μόνο σε κατασκευαστικά προβλήματα, αλλά και στην βελτίωση των υπολογιστικών προγραμμάτων τα οποία βασίζονται σε αυτόν τον τύπο ανάλυσης.

Την μέθοδο αυτή, άρχισαν να την χρησιμοποιούν από το 1980 οι μηχανικοί, ακόμα και μικρές επιχειρήσεις και πανεπιστήμια, με αποτέλεσμα η ανάπτυξή τους να είναι συνυφασμένη με αυτή τον υπολογιστών. Στην συνέχεια η ολοκλήρωση των προγραμμάτων πήρε διαφορετικό χαρακτήρα ως προς την γραφική απεικόνιση και στην δημιουργία των προγραμμάτων CAD.

Το 1990 αρχίζει και βρίσκει εφαρμογή σε πολύπλοκα προγράμματα ρευστομηχανικής, και η επεξεργασία των προβλημάτων να γίνεται όλο και πιο δυνατή, την χρήση υπολογιστή με μεγάλη επεξεργαστική ισχύ, χρησιμοποιώντας πολλούς επεξεργαστές ταυτόχρονα. Σήμερα οι επεξεργαστικές δυνατότητες είναι πάρα πολύ μεγάλες στα έργα του πολιτικού μηχανικού. Τα αποτελέσματα είναι πιο άμεσα και αποτελεσματικά στον υπολογισμό των μητρώων, ενώ έχει βελτιωθεί και σχεδίαση κτιρίων καθώς έχουν βελτιωθεί τα γραφικά των υπολογιστών.

Είναι δύσκολο να βρεθεί η προέλευση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, καθώς οι μαθηματικές προσεγγίσεις, όπως και οι διάφορες άλλες προσεγγίσεις, εντάσσονται στην μητρική ανάλυση.

8.2 Γενικά στοιχεία

Τα πεπερασμένα στοιχεία είναι μία αριθμητική μέθοδος, την οποία την χρησιμοποιούμε για να επιλύουμε πολύπλοκα μαθηματικά προβλήματα, της φυσικής, των εφαρμοσμένων μαθηματικών και της μηχανικής. Ορισμένοι από τους κλάδους στους οποίους απευθύνεται η μέθοδος αυτή είναι, η ανάλυση των κατασκευών, στον τομέα της ρευστομηχανικής, του ηλεκτρομαγνητισμού ή της μετάδοσης της θερμότητας. Στην ουσία εστιάζει στην δημιουργία ενός μοντέλου, μία κατασκευής ή ενός στοιχείου του οποίου θέλουμε να εξετάσουμε το οποίο θα έχει όλα τα προβλήματα τα οποία θα εμφανίσει σε πραγματική κλίματα. Η μοντελοποίηση του όμως είναι δαπανηρή και χρονοβόρα διαδικασία. Η αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών, μπορεί να γίνει με την χρήση μαθηματικών εξισώσεων. Αυτό μπορεί να βοηθήσει και η ανάπτυξη της υπολογιστικής δύναμης, μέσω της οποίας επιτυγχάνονται οι υπολογιστικές μεθοδολογίες. Οι εξισώσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται είναι ολοκληρωτικές και αλγεβρικές. Μία μαθηματική διατύπωση ενός προβλήματος μπορεί να γίνει με ποικίλα μαθηματικά μοντέλα. Βέβαια αυτό εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό και από την φύση του προβλήματος που εξετάζουμε. Υπάρχουν κάποιες κατηγορίες προβλημάτων τα οποία ονομάζονται και οριακών τιμών. Δηλαδή προσπαθούμε να λύσουμε ένα τμήμα, ή μία περιοχή ενός σώματος ή μίας περιοχής, με σκοπό να ικανοποιούνται ορισμένες οριακές συνθήκες. Οι κατηγορίες αυτών των προβλημάτων είναι:

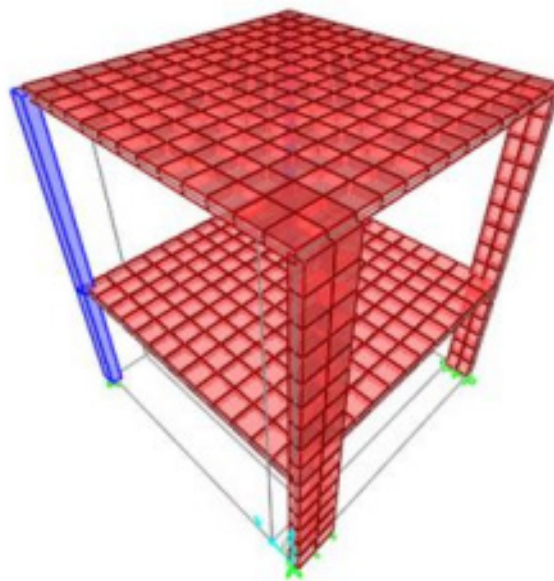
- Ισορροπία ή σταθερή κατάσταση
- Προβλήματα διατομών
- Διαδιδόμενα ή μεταβατικά προβλήματα

Η λύση αυτών των εξισώσεων μπορεί να γίνει μόνο εάν οι καταπονήσεις και τα γεωμετρικά σχήματα είναι απλά στην δομή τους. Η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι απαραίτητη, διότι μέσω αυτών μπορούμε να εφαρμόσουμε τις υπολογιστικές μεθοδολογίες, χάρη στις οποίες μπορούμε να υπολογίσουμε τις εξισώσεις αυτές. Τέλος η επίλυση που κάνουν οι αριθμητικές μέθοδοι είναι προσεγγιστικές. Στον κλάδο του πολιτικού μηχανικού, οι πιο γνωστές αριθμητικές μέθοδοι είναι:

1. Μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων
2. Μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών
3. Μέθοδος των συνοριακών στοιχείων
4. Μέθοδος των συνοριακών όγκων

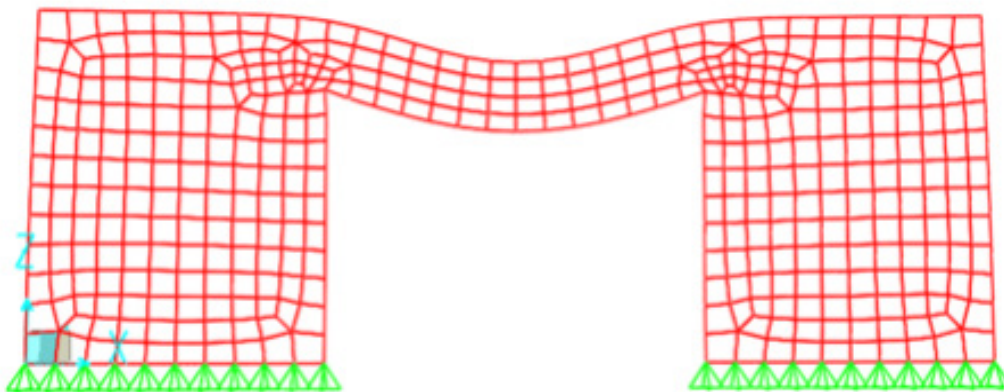
Αυτές οι αριθμητικές μέθοδοι έχουν τα μειονεκτήματα και πλεονεκτήματα. Το να επιλέξουμε όμως την καταλληλότερη μέθοδο θα πρέπει να λάβουμε υπόψη το είδος και την πολυπλοκότητα του προβλήματος που εξετάζουμε κάθε φορά. Και οι τέσσερις αυτές μέθοδοι μπορούν να περιγράψουν με διαφορετικές εξισώσεις, κάθε είδους πρόβλημα που θα χρειαστεί να λύσουμε. Ακόμη οι μέθοδοι χρησιμοποιούν ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων της μορφής $Ku = p$, όπου τα K , p περιγράφονται με την μορφή μητρώων και διανυσμάτων και προσδιορίζονται από τα δεδομένα του κάθε προβλήματος, ενώ το u είναι οι άγνωστες παράμετροί του.

Ο στόχος των πεπερασμένων στοιχείων είναι να μπορέσουμε σε μία κατασκευή πραγματικής κλίμακας να προσομοιώσουμε την στην συμπεριφορά της. Αυτό μπορούμε να το κάνουμε με την δημιουργία πιο απλών και μικρών στοιχείων τα οποία μπορεί να έχουν δύο ή περισσότερες διαστάσεις. Όταν συνδέονται μεταξύ τους, δημιουργούν έναν πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Για να προσημειώσουμε την κατασκευή θα χρειαστεί να δημιουργήσουμε έναν πεπερασμένο αριθμό συνεχών μεταβλητών. Οι μεταβλητές αυτές είναι οι μετατοπίσεις που υπάρχουν σε κάθε κόμβο. Τα πρόβλημα το οποίο έχουμε να αντιμετωπίσουμε είναι ένα συνεχές πρόβλημα.



Σχήμα 8.2: Προσομοίωση μονώροφου κτιρίου

Αλλά αυτές οι μετατοπίσεις βρίσκονται στο εσωτερικό των στοιχείων και είναι πλήρως εξαρτώμενοι από τις μετατοπίσεις οι οποίες βρίσκονται στους κόμβους, με αποτέλεσμα να μετατρέπεται σε διακριτό το πρόβλημα. Όταν γνωρίζουμε τις μετατοπίσεις στους κόμβους τότε μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε τις τάσεις, τις παραμορφώσεις σε κάθε σημείο της κατασκευής, καθώς και τις αντιδράσεις που υπάρχουν στις στηρίξεις.



Σχήμα 3.3: Προσομοίωση πλαισίου με στοιχεία επίπεδης έντασης

8.2.1 Προβλήματα ισορροπίας

Αυτό που πρέπει να κάνουμε όταν έχουμε να αντιμετωπίσουμε ένα πρόβλημα ισορροπίας, αρχικά θα πρέπει να βρούμε την μετατόπιση σε μία σταθερή κατάσταση ή σε μία σταθερή κατανομή των δυνάμεων. Αυτό το κάνουμε σε περιπτώσεις που έχουμε διάχυση θερμότητας και συμπαγής κατασκευής.

Στον τομέα των πολιτικών μηχανικών έχουμε προβλήματα ισορροπίας όπως:

- Στατική ανάλυση δικτυωμάτων
- Στατική ανάλυση πλαισίων
- Λυγισμένων πλακών
- Στεγών
- Τοίχων
- Γεφυρών

8.2.1 Προβλήματα ιδιοτιμών

Για να μπορέσουμε να λύσουμε ένα τέτοιο πρόβλημα αρχικά θα πρέπει να υπολογίσουμε την ιδιοσυχνότητα της κατασκευής, καθώς και την φόρτιση στην οποία θα αστοχήσει. Στην συνέχεια θα πρέπει να διαμορφώσουμε ένα σχέδιο με βάση του οποίου θα λειτουργήσει η κατασκευή. Αυτού του είδους τα προβλήματα τα ονομάζουμε σταθερής κατάστασης. Στην εύρεση των ιδιοτιμών, ο παράγοντας χρόνος δεν είναι σημαντικός. Τα ονομάζουμε έτσι, διότι κατά την διαδικασία διαμόρφωσης τους, καθορίζονται οι τιμές των παραμέτρων τους.

Στον κλάδο του πολιτικού μηχανικού τέτοια προβλήματα είναι:

- Στατικότητα κατασκευών
- Ιδιοσυχνότητες κατασκευών
- Συχνότητες λειτουργίας

8.2.1 Μεταβατικά προβλήματα

Σε αντίθεση με τα προβλήματα των ιδιοτιμών, στα μεταβατικά ο χρόνος είναι πολύ σημαντικός. Τα προβλήματα που έχουμε να αντιμετωπίσουμε είναι, το πώς ανταποκρίνεται ένα σύστημα όταν αυτό το υποβάλουμε σε μία σεισμική φόρτιση, η οποία μεταβάλλεται σε σχέση με τον χρόνο. Στον κλάδο των πολιτικών μηχανικών μεταβατικά προβλήματα μπορεί να είναι:

- Κυματική μορφή διέγερσης
- Απόκριση των κατασκευών όταν υπόκειται σε μη περιοδική φόρτιση

8.3 Διακριτό σύστημα

Κατά τον δέκατο και εικοστό αιώνα, στα πλαίσια της κατασκευής, διεξήχθησαν έρευνες μέσα από τις οποίες προέκυψε το διακριτό σύστημα. Ο Navier στις αρχές του 19^{ου} αιώνα ασχολήθηκε με το διακριτό σύστημα και ο Clebsch και άλλοι επιστήμονες αργότερα εξέλιξαν το σύστημα στην σύγχρονη μορφή του. Τον 20^ο αιώνα οι Southwell και Cross εισήγαγαν την επαναληπτική διαδικασία, η οποία έφερε μία επανάσταση στον κλάδο των πολιτικών μηχανικών. Στην συνέχεια τα μητρώα ήταν ακόμα πιο σημαντικά

για τη δημιουργία εξισώσεων, διότι ήταν μία συνεχής επαναληπτική διεργασία και η τελική μορφή της παρουσιαζόταν με την μορφή ενός πίνακα.

Στον κόσμο του πολιτικού μηχανικού υπάρχει μία συγκεκριμένη μεθοδολογία την οποία πρέπει να ακολουθήσει για να βρει την λύση στα προβλήματα τα οποία έχουν διακριτό χαρακτήρα. Αρχικά θα πρέπει να υπολογίσει τις σχέσεις δύναμης προς μετατόπισης το οποίο το βρίσκουμε για κάθε στοιχείο της κατασκευής. Μετά θα πρέπει να διατηρήσουμε την ισορροπία σε κάθε κόμβο των τμημάτων που την έχουμε χωρίσει. Η μεθοδολογία αυτή βασίζεται στο διακριτό σύστημα. Ο τρόπος με τον οποίο διαχειριζόμαστε τα διακριτά προβλήματα, μπορεί να μας δώσει τον ορισμό των πεπερασμένων, δηλαδή ως μία διαδικασία για το πρέπει να προσεγγίσουμε ένα πρόβλημα.

Ο πρώτος είναι πως χωρίζουμε τον φορέα σε έναν αριθμό στοιχείων, των οποίων η συμπεριφορά εξαρτάται από έναν αριθμό παραμέτρων.

Η δεύτερη είναι πως η λύση με την μέθοδο αυτή, έχουν τους ίδιους κανόνες με αυτά των διακριτών προβλημάτων.

Ακόμα αυτό το οποίο είναι πάρα πολύ σημαντικό στην διακριτοποίηση είναι ο τύπος του προβλήματος. Δηλαδή εάν αυτό μπορούμε να χαρακτηρίσουμε γραμμικό ή μη γραμμικό.

Ένα πρόβλημα μπορεί να χαρακτηριστεί γραμμικό εάν ο αριθμός των εξωτερικών δράσεων, όπως είναι οι δυνάμεις αυξηθούν, τότε η επίδραση αυτών των δυνάμεων που είναι οι μετατοπίσεις, θα αυξηθούν και αυτές με τον ίδιο ρυθμό. Δηλαδή η σχέση που θα υπάρχει μεταξύ των δυνάμεων και των μετατοπίσεων θα είναι γραμμική. Όταν δεν ισχύει αυτή η σχέση, τότε θεωρείται μη γραμμικό

8.4 Διαφορές Αναλυτικής μεθόδου και μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων

Αρχικά υπάρχουν δύο κύριες διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων. Η πρώτη είναι στον τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζουν μια κατασκευή και η δεύτερη αφορά την διαδικασία επίλυσης. Όταν έχουμε μία γεωμετρία η οποία είναι πολύπλοκη, αναλυτική μέθοδος δυσκολεύεται πολύ στο να αντιμετωπίσει τα προβλήματα που υπάρχουν. Ακόμα δεν έχουν βρεθεί εξισώσεις οι οποίες να μπορούν να καλύπτουν όλα αυτά τα φυσικά φαινόμενα, καθώς το υπολογιστικό κόστος το οποίο απαιτείται είναι πολύ υψηλό. Αντίθετα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι ικανή να καλύψει ότι κενό μπορεί να υπάρξει από την αναλυτική μέθοδο.

Φυσικά υπάρχει διαφορά στον τρόπο με τον οποίο προσεγγίζουν την κατασκευή οι δύο αυτές μέθοδοι. Η αναλυτική χαρακτηρίζει την κατασκευή ως συνεχή, και πως μπορούμε να την περιγράψουμε με κοινές εξισώσεις, οι οποίες μπορούν να είναι είτε τμηματικές, είτε συνεχείς. Τα πεπερασμένα στοιχεία από την άλλη έχουν μία πιο αριθμητική προσέγγιση στην συμπεριφορά της κατασκευής. Δηλαδή αναπαριστά την κατασκευή ως ένα σύνολο επιμέρους στοιχείων και η σύνδεσή τους γίνεται χρησιμοποιώντας εξισώσεις συνέχειας. Στον κάθε κόμβο της κατασκευής, αυτό που θέλουμε να υπολογίσουμε είναι τα ζητούμενα μεγέθη, των οποίων η επίλυση γίνεται συνδυαστικά με τις εξισώσεις, καθώς και με τις εξισώσεις ισορροπίας για κάθε στοιχείο. Τέλος όταν αναλύουμε μία κατασκευή με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, θα πρέπει να λάβουμε υπόψη ολόκληρη την κατασκευή και όχι κάποιο τμήμα της, πράγμα το οποίο συμβαίνει στην αναλυτική μέθοδο.

8.5 Βασικά βήματα των πεπερασμένων στοιχείων.

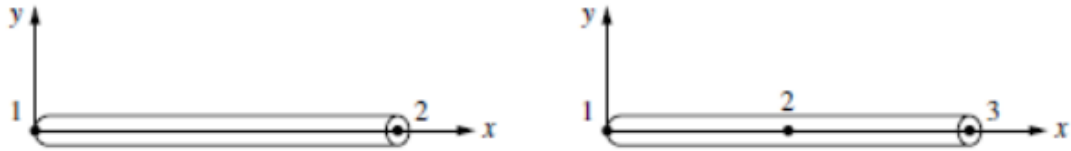
Υπάρχουν δύο τρόποι να παρουσιάσουμε την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ο ένας είναι απλός και ο άλλος είναι σύνθετος. Ο απλός τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε τις βασικές γνώσεις της κλασικής στατικής. Ο άλλος τρόπος είναι ο πιο μαθηματικός, χρησιμοποιώντας ως βάση διάφορες ενεργειακές και παραλλακτικές αρχές. Στις μέρες τα πεπερασμένα στοιχεία διατυπώνονται με κάποια συγκεκριμένα βήματα, ενώ η μορφή την οποία χρησιμοποιούμε είναι η άμεση μέθοδος στιβαρότητας. Αντίθετα εάν χρησιμοποιούσαμε την κλασική στατική η επίλυση του κάθε φορέα, θα έπρεπε να λάβει υπόψη τρεις συνθήκες:

- 1) Συνθήκες ισορροπίας των εντατικών μεγεθών: Θα πρέπει να υπάρχει μία ισορροπία μεταξύ των φορτίων που επιβάλλονται στην κατασκευή και των αναπτυσσόμενων εντατικών μεγεθών.
- 2) Συνθήκες συμβιβασμού: Ονομάζονται και γεωμετρικές συνθήκες και ασχολούνται με τις συνοριακές συνθήκες τις οποίες τις λαμβάνει υπόψη για τις μετακινήσεις των διαφόρων σημείων του φορέα.
- 3) Συνθήκες υλικής συμπεριφοράς: Συνδέουν τις παραμορφώσεις με τις εντάσεις.

8.5.1 Βήμα1 : Διακρητιποίηση των πεπερασμένων στοιχείων

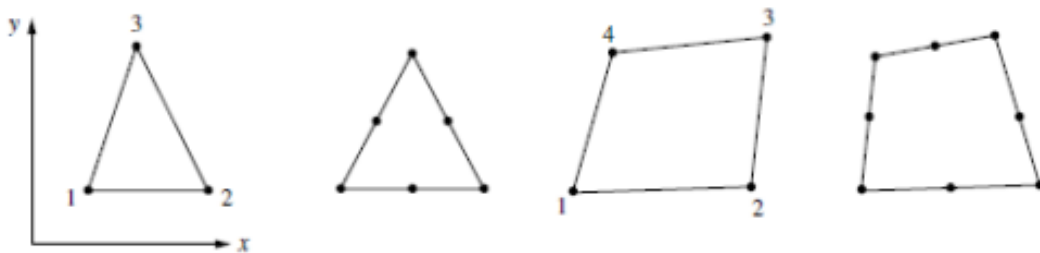
Στο πρώτο βήμα παίρνουμε το συνολικό σύστημα και το σπάμε σε μικρότερα τμήματα, και η σύνδεση τους γίνεται μέσω των κόμβων οι οποίοι ονομάζονται και πεπερασμένα στοιχεία. Η φύση που θα έχει το κάθε πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε καθώς και η κρίση του κάθε μηχανικού, καθορίζουν σημαντικά κάποιες παραμέτρους που θα λάβουμε υπόψη όπως, το είδος τους, το μέγεθός τους και το σύνολο των στοιχείων του. Το μέγεθός του παίζει σημαντικό ρόλο και θα πρέπει να είναι κάπου στην μέση, δηλαδή ούτε πολύ μεγάλα, αλλά ούτε και πολύ μικρά. Θα πρέπει να είναι τόσο μικρά ώστε να είναι ικανά ώστε να δώσουν τα σωστά αποτελέσματα. Αλλά θα πρέπει να είναι και τόσο μεγάλα, ώστε να μην χρειάζονται μεγάλη υπολογιστική δύναμη. Για την επιλογή των αποτελεσμάτων αυτό που κάνουμε είναι πως εάν δούμε μία σταθερότητα στα αποτελέσματα, τότε επιλεγούμε αυτά τα πεπερασμένα που έχουν μεγαλύτερο μέγεθος. Εάν τα αποτελέσματα παρουσιάζουν μεταβολές τότε επιλέγουμε τα πεπερασμένα μικρότερου μεγέθους. Το επιλέξουμε τον σωστό τύπο των πεπερασμένων στοιχείων είναι πάρα πολύ σημαντικό διότι σε διαφορετική περίπτωση τα αποτελέσματα που θα πάρουμε θα έχουν μεγάλη απόκλιση από την πραγματικότητα και δεν είναι σωστό σαν προσημείωση. Γιαντό η λύση θα παρθεί από δύο παράγοντες, όπως είναι η απόκλιση που θα υπάρχει και είναι στην κρίση του μελετητή, καθώς και από την φύση του προβλήματος που εξετάζει και αυτό θα παίζει σημαντικό ρόλο για τον τύπο των πεπερασμένων που θα επιλέξει ο ίδιος.

Τα πεπερασμένα στοιχεία μπορούμε να τα διακρίνουμε ανάλογα με το πόσες διαστάσεις θα εξετάζουμε κάθε φορά. Το πρώτο είδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι τα απλά γραμμικά μίας διάστασης, τα οποία έχουν δύο με τρεις κόμβους και προσημειώνουν ράβδους ή δοκούς. Συνήθως τα πεπερασμένα στοιχεία τα οποία χρησιμοποιούνται είναι δακτύλιοι σταθερής διατομής.



Σχήμα 8.4: Γραμμικά στοιχεία μίας διάστασης

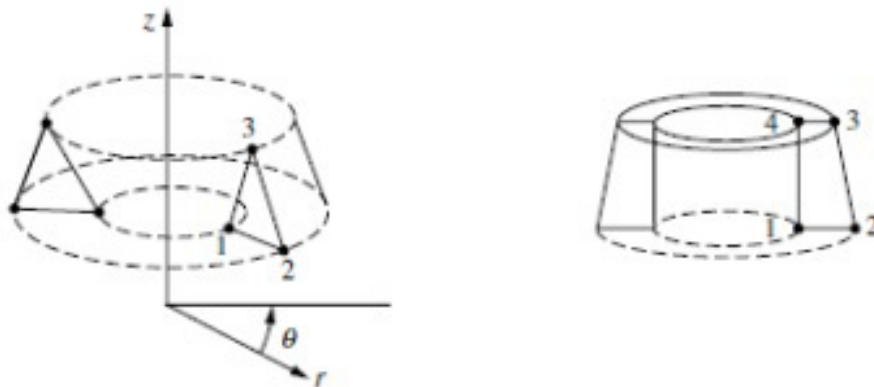
Η δεύτερη κατηγορία είναι τα πεπερασμένα δύο διαστάσεων, των οποίων το σχήμα είναι τετράγωνα ή τρίγωνα τα οποία υπόκεινται σε φορτία επίπεδης έντασης ή επίπεδης παραμόρφωσης



Σχήμα 8.5: Τριγωνικά και τετραγωνικά πεπερασμένα στοιχεία δύο διαστάσεων

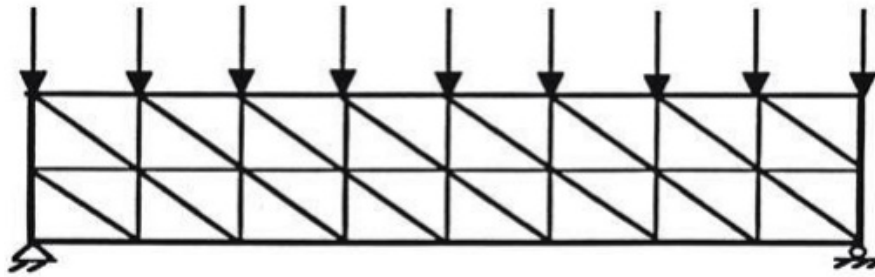
Η Τρίτη κατηγορία είναι τα πεπερασμένα των οποίων το σχήμα είναι τετράεδρα και εξάεδρα. Αποτελούν τα πιο κοινά πεπερασμένα.

Και στις τρεις κατηγορίες υπάρχουν μερικά κοινά στοιχεία, όπως είναι οι κόμβοι στις γωνίες του κάθε σχήματος καθώς και οι ενδιάμεσοί τους, οι οποίοι είναι στα στοιχεία ανωτέρας τάξεως. Οι φορείς οι οποίοι μπορούν να περιστραφούν εντός του επιπέδου τους, από έναν σταθερό άξονα ονομάζονται αξονοσυμετρικοί.

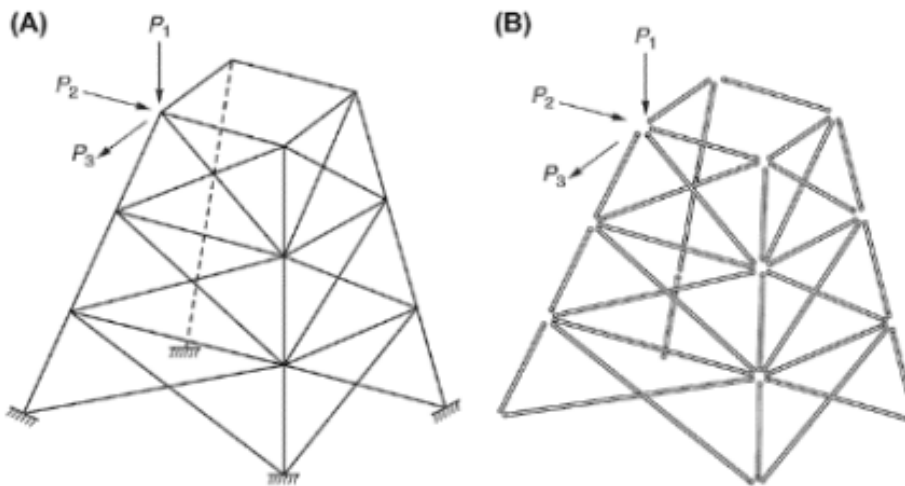


Σχήμα 8.6: Στοιχεία αξονοσυμετρίας

Το σχήμα όμως των πεπερασμένων επιλέγεται και σχεδιάζεται με βάση την φύση του προβλήματος. Εάν πρέπει ο μελετητής να κάνει ανάλυση σε μία κατασκευή, τότε αυτήν θα την επιμερίσουμε με ράβδους ή γραμμικά στοιχεία.



Σχήμα 8.7: Διακριτοποίηση δοκού με τριγωνικά στοιχεία.



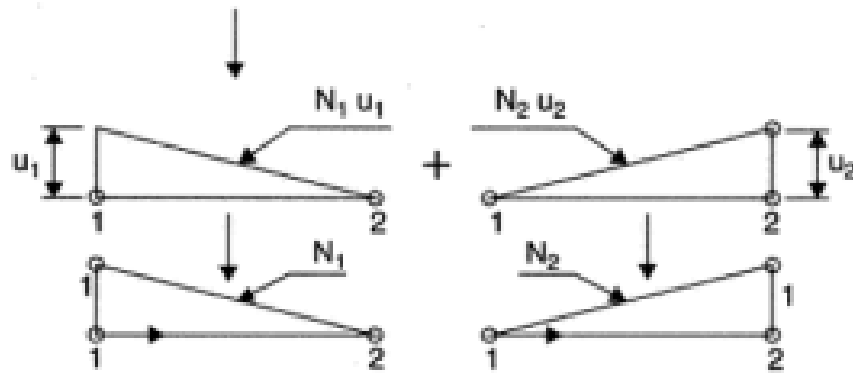
Σχήμα 8.8: Προσομοίωση κατασκευής με ραβδωτά στοιχεία

8.5.2 Βήμα 2: Επιλογή κατάλληλων συναρτήσεων παρεμβολής

Σε αυτό το βήμα θα γίνει επιλογή κατάλληλων πρότυπων και σχηματισμών για την κατανομή της άγνωστης μεταβλητής u για το καθένα στοιχείο. Αυτή η άγνωστη ποσότητα είναι διαφορετική και κάθε είδους πρόβλημα. Δηλαδή η θερμοκρασία για τα προβλήματα ροής θερμοκρασίας, ηλεκτρική ισχύς για τα ηλεκτροστατικά προβλήματα και μετατόπιση για τα προβλήματα τάσεων παραμορφώσεων. Το σχήμα που μπορεί να έχουν οι συναρτήσεις αυτές είναι είτε γραμμικό, είτε τριγωνικό, ή τετραγωνικό, ή κυβικό πολώνυμο. Για κάθε ένα στοιχείο, υπάρχουν κόμβοι οι οποίοι μπορούν να εκφραστούν με την μορφή συνάρτησης:

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + \dots + N_n u_n \quad (\text{εξ. 8,1})$$

$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$ είναι τα άγνωστα στοιχεία των κόμβων ενώ τα $N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$ είναι οι συναρτήσεις παρεμβολής σχήματος. Η ακρίβεια της λύσης εξαρτάται από το τι συνάρτηση θα επιλέξουμε.



Σχήμα 8.9: Συναρτήσεις προσέγγισης με άγνωστο το u

8.5.3 Βήμα 3: Εξαγωγή μητρώου στιβαρότητας και εξισώσεων

Σε αυτό το βήμα θα πρέπει να σχηματίσουμε το μητρώο στιβαρότητας $[K^{(e)}]$ καθώς και του διανύσματος φόρτισης $P^{(e)}$. Αυτά θα πρέπει να βρούμε για κάθε ένα πεπερασμένο στοιχείο. Ο πιο εύκολος τρόπος για να μορφώσουμε τις ιδιότητες του κάθε πεπερασμένου στοιχείου, είναι η άμεση μέθοδος και είναι αυτή που χρησιμοποιούμε. Άλλες μέθοδοι οι οποίες υπάρχουν αλλά δεν χρησιμοποιούνται τόσο πολύ είναι η αρχή των δυνατών έργων καθώς και η μέθοδος των σταθμισμένων υπολοίπων.

- *Άμεση μέθοδος ισορροπίας*
Αρχικά η εφαρμογή αυτή της μεθόδου γίνεται σε ραβδωτά στοιχεία ή σε δοκούς. Είναι μία απλή μέθοδος η οποία παίρνει το μητρώο δυσκαμψίας και το μετατρέπει σε εξισώσεις ισορροπίας της κατασκευής.
- *Μέθοδος των σταθμικών υπολοίπων*
Αυτήν η μέθοδος εστιάζει στην λύση διαφορικών εξισώσεων η οποία επιτυγχάνεται με την θεώρηση του των δοκιμαστικών συναρτήσεων για τις χαρακτηριστικές μετατοπίσεις του προβλήματος.
- *Αρχή των δυνατών έργων*
Η αρχή των δυνατών έργων υπολογίζει δύο βασικά πράγματα δηλαδή, την εσωτερική ενέργεια της κατασκευής και τις εξωτερικές φορτίσεις, υπό την επίδραση των οποίων ο φορέας όταν παραμορφώνεται δημιουργεί την εσωτερική ενέργεια. Η μέθοδος αυτή λόγω της απλότητάς της μπορεί να εφαρμοστεί σε δισδιάστατα και τρισδιάστατα στοιχεία.

8.5.4 Βήμα 4: Σύνθεση του μητρώου στιβαρότητας, μάζας και διανυσμάτων

Αυτό το βήμα μετατρέπει το μητρώο στιβαρότητας από το τοπικό σύστημα στο γενικό σύστημα συντεταγμένων. Επιπλέον μπορούμε να εισάγουμε και τις συνοριακές συνθήκες, όπως τις μετατοπίσεις, τις δυνάμεις, τις θερμοκρασίες κ.λ.π. Εφόσον έχουμε

χωρίσει την κατασκευή μας σε έναν αριθμό από στοιχεία, θα πρέπει να συνθέσουμε τις εξισώσεις ισορροπίας των διάνυσμάτων διέγερσης και των μητρώων.

$$[\mathbf{K}] \cdot \mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (\text{εξ.8.1})$$

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \dots & K_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{Bmatrix}$$

- Το $[\mathbf{K}]$ είναι το ολικό μητρώο στιβαρότητας.
- Το \mathbf{d} είναι το διάνυσμα της διέγερσης των κόμβων
- Το \mathbf{F} είναι το διάνυσμα των φορτίσεων στους κόμβους

8.5.5 Βήμα 5: Επίλυση των άγνωστων βαθμών ελευθερίας

Σε αυτό το βήμα ασχολούμαστε με τις εξισώσεις ισορροπίας που βρήκαμε στο προηγούμενο βήμα και επιβάλλουμε σε αυτές τις συνοριακές συνθήκες που υπάρχουν στο πρόβλημα.

Όταν ένα πρόβλημα το οποίο αντιμετωπίζουμε είναι μη γραμμικό, τότε θα πρέπει να ασχοληθούμε με το μητρώο στιβαρότητας $[\mathbf{K}]$ καθώς και με το διάνυσμα φόρτισης.

8.6 Σφάλματα των πεπερασμένων στοιχείων

Όταν λέμε πως στα πεπερασμένα στοιχεία έχουμε κάποιο σφάλμα, ουσιαστικά εννοούμε ότι δεν έχουμε συμβατότητα στα αποτελέσματα μεταξύ της μεθόδου των πεπερασμένων και του μαθηματικού μοντέλου. Αυτό μπορεί να αποφεύγει από τον μελετητή γνωρίζοντας τις πηγές των σφαλμάτων και με βάση αυτές να μπορεί να ενεργήσει ανάλογα. Βέβαια τα σφάλματα μπορούμε να τα κατηγοριοποιήσουμε σε τρεις μεγάλες κατηγορίες.

8.6.1 Σφάλμα κατά την μοντελοποίηση

Αυτό του είδους το σφάλμα αναφέρεται στην διαδικασία κατά την οποία παίρνουμε το πρόβλημα το οποίο θέλουμε να λύσουμε στην φυσική του μορφή και το μετατρέπουμε στην μαθηματική του διατύπωση. Πιο συγκεκριμένα μπορεί να υπάρξει σφάλμα είτε στις ιδιότητες των υλικών, είτε κατά την διάρκεια που καθορίζουμε τις συνοριακές συνθήκες, είτε κατά την εφαρμογή των φορτίων.

8.6.2 Σφάλμα διακριτοποίησης

Σε αυτό το στάδιο ο σκοπός είναι να δημιουργήσουμε το μοντέλο που θα αναλύσουμε. Για να γίνει αυτό θα πρέπει να χωρίσουμε την κατασκευή σε στοιχεία και είναι πολύ

σημαντικό να επιλέξουμε και τις σωστές διαστάσεις τους. Οι διαστάσεις είναι πολύ σημαντικές διότι αυτές καθορίζουν το πόσα στοιχεία θα έχει το μοντέλο που θα φτιάξουμε. Όσο πιο πολλά στοιχεία έχουμε στο μοντέλο τόσο πιο μεγαλύτερη είναι η ακρίβεια για τον προσδιορισμό της πραγματικής τιμής και ο χρόνος εντοπισμού και ανάλυσης αυξάνεται. Άρα οι διαστάσεις των στοιχείων καθορίζουν τον χρόνο που θα χρειαστεί για να επιλύσουμε το πρόβλημα, καθώς και την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων.

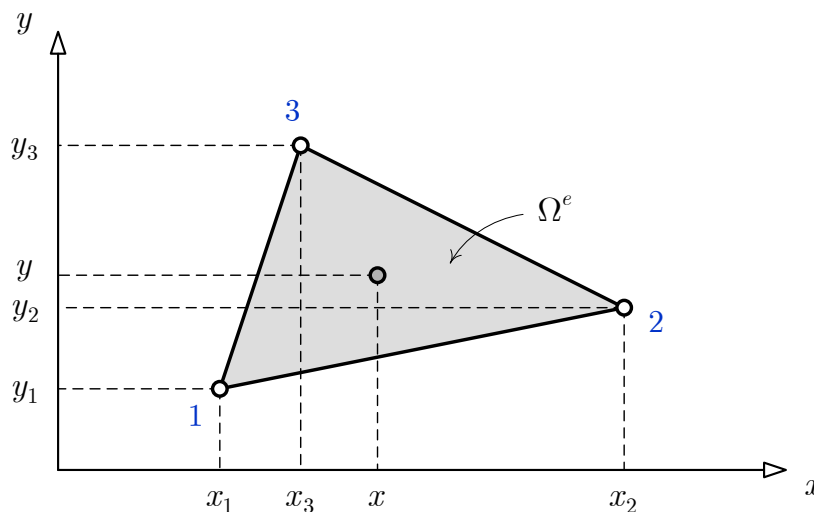
8.6.3 Αριθμητικό σφάλμα

Στον υπολογισμό της επίλυσης της μητρικής εξίσωσης $[K]*d = F$, οι πραγματικοί αριθμοί αποθηκεύονται με ακρίβεια σε έναν συγκεκριμένο αριθμό ψηφίων, τα οποία παίζουν καθοριστικό ρόλο στην εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων. Όσο πιο πολλές πράξεις γίνονται τόσο η ακρίβεια των αποτελεσμάτων γίνεται μικρότερη, αυτό έχει ως αποτέλεσμα να δημιουργηθεί υπολογιστικό σφάλμα.

Κεφάλαιο 9: Ανάλυση γραμμικού τριγωνικού στοιχείου

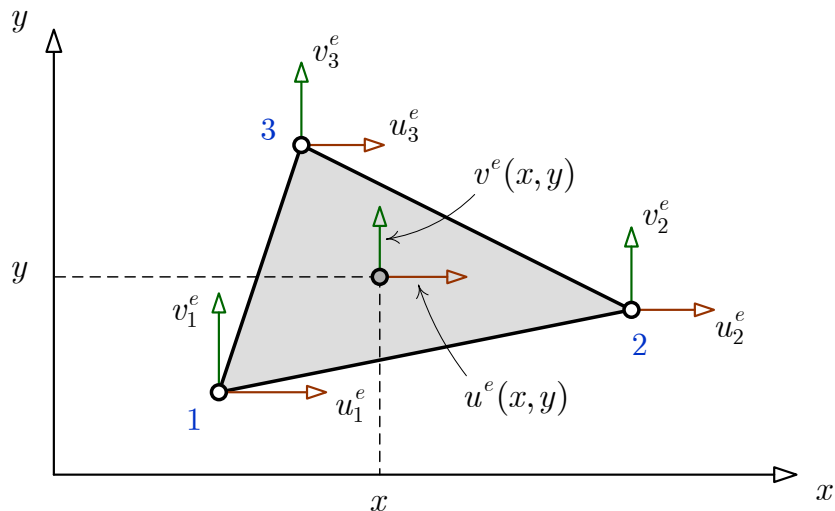
9.1 Συντεταγμένες των σημείων

Αφού έχει γίνει η διακριτοποίηση του φορέα που εξετάζουμε, στην συγκεκριμένη περίπτωση της τοιχοποιίας πλήρωσης, δημιουργούμε τριγωνικά στοιχεία σε όλη την επιφάνειά του. Αυτά τα στοιχεία έχουν κάποιες συντεταγμένες χ και ψ . Τα σημεία αυτά είναι στις τρεις γωνίες του τριγώνου, αλλά και στο κέντρο του.



Σχήμα 9.1: Συντεταγμένες τριγωνικού στοιχείου

Αφού οριστούν οι συντεταγμένες του, μετά θα πρέπει να οριστούν και οι μετατοπίσεις σε κάθε κόμβο του στοιχείου αλλά και στο κέντρο του. Αυτές οι επικόμβιες μετατοπίσεις θα έχουν συντεταγμένες και ως προς τις δύο διευθύνσεις. Για αυτές τις μετατοπίσεις θα δημιουργηθούν μητρώα.



Σχήμα9.2: Μετατοπίσεις του στοιχείου στους κόμβους και στο κέντρο του.

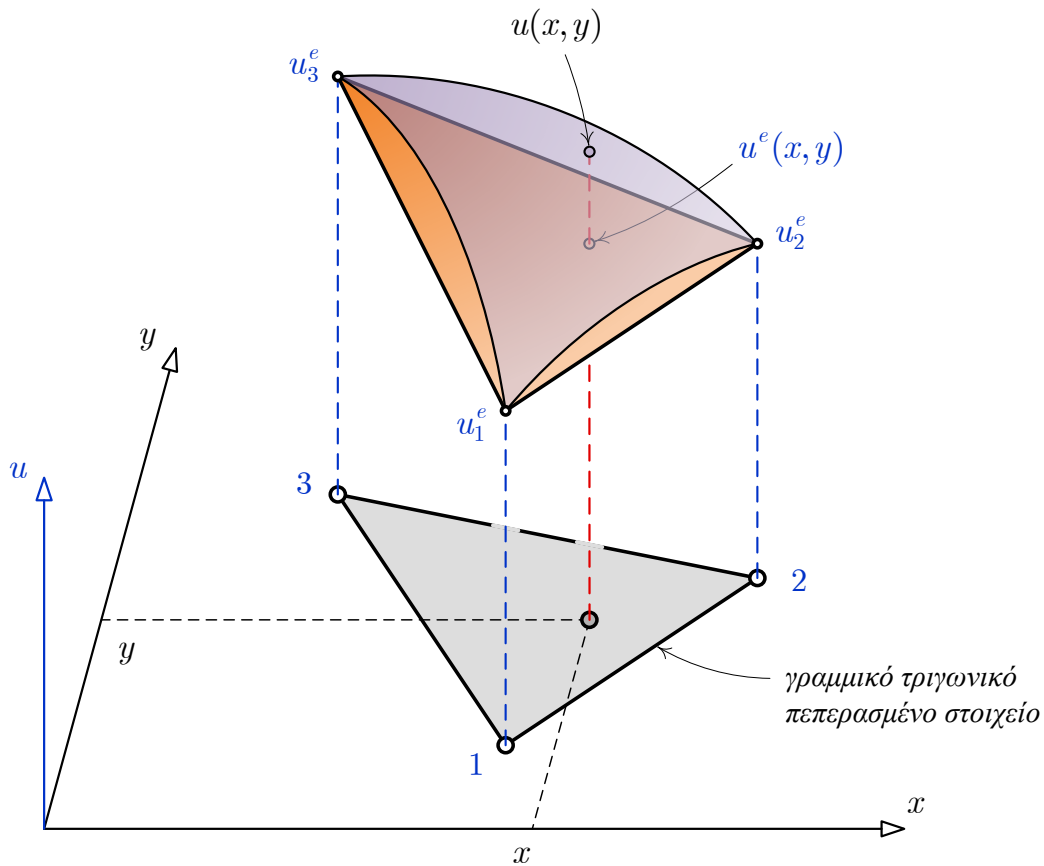
9.2 Μητρώο μετατοπίσεων ενός τυχαίου τριγωνικού στοιχείου

$$[D^e] = \begin{bmatrix} [u^e] \\ [v^e] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^e \\ u_2^e \\ u_3^e \\ v_1^e \\ v_2^e \\ v_3^e \end{bmatrix} \quad [\Delta^e] = \begin{bmatrix} u_1^e \\ v_1^e \\ u_2^e \\ v_2^e \\ u_3^e \\ v_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix}$$

Γραμμική μεταβολή των μετατοπίσεων οι οποίες βρίσκονται στο εσωτερικό του στοιχείου, e και οι συναρτήσεις σχήματος:

$$u^e(x, y) = u_1^e \psi_1^e(x, y) + u_2^e \psi_2^e(x, y) + u_3^e \psi_3^e(x, y)$$

$$v^e(x, y) = v_1^e \psi_1^e(x, y) + v_2^e \psi_2^e(x, y) + v_3^e \psi_3^e(x, y)$$



Ιδιότητες των συναρτήσεων σχήματος:

$$\psi_1^e(x_1, y_1) = 1, \quad \psi_1^e(x_2, y_2) = 0, \quad \psi_1^e(x_3, y_3) = 0$$

$$\psi_2^e(x_1, y_1) = 0, \quad \psi_2^e(x_2, y_2) = 1, \quad \psi_2^e(x_3, y_3) = 0$$

$$\psi_3^e(x_1, y_1) = 0, \quad \psi_3^e(x_2, y_2) = 0, \quad \psi_3^e(x_3, y_3) = 1$$

Γραμμική παρεμβολή των συναρτήσεων σχήματος στο τριγωνικό πεπερασμένο στοιχείο:

$$\begin{aligned} \psi_1^e(x, y) &= \frac{1}{2A^e} [x(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y) + x_3(y - y_2)] \\ &= \frac{1}{2A^e} [x(y_2 - y_3) + y(x_3 - x_2) + (x_2y_3 - x_3y_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_2^e(x, y) &= \frac{1}{2A^e} \left[x(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y) + x_1(y - y_3) \right] \\ &= \frac{1}{2A^e} \left[x(y_3 - y_1) + y(x_1 - x_3) + (x_3y_1 - x_1y_3) \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\psi_3^e(x, y) &= \frac{1}{2A^e} \left[x(y_1 - y_2) + x_1(y_2 - y) + x_2(y - y_1) \right] \\ &= \frac{1}{2A^e} \left[x(y_1 - y_2) + y(x_2 - x_1) + (x_1y_2 - x_2y_1) \right]\end{aligned}$$

Συμβολίζεται με h_e το πάχος και με A^e το εμβαδόν του τυπικού τριγωνικού στοιχείου:

$$2A^e = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)$$

$$a_{21} = x_2 - x_1, \quad b_{12} = y_1 - y_2$$

$$a_{32} = x_3 - x_2, \quad b_{23} = y_2 - y_3$$

$$a_{13} = x_1 - x_3, \quad b_{31} = y_3 - y_1$$

Άρα ισχύει :

$$A^e = \frac{1}{2} \left(x_1 b_{23} + x_2 b_{31} + x_3 b_{12} \right)$$

Σχέσεις αναηγμένων παραμορφώσεων και μετατοπίσεων

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Καταστατικές εξισώσεις του υλικού:

$$\sigma_x = C_{11} \varepsilon_x + C_{12} \varepsilon_y$$

$$\sigma_y = C_{12} \varepsilon_x + C_{22} \varepsilon_y$$

$$\tau_{xy} = C_{33} \gamma_{xy}$$

Οι συντελεστές C_{11} , C_{12} , C_{22} και C_{33} χαρακτηρίζουν το υλικό του τοίχου. Στην περίπτωση *ισότροπου υλικού* παίρνουν τις τιμές ($E_1 = E_2 = E$, $\nu_{12} = \nu_{21} = \nu$)

$$C_{11} = C_{22} = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad C_{12} = \frac{\nu E}{1-\nu^2}, \quad C_{33} = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

όπου E το μέτρο ελαστικότητας του υλικού, ν ο λόγος Poisson και G το μέτρο διάτμησης, ενώ στην περίπτωση *ορθότροπου υλικού* οι συντελεστές δίνονται από τις εκφράσεις

$$C_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \quad C_{33} = G_{12}$$

9.3 Μητρώα Στιβαρότητας του τυπικού πεπερασμένου στοιχείου

Από την πρώτη διαφορική εξίσωση, όπως αυτή γράφεται για τους τρεις κόμβους με τιμές $i = 1, 2, 3$ και εκφράζει την ισορροπία στη διεύθυνση x στους τρεις κόμβους, προκύπτει η μητρική σχέση:

$$\left[K^{e,11} \right] \left[u^e \right] + \left[K^{e,12} \right] \left[v^e \right] = \left[P^{e,1} \right] + \left[Q^{e,1} \right]$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} K_{11}^{e,11} & K_{12}^{e,11} & K_{13}^{e,11} \\ K_{21}^{e,11} & K_{22}^{e,11} & K_{23}^{e,11} \\ K_{31}^{e,11} & K_{32}^{e,11} & K_{33}^{e,11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^e \\ u_2^e \\ u_3^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}^{e,12} & K_{12}^{e,12} & K_{13}^{e,12} \\ K_{21}^{e,12} & K_{22}^{e,12} & K_{23}^{e,12} \\ K_{31}^{e,12} & K_{32}^{e,12} & K_{33}^{e,12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^e \\ v_2^e \\ v_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^{e,1} \\ P_2^{e,1} \\ P_3^{e,1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1^{e,1} \\ Q_2^{e,1} \\ Q_3^{e,1} \end{bmatrix}$$

$$[K^{e,11}] = \frac{h_e}{4A^e} \begin{bmatrix} (C_{11}b_{23}^2 + C_{33}a_{32}^2) & (C_{11}b_{23}b_{31} + C_{33}a_{32}a_{13}) & (C_{11}b_{23}b_{12} + C_{33}a_{32}a_{21}) \\ (C_{11}b_{23}b_{31} + C_{33}a_{32}a_{13}) & (C_{11}b_{31}^2 + C_{33}a_{13}^2) & (C_{11}b_{31}b_{12} + C_{33}a_{13}a_{21}) \\ (C_{11}b_{23}b_{12} + C_{33}a_{32}a_{21}) & (C_{11}b_{31}b_{12} + C_{33}a_{13}a_{21}) & (C_{11}b_{12}^2 + C_{33}a_{21}^2) \end{bmatrix}$$

$$[K^{e,12}] = \frac{h_e}{4A^e} \begin{bmatrix} (C_{12} + C_{33})b_{23}a_{32} & (C_{12}b_{23}a_{13} + C_{33}a_{32}b_{31}) & (C_{12}b_{23}a_{21} + C_{33}a_{32}b_{12}) \\ (C_{12}a_{32}b_{31} + C_{33}b_{23}a_{13}) & (C_{12} + C_{33})b_{31}a_{13} & (C_{12}b_{31}a_{21} + C_{33}a_{13}b_{12}) \\ (C_{12}a_{32}b_{12} + C_{33}b_{23}a_{21}) & (C_{12}a_{13}b_{12} + C_{33}b_{31}a_{21}) & (C_{12} + C_{33})b_{12}a_{21} \end{bmatrix}$$

Αναφορικά με τη δεύτερη διαφορική εξίσωση, γράφεται επίσης για τους τρεις κόμβους $i = 1, 2, 3$ εκφράζοντας την ισορροπία δυνάμεων στη διεύθυνση y στους κόμβους και η αντίστοιχη μητρική μορφή είναι:

$$[K^{e,21}] [u^e] + [K^{e,22}] [v^e] = [P^{e,2}] + [Q^{e,2}]$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} K_{11}^{e,21} & K_{12}^{e,21} & K_{13}^{e,21} \\ K_{21}^{e,21} & K_{22}^{e,21} & K_{23}^{e,21} \\ K_{31}^{e,21} & K_{32}^{e,21} & K_{33}^{e,21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^e \\ u_2^e \\ u_3^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11}^{e,22} & K_{12}^{e,22} & K_{13}^{e,22} \\ K_{21}^{e,22} & K_{22}^{e,22} & K_{23}^{e,22} \\ K_{31}^{e,22} & K_{32}^{e,22} & K_{33}^{e,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^e \\ v_2^e \\ v_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^{e,2} \\ P_2^{e,2} \\ P_3^{e,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1^{e,2} \\ Q_2^{e,2} \\ Q_3^{e,2} \end{bmatrix}$$

$$[K^{e,21}] = [K^{e,12}]^T$$

$$[K^{e,22}] = \frac{h_e}{4A^e} \begin{bmatrix} (C_{33}b_{23}^2 + C_{22}a_{32}^2) & (C_{33}b_{23}b_{31} + C_{22}a_{32}a_{13}) & (C_{33}b_{23}b_{12} + C_{22}a_{32}a_{21}) \\ (C_{33}b_{23}b_{31} + C_{22}a_{32}a_{13}) & (C_{33}b_{31}^2 + C_{22}a_{13}^2) & (C_{33}b_{31}b_{12} + C_{22}a_{13}a_{21}) \\ (C_{33}b_{23}b_{12} + C_{22}a_{32}a_{21}) & (C_{33}b_{31}b_{12} + C_{22}a_{13}a_{21}) & (C_{33}b_{12}^2 + C_{22}a_{21}^2) \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{c|c} [K^{e,11}] & [K^{e,12}] \\ \hline [K^{e,21}] & [K^{e,22}] \end{array} \right]_{6 \times 6} \begin{bmatrix} [u^e] \\ [v^e] \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \left[\begin{array}{c} [P^{e,1}] \\ [P^{e,2}] \end{array} \right]_{6 \times 1} + \left[\begin{array}{c} [Q^{e,1}] \\ [Q^{e,2}] \end{array} \right]_{6 \times 1}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} K_{11}^{e,11} & K_{12}^{e,11} & K_{13}^{e,11} & K_{11}^{e,12} & K_{12}^{e,12} & K_{13}^{e,12} \\ K_{21}^{e,11} & K_{22}^{e,11} & K_{23}^{e,11} & K_{21}^{e,12} & K_{22}^{e,12} & K_{23}^{e,12} \\ K_{31}^{e,11} & K_{32}^{e,11} & K_{33}^{e,11} & K_{31}^{e,12} & K_{32}^{e,12} & K_{33}^{e,12} \\ \hline K_{11}^{e,21} & K_{12}^{e,21} & K_{13}^{e,21} & K_{11}^{e,22} & K_{12}^{e,22} & K_{13}^{e,22} \\ K_{21}^{e,21} & K_{22}^{e,21} & K_{23}^{e,21} & K_{21}^{e,22} & K_{22}^{e,22} & K_{23}^{e,22} \\ K_{31}^{e,21} & K_{32}^{e,21} & K_{33}^{e,21} & K_{31}^{e,22} & K_{32}^{e,22} & K_{33}^{e,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^e \\ u_2^e \\ u_3^e \\ v_1^e \\ v_2^e \\ v_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^1 \\ \hline P_1^2 \\ P_2^2 \\ P_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1^1 \\ Q_2^1 \\ Q_3^1 \\ \hline Q_1^2 \\ Q_2^2 \\ Q_3^2 \end{bmatrix}$$

Μαζικές δυνάμεις

$$\begin{bmatrix} Q^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1^{e,1} \\ Q_2^{e,1} \\ Q_3^{e,1} \\ \hline Q_1^{e,2} \\ Q_2^{e,2} \\ Q_3^{e,2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Q^e \end{bmatrix} = \frac{h_e A^e}{3} \begin{bmatrix} q_x \\ q_x \\ q_y \\ q_y \\ q_y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} Q^e \end{bmatrix} = \frac{Q_1^{e,1}}{Q_1^{e,2}} = \frac{h_e A^e}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix}$$

Συνοριακές τάσεις

$$\begin{bmatrix} P^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^{e,1} \\ P_2^{e,1} \\ P_3^{e,1} \\ \hline P_1^{e,2} \\ P_2^{e,2} \\ P_3^{e,2} \end{bmatrix} = \frac{h_e}{2} \begin{bmatrix} t_x^{(12)} L_{12} + t_x^{(31)} L_{31} \\ t_x^{(12)} L_{12} + t_x^{(23)} L_{23} \\ t_x^{(23)} L_{23} + t_x^{(31)} L_{31} \\ \hline t_y^{(12)} L_{12} + t_y^{(31)} L_{31} \\ t_y^{(12)} L_{12} + t_y^{(23)} L_{23} \\ t_y^{(23)} L_{23} + t_y^{(31)} L_{31} \end{bmatrix} = \frac{h_e}{2} \begin{bmatrix} L_{12} & 0 & L_{31} & | & 0 & 0 & 0 \\ L_{12} & L_{23} & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{23} & L_{31} & | & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & L_{12} & 0 & L_{31} \\ 0 & 0 & 0 & | & L_{12} & L_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & L_{23} & L_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x^{(12)} \\ t_x^{(23)} \\ t_x^{(31)} \\ \hline t_y^{(12)} \\ t_y^{(23)} \\ t_y^{(31)} \end{bmatrix}$$

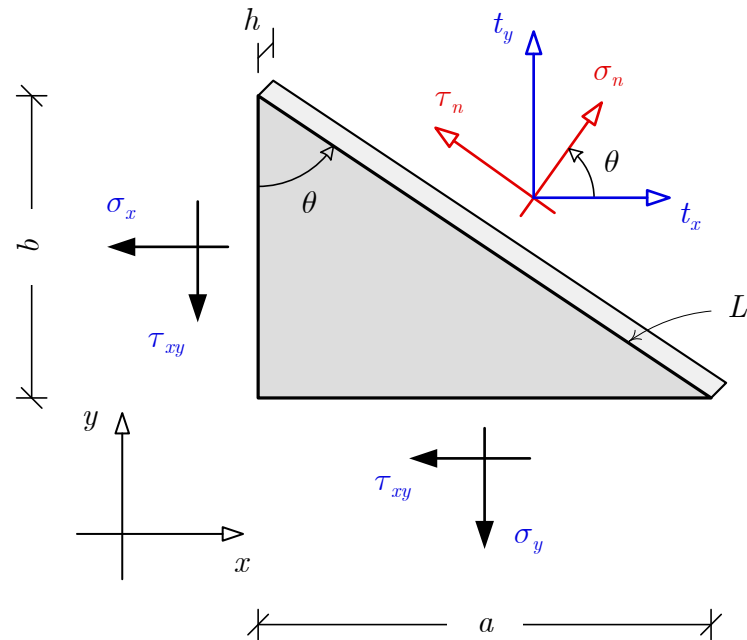
$$\begin{bmatrix} P^e \end{bmatrix} = \frac{h_e}{2} \begin{bmatrix} P_1^{e,1} \\ P_2^{e,1} \\ P_3^{e,1} \\ \hline P_1^{e,2} \\ P_2^{e,2} \\ P_3^{e,2} \end{bmatrix} = \frac{h_e}{2} \begin{bmatrix} L_{12} & 0 & L_{31} & | & 0 & 0 & 0 \\ L_{12} & L_{23} & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{23} & L_{31} & | & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & L_{12} & 0 & L_{31} \\ 0 & 0 & 0 & | & L_{12} & L_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & L_{23} & L_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x^{(12)} \\ t_x^{(23)} \\ t_x^{(31)} \\ \hline t_y^{(12)} \\ t_y^{(23)} \\ t_y^{(31)} \end{bmatrix}$$

Όπου

$$L_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{a_{21}^2 + b_{12}^2}$$

$$L_{23} = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2} = \sqrt{a_{32}^2 + b_{23}^2}$$

$$L_{31} = \sqrt{(x_1 - x_3)^2 + (y_1 - y_3)^2} = \sqrt{a_{13}^2 + b_{31}^2}$$



Σχήμα 9.3: Συνοριακές τάσεις σε μία πλευρά του τριγώνου

$$\cos \theta = \frac{b}{L}, \quad \sin \theta = \frac{a}{L}, \quad L = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Το διάνυσμα το οποίο είναι μοναδιαίο $\hat{\mathbf{n}}(n_x, n_y)$ είναι κάθετο στην πλευρά L

$$n_x = \cos \theta, \quad n_y = \sin \theta$$

Ισορροπία στις διευθύνσεις x και y :

$$t_x = \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y$$

$$t_y = \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y$$

9.4 Υπολογισμός των τάσεων στο εσωτερικό του τριγωνικού πεπερασμένου στοιχείου (κέντρο βάρους)

Σχέσεις ανοιγμένων παραμορφώσεων και μετατοπίσεων:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$u^e(x, y) = u_1^e \psi_1^e(x, y) + u_2^e \psi_2^e(x, y) + u_3^e \psi_3^e(x, y)$$

$$v^e(x, y) = v_1^e \psi_1^e(x, y) + v_2^e \psi_2^e(x, y) + v_3^e \psi_3^e(x, y)$$

Καταστατικές εξισώσεις του υλικού:

$$\sigma_x = C_{11} \varepsilon_x + C_{12} \varepsilon_y$$

$$\sigma_y = C_{12} \varepsilon_x + C_{22} \varepsilon_y$$

$$\tau_{xy} = C_{33} \gamma_{xy}$$

Θέση κέντρου βάρους

$$\psi_1^e(x_{κβ}^e, y_{κβ}^e) = \frac{1}{3} \quad \psi_2^e(x_{κβ}^e, y_{κβ}^e) = \frac{1}{3} \quad \psi_3^e(x_{κβ}^e, y_{κβ}^e) = \frac{1}{3}$$

Αυτές οι τρεις σχέσεις ισχύουν όταν το κέντρο βάρους από το τριγωνικό στοιχείο είναι στην θέση :

$$(x_{κβ}^e, y_{κβ}^e)$$

Οπότε έχουμε:

$$x_{\kappa\beta}^e = x_1^e \psi_1^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + x_2^e \psi_2^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + x_3^e \psi_3^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = \frac{x_1^e + x_2^e + x_3^e}{3}$$

$$y_{\kappa\beta}^e = y_1^e \psi_1^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + y_2^e \psi_2^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + y_3^e \psi_3^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = \frac{y_1^e + y_2^e + y_3^e}{3}$$

Στο κέντρο βάρους του τριγωνικού στοιχείου υπάρχουν και δύο ορθές τάσεις μία για κάθε διεύθυνση και μία διατμητική ως προς τον άξονα ψ

Ορθή τάση ως προς τον άξονα χ

$$\begin{aligned} \sigma_x &= C_{11} \varepsilon_x + C_{12} \varepsilon_y = C_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial v}{\partial y} \Rightarrow \sigma_x^e = C_{11} \frac{\partial u^e}{\partial x} + C_{12} \frac{\partial v^e}{\partial y} \\ &= C_{11} \frac{\partial}{\partial x} \left[u_1^e \psi_1^e(x, y) + u_2^e \psi_2^e(x, y) + u_3^e \psi_3^e(x, y) \right] \\ &\quad + C_{12} \frac{\partial}{\partial y} \left[v_1^e \psi_1^e(x, y) + v_2^e \psi_2^e(x, y) + v_3^e \psi_3^e(x, y) \right] \\ &= C_{11} \left[u_1^e \frac{\partial \psi_1^e(x, y)}{\partial x} + u_2^e \frac{\partial \psi_2^e(x, y)}{\partial x} + u_3^e \frac{\partial \psi_3^e(x, y)}{\partial x} \right] \\ &\quad + C_{12} \left[v_1^e \frac{\partial \psi_1^e(x, y)}{\partial y} + v_2^e \frac{\partial \psi_2^e(x, y)}{\partial y} + v_3^e \frac{\partial \psi_3^e(x, y)}{\partial y} \right] \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^e &= \frac{C_{11}}{2A^e} \left[u_1^e (y_2 - y_3) + u_2^e (y_3 - y_1) + u_3^e (y_1 - y_2) \right] \\ &\quad + \frac{C_{12}}{2A^e} \left[v_1^e (x_3 - x_2) + v_2^e (x_1 - x_3) + v_3^e (x_2 - x_1) \right] \end{aligned}$$

Ορθή τάση ως προς τον άξονα ψ

$$\sigma_y = C_{12} \varepsilon_x + C_{22} \varepsilon_y = C_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + C_{22} \frac{\partial v}{\partial y} \Rightarrow \sigma_y^e = C_{12} \frac{\partial u^e}{\partial x} + C_{22} \frac{\partial v^e}{\partial y} \Rightarrow$$

$$\sigma_y^e = \frac{C_{12}}{2A^e} \left[u_1^e (y_2 - y_3) + u_2^e (y_3 - y_1) + u_3^e (y_1 - y_2) \right] \\ + \frac{C_{22}}{2A^e} \left[v_1^e (x_3 - x_2) + v_2^e (x_1 - x_3) + v_3^e (x_2 - x_1) \right]$$

Διατμητική τάση ως προς τον άξονα ψ

$$\tau_{xy} = C_{33} \gamma_{xy} = C_{33} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Rightarrow \tau_{xy}^e = C_{33} \left(\frac{\partial u^e}{\partial y} + \frac{\partial v^e}{\partial x} \right) \Rightarrow$$

$$\tau_{xy}^e = C_{33} \frac{\partial}{\partial y} \left[u_1^e \psi_1^e(x, y) + u_2^e \psi_2^e(x, y) + u_3^e \psi_3^e(x, y) \right] \\ + C_{33} \frac{\partial}{\partial x} \left[v_1^e \psi_1^e(x, y) + v_2^e \psi_2^e(x, y) + v_3^e \psi_3^e(x, y) \right] \\ = C_{33} \left[u_1^e \frac{\partial \psi_1^e(x, y)}{\partial y} + u_2^e \frac{\partial \psi_2^e(x, y)}{\partial y} + u_3^e \frac{\partial \psi_3^e(x, y)}{\partial y} \right] \\ + C_{33} \left[v_1^e \frac{\partial \psi_1^e(x, y)}{\partial x} + v_2^e \frac{\partial \psi_2^e(x, y)}{\partial x} + v_3^e \frac{\partial \psi_3^e(x, y)}{\partial x} \right] \Rightarrow$$

Μετατοπίσεις ως προς το κέντρο βάρους:

$$u^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = u_1^e \psi_1^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + u_2^e \psi_2^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + u_3^e \psi_3^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e)$$

$$\Rightarrow u^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = \frac{1}{3} (u_1^e + u_2^e + u_3^e)$$

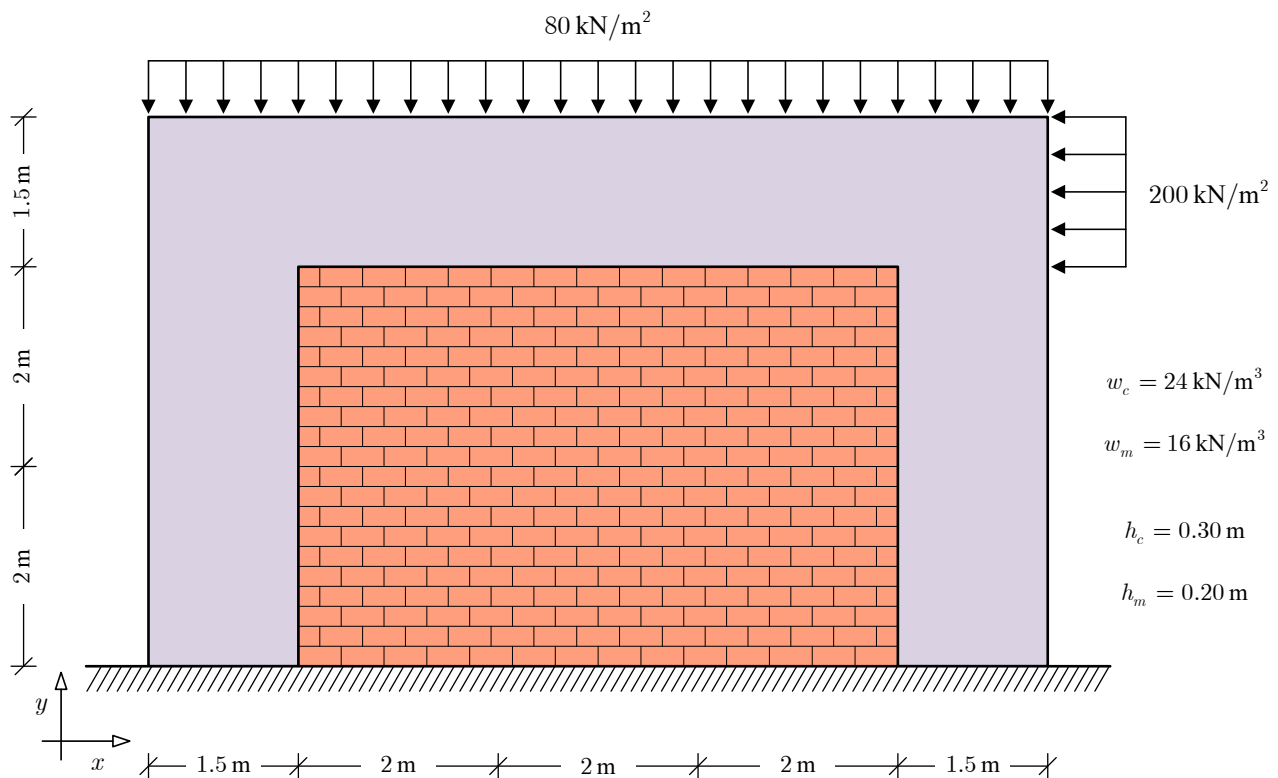
$$v^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = v_1^e \psi_1^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + v_2^e \psi_2^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) + v_3^e \psi_3^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e)$$

$$\Rightarrow v^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = \frac{1}{3} (v_1^e + v_2^e + v_3^e)$$

Κεφάλαιο 10: Επίλυση πλαισίου από Ο/Σ με τοιχοπλήρωση

10.1 Εκφώνηση και ζητούμενα του προβλήματος

Σκοπός του συγκεκριμένου παραδείγματος είναι η ανάλυση ενός πλαισίου το οποίο είναι τοιχοπληρωμένο. Το πλαίσιο φορτίζεται στην άνω οριζόντια πλευρά του, από ένα καταναμημένο φορτίο εντός του επιπέδου του, καθώς και στην πάνω δεξιά κατακόρυφη πλευρά του. Οι επιπλέον φορτίσεις περιλαμβάνουν το ίδιο βάρος της κατασκευής, το οποίο αποτελείται από οπλισμένο σκυρόδεμα, καθώς και από οπτόπλινθους. Ο φορέας είναι πακτωμένος σε όλη την κάτω οριζόντια επιφάνεια του.



Σχήμα 4: Πλαίσιο από Ο/Σ και τοιχοπλήρωση από οπτόπλινθους

Το πλαίσιο του φορέα είναι από οπλισμένο σκυρόδεμα το οποίο έχει πάχος $h_c = 0.30$ m ενώ το ειδικό του βάρος είναι $w_c = 24 \text{ kN} / \text{m}^3$ και το θεωρούμε ως ένα ομογενές και ισότροπο υλικό με μέτρο ελαστικότητας $E = 2.0 \times 10^7 \text{ kN} / \text{m}^2$ και λόγο Poisson $\nu = 0.25$. Η τοιχοποιία η οποία βρίσκεται εντός το πλαισίου έχει πάχος $h_m = 0.20$ m

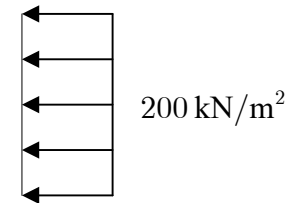
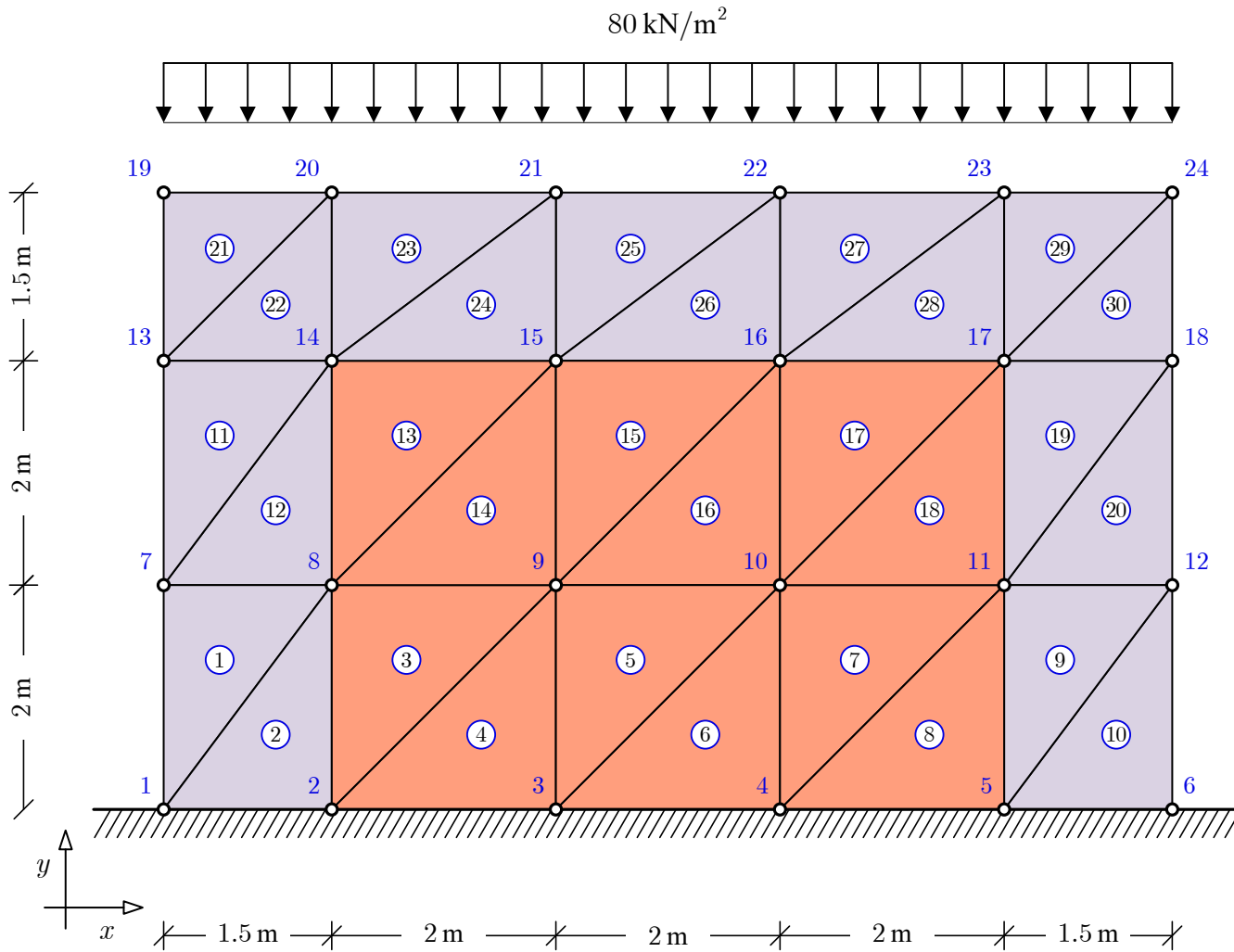
και ειδικό βάρος $w_m = 16 \text{ kN/m}^3$. Έχει μηχανικές ιδιότητες ομογενούς και ορθότροπου υλικού με ελαστικές σταθερές στη μεν οριζόντια διεύθυνση $E_1 = 7.52 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ και $\nu_{12} = 0.09$, στη δε κατακόρυφη $E_2 = 3.96 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ και $\nu_{21} = 0.05$. Το μέτρο διάτμησης της τοιχοπλήρωσης είναι $G_{12} = 1.46 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$

Μέθοδος ανάλυσης του φορέα είναι τα πεπερασμένα στοιχεία. Ολόκληρος ο φορέας πλαίσιο και τοιχοποιία, θα αναλυθεί ως ένα επίπεδο στοιχείο. Η διακριτοποίηση των πεπερασμένων θα γίνει με 30 γραμμικά τρίγωνα. Τα 18 από αυτά αφορούν το πλαίσιο Ο/Σ ενώ τα υπόλοιπα 12 αφορούν την οπτοπλιθοδομή. Η προσομοίωση του φορέα θα διαθέτει στο σύνολο 24 κόμβους, οι 6 από αυτούς θα είναι πακτωμένοι στο έδαφος. Τα βήματα τα οποία θα ακολουθήσουν για την ανάλυση του φορέα είναι τα εξής:

1. Καταγραφή των συντεταγμένων στους κόμβους.
2. Ορισμός των στοιχείων βάσει των τριών κόμβων τους (συνδεσιμότητα) και καθορισμός της σειράς αναφοράς των κόμβων ανά στοιχείο ακολουθώντας αριστερόστροφη φορά διαγραφής.
3. Υπολογισμός των μητρώων στιβαρότητας των τριγωνικών στοιχείων.
4. Υπολογισμός των δράσεων, που βρίσκονται στους κόμβους εξαιτίας των κατακόρυφων κατανεμημένων φορτίων τα οποία δρουν στο εσωτερικό, καθώς και των συνοριακών τάσεων.
5. Σύνταξη του μητρώου στιβαρότητας σε κάθε στοιχείο, ώστε οι δύο μετατοπίσεις κάθε κόμβου να είναι συνεχόμενες στο μητρώο επικόμβιων μετατοπίσεων του στοιχείου, αντί οι μετατοπίσεις των τριών κόμβων να είναι συγκεντρωμένες ανά τρεις βάσει της κατεύθυνσής τους.
6. Μορφοποίηση του ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα.
7. Προσδιορισμός των ολικών μητρώων στιβαρότητας στους κόμβους εξαιτίας των εσωτερικών κατανεμημένων φορτίων.
8. Διαμόρφωση και επίλυση του τελικού συστήματος εξισώσεων για τον προσδιορισμό των αγνώστων του προβλήματος.
9. Υπολογισμός των μετατοπίσεων των κόμβων.
10. Υπολογισμός των αντιδράσεων στις στηρίξεις του φορέα.
11. Υπολογισμός των μετατοπίσεων και των τάσεων στο εσωτερικό (κέντρο βάρους) των γραμμικών τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων.

Μετά από αυτά τα βήματα θα διερευνηθούν οι παρακάτω περιπτώσεις.

1. Να προσδιορίσουμε τα αποτελέσματα που βγουν σε περίπτωση όπου ο πλαισιοτός φορέας είναι ανοικτός. Δεν απαιτείτε νέο προσομοίωμα πεπερασμένων στοιχείων, ούτε θα χρειαστεί να προσδιορίσουμε ξανά τα ολικά μητρώα της κατασκευής.
2. Να υπολογίσουμε την διατμητική στιβαρότητα του φορέα για όταν υπάρχει τοιχοπλήρωση και όταν δεν υπάρχει. Για να γίνει αυτό θα υπολογίσουμε τις οριζόντιες μετατοπίσεις των 13 κόμβων, ενώ 19 για όταν ο φορέας φορτίζεται με τις οριζόντιες συνοριακές τάσεις, στην άνω δεξιά πλευρά. Ακόμη δεν θα πρέπει να λάβουμε υπόψη τα ίδια βάρη των υλικών της κατασκευής.



σκυρόδεμα (ισότροπο) :

$E = 2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2, \quad \nu = 0.25$
 $w_c = 24 \text{ kN/m}^3, \quad h_c = 0.30 \text{ m}$

οπτοπλινθοδομή (ορθότροπο) :

$E_1 = 7.52 \times 10^6 \text{ kN/m}^2, \quad \nu_{12} = 0.09$
 $E_2 = 3.96 \times 10^6 \text{ kN/m}^2, \quad \nu_{21} = 0.05$
 $G_{12} = 1.46 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$
 $w_m = 16 \text{ kN/m}^3, \quad h_m = 0.20 \text{ m}$

10.2 Συντεταγμένες των τριγωνικών στοιχείων του φορέα

Κόμβος	Συντεταγμένες στο καθολικό σύστημα	
	X	Y
1	0,0	0,0
2	1,5	0,0
3	3,5	0,0
4	5,5	0,0
5	7,5	0,0
6	9,0	0,0
7	0,0	2,0
8	1,5	2,0
9	3,5	2,0
10	5,5	2,0
11	7,5	2,0
12	9,0	2,0
13	0,0	4,0
14	1,5	4,0
15	3,5	4,0
16	5,5	4,0
17	7,5	4,0
18	9,0	4,0
19	0,0	5,5
20	1,5	5,5
21	3,5	5,5
22	5,5	5,5
23	7,5	5,5
24	9,0	5,5

Δεδομένα

Ιδιότητες	(σκυρόδεμα)	(τοιχοποιία)
	Υλικό #1	Υλικό #2
E1	2,00E+07	7,52E+06
E2	2,00E+07	3,96E+06
ν_{12}	0,25	0,09
ν_{21}	0,25	0,05
G12	8,00E+06	1,46E+06
w	24,00	16,00
h	0,30	0,20

$$C_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{12} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$C_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad C_{33} = G_{12}$$

$$C_{11} = C_{22} = \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad C_{12} = \frac{\nu E}{1 - \nu^2}, \quad C_{33} = G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$(E_1 = E_2 = E, \quad \nu_{12} = \nu_{21} = \nu)$$

10.3 Μηχανικές ιδιότητες κάθε τριγωνικού στοιχείου

Στοιχεία	Συνδεσιμότητα Κόμβων			Μηχανικές Ιδιότητες Υλικού				
	κόμβος #1	κόμβος #2	κόμβος #3	Υλικό	C11	C22	C12	C33
1	1	8	7	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
2	1	2	8	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
3	2	9	8	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
4	2	3	9	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
5	3	10	9	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
6	3	4	10	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
7	4	11	10	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
8	4	5	11	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
9	5	12	11	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
10	5	6	12	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
11	7	14	13	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
12	7	8	14	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
13	8	15	14	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
14	8	9	15	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
15	9	16	15	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
16	9	10	16	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
17	10	17	16	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
18	10	11	17	2	7,554E+06	3,978E+06	3,777E+05	1,460E+06
19	11	18	17	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
20	11	12	18	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
21	13	20	19	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
22	13	14	20	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
23	14	21	20	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
24	14	15	21	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
25	15	22	21	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
26	15	16	22	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
27	16	23	22	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
28	16	17	23	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
29	17	24	23	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06
30	17	18	24	1	2,133E+07	2,133E+07	5,333E+06	8,000E+06

10.4 Μόρφωση μητρώων στιβαρότητας των τριγωνικών πεπερασμένων στοιχείων

$$[K^{(1)}] = \frac{h_e}{4A^e} \begin{bmatrix} (C_{11}b_{21}^2 + C_{33}a_{12}^2) & (C_{11}b_{21}b_{31} + C_{33}a_{12}a_{13}) & (C_{11}b_{21}b_{12} + C_{33}a_{12}a_{21}) \\ (C_{11}b_{21}b_{31} + C_{33}a_{12}a_{13}) & (C_{11}b_{31}^2 + C_{33}a_{13}^2) & (C_{11}b_{31}b_{12} + C_{33}a_{13}a_{21}) \\ (C_{11}b_{21}b_{12} + C_{33}a_{12}a_{21}) & (C_{11}b_{31}b_{12} + C_{33}a_{13}a_{21}) & (C_{11}b_{12}^2 + C_{33}a_{21}^2) \end{bmatrix}$$

$$[K^{(2)}] = [K^{(2)}]^T = \frac{h_e}{4A^e} \begin{bmatrix} (C_{12} + C_{33})b_{21}a_{32} & (C_{12}b_{21}a_{13} + C_{33}a_{12}a_{31}) & (C_{12}b_{21}a_{21} + C_{33}a_{12}a_{21}) \\ (C_{12}b_{21}a_{32} + C_{33}a_{12}a_{31}) & (C_{12} + C_{33})b_{31}a_{13} & (C_{12}b_{31}a_{21} + C_{33}a_{13}a_{21}) \\ (C_{12}b_{21}a_{21} + C_{33}a_{12}a_{21}) & (C_{12}b_{31}a_{21} + C_{33}a_{13}a_{21}) & (C_{12} + C_{33})b_{12}a_{21} \end{bmatrix}$$

$$[K^{(3)}] = \frac{h_e}{4A^e} \begin{bmatrix} (C_{33}b_{21}^2 + C_{22}a_{12}^2) & (C_{33}b_{21}b_{31} + C_{22}a_{12}a_{13}) & (C_{33}b_{21}b_{12} + C_{22}a_{12}a_{21}) \\ (C_{33}b_{21}b_{31} + C_{22}a_{12}a_{13}) & (C_{33}b_{31}^2 + C_{22}a_{13}^2) & (C_{33}b_{31}b_{12} + C_{22}a_{13}a_{21}) \\ (C_{33}b_{21}b_{12} + C_{22}a_{12}a_{21}) & (C_{33}b_{31}b_{12} + C_{22}a_{13}a_{21}) & (C_{33}b_{12}^2 + C_{22}a_{21}^2) \end{bmatrix}$$

$$[Q^e] = \frac{h_e A^e}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^e \\ Q_2^e \\ Q_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^e \\ Q_2^e \\ Q_3^e \end{bmatrix}$$

$[V] =$ μητρώο αναδιατάξης

	u1	u2	u3	v1	v2	v3
u1	1	0	0	0	0	0
v1	0	0	0	1	0	0
u2	0	1	0	0	0	0
v2	0	0	0	0	1	0
u3	0	0	1	0	0	0
v3	0	0	0	0	0	1

$[K^e]$ Μητρώα Στιβαρότητας των επιπέδων τριγωνικών στοιχείων

$[Q^e]$ Μητρώα Επικόμβων Δυνάμεων λόγω εσωτερικής φόρτισης

$[K^e]_m$ Αναδιατεταγμένα Μητρώα Στιβαρότητας των τριγωνικών στοιχείων

$[Q^e]_m$ Αναδιατεταγμένα Μητρώα Επικόμβων Δυνάμεων

Στοιχείο 1

τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)
		X	Y	
κόμβος-1	1	0,00	0,00	
κόμβος-2	8	1,50	2,00	
κόμβος-3	7	0,00	2,00	
a21=	1,50	b12=	-2,00	C11 = #####
a13=	0,00	b31=	2,00	C12 = #####
a32=	-1,50	b23=	0,00	C33 = #####
Ae=	1,500	he=	0,30	w= 24,00

$[K^e] =$ * he / (4Ae)

1,800E+07	0,000E+00	-1,800E+07	0,000E+00	-2,400E+07	2,400E+07
0,000E+00	8,533E+07	-8,533E+07	-1,600E+07	0,000E+00	1,600E+07
-1,800E+07	-8,533E+07	1,033E+08	1,600E+07	2,400E+07	-4,000E+07
0,000E+00	-1,600E+07	1,600E+07	4,800E+07	0,000E+00	-4,800E+07
-2,400E+07	0,000E+00	2,400E+07	0,000E+00	3,200E+07	-3,200E+07
2,400E+07	1,600E+07	-4,000E+07	-4,800E+07	-3,200E+07	8,000E+07

$[Q^e] =$

0,00
0,00
-3,60
-3,60
-3,60

Στοιχείο 1

	1	8	7			
1	9,000E+05	0,000E+00	0,000E+00	-1,200E+06	-9,000E+05	1,200E+06
8	0,000E+00	2,400E+06	-8,000E+05	0,000E+00	8,000E+05	-2,400E+06
7	0,000E+00	-8,000E+05	4,267E+06	0,000E+00	-4,267E+06	8,000E+05
1	-1,200E+06	0,000E+00	0,000E+00	1,600E+06	1,200E+06	-1,600E+06
8	-9,000E+05	8,000E+05	-4,267E+06	1,200E+06	5,167E+06	-2,000E+06
7	1,200E+06	-2,400E+06	8,000E+05	-1,600E+06	-2,000E+06	4,000E+06

Στοιχείο 1

0,00
-3,60
0,00
-3,60
0,00
-3,60

Στοιχείο 2

τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)
		X	Y	
κόμβος-1	1	0,00	0,00	
κόμβος-2	2	1,50	0,00	
κόμβος-3	8	1,50	2,00	
a21=	1,50	b12=	0,00	C11 = #####
a13=	-1,50	b31=	2,00	C12 = #####
a32=	0,00	b23=	-2,00	C33 = #####
Ae=	1,500	he=	0,30	w= 24,00

$[K^e] =$ * he / (4Ae)

8,533E+07	-8,533E+07	0,000E+00	0,000E+00	1,600E+07	-1,600E+07
-8,533E+07	1,033E+08	-1,800E+07	2,400E+07	-4,000E+07	1,600E+07
0,000E+00	-1,800E+07	1,800E+07	-2,400E+07	2,400E+07	0,000E+00
0,000E+00	2,400E+07	-2,400E+07	3,200E+07	-3,200E+07	0,000E+00
1,600E+07	-4,000E+07	2,400E+07	-3,200E+07	8,000E+07	-4,800E+07
-1,600E+07	1,600E+07	0,000E+00	0,000E+00	-4,800E+07	4,800E+07

$[Q^e] =$

0,00
0,00
0,00
-3,60
-3,60
-3,60

Στοιχείο 2

	1	2	8			
1	4,267E+06	0,000E+00	-4,267E+06	8,000E+05	0,000E+00	-8,000E+05
2	0,000E+00	1,600E+06	1,200E+06	-1,600E+06	-1,200E+06	0,000E+00
8	-4,267E+06	1,200E+06	5,167E+06	-2,000E+06	-9,000E+05	8,000E+05
1	8,000E+05	-1,600E+06	-2,000E+06	4,000E+06	1,200E+06	-2,400E+06
2	0,000E+00	-1,200E+06	-9,000E+05	1,200E+06	9,000E+05	0,000E+00
8	-8,000E+05	0,000E+00	8,000E+05	-2,400E+06	0,000E+00	2,400E+06

Στοιχείο 2

0,00
-3,60
0,00
-3,60
0,00
-3,60

Στοιχείο 3																			
τοπική αριθμ.		α/α κόμβου		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 2 (ταχυοποιία)	C11 = ##### C22 = ##### C12 = ##### C33 = #####	Ae = 2,000 he = 0,20 w = 16,00	[K ^e] =	[Q ^e] =	Στοιχείο 3						[Q ^e] _m =		
κόμβος -1	2	1,50	0,00	X	Y						2	2	9	8	2				
κόμβος -2	9	3,50	2,00																
κόμβος -3	8	1,50	2,00																
a21=	2,00	b12=	-2,00																
a13=	0,00	b31=	2,00																
a32=	-2,00	b23=	0,00																
Στοιχείο 4																			
τοπική αριθμ.		α/α κόμβου		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 2 (ταχυοποιία)	C11 = ##### C22 = ##### C12 = ##### C33 = #####	Ae = 2,000 he = 0,20 w = 16,00	[K ^e] =	[Q ^e] =	Στοιχείο 4						[Q ^e] _m =		
κόμβος -1	2	1,50	0,00	X	Y						2	2	9	8	2				
κόμβος -2	3	3,50	0,00																
κόμβος -3	9	3,50	2,00																
a21=	2,00	b12=	0,00																
a13=	-2,00	b31=	2,00																
a32=	0,00	b23=	-2,00																
Στοιχείο 5																			
τοπική αριθμ.		α/α κόμβου		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 2 (ταχυοποιία)	C11 = ##### C22 = ##### C12 = ##### C33 = #####	Ae = 2,000 he = 0,20 w = 16,00	[K ^e] =	[Q ^e] =	Στοιχείο 5						[Q ^e] _m =		
κόμβος -1	3	3,50	0,00	X	Y						3	3	10	9	3				
κόμβος -2	10	5,50	2,00																
κόμβος -3	9	3,50	2,00																
a21=	2,00	b12=	-2,00																
a13=	0,00	b31=	2,00																
a32=	-2,00	b23=	0,00																
Στοιχείο 6																			
τοπική αριθμ.		α/α κόμβου		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 2 (ταχυοποιία)	C11 = ##### C22 = ##### C12 = ##### C33 = #####	Ae = 2,000 he = 0,20 w = 16,00	[K ^e] =	[Q ^e] =	Στοιχείο 6						[Q ^e] _m =		
κόμβος -1	3	3,50	0,00	X	Y						3	3	10	9	3				
κόμβος -2	4	5,50	0,00																
κόμβος -3	10	5,50	2,00																
a21=	2,00	b12=	0,00																
a13=	-2,00	b31=	2,00																
a32=	0,00	b23=	-2,00																

Στοιχείο 7				Στοιχείο 4				Στοιχείο 7			
Συντεταγμένες				Συντεταγμένες				Συντεταγμένες			
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y
κόμβος-1	4	5,50	0,00	κόμβος-1	4	5,50	0,00	κόμβος-1	4	5,50	0,00
κόμβος-2	11	7,50	2,00	κόμβος-2	5	7,50	0,00	κόμβος-2	11	7,50	2,00
κόμβος-3	10	5,50	2,00	κόμβος-3	11	7,50	2,00	κόμβος-3	10	5,50	2,00
a21=	2,00	b12=	-2,00	a21=	2,00	b12=	0,00	a21=	2,00	b12=	-2,00
a13=	0,00	b31=	2,00	a13=	-2,00	b31=	2,00	a13=	0,00	b31=	2,00
a32=	-2,00	b23=	0,00	a32=	0,00	b23=	-2,00	a32=	-2,00	b23=	0,00
Ae=	2,000	he=	0,20	Ae=	2,000	he=	0,20	Ae=	2,000	he=	0,20
κωδ. υλικού 2 (τοιχοποιία)				κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)				κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)			
C11 = #####				C11 = #####				C11 = #####			
C22 = #####				C22 = #####				C22 = #####			
C12 = #####				C12 = #####				C12 = #####			
C33 = #####				C33 = #####				C33 = #####			
w= 16,00				w= 16,00				w= 24,00			
$[K^e] =$				$[K^e] =$				$[K^e] =$			
* he / (4Ae)				* he / (4Ae)				* he / (4Ae)			
$[Q^e] =$				$[Q^e] =$				$[Q^e] =$			
$[K^e]_m =$				$[K^e]_m =$				$[K^e]_m =$			
$[Q^e]_m =$				$[Q^e]_m =$				$[Q^e]_m =$			

Στοιχείο 11				Στοιχείο 12				Στοιχείο 13				Στοιχείο 14			
ταπειν. αρθρ.	α/α κόμβου	X	Y	ταπειν. αρθρ.	α/α κόμβου	X	Y	ταπειν. αρθρ.	α/α κόμβου	X	Y	ταπειν. αρθρ.	α/α κόμβου	X	Y
κώμβος-1	7	0,00	2,00	κώμβος-1	7	0,00	2,00	κώμβος-1	8	1,50	2,00	κώμβος-1	8	1,50	2,00
κώμβος-2	14	1,50	4,00	κώμβος-2	8	1,50	2,00	κώμβος-2	15	3,50	4,00	κώμβος-2	9	3,50	2,00
κώμβος-3	13	0,00	4,00	κώμβος-3	14	1,50	4,00	κώμβος-3	14	1,50	4,00	κώμβος-3	15	3,50	4,00
α21= 1,50	β12= -2,00	α21= 2,00	β12= -2,00	α21= 2,00	β12= -2,00	α21= 2,00	β12= -2,00	α21= 2,00	β12= -2,00	α21= 2,00	β12= -2,00	α21= 2,00	β12= -2,00	α21= 2,00	β12= -2,00
α13= 0,00	β31= 2,00	α13= -1,50	β31= 2,00	α13= -1,50	β31= 2,00	α13= 0,00	β31= 2,00	α13= 0,00	β31= 2,00	α13= 0,00	β31= 2,00	α13= 0,00	β31= 2,00	α13= 0,00	β31= 2,00
α32= -1,50	β23= 0,00	α32= 0,00	β23= -2,00	α32= 0,00	β23= -2,00	α32= -2,00	β23= 0,00	α32= -2,00	β23= 0,00	α32= -2,00	β23= 0,00	α32= 0,00	β23= -2,00	α32= 0,00	β23= -2,00
Ae= 1,500	he= 0,30	W= 24,00		Ae= 1,500	he= 0,30	W= 24,00		Ae= 2,000	he= 0,20	W= 16,00		Ae= 2,000	he= 0,20	W= 16,00	
$[K^e] = \begin{bmatrix} 1,800E+07 & 0,000E+00 & -1,800E+07 & 0,000E+00 & -2,400E+07 & 2,400E+07 \\ 0,000E+00 & 8,533E+07 & -8,533E+07 & -1,600E+07 & 0,000E+00 & 1,600E+07 \\ -1,800E+07 & -8,533E+07 & 1,033E+08 & 1,600E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 \\ 0,000E+00 & -1,600E+07 & 1,600E+07 & 4,800E+07 & 0,000E+00 & -4,800E+07 \\ -2,400E+07 & 0,000E+00 & 2,400E+07 & 0,000E+00 & 3,200E+07 & -3,200E+07 \\ 2,400E+07 & 1,600E+07 & -4,000E+07 & -4,800E+07 & -3,200E+07 & 8,000E+07 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$				$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$				$[K^e]_m = \begin{bmatrix} 9,000E+05 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -1,200E+06 & -9,000E+05 & 1,200E+06 \\ 0,000E+00 & 2,400E+06 & -8,000E+05 & 0,000E+00 & 8,000E+05 & -2,400E+06 \\ 0,000E+00 & -8,000E+05 & 4,267E+06 & 0,000E+00 & -4,267E+06 & 8,000E+05 \\ -1,200E+06 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,600E+06 & 1,200E+06 & -1,600E+06 \\ -9,000E+05 & 8,000E+05 & -4,267E+06 & 1,200E+06 & 5,167E+06 & -2,000E+06 \\ -1,200E+06 & -2,400E+06 & 8,000E+05 & -1,600E+06 & -2,000E+06 & 4,000E+06 \end{bmatrix}$				$[Q^e]_m = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \end{bmatrix}$			
$[K^e] = \begin{bmatrix} 8,533E+07 & -8,533E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,600E+07 & -1,600E+07 \\ -8,533E+07 & 1,033E+08 & -1,800E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 & 1,600E+07 \\ 0,000E+00 & -1,800E+07 & 1,800E+07 & -2,400E+07 & 2,400E+07 & 0,000E+00 \\ 0,000E+00 & 2,400E+07 & -2,400E+07 & 3,200E+07 & -3,200E+07 & 0,000E+00 \\ 1,600E+07 & -4,000E+07 & 2,400E+07 & -3,200E+07 & 8,000E+07 & -4,800E+07 \\ -1,600E+07 & 1,600E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -4,800E+07 & 4,800E+07 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$				$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$				$[K^e]_m = \begin{bmatrix} 4,267E+06 & 0,000E+00 & -4,267E+06 & 8,000E+05 & 0,000E+00 & -8,000E+05 \\ 0,000E+00 & 1,600E+06 & 1,200E+06 & -1,600E+06 & -1,200E+06 & 0,000E+00 \\ -4,267E+06 & 1,200E+06 & 5,167E+06 & -2,000E+06 & -9,000E+05 & 8,000E+05 \\ 8,000E+05 & -1,600E+06 & -2,000E+06 & 4,000E+06 & 1,200E+06 & -2,400E+06 \\ 0,000E+00 & -1,200E+06 & -9,000E+05 & 1,200E+06 & 9,000E+05 & 0,000E+00 \\ -8,000E+05 & 0,000E+00 & 8,000E+05 & -2,400E+06 & 0,000E+00 & 2,400E+06 \end{bmatrix}$				$[Q^e]_m = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \end{bmatrix}$			
$[K^e] = \begin{bmatrix} 5,840E+06 & 0,000E+00 & -5,840E+06 & 0,000E+00 & -5,840E+06 & 5,840E+06 \\ 0,000E+00 & 3,022E+07 & -3,022E+07 & -1,511E+06 & 0,000E+00 & 1,511E+06 \\ -5,840E+06 & -3,022E+07 & 3,608E+07 & 1,511E+06 & 5,840E+06 & -7,351E+06 \\ 0,000E+00 & -1,511E+06 & 1,511E+06 & 1,591E+07 & 0,000E+00 & -1,591E+07 \\ -5,840E+06 & 0,000E+00 & 5,840E+06 & 0,000E+00 & 5,840E+06 & -5,840E+06 \\ 5,840E+06 & 1,511E+06 & -7,351E+06 & -1,591E+07 & -5,840E+06 & 2,175E+07 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$				$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -2,13 \\ -2,13 \\ -2,13 \end{bmatrix}$				$[K^e]_m = \begin{bmatrix} 1,460E+05 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -1,460E+05 & -1,460E+05 & 1,460E+05 \\ 0,000E+00 & 3,978E+05 & -3,777E+04 & 0,000E+00 & 3,777E+04 & -3,978E+05 \\ 0,000E+00 & -3,777E+04 & 7,554E+05 & 0,000E+00 & -7,554E+05 & 3,777E+04 \\ -1,460E+05 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,460E+05 & 1,460E+05 & -1,460E+05 \\ -1,460E+05 & 3,777E+04 & -7,554E+05 & 1,460E+05 & 9,014E+05 & -1,838E+05 \\ -1,460E+05 & -3,978E+05 & 3,777E+04 & -1,460E+05 & -1,838E+05 & 5,438E+05 \end{bmatrix}$				$[Q^e]_m = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -2,13 \\ 0,00 \\ -2,13 \\ 0,00 \\ -2,13 \end{bmatrix}$			
$[K^e] = \begin{bmatrix} 3,022E+07 & -3,022E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,511E+06 & -1,511E+06 \\ -3,022E+07 & 3,608E+07 & -5,840E+06 & 5,840E+06 & -7,351E+06 & 1,511E+06 \\ 0,000E+00 & -5,840E+06 & 5,840E+06 & -5,840E+06 & 5,840E+06 & 0,000E+00 \\ 0,000E+00 & 5,840E+06 & -5,840E+06 & 5,840E+06 & -5,840E+06 & 0,000E+00 \\ 1,511E+06 & -7,351E+06 & 5,840E+06 & -5,840E+06 & 2,175E+07 & -1,591E+07 \\ -1,511E+06 & 1,511E+06 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -1,591E+07 & 1,591E+07 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$				$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -2,13 \\ -2,13 \\ -2,13 \end{bmatrix}$				$[K^e]_m = \begin{bmatrix} 7,554E+05 & 0,000E+00 & -7,554E+05 & 3,777E+04 & 0,000E+00 & -3,777E+04 \\ 0,000E+00 & 1,460E+05 & 1,460E+05 & -1,460E+05 & -1,460E+05 & 0,000E+00 \\ -7,554E+05 & 1,460E+05 & 9,014E+05 & -1,838E+05 & -1,460E+05 & 3,777E+04 \\ 3,777E+04 & -1,460E+05 & -1,838E+05 & 5,438E+05 & 1,460E+05 & -3,978E+05 \\ 0,000E+00 & -1,460E+05 & -1,460E+05 & 1,460E+05 & 1,460E+05 & 0,000E+00 \\ -3,777E+04 & 0,000E+00 & 3,777E+04 & -3,978E+05 & 0,000E+00 & 3,978E+05 \end{bmatrix}$				$[Q^e]_m = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -2,13 \\ 0,00 \\ -2,13 \\ 0,00 \\ -2,13 \end{bmatrix}$			



Στοιχείο 15

		Συντεταγμένες	
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y
κόμβος-1	9	3,50	2,00
κόμβος-2	16	5,50	4,00
κόμβος-3	15	3,50	4,00
α21=	2,00	b12=	-2,00
α13=	0,00	b31=	2,00
α32=	-2,00	b23=	0,00
Ae=	2,000	he=	0,20

κωδ. υλικού 2	C11=	#####
(τοιχοποιία)	C22=	#####
	C12=	#####
	C33=	#####
w=		16,00

$[K^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>-5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>3,022E+07</td><td>-3,022E+07</td><td>-1,511E+06</td><td>0,000E+00</td><td>1,511E+06</td></tr> <tr><td>-5,840E+06</td><td>-3,022E+07</td><td>3,606E+07</td><td>1,511E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-7,351E+06</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-1,511E+06</td><td>1,511E+06</td><td>1,591E+07</td><td>0,000E+00</td><td>-1,591E+07</td></tr> <tr><td>-5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td></tr> <tr><td>5,840E+06</td><td>1,511E+06</td><td>-7,351E+06</td><td>-1,591E+07</td><td>-5,840E+06</td><td>2,175E+07</td></tr> </table>	5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06	0,000E+00	3,022E+07	-3,022E+07	-1,511E+06	0,000E+00	1,511E+06	-5,840E+06	-3,022E+07	3,606E+07	1,511E+06	5,840E+06	-7,351E+06	0,000E+00	-1,511E+06	1,511E+06	1,591E+07	0,000E+00	-1,591E+07	-5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	1,511E+06	-7,351E+06	-1,591E+07	-5,840E+06	2,175E+07	* he / (4Ae)	$[Q^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	0,00	0,00	-2,13	-2,13	-2,13
5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06																																									
0,000E+00	3,022E+07	-3,022E+07	-1,511E+06	0,000E+00	1,511E+06																																									
-5,840E+06	-3,022E+07	3,606E+07	1,511E+06	5,840E+06	-7,351E+06																																									
0,000E+00	-1,511E+06	1,511E+06	1,591E+07	0,000E+00	-1,591E+07																																									
-5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06																																									
5,840E+06	1,511E+06	-7,351E+06	-1,591E+07	-5,840E+06	2,175E+07																																									
0,00																																														
0,00																																														
0,00																																														
-2,13																																														
-2,13																																														
-2,13																																														

Στοιχείο 16

		Συντεταγμένες	
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y
κόμβος-1	9	3,50	2,00
κόμβος-2	10	5,50	2,00
κόμβος-3	16	5,50	4,00
α21=	2,00	b12=	0,00
α13=	-2,00	b31=	2,00
α32=	0,00	b23=	-2,00
Ae=	2,000	he=	0,20

κωδ. υλικού 2	C11=	#####
(τοιχοποιία)	C22=	#####
	C12=	#####
	C33=	#####
w=		16,00

$[K^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>3,022E+07</td><td>-3,022E+07</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>1,511E+06</td><td>-1,511E+06</td></tr> <tr><td>-3,022E+07</td><td>3,606E+07</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-7,351E+06</td><td>1,511E+06</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>1,511E+06</td><td>-7,351E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>2,175E+07</td><td>-1,591E+07</td></tr> <tr><td>-1,511E+06</td><td>1,511E+06</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>-1,591E+07</td><td>1,591E+07</td></tr> </table>	3,022E+07	-3,022E+07	0,000E+00	0,000E+00	1,511E+06	-1,511E+06	-3,022E+07	3,606E+07	-5,840E+06	5,840E+06	-7,351E+06	1,511E+06	0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	0,000E+00	0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	0,000E+00	1,511E+06	-7,351E+06	5,840E+06	-5,840E+06	2,175E+07	-1,591E+07	-1,511E+06	1,511E+06	0,000E+00	0,000E+00	-1,591E+07	1,591E+07	* he / (4Ae)	$[Q^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	0,00	0,00	-2,13	-2,13	-2,13
3,022E+07	-3,022E+07	0,000E+00	0,000E+00	1,511E+06	-1,511E+06																																									
-3,022E+07	3,606E+07	-5,840E+06	5,840E+06	-7,351E+06	1,511E+06																																									
0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	0,000E+00																																									
0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	0,000E+00																																									
1,511E+06	-7,351E+06	5,840E+06	-5,840E+06	2,175E+07	-1,591E+07																																									
-1,511E+06	1,511E+06	0,000E+00	0,000E+00	-1,591E+07	1,591E+07																																									
0,00																																														
0,00																																														
0,00																																														
-2,13																																														
-2,13																																														
-2,13																																														

Στοιχείο 17

		Συντεταγμένες	
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y
κόμβος-1	10	5,50	2,00
κόμβος-2	17	7,50	4,00
κόμβος-3	16	5,50	4,00
α21=	2,00	b12=	-2,00
α13=	0,00	b31=	2,00
α32=	-2,00	b23=	0,00
Ae=	2,000	he=	0,20

κωδ. υλικού 2	C11=	#####
(τοιχοποιία)	C22=	#####
	C12=	#####
	C33=	#####
w=		16,00

$[K^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>-5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>3,022E+07</td><td>-3,022E+07</td><td>-1,511E+06</td><td>0,000E+00</td><td>1,511E+06</td></tr> <tr><td>-5,840E+06</td><td>-3,022E+07</td><td>3,606E+07</td><td>1,511E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-7,351E+06</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-1,511E+06</td><td>1,511E+06</td><td>1,591E+07</td><td>0,000E+00</td><td>-1,591E+07</td></tr> <tr><td>-5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>5,840E+06</td><td>0,000E+00</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td></tr> <tr><td>5,840E+06</td><td>1,511E+06</td><td>-7,351E+06</td><td>-1,591E+07</td><td>-5,840E+06</td><td>2,175E+07</td></tr> </table>	5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06	0,000E+00	3,022E+07	-3,022E+07	-1,511E+06	0,000E+00	1,511E+06	-5,840E+06	-3,022E+07	3,606E+07	1,511E+06	5,840E+06	-7,351E+06	0,000E+00	-1,511E+06	1,511E+06	1,591E+07	0,000E+00	-1,591E+07	-5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	1,511E+06	-7,351E+06	-1,591E+07	-5,840E+06	2,175E+07	* he / (4Ae)	$[Q^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	0,00	0,00	-2,13	-2,13	-2,13
5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06																																									
0,000E+00	3,022E+07	-3,022E+07	-1,511E+06	0,000E+00	1,511E+06																																									
-5,840E+06	-3,022E+07	3,606E+07	1,511E+06	5,840E+06	-7,351E+06																																									
0,000E+00	-1,511E+06	1,511E+06	1,591E+07	0,000E+00	-1,591E+07																																									
-5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06																																									
5,840E+06	1,511E+06	-7,351E+06	-1,591E+07	-5,840E+06	2,175E+07																																									
0,00																																														
0,00																																														
0,00																																														
-2,13																																														
-2,13																																														
-2,13																																														

Στοιχείο 18

		Συντεταγμένες	
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y
κόμβος-1	10	5,50	2,00
κόμβος-2	11	7,50	2,00
κόμβος-3	17	7,50	4,00
α21=	2,00	b12=	0,00
α13=	-2,00	b31=	2,00
α32=	0,00	b23=	-2,00
Ae=	2,000	he=	0,20

κωδ. υλικού 2	C11=	#####
(τοιχοποιία)	C22=	#####
	C12=	#####
	C33=	#####
w=		16,00

$[K^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>3,022E+07</td><td>-3,022E+07</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>1,511E+06</td><td>-1,511E+06</td></tr> <tr><td>-3,022E+07</td><td>3,606E+07</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-7,351E+06</td><td>1,511E+06</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>1,511E+06</td><td>-7,351E+06</td><td>5,840E+06</td><td>-5,840E+06</td><td>2,175E+07</td><td>-1,591E+07</td></tr> <tr><td>-1,511E+06</td><td>1,511E+06</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>-1,591E+07</td><td>1,591E+07</td></tr> </table>	3,022E+07	-3,022E+07	0,000E+00	0,000E+00	1,511E+06	-1,511E+06	-3,022E+07	3,606E+07	-5,840E+06	5,840E+06	-7,351E+06	1,511E+06	0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	0,000E+00	0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	0,000E+00	1,511E+06	-7,351E+06	5,840E+06	-5,840E+06	2,175E+07	-1,591E+07	-1,511E+06	1,511E+06	0,000E+00	0,000E+00	-1,591E+07	1,591E+07	* he / (4Ae)	$[Q^e]$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	0,00	0,00	-2,13	-2,13	-2,13
3,022E+07	-3,022E+07	0,000E+00	0,000E+00	1,511E+06	-1,511E+06																																									
-3,022E+07	3,606E+07	-5,840E+06	5,840E+06	-7,351E+06	1,511E+06																																									
0,000E+00	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	0,000E+00																																									
0,000E+00	5,840E+06	-5,840E+06	5,840E+06	-5,840E+06	0,000E+00																																									
1,511E+06	-7,351E+06	5,840E+06	-5,840E+06	2,175E+07	-1,591E+07																																									
-1,511E+06	1,511E+06	0,000E+00	0,000E+00	-1,591E+07	1,591E+07																																									
0,00																																														
0,00																																														
0,00																																														
-2,13																																														
-2,13																																														
-2,13																																														

Στοιχείο 15

$[K^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>1,460E+05</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>1,460E+05</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>3,978E+05</td><td>-3,777E+04</td><td>0,000E+00</td><td>3,777E+04</td><td>-3,978E+05</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-3,777E+04</td><td>7,554E+05</td><td>0,000E+00</td><td>-7,554E+05</td><td>3,777E+04</td></tr> <tr><td>-1,460E+05</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td></tr> <tr><td>-1,460E+05</td><td>3,777E+04</td><td>-7,554E+05</td><td>1,460E+05</td><td>9,014E+05</td><td>-1,838E+05</td></tr> <tr><td>1,460E+05</td><td>-3,978E+05</td><td>3,777E+04</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,838E+05</td><td>5,438E+05</td></tr> </table>	1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05	0,000E+00	3,978E+05	-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05	0,000E+00	-3,777E+04	7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04	-1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05	-1,460E+05	3,777E+04	-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05	1,460E+05	-3,978E+05	3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05	9	$[Q^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	-2,13	0,00	-2,13	0,00	-2,13	9
1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05																																										
0,000E+00	3,978E+05	-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05																																										
0,000E+00	-3,777E+04	7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04																																										
-1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05																																										
-1,460E+05	3,777E+04	-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05																																										
1,460E+05	-3,978E+05	3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05																																										
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															

Στοιχείο 16

$[K^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>7,554E+05</td><td>0,000E+00</td><td>-7,554E+05</td><td>3,777E+04</td><td>0,000E+00</td><td>-3,777E+04</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>-7,554E+05</td><td>1,460E+05</td><td>9,014E+05</td><td>-1,838E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>3,777E+04</td></tr> <tr><td>3,777E+04</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,838E+05</td><td>5,438E+05</td><td>1,460E+05</td><td>-3,978E+05</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>-3,777E+04</td><td>0,000E+00</td><td>3,777E+04</td><td>-3,978E+05</td><td>0,000E+00</td><td>3,978E+05</td></tr> </table>	7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04	0,000E+00	-3,777E+04	0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05	-1,460E+05	0,000E+00	-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05	-1,460E+05	3,777E+04	3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05	1,460E+05	-3,978E+05	0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05	1,460E+05	0,000E+00	-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05	0,000E+00	3,978E+05	9	$[Q^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	-2,13	0,00	-2,13	0,00	-2,13	9
7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04	0,000E+00	-3,777E+04																																										
0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05	-1,460E+05	0,000E+00																																										
-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05	-1,460E+05	3,777E+04																																										
3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05	1,460E+05	-3,978E+05																																										
0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05	1,460E+05	0,000E+00																																										
-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05	0,000E+00	3,978E+05																																										
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															

Στοιχείο 17

$[K^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>1,460E+05</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>1,460E+05</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>3,978E+05</td><td>-3,777E+04</td><td>0,000E+00</td><td>3,777E+04</td><td>-3,978E+05</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-3,777E+04</td><td>7,554E+05</td><td>0,000E+00</td><td>-7,554E+05</td><td>3,777E+04</td></tr> <tr><td>-1,460E+05</td><td>0,000E+00</td><td>0,000E+00</td><td>1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td></tr> <tr><td>-1,460E+05</td><td>3,777E+04</td><td>-7,554E+05</td><td>1,460E+05</td><td>9,014E+05</td><td>-1,838E+05</td></tr> <tr><td>1,460E+05</td><td>-3,978E+05</td><td>3,777E+04</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,838E+05</td><td>5,438E+05</td></tr> </table>	1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05	0,000E+00	3,978E+05	-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05	0,000E+00	-3,777E+04	7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04	-1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05	-1,460E+05	3,777E+04	-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05	1,460E+05	-3,978E+05	3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05	10	$[Q^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	-2,13	0,00	-2,13	0,00	-2,13	10
1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05																																										
0,000E+00	3,978E+05	-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05																																										
0,000E+00	-3,777E+04	7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04																																										
-1,460E+05	0,000E+00	0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05																																										
-1,460E+05	3,777E+04	-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05																																										
1,460E+05	-3,978E+05	3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05																																										
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															

Στοιχείο 18

$[K^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>7,554E+05</td><td>0,000E+00</td><td>-7,554E+05</td><td>3,777E+04</td><td>0,000E+00</td><td>-3,777E+04</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>-7,554E+05</td><td>1,460E+05</td><td>9,014E+05</td><td>-1,838E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>3,777E+04</td></tr> <tr><td>3,777E+04</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,838E+05</td><td>5,438E+05</td><td>1,460E+05</td><td>-3,978E+05</td></tr> <tr><td>0,000E+00</td><td>-1,460E+05</td><td>-1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>1,460E+05</td><td>0,000E+00</td></tr> <tr><td>-3,777E+04</td><td>0,000E+00</td><td>3,777E+04</td><td>-3,978E+05</td><td>0,000E+00</td><td>3,978E+05</td></tr> </table>	7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04	0,000E+00	-3,777E+04	0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05	-1,460E+05	0,000E+00	-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05	-1,460E+05	3,777E+04	3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05	1,460E+05	-3,978E+05	0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05	1,460E+05	0,000E+00	-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05	0,000E+00	3,978E+05	10	$[Q^e]_m$	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> <tr><td>0,00</td></tr> <tr><td>-2,13</td></tr> </table>	0,00	-2,13	0,00	-2,13	0,00	-2,13	10
7,554E+05	0,000E+00	-7,554E+05	3,777E+04	0,000E+00	-3,777E+04																																										
0,000E+00	1,460E+05	1,460E+05	-1,460E+05	-1,460E+05	0,000E+00																																										
-7,554E+05	1,460E+05	9,014E+05	-1,838E+05	-1,460E+05	3,777E+04																																										
3,777E+04	-1,460E+05	-1,838E+05	5,438E+05	1,460E+05	-3,978E+05																																										
0,000E+00	-1,460E+05	-1,460E+05	1,460E+05	1,460E+05	0,000E+00																																										
-3,777E+04	0,000E+00	3,777E+04	-3,978E+05	0,000E+00	3,978E+05																																										
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															
0,00																																															
-2,13																																															

Στοιχείο 19		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,500 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
ταπειή αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y								
κόμβος-1	11	7,50	2,00	(ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,500 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
κόμβος-2	18	9,00	4,00								
κόμβος-3	17	7,50	4,00								
θ21=	1,50	b12=	-2,00								
θ13=	0,00	b31=	2,00								
θ32=	-1,50	b23=	0,00								

Στοιχείο 20		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,500 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
ταπειή αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y								
κόμβος-1	11	7,50	2,00	(ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,500 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
κόμβος-2	12	9,00	2,00								
κόμβος-3	18	9,00	4,00								
θ21=	1,50	b12=	0,00								
θ13=	-1,50	b31=	2,00								
θ32=	0,00	b23=	-2,00								

Στοιχείο 21		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,125 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
ταπειή αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y								
κόμβος-1	13	0,00	4,00	(ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,125 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
κόμβος-2	20	1,50	5,50								
κόμβος-3	19	0,00	5,50								
θ21=	1,50	b12=	-1,50								
θ13=	0,00	b31=	1,50								
θ32=	-1,50	b23=	0,00								

Στοιχείο 22		Συντεταγμένες		κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,125 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
ταπειή αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y								
κόμβος-1	13	0,00	4,00	(ακυρόδεμα)	C11= ##### C22= ##### C12= ##### C33= #####	Ae= 1,125 he= 0,30 w= 24,00	[K ^e]	[Q ^e]	[K ^e] _m	[Q ^e] _m	
κόμβος-2	14	1,50	4,00								
κόμβος-3	20	1,50	5,50								
θ21=	1,50	b12=	0,00								
θ13=	-1,50	b31=	1,50								
θ32=	0,00	b23=	-1,50								

Στοιχείο 23				
		Συντεταγμένες		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	
κόμβος -1	14	1,50	4,00	κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)
κόμβος -2	21	3,50	5,50	
κόμβος -3	20	1,50	5,50	
α21=	2,00	β12=	-1,50	C11 = 2,133E+07
α13=	0,00	β31=	1,50	C12 = 5,333E+06
α32=	-2,00	β23=	0,00	C33 = 8,000E+06
Ae= 1,500		he= 0,30		w= 24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 3,200E+07 & 0,000E+00 & -3,200E+07 & 0,000E+00 & -2,400E+07 & 2,400E+07 \\ 0,000E+00 & 4,800E+07 & -4,800E+07 & -1,600E+07 & 0,000E+00 & 1,600E+07 \\ -3,200E+07 & -4,800E+07 & 8,000E+07 & 1,600E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 \\ 0,000E+00 & -1,600E+07 & 1,600E+07 & 8,533E+07 & 0,000E+00 & -8,533E+07 \\ -2,400E+07 & 0,000E+00 & 2,400E+07 & 0,000E+00 & 1,800E+07 & -1,800E+07 \\ 2,400E+07 & 1,600E+07 & -4,000E+07 & -8,533E+07 & -1,800E+07 & 1,033E+08 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 24				
		Συντεταγμένες		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	
κόμβος -1	14	1,50	4,00	κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)
κόμβος -2	15	3,50	4,00	
κόμβος -3	21	3,50	5,50	
α21=	2,00	β12=	0,00	C11 = 2,133E+07
α13=	-2,00	β31=	1,50	C12 = 2,133E+07
α32=	0,00	β23=	-1,50	C33 = 8,000E+06
Ae= 1,500		he= 0,30		w= 24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 4,800E+07 & -4,800E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,600E+07 & -1,600E+07 \\ -4,800E+07 & 8,000E+07 & -3,200E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 & 1,600E+07 \\ 0,000E+00 & -3,200E+07 & 3,200E+07 & -2,400E+07 & 2,400E+07 & 0,000E+00 \\ 0,000E+00 & 2,400E+07 & -2,400E+07 & 1,800E+07 & -1,800E+07 & 0,000E+00 \\ 1,600E+07 & -4,000E+07 & 2,400E+07 & -1,800E+07 & 1,033E+08 & -8,533E+07 \\ -1,600E+07 & 1,600E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -8,533E+07 & 8,533E+07 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 25				
		Συντεταγμένες		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	
κόμβος -1	15	3,50	4,00	κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)
κόμβος -2	22	5,50	5,50	
κόμβος -3	21	3,50	5,50	
α21=	2,00	β12=	-1,50	C11 = 2,133E+07
α13=	0,00	β31=	1,50	C12 = 5,333E+06
α32=	-2,00	β23=	0,00	C33 = 8,000E+06
Ae= 1,500		he= 0,30		w= 24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 3,200E+07 & 0,000E+00 & -3,200E+07 & 0,000E+00 & -2,400E+07 & 2,400E+07 \\ 0,000E+00 & 4,800E+07 & -4,800E+07 & -1,600E+07 & 0,000E+00 & 1,600E+07 \\ -3,200E+07 & -4,800E+07 & 8,000E+07 & 1,600E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 \\ 0,000E+00 & -1,600E+07 & 1,600E+07 & 8,533E+07 & 0,000E+00 & -8,533E+07 \\ -2,400E+07 & 0,000E+00 & 2,400E+07 & 0,000E+00 & 1,800E+07 & -1,800E+07 \\ 2,400E+07 & 1,600E+07 & -4,000E+07 & -8,533E+07 & -1,800E+07 & 1,033E+08 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 26				
		Συντεταγμένες		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	
κόμβος -1	15	3,50	4,00	κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)
κόμβος -2	16	5,50	4,00	
κόμβος -3	22	5,50	5,50	
α21=	2,00	β12=	0,00	C11 = 2,133E+07
α13=	-2,00	β31=	1,50	C12 = 2,133E+07
α32=	0,00	β23=	-1,50	C33 = 8,000E+06
Ae= 1,500		he= 0,30		w= 24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 4,800E+07 & -4,800E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,600E+07 & -1,600E+07 \\ -4,800E+07 & 8,000E+07 & -3,200E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 & 1,600E+07 \\ 0,000E+00 & -3,200E+07 & 3,200E+07 & -2,400E+07 & 2,400E+07 & 0,000E+00 \\ 0,000E+00 & 2,400E+07 & -2,400E+07 & 1,800E+07 & -1,800E+07 & 0,000E+00 \\ 1,600E+07 & -4,000E+07 & 2,400E+07 & -1,800E+07 & 1,033E+08 & -8,533E+07 \\ -1,600E+07 & 1,600E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -8,533E+07 & 8,533E+07 \end{bmatrix} \cdot he / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 27			
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	Συντεταγμένες	
		X	Y
κόμβος-1	16	5,50	4,00
κόμβος-2	23	7,50	5,50
κόμβος-3	22	5,50	5,50
α21=	2,00	β12=	-1,50
α13=	0,00	β31=	1,50
α32=	-2,00	β23=	0,00
Αε=	1,500	ηε=	0,30

κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	
C11 =	2,133E+07
C22 =	2,133E+07
C12 =	5,333E+06
C33 =	8,000E+06
w =	24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 3,200E+07 & 0,000E+00 & -3,200E+07 & 0,000E+00 & -2,400E+07 & 2,400E+07 \\ 0,000E+00 & 4,800E+07 & -4,800E+07 & -1,600E+07 & 0,000E+00 & 1,600E+07 \\ -3,200E+07 & -4,800E+07 & 8,000E+07 & 1,600E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 \\ 0,000E+00 & -1,600E+07 & 1,600E+07 & 8,533E+07 & 0,000E+00 & -8,533E+07 \\ -2,400E+07 & 0,000E+00 & 2,400E+07 & 0,000E+00 & 1,800E+07 & -1,800E+07 \\ 2,400E+07 & 1,600E+07 & -4,000E+07 & -8,533E+07 & -1,800E+07 & 1,033E+08 \end{bmatrix} \cdot \eta e / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 27		Στοιχείο 16			Στοιχείο 23			Στοιχείο 22			Στοιχείο 27		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
κόμβος-2	23	7,50	5,50	16	5,50	23	7,50	22	5,50	27	5,50	27	5,50
κόμβος-3	22	5,50	5,50	16	5,50	23	7,50	22	5,50	27	5,50	27	5,50
α21=	2,00	β12=	-1,50	α21=	2,00	β12=	0,00	α21=	2,00	β12=	-1,50	α21=	2,00
α13=	0,00	β31=	1,50	α13=	-2,00	β31=	1,50	α13=	0,00	β31=	1,50	α13=	0,00
α32=	-2,00	β23=	0,00	α32=	0,00	β23=	-1,50	α32=	-2,00	β23=	0,00	α32=	-2,00
Αε=	1,500	ηε=	0,30	Αε=	1,500	ηε=	0,30	Αε=	1,500	ηε=	0,30	Αε=	1,500

$$[K^e]_m = \begin{bmatrix} 1,600E+06 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -1,200E+06 & -1,600E+06 & 1,200E+06 \\ 0,000E+00 & 4,267E+06 & -8,000E+05 & 0,000E+00 & 8,000E+05 & -4,267E+06 \\ 0,000E+00 & -8,000E+05 & 2,400E+06 & 0,000E+00 & -2,400E+06 & 8,000E+05 \\ -1,200E+06 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 9,000E+05 & 1,200E+06 & -9,000E+05 \\ -1,600E+06 & 8,000E+05 & -2,400E+06 & 1,200E+06 & 4,000E+06 & -2,000E+06 \\ 1,200E+06 & -4,267E+06 & 8,000E+05 & -9,000E+05 & -2,000E+06 & 5,167E+06 \end{bmatrix}$$

$$[Q^e]_m = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 28			
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	Συντεταγμένες	
		X	Y
κόμβος-1	16	5,50	4,00
κόμβος-2	17	7,50	4,00
κόμβος-3	23	7,50	5,50
α21=	2,00	β12=	0,00
α13=	-2,00	β31=	1,50
α32=	0,00	β23=	-1,50
Αε=	1,500	ηε=	0,30

κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	
C11 =	2,133E+07
C22 =	2,133E+07
C12 =	5,333E+06
C33 =	8,000E+06
w =	24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 4,800E+07 & -4,800E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,600E+07 & -1,600E+07 \\ -4,800E+07 & 8,000E+07 & -3,200E+07 & 2,400E+07 & -4,000E+07 & 1,600E+07 \\ 0,000E+00 & -3,200E+07 & 3,200E+07 & -2,400E+07 & 2,400E+07 & 0,000E+00 \\ 0,000E+00 & 2,400E+07 & -2,400E+07 & 1,800E+07 & -1,800E+07 & 0,000E+00 \\ 1,600E+07 & -4,000E+07 & 2,400E+07 & -1,800E+07 & 1,033E+08 & -8,533E+07 \\ -1,600E+07 & 1,600E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -8,533E+07 & 8,533E+07 \end{bmatrix} \cdot \eta e / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ -3,60 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 28		Στοιχείο 16			Στοιχείο 17			Στοιχείο 23			Στοιχείο 28		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
κόμβος-2	17	7,50	4,00	16	5,50	17	7,50	23	7,50	28	5,50	28	5,50
κόμβος-3	23	7,50	5,50	16	5,50	17	7,50	23	7,50	28	5,50	28	5,50
α21=	2,00	β12=	0,00	α21=	2,00	β12=	0,00	α21=	2,00	β12=	0,00	α21=	2,00
α13=	-2,00	β31=	1,50	α13=	-2,00	β31=	1,50	α13=	-2,00	β31=	1,50	α13=	-2,00
α32=	0,00	β23=	-1,50	α32=	0,00	β23=	-1,50	α32=	0,00	β23=	-1,50	α32=	0,00
Αε=	1,500	ηε=	0,30	Αε=	1,500	ηε=	0,30	Αε=	1,500	ηε=	0,30	Αε=	1,500

$$[K^e]_m = \begin{bmatrix} 2,400E+06 & 0,000E+00 & -2,400E+06 & 8,000E+05 & 0,000E+00 & -8,000E+05 \\ 0,000E+00 & 9,000E+05 & 1,200E+06 & -9,000E+05 & -1,200E+06 & 0,000E+00 \\ -2,400E+06 & 1,200E+06 & 4,000E+06 & -2,000E+06 & -1,600E+06 & 8,000E+05 \\ 8,000E+05 & -9,000E+05 & -2,000E+06 & 5,167E+06 & 1,200E+06 & -4,267E+06 \\ 0,000E+00 & -1,200E+06 & -1,600E+06 & 1,200E+06 & 1,600E+06 & 0,000E+00 \\ -8,000E+05 & 0,000E+00 & 8,000E+05 & -4,267E+06 & 0,000E+00 & 4,267E+06 \end{bmatrix}$$

$$[Q^e]_m = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \\ 0,00 \\ -3,60 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 29			
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	Συντεταγμένες	
		X	Y
κόμβος-1	17	7,50	4,00
κόμβος-2	24	9,00	5,50
κόμβος-3	23	7,50	5,50
α21=	1,50	β12=	-1,50
α13=	0,00	β31=	1,50
α32=	-1,50	β23=	0,00
Αε=	1,125	ηε=	0,30

κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	
C11 =	2,133E+07
C22 =	2,133E+07
C12 =	5,333E+06
C33 =	8,000E+06
w =	24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 1,800E+07 & 0,000E+00 & -1,800E+07 & 0,000E+00 & -1,800E+07 & 1,800E+07 \\ 0,000E+00 & 4,800E+07 & -4,800E+07 & -1,200E+07 & 0,000E+00 & 1,200E+07 \\ -1,800E+07 & -4,800E+07 & 6,600E+07 & 1,200E+07 & 1,800E+07 & -3,000E+07 \\ 0,000E+00 & -1,200E+07 & 1,200E+07 & 4,800E+07 & 0,000E+00 & -4,800E+07 \\ -1,800E+07 & 0,000E+00 & 1,800E+07 & 0,000E+00 & 1,800E+07 & -1,800E+07 \\ 1,800E+07 & 1,200E+07 & -3,000E+07 & -4,800E+07 & -1,800E+07 & 6,600E+07 \end{bmatrix} \cdot \eta e / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -2,70 \\ -2,70 \\ -2,70 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 29		Στοιχείο 17			Στοιχείο 24			Στοιχείο 23			Στοιχείο 29		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
κόμβος-2	24	9,00	5,50	17	7,50	24	9,00	23	7,50	29	7,50	29	7,50
κόμβος-3	23	7,50	5,50	17	7,50	24	9,00	23	7,50	29	7,50	29	7,50
α21=	1,50	β12=	-1,50	α21=	1,50	β12=	0,00	α21=	1,50	β12=	-1,50	α21=	1,50
α13=	0,00	β31=	1,50	α13=	0,00	β31=	1,50	α13=	0,00	β31=	1,50	α13=	0,00
α32=	-1,50	β23=	0,00	α32=	-1,50	β23=	0,00	α32=	-1,50	β23=	0,00	α32=	-1,50
Αε=	1,125	ηε=	0,30	Αε=	1,125	ηε=	0,30	Αε=	1,125	ηε=	0,30	Αε=	1,125

$$[K^e]_m = \begin{bmatrix} 1,200E+06 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -1,200E+06 & -1,200E+06 & 1,200E+06 \\ 0,000E+00 & 3,200E+06 & -8,000E+05 & 0,000E+00 & 8,000E+05 & -3,200E+06 \\ 0,000E+00 & -8,000E+05 & 3,200E+06 & 0,000E+00 & -3,200E+06 & 8,000E+05 \\ -1,200E+06 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,200E+06 & 1,200E+06 & -1,200E+06 \\ -1,200E+06 & 8,000E+05 & -3,200E+06 & 1,200E+06 & 4,400E+06 & -2,000E+06 \\ 1,200E+06 & -3,200E+06 & 8,000E+05 & -1,200E+06 & -2,000E+06 & 4,400E+06 \end{bmatrix}$$

$$[Q^e]_m = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -2,70 \\ 0,00 \\ -2,70 \\ 0,00 \\ -2,70 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 30			
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	Συντεταγμένες	
		X	Y
κόμβος-1	17	7,50	4,00
κόμβος-2	18	9,00	4,00
κόμβος-3	24	9,00	5,50
α21=	1,50	β12=	0,00
α13=	-1,50	β31=	1,50
α32=	0,00	β23=	-1,50
Αε=	1,125	ηε=	0,30

κωδ. υλικού 1 (ακυρόδεμα)	
C11 =	2,133E+07
C22 =	2,133E+07
C12 =	5,333E+06
C33 =	8,000E+06
w =	24,00

$$[K^e] = \begin{bmatrix} 4,800E+07 & -4,800E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & 1,200E+07 & -1,200E+07 \\ -4,800E+07 & 6,600E+07 & -1,800E+07 & 1,800E+07 & -3,000E+07 & 1,200E+07 \\ 0,000E+00 & -1,800E+07 & 1,800E+07 & -1,800E+07 & 1,800E+07 & 0,000E+00 \\ 0,000E+00 & 1,800E+07 & -1,800E+07 & 1,800E+07 & -1,800E+07 & 0,000E+00 \\ 1,200E+07 & -3,000E+07 & 1,800E+07 & -1,800E+07 & 6,600E+07 & -4,800E+07 \\ -1,200E+07 & 1,200E+07 & 0,000E+00 & 0,000E+00 & -4,800E+07 & 4,800E+07 \end{bmatrix} \cdot \eta e / (4Ae)$$

$$[Q^e] = \begin{bmatrix} 0,00 \\ 0,00 \\ 0,00 \\ -2,70 \\ -2,70 \\ -2,70 \end{bmatrix}$$

Στοιχείο 30		Στοιχείο 17			Στοιχείο 18			Στοιχείο 24			Στοιχείο 30		
τοπική αριθμ.	α/α κόμβου	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
κόμβος-2	18	9,00	4,00	17	7,50	18	9,00	24	9,00	30	7,50	30	7,50
κόμβος-3	24	9,00	5,50	17	7,50	18	9,00	24	9,00	30	7,50	30	7,50
α21=	1,50	β12=	0,00	α21=	1,50	β12=	0,00	α21=	1,50	β12=	0,00	α21=	1,50
α13=	-1,50	β31=	1,50	α13=	-1,50	β31=	1,50	α13=	-1,50	β31=	1,50	α13=	-1,50
α32=	0,00	β23=	-1,50	α32=	0,00	β23=	-1,50	α32=	0,00	β23=	-1,50	α32=	0,00
Αε=	1,125	ηε=	0,30	Αε=	1,125	ηε=	0,30	Αε=					

10.5 Ολικό μητρώο στιβαρότητας του φορά και ολικό μητρώο επικόμβιων δυνάμεων λόγω εξωτερικής φόρτισης

Στοιχείο	κόμβοι	Βαθμός	Βαθμός	Στήλη	Βαθμός	Βαθμός	Στήλη	Βαθμός	Βαθμός	Στήλη	Βαθμός	Βαθμός	Στήλη	Βαθμός	Βαθμός	Στήλη	Βαθμός	Βαθμός	Στήλη	Στοιχείο	Επικόμβια Φορτία [Q] _m	Βαθμός Ελευθερίας
		Ελευθερίας (γραμμή)	Ελευθερίας (στήλη)	[K] _m 1	Ελευθερίας (γραμμή)	Ελευθερίας (στήλη)	[K] _m 2	Ελευθερίας (γραμμή)	Ελευθερίας (στήλη)	[K] _m 3	Ελευθερίας (γραμμή)	Ελευθερίας (στήλη)	[K] _m 4	Ελευθερίας (γραμμή)	Ελευθερίας (στήλη)	[K] _m 5	Ελευθερίας (γραμμή)	Ελευθερίας (στήλη)	[K] _m 6			
1	1	1	1	900000,00	1	2	0,00	1	15	0,00	1	16	-1200000,00	1	13	-900000,00	1	14	1200000,00	1	0,00	1
		2	1	0,00	2	2	2400000,00	2	15	-800000,00	2	16	0,00	2	13	800000,00	2	14	-2400000,00		-3,60	2
	8	15	1	0,00	15	2	-800000,00	15	15	4266666,67	15	16	0,00	15	13	-4266666,67	15	14	800000,00		0,00	15
		16	1	-1200000,00	16	2	0,00	16	15	0,00	16	16	1600000,00	16	13	1200000,00	16	14	-1600000,00		-3,60	16
	7	13	1	-900000,00	13	2	800000,00	13	15	-4266666,67	13	16	1200000,00	13	13	5166666,67	13	14	-2000000,00		0,00	13
		14	1	1200000,00	14	2	-2400000,00	14	15	800000,00	14	16	-1600000,00	14	13	-2000000,00	14	14	4000000,00		-3,60	14
	2	1	1	1	4266666,67	1	2	0,00	1	3	-4266666,67	1	4	800000,00	1	15	0,00	1	16		-800000,00	2
2			1	0,00	2	2	1600000,00	2	3	1200000,00	2	4	-1600000,00	2	15	-1200000,00	2	16	0,00	-3,60	2	
2		3	1	-4266666,67	3	2	1200000,00	3	3	5166666,67	3	4	-2000000,00	3	15	-900000,00	3	16	800000,00	0,00	3	
		4	1	8000000,00	4	2	-1600000,00	4	3	-2000000,00	4	4	4000000,00	4	15	1200000,00	4	16	-2400000,00	-3,60	4	
8		15	1	0,00	15	2	-1200000,00	15	3	-900000,00	15	4	1200000,00	15	15	900000,00	15	16	0,00	0,00	15	
		16	1	-800000,00	16	2	0,00	16	3	800000,00	16	4	-2400000,00	16	15	0,00	16	16	2400000,00	-3,60	16	
3		2	3	3	146000,00	3	4	0,00	3	17	0,00	3	18	-146000,00	3	15	-146000,00	3	16	146000,00	3	
	4		3	0,00	4	4	397790,06	4	17	-37769,96	4	18	0,00	4	15	37769,96	4	16	-397790,06	-2,13		4
	9	17	3	0,00	17	4	-37769,96	17	17	755399,30	17	18	0,00	17	15	-755399,30	17	16	37769,96	0,00		17
		18	3	-146000,00	18	4	0,00	18	17	0,00	18	18	146000,00	18	15	146000,00	18	16	-146000,00	-2,13		18
	8	15	3	-146000,00	15	4	37769,96	15	17	-755399,30	15	18	146000,00	15	15	901399,30	15	16	-183769,96	0,00		15
		16	3	146000,00	16	4	-397790,06	16	17	37769,96	16	18	-146000,00	16	15	-183769,96	16	16	543790,06	-2,13		16
4	2	3	3	755399,30	3	4	0,00	3	5	-755399,30	3	6	37769,96	3	17	0,00	3	18	-37769,96	4	0,00	3
		4	3	0,00	4	4	146000,00	4	5	146000,00	4	6	-146000,00	4	17	-146000,00	4	18	0,00		-2,13	4
	3	5	3	-755399,30	5	4	146000,00	5	5	901399,30	5	6	-183769,96	5	17	-146000,00	5	18	37769,96		0,00	5
		6	3	37769,96	6	4	-146000,00	6	5	-183769,96	6	6	543790,06	6	17	146000,00	6	18	-397790,06		-2,13	6
	9	17	3	0,00	17	4	-146000,00	17	5	-146000,00	17	6	146000,00	17	17	146000,00	17	18	0,00		0,00	17
		18	3	-37769,96	18	4	0,00	18	5	37769,96	18	6	-397790,06	18	17	0,00	18	18	397790,06		-2,13	18

Στοιχείο	κόμβοι															Στοιχείο					
5	3	5	5	146000,00	5	6	0,00	5	19	0,00	5	20	-146000,00	5	17	-146000,00	5	18	146000,00	0,00	5
		6	5	0,00	6	6	397790,06	6	19	-37769,96	6	20	0,00	6	17	37769,96	6	18	-397790,06	-2,13	6
	10	19	5	0,00	19	6	-37769,96	19	19	755399,30	19	20	0,00	19	17	-755399,30	19	18	37769,96	0,00	19
		20	5	-146000,00	20	6	0,00	20	19	0,00	20	20	146000,00	20	17	146000,00	20	18	-146000,00	-2,13	20
	9	17	5	-146000,00	17	6	37769,96	17	19	-755399,30	17	20	146000,00	17	17	901399,30	17	18	-183769,96	0,00	17
		18	5	146000,00	18	6	-397790,06	18	19	37769,96	18	20	-146000,00	18	17	-183769,96	18	18	543790,06	-2,13	18
6	3	5	5	755399,30	5	6	0,00	5	7	-755399,30	5	8	37769,96	5	19	0,00	5	20	-37769,96	0,00	5
		6	5	0,00	6	6	146000,00	6	7	146000,00	6	8	-146000,00	6	19	-146000,00	6	20	0,00	-2,13	6
	4	7	5	-755399,30	7	6	146000,00	7	7	901399,30	7	8	-183769,96	7	19	-146000,00	7	20	37769,96	0,00	7
		8	5	37769,96	8	6	-146000,00	8	7	-183769,96	8	8	543790,06	8	19	146000,00	8	20	-397790,06	-2,13	8
	10	19	5	0,00	19	6	-146000,00	19	7	-146000,00	19	8	146000,00	19	19	146000,00	19	20	0,00	0,00	19
		20	5	-37769,96	20	6	0,00	20	7	37769,96	20	8	-397790,06	20	19	0,00	20	20	397790,06	-2,13	20
7	4	7	7	146000,00	7	8	0,00	7	21	0,00	7	22	-146000,00	7	19	-146000,00	7	20	146000,00	0,00	7
		8	7	0,00	8	8	397790,06	8	21	-37769,96	8	22	0,00	8	19	37769,96	8	20	-397790,06	-2,13	8
	11	21	7	0,00	21	8	-37769,96	21	21	755399,30	21	22	0,00	21	19	-755399,30	21	20	37769,96	0,00	21
		22	7	-146000,00	22	8	0,00	22	21	0,00	22	22	146000,00	22	19	146000,00	22	20	-146000,00	-2,13	22
	10	19	7	-146000,00	19	8	37769,96	19	21	-755399,30	19	22	146000,00	19	19	901399,30	19	20	-183769,96	0,00	19
		20	7	146000,00	20	8	-397790,06	20	21	37769,96	20	22	-146000,00	20	19	-183769,96	20	20	543790,06	-2,13	20
8	4	7	7	755399,30	7	8	0,00	7	9	-755399,30	7	10	37769,96	7	21	0,00	7	22	-37769,96	0,00	7
		8	7	0,00	8	8	146000,00	8	9	146000,00	8	10	-146000,00	8	21	-146000,00	8	22	0,00	-2,13	8
	5	9	7	-755399,30	9	8	146000,00	9	9	901399,30	9	10	-183769,96	9	21	-146000,00	9	22	37769,96	0,00	9
		10	7	37769,96	10	8	-146000,00	10	9	-183769,96	10	10	543790,06	10	21	146000,00	10	22	-397790,06	-2,13	10
	11	21	7	0,00	21	8	-146000,00	21	9	-146000,00	21	10	146000,00	21	21	146000,00	21	22	0,00	0,00	21
		22	7	-37769,96	22	8	0,00	22	9	37769,96	22	10	-397790,06	22	21	0,00	22	22	397790,06	-2,13	22

Στοιχείο	κόμβοι																	Στοιχείο		
9	5	9 9	900000,00	9 10	0,00	9 23	0,00	9 24	-1200000,00	9 21	-900000,00	9 22	1200000,00	Στοιχείο 9	0,00	9				
		10 9	0,00	10 10	2400000,00	10 23	-800000,00	10 24	0,00	10 21	800000,00	10 22	-2400000,00		-3,60	10				
	12	23 9	0,00	23 10	-800000,00	23 23	4266666,67	23 24	0,00	23 21	-4266666,67	23 22	800000,00		0,00	23				
		24 9	-1200000,00	24 10	0,00	24 23	0,00	24 24	1600000,00	24 21	1200000,00	24 22	-1600000,00		-3,60	24				
	11	21 9	-900000,00	21 10	800000,00	21 23	-4266666,67	21 24	1200000,00	21 21	5166666,67	21 22	-2000000,00		0,00	21				
		22 9	1200000,00	22 10	-2400000,00	22 23	800000,00	22 24	-1600000,00	22 21	-2000000,00	22 22	4000000,00		-3,60	22				
10	5	9 9	4266666,67	9 10	0,00	9 11	-4266666,67	9 12	800000,00	9 23	0,00	9 24	-800000,00	Στοιχείο 10	0,00	9				
		10 9	0,00	10 10	1600000,00	10 11	1200000,00	10 12	-1600000,00	10 23	-1200000,00	10 24	0,00		-3,60	10				
	6	11 9	-4266666,67	11 10	1200000,00	11 11	5166666,67	11 12	-2000000,00	11 23	-900000,00	11 24	800000,00		0,00	11				
		12 9	800000,00	12 10	-1600000,00	12 11	-2000000,00	12 12	4000000,00	12 23	1200000,00	12 24	-2400000,00		-3,60	12				
	12	23 9	0,00	23 10	-1200000,00	23 11	-900000,00	23 12	1200000,00	23 23	900000,00	23 24	0,00		0,00	23				
		24 9	-800000,00	24 10	0,00	24 11	800000,00	24 12	-2400000,00	24 23	0,00	24 24	2400000,00		-3,60	24				
11	7	13 13	900000,00	13 14	0,00	13 27	0,00	13 28	-1200000,00	13 25	-900000,00	13 26	1200000,00	Στοιχείο 11	0,00	13				
		14 13	0,00	14 14	2400000,00	14 27	-800000,00	14 28	0,00	14 25	800000,00	14 26	-2400000,00		-3,60	14				
	14	27 13	0,00	27 14	-800000,00	27 27	4266666,67	27 28	0,00	27 25	-4266666,67	27 26	800000,00		0,00	27				
		28 13	-1200000,00	28 14	0,00	28 27	0,00	28 28	1600000,00	28 25	1200000,00	28 26	-1600000,00		-3,60	28				
	13	25 13	-900000,00	25 14	800000,00	25 27	-4266666,67	25 28	1200000,00	25 25	5166666,67	25 26	-2000000,00		0,00	25				
		26 13	1200000,00	26 14	-2400000,00	26 27	800000,00	26 28	-1600000,00	26 25	-2000000,00	26 26	4000000,00		-3,60	26				
12	7	13 13	4266666,67	13 14	0,00	13 15	-4266666,67	13 16	800000,00	13 27	0,00	13 28	-800000,00	Στοιχείο 12	0,00	13				
		14 13	0,00	14 14	1600000,00	14 15	1200000,00	14 16	-1600000,00	14 27	-1200000,00	14 28	0,00		-3,60	14				
	8	15 13	-4266666,67	15 14	1200000,00	15 15	5166666,67	15 16	-2000000,00	15 27	-900000,00	15 28	800000,00		0,00	15				
		16 13	800000,00	16 14	-1600000,00	16 15	-2000000,00	16 16	4000000,00	16 27	1200000,00	16 28	-2400000,00		-3,60	16				
	14	27 13	0,00	27 14	-1200000,00	27 15	-900000,00	27 16	1200000,00	27 27	900000,00	27 28	0,00		0,00	27				
		28 13	-800000,00	28 14	0,00	28 15	800000,00	28 16	-2400000,00	28 27	0,00	28 28	2400000,00		-3,60	28				

Στοιχείο	κόμβοι																		Στοιχείο		
13	8	15 15	146000,00	15 16	0,00	15 29	0,00	15 30	-146000,00	15 27	-146000,00	15 28	146000,00	13	0,00	15					
		16 15	0,00	16 16	397790,06	16 29	-37769,96	16 30	0,00	16 27	37769,96	16 28	-397790,06		-2,13	16					
	15	29 15	0,00	29 16	-37769,96	29 29	755399,30	29 30	0,00	29 27	-755399,30	29 28	37769,96	0,00	29						
		30 15	-146000,00	30 16	0,00	30 29	0,00	30 30	146000,00	30 27	146000,00	30 28	-146000,00	-2,13	30						
	14	27 15	-146000,00	27 16	37769,96	27 29	-755399,30	27 30	146000,00	27 27	901399,30	27 28	-183769,96	0,00	27						
		28 15	146000,00	28 16	-397790,06	28 29	37769,96	28 30	-146000,00	28 27	-183769,96	28 28	543790,06	-2,13	28						
14	8	15 15	755399,30	15 16	0,00	15 17	-755399,30	15 18	37769,96	15 29	0,00	15 30	-37769,96	14	0,00	15					
		16 15	0,00	16 16	146000,00	16 17	146000,00	16 18	-146000,00	16 29	-146000,00	16 30	0,00		-2,13	16					
	9	17 15	-755399,30	17 16	146000,00	17 17	901399,30	17 18	-183769,96	17 29	-146000,00	17 30	37769,96	0,00	17						
		18 15	37769,96	18 16	-146000,00	18 17	-183769,96	18 18	543790,06	18 29	146000,00	18 30	-397790,06	-2,13	18						
	15	29 15	0,00	29 16	-146000,00	29 17	-146000,00	29 18	146000,00	29 29	146000,00	29 30	0,00	0,00	29						
		30 15	-37769,96	30 16	0,00	30 17	37769,96	30 18	-397790,06	30 29	0,00	30 30	397790,06	-2,13	30						
15	9	17 17	146000,00	17 18	0,00	17 31	0,00	17 32	-146000,00	17 29	-146000,00	17 30	146000,00	15	0,00	17					
		18 17	0,00	18 18	397790,06	18 31	-37769,96	18 32	0,00	18 29	37769,96	18 30	-397790,06		-2,13	18					
	16	31 17	0,00	31 18	-37769,96	31 31	755399,30	31 32	0,00	31 29	-755399,30	31 30	37769,96	0,00	31						
		32 17	-146000,00	32 18	0,00	32 31	0,00	32 32	146000,00	32 29	146000,00	32 30	-146000,00	-2,13	32						
	15	29 17	-146000,00	29 18	37769,96	29 31	-755399,30	29 32	-146000,00	29 29	901399,30	29 30	-183769,96	0,00	29						
		30 17	146000,00	30 18	-397790,06	30 31	37769,96	30 32	-146000,00	30 29	-183769,96	30 30	543790,06	-2,13	30						
16	9	17 17	755399,30	17 18	0,00	17 19	-755399,30	17 20	37769,96	17 31	0,00	17 32	-37769,96	16	0,00	17					
		18 17	0,00	18 18	146000,00	18 19	146000,00	18 20	-146000,00	18 31	-146000,00	18 32	0,00		-2,13	18					
	10	19 17	-755399,30	19 18	146000,00	19 19	901399,30	19 20	-183769,96	19 31	-146000,00	19 32	37769,96	0,00	19						
		20 17	37769,96	20 18	-146000,00	20 19	-183769,96	20 20	543790,06	20 31	146000,00	20 32	-397790,06	-2,13	20						
	16	31 17	0,00	31 18	-146000,00	31 19	-146000,00	31 20	146000,00	31 31	146000,00	31 32	0,00	0,00	31						
		32 17	-37769,96	32 18	0,00	32 19	37769,96	32 20	-397790,06	32 31	0,00	32 32	397790,06	-2,13	32						

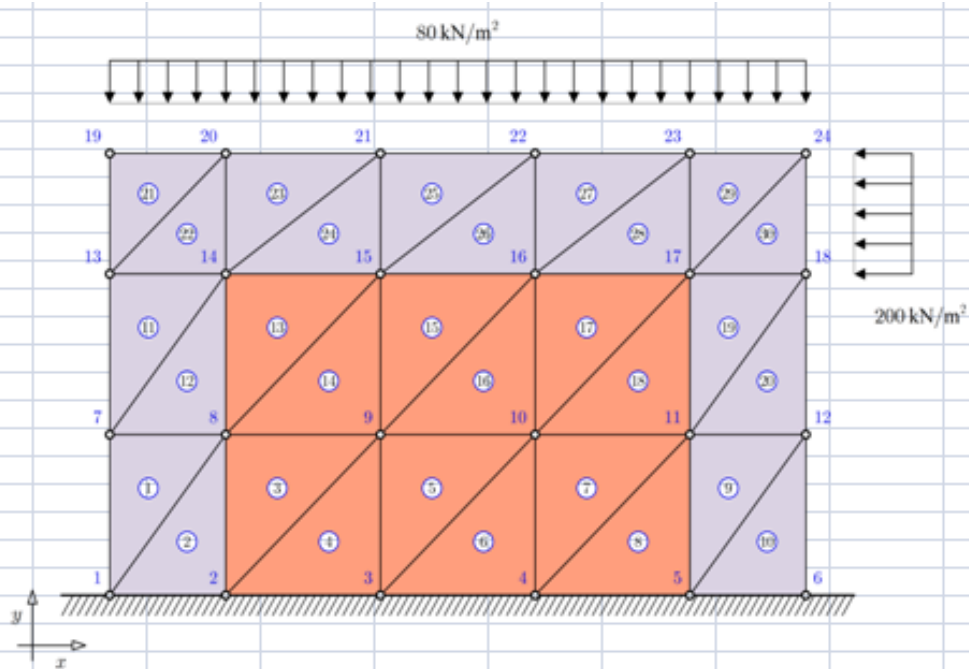
Στοιχείο	κόμβοι																	Στοιχείο		
17	10	19 19	146000,00	19 20	0,00	19 33	0,00	19 34	-146000,00	19 31	-146000,00	19 32	146000,00					17	0,00	19
		20 19	0,00	20 20	397790,06	20 33	-37769,96	20 34	0,00	20 31	37769,96	20 32	-397790,06						-2,13	20
	17	33 19	0,00	33 20	-37769,96	33 33	755399,30	33 34	0,00	33 31	-755399,30	33 32	37769,96						0,00	33
		34 19	-146000,00	34 20	0,00	34 33	0,00	34 34	146000,00	34 31	146000,00	34 32	-146000,00						-2,13	34
	16	31 19	-146000,00	31 20	37769,96	31 33	-755399,30	31 34	146000,00	31 31	901399,30	31 32	-183769,96						0,00	31
		32 19	146000,00	32 20	-397790,06	32 33	37769,96	32 34	-146000,00	32 31	-183769,96	32 32	543790,06						-2,13	32
18	10	19 19	755399,30	19 20	0,00	19 21	-755399,30	19 22	37769,96	19 33	0,00	19 34	-37769,96					18	0,00	19
		20 19	0,00	20 20	146000,00	20 21	146000,00	20 22	-146000,00	20 33	-146000,00	20 34	0,00						-2,13	20
	11	21 19	-755399,30	21 20	146000,00	21 21	901399,30	21 22	-183769,96	21 33	-146000,00	21 34	37769,96						0,00	21
		22 19	37769,96	22 20	-146000,00	22 21	-183769,96	22 22	543790,06	22 33	146000,00	22 34	-397790,06						-2,13	22
	17	33 19	0,00	33 20	-146000,00	33 21	-146000,00	33 22	-146000,00	33 33	146000,00	33 34	0,00						0,00	33
		34 19	-37769,96	34 20	0,00	34 21	37769,96	34 22	-397790,06	34 33	0,00	34 34	397790,06						-2,13	34
19	11	21 21	900000,00	21 22	0,00	21 35	0,00	21 36	-1200000,00	21 33	-900000,00	21 34	1200000,00					19	0,00	21
		22 21	0,00	22 22	2400000,00	22 35	-800000,00	22 36	0,00	22 33	800000,00	22 34	-2400000,00						-3,60	22
	18	35 21	0,00	35 22	-800000,00	35 35	4266666,67	35 36	0,00	35 33	-4266666,67	35 34	800000,00						0,00	35
		36 21	-1200000,00	36 22	0,00	36 35	0,00	36 36	1600000,00	36 33	1200000,00	36 34	-1600000,00						-3,60	36
	17	33 21	-900000,00	33 22	800000,00	33 35	-4266666,67	33 36	1200000,00	33 33	5166666,67	33 34	-2000000,00						0,00	33
		34 21	1200000,00	34 22	-2400000,00	34 35	800000,00	34 36	-1600000,00	34 33	-2000000,00	34 34	4000000,00						-3,60	34
20	11	21 21	4266666,67	21 22	0,00	21 23	-4266666,67	21 24	800000,00	21 35	0,00	21 36	-800000,00					20	0,00	21
		22 21	0,00	22 22	1600000,00	22 23	1200000,00	22 24	-1600000,00	22 35	-1200000,00	22 36	0,00						-3,60	22
	12	23 21	-4266666,67	23 22	1200000,00	23 23	5166666,67	23 24	-2000000,00	23 35	-900000,00	23 36	800000,00						0,00	23
		24 21	800000,00	24 22	-1600000,00	24 23	-2000000,00	24 24	4000000,00	24 35	1200000,00	24 36	-2400000,00						-3,60	24
	18	35 21	0,00	35 22	-1200000,00	35 23	-900000,00	35 24	1200000,00	35 35	900000,00	35 36	0,00						0,00	35
		36 21	-800000,00	36 22	0,00	36 23	800000,00	36 24	-2400000,00	36 35	0,00	36 36	2400000,00						-3,60	36

Στοιχείο	κόμβοι													Στοιχείο		
21	13	25 25	1200000,00	25 26	0,00	25 39	0,00	25 40	-1200000,00	25 37	-1200000,00	25 38	1200000,00	21	0,00	25
		26 25	0,00	26 26	3200000,00	26 39	-800000,00	26 40	0,00	26 37	800000,00	26 38	-3200000,00		-2,70	26
	20	39 25	0,00	39 26	-800000,00	39 39	3200000,00	39 40	0,00	39 37	-3200000,00	39 38	800000,00		0,00	39
		40 25	-1200000,00	40 26	0,00	40 39	0,00	40 40	1200000,00	40 37	1200000,00	40 38	-1200000,00		-2,70	40
	19	37 25	-1200000,00	37 26	800000,00	37 39	-3200000,00	37 40	1200000,00	37 37	4400000,00	37 38	-2000000,00		0,00	37
		38 25	1200000,00	38 26	-3200000,00	38 39	800000,00	38 40	-1200000,00	38 37	-2000000,00	38 38	4400000,00		-2,70	38
22	13	25 25	3200000,00	25 26	0,00	25 27	-3200000,00	25 28	800000,00	25 39	0,00	25 40	-800000,00	22	0,00	25
		26 25	0,00	26 26	1200000,00	26 27	1200000,00	26 28	-1200000,00	26 39	-1200000,00	26 40	0,00		-2,70	26
	14	27 25	-3200000,00	27 26	1200000,00	27 27	4400000,00	27 28	-2000000,00	27 39	-1200000,00	27 40	800000,00		0,00	27
		28 25	800000,00	28 26	-1200000,00	28 27	-2000000,00	28 28	4400000,00	28 39	1200000,00	28 40	-3200000,00		-2,70	28
	20	39 25	0,00	39 26	-1200000,00	39 27	-1200000,00	39 28	1200000,00	39 39	1200000,00	39 40	0,00		0,00	39
		40 25	-800000,00	40 26	0,00	40 27	800000,00	40 28	-3200000,00	40 39	0,00	40 40	3200000,00		-2,70	40
23	14	27 27	1600000,00	27 28	0,00	27 41	0,00	27 42	-1200000,00	27 39	-1600000,00	27 40	1200000,00	23	0,00	27
		28 27	0,00	28 28	4266666,67	28 41	-800000,00	28 42	0,00	28 39	800000,00	28 40	-4266666,67		-3,60	28
	21	41 27	0,00	41 28	-800000,00	41 41	2400000,00	41 42	0,00	41 39	-2400000,00	41 40	800000,00		0,00	41
		42 27	-1200000,00	42 28	0,00	42 41	0,00	42 42	900000,00	42 39	1200000,00	42 40	-900000,00		-3,60	42
	20	39 27	-1600000,00	39 28	800000,00	39 41	-2400000,00	39 42	1200000,00	39 39	4000000,00	39 40	-2000000,00		0,00	39
		40 27	1200000,00	40 28	-4266666,67	40 41	800000,00	40 42	-900000,00	40 39	-2000000,00	40 40	5166666,67		-3,60	40
24	14	27 27	2400000,00	27 28	0,00	27 29	-2400000,00	27 30	800000,00	27 41	0,00	27 42	-800000,00	24	0,00	27
		28 27	0,00	28 28	900000,00	28 29	1200000,00	28 30	-900000,00	28 41	-1200000,00	28 42	0,00		-3,60	28
	15	29 27	-2400000,00	29 28	1200000,00	29 29	4000000,00	29 30	-2000000,00	29 41	-1600000,00	29 42	800000,00		0,00	29
		30 27	800000,00	30 28	-900000,00	30 29	-2000000,00	30 30	5166666,67	30 41	1200000,00	30 42	-4266666,67		-3,60	30
	21	41 27	0,00	41 28	-1200000,00	41 29	-1600000,00	41 30	1200000,00	41 41	1600000,00	41 42	0,00		0,00	41
		42 27	-800000,00	42 28	0,00	42 29	800000,00	42 30	-4266666,67	42 41	0,00	42 42	4266666,67		-3,60	42

															Στοιχείο		
25	κόμβοι														25		
25	15	29 29	1600000,00	29 30	0,00	29 43	0,00	29 44	-1200000,00	29 41	-1600000,00	29 42	1200000,00	0,00	29		
		30 29	0,00	30 30	4266666,67	30 43	-800000,00	30 44	0,00	30 41	800000,00	30 42	-4266666,67			-3,60	30
	22	43 29	0,00	43 30	-800000,00	43 43	2400000,00	43 44	0,00	43 41	-2400000,00	43 42	800000,00	0,00	43		
		44 29	-1200000,00	44 30	0,00	44 43	0,00	44 44	900000,00	44 41	1200000,00	44 42	-900000,00			-3,60	44
21	41 29	-1600000,00	41 30	800000,00	41 43	-2400000,00	41 44	1200000,00	41 41	4000000,00	41 42	-2000000,00	0,00	41			
	42 29	1200000,00	42 30	-4266666,67	42 43	800000,00	42 44	-900000,00	42 41	-2000000,00	42 42	5166666,67			-3,60	42	
																	Στοιχείο
															26		
26	15	29 29	2400000,00	29 30	0,00	29 31	-2400000,00	29 32	800000,00	29 43	0,00	29 44	-800000,00	0,00	29		
		30 29	0,00	30 30	900000,00	30 31	1200000,00	30 32	-900000,00	30 43	-1200000,00	30 44	0,00			-3,60	30
	16	31 29	-2400000,00	31 30	1200000,00	31 31	4000000,00	31 32	-2000000,00	31 43	-1600000,00	31 44	800000,00	0,00	31		
		32 29	800000,00	32 30	-900000,00	32 31	-2000000,00	32 32	5166666,67	32 43	1200000,00	32 44	-4266666,67			-3,60	32
22	43 29	0,00	43 30	-1200000,00	43 31	-1600000,00	43 32	1200000,00	43 43	1600000,00	43 44	0,00	0,00	43			
	44 29	-800000,00	44 30	0,00	44 31	800000,00	44 32	-4266666,67	44 43	0,00	44 44	4266666,67			-3,60	44	
																	Στοιχείο
															27		
27	16	31 31	1600000,00	31 32	0,00	31 45	0,00	31 46	-1200000,00	31 43	-1600000,00	31 44	1200000,00	0,00	31		
		32 31	0,00	32 32	4266666,67	32 45	-800000,00	32 46	0,00	32 43	800000,00	32 44	-4266666,67			-3,60	32
	23	45 31	0,00	45 32	-800000,00	45 45	2400000,00	45 46	0,00	45 43	-2400000,00	45 44	800000,00	0,00	45		
		46 31	-1200000,00	46 32	0,00	46 45	0,00	46 46	900000,00	46 43	1200000,00	46 44	-900000,00			-3,60	46
22	43 31	-1600000,00	43 32	800000,00	43 45	-2400000,00	43 46	1200000,00	43 43	4000000,00	43 44	-2000000,00	0,00	43			
	44 31	1200000,00	44 32	-4266666,67	44 45	800000,00	44 46	-900000,00	44 43	-2000000,00	44 44	5166666,67			-3,60	44	
																	Στοιχείο
															28		
28	16	31 31	2400000,00	31 32	0,00	31 33	-2400000,00	31 34	800000,00	31 45	0,00	31 46	-800000,00	0,00	31		
		32 31	0,00	32 32	900000,00	32 33	1200000,00	32 34	-900000,00	32 45	-1200000,00	32 46	0,00			-3,60	32
	17	33 31	-2400000,00	33 32	1200000,00	33 33	4000000,00	33 34	-2000000,00	33 45	-1600000,00	33 46	800000,00	0,00	33		
		34 31	800000,00	34 32	-900000,00	34 33	-2000000,00	34 34	5166666,67	34 45	1200000,00	34 46	-4266666,67			-3,60	34
23	45 31	0,00	45 32	-1200000,00	45 33	-1600000,00	45 34	1200000,00	45 45	1600000,00	45 46	0,00	0,00	45			
	46 31	-800000,00	46 32	0,00	46 33	800000,00	46 34	-4266666,67	46 45	0,00	46 46	4266666,67			-3,60	46	

Στοιχείο		κόμβοι														Στοιχείο						
29	17	33	33	1200000,00	33	34	0,00	33	47	0,00	33	48	-1200000,00	33	45	-1200000,00	33	46	1200000,00	29	0,00	33
		34	33	0,00	34	34	3200000,00	34	47	-800000,00	34	48	0,00	34	45	800000,00	34	46	-3200000,00		-2,70	34
	24	47	33	0,00	47	34	-800000,00	47	47	3200000,00	47	48	0,00	47	45	-3200000,00	47	46	800000,00		0,00	47
		48	33	-1200000,00	48	34	0,00	48	47	0,00	48	48	1200000,00	48	45	1200000,00	48	46	-1200000,00		-2,70	48
	23	45	33	-1200000,00	45	34	800000,00	45	47	-3200000,00	45	48	1200000,00	45	45	4400000,00	45	46	-2000000,00		0,00	45
		46	33	1200000,00	46	34	-3200000,00	46	47	800000,00	46	48	-1200000,00	46	45	-2000000,00	46	46	4400000,00		-2,70	46
																					Στοιχείο	
30	17	33	33	3200000,00	33	34	0,00	33	35	-3200000,00	33	36	800000,00	33	47	0,00	33	48	-800000,00	30	0,00	33
		34	33	0,00	34	34	1200000,00	34	35	1200000,00	34	36	-1200000,00	34	47	-1200000,00	34	48	0,00		-2,70	34
	18	35	33	-3200000,00	35	34	1200000,00	35	35	4400000,00	35	36	-2000000,00	35	47	-1200000,00	35	48	800000,00		0,00	35
		36	33	800000,00	36	34	-1200000,00	36	35	-2000000,00	36	36	4400000,00	36	47	1200000,00	36	48	-3200000,00		-2,70	36
	24	47	33	0,00	47	34	-1200000,00	47	35	-1200000,00	47	36	1200000,00	47	47	1200000,00	47	48	0,00		0,00	47
		48	33	-800000,00	48	34	0,00	48	35	800000,00	48	36	-3200000,00	48	47	0,00	48	48	3200000,00		-2,70	48

10.6 Καταγραφή των δεδομένων στους κόμβους του μοντέλου των πεπερασμένων στοιχείων του φορέα, δηλαδή των γνωστών επικόμβιων μετατοπίσεων και επικόμβιων φορτίων λόγω των συνοριακών τάσεων και των εσωτερικών φορτίσεων



Πίνακας Δεδομένων Συνοριακών Τάσεων							Επικόμβιες Δυνάμεις στα άκρα τμήματος	
κόμβος αρχής	κόμβος πέρατος	τάση t_x (kN/m ²)	τάση t_y (kN/m ²)	προσδιορ. Σταθείου	πάχος h_e	μήκος L	P_x	P_y
19	20	0,00	-80,00	21	0,30	1,50	0,00	-18,00
20	21	0,00	-80,00	23	0,30	2,00	0,00	-24,00
21	22	0,00	-80,00	25	0,30	2,00	0,00	-24,00
22	23	0,00	-80,00	27	0,30	2,00	0,00	-24,00
23	24	0,00	-80,00	29	0,30	1,50	0,00	-18,00
24	18	-200,00	0,00	30	0,30	1,50	-45,00	0,00

$$\begin{bmatrix} P_1^{x,1} \\ P_2^{x,1} \\ P_3^{x,1} \\ P_1^{x,2} \\ P_2^{x,2} \\ P_3^{x,2} \end{bmatrix} = \frac{h_x}{2} \begin{bmatrix} L_{12} & 0 & L_{31} & 0 & 0 & 0 \\ L_{12} & L_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{23} & L_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{12} & 0 & L_{31} \\ 0 & 0 & 0 & L_{12} & L_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L_{23} & L_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_x^{(12)} \\ \xi_x^{(23)} \\ \xi_x^{(31)} \\ \xi_y^{(12)} \\ \xi_y^{(23)} \\ \xi_y^{(31)} \end{bmatrix}$$

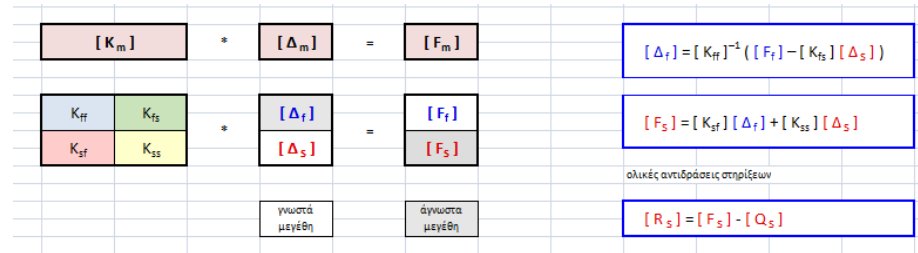
$$\begin{bmatrix} Q_1^{x,1} \\ Q_2^{x,1} \\ Q_3^{x,1} \\ Q_1^{x,2} \\ Q_2^{x,2} \\ Q_3^{x,2} \end{bmatrix} = \frac{h_x A^x}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix}$$

Κόμβος	1 : ελευθ., 0 :		Συνολικές Συνθήκες			Επικόμβιες		Νέα σειρά βαθ. ελευθ.
	βαθ. ελευθ.	κωδικός	Δi	Pi	Qi	Δυνάμεις		
1	1	0	0,000		0,00	0,00	1	13
	2	0	0,000		-7,20	-7,20	2	14
2	3	0	0,000		0,00	0,00	3	15
	4	0	0,000		-7,87	-7,87	4	16
3	5	0	0,000		0,00	0,00	5	17
	6	0	0,000		-6,40	-6,40	6	18
4	7	0	0,000		0,00	0,00	7	19
	8	0	0,000		-6,40	-6,40	8	20
5	9	0	0,000		0,00	0,00	9	21
	10	0	0,000		-9,33	-9,33	10	22
6	11	0	0,000		0,00	0,00	11	23
	12	0	0,000		-3,60	-3,60	12	24
7	13	1		0,00	0,00	0,00	13	25
	14	1		0,00	-10,80	-10,80	14	26
8	15	1		0,00	0,00	0,00	15	27
	16	1		0,00	-17,20	-17,20	16	28
9	17	1		0,00	0,00	0,00	17	29
	18	1		0,00	-12,80	-12,80	18	30
10	19	1		0,00	0,00	0,00	19	31
	20	1		0,00	-12,80	-12,80	20	32
11	21	1		0,00	0,00	0,00	21	33
	22	1		0,00	-17,20	-17,20	22	34
12	23	1		0,00	0,00	0,00	23	35
	24	1		0,00	-10,80	-10,80	24	36
13	25	1		0,00	0,00	0,00	25	37
	26	1		0,00	-9,00	-9,00	26	38
14	27	1		0,00	0,00	0,00	27	39
	28	1		0,00	-19,23	-19,23	28	40
15	29	1		0,00	0,00	0,00	29	41
	30	1		0,00	-17,20	-17,20	30	42
16	31	1		0,00	0,00	0,00	31	43
	32	1		0,00	-17,20	-17,20	32	44
17	33	1		0,00	0,00	0,00	33	45
	34	1		0,00	-16,87	-16,87	34	46
18	35	1		-45,00	0,00	-45,00	35	47
	36	1		0,00	-9,90	-9,90	36	48
19	37	1		0,00	0,00	0,00	37	1
	38	1		-18,00	-2,70	-20,70	38	2
20	39	1		0,00	0,00	0,00	39	3
	40	1		-42,00	-9,00	-51,00	40	4
21	41	1		0,00	0,00	0,00	41	5
	42	1		-48,00	-10,80	-58,80	42	6
22	43	1		0,00	0,00	0,00	43	7
	44	1		-48,00	-10,80	-58,80	44	8
23	45	1		0,00	0,00	0,00	45	9
	46	1		-42,00	-9,90	-51,90	46	10
24	47	1		-45,00	0,00	-45,00	47	11
	48	1		-18,00	-5,40	-23,40	48	12

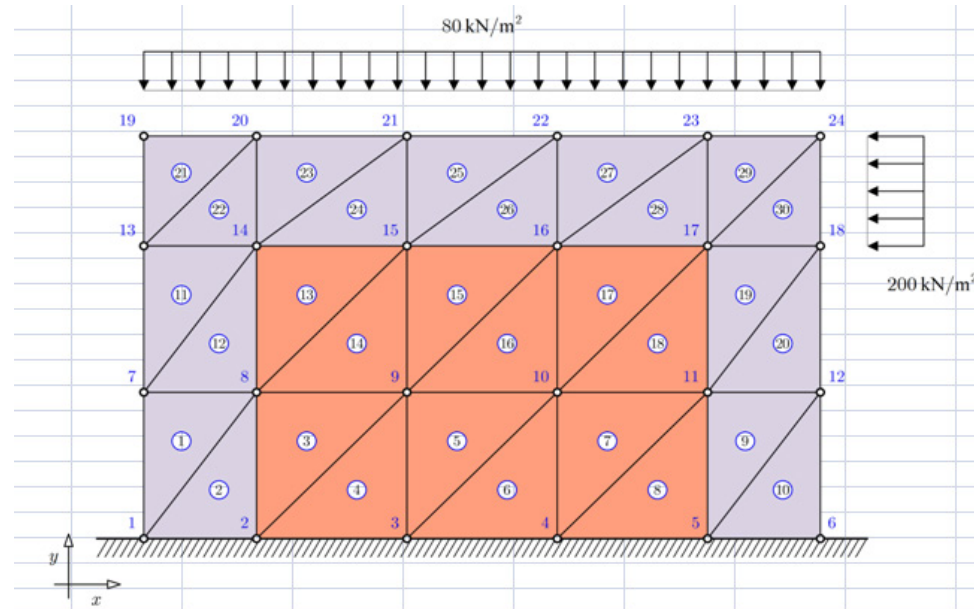
	0,00	13	Ελεύθεροι βαθμοί Επικόμβια φορτία στις ελεύθερες διευθύνσεις και άγνωστες επικόμβιες μετατοπίσεις
	-10,80	14	
	0,00	15	
	-17,20	16	
	0,00	17	
	-12,80	18	
	0,00	19	
	-12,80	20	
	0,00	21	
	-17,20	22	
	0,00	23	
	-10,80	24	
	0,00	25	
	-9,00	26	
	0,00	27	
	-19,23	28	
	0,00	29	
$[F_f] =$	-17,20	30	
	0,00	31	
	-17,20	32	
	0,00	33	
	-16,87	34	
	-45,00	35	
	-9,90	36	
	0,00	37	
	-20,70	38	
	0,00	39	
	-51,00	40	
	0,00	41	
	-58,80	42	
	0,00	43	
	-58,80	44	
	0,00	45	
	-51,90	46	
	-45,00	47	
	-23,40	48	

	0,00	1	Δεσμευμένοι βαθμοί Επικόμβια φορτία στις στηρίξεις (υπάρχουν και άγνωστες αντιδράσεις F_s)
	-7,20	2	
	0,00	3	
	-7,87	4	
	0,00	5	
$[Q_s] =$	-6,40	6	
	0,00	7	
	-6,40	8	
	0,00	9	
	-9,33	10	
	0,00	11	
	-3,60	12	

	0,000	1	Δεσμευμένοι βαθμοί Γνωστές επικόμβιες μετατοπίσεις
	0,000	2	
	0,000	3	
	0,000	4	
	0,000	5	
$[\Delta_s] =$	0,000	6	
	0,000	7	
	0,000	8	
	0,000	9	
	0,000	10	
	0,000	11	
	0,000	12	



10.8 Επίλυση εξισώσεων στιβαρότητας $[K_m] [\Delta_m] = [F_m]$ για τον υπολογισμό των επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]$ και των αντιδράσεων $[F_S]$ του προσομοιώματος με τριγωνικά πεπερασμένα στοιχεία



Μετατοπίσεις των ελεύθερων βαθμών του φορέα		Αντιδράσεις του φορέα κατά τους δεσμευμένους βαθμούς																																																																																																	
$[\Delta_f] = [K_{ff}]^{-1} * ([F_f] - [K_{fs}] * [\Delta_s])$		$[F_s] = [K_{sf}] * [\Delta_f] + [K_{ss}] * [\Delta_s]$																																																																																																	
$[\Delta_f] =$	<table border="1"> <tr><td>-3,94E-05</td><td>13</td></tr> <tr><td>-4,79E-05</td><td>14</td></tr> <tr><td>-3,07E-05</td><td>15</td></tr> <tr><td>-3,33E-05</td><td>16</td></tr> <tr><td>-3,31E-05</td><td>17</td></tr> <tr><td>-5,80E-05</td><td>18</td></tr> <tr><td>-3,12E-05</td><td>19</td></tr> <tr><td>-5,92E-05</td><td>20</td></tr> <tr><td>-2,94E-05</td><td>21</td></tr> <tr><td>-4,03E-05</td><td>22</td></tr> <tr><td>-2,35E-05</td><td>23</td></tr> <tr><td>-1,38E-05</td><td>24</td></tr> <tr><td>-6,52E-05</td><td>25</td></tr> <tr><td>-7,12E-05</td><td>26</td></tr> <tr><td>-6,50E-05</td><td>27</td></tr> <tr><td>-7,14E-05</td><td>28</td></tr> <tr><td>-7,22E-05</td><td>29</td></tr> <tr><td>-1,07E-04</td><td>30</td></tr> <tr><td>-7,45E-05</td><td>31</td></tr> <tr><td>-1,09E-04</td><td>32</td></tr> <tr><td>-7,82E-05</td><td>33</td></tr> <tr><td>-6,93E-05</td><td>34</td></tr> <tr><td>-7,82E-05</td><td>35</td></tr> <tr><td>-3,19E-05</td><td>36</td></tr> <tr><td>-6,25E-05</td><td>37</td></tr> <tr><td>-7,80E-05</td><td>38</td></tr> <tr><td>-6,06E-05</td><td>39</td></tr> <tr><td>-8,04E-05</td><td>40</td></tr> <tr><td>-6,66E-05</td><td>41</td></tr> <tr><td>-1,09E-04</td><td>42</td></tr> <tr><td>-8,72E-05</td><td>43</td></tr> <tr><td>-1,12E-04</td><td>44</td></tr> <tr><td>-1,07E-04</td><td>45</td></tr> <tr><td>-7,60E-05</td><td>46</td></tr> <tr><td>-1,18E-04</td><td>47</td></tr> <tr><td>-4,14E-05</td><td>48</td></tr> </table>	-3,94E-05	13	-4,79E-05	14	-3,07E-05	15	-3,33E-05	16	-3,31E-05	17	-5,80E-05	18	-3,12E-05	19	-5,92E-05	20	-2,94E-05	21	-4,03E-05	22	-2,35E-05	23	-1,38E-05	24	-6,52E-05	25	-7,12E-05	26	-6,50E-05	27	-7,14E-05	28	-7,22E-05	29	-1,07E-04	30	-7,45E-05	31	-1,09E-04	32	-7,82E-05	33	-6,93E-05	34	-7,82E-05	35	-3,19E-05	36	-6,25E-05	37	-7,80E-05	38	-6,06E-05	39	-8,04E-05	40	-6,66E-05	41	-1,09E-04	42	-8,72E-05	43	-1,12E-04	44	-1,07E-04	45	-7,60E-05	46	-1,18E-04	47	-4,14E-05	48	$[F_s] =$	<table border="1"> <tr><td>44,52</td><td>1</td></tr> <tr><td>144,86</td><td>2</td></tr> <tr><td>11,32</td><td>3</td></tr> <tr><td>61,12</td><td>4</td></tr> <tr><td>9,87</td><td>5</td></tr> <tr><td>45,81</td><td>6</td></tr> <tr><td>5,66</td><td>7</td></tr> <tr><td>46,74</td><td>8</td></tr> <tr><td>8,52</td><td>9</td></tr> <tr><td>132,09</td><td>10</td></tr> <tr><td>10,11</td><td>11</td></tr> <tr><td>4,97</td><td>12</td></tr> </table>	44,52	1	144,86	2	11,32	3	61,12	4	9,87	5	45,81	6	5,66	7	46,74	8	8,52	9	132,09	10	10,11	11	4,97	12
-3,94E-05	13																																																																																																		
-4,79E-05	14																																																																																																		
-3,07E-05	15																																																																																																		
-3,33E-05	16																																																																																																		
-3,31E-05	17																																																																																																		
-5,80E-05	18																																																																																																		
-3,12E-05	19																																																																																																		
-5,92E-05	20																																																																																																		
-2,94E-05	21																																																																																																		
-4,03E-05	22																																																																																																		
-2,35E-05	23																																																																																																		
-1,38E-05	24																																																																																																		
-6,52E-05	25																																																																																																		
-7,12E-05	26																																																																																																		
-6,50E-05	27																																																																																																		
-7,14E-05	28																																																																																																		
-7,22E-05	29																																																																																																		
-1,07E-04	30																																																																																																		
-7,45E-05	31																																																																																																		
-1,09E-04	32																																																																																																		
-7,82E-05	33																																																																																																		
-6,93E-05	34																																																																																																		
-7,82E-05	35																																																																																																		
-3,19E-05	36																																																																																																		
-6,25E-05	37																																																																																																		
-7,80E-05	38																																																																																																		
-6,06E-05	39																																																																																																		
-8,04E-05	40																																																																																																		
-6,66E-05	41																																																																																																		
-1,09E-04	42																																																																																																		
-8,72E-05	43																																																																																																		
-1,12E-04	44																																																																																																		
-1,07E-04	45																																																																																																		
-7,60E-05	46																																																																																																		
-1,18E-04	47																																																																																																		
-4,14E-05	48																																																																																																		
44,52	1																																																																																																		
144,86	2																																																																																																		
11,32	3																																																																																																		
61,12	4																																																																																																		
9,87	5																																																																																																		
45,81	6																																																																																																		
5,66	7																																																																																																		
46,74	8																																																																																																		
8,52	9																																																																																																		
132,09	10																																																																																																		
10,11	11																																																																																																		
4,97	12																																																																																																		
		$[R_s] = [F_s] - [Q_s] =$	<table border="1"> <tr><td>44,52</td><td>1</td></tr> <tr><td>152,06</td><td>2</td></tr> <tr><td>11,32</td><td>3</td></tr> <tr><td>68,99</td><td>4</td></tr> <tr><td>9,87</td><td>5</td></tr> <tr><td>52,21</td><td>6</td></tr> <tr><td>5,66</td><td>7</td></tr> <tr><td>53,14</td><td>8</td></tr> <tr><td>8,52</td><td>9</td></tr> <tr><td>141,42</td><td>10</td></tr> <tr><td>10,11</td><td>11</td></tr> <tr><td>8,57</td><td>12</td></tr> </table>	44,52	1	152,06	2	11,32	3	68,99	4	9,87	5	52,21	6	5,66	7	53,14	8	8,52	9	141,42	10	10,11	11	8,57	12																																																																								
44,52	1																																																																																																		
152,06	2																																																																																																		
11,32	3																																																																																																		
68,99	4																																																																																																		
9,87	5																																																																																																		
52,21	6																																																																																																		
5,66	7																																																																																																		
53,14	8																																																																																																		
8,52	9																																																																																																		
141,42	10																																																																																																		
10,11	11																																																																																																		
8,57	12																																																																																																		

10.9 Μόρφωση του Τροποποιημένου Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων $[\Delta_m]$ από τα μητρώα επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]$ των ελεύθερων βαθμών και $[\Delta_S]$ των δεσμευμένων βαθμών. Στη συνέχεια αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του Ολικού Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων $[\Delta]$.

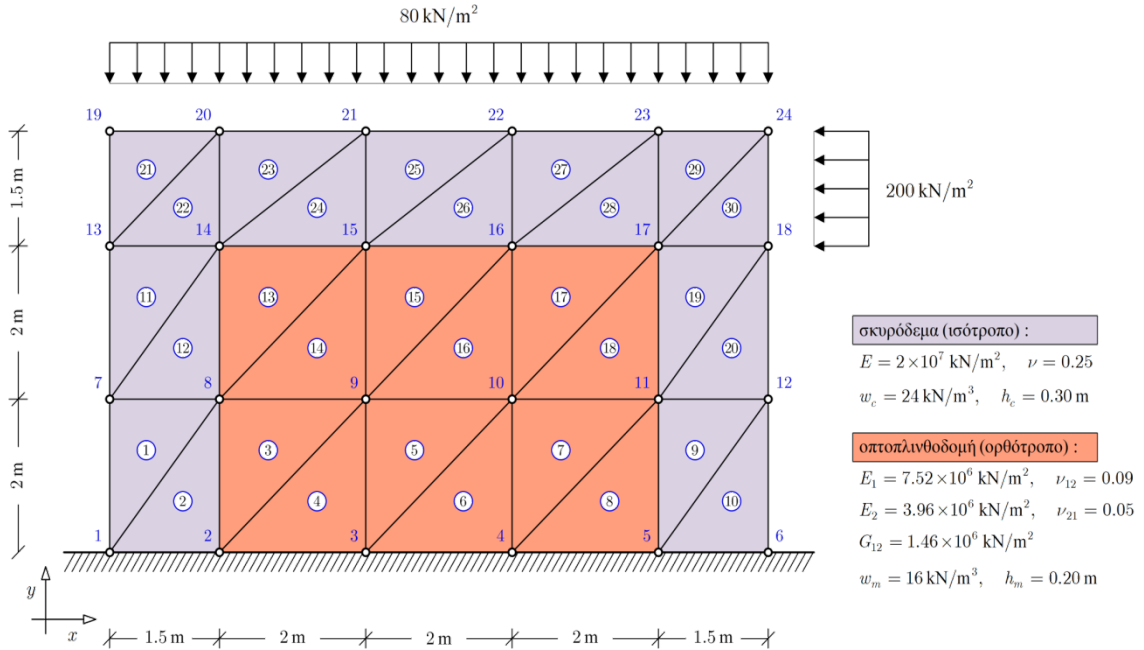
			Ποσ. Ελευθ.				Βαθ. Ελευθ.	ΚΟΜΒΟΙ
		-3,94E-05	13			0,000E+00	1	
		-4,79E-05	14			0,000E+00	2	
		-3,07E-05	15			0,000E+00	3	
		-3,33E-05	16			0,000E+00	4	2
		-3,31E-05	17			0,000E+00	5	
		-5,80E-05	18			0,000E+00	6	3
		-3,12E-05	19			0,000E+00	7	
		-5,92E-05	20			0,000E+00	8	4
		-2,94E-05	21			0,000E+00	9	
		-4,03E-05	22			0,000E+00	10	5
		-2,35E-05	23			0,000E+00	11	
		-1,38E-05	24			0,000E+00	12	6
		-6,52E-05	25			-3,943E-05	13	
		-7,12E-05	26			-4,791E-05	14	7
		-6,50E-05	27			-3,071E-05	15	
		-7,14E-05	28			-3,326E-05	16	8
		-7,22E-05	29			-3,309E-05	17	
		-1,07E-04	30			-5,801E-05	18	9
		-7,45E-05	31			-3,124E-05	19	
		-1,09E-04	32			-5,917E-05	20	10
		-7,82E-05	33			-2,944E-05	21	
		-6,93E-05	34			-4,035E-05	22	11
		-7,82E-05	35			-2,353E-05	23	
		-3,19E-05	36			-1,383E-05	24	12
		-6,25E-05	37		$[\Delta] =$	-6,522E-05	25	
		-7,80E-05	38			-7,119E-05	26	13
		-6,06E-05	39			-6,497E-05	27	
		-8,04E-05	40			-7,142E-05	28	14
		-6,66E-05	41			-7,218E-05	29	
		-1,09E-04	42			-1,071E-04	30	15
		-8,72E-05	43			-7,446E-05	31	
		-1,12E-04	44			-1,087E-04	32	16
		-1,07E-04	45			-7,824E-05	33	
		-7,60E-05	46			-6,933E-05	34	17
		-1,18E-04	47			-7,823E-05	35	
		-4,14E-05	48			-3,186E-05	36	18
		0,00E+00	1			-6,246E-05	37	
		0,00E+00	2			-7,799E-05	38	19
		0,00E+00	3			-6,063E-05	39	
		0,00E+00	4			-8,040E-05	40	20
		0,00E+00	5			-6,661E-05	41	
		0,00E+00	6			-1,086E-04	42	21
		0,00E+00	7			-8,719E-05	43	
		0,00E+00	8			-1,120E-04	44	22
		0,00E+00	9			-1,070E-04	45	
		0,00E+00	10			-7,600E-05	46	23
		0,00E+00	11			-1,184E-04	47	
		0,00E+00	12			-4,138E-05	48	24

$[\Delta_m] =$

$[\Delta_f]$
$[\Delta_S]$

 $=$

10.10 Υπολογισμός των συνιστωσών των μετατοπίσεων στις διευθύνσεις x και y , καθώς και των ορθών τάσεων και της διατμητικής τάσης στο εσωτερικό των επίπεδων γραμμικών τριγωνικών στοιχείων και συγκεκριμένα στο κέντρο βάρους αυτών.



$$\sigma_x^e = \frac{C_{11}}{2A^e} \left[u_1^e (y_2 - y_3) + u_2^e (y_3 - y_1) + u_3^e (y_1 - y_2) \right]$$

$$+ \frac{C_{12}}{2A^e} \left[v_1^e (x_3 - x_2) + v_2^e (x_1 - x_3) + v_3^e (x_2 - x_1) \right]$$

$$\sigma_y^e = \frac{C_{12}}{2A^e} \left[u_1^e (y_2 - y_3) + u_2^e (y_3 - y_1) + u_3^e (y_1 - y_2) \right]$$

$$+ \frac{C_{22}}{2A^e} \left[v_1^e (x_3 - x_2) + v_2^e (x_1 - x_3) + v_3^e (x_2 - x_1) \right]$$

$$\tau_{xy}^e = \frac{C_{33}}{2A^e} \left[u_1^e (x_3 - x_2) + u_2^e (x_1 - x_3) + u_3^e (x_2 - x_1) \right]$$

$$+ \frac{C_{33}}{2A^e} \left[v_1^e (y_2 - y_3) + v_2^e (y_3 - y_1) + v_3^e (y_1 - y_2) \right]$$

$$x_{\kappa\beta}^e = \frac{x_1^e + x_2^e + x_3^e}{3} \quad y_{\kappa\beta}^e = \frac{y_1^e + y_2^e + y_3^e}{3} \quad u^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = \frac{1}{3} (u_1^e + u_2^e + u_3^e)$$

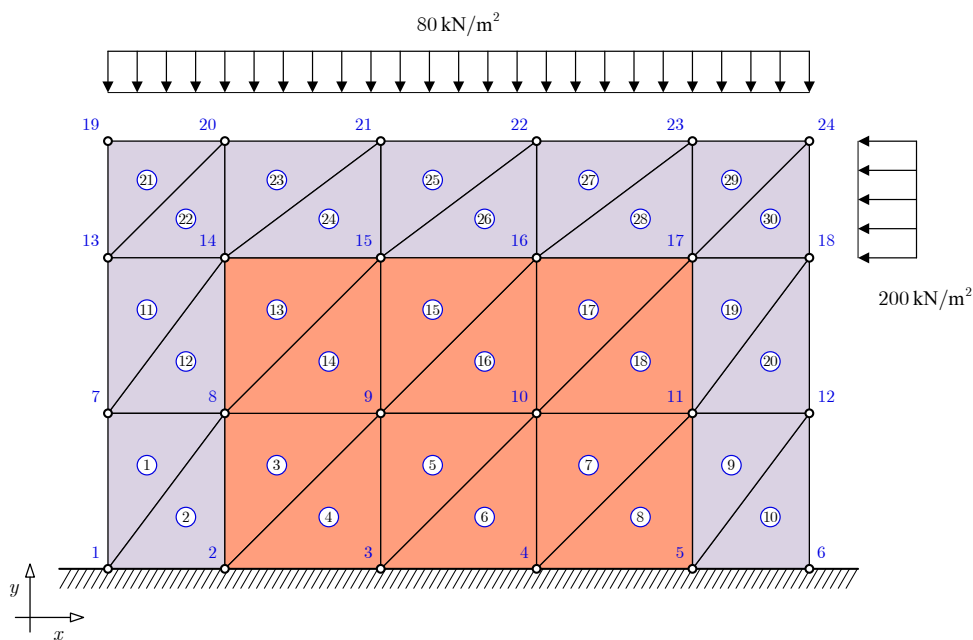
$$v^e(x_{\kappa\beta}^e, y_{\kappa\beta}^e) = \frac{1}{3} (v_1^e + v_2^e + v_3^e)$$

Υπολογισμός μετατοπίσεων και τάσεων στο εσωτερικό των πεπερασμένων στοιχείων										
Στοιχείο	Κόμβοι			Κέντρο Βάρους (Κ.Β.)		Μετατοπίσεις Κ.Β.		Τάσεις Κ.Β.		
	κόμβος #1	κόμβος #2	κόμβος #3	Xc	Yc	Uc	Vc	σx	σy	τxy
1	1	8	7	0,50	1,33	-2,34E-05	-2,71E-05	-3,70	-480,04	-79,60
2	1	2	8	1,00	0,67	-1,02E-05	-1,11E-05	-88,69	-354,78	-122,84
3	2	9	8	2,17	1,33	-2,13E-05	-3,04E-05	-15,26	-66,60	-40,49
4	2	3	9	2,83	0,67	-1,10E-05	-1,93E-05	-10,96	-115,39	-24,16
5	3	10	9	4,17	1,33	-2,14E-05	-3,91E-05	-3,97	-115,04	-25,00
6	3	4	10	4,83	0,67	-1,04E-05	-1,97E-05	-11,17	-117,68	-22,81
7	4	11	10	6,17	1,33	-2,02E-05	-3,32E-05	-4,37	-117,34	-9,07
8	4	5	11	6,83	0,67	-9,81E-06	-1,34E-05	-7,62	-80,25	-21,49
9	5	12	11	8,00	1,33	-1,77E-05	-1,81E-05	-23,51	-409,35	23,66
10	5	6	12	8,50	0,67	-7,84E-06	-4,61E-06	-36,89	-147,56	-94,10
11	7	14	13	0,50	3,33	-5,65E-05	-6,35E-05	-58,47	-247,41	-104,38
12	7	8	14	1,00	2,67	-4,50E-05	-5,09E-05	22,29	-376,07	-58,88
13	8	15	14	2,17	3,33	-5,60E-05	-7,06E-05	-34,46	-77,27	-51,05
14	8	9	15	2,83	2,67	-4,53E-05	-6,61E-05	-18,25	-98,08	-46,61
15	9	16	15	4,17	3,33	-5,99E-05	-9,13E-05	-17,86	-98,06	-29,72
16	9	10	16	4,83	2,67	-4,63E-05	-7,53E-05	-2,37	-98,20	-32,39
17	10	17	16	6,17	3,33	-6,13E-05	-7,91E-05	-23,64	-99,26	-2,79
18	10	11	17	6,83	2,67	-4,63E-05	-5,63E-05	1,33	-57,30	-21,88
19	11	18	17	8,00	3,33	-6,20E-05	-4,72E-05	-77,26	-309,12	4,64
20	11	12	18	8,50	2,67	-4,37E-05	-2,87E-05	36,01	-171,26	-77,43
21	13	20	19	0,50	5,00	-6,28E-05	-7,65E-05	1,87	-90,13	1,87
22	13	14	20	1,00	4,50	-6,36E-05	-7,43E-05	-28,30	-126,72	21,90
23	14	21	20	2,17	5,00	-6,41E-05	-8,68E-05	-95,75	-143,59	-89,64
24	14	15	21	2,83	4,50	-6,79E-05	-9,57E-05	-82,26	-40,49	-113,00
25	15	22	21	4,17	5,00	-7,53E-05	-1,09E-04	-224,79	-76,12	16,22
26	15	16	22	4,83	4,50	-7,79E-05	-1,09E-04	-35,81	-52,24	-74,38
27	16	23	22	6,17	5,00	-8,95E-05	-9,89E-05	-222,70	-98,96	75,95
28	16	17	23	6,83	4,50	-8,66E-05	-8,47E-05	-64,04	-104,94	4,22
29	17	24	23	8,00	5,00	-1,01E-04	-6,22E-05	-185,74	-135,36	31,33
30	17	18	24	8,50	4,50	-9,16E-05	-4,75E-05	-33,81	-135,33	-14,26

Βοηθητικοί υπολογισμοί για κάθε στοιχείο							
Στοιχείο	Εμβαδό A_e	$a_{ij} = x_i - x_j$			$b_{ij} = y_i - y_j$		
		a_{21}	a_{13}	a_{32}	b_{12}	b_{31}	b_{23}
1	1,500	1,50	0,00	-1,50	-2,00	2,00	0,00
2	1,500	1,50	-1,50	0,00	0,00	2,00	-2,00
3	2,000	2,00	0,00	-2,00	-2,00	2,00	0,00
4	2,000	2,00	-2,00	0,00	0,00	2,00	-2,00
5	2,000	2,00	0,00	-2,00	-2,00	2,00	0,00
6	2,000	2,00	-2,00	0,00	0,00	2,00	-2,00
7	2,000	2,00	0,00	-2,00	-2,00	2,00	0,00
8	2,000	2,00	-2,00	0,00	0,00	2,00	-2,00
9	1,500	1,50	0,00	-1,50	-2,00	2,00	0,00
10	1,500	1,50	-1,50	0,00	0,00	2,00	-2,00
11	1,500	1,50	0,00	-1,50	-2,00	2,00	0,00
12	1,500	1,50	-1,50	0,00	0,00	2,00	-2,00
13	2,000	2,00	0,00	-2,00	-2,00	2,00	0,00
14	2,000	2,00	-2,00	0,00	0,00	2,00	-2,00
15	2,000	2,00	0,00	-2,00	-2,00	2,00	0,00
16	2,000	2,00	-2,00	0,00	0,00	2,00	-2,00
17	2,000	2,00	0,00	-2,00	-2,00	2,00	0,00
18	2,000	2,00	-2,00	0,00	0,00	2,00	-2,00
19	1,500	1,50	0,00	-1,50	-2,00	2,00	0,00
20	1,500	1,50	-1,50	0,00	0,00	2,00	-2,00
21	1,125	1,50	0,00	-1,50	-1,50	1,50	0,00
22	1,125	1,50	-1,50	0,00	0,00	1,50	-1,50
23	1,500	2,00	0,00	-2,00	-1,50	1,50	0,00
24	1,500	2,00	-2,00	0,00	0,00	1,50	-1,50
25	1,500	2,00	0,00	-2,00	-1,50	1,50	0,00
26	1,500	2,00	-2,00	0,00	0,00	1,50	-1,50
27	1,500	2,00	0,00	-2,00	-1,50	1,50	0,00
28	1,500	2,00	-2,00	0,00	0,00	1,50	-1,50
29	1,125	1,50	0,00	-1,50	-1,50	1,50	0,00
30	1,125	1,50	-1,50	0,00	0,00	1,50	-1,50

Κεφάλαιο 11: Συμπεράσματα

Η προηγηθείσα ανάλυση του φορέα μας αποκαλύπτει ότι προκύπτουν σημαντικά διαφορετικές τιμές για τις οριζόντιες μετακινήσεις των κόμβων μεταξύ της περίπτωσης του τοιχοπληρωμένου πλαισίου και του κενού πλαισίου.



Συγκεκριμένα, ο κόμβος 7 με οριζόντιο βαθμό ελευθερίας 13 έχει στην οριζόντια διεύθυνση μετατόπιση $-6.44 \times 10^{-5} \text{ m}$ χωρίς την τοιχοπλήρωση, ενώ με την τοιχοπλήρωση η μετακίνηση του είναι $-3.94 \times 10^{-5} \text{ m}$, μικρότερη κατά απόλυτη τιμή. Αυτό σημαίνει πως έχουμε μεταβολή σε σχέση με το ανοικτό πλαίσιο κατά 38.8% (μείωση). Αντίστοιχα, ο κόμβος 13 χωρίς τοιχοπλήρωση έχει στην οριζόντια μετατόπιση $-11.47 \times 10^{-5} \text{ m}$, ενώ με την τοιχοπλήρωση παίρνει τιμή $-6.52 \times 10^{-5} \text{ m}$, δηλαδή μειώνεται κατά 43,1%. Τέλος, ο κόμβος 19 χωρίς τοιχοπλήρωση έχει μετατόπιση στην οριζόντια διεύθυνση τιμή $-10.54 \times 10^{-5} \text{ m}$, ενώ με την τοιχοπλήρωση η αντίστοιχη τιμή διαμορφώνεται σε $-6.25 \times 10^{-5} \text{ m}$, δηλαδή μείωση κατά 40,8%.

Στο σύνολο παρατηρούμε μία μείωση στις πλευρικές μετακινήσεις του πλαισίου κατά μέσον όρο περίπου 40% όταν τοιχοπληρωθεί. Αυτό σημαίνει πως το πλαίσιο με την προσθήκη της τοιχοποιίας γίνεται πιο στιβαρό και η συμβολή της τοιχοποιίας στο πλαίσιο είναι θετική προστατεύοντάς το.

Κεφάλαιο 12: Βιβλιογραφία

<https://www.timetoast.com/timelines/86364cab-66f5-4f3d-b928-9d19061808ad>

<https://www.akek.gr/1/index.php/2012-05-15-10-29-35>

<https://smartbuilding.gr/%CF%80%CF%8E%CF%82-%CF%87%CF%84%CE%AF%CE%B6%CE%B5%CF%84%CE%B1%CE%B9-%CE%AD%CE%BD%CE%B1-%CF%83%CF%80%CE%AF%CF%84%CE%B9/%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%BF%CF%80%CE%BF%CE%B9%CE%AF%CE%B1/>

<https://www.akek.gr/1/index.php/2012-04-12-10-00-33>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/2.%20CF%85%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CE%BF%20%CF%84%CE%BF%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84.pdf>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/1.%20CF%94%CE%B9%CF%80%CE%BB%CF%89%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE.pdf>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/3.%20GRI-2019-26381.pdf>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/4.%20Pavliou.pdf>

file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/5.%20WCE E2012_3647.pdf

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/6.%20%CE%94%CE%B9%CF%80%CE%BB%CF%89%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE%20%CE%A0%CE%B7%CE%BB%CE%B9%CF%87%CF%8C%CF%82%20%CE%91%CE%BD%CE%B1%CF%83%CF%84%CE%AC%CF%83%CE%B9%CE%BF%CF%82.pdf>

file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/7.%20%CE%A3%CF%80%CF%8D%CF%81%CE%BF%CF%85_MSc.pdf

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/8.%20P0004318.pdf>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/9.%20%CE%A4%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%BF%CF%80%CE%BF%CE%B9%CE%AF%CE%B5%CF%82.pdf>

file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/10.%20pol_00943.pdf

file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/11.%20OIKODOMIKH%20II%20-%20TOIXOPOIIES_THERMOMONVSH.pdf



<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/12.%20%CF%80%CE%B5%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B1%CF%83%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CE%B1%20%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CE%B1.pdf>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/13.%20%CF%80%CE%B5%CF%80%CE%B5%CF%81%CE%B1%CF%83%CE%BC%CE%AD%CE%BD%CE%B1%20%CE%92%CF%8C%CE%BB%CE%BF%CF%82.pdf>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/14.%20Charis%20Evangelatou0802.pdf>

<file:///F:/%CE%A0%CE%9C%CE%A3%20%CE%94%CE%BF%CE%BC%CE%BF%CF%83%CF%84%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC%20%CE%95%CF%81%CE%B3%CE%B1/%CE%A0%CF%84%CF%85%CF%87%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CE%AE%20%CE%B5%CF%81%CE%B3%CE%B1%CF%83%CE%AF%CE%B1/%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8C%20%CE%B1%CF%80%CF%8C%20%CE%AF%CE%BD%CF%84%CE%B5%CF%81%CE%BD%CE%B5%CF%84/16.%20gianniskyrzidis.pdf>