

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ



ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Έλεγχος και Προσομοίωση Τετρακόπτερου (Μη Επανδρωμένου)

Quadcopter Control and Simulation (Unmanned)

Σκορδάς Ευάγγελος

Επιβλέπων Καθηγητής: Νικολάου Γρηγόριος

Σχολή Μηχανικών

Τμήμα Μηχανικών Βιομηχανικής Σχεδίασης και Παραγωγής

Αθήνα, Ιανουάριος 2021

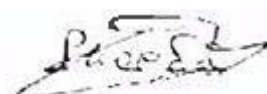
ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ/ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο/η κάτωθι υπογεγραμμένος/η**Σκορδάς Ευάγγελος**..... του...**Γεωργίου**....., με αριθμό μητρώου ...**71445058**... φοιτητής/τρια του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής ...**Μηχανικών**... του Τμήματος**ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΑΓΩΓΗΣ**....., δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής/διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο/Η Δηλών/ούσα



Τα μέλη της εξεταστικής επιτροπής:

- Νικολάου Γρηγόριος
- Βασιλειάδου Σουλτάνα
- Δρόσος Χρήστος

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ένα μεγάλο ευχαριστώ οφείλω στον επιβλέποντα καθηγητή αυτής της διπλωματικής, κ. Νικολάου Γρηγόρη, για όλη τη πολύτιμη βοήθεια και τη καθοδήγηση που μου πρόσφερε όλα τα ακαδημαϊκά μου χρόνια και την ευκαιρία που μου έδωσε να συνεργαστώ μαζί του. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κ. Peter Corke για τη δωρεάν και ευρεία διάθεση του robotics toolbox.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, αναλύεται ο τρόπος ελέγχου ενός μη επανδρωμένου τετρακόπτερου με τη χρήση PID ελεγκτή. Παρουσιάζεται η χρήση τέτοιων ρομποτικών συστημάτων σήμερα, ορισμοί καθώς και τα διάφορα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα αυτών. Γίνεται αναλυτική περιγραφή της κινηματικής και δυναμικής συμπεριφοράς του συστήματος, με στόχο την εξαγωγή ενός γραμμικού μαθηματικού μοντέλου όπου, θα εφαρμοστεί σε αυτό ο ελεγκτής PID. Επιπλέον, παρουσιάζονται ορισμένες μέθοδοι ρύθμισης του PID ελεγκτή. Τέλος, η απεικόνιση του μοντέλου γίνεται στο περιβάλλον εξομοίωσης MATLAB-SIMULINK έχοντας ως σκοπό την σταθερή και ομαλή κίνηση του τετρακόπτερου.

Λέξεις κλειδιά: Τετρακόπτερο, ελεγκτής PID, Matlab, Simulink, μέθοδος Zeigler-Nichols, μέθοδος Cohen-Coon, μέθοδος τροποποίησης, μέθοδος Astrom και Hagglund, μέθοδος Tyreus – Lyuben

Abstarct

The current thesis analyzes the procedure of testing an unmanned quadcopter with the use of a PID controller. It also presents the use of such robotic systems nowadays, as well as their definitions and various advantages and disadvantages of them. In addition, a detailed description of the dynamic and kinetic behavior of the system is given, in order to derive a linear mathematical model, to which the PID controller will be applied. Furthermore, this study examines certain methods of tuning a PID controller. My thesis concludes with the visualization of the aforementioned model in a simulation environment by MATLAB and Simulink, so that we can assure the steady and orderly movement of the quadcopter.

Keywords: Quadcopter, PID controller, Matlab, Simulink, method Zeigler-Nichols, Cohen-Coon method, modified method, Astrom and Hagglund method, method Tyreus – Lyuben

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	12
1.1 Γενική Ανασκόπηση	12
1.2 Δομή Εργασίας.....	12
2. ΤΕΤΡΑΚΟΠΤΕΡΟ – QUADCOPTER.....	13
2.1 Το Τετρακόπτερο.....	13
2.2 Ιστορικά Στοιχεία	13
2.3 Χρήσεις Των Μη Επανδρωμένων Οχημάτων	15
2.4 Πλεονεκτήματα - Μειονεκτήματα.....	16
3.ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΕΤΡΑΚΟΠΤΕΡΟΥ	17
3.1 Αρχή λειτουργίας	17
3.2 Δυναμική ανάλυση.....	19
3.3 Σύνοψη	25
4. ΕΛΕΓΚΤΗΣ PID	26
4.1 Θεωρητικά Χαρακτηριστικά.....	26
4.2 Μέθοδοι Ρύθμισης Των Παραμέτρων Του Ελεγκτή PID	28
4.2.1 Μέθοδος Zeigler-Nichols (Κλειστού Βρόχου).....	28
4.2.2 Μέθοδος Cohen-Coon (Ανοιχτού Βρόχου).....	31
4.2.3 Μέθοδος Κλειστού Βρόχου Ή Τροποποίησης (Modified Method)	33
4.2.4 Μέθοδος Astrom Και Hagglund	34
4.2.5 Μέθοδος Tyreus – Lyuben	35
4.2.6 Εμπειρική Μέθοδος.....	35
4.3 Σύνοψη - Συμπεράσματα	36
5. ΈΛΕΓΧΟΣ ΤΕΤΡΑΚΟΠΤΕΡΟΥ	37
5.1 Γενικά	37
5.2 Απλοποίηση Μαθηματικού Μοντέλου.....	37
5.3 Εξισώσεις Ελέγχου	38
5.3.1 Εξισώσεις Ελέγχου Σε Μία Διάσταση (1-D)	38
5.3.2 Εξισώσεις Ελέγχου Σε Δύο Διαστάσεις (2-D)	39
5.3.3 Εξισώσεις Ελέγχου Σε Τρεις Διαστάσεις (3-D)	40

6.ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ MATLAB-SIMULINK	42
6.1 Γενικά	42
6.2 Εξομοίωση Τετρακόπτερου Με Χρήση Του Peter Corke's Toolbox	42
6.2.1 Περιγραφή Του Toolbox	42
6.2.2 Πλεονεκτήματα - Μειονεκτήματα	42
6.2.3 Περιγραφή Και Εξομοίωση Του Μοντέλου sl_quadrotor	43
6.2.4 Εφαρμογή Ελεγκτών	47
6.2.4.1 Έλεγχος Ύψους (άξονας-Z)	47
6.2.4.2 Έλεγχος Γωνίας Εκτροπής (yaw angle “ψ”)	58
6.2.4.3 Έλεγχος Γωνιών Κύλισης (roll angle “φ”) Και Ανύψωσης (pitch angle “θ”)	67
6.3 ΣΥΝΟΨΗ.....	77
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	78

Εικόνα 2.1: UAV με σταθερά πτερύγια	13
Εικόνα 2.2: UAV με περιστρεφόμενους ρότορες.....	13
Εικόνα 2.3: Το αεροσκάφος de Bothezat	14
Εικόνα 2.4: Μεταφορά πακέτων	15
Εικόνα 2.5: Χρήση ενός UAV για στρατιωτικούς σκοπούς.....	15
Εικόνα 3.1: Βασικές κινήσεις του τετρακόπτερου	17
Εικόνα 3.2: Τροπος λειτουργίας τετρακόπτερου	18
Εικόνα 3.3: Περιγραφή των κινήσεων του τετρακόπτερου.....	19
Εικόνα 3.4: Τα δυο συστήματα αναφοράς αξόνων	20
Εικόνα 4.1: Τυπικό σύστημα κλειστού βρόχου.....	27
Εικόνα 4.2: Απόκριση συστήματος.....	28
Εικόνα 4.3: Διαγράμματα Bode	29
Εικόνα 4.4: Βηματική απόκριση ανοιχτού βρόχου	31
Εικόνα 4.5: Βηματική απόκριση για τη μέθοδο Cohen - Coon.....	32
Εικόνα 4.6: Βηματική απόκριση της εναλλακτικής μεθόδου Cohen - Coon	33
Εικόνα 4.7: Απόκριση συστήματος modified method.....	34
Εικόνα 4.8: Απόκριση εξόδου ενός συστήματος.....	36
Εικόνα 6.1 : Μοντέλο τετρακόπτερου Peter Corke's toolbox στο SIMULINK.....	43
Εικόνα 6.2 : Τροποποιημένο μοντέλο τετρακόπτερου.....	44
Εικόνα 6.3: Το block control mixer.....	45
Εικόνα 6.4: Το block quadrotor.....	46
Εικόνα 6.5: Αποτελέσματα εκομοίωσης sl_quadrotor.m	47
Εικόνα 6.6: Απόκριση εξόδου άξονα-Z (αριστερά), τελική θέση τετρακοπτέρου (δεξιά).....	48
Εικόνα 6.7: Απόκριση σφάλματος επιθυμητού ύψους με μετρούμενο ($z^* - Z$).....	48
Εικόνα 6.8: Έλεγχος PD με $K_p=-30$ & $K_d= -19.0071$ - Απόκριση εξόδου άξονα-Z (αριστερά), τελική θέση τετρακοπτέρου (δεξιά)	50

Εικόνα 6.9: Απόκριση σφάλματος επιθυμητού ύψους με μετρούμενο ($z^* - Z$).....	51
Εικόνα 6.10: Για έλεγχο PD με $K_p = -30$ $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή) – Απόκριση εξόδου Z (αριστερά), τελική θέση τετρακόπτερου (δεξιά).....	53
Εικόνα 6.11: Για έλεγχο PD με $K_p = -30$ $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή) - Απόκριση σφάλματος επιθυμητού ύψους με μετρούμενο ($z^* - Z$).....	53
Εικόνα 6.12: Για έλεγχο P με $K_p = -50$ (με διαταραχή) – Απόκριση σφάλματος z^*-Z (αριστερά), Απόκριση εξόδου Z (δεξιά).....	54
Εικόνα 6.13: Για έλεγχο PD με $K_p = -7500$ & $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή) – Απόκριση σφάλματος z^*-Z (αριστερά), Απόκριση εξόδου Z (δεξιά).....	56
Εικόνα 6.15: Για έλεγχο PD με $K_p = -7500$ & $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή από script) – Απόκριση σφάλματος (z^*-Z).....	57
Εικόνα 6.16: Κώδικας για ενσωμάτωση διπλής διαταραχής στον άξονα Z	57
Εικόνα 6.17: Για έλεγχο PD με $K_p = -7500$ & $K_d = -19.0071$ (με διπλή διαταραχή από script) – Απόκριση σφάλματος (z^*-Z).....	58
Εικόνα 6.18: Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle” (αριστερά), τελική θέση τετρακόπτερου (δεξιά).....	59
Εικόνα 6.19 : Απόκριση yaw rate ($dyaw = r$).....	59
Εικόνα 6.20: Έλεγχος PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ – Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle” (αριστερά), τελική θέση τετρακοπτερου (δεξιά).....	61
Εικόνα 6.21: Έλεγχος PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ - Απόκριση yaw rate ($dyaw = r$) ..	62
Εικόνα 6.22: Για έλεγχο PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ (με διαταραχή) – Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle” ..	64
Εικόνα 6.23: Για έλεγχο PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ (με διαταραχή) – Απόκριση yaw rate ($dyaw = r$) ..	64
Εικόνα 6.24: Για έλεγχο PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ (με διαταραχή) – Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle” ..	66
Εικόνα 6.25: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (αριστερά) , Απόκριση εξόδου “roll angle” ..	69
Εικόνα 6.26: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) - Απόκριση σφάλματος x,y χωρίς διαταραχή (αριστερά), Απόκριση σφάλματος x,y με διαταραχή (δεξιά) ..	71
Εικόνα 6.27: Για έλεγχο PD (διαταραχή πριν τον εσωτερικό βρόχο) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (επάνω), Απόκριση εξόδου “roll angle” (κάτω).....	71

Εικόνα 6.28: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (αριστερά), Απόκριση εξόδου “roll angle” (δεξιά).....	73
Εικόνα 6.29: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (αριστερά), Απόκριση εξόδου “roll angle” (δεξιά) (με διαταραχή).....	74
Εικόνα 6.30: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) – Απόκριση σφάλματος “pitch, roll angle” χωρίς διαταραχή (αριστερά), Απόκριση σφάλματος “pitch, roll angle” με διαταραχή (δεξιά)	75
Εικόνα 6.28: Κώδικας για ενσωμάτωση διαταραχής στον άξονα X	75
Εικόνα 6.31: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) (με διαταραχή στον άξονα X από script) – Απόκριση εξόδου “pitch angle”	76
Εικόνα 6.32: Κώδικας για ενσωμάτωση διαταραχής στον άξονα Y	76
Εικόνα 6.33: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) (με διαταραχή στον άξονα Y από script) – Απόκριση εξόδου “pitch angle”	77

Πίνακας 4.1: Εξισώσεις αγνώστου μοντέλου διεργασίας Zeigler - Nichols	31
Πίνακας 4.2: Εξισώσεις για τη μέθοδο Cohen - Coon	32
Πίνακας 4.3: Εύρεση των παραμέτρων στη modified method.....	34
Πίνακας 4.4: Εξισώσεις για τη μέθοδο Astrom και Hagglund.....	34
Πίνακας 4.5: Εξισώσεις για τη μέθοδο Tyreus - Lyuben	35
Πίνακα 4.6: Επίδραση των παραμέτρων του PID στο σύστημα	35

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Γενική Ανασκόπηση

Η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας, στη σημερινή εποχή, έχει επιφέρει μεγάλες επιφανειακές αλλαγές στην κατασκευή μικροελεγκτών/μικροεπεξεργαστών. Η ισχυρή, τούτη, πραγματικότητα έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία μικρών αυτόνομων ιπτάμενων αντικειμένων.

Η παρούσα εργασία μελετά ένα είδος από αυτά τα αντικείμενα, το ευρέως γνωστό πλέον “τετρακόπτερο” (στην Αγγλική γλώσσα συναντάται ως quadrotor ή quadcopter). Στην ουσία, πρόκειται για ένα ελικόπτερο με τέσσερις περιστρεφόμενους έλικες.

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να παρουσιάσει τα βασικά μέρη της μαθηματικής μοντελοποίησης, του ελέγχου και της εξομοίωσης σε προγραμματιστικό περιβάλλον του τετρακοπτέρου. Η δυσκολία - πρόκληση των παραπάνω, έγκειται στο γεγονός ότι για να ελεγχθεί επιτυχώς το τετρακόπτερο, το οποίο είναι 6 βαθμών ελευθερίας (6 Degrees Of Freedom), υπάρχουν μόνο τέσσερις είσοδοι που είναι οι τέσσερις κινητήρες του.

1.2 Δομή Εργασίας

Στο Κεφάλαιο 2, γίνεται μία γενική περιγραφή του μη επανδρωμένου αεροσκάφους. Παρουσιάζονται λεπτομερειακά οι ορισμοί που επικρατούν, οι χρήσεις τέτοιων ρομποτικών συστημάτων στη σημερινή κοινωνία, η ιστορική προέλευση τους, καθώς και τα ποικίλα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα που προβάλλουν.

Στο Κεφάλαιο 3, απεικονίζεται η ‘καρδιά’ του τετρακοπτέρου, δηλαδή, η δυναμική και κινηματική του ανάλυση από τη μαθηματική σκοπιά. Πρόκειται για τη διαδικασία που ακολουθείται, ώστε να εξαχθεί το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει το συγκεκριμένο σύστημα και ιδιαίτερα την μεταφορική και περιστροφική του κίνηση.

Στο Κεφάλαιο 4, γίνεται λόγος στα θεωρητικά χαρακτηριστικά, στους υπολογισμούς παραμέτρων και γενικότερα στη φιλοσοφία των ρυθμίσεων του κύριου ελεγκτή που θα χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο του αεροσκάφους που είναι ο PID ελεγκτής.

Στο Κεφάλαιο 5, αφότου οριστούν οι επιθυμητές μεταβλητές κίνησης που θέλουμε να ελέγξουμε γίνεται απλοποίηση στις μαθηματικές σχέσεις προκειμένου να εφαρμοστούν σε όλους τους άξονες οι ελεγκτές PID.

Στο Κεφάλαιο 6, δίνεται η απεικόνιση του μοντέλου στο περιβάλλον εξομοίωσης MATLAB-SIMULINK. Διάφορες τεχνικές και ενσωμάτωση των εξισώσεων ελέγχου προβάλλονται με στόχο την σταθεροποίηση του τετρακοπτέρου. Ιδιαίτερη βαρύτητα δίνεται στη βαθμονόμηση των ελεγκτών PID.

2. ΤΕΤΡΑΚΟΠΤΕΡΟ – QUADCOPTER

2.1 Το Τετρακόπτερο

Σε γενική κλίμακα, μη επανδρωμένα ιπτάμενα οχήματα ονομάζονται κάθε είδους ιπτάμενα οχήματα που δεν έχουν χειριστή στην άτρακτό τους, αλλά πραγματοποιούν πτήσεις είτε αυτόνομα (autonomously controlled) είτε μέσω τηλεκατευθύνσεως (remotely controlled). Οι ονομασίες που έχουν αναφερθεί κατά καιρούς και συνεχίζουν να αναφέρονται είναι αρχικά, ο όρος UAV (Unmanned Aerial Vehicle), όπου περιγράφει μόνο το αεροσκάφος χωρίς χειριστή, όρος UAS (Unmanned Aerial System) περιλαμβάνει όλες τις συσκευές, το προσωπικό και τις διαδικασίες, οι οποίες χρησιμοποιούνται ώστε το μη επανδρωμένο αεροσκάφος να θεωρείται ως ολοκληρωμένο σύστημα και τέλος, με τον όρο RPAS (Remotely Piloted Aircraft System) εννοείται ότι όλες οι πτήσεις μη επανδρωμένων ιπτάμενων οχημάτων οφείλουν να έχουν τουλάχιστον έναν επιβλέποντα πιλότο/χειριστή στο έδαφος. Τα μη επανδρωμένα ιπτάμενα οχήματα συνήθως έχουν τη μορφή μικρού αεροπλάνου ή ελικοπτέρου με έναν ή περισσότερους κινητήρες και έλικες συντονισμένους για πλήρως ελεγχόμενη πτήση από ειδικό πρόγραμμα ή χειριστήριο εδάφους. (Σκάντζικας Κ., 2014, “Σχεδιασμός και έλεγχος προωθητηρίου συστήματος ελικοπτέρου με στροβιλοκινητήρα”)



Εικόνα 2.1: UAV με σταθερά πτερύγια



Εικόνα 2.2: UAV με περιστρεφόμενους ρότορες

Το τετρακόπτερο, λοιπόν, αποτελεί ένα είδος μη επανδρωμένου ιπτάμενου οχήματος που ανυψώνεται και προωθείται με τη χρήση τεσσάρων ανεξάρτητων λεπίδων που αυτές περιστρέφονται με τη βοήθεια ηλεκτροκινητήρων. Για να επιτευχθεί η κίνηση χρησιμοποιούνται δύο ζεύγη πανομοιότυπων σταθερών ελίκων, δύο δεξιόστροφα (CW: Clock wise) και δύο αριστερόστροφα (CCW: Counter clock wise) .

2.2 Ιστορικά Στοιχεία

Η ιδέα του μη επανδρωμένου αεροσκάφους ανήκει πίσω στο 1800, όταν οι Αυστριακοί χρησιμοποίησαν μη επανδρωμένα αερόστατα γεμάτα εκρηκτικό υλικό για να επιτεθούν στη γαλλοκρατούμενη τότε Βενετία. Στο πιο κοντινό παρελθόν οι προσπάθειες ξεκίνησαν από τον Louis Breguet το 1907, ο οποίος σχεδίασε ένα ελικοπτερο τεσσάρων στροφείων . Ο Etienne Oehmichen πειραματίστηκε τη δεκαετία του '20 με διάφορα σχέδια που αφορούσαν ρότορες και ένα εξ' αυτών, το No2, είχε τέσσερις στροφείς και οχτώ έλικες,

οι οποίοι κινούνταν από μια μόνο μηχανή. Κατά τη διάρκεια της ίδιας δεκαετίας, ο Δρ George de Bothezat και ο Ivan Jerome ανέπτυξαν το αεροσκάφος de Bothezat με ρόδες έξι λεπίδων στο τέλος μιας δομής σχήματος Χ. Χρησιμοποιήθηκαν δύο μικρές έλικες με μεταβλητό βήμα για έλεγχο ώθησης και περιστροφής. Το όχημα χρησιμοποιούσε τον έλεγχο συλλογικού βήματος, χτίστηκε από την αμερικανική αεροπορική υπηρεσία και πραγματοποίησε την πρώτη πτήση του τον Οκτώβριο του 1922. Περίπου 100 πτήσεις έγιναν μέχρι τα τέλη του 1923 και το υψηλότερο που έφτασε ποτέ ήταν περίπου 5 μέτρα. Επίσης, το Curtiss – Wright VZ-7 ήταν ένα αεροσκάφος κάθετης απογείωσης και προσγείωσης σχεδιασμένο από την εταιρία Curtiss – Wright για τον αμερικανικό στρατό. Το VZ-7 ελεγχόταν μεταβάλλοντας την ώθηση καθεμιάς από τις τέσσερις προπέλες . (2018, “The history of drones and quadcopters”, Quadcopter Arena)



Εικόνα 2.3: Το αεροσκάφος de Bothezat

Ειδικότερα , οι έρευνες για τα drone με τη σημερινή τους μορφή ξεκίνησαν στις αρχές του 1900 προκειμένου να χρησιμοποιηθούν σε στρατιωτικές ενέργειες. Η πρώτη προσπάθεια για να ενεργοποιηθεί μία τέτοια συσκευή, ως μη επανδρωμένο ιπτάμενο όχημα, έγινε από τον A. MLow το 1916 ενώ ο Nicola Tesla περιγράφει μάχη σμήνους μη επανδρωμένων αεροσκαφών το 1915.

2.3 Χρήσεις Των Μη Επανδρωμένων Οχημάτων

Τα μη επανδρωμένα ιπτάμενα οχήματα δεν αντικατοπτρίζουν μια καινούρια τεχνολογία. Η δυνατότητα χρήσης μιας πτητικής μηχανής χωρίς χειριστή επί αυτής, για τη μεταφορά ή λήψη αγαθών και δεδομένων αποτελεί μια ιστορική πρακτική που ανάλογα με τον ακριβή ορισμό της έχει εξελιχθεί σε στρατιωτικές, πολεμικές εφαρμογές. Δεν λείπουν, όμως, και οι εμπορικές χρήσεις που μπορεί να έχουν. Τα παραδείγματα εφαρμογών εμφανίζουν τεράστια ποικιλία με την πιο εκτεταμένη παγκοσμίως να είναι η χρήση των τετρακοπτέρων για την εναέρια κάλυψη αθλητικών γεγονότων, συναυλιών, εκδηλώσεων και γάμων. Χρησιμοποιούνται, επίσης, για μεταφορά και παράδοση τροφής και φαρμάκων σε εμπόλεμες ζώνες. Σε αυτή την ιατρική πλευρά να σημειωθεί ότι η Unicef, χρησιμοποιεί drones σε χώρες της Αφρικής για να μεταφέρει με ταχύτητα τα αποτελέσματα των εξετάσεων HIV σε διάφορες περιοχές. Η ικανότητά τους να κινούνται σε δύσβατα μονοπάτια και δυσπρόσιτες περιοχές βοηθά στην παροχή επικοινωνίας. Στον αγροτικό τομέα, οι αγρότες μπορούν να τα χρησιμοποιούν για την παρακολούθηση των κτημάτων τους καθώς και για ευρύτερη χρήση στη γεωργία. Επιπλέον, η αστυνομία τα χρησιμοποιεί για την παρακολούθηση επικίνδυνων κακοποιών στοιχείων με σκοπό την καταπολέμηση της εγκληματικότητας στη κοινωνία μας. Στο στρατιωτικό κομμάτι, όπου τα οχήματα είναι σαφώς πιο εξελιγμένα και ευφυή η χρήση τους έγκειται στην κατασκοπεία, στην χαρτογράφηση περιοχών, στην αναγνώριση επικίνδυνων στόχων και στην μεταφορά και ρίψη βομβών. (2018, “The history of drones and quadcopters”, Quadcopter Arena)



Εικόνα 2.4: Μεταφορά πακέτων



Εικόνα 2.5: Χρήση ενός UAV για στρατιωτικούς σκοπούς

2.4 Πλεονεκτήματα - Μειονεκτήματα

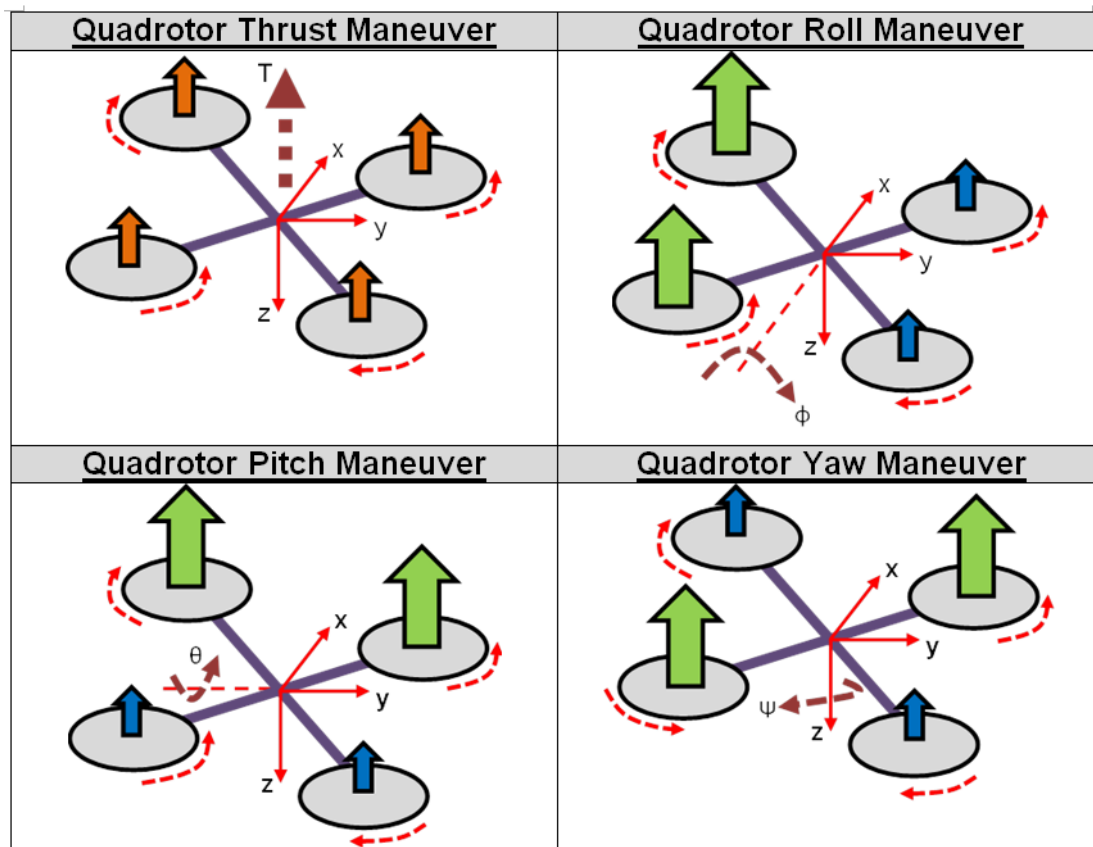
Το σημαντικότερο πλεονέκτημα που εμφανίζουν τα τετρακόπτερα είναι ότι συνδυάζουν ευκολία στον έλεγχο και στην κατασκευή με πολύ υψηλή ικανότητα ελιγμών με αποτέλεσμα να είναι ίσως μια από τις καλύτερες επιλογές ως προς τα UAV. Ένα άλλο πλεονέκτημα όσον αφορά τη φυσική δομή τους είναι οι σχετικά απλές δυναμικές εξισώσεις από τις οποίες διακατέχονται και τα περιορισμένα γυροσκοπικά φαινόμενα εξαιτίας της συμμετρίας τους. Επίσης, οι τέσσερις προπέλες δημιουργούν μεγαλύτερη ώθηση με αποτέλεσμα την ανέγερση βαρύτερων φορτίων. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι τέσσερις προαναφερθείσες προπέλες ή αλλιώς έλικες δεν απαιτούν κάποια κλίση για αλλαγή πορείας σε σύγκριση με τον έλικα ενός τυπικού ελικοπτερου. Η συνολική κατασκευή τους θεωρείται εξαιρετικά απλή.

Στην αντίπερα όχθη τώρα, εξαιτίας του μεγάλου μεγέθους (4 έλικες) η κατανάλωση ισχύος αυξάνεται. Οι τέσσερις ηλεκτρικοί κινητήρες επιτάσσουν περισσότερη ενέργεια με αποτέλεσμα η αυτονομία να είναι μικρή και να χρειάζονται καλύτερες αλλά ταυτόχρονα ακριβότερες μπαταρίες. Επιπλέον, από κατασκευαστικής σκοπιάς, τα τετρακόπτερα είναι ευάλωτα σε επιθέσεις από άγρια ιπτάμενα ζώα διότι μπορούν να θεωρηθούν ως θηράματα. Τέλος, το λογισμικό μέρος του συστήματος μπορεί να πέσει θύμα ενός κάποιου άλλου κακόβουλου λογισμικού προγράμματος με αποτέλεσμα την απώλεια και καταστροφή του ιπτάμενου οχήματος. (2017, “Advantages and disadvantages of drone technology”, Grind drone)

3.ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΕΤΡΑΚΟΠΤΕΡΟΥ

3.1 Αρχή λειτουργίας

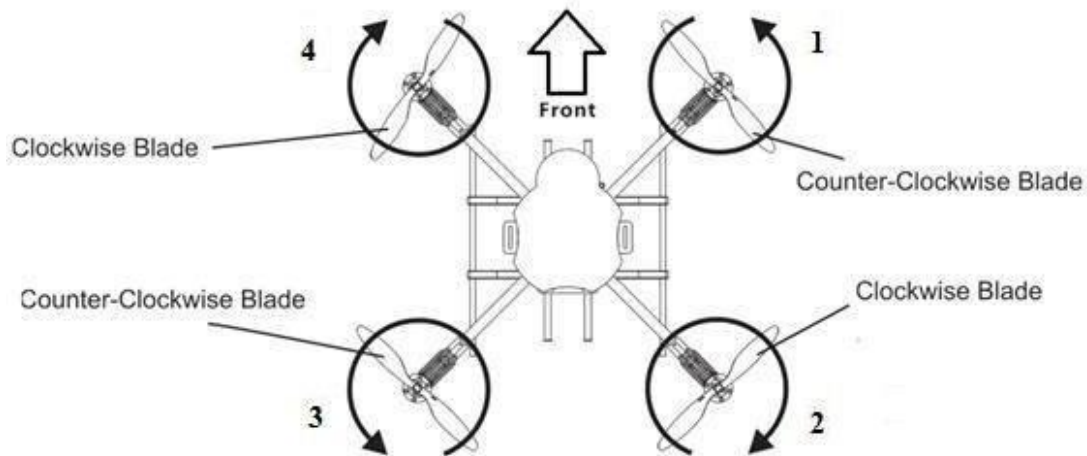
Η κίνηση του τετρακοπέτου εξαρτάται αποκλειστικά από τους τέσσερις ηλεκτροκινητήρες που βρίσκονται συμμετρικά στις άκρες του.



Εικόνα 3.1: Βασικές κινήσεις του τετρακόπτερου

Για να ανυψωθεί το ελικόπτερο παρατηρώντας την Εικόνα 3.1 θα πρέπει να παραχθεί και από τους τέσσερις κινητήρες τέτοια ώση, η οποία θα υπερνικάει τη δύναμη της βαρύτητας. Οπότε, στην περίπτωση της ανύψωσης (Thrust Maneuver) πρέπει και οι τέσσερις ηλεκτροκινητήρες να έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Για να επιτευχθεί η περιστροφή ως προς τον άξονα x_b (Roll Maneuver) θα πρέπει να υπάρχουν μεταβολές στις γωνιακές ταχύτητες των τεσσάρων κινητήρων. Πιο συγκεκριμένα, η δεξιά περιστροφή (roll right) επιτυγχάνεται αν αυξηθούν οι γωνιακές ταχύτητες των κινητήρων “3” και “4” και μείνουν σταθερές οι “1” και “2”. Αντίθετα, η αριστερή περιστροφή απαιτεί αύξηση των ταχυτήτων των κινητήρων “1” και “2” και σταθερότητα των “3” και “4”. Ως προς την περιστροφή κατά μήκος του άξονα y_b (Pitch Maneuver) και ειδικότερα για την θετικά ανυψωτική περιστροφή (pitch up) και την αρνητικά ανυψωτική περιστροφή (pitch down) θα πρέπει οι ταχύτητες των κινητήρων “2” και “3”, και οι γωνιακές ταχύτητες των ηλεκτροκινητήρων “1” και “4” να αυξηθούν αντίστοιχα κάθε φορά. Σε περίπτωση που η κίνηση γίνεται ως προς τον άξονα εκτροπής z_b (Yaw Maneuver) απαιτούνται μεταβολές στις ταχύτητες των κινητήρων.

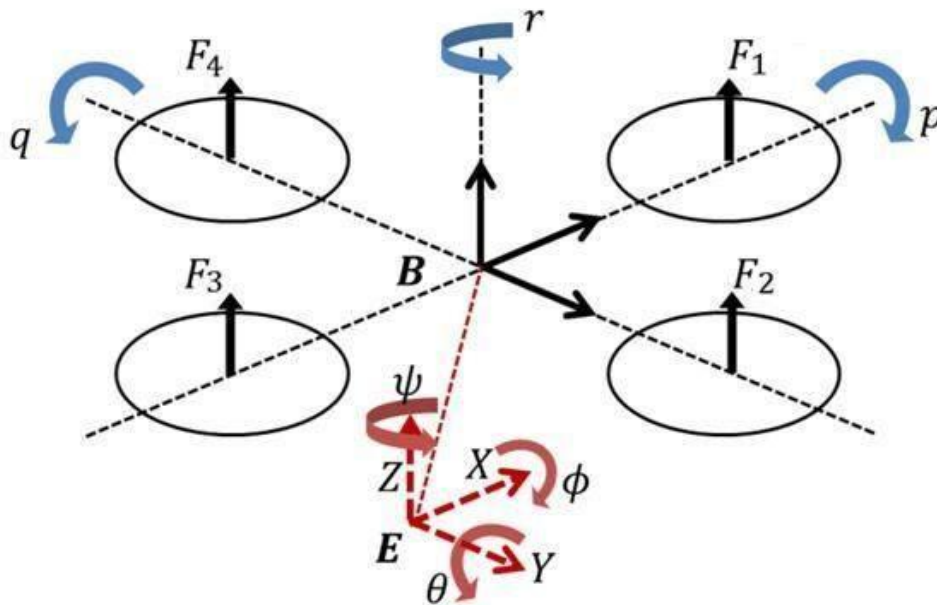
Ειδικότερα, για δεξιά μετατόπιση θα πρέπει να αυξηθούν οι γωνιακές ταχύτητες των κινητήρων “2” και “4” με τους άλλους δύο “1” και “3” σταθερούς. Για την αριστερή μετατόπιση αυξάνονται οι ταχύτητες των “1” και “3” και μένουν σταθερές αυτές των “2” και “4”. (Fum Wei Z., 2015, “Implementasion of simulink controller design on IRIS+ quadrotor”)



Εικόνα 3.2: Τροπος λειτουργιας τετρακόπτερου

Σημειώνεται ότι οι κινητήρες “2” και “4” περιστρέφονται με φορά ίδια με τη φορά των δεικτών του ρολογιού (clock wise) ενώ οι κινητήρες “1” και “3” με φορά αντίθετη απ’ αυτή των δεικτών του ρολογιού (counter clock wise), όπως φαίνεται παραπάνω (Εικόνα 3.2).

Οι γωνίες που φαίνονται παρακάτω (Εικόνα 3.3) χρησιμοποιούνται ευρέως στην μοντελοποίηση όλων των ιπτάμενων οχημάτων και απεικονίζουν την περιστροφή γύρω από τον κάθε άξονα συντεταγμένων του συστήματος. Πρόκειται για τις γωνίες Tait – Bryan ϕ , θ , ψ που ονομάζονται αντίστοιχα roll, pitch, yaw. (Corrigan F., (2020), “How a quadcopter works along with propellers and motors”)

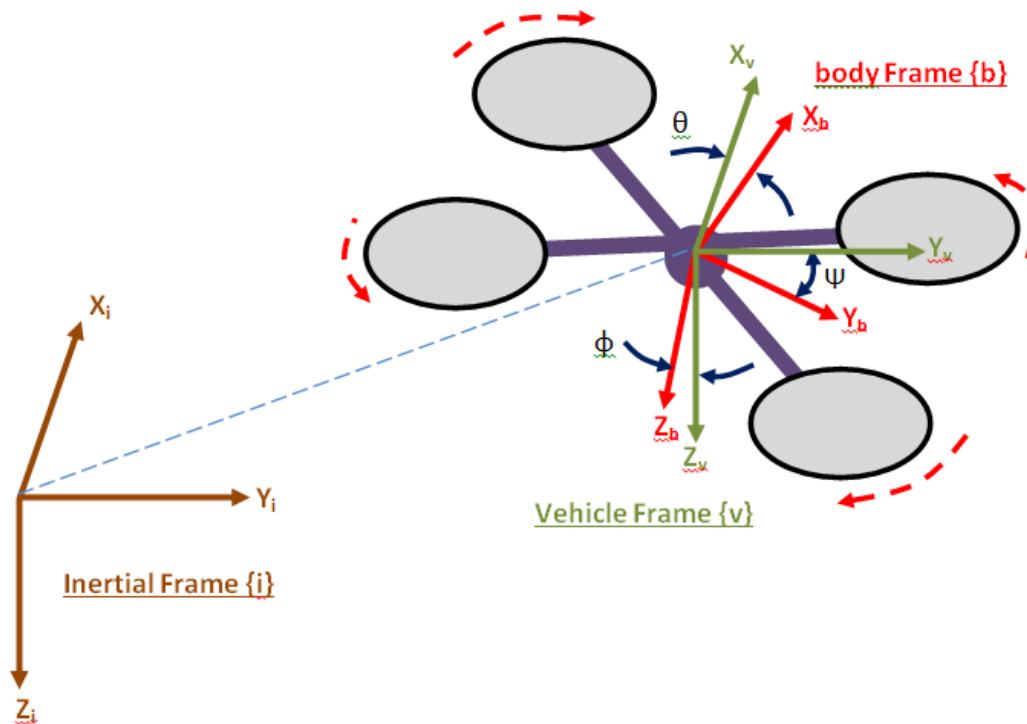


Εικόνα 3.3: Περιγραφή των κινήσεων του τετρακόπτερου

3.2 Δυναμική ανάλυση

Η μαθηματική ανάλυση του τετρακόπτερου γίνεται με βάσει τους νόμους της φυσικής – μηχανικής. Η μαθηματική μοντελοποίηση καθίσταται ιδιαίτερα σημαντική, διότι βοηθάει στη σχεδίαση του ελεγκτή που χρησιμοποιείται για τον έλεγχο του συστήματος όπως και στην προσομοίωση του τετρακόπτερου που δημιουργείται στο περιβάλλον του λογισμικού SIMULINK.

Για την ακριβή περιγραφή της μεταφορικής (translational) και περιστροφικής (rotational) κίνησής του και την κατασκευή του μαθηματικού του μοντέλου είναι αναγκαίο να θεωρηθούν δύο συστήματα αναφοράς αξόνων (Εικόνα 3.4). Το πρώτο σύστημα συντεταγμένων ονομάζεται αδρανειακό σύστημα (inertial frame) οριζόμενο από το έδαφος, έστω $[O_i, x_i, y_i, z_i]$ ενώ το δεύτερο ονομάζεται κινητό σύστημα (body frame), το οποίο θεωρείται ως μέρος του ελικοπτερου και μετακινείται μαζί του, έστω $[O_b, x_b, y_b, z_b]$. (Jirinec T., 2011; Schmidt David M., 2011)



Εικόνα 3.4: Τα δυο συστήματα αναφοράς αξόνων

Ξεκινώντας τη δυναμική ανάλυση, σημειώνεται ότι οι εξισώσεις της μεταφορικής (translational) κίνησης εκφράζονται ως προς το αδρανειακό (inertial frame) σύστημα συντεταγμένων O_i . (Mukarram A., Fiaz Amin U., Khan Ijaz U., 2015; Jinchuan Z., Pengcheng W., Yong Z., Zhihong M., Zhenwei C., 2016)

Σε αυτό το σημείο, αξίζει να αναφερθούν οι ισχυρισμοί υπό τους οποίους υλοποιείται η μαθηματική προσέγγιση του συστήματος:

- Το κέντρο μάζας του συστήματος συμπίπτει με το κέντρο συντεταγμένων του κινητού συστήματος αναφοράς (body frame).
- Το τετρακόπτερο είναι άκαμπτο σώμα.
- Υπάρχει συμμετρία ως προς τους άξονες x και y .
- Οι έλικες είναι άκαμπτα σώματα.
- Η ώση/ώθηση (thrust) και η οπισθέλκουσα δύναμη (drag force) είναι δυνάμεις ανάλογες των τετραγώνων των γωνιακών ταχυτήτων.

Αρχικά, η εξίσωση κίνησης (3.1) που περιγράφει το ιπτάμενο όχημα φαίνεται παρακάτω (Eatemadi M., 2016, “Mathematical dynamics, kinematics modeling and PID equation controller of quadcopter”, Vol. 7, No. 1, pp. 77-85):

$$m^* \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + RT^b + D, \quad (3.1)$$

Όπου, οι μεταβλητές είναι:

m : Η μάζα του σώματος

$\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i$: Οι επιταχύνσεις σώματος ως προς τον κάθε άξονα του αδρανειακού συστήματος

g : Η επιτάχυνση της βαρύτητας

R : Ο πίνακας περιστροφής (rotation matrix)

T^b : Το διάνυσμα ώσης/ώθησης (Thrust)

D : Η οπισθέλκουσα δύναμη (Drag force)

Παρακάτω, γίνεται μια αναλυτική περιγραφή των μεταβλητών που εμπλέκονται στην προαναφερθείσα εξίσωση κίνησης (3.1).

- Πίνακας περιστροφής R (Rotation matrix)

Ο πίνακας περιστροφής R περιγράφει την περιστροφική κίνηση του τετρακοπέρου από το κινητό σύστημα αναφοράς (body frame) στο αδρανειακό σύστημα (inertial frame). Η σύνθεση του πίνακα γίνεται με τη βοήθεια των γωνιών Tait – Bryan, ϕ (roll), θ (pitch), ψ (yaw). Ο πίνακας R δίνεται παρακάτω (Μυλωνάς Ε., Σπυρόπουλος Κ., 2017, “Έλεγχος και μοντελοποίηση μη επανδρωμένου ιπτάμενου οχήματος”):

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi \\ \sin\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

- Διάνυσμα ώσης/ώθησης (Thrust)

Η δύναμη ώσης ή ώθησης, η οποία παράγεται από τις προπέλες ασκείται κάθετα στο τετρακόπερο κατά μήκος του άξονα z στο κινητό σύστημα αναφοράς (body frame). Η συνολική αυτή δύναμη είναι υπεύθυνη για την ανύψωση του οχήματος:

$$T^b = \sum_{i=1}^4 f_i = K_T * \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

Όπου:

$f_i = K_T * \omega_i^2$: Η ώση/ώθηση που παράγεται από τον εκάστοτε ηλεκτροκινητήρα i με:

K_T : Ο συντελεστής ώσης/ώθησης της προπέλας

$\omega_i^2 = C_m * v_i^2$: Η γωνιακή ταχύτητα καθεμιάς προπέλας (ανάλογη του γινομένου της τάσης του κινητήρα με μία σταθερά C_m)

- Οπισθέλκουσα δύναμη D (Drag force)

Η οπισθέλκουσα δύναμη οφείλεται στην τριβή του αέρα. Ουσιαστικά δημιουργείται από την αντίσταση που επιφέρει ο αέρας στην προπέλα του μη επανδρωμένου και είναι ανάλογη της ταχύτητας:

$$D = -k_d * \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

Όπου:

k_d : Ο συντελεστής τριβής του αέρα

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, σε αντίθεση με τις εξισώσεις της μεταφορικής κίνησης (translational motion), οι εξισώσεις της περιστροφικής (rotational motion) κίνησης θα πρέπει να εκφραστούν σε σχέση με το κινητό σύστημα συντεταγμένων O_b (body frame). Η υπόθεση αυτή έγκειται στο γεγονός ότι επιδιώκεται η οποιαδήποτε περιστροφή του σώματος να εκφράζεται ως προς το κέντρο βάρους του. Συνεπώς, με χρήση των εξισώσεων Euler προκύπτει:

$$I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega) = \tau, \quad (3.5)$$

Όπου:

$I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$: Ο πίνακας ροπών αδράνειας

$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}^T$: Το διάνυσμα γωνιακής ταχύτητας

$\tau = \begin{bmatrix} \tau_\varphi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}^T$: Το διάνυσμα ροπών

- Ροπή

Η ροπή ορίζεται ως το γινόμενο κάθε δύναμης που ασκείται στο σώμα επί την κάθετη απόστασή της από τον άξονα. Επομένως, οι ροπές ως προς κάθε άξονα απεικονίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\tau_{\varphi} = \tau_x = \tau_{roll} = l(f_4 - f_2) = l * K_T(\omega_4^2 - \omega_2^2), \quad (3.6)$$

$$\tau_{\theta} = \tau_y = \tau_{pitch} = l(f_3 - f_1) = l * K_T(\omega_3^2 - \omega_1^2), \quad (3.7)$$

$$\tau_{\psi} = \tau_z = \tau_{yaw} = b(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2), \quad (3.8)$$

Όπου:

l : Η απόσταση του κάθε ηλεκτροκινητήρα από το κέντρο της κατασκευής (και οι τέσσερις αποστάσεις ίσες σε μέτρο εξαιτίας της συμμετρίας)

b : Ο συντελεστής της οπισθέλκουσας δύναμης της προπέλας

K_T : Ο συντελεστής ώσης/ώθησης της προπέλας

$\omega_i^2 = C_m * v_i^2$: Η γωνιακή ταχύτητα καθεμιάς προπέλας (ανάλογη του γινομένου της τάσης του κινητήρα με μία σταθερά C_m)

- Ροπή αδράνειας

Υπενθυμίζεται ότι το κέντρο συντεταγμένων του κινητού συστήματος (body frame) συμπίπτει με το κέντρο μάζας του αδρανειακού συστήματος αναφοράς (inertial frame). Αυτό σημαίνει ότι ο πίνακας I των ροπών αδράνειας είναι διαγώνιος. Δηλαδή:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

Όπου:

I_{xx} : Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα x του κινητού συστήματος αναφοράς

I_{yy} : Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα y του κινητού συστήματος αναφοράς

I_{zz} : Η ροπή αδράνειας ως προς άξονα z του κινητού συστήματος αναφοράς

Τότε, η εξίσωση (3.5) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (I_{yy} - I_{zz})\omega_y\omega_z \\ (I_{zz} - I_{xx})\omega_x\omega_z \\ (I_{xx} - I_{yy})\omega_x\omega_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}, \quad (3.10)$$

- Γωνιακή ταχύτητα

Η μετατροπή των γωνιακών ταχυτήτων από το αδρανειακό σύστημα αναφοράς (inertial frame) σε αυτό του κινητού (body frame) περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\omega_b = R_\phi * R_\theta * R_\psi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + R_\phi * R_\theta \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + R_\phi \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

Όπου:

ω_b : Η γωνιακή ταχύτητα του τετρακοπτέρου στο κινητό σύστημα αναφοράς (body frame)

R_ϕ : Ο πίνακας περιστροφής κατά μήκος του x-άξονα (roll)

R_θ : Ο πίνακας περιστροφής κατά μήκος του y-άξονα (pitch)

R_ψ : Ο πίνακας περιστροφής κατά μήκος του z-άξονα (yaw)

$$\omega_b = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

Τότε, η μετατροπή των γωνιακών ταχυτήτων από το κινητό σύστημα αναφοράς (body frame) σε αυτό του αδρανειακού (inertial frame) περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi/\tan\theta & \cos\phi/\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (3.1), (3.10), (3.13) προκύπτουν τελικά οι εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα του τετρακοπτέρου:

$$\dot{u}_x = \ddot{x} = \frac{-k_d}{m} \dot{x} + \frac{K_T}{m} (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) * (\sin\psi\sin\phi + \cos\psi\cos\phi\sin\theta) , \quad (3.14)$$

$$\dot{u}_y = \ddot{y} = \frac{-k_d}{m} \dot{y} + \frac{K_T}{m} (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) * (\cos\phi\sin\psi\sin\theta - \cos\psi\sin\phi) , \quad (3.15)$$

$$\dot{u}_z = \ddot{z} = \frac{-k_d}{m} \dot{z} - g + \frac{K_T}{m} (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) * (\cos\phi\cos\theta) , \quad (3.16)$$

$$\dot{\phi} = p + q(\sin\phi\tan\theta) + r(\cos\phi\tan\theta) , \quad (3.17)$$

$$\dot{\theta} = q(\cos\phi) - r(\sin\phi) , \quad (3.18)$$

$$\dot{\psi} = \frac{\sin\phi}{\cos\theta} q + \frac{\cos\phi}{\cos\theta} r , \quad (3.19)$$

$$\dot{p} = \frac{l*K_T}{I_{xx}} (\omega_4^2 - \omega_2^2) - \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \right) q * r , \quad (3.20)$$

$$\dot{q} = \frac{l*K_T}{I_{yy}} (\omega_3^2 - \omega_1^2) - \left(\frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} \right) p * r , \quad (3.21)$$

$$\dot{r} = \frac{b}{I_{zz}} (-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) - \left(\frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \right) p * q , \quad (3.22)$$

$$\dot{x} = u_x , \quad (3.23)$$

$$\dot{y} = u_y , \quad (3.24)$$

$$\dot{z} = u_z , \quad (3.25)$$

3.3 Σύνοψη

Σε αυτό το κεφάλαιο, αρχικά, παρουσιάστηκε η αρχή λειτουργίας ενός ιπτάμενου οχήματος αποτελούμενο από τέσσερις έλικες. Ουσιαστικά, έγινε μια απεικόνιση για το πως το συγκεκριμένο ρομπότ μπορεί να ανυψωθεί από το έδαφος και για το πως μπορεί να εκτελεί τις βασικές κινήσεις του. Επιπλέον, προβλήθηκαν λεπτομερώς οι κινηματικές και δυναμικές αναλύσεις του τετρακοπτέρου. Το κομμάτι της κινηματικής μοντελοποίησης περιγράφει την κίνηση του τετρακοπτέρου δίχως να λαμβάνονται υπόψιν οι δυνάμεις που επιδρούν σε αυτό ενώ αυτό της δυναμικής ανάλυσης εκφράζει τις δυνάμεις που απαιτούνται ώστε να προκληθεί η κίνηση του. Τελικά, από την μαθηματική μοντελοποίηση του συστήματος, προέκυψαν οι καταστατικές εξισώσεις (3.14) - (3.21) που ορίζουν την κίνηση του οχήματος.

4. ΕΛΕΓΚΤΗΣ PID

Για να πραγματοποιηθεί έλεγχος σε ένα τετρακόπτερο, υπάρχουν αρκετοί μέθοδοι ελέγχου (γραμμικές και μη γραμμικές). Η πιο γνωστή μέθοδος ελέγχου είναι, η χρήση ελεγκτή PID. Ο ελεγκτής PID, δεν είναι η πιο “βέλτιστη” μέθοδος ελέγχου, είναι όμως η πιο εύκολη και η πιο οικονομική. Σε αυτό το κεφάλαιο, θα παρουσιαστούνε τόσο τα θεωρητικά χαρακτηριστικά όσο και η ρύθμιση ενός τέτοιου ελεγκτή.

4.1 Θεωρητικά Χαρακτηριστικά

Ο ελεγκτής PID αναπτύχθηκε στην δεκαετία του 40' και μέχρι σήμερα παραμένει η πιο διαδεδομένη μέθοδος στη βιομηχανία. Υπολογίζεται ότι σε ποσοστό περίπου 90% των ελεγκτών που χρησιμοποιούνται στην πράξη, είναι ελεγκτές PID. Χρησιμοποιούνται τόσο σε εργαστάσια παραγωγής όσο σε αυτοκίνητα, αεροσκάφη, συρμούς του μετρο και σε πολλές άλλες εφαρμογές. Η τόσο ευρεία χρήση του οφείλετε στην αρκετά μεγάλη αποτελεσματικότητά του (σε ορεισμένες εφαρμογές) και στην απλότητά του (βελτιστοποίηση τριών μόνο παραμέτρων). Ένας ελεγκτής PID μπορεί να υλοποιηθεί με την χρήση αναλογικών ηλεκτρονικών στοιχείων (αντίστασεις, πυκνωτές, τελεστικός ενισχυτής), είτε προγραμματίζοντάς τον σε κάθε ψηφιακό σύστημα ελέγχου (μικροελεγκτή). (Δρ. Αλαφοδήμος Κ, 2017, “Βιομηχανικοί ελεγκτές”)

Όπως αναφέρεται παραπάνω, με την βελτιστοποίηση τριών μόνο παραμέτρων μπορεί να ρυθμιστεί ένας ελεγκτής PID καθώς, αποτελείται από το άθροισμα τριών όρων, του P, του I και του D. Ο όρος P (Proportional) είναι ανάλογος του σφάλματος, ο όρος I (Integral) είναι ανάλογος του ολοκληρώματος του σφάλματος και ο όρος D (Derivative) που είναι ανάλογος της παραγώγου του σφάλματος.

Η διαφορική εξίσωση κάθε ελεγκτή, για μία είσοδο $r(t)$, έξοδο $y(t)$ και σφάλμα $e(t)$ (στο πεδίο του χρόνου) είναι:

$$\mathbf{P:} \quad y(t) = K_p * e(t) , \quad (4.1)$$

$$\mathbf{I:} \quad y(t) = K_i * \int_0^t e(t) dt , \quad (4.2)$$

$$\mathbf{D:} \quad y(t) = K_d * \frac{d}{dt} e(t) , \quad (4.3)$$

Ενώ, η συνάρτηση μεταφοράς του καθενός για είσοδο $R(s)$, έξοδο $Y(s)$ και σφάλμα $E(s)$ (στο πεδίο του Laplace) είναι:

$$\mathbf{P:} \quad Y(s) = K_p * E(s) , \quad (4.1.1)$$

$$\mathbf{I:} \quad Y(s) = \frac{K_i}{s} * E(s) , \quad (4.2.1)$$

$$\mathbf{D:} \quad Y(s) = K_d * s * E(s) , \quad (4.3.1)$$

Άρα, η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή PID είναι το άθροισμα όλων. Δηλαδή,

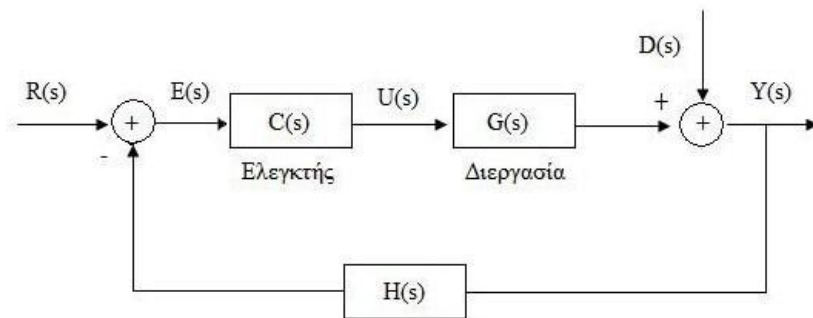
$$Y(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s \right) \cdot E(s), \quad (4.4)$$

$$\text{ή } Y(s) = K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d \cdot s \right) \cdot E(s), \quad (4.4.1)$$

Όπου, οι όροι K_p , K_i και K_d , είναι οι παράμετροι (ή κέρδοι) και T_i η σταθερά χρόνου ολοκλήρωσης, και T_d η σταθερά του χρόνου παραγωγής που πρέπει να ρυθμίσει κάποιος στον ελεγκτή, ώστε, να λάβει το επιθυμητό αποτέλεσμα.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι υπάρχει η δυνατότητα, να μην χρησιμοποιηθούν όλοι οι όροι μαζί. Δηλαδή, μπορεί αντί για PID ελεγκτή, να επιλέξει κανείς μόνο τον όρο P (δηλαδή, να έχει έλεγχο P), δεν γίνεται όμως να υπάρξει απλός έλεγχος τύπου I ή D ή ID, χωρίς τον όρο P. Βέβαια, έχει την δυνατότητα να χρησιμοποιηθεί έλεγχος PI ή έλεγχος PD.

Ένα τυπικό σύστημα κλειστού βρόχου φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα 4.1: Τυπικό σύστημα κλειστού βρόχου

Το οποίο αποτελείται από:

- Το $R(s)$ που είναι η είσοδος του συστήματος (επιθυμητή τιμή)
- Τον συγκριτή που υπολογίζει το σφάλμα $E(s)$ (είναι η διαφορά της επιθυμητής τιμής και της εξόδου του συστήματος)
- Τον ελεγκτή $C(s)$, ο οποίος με βάση το σφάλμα υπολογίζει την είσοδο της διεργασίας
- Το σήμα $U(s)$ που είναι η έξοδος του ελεγκτή και ταυτόχρονα η είσοδος της διεργασίας
- Την διεργασία $G(s)$ που μπορεί να είναι από ένα απλό λαμπάκι μέχρι τον πιο σύνθετο μηχανισμό
- Την διαταραχή $D(s)$ που δέχεται το σύστημα από το περιβάλλον
- Την έξοδο του συστήματος $Y(s)$
- Το σήμα ανάδρασης $H(s)$ που οδηγείται στον συγκριτή

4.2 Μέθοδοι Ρύθμισης Των Παραμέτρων Του Ελεγκτή PID

Για να μπορέσει κάποιος να έχει ένα ευσταθές σύστημα κλειστού βρόχου, χρειάζεται να υπολογίσει τις κατάλληλες τιμές στις παραμέτρους του ελεγκτή. Με την ρύθμιση λοιπόν των παραμέτρων του ελεγκτή, προσπαθεί να ικανοποιήσει ορισμένα κριτήρια όπως είναι η υπερύψωση, τους χρόνους ανύψωσης και αποκατάστης και το μόνιμο σφάλμα. Για να μπορέσει να επιτύχει λοιπόν αυτά τα κριτήρια, υπάρχουν αρκετοί μέθοδοι με τις οποίες έχει τη δυνατότητα να ρυθμίσει τα χαρακτηριστικά του ελεγκτή. Οι μέθοδοι αυτές διαφέρουν ανάλογα με την γνώση ή μη του μαθηματικού μοντέλου του συστήματος, την πολυπλοκότητα του, αν αναφέρεται σε κλειστό ή ανοιχτό βρόχο, καθώς και την εμπειρία του μηχανικού που θα θελήσει να ρυθμίσει τον ελεγκτή. Μερικές από αυτές παρουσιάζονται παρακάτω. (Δρ. Αλαφοδήμος Κ, 2017, “Βιομηχανικοί ελεγκτές”)

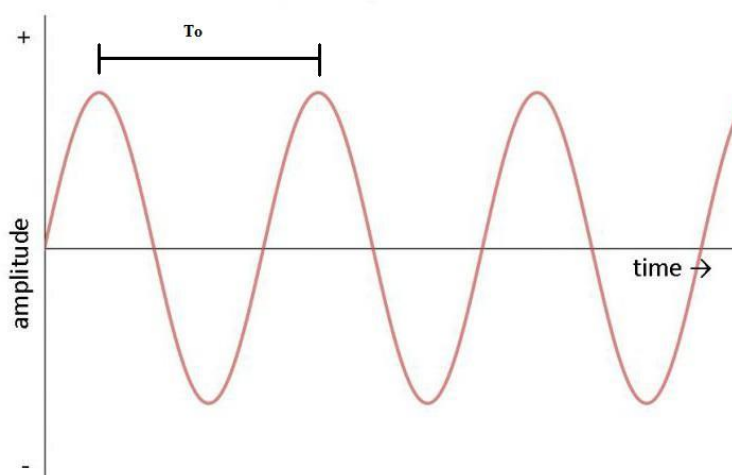
4.2.1 Μέθοδος Zeigler-Nichols (Κλειστού Βρόχου)

Η μέθοδος αυτή, εφαρμόζεται τόσο σε γνωστό μοντέλο διεργασίας (συνάρτηση μεταφοράς), όσο και σε άγνωστο. Στηρίζεται στις εξισώσεις που αναπτύχθηκαν από τους Zeigler-Nichols εμπειρικά.

Σε γνωστό μοντέλο διεργασίας

➤ Ημπειραματική μέθοδος

Σε αυτή τη μέθοδο, τα κέρδη K_i και K_d μηδενίζονται και το κέρδος K_p αυξάνεται σταδιακά μέχρι να παρατηρηθεί ημιτονοειδής μορφή ταλάντωσης με σταθερό πλάτος. Τότε το κέρδος K_p ονομάζεται $K_{κρ\iota\sigma}$.



Εικόνα 4.2: Απόκριση συστήματος

Στη συνέχεια υπολογίζεται η περίοδος T_0 από την κυματομορφή. Τέλος, με βάση τις εξισώσεις των Z-N που θα ακολουθήσουν παρακάτω, μπορεί κάποιος να υπολογίσει τις παραμέτρους του ελεγκτή.

$$\mathbf{PID:} \quad K_p = 0.6K_{\text{κρισ}} , \quad (4.5) \quad \text{ή} \quad K_c = 0.6K_{\text{κρισ}} , \quad (4.5.1)$$

$$K_i = \frac{2K_p}{T_0} , \quad (4.6) \quad T_i = \frac{T_0}{2} , \quad (4.6.1)$$

$$K_d \geq 0.125K_p T_0 , \quad (4.7) \quad T_d = \frac{T_0}{8} , \quad (4.7.1)$$

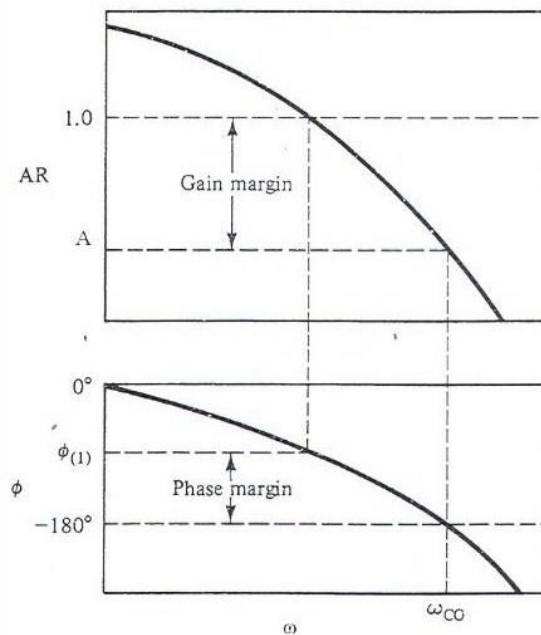
$$\mathbf{PI:} \quad K_p = 0.5K_{\text{κρισ}} , \quad (4.8) \quad \text{ή} \quad K_c = 0.5K_{\text{κρισ}} , \quad (4.8.1)$$

$$K_i \leq \frac{1.2K_p}{T_0} , \quad (4.9) \quad T_i = \frac{T_0}{1.2} , \quad (4.9.1)$$

$$\mathbf{P:} \quad K_p = 0.5K_{\text{κρισ}} , \quad (4.10)$$

➤ Διαγράμματα BODE

Υπάρχει η δυνατότητα κάποιος να βρεί τα $K_{\text{κρισ}}$ και T_0 από τα διαγράμματα του BODE (μέθοδο απόκριση συχνότητας) και στη συνέχεια να υπολογίσει τις τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή με τις εξισώσεις Z-N. Από τα διαγράμματα αυτά, υπολογίζεται η συχνότητα θλάσης ω_{CO} και το σημείο όπου το κέρδος της συνάρτησης μεταφοράς ανοιχτού βρόχου $G_T(j\omega)$ είναι ένα ($AR=1$).



Εικόνα 4.3: Διαγράμματα Bode

Έτσι, έχει κρίσιμο κέρδος: $K_{\text{κρισ}} = \frac{1}{A}$ και κρίσιμη περίοδο: $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$. Τέλος, με βάση τους τύπους που δίνονται πιο πάνω, υπολογίζει τα κέρδη του ελεγκτή. Να

σημειωθεί πως οι τιμές που θα βρεθούν, χρειάζονται ρύθμιση για να μπορέσει να επιτύχει την επιθυμητή απόκριση.

➤ Αναλυτική μέθοδος

Σε αυτή τη μέθοδο, οι παράμετροι του ελεγκτή PID υπολογίζονται με καθαρά αλγεβρικό τρόπο. Πρώτα πρέπει να βρεθεί η συχνότητα θλάσης (ή κρίσιμη συχνότητα) ω_0 , η οποία βρίσκεται από το σημείο που η καμπύλη της φάσης τέμνει τις -180° . Δίνεται η σχέση:

$$-180^\circ = |\underline{G}(s)|_{s=j\omega} = |\underline{G}(j\omega)|, \quad (4.11)$$

Έτσι, επιλέγονται τιμές στο ω μέχρι να βρεθεί ένα ω_0 που να ικανοποιεί τη παραπάνω σχέση.

Έπειτα, από την εξίσωση $G(s)$ και για $\omega = \omega_0$ υπολογίζεται το A :

$$20\log A = 20\log |G(s)|_{s=j\omega}, \quad (4.12)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζονται τα $K_{\text{κρισ}} = \frac{1}{A}$ και $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$.

Τέλος, οι παράμετροι του ελεγκτή βρίσκονται από τις εξισώσεις Z-N που δείξαμε πιο πάνω.

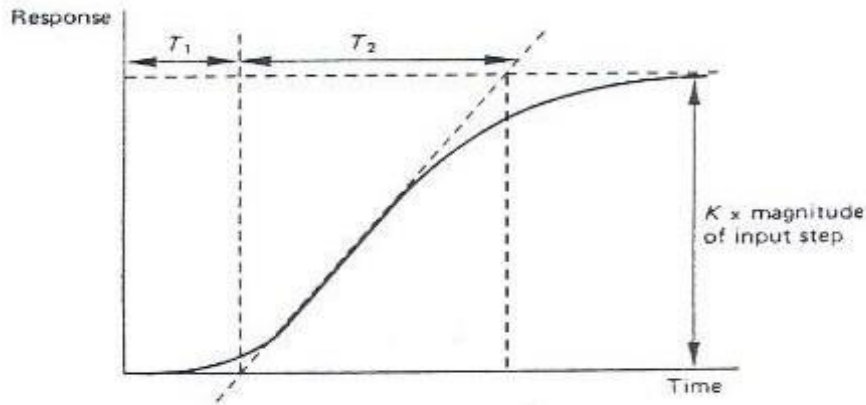
Σε άγνωστο μοντέλο διεργασίας

Σε αυτή τη περίπτωση τώρα, καλείται κάποιος να ρυθμίσει τις παραμέτρους του ελεγκτή PID σε μία διεργασία της οποίας, το μοντέλο μας είναι άγνωστο. Οπότε, πρώτα πρέπει να υπολογίσει την $G(s)$.

Αυτό το μοντέλο, υπολογίζεται με βάση την καμπύλη απόκρισης στο πεδίο του χρόνου από την έξοδο $Y(s)$, μετά από βηματική μεταβολή στην είσοδο $R(s)$.

Αρχικά, πρέπει να εφαρμόσει στην είσοδο της διεργασίας μοναδιαία βηματική και ταυτόχρονα να καταγράψει την έξοδο $Y(s)$. Από την απόκριση αυτή, μπορεί να υπολογίσει κατά προσέγγιση τις παραμέτρους της $G(s)$. Συνήθως, επιλέγεται μοντέλο πρώτου βαθμού με καθυστέρηση, δηλαδή: $G(s) = \frac{K}{1+sT_2} e^{-T_1s}$. (4.13)

Όπου, $K = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, Δy η μεταβολή στην έξοδο και Δx η μεταβολή στην είσοδο της διεργασίας. Τα T_1, T_2 υπολογίζονται από την απόκριση της εξόδου φέροντας εφαπτομένη πάνω σε αυτή.



Εικόνα 4.4: Βηματική απόκριση ανοιχτού βρόχου

Τέλος, υπολογίζονται οι παραμέτροι του ελεγκτή με βάση τις εξισώσεις Z-N που δίνονται παρακάτω.

	Kc	Ti	Td
PID	$\frac{1.2}{ST_1}$	$2T_1$	$0.5T_1$
PI	$\frac{0.9}{ST_1}$	$3T_1$	
P	$\frac{1}{ST_1}$		

Πίνακας 4.1: Εξισώσεις αγνώστου μοντέλου διεργασίας Zeigler - Nichols

Όπου, $S = \frac{K}{T_2}$ η κλίση της καμπύλης απόκρισης. (4.14)

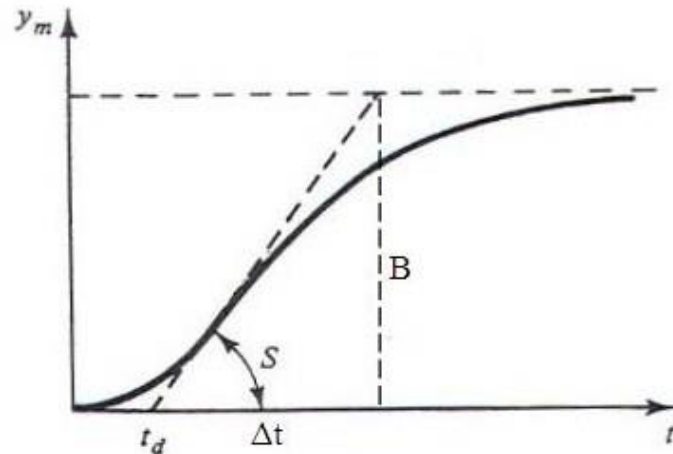
4.2.2 Μέθοδος Cohen-Coon (Ανοιχτού Βρόχου)

Οι Cohen-Coon, ανέπτυξαν μία μέθοδο παραπλήσια με αυτή των Zeigler-Nichols. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται είτε σε γνωστό μοντέλο διεργασίας είτε σε άγνωστο. Ακόμη και σε αυτή τη μέθοδο η προσομοίωση γίνεται με μοντέλο πρώτου βαθμού όπου η συνάρτηση μεταφοράς έχει τη μορφή: $G(s) = \frac{K}{s\tau+1} e^{-t_d s}$. (4.15)

Όπου, K το κέρδος, t_d σταθερά απόκρισης ή καθυστέρησης και τ η σταθερά της διεργασίας.

Υπάρχουν δύο τρόποι με τους οποίους μπορεί κάποιος να υπολογίσει τις παραμέτρους του μοντέλου.

1. Ο πρώτος είναι, από την καμπύλη απόκρισης στο πεδίο του χρόνου, η οποία ονομάζεται και καμπύλη εκτίμησης. Ένα παράδειγμα με βηματική είσοδο φαίνεται παρακάτω.



Εικόνα 4.5: Βηματική απόκριση για τη μέθοδο Cohen - Coon

Φέροντας πάλι εφαπτομένη στην απόκριση, βρίσκει την σταθερά απόκρισης t_d . Το κέρδος βρίσκεται από τον τύπο $K = \frac{B}{A}$. Όπου, B είναι η τελική τιμή της εξόδου στην αποκατάσταση και A το αντίστοιχο σήμα στην είσοδο που προκαλεί την μεταβολή. Το S είναι η κλίση της καμπύλης και υπολογίζεται από τον τύπο $S = \tan^{-1} \frac{B}{\Delta t}$ ενώ, η σταθερά της διεργασίας τ από τον τύπο $\tau = \frac{B}{S} = \frac{\Delta B}{\Delta t}$.

Έτσι, ο υπολογισμός των παραμέτρων του ελεγκτή PID υπολογίζονται με βάση τον παρακάτω πίνακα.

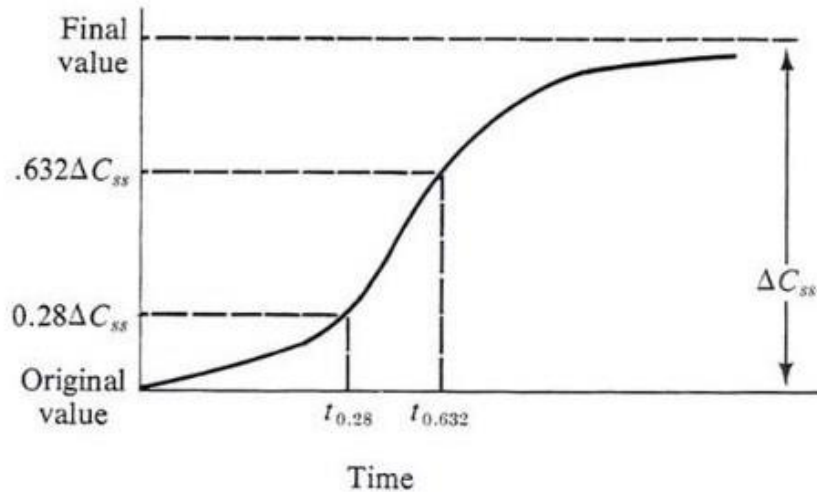
	Kc	Ti	Td
P	$\frac{1}{K} \left(\frac{1}{a} + 0.333 \right)$		
PI	$\frac{1}{K} \left(\frac{0.9}{a} + 0.082 \right)$	$\tau \left[\frac{3.33a + 0.333a^2}{1 + 2.2a} \right]$	
PID	$\frac{1}{K} \left(\frac{1.35}{a} + 0.270 \right)$	$\tau \left[\frac{2.5a + 0.5a^2}{1 + 0.6a} \right]$	$\tau \left[\frac{0.37a}{1 + 0.2a} \right]$

Πίνακας 4.2: Εξισώσεις για τη μέθοδο Cohen - Coon

Όπου, $\alpha = \frac{t_d}{\tau}$. (4.16)

2. Ο δεύτερος τρόπος (εναλλακτική μέθοδος) να υπολογιστούν οι παράμετροι K, τ και t_d είναι, από την χρονική καμπύλη απόκρισης C, η οποία, σχηματίζεται για μοναδιαία βηματική στην είσοδο της διεργασίας. Στην συνέχεια, πάλι από την καμπύλη απόκρισης

στο πεδίο του χρόνου, αναζητείται το 63.2% και το 28% της τελικής τιμής, καθώς και τον αντίστοιχο χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει σε αυτή τη τιμή. Πάλι υποτίθεται μοντέλο διεργασίας πρώτου βαθμού της μορφής: $G(s) = \frac{K}{s\tau+1} e^{-t_d s}$.



Εικόνα 4.6: Βηματική απόκριση της εναλλακτικής μεθόδου Cohen - Coon

Σε αυτή την περίπτωση οι παράμετροι της συνάρτησης μεταφοράς υπολογίζονται από τους παρακάτω τύπους:

$$K = \frac{\Delta c}{\Delta x} = \frac{B}{A}, \quad (4.17)$$

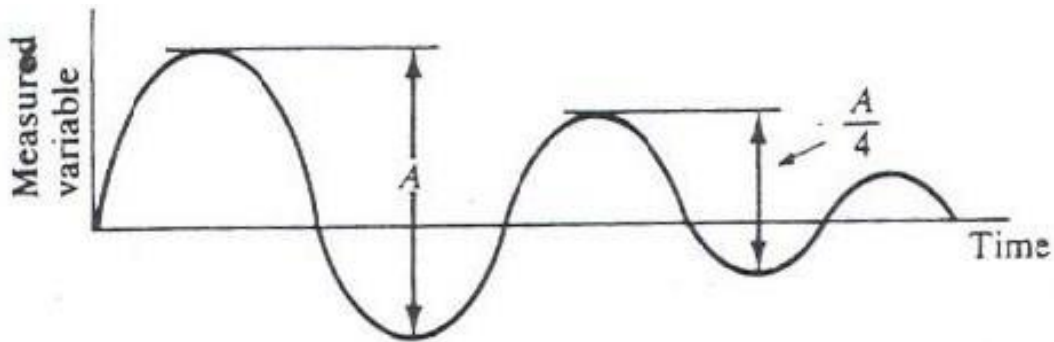
$$\tau = 1.5(t_{0.632} - t_{0.28}), \quad (4.18)$$

$$t_d = 1.5 \left(t_{0.28} - \frac{1}{3} t_{0.632} \right), \quad (4.19)$$

Τέλος, οι παράμετροι του ελεγκτή PID υπολογίζονται με βάση τον πίνακα που δείξαμε πιο πάνω.

4.2.3 Μέθοδος Κλειστού Βρόχου Ή Τροποποίησης (Modified Method)

Στη μέθοδο κλειστού βρόχου μηδενίζονται τα κέρδη K_i , K_d και μεταβάλλεται το κέρδος K_p μέχρι η έξοδος να παρουσιάσει ταλάντωση φθίνουσας μορφής. Με κύριο στόχο, το εύρος στη δεύτερη περίοδο να είναι ίσο με το $\frac{1}{4}$ του εύρους στη πρώτη. Οι τιμές του κέρδους A και της περιόδου T_o υπολογίζονται από το σήμα στην έξοδο.



Εικόνα 4.7: Απόκριση συστήματος modified method

Οι τιμές των παραμέτρων του ελεγκτή PID υπολογίζονται με βάση τον παρακάτω πίνακα.

	Kc	Ti	Td
P	Προσαρμόζεται το κέρδος ώστε το εύρος στη δεύτερη περίοδο να ισούται με το 1/4 του εύρους της πρώτης		
PI	Προσαρμόζεται το κέρδος ώστε το εύρος στη δεύτερη περίοδο να ισούται με το 1/4 του εύρους της πρώτης	T_0	
PID	Προσαρμόζεται το κέρδος ώστε το εύρος στη δεύτερη περίοδο να ισούται με το 1/4 του εύρους της πρώτης	$\frac{T_0}{1.5}$	$\frac{T_0}{6}$

Πίνακας 4.3: Εύρεση των παραμέτρων στη modified method

4.2.4 Μέθοδος Astrom Και Hagglund

Οι Astrom και Hagglund βασίστηκαν στη μέθοδο Zeigler-Nichols, την οποία, εξήγησαν με βάση τα διαγράμματα Nyquist. Συγκεκριμένα πρότειναν ότι, αντί ο ελεγκτής PID να ρυθμίζεται για να μεταφέρει το σημείο $\left(\frac{-1}{K_u}, 0\right)$ σε ένα καθορισμένο σημείο, π.χ. A (-0.8, -0.67j). Να ρυθμίζεται να πηγαίνει σε ένα σημείο B με μέτρο r_b και φάση φ_b . Οι τιμές του ελεγκτή PID βρίσκονται με βάση τον παρακάτω πίνακα. (T_u, K_u η περίοδος και το κέρδος αντίστοιχα).

	Kp	Ti	Td
PI	$K_u r_b \cos(\varphi_b)$	$\frac{-T_u}{2\pi \tan(\varphi_b)}$	
PID	$K_u r_b \cos(\varphi_b)$	$\frac{-T_u}{\pi} \left(\frac{1 + \sin(\varphi_b)}{\cos(\varphi_b)} \right)$	$\frac{-T_u}{4\pi} \left(\frac{1 + \sin(\varphi_b)}{\cos(\varphi_b)} \right)$

Πίνακας 4.4: Εξισώσεις για τη μέθοδο Astrom και Hagglund

4.2.5 Μέθοδος Tyreus – Lyuben

Ακόμη μία μέθοδος ρύθμισης των παραμέτρων του ελεγκτή PID είναι η μέθοδος των Tyreus και Lyuben. Αυτοί οι δύο συνιστούν τον παρακάτω πίνακα για την εύρεση πιο συντηρητικών τιμών των παραμέτρων.

	Kc	Ti	Td
PI	$0.31K_{κρι}$	$2.2T_0$	
PID	$0.45K_{κρι}$	$2.2T_0$	$\frac{T_0}{6.3}$

Πίνακας 4.5: Εξισώσεις για τη μέθοδο Tyreus - Lyuben

4.2.6 Εμπειρική Μέθοδος

Ένας ακόμη τρόπος που μπορεί κάποιος να ρυθμίσει τις παραμέτρους του ελεγκτή PID είναι η εμπειρική μέθοδος. Αυτή η μέθοδος στηρίζεται στην επίδραση που έχει ο κάθε όρος του ελεγκτή στα χαρακτηριστικά της απόκρισης στην έξοδο. Φυσικά όπως είναι γνωστό, δεν δίνει τα πιο “ακριβή” αποτελέσματα, αφού, ο κάθε όρος επηρεάζει τη συμπεριφορά του άλλου. εντούτοις αποτελεί μία σχετικά εύκολη μέθοδο για να ρυθμιστούν σωστά οι παράμετροι. Παρακάτω, υπάρχει ένας πίνακας, ο οποίος εξηγεί τι επίδραση προκαλεί η αλλαγή κάθε όρου στο σύστημα.

Παράμετρος	Μόνιμο Σφάλμα	Χρόνος Ανύψωσης (tr)	Χρόνος Αποκατάστασης (ts)	Υπερύψωση (Mp)	Επίδραση Στην Ευστάθεια
Kp	Μείωση	Μείωση	Μικρή Αλλαγή	Αύξηση	Αρνητική
Ki	Μηδενισμός	Μείωση	Αύξηση	Αύξηση	Αρνητική
Kd	Μικρή Αλλαγή	Μικρή Αλλαγή	Μείωση	Μείωση	Θετική αν Kd μικρό

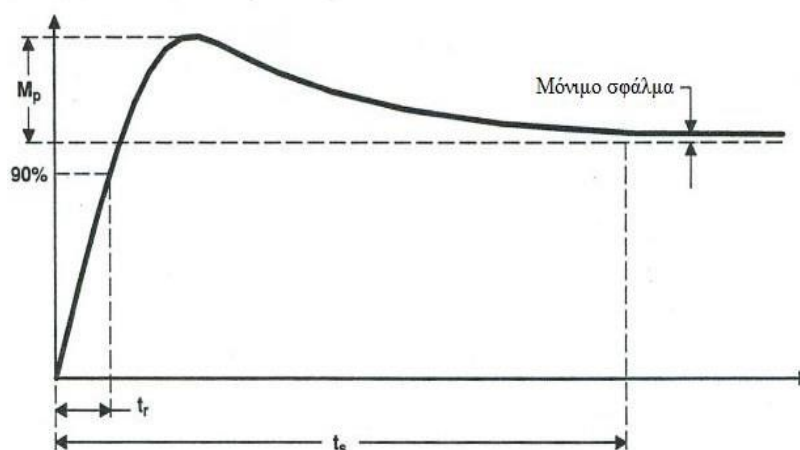
Πίνακα 4.6: Επίδραση των παραμέτρων του PID στο σύστημα

Σύμφωνα με το παραπάνω πίνακα προκύπτει το συμπέρασμα ότι με την αύξηση του κέρδους K_p , το μόνιμο σφάλμα και ο χρόνος ανύψωσης μειώνονται (τα οποία συχνά είναι επιθυμητά για την απόκριση ενός συστήματος). Από την άλλη, η υπερύψωση αυξάνεται και η επίδραση στην ευστάθεια του συστήματος είναι αρνητική.

Στην περίπτωση που αυξηθεί το κέρδος K_i το μόνιμο σφάλμα μηδενίζεται και μειώνεται ο χρόνος ανύψωσης ενώ αυξάνεται ο χρόνος αποκατάστασης και η υπερύψωση. Παράλληλα, η επίδραση του στην ευστάθεια του συστήματος είναι αρνητική.

Με την αύξηση του K_d παρατηρείται μικρή αλλαγή στο μόνιμο σφάλμα και στον χρόνο ανύψωσης ενώ μειώνεται η υπερύψωση και ο χρόνος αποκατάστασης. Στην περίπτωση που η τιμή του K_d είναι μικρή, η επίδραση στην ευστάθεια του συστήματος είναι θετική.

Παρακάτω φαίνεται ένα παράδειγμα απόκρισης εξόδου ενός συστήματος.



Εικόνα 4.8: Απόκριση εξόδου ενός συστήματος

4.3 Σύνοψη - Συμπεράσματα

Όπως διατυπώνεται παραπάνω, ο ελεγκτής PID αποτελεί τον πιο διαδεδομένο τύπο ελέγχου που χρησιμοποιείται στην βιομηχανία. Η αιτία αυτού είναι, η ευκολία στην ρύθμισή του, το μικρό κόστος και οι υψηλές επιδόσεις που προσφέρει στα περισσότερα πρακτικά συστήματα. Στο κεφάλαιο αυτό, αναφέρονται τα χαρακτηριστικά του, η δομή του και οι τρόποι με τους οποίους ρυθμίζονται οι παράμετροί του.

Όπως έγινε αντιληπτό, στην βιβλιογραφία υπάρχουν πολυάριθμες μέθοδοι ρύθμισης των παραμέτρων του ελεγκτή PID, όπου η κάθε μία έχει τα δικά της μειονεκτήματα και πλεονεκτήματα. Αξίζει να σημειωθεί ότι οι περισσότερες μέθοδοι προσεγγίζουν πρωτοβάθμια συστήματα σε μεγάλο βαθμό επιτυχίας. Ωστόσο, οι μέθοδοι αυτοί μετασχηματίζονται για να μπορέσουν να ανταπεξέλθουν και σε συστήματα μεγαλύτερης τάξης. Ιδιαίτερα σημαντικό είναι ότι για συστήματα μεγαλύτερης τάξης η εφαρμογή του ελεγκτή γίνεται όλο και πιο δύσκολη ενώ οι μέθοδοι ρύθμισης αυτού είναι περιορισμένες.

5. ΈΛΕΓΧΟΣ ΤΕΤΡΑΚΟΠΤΕΡΟΥ

5.1 Γενικά

Σε αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν οι εξισώσεις του ελεγκτή PID που εφαρμόζονται για τον έλεγχο του τετρακόπτερου. Αρχικά, το μοντέλο που το περιγράφει θα πρέπει να απλοποιηθεί και στη συνέχεια με βάση τις γραμμικοποιημένες εξισώσεις που θα προκύψουν, επιλέγεται ο τύπος του ελεγκτή που θα χρησιμοποιηθεί (P, PI, PD ή PID). Κατόπιν, επιλέγεται η βέλτιστη μέθοδος ρύθμισης των παραμέτρων και με βάση αυτή γίνεται η ρύθμισή του.

5.2 Απλοποίηση Μαθηματικού Μοντέλου

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάστηκε η μαθηματική ανάλυση του συστήματος του τετρακόπτερου. Συγκεκριμένα, αναφέρθηκαν οι κινηματικές και δυναμικές εξισώσεις που το διέπουν με αποτέλεσμα να εξαχθούν οι καταστατικές εξισώσεις που ορίζουν την κίνησή του (3.14)–(3.21). Υπενθυμίζεται ότι το σύστημα είναι υποενεργοποιούμενο (underactuated), δηλαδή διακατέχεται μόνο από τέσσερις μεταβλητές ελέγχου με τη βοήθεια των οποίων πρέπει να ελεγχθούν δώδεκα καταστάσεις σε ένα συνολικό σύστημα έξι βαθμών ελευθερίας (6-DOF). Για την επίτευξη, λοιπόν, του ελέγχου θα πρέπει οι τέσσερις μεταβλητές ελέγχου, ύψος (z) και οι 3 γωνίες (φ: roll, θ: pitch, ψ: yaw) να συνδυαστούν μεταξύ τους.

Τονίζεται ότι αρκεί να ελεγχθούν οι καταστάσεις που δίνονται από τις εξισώσεις (3.16), (3.20), (3.21), (3.22) με την παραδοχή πως κάποιοι από τους όρους δεν παίζουν μεγάλο ρόλο στη συμπεριφορά του συστήματος και το βασικότερο ότι η προσομοίωση του ελικοπτερου εκτελείται κοντά σε κατάσταση hover (σταθερής αιώρησης) .

Συνεπώς, τέσσερις βασικές κινήσεις από το συνολικά 6^ο βαθμού ελευθερίας σύστημα καθιστούν το τετρακόπτερο ικανό να φθάσει στο επιθυμητό ύψος με την επιθυμητή συμπεριφορά. (Jirinec T., 2011, “Stabilization and control of unmanned quadcopter”)

$$U_b(\omega) = [0 \quad 0 \quad U_1 U_2 \quad U_3 \quad U_4]^T = [0 \quad 0 \quad T_b \tau_\phi \quad \tau_\theta \quad \tau_\psi]^T, \quad (5.1)$$

Όπου τα σήματα ελέγχου του συστήματος ορίζονται ως εξής (Murthi Eswar G., 2015, “Quadcopter flight mechanics model and control algorithms”) :

$$\begin{cases} U_1 = K_T * (\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ U_2 = 1 * K_T * (\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ U_3 = 1 * K_T * (\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ U_4 = b * (-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{cases}, \quad (5.2)$$

Και σε μορφή πίνακα ισχύει :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = U_b(\omega) = \mathbf{S} * \omega^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_T & K_T & K_T & K_T \\ 0 & -lK_T & 0 & lK_T \\ -lK_T & 0 & lK_T & 0 \\ -b & b & -b & b \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

Τελικά, μετά την απλοποίηση οι καταστατικές εξισώσεις θα έχουν ως εξής :

$$(3.16) \quad \Rightarrow \quad \ddot{z} = \dot{u}_z = -g + (\cos\phi\cos\theta) \frac{U_1}{m}, \quad (5.4)$$

$$(3.20) \quad \Rightarrow \quad \dot{p} = \dot{\omega}_x = \frac{U_2}{I_{xx}}, \quad (5.5)$$

$$(3.21) \quad \Rightarrow \quad \dot{q} = \dot{\omega}_y = \frac{U_3}{I_{yy}}, \quad (5.6)$$

$$(3.22) \quad \Rightarrow \quad \dot{r} = \dot{\omega}_z = \frac{U_4}{I_{zz}}, \quad (5.7)$$

5.3 Εξισώσεις Ελέγχου

Παρακάτω παρουσιάζονται οι εξισώσεις ελέγχου ενός τετρακόπτερου, οι οποίες είναι υπεύθυνες για την κίνησή του στον χώρο. Οι παρακάτω εξισώσεις, αναφέρονται στην μορφή PD ελεγκτή χωρίς αυτό να σημαίνει ότι δεν υπάρχει η δυνατότητα να τροποποιηθούν κατάλληλα για κάποια άλλη μορφή του ελεγκτή (P, PI ή PD). (Coursera, 2016, “Robotics: Aerial Robotics by University of Pennsylvania”)

5.3.1 Εξισώσεις Ελέγχου Σε Μία Διάσταση (1-D)

Για τον έλεγχο του τετρακόπτερου σε μία διάσταση (1-D), απαιτείται μία μόνο εξίσωση εισόδου ελέγχου για τον ελεγκτή PD. Η εξίσωση αυτή, είναι υπεύθυνη για την κίνηση του τετρακόπτερου μόνο στον άξονα Z, δηλαδή στο ύψος. Παρακάτω δίνεται η εξίσωση:

$$u = m(\ddot{z}_{des} + K_p e + K_d \dot{e} + g), \quad (5.1)$$

Όπου,

m: Είναι η μάζα του τετρακόπτερου

g: Η επιτάχυνση της βαρύτητας

K_p: Το αναλογικό κέρδος του ελεγκτή

K_d : Το παραγωγικό κέρδος του ελεγκτή

e : Το σφάλμα (το οποίο μπορεί να υπολογιστεί από τις τρέχουσες και επιθυμητές καταστάσεις)

\dot{e} : Η παράγωγος του σφάλματος (η οποία μπορεί να υπολογιστεί από τις τρέχουσες και επιθυμητές καταστάσεις)

\ddot{z}_{des} : Είναι η επιθυμητή επιτάχυνση στον άξονα z

5.3.2 Εξισώσεις Ελέγχου Σε Δύο Διαστάσεις (2-D)

Για τον έλεγχο του τετρακόπτερου σε δύο διαστάσεις (2-D), απαιτούνται τρεις εξισώσεις ελέγχου. Οι εξισώσεις αυτές αφορούν την κίνηση στον άξονα z (το ύψος του οχήματος) καθώς και την γωνία του roll (ή αλλιώς την γωνία φ) που διαγράφει το τετρακόπτερο και όπως είναι αντιληπτό την θέση του στον y άξονα. Παρακάτω, δίνονται οι εξισώσεις ελέγχου:

$$u_1 = m[g + \ddot{z}_{des} + K_{d,z}(\dot{z}_{des} - \dot{z}) + K_{p,z}(z_{des} - z)], \quad (5.2)$$

$$u_2 = K_{d,\varphi}(\dot{\varphi}_c - \dot{\varphi}) + K_{p,\varphi}(\varphi_c - \varphi), \quad (5.3)$$

$$\varphi_c = -\frac{1}{g}[\ddot{y}_{des} + K_{d,y}(\dot{y}_{des} - \dot{y}) + K_{p,y}(y_{des} - y)], \quad (5.3)$$

Όπου,

m : Είναι η μάζα του τετρακόπτερου

g : Η επιτάχυνση της βαρύτητας

$K_{d,z}, K_{d,y}$: Το παραγωγικό κέρδος του ελεγκτή για τον άξονα z, y αντίστοιχα

$K_{p,z}, K_{p,y}$: Το αναλογικό κέρδος του ελεγκτή για τον άξονα z, y αντίστοιχα

$\ddot{z}_{des}, \ddot{y}_{des}$: Η επιθυμητή επιτάχυνση στον άξονα z, y αντίστοιχα

$\dot{z}_{des}, \dot{y}_{des}$: Η επιθυμητή ταχύτητα στον άξονα z, y αντίστοιχα

\dot{z}, \dot{y} : Η πραγματική ταχύτητα στον άξονα z, y αντίστοιχα

z_{des}, y_{des} : Η επιθυμητή θέση στον άξονα z, y αντίστοιχα

z, y : Η πραγματική θέση στον άξονα z, y αντίστοιχα

$K_{d,\varphi}$: Το παραγωγικό κέρδος του ελεγκτή για την γωνία φ

$\dot{\varphi}_c$: Η επιθυμητή γωνιακή ταχύτητα φ

$\dot{\varphi}$: Η πραγματική γωνιακή ταχύτητα φ

$K_{p,\varphi}$: Το αναλογικό κέρδος του ελεγκτή για την γωνία φ

φ_c : Η επιθυμητή γωνία φ

φ : Η πραγματική γωνία φ

5.3.3 Εξισώσεις Ελέγχου Σε Τρείς Διαστάσεις (3-D)

Για τον έλεγχο ενός τετρακόπτερου σε τρεις διαστάσεις, απαιτούνται δύο είσοδοι (εξισώσεις) ελέγχου η μία από αυτές είναι πίνακας 3×1 . Οι εξισώσεις αυτές, αφορούν την κίνηση που πραγματοποιεί το όχημα στους τρεις άξονες (x,y,z) αλλά και τις γωνίες roll (φ) και pitch (θ) που διαγράφει κατά την κίνηση. Παρακάτω, δίνονται οι εξισώσεις ελέγχου:

$$\ddot{r}_1 = \ddot{x}_{des} + K_{d1}(\dot{x}_{des} - \dot{x}) + K_{p1}(x_{des} - x), \quad (5.4)$$

$$\ddot{r}_2 = \ddot{y}_{des} + K_{d2}(\dot{y}_{des} - \dot{y}) + K_{p2}(y_{des} - y), \quad (5.5)$$

$$\ddot{r}_3 = \ddot{z}_{des} + K_{d3}(\dot{z}_{des} - \dot{z}) + K_{p3}(z_{des} - z), \quad (5.5)$$

$$\varphi_{des} = \frac{1}{g}(\ddot{r}_1 \sin y_{des} - \ddot{r}_2 \cos y_{des}), \quad (5.4)$$

$$\theta_{des} = \frac{1}{g}(\ddot{r}_1 \cos y_{des} + \ddot{r}_2 \sin y_{des}), \quad (5.4)$$

$$M = \begin{bmatrix} K_{p\varphi}(\varphi_{des} - \varphi) + K_{d\varphi}(p_{des} - p) \\ K_{p\theta}(\theta_{des} - \theta) + K_{d\theta}(q_{des} - q) \\ K_{p\psi}(\psi_{des} - \psi) + K_{d\psi}(r_{des} - r) \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

$$F = g(m + \ddot{r}_3), \quad (5.6)$$

Όπου,

$\ddot{r}_1, \ddot{r}_2, \ddot{r}_3$: Η επιτάχυνση στον άξονα x,y, z αντίστοιχα

$\ddot{x}_{des}, \ddot{y}_{des}, \ddot{z}_{des}$: Η επιθυμητή επιτάχυνση στον άξονα x,y, z αντίστοιχα

K_{d1}, K_{d2}, K_{d3} : Το παραγωγικό κέρδος στον άξονα x,y, z αντίστοιχα

$\dot{x}_{des}, \dot{y}_{des}, \dot{z}_{des}$: Η επιθυμητή ταχύτητα στον άξονα x,y, z αντίστοιχα

$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$: Η πραγματική ταχύτητα στον άξονα x,y, z αντίστοιχα

K_{p1}, K_{p2}, K_{p3} : Το αναλογικό κέρδος στον άξονα x,y, z αντίστοιχα

$x_{des}, y_{des}, z_{des}$: Η επιθυμητή θέση στον άξονα x,y, z αντίστοιχα

x, y, z : Η πραγματική θέση στον άξονα x, y , ζαντίστοιχα

m : Είναι η μάζα του τετρακόπτερου

g : Η επιτάχυνση της βαρύτητας

φ_{des} : Η επιθυμητή γωνία roll που χρειάζεται να διαγράψει το τετρακόπτερο

θ_{des} : Η επιθυμητή γωνία pitch που χρειάζεται να διαγράψει το τετρακόπτερο

M : Η είσοδος u_2

$K_{p\varphi}, K_{p\theta}, K_{p\psi}$: Το αναλογικό κέρδος του ελεγκτή για την γωνία φ (roll angle), θ (pitch angle), ψ (yaw angle) αντίστοιχα

$\varphi_{des}, \theta_{des}, \psi_{des}$: Η επιθυμητή γωνία φ (roll angle), θ (pitch angle), ψ (yaw angle) αντίστοιχα

φ, θ, ψ : Η πραγματική γωνία φ (roll angle), θ (pitch angle), ψ (yaw angle) αντίστοιχα

$K_{d\varphi}, K_{d\theta}, K_{d\psi}$: Το παραγωγικό κέρδος του ελεγκτή για την γωνία φ (roll angle), θ (pitch angle), ψ (yaw angle) αντίστοιχα

$p_{des}, q_{des}, r_{des}$: Η επιθυμητή γωνιακή ταχύτητα για την γωνία φ (roll angle), θ (pitch angle), ψ (yaw angle) αντίστοιχα

p, q, r : Η πραγματική γωνιακή ταχύτητα για την γωνία φ (roll angle), θ (pitch angle), ψ (yaw angle) αντίστοιχα

F : Η είσοδος u_1

Οι εξισώσεις 5.5, 5.6 είναι οι εξισώσεις ελέγχου που χρειάζονται στην είσοδο του ελεγκτή. Οι υπόλοιπες απλώς χρειάζονται για να υπολογιστούν αυτές οι δύο.

6. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΕ MATLAB-SIMULINK

6.1 Γενικά

Το παρακάτω κεφάλαιο αναφέρεται στην εξομοίωση που έγινε στο πρόγραμμα MATLAB (προϊόν της MathWorks). Περιγράφεται αναλυτικά, η ενασχόληση με το toolbox του Peter Corke καθώς και η δημιουργία νέων ελεγκτών πάνω στο υπάρχον μοντέλο SIMULINK. Τέλος, γίνεται αναλυτική περιγραφή για τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζονται τα νέα κέρδη αλλά και η επιλογή του κατάλληλου τύπου ελεγκτή.

6.2 Εξομοίωση Τετρακόπτερου Με Χρήση Του Peter Corke's Toolbox

6.2.1 Περιγραφή Του Toolbox

Το robotics toolbox (version 9.10) είναι μία “εργαλειοθήκη” η οποία έχει δημιουργηθεί από τον ίδιο τον Peter Corke. Συγκεκριμένα, έχει τροποποιηθεί ως τώρα δέκα φορές (δέκα διαφορετικές εκδόσεις) ώστε να μπορεί να υποστηρίξει και τις δύο εκδόσεις του βιβλίου του με τίτλο [“Robotics, Vision & Control”](#). Το παραπάνω toolbox, παρέχει πολλές λειτουργίες που είναι χρήσιμες για τη μελέτη και την προσομοίωση της κλασικής ρομποτικής για βραχίονες, όπως η κινηματική, η δυναμική και η παραγωγή τροχιάς τόσο σε δύο διαστάσεις (2-D) όσο και σε τρεις (3-D).

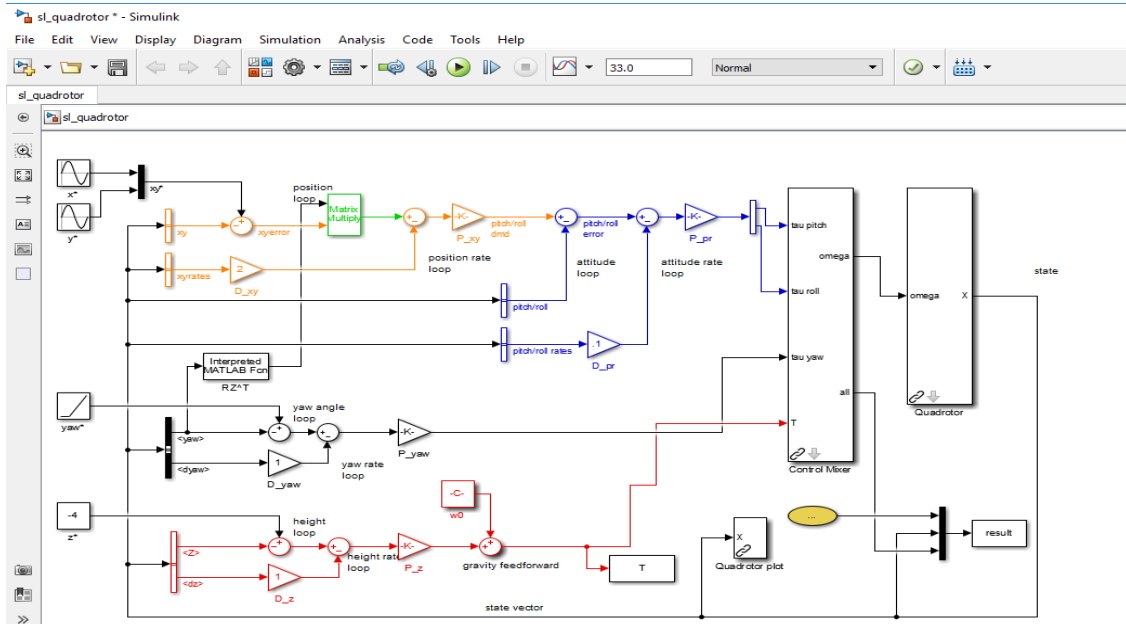
Ακόμη, χρησιμοποιεί μια πολύ γενική μέθοδο για να μπορέσει να αντιπροσωπεύσει την κινηματική και την δυναμική των χειριστών σειριακής ζεύξης ως αντικείμενα στο matlab. Τα αντικείμενα – ρομπότ, μπορούν να δημιουργηθούν από τον χρήστη για οποιονδήποτε χειριστή σειριακής ζεύξης. Επιπλέον, παρέχονται πολλά παραδείγματα για γνωστά ρομπότ από την KInova , Universal Robotics, Rethink καθώς και κλασικά ρομπότ, όπως το Puma 560 και ο βραχίονας Stanford. Τέλος, διαθέτει εξομοίωση ενός μοντέλου τετρακόπτερου (sl_quadrotor) που θα αναλυθεί παρακάτω.

6.2.2 Πλεονεκτήματα - Μειονεκτήματα

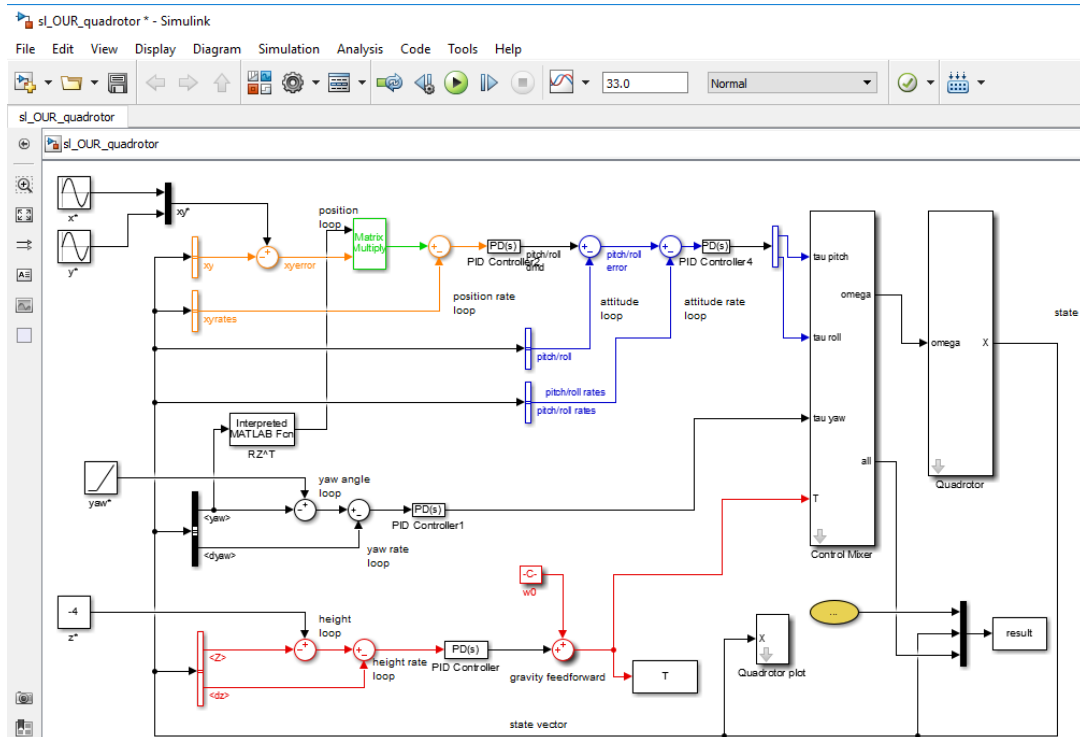
Ένα πλεονεκτήμα του toolbox είναι ότι ο κώδικας σε αυτό έχει εξελιχθεί σε πολύ μεγάλο βαθμό και γι αυτό αποτελεί μέτρο σύγκρισης για πολλές άλλες υλοποιήσεις των ίδιων αλγορίθμων. Επίσης, οι κώδικες είναι γραμμένοι σε αρκετά απλή μορφή που βοηθάει στην κατανόησή του, βεβια αυτό ίσως αποτελεί και ένα μειονέκτημα σε βάρος της υπολογιστικής ακρίβειας. Έτσι σε περίπτωση που κάποιος πιστεύει ότι η υπολογιστική ακρίβεια είναι αρκετά μειωμένη, έχει την δυνατότητα να ξαναγράψει τον κώδικα ή να δημιουργήσει έναν νέο και πιο αποδοτικό.

6.2.3 Περιγραφή Και Εξομοίωση Του Μοντέλου sl_quadrotor

Το μοντέλο sl_quadrotor είναι ένα μοντέλο Simulink που υπάρχει στο robotics toolbox. Η εξομοίωση δείχνει ένα τετρακόπτερο να ανυψώνεται σε ένα προκαθορισμένο ύψος και σε αυτό να αρχίζει να περιστρέφεται κυκλικά με σταθερή ακτίνα. Ο έλεγχος του είναι φυσικά σε τρεις διαστάσεις με τη χρήση ελεγκτή τύπου PD. Να σημειωθεί ότι, τα χαρακτηριστικά του τετρακόπτερου (απαραίτητες παράμετροι) εισάγονται από το αρχείο με όνομα mdl_quadrotor.



Εικόνα 6.1 : Μοντέλο τετρακόπτερου Peter Corke's toolbox στο SIMULINK



Εικόνα 6.2 : Τροποποιημένο μοντέλο τετρακόπτερου

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ο ελεγκτής που χρησιμοποιείται είναι PD. Για την ακρίβεια, υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί ελεγκτές PD.

Κόκκινος Βρόχος

Κοιτάζοντας την παραπάνω εικόνα (Εικόνα 6.6) από κάτω προς τα πάνω, παρατηρείται ο κόκκινος βροχος με έναν ελεγκτή PD υπεύθυνο για τον άξονα z, δηλαδή, ελέγχει το ύψος που θα πρέπει να βρίσκεται το τετρακόπτερο. Τα σήματα εισόδου σε αυτόν τον βρόχο είναι το z (πραγματική θέση στον άξονα z) στο οποίο προσθαφαιρείται η επιθυμητή θέση z^* και το dz το οποίο είναι η πραγματική ταχύτητα στον άξονα z. Η έξοδος του βρόχου αυτού, οδηγείται στην είσοδο T του block control mixer το οποίο θα αναλυθεί παρακάτω.

Μαύρος Βρόχος

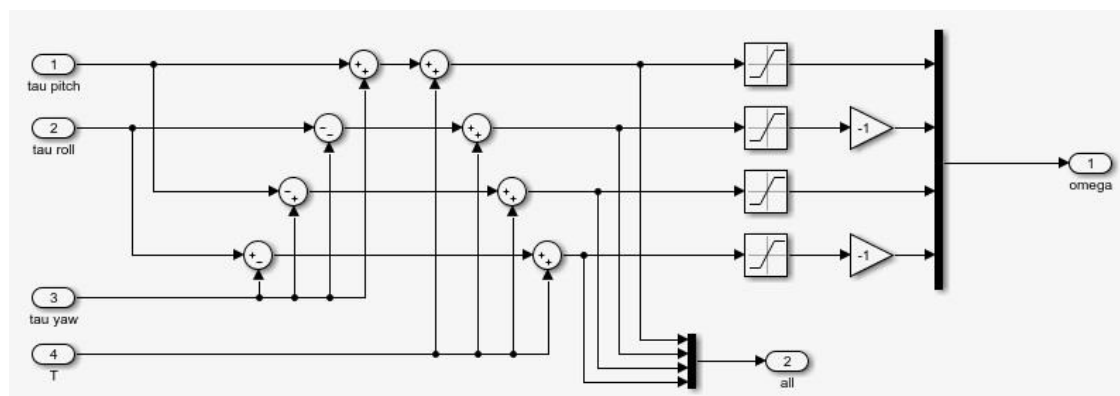
Ακριβώς από πάνω, υπάρχει ο μαύρος βρόχος που είναι υπεύθυνος για την κίνηση yaw. Ρυθμίζει, δηλαδή, την γωνία ψ , καθώς το τετρακόπτερο διαγράφει την κυκλική κίνηση που περιγράφηκε παραπάνω. Τα σήματα εισόδου στον συγκεκριμένο βρόχο είναι το yaw (που είναι η πραγματική γωνία ψ) στο οποίο προσθαφαιρείται και μία συνάρτηση ράμπας με όνομα yaw^* , η οποία αντιπροσωπεύει την επιθυμητή γωνία ψ . Καθώς και το σήμα $dyaw$ που αντιπροσωπεύει την πραγματική γωνιακή ταχύτητα. Η έξοδος του παραπάνω βρόχου, οδηγείται στην είσοδο tau yaw του block control mixer.

Μπλέ Και Πορτοκαλί Βρόχος

Πιο πάνω, παρατηρούνται δύο βρόχοι ο μπλέ και ο πορτοκαλί, ο ένας εσωτερικά του άλλου. Ο ελεγκτής στον μπλέ βρόχο, είναι υπεύθυνος για τις κινήσεις pitch και roll του οχήματος. Τα σήματα στην είσοδο αυτού του βρόχου είναι η προσθαφαίρεση του πορτοκαλί βρόχου με τα σήματα pitch/roll που είναι οι πραγματικές γωνίες θ και φ αντίστοιχα. Καθώς και τα σήματα pitch/roll rates που είναι οι πραγματικές γωνιακές ταχύτητες. Η έξοδος του βρόχου, οδηγείται σε έναν αποπλέκτη, ο οποίος οδηγεί δύο σήματα στις εισόδους tau pitch και tau roll του block control mixer.

Ο πορτοκαλί βρόχος τώρα, βρίσκεται εσωτερικά του μπλέ και είναι υπεύθυνος για τις θέσεις x και y του τετρακόπτερου καθώς κινείται. Τα σήματα εισόδου εδώ είναι η προσθαφαίρεση των σημάτων x, y που είναι οι πραγματικές θέσεις του τετρακόπτερου στους άξονες x, y αντίστοιχα, με τα ημιτονοειδή σήματα x^* και y^* . Καθώς και τα σήματα x, y rates που αντιπροσωπεύουν τις πραγματικές ταχύτητες στους άξονες x και y αντίστοιχα. Τέλος, η έξοδος αυτού οδηγείται στην είσοδο του μπλέ βρόχου.

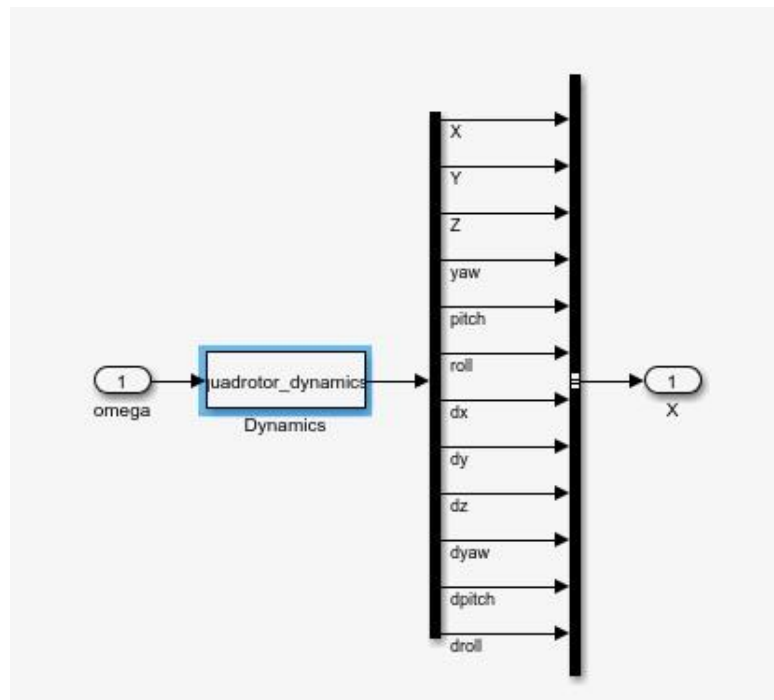
Block Control Mixer



Εικόνα 6.3: Το block control mixer

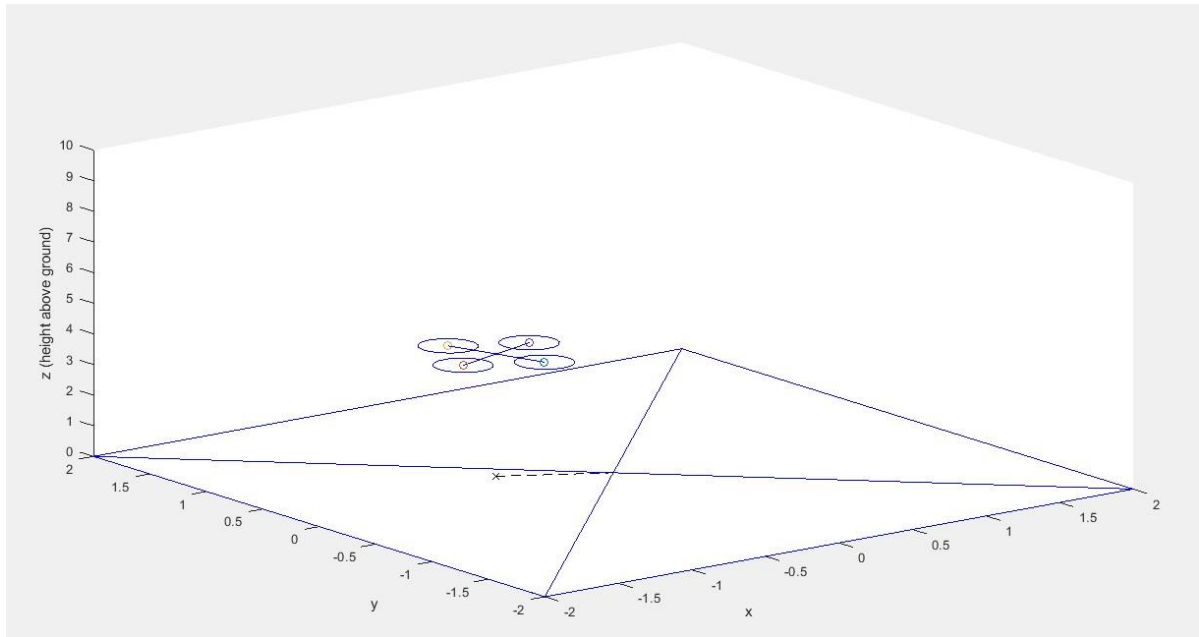
Το block control mixer είναι υπεύθυνο για την ανάμιξη όλων των αξόνων και των ελεγκτών μαζί. Όπως παρατηρείται παραπάνω (Εικόνα 6.7) όλοι οι εξόδοι των βρόχων – ελεγκτών που εισέρχονται στην είσοδο του block επηρεάζει ο ένας τον άλλο. Επίσης παρατηρούνται οι δύο εξόδοι που έχει το block. Η μία έξοδος ονομάζεται all που είναι απλά όλα μαζί και η άλλη ονομάζεται mega η οποία είναι η κύρια έξοδος του block και οδηγείται στην είσοδο ενός άλλου block, του quadrotor (θα αναλυθεί παρακάτω).

Block Quadrotor



Εικόνα 6.4: Το block quadrotor

Το block quadrotor όπως φαίνεται, είναι υπεύθυνο για να εισάγει τις δυναμικές του τετρακόπτερου σε όλα τα απαραίτητα σήματα. Τις δυναμικές αυτές τις δέχεται από ένα αρχείο κώδικα με όνομα `quadrotor_dynamics.m`. Όπως παρατηρείται, η έξοδος του block με όνομα `X` εξάγει τα δώδεκα απαραίτητα σήματα που με τη σειρά τους επιλέγονται κατάλληλα από κάθε βρόχο όπως αναφέρθηκε παραπάνω.

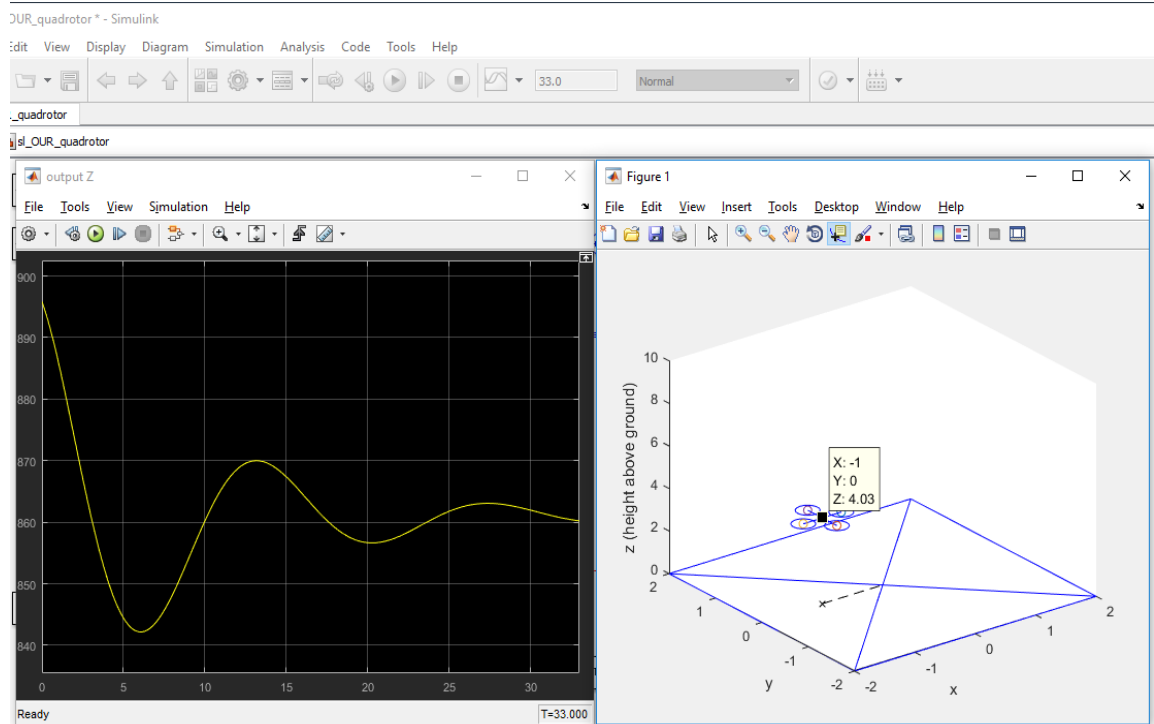


Εικόνα 6.5: Αποτελέσματα εκομοίωσης `sl_quadrotor.m`

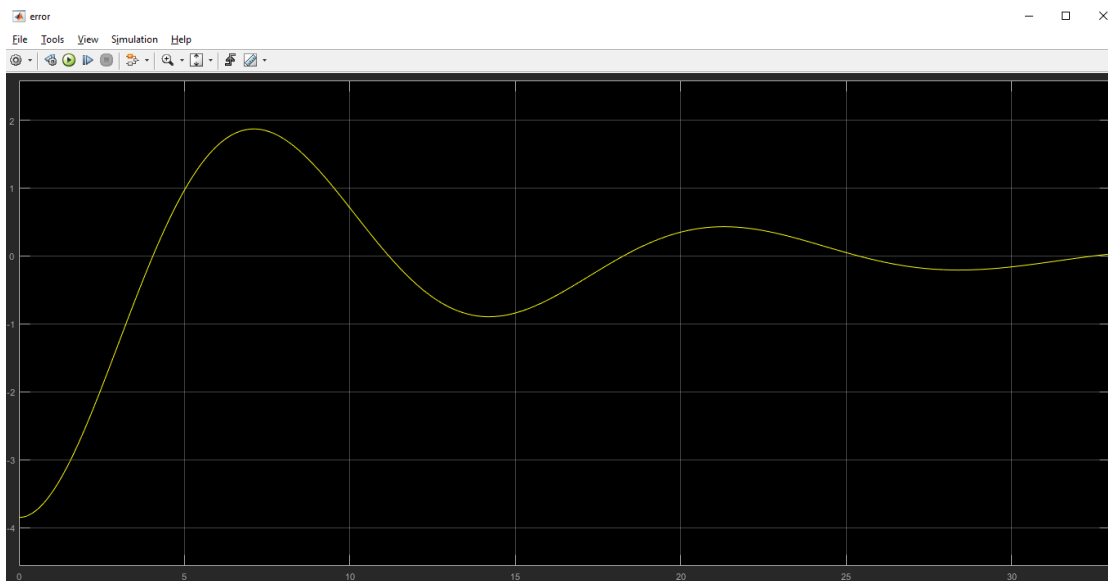
6.2.4 Εφαρμογή Ελεγκτών

6.2.4.1 Έλεγχος Ύψους (άξονας-Z)

Έστω σήμα εισόδου σταθερού παλμού στο -4 και όλα τα άλλα σήματα εισόδου στους άλλους άξονες ίσα με μηδέν. Αφαιρώντας τα gain που είχε το Toolbox εξαρχής και τοποθετώντας το block του PID controller που διαθέτει το MATLAB γίνεται μέτρηση της εξόδου του βρόχου με ένα score για διάφορες τιμές του όρου K_p , έτσι ώστε να βρεθεί για ποια από αυτές, η έξοδος παρουσιάζει τη μορφή φθίνουσας ταλάντωσης με εύρος στη δεύτερη περίοδο ίση με το $\frac{1}{4}$ του εύρους της πρώτης (μέθοδος κλειστού βρόχου ή τροποποίησης ή modified method). Έπειτα από αρκετές δοκιμές φαίνεται πως αυτό το φαινόμενο παρουσιάζεται για την τιμή $K_p = -9.051$ (το μείον υπάρχει επειδή το σήμα z είναι αρνητικό). Με αυτή τη τιμή το τετρακόπτερο μετά από χρόνο 33 second ισορροπεί σε ύψος 4.032 μέτρα. Η περίοδος της ταλάντωσης στο σήμα της εξόδου είναι $T_0 = 12.6$ second.



Εικόνα 6.6: Απόκριση εξόδου άξονα-Z (αριστερά), τελική θέση τετρακοπτερου (δεξιά)



Εικόνα 6.7: Απόκριση σφάλματος επιθυμητού ύψους με μετρούμενο ($z^* - Z$)

Έτσι, με βάση τη μέθοδο τροποποίησης προκύπτουν τα παρακάτω κέρδη:

- Έλεγχος απλού P: $K_p = -9.051$
- Έλεγχος PI: $K_p = -9.051$, $T_i = T_o = 12.6$ ή $K_i = K_p / T_i = -0.7183$
- Έλεγχος PD: $K_p = -9.051$, $T_d = T_o / 6 = 2.1$ ή $K_d = K_p \times T_d = -19.0071$
- Έλεγχος PID: $K_p = -9.051$, $T_i = T_o / 1.5 = 8.4$ ή $K_i = K_p / T_i = -1.0775$, $T_d = T_o / 6 = 2.1$ ή $K_d = K_p \times T_d = -19.0071$

Συμπεράσματα:

➤ **Ελεγκτής - P**

Για έλεγχο P με $K_p = -9.051$, το τετρακόπτερο ανεβαίνει αρκετά αργά μέχρι τα επτά μέτρα περίπου, στη συνέχεια, σταθεροποιείται στα 4.032 μέτρα αφού, παρουσιάσει εναλλάξ κίνηση προς τα πάνω και προς τα κάτω από αυτά. Υπάρχει μία μικρή απόκλιση από την επιθυμητή τιμή η οποία, όμως, δεν είναι τόσο σημαντική.

Τα κύρια προβλήματα εδώ είναι, η αργή ανύψωση του τετρακόπτερου, αυτή η εναλλάξ κίνηση που παρατηρείται και σαφώς οι ταλαντώσεις που εμφανίζονται στο σήμα εξόδου. Κύριο πλεονέκτημα όμως είναι η σχετική ευκολία σχεδίασης του ελέγχου.

Δοκιμάζοντας διάφορες τιμές για το K_p , διαπιστώνεται ότι η καλύτερη τιμή για να φτάνει στο ύψος των τεσσάρων μέτρων χωρίς να ανεβοκατεβαίνει (παρά μόνο να περνάει λίγο πάνω από το τέσσερα, στη συνέχεια λίγο κάτω από αυτό και να ισορροπεί) είναι για την τιμή $K_p = -50$ (χρόνος εξομοίωσης 33 second και στις δύο περιπτώσεις).

➤ **Ελεγκτής -PI**

Τοποθετώντας τα κέρδη K_p , K_i που υπολογίστηκαν, στον ελεγκτή, παρατηρείται πως ξεκινάει να ανεβαίνει προς τα πάνω αρκετά ταχύτερα απ' ό τι στον απλό έλεγχο P. Φτάνει μέχρι τα επτά μέτρα περίπου πάλι και στη συνέχεια κατεβαίνει με πιο αργή ταχύτητα από πριν έως τα δύο μέτρα. Μένει ακίνητο εκεί για κάποια δευτερόλεπτα ώσπου ξεκινάει και πάλι να ανυψώνεται και έπειτα κατεβαίνει πάλι. Γενικά, φαίνεται ότι μέχρι να τελειώσει η εξομοίωση δεν σταθεροποιείται πουθενά (χρόνος εξομοίωσης 33 second).

Κύριο πρόβλημά είναι ότι δεν φτάνει στο επιθυμητό ύψος (δεν σταθεροποιείται κάπου). Στο σήμα εξόδου (ένα score λίγο πριν την είσοδο του control mixer) παρατηρείται φθίνουσα ταλάντωση.

Έπειτα από δοκιμές διάφορων τιμών, συμπεραίνεται ότι για να δουλέψει όσο γίνεται καλύτερα ο έλεγχος PI χρειάζεται να έχει κέρδος, $K_p = -50$ και $K_i = -0.7183$, όπου, τελικά ισορροπεί στα τέσσερα μέτρα. Το σήμα εξόδου, μειώνεται από το 1055 έως το 807 και παρουσιάζοντας ταλαντωτική συμπεριφορά σταθεροποιείται στο 870.

➤ **Ελεγκτής- PD**

Ενσωματώνοντας τα κέρδη K_p , K_d που υπολογίστηκαν πιο πάνω και για χρόνο εξομοίωσης 33 second παρατηρείται πως το τετρακόπτερο ανυψώνεται με σχετικά μέτρια ταχύτητα και ισορροπεί στα 4.002 μέτρα.

Στο σήμα της εξόδου, φαίνεται πως ξεκινάει να πέφτει από μία μεγάλη τιμή (περίπου 8500) παρουσιάζοντας μία πολύ μικρή καμπύλη που τελικά μένει σταθερή περίπου στην τιμή 885.

Σε σύγκριση λοιπόν, με τους προηγούμενους ελέγχους δείχνει να είναι ο πιο αποτελεσματικός αφού δεν έχει καθόλου ταλαντώσεις και το σφάλμα μοιάζει να είναι μηδενικό. Για να θεωρηθεί ως βέλτιστη επιλογή όμως, θα πρέπει να ανυψώνεται πιο γρήγορα.

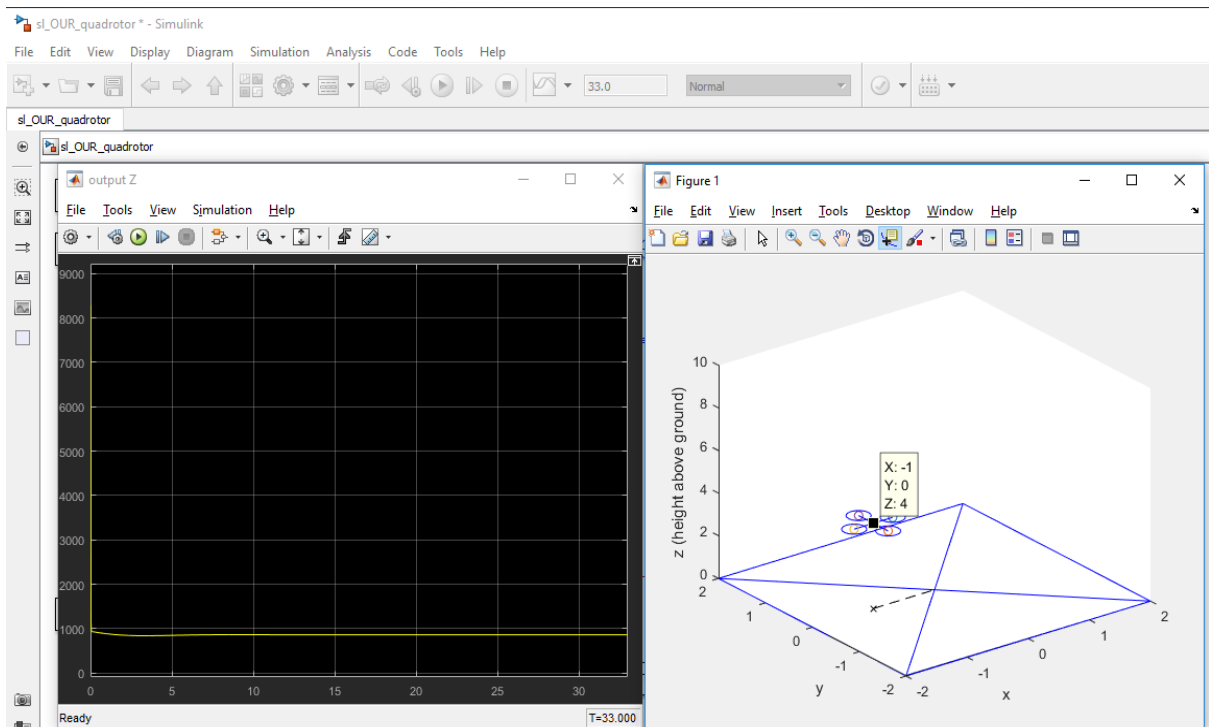
Για το λόγο αυτό, υπήρξαν δοκιμές για διάφορες τιμές στα κέρδη, με το βέλτιστο αποτέλεσμα να είναι: $K_p = -30$ και $K_d = -19.0071$. Το σήμα εξόδου τώρα, είναι σχεδόν ίδιο με πριν και ισορροπεί στα 4 μέτρα ακριβώς.

➤ Ελεγκτής- PID

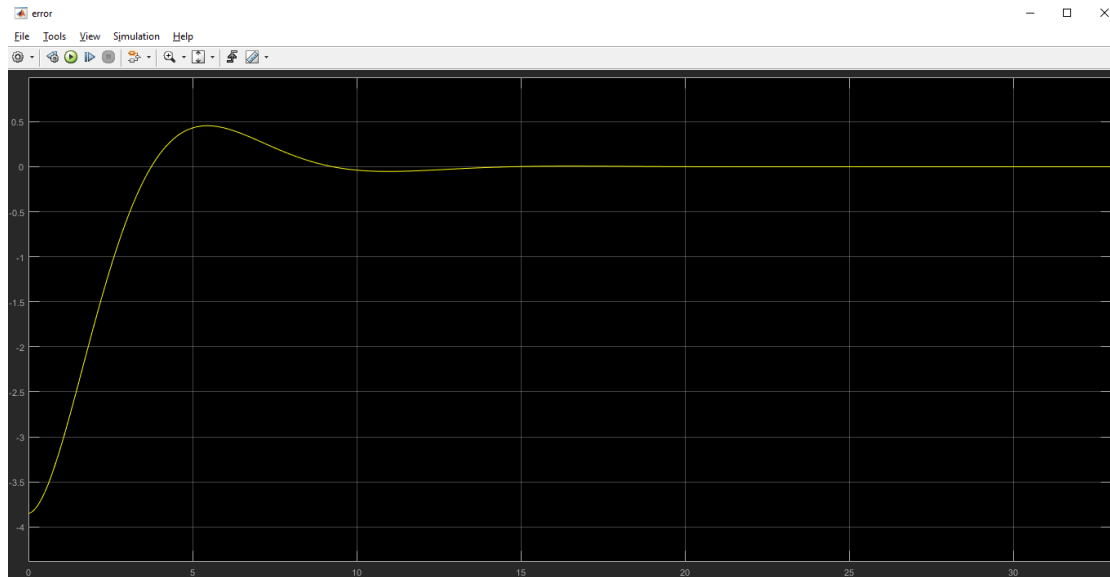
Με βάση τις αρχικές τιμές των κερδών που υπολογίστηκαν παραπάνω ($K_p = -9.051$, $K_i = -0.7183$, $K_d = -19.0071$) και χρόνο εξομοίωσης 33 second, το τετρακόπτερο ανεβαίνει σχετικά αργά μέχρι τα πέντε μέτρα περίπου, στη συνέχεια κατεβαίνει αργά και ομαλά ισορροπώντας στα 4.049 μέτρα. Παράλληλα, το σήμα εξόδου φαίνεται να μοιάζει πολύ με του ελέγχου PD.

Σε περίπτωση που χρειάζεται η ανύψωση του τετρακοπτερου να πραγματοποιείται με μεγαλύτερη ταχύτητα θα χρειαζόταν να αλλάξουν οι τιμές στα κέρδη. Συνεπώς, ύστερα από δοκιμές προκύπτουν οι τιμές: $K_p = -30$, $K_i = -0.7183$, $K_d = -19.0071$ (ισορροπία στα 4.024 μέτρα).

Σημείωση: Ο πιο αποτελεσματικός έλεγχος είναι με τον PD ελεγκτή, παρόλο που φαίνεται να έχει μικρή διαφορά από τον PID ενώ σε σχέση με τον απλό P δεν παρουσιάζει ταλαντώσεις.



Εικόνα 6.8: Έλεγχος PD με $K_p = -30$ & $K_d = -19.0071$ - Απόκριση εξόδου άξονα-Z (αριστερά), τελική θέση τετρακοπτερου (δεξιά)



Εικόνα 6.9: Απόκριση σφάλματος επιθυμητού ύψους με μετρούμενο ($z^* - Z$)

Προσθήκη διαταραχής (συνεχόμενη) πριν τον ελεγκτή

Στην παρούσα φάση, για κάθε τύπο ελεγκτή που δοκιμάστηκε πιο πάνω και σύμφωνα με τις τελικές και περισσότερο ακριβείς τιμές, θα προστεθεί μία διαταραχή στο σήμα z σε σημείο πριν τον ελεγκτή (step function με step time=2, initial value=0, final value=1, sample time=0) με σκοπό να φανεί τι κάνει ο ελεγκτής και αν μπορεί να την εξαλείψει.

- **Ελεγκτής - P**

Αρχικά, δοκιμάζεται απλός έλεγχος P με $K_p = -50$ (όλα τα άλλα σήματα εισόδου στο μηδέν και χρόνος εξομοίωσης 33 second). Το αποτέλεσμα είναι ότι το τετρακόπτερο δεν καταφέρνει να ισορροπήσει στην επιθυμητή τιμή των τεσσάρων μέτρων αλλά των τριών.

Όσον αφορά το σήμα στην έξοδο, φαίνεται ότι ξεκινάει από την τιμή 1055 και πέφτει προς τα κάτω. Την στιγμή που πάει να εμφανιστεί ταλάντωση, στο δεύτερο second όπου εμφανίζεται η διαταραχή, ανεβαίνει απότομα μέχρι το -758 περίπου και αρχίζει να ανεβαίνει εκτελώντας μια ταλάντωση ώσπου τελικά σταθεροποιείται στο 861.

Τέλος, συμπεραίνεται πως οποιαδήποτε τιμή και να υπάρχει στο κέρδος K_p το τετρακόπτερο δεν θα καταφέρει να ισορροπήσει πουθενά αλλού εκτός των τριών μέτρων. Το μόνο που θα αλλάξει θα είναι ο τρόπος με τον οποίον ισορροπεί (θα ανεβοκατεβαίνει μεταξύ αυτού).

- **Ελεγκτής -PI**

Τώρα, έχοντας έλεγχο PI ($K_p = -50$, $K_i = -0.7183$) με την ίδια διαταραχή και με τον ίδιο χρόνο εξομοίωσης (33 second), φαίνεται πως συμπεριφέρεται καλύτερα από τον έλεγχο P αφού, ανυψώνεται λίγο πάνω από τα τρία μέτρα, κατεβαίνει και ισορροπεί εκεί. Επιπλέον, το σήμα της εξόδου μοιάζει πολύ με αυτό του απλού P. Περαιτέρω αλλαγές στα κέρδη δεν επιφέρουν κάποια αξιοσημείωτη αλλαγή στη συμπεριφορά.

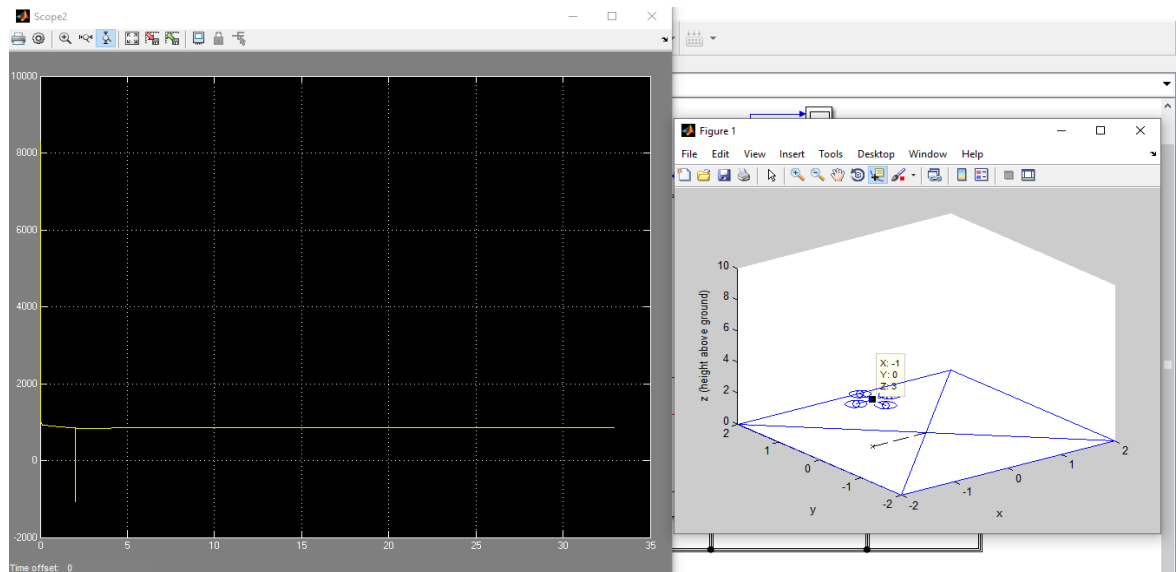
- **Ελεγκτής -PD**

Έστω έλεγχος PD με τιμές $K_p = -30$ και $K_d = -19.0071$, το τετρακόπτερο περνάει τα τρία μέτρα (πλησιάζει τα τέσσερα) και στη συνέχεια κατεβαίνει και ισορροπεί εκεί. Το σήμα στην έξοδο, εφόσον ξεκινήσει από το 8300 και κατέβει για να καταλήξει στην σταθεροποίηση, το δεύτερο δευτερόλεπτο θα κατέβει στιγμιαία μέχρι το -1079 περίπου και αφού θα εκτελέσει μία ταλάντωση θα σταθεροποιηθεί στην τιμή 861. (χρόνος εξομοίωσης 33 second)

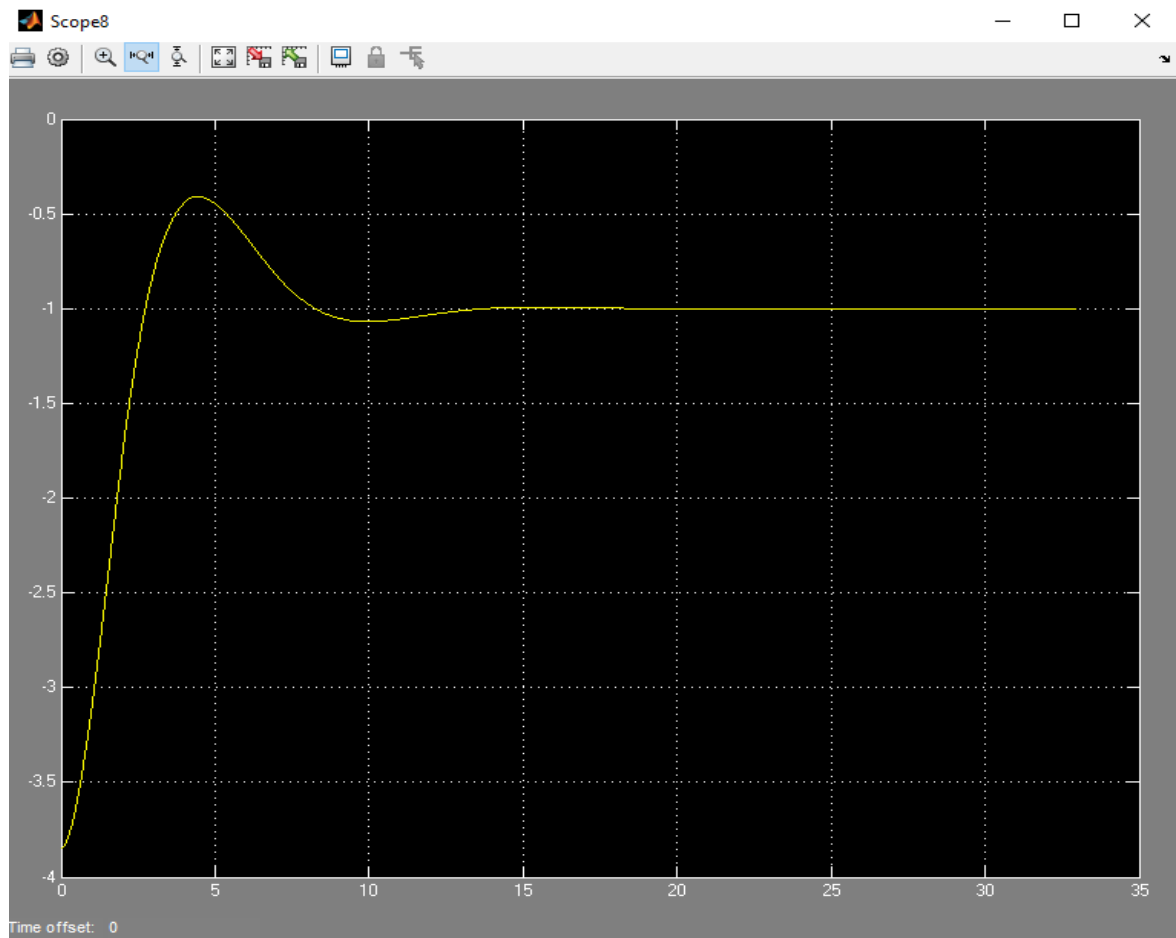
- **Ελεγκτής -PID**

Τέλος, για έλεγχο PID με παραμέτρους $K_p = -30$, $K_i = -0.7183$, $K_d = -19.0071$ παρατηρείται ότι το τετρακόπτερο ανυψώνεται με σταθερό και σχετικά γρήγορο ρυθμό. Αρχικά, ξεπερνάει τα τρία μέτρα και στη συνέχεια κατεβαίνει λίγο και ισορροπεί 3.019. Το σήμα εξόδου τώρα, είναι παρόμοιο με αυτό του ελεγκτή PD. (χρόνος εξομοίωσης 33 second). Πειράζοντας τις τιμές στα κέρδη γίνεται προσπάθεια για την εξάλειψη της διαταραχής δίχως ιδιαίτερα αποτελέσματα .

Σημείωση: Παρατηρείται ότι για την συγκεκριμένη διαταραχή σε σημείο πριν τον ελεγκτή, ο συγκεκριμένος έλεγχος δεν μπορεί να την εξαλείψει. Δηλαδή, η τιμή της διαταραχής αφαιρείται από την επιθυμητή τιμή του ύψους. Έτσι, πάντα η νέα τιμή που θα δημιουργείται θα είναι το νέο επιθυμητό ύψος που θα πρέπει να ακολουθήσει το τετρακόπτερο (π.χ. αν η επιθυμητή τιμή είναι 4 και η διαταραχή, συνεχόμενη, είναι 1 τότε το νέο επιθυμητό ύψος θα είναι 3 και το τετρακόπτερο θα το ακολουθήσει).



Εικόνα 6.10: Για έλεγχο PD με $K_p = -30$ $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή) – Απόκριση εξόδου Z (αριστερά), τελική θέση τετρακόπτερου (δεξιά)



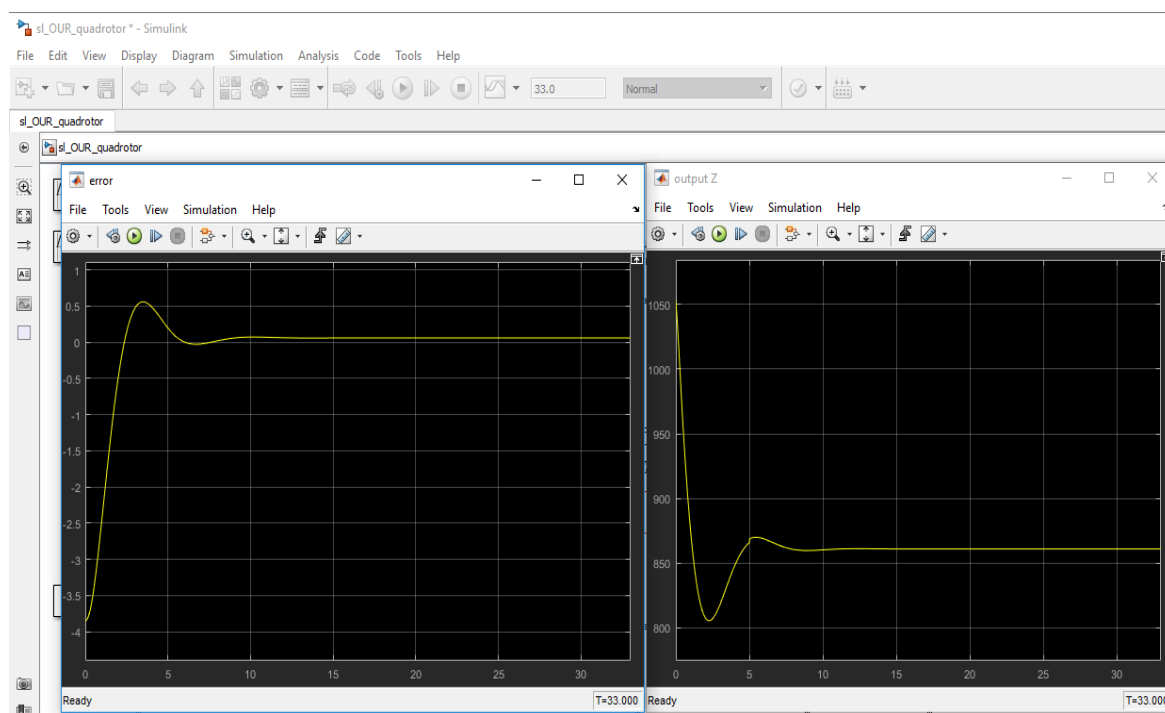
Εικόνα 6.11: Για έλεγχο PD με $K_p = -30$ $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή) - Απόκριση σφάλματος επιθυμητού ύψους με μετρούμενο ($z^* - Z$)

Προσθήκη διαταραχής σε σημείο μετά τον ελεγκτή και πριν την διεργασία

Επαναλαμβάνοντας την ίδια διαδικασία, με τη διαφορά ότι η διαταραχή στο σήμα z θα προστεθεί σε σημείο μετά τον ελεγκτή και πριν τη διεργασία (step function με $\text{step time}=5$, $\text{initial value}=0$, $\text{final value}=3$ και $\text{sample time}=0$), προκύπτουν τα εξής :

- **Ελεγκτής - P**

Τοποθετώντας, ελεγκτή P με κέρδος $K_p = -50$ και χρόνο εξομοίωσης 33 second φαίνεται ότι το τετρακόπτερο ανυψώνεται κανονικά προς τα τέσσερα μέτρα. Τη στιγμή που επιδρά η διαταραχή, ανυψώνεται ελάχιστα αλλά τελικά καταφέρνει και ισορροπεί στα 4.06 μέτρα. Παρατηρείται μία μικρή απόκλιση, αν όμως αυξηθεί η τιμή του κέρδους, αυτή όλο και θα μειώνεται.



Εικόνα 6.12: Για έλεγχο P με $K_p = -50$ (με διαταραχή) – Απόκριση σφάλματος z^*-Z (αριστερά), Απόκριση εξόδου Z (δεξιά)

Έπειτα από δοκιμές αξιολογήθηκε ότι για $K_p = -6500$ ισορροπεί στα 4 μέτρα.

Όσον αφορά την απόκριση στην έξοδο του ελεγκτή για ($K_p = -7500$), ξεκινάει από την τιμή 29736 να κατεβαίνει σχεδόν κατακόρυφα. Σταδιακά, αρχίζει να σταματάει να κατεβαίνει και ισορροπεί στο 861 περίπου.

- **Ελεγκτής -PI**

Έχοντας τώρα έλεγχο PI ($K_p = -7500$, $K_i = -0.7183$) με την ίδια διαταραχή και με τον ίδιο χρόνο εξομείωσης (33 second) το τετρακόπτερο καταφέρνει και ισορροπεί στα 4.001 μέτρα. Η απόκριση στην έξοδό του, μοιάζει πολύ με αυτή του προηγούμενου ελέγχου.

- **Ελεγκτής - PD**

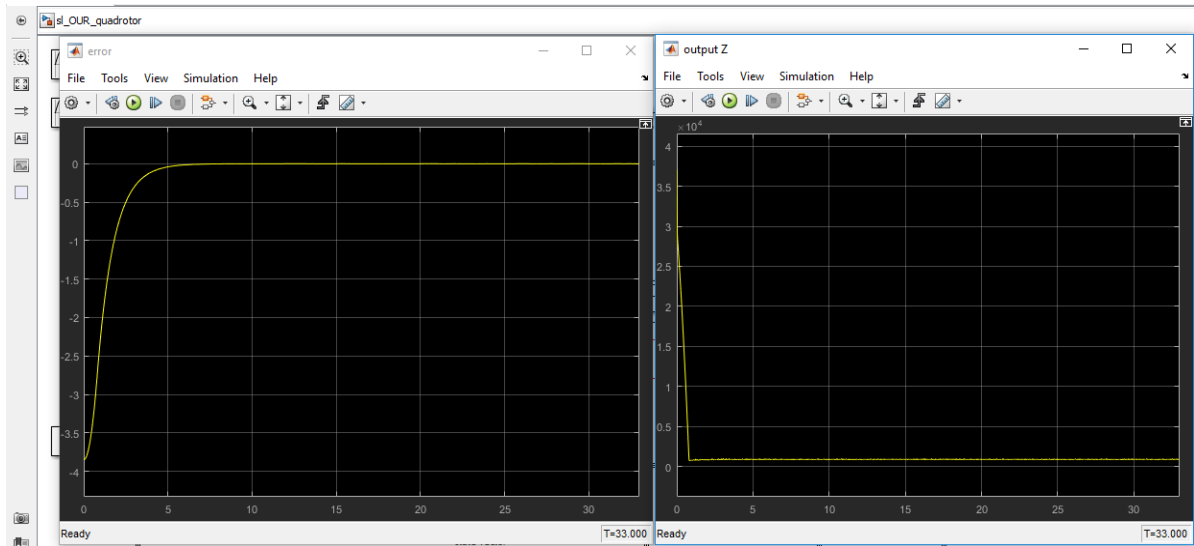
Επιλέγοντας κέρδη $K_p = -7500$ και $K_d = -19.0071$ το τετρακόπτερο ανυψώνεται σταδιακά και ισορροπεί τελικά στα 4 μέτρα. Η απόκριση στην έξοδο σε αυτόν τον έλεγχο, ξεκινάει να κατεβαίνει από την τιμή 37054 πιο απότομα από τους προηγούμενους δύο ελέγχους και τελικά σταθεροποιείται στην τιμή 861.

Παρατηρείται όμως, πως δημιουργούνται μικρές ταλαντώσεις όταν το σήμα ευθυγραμμίζεται στην τιμή 861. Για τον λόγο αυτό, αν αυξηθεί το κέρδος K_d στη τιμή -25, με σκοπό να μειωθούν οι ταλαντώσεις, το σήμα εξόδου θα ξεκινήσει να πέφτει από την τιμή 39350.

- **Ελεγκτής -PID**

Έχοντας επιλέξει έλεγχο PID ($K_p = -7500$, $K_i = -0.7183$, $K_d = -25$) και για τον γνωστό χρόνο εξομείωσης 33 second, παρατηρείται πως το τετρακόπτερο ανυψώνεται ομαλά και ισορροπεί στα 4 μέτρα. Η απόκριση στην έξοδο είναι σχεδόν όμοια με του ελέγχου PD.

Παρατήρηση: Σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα, θα μπορούσε να πει κάποιος πως εξαιτίας της μεγάλης τιμής που ξεκινάνε τα σήματα εξόδου στους ελεγκτές PD και PID αλλά και του μικρού θορύβου που παρουσιάζουν, υστερούν κάπως έναντι του P, ενώ υπερτερούν επειδή κατεβαίνουν πιο απότομα. Τέλος όσον αφορά τον PI, υπερτερούν επειδή ισορροπούν στα 4 μέτρα ακριβώς και κατεβαίνουν με μεγαλύτερη κλίση.



Εικόνα 6.13: Για έλεγχο PD με $K_p = -7500$ & $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή) – Απόκριση σφάλματος $z^* - Z$ (αριστερά), Απόκριση εξόδου Z (δεξιά)

Διαταραχή στον Z άξονα μέσω του script quadrotor dynamics

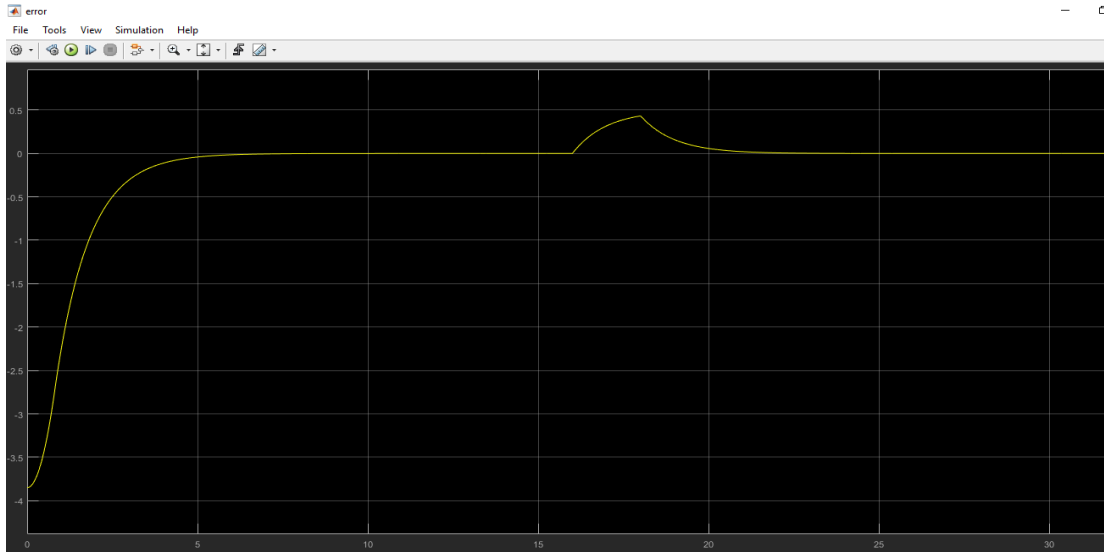
Ενσωματώνοντας τώρα μία διαταραχή, η οποία ξεκινά στο 16^ο δευτερόλεπτο και τελειώνει στο 18^ο, με πλάτος -0.5 (σαν ριπή ανέμου που κινεί, το τετρακόπτερο στη θέση +4.5) παρατηρείται ότι ο ελεγκτής (PD) καταφέρνει και την εξαλείφει επιστρέφοντας το τετρακόπτερο στο επιθυμητό ύψος που είναι τα 4 μέτρα.

```

195
196 %RIGID BODY DYNAMIC MODEL
197 % διαταραχή στον Z-άξονα
198 if t>=16 && t<=18
199     dz = v + [0;0;-0.5];
200 else
201     dz = v + [0;0;0];
202 end
203
204 % dz = v + [0;0;0];
205 dn = iW*o;
206
207 dv = quad.g*e3 + R*(1/quad.M)*sum(T,2);
208 do = inv(quad.J)*(cross(-o,quad.J*o) + sum(tau,2) + sum(Q,2)); %row sum of torques
209 sys = [dz;dn;dv;do]; %This is the state derivative vector
210 end % End of mdlDerivatives.

```

Εικόνα 6.14: Κώδικας για ενσωμάτωση διαταραχής στον άξονα Z



Εικόνα 6.15: Για έλεγχο PD με $K_p = -7500$ & $K_d = -19.0071$ (με διαταραχή από script) – Απόκριση σφάλματος (z^*-Z)

Αν, ενσωματωθούν δύο διαταραχές, η μία να είναι η ίδια με την προηγούμενη και η άλλη να ξεκινά στο 40^ο δευτερόλεπτο και να τελειώνει στο 42^ο με πλάτος +0.5 (ριπή ανέμου που κινεί το τετρακόπτερο στη θέση -3.5) διαπιστώνεται ότι και εδώ το σφάλμα εξαλείφεται και το τετρακόπτερο επιστρέφει στην επιθυμητή του θέση. (χρόνος εξομοίωσης 60.0 sec).

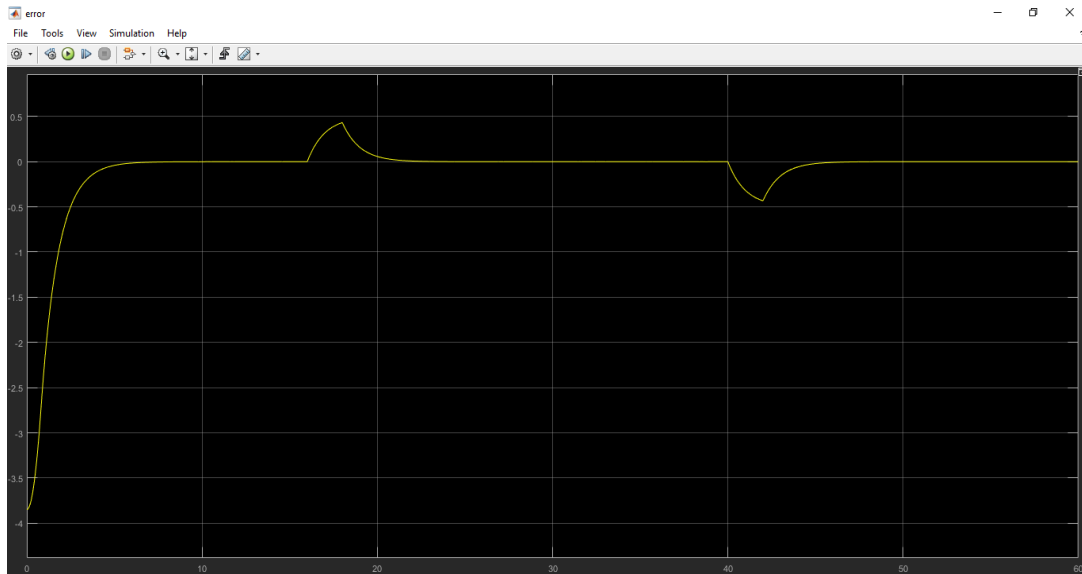
```

196 %RIGID BODY DYNAMIC MODEL
197 % διαταραχή στον Z-άξονα
198 if t>=16 && t<=18
199     dz = v + [0;0;-0.5];
200 else if t>=40 && t<=42
201     dz = v + [0;0;+0.5];
202 else
203     dz = v + [0;0;0];
204 end
205 end
206
207 % dz = v + [0;0;0];
208 dn = iW*o;
209
210 dv = quad.q*e3 + R*(1/quad.M)*sum(T,2);

```

Value
0.0820
0.0820
0.1490
1x1 struct
4634x17 double
4634x1 double
4634x1 double

Εικόνα 6.16: Κώδικας για ενσωμάτωση διπλής διαταραχής στον άξονα Z



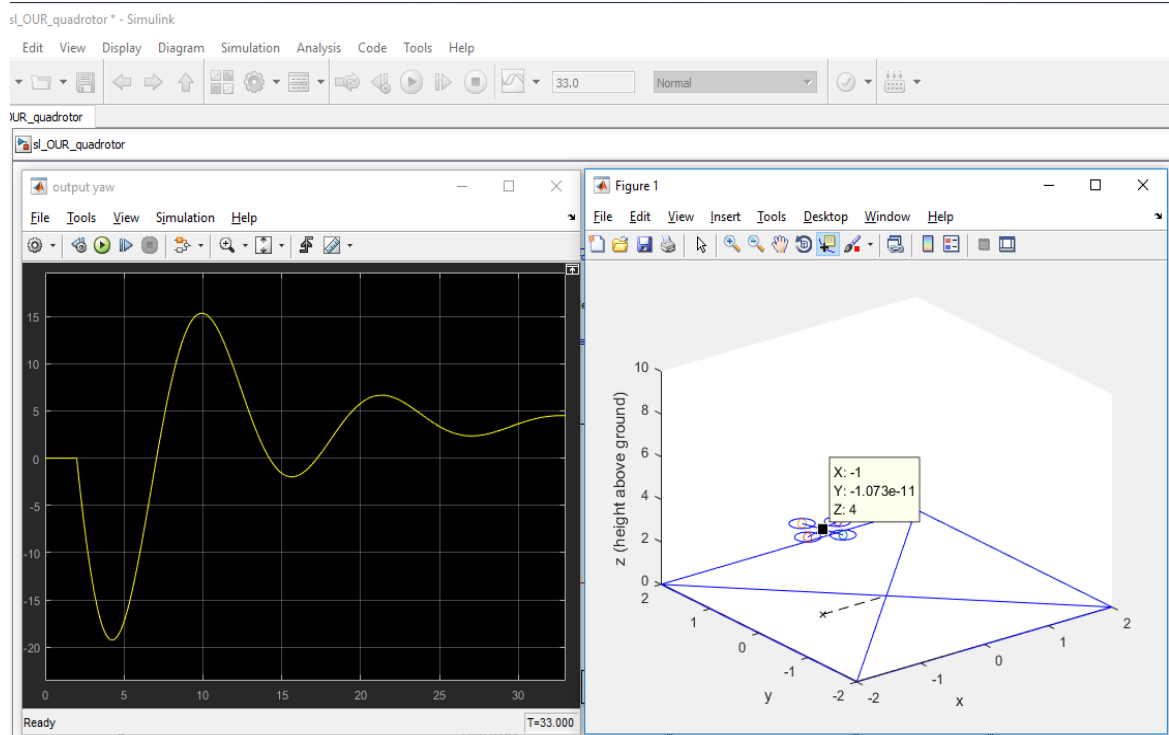
Εικόνα 6.17: Για έλεγχο PD με $K_p = -7500$ & $K_d = -19.0071$ (με διπλή διαταραχή από script) – Απόκριση σφάλματος ($z^* - Z$)

Παρατήρηση: Αν σαν διαταραχή προσαρμοστεί ένα σήμα με πλάτος -0.5 , το οποίο να ξεκινά στο 16° δευτερόλεπτο και να συνεχίζεται μέχρι το τέλος της εξομοίωσης, φαίνεται ότι ο ελεγκτής δεν επιστρέφει το σύστημα στην επιθυμητή τιμή 4 αλλά δείχνει να διαλέγει πλέον ως επιθυμητή τιμή την παλιά συν τη διαταραχή. Αυτό έχει ως συνέπεια η ταλάντωση να σβήνει στην νέα επιθυμητή τιμή .

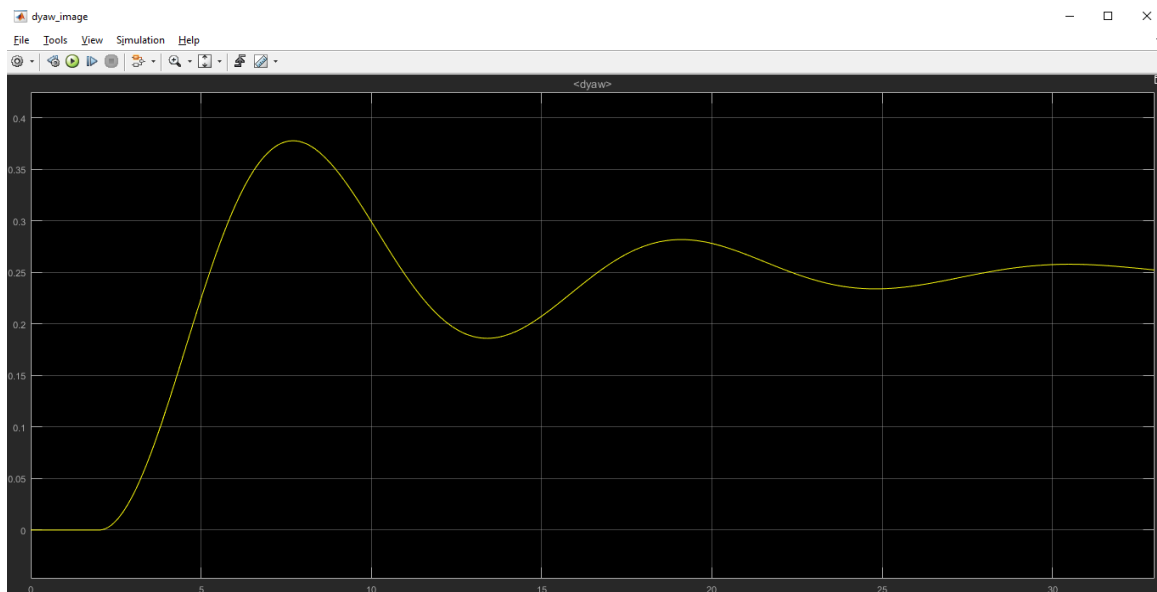
6.2.4.2 Έλεγχος Γωνίας Εκτροπής (yaw angle “ ψ ”)

Δοκιμάζοντας έλεγχο για το yaw angle μαζί με σήμα εισόδου στον άξονα Z

Έστω σήμα εισόδου σταθερού παλμού -4 στον Z άξονα με απλό έλεγχο P και κέρδος $K_p = -50$, ενώ στον έλεγχο της κίνησης yaw υπάρχει ως σήμα εισόδου συνάρτηση ράμπας με start time 2 και slope 0.25. Όλα τα άλλα σήματα εισόδου στους υπόλοιπους άξονες είναι ίσα με μηδέν (χρόνος εξομοίωσης 33 second). Μετρώντας την έξοδο του βρόχου με ένα scope για διάφορες τιμές του K_p , πρέπει να βρεθεί για ποια από αυτές, η έξοδος, παρουσιάζει τη μορφή φθίνουσας ταλάντωσης με εύρος στη δεύτερη περίοδο ίση με το $\frac{1}{4}$ του εύρους της πρώτης (μέθοδος κλειστού βρόχου ή τροποποίησης ή modified method). Έπειτα από αρκετές δοκιμές αυτό το φαινόμενο παρουσιάζεται για την τιμή $K_p = -64.43$ (το μείον υπάρχει, επειδή το τετρακόπτερο περιστρέφεται προς τα δεξιά με σχετικά μικρή ταχύτητα περιστροφής). Με αυτή τη τιμή το τετρακόπτερο ισορροπεί σε ύψος τεσσάρων μέτρων. Η περίοδος της ταλάντωσης στο σήμα της εξόδου είναι $T_o = 5.66$ second.



Εικόνα 6.18: Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle” (αριστερά), τελική θέση τετρακόπτερου (δεξιά)



Εικόνα 6.19 : Απόκριση yaw rate ($\dot{\psi}$)

Έτσι, με βάση τη μέθοδο τροποποίησης προκύπτουν τα παρακάτω κέρδη:

- Έλεγχος απλού P: $K_p = -64.43$
- Έλεγχος PI: $K_p = -64.43$, $T_i = T_o = 5.66$ ή $K_i = K_p/T_i = -11.38$
- Έλεγχος PD: $K_p = -64.43$, $T_d = T_o/6 = 0.943$ ή $K_d = K_p \cdot T_d = -60.779$
- Έλεγχος PID: $K_p = -64.43$, $T_i = T_o/1.5 = 3.77$ ή $K_i = K_p/T_i = -17.09$, $T_d = T_o/6 = 0.943$ ή $K_d = K_p \cdot T_d = -60.779$

Συμπεράσματα:

➤ **Ελεγκτής - P**

Στη περίπτωση που χρησιμοποιείται ελεγκτής τύπου P στο βρόχο ελέγχου της κίνησης yaw (με κέρδος αυτό που υπολογίστηκε, δηλαδή, $K_p = -64.43$) και ελεγκτή PD που βρέθηκε παραπάνω στον άξονα Z, παρατηρείται το εξής: το τετρακόπτερο στον άξονα Z συμπεριφέρεται όπως και πριν (ισορροπεί στα τέσσερα μέτρα), ενώ στη κίνηση yaw, περιστρέφεται δεξιόστροφα με σχετικά σταθερό και αργό ρυθμό καθόλη τη διάρκεια της εξομοίωσης.

Στο σήμα εξόδου δημιουργείται φθίνουσα ταλάντωση με μεγαλύτερο πλάτος από το αναμενόμενο, ενώ στην απόκριση του $\dot{\gamma}$ (yaw rate 'r') δεν επιτυγχάνεται η ζητούμενη τιμή (δηλαδή, η τιμή του slope=0.25) έπειτα από ταλαντωτική συμπεριφορά. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο έλεγχος του άξονα Z δεν επηρεάζει άμεσα τη συμπεριφορά του yaw και το αντίθετο.

➤ **Ελεγκτής -PI**

Αν χρησιμοποιηθεί στο βρόχο ελέγχου του yaw, ελεγκτής τύπου PI με τα κέρδη που υπολογίστηκαν παραπάνω ($K_p = -64.43$, $K_i = -11.38$) και στον άξονα Z παραμένει ο ελεγκτής PD παρατηρείται ίδια απόκριση στον άξονα Z.

Όσον αφορά, την συμπεριφορά του yaw, η απόκριση είναι χειρότερη από αυτή του απλού P, παρουσιάζονται δηλαδή περισσότερες ταλαντώσεις μεγαλύτερου πλάτους. Η απόκριση του $\dot{\gamma}$, κυμαίνεται και αυτή σε εξίσου κακά επίπεδα, με τον ελεγκτή να μην προσεγγίζει την ζητούμενη τιμή του slope έπειτα από ισχυρή ταλαντωτική συμπεριφορά.

Παρατήρηση: Όσο αυξάνεται ο όρος K_i , το παραπάνω φαινόμενο χειροτερεύει, ενώ όσο μειώνεται προκύπτουν πιο επιθυμητά αποτελέσματα.

➤ **Ελεγκτής -PD**

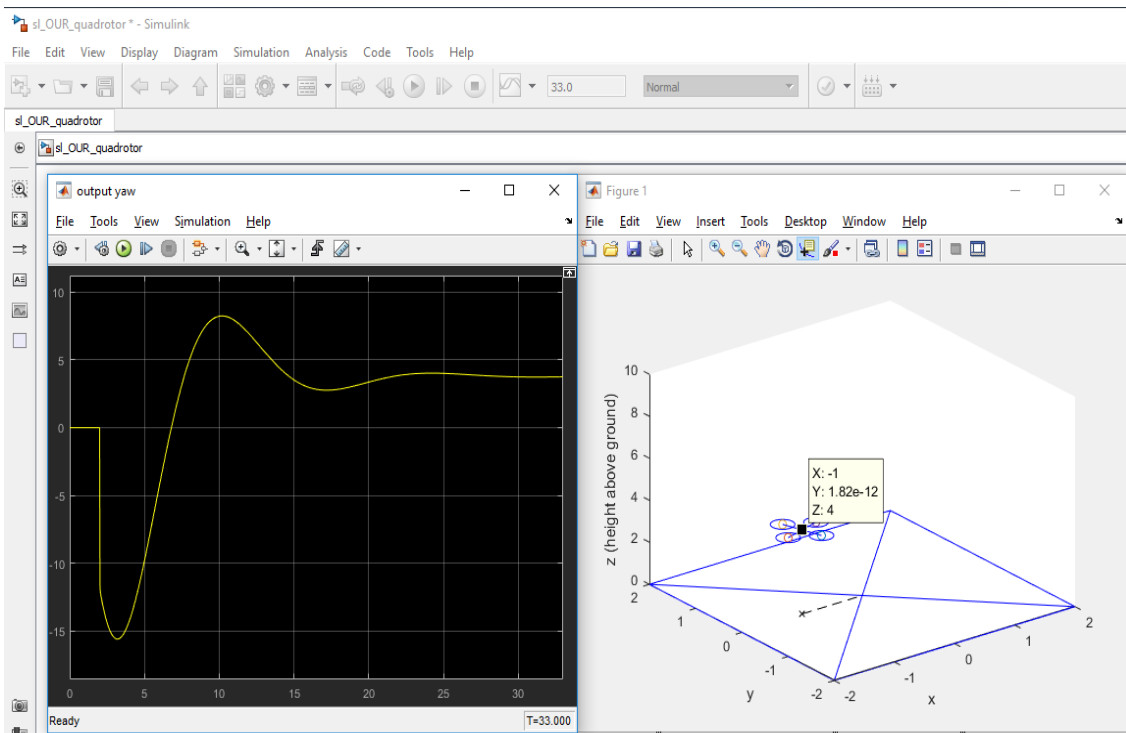
Τοποθετώντας βρόχο ελέγχου yaw, PD ελεγκτή με κέρδη $K_p = -64.43$, $K_d = -60.779$ και PD ελεγκτή στον άξονα Z το τετρακόπτερο ανυψώνεται και λίγο πριν φτάσει στο τέσσερα μέτρα αρχίζει να περιστρέφεται προς τα δεξιά με μειωμένη ταχύτητα περιστροφής. Ως προς το σήμα στην έξοδο γίνεται αντιληπτό, ότι πλέον υπάρχει ταλάντωση με διαφορετικό πλάτος από πριν (μειωμένο).

Έπειτα από σχεδόν μία ταλάντωση ο ελεγκτής φτάνει τις επιθυμητές τιμές τόσο στην απόκριση του πριν εισχωρήσει στο control mixer όσο και στην απόκριση του $\dot{\gamma}$. Και στις δυο περιπτώσεις, οι επιθυμητές τιμές προσεγγίζονται με ακρίβεια και μέσα στα χρονικά όρια της εξομοίωσης.

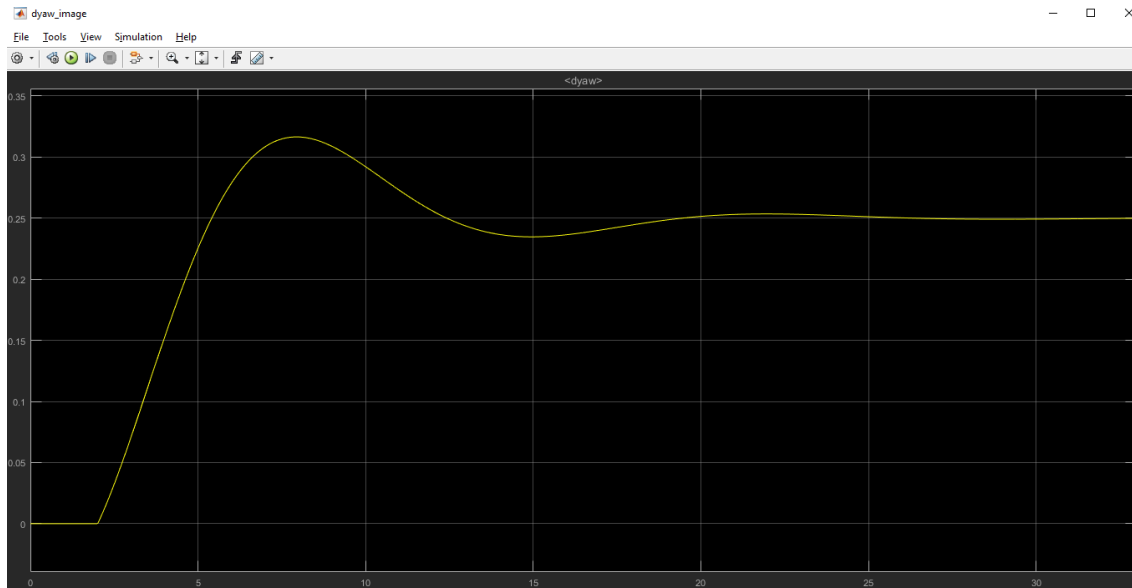
➤ Ελεγκτής - PID

Για έλεγχο PID βρόχο ελέγχου yaw, με τις τιμές που υπολογίστηκαν αρχικά ($K_p = -64.43$, $K_i = -17.09$, $K_d = -60.779$) και για χρόνο εξομοίωσης 33 second και έλεγχο PD στον Z άξονα παρατηρείται πως, τόσο η απόκριση του σήματος πριν εισέλθει στο control mixer, όσο και αυτή του dyaw, παρουσιάζουν ισχυρές ταλαντώσεις μεγάλου πλάτους και δυσκολία προσέγγισης των επιθυμητών τιμών και στις δυο περιπτώσεις.

Παρατήρηση: Διαπιστώνεται ότι ο ελεγκτής PID παρουσιάζει μία καλύτερη συμπεριφορά από τον PI αλλά σε καμία περίπτωση δεν φτάνει την επίδοση του αρκετά καλύτερου PD.



Εικόνα 6.20: Έλεγχος PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ – Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle” (αριστερά), τελική θέση τετρακοπτερου (δεξιά)



Εικόνα 6.21: Έλεγχος PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ - Απόκριση yaw rate ($dyaw = r$)

Προσθήκη διαταραχής (στιγμιαία) σε σημείο πριν τον ελεγκτή

Έστω ότι, προστίθεται ένα σήμα (pulse generator) στην κίνηση yaw, το οποίο θα προσομοιώνει μία διαταραχή στο σύστημα (χρόνος εξομοίωσης 40 second). Τα χαρακτηριστικά του είναι: amplitude 2.5, period 18 sec, pulse width 5%, phase delay 18 sec. και παράλληλα στον άξονα Z θα υπάρχει ελεγκτής PD. Οι τιμές στα κέρδη των ελεγκτών που θα χρησιμοποιηθούν θα είναι οι τιμές που παρουσιάστηκαν παραπάνω ως κατάλληλες.

- **Ελεγκτής -P**

Με κέρδος $K_p = -63.43$ παρατηρείται ότι, υπάρχει η δεξιόστροφη συνεχόμενη κίνηση του τετρακόπτερου. Οι δύο αποκρίσεις έχουν ταλαντωτική συμπεριφορά όπως έγινε και στην προηγούμενη δοκιμή (χωρίς διαταραχή) με αύξηση του πλάτους στιγμιαία όταν εμφανίζεται η διαταραχή. Μόλις ενσωματωθεί η διαταραχή στο 18^ο δευτερόλεπτο τότε ο ελεγκτής ακολουθεί και προσπαθεί να την εξαλείψει χωρίς ωστόσο ιδιαίτερη επιτυχία .

- **Ελεγκτής -PI**

Τα κέρδη του ελεγκτή είναι $K_p = -63.43$ και $K_i = -11.38$. Όσον αφορά τον άξονα Z, επιλέγεται πάλι ο ίδιος ελεγκτής (PD) και ο χρόνος εξομοίωσης είναι 33 second (τα σήματα εισόδου στο x, y μηδενικά).

Κατά την εξομοίωση τα αποτελέσματα διαφέρουν από τον απλό έλεγχο P, καθώς, η συνεχόμενη δεξιόστροφη κίνηση του ρομπότ συνεχίζεται. Οι αποκρίσεις εδώ, απαρτίζονται από ισχυρή ταλαντωτική συμπεριφορά και την στιγμή που ξεκινά η διαταραχή ο ελεγκτής δεν

είναι σε θέση να την ακολουθήσει με σκοπό να την εξαλείψει. Οι επιθυμητές τιμές δεν προσεγγίζονται και τα σφάλματα παραμένουν όσο και να διαφοροποιηθούν οι τιμές στα κέρδη.

- **Ελεγκτής -PD**

Με ελεγκτή PD βρόχο ελέγχου yaw και με κέρδη $K_p = -64.43$ και $K_d = -60.779$ προβάλλεται ακριβώς η ίδια διαταραχή και ο ίδιος ελεγκτής PD στον άξονα Z. Καθώς αρχίζει η εξομοίωση, παρατηρείται ότι συνεχίζεται η δεξιόστροφη κίνηση του τετρακόπτερου.

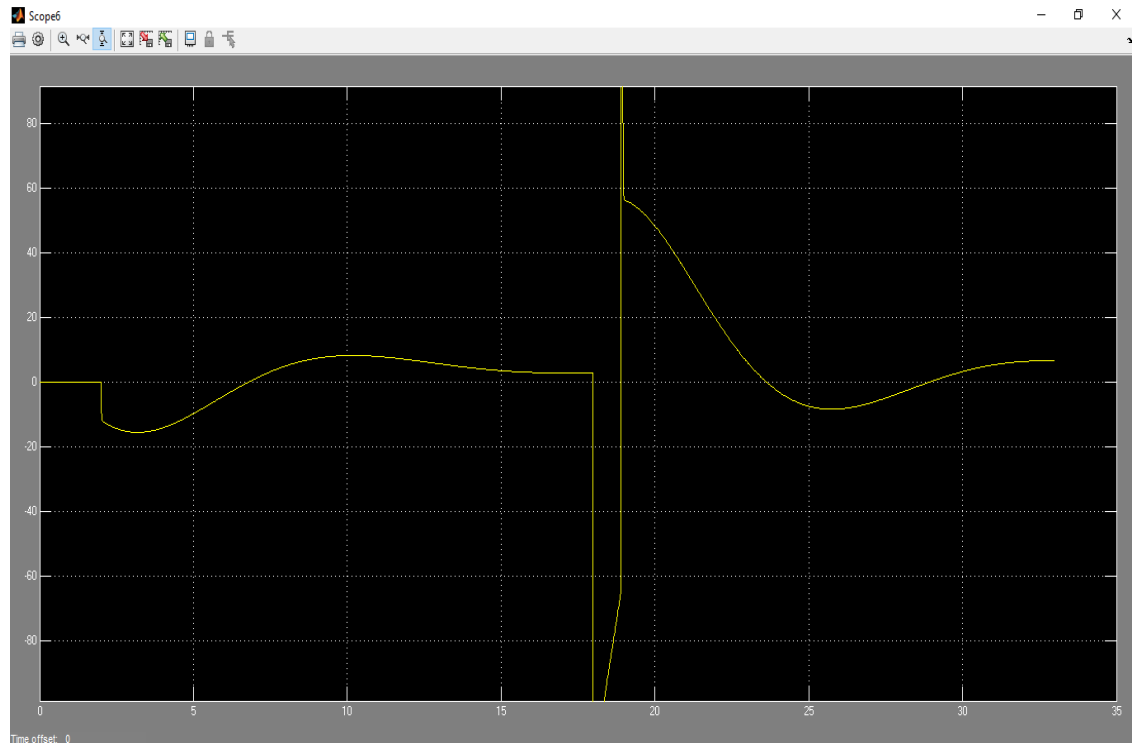
Οι αποκρίσεις, είναι σχεδόν ίδιες με εκείνες του ελέγχου με PD χωρίς διαταραχή με διαφορά ότι εμφανίζεται αρκετά μεγάλο πλάτος ταλάντωσης στιγμιαία όταν εμφανίζεται η διαταραχή. Μετά το πέρας της διαταραχής συμπερένεται πως ο ελεγκτής είναι σε θέση να προσεγγίσει τις επιθυμητές τιμές και τελικά να εξαλείψει το σφάλμα.

- **Ελεγκτής - PID**

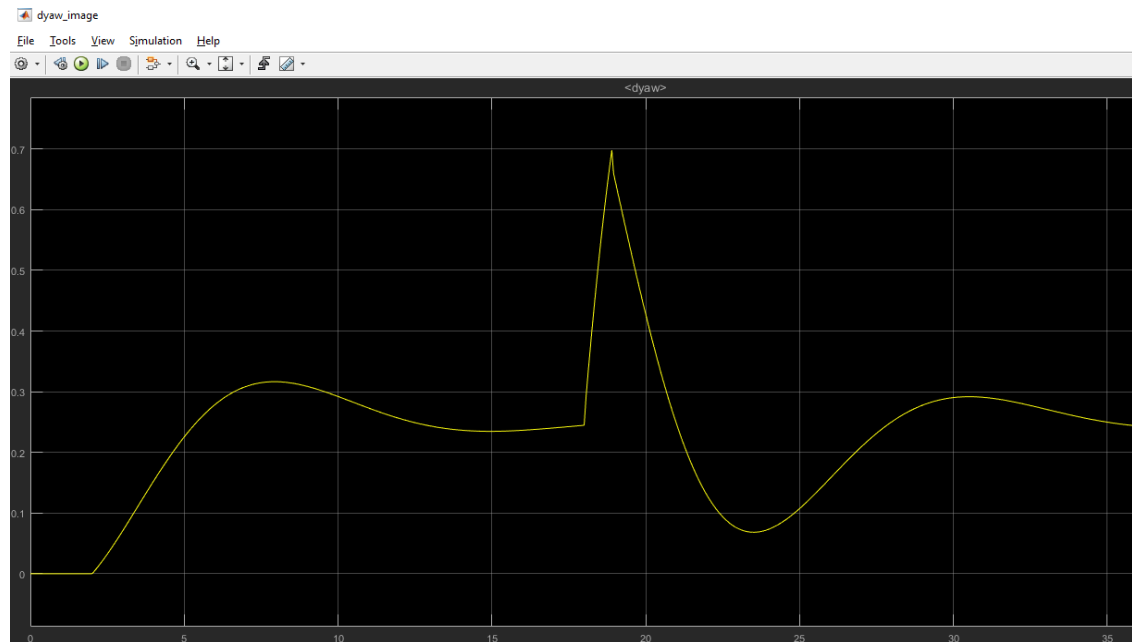
Με την ίδια ακριβώς διαταραχή, ίδιο χρόνο εξομοίωσης και τον ίδιο ελεγκτή στον άξονα Z ($K_p = -30$ και $K_d = -19.0071$) τοποθετούνται οι εξής τιμές στα κέρδη του ελεγκτή PID στον ελεγκτή της κίνησης yaw: ($K_p = -63.43$, $K_i = -17.09$ και $K_d = -60.779$). Κατά την εξομοίωση παρατηρείται το φαινόμενο της συνεχόμενης δεξιόστροφης κίνησης όπως και στους προηγούμενους ελεγκτές.

Οι αποκρίσεις σε αυτή τη περίπτωση, έχουν μια φθίνουσα ταλαντωτική συμπεριφορά καλύτερη από τον ελεγκτή PI αλλά όχι την σχεδόν ιδανική του PD. Οι επιθυμητές τιμές προσεγγίζονται σε μεγάλο βαθμό αλλά δεν εξαλείφονται εντός του χρονικού ορίου της εξομοίωσης.

Παρατήρηση: Διαπιστώνεται ότι ο ελεγκτής PD παρουσιάζει την καλύτερη συμπεριφορά για την εξάλειψη της συγκεκριμένης διαταραχής.



Εικόνα 6.22: Για έλεγχο PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ (με διαταραχή) – Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle”



Εικόνα 6.23: Για έλεγχο PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ (με διαταραχή) – Απόκριση yaw rate ($dyaw = r$)

Προσθήκη διαταραχής σε σημείο μετά τον ελεγκτή και πριν την διεργασία

Προστίθεται τώρα, ένα σήμα (step function) στον έλεγχο της κίνησης yaw μετά την έξοδο του ελεγκτή και πριν την διεργασία (χρόνος εξομοίωσης 33 second). Τα χαρακτηριστικά του είναι: step time=5, initial value=0, final value=3 και sample time=0. Παράλληλα, στον άξονα Z υπάρχει ελεγκτής PD ($K_p = -30$ και $K_d = -19.0071$).

- **Ελεγκτής - P**

Χρησιμοποιώντας έλεγχο P με $K_p = -64.43$ το τετρακόπτερο πραγματοποιεί δεξιόστροφη συνεχόμενη κίνηση. Τόσο το σήμα στην έξοδο του ελεγκτή, όσο και το σήμα $dyaw$, έχουν σχεδόν την ίδια μορφή με αυτή που είχαν χωρίς διαταραχή.

Η διαφορά είναι ότι το σήμα εξόδου την στιγμή 5 second που ενεργεί η διαταραχή, αντί να συνεχίζει την ταλάντωση αυξάνεται ακαριαία (από την τιμή -17.3 στην τιμή -14.3) και στη συνέχεια μειώνεται και ακολουθεί την αρχική του πορεία.

Για να επιτευχθεί η εξάλειψη της διαταραχής απαιτείται αύξηση στην τιμή του κέρδους. Ύστερα από δοκιμές, η ιδανική τιμή του κέρδους είναι $K_p = -150$ όπου και η διαταραχή εξαλείφεται πλήρως.

- **Ελεγκτής -PI**

Τοποθετώντας τον συγκεκριμένο έλεγχο με κέρδη $K_p = -63.43$ και $K_i = -11.38$ πάλι το τετρακόπτερο διαγράφει δεξιόστροφη περιστροφή. Και σε αυτή τη μορφή ελέγχου, τα σήματα έχουν σχεδόν όμοια συμπεριφορά με αυτή χωρίς διαταραχή.

Η διαφορά στο σήμα εξόδου εδώ, εγκείται την στιγμή 5 second που ενεργεί η διαταραχή, το σήμα ανεβαίνει ακαριαία από την τιμή -20.53 στην τιμή -17.53. και στη συνέχεια ακολουθεί την επιθυμητή πορεία.

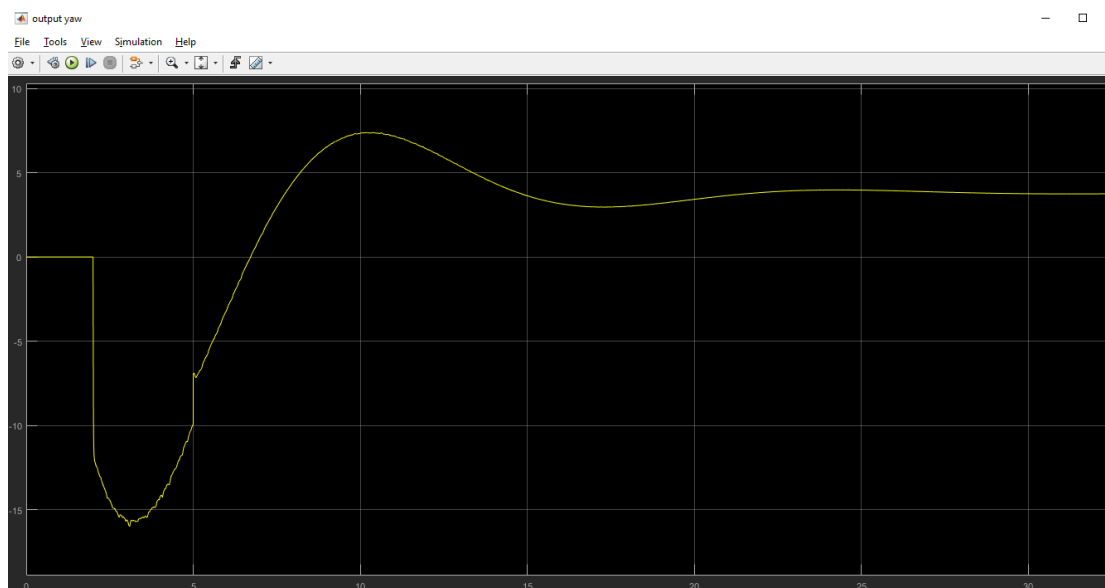
Για την εξάλειψη της διαταραχής, δοκιμάζεται αλλαγή στις τιμές των κερδών. Έπειτα από αλλαγές, κρίθηκαν ως κατάλληλες τιμές $K_p = -150$ και $K_i = -11.38$. Η διαφορά με τον προηγούμενο έλεγχο είναι ότι τα πλάτη των ταλαντώσεων είναι λίγο μεγαλύτερα.

- **Ελεγκτής - PD**

Σύμφωνα με τα κέρδη $K_p = -64.43$ και $K_d = -60.779$ τα οποία υπολογίστηκαν παραπάνω, το τετρακόπτερο διαγράφει πάλι την ίδια κίνηση. Όπως συμβαίνει και με τους παραπάνω ελεγκτές και σε αυτόν τα σήματά δεν διαφέρουν πολύ από τα αρχικά (χωρίς διαταραχή).

Εδώ, η διαφορά στο σήμα εξόδου είναι η αύξηση της τιμής από -9.83 σε -6.83 τη στιγμή που προστίθεται η διαταραχή. Στη συνέχεια, μειώνεται σχεδόν ακαριαία δημιουργώντας μια μικρή καμπύλη μέχρι την τιμή -7.38 όπου σταδιακά θα αρχίσει να αυξάνεται και να ακολουθεί την επιθυμητή πορεία. Ενώ, το σήμα $dyaw$ δεν διαφέρει από

αυτό χωρίς τη διαταραχή. Να σημειωθεί ότι στον συγκεκριμένο ελεγκτή δεν χρειάστηκε αλλαγή στα κέρδη για την εξάλειψη της.



Εικόνα 6.24: Για έλεγχο PD με $K_p = -64.43$ & $K_d = -60.779$ (με διαταραχή) – Απόκριση εξόδου γωνίας ψ “yaw angle”

- **Ελεγκτής–PID**

Δοκιμάζοντας έλεγχο PID με $K_p = -63.43$, $K_i = -11.38$ και $K_d = -60.779$ η κίνηση του τετρακόπτερου είναι δεξιόστροφη και τα σήματα σχεδόν ίδια με εκείνα χωρίς την διαταραχή.

Στο σημά εξόδου τώρα, η τιμή -11.5 αυξάνεται μέχρι τη τιμή -8.5 . Στη συνέχεια κατεβαίνει σχεδόν ακαριαία και δημιουργώντας καμπύλη αναστρέφεται ξανά ακολουθώντας την επιθυμητή πορεία.

Αυτός ο ελεγκτής με τα συγκεκριμένα κέρδη δεν καταφέρνει να εξαλείψει απόλυτα την διαταραχή. Μετά από δοκιμές, το επιθυμητό αποτέλεσμα προκύπτει με τις τιμές $K_p = -150$, $K_i = -11.38$ και $K_d = -60.779$.

Παρατήρηση: Όπως και πριν τη διαταραχή, ο κατάλληλος ελεγκτής για την εξάλειψή της είναι ο ελεγκτής PD. Στα παρατηρούμενα σήματα, φαίνεται ότι το πλάτος των ταλαντώσεων που δημιουργούνται είναι μικρότερο από των υπόλοιπων.

6.2.4.3 Έλεγχος Γωνιών Κύλισης (roll angle “φ”) Και Ανύψωσης (pitch angle “θ”)

Έλεγχος στα x,y μαζί με σήμα εισόδου στον άξονα Z και το yaw:

Εσωτερικός βρόχος (attitude rate loop)

Τοποθετείται block pid controller στον εσωτερικό βρόχο (position rate loop). Το σήμα εισόδου που αφορά τον άξονα X, είναι ημιτονοειδής μορφής και έχει τα παρακάτω χαρακτηριστικά: amplitude=1, bias=0, frequency=2*π*0.125, phase= -π/2 και sample time=0. Το σήμα εισόδου που αφορά τον άξονα Y, είναι και αυτό ημιτονοειδής μορφής με τα εξής χαρακτηριστικά: amplitude=1, bias=0, frequency=2*π*0.125, phase=0 και sample time=0. Τα σήματα στην είσοδο τόσο του yaw, όσο και του άξονα Z παραμένουν ίδια με πριν, έχοντας ελεγκτές τύπου PD με τις τιμές στα κέρδη που βρέθηκαν παραπάνω (στον Z $K_p = -30$, $K_d = -19.0071$ και στο yaw $K_p = -63.43$, $K_d = -60.779$). (Χρόνος εξομοίωσης 33 second).

Για να υπολογιστούν οι κατάλληλες τιμές για κάθε τύπο ελεγκτή, στα σήματα x,y τοποθετείται στην αρχή ελεγκτής P και χρησιμοποιώντας την μέθοδο ευαισθησίας, δοκιμάζονται τιμές έως ότου στην έξοδο να εμφανιστεί ταλάντωση (όριο ευστάθειας). Έπειτα από πολλές δοκιμές δεν εμφανίστηκε ποτέ στην έξοδο ταλάντωση σταθερού πλάτους.

Στον εσωτερικό βρόχο (position rate loop) θα υπάρχει ελεγκτής τύπου P, ενώ στον εξωτερικό βρόχο (attitude rate loop) θα τοποθετηθούν τα αρχικά gain (με τους τελεστικούς ενισχυτές) με τα υπάρχοντα κέρδη ($K_p = -400$, $K_d = 0.1$). Με αυτόν τον τρόπο λοιπόν, δοκιμάζεται κάθε φορά για ποια τιμή επιτυγχάνεται η επιθυμητή συμπεριφορά από το τετρακόπετρο (εμπειρική μέθοδος).

Συμπεράσματα:

➤ Ελεγκτής -P

Όσο αυξάνεται το κέρδος του ελεγκτή, παρατηρείται ότι από ένα σημείο και μετά χάνεται η ευστάθεια και το τετρακόπετρο δεν διαγράφει την επιθυμητή τροχιά. Η πιο αποτελεσματική τιμή στον ελεγκτή είναι $K_{px} = -0.4$ και $K_{py} = 0.4$ (στο x χρειάζεται αρνητικό πρόσημο επειδή έχει αρνητική φάση). Επειδή, ο ελεγκτής αυτός ελέγχει συγχρόνως δύο σήματα (x,y), τα οποία είναι ίδια με διαφορετική φάση, θα πρέπει μέσα στον ελεγκτή η τιμή να μπει με τη μορφή διανύσματος δηλαδή, $0.4 * [-1, 1]$. Με αυτές τις τιμές λοιπόν, το τετρακόπετρο διαγράφει αριστερόστροφη κυκλική περιστροφή σχεδόν σταθερού πλάτους.

Όσον αφορά το σήμα, στην έξοδο του ελεγκτή, εμφανίζει ταλάντωση. Μάλιστα, στα πρώτα πέντε δευτερόλεπτα οι ταλαντώσεις είναι πιο έντονες με μη σταθερό πλάτος και στη συνέχεια γίνονται πιο αραιές, με σταθερό πλάτος μικρότερο από πριν.

➤ **Ελεγκτής- PI**

Τοποθετείται ελεγκτής PI. Ύστερα από δοκιμές κρίθηκαν κατάλληλες οι τιμές $K_{px} = -0.3$, $K_{py} = 0.3$, $K_{ix} = -0.3$, $K_{iy} = 0.3$. Το τετρακόπτερο διαγράφει αριστερόστροφο κύκλο με σχεδόν σταθερή ακτίνα, όμοια περίπου με αυτή του προηγούμενου ελέγχου.

Το κέρδος K_p μειώθηκε λόγω των ταλαντώσεων που δημιουργούνταν. Αν αυξηθεί το κέρδος K_i , το τετρακόπτερο θα ξεκινάει με μία μικρή αστάθεια όπου στη συνέχεια η ακτίνα που θα διαγράφει θα είναι μικρότερη και ίση με την επιθυμητή.

Το σήμα στην έξοδο πάλι έχει ταλαντωτική μορφή, στα πρώτα τέσσερα δευτερόλεπτα παρουσιάζει ταλαντώσεις μη σταθερού πλάτους, όπου στην πορεία σταθεροποιούνται.

➤ **Ελεγκτής- PD**

Ενσωματώνοντας έλεγχο τύπου PD και έπειτα από αρκετές δοκιμές συμπεραίνεται ότι οι κατάλληλες τιμές στα κέρδη είναι $K_{px} = -0.035$, $K_{py} = 0.035$ και $K_{dx} = -0.05$, $K_{dy} = 0.05$. Στην εξομοίωση το τετρακόπτερο συμπεριφέρεται σχεδόν όπως στους άλλους δύο ελέγχους με τη μόνη διαφορά ότι η ακτίνα του είναι λίγο μικρότερη.

Το κέρδος K_p μειώθηκε με σκοπό να μειωθεί το πλήθος και το πλάτος των ταλαντώσεων στην έξοδο, ενώ το κέρδος K_d δεν αυξήθηκε άλλο γιατί παρόλο που μειώνεται η ακτίνα που διαγράφει το τετρακόπτερο, αυξάνονται οι ταλαντώσεις.

Σε αυτόν τον έλεγχο, το σήμα στην έξοδο παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά σχεδόν σταθερού πλάτους. Το πλεονέκτημά του σε σχέση με τους άλλους δύο ελέγχους είναι πως στην αρχή δεν δημιουργούνται πυκνές ταλαντώσεις και το πλάτος αυτών είναι σχεδόν όμοιο με το επιθυμητό. Μέχρι στιγμής το παραπάνω σήμα είναι αυτό που προσεγγίζει περισσότερο το επιθυμητό.

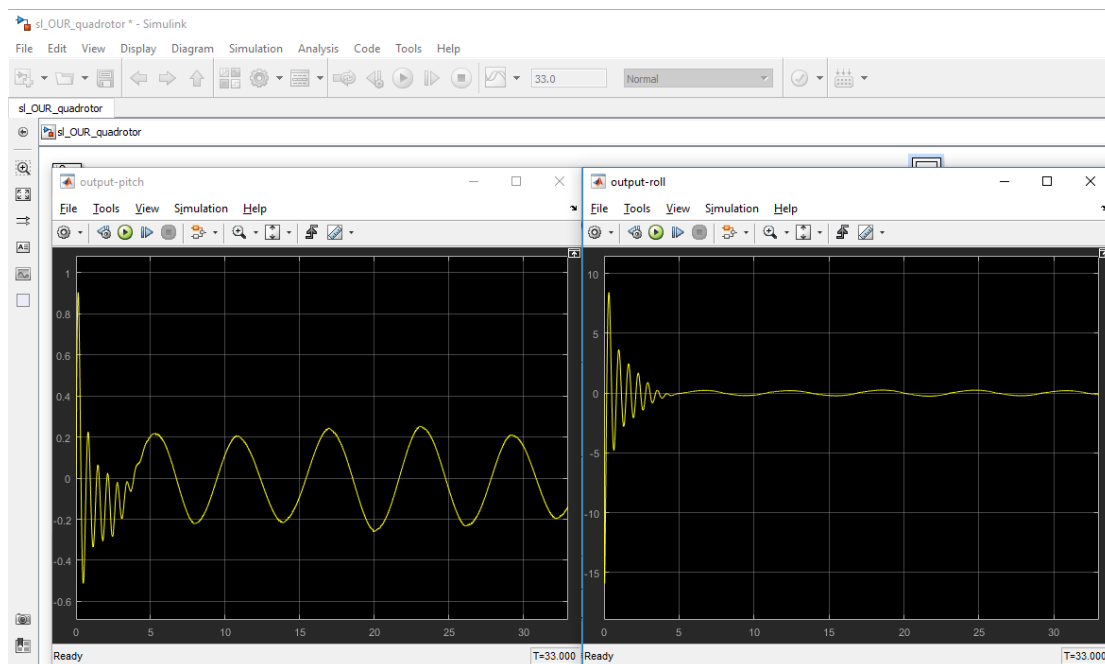
➤ **Ελεγκτής- PID**

Με την επιλογή ενός ελεγκτή PID και ύστερα από αρκετές δοκιμές, επιλέχθηκαν οι τιμές $K_{px} = -0.2$, $K_{py} = 0.2$, $K_{ix} = -0.45$, $K_{iy} = 0.45$, $K_{dx} = -0.04$ και $K_{dy} = 0.04$. Το τετρακόπτερο διαγράφει κυκλική περιστροφή, με λίγο μεγαλύτερη ακτίνα από τον προηγούμενο ελεγκτή.

Παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται το K_p τόσο μειώνεται και το μήκος της ακτίνας (το πλάτος του σήματος). Με την αύξηση του κέρδους K_i φαίνεται ότι η ακτίνα σε όλη τη διάρκεια της εξομοίωσης είναι όλο και πιο πολύ σταθερή, ενώ με την αύξηση του K_d οι ταλαντώσεις αυξάνονται.

Το σήμα εξόδου εδώ, είναι αρκετά όμοιο με του PD. Το μόνο μειονέκτημα που παρουσιάζει είναι ότι, το πλάτος των ταλαντώσεων είναι λίγο μεγαλύτερο από αυτό του προηγούμενου ελέγχου, είναι όμως ίδιο με αυτό στον έλεγχο PI.

Σημείωση: Συμπεραίνεται ότι ο κατάλληλος ελεγκτής είναι ο PD, επειδή έχει μικρότερο πλάτος στην έξοδο και συνεπώς διαγράφει μικρότερη ακτίνα.



Εικόνα 6.25: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (αριστερά) , Απόκριση εξόδου “roll angle”

Προσθήκη διαταραχής σε σημείο πριν τον εσωτερικό ελεγκτή

Τώρα, για κάθε τύπο ελεγκτή που δοκιμάστηκε πιο πάνω και σύμφωνα με τις τιμές που βρέθηκαν, θα προστεθεί μία διαταραχή πριν από αυτόν (step function με step time=3, initial value=0, final value=1 και sample time=0).

- **Ελεγκτής -P**

Έχοντας λοιπόν, ελεγκτές PD σε όλους τους άλλους βρόχους και με τιμές στα κέρδη που αναφέρθηκαν παραπάνω για χρόνο εξομοίωσης 33 second προκύπτει:

Στην αρχή το τετρακόπτερο πάει να διαγράψει τη κυκλική τροχιά, όμως την στιγμή που εμφανίζεται η διαταραχή το τετρακόπτερο δεν μπορεί να την εξαλείψει κι έτσι εμφανίζει αστάθεια.

Με τυχόν αύξηση του κέρδους, δεν υπάρχει κάποια βλίωση και το σήμα εξόδου παρουσιάζει πολλές ταλαντώσεις (θόρυβο) αρκετά μεγάλου πλάτους. Ενώ αν μειωθεί το κέρδος τότε, τη στιγμή που δρα η διαταραχή, το τετρακόπτερο συμπεριφέρεται λίγο καλύτερα απο πριν, αν και συνεχίζει να παρατηρείται αστάθεια στο σύστημα. Τέλος, το σήμα στην έξοδο έχει λιγότερες ταλαντώσεις απ’ ότι προηγουμένως και με μικρότερο πλάτος.

- **Ελεγκτής - PI**

Έστω έλεγχος PI στον εσωτερικό βρόχο με τις τιμές που βρέθηκαν πιο πάνω, το τετρακόπτερο ξεκινάει να διαγράφει κυκλική τροχιά όμως την στιγμή που εμφανίζεται η διαταραχή ενώ προσπαθεί να την εξαλείψει, δεν τα καταφέρνει.

Το σήμα στην έξοδο πάλι έχει πολλές ταλαντώσεις σαν θόρυβο και όσο αυξάνονται τα κέρδη η εικόνα χειροτερεύει. Σε περίπτωση μείωσης των τιμών το συμπέρασμα είναι πως μειώνεται το πλήθος των ταλαντώσεων αλλά παραμένει η μεγάλη τιμή του πλάτους, συνεπώς πάλι δεν εξαλείφεται η διαταραχή.

- **Ελεγκτής -PD**

Τοποθετώντας τις τιμές που υπολογίστηκαν και εκτελώντας την εξομοίωση, ο PD δεν καταφέρνει να ανταπεξέλθει αποτελεσματικά στη εξάλειψη της διαταραχής.

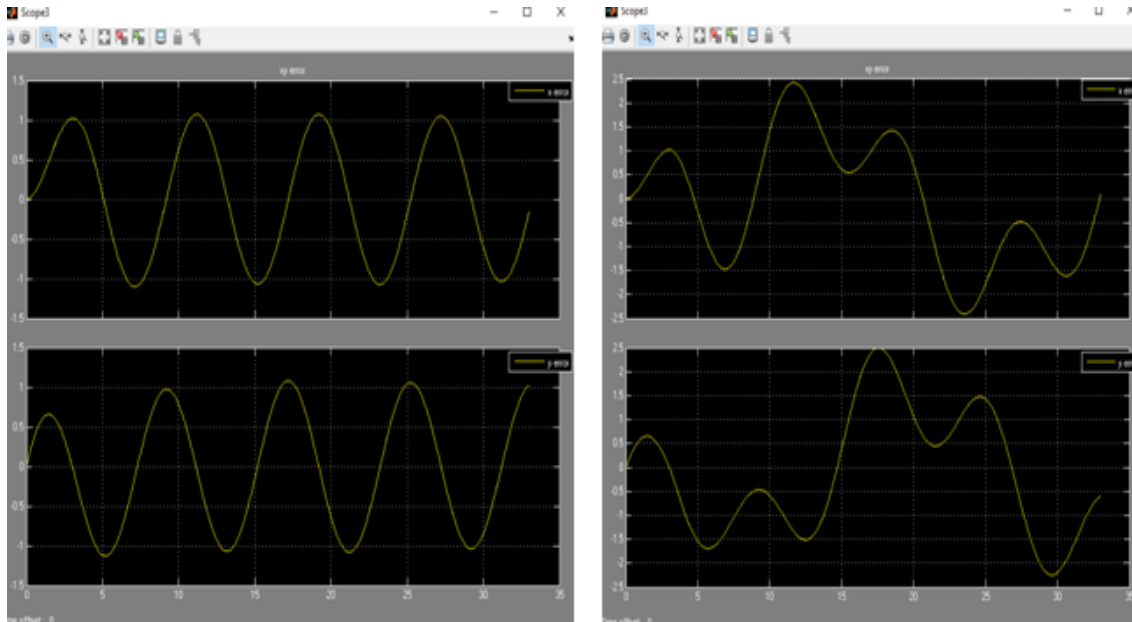
Στο σήμα της εξόδου τώρα, προβάλλονται ταλαντώσεις αρκετά μικρού πλάτους γύρω από το μηδέν. Αν γίνει δοκιμή αύξησης του κέρδους K_p τα πλάτη στις ταλαντώσεις μειώνονται, ενώ αν αυξηθεί το κέρδος K_d παρατηρούνται περισσότερες ταλαντώσεις την στιγμή που προστίθεται η διαταραχή.

- **Ελεγκτής - PID**

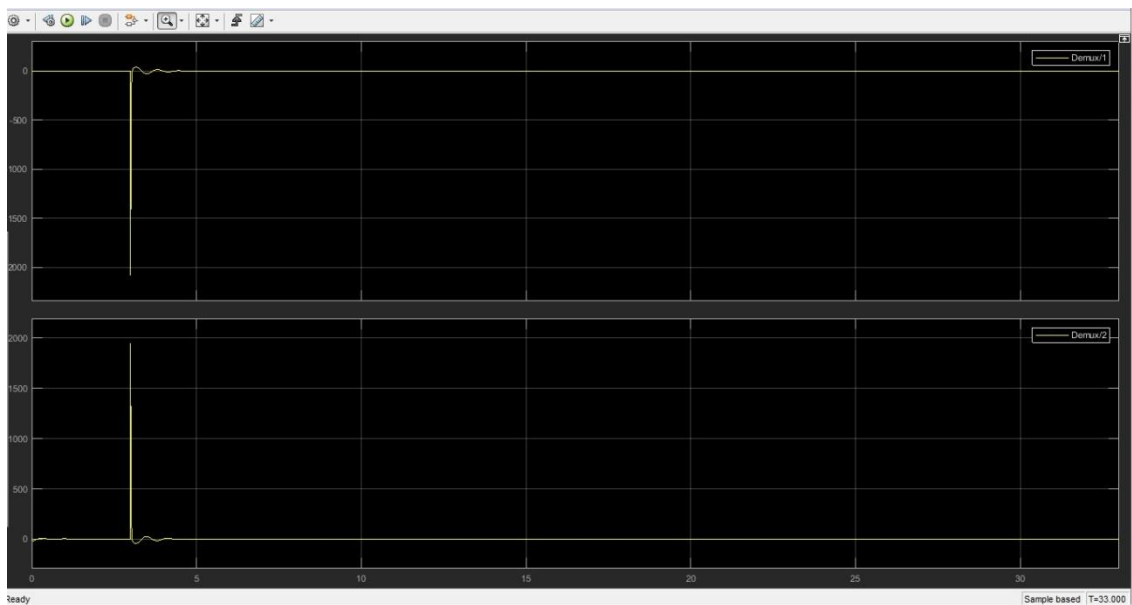
Σύμφωνα με τις πιο πάνω τιμές, το τετρακόπτερο δεν μπορεί να ακολουθήσει την επιθυμητή πορεία. Παρατηρείται επίσης, ότι η συμπεριφορά του είναι όμοια με αυτή του προηγούμενου ελεγκτή.

Το σήμα εξόδου μοιάζει πολύ με το σήμα στην έξοδο του PD, δηλαδή έχει αραιές ταλαντώσεις πολύ μικρού πλάτους. Αν αυξηθεί το κέρδος K_d αυξάνονται οι ταλαντώσεις και δημιουργείται θόρυβος, το ίδιο συμβαίνει και για τα K_p , K_i . Σε περίπτωση που μειωθούν, δεν υπάρχει τόσος θόρυβος αλλά πάλι δεν επιτυγχάνεται η επιθυμητή συμπεριφορά.

Παρατήρηση: Κανένας από τους παραπάνω ελέγχους δεν κατάφερε να εξαλείψει την διαταραχή.



Εικόνα 6.26: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) - Απόκριση σφάλματος x,y χωρίς διαταραχή (αριστερά),
Απόκριση σφάλματος x,y με διαταραχή (δεξιά)



Εικόνα 6.27: Για έλεγχο PD (διαταραχή πριν τον εσωτερικό βρόχο) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (επάνω),
Απόκριση εξόδου “roll angle” (κάτω)

Εξωτερικός βρόχος (attitude rate loop)

Η προσπάθεια γίνεται για την εύρεση του κατάλληλου ελεγκτή για τον εξωτερικό βρόχο (attitude rate loop) και τοποθετείται block pid controller. Σε όλους τους άλλους

βρόχους παραμένουν οι PD controllers με τιμές στα κέρδη που κρίθηκαν ως κατάλληλα παραπάνω (στον z $K_p = -30$, $K_d = -19.0071$ στο yaw $K_p = -63.43$, $K_d = -60.779$ και στον εσωτερικό βρόχο του x, y $K_{px} = -0.035$, $K_{py} = 0.035$ και $K_{dx} = -0.05$, $K_{dy} = 0.05$). Χρόνος εξομοίωσης 33 second.

Συμπεράσματα:

➤ **Ελεγκτής -P**

Απλός έλεγχος P στον εξωτερικό βρόχο και δοκιμή τιμών έτσι ώστε, να επιτευχθεί η επιθυμητή κίνηση αλλά και οι απαιτούμενες κυματομορφές στην έξοδο του ελεγκτή. Έπειτα από πολλές προσπάθειες, καταλληλότερη είναι η τιμή $K_p = -70$ όπου το τετρακόπτερο διαγράφει κυκλική περιστροφή με μη σταθερή ακτίνα και επιπλέον, το μήκος της είναι λίγο μεγαλύτερο από το επιθυμητό.

Στο σήμα εξόδου, το pitch ξεκινάει ταλάντωση από το μηδέν με μέγιστο πλάτος μέχρι 0.4 και όχι τόσο σταθερό σε κάθε περίοδο. Το roll από την άλλη, ξεκινάει από το μηδέν και πέφτει σχεδόν κατακόρυφα μέχρι το -3.25, από εκεί ανεβαίνει εκτελώντας ταλάντωση γύρω από το μηδέν με σχεδόν σταθερό πλάτος 0.4.

➤ **Ελεγκτής- PI**

Με έλεγχο PI παρατηρείται ότι δεν αλλάζει κάτι σε σχέση με τον προηγούμενο έλεγχο καθώς περιστρέφεται το τετρακόπτερο.

Το σήμα pitch στην έξοδο, είναι σχεδόν ίδιο με αυτό στον έλεγχο P ενώ, το σήμα roll έχει μία μικρή διαφορά, ξεκινάει από το μηδέν, μειώνεται σχεδόν κατακόρυφα έως το -3.35 και έπειτα, είναι όμοιο με τον έλεγχο P.

➤ **Ελεγκτής -PD**

Με την επιλογή ελεγκτή PD και με κατάλληλα κέρδη $K_p = -80$ και $K_d = -0.2$ διαπιστώνεται πως το τετρακόπτερο συμπεριφέρεται όπως και στους προηγούμενους ελέγχους.

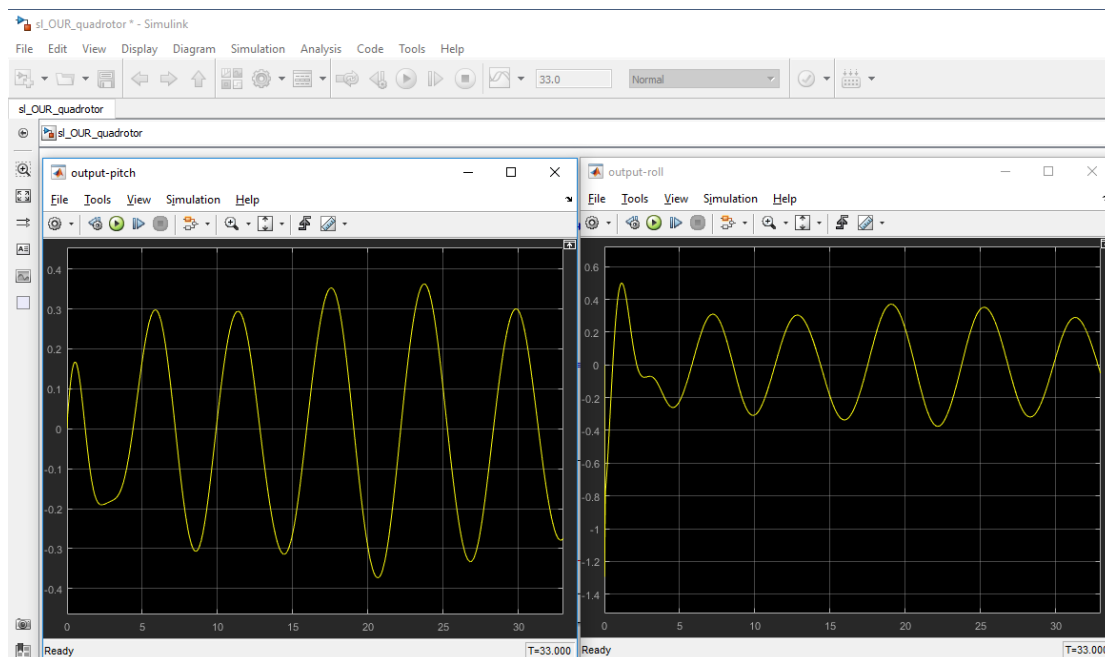
Στην έξοδο το σήμα pitch παρέμεινε ίδιο με τους προηγούμενους ελέγχους το σήμα roll όμως διαφέρει αφού ξεκινάει πάλι από το μηδέν και μειώνεται κατακόρυφα αυτή τη φορά μέχρι το -3.85. Στη συνέχεια, αυξάνεται και παρουσιάζει ταλάντωση γύρω από το μηδέν όμοια με τους άλλους ελέγχους.

➤ **Ελεγκτής -PID**

Με την προσθήκη ελέγχου PID και κέρδη $K_p = -20$, $K_i = -40$ και $K_d = -0.5$ συμπεραίνεται σχεδόν όμοια κίνηση του τετρακόπτερου με τους προηγούμενους ελέγχους.

Ωστόσο, το σήμα pitch στην έξοδο φαίνεται να έχει κάποιες μικροδιαφορές σε σχέση με πριν, αφού καθώς ξεκινάει η πρώτη περίοδος, η εκκίνησή του εκτελείται πιο ομαλά με τα πλάτη των περιόδων να μειώνονται (βέβαια η μείωση αυτή είναι μικρή). Επίσης, το σήμα roll έχει και αυτό κάποιες διαφορές στη ταλάντωση σε σχέση με τους άλλους ελέγχους μιας και ξεκινάει προς τα κάτω η κυματομορφή, φτάνει ως το -1.05 και στη συνέχεια ανεβαίνει μέχρι το 0.65 όπου μειώνεται πάλι και ξεκινάει να ταλαντεύεται με σχεδόν σταθερό πλάτος.

Παρατήρηση: Κανένας από τους παραπάνω ελέγχους δεν κατάφερε να δώσει το επιθυμητό αποτέλεσμα, την επιθυμητή δηλαδή ακτίνα. Από τη συμπεριφορά όλων των παραπάνω ο ελεγκτής PID είναι πιο αποδοτικός στον εξωτερικό βρόχο ενώ, ο PD στον εσωτερικό. Αυτό, απεικονίζεται κυρίως από τις κυματομορφές των pitch και roll στην έξοδο του εξωτερικού βρόχου.

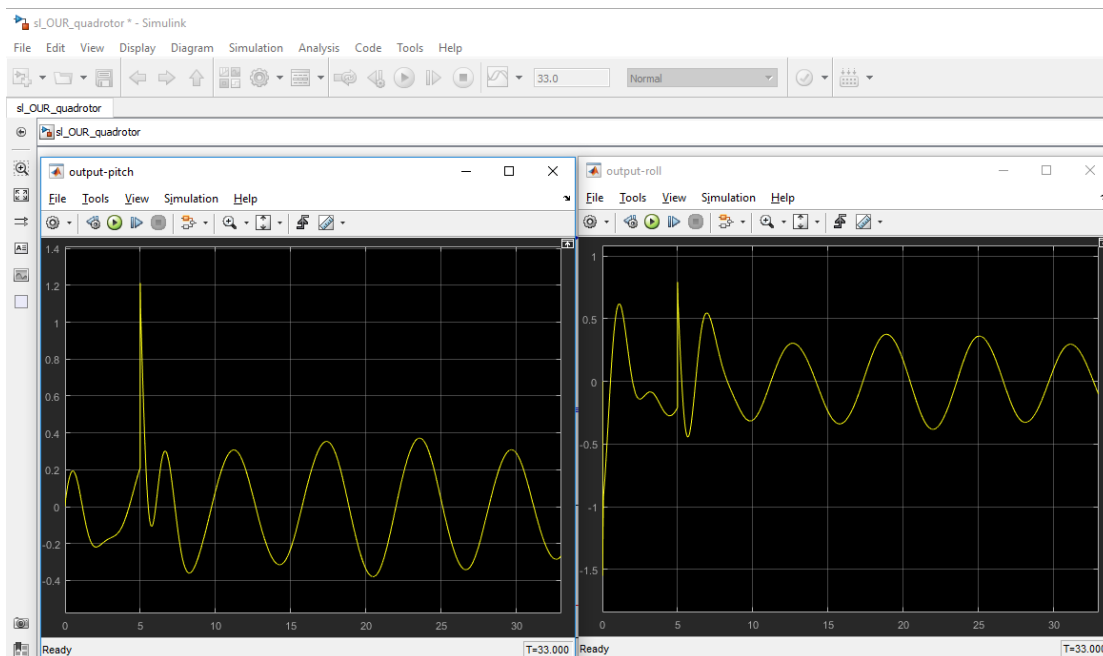


Εικόνα 6.28: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (αριστερά), Απόκριση εξόδου “roll angle” (δεξιά)

Προσθήκη διαταραχής σε σημείο μετά τον ελεγκτή και πριν την διεργασία

Έστω ότι προστίθεται μια διαταραχή μετά τον ελεγκτή του εξωτερικού βρόχου (step function) ώστε να βρίσκεται πριν την διεργασία. Τα χαρακτηριστικά αυτής είναι: step time=5, initial value=0, final value=1 και sample time=0 και ο χρόνος εξομοίωσης 33 second. Παράλληλα, στον άξονα Z υπάρχει ελεγκτής PD ($K_p = -30$ και $K_d = -19.0071$) και στο yaw ελεγκτής PD με $K_p = 63.43$ $K_d = -60.779$.

Ο καλύτερος συνδυασμός για την εξάλειψη της διαταραχής είναι ο ελεγκτής PD στον εσωτερικό βρόχο και ελεγκτής PID στον εξωτερικό. Για τον εσωτερικό επιλέγονται $K_{rx} = -0.038$, $K_{ry} = 0.038$ και $K_{dx} = -0.06$, $K_{dy} = 0.06$ ($K_p = 0.038 * [-1, 1]$, $K_d = 0.06 * [-1, 1]$) και για τον εξωτερικό $K_p = -20$, $K_i = -40$ και $K_d = -0.5$.

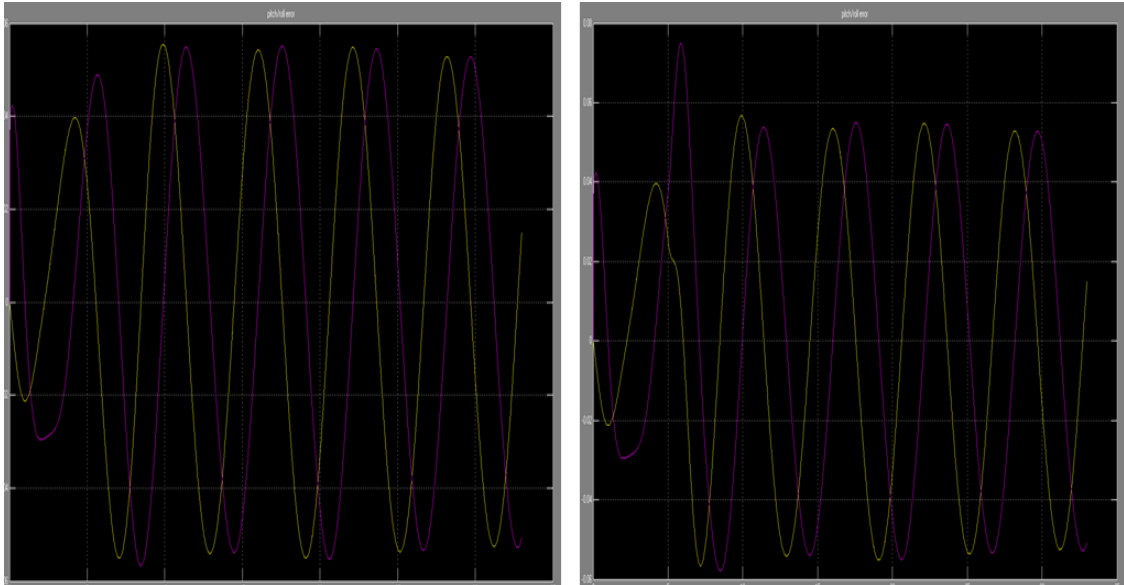


Εικόνα 6.29: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) – Απόκριση εξόδου “pitch angle” (αριστερά), Απόκριση εξόδου “roll angle” (δεξιά) (με διαταραχή)

Καθώς εκτελείται η εξομοίωση, το τετρακόπτερο ανυψώνεται με σταθερό ρυθμό και αρχίζει να διαγράφει κύκλο σχεδόν σταθερής ακτίνας, το μήκος της μπορεί να είναι μεγαλύτερο από το επιθυμητό αλλά, διατηρείται σταθερή με την εμφάνιση της διαταραχής.

Το σήμα pitch στην έξοδο ξεκινάει από το μηδέν παρουσιάζοντας ταλαντωτική συμπεριφορά με πλάτος 0.2 μέχρι που προστίθεται η διαταραχή και φτάνει στιγμιαία στο 1.22 και στη συνέχεια προσπαθεί να διορθώσει κάνοντας ταλάντωση σταθερού πλάτους σχεδόν 0.38.

Το σήμα roll στην έξοδο, ξεκινάει από το μηδέν, έχοντας ταλαντωτική συμπεριφορά, και αυξάνεται απότομα έως το 0.37 και έπειτα μειώνεται έως το -1.11. Στη συνέχεια, αυξάνεται έως το 0.64 και εκτελεί ταλάντωση. Την στιγμή που προστίθεται η διαταραχή, φτάνει στο 0.83 όπου διορθώνει με ταλάντωση σχεδόν σταθερού πλάτους 0.4.



Εικόνα 6.30: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) – Απόκριση σφάλματος “pitch, roll angle” χωρίς διαταραχή (αριστερά), Απόκριση σφάλματος “pitch, roll angle” με διαταραχή (δεξιά)

Διαταραχές στους άξονες X,Y μέσω script quadrotor dynamics στο MATLAB

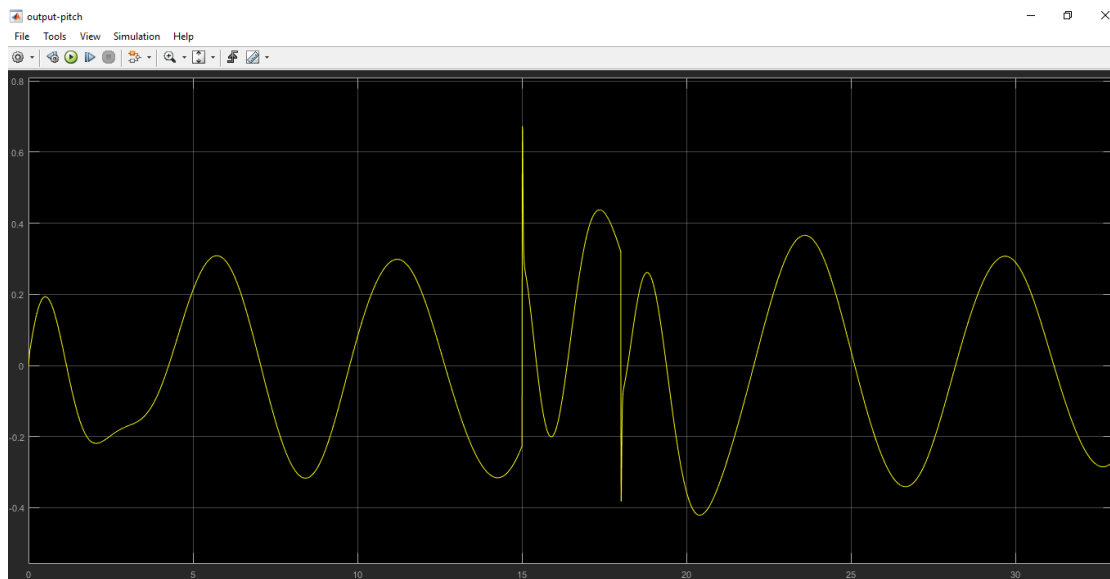
Με τη χρήση ελεγκτών PD σε όλους τους άξονες (z, yaw, x,y) προστίθεται διαταραχή (+0.5) μεταξύ 15^{ου} και 18^{ου} δευτερολέπτου στον άξονα X. Σε περίπτωση που το τετρακόπτερο δεχθεί ριπή ανέμου (προς τη φορά του X-άξονα), ο ελεγκτής αντιδρά κανονικά και επαναφέρει το τετρακόπτερο στην τροχιά που διέγραφε πριν την ύπαρξη διαταραχής. Η απόκριση στην έξοδο είναι όμοια χωρίς τη διαταραχή.

```

192 - Q(:,i) = -quad.Cq*quad.rho*quad.A*quad.r^3*w(i)*abs(w(i)) * e3;
193 - tau(:,i) = cross(T(:,i),D(:,i)); %Torque due to rotor thrust
194 -
195 -
196 - %RIGID BODY DYNAMIC MODEL
197 - % διαταραχή στον XY-άξονα
198 - if t>=15 && t<=18
199 - dz = v + [0.5;0;0];
200 - else
201 - dz = v + [0;0;0];
202 - end
203 -
204 - %dz = v + [0;0;0];
205 - dn = iW*o;
206 -
207 -

```

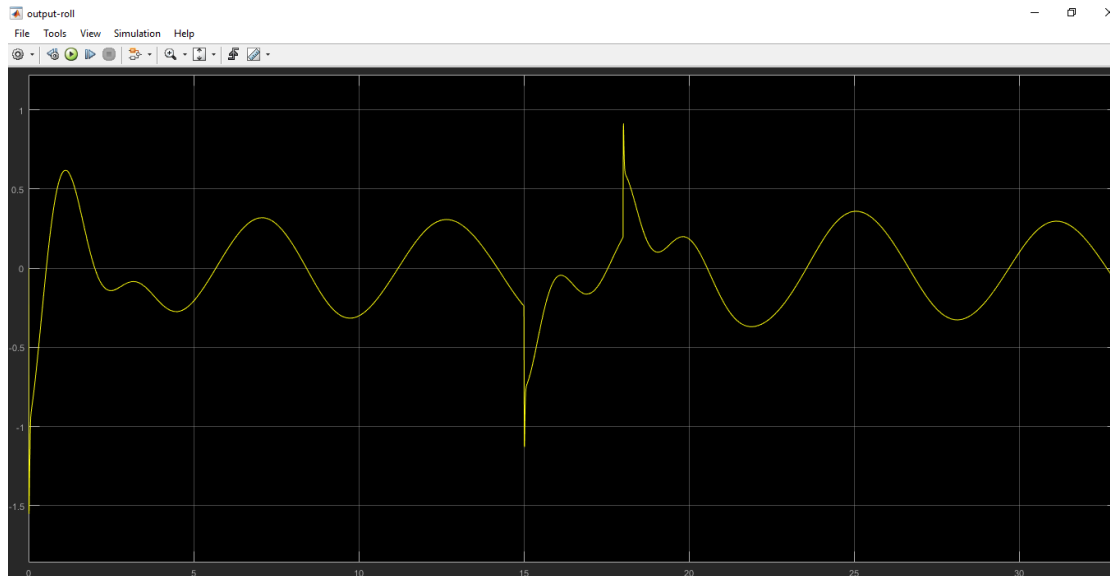
Εικόνα 6.28: Κώδικας για ενσωμάτωση διαταραχής στον άξονα X



Εικόνα 6.31: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) (με διαταραχή στον άξονα X από script) – Απόκριση εξόδου “pitch angle”

Τοποθετώντας ελεγκτές PD σε όλους τους άξονες (z, yaw, xy) αυτή τη φορά προστίθεται διαταραχή (+0.5) μεταξύ 15^{ου} και 18^{ου} δευτερολέπτου στον άξονα Y. Διαπιστώνεται ότι, ο ελεγκτής σε περίπτωση που το τετρακόπτερο δεχθεί ριπή ανέμου (προς τη φορά του y-άξονα) αντιδρά κανονικά και επαναφέρει το τετρακόπτερο στην τροχιά που διέγραφε χωρίς την ύπαρξη διαταραχής. Η απόκριση στην έξοδο είναι όμοια χωρίς τη διαταραχή.

Εικόνα 6.32: Κώδικας για ενσωμάτωση διαταραχής στον άξονα Y



Εικόνα 6.33: Για έλεγχο PD (εσωτερικός βρόχος) & PID (εξωτερικός βρόχος) (με διαταραχή στον άξονα Y από script) – Απόκριση εξόδου “pitch angle”

6.3 Σύνοψη

Στο κεφάλαιο αυτό, έγινε πλήρης ανάλυση για τον κύριο στόχο της εργασίας. Εξ' αρχής, ο σκοπός της συγκεκριμένης εργασίας ήταν η εύρεση ενός κατάλληλου ελεγκτή, με τον οποίο το τετρακόπτερο που έχει δομηθεί αναλυτικά από τον Peter Corke θα εκτελούσε την κίνησή του ομαλά. Η επίτευξη αυτού, προσδίδεται θεωρητικά παραπάνω μέσω των εξομοιώσεων. Η σταδιακή και με βήμα-βήμα ανάπτυξη του μοντέλου ελέγχου, καθορίστηκε αναγκαία για την τελική υλοποίηση του στόχου.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. Δρ. Αλαφοδήμος Κ., (2017), “Βιομηχανικοί ελεγκτές” [Online], Ανώτατο Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά Τεχνολογικού Τομέα, (τελευταία πρόσβαση στις 15/3/2020)
- [2]. Σκάντζικας Κ., (2014), “Σχεδιασμός και έλεγχος προωθητήριου συστήματος ελικοπτέρου με στροβιλοκινητήρα”, Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστημίου Πατρών
- [3]. Μυλωνάς Ε., Σπυρόπουλος Κ., (2017), “Έλεγχος και μοντελοποίηση μη επανδρωμένου ιπτάμενου οχήματος”, Πτυχιακή Εργασία, Ανώτατο Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Πειραιά Τεχνολογικού Τομέα
- [4]. Aguiar A. Renato, Argentim M. Lucas, Rezende C. Willian, Santos E. Paulo, (2012), “PID, LQR and LQR-PID on a quadcopter platform”
- [5]. Asif Sajjad Khan Anjum, Ijaz Mansoor Qureshi, Rana Ali Sufian, Zain Abbas, (2016), “Attitude control of quadcopter using adaptive neuro fuzzy control”, International Journal of Hybrid Information Technology, Vol.9, No.4 (2016), pp. 139-150
- [6]. Cao Z., Man Z., Wang P., Zhao Y., Zheng J., (2016), “Dynamics modelling and linear control of quadcopter, International Conference on advanced mechatronic systems”, November 30 - December 3
- [7]. Corrigan F., (2020), “How a quadcopter works along with propellers and motors” [Online], (τελευταία πρόσβαση στις 20/9/2020)
- [8]. David M. Schmidt, (2011), “Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle”, Thesis, University of Kentucky
- [9]. Eatemadi M., (2016), “Mathematical dynamics, kinematics modeling and PID equation controller of quadcopter”, International Journal of Applied Operational Research, 7 September, Vol. 7, No. 1, pp. 77-85
- [10]. Fiaz A. Usman, Khan I. Uzair Mukarram A., (2015), “Altitude control of a quadcopter”, Thesis, Pakistan Institute of Engineering and Applied Sciences
- [11]. Fum Z. Wei, (2015), “Implementation of simulink controller design on IRIS+ quadrotor”, Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey
- [12]. Grind drone, (2017), “Advantages and disadvantages of drone technology” [Online], (τελευταία πρόσβαση στις 10/9/2020)
- [13]. Jirinec T., (2011), “Stabilization and control of unmanned quadcopter”, Master Thesis, Czech Technical University in Prague,
- [14]. Murthi E. Gopalakrishnan, (2015), “Quadcopter flight mechanics model and control algorithms”, Diploma Thesis, Czech Technical University in Prague
- [15]. Omidshafiei S., (2013), “Reinforcement learning-based quadcopter control”, December 11
- [16]. Quadcopter Arena, (2018), “The history of drones and quadcopters” [Online], (τελευταία πρόσβαση στις 15/3/2020)
- [17]. Roadrunners Minicabs Croydon, (2016), “Pros and Cons of Quadcopter Motor Configurations” [Online], (τελευταία πρόσβαση στις 10/9/2020)
- [18]. Robotics: Aerial Robotics by University of Pennsylvania, (2016) [Online course] Coursera, (τελευταία πρόσβαση στις 20/9/2020)
- [19]. Snow C., (2014), “Five reasons the AUVERSI got its drone market forecast wrong” [Online], (τελευταία πρόσβαση στις 10/3/2020)
- [20]. Tilenni G., (2017), “European MALE UAV moves forward” [Online], (τελευταία πρόσβαση στις 15/3/2020)
- [21]. Wikipedia, (2020), Quadcopter [Online], (τελευταία πρόσβαση στις 20/9/2020)