



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ  
ΑΝΤΟΧΗ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΗΣ ΠΛΑΚΑΣ, ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ  
ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

**ΣΑΛΑΓΙΑΝΝΗΣ ΜΙΧΑΗΛ**

**A.M.: 51114088**

**ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:** Αλέξανδρος Θεοδουλίδης

**ΑΙΓΑΛΕΩ 2023**



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**Διπλωματική Εργασία:**

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΤΟΧΗ  
ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΗΣ ΠΛΑΚΑΣ, ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ  
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

**Συγγραφέας:**

ΣΑΛΑΓΙΑΝΝΗΣ ΜΙΧΑΗΛ (51114088)

**Επιβλέπων:**

Δρ. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης

**Ημερομηνία εξέτασης:**

20/03/2023

**Εξεταστική Επιτροπή:**

Δημητρέλλου Σωτηρία  
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια  
ΠΑ.Δ.Α.

Χατζηκωνσταντής Γεώργιος  
Επίκουρος Καθηγητής  
ΠΑ.Δ.Α.

Θεοδουλίδης Αλέξανδρος  
Επίκουρος Καθηγητής  
ΠΑ.Δ.Α.

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος **Σαλαγιάννης Μιχαήλ** του **Γερασίμου**, με αριθμό μητρώου **51114088** φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής **Μηχανικών** του Τμήματος **Ναυπηγών Μηχανικών**, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου»

Ο Δηλών



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η εν λόγω εργασία αποτελεί ένα από τα τελευταία βήματα προς την ολοκλήρωση της σχολής και την ανάδειξή σε έναν επαγγελματία του χώρου.

Θέλω να ευχαριστήσω τους γονείς μου για τη στήριξη που μου έδωσαν παρόλες τις δυσκολίες που αναδύθηκαν ανά τα χρόνια, χωρίς ποτέ να σταθούν εμπόδιο στη μόρφωση μου, θα ήθελα να ευχαριστήσω φίλους και συγγενείς που μου παρείχαν βοήθεια στον χώρο μέσα από τις συμβουλές τους και οι οποίες αποδείχθηκαν πολύτιμες.

Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω το διδακτικό προσωπικό του πανεπιστημίου και πρωτίστως τον επιβλέπων καθηγητή μου κ. Θεοδουλίδη για τις γνώσεις και τη βοήθεια που μου παρείχαν στο μεγαλύτερο βαθμό που ήταν δυνατόν και εφικτό.

Τους ευχαριστώ πραγματικά όλους καθώς ήταν ένα ταξίδι δύσκολο και μακρύ και χωρίς την βοήθειά τους θα ήταν ένα χωρίς τέλος.



1	Πίνακας περιεχομένων	
1	ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	7
2	ABSTRACT .....	8
3	ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	9
3.1	ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ .....	12
4	ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΟΥ SCHADE.....	16
5	Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	28
5.1	Η ΛΟΓΙΚΗ ΠΙΣΩ ΑΠΟ ΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ .....	30
6	ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ SOLIDWORKS.....	33
7	ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΩΝ ΠΛΑΚΩΝ.....	35
7.1	ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ .....	35
7.2	ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ .....	43
7.3	ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΩΝ .....	48
7.4	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΠΑΧΟΣ ΤΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ .....	63
7.4.1	ΕΛΑΣΜΑ ΠΑΧΟΥΣ 30mm.....	63
7.4.2	ΕΛΑΣΜΑ ΠΑΧΟΥΣ 10mm.....	70
8	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	77
9	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	81

## ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ

$\epsilon$	Γραμμική παραμόρφωση
$\sigma$	Ορθή τάση
$E$	Μέτρο ελαστικότητας
$G$	Μέτρο διάτμησης
$\nu$	Λόγος Poisson
$\tau$	Διατμητική τάση
$\gamma$	Γωνιακή παραμόρφωση
$M$	Καμπτική ροπή
$D$	Ακαμψία
$Q$	Τέμνουσα δύναμη
$h$	Πάχος
$\rho$	Ομοιόμορφο φορτίο κάμψης
$a$	Μήκος ορθογωνίου.
$b$	Πλάτος ορθογωνίου.
$s_a (s_b)$	Απόσταση μακριών (κοντών) ενισχυτικών.
$I_{na}, (I_{nb})$	Ροπή αδράνειας, συμπεριλαμβανομένου του ενεργού πλάτους, μακρών (κοντών) επαναλαμβανόμενων ενισχυτικών
$I_{pa}, (I_{pb})$	Ροπή αδράνειας ενεργού πλάτους μόνο της πλάκας, που συνεργάζεται με μακριές (κοντές) επαναλαμβανόμενες ενισχύσεις.
$I_a (I_b)$	Ροπή αδράνειας, συμπεριλαμβανομένου του ενεργού πλάτους της πλάκας, κεντρικού μακρού (κοντού) ενισχυτικού.
$A_a (A_b)$	Περιοχή ιστού κεντρικού μακρού (κοντού) ενισχυτικού.
$r_a(r_b)$	Μοχλοβραχίονας κάμψης κεντρικού μακρού (κοντού) ενισχυτικού.

Πίνακας 1: Ονοματολογία

## 1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρακάτω εργασία έχει ως σκοπό να εξετάσει την επίδραση της μορφολογίας των ενισχυτικών στην αντοχή σε κάμψη ενισχυμένων πλακών υπό σταθερή πίεση με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, αλλά και διαφόρων άλλων παραμέτρων όπως το πάχος και ο τρόπος στήριξης. Αρχικά προχωράμε σε μια σύντομη εισαγωγή σχετικά με το είδος της πλάκας που μελετάται στην συγκεκριμένη εργασία, τα χαρακτηριστικά που τη διέπουν, καθώς και τις βασικές σχέσεις που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των παραμέτρων, όπως η τάση και η μέγιστη παραμόρφωση που είναι και τα πιο σημαντικά. Στη συνέχεια αναφέρουμε τον τρόπο υπολογισμού με τη μέθοδο του *Schade* και ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή και ιστορική αναδρομή στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, όπως και του προγράμματος όπου εργαζόμαστε το οποίο είναι το SolidWorks. Έπειτα περιγράφουμε τη κατασκευή του μοντέλου στο περιβάλλον του προγράμματος, διαστασιολογούμε τη πλάκα μας, κατασκευάζουμε όλα τα επιμέρους τμήματα που χρειαζόμαστε για τη μελέτη αυτής, επιλέγουμε το απαιτούμενο υλικό και προχωράμε στον υπολογισμό. Αφού λάβουμε τα αποτελέσματα τα μεταφέρουμε σε κατάλληλους πίνακες και τέλος εξάγουμε τα συμπεράσματά μας.



## 2 ABSTRACT

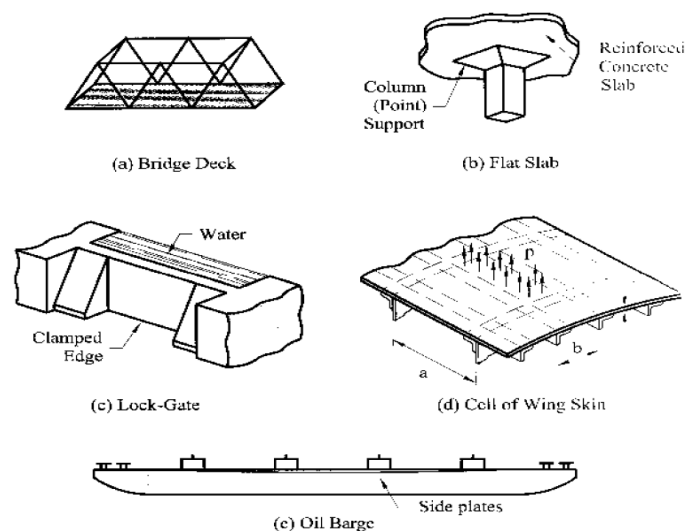
The purpose of the following work is to examine the influence of the morphology of the reinforcements on the bending strength of reinforced plates under constant pressure with the finite element method, but also of various other parameters such as the thickness and the method of support. First, we proceed with a brief introduction about the type of plate studied in this work, the characteristics that govern it, as well as the basic relationships used to calculate the parameters, such as stress and maximum strain, which are the most important. Then we report how to calculate with Schade's method, followed by a brief description and historical review of the finite element method as well as of the program where we work, which is SolidWorks. Then we proceed to build the model in the program environment, dimension our slab, construct all the individual parts we need for this study, select the required material and proceed to the calculation. After receive the results we transfer them to suitable tables and finally we extract our conclusions.

### 3 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι λεπτές μεταλλικές πλάκες είναι τα πρωταρχικά δομικά στοιχεία που οριοθετούνται από δύο παράλληλα επίπεδα, κοινώς ονομαζόμενα επιφάνειες, καθώς και τις επιφάνειες στα όρια της πλάκας. Η απόσταση μεταξύ των επιπέδων όψεων ονομάζεται πάχος ( $h$ ) της πλάκας, ενώ αυτό είναι μικρό σε σύγκριση με άλλες χαρακτηριστικές διαστάσεις της. Η ικανότητα μεταφοράς ενός φορτίου μιας πλάκας μπορεί να συσχετιστεί, ως ένα βαθμό, με αυτή των δοκών ή των καλωδίων. Έτσι, οι πλάκες μπορούν να προσεγγιστούν με ένα πλέγμα απείρου αριθμού δοκών ή από ένα δίκτυο απείρου αριθμού καλωδίων, ανάλογα με την καμπτική ακαμψία των κατασκευών.

Αυτή η διδιάστατη δομική ικανότητα των πλακών έχει ως αποτέλεσμα ελαφρύτερες κατασκευές και επομένως προσφέρει πολυάριθμα οικονομικά πλεονεκτήματα. Η πλάκα, όντας αρχικά επίπεδη, αναπτύσσει δυνάμεις διάτμησης, ροπές κάμψης και συστροφής, ώστε να αντισταθεί τα εγκάρσια φορτία. Επειδή τα φορτία μεταφέρονται γενικά και προς τις δύο κατευθύνσεις και επειδή η ακαμψία συστροφής σε ισοτροπικές πλάκες είναι αρκετά σημαντική, μια πλάκα είναι σε μεγάλο βαθμό πιο άκαμπτη από μια δοκό συγκρίσιμου μήκους και πάχους. Έτσι, οι λεπτές πλάκες συνδυάζουν μικρό βάρος και αποδοτικότητα σε συνδυασμό με την υψηλή ικανότητα μεταφοράς φορτίου, την οικονομία και την τεχνολογική αποτελεσματικότητα.

Λόγω των εμφανών πλεονεκτημάτων, οι λεπτές πλάκες χρησιμοποιούνται εκτενώς σε όλους τους τομείς της μηχανικής όπως αρχιτεκτονικές κατασκευές, γέφυρες, υδραυλικές κατασκευές, κοντέινερ, αεροπλάνα, πλοία και πληθώρα άλλων εφαρμογών. [2]



Εικόνα 3-1: Παραδείγματα χρήσης μεταλλικών στοιχείων σε κατασκευές.

Πηγή: Krauthammer, T., Ventsel E, "Thin Plates and Shells: Theory: Analysis, and Applications", CRC Press, 2001.

Μια πλάκα αντιστέκεται σε εγκάρσια φορτία μέσω κάμψης. Οι ιδιότητες κάμψης μιας πλάκας εξαρτώνται σε μεγάλο βαθμό από το πάχος της σε σύγκριση με άλλες διαστάσεις. Οι πλάκες μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις ομάδες σύμφωνα με την αναλογία  $a/h$ , όπου  $a$  είναι μια τυπική διάσταση μιας πλάκας σε ένα επίπεδο και  $h$  είναι ένα πάχος πλάκας.

- 1) Η πρώτη ομάδα διακρίνεται από χοντρές πλάκες με αναλογίες  $a/h < 10$ . Η ανάλυση τέτοιων σωμάτων περιλαμβάνει όλες τις συνιστώσες των τάσεων, των παραμορφώσεων και των μετατοπίσεων όπως για τα στερεά σώματα χρησιμοποιώντας τις γενικές εξισώσεις της τρισδιάστατης ελαστικότητας.
- 2) Η δεύτερη ομάδα αναφέρεται σε πλάκες με αναλογίες  $a/h \geq 80 \dots 100$ . Αυτές οι πλάκες αναφέρονται ως μεμβράνες και δεν έχουν καμπτική ακαμψία. Οι μεμβράνες μεταφέρουν τα πλευρικά φορτία με αξονικές δυνάμεις εφελκυσμού  $N$  (και διατμητικές δυνάμεις) που δρουν στη μεσαία επιφάνεια της πλάκας. Αυτές οι δυνάμεις ονομάζονται δυνάμεις μεμβράνης και προεκτείνονται σε κατακόρυφο άξονα εξισορροπώντας έτσι το φορτίο που εφαρμόζεται στην μεμβρανοειδή πλάκα.
- 3) Η πιο εκτεταμένη ομάδα αντιπροσωπεύει έναν ενδιάμεσο τύπο πλάκας, τη λεγόμενη λεπτή πλάκα με  $8 \dots 10 \leq a/h \leq 80 \dots 100$ . Ανάλογα με την τιμή του λόγου  $w/h$ , ο λόγος της μέγιστης απόκλισης της πλάκας προς το πάχος της, το μέρος των δυνάμεων κάμψης και η συμπεριφορά της πλάκας εδώ μπορεί να είναι διαφορετικό. Επομένως, αυτή η ομάδα, με τη σειρά της, μπορεί επίσης να υποδιαιρευθεί σε δύο διαφορετικές κατηγορίες.

a) Άκαμπτες πλάκες. Μια πλάκα μπορεί να ταξινομηθεί ως άκαμπτη πλάκα εάν  $w/h \leq 0.2$ . Οι άκαμπτες πλάκες είναι άκαμπτα λεπτές πλάκες. Μεταφέρουν φορτία δισδιάστατα, κυρίως με εσωτερικές ροπές κάμψης και συστροφής, καθώς και με εγκάρσιες δυνάμεις διάτμησης. Οι παραμορφώσεις στο μεσαίο επίπεδο και οι μεμβρανοειδείς δυνάμεις θεωρούνται αμελητέες. Στην πρακτική της μηχανικής, ο όρος πλάκα εννοείται ότι σημαίνει άκαμπτη πλάκα μιας και αυτό απλοποιεί σημαντικά το πρόβλημα, εκτός εάν ορίζεται διαφορετικά.

b) Εύκαμπτες πλάκες. Εάν οι παραμορφώσεις της πλάκας είναι πέρα από ένα ορισμένο επίπεδο,  $w/h \geq 0.3$ , τότε οι πλευρικές εκτροπές θα συνοδεύονται από εφελκυσμό της μεσαίας επιφάνειας. Τέτοιες πλάκες αναφέρονται ως εύκαμπτες πλάκες. Αυτές οι πλάκες αντιπροσωπεύουν έναν συνδυασμό άκαμπτων πλακών και μεμβρανών και φέρουν εξωτερικά φορτία με τη συνδυασμένη δράση των εσωτερικών ροπών, των δυνάμεων διάτμησης και των (αξονικών) δυνάμεων της μεμβράνης. Τέτοιες πλάκες, λόγω της ευνοϊκής αναλογίας βάρους προς φορτίο, χρησιμοποιούνται ευρέως από την αεροδιαστημική βιομηχανία.

Μέχρι αυτό το σημείο, έχουμε υποθέσει ότι το υλικό της πλάκας είναι ισότροπο. Υπενθυμίζουμε ότι η υπόθεση της ισοτροπίας υπονοεί ότι οι ιδιότητες του υλικού σε ένα σημείο είναι ίδιες προς όλες τις κατευθύνσεις. Αυτό σημαίνει ότι εάν σε ένα ισότροπο υλικό υποβληθεί αξονική τάση σε μια κύρια κατεύθυνση, η κύρια παραμόρφωση συμβαίνει στην κατεύθυνση του εφαρμοζόμενου φορτίου. Πλευρικές παραμορφώσεις μικρότερου μεγέθους συμβαίνουν στις άλλες κύριες κατευθύνσεις. Επίσης, η διατμητική τάση προκαλεί μόνο διατμητική παραμόρφωση. Οι παραμορφώσεις εξαρτώνται από τις δύο ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές για παράδειγμα,  $E$  (το μέτρο ελαστικότητας) και  $\nu$  (ο λόγος *Poisson*). Πολλά υλικά κατασκευής όπως ο χάλυβας, το αλουμίνιο κ.λπ., εμπίπτουν σε αυτή την κατηγορία.

Ωστόσο, ορισμένα υλικά εμφανίζουν ιδιότητες που εξαρτώνται από την κατεύθυνση. Συνεπώς, αυτά τα υλικά αναφέρονται ως ανισότροπα. Τα ανισότροπα υλικά που καταπονούνται σε μία από τις κύριες κατευθύνσεις, ενδέχεται να φέρουν πλευρικές παραμορφώσεις στις άλλες κύριες κατευθύνσεις οι οποίες μπορεί να είναι μικρότερες ή μεγαλύτερες από την παραμόρφωση προς την κατεύθυνση της εφαρμοζόμενης τάσης, ανάλογα με τις ιδιότητες του υλικού. Ορισμένα υλικά, όπως το ξύλο, το κόντρα πλακέ και τα ενισχυμένα με ίνες πλαστικά, διαθέτουν φυσική ανισοτροπία.

Εκτός από τις πλάκες από ανισότροπα υλικά, μια σειρά από κατασκευασμένες πλάκες από ισότροπικά υλικά μπορεί επίσης να εμπίπτουν στην κατηγορία των ανισότροπων: παραδείγματα περιλαμβάνουν κυματοειδείς, άκαμπτες πλάκες κ.λπ. Ένας τέτοιος τύπος ανισοτροπίας αναφέρεται ως δομική ανισοτροπία και αυτή η ανισότροπη πλάκα μπορεί σε μεγάλο βαθμό να αντικαταστήσει τη δομική τους συμπεριφορά. Αν ένα ανισότροπο υλικό έχει τρία αμοιβαία κάθετα επίπεδα συμμετρίας ως προς τις ελαστικές του ιδιότητες, ονομάζεται ορθότροπο. Οι πρακτικές εφαρμογές των ορθοτροπικών πλακών στην αρχιτεκτονική, τη ναυτιλία και την αεροδιαστημική μηχανική είναι πολυάριθμες και περιλαμβάνουν καταστρώματα σύγχρονων χαλύβδινων γεφυρών, πλέγματα με σύνθετα δοκάρια, πλάκες με ενισχυμένες εύκαμπτες νευρώσεις τοποθετημένες σε κοντινή απόσταση και πλάκες από οπλισμένο σκυρόδεμα. [2]

### 3.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΧΕΣΕΙΣ

Ας εξετάσουμε την κάμψη πλακών σταθερού πάχους κατασκευασμένων από ορθότροπο υλικό. Ας υποθέσουμε ότι οι κύριες κατευθύνσεις της ορθοτροπίας συμπίπτουν με τους άξονες συντεταγμένων  $x$  και  $y$  που, με τη σειρά τους, βρίσκονται στο μεσαίο επίπεδο της πλάκας. Οι σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης που χρησιμοποιούνται για ισοτροπικές πλάκες δεν ισχύουν για τις ορθοτροπικές. Έτσι, πρέπει να αποκτήσουμε ένα νέο σύνολο σχέσεων τάσης-παραμόρφωσης που αντανακλά τις ορθοτροπικές ιδιότητες ενός υλικού της πλάκας. Οι βασικές σχέσεις της θεωρίας ελαστικότητας γράφονται στη μορφή:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_y \frac{\sigma_y}{E_y} \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_x \frac{\sigma_x}{E_x} \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (\text{Εξίσωση 1.1})$$

όπου  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $\nu_x$ ,  $\nu_y$ , και  $G$  θεωρούνται ελαστικές σταθερές ενός ορθοτροπικού υλικού, π.χ.  $E_x$ ,  $E_y$  και  $\nu_x$ ,  $\nu_y$  είναι οι συντελεστές ελαστικότητας και οι λόγοι *Poisson* στις κατευθύνσεις  $x$  και  $y$ , αντίστοιχα και είναι ανεξάρτητοι το ένα από το άλλο.  $G$  είναι ο συντελεστής διάτμησης, ο οποίος είναι ο ίδιος τόσο για τα ισότροπα όσο και για τα ορθότροπα υλικά. Μπορεί να εκφραστεί με όρους  $E_x$  και  $E_y$  ως εξής:

$$G \approx \frac{\sqrt{E_x E_y}}{2(1 + \sqrt{\nu_x \nu_y})} \quad (\text{Εξίσωση 1.2})$$

Η ακόλουθη σχέση υπάρχει μεταξύ των ανεξάρτητων ελαστικών σταθερών που εισήχθησαν παραπάνω:

$$\frac{\nu_x}{E_x} = \frac{\nu_y}{E_y} \quad (\text{Εξίσωση 1.3})$$

Αυτή η ισότητα προκύπτει άμεσα από το αμοιβαίο θεώρημα *Betti*. Λύνοντας τις εξισώσεις (1.1) για τις συνιστώσες τάσης και λαμβάνοντας υπόψη το (1.3), παίρνουμε:

$$\sigma_x = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y} (\varepsilon_x + \nu_y \varepsilon_y) \quad \sigma_y = \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y} (\varepsilon_y + \nu_x \varepsilon_x) \quad \tau_{xy} = G \gamma_{xy} \quad (\text{Εξίσωση 1.4})$$

Η εξαγωγή της κυρίαρχης διαφορικής εξίσωσης κάμψης μιας ορθότροπης πλάκας βασίζεται στις γενικές υποθέσεις του Kirchhoff:

1. Το υλικό της πλάκας είναι ελαστικό, ομοιογενές και ισότροπο.
2. Το πλάκα είναι αρχικά επίπεδη.
3. Η απόκλιση του μεσαίου επιπέδου είναι μικρή σε σύγκριση με το πάχος της πλάκας. Η κλίση της εκτροπόμενης επιφάνειας είναι επομένως πολύ μικρή και το τετράγωνο της κλίσης είναι αμελητέα ποσότητα σε σύγκριση με τη μονάδα.
4. Οι ευθείες κάθετες στο μέσο επίπεδο παραμένουν κάθετες σε αυτό μετά την κάμψη (σημαίνει  $\varepsilon_z=0, \gamma_{xz}=\gamma_{yz}=0$ ).
5. Η ορθή τάση στο μεσαίο επίπεδο,  $\sigma_z$ , είναι μικρή σε σύγκριση με τις άλλες συνιστώσες τάσης και μπορεί να παραμεληθεί στις σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης.
6. Δεδομένου ότι οι μετατοπίσεις μιας πλάκας είναι μικρές, θεωρείται ότι η μεσαία επιφάνεια παραμένει μη παραμορφώσιμη μετά την κάμψη. [3], [2]

Οι σχέσεις παραμόρφωσης-καμπυλότητας ισχύουν και για τις ορθότροπες πλάκες. Άρα, αντικαθιστώντας τις σχέσεις

$$\varepsilon_x^z = -z \frac{\theta^2 w}{\theta x^2} \quad \varepsilon_y^z = -z \frac{\theta^2 w}{\theta y^2} \quad \gamma_{xy}^z = -2z \frac{\theta^2 x}{\theta x \theta y} \quad (\text{Εξίσωση 1.5})$$

στις εξισώσεις (1.4) δίνονται τα εξής:

$$\sigma_x = \frac{E_x}{1-\nu_x \nu_y} \left( \frac{\theta^2 w}{\theta x^2} + \nu_y \frac{\theta^2 w}{\theta y^2} \right) z \quad \sigma_y = \frac{E_y}{1-\nu_x \nu_y} \left( \frac{\theta^2 w}{\theta y^2} + \nu_x \frac{\theta^2 w}{\theta x^2} \right) z \quad \tau_{xy} = -2Gz \frac{\theta^2 w}{\theta x \theta y}$$

(Εξίσωση 1.6)

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στις εξισώσεις καμπτικών ροπών (1.7) που ισχύουν για ισότροπα υλικά

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (\text{Εξίσωση 1.7})$$

και ολοκληρώνοντας ως προς το πάχος της πλάκας, προκύπτουν οι ακόλουθες σχέσεις παραμόρφωσης ροπών κάμψης και συστροφής για ορθότροπες πλάκες:

$$M_x = -\left(D_x \frac{\theta^2 w}{\theta x^2} + D_{xy} \frac{\theta^2 w}{\theta y^2}\right) \quad M_y = -\left(D_y \frac{\theta^2 w}{\theta y^2} + D_{yx} \frac{\theta^2 w}{\theta x^2}\right) \quad M_{xy} = -2D_s \frac{\theta^2 w}{\theta x \theta y}$$

(Εξίσωση 1.8)

Όπου  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$ ,  $D_{yx}$  και  $D_s$  είναι καμπτικές και στρεπτικές ακαμψίες μιας ορθότροπης πλάκας αντίστοιχα και δίδονται ως έχουν:

$$D_x = \frac{E_x h^3}{1-\nu_x \nu_y 12} \quad D_y = \frac{E_y h^3}{1-\nu_x \nu_y 12} \quad D_{xy} = \frac{E_x \nu_y h^3}{1-\nu_x \nu_y 12}$$

$$D_{xy} = \frac{E_y \nu_x h^3}{1-\nu_x \nu_y 12} \quad D_s = \frac{G h^3}{12} \quad (\text{Εξίσωση 1.8})$$

Οι τέμνουσες δυνάμεις γράφονται στη μορφή:

$$Q_x = -\frac{\theta}{\theta x} \left( D_x \frac{\theta^2 w}{\theta x^2} + H \frac{\theta^2 w}{\theta y^2} \right) \quad Q_y = -\frac{\theta}{\theta y} \left( H \frac{\theta^2 w}{\theta x^2} + D_y \frac{\theta^2 w}{\theta y^2} \right) \quad (\text{Εξίσωση 1.9})$$

Όπου  $H = D_{xy} + 2D_s$

Η κυρίαρχη διαφορική εξίσωση για τις ορθότροπες πλάκες γίνεται:

$$D_x \frac{\theta^4 w}{\theta x^4} + 2H \frac{\theta^4 w}{\theta x^4} + D_y \frac{\theta^4 w}{\theta y^4} = p(x, y) \quad (\text{Εξίσωση 1.10})$$

Πλάκα ενισχυμένη με ισαπέχοντα ενισχυτικά προς μία κατεύθυνση:

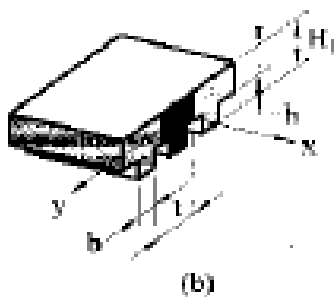
$$D_x = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (\text{Εξίσωση 1.11})$$

$$D_y = \frac{Eh^3}{12\left(1 - \frac{b}{t} + \frac{bh^3}{tH_{13}^3}\right)} \quad (\text{Εξίσωση 1.12})$$

$$D_{xy} = 0 \quad (\text{Εξίσωση 1.13})$$

$$D_s \approx \frac{Ch^3}{12} + \frac{C}{2t} \quad (\text{Εξίσωση 1.14})$$

όπου C είναι η στρεπτική ακαμψία ενός ενισχυτικού γύρω από τον κεντροειδές άξονά της. [3], [2]



Εικόνα 3-2: Πλάκα ενισχυμένη με ισαπέχοντα ενισχυτικά προς μία κατεύθυνση.

Πηγή: Krauthammer, T., Ventsel E, "Thin Plates and Shells: Theory: Analysis, and Applications", CRC Press, 2001



#### 4 ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΤΟΥ SCHADE

Οι φρακτές μερικές φορές, αν και σπάνια, κατασκευάζονται ως ορθογώνια με διασταυρούμενα ενισχυτικά, με αναλογίες του ορθογωνίου τέτοιες που η εγκάρσια ακαμψία δίνει την πιο αποτελεσματική σχεδίαση. Το σύστημα αυτό έχει το πρόσθετο πλεονέκτημα ότι τα δύο σετ ενισχυτών υποστηρίζουν αμοιβαία το ένα το άλλο πλευρικά, έτσι ώστε να μην τίθεται θέμα μετακύλισης.

Φαίνεται ότι ο σχεδιασμός ορθογωνικών πλακών με διασταυρούμενη ακαμψία για να αντέχουν ομοιόμορφα φορτία κάμψης βασίζεται συνήθως, είτε στη θεωρία της δοκού, είτε στη θεωρία των πλακών. Εάν χρησιμοποιείται η θεωρία δοκού, η ακαμψία του ασθενέστερου συνόλου ενισχυτικών μπορεί να αγνοηθεί τελείως και το πιο άκαμπτο σύνολο αντιπροσωπεύεται λαμβάνοντας ολόκληρο το φορτίο ή μπορεί να χρησιμοποιηθεί η μέθοδος εξίσωσης των παραμορφώσεων. Αν χρησιμοποιηθεί η θεωρία πλακών, η ορθογωνική πλάκα υποτίθεται ότι συμπεριφέρεται ως συμπαγής, ομοιογενούς πάχους όσο το βάθος των ενισχυτικών. Καμία μέθοδος δεν είναι πολύ ακριβής εκτός από ειδικές περιπτώσεις.

Υπάρχει μια άλλη μέθοδος που περιλαμβάνει τη θεωρία δοκού και τη θεωρία πλακών ως ειδικές περιπτώσεις, και η οποία αντιπροσωπεύει μια πιο κοντινή προσέγγιση στην αλήθεια και ονομάζεται «ορθοτροπική πλάκα». Η γενικότητα της μεθόδου υποδεικνύεται από το γεγονός ότι εφαρμόζεται στους ακόλουθους τύπους ακαμψίας, που ορίζονται ως Τύποι Α έως D συμπεριλαμβανομένων, ορθογωνίων που υπόκεινται σε ομοιόμορφη φόρτιση κάμψης:

- Τύπος Α. Διασταυρούμενη ακαμψία. Το μεσαίο ενισχυτικό ενός ή και των δύο σετ μπορεί να είναι πιο άκαμπτο από τα άλλα ενισχυτικά του σετ.
- Τύπος Β. Ένα σύνολο επαναλαμβανόμενων ενισχυτικών και ένα μόνο κεντρικό ενισχυτικό προς την άλλη κατεύθυνση. Το μεσαίο ενισχυτικό ενός ή και των δύο σετ μπορεί να είναι πιο άκαμπτο από τα άλλα ενισχυτικά.
- Τύπος C. Μόνο ένα σετ επαναλαμβανόμενων ενισχυτικών.
- Τύπος D. Πλάκα χωρίς κανένα ενισχυτικό.

Στους τύπους Α, Β ή C η ενίσχυση μπορεί να υφίσταται χωρίς πλέγμα, ή η ενίσχυση μπορεί να εφαρμοστεί στην πλάκα ή η πλάκα μπορεί να είναι σε δύο κατευθύνσεις που χωρίζονται από την ενίσχυση, όπως στη δομή διπλού πυθμένα. Υπάρχει ένας άπειρος αριθμός πιθανών συνθηκών σταθερότητας και υποστήριξης, όμως μόνο οι ακόλουθες τέσσερις περιπτώσεις, που ορίζονται ως Case 1 έως 4, θα εξεταστούν παρακάτω.

- Case 1. Και οι τέσσερις άκρες υποστηρίζονται άκαμπτα αλλά δεν στερεώνονται.
- Case 2. Και οι δύο κοντές άκρες είναι σταθερές, και οι δύο μεγάλες άκρες υποστηρίζονται.
- Case 3. Και οι δύο μακριές άκρες είναι σταθερές, και οι δύο κοντές άκρες υποστηρίζονται.
- Case 4. Και οι τέσσερις άκρες είναι σταθερές.

Οποιοσδήποτε από τους πιθανούς συνδυασμούς μπορεί εύκολα να αναλυθεί για μέγιστη απόκλιση και τάσεις, χρησιμοποιώντας τις καμπύλες που αποτελούν τη βάση της μεθόδου. Η τεταγμένη κάθε καμπύλης ορίζει έναν αριθμητικό συντελεστή, που ονομάζεται  $K$ , ο οποίος εφαρμόζεται στον τύπο του γραφήματος για να δώσει την αναζητούμενη ποσότητα. Εμφανίζεται ένα σύνολο καμπυλών για καθεμία από τις τέσσερις οριακές συνθήκες που αναφέρονται (*Cases 1, 2, 3 και 4*). Κάθε σετ αποτελείται από τρεις καμπύλες, για τιμές 0, 0,5 και 1,0 της παραμέτρου  $\langle \eta \rangle$  και η κλίμακα της τετμημένης είναι ως προς την παράμετρο  $\langle \rho \rangle$ . [4]

Μέσω των γεωμετρικών χαρακτηριστικών του ελάσματος βλέπε Παράρτημα μπορούμε να εξάγουμε τις παρακάτω ποσότητες:

Ακαμψίες μεταλλικής ορθογωνικής πλάκας:

$$i_a = \frac{I_{na}}{s_a} + 2 * \left( \frac{I_a + I_{na}}{b} \right) \quad i_b = \frac{I_{nb}}{s_b} + 2 * \left( \frac{I_b + I_{nb}}{a} \right), \quad (\text{Εξίσωση 1.15})$$

η ακαμψία της πλάκας στη πράξη είναι ροπή αδρανείας ανά μονάδα μήκους.

Συντελεστής στρέψης:

$$\eta = \sqrt{\frac{I_{pa} I_{pb}}{I_{na} I_{nb}}} \quad (\text{Εξίσωση 1.16})$$

Εικονικός λόγος μήκους και πλάτους κατασκευής

$$\rho = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{i_b}{i_a}} \quad (\text{Εξίσωση 1.17})$$

Αξίζει να σημειωθεί πως εάν το κεντρικό ενισχυτικό κατά το μήκος είναι πανομοιότυπο με τα δευτερεύοντα ενισχυτικά ως προς την ίδια διεύθυνση, η ακαμψία γίνεται:

$$i_a = \frac{I_{na}}{s_a} \quad (\text{Εξίσωση 1.18})$$

Ενώ αν δεν υπάρχουν ενισχυτικά κατά το μήκος, μεταβάλλεται σε:

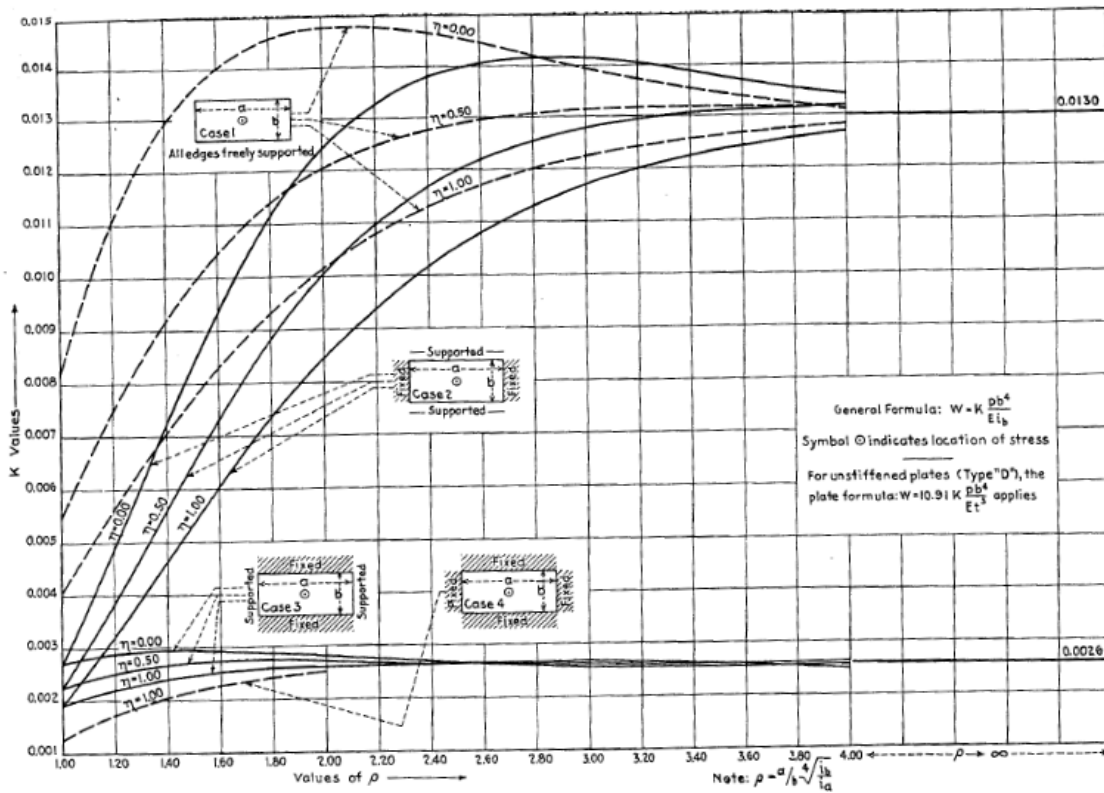
$$i_a = 2 * \frac{I_a}{b} \quad (\text{Εξίσωση 1.19})$$

Ο συντελεστής στρέψης υπάρχει λόγω της οριζόντιας διατμητικής τάσης στην πλάκα και μπορεί να οριστεί χονδρικά ως ο λόγος της αδράνειας του υλικού που υπόκειται σε οριζόντια διατμητική τάση προς την αδράνεια του υλικού που υπόκειται σε τάση κάμψης. Έτσι σε ένα πλέγμα που δεν υπάρχει η μεταλλική πλάκα, ανεξάρτητα από τον τύπο A, B ή C, δεν υπάρχει υλικό που υπόκειται σε οριζόντια διάτμηση και  $\eta=0.0$ . Σε μια μη ενισχυμένη πλάκα, τύπου D, όλο το υλικό υπόκειται εξίσου σε οριζόντια τάση διάτμησης και τάση κάμψης, και  $\eta=1.0$ . Σε ενισχυμένες πλάκες, μόνο η ενίσχυση υπόκειται σε οριζόντια διάτμηση ενώ τόσο η πλάκα όσο και τα ενισχυτικά υπόκεινται σε τάση κάμψης, έτσι ώστε το  $\langle \eta \rangle$  να βρίσκεται μεταξύ 0.0 και 1.0. [4], [6]

Ο λόγος εικονικής πλευράς  $\rho$  είναι στη ουσία ο πραγματικός λόγος πλευρών που έχει αλλοιωθεί σύμφωνα με τον λόγο των ακαμψιών ανά μονάδα μήκους στις δύο κατευθύνσεις. Αυτές οι κατευθύνσεις επιλέγονται έτσι ώστε να κάνουν το  $\rho$  πάντα ίσο ή μεγαλύτερο από τη μονάδα. Για μία μη ενισχυμένη ορθογωνική πλάκα, τύπου D, ο λόγος εικονικών πλευρών είναι ίσος με τον πραγματικό λόγο πλευρών αφού η ακαμψία είναι ίδια σε κάθε κατεύθυνση.

Ένας εικονικός λόγος 2,0, για παράδειγμα, μπορεί να υποδεικνύει είτε ένα τετράγωνο του οποίου η μοναδιαία ακαμψία στη κοντή κατεύθυνση είναι δεκαέξι φορές αυτή στη μακριά κατεύθυνση, είτε μπορεί να υποδεικνύει ένα ορθογώνιο μη ενισχυμένο δύο φορές μακρύτερο σε σχέση με το φάρδος.

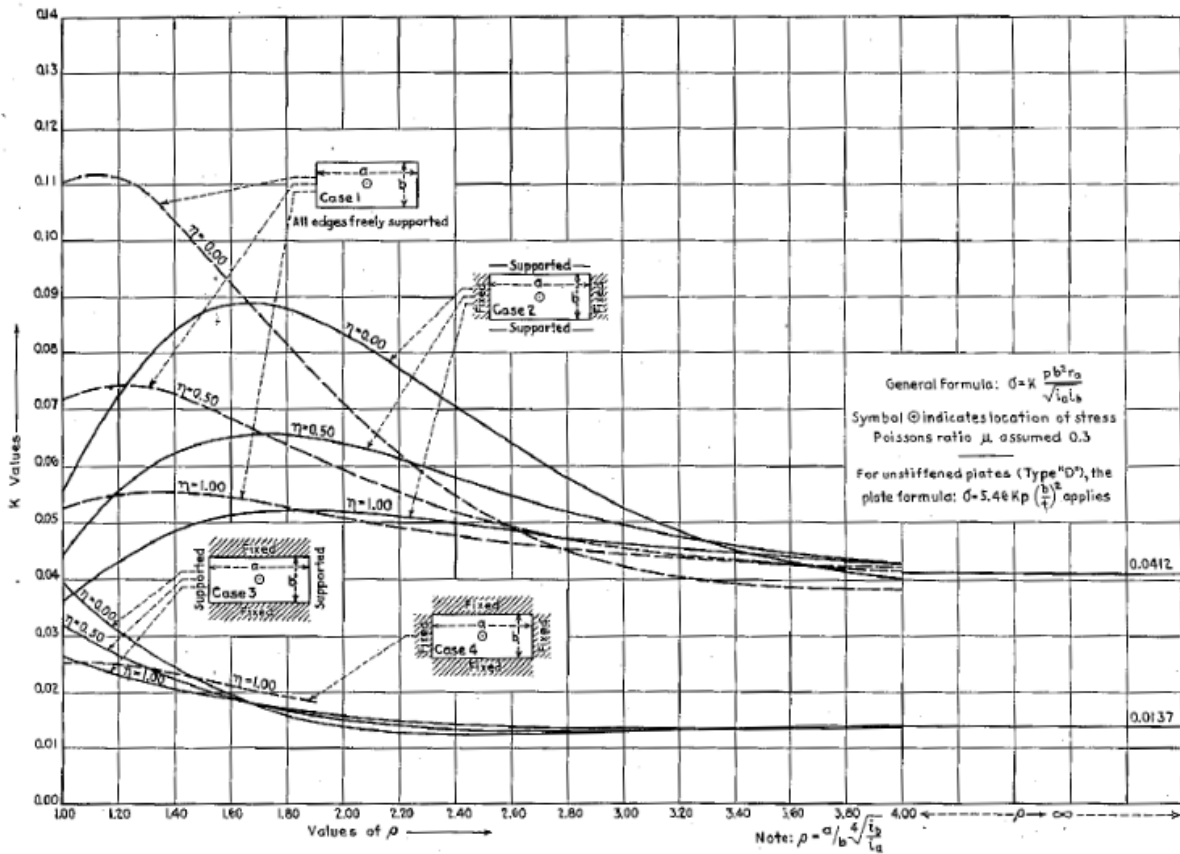
Στη συνέχεια παρατίθενται οι καμπύλες που κατασκευάστηκαν από την εξαγωγή πειραματικών δεδομένων με βάση το τύπο της πλάκας και ενίσχυσης καθώς και τη στήριξη και κατανομή της πίεσης/δύναμης σε αυτή.



Εικόνα 4-1 Εκτροπή στο κέντρο

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

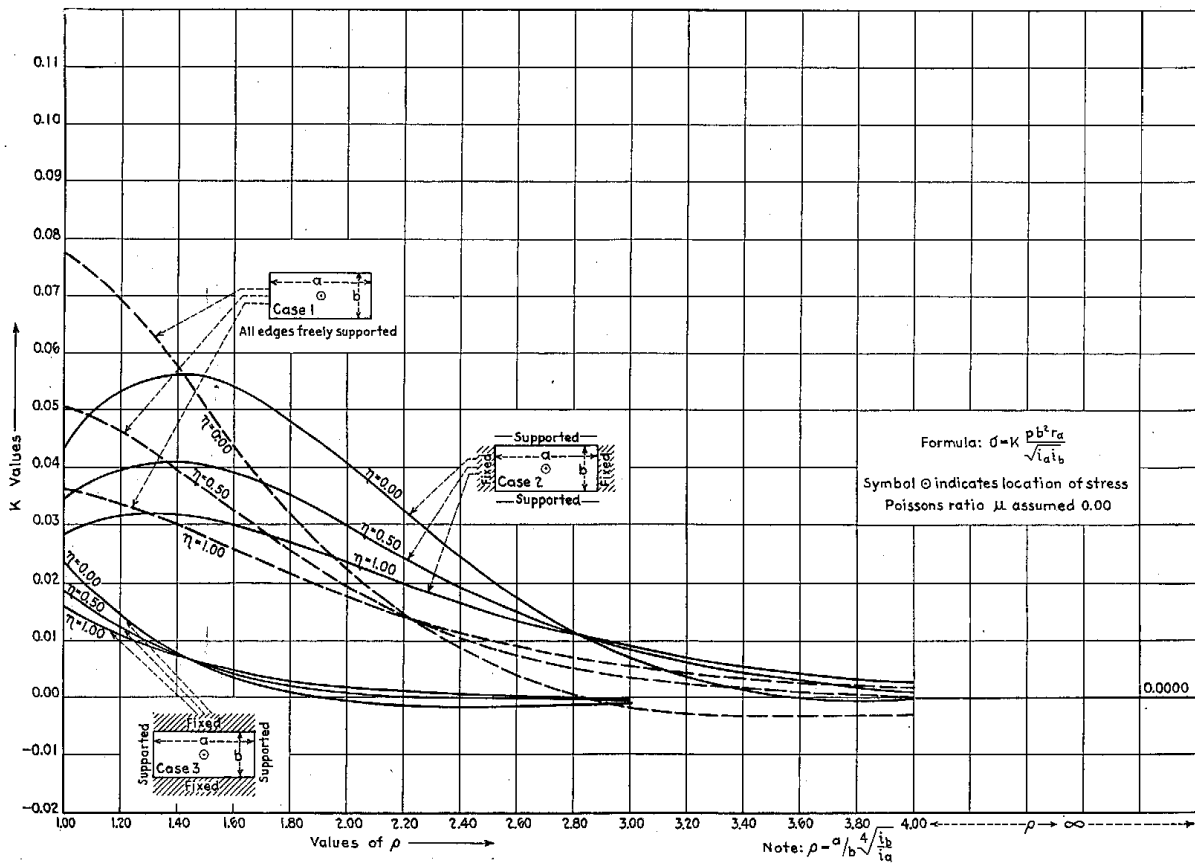
Η κάμψη στο κέντρο του ορθογώνιου μπορεί να θεωρηθεί ως η μέγιστη, αν και θεωρητικά αυτό δεν είναι πάντα αυστηρά αληθές.



Εικόνα 4-2 Καμπτική κατανεμημένη τάση σε έλασμα κατά τη διαμήκης κατεύθυνση

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

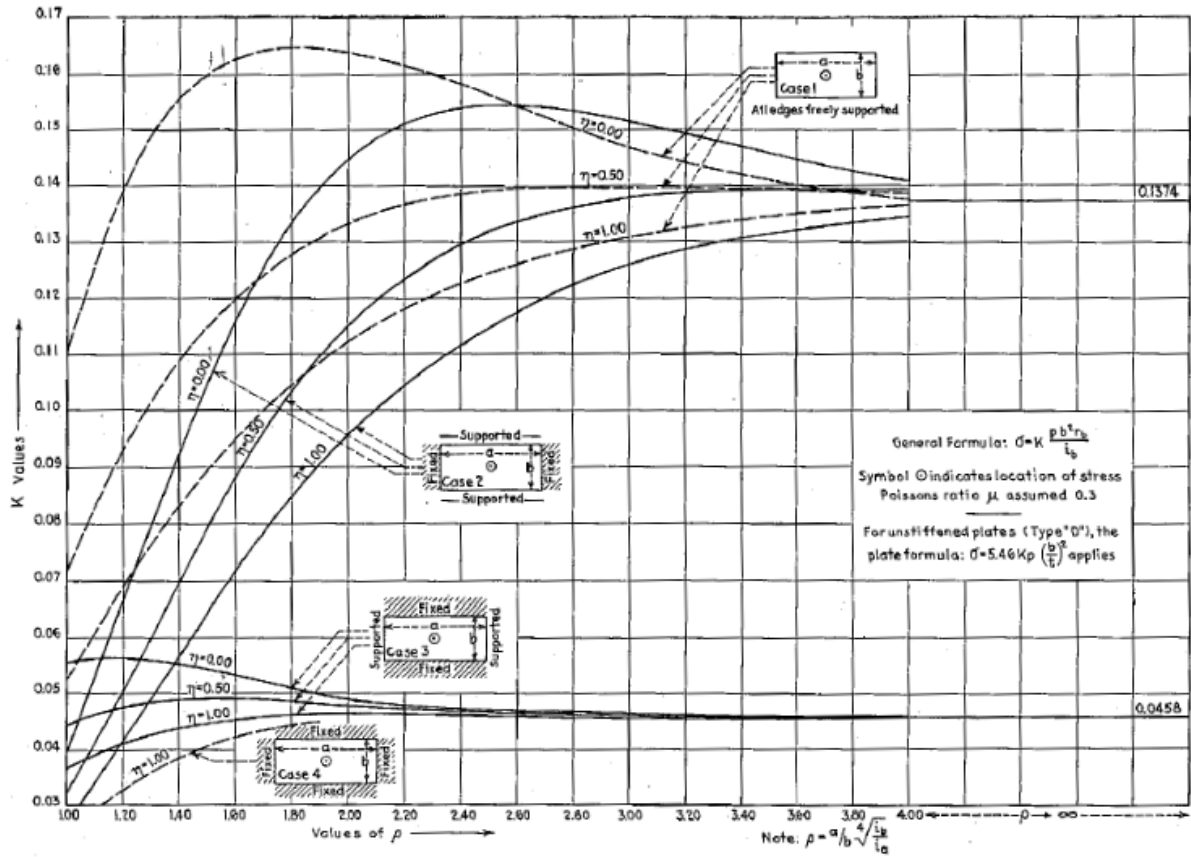
Ο όρος κατανεμημένο χρησιμοποιείται για να υποδείξει την πίεση μέσα στο ορθογώνιο, όπως διακρίνεται από την πίεση στα άκρα. Οι καμπύλες αναφέρονται στο κέντρο, το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως η θέση της μέγιστης τάσης, αν και θεωρητικά αυτό δεν είναι πάντα αυστηρά αληθές.



Εικόνα 4-3 Καμπτική καταπόνηση σε φλάντζα κατά τη κατεύθυνση της μακριάς πλευράς

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

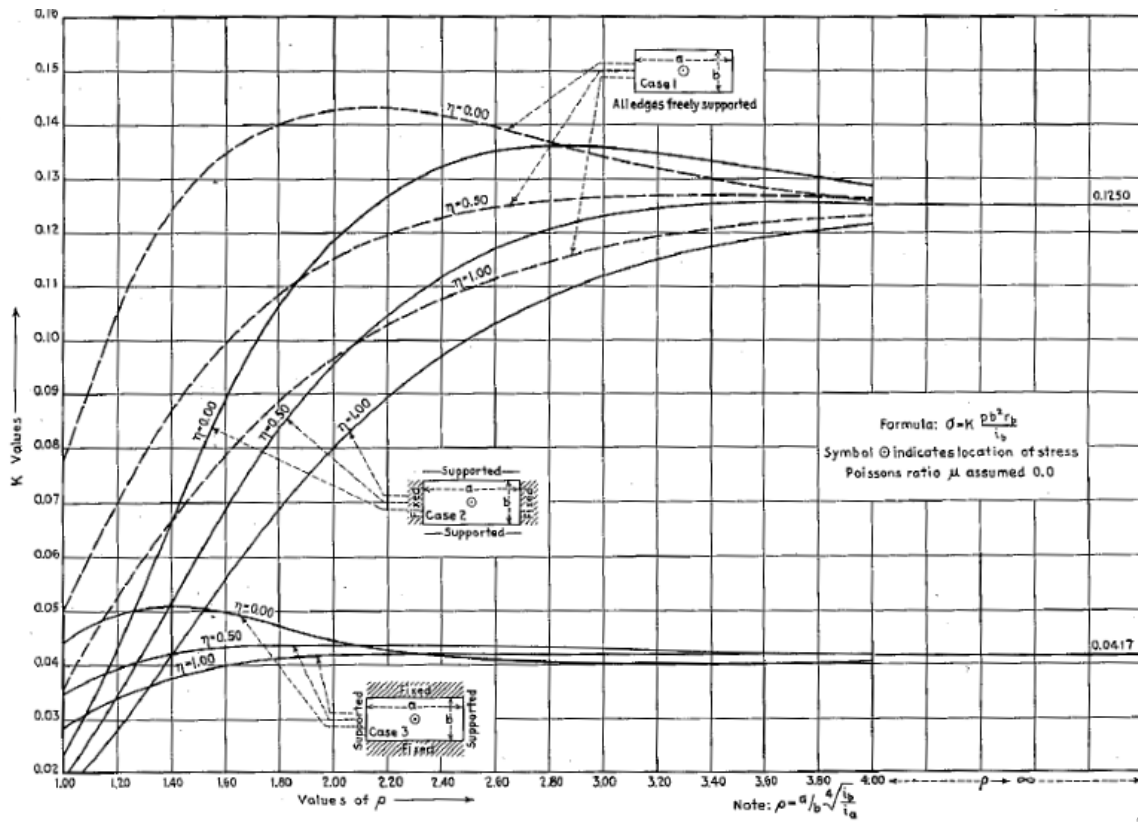
Αξίζει να σημειωθεί ότι η καμπτική τάση στα "ελεύθερα πέλματα" ενός ενισχυτικού (δηλαδή, η φλάντζα μακριά από την πλάκα) είναι μονοαξονική, ενώ η καμπτική τάση στην πλάκα είναι διαξονική, συνεπώς η πλευρική συστολή (λόγος *Poisson*) φέρει αντίκτυπο. Για το λόγο αυτό οι καμπύλες για την τάση κάμψης για τις δύο περιπτώσεις διαφέρουν. Η πλευρική συστολή δεν έχει καμία επίδραση στις καμπύλες της παραμόρφωσης ούτε στις τάσεις διάτμησης στα άκρα των κορμών, έτσι μόνο οι καμπύλες τάσεων κάμψης διακρίνονται μεταξύ των δύο περιπτώσεων.



Εικόνα 4-4 Καμπτική κατανομή τάσης σε έλασμα κατά τη κοπή κατεύθυνση.

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

Οι ίδιες παρατηρήσεις ισχύουν εδώ με την Εικόνα 3

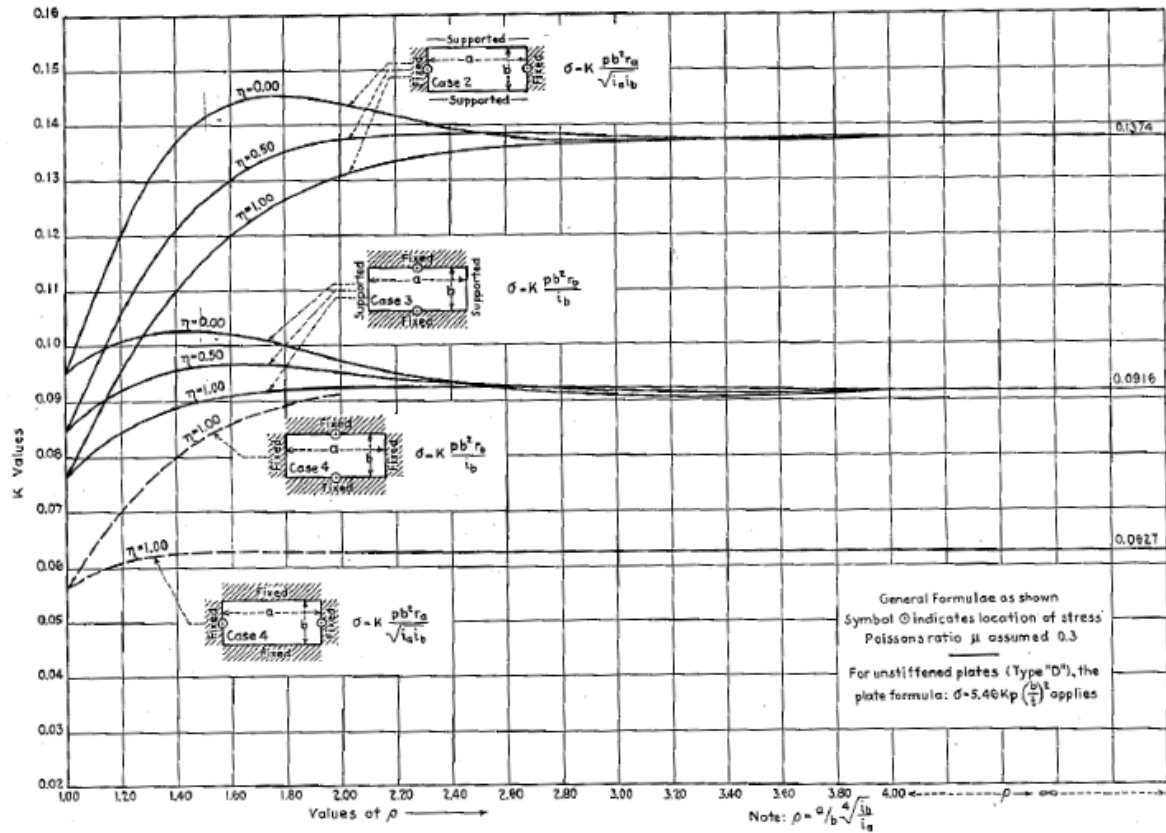


Εικόνα 4-5 Καμπτική καταπόνηση σε φλάντζα κατά τη κοντή κατεύθυνση.

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

Οι ίδιες παρατηρήσεις ισχύουν εδώ με την Εικόνα 4

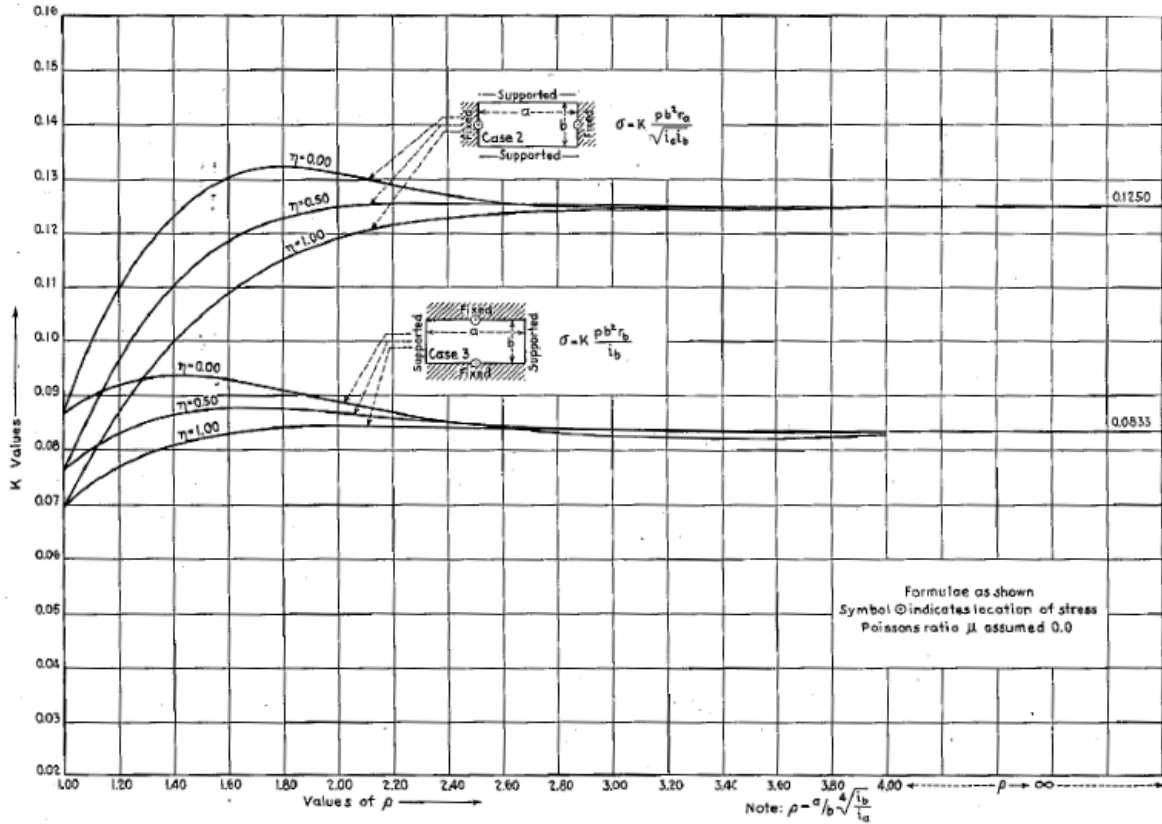




Εικόνα 4-6 Καμπτική τάση στο μέσο των πακτωμένων πλευρών του ελάσματος.

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

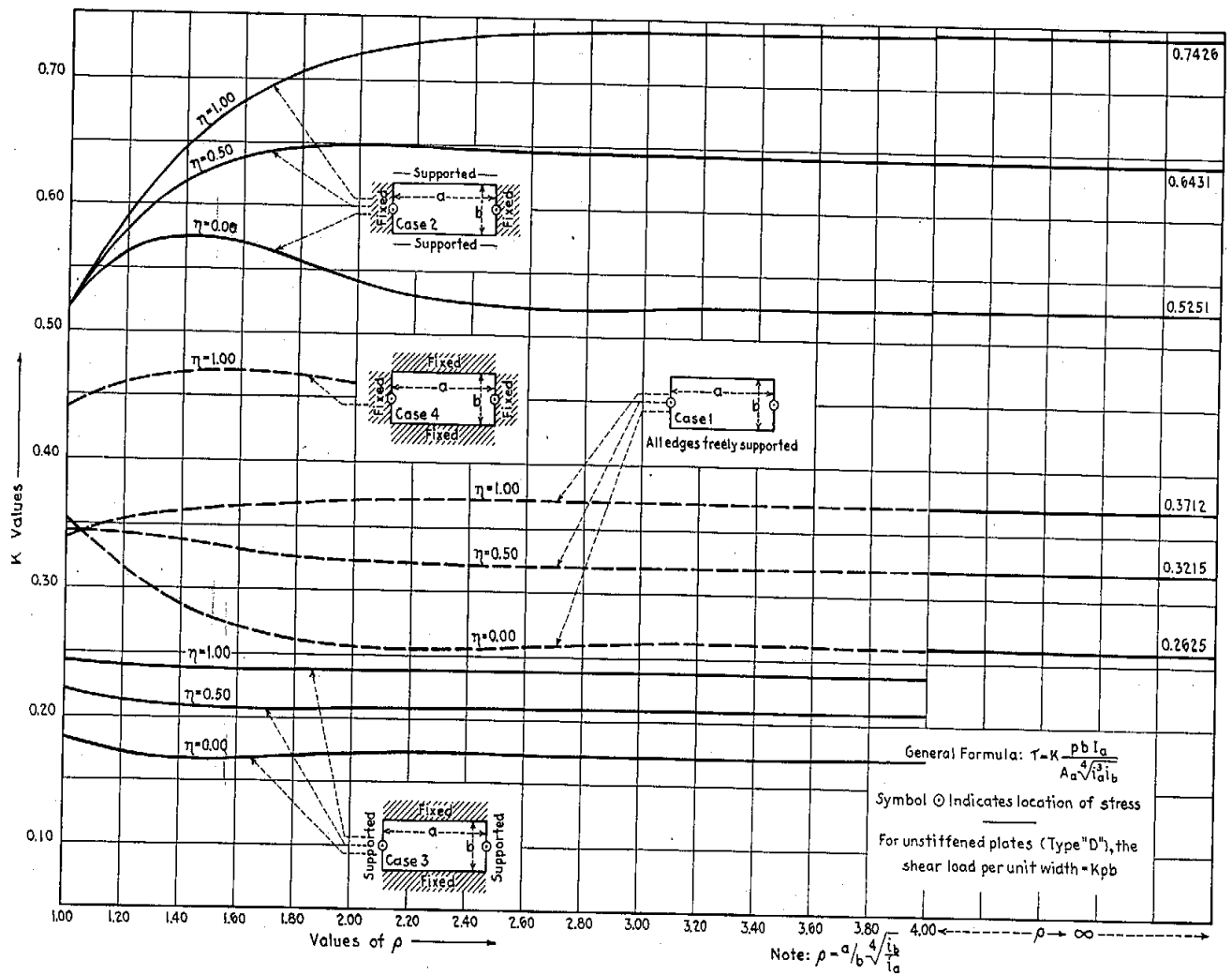
Αυτές οι καμπύλες δίνουν την τάση κάμψης στα κέντρα των άκρων όπου υπάρχει σταθερότητα. Για πρακτικούς σκοπούς η τάση στο κέντρο μιας τέτοιας ακμής μπορεί να αντιμετωπίζεται ως μέγιστη κατά μήκος αυτής της ακμής.



Εικόνα 4-7 Καμπτικές τάσεις στις φλάντζες στο μέσο των πακτωμένων πλευρών.

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

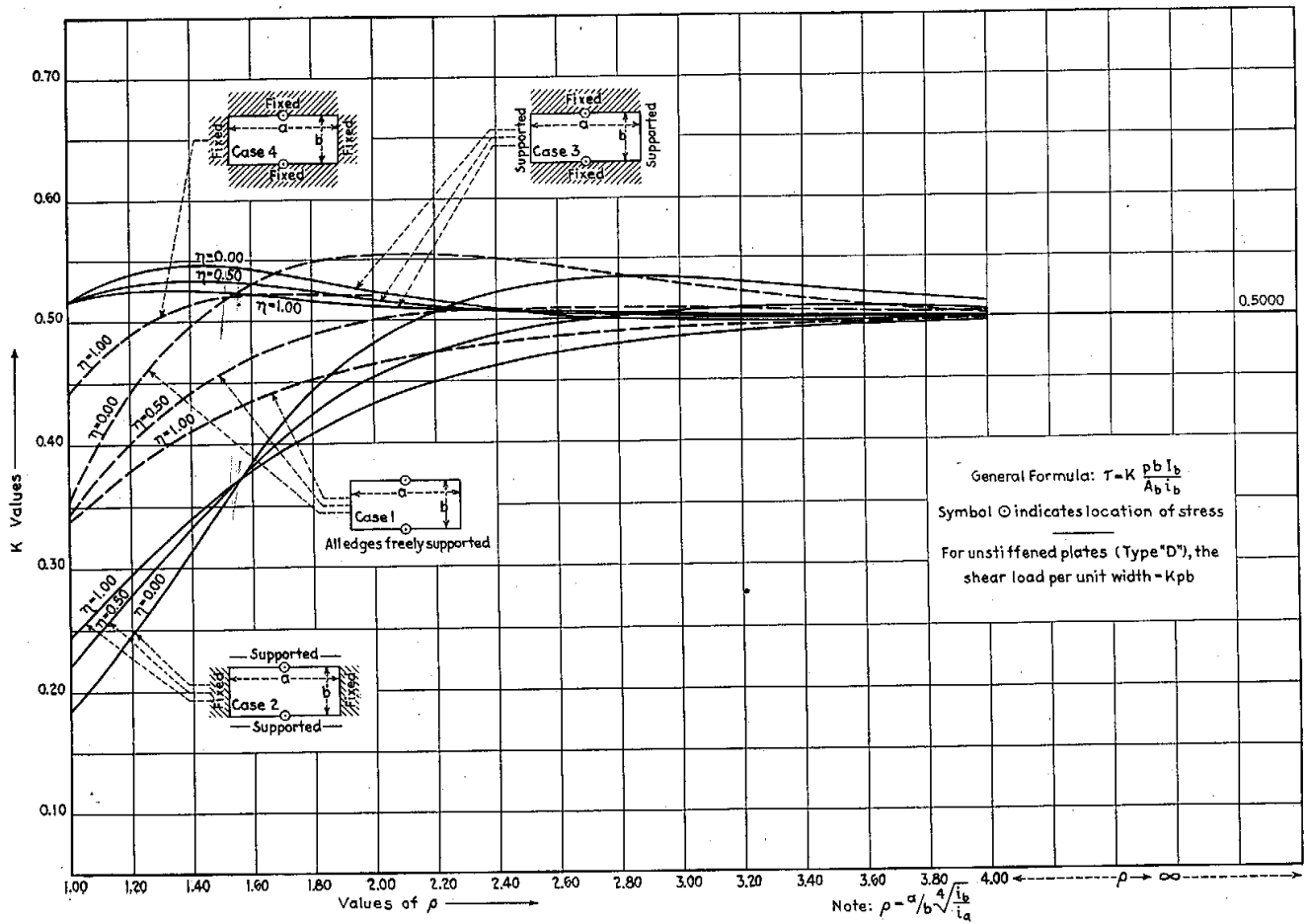
Οι ίδιες παρατηρήσεις ισχύουν και εδώ με την εικόνα 4.



Εικόνα 4-8 Διατμητική τάση στο κορμό της κεντρικής μακριάς ενίσχυσης

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

Οι καμπύλες δίνουν τη μέση κατακόρυφη διατμητική τάση στο πλέγμα του μακριού κεντρικού ενισχυτικού. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί μέγιστο, εκτός εάν το κεντρικό ενισχυτικό έχει πολύ βαρύτερο κορμό από τα άλλα, σε αυτήν την περίπτωση το συνολικό φορτίο διάτμησης στον κεντρικό κορμό πρέπει να λαμβάνεται από τις καμπύλες παραλείποντας τη διαίρεση με την περιοχή του κορμού. Έτσι το διατμητικό φορτίο στον παρακείμενο ενισχυτικό μπορεί να ληφθεί υποθέτοντας μια ημιτονοειδή κατανομή κατά μήκος της ακμής. Η διαίρεση αυτής με την περιοχή κορμού του επαναλαμβανόμενου ενισχυτικού μπορεί να δώσει μεγαλύτερη τάση από αυτή που προκύπτει για τον κεντρικό κορμό.



Εικόνα 4-9 Διατμητική τάση στο κορμό της κεντρικής κοντής ενίσχυσης.

Πηγή: TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER

Οι ίδιες παρατηρήσεις ισχύουν εδώ με εικόνα 9

## 5 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η προέλευση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων ως αριθμητική μοντελοποίηση έκανε την εμφάνισή της στις αρχές της δεκαετίας του 1940. Το 1941, ο Ρώσο-Καναδός *A. Hrennikoff*, δομικός μηχανικός στο Πανεπιστήμιο της Βρετανικής Κολομβίας, δημοσίευσε μια εργασία στο *ASME Journal of Applied Mechanics* αναφορικά με το μοντέλο μεμβράνης/πλάκας σε βάση για το πλέγμα. Σήμερα η εργασία του αυτή θεωρείται ως ένα σημείο καμπής που οδήγησε στη γέννηση του *FEM (Finite Element Method)*. Στην εργασία του ο *Hrennikoff* το 1941, διακριτοποίησε τα όρια της λύσης σε ένα πλέγμα δικτυωτής μορφής, το οποίο ήταν η παλαιότερη μορφή διακριτοποίησης πλέγματος. Το ίδιο έτος ο *R. Courant* του πανεπιστημίου της Νέας Υόρκης σε ομιλία του στην Αμερικανική Μαθηματική Εταιρεία ανέδειξε τη λύση μιας δευτεροβάθμιας μερικής διαφορικής εξίσωσης με τη μέθοδο του *Rayleigh Ritz* η οποία χρησιμοποιεί μια συνάρτηση που οριοθετεί το εδάφιο σε πεπερασμένους υποτομείς υπό τη μορφή τριγώνων, η οποία είναι μια πρωταρχική μορφή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων.

Στις αρχές της δεκαετίας του 1950, αρκετοί μηχανικοί και ακαδημαϊκοί είχαν προχωρήσει περαιτέρω αυτές τις πρώιμες προσεγγίσεις για να λύσουν πραγματικά προβλήματα μηχανικής ως αεροναυπηγοί και ως πολιτικοί μηχανικοί. Παράλληλα, ο *J. H. Argyris* (1954) στο *Imperial College* του Λονδίνου και ο *M. J. Turner* (1950-1956) της *Boeing*, στον οποίο αργότερα προστέθηκαν οι *R. Clough* του *UC Berkeley* και *H.C. Martin* του Πανεπιστημίου της Ουάσιγκτον, ανέπτυξε αυτό που γνωρίζουμε σήμερα ως την πρωταρχική μορφή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (1954), η οποία ονομαζόταν τότε μέθοδος ακαμψίας μήτρας (*Matrix Stiffness Method*). Ωστόσο, το 1960 ο *R. Clough* επινόησε τη φράση Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, και αυτή η λιτή και σωστή φράση έγινε αμέσως επιτυχία, αναδεικνύοντας την ουσία της μεθόδου. Ανεξάρτητα, στις αρχές της δεκαετίας του 1960, ο *Kang Feng* της Κινεζικής Ακαδημίας Επιστημών πρότεινε επίσης μια αριθμητική μέθοδο διακριτοποίησης βασισμένη σε μεταβλητές αρχές για την επίλυση ελλειπτικών μερικών διαφορικών εξισώσεων. Ο *Feng* ήταν καθοριστικός τόσο για την εφαρμογή της μεθόδου όσο και για τη δημιουργία της θεωρητικής θεμελίωσης χρησιμοποιώντας εκτιμήσεις στους χώρους *Sobolev* που ήταν μια από τις πρώτες μελέτες σύγκλισης μεθόδων πεπερασμένων στοιχείων. [12]

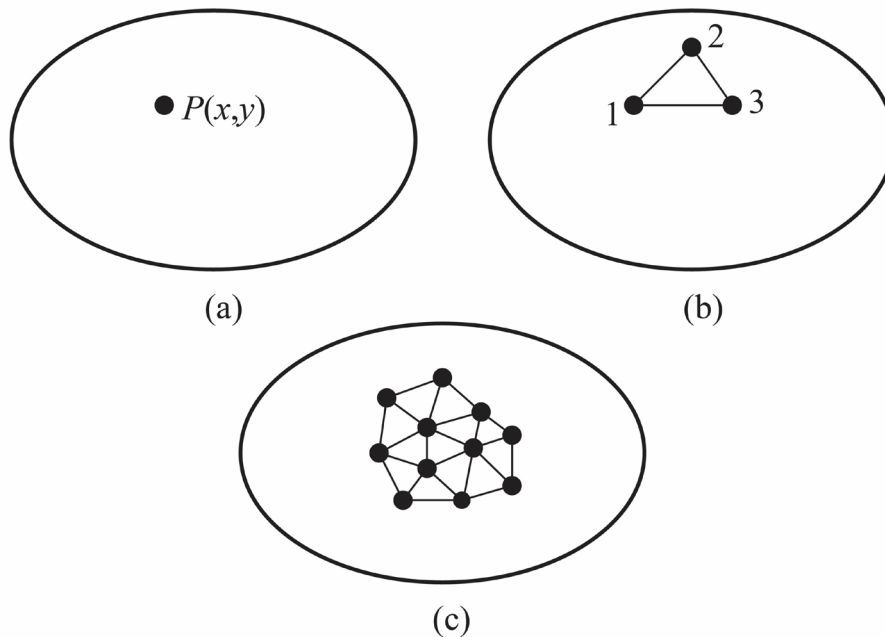
Η μέθοδος πεπερασμένων στοιχείων (*FEM*), είναι μια υπολογιστική τεχνική που χρησιμοποιείται για την απόκτηση λύσεων κατά προσέγγιση, προβλημάτων οριακών τιμών στη μηχανική. Ένα πρόβλημα οριακής τιμής είναι ένα μαθηματικό πρόβλημα στο οποίο μία ή περισσότερες εξαρτημένες μεταβλητές πρέπει να ικανοποιούν μια διαφορική εξίσωση παντού μέσα σε ένα γνωστό πεδίο ανεξάρτητων μεταβλητών και να ικανοποιούν συγκεκριμένες συνθήκες στο όριο. Τα προβλήματα οριακής τιμής ονομάζονται επίσης και προβλήματα πεδίου. Το πεδίο είναι ο τομέας που μας ενδιαφέρει να επιλύσουμε και τις περισσότερες φορές αντιπροσωπεύει μια φυσική δομή, όπως ένα κτήριο ή μία μεταλλική πλάκα. Οι μεταβλητές πεδίου είναι οι εξαρτημένες μεταβλητές που διέπονται από τη διαφορική εξίσωση. Οι οριακές συνθήκες είναι οι καθορισμένες τιμές των μεταβλητών του πεδίου στα όρια αυτού. Ανάλογα με τον τύπο του φυσικού προβλήματος που αναλύεται, οι μεταβλητές του πεδίου μπορεί να περιλαμβάνουν φυσική μετατόπιση, θερμοκρασία, ροή θερμότητας και ταχύτητα ρευστού καθώς και πολλά ακόμη προβλήματα.

Τα πλεονεκτήματα αυτής της μεθόδου μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- Αριθμητική απόδοση: Η διακριτοποίηση του πεδίου υπολογισμού με πεπερασμένα στοιχεία αποδίδει πίνακες που στις περισσότερες περιπτώσεις είναι αραιοί και συμμετρικοί. Ο πίνακας, ο οποίος προκύπτει μετά από χωρική και χρονική διακριτοποίηση, είναι επίσης αραιός και συμμετρικός. Επομένως η λύση του αλγεβρικού συστήματος εξισώσεων μπορεί να εκτελεστεί με πολύ αποτελεσματικό τρόπο.
- Πολύπλοκη γεωμετρία: Με τη χρήση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων, κάθε σύνθετος τομέας μπορεί να διαχωριστεί με τριγωνικά στοιχεία σε  $2D$  και από τετραεδρικά στοιχεία σε  $3D$
- Βρίσκει εφαρμογή σε πολλά πεδία της μηχανικής. [19], [18]

## 5.1 Η ΛΟΓΙΚΗ ΠΙΣΩ ΑΠΟ ΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει έναν όγκο κάποιου υλικού ή υλικών με γνωστές φυσικές ιδιότητες. Ο όγκος αντιπροσωπεύει το πεδίο ενός προβλήματος οριακής τιμής που πρέπει να λυθεί. Για λόγους απλότητας, σε αυτό το σημείο, υποθέτουμε μια δισδιάστατη περίπτωση με μια μεταβλητή μονού πεδίου  $\varphi(x, y)$  που θα προσδιορίζεται σε κάθε σημείο  $P(x, y)$  (Εικόνα 5-1a)



Εικόνα 5.1-1: (a) Ένα γενικό δισδιάστατο πεδίο της μεταβλητής πεδίου  $\varphi(x, y)$ , (b) Ένα πεπερασμένο στοιχείο τριών κόμβων που ορίζεται στο πεδίο, (c) Πρόσθετα στοιχεία που δείχνουν ένα μερικό πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων του πεδίου.

Πηγή: Σημειώσεις Μαθήματος: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΠΗΓΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗ ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ, Τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών (ΠΑΔΑ).

Σε πρακτικά προβλήματα, το πεδίο μπορεί να είναι γεωμετρικά πολύπλοκο, συχνά η εξίσωση που ισχύει και η πιθανότητα να ληφθεί μια ακριβής λύση κλειστής μορφής είναι πολύ μικρή. Ως εκ τούτου κατά προσέγγιση λύσεις που βασίζονται σε αριθμητικές τεχνικές και ψηφιακό υπολογισμό λαμβάνονται πιο συχνά σε μηχανικές αναλύσεις πολύπλοκων προβλημάτων. Μικρό τριγωνικό στοιχείο που περικλείει μία υποπεριοχή πεπερασμένου μεγέθους του πεδίου φαίνεται στην [Εικόνα 5.1-1b](#). Το γεγονός ότι αυτό το στοιχείο δεν είναι διαφορικό στοιχείο μεγέθους  $dx \times dy$  το καθιστά πεπερασμένο στοιχείο. Οι κορυφές του τριγωνικού στοιχείου αριθμούνται για να υποδείξουν ότι αυτά τα σημεία είναι κόμβοι. Ένας κόμβος είναι ένα συγκεκριμένο σημείο του πεπερασμένου στοιχείου στο οποίο η τιμή της μεταβλητής πεδίου πρέπει να υπολογιστεί λεπτομερώς. Αυτές οι τιμές χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για τον προσεγγιστικό προσδιορισμό των πεδριακών μεταβλητών στα μη κομβικά σημεία του πεδίου (στο εσωτερικό του στοιχείου). [11], [10], [15], [19]

Για παράδειγμα στην περίπτωση του τριγωνικού στοιχείου (τρεις κόμβοι) ισχύει η ακόλουθη αναπαράσταση:

$$\varphi(x,y)=N_1(x,y)\varphi_1+N_2(x,y)\varphi_2+N_3(x,y)\varphi_3$$

$\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  και  $\varphi_3$  είναι οι τιμές της πεδιακής μεταβλητής στους κόμβους και  $N_1$ ,  $N_2$  και  $N_3$  είναι κατάλληλες συναρτήσεις παρεμβολής γνωστές ως συναρτήσεις σχήματος (*shape functions*).

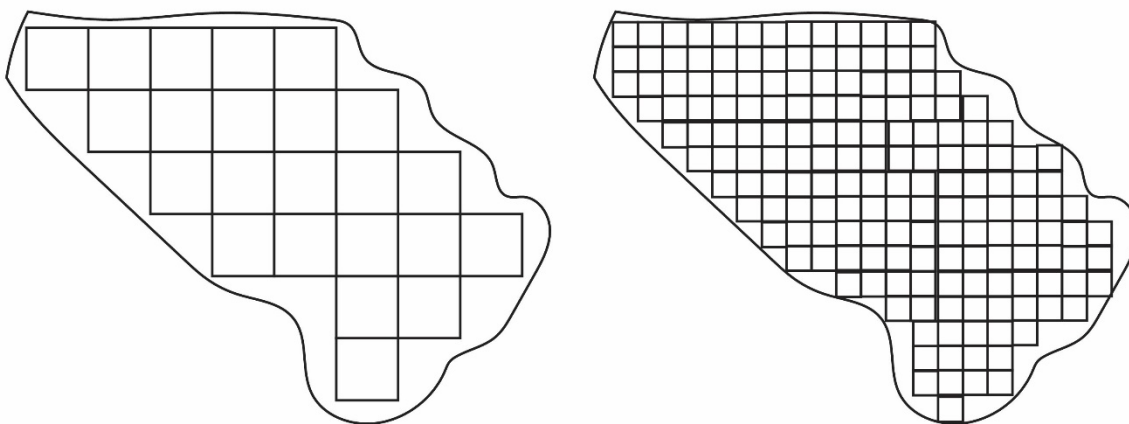
Για την περιγραφή του συνόλου του πεδίου απαιτείται η ύπαρξη περισσότερων στοιχείων ενωμένα μεταξύ τους, πράγματι όπως απεικονίζεται στην *Εικόνα 5.1-1c*, κάθε στοιχείο συνδέεται στους εξωτερικούς κόμβους του με άλλα στοιχεία. Οι εξισώσεις πεπερασμένων στοιχείων διατυπώνονται έτσι ώστε, στις κομβικές συνδέσεις, η τιμή των διαφόρων μεγεθών, παράγωγων της βασικής πεδιακής μεταβλητής σε οποιαδήποτε σύνδεση, να είναι η ίδια για κάθε στοιχείο που συνδέεται με τον κόμβο. Έτσι, διασφαλίζεται η συνέχεια των διαφόρων μεγεθών, παράγωγων της βασικής πεδιακής μεταβλητής στους κόμβους. Στην πραγματικότητα, οι διατυπώσεις πεπερασμένων στοιχείων είναι τέτοιες ώστε να διασφαλίζεται επίσης η συνέχεια του πεδίου κατά μήκος των διαστοιχειακών ορίων. Αυτή η δυνατότητα αποφεύγει τη φυσική μη αποδεκτή πιθανότητα εμφάνισης κενών στο πεδίο. Σε δομικά προβλήματα, τέτοια κενά θα αντιπροσώπευαν το φυσικό διαχωρισμό του υλικού.

Η διαδικασία αναπαράστασης ενός αντικειμένου με πεπερασμένα στοιχεία αναφέρεται ως πλέγμα (*mesh*) και το προκύπτον σύνολο στοιχείων είναι γνωστό ως πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων. Καθώς οι περισσότερες από τις κοινώς χρησιμοποιούμενες γεωμετρίες για την αναπαράσταση στοιχείων έχουν ευθείες πλευρές, είναι γενικά αδύνατο να συμπεριληφθεί ολόκληρο το αντικείμενο στο πλέγμα στοιχείων εάν η περιοχή που το εφαρμόζουμε περιλαμβάνει καμπύλα όρια. [11], [10], [15], [21]



Μια τέτοια κατάσταση φαίνεται στην *Εικόνα 5.1-2 (Αριστερή εικόνα)*, όπου μια περιοχή καμπυλόγραμμου ορίου είναι δικτυωμένη (αρκετά χονδροειδώς) χρησιμοποιώντας τετράγωνα στοιχεία. Ένα εκλεπτυσμένο πλέγμα για τον ίδιο τομέα φαίνεται στην *Εικόνα 5.1-2 (δεξιά Εικόνα)*, χρησιμοποιώντας μικρότερα, πολυάριθμα στοιχεία του ίδιου τύπου. Σημειώστε ότι το εξευγενισμένο πλέγμα περιλαμβάνει σημαντικά μεγαλύτερο μέρος του φυσικού τομέα στην αναπαράσταση πεπερασμένων στοιχείων και τα καμπύλα όρια προσεγγίζονται περισσότερο. (Τα τριγωνικά στοιχεία θα μπορούσαν να προσεγγίσουν τα όρια ακόμα καλύτερα.)

Εάν οι συναρτήσεις παρεμβολής ικανοποιούν ορισμένες μαθηματικές απαιτήσεις, μια λύση πεπερασμένων στοιχείων για ένα συγκεκριμένο πρόβλημα συγκλίνει στην ακριβή λύση του προβλήματος. Δηλαδή, καθώς αυξάνεται ο αριθμός των στοιχείων και μειώνονται οι φυσικές διαστάσεις αυτών η λύση των πεπερασμένων στοιχείων αλλάζει σταδιακά. Οι σταδιακές αλλαγές μειώνονται με τη διαδικασία βελτίωσης του πλέγματος και προσεγγίζουν την ακριβή λύση ασύμπτωτα.

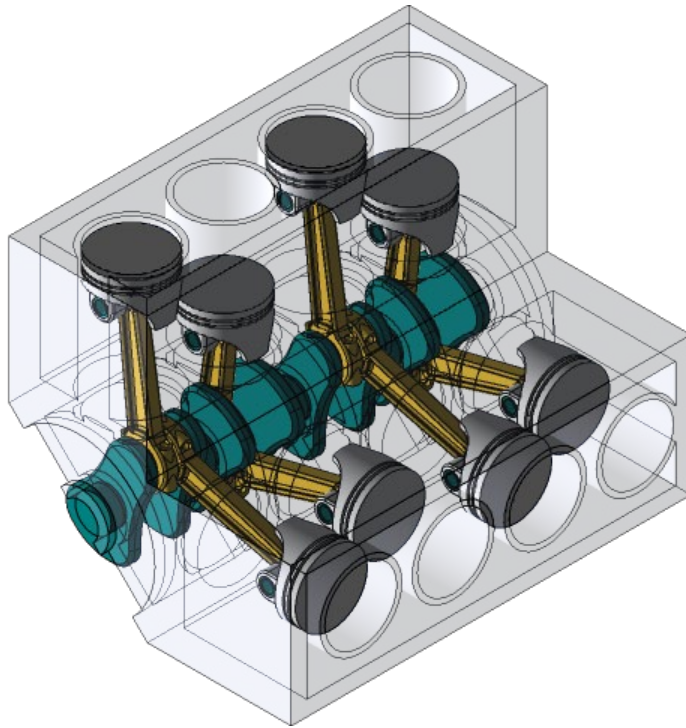


*Εικόνα 5-2: Αυθαίρετο στοιχείο μοντελοποιημένο χρησιμοποιώντας τετράγωνα στοιχεία. Αριστερά εμφανίζονται μικρός αριθμός στοιχείων, Δεξιά έχουμε καλύτερα επεξεργασμένο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων που δείχνει μείωση του εμβαδού που δεν περιλαμβάνεται στην ανάλυση.*

*Πηγή Σημειώσεις Μαθήματος: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΠΗΓΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗ ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ, Τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών (ΠΑΔΑ)*

## 6 ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ SOLIDWORKS

Κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου, η πληροφορική γνώρισε μεγάλη ανάπτυξη. Ο *Patrick Hanratty*, «ο πατέρας του *CAD/CAM*», ανέπτυξε το *PRONTO (Program for Numerical Tooling Operations)* το πρώτο σύστημα προγραμματισμού *CNC*, το 1957. Στην πραγματικότητα, ορισμένοι αναλυτές του κλάδου εκτιμούν ότι το 70% όλων των τρισδιάστατων μηχανικών συστημάτων *CAD/CAM* που είναι διαθέσιμα σήμερα μπορούν να εντοπίσουν τις ρίζες τους στον αρχικό κώδικα του *Hanratty*. Λίγο αργότερα, ο *Ivan Sutherland* ανέπτυξε το *Sketchpad* το 1963 ως μέρος της διατριβής του στο *MIT* με τίτλο «*Sketchpad, A Man-Machine Graphical Communication System*». Οι χρήστες μπορούσαν να αλληλοεπιδράσουν με το πρόγραμμα μέσω μιας οθόνης, μιας φωτεινής πέννας για πρόχειρο σχέδιο και ενός συνόλου κουμπιών για να ορίσουν παραμέτρους ή περιορισμούς. Στις αρχές της δεκαετίας του 1970, η έρευνα στράφηκε σιγά σιγά από το *2D* στο *3D*. Στα ορόσημα αυτής της έρευνας περιλαμβάνονται η εφεύρεση *NURBS* της *Versprille*, η οποία αποτέλεσε τη βάση για τη σύγχρονη τρισδιάστατη μοντελοποίηση καμπυλών και επιφανειών. Μέχρι τη δεκαετία του 1980, τα εμπορικά συστήματα *CAD* άρχισαν να εμφανίζονται στην αεροδιαστημική, την αυτοκινητοβιομηχανία και τη ναυπηγική βιομηχανία. Ήταν η εισαγωγή του πρώτου υπολογιστή *IBM* το 1981 που σηματοδότησε πραγματικά την αρχή της μεγάλης κλίμακας υιοθέτησης του *CAD*. Το επόμενο έτος σηματοδότησε ένα ακόμη μεγαλύτερο ορόσημο στην ιστορία του *CAD* την ίδρυση του *Autodesk* και την επακόλουθη κυκλοφορία του *AutoCAD*, του πρώτου σημαντικού προγράμματος *CAD* για τον υπολογιστή *IBM*. Το *AutoCAD* ήταν επαναστατικό καθορίζοντας το ρυθμό για την ανάπτυξη άλλων ανταγωνιστών *CAD*. Ωστόσο, το λογισμικό *CAD* εξακολουθούσε να βασίζεται κυρίως σε *2D*. Όλα αυτά άλλαξαν το 1987 με την κυκλοφορία του *Pro/ENGINEER*. Αυτό το πρόγραμμα βασίστηκε σε συμπαγή γεωμετρία και παραμετρικές τεχνικές για τον καθορισμό εξαρτημάτων. Έτρεχε σε σταθμούς εργασίας *UNIX*, καθώς οι υπολογιστές εξακολουθούσαν να μην έχουν τις δυνατότητες που απαιτούνται από τα προγράμματα *CAD*. Μέχρι τη δεκαετία του 1990, ο υπολογιστής ήταν τελικά ικανός για τους υπολογισμούς που απαιτούσε το *3D CAD*. Ενώ πολλοί χρήστες απαιτούσαν την ισχύ της *CPU* που παρέχεται από τους σταθμούς εργασίας *UNIX*, πολλοί ήταν πιο ικανοποιημένοι με την απόδοση των υπολογιστών. Το 1995, κυκλοφόρησε το πρώτο σημαντικό μοντέλο για τα *Windows* το *Solidworks*. Το λογισμικό *solidworks*, είναι μια εφαρμογή αυτοματισμού μηχανικού σχεδιασμού που επιτρέπει στους σχεδιαστές να σκιαγραφούν γρήγορα ιδέες, να πειραματίζονται με χαρακτηριστικά και διαστάσεις και να παράγουν μοντέλα και λεπτομερή σχέδια, ενώ είναι μια από τις πιο δημοφιλείς επιλογές λογισμικού για μηχανικούς. Το *solidworks* αναπτύχθηκε από τον απόφοιτο του *MIT* *Jon Hirschtick* και ήταν τόσο επιτυχημένο που μετά από μόλις 2 χρόνια, η *Dassault Systèmes* το απέκτησε το 1997 για 320 εκατομμύρια δολάρια. [18],[17],[14],[8],[7]



Εικόνα 6-1: Οκτακύλινδρος κινητήρας V8 σχεδιασμένος στο περιβάλλον του Solidworks.

Πηγή: <https://grabcad.com/library/motor-v8-solidworks-1>

Ενώ το *SolidWorks* αρχικά απευθυνόταν σε μηχανολόγους μηχανικούς, έκτοτε έχει αναπτυχθεί για να καλύψει μια ποικιλία βιομηχανιών μηχανικής και σχεδιασμού. Στην πραγματικότητα, είναι μια παρουσία στις περισσότερες βιομηχανίες που σχετίζονται με την τεχνολογία 3D. Αναμφισβήτητα, αυτή η επέκταση συνέβαλε στην τεράστια επιτυχία του *SolidWorks*. Οι σχεδιαστές και οι μηχανικοί που εργάζονται στην αεροδιαστημική καθώς και τη ναυπηγική βιομηχανία πρέπει να είναι σε θέση να παράγουν πολύπλοκα εξαρτήματα. Χρησιμοποιώντας το *SolidWorks*, οι μηχανικοί μπορούν να δημιουργήσουν αυτά τα σχέδια μεγιστοποιώντας την απόδοση, ενώ πληρούν αυστηρά πρότυπα ασφαλείας. Ειδικότερα, οι λύσεις ανάπτυξης προϊόντων του *SolidWorks* επιτρέπουν στους χρήστες να απλοποιήσουν ολόκληρη τη διαδικασία σχεδιασμού τους. Οι χρήστες μπορούν επίσης να αξιολογήσουν την απόδοση του προϊόντος, χωρίς να παράγουν ζωντανά πρωτότυπα και να επιτύχουν οικονομική ανάπτυξη από την έναρξη έως την κατασκευή. Χρησιμοποιώντας το *SolidWorks*, είναι δυνατό να αναπτυχθούν σχέδια που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε σχεδιασμό, διάταξη και κατασκευή. Δεν έχει σημασία αν κάποιος ειδικεύεται σε μηχανολογικές υπηρεσίες, σχεδιασμό εξοπλισμού ή έργα σωληνώσεων, το *SolidWorks* μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να δώσει την απόδοση που απαιτείται. Χρησιμοποιώντας τρισδιάστατο παραμετρικό σχεδιασμό και προσομοίωση, τα σχέδια μπορούν να βελτιστοποιηθούν πλήρως πριν σταλούν στους πελάτες. Επιπλέον, το *SolidWorks* μπορεί να δημιουργήσει φωτορεαλιστικές αποδόσεις για δομικά σχέδια, μηχανικά συστήματα, διατάξεις ηλεκτρικών καλωδίων και ούτω καθεξής. [14],[8],[7]

## 7 ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΑΣ ΤΩΝ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΤΟΧΗ ΣΕ ΚΑΜΨΗ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΩΝ ΠΛΑΚΩΝ

### 7.1 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ

Στη παρακάτω διερεύνηση χρησιμοποιήθηκε για τους υπολογισμούς και τη κατασκευή μοντέλο Μεταλλικής πλάκας  $19.580 \times 4.250$  (mm) με ενισχυτικά Ταφ διαστάσεων  $325 \times 11 + 150/15$  (mm) στο πρόγραμμα SolidWorks.

1. Σε πρώτο στάδιο έχουμε τη δημιουργία ενός ορθογωνίου το οποίο στη συνέχεια θα αποκτήσει τη μορφή της μεταλλικής πλάκας,  
Εντολή  $\rightarrow$  Sketch  $\rightarrow$  Center Rectangle το οποίο και διαστασιολογούμε

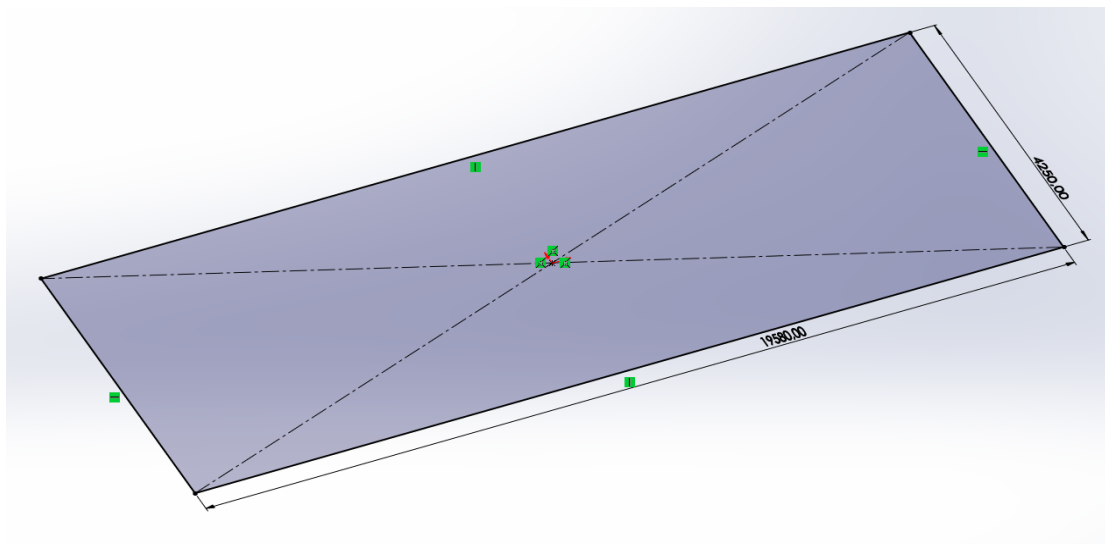


Figure 7.1-1

2. Στη συνέχεια έχουμε τη τοποθέτηση κάθετου ενισχυτικού σε απόσταση 890mm από το άκρο της κατά το διάμηκες πλευράς του ορθογωνίου το οποίο και θα το διατρέχει κατά το εγκάρσιο, με ύψος 325 mm

Εντολή 1 → Line

Εντολή 2 → Extrude

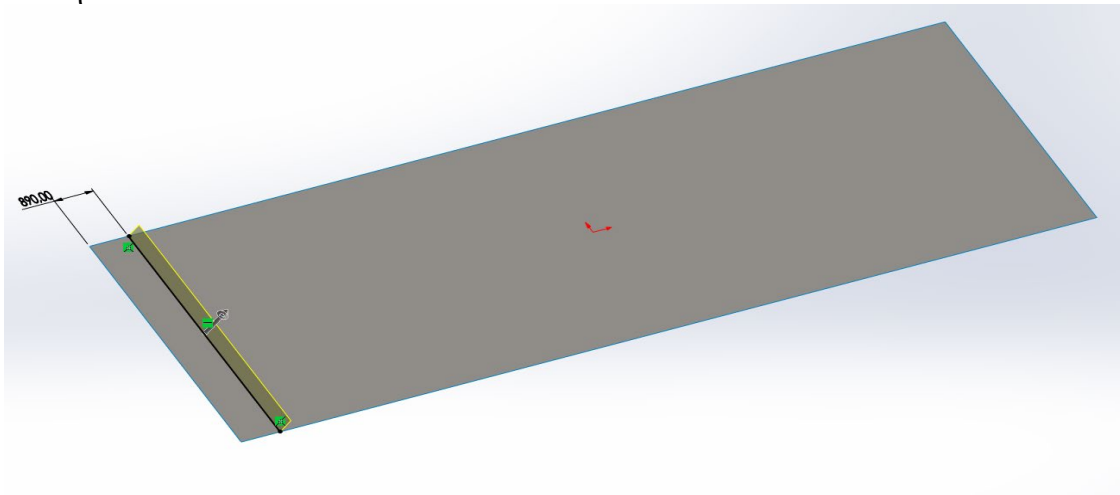


Figure 7.1-2

- Μετά επιθυμούμε 21 όμοια ενισχυτικά με τη μεταξύ τους απόσταση να βρίσκεται στα 890 mm μέχρι έως ότου έχουμε φθάσει στο αντίθετο άκρο κατά το διάμηκες, Εντολή 3 → linear pattern, επιλέγουμε κατεύθυνση τη μεταξύ τους απόσταση και πόσες φορές χρειαζόμαστε να αναπαραχθεί (21)

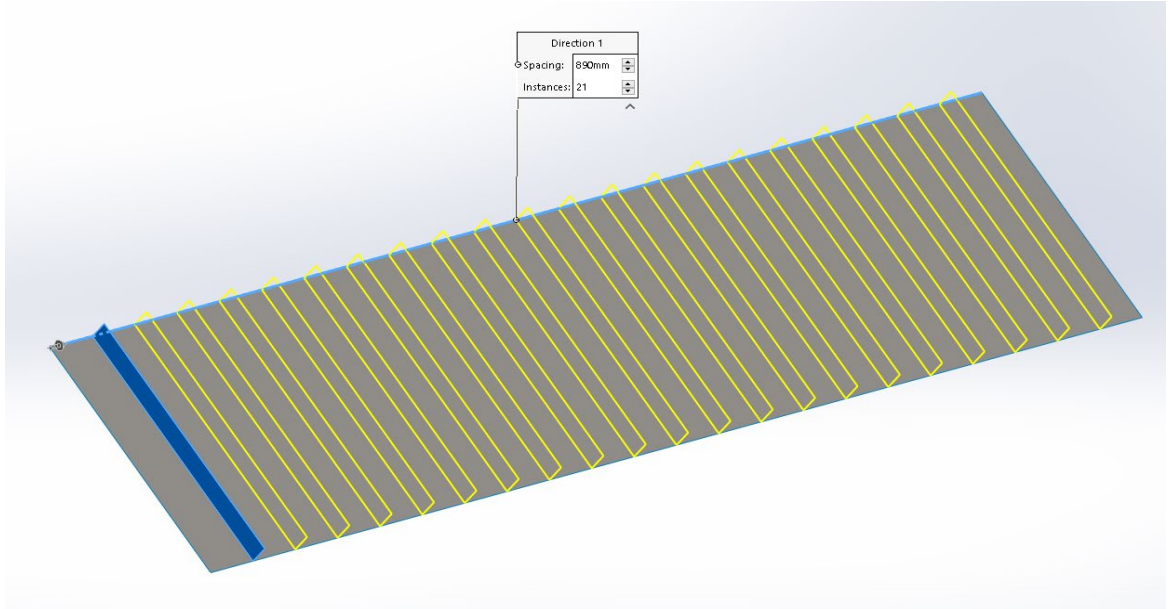


Figure 7.1-3

- Δημιουργούμε ομοίως στα ενισχυτικά τις φλάντζες και κάνουμε για άλλη μια φορά linear pattern, αφού όμως έχουμε δημιουργήσει ένα νέο plane ώστε να μπορούμε να δώσουμε την επιθυμητή κατεύθυνση. Εντολή 4 → Plane, επιλέγουμε τα διαμήκη άκρα που βρίσκονται στην ίδια ευθεία

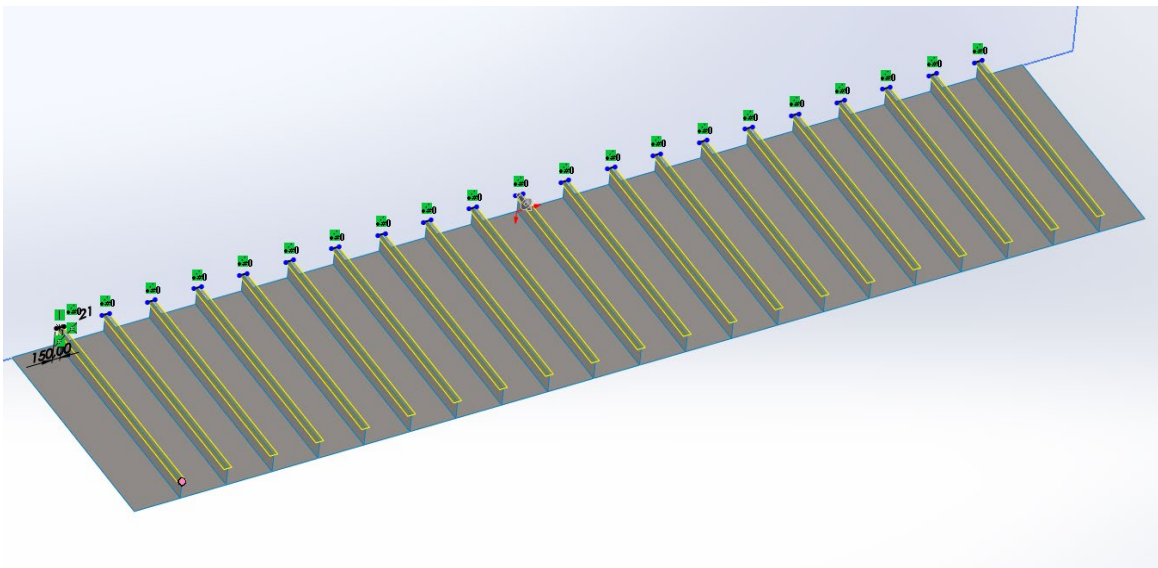


Figure 7.1-4

5. Αφού έχουμε τη γεωμετρία στη συνέχεια ξεκινάμε μία νέα μελέτη με σκοπό να μελετήσουμε την αντοχή του μοντέλου,  
Εντολή 5 → New study
6. Αρχικά επιλέγουμε τον τύπο του υλικού που χρειαζόμαστε, στη περίπτωση μας κοινός χάλυβας, όπως και τα πάχη των ελασμάτων, για τη πλάκα έχουμε 20mm, τα ενισχυτικά 11mm και για τις φλάντζες 15mm,

Εντολή 6 → Shell manager,

Επιλέγουμε thin για τη πλάκα, υλικό Plain carbon steel και τα κατάλληλα πάχη όπως αυτά αναγράφονται και παραπάνω

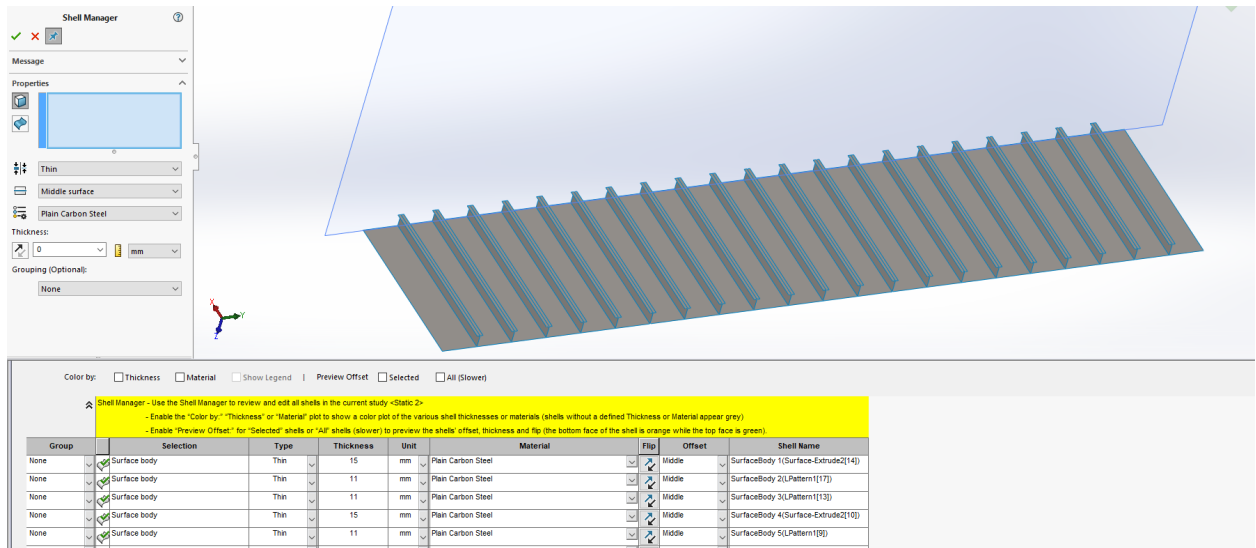


Figure 7.1-5

7. Έπειτα κατευθυνόμαστε στην εντολή connections ώστε να επιλέξουμε τον τρόπο που θέλουμε να ακουμπούν μεταξύ τους τα ελάσματα και διαλέγουμε global contact (Bonded),

8. Εν συνεχεία η επόμενη εντολή που απαιτείται για τη διερεύνηση είναι ο τρόπος στήριξης της πλάκας, όπου επιλέγουμε πάκτωση στα άκρα,

Εντολή 7→ Fixtures,

Επιλέγουμε και τις 4 πλευρές του ελάσματος, καθώς και όλα τα σημεία που ακουμπούν τα ενισχυτικά με το βασικό έλασμα

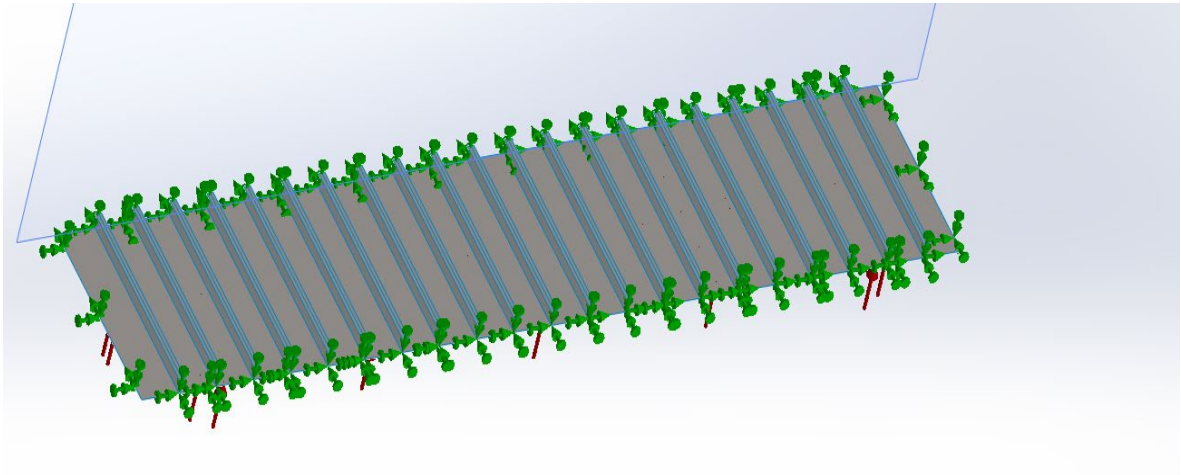


Figure 7.1-6



9. Αφού έχουμε επιλέξει τρόπο στήριξης χρειαζόμαστε και τη δύναμη στην οποία θα καταπονείται το έλασμα μας, για την εν λόγω διερεύνηση εφαρμόζουμε κατανεμημένη πίεση της τάξεως  $0,075 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  ή  $\text{[MPa]}$ ,  
Εντολή 8 → External Loads → Pressure, όπου επιλέγουμε  $0,075 \text{ [N/mm}^2\text{]}$  και την εφαρμόζουμε στη πλευρά που δεν έχουμε την ενίσχυση.

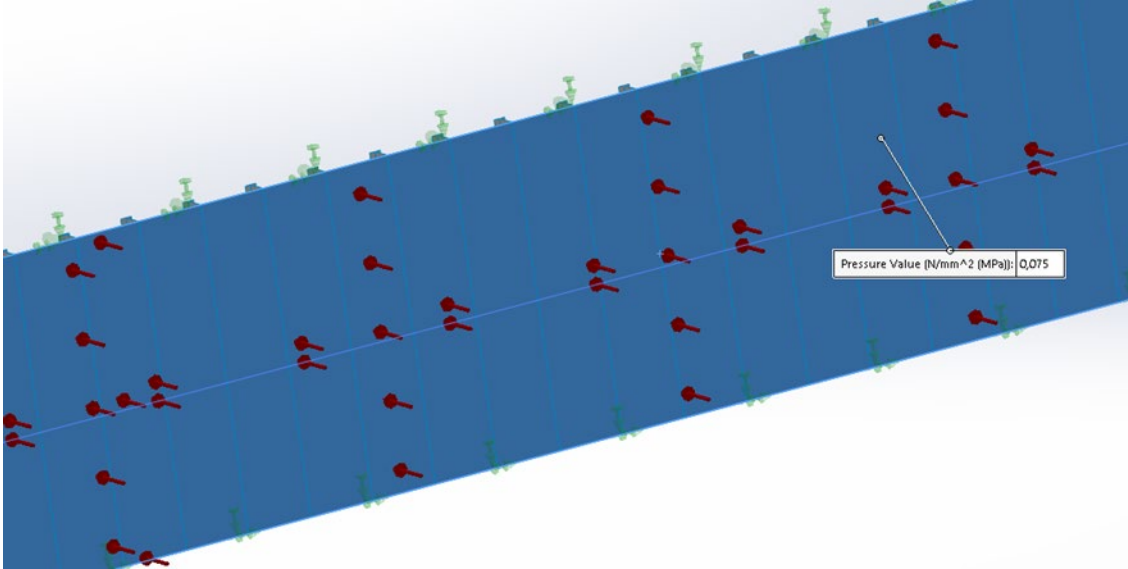


Figure 7.1-7

10. Έπειτα απαιτείται η ακρίβεια με την οποία θα λύσει το πρόγραμμα το πρόβλημα που του έχουμε θέσει, για το Solidworks και τα πεπερασμένα στοιχεία αυτό είναι το πλέγμα (Mesh).

Εντολή 9 → Mesh → Create Mesh → ενεργοποιούμε το Mesh parameters, το οποίο μας επιτρέπει να τοποθετήσουμε το πλέγμα που επιθυμούμε, επιλέγουμε Standard Mesh και βάζουμε ακρίβεια 150mm.

Επιλέγουμε το OK και στη συνέχεια παίρνουμε το παρακάτω πλέγμα

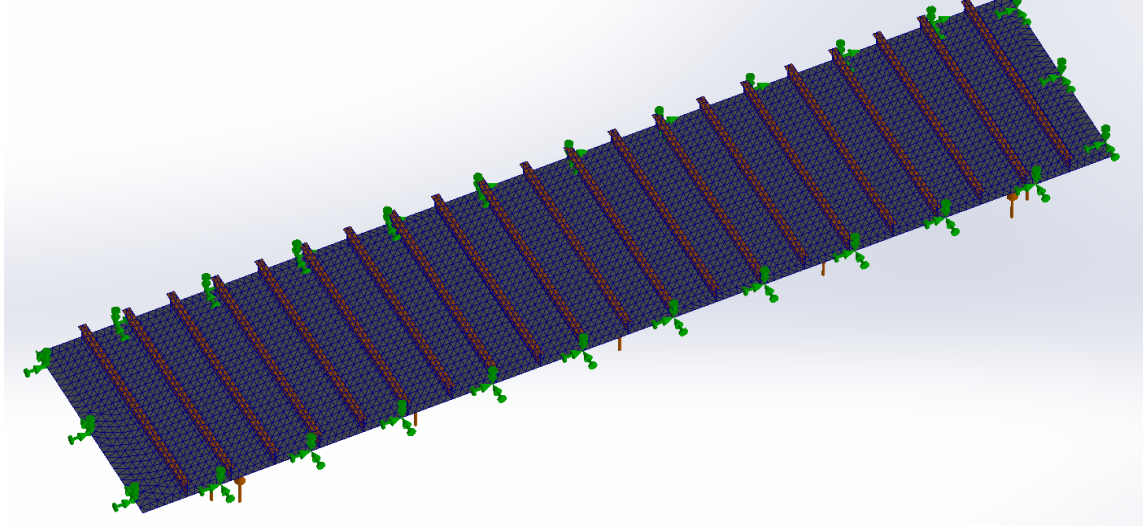
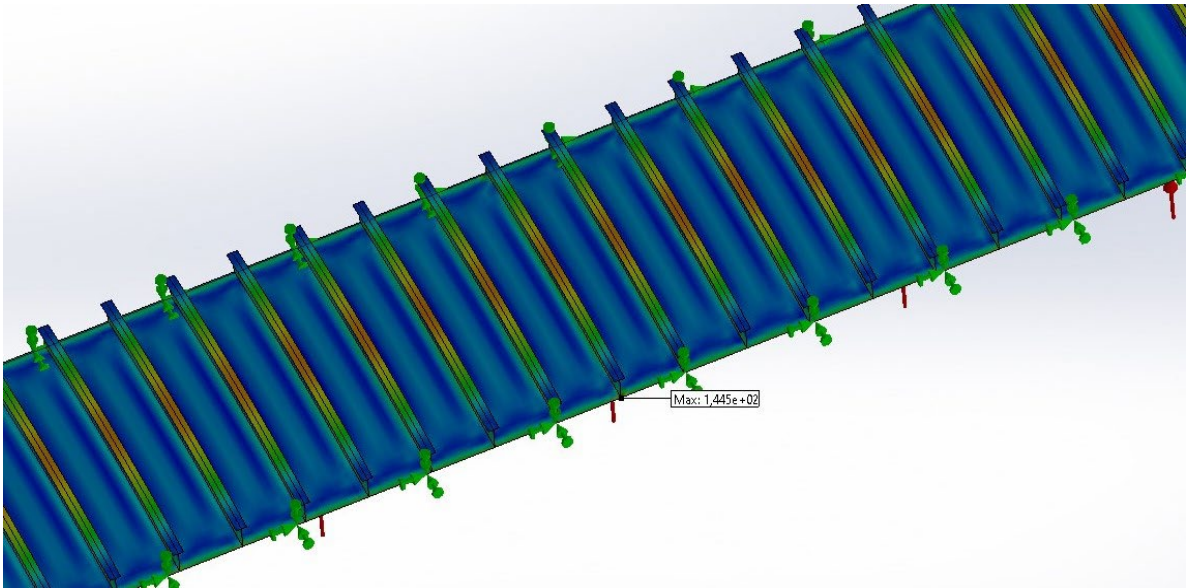
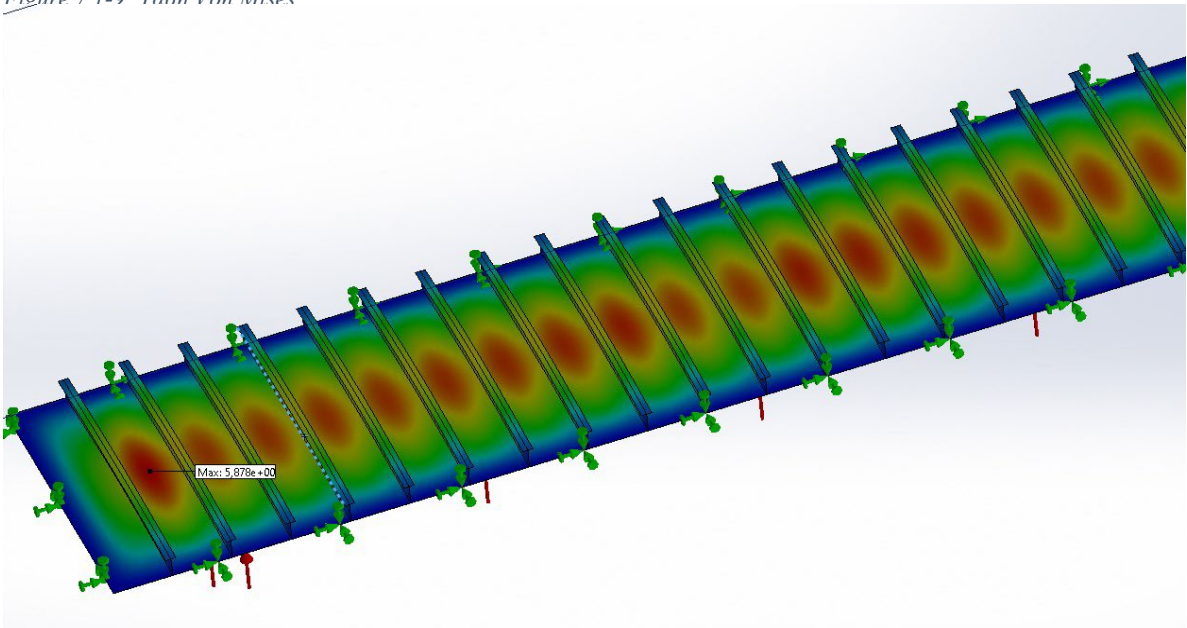


Figure 7.1-8

11. Τέλος πηγαίνουμε στη γραμμή εργαλείων ώστε να “τρέχουμε” το μοντέλο μας και εξάγουμε τα αποτελέσματα της τάσης Von Mises και της παραμόρφωσης.  
Εντολή 10 → Run This Study,  
το πρόγραμμα λύνει το πρόβλημα που του έχουμε θέσει και λαμβάνουμε τα παρακάτω διαγράμματα



*Figure 7.1-9: Τάση Von Mises*



*Figure 7.1-10: Παραμόρφωση*

## 7.2 ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΠΛΕΓΜΑΤΟΣ

Η παρακάτω διερεύνηση πραγματοποιήθηκε σε μεταλλική πλάκα  $19.580 \times 4.250$  (mm) με *Tee Stiffener* (Ταφ) διαστάσεων  $325 \times 11 \times 150/15$  (mm) και πλέγμα 50,60,70,80,90,100,150,200 χιλιοστά (mm) σε πίεση 0,075MPa.

### 1. Πλέγμα 50 mm

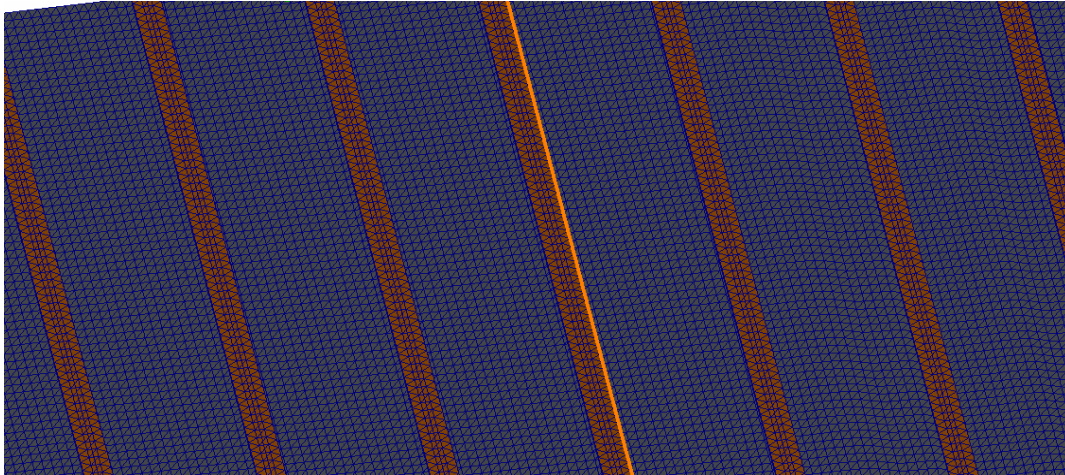


Figure 7.2-1

### 2. Πλέγμα 60 mm

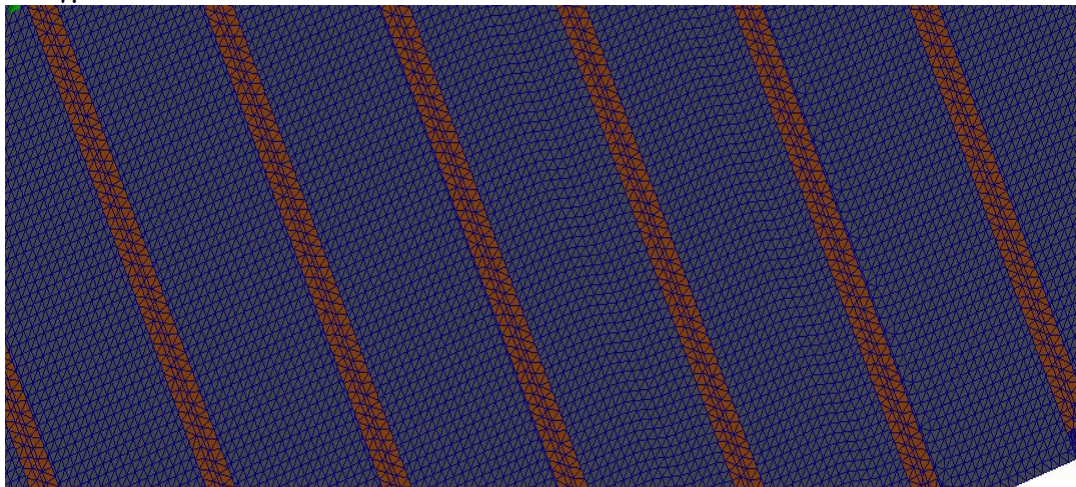
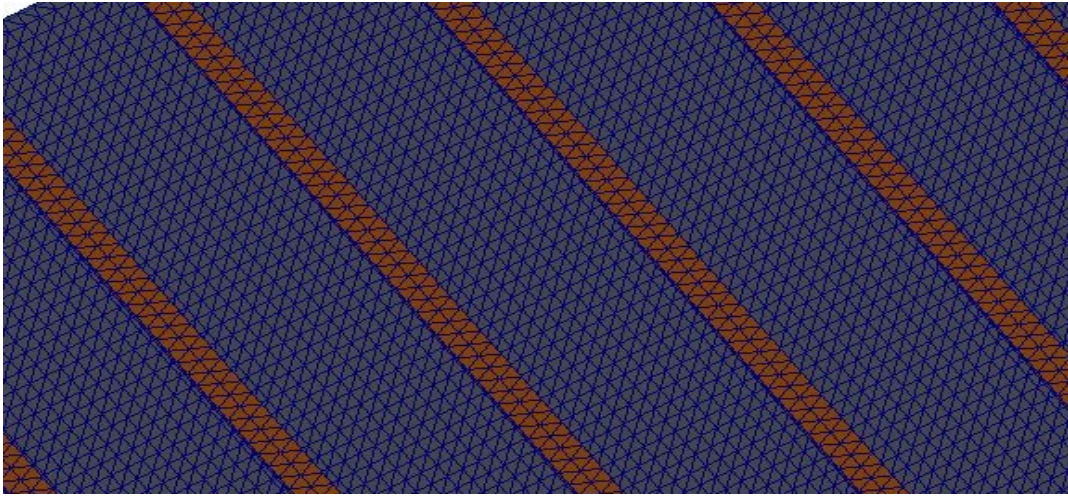


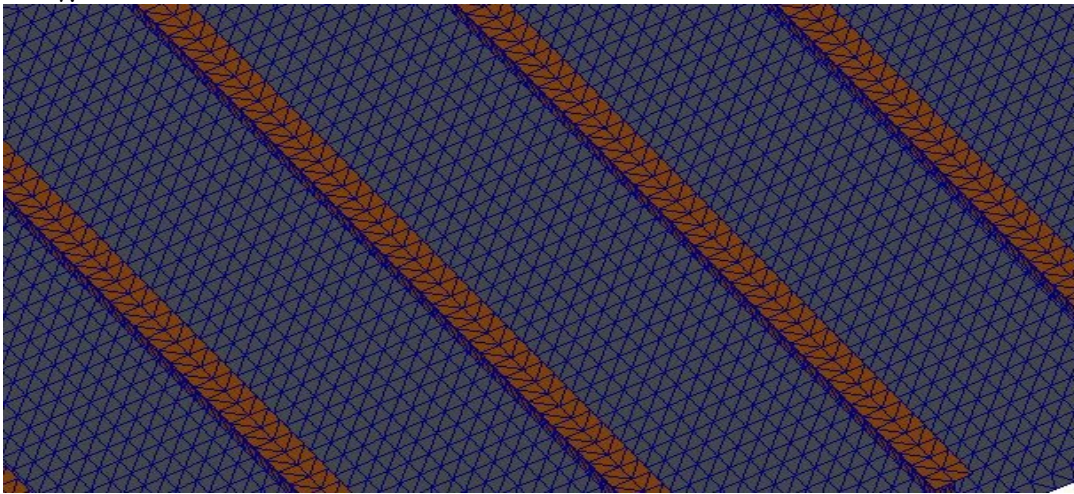
Figure 7.2-2

3. Πλέγμα 70 mm



*Figure 7.2-3*

4. Πλέγμα 80 mm



*Figure 7.2-4*

5. Πλέγμα 90 mm

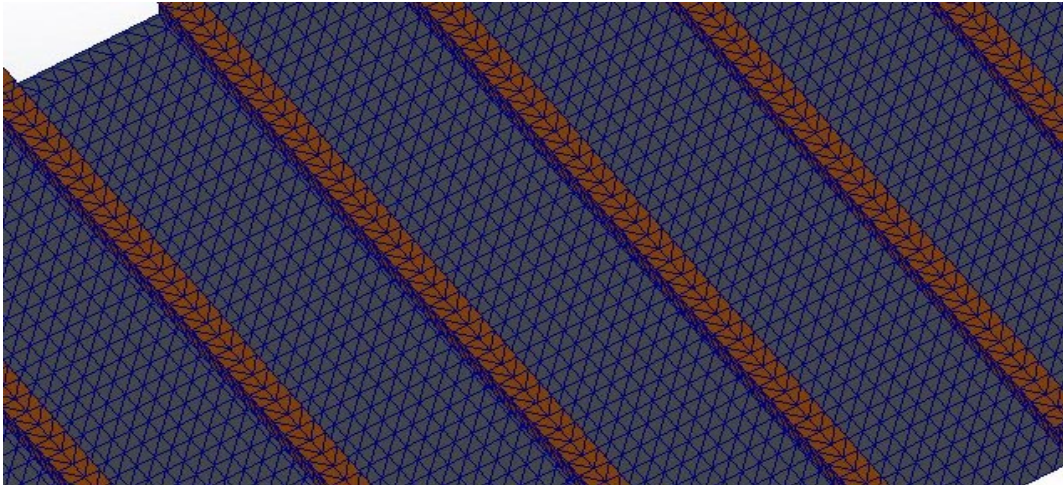


Figure 7.2-5

6. Πλέγμα 100 mm

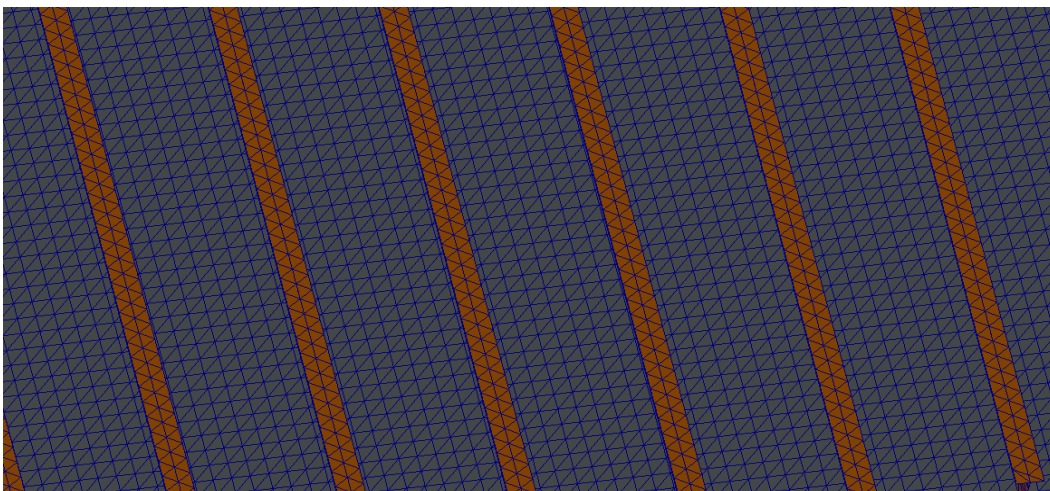


Figure 7.2-6

7. Πλέγμα 150 mm

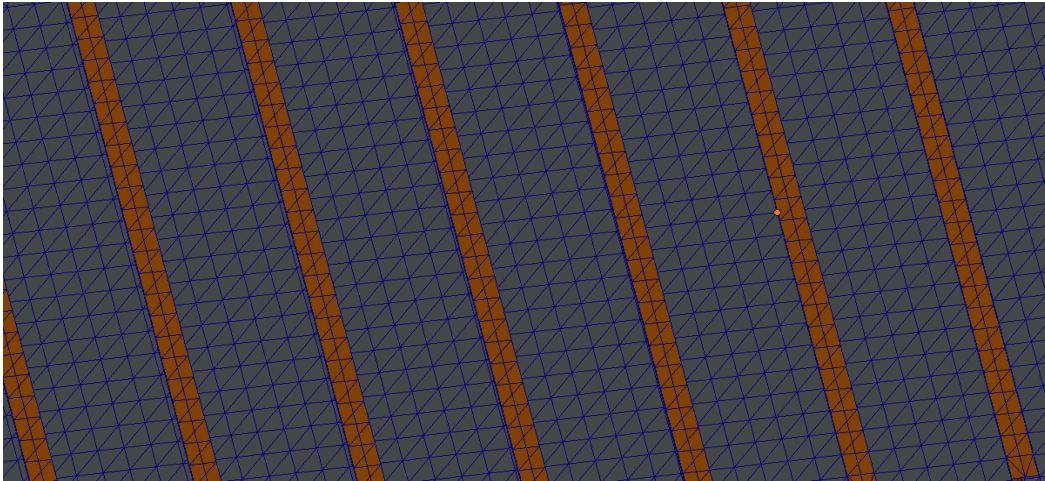


Figure 7.2-7

8. Πλέγμα 200 mm

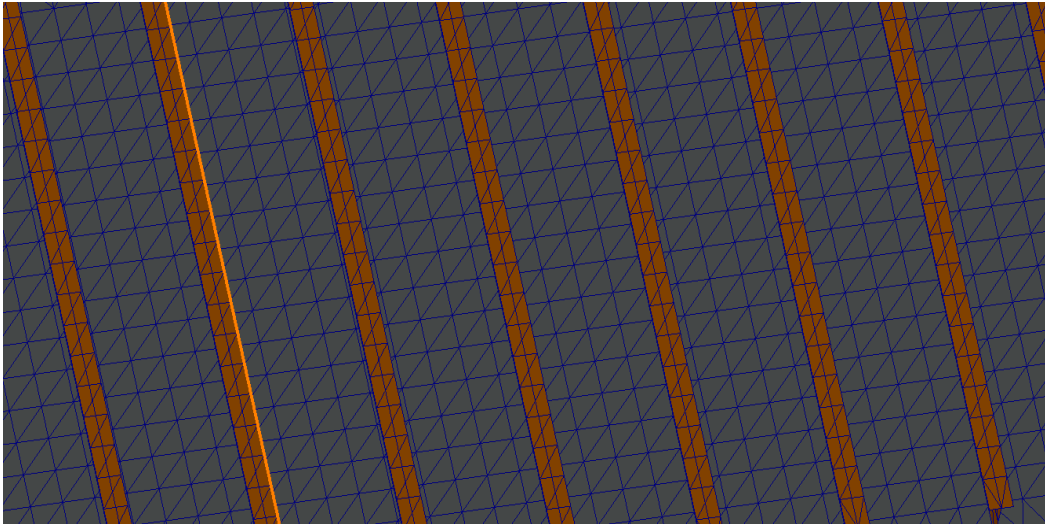
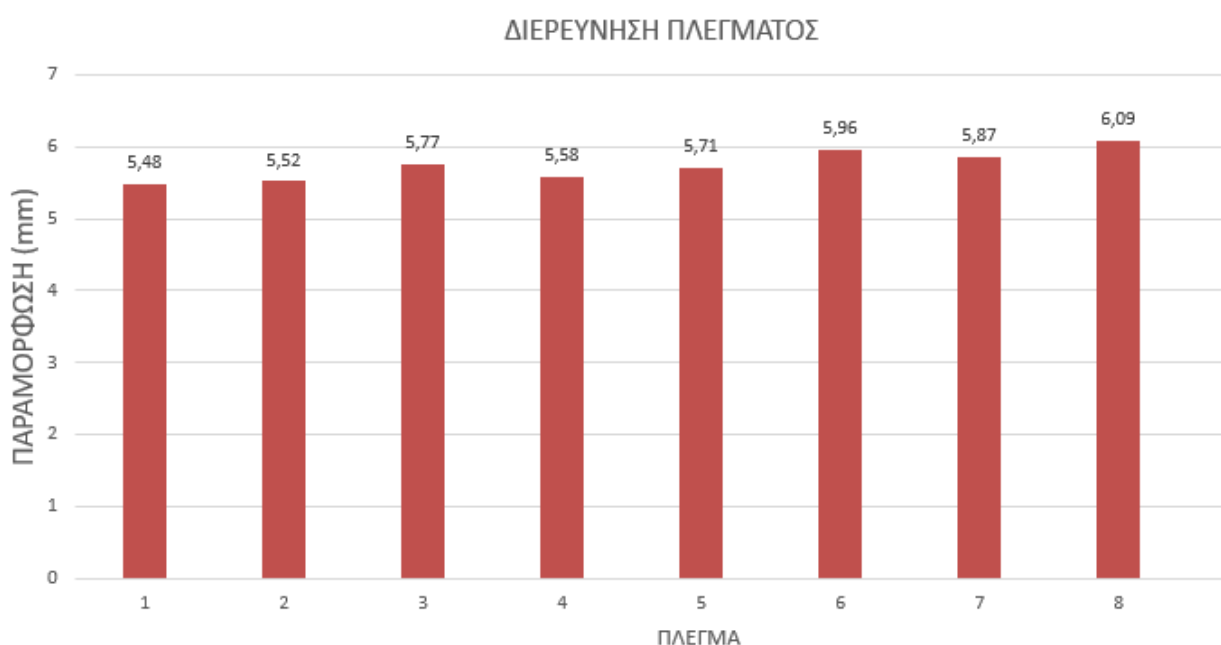


Figure 7.2-8

ΠΛΕΓΜΑ	ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ (mm)
50 (1)	257,6	5,48
60 (2)	256,9	5,52
70 (3)	232,9	5,77
80 (4)	220,2	5,58
90 (5)	206,5	5,71
100 (6)	195,3	5,96
150 (7)	144,5	5,87
200 (8)	131,3	6,09



Πίνακας 2: Παραμόρφωση σε πλάκα με πάχος 20mm με στήριξη πάκτωση στα άκρα και μεταβολή της πυκνότητας του πλέγματος.

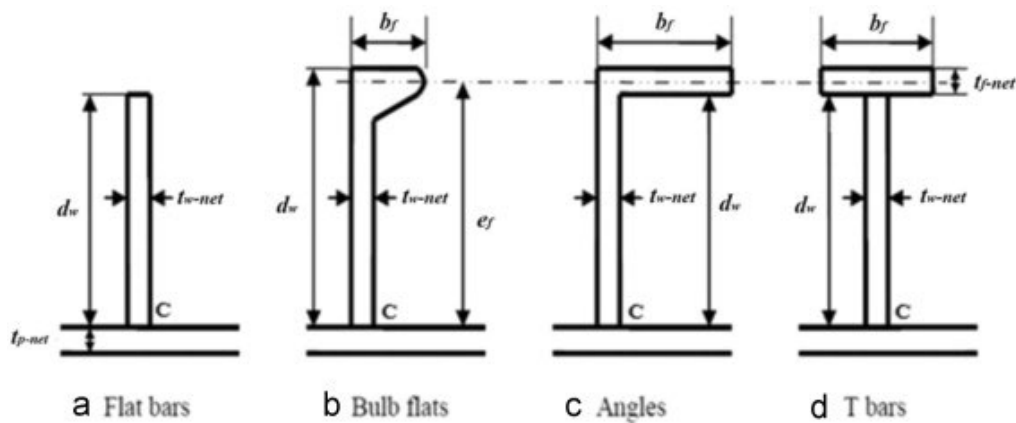
Βλέπουμε λοιπόν πως αν και αυξάνουμε την ακρίβεια του πλέγματος η μεταβολές που παρατηρούμε στο μοντέλο δεν είναι ανάλογες της αύξησης αυτής, συγκεκριμένα για μεταβολή του πλέγματος σε πυκνότερο έχουμε μείωση της παραμόρφωσης σε συγκριτικά μικρότερο βαθμό. Συγχρόνως παρατηρούμε πως οι τιμές κυμαίνονται σε μία περιοχή ανάμεσα στο 6,09-5,48 με το μέσο να κυμαίνεται στο 5,79. Συνεπώς μπορούμε να λάβουμε σαν απεικόνιση το πλέγμα 7 ή 5 (150mm και 90mm αντίστοιχα) ως μια εκτίμηση που δίνει βάσιμα αποτελέσματα. Ως τελική επιλογή οδηγούμαστε στο πλέγμα 7 σε σχέση με το πλέγμα 5 καθότι αυτό απαιτεί συγχρόνως λιγότερη υπολογιστική δύναμη και αποδίδει αποδεκτά αποτελέσματα.



### 7.3 ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΩΝ

Τα μοντέλα που απεικονίζονται στη συνέχεια φέρουν τις ίδιες διαστάσεις με τα προηγούμενα μοντέλα που αναπτύχθηκαν. Επίσης ο κάθε τύπος ενίσχυσης έχει αναπτυχθεί έτσι ώστε το εμβαδό να παραμένει σταθερό. Φέρουν πλέγμα πυκνότητας 150mm, ενώ τους ασκήθηκε πίεση της τάξης των 0,075 MPa καθ' όλη την έκτασή τους.

Τύποι ενισχυτικών που χρησιμοποιήθηκαν:



Εικόνα 7-1: Τύποι ενισχυτικών a) Flat bar, b) Bulb flat, c) Angle bar, d) T bar

Πηγή: [https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fars.els-cdn.com%2Fcontent%2Fimage%2F3-s2.0-B9780080443812500102-f07-96-9780080443812.jpg&tbid=LmTE6aLbkmbPM&vet=12ahUKEwjHn5ri2O39AhUwpCcCHat9BRUQMygcegULARDUAQ..i&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.hn.a.com.co%2Fbulb-flat-stiffener-k.html&docid=CpdUk5UOF-Pd6M&w=513&h=135&itg=1&q=bulb%20flat%20bar%20sizes&hl=en&client=firefox-b-d&ved=2ahUKEwjHn5ri2O39AhUwpCcCHat9BRUQMygcegULARDUAQ#imgrc=LmTE6aLbkmbPM&imgdii=az2ww3lwg\\_MrPM](https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fars.els-cdn.com%2Fcontent%2Fimage%2F3-s2.0-B9780080443812500102-f07-96-9780080443812.jpg&tbid=LmTE6aLbkmbPM&vet=12ahUKEwjHn5ri2O39AhUwpCcCHat9BRUQMygcegULARDUAQ..i&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.hn.a.com.co%2Fbulb-flat-stiffener-k.html&docid=CpdUk5UOF-Pd6M&w=513&h=135&itg=1&q=bulb%20flat%20bar%20sizes&hl=en&client=firefox-b-d&ved=2ahUKEwjHn5ri2O39AhUwpCcCHat9BRUQMygcegULARDUAQ#imgrc=LmTE6aLbkmbPM&imgdii=az2ww3lwg_MrPM)

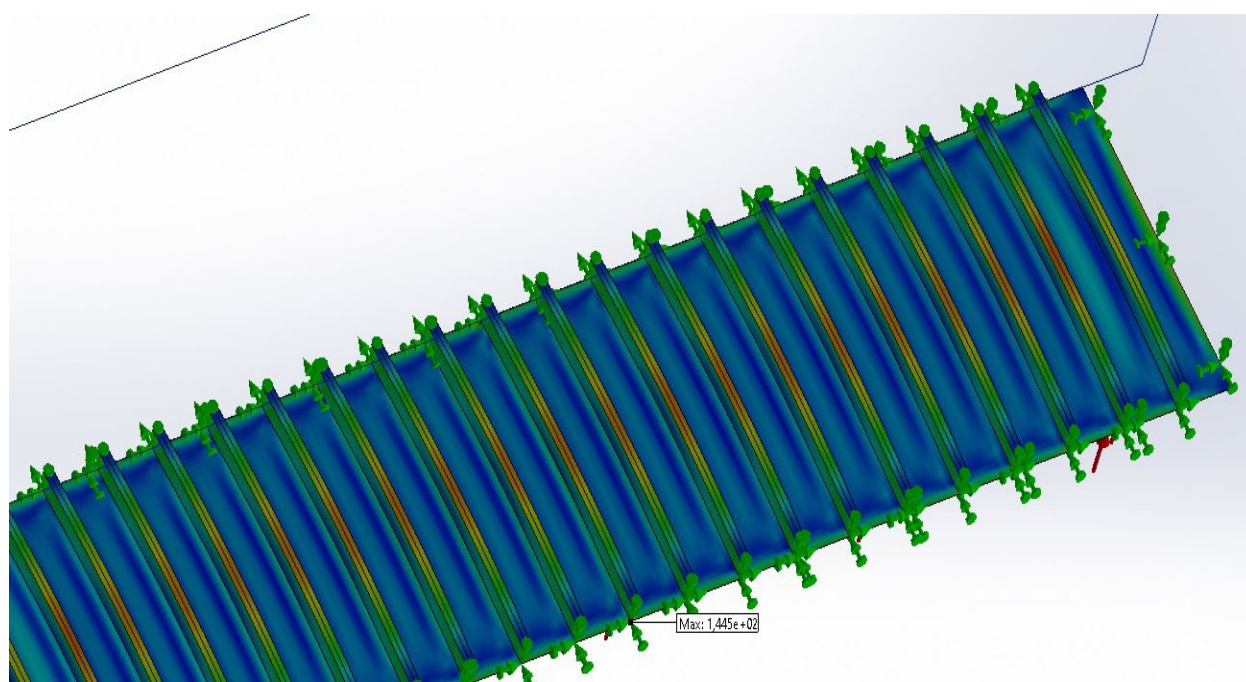
$t_{w-net}$  : πάχος κορμού

$t_{f-net}$  : πάχος φλάντζας

$b_f$  : μήκος φλάντζας

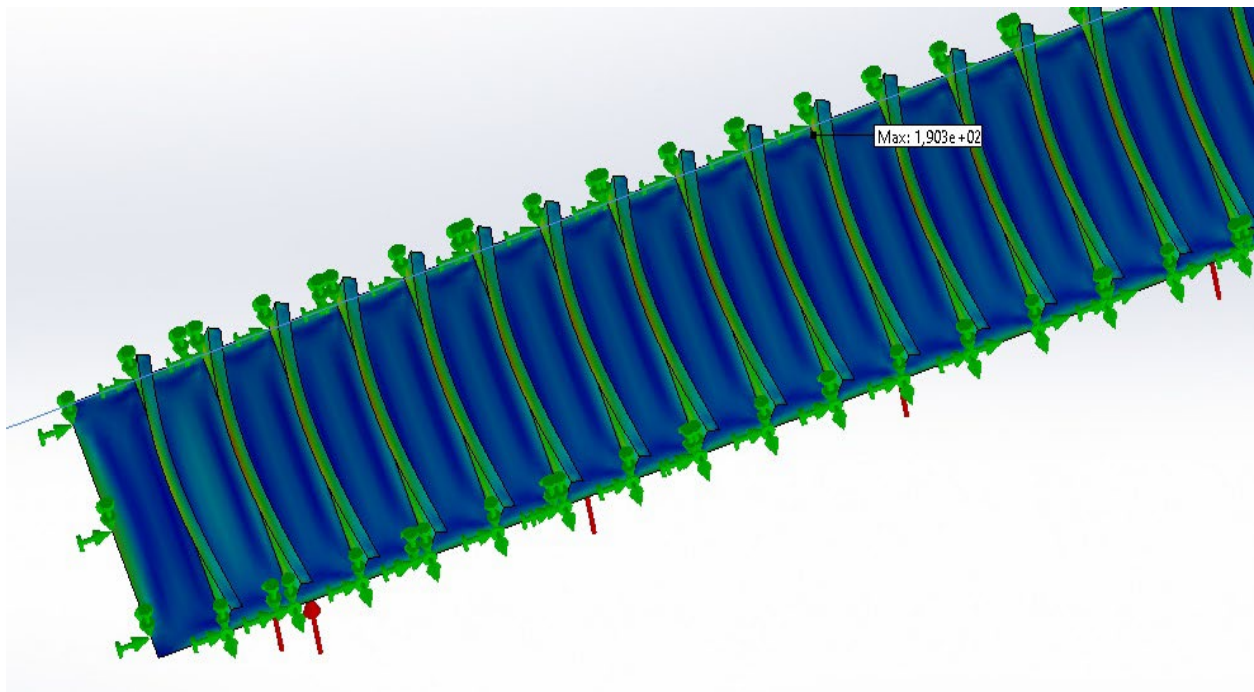
$d_w$  : ύψος φλάντζας

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Tee Stiffener (T)
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×11+150/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	144,5
DISPLACEMENT (mm)	5,87



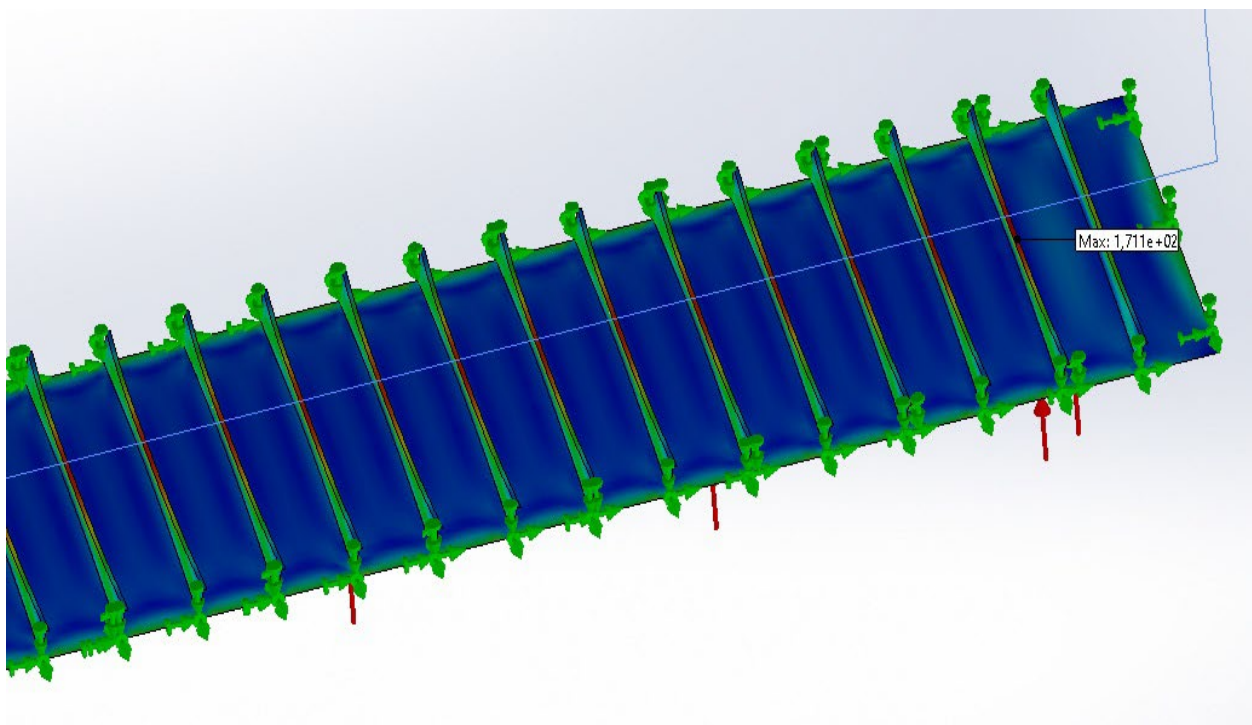
Εικόνα 7-2: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με πάκτωση στα άκρα και ενίσχυση τύπου Tee Stiffener.

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Angle bar Stiffener 150 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×150×11/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΙΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	190.3
DISPLACEMENT(mm)	9,98



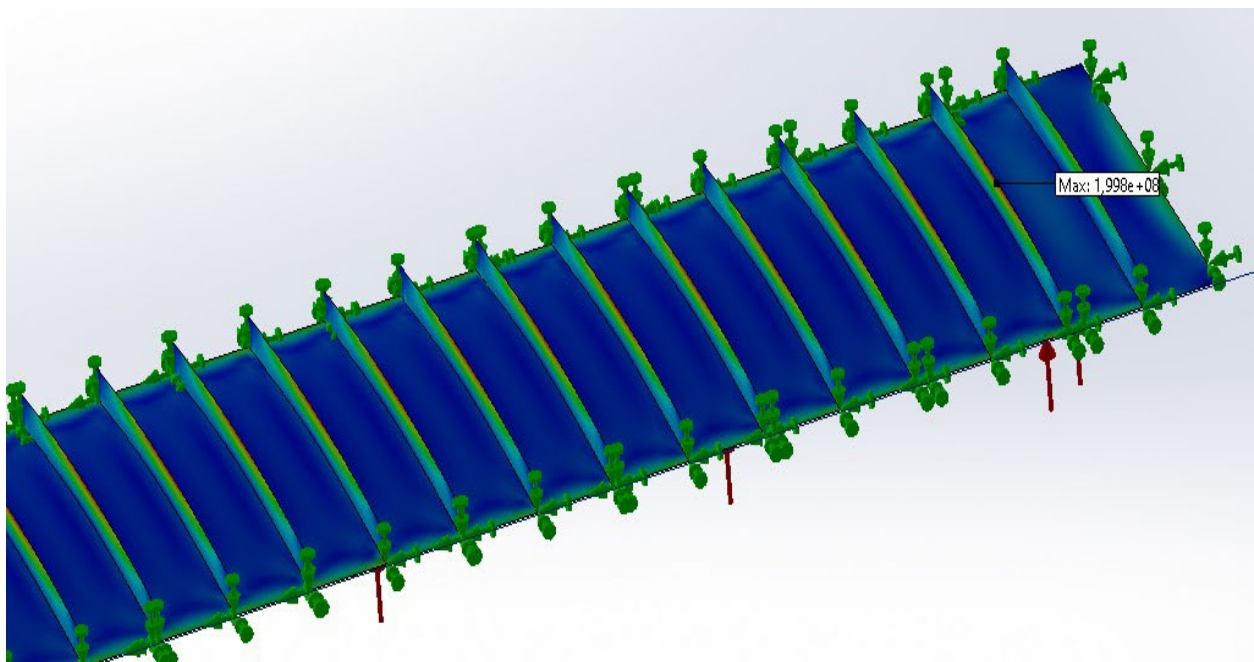
Εικόνα 7-3: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με πιάκτωση στα άκρα και ενίσχυση τύπου Angle bar Stiffener (150mm).

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Angle bar Stiffener 75 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×75×11/30
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	186,7
DISPLACEMENT (mm)	7,38



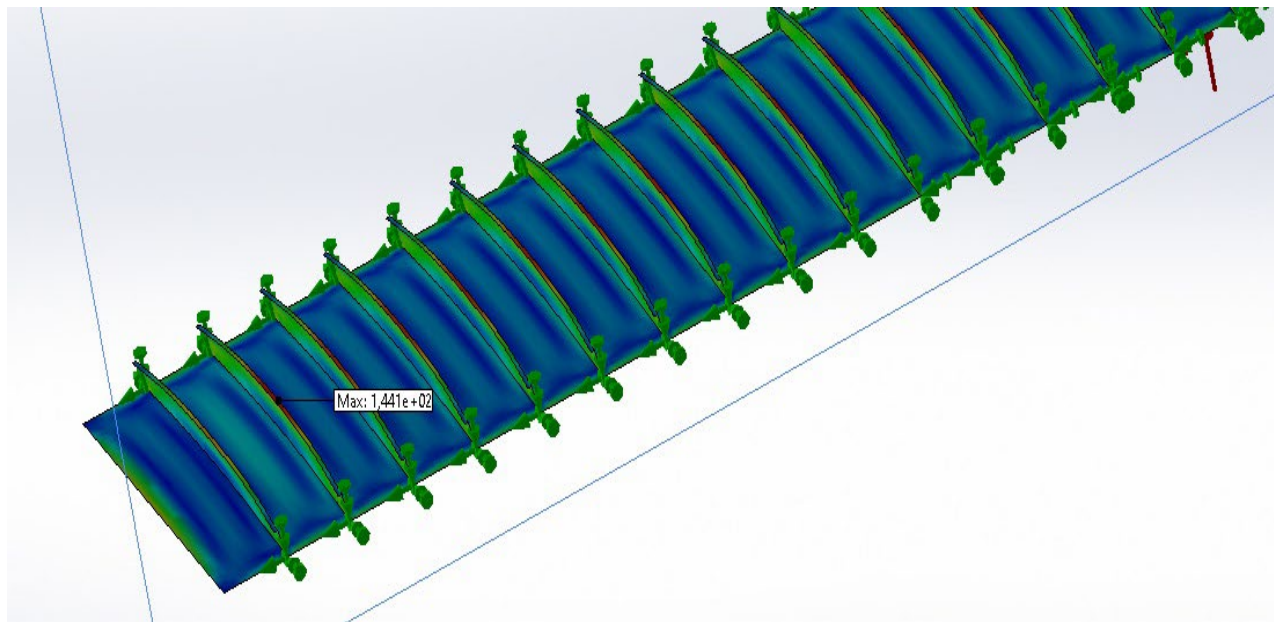
Εικόνα 7-4: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με πάκτωση στα άκρα και ενίσχυση τύπου Angle bar Stiffener (75mm).

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Flat bar Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ(mm)	325×18
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	225,1
DISPLACEMENT (mm)	8,22



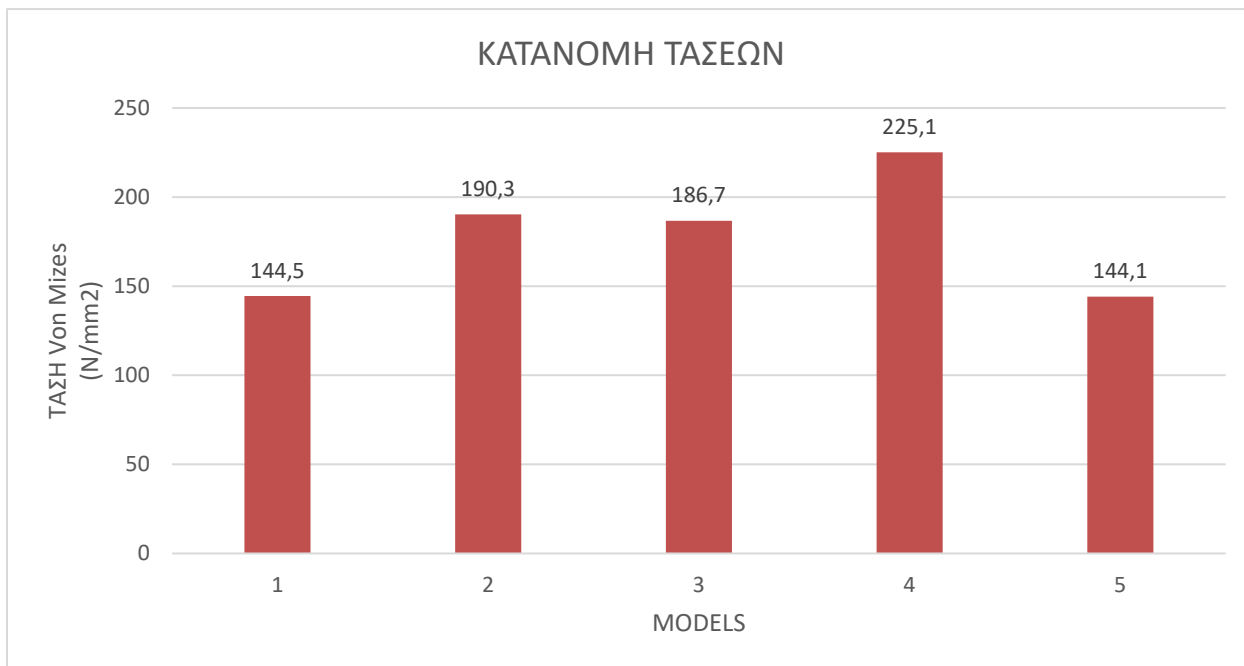
Εικόνα 7-5: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με πάκτωση στα άκρα και ενίσχυση τύπου Flat bar Stiffener.

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Bulb flat Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×11,5
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ ΣΤΑ ΑΚΡΑ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	144,1
DISPLACEMENT (mm)	6,1

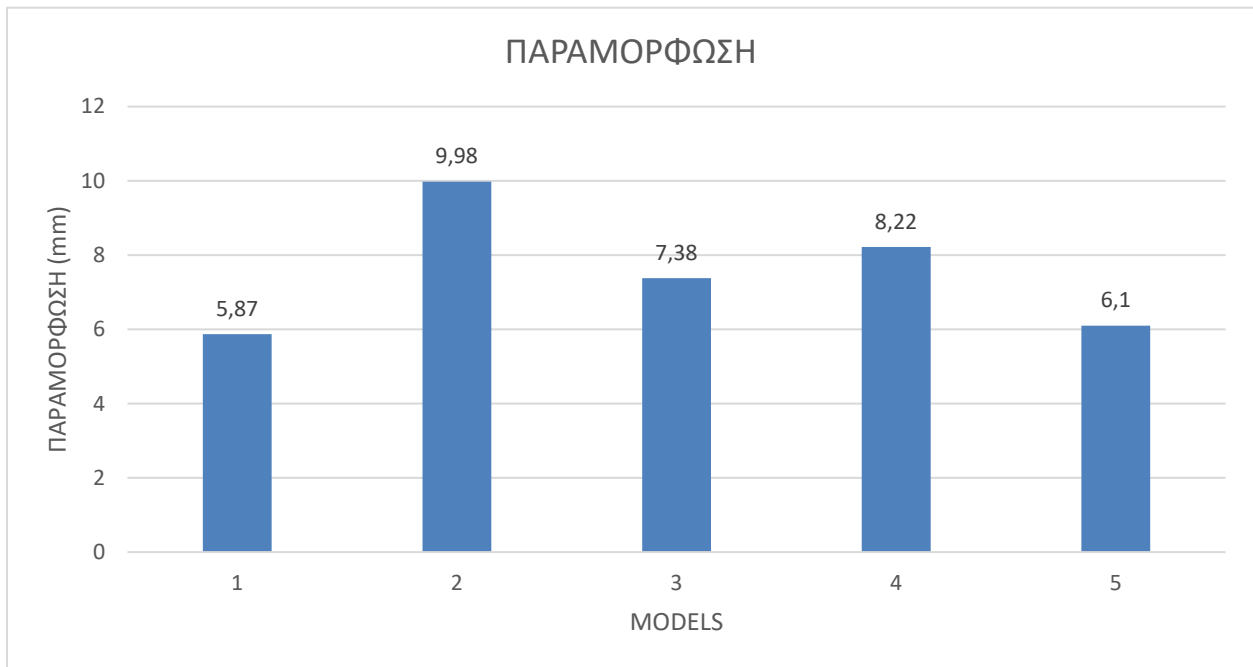


Εικόνα 7-6: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με πάκτωση στα άκρα και ενίσχυση τύπου Bulb flat Stiffener.

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ (mm)
Tee Stiffener (1)	144,5	5,87
Angle Bar 150mm (2)	190,3	9,98
Angle Bar 75mm (3)	186,7	7,38
Flat bar (4)	225,1	8,22
Bulb Flat (5)	144,1	6,1



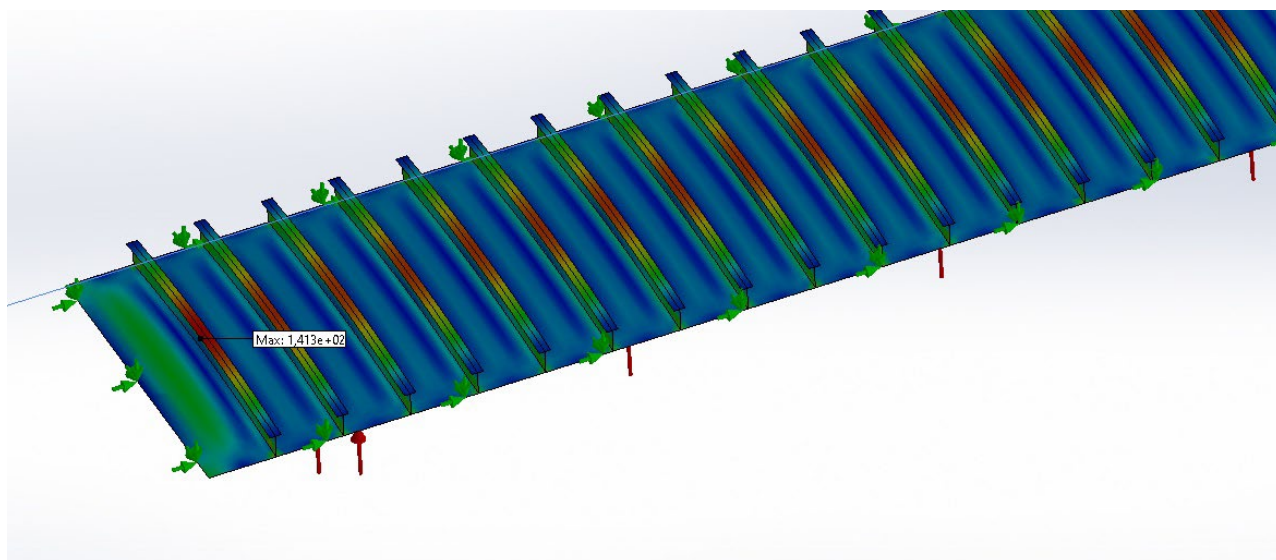
Πίνακας 3: Κατανομή τάσεων σε πλάκα με πάχος 20mm και στήριξη πάκτωση στα άκρα.



Πίνακας 4: Παραμόρφωση σε πλάκα με πάχος 20mm και στήριξη πάκτωση στα άκρα

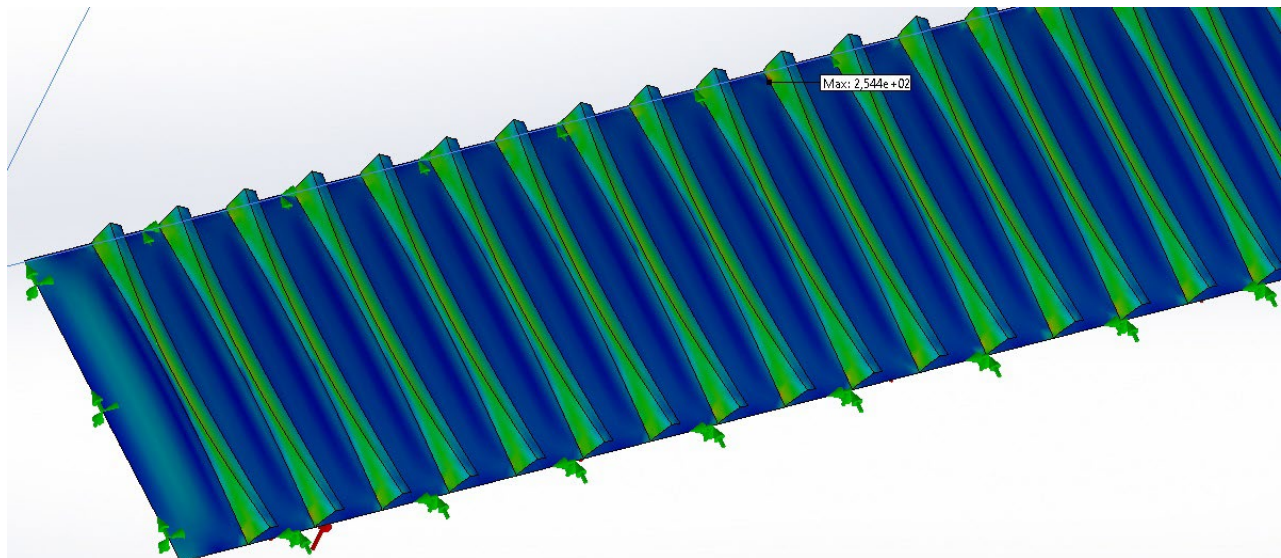


Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Tee Stiffener (T)
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×11+150/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	141,3
DISPLACEMENT (mm)	6,14



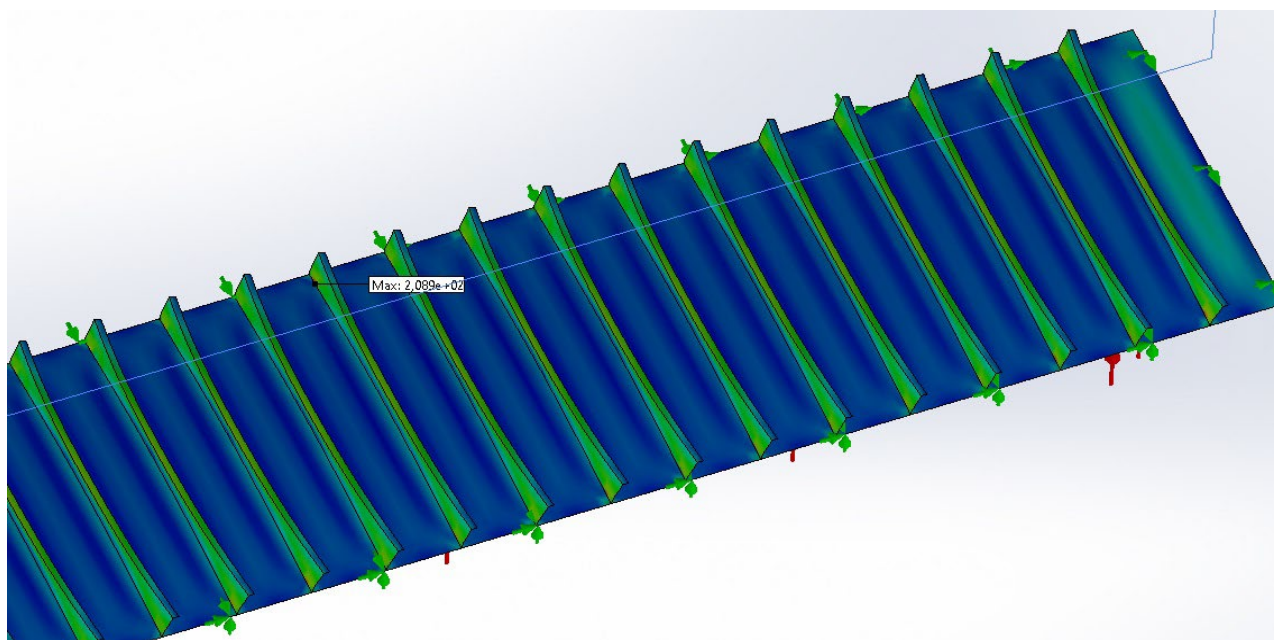
Εικόνα 7-7: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με απλή έδραση και ενίσχυση τύπου Tee Stiffener.

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Angle bar Stiffener 150 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×150×11/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	254,4
DISPLACEMENT (mm)	11



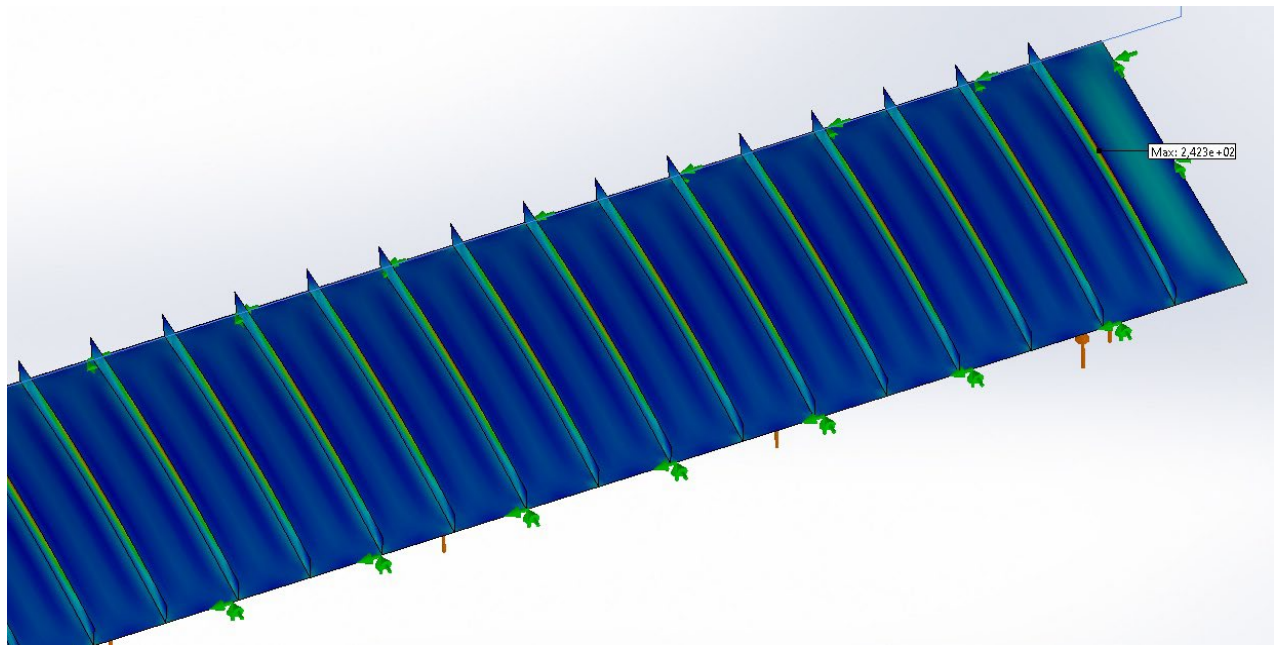
Εικόνα 7-8: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα, με απλή έδραση και ενίσχυση τύπου Angle bar Stiffener (150mm).

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Angle bar Stiffener 75 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×75×11/30
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	208,9
DISPLACEMENT (mm)	7,32



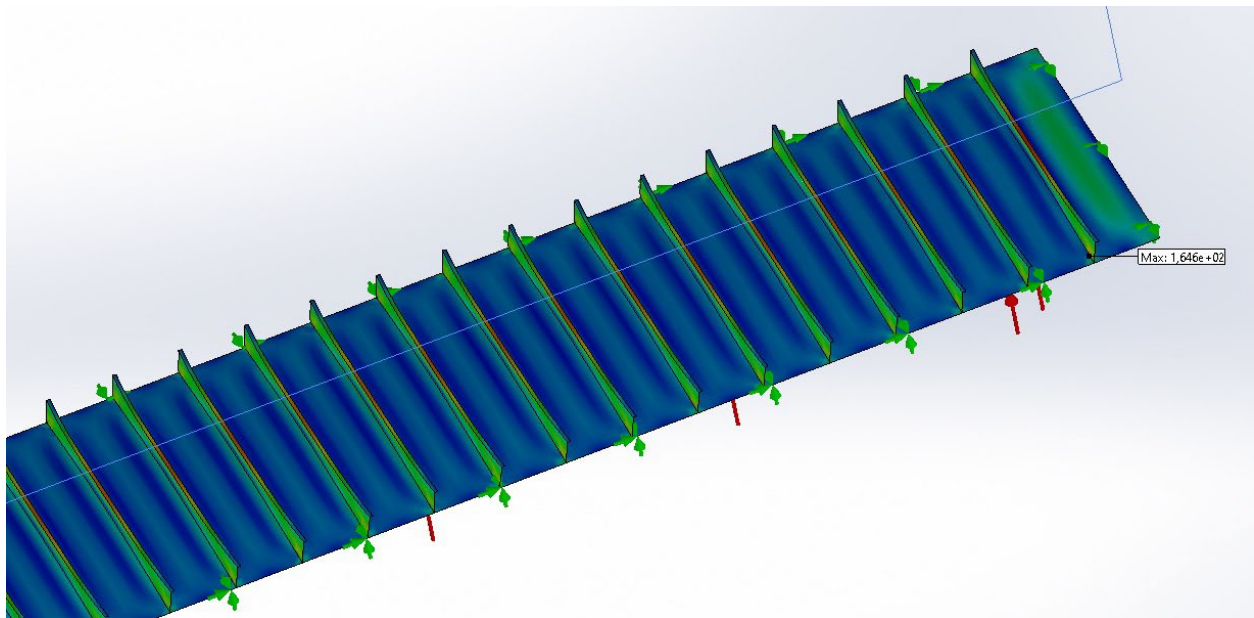
Εικόνα 7-9: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με απλή έδραση και ενίσχυση τύπου Angle bar Stiffener (75mm).

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Flat bar Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×18
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	242,3
DISPLACEMENT(mm)	9



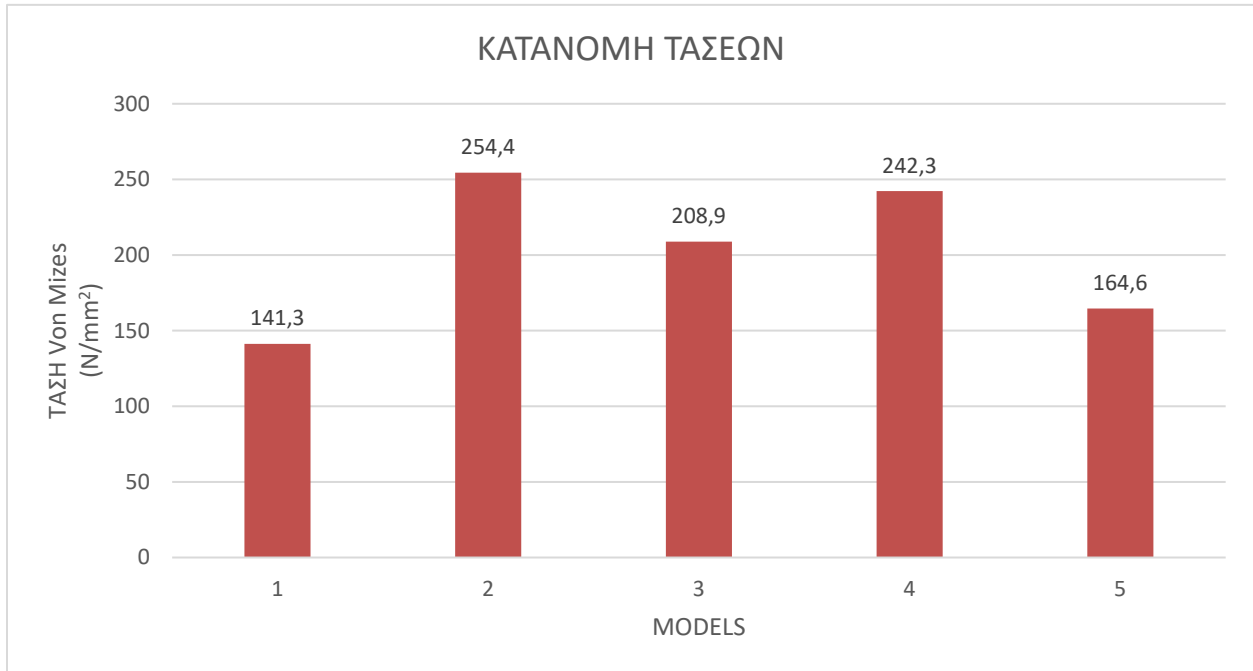
Εικόνα 7-10: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με απλή έδραση και ενίσχυση τύπου Flat bar Stiffener.

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×20 (mm)	Bulb Flat Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×11,5
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	164,6
DISPLACEMENT (mm)	6,33

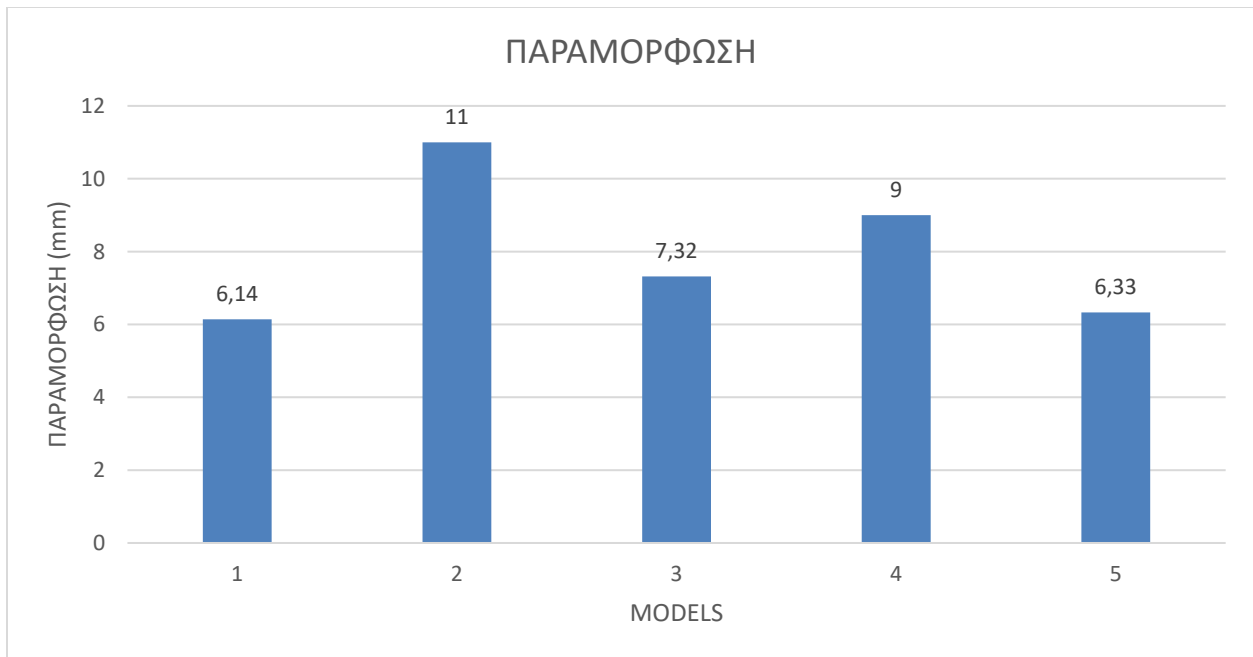


Εικόνα 7-11: Κατανομή τάσης Von Mises σε έλασμα με απλή έδραση και ενίσχυση τύπου Bulb Flat Stiffener.

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ (mm)
Tee Stiffener (1)	141,3	6,14
Angle Bar 150mm (2)	254,4	11
Angle Bar 75mm (3)	208,9	7,32
Flat bar (4)	242,3	9
Bulb Flat (5)	164,6	6,33



Πίνακας 5: Κατανομή τάσεων σε πλάκα με πάχος 20mm και απλή έδραση.



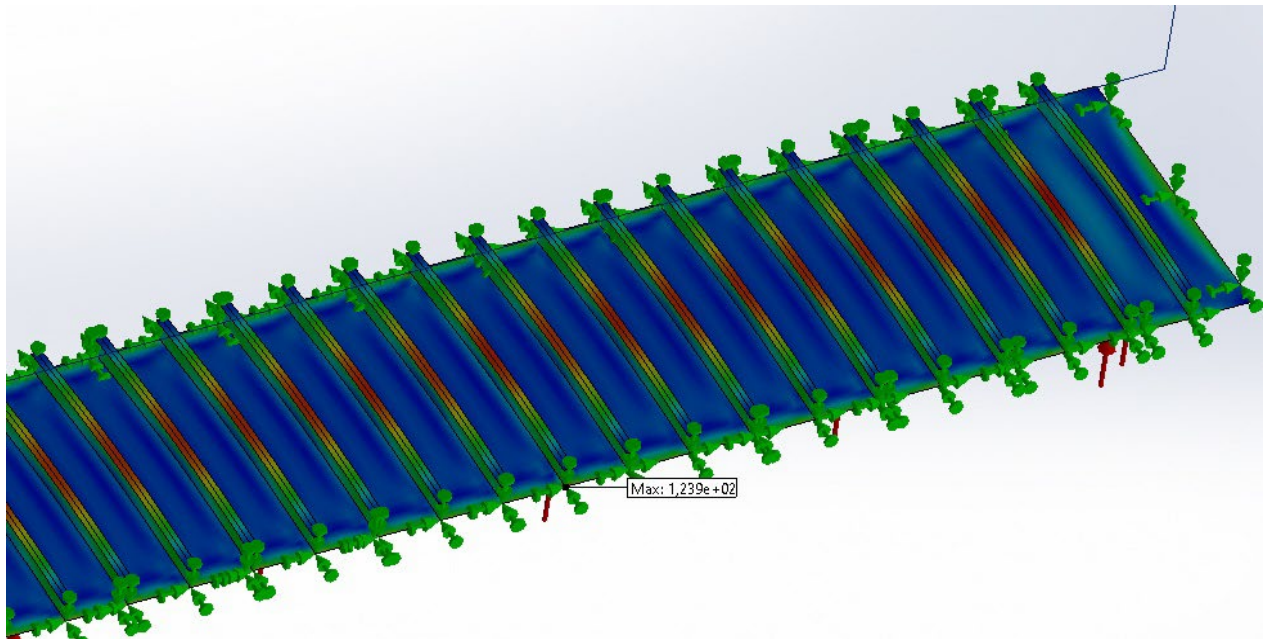
Πίνακας 6: Κατανομή τάσεων σε πλάκα με πάχος 20mm και απλή έρδωση.

#### 7.4 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΣΥΜΦΩΝΑ ΜΕ ΤΟ ΠΑΧΟΣ ΤΟΥ ΕΛΑΣΜΑΤΟΣ

Στη συνέχεια μελετάται το ίδιο έλασμα, με πάκτωση στα άκρα με τις ίδιες μορφές ενίσχυσης, όμως στις συγκεκριμένες περιπτώσεις αλλάζουμε το πάχος του ελάσματος το οποίο ενισχύουμε.

##### 7.4.1 ΕΛΑΣΜΑ ΠΑΧΟΥΣ 30mm

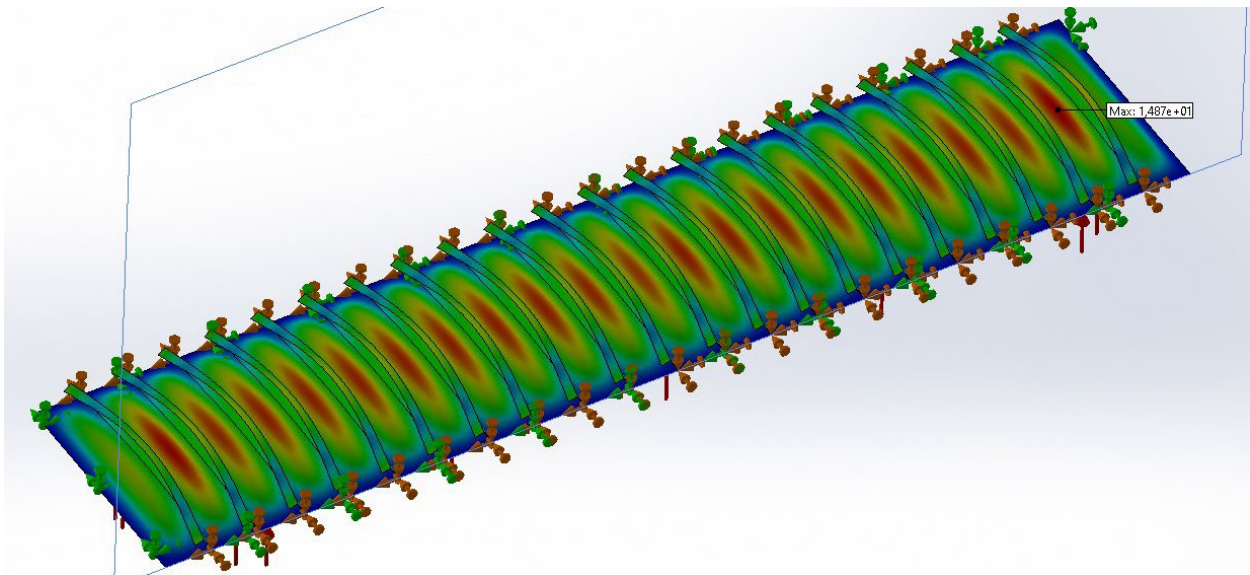
Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×30 (mm)	Tee Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×11+150/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	123,9
DISPLACEMENT (mm)	4,63



Εικόνα 7-12:

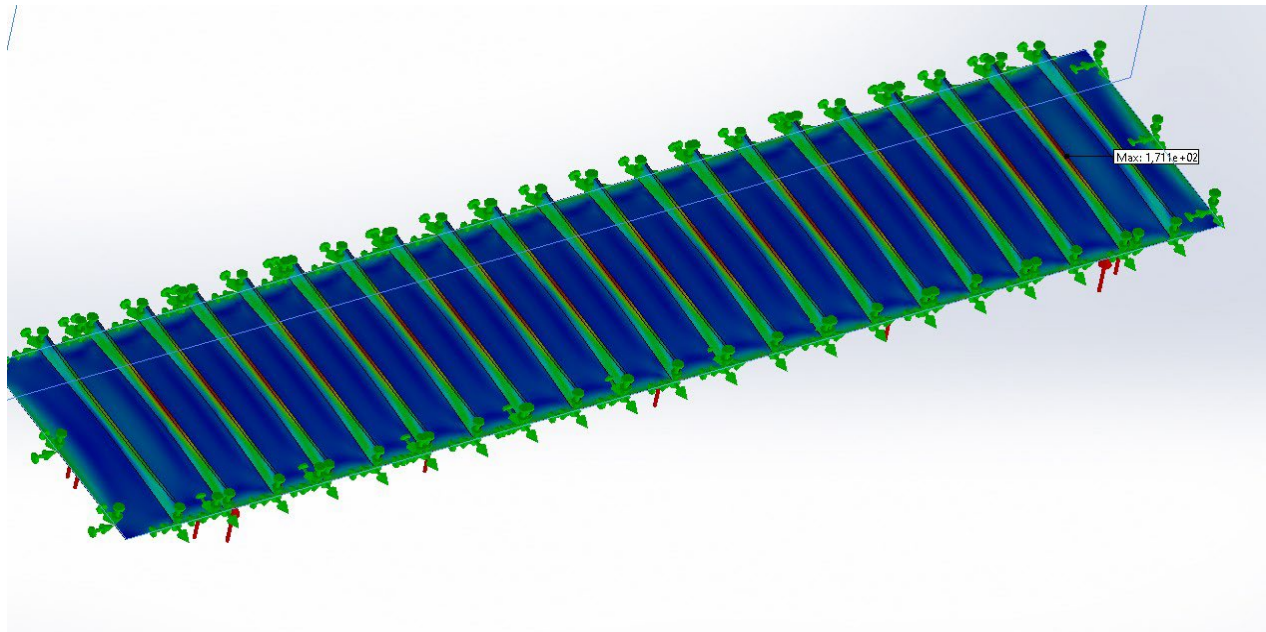


Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×30 (mm)	Angle bar Stiffener 150 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×150×11/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	161,8
DISPLACEMENT (mm)	8,74



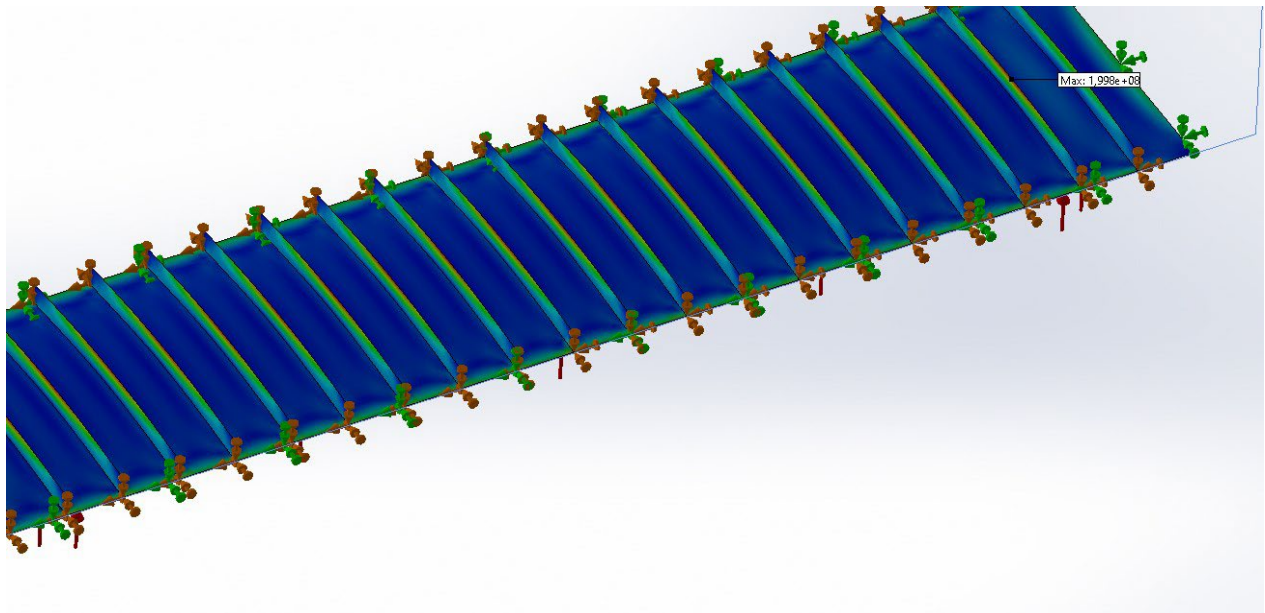
Εικόνα 7-13

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×30 (mm)	Angle bar Stiffener 75 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×75×11/30
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	171,1
DISPLACEMENT (mm)	5,95



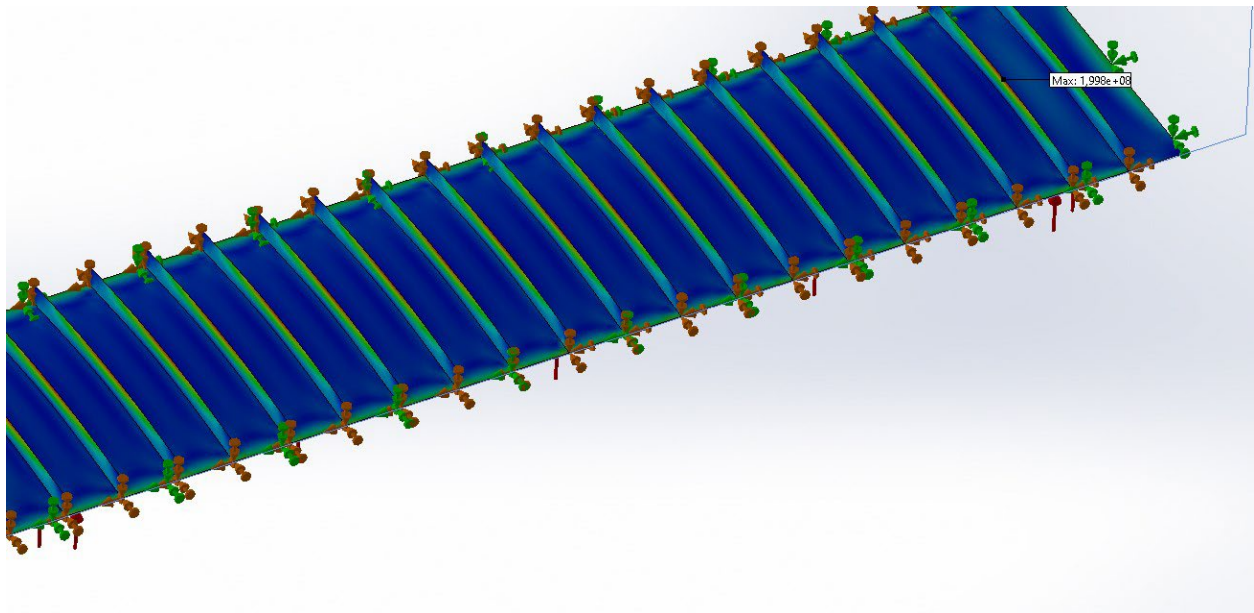
Εικόνα 7-14:

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×30 (mm)	Flat bar Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×18
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	199,8
DISPLACEMENT(mm)	6,42



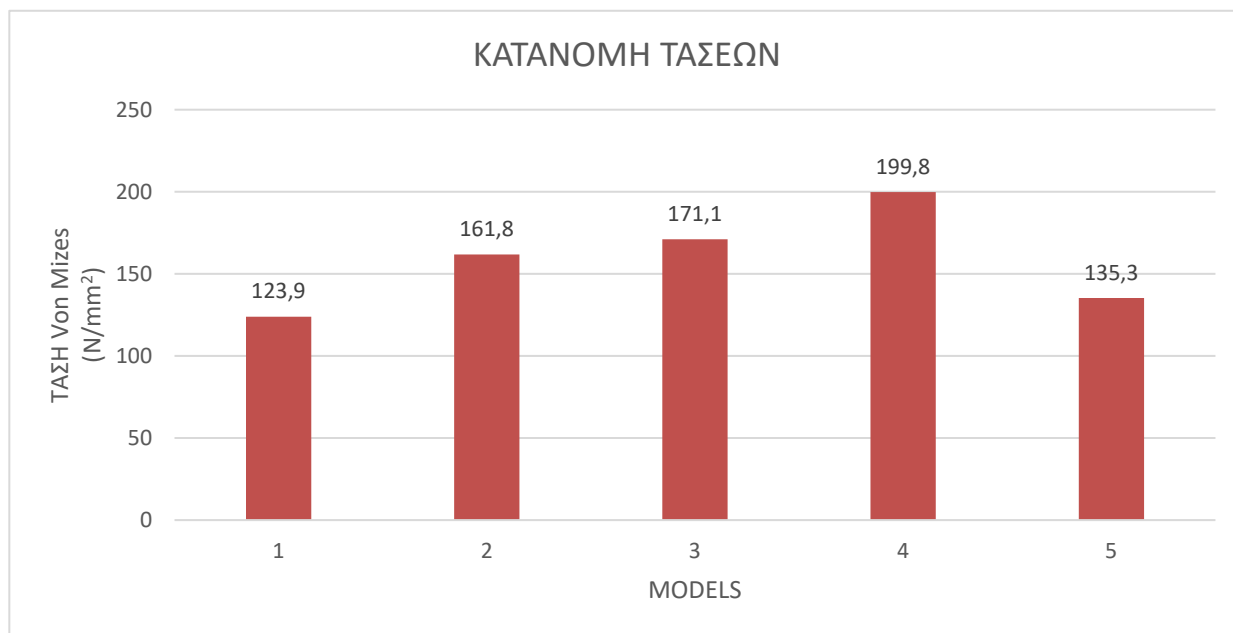
Εικόνα 7-15

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×30 (mm)	Bulb Flat Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×11,5
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	135,3
DISPLACEMENT (mm)	4.82

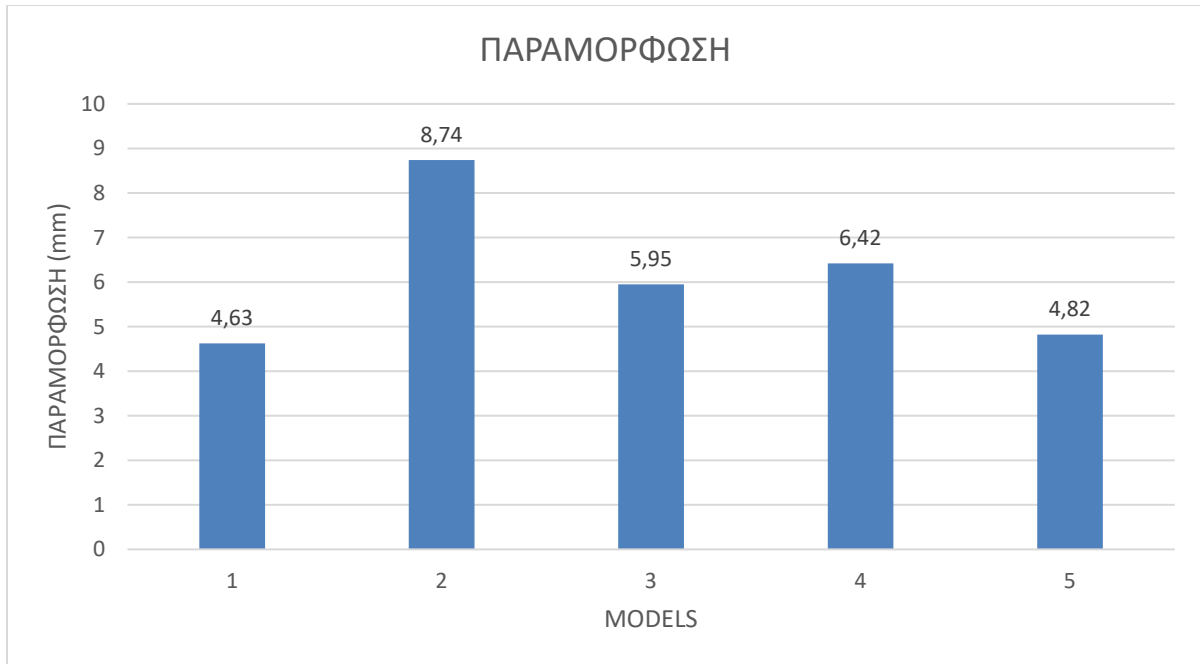


Εικόνα 7-16

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ (mm)
Tee Stiffener (1)	123,9	4,63
Angle Bar 150mm (2)	161,8	8,74
Angle Bar 75mm (3)	171,1	5,95
Flat bar (4)	199,8	6,42
Bulb Flat (5)	135,3	4,82



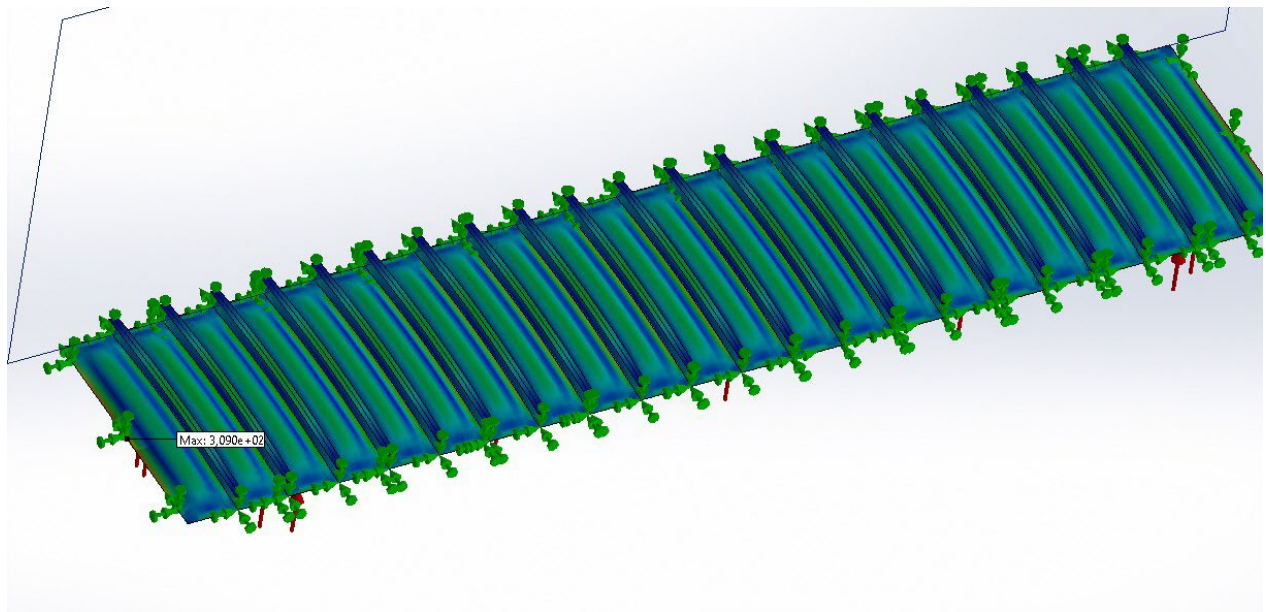
Πίνακας 7: Κατανομή τάσεων σε πλάκα με πάχος 30mm



Πίνακας 8: Παραμόρφωση σε πλάκα με πάχος 30mm

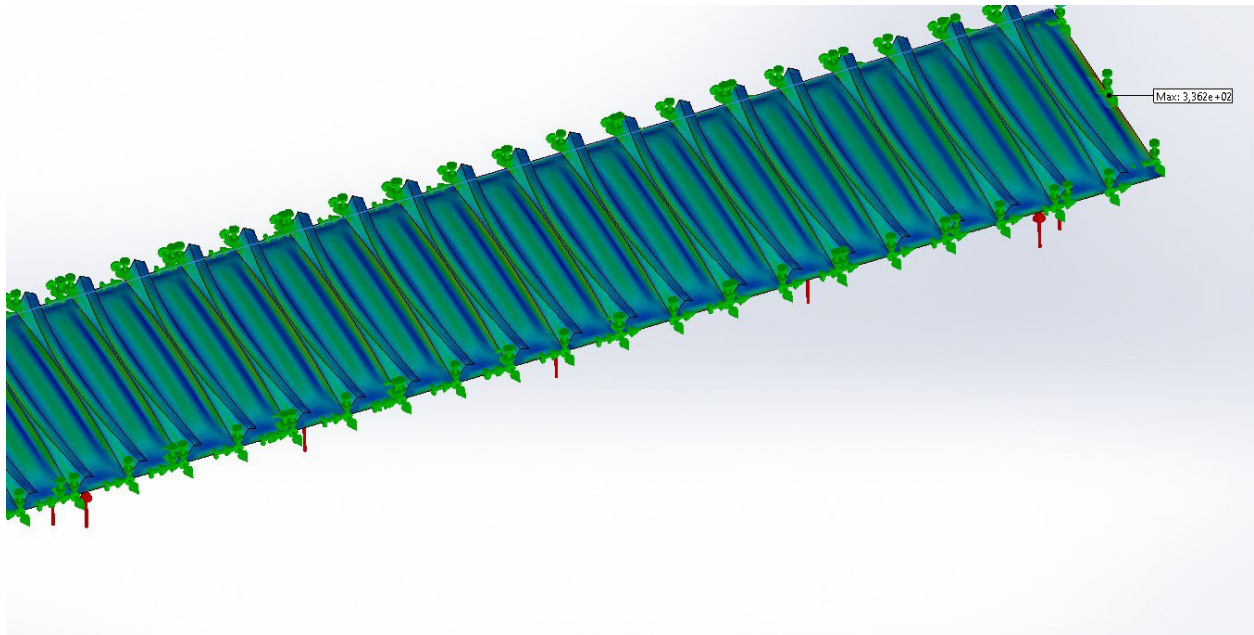
#### 7.4.2 ΕΛΑΣΜΑ ΠΑΧΟΥΣ 10mm

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×10 (mm)	Tee Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×11+150/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	309
DISPLACEMENT (mm)	12,55



Εικόνα 7-17

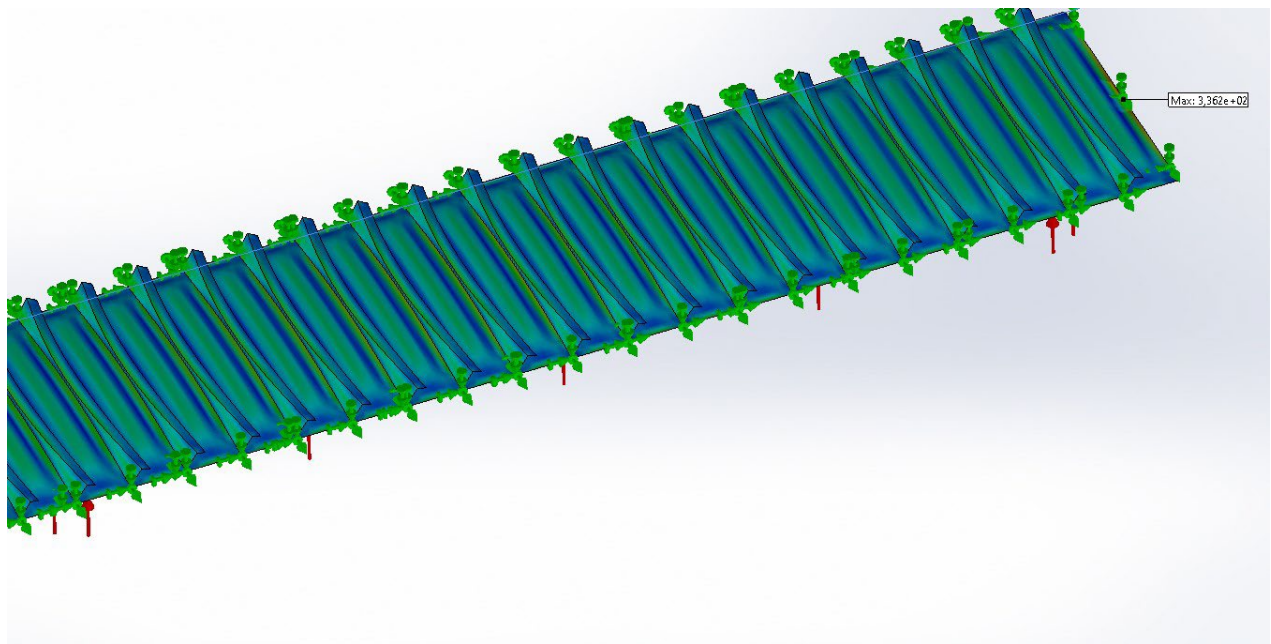
Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×10 (mm)	Angle bar Stiffener 150 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×150×11/15
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	336,2
DISPLACEMENT (mm)	14,87



Εικόνα 7-18

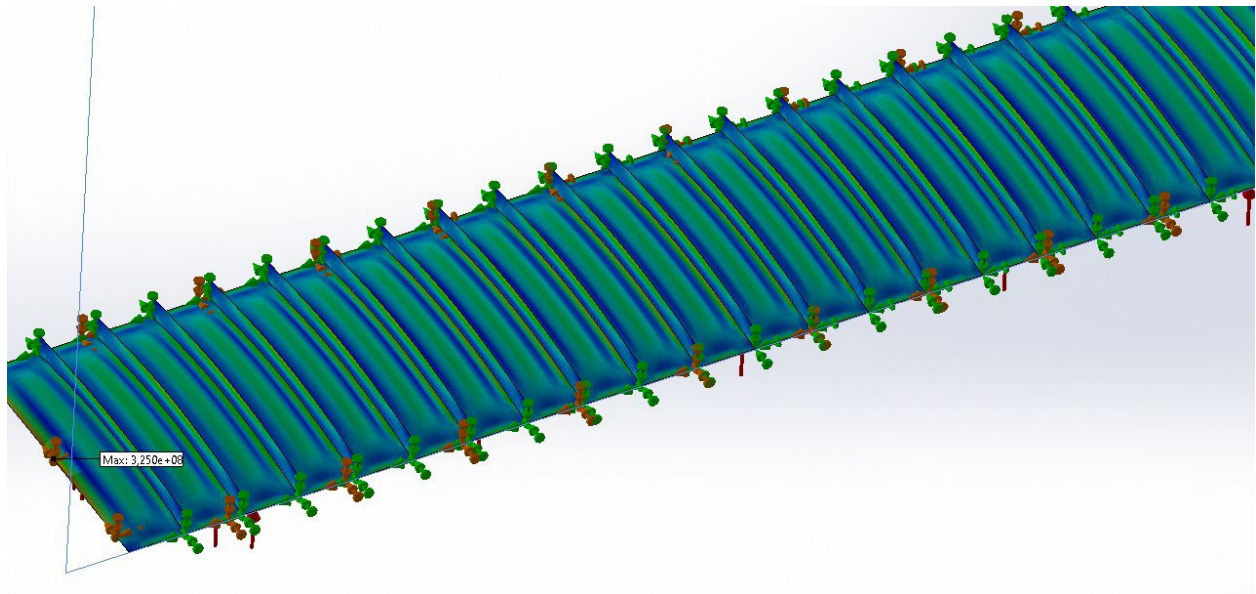


Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×10 (mm)	Angle bar Stiffener 75 mm
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×75×11/30
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	325,3
DISPLACEMENT (mm)	14,51



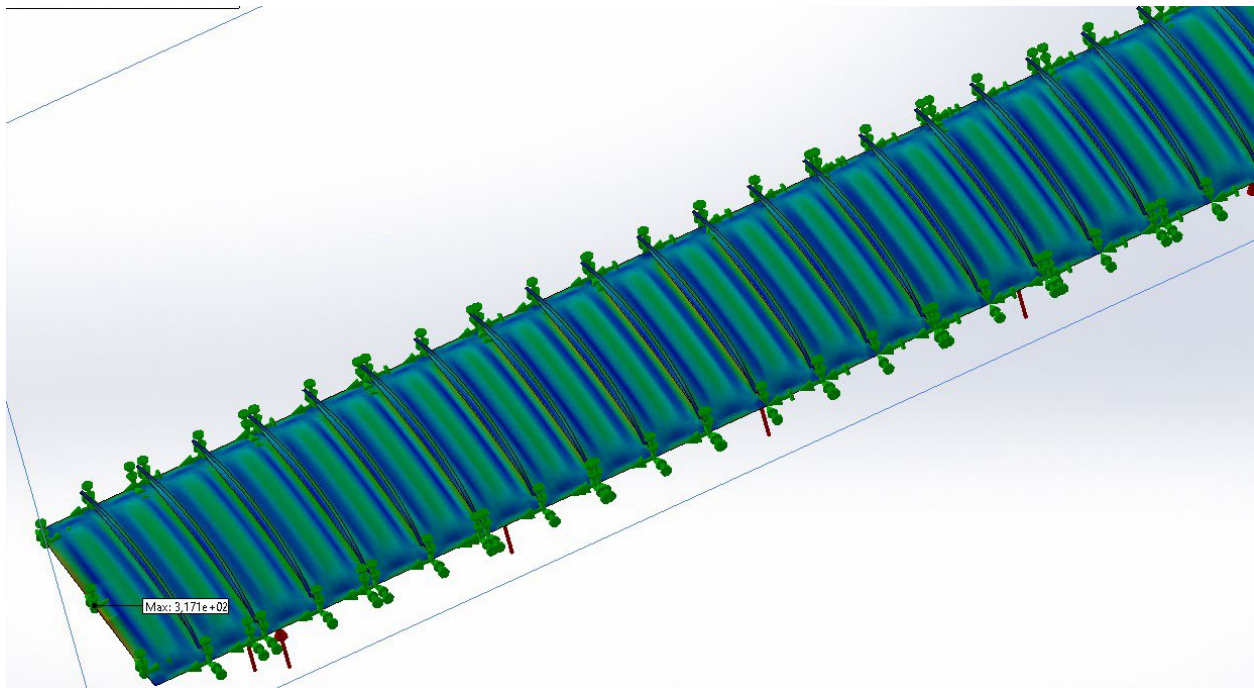
Εικόνα 7-19

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×10 (mm)	Flat bar Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	325×18
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	325
DISPLACEMENT(mm)	15,49



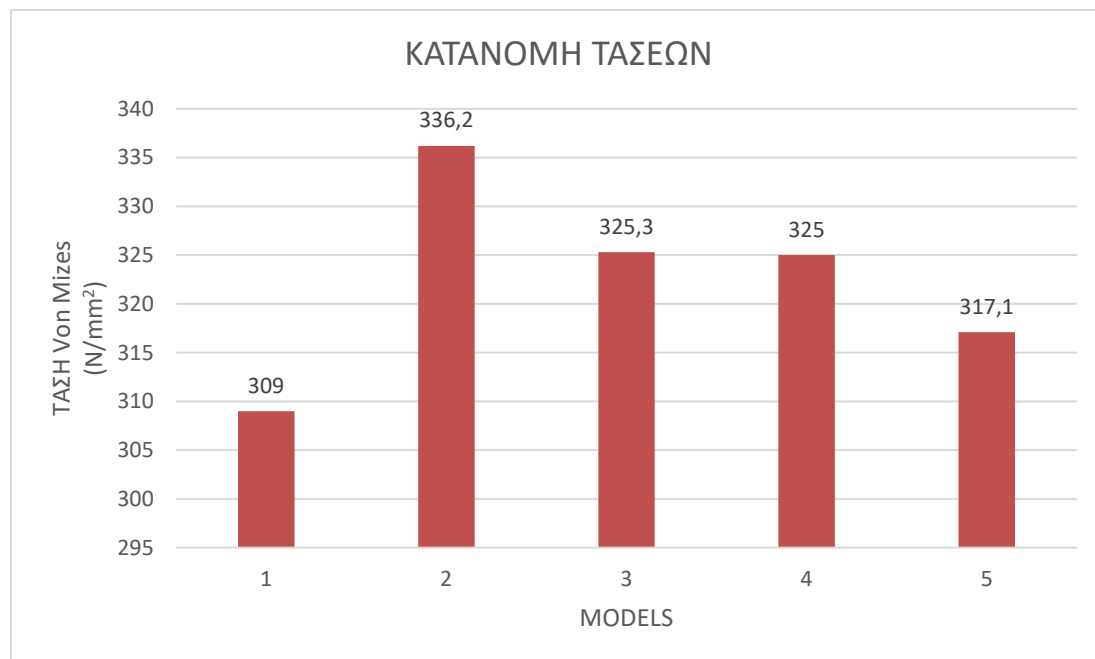
Εικόνα 7-20

Μεταλλική πλάκα 19.580×4.250×10 (mm)	Bulb Flat Stiffener
ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ (mm)	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΣΤΗΡΙΞΗ	ΠΑΚΤΩΣΗ
ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	317,1
DISPLACEMENT (mm)	12,92

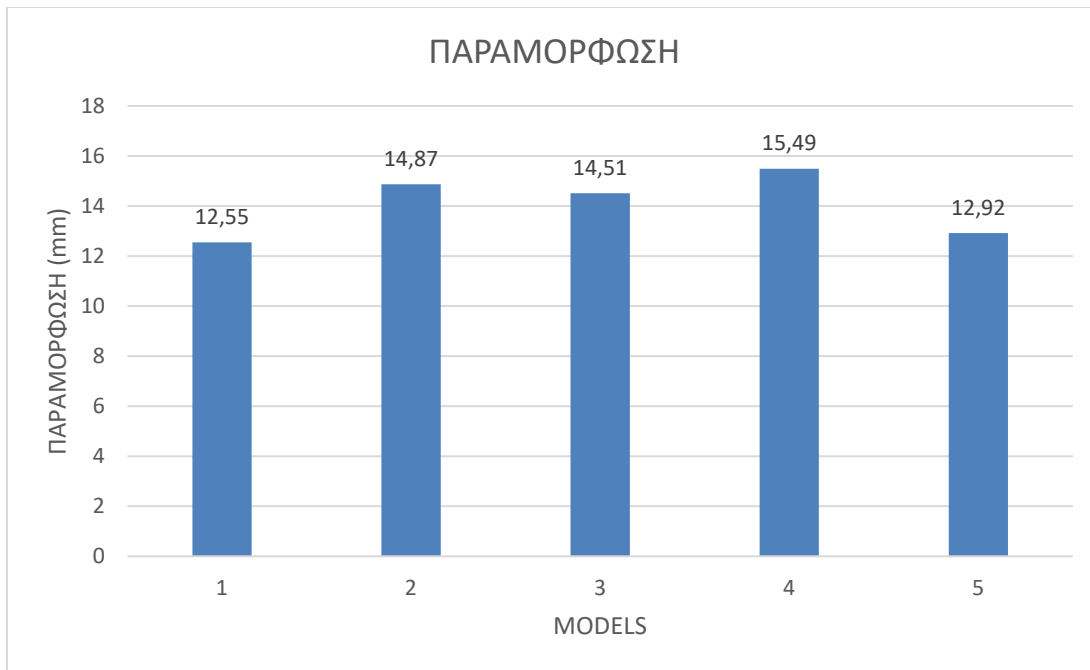


Εικόνα 7-21

ΜΟΝΤΕΛΟ	ΤΑΣΗ Von Mises (N/mm <sup>2</sup> )	ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ (mm)
Tee Stiffener (1)	309	12,55
Angle Bar 150mm (2)	336,2	14,87
Angle Bar 75mm (3)	325,3	14,51
Flat bar (4)	325	15,49
Bulb Flat (5)	317,1	12,92



Πίνακας 9: Κατανομή τάσεων σε πλάκα με πάχος 10mm



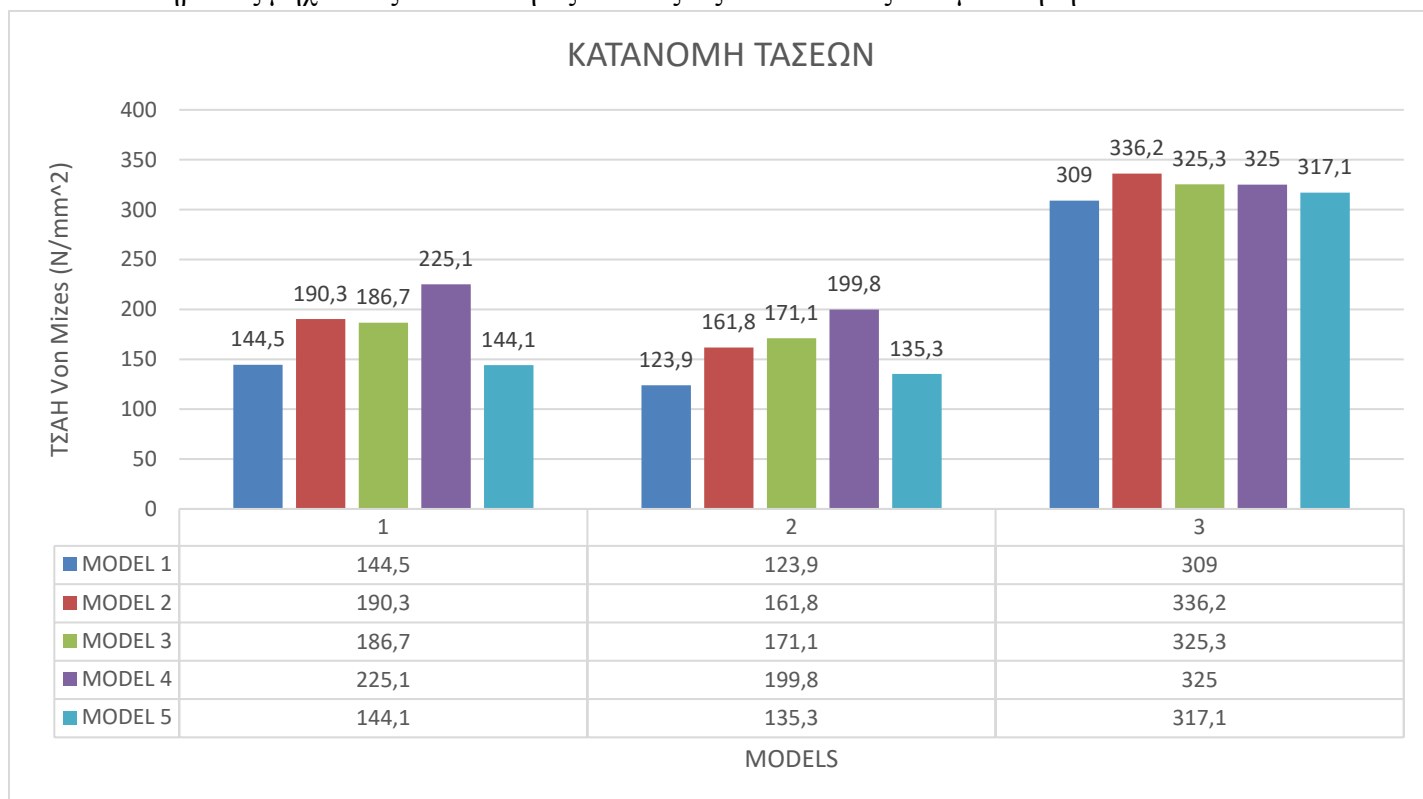
Πίνακας 10: Παραμόρφωση σε πλάκα με πάχος 10mm

## 8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

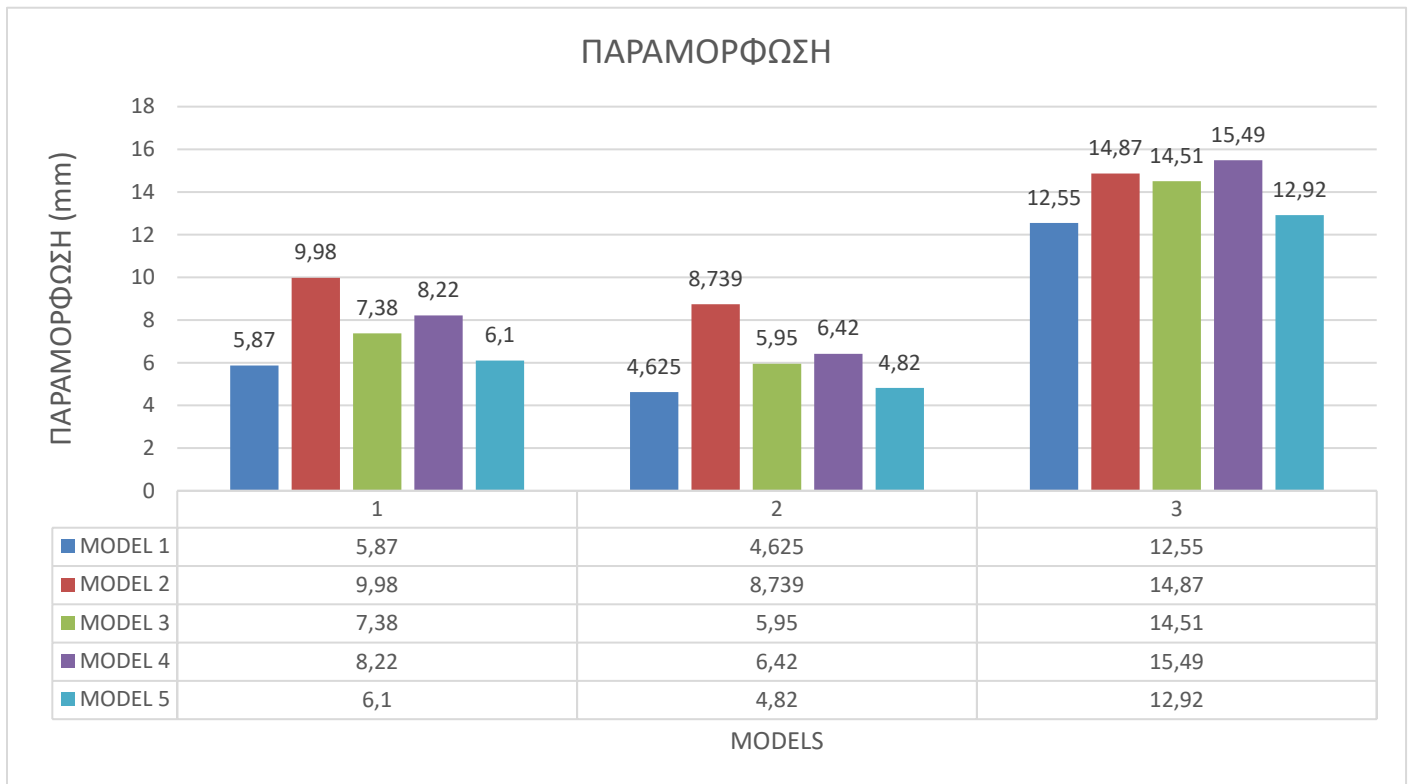
Από τις προηγούμενες μετρήσεις μπορούμε να αναγνωρίσουμε πως η βέλτιστη ενίσχυση για τη πλάκα που θα επιλέξουμε καταληκτικά είναι η *Tee stiffener* (Ταφ). Αρχικά τα πλεονεκτήματα σε αντισταστολή με τους άλλους τύπους που μελετήθηκαν είναι ότι προσφέρει μεγαλύτερη αντοχή σε κάμψη, το οποίο είναι και το αντικείμενο της μελέτης της εν λόγω εργασίας καθώς και περιορισμένη παραμόρφωση. Ένας άλλος τύπος ενίσχυσης που θα μπορούσε ενδεχομένως να χρησιμοποιηθεί είναι και ο *Bulb flat stiffener*, που προσφέρει ελάχιστα καλύτερη αντοχή σε κάμψη όμως έχει χειρότερη συμπεριφορά όσο αναφορά τη παραμόρφωση η οποία είναι εξίσου σημαντική. Επίσης είναι ένα ενισχυτικό που χρειάζεται ειδική κατεργασία για τη κατασκευή του σε αντίθεση με τα υπόλοιπα καθιστώντας το πιο ακριβό. Παράλληλα θα πρέπει να ληφθεί υπόψιν πως τα *Tee stiffener* έχουν σταθερή συμπεριφορά σε όλες τις καταστάσεις που τροποποιήθηκαν και μελετήθηκαν, είτε αυτό είναι το πάχος του ελάσματος, είτε ο τρόπος στήριξης. Εν αντιθέσει παρατηρούμε αρκετές αυξομειώσεις στα υπόλοιπα ενισχυτικά καθιστώντας τα ενδεχομένως αναξιόπιστα σε περίπτωση που δεν έχουμε προβλέψει τις καταστάσεις στις οποίες θα υπόκεινται η κατασκευή μας. Για παράδειγμα οι γωνιές με κοντή φλάντζα έχουν καλή συμπεριφορά με την προϋπόθεση πως το συνεργαζόμενο έλασμα έχει το απαιτούμενο πάχος.

Συνεπώς μπορούμε να συνοψίσουμε τα πλεονεκτήματα των *Tee stiffener* ως εξής:

- Καλή συμπεριφορά σε κάμψη
- Αντίσταση σε καμπτική παραμόρφωση
- Διατηρεί τις μηχανικές του ιδιότητες σε όλες τις καταστάσεις που μελετήθηκε

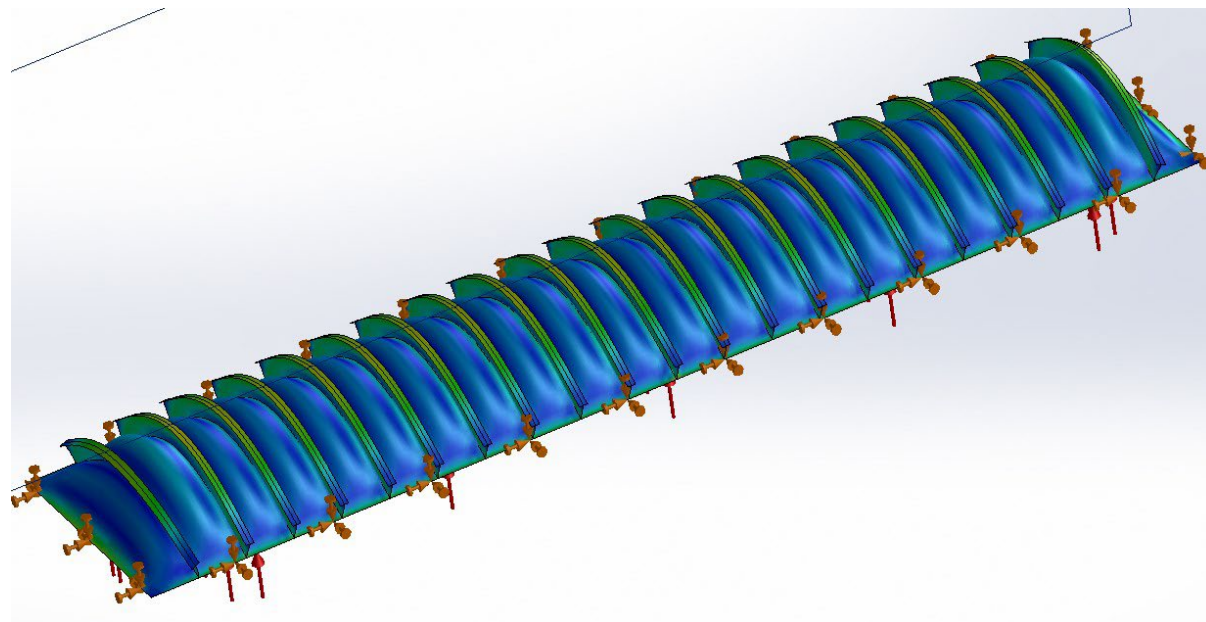


Πίνακας 11: : Συγκεντρωτικός πίνακας τάσεων κάθε ενισχυτικού με μεταβολές στο πάχος του ελάσματος 20mm (1), 30mm (2), 10mm (3)



Πίνακας 12: : Συγκριτικός πίνακας παραμορφώσεων κάθε ενισχυτικού με μεταβολές στο πάχος του ελάσματος 20mm (1), 30mm (2), 10mm (3)

Μία ακόμα παρατήρηση που προέκυψε κατά την εκπόνηση της παραπάνω εργασίας έχει να κάνει αναφορικά με τη χρήση των διαγραμμάτων του Schade όπως φαίνεται και στην [Εικόνα 8-8-1](#). Παρότι τα διαγράμματα μπορούν να μας δώσουν αποτελέσματα αρκετά κοντά στη πραγματικότητα, δυστυχώς δε λαμβάνουν υπόψιν τη δευτερεύουσα κάμψη που αναπτύσσεται ανάμεσα στα ενισχυτικά με αποτέλεσμα την εξαγωγή λανθασμένων αποτελεσμάτων.



*Εικόνα 8-8-2: Μεταλλική πλάκα όπου εμφανίζετε ξεκάθαρα η δευτερεύουσα κάμψη ανάμεσα στα ενισχυτικά ως βαθούλωμα προς τα πάνω.*



Στη συνέχεια προτείνονται ορισμένες ιδέες για μελλοντικούς αναγνώστες με σκοπό τη συνέχιση της εργασίας:

- Βέλτιστη ενίσχυση με βάση καταστάσεις φόρτισης πέραν του κατανεμημένου φορτίου, όπως είναι τα κρουστικά φορτία.
- Μεταφορά του προβλήματος σε τρισδιάστατη ανάλυση και σύγκριση των αποτελεσμάτων με το δυσδιάστατο πρόβλημα.
- Να διερευνηθεί για ποιους συνδυασμούς παχών και ενισχυτικών μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα διαγράμματα του *Schade*
- Να ελεγχθεί ο λυγισμός σε μονοαξονική και διαξονική τάση τόσο κατά το μήκος όσο και κατά το πλάτος του ελάσματος.

## 9 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Krauthammer, T., Ventsel E, “Thin Plates and Shells: Theory: Analysis, and Applications”, CRC Press, 2001.
2. Timoshenko S., Woinowsky Krieger S., “Theory of Plates and Shells ”, Mc Graw Hill Book Company, 1959.
3. Young, W.C., Budynas, R.G., “Roark’s Formulas for Stress and Strain”, McGraw-Hill, 1989
4. TRANSACTIONS, Volume 49 1941, Published in 1942 by The Society of Naval Architects and Marine Engineers. Design Curves for Cross-Stiffened Plating under Uniform Bending Load BY LIEUTENANT COMMANDER H. A. SCHADE, U.S.N., MEMBER
5. An Evaluation of Finite Element Models of Stiffened Plates Subjected to Impulsive Loading by Omri Pedatzur B.Sc., Mechanical Engineering, Tel Aviv University, 1995
6. Πέτρος Α. Καρύδης, Η Μεταλλική κατασκευή του Πλοίου, θέματα τοπικής αυτοχΐης
7. <https://www.capttechu.edu/blog/solidworks-mechatronics-design-and-engineering-program>
8. <https://www.solidworks.com/domain/design-engineering>
9. <https://www.enggtechnique.com/resource/blog-detail/advantages-of-designing-with-solidworks-3d-cad-software>
10. <https://www.comsol.com/multiphysics/mesh-refinement?parent=physics-pdes-numerical-042-32>
11. <https://www.comsol.com/multiphysics/finite-element-method>
12. [https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjrW8vg\\_sH7AhVrRPEDHVjXAVIQFnoECCMQAQ&url=https%3A%2F%2Farxiv.org%2Fpdf%2F2107.04960&usg=AOvVaw36fK1UEXApglZkyfzkJICS](https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=&ved=2ahUKEwjrW8vg_sH7AhVrRPEDHVjXAVIQFnoECCMQAQ&url=https%3A%2F%2Farxiv.org%2Fpdf%2F2107.04960&usg=AOvVaw36fK1UEXApglZkyfzkJICS)
13. <https://www.technia.com/blog/what-is-solidworks/>
14. [https://www.researchgate.net/publication/278157512\\_An\\_Evaluation\\_Comparison\\_of\\_Models\\_for\\_Maximum\\_Deflection\\_of\\_Stiffened\\_Plates\\_using\\_Finite\\_Elements\\_Analysis](https://www.researchgate.net/publication/278157512_An_Evaluation_Comparison_of_Models_for_Maximum_Deflection_of_Stiffened_Plates_using_Finite_Elements_Analysis)
15. [https://en.wikipedia.org/wiki/Finite\\_element\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method)
16. <https://www.comsol.com/multiphysics/mesh-refinement?parent=physics-pdes-numerical-042-32>
17. <https://www.scan2cad.com/blog/cad/solidworks-history/>
18. <https://www.scan2cad.com/blog/cad/cad-evolved-since-1982/#history-of-cad>
19. Σημειώσεις Μαθήματος: ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΠΗΓΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗ ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ , Τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών ( ΠΑΔΑ).