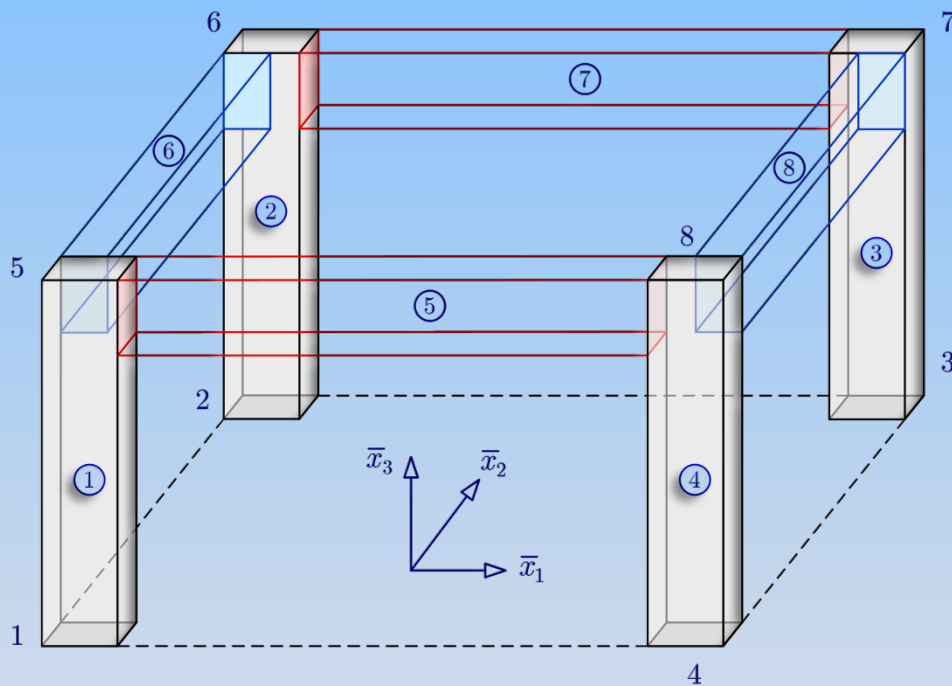




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
Π.Μ.Σ. ΔΟΜΟΣΤΑΤΙΚΑ ΈΡΓΑ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΩΡΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ



Διπλωματική Εργασία Π.Μ.Σ. Δομοστατικά Έργα

Καλλέργης Φραγκίσκος

Αθήνα, Ιούνιος 2023

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΣ-ΦΙΛΗΣ ΚΟΚΚΙΝΟΣ



Όνοματεπώνυμο φοιτητή: **ΚΑΛΛΕΡΓΗΣ Κ. ΦΡΑΓΚΙΣΚΟΣ**

Τίτλος Μεταπτυχιακής Διπλωματικής Εργασίας:

ΑΝΑΛΥΣΗ ΧΩΡΙΚΩΝ ΠΛΑΙΣΙΩΝ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η παρούσα εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι
Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή:

Τριαντάφυλλος - Φίλης Κόκκινος
Αναπληρωτής Καθηγητής
Επιβλέπων

Κωνσταντίνος Δημάκος
Καθηγητής
Διευθυντής Π.Μ.Σ.

Νικόλαος Πνευματικός
Καθηγητής
Μέλος

Ιούνιος 2023, ΑΙΓΑΛΕΩ

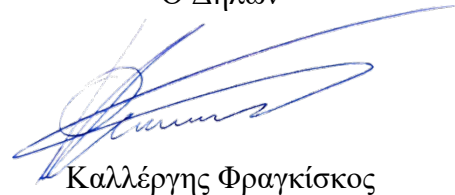
ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος **Καλλέργης Φραγκίσκος** του Κωνσταντίνου, με αριθμό μητρώου 22 φοιτητής του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Δομοστατικά Έργα» του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών της Σχολής Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, δηλώνω ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της μεταπτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο Δηλών



Καλλέργης Φραγκίσκος

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Κατάλογος Εικόνων.....	5
Κατάλογος Πινάκων	6
Περίληψη	7
Abstract.....	8
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	9
1.1 Γενικά.....	9
1.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων	10
1.3 Χωρικά Πλαίσια	14
2. ΧΩΡΙΚΑ ΠΛΑΙΣΙΑ	16
Συστήματα Αξόνων Χωρικού Πλαισίου, Αρίθμηση Μελών και Κομβικών Χωρικού Πλαισίου	16
2.1 Στηρίξεις Χωρικού Πλαισίου	17
3. ΑΚΡΑΙΑ ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΑΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΣΤΟ ΧΩΡΟ.....	18
3.1 Ακραία Εντατικά Μεγέθη Δοκού στο Χώρο	18
3.2 Μητρώο Ακραίων Δράσεων Δοκού στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων.....	19
3.3 Μητρώο Ακραίων Μετακινήσεων Δοκού στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων.....	20
4. ΜΗΤΡΩΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΧΩΡΟ	21
4.1 Μητρώο Μετασχηματισμού Μελών Χωρικού Πλαισίου	21
4.2 Ακραίες Δράσεις Δοκού στο Καθολικό Σύστημα Αξόνων	24
4.3 Ακραίες Μετατοπίσεις Δοκού στο Καθολικό Σύστημα Αξόνων	24
5. ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΧΩΡΟ.....	26
5.1 Μόρφωση του Μητρώου Στιβαρότητας Δοκού στο Χώρο	26
5.2 Μητρώο Στιβαρότητας Δοκού στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων	26
5.3 Μητρώο Στιβαρότητας Δοκού στο Καθολικό Σύστημα Αξόνων.....	28

6.	ΕΠΙΛΥΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ	29
6.1	Υπολογισμός Επικόμβιων Μετακινήσεων και Αντιδράσεων του Πλαισίου	29
6.2	Ακραίες Μετακινήσεις των Μελών του Πλαισίου στο Καθολικό και στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων τους	30
6.3	Ακραίες Δράσεων των Μελών του Πλαισίου στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων τους (Στερεός Κόμβος)	30
6.4	Ακραίες Δράσεων των Μελών του Πλαισίου στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων τους (Καμπτόμενα Ακρα)	30
7.	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ.....	32
7.1	Εφαρμογή της Μεθόδου στην Επίλυση Απλού Χωρικού Πλαισίου	332
8.	ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΙΩΡΟΦΗΣ ΜΟΝΟΚΑΤΟΙΚΙΑΣ	35
8.1	Περιγραφή του Σύνθετου Χωρικού Πλαισίου	35
	Βιβλιογραφία	38
	Παράρτημα 1	39

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 1. 1: Γραφική απεικόνιση της θεωρίας του Αρχιμήδη για τον υπολογισμό του «π» (Θεοδουλίδης, 2015).....	7
Εικόνα 1. 2: Χρήση τριγωνικών στοιχείων για τη διακριτοποίηση αμφιέρεστης δοκού με καμπτική φόρτιση (Γαντές, 2015).....	9
Εικόνα 1. 3: Διακριτές υποκατασκευές – στοιχεία (Θεοδουλίδης, 2015).....	11
Εικόνα 1. 4: Γραφική απεικόνιση μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων στο πρόγραμμα SCIA Engineering ((SCIA , 2022).....	14
Εικόνα 1. 5: Γραφική απεικόνιση μοντέλου σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων (ABAQUS) υπό φόρτιση και ανάλυση αυτού (https://learnsharewithdp.wordpress.com/2017/10/04/fea-in-abaqus-buckling-analysis-of-cylindrical-shell/)	15
Εικόνα 2. 1: Παράδειγμα προσομοιώματος κτιριακού φορέα με γραμμικά στοιχεία με πακτωμένες στηρίξεις (Κίρτας & Παναγόπουλος, 2013)	17
Εικόνα 3. 1: Καθολικό σύστημα αξόνων (Σαπουτζάκης, 2022).....	16
Εικόνα 3. 2: Τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου με συνιστώσες στο τοπικό σύστημα αξόνων (Σαπουτζάκης, 2022)	20
Εικόνα 4. 1: Τυπικό χωρικό πλαίσιο άξονες προσανατολισμού (καθολικός και τοπικοί)	21
Εικόνα 4. 2: Τυπικό μέλος πλαισίου με παρουσία των τοπικών και καθολικών αξόνων (Ίδια επεξεργασία)	223
Εικόνα 4. 3: Τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου με συνιστώσες ακραίων δράσεων σε ένα καθολικό σύστημα αξόνων (Σαπουτζάκης, 2022)	24
Εικόνα 4. 4: Τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου με συνιστώσες στο καθολικό σύστημα αξόνων (Σαπουτζάκης, 2022)	25
Εικόνα Α. 1 και Εικόνα Α. 2.....	44
Εικόνα Α. 3	49
Εικόνα Α. 3α.....	49

Εικόνα Α. 3β.....	49
Εικόνα Α. 3γ.....	49
Εικόνα Α. 3δ.....	49
Εικόνα Α. 3ε.....	49
Εικόνα Α. 4.....	50
Εικόνα Α. 5.....	51
Εικόνα Α. 6α.....	52
Εικόνα Α. 6β.....	52
Εικόνα Α. 6γ.....	52
Εικόνα Α. 6δ.....	52
Εικόνα Α. 6ε.....	52
Εικόνα Α. 6στ.....	52
Εικόνα Α. 6ζ.....	52

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 4. 1: Μητρώο πειστορφής μέλους.....	21
---	----

Περίληψη

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ανάλυση χωρικών πλαισίων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η εν λόγω μέθοδος διαθέτει μια μακρά ιστορία αφού η πρώτη χρήση της μεθόδου ανάγεται στον Αρχιμήδη προκειμένου να υπολογίσει το γνωστό για όλους "π" (3,14). Σήμερα, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί την εξέλιξη κανείς θα έλεγε των μητρικών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων. Αποτελεί το βασικό θεμέλιο για τους Μηχανικούς αφού, η θεωρία των πεπερασμένων στοιχείων και η γνώση αυτής αποτελεί θεωρία μείζονος σημασίας για τη μηχανική ως επιστήμη. Σήμερα, η χρήση των πεπερασμένων στοιχείων πραγματοποιείται με την αρωγή λογισμικών όπως είναι το SAP2000 και το SCIA Engineering, και ως εκ τούτου, ο μηχανικός δεν απαιτείται να εφαρμόζει το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθόδου αυτής. Ωστόσο επισημαίνεται ότι ένας μηχανικός θα πρέπει να είναι γνώστης της μεθόδου, αφού η επιστήμη του ως επί το πλείστο βασίζεται στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Η παρούσα εργασία αποτελεί το θεμέλιο λίθο για μελλοντικούς φοιτητές αφού παρουσιάζει εκτενώς τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, ενώ η μελέτη περίπτωσης (ανάλυση χωρικού πλαισίου μιας υφιστάμενης διώροφης οικοδομής) επιτρέπει στον αναγνώστη να κατανοήσει πλήρως τη μέθοδο μέσω του προγράμματος excel που δημιουργήθηκε για το σκοπό της παρούσας εργασίας.

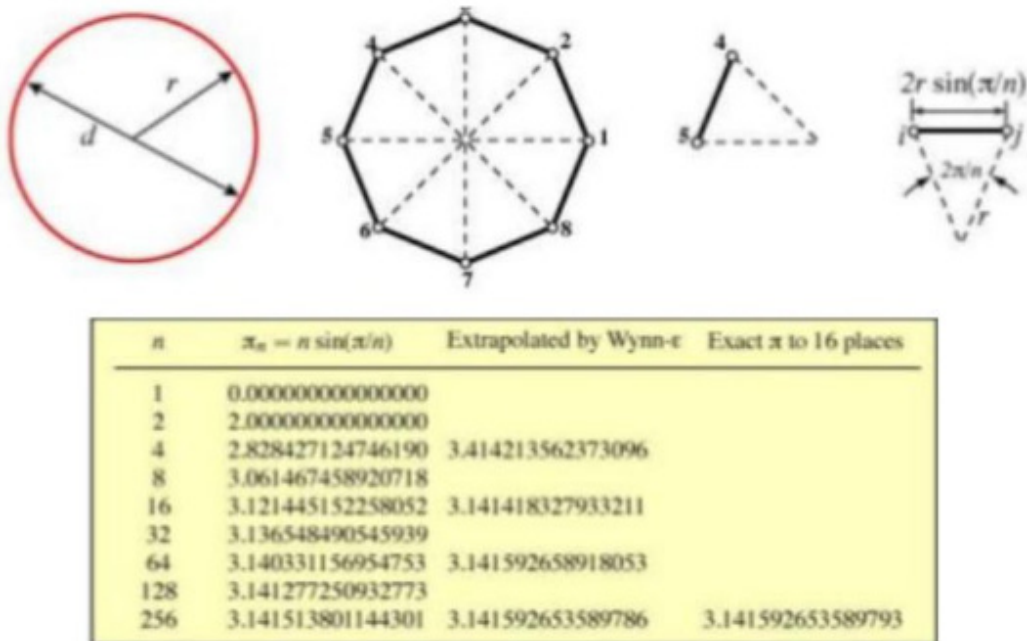
Abstract

The aim of this thesis is the analysis of spatial frameworks using the finite element method. This method has a long history since the first use of it goes back to Archimedes in order to calculate the well-known " π " (3,14). Today, the finite element method is the evolution of one could say of matrix method for the numerical solution of differential equations. It is the basic foundation for engineers since finite element theory and knowledge of it is a theory of major importance for engineering. Nowadays, the use of finite elements is carried out with the help of software such as SAP2000 and SCIA Engineering, and therefore, the engineer is not required to apply the theoretical background of this method. However, it is of high importance that an engineer should be familiar with the method, since his/her discipline is mostly based on the finite element method. This paper is the foundation stone for future students since it presents the finite element method extensively, while the case study (spatial plane analysis of an existing two-storey building) allows the reader to fully understand the method through the excel program created for the purpose of this paper.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Γενικά

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ) αποτελεί ένα αρκετά χρήσιμο εργαλείο για τη μελέτη κατασκευών και έχει ευρεία εφαρμογή. Η εν λόγω μέθοδος δύναται να χρησιμοποιηθεί σε ελαστική ανάλυση αλλά και μη ανελαστική και σε μη-γραμμικά προβλήματα, λυγισμό, δυναμική συμπεριφορά κ.α. (Γαντές, 2015). Η πρώτη χρήση της μεθόδου ανάγεται στον Αρχιμήδη όταν εκείνος για να υπολογίσει το «π» με ακρίβεια 30 δεκαδικών ψηφίων, προσέγγισε τον κύκλο με ένα κανονικό 96-γωνο (Θεοδουλίδης, 2015).



Εικόνα 1. 1: Γραφική απεικόνιση της θεωρίας του Αρχιμήδη για τον υπολογισμό του «π» (Θεοδουλίδης, 2015).

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων σήμερα αποτελεί την εξέλιξη των μητρωϊκών μεθόδων αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων. Επιστήμονες που αφιερώθηκαν στην εξέλιξη της μεθόδου αυτής ήταν οι Ιωάννης Αργύρης, Ρέι Κλαφ, ο Βάλτερ Ριτζ, ο Μπόρις Γκαλέρκιν και άλλοι (Γαντές, 2015).

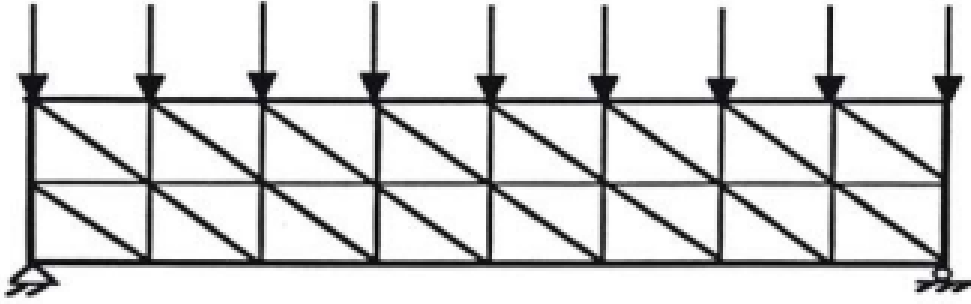
Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η αρχική διατύπωση της μεθόδου πεπερασμένων στοιχείων βασίστηκε στη μητρωϊκή ανάλυση που αργότερα διευρύνθηκε και έγινε πιο θεμελιώδης. Ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά της μεθόδου είναι η χρήση διδιάστατων και τρισδιάστατων στοιχείων προκειμένου να πραγματοποιηθεί προσομοίωση συνεχών μέσων. Από τις πρώτες δημοσιεύσεις στην οποία

παρουσιάστηκε η εν λόγω ιδέα ήταν αυτές των Turner, Clough, Martin, και Topp (1956), ορισμένα όμως χαρακτηριστικά της είχαν ήδη περιγραφεί από τους Courant (1943), Hrenikoff (1941), McHenry (1943) και άλλους. Έκτοτε ακολούθησαν αρκετές δημοσιεύσεις (Γαντές, 2015).

Σήμερα, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων εφαρμόζεται ευρέως ενώ στην ανάπτυξη της έχουν συμβάλλει τρεις βασικές επιστημονικές περιοχές: εκείνη της μηχανικής των ενεργειακών μεθόδων, της θεωρίας προσεγγίσεων των μαθηματικών καθώς και των πληροφοριακών συστημάτων σχεδιασμού CAD – Computer Aided Design (Βασιλακάκης, 2017). Τέλος, η ΜΠΣ αποτελεί μια αριθμητική μέθοδο η οποία μπορεί να εφαρμοστεί προκειμένου να επιλυθούν διάφορα φυσικά προβλήματα. Ουσιαστικά αποτελεί μια μέθοδο αριθμητικής επίλυσης διαφορικών εξισώσεων που περιγράφουν διάφορα φυσικά προβλήματα. Δύναται να εφαρμοσθεί για την αριθμητική προσέγγιση αλλά και επίλυση σύνθετων προβλημάτων στις εξής επιστημονικές περιοχές: αντοχή κατασκευών, ρευστομηχανική, μετάδοση θερμότητας / θερμοδυναμική, δυναμική, ταλαντώσεις / ιδιοσυχνότητες, ηλεκτρομαγνητισμός και άλλα. (Θεοδουλίδης, 2015).

1.2 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αναπτύχθηκε προκειμένου να βρεθεί λύση σε άλυτα προβλήματα που αδυνατούσαν να επιλυθούν από την επιστημονική κοινότητα. Ουσιαστικά η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αφορά τη δυνατότητα προσομοίωσης μιας πραγματικής κατασκευής με συστατικά στοιχεία τα οποία συνδέονται σε ένα πεπερασμένο αριθμό κόμβων. Η εν λόγω μεθοδολογία είναι μια φυσιολογική προσομοίωση των πλαισίων αφού τα πλαίσια αποτελούνται από δοκούς οι οποίες είναι συνδεδεμένες μεταξύ τους στα άκρα τους. Στην πραγματικότητα ωστόσο, στις κατασκευές δεν υφίσταται φυσικοί διαχωρισμοί και ως εκ τούτου απαιτείται ένας τεχνητός διαχωρισμός στα στοιχεία αυτά. Τα τεχνητά στοιχεία είναι γνωστά ως «πεπερασμένα στοιχεία» με τετράπλευρη ή τριγωνική γεωμετρία ενώ οι κόμβοι εΐθισται να βρίσκονται στα άκρα των στοιχείων (Βασιλακάκης, 2017). Η παρακάτω εικόνα απεικονίζει τη χρήση τριγωνικών στοιχείων σε κορμό δοκού.



Εικόνα 1. 2: Χρήση τριγωνικών στοιχείων για τη διακριτοποίηση αμφιέρεστης δοκού με καμπτική φόρτιση (Γαντές, 2015)

Για να γίνει λοιπόν μια προσομοίωση βασισμένη στη μητρική μέθοδο, θα πρέπει η κατασκευή να είναι συνεχής με ένα πεπερασμένο αριθμό διακριτών μεταβλητών. Οι εν λόγω μεταβλητές είναι μετατοπίσεις των κόμβων ενώ σε κάποιες περιπτώσεις είναι και οι παράγωγοί τους. Εάν κατά την ανάλυση περιλαμβάνονται και οι παράγωγοι τότε μιλάμε για «βαθμούς ελευθερίας» αντί για μετατοπίσεις κόμβων. Θα πρέπει οι μετατοπίσεις στο εσωτερικό των στοιχείων να είναι συμβατές με τις μετατοπίσεις των κόμβων και όλες οι αλληλεπιδράσεις των στοιχείων εκφράζονται σε σχέση με τις κομβικές μετατοπίσεις (Γαντές, 2015).

Η χρήση Η/Υ και οι διάφορες επιστημονικές μέθοδοι που αναπτύχθηκαν για τα πεπερασμένα στοιχεία δύνανται να λυθούν σχετικά εύκολα. Η εξέλιξη των λογισμικών πραγματοποιήθηκε αφού δίνονταν μεγάλες χρηματοδοτήσεις στα διάφορα ερευνητικά κέντρα. Σκοπός ήταν η γρήγορη εξέλιξη και αναβάθμιση του λογισμικού με γραφικές απεικονίσεις για τις αναλύσεις. Πλέον, η χρήση των πεπερασμένων στοιχείων είναι απλοϊκή, προσιτή και δημιουργικότερη.

Ως εκ τούτου, η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είθισται να εφαρμόζεται σε σύνθετους προβληματισμούς αφού χαρακτηρίζεται ως μια μέθοδο αξιόλογη και αξιόπιστη. Η εφαρμογή πεπερασμένων στοιχείων σήμερα γίνεται μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή και συγκεκριμένα μέσω λογισμικών όπως είναι το FESPA. Η μέθοδος χρησιμοποιείται ευρεία σε πολλές μελέτες όπως αυτοί των κατασκευών.

Στην παρούσα, υφίσταται δύο μεγάλες κατηγορίες λογισμικών που συνθέτουν μεγάλο μέρος των εμπορικών λογισμικών ήτοι τα γραφικά λογισμικά και τα λογισμικά ανάλυσης. Πιο συγκεκριμένα, τα γραφικά λογισμικά δύνανται να χρησιμοποιηθούν πριν από την εκάστοτε ανάλυση και έπειτα από αυτήν. Στα γραφικά λογισμικά, πριν

από την ανάλυση (pre-processing)¹ πραγματοποιείται κατασκευή και σχεδίαση του μοντέλου και έπειτα το μοντέλο διακριτοποιείται σε πεπερασμένα στοιχεία. Μετά το πέρας της ανάλυσης (post-processing)², εμφανίζονται γραφικές παραστάσεις με τα αποτελέσματα. Μερικές από τις γραφικές αυτές παραστάσεις απεικονίζουν και την παραμόρφωση του μοντέλου υπό φορτία, τις κατανομές των τάσεων κ.α. (Βασιλακάκης , 2017).

Από την άλλη, τα λογισμικά ανάλυσης χρησιμοποιούνται για την μελέτη διαφόρων προβλημάτων που αφορούν τη μηχανική στερεών ή και κατασκευών, μηχανική ρευστών, θερμοδυναμική, στην ακουστική, την κατεργασία μετάλλων, στη θεωρία ηλεκτρισμού καθώς και τον ηλεκτρομαγνητισμό κ.α. (Βασιλακάκης , 2017).

Μερικά από τα λογισμικά προγράμματα που υποστηρίζουν τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων είναι:



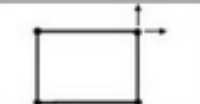
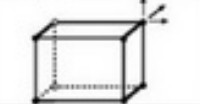

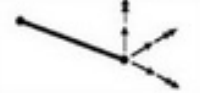


- ANSYS
- SOLIDWORKS
- SCIA ENGINEERING
- POSEIDON
- MSC PATRAN/NASTRAN
- MAESTRO
- TRIBON
- LYSAS
- ABAQUS
- MIDAS GEN
- NASTRAN
- MARC
- ADINA
- SAP2000
- TEDDS

¹ Κατά τη φάση αυτή γίνεται γεωμετρική σχεδίαση, μοντελοποίηση, ασκούνται φορτίσεις και οριακές συνθήκες, και εφαρμόζονται οι ιδιότητες των υλικών

² Παρουσίαση και επεξεργασία αποτελεσμάτων

Για την επίλυση προβλημάτων που η λύση τους χρήζει μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων θα πρέπει να ακολουθηθεί μια συγκεκριμένη διαδικασία. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, σήμερα η χρήση λογισμικού κρίνεται απαραίτητη και ως εκ τούτου η χρήση CAD (Computer Aided Design) είναι ευρέως διαδομένη. Τα εν λόγω λογισμικά δίνουν την ευκαιρία στον αναλυτή/μηχανικό να αναγνωρίσει τον τρόπο με τον οποίο θα συμπεριφερθεί ένας φορέας ή ένα προϊόν και να υποδείξει τυχόν λάθη που προκύψουν από τη μοντελοποίηση. Η εφαρμογή της ΜΠΣ σε προβλήματα αντοχής των κατασκευών (όπως για το σκοπό της παρούσας εργασίας), η συνολική κατασκευή χωρίζεται σε έναν αριθμό διακριτών υποκατασκευών ήτοι στοιχείων ή αλλιώς elements. Τα στοιχεία αυτά μπορεί να είναι (Θεοδουλίδης, 2015):

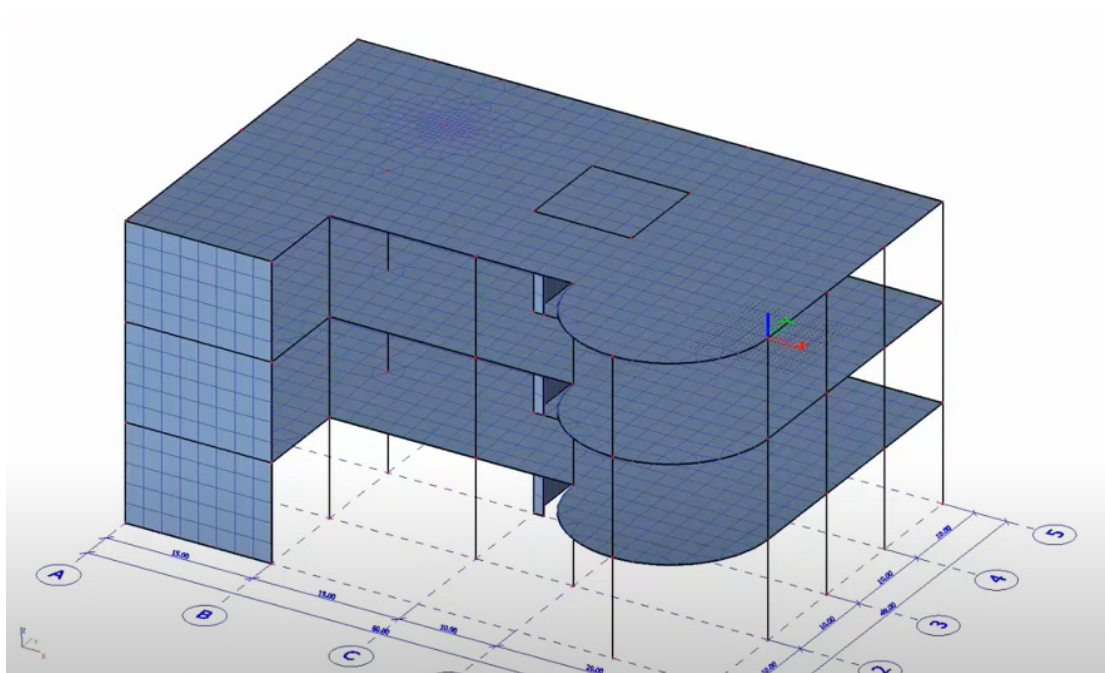
- Μονοδιάστατοι ράβδοι ή σχοινιά που περιλαμβάνουν μόνο αξονικές φορτίσεις.
- Δοκοί που αφορούν μονοδιάστατα στοιχεία και παραλαμβάνουν αξονικές και κάθετες φορτίσεις.
- Μεμβρανικά στοιχεία που αφορούν διδιάστατα στοιχεία τα οποία περιλαμβάνουν και κάθετες φορτίσεις.
- Στερεά στοιχεία τα οποία αφορούν τριδιάστατα στερεά στοιχεία.
- Άλλα εξειδικευμένα στοιχεία.

Element type	Degree of freedom (connection quantities)	Illustration
Bar element	One degree of freedom at each node: displacement	
Torsion bar element	One degree of freedom at each node: rotation	
Membrane element	Two degrees of freedom at each node: displacements	
Three-dimensional solid element	Three degrees of freedom at each node: displacements	
Two-dimensional beam bending element	Two degrees of freedom at each node: one displacement and one rotation	
Three-dimensional beam element	Six degrees of freedom at each node: three displacements and three rotations	
Flat plate element	Three degrees of freedom at each node: one displacement and two rotations	
Shell element	Five degrees of freedom at each node: three displacements and two rotations	

Εικόνα 1. 3: Διακριτές υποκατασκευές – στοιχεία (Θεοδουλίδης, 2015)

Η διαδικασία που ακολουθείται για τη μοντελοποίηση μιας κατασκευής γενικά έχει ως εξής (SCIA , 2022):

1. Σε λογισμικό πρόγραμμα CAD δημιουργείται ένα τριδιάστατο μοντέλο μέσω κόμβων και στοιχείων.
2. Έπειτα εφαρμόζονται τα πεπερασμένα στοιχεία και εφόσον το πλέγμα είναι ολοκληρωμένο δύναται να εφαρμοστούν οι διάφορες παραδοχές και φορτία.
3. Το πρόγραμμα δύναται μετά να επιλύσει το πρόβλημα.
4. Μετά την ολοκλήρωση της επίλυσης, τα αποτελέσματα αναρτώνται προκειμένου ο μελετητής να αιτιολογήσει τις λύσεις.

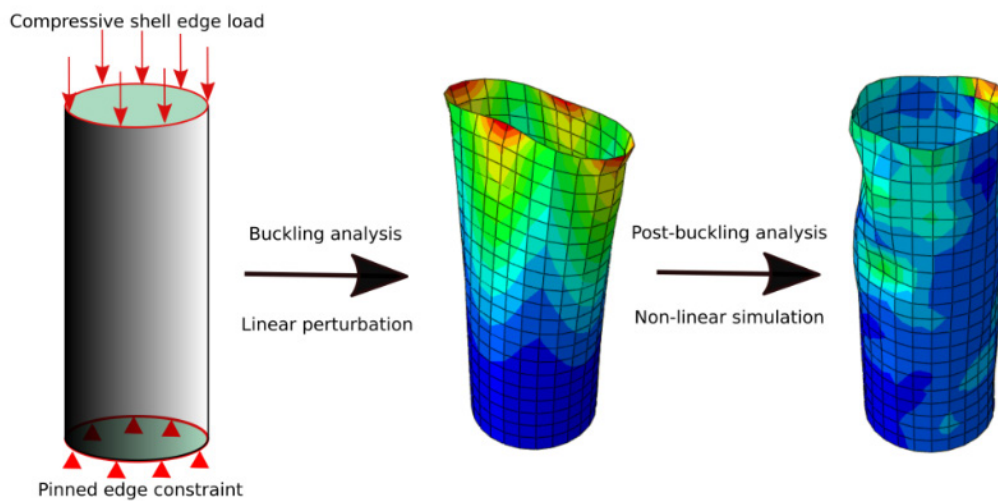


Εικόνα 1. 4: Γραφική απεικόνιση μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων στο πρόγραμμα SCIA Engineering ((SCIA , 2022)

1.3 Χωρικά Πλαίσια

Κανείς μπορεί να διακρίνει από την Εικόνα 1.3 ότι υπάρχει ένας συνδυασμός γραμμικών στοιχείων (ράβδοι) που συνδέονται μεταξύ τους κυρίως μέσω μονολιθικών συνδέσεων που οδηγούν στη δημιουργία δομικών φορέων, τα πλαίσια. Οι ράβδοι αφορούν δομικά στοιχεία όπως δοκούς, και υποστυλώματα ενώ το κύριο χαρακτηριστικό του μοντέλου είναι η ράβδος του δικτύωματος. Πιο συγκεκριμένα, οι δοκοί αφορούν τα ευθύγραμμα δομικά στοιχεία που αποτελούν ουσιαστικά τον άξονα της δοκού και διαθέτουν μεγαλύτερη διάσταση (οριζόντια) σε σχέση με την εγκάρσια διεύθυνση (Σαπουτζάκης, 2022). Από την άλλη, το πλαίσιο ήτοι ο φορέας

αποτελείται από μέλη αλλά και οι φορτίσεις ανήκουν στο ίδιο επίπεδο. Σε περίπτωση που κάποιο από τα παραπάνω δεν πληρούνται, τότε ο φορέας ονομάζεται χωρικό πλαίσιο ή χωρικός φορέας. Θα πρέπει να τονισθεί ότι το χωρικό πλαίσιο είναι η πλέον διαδομένη περίπτωση ραβδωτού φορέα και από την ανάλυση του προκύπτουν τα επίπεδα δικτυώματα, τα επίπεδα πλαίσια, τα χωρικά δικτυώματα καθώς και τα εσχάρα. Πλαίσια δύναται να εφαρμοστούν σε διάφορες κατασκευές όπως γέφυρες, στάδια, υπόστεγα και γενικά σε κτίρια (Γκότσης, 2013).

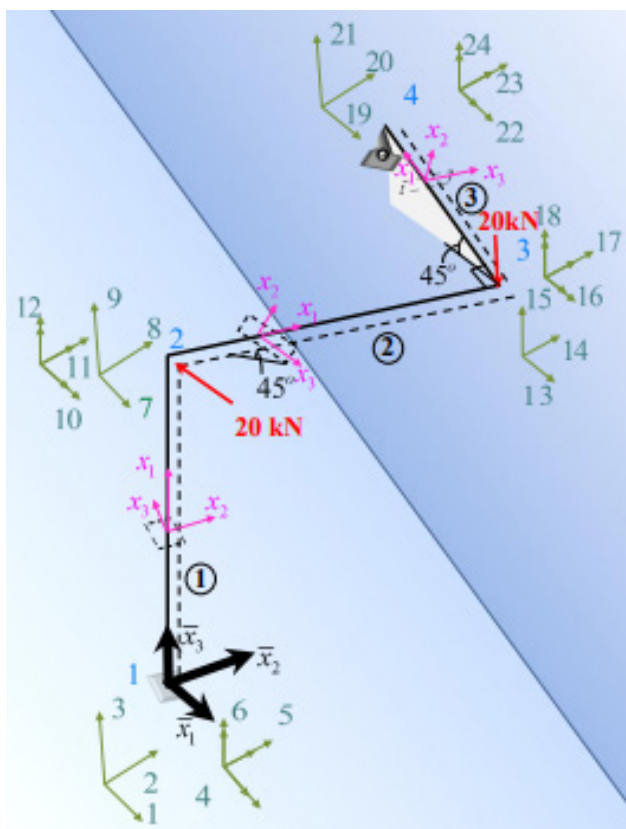


Εικόνα 1. 5: Γραφική απεικόνιση μοντέλου σε λογισμικό πεπερασμένων στοιχείων (ABAQUS) υπό φόρτιση και ανάλυση αυτού (<https://learnsharewithdp.wordpress.com/2017/10/04/fea-in-abaqus-buckling-analysis-of-cylindrical-shell/>)

2. ΧΩΡΙΚΑ ΠΛΑΙΣΙΑ

Συστήματα Αξόνων Χωρικού Πλαισίου, Αρίθμηση Μελών και Κομβικών Χωρικού Πλαισίου

Προκειμένου να ξεκινήσει η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων, θα πρέπει να γίνει η ανάλυση του χωρικού πλαισίου. Ως πρώτο βήμα γίνεται η αρίθμηση των κόμβων και των μελών τους. Αυτό είναι ένα πολύ σοβαρό βήμα αφού έπειτα θα πρέπει να γίνει εύρεση των συντεταγμένων. Ως εκ τούτου, βασικό στοιχείο είναι η επιλογή του συστήματος αξόνων, και επιλέγεται το καθολικό. Το καθολικό σύστημα αξόνων είναι δεξιόστροφο ($O\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$) και για το σκοπό της παρούσας εργασίας χρησιμοποιείται αυτό. Ένα καθολικό σύστημα αξόνων επιτρέπει τον υπολογισμό τόσο των κινηματικών μεγεθών των κόμβων όσο και των αντιδράσεων των στηρίξεων του (Σαπουτζάκης, 2022).



Εικόνα 2. 1: Καθολικό σύστημα αξόνων (Σαπουτζάκης, 2022)

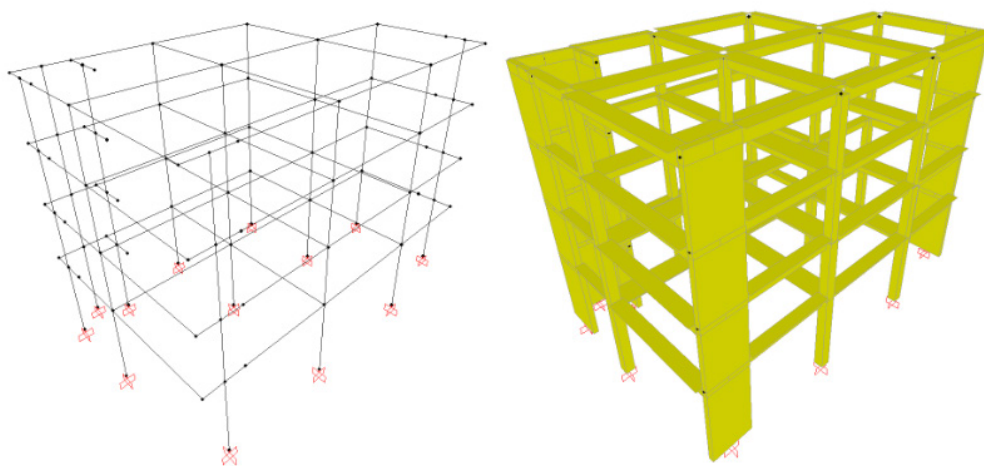
Αφού οριστούν τα παραπάνω, τότε πραγματοποιείται ο ορισμός των εσωτερικών εντατικών και των κινηματικών μεγεθών των μελών. Αυτό γίνεται με την εισαγωγή ενός τοπικού συστήματος αναφοράς για κάθε ένα από τα στοιχεία που συνθέτουν το

πλαίσιο. Για να καθοριστεί το τοπικό σύστημα θα πρέπει σε κάθε μέλος να ορίζεται ο άξονας ο οποίος θα έχει διεύθυνση τη διεύθυνση του μέλους και φορά από τον κόμβο με τον μικρότερο προς τον κόμβο με τον μεγαλύτερο αύξοντα αριθμό. Ως άξονες x_2 , x_3 ορίζονται οι κύριοι κεντροβαρικοί άξονες της διατομής (Σαπουτζάκης, 2022).

Το τελευταίο βήμα είναι ο καθορισμός των βαθμών ελευθερίας κίνησης των κόμβων του πλαισίου ήτοι ορίζεται η κινηματική αοριστία. Στο σημείο αυτό δεν λαμβάνεται υπόψη ο τρόπος στήριξης του πλαισίου. Έχοντας υπόψη ότι ο κόμβος του εκάστοτε χωρικού πλαισίου διαθέτει έξι κόμβους (ήτοι 3 μετατοπίσεις και 3 στροφές κατά τους άξονες) λόγο του ότι δεν λαμβάνεται υπόψη η στήριξη, οι βαθμοί ελευθερίας κίνησης του φορέα ορίζεται ως $6N$ όπου N ο αριθμός κόμβων του πλαισίου. Οι βαθμοί ελευθερίας κίνησης των κόμβων ορίζονται στο καθολικό σύστημα αξόνων ενώ η αρίθμηση τους είναι κατά αύξουσα σειρά κόμβων (Chandntrupatla & Belengundu, 2006).

2.1 Στηρίξεις Χωρικού Πλαισίου

Τα χωρικά πλαίσια στηρίζονται στις άκρες των υποστυλωμάτων και των δοκών. Ως επί το πλείστο, οι στηρίξεις που βρίσκονται στις θεμελιώσεις είναι πακτωμένες ήτοι δεν δύναται να μετακινηθούν αλλά ούτε και να στραφούν. Τα παραπάνω αφορούν κατασκευές οπλισμένου σκυροδέματος. Σε μεταλλικές κατασκευές είθισται να εφαρμόζονται αρθρωτές στηρίξεις οι οποίες επιτρέπουν μερική μετακίνηση.



Εικόνα 2. 2: Παράδειγμα προσομοιώματος κτιριακού φορέα με γραμμικά στοιχεία με πακτωμένες στηρίξεις (Κίρτας & Παναγόπουλος, 2013)

3. ΑΚΡΑΙΑ ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΙΑΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

3.1 Ακραία Εντατικά Μεγέθη Δοκού στο Χώρο

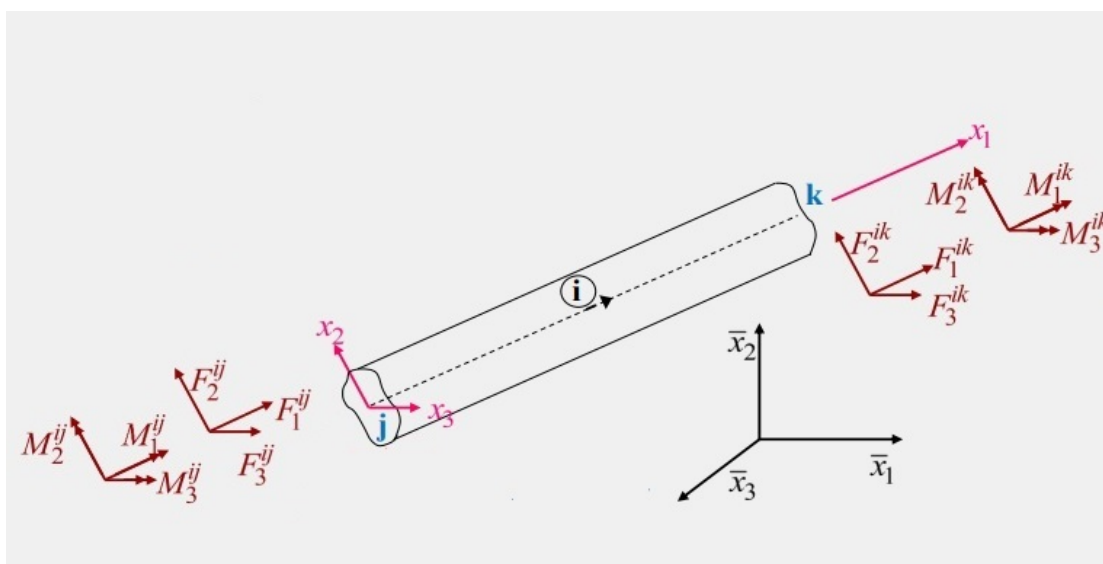
Η δοκός ως κατασκευαστικό στοιχείο συναντάται πολύ συχνά ιδιαίτερα στην πράξη. Δύναται να λάβει δυνάμεις κατά τη διεύθυνση του άξονα της αλλά και κάθετα σε αυτόν. Ήτοι μπορεί να ενταχθεί αξονικά αλλά και τμηματικά, καμπτικά και στρεπτικά. Εφόσον τα εξωτερικά φορτία βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο τότε εμφανίζονται τρία γενικά εντατικά μεγέθη που ονομάζονται φορτία διατομής. Ως εκ τούτου, μια δοκό στο χώρο καταπονείται σε 6 δυνάμεις, 2 αξονικές και 4 τέμνουσες αλλά και σε 6 ροπές, 2 στρεπτικές και 4 καμπτικές (Λόκκας & Αλαμάνης, 2021).

Τα φορτία διατομής συμβολίζονται ως έχει:

- Αξονική ή ορθή δύναμη (N),
- Τέμνουσα δύναμη (Q) και
- Ροπή κάμψης ή καμπτική ροπή (M).

3.2 Μητρώο Ακραίων Δράσεων Δοκού στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων

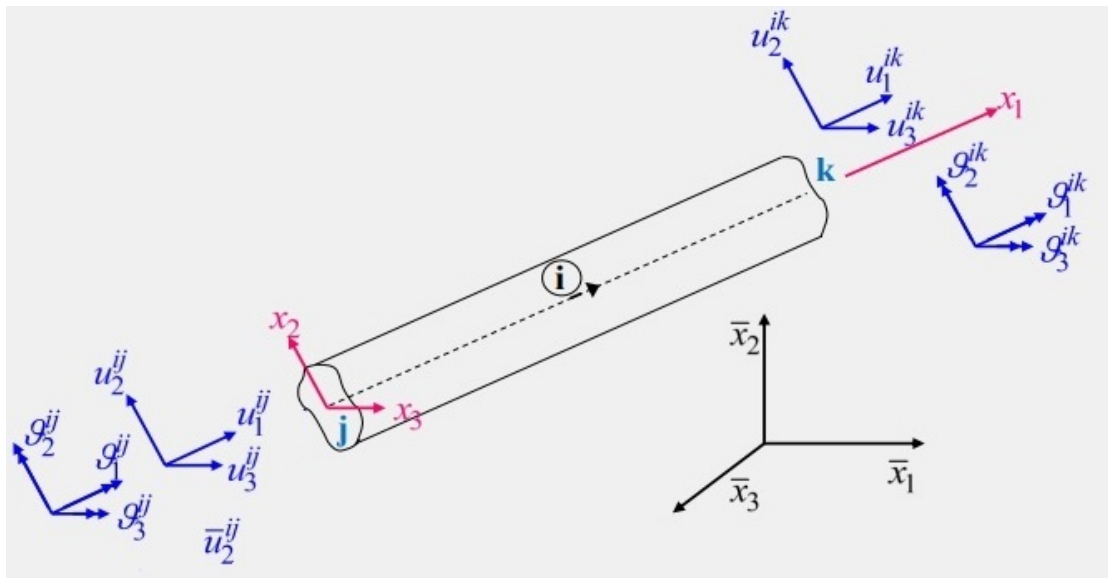
Ένα μέλος χωρικού πλαισίου ήτοι μια δοκός i , δέχεται δράσεις. Αυτό προσομοιώνεται σε ένα τοπικό σύστημα αξόνων όπως διαφαίνεται στην Εικόνα 3.1. Κανείς μπορεί να διακρίνει ότι οι συνιστώσες ήτοι δράσεις αφορούν αξονικές δράσεις F_1^{ij}, F_1^{ik} πλαισιώνονται από τις τέμνουσες δυνάμεις $F_2^{ij}, F_2^{ik}, F_3^{ij}, F_3^{ik}$ και τις καμπτικές ροπές $M_2^{ij}, M_2^{ik}, M_3^{ij}, M_3^{ik}$ κατά τους τοπικούς άξονες x_2, x_3 και συμπληρώνονται από τις στρεπτικές ροπές M_1^{ij}, M_1^{ik} κατά των άξονα x_1 .



Εικόνα 3. 1: Συνιστώσες ακραίων δράσεων (αξονικές και τέμνουσες δυνάμεις) (Σαπουτζάκης, 2022)

3.3 Μητρώο Ακραίων Μετακινήσεων Δοκού στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων

Ένα τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου αποτελείται από συνιστώσες των μετακινήσεων στο τοπικό σύστημα αξόνων. Απαρτίζονται από δύο αξονικές u_1^{ij}, u_1^{ik} και τέσσερις εγκάρσιες μετατοπίσεις $u_2^{ij}, u_2^{ik}, u_3^{ij}, u_3^{ik}$, τέσσερις καμπτικές $\theta_2^{ij}, \theta_2^{ik}, \theta_3^{ij}, \theta_3^{ik}$ και δύο στρεπτικές $\theta_1^{ij}, \theta_1^{ik}$ ροπές. Στην Εικόνα 3.2 διακρίνεται ένα καθολικό σύστημα αξόνων καθώς και το τοπικό ωστόσο και τον κόμβο αρχής j (κόμβος με μικρότερο άξοντα αριθμό) και τον κόμβο πέρατος k (κόμβος με μεγαλύτερο άξοντα αριθμό) (Παπαδρακάκης & Σαπουντζάκης, 2016).

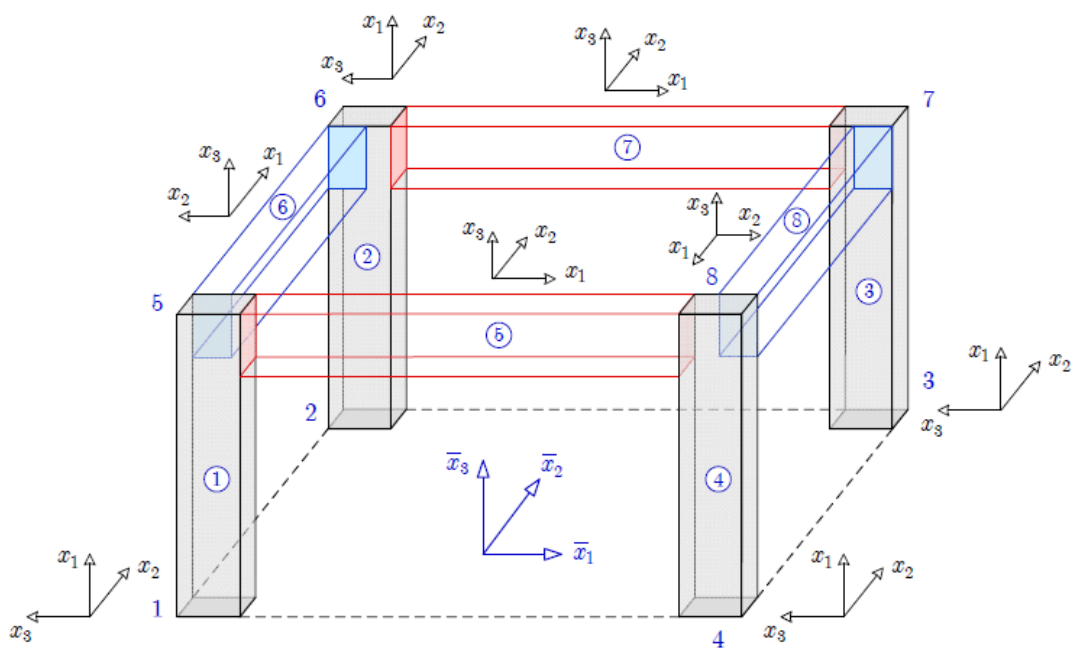


Εικόνα 3. 1: Τοπικό μέλος i χωρικού πλαισίου με συνιστώσες στο τοπικό σύστημα αξόνων (Σαπουντζάκης, 2022)

4. ΜΗΤΡΩΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

4.1 Μητρώο Μετασχηματισμού Μελών Χωρικού Πλαισίου

Το μητρώο μετασχηματισμού $[\Lambda_{SF}^i]$ του στοιχείου i ενός χωρικού πλαισίου εκφράζεται συναρτήσει ενός βασικού μητρώου περιστροφής $[\Lambda_s]$. Στόχος είναι ο υπολογισμός του μητρώου περιστροφής $[\Lambda_s]$ με δεδομένα τα οποία καθορίζουν τον προσανατολισμό του στοιχείου i ως προς το καθολικό σύστημα συντεταγμένων. Τα εν λόγω δεδομένα είναι οι καθολικές συντεταγμένες των κόμβων του κάθε στοιχείου, οι οποίες προσδιορίζονται από τη γεωμετρία του φορέα και την κλίση του τοπικού επιπέδου x_1, x_2 ως προς το καθολικό επίπεδο $\bar{x}_1\bar{x}_2$. Το μητρώο περιστροφής $[\Lambda_s]$ καθορίζεται από τρεις διαδοχικές περιστροφές του καθολικού συστήματος αξόνων, οι οποίες είναι τέτοιες ώστε αυτό να συμπίπτει με το τοπικό σύστημα αξόνων.



Εικόνα 4. 1: Τοπικό χωρικό πλαίσιο άξονες προσανατολισμού (καθολικός και τοπικοί)

Προκειμένου να μοντελοποιηθούν ορθά τα μητρώα περιστροφής Λ για το εκάστοτε μέλος του χωρικού πλαισίου, θα πρέπει να ληφθεί υπόψη η κατεύθυνση των τοπικών αξόνων των μελών σε συνάρτηση με τον καθολικό άξονα καθώς και του κόμβου αρχής και τέλους, ήτοι τον προσανατολισμό τους. Στην Εικόνα 4.1 κανείς μπορεί να

διακρίνει 4 διαφορετικά μητρώα περιστροφής. Προκειμένου να δομηθεί το μητρώο περιστροφής Λ θα πρέπει ο καθολικός άξονας μέσω περιστροφών να συμπέσει με τους τοπικούς άξονες του εκάστοτε μέλους.

Τα μέλη από 1 έως και 4 διαθέτουν το ίδιο μητρώο περιστροφής το οποίο διαμορφώνεται ως εξής: ο καθολικός άξονας \bar{x}_1 θα πρέπει να περιστραφεί κατά τον τοπικό άξονα x_2 , ο καθολικός άξονας \bar{x}_2 δεν περιστρέφεται ενώ ο καθολικός άξονας \bar{x}_3 θα περιστραφεί αντίθετα του x_1 . Εν συνέχεια για το μέλος 6 ο καθολικός άξονας \bar{x}_3 παραμένει στην ίδια θέση, ο καθολικός άξονας \bar{x}_1 στρέφεται κατά τον τοπικό άξονα x_2 ενώ ο καθολικός άξονας \bar{x}_2 θα στραφεί αντίθετα του τοπικού x_1 . Τέλος τα μέλη 5 και 7 στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν επιδέχονται κάποια περιστροφή ενώ για το μέλος 8 ακολουθείται η ακριβώς αντίθετη διαδικασία από ότι ακολουθήθηκε για το μέλος 6.

$$[\Lambda_{SF}] = \begin{bmatrix} [\Lambda_{SF}^{ij}] & [0] \\ [0] & [\Lambda_{SF}^{ik}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\Lambda_{SF}^{ij}] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\Lambda_{SF}^{ij}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\Lambda_{SF}^{ik}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\Lambda_{SF}^{ik}] \end{bmatrix}$$

Πίνακας 4. 1: Βασικό μητρώο περιστροφής

Όπου,

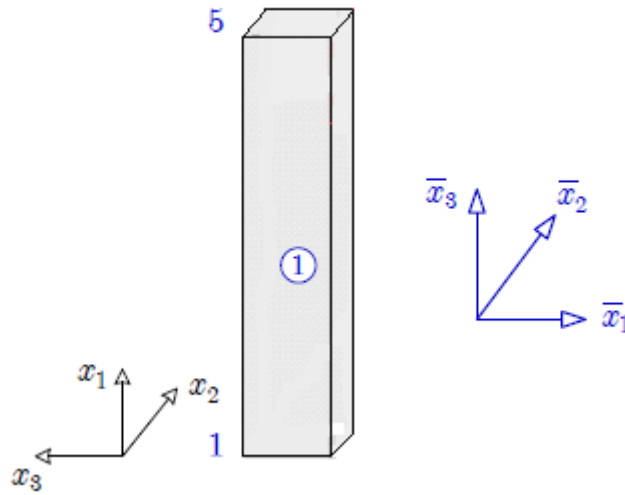
$[\Lambda_{SF}^{ij}]$ και $[\Lambda_{SF}^{ik}]$ τα βασικά μητρώα περιστροφής άκρα i και j του μέλους

$$\begin{aligned} [\Lambda_{SF_1}^{ij}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & [\Lambda_{SF_1}^{jk}] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ [\Lambda_{SF_6}^{ij}] &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & [\Lambda_{SF_6}^{jk}] &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{SF_7}^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \Lambda_{SF_7}^{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{SF_8}^{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \Lambda_{SF_8}^{jk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Παρακάτω παρουσιάζεται ενδεικτικό μέλος χωρικού πλαισίου παρουσία και του τοπικού και του καθολικού συστήματος αξόνων και στην συνέχεια ακολουθεί το μητρώο περιστροφής του .



Εικόνα 4. 2: Τυπικό μέλος πλαισίου με παρουσία των τοπικών και καθολικών αξόνων (Ίδια επεξεργασία)

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{SF} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

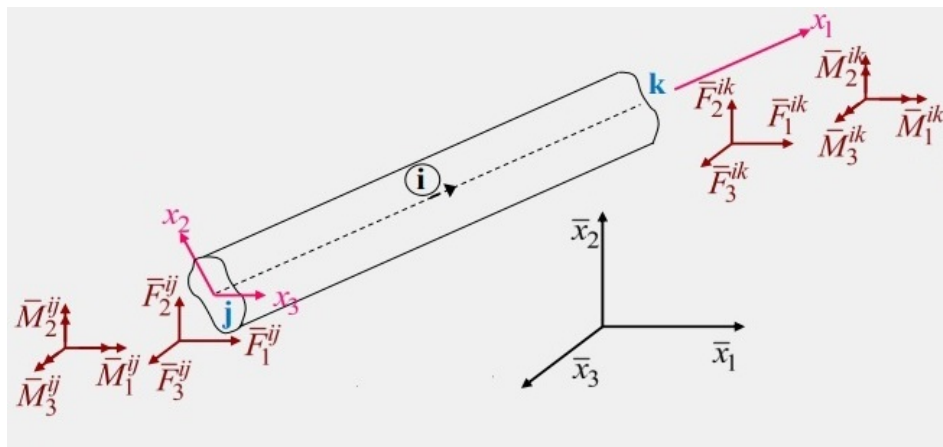
Πίνακας 4. 2: Μητρώο επιστροφής μέλους

4.2 Ακραίες Δράσεις Δοκού στο Καθολικό Σύστημα Αξόνων

Στο υποκεφάλαιο 4.1 παρουσιάστηκαν οι ακραίες δράσεις καθώς και οι ακραίες μετακινήσεις μελών ενός χωρικού πλαισίου σε ένα τοπικό σύστημα αξόνων. Οι συνιστώσες των ακραίων δράσεων ή των ακραίων μετακινήσεων στο καθολικό σύστημα αξόνων δεν είναι ανεξάρτητες από αυτές του τοπικού συστήματος αξόνων, ωστόσο συνδέονται μεταξύ τους και δύναται να προκύψουν η μία από την άλλη καλλά αντίστροφα μέσω μετασχηματισμού των διανυσμάτων από το ένα σύστημα αξόνων στο άλλο.

Στην Εικόνα 4.3 παρουσιάζεται ένα τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου και διακρίνονται οι συνιστώσες των ακραίων δράσεων στο καθολικό σύστημα αξόνων.

Οι αξονικές δράσεις $\overline{F}_1^{ij}, \overline{F}_1^{ik}$ πλαισιώνονται από τις τέμνουσες δυνάμεις $\overline{F}_2^{ij}, \overline{F}_2^{ik}$, $\overline{F}_3^{ij}, \overline{F}_3^{ik}$ και τις καμπτικές ροπές $\overline{M}_2^{ij}, \overline{M}_2^{ik}$, $\overline{M}_3^{ij}, \overline{M}_3^{ik}$ κατά τους τοπικούς άξονες $\overline{x}_2, \overline{x}_3$ και συμπληρώνονται από τις στρεπτικές ροπές $\overline{M}_1^{ij}, \overline{M}_1^{ik}$ κατά των άξονα \overline{x}_1 .



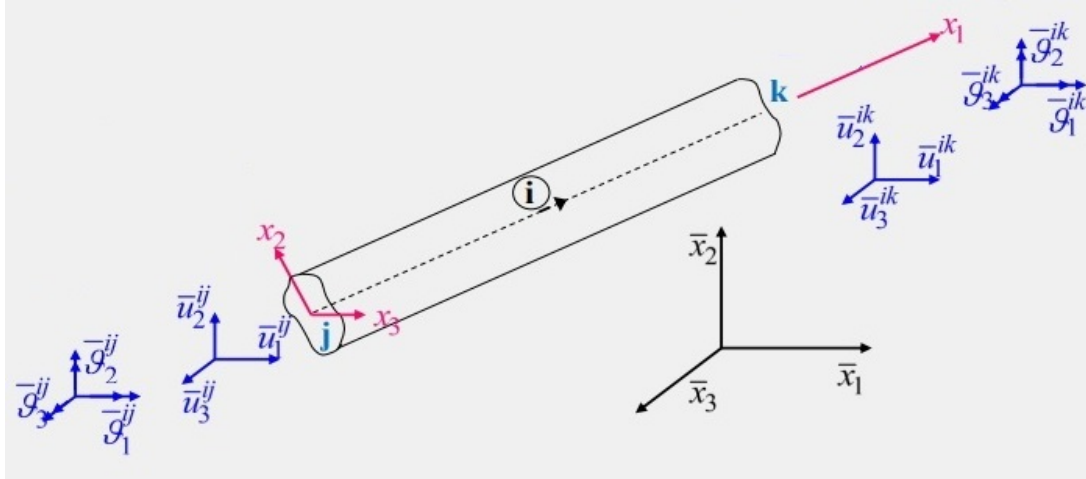
Εικόνα 4. 3: Τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου με συνιστώσες ακραίων δράσεων σε ένα καθολικό σύστημα αξόνων (Σαπουτζάκης, 2022)

4.3 Ακραίες Μετατοπίσεις Δοκού στο Καθολικό Σύστημα Αξόνων

Στην Εικόνα 4.4 παρουσιάζεται ένα τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου και διακρίνονται οι συνιστώσες των μετακινήσεων στο καθολικό σύστημα αξόνων.

Αποτελούνται από δύο αξονικές $\overline{u}_1^{ij}, \overline{u}_1^{ik}$ και τέσσερις εγκάρσιες μετατοπίσεις $\overline{u}_2^{ij}, \overline{u}_2^{ik}, \overline{u}_3^{ij}, \overline{u}_3^{ik}$, τέσσερις καμπτικές $\overline{\theta}_2^{ij}, \overline{\theta}_2^{ik}, \overline{\theta}_3^{ij}, \overline{\theta}_3^{ik}$ και δύο στρεπτικές

$\bar{\theta}_1^{ij}, \bar{\theta}_1^{ik}$ ροπές. Επίσης διακρίνονται το καθολικό σύστημα αξόνων και ο κόμβος αρχής j (κόμβος με μικρότερο άξοντα αριθμό) και ο κόμβος πέρας k (κόμβος με μεγαλύτερο άξοντα αριθμό) (Παπαδρακάκης & Σαπουντζάκης, 2016).



Εικόνα 4. 4: Τυπικό μέλος i χωρικού πλαισίου με συνιστώσες στο καθολικό σύστημα αξόνων (Σαπουντζάκης, 2022)

5. ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΔΟΚΟΥ ΣΤΟ ΧΩΡΟ

5.1 Μόρφωση του Μητρώου Στιβαρότητας Δοκού στο Χώρο

Προηγούμενως παρουσιάστηκαν τα τοπικά διανύσματα ακραίων δράσεων και ακραίων μετακινήσεων μέλους χωρικού πλαισίου. Οι συνιστώσες των διανυσμάτων αυτών συνδέονται μεταξύ τους με μια τοπική σχέση στιβαρότητας. Λαμβάνοντας υπόψη την θεώρηση των μικρών μετακινήσεων, οι αξονικές δυνάμεις που ασκούνται στα άκρα του στοιχείου παράγουν μόνο αξονικές μετατοπίσεις, ενώ οι στρεπτικές ροπές που ασκούνται στα άκρα του στοιχείου στρέφουν μόνο τις διατομές κατά τον άξονα x_1 . Επιπλέον οι ακραίες εγκάρσιες δυνάμεις και οι καμπτικές ροπές δεν παράγουν αξονικές ή στρεπτικές μετακινήσεις.

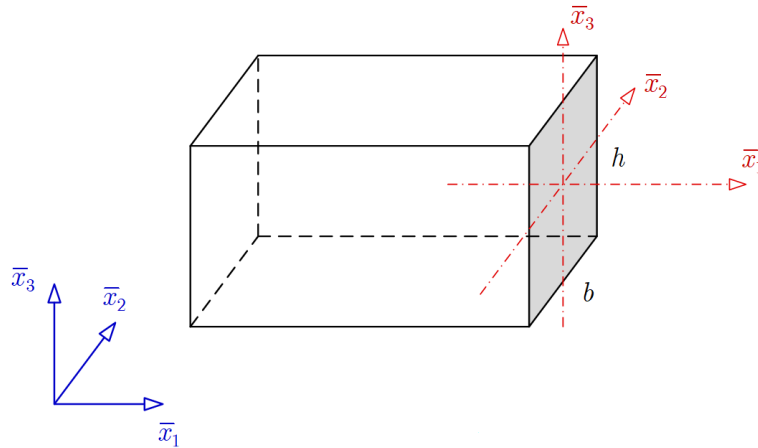
5.2 Μητρώο Στιβαρότητας Δοκού στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων

Προκειμένου να κατασκευαστεί το μητρώο στιβαρότητας K για το τοπικό σύστημα αξόνων θα πρέπει προηγούμενως να έχουμε ορίσει κάποια δεδομένα που θα μας είναι χρήσιμα για την κατασκευή του μητρώου, τα οποία είναι τα εξής :

- Μέτρο ελαστικότητας: E
- Μέτρο διάτμησης: G
- Μήκος στοιχείου: L
- Εμβαδόν διατομής στοιχείου: A

Ροπές αδράνειας: I_1, I_2, I_3 στον Πίνακα 5.1

$$I_1 = hb^3 \left[\frac{1}{3} - 0.21 \frac{b}{h} \left(1 - \frac{b^4}{12h^4} \right) \right]$$
$$I_2 = \frac{bh^3}{12}, I_3 = \frac{b^3h}{12}$$



Εικόνα 5. 1: Ροπές αδράνειας ενός τυπικού στοιχείου

Εικόνα 5. 2: Ροπές αδράνειας ενός τυπικού στοιχείου σε καθολικό σύστημα αξόνων

Με τα εν λόγω στοιχεία δύναται να συντεθεί ένα τοπικό μητρώο στιβαρότητα K όπως διαφαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_3}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_3}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_2}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_2}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{4EI_2}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{2EI_2}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_3}{L} & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_3}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} & 0 & \frac{12EI_3}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_2}{L^3} & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_2}{L^3} & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{2EI_2}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_2}{L^2} & 0 & \frac{4EI_2}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_3}{L} & 0 & -\frac{6EI_3}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_3}{L} \end{bmatrix}$$

Πίνακας 5. 1: Τοπικό μητρώο στιβαρότητας K (Σαποντζάκης, 2022)

Θα πρέπει να τονισθεί ότι το κάθε μητρώο στιβαρότητας είναι συμμετρικό ήτοι $K > 0$.

5.3 Μητρώο Στιβαρότητας Δοκού στο Καθολικό Σύστημα Αξόνων

Για την κατασκευή ενός μητρώου στιβαρότητας K' σε ένα καθολικό σύστημα αξόνων, θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν τα μητρώα Λ και K . Για κάθε μέλος ενός πλαισίου υπολογίζεται το καθολικό μητρώο στιβαρότητας με την παρακάτω σχέση (Σαπουτζάκης, 2022):

$$[K'] = [\Lambda] \times [K] \times [\Lambda^T]$$

Το μητρώο K' βασίζεται στις εξισώσεις ισορροπίας των κόμβων του λαμβάνοντας υπόψιν το συμβιβαστό των μετακινήσεων τους. Η παραπάνω εξίσωση επιμερίζεται σε 4 υπομητρώα (2*2) και παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\begin{bmatrix} \{A^{-ij}\} \\ \{A^{-ik}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [k_{jj}^{-i}] & [k_{jk}^{-i}] \\ [k_{kj}^{-i}] & [k_{kk}^{-i}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{D^{-ij}\} \\ \{D^{-ik}\} \end{bmatrix}$$

Έπειτα, κάθε ένα από τα υπομητρώα του μέλος μεταφέρεται στο καθολικό μητρώο στιβαρότητας μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\begin{bmatrix} \{P^{-(1)}\} \\ \{P^{-(2)}\} \\ \{P^{-(N)}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{K}_{11}] & [\bar{K}_{12}] & \dots & [\bar{K}_{1,N}] \\ [\bar{K}_{21}] & [\bar{K}_{22}] & \dots & [\bar{K}_{2,N}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [\bar{K}_{N,1}] & [\bar{K}_{N,2}] & \dots & [\bar{K}_{N,N}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\Delta^{-(1)}\} \\ \{\Delta^{-(2)}\} \\ \{\Delta^{-(N)}\} \end{bmatrix}$$

Το $[k_{jj}^{-i}]$ στη γραμμή με αύξοντα αριθμό τον αριθμό του κόμβου αρχής και στη στήλη με αύξοντα αριθμό τον αριθμό του κόμβου αρχής του μέλους.

Το $[k_{jk}^{-i}]$ στη γραμμή με αύξοντα αριθμό τον αριθμό του κόμβου αρχής και στη στήλη με αύξοντα αριθμό τον αριθμό του κόμβου πέρατος του μέλους κ.ο.κ.

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου ολοκληρωθεί για όλα τα μέλη του χωρικού πλαισίου. Να αναφερθεί πως στην περίπτωση όπου στην ίδια θέση καταλήγουν περισσότερα του ενός μητρώα τότε αυτά αθροίζονται.

6. ΕΠΙΛΥΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΠΛΑΙΣΙΟΥ

6.1 Υπολογισμός Επικόμβιων Μετακινήσεων και Αντιδράσεων του Πλαισίου

Αφού δημιουργηθεί ο πίνακας αναδιάταξης και έχοντας εισάγει τα κατάλληλα δεδομένα όπως είναι για παράδειγμα οι αντιδράσεις και μετακινήσεις που προκύπτουν αναλόγως, αν οι κόμβοι είναι ελεύθεροι ή δεσμευμένοι (δεδομένα τα οποία δίδονται από την άσκηση), δύναται να βρεθούν οι άγνωστες επικόμβιες μετακινήσεις Δ_f καθώς και οι άγνωστες επικόμβιες δράσεις P_s .

Θα πρέπει να αναφερθεί πως η διαδικασία που ακολουθείται είναι η ίδια είτε έχουν οριστεί στερεοί κόμβοι είτε όχι. Προκειμένου να εντοπιστούν οι άγνωστες επικόμβιες μετακινήσεις Δ_f και δράσεις P_s θα πρέπει να ακολουθηθούν οι εξής πράξεις:

- Ο πίνακας των άγνωστων επικόμβιων μετακινήσεων προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του αντίστροφου του υποπίνακα του Τροποποιημένου Μητρώου Στιβαρότητας K_{ff}^{-1} επί την διαφορά του πίνακα $P_{fισοδ.}$ και γινόμενο του υποπίνακα του Τροποποιημένου Μητρώου Στιβαρότητας K_{fs} και τον πίνακα Δ_s , ήτοι:

$$\Delta_f = K_{ff}^{-1} \times (P_{fισοδ.} - K_{fs} \times \Delta_s)$$

- Ο πίνακας των άγνωστων επικόμβιων δράσεων προκύπτει από το γινόμενο του υποπίνακα του Τροποποιημένου Μητρώου Στιβαρότητας K_{sf} και του πίνακα επικόμβιων μετακινήσεων Δ_f συν το γινόμενο του υποπίνακα του Τροποποιημένου Μητρώου Στιβαρότητας K_{ss} και του πίνακα Δ_s , ήτοι:

$$P_s = K_{sf} \times (\Delta_f - K_{ss} \times \Delta_s)$$

Για την καλύτερη επίβλεψη αλλά και ορθότητα της όλης διαδικασίας δύναται να παρθούν ροπές ως προς τον οποιοδήποτε κόμβο ενός χωρικού πλαισίου ή γενικά σε ένα οποιοδήποτε σημείο του χωρικού πλαισίου όπου είναι εφικτός ο υπολογισμός των αποστάσεων γνωρίζοντας ότι το άθροισμα των ροπών είναι ίσο με μηδέν.

6.2 Ακραίες Μετακινήσεις των Μελών του Πλαισίου στο Καθολικό και στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων τους

Για να δημιουργηθεί ένα τροποποιημένο μητρώο επικόμβιων μετακινήσεων Δ_f θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν τα μητρώα των επικόμβιων μετατοπίσεων Δ_m , των ελεύθερων βαθμών Δ_s και των δεσμευμένων βαθμών. Με τον τρόπο αυτόν πραγματοποιείται μια απλή αναδιάταξη του μητρώου των επικόμβιων μετακινήσεων D_{bar} . Επίσης, η διαδικασία που θα ακολουθηθεί είναι ίδια είτε έχουν οριστεί οι στερεοί κόμβοι είτε όχι.

6.3 Ακραίες Δράσεων των Μελών του Πλαισίου στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων τους (Στερεός Κόμβος)

Το πρώτο βήμα είναι να εντοπιστούν οι ολικές ακραίες δράσεις στα άκαμπτα τμήματα του στοιχείου και στο καθολικό σύστημα αξόνων. Αυτό δύναται να επιταχυνθεί με την κάτωθι σχέση:

$$A_g = K_g \times (D_g \times S_g)$$

Εν συνεχεία θα πρέπει να εντοπιστούν οι ολικές ακραίες δράσεις στα άκαμπτα τμήματα του στοιχείου και στο τοπικό σύστημα αξόνων. Αυτό γίνεται πολλαπλασιάζοντας τα γνωστά μητρώα, μητρώο περιστροφής Λ και μητρώο μετακινήσεων D .

6.4 Ακραίες Δράσεων των Μελών του Πλαισίου στο Τοπικό Σύστημα Αξόνων τους (Καμπτόμενα Άκρα)

Το τελευταίο βήμα είναι να εντοπιστούν οι ολικές ακραίες δράσεις στο εύκαμπτο τμήμα του στοιχείου. Αυτό γίνεται με τους εξής παρακάτω τύπους:

$$M_2^{ik} = q_3 \frac{(\Delta_{x_1}^{ik})^2}{2} - F_3'^{ik} \times \Delta_{x_1}^{ik} + M_2'^{ik}$$

$$M_2^{ij} = -q_3 \frac{(\Delta_{x_1}^{ij})^2}{2} + F_3'^{ij} \times \Delta_{x_1}^{ij} + M_2'^{ij}$$

$$F_3^{ij} = -q_3 \times \Delta_{x_1}^{ij} + F_3^{\prime ij}$$

$$F_3^{ik} = -q_3 \times \Delta_{x_1}^{ik} + F_3^{\prime ik}$$

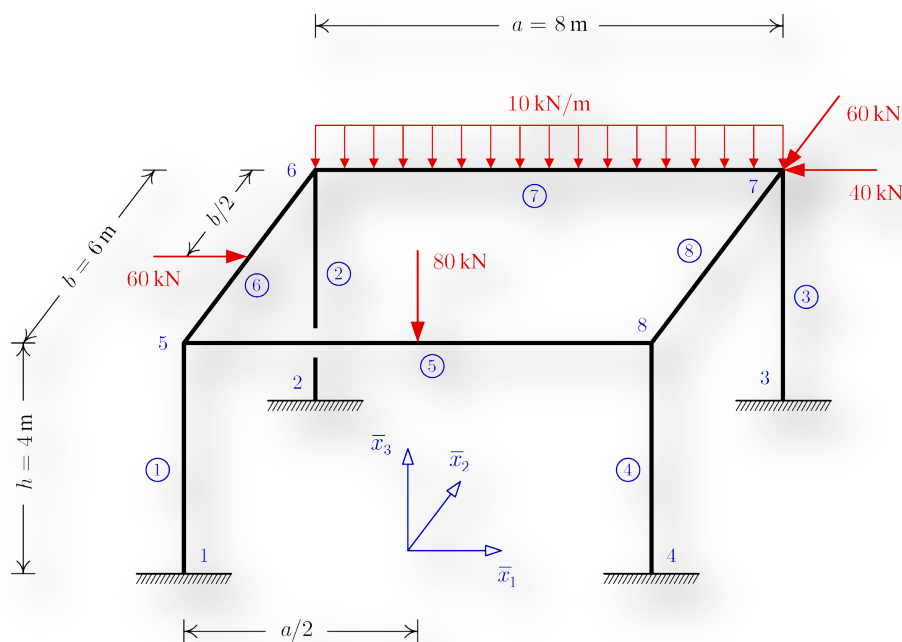
$$M_3^{ij} = M_3^{\prime ij} - F_3^{\prime ij} \times \Delta_{x_1}^{ij}$$

$$M_3^{ik} = M_3^{\prime ik} + F_3^{\prime ik} \times \Delta_{x_1}^{ik}$$

7. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

7.1 Εφαρμογή της Μεθόδου στην Επίλυση Απλού Χωρικού Πλαισίου

Το χωρικό πλαίσιο της κάτωθι εικόνας φέρει ομοιόμορφο κατανεμημένο φορτίο 10 kN/m στο μέλος 7, συγκεντρωμένα φορτία 40 kN και 60 kN (κατά χ και ψ) στον κόμβο 7 και συγκεντρωμένα φορτία 80 kN και 60 kN στο μέλος 5 και 6 αντίστοιχα . Τα μέλη 1, 2, 3 και 4 εδράζονται πακτωμένα στο έδαφος .



Εικόνα 7. 1: Χωρικό πλαίσιο, γεωμετρία, φόρτιση, και στήριξη του πλαισίου

Τα μέλη του φορέα έχουν διαφορετικές διατομές καθώς χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, υποστυλώματα και δοκούς. Τα εμβαδά και οι ροπές αδρανείας, το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος Poisson λαμβάνεται ίδιο για όλα τα στοιχεία με τιμή $E=31\text{ GPa}$ και $\nu = 0.20$ αντίστοιχα.

Βήμα 1^ο

Εισαγωγή γεωμετρικών δεδομένων του χωρικού πλαισίου, που είναι οι συντεταγμένες των κόμβων, η συνδεσιμότητα των κόμβων για τη μόρφωση των μελών, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών για τον υπολογισμό του εμβαδού των διατομών και των ροπών αδράνειας τους. Ακόμα, δίνονται τα μηχανικά χαρακτηριστικά των μελών του, δηλαδή το μέτρο ελαστικότητας, καθώς και ο λόγος Poisson. Επιπλέον, προσδιορίζονται οι τιμές για τις εσωτερικές φορτίσεις των μελών των χωρικών πλαισίων, το κατανεμημένο φορτίο q .

Βήμα 2^ο

Στη φάση αυτή κατασκευάζεται το μητρώο μετασχηματισμού και το μητρώο στιβαρότητας για το κάθε μέλος στο τοπικό σύστημα αξόνων. Έπειτα πραγματοποιείται υπολογισμός του μητρώου στιβαρότητας για το κάθε μέλος του καθολικού συστήματος αξόνων του φορέα. Εν συνεχεία προσδιορίζονται οι ακραίες δράσεις παγίωσης των μελών στο τοπικό σύστημα αξόνων και μετέπειτα στο καθολικό σύστημα αξόνων.

Βήμα 3^ο

Στο βήμα αυτό συντίθεται το ολικό μητρώο στιβαρότητας καθώς και το μητρώο επικόμβιων δράσεων παγίωσης του πλαισίου στο καθολικό σύστημα αξόνων συνδυάζονται τα αντίστοιχα μητρώα στιβαρότητας και τα μητρώα ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων. Για να δημιουργηθούν τα παραπάνω απαιτείται αυτόματος μηχανικός υπολογισμού των μητρώων μέσω προγραμματισμού (για να εξασφαλιστεί η ταχύτητα και η ορθότητα της διαδικασίας).

Βήμα 4^ο

Στο βήμα 4^ο καταγράφονται όλα τα δεδομένα των επικόμβιων μεγεθών του πλαισίου ήτοι όλων των γνωστών επικόμβιων φορτίων και των γνωστών επικόμβιων μετακινήσεων. Ως εκ τούτου κατασκευάζεται το μητρώο αναδιάταξης του πλαισίου το οποίο προκύπτει από τη νέα σειρά βαθμών ελευθερίας, η οποία διαχωρίζει τους ελεύθερους βαθμούς από τους δεσμευμένους. Εν συνεχεία κατασκευάζεται το μοναδιαίο μητρώο με τα στοιχεία τους, τις μετακινήσεις των δεσμευμένων βαθμών και με τα επικόμβια φορτία στις ελεύθερες διευθύνσεις. Τέλος, συγκεντρώνονται οι επικόμβιες δράσεις παγίωσης στους κόμβους του φορέα και χωρίζονται σε μητρώα σύμφωνα με τους ελεύθερους και δεσμευμένους βαθμούς..

Βήμα 5^ο

Στο 5^ο βήμα πραγματοποιείται υπολογισμός του τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας K_m του χωρικού πλαισίου σύμφωνα με το μητρώο αναδιάταξης V και το ολικό μητρώο στιβαρότητας K του χωρικού πλαισίου βάσει της κάτωθι σχέσης:

$$K_m = V \times K \times V^T$$

Βήμα 6^ο

Προσδιορισμός της επαλληλίας των δεδομένων των εξωτερικών επικόμβιων φορτίων και των μετακινήσεων των στηρίξεων με τις αντίθετες των δράσεων παγίωσης του φορέα μέσω της έκφρασης $P_{f_{ισοδ.}} = P_f - S_f$. Επιπλέον προσδιορίζονται τα επικόμβια φορτία της φόρτισης και στη συνέχεια επιλύονται οι εξισώσεις της σχέσης στιβαρότητας $P_m = K_m \times \Delta_m$ για τον υπολογισμό των άγνωστων επικόμβιων μετατοπίσεων $\Delta_{f_{ισοδ.}}$ και των αντιδράσεων $P_{S_{ισοδ.}}$ του χωρικού πλαισίου, λόγω της ισοδύναμης φόρτισης. Τέλος παρουσιάζονται κάποιοι ενδεικτικοί υπολογισμοί ροπών αδρανείας σε κόμβους του χωρικού πλαισίου για την παρακολούθηση της ορθότητας της διαδικασίας.

Βήμα 7^ο

Στο εν λόγω βήμα δημιουργείται το τροποποιημένο μητρώο επικόμβιων μετατοπίσεων $\Delta_{m_{ισοδ.}}$ από τα μητρώα επικόμβιων μετατοπίσεων $\Delta_{f_{ισοδ.}}$ των ελεύθερων βαθμών και $\Delta_{S_{ισοδ.}}$ των δεσμευμένων βαθμών και αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του μητρώου επικόμβιων μετατοπίσεων $\Delta_{bar_{ισοδ.}}$.

Βήμα 8^ο

Για να βρεθεί η ισοδύναμη φόρτιση θα πρέπει να κατασκευαστούν μητρώα ακραίων μετακινήσεων D_{ibar} των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων. Εν συνεχεία, τα μητρώα μετασχηματισμού καθώς και τα μητρώα στιβαρότητας και ακραίων μετακινήσεων κάθε μέλους χρησιμοποιούνται προκειμένου να υπολογιστούν τα αντίστοιχα μητρώα μετακινήσεων A_i [A_i] στο τοπικό σύστημα αξόνων κάθε μέλους. Με το τοπικό μητρώο στιβαρότητας υπολογίζονται επίσης οι ακραίες δράσεις του κάθε μέλους στο τοπικό σύστημα αξόνων.

8. ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΙΩΡΟΦΗΣ ΜΟΝΟΚΑΤΟΙΚΙΑΣ

8.1 Περιγραφή του Σύνθετου Χωρικού Πλαισίου

Το υπό μελέτη σύνθετο χωρικό πλαίσιο φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένα φορτία σε όλα τα δοκάρια του λόγω ύπαρξης πλακών και τοιχοποιίας. Τα μέλη του φορέα φέρουν διαφορετικές διατομές καθώς χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, υποστρώματα και δοκούς. Τα εμβαδά και οι ροπές αδρανείας δίνονται στο φύλλο υπολογισμού του EXCEL ενώ το μέτρο ελαστικότητας και ο λόγος Poisson λαμβάνεται ίδια για όλα τα στοιχεία ήτοι, $E=31$ GPa και $\nu = 0.20$ αντίστοιχα.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται τα βήματα της επίλυσης του φορέα όπως δημιουργήθηκαν στο EXCEL αλλά και οι εικόνες από τα φύλλα υπολογισμού (Παράρτημα 1). Το πλήρες ηλεκτρονικό αρχείο EXCEL συνοδεύει την ηλεκτρονική μορφή της διπλωματικής εργασίας.

Βήμα 1^ο

Αρχικά εισάγονται τα γεωμετρικά δεδομένα του χωρικού πλαισίου. Ως εκ τούτου εισάγονται οι συντεταγμένες των κόμβων, η συνδεσιμότητα των κόμβων για τη μόρφωση των μελών, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών για τον υπολογισμό του εμβαδού των διατομών και των ροπών αδρανείας τους και τα εύκαμπτα και άκαμπτα μήκη. Ακόμα, δίνονται τα μηχανικά χαρακτηριστικά των μελών του, ήτοι το μέτρο ελαστικότητας ($E=31$ GPa) καθώς και ο λόγος Poisson ($\nu = 0.20$). Επιπλέον, προσδιορίζονται οι τιμές για τις εσωτερικές φορτίσεις των μελών των χωρικών πλαισίων, το κατανεμημένο φορτίο q και τα μήκη εκκεντροτήτων. Επιπρόσθετα ορίζονται τα εμβαδά των πλακών, τα φορτία αυτών, όπως και τα ειδικά βάρη για την τοιχοποιία και τις πλάκες.

Βήμα 2^ο

Στο 2^ο βήμα κατασκευάζεται το μητρώο μετασχηματισμού, το μητρώο στιβαρότητας καθώς και το μητρώο εκκεντρότητας για το κάθε μέλος στο τοπικό σύστημα αξόνων. Εν συνεχεία υπολογίζεται το μητρώο στιβαρότητας του κάθε μέλους στο καθολικό σύστημα αξόνων του φορέα. Επιπρόσθετα, προσδιορίζονται οι ακραίες δράσεις παγίωσης των μελών στο τοπικό και στη συνέχεια υπολογίζονται στο καθολικό σύστημα αξόνων.

Βήμα 3^ο

Σε αυτό το βήμα συντίθεται το ολικό μητρώο στιβαρότητας και το μητρώο επικόμβιων δράσεων παγίωσης του πλαισίου στο καθολικό σύστημα αξόνων συνδυάζοντας τα αντίστοιχα μητρώα στιβαρότητας και τα μητρώα ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων. Για τη δημιουργία των παραπάνω χρησιμοποιείται αυτόματος μηχανισμός υπολογισμού των μητρώων μέσω προγραμματισμού για την ταχύτητα και την ορθότητα της διαδικασίας.

Βήμα 4^ο

Στο βήμα 4^ο γίνεται καταγραφή όλων των επικόμβιων μεγεθών του πλαισίου, ήτοι των γνωστών επικόμβιων φορτίων και των γνωστών επικόμβιων μετακινήσεων. Βάσει αυτών, δύναται να πραγματοποιηθεί η κατασκευή του μητρώου αναδιάταξης του πλαισίου, το οποίο προκύπτει από τη νέα σειρά βαθμών ελευθερίας, με την οποία διαχωρίζονται οι ελεύθεροι από τους δεσμευμένους βαθμούς. Εν συνεχεία, κατασκευάζεται το μοναδιαίο μητρώο με στοιχεία του τις μετακινήσεις των δεσμευμένων βαθμών και με τα επικόμβια φορτία στις ελεύθερες διευθύνσεις. Επίσης, συγκεντρώνονται οι επικόμβιες δράσεις παγίωσης στους κόμβους του φορέα και χωρίζονται σε δύο μητρώα σύμφωνα με τους ελεύθερους και δεσμευμένους βαθμούς.

Βήμα 5^ο

Στο βήμα αυτό πραγματοποιείται υπολογισμός του τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας K_m του χωρικού πλαισίου σύμφωνα με το μητρώο αναδιάταξης V και το ολικό μητρώο στιβαρότητας K του χωρικού πλαισίου βάσει της $K_m = V \times K \times V^T$ σχέσης .

Βήμα 6^ο

Προσδιορισμός της επαλληλίας των δεδομένων των εξωτερικών επικόμβιων φορτίων και των μετακινήσεων των στηριζεων με τις αντίθετες των δράσεων παγίωσης του φορέα μέσω της έκφρασης $P_{f_{ισοδ.}} = P_f - S_f$. Επιπλέον προσδιορίζονται τα επικόμβια φορτία της φόρτισης και στη συνέχεια επιλύονται οι εξισώσεις της σχέσης στιβαρότητας $P_m = K_m \times \Delta_m$ για τον υπολογισμό των άγνωστων επικόμβιων

μετατοπίσεων $\Delta_{f_{ισοδ.}}$ και των αντιδράσεων $P_{S_{ισοδ.}}$ του χωρικού πλαισίου, λόγω της ισοδύναμης φόρτισης. Τέλος παρουσιάζονται κάποιοι ενδεικτικοί υπολογισμοί ροπών αδρανείας σε κόμβους του χωρικού πλαισίου για την παρακολούθηση της ορθότητας της διαδικασίας..

Βήμα 7^ο

Στο βήμα 7^ο πραγματοποιείται δημιουργία του τροποποιημένου μητρώου επικόμβιων μετατοπίσεων $\Delta_{m_{ισοδ.}}$ από τα μητρώα των επικόμβιων μετατοπίσεων $\Delta_{f_{ισοδ.}}$ των ελεύθερων βαθμών και $\Delta_{S_{ισοδ.}}$ των δεσμευμένων βαθμών και αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του μητρώου επικόμβιων μετατοπίσεων $\Delta_{bar_{ισοδ.}}$.

Βήμα 8^ο

Για την ισοδύναμη φόρτιση κατασκευάζονται τα μητρώα ακραίων μετακινήσεων D_{ibar} των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα μητρώα μετασχηματισμού, υπολογίζονται τα μητρώα ακραίων μετακινήσεων στο τοπικό σύστημα αξόνων. Μέσω του μητρώου στιβαρότητας προσδιορίζονται οι ακραίες δράσεις στο τοπικό σύστημα αξόνων του μέλους για την ισοδύναμη φόρτιση. Τέλος, λόγω επαλληλίας με τις ακραίες δράσεις παγίωσης, καθορίζονται τα εντατικά μεγέθη M,Q,N για την συνολική αρχική φόρτιση του πλαισίου.

Βιβλιογραφία

- Chandntrupatla, T., & Belengundu, A. (2006). *ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ*. Νέα Υόρκη: ΚΛΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ.
- SCIA . (2022, 10 02). *POWERFUL STRUCTURAL ANALYSIS SOFTWARE*. Retrieved from <https://www.scia.net/en>
- Βασιλακάκης , Κ. (2017). *Λογισμικά Πεπερασμένων Στοιχείων (FEA)*. Ηράκλειο: Ανώτατο Τεχνολογικό Ίδρυμα Κρήτης, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών ΤΕ.
- Γαντές, Χ. (2015). Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. In Χ. Γαντές, *ασικές έννοιες επίλυσης μη γραμμικών προβλημάτων με τη μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων*. Αθήνα : Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις .
- Γκότσης, Π. (2013). *Πεπερασμένα Στοιχεία*. Αθήνα: ΖΗΤΗ.
- Θεοδουλίδης, Α. (2015). Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Αθήνα: ΤΕΙ Αθήνας, Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών, Τμήμα Ναυπηγών Μηχανικών Τ.Ε, Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών. Retrieved 09 27, 2022, from <https://slideplayer.gr/slide/16255278/>
- Κίρτας, Ε., & Παναγόπουλος, Γ. (2013). Σημειώσεις εργαστηρίου: Ειδικά Κεφάλαια Στατικής (SAP 2000 v.14 και Master-Fespa 10 v.5.4.0.14). Σέρρες: Τμήμα Πολιτικών Δομικών Έργων, ΤΕΙ Σερρών .
- Λόκκας, Φ., & Αλαμάνης, Ν. (2021, Μάρτιος). Εχειρίδιο στο Μάθημα: Υπολογισμοί Κατασκευών. Λάρισα: Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας. Retrieved 10 02, 2022, from http://users.teilar.gr/~p.lokkas/%CE%A5%CE%A0%CE%9F%CE%9B%CE%9F%CE%93_%CE%9A%CE%B1%CF%84.pdf
- Παπαδρακάκης, Μ., & Σαπουντζάκης , Ε. (2016). *Ανάλυση Ραβδωτών Φορέων με Μητρικές Μεθόδους - Μέθοδος Άμεσης Στιβαρότητας*. Αθήνα: Ιδιωτική Έκδοση.
- Σαπουντζάκης, Ε. (2022). *ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΑΒΔΩΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΜΗΤΡΩΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ - ΧΩΡΙΚΑ ΠΛΑΙΣΙΑ*. Αθήνα: ΕΜΠ.

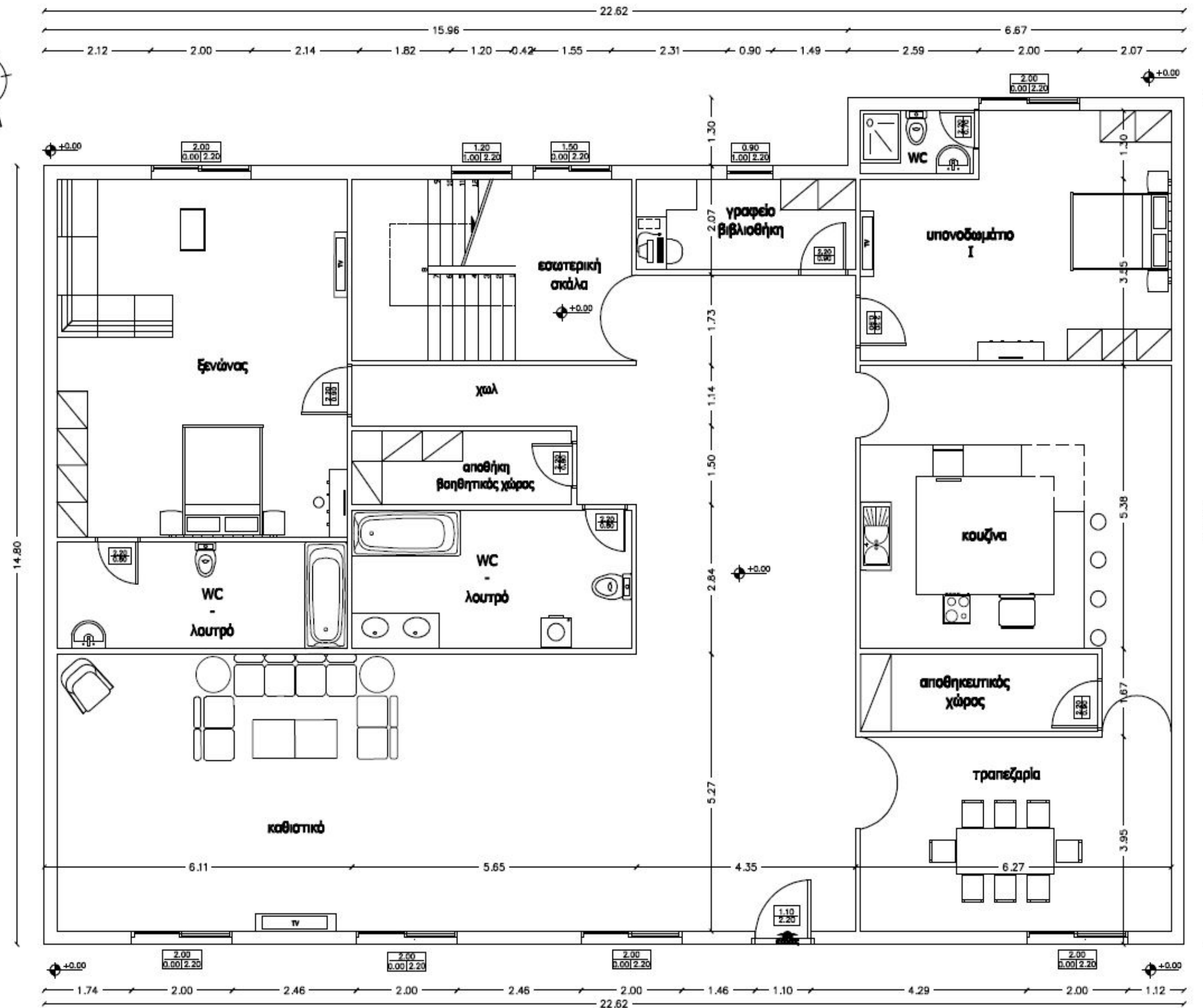
Παράρτημα 1

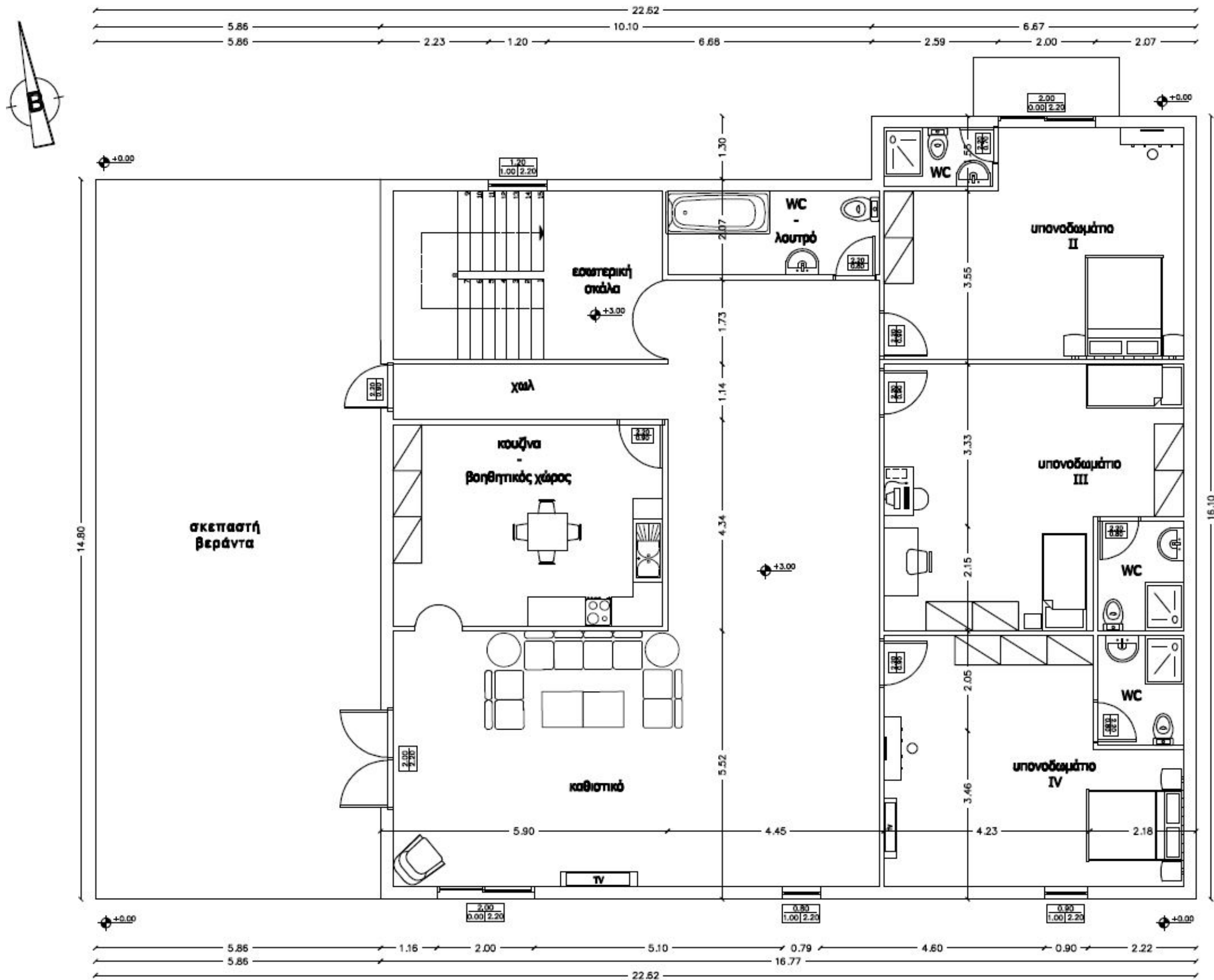


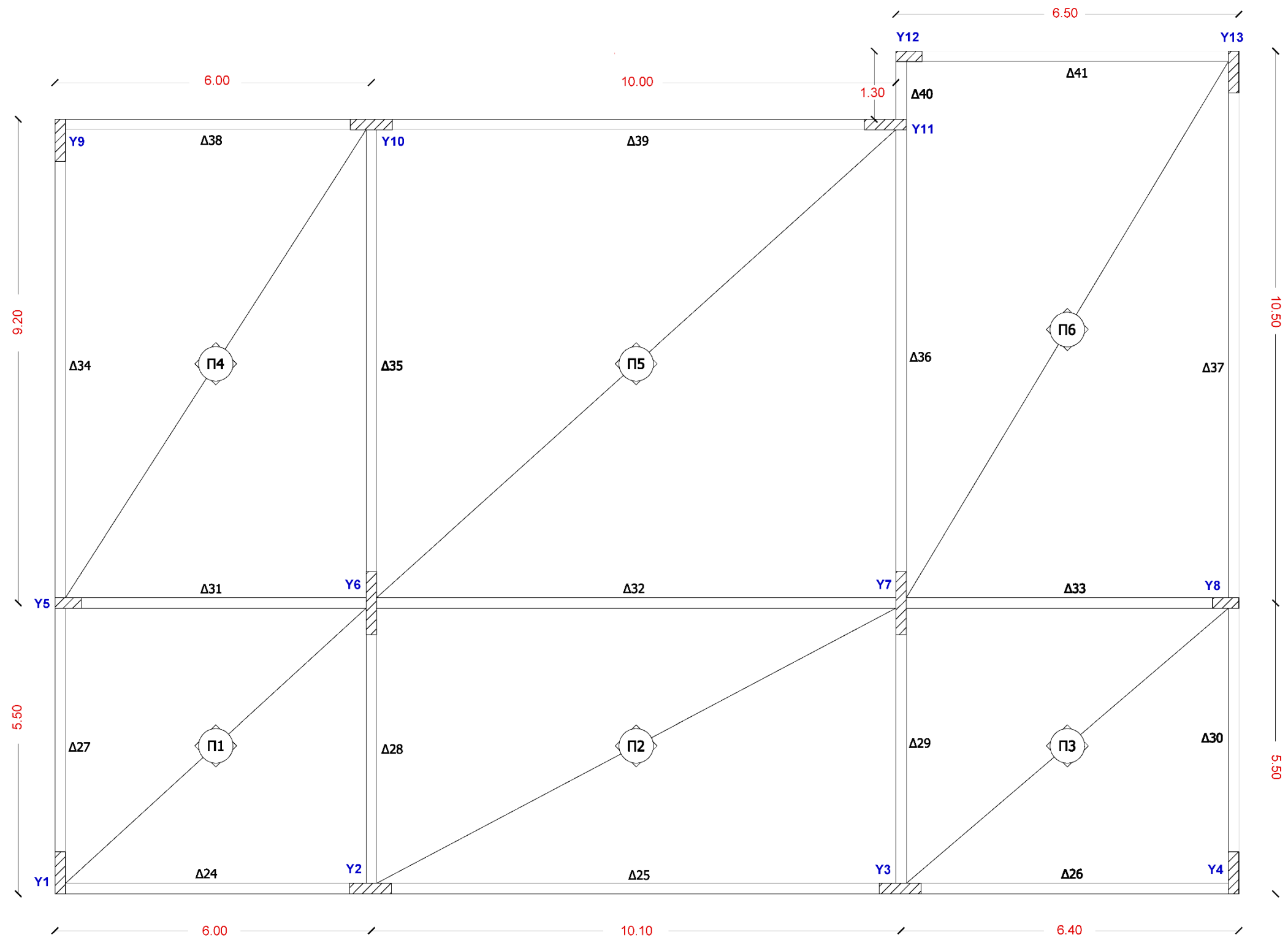
Στο παρόν Παράρτημα 1 παρουσιάζεται το υπό εξέταση κτίριο. Το κτίριο αφορά υφιστάμενη κατασκευή, συγκεκριμένα διώροφη μεζονέτα που εντοπίζεται στο βόρειο προάστιο της Αττικής, την Κηφισιά. Η κατασκευή της μεζονέτας ολοκληρώθηκε τον Απρίλιο του 2013.

Η μεζονέτα διαθέτει ισόγειο το οποίο περιλαμβάνει καθιστικό, τραπεζαρία, κουζίνα με αποθηκευτικό χώρο, υπνοδωμάτιο, αποθήκη, γραφείο – βιβλιοθήκη, ξενώνας με λουτρό, υπνοδωμάτιο με WC και γενικό λουτρό. Μέσω της εσωτερικής σκάλας κανείς μπορεί να οδηγηθεί στον πρώτο όροφο ο οποίος περιλαμβάνει καθιστικό, κουζίνα – βοηθητικός χώρος, τρία (3) υπνοδωμάτια με WC, γενικό λουτρό και δύο (2) εξόδους στην σκεπαστή βεράντα η οποία βρίσκεται στην δυτική πλευρά του κτιρίου.

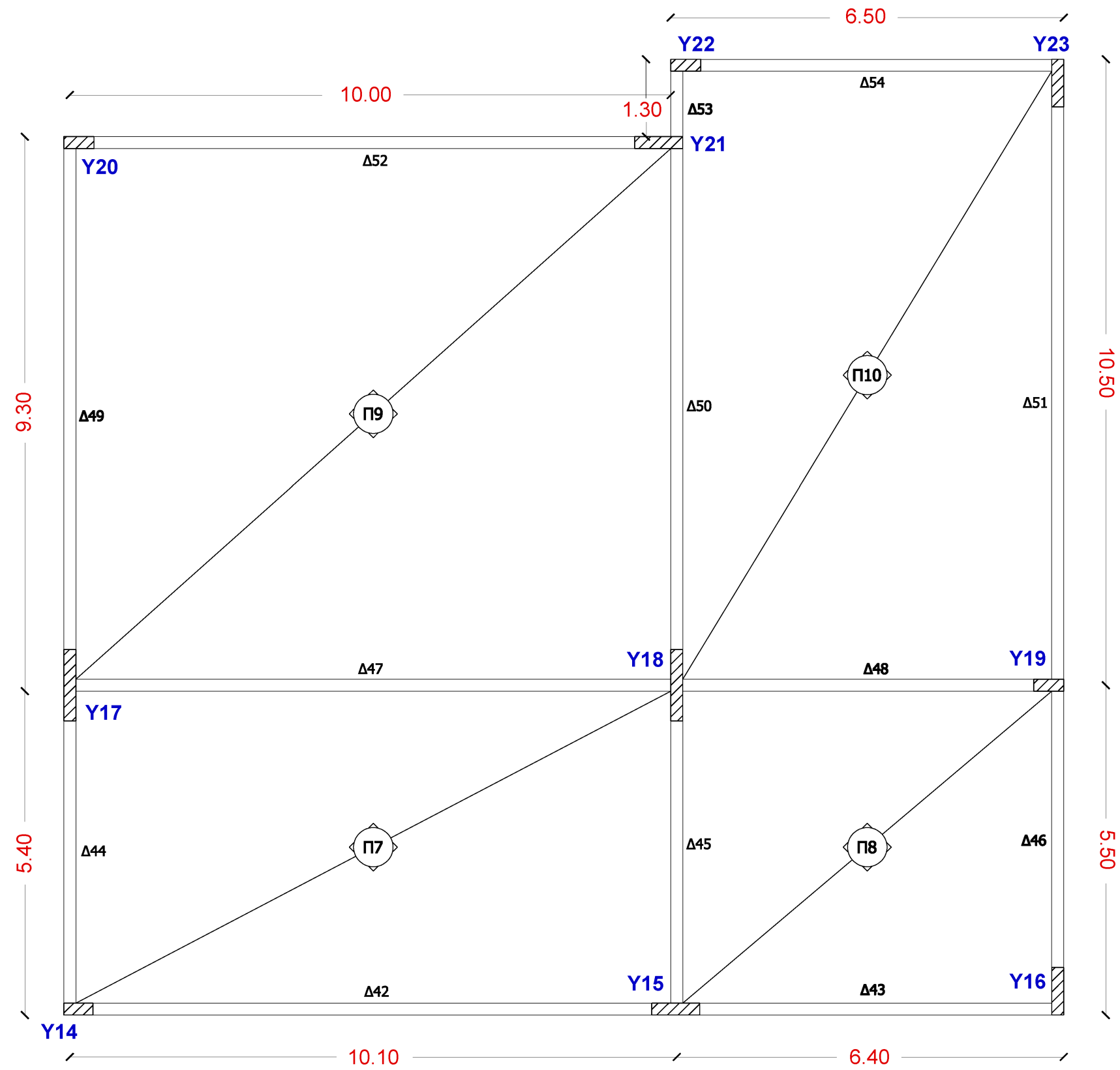
Το κτίριο είναι συνολικού εμβαδού $EMB = 601,92$ τ.μ. με εμβαδό ισογείου είναι $EMB = 343,49$ τ.μ. και εμβαδόν ορόφου είναι $EMB = 258,43$ τ.μ. Η αρχιτεκτονική διαρρύθμιση του κτιρίου υφίσταται όπως παρουσιάζεται στις παρακάτω κατόψεις.







Κάτοψη Ισογείου



Κάτοψη Ορόφου

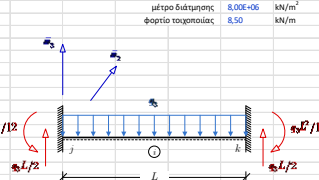
ΦΟΡΤΙΑ ΔΟΚΩΝ ΑΠΟ ΠΛΑΚΕΣ

α/α Πλάκας	α/α Δοκού	Διαστάσεις α x β (m)	Εμβαδόν Τιμολόγ	Συνολικό Φορτίο (kN/m)
P1	A11	5.90	8.64	10.25
	A27	5.40	7.29	9.45
	A28	5.40	7.29	9.45
P2	A32	10.10	19.98	13.85
	A38	5.40	7.29	9.45
	A20	5.40	7.29	9.45
P3	A33	6.30	9.72	10.80
	A39	5.40	7.29	9.45
	A40	5.40	7.29	9.45
P4	A35	9.10	18.14	13.96
	A31	5.90	8.70	10.33
	A30	5.90	8.70	10.33
P5	A52	10.10	25.25	17.50
	A36	6.30	9.72	10.80
	A37	6.30	9.72	10.80
P6	A34	6.30	9.72	10.80
	A41	6.30	9.72	10.80
	A42	6.30	9.72	10.80
P7	A44	5.40	7.29	9.45
	A45	5.40	7.29	9.45
	A43	5.40	7.29	9.45
P8	A46	6.30	9.72	10.80
	A47	6.30	9.72	10.80
	A45	5.40	7.29	9.45
P9	A47	10.10	25.25	17.50
	A52	10.10	25.25	17.50
	A49	9.10	20.70	15.93
P10	A50	9.10	20.70	15.93
	A51	10.40	22.84	15.37
	A54	6.30	9.72	10.80

ΦΟΡΤΙΑ ΔΟΚΩΝ ΑΠΟ ΙΔΙΟ ΒΑΡΟΣ & ΤΟΙΧΟΠΟΙΑ

α/α Δοκού	Μήκος (m)	Υψος Βάρους (kN/m)	Βάρους Τοιχ.	Φωσ. Πλινθίν.	Συν. Φορτίο (kN/m)
A26	5.90	2.50	8.50	13.85	24.85
A27	6.30	2.00	8.50	10.80	21.30
A28	5.40	2.00	8.50	9.45	11.45
A29	5.40	1.50	8.50	18.90	26.90
A30	5.40	2.00	8.50	9.45	19.95
A31	5.90	1.50	0.00	20.58	22.08
A32	10.10	2.50	8.50	31.35	42.35
A33	6.30	1.50	8.50	21.83	31.83
A34	9.10	2.50	0.00	13.96	16.46
A35	9.10	2.50	8.50	29.88	40.88
A36	9.10	2.50	8.50	31.30	42.30
A37	10.40	2.50	8.50	15.37	26.37
A38	5.90	2.00	0.00	10.33	12.33
A39	10.10	2.50	8.50	17.50	26.50
A40	1.30	2.00	8.50	15.37	25.87
A41	6.30	2.00	8.50	11.03	21.53
A42	10.10	1.50	0.00	13.85	15.35
A43	6.30	1.50	0.00	10.80	12.30
A44	5.40	1.50	0.00	9.45	10.95
A45	6.30	1.50	0.00	18.90	20.40
A46	5.40	1.50	0.00	9.45	10.95
A47	10.10	2.00	0.00	31.35	33.35
A48	6.30	1.50	0.00	21.83	23.33
A49	9.10	2.00	0.00	15.93	17.93
A50	9.10	2.00	0.00	16.40	18.40
A51	10.40	2.00	0.00	15.37	17.37
A52	10.10	2.00	0.00	17.50	19.50
A53	1.30	1.50	0.00	15.37	16.87
A54	6.30	1.50	0.00	11.03	12.53

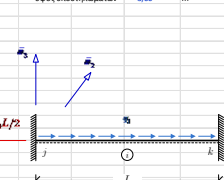
εδικό βάρος σκυρο. 25.00 kN/m³
 μέτρο ελαστικότητας σκυρο. 2.00E+07 kN/m²
 μέτρο ελαστικότητας γύψου 8.00E+06 kN/m²
 μέτρο ελαστικότητας φέρου τοιχοποιίας 8.50 kN/m



ΦΟΡΤΙΑ ΥΠΟΣΤΗΛΩΜΑΤΩΝ

α/α Υποστηλωμα	Μήκος (m)	Υψος Βάρους (kN/m)	Συνολικό Φορτίο (kN)
Y1	0.20	0.80	0.16
Y2	0.20	0.80	0.16
Y3	0.20	0.80	0.16
Y4	0.20	0.80	0.16
Y5	0.20	0.80	0.16
Y6	0.20	1.20	0.24
Y7	0.20	1.20	0.24
Y8	0.20	0.50	0.10
Y9	0.20	0.80	0.16
Y10	0.20	0.80	0.16
Y11	0.20	0.80	0.16
Y12	0.20	0.50	0.10
Y13	0.20	0.80	0.16
Y14	0.20	0.50	0.10
Y15	0.20	0.80	0.16
Y16	0.20	0.80	0.16
Y17	0.20	1.20	0.24
Y18	0.20	1.20	0.24
Y19	0.20	0.50	0.10
Y20	0.20	0.50	0.10
Y21	0.20	0.80	0.16
Y22	0.20	0.50	0.10
Y23	0.20	0.80	0.16

εδικό βάρος σκυρο. 25.00 kN/m³
 μέτρο ελαστικότητας σκυρο. 3.70 m
 μέτρο ελαστικότητας γύψου 8.00E+06 kN/m²
 μέτρο ελαστικότητας φέρου τοιχοποιίας 8.50 kN/m



ΜΑΖΑ ΟΡΟΦΩΝ

α/α Ορόφου	Εμβαδόν Κατοικιών (m ²)	Βάρος (kN)	Συνολικό Βάρος (kN)	Συνολική Μάζα (ton)
1	408.00	44.75	500.83	51.256
2	244.11	19.00	263.11	26.821

(kN) (kN) (ton=1000kg)

ΙΔΙΟΠΕΡΙΟΔΟΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ

α/α Ορόφου	Συνολική Μάζα	Συνολική Δυναμική Έξοδος επιπέδου αφθ	Ιδιοπερίοδος
1	51.256	3.92E+05	0.072
2	26.821	6.89E+05	0.039

(ton) (kN/m) (kN/m) (sec) (sec)

Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας Εδαφική επιτάχυνση αφθ 0.36 Κατηγορία Στοιβαδιστών Συνεκτικές Στοιβαδιστές, γ1 1 Επιμεγείματα Εδάφους, γ2 C Συνεκτικές Εδάφους, γ 1.15 Τύπος ΤΒ (sec) 0.6 ΤC (sec) 0.6 TD (sec) 2.5

ΔΥΣΚΑΜΩΣΙΑ ΥΠΟΣΤΗΛΩΜΑΤΩΝ

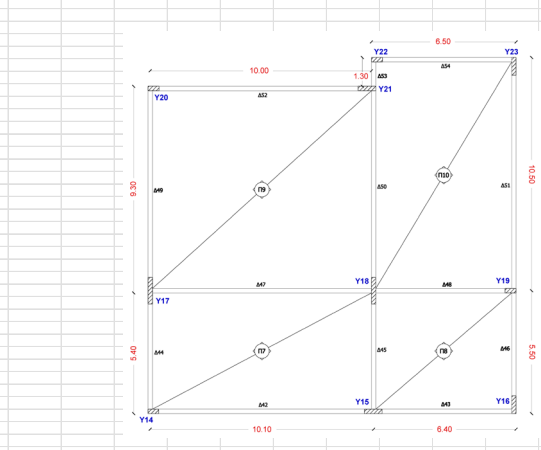
Κωδικός Υποστηλ.	α/α Μήλους	Δεξιόνιστος 1 Κ-κ1	Δεξιόνιστος 2 Κ-κ2
Y1	1	4740.74	7581.85
Y2	2	7581.85	4740.74
Y3	3	7581.85	4740.74
Y4	4	4740.74	7581.85
Y5	5	18518.52	2962.96
Y6	6	7111.11	256000.00
Y7	7	7111.11	256000.00
Y8	8	18518.52	2962.96
Y9	9	4740.74	7581.85
Y10	10	7581.85	4740.74
Y11	11	7581.85	4740.74
Y12	12	18518.52	2962.96
Y13	13	4740.74	7581.85
Y14	14	18518.52	2962.96
Y15	15	7581.85	4740.74
Y16	16	4740.74	7581.85
Y17	17	7111.11	256000.00
Y18	18	7111.11	256000.00
Y19	19	18518.52	2962.96
Y20	20	18518.52	2962.96
Y21	21	7581.85	4740.74
Y22	22	18518.52	2962.96
Y23	23	4740.74	7581.85

(kN/m) (kN/m)

α/α Ορόφου	Επιμέγμετα γειρασμού, δfT	F - γειρασμού
1	2.951	2.873
2	2.928	2.841

(m/sec) (m/sec) (kN) (kN)

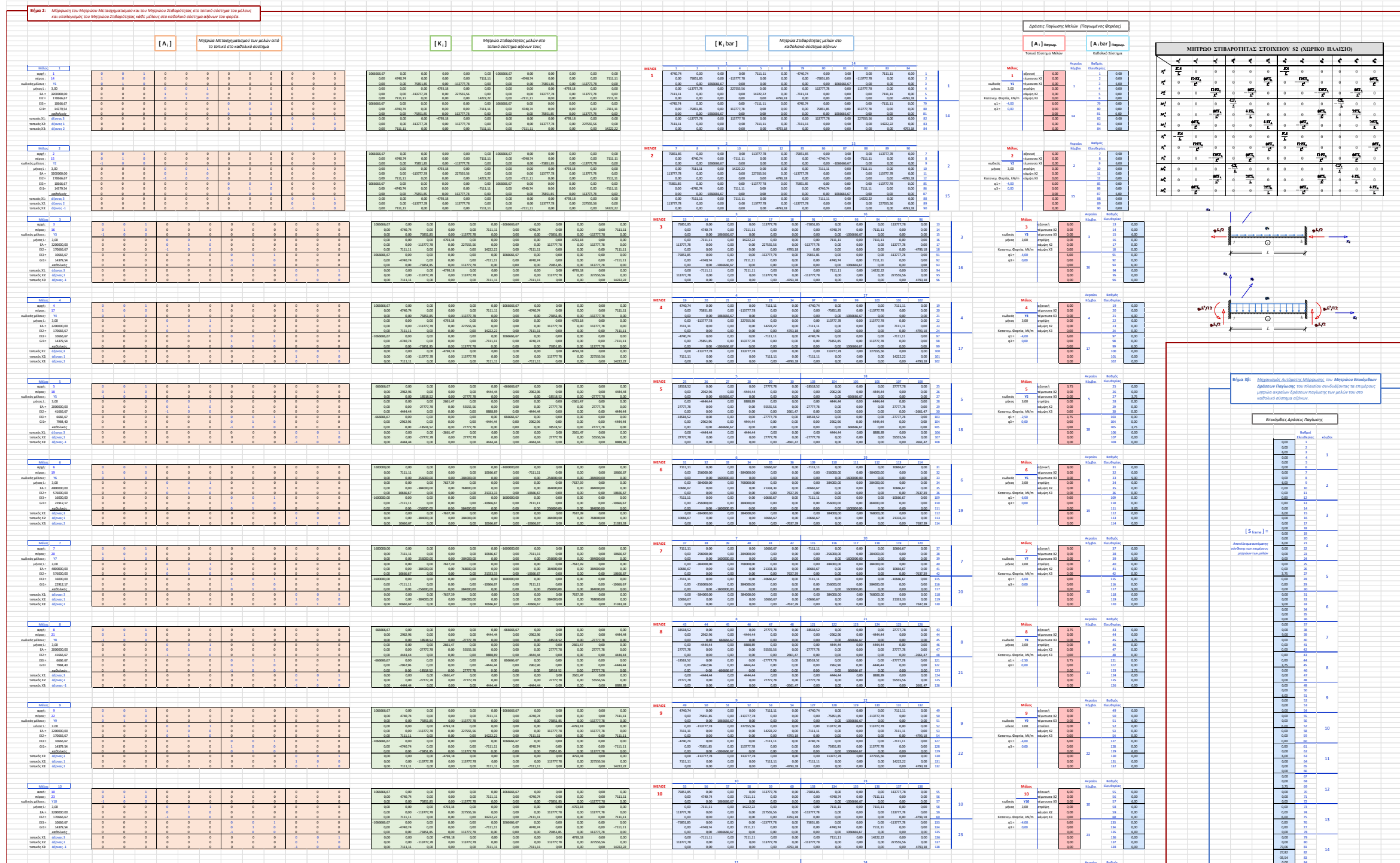
Βήμα 1: Εισαγωγή γεωμετρικών δεδομένων του πλαισίου (συντεταγμένες κόμβων και συνδεσιμότητα κόμβων για τη μόνωση των μελών), φυσικών χαρακτηριστικών των μελών του (μέτρο ελαστικότητας, εμβαδόν διατομής και ραβδόσταση περί τον άξονα κ2) και της εσωτερικής φόρτισης των μελών του (κατανεμημένο φορτίο, θερμοκρασιακές μεταβολές, συγκεντρωμένη δύναμη).



Κόμβος	Συντεταγμένες στο καθόλου χωρικό σύστημα		
	x1	x2	x3
1	0.10	0.10	0.00
2	6.00	0.10	0.00
3	16.10	0.10	0.00
4	22.40	0.10	0.00
5	0.10	5.50	0.00
6	6.00	5.50	0.00
7	16.10	5.50	0.00
8	22.40	5.50	0.00
9	0.10	14.60	0.00
10	6.00	14.60	0.00
11	16.10	14.60	0.00
12	16.10	15.90	0.00
13	22.40	15.90	0.00
14	0.10	0.10	3.00
15	6.00	0.10	3.00
16	16.10	0.10	3.00
17	22.40	0.10	3.00
18	0.10	5.50	3.00
19	6.00	5.50	3.00
20	16.10	5.50	3.00
21	22.40	5.50	3.00
22	0.10	14.60	3.00
23	6.00	14.60	3.00
24	16.10	14.60	3.00
25	16.10	15.90	3.00
26	22.40	15.90	3.00
27	6.00	0.10	6.00
28	16.10	0.10	6.00
29	22.40	0.10	6.00
30	6.00	5.50	6.00
31	16.10	5.50	6.00
32	22.40	5.50	6.00
33	0.10	14.60	6.00
34	16.10	14.60	6.00
35	16.10	15.90	6.00
36	22.40	15.90	6.00

Μέλος	Συντεταγμένα Κόμβων αγγλ)	Πέρασ κ	Διατομή b x h (m)			Δκ1	Δκ2	Δκ3	κ1	κ2	κ3	Είδος	Α	B	C	D
			b (m)	h (m)	Δκ4											
1	1	14	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
2	2	15	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
3	3	16	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
4	4	17	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
5	5	18	0.20	0.50	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.00E-01	9.98E-04	2.08E-03	3.33E-04			
6	6	19	0.20	1.20	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	2.40E-01	2.86E-03	2.86E-03	8.00E-04			
7	7	20	0.20	1.20	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	2.40E-01	2.86E-03	2.86E-03	8.00E-04			
8	8	21	0.20	0.50	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.00E-01	9.98E-04	2.08E-03	3.33E-04			
9	9	22	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
10	10	23	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
11	11	24	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
12	12	25	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
13	13	26	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
14	14	27	0.20	0.50	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.00E-01	9.98E-04	2.08E-03	3.33E-04			
15	15	28	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
16	16	29	0.20	0.80	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.60E-01	1.80E-03	8.53E-03	5.33E-04			
17	17	30	0.20	1.20	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	2.40E-01	2.86E-03	2.86E-03	8.00E-04			
18	18	31	0.20	1.20	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	2.40E-01	2.86E-03	2.86E-03	8.00E-04			
19	19	32	0.20	0.50	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.00E-01	9.98E-04	2.08E-03	3.33E-04			
20	20	33	0.20	0.50	0.0	0.0	0.0	3.00	Υποστηλωμα	1.00E-01	9.98E-04	2.08E-03	3.33E-04			
21	21	34	0.20	0												

Εικόνα Α. 1 και Εικόνα Α. 2



Εικόνα Α. 4

4. Καταγραφή όλων των φορτίων που επιβάλλονται κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του έργου, σύμφωνα με τις απαιτήσεις των άρθρων 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134, 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 162, 163, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 291, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 312, 313, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324, 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332, 333, 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360, 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 369, 370, 371, 372, 373, 374, 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382, 383, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416, 417, 418, 419, 420, 421, 422, 423, 424, 425, 426, 427, 428, 429, 430, 431, 432, 433, 434, 435, 436, 437, 438, 439, 440, 441, 442, 443, 444, 445, 446, 447, 448, 449, 450, 451, 452, 453, 454, 455, 456, 457, 458, 459, 460, 461, 462, 463, 464, 465, 466, 467, 468, 469, 470, 471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 478, 479, 480, 481, 482, 483, 484, 485, 486, 487, 488, 489, 490, 491, 492, 493, 494, 495, 496, 497, 498, 499, 500, 501, 502, 503, 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510, 511, 512, 513, 514, 515, 516, 517, 518, 519, 520, 521, 522, 523, 524, 525, 526, 527, 528, 529, 530, 531, 532, 533, 534, 535, 536, 537, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 546, 547, 548, 549, 550, 551, 552, 553, 554, 555, 556, 557, 558, 559, 560, 561, 562, 563, 564, 565, 566, 567, 568, 569, 570, 571, 572, 573, 574, 575, 576, 577, 578, 579, 580, 581, 582, 583, 584, 585, 586, 587, 588, 589, 590, 591, 592, 593, 594, 595, 596, 597, 598, 599, 600, 601, 602, 603, 604, 605, 606, 607, 608, 609, 610, 611, 612, 613, 614, 615, 616, 617, 618, 619, 620, 621, 622, 623, 624, 625, 626, 627, 628, 629, 630, 631, 632, 633, 634, 635, 636, 637, 638, 639, 640, 641, 642, 643, 644, 645, 646, 647, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 658, 659, 660, 661, 662, 663, 664, 665, 666, 667, 668, 669, 670, 671, 672, 673, 674, 675, 676, 677, 678, 679, 680, 681, 682, 683, 684, 685, 686, 687, 688, 689, 690, 691, 692, 693, 694, 695, 696, 697, 698, 699, 700, 701, 702, 703, 704, 705, 706, 707, 708, 709, 710, 711, 712, 713, 714, 715, 716, 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 727, 728, 729, 730, 731, 732, 733, 734, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 743, 744, 745, 746, 747, 748, 749, 750, 751, 752, 753, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 764, 765, 766, 767, 768, 769, 770, 771, 772, 773, 774, 775, 776, 777, 778, 779, 780, 781, 782, 783, 784, 785, 786, 787, 788, 789, 790, 791, 792, 793, 794, 795, 796, 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804, 805, 806, 807, 808, 809, 810, 811, 812, 813, 814, 815, 816, 817, 818, 819, 820, 821, 822, 823, 824, 825, 826, 827, 828, 829, 830, 831, 832, 833, 834, 835, 836, 837, 838, 839, 840, 841, 842, 843, 844, 845, 846, 847, 848, 849, 850, 851, 852, 853, 854, 855, 856, 857, 858, 859, 860, 861, 862, 863, 864, 865, 866, 867, 868, 869, 870, 871, 872, 873, 874, 875, 876, 877, 878, 879, 880, 881, 882, 883, 884, 885, 886, 887, 888, 889, 890, 891, 892, 893, 894, 895, 896, 897, 898, 899, 900, 901, 902, 903, 904, 905, 906, 907, 908, 909, 910, 911, 912, 913, 914, 915, 916, 917, 918, 919, 920, 921, 922, 923, 924, 925, 926, 927, 928, 929, 930, 931, 932, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 942, 943, 944, 945, 946, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 953, 954, 955, 956, 957, 958, 959, 960, 961, 962, 963, 964, 965, 966, 967, 968, 969, 970, 971, 972, 973, 974, 975, 976, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 986, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 993, 994, 995, 996, 997, 998, 999, 1000.

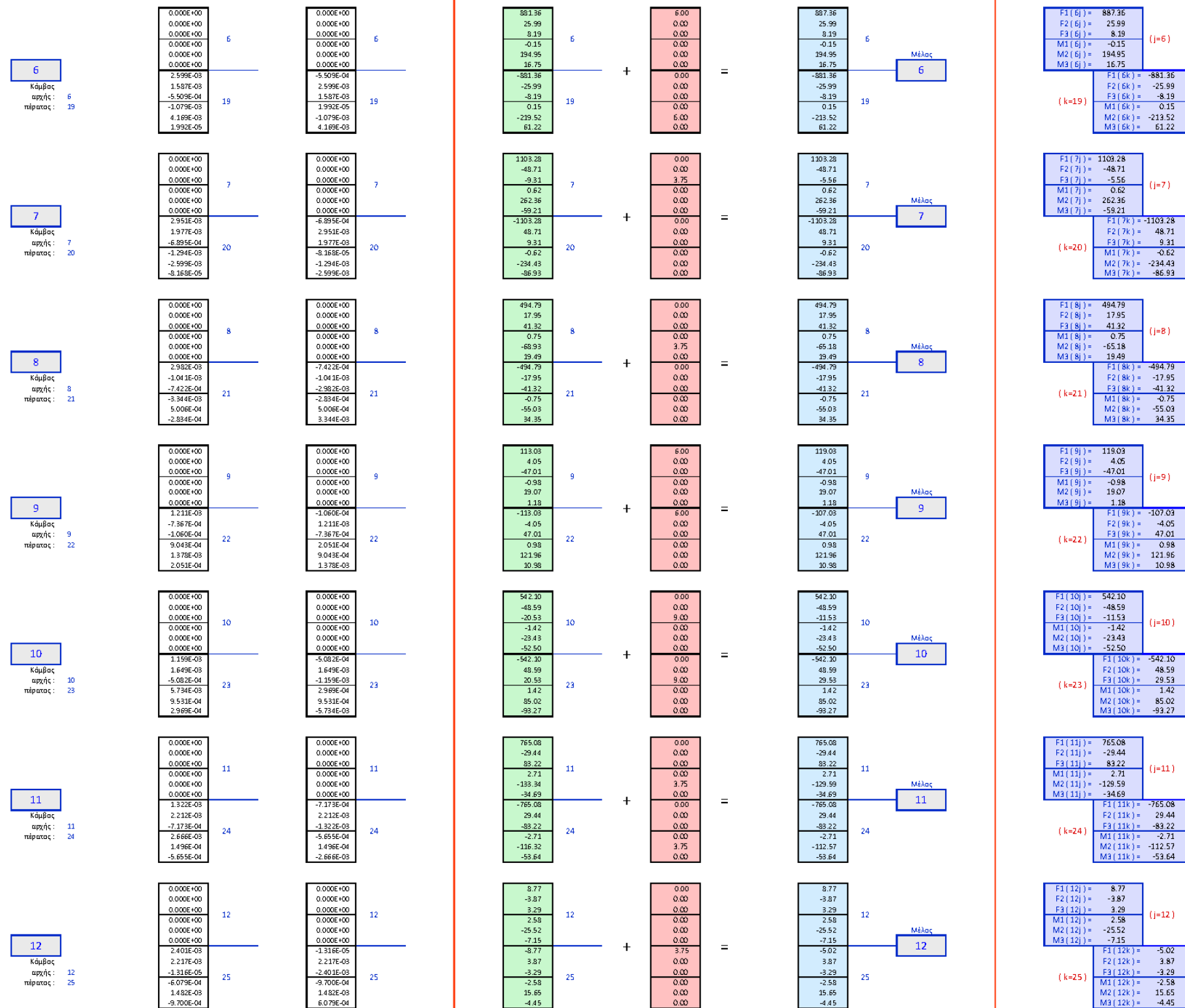
Κατηγορία	Αριθμός	Περιγραφή	Μονάδα	Μέγεθος
1	1	Χαράκι	mm	50
2	2	Κόψιμο	mm	50
3	3	Κόψιμο	mm	50
4	4	Κόψιμο	mm	50
5	5	Κόψιμο	mm	50
6	6	Κόψιμο	mm	50
7	7	Κόψιμο	mm	50
8	8	Κόψιμο	mm	50
9	9	Κόψιμο	mm	50
10	10	Κόψιμο	mm	50
11	11	Κόψιμο	mm	50
12	12	Κόψιμο	mm	50
13	13	Κόψιμο	mm	50
14	14	Κόψιμο	mm	50
15	15	Κόψιμο	mm	50
16	16	Κόψιμο	mm	50
17	17	Κόψιμο	mm	50
18	18	Κόψιμο	mm	50
19	19	Κόψιμο	mm	50
20	20	Κόψιμο	mm	50
21	21	Κόψιμο	mm	50
22	22	Κόψιμο	mm	50
23	23	Κόψιμο	mm	50
24	24	Κόψιμο	mm	50
25	25	Κόψιμο	mm	50
26	26	Κόψιμο	mm	50
27	27	Κόψιμο	mm	50
28	28	Κόψιμο	mm	50
29	29	Κόψιμο	mm	50
30	30	Κόψιμο	mm	50
31	31	Κόψιμο	mm	50
32	32	Κόψιμο	mm	50
33	33	Κόψιμο	mm	50
34	34	Κόψιμο	mm	50
35	35	Κόψιμο	mm	50
36	36	Κόψιμο	mm	50
37	37	Κόψιμο	mm	50
38	38	Κόψιμο	mm	50
39	39	Κόψιμο	mm	50
40	40	Κόψιμο	mm	50
41	41	Κόψιμο	mm	50
42	42	Κόψιμο	mm	50
43	43	Κόψιμο	mm	50
44	44	Κόψιμο	mm	50
45	45	Κόψιμο	mm	50
46	46	Κόψιμο	mm	50
47	47	Κόψιμο	mm	50
48	48	Κόψιμο	mm	50
49	49	Κόψιμο	mm	50
50	50	Κόψιμο	mm	50
51	51	Κόψιμο	mm	50
52	52	Κόψιμο	mm	50
53	53	Κόψιμο	mm	50
54	54	Κόψιμο	mm	50
55	55	Κόψιμο	mm	50
56	56	Κόψιμο	mm	50
57	57	Κόψιμο	mm	50
58	58	Κόψιμο	mm	50
59	59	Κόψιμο	mm	50
60	60	Κόψιμο	mm	50
61	61	Κόψιμο	mm	50
62	62	Κόψιμο	mm	50
63	63	Κόψιμο	mm	50
64	64	Κόψιμο	mm	50
65	65	Κόψιμο	mm	50
66	66	Κόψιμο	mm	50
67	67	Κόψιμο	mm	50
68	68	Κόψιμο	mm	50
69	69	Κόψιμο	mm	50
70	70	Κόψιμο	mm	50
71	71	Κόψιμο	mm	50
72	72	Κόψιμο	mm	50
73	73	Κόψιμο	mm	50
74	74	Κόψιμο	mm	50
75	75	Κόψιμο	mm	50
76	76	Κόψιμο	mm	50
77	77	Κόψιμο	mm	50
78	78	Κόψιμο	mm	50
79	79	Κόψιμο	mm	50
80	80	Κόψιμο	mm	50
81	81	Κόψιμο	mm	50
82	82	Κόψιμο	mm	50
83	83	Κόψιμο	mm	50
84	84	Κόψιμο	mm	50
85	85	Κόψιμο	mm	50
86	86	Κόψιμο	mm	50
87	87	Κόψιμο	mm	50
88	88	Κόψιμο	mm	50
89	89	Κόψιμο	mm	50
90	90	Κόψιμο	mm	50
91	91	Κόψιμο	mm	50
92	92	Κόψιμο	mm	50
93	93	Κόψιμο	mm	50
94	94	Κόψιμο	mm	50
95	95	Κόψιμο	mm	50
96	96	Κόψιμο	mm	50
97	97	Κόψιμο	mm	50
98	98	Κόψιμο	mm	50
99	99	Κόψιμο	mm	50
100	100	Κόψιμο	mm	50

Κατηγορία	Αριθμός	Περιγραφή	Μονάδα	Μέγεθος
1	1	Χαράκι	mm	50
2	2	Κόψιμο	mm	50
3	3	Κόψιμο	mm	50
4	4	Κόψιμο	mm	50
5	5	Κόψιμο	mm	50
6	6	Κόψιμο	mm	50
7	7	Κόψιμο	mm	50
8	8	Κόψιμο	mm	50
9	9	Κόψιμο	mm	50
10	10	Κόψιμο	mm	50
11	11	Κόψιμο	mm	50
12	12	Κόψιμο	mm	50
13	13	Κόψιμο	mm	50
14	14	Κόψιμο	mm	50
15	15	Κόψιμο	mm	50
16	16	Κόψιμο	mm	50
17	17	Κόψιμο	mm	50
18	18	Κόψιμο	mm	50
19	19	Κόψιμο	mm	50
20	20	Κόψιμο	mm	50
21	21	Κόψιμο	mm	50
22	22	Κόψιμο	mm	50
23	23	Κόψιμο	mm	50
24	24	Κόψιμο	mm	50
25	25	Κόψιμο	mm	50
26	26	Κόψιμο	mm	50
27	27	Κόψιμο	mm	50
28	28	Κόψιμο	mm	50
29	29	Κόψιμο	mm	50
30	30	Κόψιμο	mm	50
31	31	Κόψιμο	mm	50
32	32	Κόψιμο	mm	50
33	33	Κόψιμο	mm	50
34	34	Κόψιμο	mm	50
35	35	Κόψιμο	mm	50
36	36	Κόψιμο	mm	50
37	37	Κόψιμο	mm	50
38	38	Κόψιμο	mm	50
39	39	Κόψιμο	mm	50
40	40	Κόψιμο	mm	50
41	41	Κόψιμο	mm	50
42	42	Κόψιμο	mm	50
43	43	Κόψιμο	mm	50
44	44	Κόψιμο	mm	50
45	45	Κόψιμο	mm	50
46	46	Κόψιμο	mm	50
47	47	Κόψιμο	mm	50
48	48	Κόψιμο		

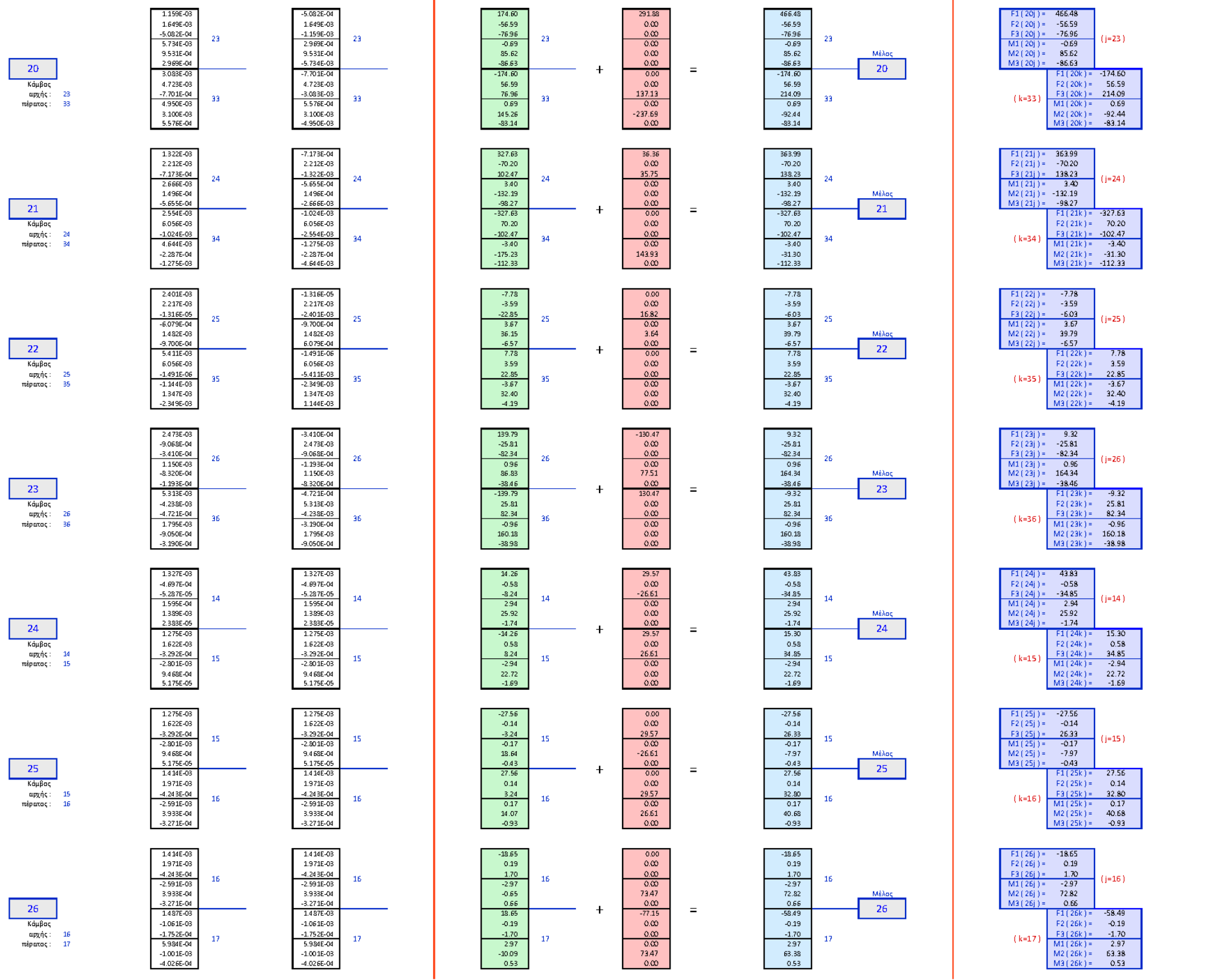
Βήμα 8: Για την ισοδύναμη φόρτιση μόνωσης του Μητρώου Ακραίων Μετακινήσεων $[D_i]$ κάθε μέλους στο καθολικό σύστημα αξόνων, στη συνέχεια, μέσω του Μητρώου Μετασχηματισμού, υπολογισμός του Μητρώου Ακραίων Μετακινήσεων $[D_i]$ στο τοπικό σύστημα αξόνων του μέλους και μέσω του τοπικού του Μητρώου Σταθρότητας, προσδιορισμός των Ακραίων Δράσεων στο τοπικό σύστημα αξόνων του μέλους για την ισοδύναμη φόρτιση. Κατόπιν επαλληλίας με τις ακραίες δράσεις παγίωσης, καθορισμός των εντατικών μεγεθών N, Q, M στα άκρα των μελών για την συνολική αρχική φόρτιση του πλαισίου.

ΑΚΡΑΙΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ & ΑΚΡΑΙΕΣ ΔΡΑΣΕΙΣ ΜΕΛΩΝ ΠΑ ΤΗΝ ΙΣΟΔΥΝΑΜΗ ΦΟΡΤΙΣΗ				ΑΚΡΑΙΕΣ ΔΡΑΣΕΙΣ ΜΕΛΩΝ ΑΡΧΙΚΟΥ ΦΟΡΕΑ ΠΑ ΤΗ ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ			
	<p>Ακραίες Μετατοπίσεις Μέλους στο καθολικό σύστημα (ισοδύναμη Φόρτιση)</p> <p>Άλλος τρόπος μόνωσης του $[D_i]$ bar</p> <p>$[D_i]$ bar Καθολικό Σύστημα</p>	<p>Ακραίες Μετατοπίσεις Μέλους στο τοπικό σύστημα (ισοδύναμη Φόρτιση)</p> <p>Ιδιαίτερος τρόπος αναφοράς στο $[A_i]$</p> <p>$[D_i]$ Isoδυν. Τοπικό Σύστημα</p>	<p>Ακραίες Δράσεις Μέλους στο τοπικό σύστημα (ισοδύναμη Φόρτιση)</p> <p>Διαφορετικός τρόπος αναφοράς στο $[A_i]$</p> <p>$[A_i]$ Isoδυν. Τοπικό Σύστημα</p>	<p>Δράσεις Παγίωσης Μελών (Παγωμένες Φορέας)</p> <p>Ιδιαίτερος τρόπος κλίσης του $[A_i]$ παγίωσης</p> <p>$[A_i]$ Παγίωμ. Τοπικό Σύστημα</p>	<p>Επαλληλία Ακραίων Δράσεων Μελών (Αρχικός φορέας) στο τοπικό σύστημα</p> <p>$[A_i]$ συνολ. Τοπικό Σύστημα</p>	<p>$[A_i]$ συνολ = $[A_i]$ παγίωμ + $[A_i]$ ισοδυν</p> <p>Αρχικός Φορέας Παγωμένος Φορέας Ισοδύναμος Φορέας</p>	
ΜΕΛΟΣ							
1	<p>Κάμβος αρχής: 1 πέρασας: 14</p>				Κάμβοι		<p>Ακραία Εντατικά Μεγέθη μελών (συνολικά)</p> <p>$F1(1j) = 62.39$ $F2(1j) = 3.58$ $F3(1j) = 17.49$ $M1(1j) = -0.11$ $M2(1j) = -35.30$ $M3(1j) = 0.44$ ($j=1$)</p> <p>($k=14$)</p> <p>$F1(1k) = -50.39$ $F2(1k) = -3.58$ $F3(1k) = -17.49$ $M1(1k) = 0.11$ $M2(1k) = -17.16$ $M3(1k) = 10.31$</p>
2	<p>Κάμβος αρχής: 2 πέρασας: 15</p>				Κάμβοι		<p>$F1(2j) = 351.12$ $F2(2j) = 12.23$ $F3(2j) = -5.03$ $M1(2j) = -0.25$ $M2(2j) = -37.31$ $M3(2j) = 8.38$ ($j=2$)</p> <p>($k=15$)</p> <p>$F1(2k) = -351.12$ $F2(2k) = -12.23$ $F3(2k) = 17.03$ $M1(2k) = 0.25$ $M2(2k) = 70.41$ $M3(2k) = 28.30$</p>
3	<p>Κάμβος αρχής: 3 πέρασας: 16</p>				Κάμβοι		<p>$F1(3j) = 452.61$ $F2(3j) = 9.08$ $F3(3j) = 62.50$ $M1(3j) = 1.57$ $M2(3j) = -112.37$ $M3(3j) = 4.41$ ($j=3$)</p> <p>($k=16$)</p> <p>$F1(3k) = -452.61$ $F2(3k) = -9.08$ $F3(3k) = -62.50$ $M1(3k) = -1.57$ $M2(3k) = -67.62$ $M3(3k) = 22.84$</p>
4	<p>Κάμβος αρχής: 4 πέρασας: 17</p>				Κάμβοι		<p>$F1(4j) = 186.84$ $F2(4j) = -14.17$ $F3(4j) = 12.42$ $M1(4j) = 1.93$ $M2(4j) = -52.67$ $M3(4j) = -17.70$ ($j=4$)</p> <p>($k=17$)</p> <p>$F1(4k) = -177.84$ $F2(4k) = 14.17$ $F3(4k) = -12.42$ $M1(4k) = -1.93$ $M2(4k) = 15.42$ $M3(4k) = -24.81$</p>
5	<p>Κάμβος αρχής: 5 πέρασας: 18</p>				Κάμβοι		<p>$F1(5j) = 169.76$ $F2(5j) = 11.20$ $F3(5j) = -6.68$ $M1(5j) = -0.07$ $M2(5j) = -38.12$ $M3(5j) = 12.01$ ($j=5$)</p> <p>($k=18$)</p> <p>$F1(5k) = -169.76$ $F2(5k) = -11.20$ $F3(5k) = 12.68$ $M1(5k) = 0.07$ $M2(5k) = 38.16$ $M3(5k) = 21.58$</p>

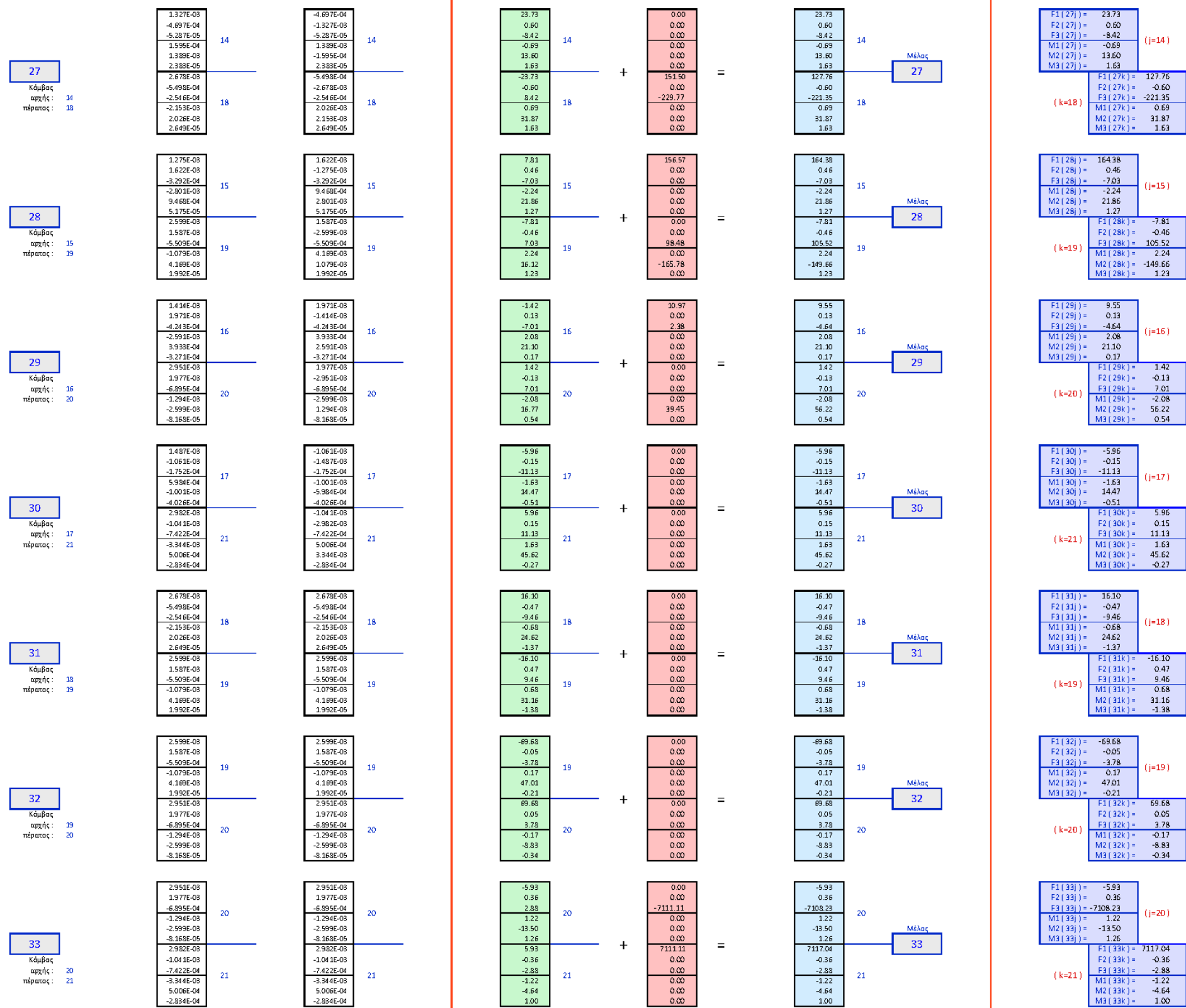
Εικόνα Α. 6α



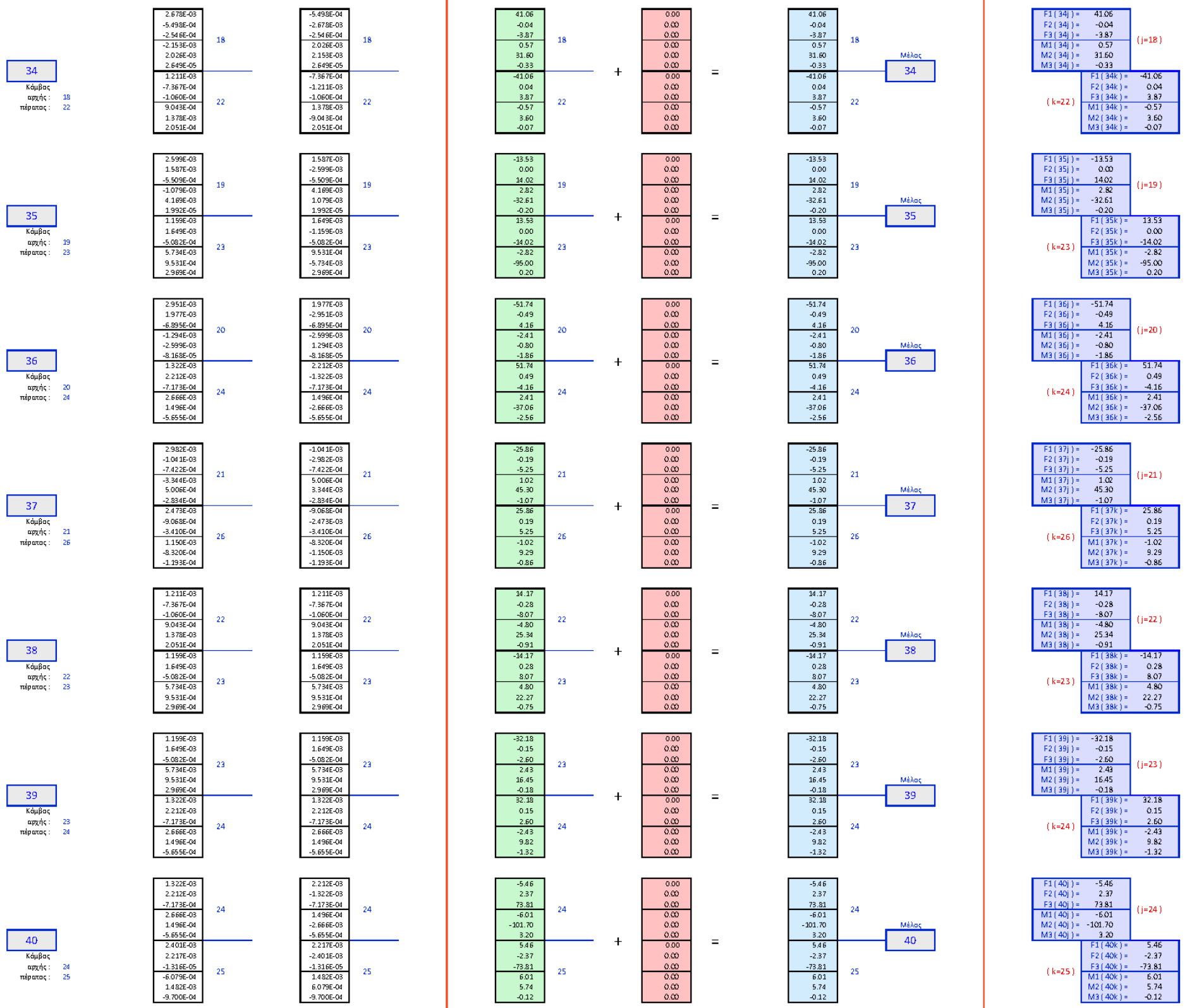
Εικόνα Α. 6β



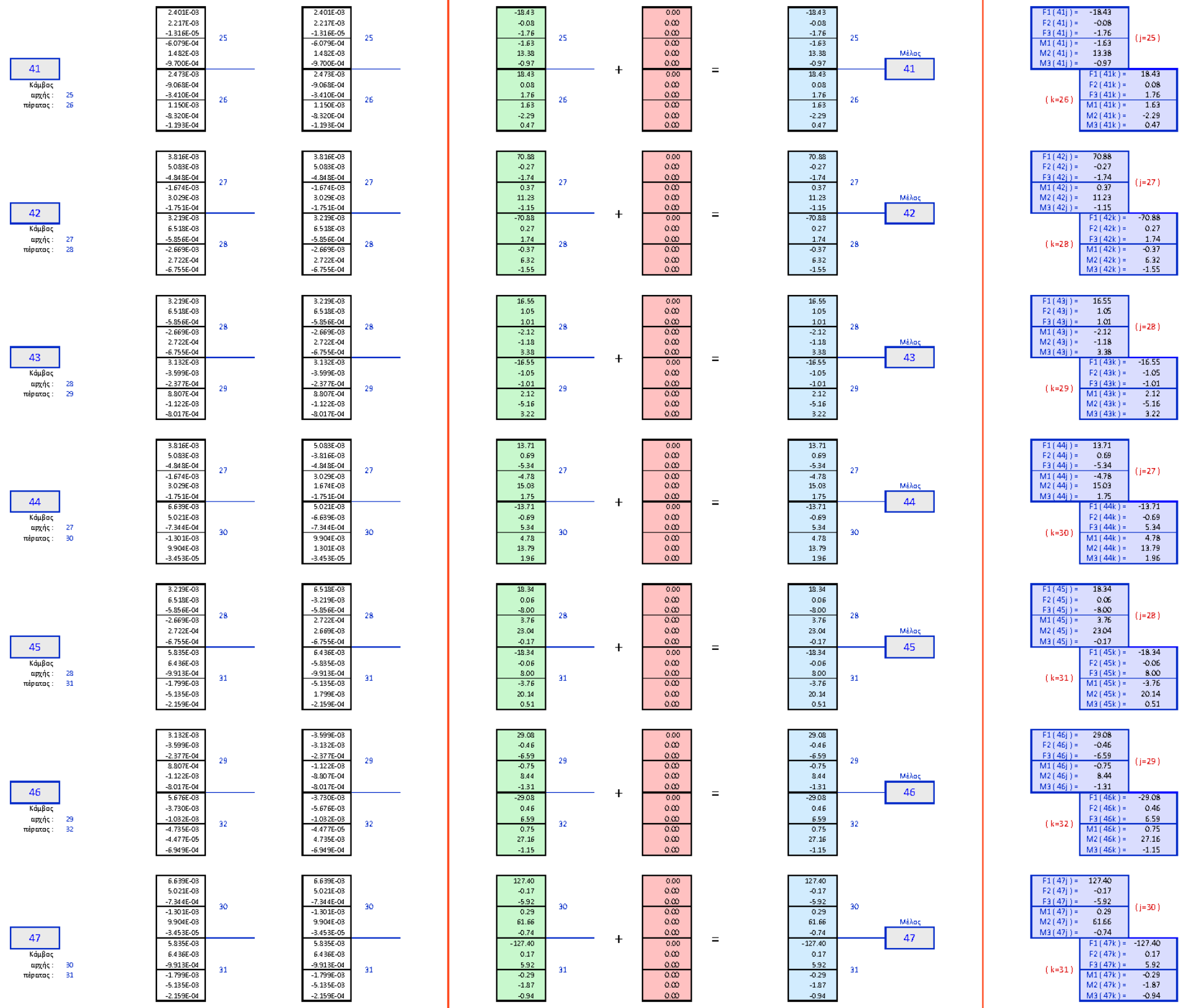
Εικόνα Α. 6γ



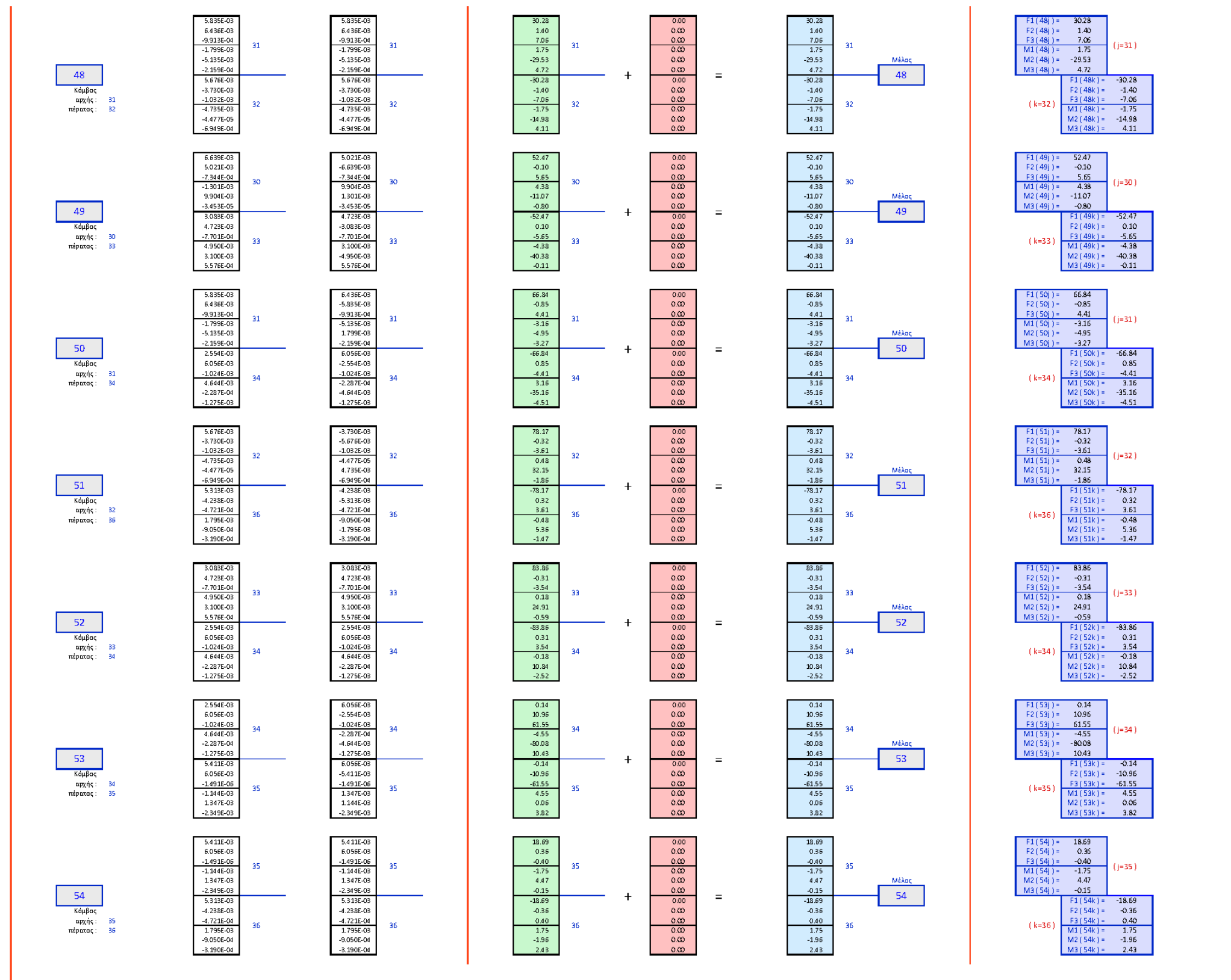
Εικόνα Α. 6δ



Εικόνα Α. 6ε



Εικόνα Α. 6στ



Εικόνα Α. 6ζ