



Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής
Τμήμα Μηχανικών
Σχολή Πολιτικών Μηχανικών

Στερεομετρία μέσω CAD

Εκπόνηση: Δημήτριος Ι. Λαζαρίδης
Επίβλεψη: Γεώργιος Μ. Εξαρχάκος
Ιούλιος 2023

ΔΗΛΩΣΗ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ/ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Δημήτριος Ι. Λαζαρίδης του Ιωάννη Δ. Λαζαρίδη, με αριθμό μητρώου 44543893 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής/διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ημερομηνία

18/07/2023

Ο Δηλών

Δημήτριος Λαζαρίδης


Επιτροπή αξιολόγησης		
Δρ. Γεώργιος Μ. Εξαρχάκος	Δρ. Παναγιώτης Μακρυγιάννης	Δρ. Ιωάννα Αττανάσοβα
ΕΔΙΠ	ΕΔΙΠ	ΕΔΙΠ

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Δάσκαλο μου για την στήριξη και την υπομονή του αυτά τα χρόνια. Για την γνώση και τα μαθήματα γεωμετρίας και ζωής δεν αρκεί αυτό το κείμενο για να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου .

Αφιέρωμα

Στον άνθρωπο που από Δάσκαλος έγινε φίλος μου.

Περίληψη

Η εργασία αυτή δημιουργήθηκε με σκοπό την ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης, των σχεδιαστικών ικανοτήτων και την εξοικίωση με το σύγχρονο σχεδιαστικό περιβάλλον Η/Υ .

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά σε βασικές γεωμετρικές έννοιες και τεχνικές-μεθόδους διδασκαλίας αυτών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο δίνονται κάποια παραδείγματα-ασκήσεις διδασκαλίας των προαναφερόμενων εννοιών.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται ένα παράδειγμα στατικής επίλυσης πολυόροφου κτιρίου με τυπική κάτοψη ορόφου.

Abstract

This project was created with the aim of developing spatial perception, design skills and familiarization with the contemporary computer design environment.

In the first chapter, reference is made to basic geometric concepts and techniques-methods of teaching them.

In the second chapter, some examples-exercises for teaching the aforementioned concepts are given.

In the third chapter, an example of a static solution of a multi-storey building with a typical floor plan is presented.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1ο.....	10
Βασικές αρχές Γεωμετρίας - Διδασκαλίας.....	10
Εποικοδομισμός	14
Διδακτική της Γεωμετρίας.....	17
Επίπεδα Van Hiele	17
Πρώτο Επίπεδο (ή βασικό επίπεδο) – Αναγνώριση	17
Δεύτερο Επίπεδο – Ανάλυση	18
Τρίτο Επίπεδο – Άτυπη Αφαίρεση	18
Τέταρτο Επίπεδο - Τυπική Αφαίρεση	18
Πέμπτο Επίπεδο - Αυστηρότητα	19
Πρώτη φάση: Πληροφόρηση.....	20
Δεύτερη φάση: Περιορισμένος προσανατολισμός.....	20
Τρίτη φάση: Αποσαφήνιση.....	20
Τέταρτη φάση: Ελεύθερος προσανατολισμός.....	20
Πέμπτη φάση: Ολοκλήρωση.....	21
Τα χαρακτηριστικά των επιπέδων	21
Τροποποίηση του μοντέλου από τον ALAN HOFFER.....	22
(α) Οπτικές ικανότητες.....	23
(β) Λεκτικές ικανότητες.....	23
(γ) Ικανότητες Σχεδίασης	24
(δ) Λογικές Ικανότητες	24
(ε) Ικανότητες Εφαρμογής	25
ΟΠΤΙΚΕΣ	26
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	27
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	27
ΛΟΓΙΚΕΣ	27
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	27
το πρώτο επίπεδο Αναγνώριση	27
Το δεύτερο Ανάλυση.....	28
Το τρίτο Ταξινόμηση	28
Το τέταρτο επίπεδο Επαγωγή.....	28
Στο πέμπτο επίπεδο, το επίπεδο Αυστηρότητας ή Ακρίβειας.....	28
Πρώτη φάση: Πληροφόρηση.....	28

Δεύτερη φάση: Περιορισμένος προσανατολισμός.....	28
Τρίτη φάση: Αποσαφήνιση.....	29
Τέταρτη φάση: Ελεύθερος προσανατολισμός.....	29
Πέμπτη φάση: Ολοκλήρωση.....	29
Έρευνες σχετιζόμενες με το μοντέλο VAN HIELE.....	29
Κριτική στο μοντέλο van hiele	32
Η αρίθμηση και το πλήθος των επιπέδων van hiele	32
Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί	51
Κεφάλαιο 2ο.....	52
CAD.....	52
Κεφάλαιο 3ο.....	97
ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ.....	98
Πηγές.....	129

Κεφάλαιο 1^ο

Βασικές αρχές Γεωμετρίας - Διδασκαλίας

Η δημιουργία αυτού του υλικού δεν αποβλέπει στην χρήση ενός λογισμικού και μόνον (όποιο και αν είναι αυτό) αλλά στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης των φοιτητών πράγμα το οποίο θα τους είναι χρήσιμο στην κατανόηση και εμπέδωση μεγάλου εύρους εννοιών αντικειμένου μηχανικού.

Στην ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης σημαντικό ρόλο παίζει η εμπέδωση Γεωμετρικών εννοιών και θα ήταν σφάλμα να μην πραγματοποιηθεί εκτενής αναφορά σε αυτές

Μέσα στην πορεία της ανθρώπινης ιστορίας τα μαθηματικά αποτελούν έναν απέραντο κόσμο αρμονίας, θαυμάτων και εκπλήξεων. Πορεύονται συντροφικά με τον άνθρωπο πότε προσφέροντας του πνευματική και ψυχική καλλιέργεια και βοηθώντας τον να βαδίσει ομαλά τον δύσκολο δρόμο του, πότε ζητώντας την δική του βοήθεια για να μεταμορφωθούν σε άλλες πιο εξελιγμένες μορφές.

Δεν υπάρχει εποχή και περιοχή της γης που καμαρώνει για την πρόοδο και τον πολιτισμό της χωρίς να παραδέχεται πως στυλοβάτης της σε αυτή την εξέλιξη υπήρξαν τα μαθηματικά.

Όμως είναι γεγονός ότι τα μαθηματικά είναι από τα λιγότερο δημοφιλή μαθήματα των σχολείων. Πολλοί μαθητές τα θεωρούν ως σκοτεινά, πολύπλοκα, άχαρα και ανιαρά, αφηρημένα, απωθητικά, τα θεωρούν ένα σφουγγάρι που απορροφά όλη την ικμάδα της ζωής τους.

Που λοιπόν οφείλεται αυτή η φοβία και απέχθεια των μαθητών προς το μάθημα;

Είναι η αμφισβήτηση της αξίας και της προσφοράς ή μήπως η ενημέρωση των μαθητών γύρω από την παιδαγωγική αξία των μαθηματικών είναι ελλιπής ή λανθασμένη;

Εδώ μπαίνει ο ρόλος που παίζει η διδασκαλία των μαθηματικών, η σχέση που έχουν τα μαθηματικά με την εκπαίδευση, ποιοι είναι οι σκοποί διδασκαλίας τους. Βασικό στοιχείο επιτυχίας της διδακτικής πράξης είναι να κατέχει ο δάσκαλος το αντικείμενο που θα διδάξει.

Πέρα όμως από αυτό πρέπει να έχει ένα μεγάλο απόθεμα τεχνικών και μεθόδων διδασκαλίας που θα του επιτρέψουν να μεταδώσει την ύλη του προσαρμοσμένη στις ανάγκες και τις δυνατότητες του μαθητή. Κάθε διδασκαλία οικοδομείται πάνω σε κάποιες αρχές, έχει τη δική της φιλοσοφία και χρησιμοποιεί κάποια πορεία με συγκεκριμένη τεχνική και στοχεύει σε συγκεκριμένα αποτελέσματα.

Από τότε που υπάρχουν σχολεία, από τότε που υπάρχουν δάσκαλοι και μαθητές, υπάρχουν και διδακτικές μέθοδοι διδασκαλίας. Από την αρχαία ακόμη Ελληνική εποχή υπήρχε η σοφιστική μέθοδος, καθώς και η μαιευτική μέθοδος του Σωκράτη, η οποία μάλιστα χρησιμοποιείται ακόμη και σήμερα. Ακόμη και από τον περασμένο αιώνα υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός μεθόδων διδασκαλίας τις οποίες οφείλει να γνωρίζει ο δάσκαλος και να έχει την ευχέρεια κάθε φορά να επιλέγει την καταλληλότερη ή να κάνει συνδυασμούς μεθόδων όταν χρειάζεται για να έχει το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα της διδασκαλίας.

Κατά τον Θ. Γ. Εξαρχάκο «Διδακτική μέθοδος είναι ένα οργανωμένο σύστημα γνώσεων, στάσεων και ενεργειών που έχει συγκεκριμένη φιλοσοφία, καθορισμένες αρχές, ακολουθεί κάποια τεχνική και χρησιμοποιείται για την επιτυχία των σκοπών και των ιδιαίτερων στόχων της διδασκαλίας. Η διδακτική μέθοδος δεν είναι απλώς η πορεία που ακολουθούμε κατά τη διδασκαλία αλλά είναι ένα σύστημα εννοιών και ενεργειών κατά τα οποία χαράσσεται η

πορεία της διδασκαλίας αφού ληφθούν υπόψη και όλοι οι άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν την διδακτική διαδικασία. Βασικοί παράγοντες της διαδικασίας της διδασκαλίας είναι ο «δάσκαλος», ο «μαθητής», η φύση της διδακτέας ύλης και τα εποπτικά και άλλα μέσα διδασκαλίας (Η/Υ) που χρησιμοποιούνται στη διδακτική πράξη.

Περισσότερες λεπτομέρειες για τις μορφές διδασκαλίας μπορεί όποιος επιθυμεί να βρει στο εξής : Για τη διδασκαλία των μαθηματικών και ιδιαίτερα της Γεωμετρίας το πρόβλημα είναι δυσκολότερο και περισσότερο πολύπλοκο γιατί συνδέονται και με την φύση του μάθημά του, την πολυμορφία των γεωμετρικών προβλημάτων που δεν επιτρέπει τον καθορισμό ενιαίου τρόπου αντιμετώπισής τους.

Αυτή η απαίτηση ειδικών τρόπων αντιμετώπισης για κάθε συγκεκριμένη ενότητα οδηγεί το δάσκαλο να αναζητά κάθε φορά τρόπους διδασκαλίας και μέσα που θα τον βοηθήσουν στην μεγαλύτερη επιτυχία των έργων του.

Εμείς στην έρευνα αυτή προσπαθούμε να εντοπίσουμε το ρόλο που παίζει η χρήση των νέων τεχνολογιών στη διαδικασία διδασκαλίας της Γεωμετρίας. Στόχος είναι να διαπιστώσουμε αν μέσα σε αυτή τη δύσκολη και διαιδαλώδη πορεία της διδασκαλίας η χρήση των νέων τεχνολογιών βοηθά και κατά πόσο προσφέρει καλύτερα αποτελέσματα στη διδακτική πράξη. Ακόμα από τον 4ο αιώνα π.Χ. παρουσιάζονται δύο σημαντικές μετατοπίσεις στις φιλοσοφικές θεωρίες και στην εξέλιξη της γεωμετρικής σκέψης.

Οι φιλοσοφικές θεωρήσεις που εκφραστές τους ήταν οι σοφιστές μετατοπίζουν το κέντρο βάρους από το μακρόκοσμο στο μικρόκοσμο και στρέφουν το ενδιαφέρον τους από το ανόργανο προς τον άνθρωπο. Αντίστοιχα οι γεωμετρική σκέψη περνά σταδιακά από το σύνολο των ιδιοτήτων του σημείου του χώρου στο σύνολο των σημείων που έχουν την ίδια ιδιότητα.

Σε αυτόν τον αιώνα του Ιπποκράτη διαμορφώθηκε σταδιακά το κίνημα των σοφιστών. Σε μια κοινωνία που βγήκε από τους περσικούς πολέμους ήταν επιτακτική η ανάγκη για μια νέα παιδεία. Όπως είπαμε παραπάνω οι σοφιστές μετατόπισαν το κέντρο βάρους στην έρευνα από τον κόσμο στον άνθρωπο. Μελέτησαν μεθοδικά τόσο τη γνώση, τη πράξη, την ψυχολογία και τη συμπεριφορά του ανθρώπου ως μονάδα, καθώς και τις σχέσεις του και τη θέση του μέσα στο κοινωνικό σύνολο. Ασχολήθηκαν ακόμα με τον πολιτισμό και τα διάφορα κοινωνικά φαινόμενα. Εκτός από μαθηματικά δίδαξαν Ηθική, Ρητορική, Διαλεκτική, Πολιτική θεωρία, Ψυχολογία, Μυθολογία, Μουσική και Αστρονομία.

Σκοπός τους ήταν να κάνουν τους ανθρώπους όσο γίνεται πιο ικανούς στη σκέψη, στο λόγο, αλλά και στην πράξη. Οι σοφιστές ήταν επαγγελματίες δάσκαλοι.

Ο Σωκράτης δεν ήταν επαγγελματίας δάσκαλος. Συνήθιζε να αναπτύσσει την σκέψη του με διάλογο. Ήξερε πρώτα να ρωτά για πράγματα που πάντα απασχολούν τον άνθρωπο και είχε τη δύναμη να ελέγχει την απάντηση που του έδιναν και να αξιολογεί το κύρος της. Η στάση του ήταν κριτική απέναντι στις καθιερωμένες αντιλήψεις.

Υπήρχε ουσιαστική διαφορά ανάμεσα στους σοφιστές και το Σωκράτη.

Οι σοφιστές είχαν ως στόχο τους να φανεί ότι η γνώση και η πράξεις των ανθρώπων μέσα στο κοινωνικό σύνολο έχουν σχετικό και όχι απόλυτο κύρος.

Ο Σωκράτης πίστευε ότι πέραν από τις προσωπικές ή τις ομαδικές γνώμες ή εικασίες υπάρχει πάντοτε και η αντικειμενική αλήθεια, η οποία είναι προσιτή στον ορθό λόγο. Με μεθοδικότητα ο Σωκράτης αναζήτησε τους νόμους της λογικής, αναζήτησε τις έννοιες που

ισχύουν για κάθε άνθρωπο και έτσι άνοιξε το δρόμο για την ανάπτυξη της λογικής. Δημιουργήθηκε έτσι η Διαλεκτική και η Μαιευτική μέθοδος διδασκαλίας που χρησιμοποιούμε μέχρι και σήμερα με διάφορες παραλλαγές.

Ο Πλάτωνας, ο πιο σοφός από τους μαθητές του Σωκράτη και ο μεγαλύτερος φιλόσοφος όλων των εποχών πίστευε ότι τα μαθηματικά αποτελούν το πρώτο και βασικό στοιχείο της Εκπαίδευσης.

Η Φιλοσοφία του ήταν ότι ο σκοπός της Αριθμητικής είναι: «πάνω από όλα η γνώση». Ενώ για τη Γεωμετρία θεωρούσε ότι το περιεχόμενο της δεν είναι υλικό αντικείμενο αλλά μαθηματικά στοιχεία σημεία, ευθεία, κύκλοι, τρίγωνα, τετράγωνα που αποτελούν αντικείμενα σκέψης και ανήκουν στο χώρο του νοητού, είναι ιδέες άυλες και αμετάβλητες πραγματικότητες. Γι' αυτό και στην είσοδο της Ακαδημίας του ο Πλάτωνας έγραφε:

«Μηδείς αγεωμέτητος εισίτω μου την στέγην»

Συνειδητά δεν έγραψε μηδείς αναρίθμητος ή μη γνωρίζων μαθηματικά, αλλά μηδείς αγεωμέτητος, γιατί θεωρούσε τα στοιχεία της Γεωμετρίας άυλες και αμετάβλητες πραγματικότητες. Ιδέες που αποτελούν αντικείμενα καθαρής σκέψης και ανήκουν στο χώρο του νοητού.

Η προσφορά του Πλάτωνα στα μαθηματικά και κυρίως στη Γεωμετρία εντοπίζεται κυρίως στις μεθόδους που ακολούθησε, τους ορισμούς που καθιέρωσε και στην τεχνική λύσης προβλημάτων. Αυτός καθιέρωσε τη γεωμετρική λύση των εξισώσεων της μορφής $x^2+y^2=a^2$.

Ο Πλάτωνας θεωρούσε ότι η διαλεκτική είναι η εσωτερική διερεύνηση των μεγάλων γενών που μπορεί να μας οδηγήσει από τα πολλά στο ένα, το όν. Είναι η διακριτή μέθοδος που διερευνά πως από την έννοια του ενός παράγεται η έννοια των πολλών. Έλεγε ότι η διαλεκτική αφορά την μελέτη των σχέσεων ανάμεσα στο ένα και τα πολλά, γι' αυτό και ταυτίζεται με το ένα.

Η μέθοδος του Πλάτωνα, όπου την αναφέρει ο Πρόκλος, είναι η μέθοδος των διαδοχικών διαμερισμών των γενών σε είδη και σαφώς εντάσσεται στο πλαίσιο της διαλεκτικής. Σύμφωνα με το Διογένη (Διογένης Λαέρτιος I, 24, σελ 74) ο Πλάτωνας επινόησε την μέθοδο της ανάλυσης και σύνθεσης που χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα στη λύση γεωμετρικών προβλημάτων.

Ο Πλάτωνας συνδέει τα παιχνίδια (με πεσσούς, τη ντάμα, το σκάκι) με την αριθμητική. Στους νόμους αναφέρεται σε τρία αντικείμενα κατάλληλα προς μάθηση από ελεύθερους ανθρώπους. Αναφέρεται στους υπολογισμούς και την επιστήμη των αριθμών, στην μέτρηση με μια, δύο ή τρεις διαστάσεις και στην Αστρονομία υπό την έννοια της γνώσης σχετικά με την περιφορά των ουράνιων σωμάτων.

Ο Πλάτωνας θεώρησε ότι η διδασκαλία έπρεπε να συνδυάζεται με την ψυχαγωγία και αντίστροφα. Πίστευε ότι η μαθητές που είναι παιδιά ελεύθερων πολιτών πρέπει να μαθαίνουν ψυχαγωγούμενοι. Θα έπρεπε να υπάρχουν ειδικοί υπολογισμοί για μαθητές ώστε αυτοί να μαθαίνουν ευχάριστα παίζοντας, όπως για παράδειγμα με τις διανομές μήλων ή στεφανιών, όπου ο ίδιος αριθμός διανέμεται σε περισσότερους ή λιγότερους μαθητές.

Η Γεωμετρία διδάσκεται σε σχολεία της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε ηλικία 14-18 ετών. Η Γεωμετρία εισήχθη για πρώτη φορά στο πρόγραμμα εκπαίδευσης στην εποχή του Ισοκράτη.

Ο Ισοκράτης γράφει: «Είμαι στα πρόθυρα να περιφρονήσω την εκπαίδευση που έλαβαν οι πρόγονοι μας και υποστηρίζω όσα έχουν καθιερωθεί στην εποχή μας, δηλαδή και τη Γεωμετρία και την Αστρονομία και τους λεγόμενους εριστικούς διαλόγους. Τέτοιες σπουδές ακόμα και αν δεν έχουν άλλο καλό αποτέλεσμα, κάνουν τους νέους πειθαρχημένους και (κατά την γνώμη του Ισοκράτη) δεν θα μπορούσαν να έχουν επινοηθεί περισσότερο χρήσιμα και κατάλληλα γνωστικά αντικείμενα».

Σήμερα είναι γενικά παραδεκτό ότι οι μέθοδοι διδασκαλίας οφείλουν να φροντίζουν για την καλλιέργεια και την ανάπτυξη της αντιληπτικής ικανότητας του μαθητή, της δημιουργικής φαντασίας, της κριτικής σκέψης και της ελεύθερης έκφρασης και σκέψης.

Δεν πρέπει να στοχεύουν μόνο στην απόκτηση γνώσης και δεν πρέπει να παραβλέπουν ή να περιφρονούν καμία πλευρά της ψυχής και του πνεύματος τους.

Η διδασκαλία είναι σύνθεση τέχνης επιστήμης και τεχνικής.

Σήμερα ζούμε σε μια εποχή που τα παγκόσμια δεδομένα διαρκώς αλλάζουν. Ο ανταγωνισμός είναι αμείλικτος σε πολλά επίπεδα, στην οικονομία, στους εξοπλισμούς, στην αγορά εργασίας.

Η διασύνδεση των οικονομιών σε παγκόσμιο επίπεδο είναι πολύ στενή. Πολυεθνικές εταιρείες επεκτείνονται σε νέες αγορές και νέες δυναμικές εταιρείες εξελίσσονται σε πολυεθνικές.

Οι επιστήμες και η τεχνολογία εξελίσσονται με μεγάλη ταχύτητα.

Οι κοινωνικές και εργασιακές σχέσεις διεθνοποιούνται.

Οι αντιλήψεις μεταβάλλονται.

Η πληροφορία είτε αυτή αφορά στην επιστήμη και την έρευνα, είτε αφορά την επιχείρηση ή την οικονομία, την εργασία μεταφέρεται αυτόματα. Οι ανάγκες και οι προτεραιότητες κάθε χώρας αλλάζουν.

Η ταχύτητα ανάπτυξης των μέσων μαζικής ενημέρωσης και επικοινωνίας έχουν διαμορφώσει νέες πραγματικότητες. Ο τρόπος ζωής των πολιτών, τα πολιτιστικά και κοινωνικά τους στοιχεία διακινούνται ελεύθερα και ταχύτατα και πέρα από τα εθνικά τους σύνορα.

Οι νέοι σήμερα είναι εκτεθειμένοι σε έναν αληθινό βομβαρδισμό πληροφορίας από μια διεθνή κουλτούρα. Έτσι, η εκπαίδευση που είναι το βασικό κοινωνικό αγαθό και αποτελεί το θεμέλιο κάθε κοινωνικής αλλαγής θα πρέπει να είναι σε θέση να ανταποκρίνεται κάθε φορά στις νέες συνθήκες όπως αυτές θα διαμορφώνονται, καθώς και στις ανάγκες και τις προτεραιότητες της εποχής.

Η εκπαίδευση πρέπει να παρακολουθεί τις επιστημονικές και κοινωνικές εξελίξεις και αντιλήψεις, και να διαμορφώνεται κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι πάντοτε σύγχρονη, δημιουργική και ταγμένη στην υπηρεσία του κοινωνικού συνόλου. Οφείλει να δώσει στο νέο όχι μόνο τις απαραίτητες γνώσεις, αλλά κυρίως να τον κάνει ικανό να αξιολογεί, να επιλέγει και να χρησιμοποιεί κατάλληλα αυτές τις γνώσεις.

Χρέος της εκπαίδευσης είναι ακόμα να διαμορφώνει ανθρώπους ικανούς να αφομοιώνουν κριτικά τα μηνύματα του διεθνούς πολιτισμού και να μπορούν να συμμετέχουν και να επηρεάζουν το διεθνές πολιτιστικό γίγνεσθαι.

Με αυτή τη δυναμική της εκπαίδευσης διαμορφώθηκαν κατά καιρούς οι κατάλληλες διδακτικές διαδικασίες. Δημιουργήθηκαν διάφορες φιλοσοφίες εκπαίδευσης, διατυπώθηκαν ποικίλοι τρόποι και πολλές μέθοδοι διδασκαλίας ανάλογα με τους σκοπούς και τους στόχους που κάθε φορά έθετε η εκπαίδευση.

Εμείς εδώ δεν έχουμε στόχο να αναπτύξουμε όλες τις θεωρίες διδασκαλίας και μάθησης. Στόχος μας είναι να μελετήσουμε και να εξετάσουμε τι σημασία και τι ρόλο παίζει η χρήση των νέων τεχνολογιών στη διδασκαλία της Γεωμετρίας και γι' αυτό θα αναφερθούμε μόνο σε συγκεκριμένα και ειδικά θέματα γνωστικών θεωριών που συμβάλουν και βοηθούν τους σκοπούς αυτής της έρευνας.

Το μαθησιακό «μοντέλο» που επελέγη είναι ο εποικοδομητισμός με στοιχεία «μαιευτικής». Ο εκπαιδευτικός προσπάθησε μέσα από πολυμεσικό υλικό να εξηγήσει τις έννοιες καθοδηγώντας τους φοιτητές στο σωστό αποτέλεσμα.

Στη συνέχεια με χρήση διαδραστικών μεθόδων πραγματοποιήθηκε εφαρμογή από τους φοιτητές προς πληρέστερη κατανόηση των εννοιών.

Εποικοδομητισμός

Ο εποικοδομητισμός είναι μια γνωστική θεωρία, που στηρίζεται στην δυνατότητα του ατόμου να οικοδομεί τη δική του γνώση.

«Ο εγκέφαλος κατά τους κονστρουκτιβιστές (Ernst von Glasersfeld, Heinz von Foerster) είναι ένα κλειστό σύστημα στον κόσμο που μας περιβάλλει και που κάτω από ορισμένες ιδιοκατασκευασμένες προϋποθέσεις επεξεργάζεται και αξιολογεί με τους νευρώνες τα σήματα που δέχεται. Δεν επεξεργάζεται οποιαδήποτε σήματα αλλά αυτά που κατά περίπτωση έχουν την αρμόζουσα γνωστική δομή.»

Ο εποικοδομητισμός υποστηρίζει ότι το κάθε άτομο δομεί την αντίληψή του καθημερινά ερχόμενο σε επαφή με τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος. Η αντίληψή μας για τον κόσμο σύμφωνα με τον κονστρουκτιβισμό διαμορφώνεται καθημερινά και δημιουργεί μια υποκειμενική πραγματικότητα για τον καθένα.

Ο εποικοδομητισμός αποτελεί ένα επιστημονικό παράδειγμα που διαπερνά όλες τις επιστήμες και αφορά την αντίληψή μας για τον κόσμο. Οι άνθρωποι, τα κοινωνικά συστήματα και οι οργανισμοί αλληλεπιδρούν, αυτό-παρατηρούνται και μεταβάλλονται συν το χρόνο. Σε κάθε κατάσταση αυτής της συνεχής μεταβολής το άτομο χρησιμοποιεί τις προηγούμενες εμπειρίες του και την πραγματικότητα για να δομήσει την επόμενη κατάσταση.

Tatlin-Vladimir-Evgrafovich-1885-1953

Ο εποικοδομητισμός έχει μεγάλες επιδράσεις στην επικοινωνία και σε πολλά επίπεδα της επιστήμης της παιδαγωγικής και της διδακτικής. Επηρεάζει τη διαμόρφωση του μαθησιακού περιβάλλοντος, των μεθόδων διδασκαλίας και των μεθόδων της αξιολόγησης.

Προκύπτει από την θεωρία του εποικοδομητισμού ότι στη διδασκαλία και τη μάθηση έχει μεγάλη σημασία να ληφθεί υπ' όψιν ότι όλοι οι συμμετέχοντες σε μια μαθησιακή διαδικασία έχουν την δική τους οπτική γωνία αντίληψης των πραγμάτων.

Η εποικοδομητική διδασκαλία θέτει τον διδάσκοντα σε ένα ρόλο ενθάρρυνσης, υποστήριξης του διδασκόμενου. Σκοπός είναι η δημιουργία ενός μαθησιακού περιβάλλοντος που να προσεγγίζει την πραγματικότητα και να ενθαρρύνει την ενεργό συμμετοχή των διδασκομένων, οδηγώντας σε αυθεντικές καταστάσεις.

Atelier Olschinsky-Constructivism

Οι βασικές αρχές για να πετύχουμε εποικοδομητικά μαθησιακά περιβάλλοντα:

Οι ατομικές, κοινωνικές συνθήκες, διαδικασίες και αλληλεπιδράσεις καθορίζουν την μεταβολή της γνώσης.

Η γνώση επιτυγχάνεται πολυδιάστατα και πολυπαραγοντικά.

Η γνώση πάνω από όλα οικοδομείται με την ενεργό συμμετοχή.

Ο στόχος πρέπει να είναι πάντα η οικοδόμηση της γνώσης από μέρους των διδασκομένων.

Να χρειάζεται όσο το δυνατόν λιγότερη καθοδήγηση.

Οι διδάσκοντες να είναι κυρίως σύμβουλοι και συνδιοργανωτές του περιβάλλοντος μάθησης.

Οι ατομικές διαφορές των συμμετεχόντων και η διαφορετικότητα της διαδικασίας της διδασκαλίας κάθε φορά, μειώνουν την πιθανότητα επανάληψης της ίδιας μαθησιακής διαδικασίας.

Τα αποτελέσματα της διδακτικής διαδικασίας δεν μπορούν να προβλεφθούν.

Η δυνατότητα αυτή του ανθρώπου έχει μεγάλες επιδράσεις στην επικοινωνία και σε πολλά επίπεδα της επιστήμης της παιδαγωγικής και της διδακτικής.

Επηρεάζει τη διαμόρφωση του μαθησιακού περιβάλλοντος, των μεθόδων διδασκαλίας και των μεθόδων της αξιολόγησης.

Προκύπτει από την θεωρία του εποικοδομητισμού ότι στη διδασκαλία και τη μάθηση έχει μεγάλη σημασία να ληφθεί υπ' όψιν ότι όλοι οι συμμετέχοντες σε μια μαθησιακή διαδικασία έχουν την δική τους οπτική γωνία αντίληψης των πραγμάτων.

Η εποικοδομητική διδασκαλία θέτει τον διδάσκοντα σε ένα ρόλο ενθάρρυνσης, υποστήριξης του διδασκόμενου. Σκοπός είναι η δημιουργία ενός μαθησιακού περιβάλλοντος που να προσεγγίζει την πραγματικότητα και να ενθαρρύνει την ενεργό συμμετοχή των διδασκομένων, οδηγώντας σε αυθεντικές καταστάσεις.

Οι βασικές αρχές για να πετύχουμε εποικοδομητικά μαθησιακά περιβάλλοντα:

1. Οι ατομικές, κοινωνικές συνθήκες, διαδικασίες και αλληλεπιδράσεις καθορίζουν την μεταβολή της γνώσης.
2. Η γνώση επιτυγχάνεται πολυδιάστατα και πολυπαραγοντικά.
3. Η γνώση πάνω από όλα οικοδομείται με την ενεργό συμμετοχή.
4. Ο στόχος πρέπει να είναι πάντα η οικοδόμηση της γνώσης από μέρους των διδασκομένων.

5. Να χρειάζεται όσο το δυνατόν λιγότερη καθοδήγηση.
6. Οι διδάσκοντες να είναι κυρίως σύμβουλοι και συνδιοργανωτές του περιβάλλοντος μάθησης.
7. Οι ατομικές διαφορές των συμμετεχόντων και η διαφορετικότητα της διαδικασίας της διδασκαλίας κάθε φορά, μειώνουν την πιθανότητα επανάληψης της ίδιας μαθησιακής διαδικασίας.
8. Τα αποτελέσματα της διδακτικής διαδικασίας δεν μπορούν να προβλεφθούν.
9. Σκοπός της διδακτικής διαδικασίας είναι πάντα η οικοδόμηση γνώσης και η απόκτηση απόλυτης αυτοπεποίθησης πάνω στη θεματική ενότητα που εξετάζεται.

Η γνώση που αποκτάται μέσω των μαθησιακών δραστηριοτήτων μπορεί να μεταφερθεί και να χρησιμοποιηθεί σε αντίστοιχες περιστάσεις όταν παραστεί ανάγκη. Γι' αυτό σκοπός του μαθησιακού περιβάλλοντος είναι η δημιουργία αυθεντικών καταστάσεων για τους διδασκομένους. Έτσι ώστε να συνδεθεί η μάθηση με τις καθημερινές εμπειρίες, να εισαχθούν σε μια κουλτούρα για το σχετικό γνωστικό αντικείμενο.

Το μαθησιακό περιβάλλον διαμορφώνεται έτσι ώστε να παρουσιάζει τις βασικές αρχές με μια πιο γενική περιγραφή του σχετικού θέματος.

Δημιουργείται έτσι ένα πλαίσιο πάνω στο οποίο οικοδομείται η νέα γνώση. Αυτό το μαθησιακό περιβάλλον μεταβάλλεται συν το χρόνο σε μια πιο σύνθετη μορφή ακολουθώντας την οικοδόμηση των γνώσεων από τους εκπαιδευόμενους και βοηθώντας τους να αναπτύξουν «ελαστική» σκέψη.

Ο εποικοδομητισμός κινείται σε δύο άξονες αυτόν του γνωστικού εποικοδομητισμού (Piaget 1927/1969), κατά την οποία η μάθηση είναι μια διαδικασία προσωπική προερχόμενη από την δράση του υποκειμένου με τον φυσικό κόσμο, και του κοινωνικού εποικοδομητισμού (Vygotsky 1978) όπου υποστηρίζεται ο ρόλος του κοινωνικού παράγοντα στη μεταμόρφωση των ιδεών του αντικειμένου.

Ο εποικοδομητισμός κινείται μεταξύ ρεαλισμού και εμπειρισμού (Osborne, 1996), όπου σύμφωνα με τους ρεαλιστές η γνώση για το φυσικό κόσμο στηρίζεται στο ότι οι δομές των Φ.Ε. υπάρχουν στην αντικειμενική πραγματικότητα ενώ κατά τον εμπειρισμό η αποκάλυψη της αλήθειας είναι αδύνατη γιατί αυτό απαιτεί εξωτερικό κριτή που η μη ύπαρξη του υιοθετεί μεταφυσικές θέσεις.

Σύμφωνα με τον Piaget (1985) η αφομοίωση συμβαίνει όταν προϋπάρχοντα σχήματα ή νοητικές δομές χρησιμοποιούνται για να ερμηνεύσουν δεδομένα που λαμβάνονται από τις αισθήσεις.

Η μέθοδος του εποικοδομητισμού στηρίζεται στην δυνατότητα του κάθε ατόμου να δομεί την αντίληψή του ερχόμενο σε επαφή με τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος. Η αντίληψη αυτή για τον κόσμο σύμφωνα με τον κονστρουκτιβισμό διαμορφώνεται, μεταβάλλεται καθημερινά άρα δημιουργεί μια υποκειμενική πραγματικότητα για τον καθένα. Ο εποικοδομητισμός αποτελεί ένα επιστημονικό παράδειγμα που διαπερνά όλες τις επιστήμες και αφορά την αντίληψή μας για τον κόσμο.

Οι άνθρωποι, τα κοινωνικά συστήματα και οι οργανισμοί αλληλεπιδρούν, αυτό παρατηρούνται και μεταβάλλονται συν το χρόνο. Σε κάθε κατάσταση αυτής της συνεχής

μεταβολής το άτομο χρησιμοποιεί τις προηγούμενες εμπειρίες του και αυτές που αποκτά στον εκείνη την στιγμή για να δομήσει την επόμενη κατάσταση.

Σκοπός της διδακτικής διαδικασίας είναι πάντα η οικοδόμηση γνώσης και η απόκτηση απόλυτης αυτοπεποίθησης πάνω στη θεματική ενότητα που εξετάζεται .

Η γνώση που αποκτάται μέσω των μαθησιακών δραστηριοτήτων μπορεί να μεταφερθεί και να χρησιμοποιηθεί σε αντίστοιχες περιστάσεις όταν παραστεί ανάγκη. Γι' αυτό σκοπός του μαθησιακού περιβάλλοντος είναι η δημιουργία αυθεντικών καταστάσεων για τους διδασκομένους.

Έτσι ώστε να συνδεθεί η μάθηση με τις καθημερινές εμπειρίες, να εισαχθούν σε μια κουλτούρα για το σχετικό γνωστικό αντικείμενο.

ο μαθησιακό περιβάλλον διαμορφώνεται έτσι ώστε να παρουσιάζει τις βασικές αρχές με μια πιο γενική περιγραφή του σχετικού θέματος.

Δημιουργείται έτσι ένα πλαίσιο πάνω στο οποίο οικοδομείται η νέα γνώση. Αυτό το μαθησιακό περιβάλλον μεταβάλλεται συν το χρόνο σε μια πιο σύνθετη μορφή ακολουθώντας την οικοδόμηση των γνώσεων από τους εκπαιδευόμενους και βοηθώντας τους να αναπτύξουν «ελαστική» σκέψη.

Διδακτική της Γεωμετρίας

Επίπεδα Van Hiele

Σύμφωνα με τους Ολλανδούς ερευνητές Dina και Pierre van Hiele οι μαθητές περνούν με διαδοχική σειρά, χωρίς να υπερπηδούν κάποιο, από πέντε επίπεδα γεωμετρικής σκέψης, που η μετάβασή τους δεν αποτελεί φυσική διαδικασία, αλλά πραγματοποιείται κάτω από την επίδραση ενός προγράμματος διδασκαλίας-μάθησης.

“Η σύλληψη μίας ιδέας λαμβάνει μέρος όταν το άτομο βρίσκεται σε εγρήγορση και έχει συγκεκριμένο στόχο. Οι ψυχολόγοι που υποστηρίζουν τη "Θεωρία Gestal" και εγώ λέμε το ίδιο πράγμα με διαφορετικές λέξεις.”

Πρώτο Επίπεδο (ή βασικό επίπεδο) – Αναγνώριση (Visualization) :

Τα σχήματα αναγνωρίζονται από τη συνολική τους εμφάνιση.

Οι ιδιότητες και τα τμήματα του σχήματος δεν αναγνωρίζονται, ούτε οι σχέσεις μεταξύ των συστατικών του σχήματος και μεταξύ σχημάτων γίνονται αντιληπτές.

Τα παιδιά, που βρίσκονται σε αυτό το επίπεδο, διαχωρίζουν τις εικόνες από το σχήμα τους σαν ολότητα .

Αναγνωρίζουν σχήματα και τα ονόματά τους όπως το τετράγωνο, το ορθογώνιο ή ο ρόμβος.

Μπορούν επίσης να τα αναπαραγάγουν χωρίς λάθος, αλλά δεν μπορούν να αντιληφθούν το τετράγωνο σαν ένα ρόμβο ή ένα ρόμβο σαν ένα παραλληλόγραμμο. Σε αυτό το επίπεδο τα σχήματα φαίνονται εντελώς ξένα μεταξύ τους.

Δεύτερο Επίπεδο – Ανάλυση

(Analysis) :

Στο δεύτερο επίπεδο τα συστατικά της εικόνας διακρίνονται και αναλύονται οι σχέσεις μεταξύ τους.

Οι ιδιότητες του σχήματος εδραιώνονται πειραματικά, με μετρήσεις, σχεδιάσεις, τοποθετήσεις σχημάτων πάνω σε άλλα ή διπλώσεις εικόνων.

Τα σχήματα είναι φορείς των ιδιοτήτων τους και το παιδί αναγνωρίζει τα σχήματα από τις ιδιότητές τους ..

Για παράδειγμα, ο μαθητής συνειδητοποιεί, ότι το τετράγωνο και το ορθογώνιο έχουν τέσσερις ορθές γωνίες, αλλά ακόμα δεν μπορεί να συμπεράνει, ότι το τετράγωνο είναι και ορθογώνιο.

Τρίτο Επίπεδο – Άτυπη Αφαίρεση

(Informal deduction) ή Διάταξη -Ταξινόμηση (Ordering):

Ο μαθητής που έχει φθάσει σε αυτό το επίπεδο, έχει κατανοήσει τις σχέσεις τόσο μεταξύ των ιδιοτήτων ενός σχήματος, όσο και μεταξύ των σχημάτων.

Είναι ικανός να αντιληφθεί, ότι μια ιδιότητα είναι συνέπεια κάποιας άλλης και αρχίζει να καταλαβαίνει το ρόλο του ορισμού.

Αν και ακόμα δεν μπορεί να συλλάβει εντελώς την έννοια της επαγωγής, επαγωγικές μέθοδοι εμφανίζονται σε συνδυασμό με τον πειραματισμό, επιτρέποντας την εδραίωση των ιδιοτήτων .

Σε αυτό το επίπεδο οι μαθητές γνωρίζουν την έννοια του "περιέχω" και "εμπεριέχομαι", δηλαδή αναγνωρίζουν το ρόμβο σαν ένα ειδικό παραλληλόγραμμο.

Τέταρτο Επίπεδο - Τυπική Αφαίρεση

(Formal deduction) (Γενίκευση -Επαγωγή):

Όταν αυτό το επίπεδο ολοκληρωθεί, ο μαθητής μπορεί να κατανοήσει τη σημασία της επαγωγής.

Μπορεί να διακρίνει ένα αξίωμα από ένα θεώρημα και να συμπεράνει, ότι μια πρόταση είναι λογικό επακόλουθο μιας άλλης, αλλά δεν αναγνωρίζει ακόμα την ανάγκη για "αυστηρότητα" των λογικών συνδυασμών .

Σε αυτό το επίπεδο κατανοείται η δομή και η ανάπτυξη της Γεωμετρικής θεωρίας βασισμένη στα αξιώματα.

Πέμπτο Επίπεδο - Αυστηρότητα (Rigour):

Σε αυτό το επίπεδο οι μαθητές καταλαβαίνουν τη σπουδαιότητα της ακρίβειας της διατύπωσης των Γεωμετρικών θεωριών και μπορούν να αναλύσουν γενικότερα επαγωγικά συστήματα .

Επίσης, το παιδί μπορεί να λειτουργήσει αφαιρετικά ως προς τα αντικείμενα, τις έννοιες της Γεωμετρίας, με αποτέλεσμα την ανάπτυξη θεωριών χωρίς να γίνει καμία αναφορά στα παραπάνω συγκεκριμένα στοιχεία.

Οι Van Hiele θεωρούσαν πολύ σημαντική την ανάπτυξη της ενόρασης στους μαθητές τους. Οι ίδιοι οι Van Hiele ορίζουν την ενόραση (insight) ως εξής: Ένα άτομο δείχνει ενόραση αν

(α) είναι ικανό να λειτουργήσει σε μία κατάσταση με την οποία δεν είναι εξοικειωμένο

(β) εκτελεί ικανοποιητικά (σωστά και με ακρίβεια) τις ενέργειες που απαιτεί η κατάσταση αυτή και

(γ) εκτελεί συνειδητά και μετά από σκέψη μία διαδικασία που επιλύει το πρόβλημα. Ένας μαθητής δείχνει ενόραση αν καταλαβαίνει τι ακριβώς κάνει, γιατί το κάνει και τότε το κάνει.

Μπορεί να εφαρμόσει τις γνώσεις του ώστε να λύσει προβλήματα. Είναι προφανές ότι ο δάσκαλος πρέπει να προσπαθεί να διευρύνει τη ενόραση των μαθητών του αλλά πώς μπορεί να το πετύχει αυτό;

Το ερώτημα απαντήθηκε εν μέρει από τους Van Hiele με την εισαγωγή των φάσεων της μάθησης.

Εξακολουθεί όμως να είναι το κύριο ζητούμενο σε όλες τις έρευνες γύρω από τη διδακτική είτε αυτές αφορούν τα μαθηματικά είτε όχι (Hoffer 1983) Ο P. Van Hiele συνέχισε τις έρευνες ακόμα και μετά το θάνατο της συζύγου του.

Ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τις δομές που κατά τον ίδιο δεν περιορίζονται σε αλγεβρικές ή γεωμετρικές.

Τον ενδιέφεραν οι δομές που έχουν βαθιά σχέση με τη διδασκαλία και τη μάθηση και σχηματίζουν μια βάση για την επίλυση προβλημάτων.

Για παράδειγμα ένα φύλλο τετραγωνισμένο χαρτί προσφέρει την υποδομή για να ασχοληθούμε με επίπεδα και στερεά σχήματα αλλά και για να δουλέψουμε με κλάσματα, εμβαδά κ.λ.π.

Για παράδειγμα ένα φύλλο τετραγωνισμένο χαρτί προσφέρει την υποδομή για να ασχοληθούμε με επίπεδα και στερεά σχήματα αλλά και για να δουλέψουμε με κλάσματα, εμβαδά κ.λ.π.

Οι έρευνές του είχαν μεγάλη επίδραση στη διδακτική των μαθηματικών αλλά και άλλων επιστημών.

Η θεωρία του Van Hiele συνοδεύεται επίσης από την έμφαση στο στοιχείο της ενόρασης καθώς και την περιγραφή πέντε, μη γραμμικών κατά τους Hoffer (1986) και Geddes & Fortunato (1993) φάσεων μάθησης, με τη βοήθεια των οποίων ο εκπαιδευόμενος μπορεί να περάσει από ένα επίπεδο στο επόμενο.

Σύμφωνα με την Terro (1991) η πρόοδος των μαθητών από ένα επίπεδο στο επόμενο είναι αποτέλεσμα σκόπιμης διδασκαλίας, σύμφωνης με τα Standards του NCTM(2000) και που οργανώνεται με τις φάσεις αυτές.

Εάν, ονομάσουμε, σημειώνει ο Van Hiele, (1986) «περίοδο» τη μαθησιακή διαδικασία, η οποία οδηγεί από το ένα επίπεδο στο άλλο, τότε συναντάμε σε μια περίοδο τις ακόλουθες φάσεις:

Πρώτη φάση: Πληροφόρηση.

Οι διδασκόμενοι ερευνούν το θέμα μέσω των υλικών που ο εκπαιδευτικός διαθέτει στους διδασκόμενοι, π.χ. εξετάζονται παραδείγματα και αντιπαραδείγματα για να ανακαλύψει μια δομή.

Δεύτερη φάση: Περιορισμένος προσανατολισμός.

Ο νέος/νέα έρχεται σε επαφή με τις αρχικές συνδέσεις του δικτύου των σχέσεων που πρόκειται να σχηματιστούν μέσω μιας προσεκτικά οργανωμένης ακολουθίας δραστηριοτήτων απλών βημάτων που απαιτούν συγκεκριμένη απάντηση.

Τρίτη φάση: Αποσαφήνιση.

Ο εκπαιδευτικός οργανώνει τη συζήτηση μέσα στην τάξη, η οποία θα καταλήξει σε μια σωστή χρήση της γλώσσας, την οποία ο εκπαιδευόμενος πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί.

Τέταρτη φάση: Ελεύθερος προσανατολισμός.

Οι διδασκόμενοι αντιμετωπίζουν στόχους που απαιτούν πολλά βήματα και πραγματοποιούνται με διαφορετικούς τρόπους.

Πέμπτη φάση: Ολοκλήρωση.

Ο εκπαιδευτικός προσκαλεί τους διδασκόμενοι να αναστοχαστούν πάνω στις ενέργειές τους και βοηθάει ώστε τα αντικείμενα και οι σχέσεις να ενσωματωθούν σε ένα νέο γνωστικό σχήμα van Hiele (1986, σ. 177).

Τα χαρακτηριστικά των επιπέδων

Τα βασικά συμπεράσματα που οδήγησαν στη διατύπωση της θεωρίας των επιπέδων και σχετίζονται με την ολοκλήρωση της κατανόησης και της ανάλυσής γεωμετρικών σχημάτων, επισημάνθηκαν από τον van Hiele (1959) και παρουσιάζονται στη συνέχεια:

(α) Τα επίπεδα είναι συνεχόμενα,

με την έννοια, ότι ο μαθητής δεν μπορεί να ολοκληρώσει ένα επίπεδο σκέψης, χωρίς να έχει περάσει από τα προηγούμενα. Με άλλα λόγια υπάρχει ιεραρχία στα επίπεδα.

“Η μετάβαση από το ένα επίπεδο στο άλλο είναι μία διαδικασία μάθησης και γίνεται από τους ίδιους τους μαθητές”

(β) Οι έννοιες που υπάρχουν σε λανθάνουσα κατά-σταση σε ένα επίπεδο, δηλώνονται σαφώς στο επόμενο επίπεδο.

Για παράδειγμα, στο βασικό πρώτο επίπεδο τα σχήματα αναγνωρίζονται από τις ιδιότητές τους, αλλά ο μαθητής που βρίσκεται σε αυτό το επίπεδο δεν είναι γνώστης αυτών.

το δεύτερο επίπεδο όμως οι ιδιότητες αυτές συνειδητοποιούνται.

(γ) Κάθε επίπεδο έχει τη δική του γλώσσα,

τα δικά του σύμβολα και το δικό του πλέγμα σχέσεων που τα συν-δέει. Το τετράγωνο και το ορθογώνιο δε συνδέονται γνωστικά στο δεύτερο επίπεδο, αλλά στο τρίτο, η σχέση μεταξύ τους αναγνωρίζεται, δηλαδή το τετράγωνο είναι ένα "ειδικό" ορθογώνιο.

(δ) Δύο άτομα που σκέπτονται σε διαφορετικά επίπεδα δεν μπορούν να καταλάβουν ο ένας τον άλλον.

Η δυσ-προσαρμοστικότητα μεταξύ των επιπέδων εμφανίζεται, όταν ο δάσκαλος προσπαθεί να επικοινωνήσει με τους μαθητές του, μιλώντας τους στο δικό του επίπεδο.

(ε) “Η πρόοδος από το ένα επίπεδο στο άλλο δεν είναι μια φυσική διαδικασία, αλλά εξαρτάται περισσότερο από το πρόγραμμα διδασκαλίας-μάθησης”.

Χωρίς την κατάλληλη διδασκαλία και τις ειδικά προγραμματισμένες δραστηριότητες, υψηλότερα επίπεδα από αυτά που βρίσκονται οι μαθητές είναι δύσκολο να επιτευχθούν.

Τα επίπεδα χαρακτηρίζονται από τις διαφορές τους στα αντικείμενα σκέψης.

Για παράδειγμα, στο Βασικό Επίπεδο, τα αντικείμενα σκέψης είναι μεμονωμένες εικόνες,

στο Δεύτερο Επίπεδο είναι ομάδες από εικόνες και οι μαθητές ανακαλύπτουν τις ιδιότητες αυτών των ομάδων.

Στο Τρίτο Επίπεδο αυτές οι ιδιότητες μετατρέπονται σε αντικείμενα σκέψης, και οι μαθητές τις κατατάσσουν λογικά.

Στο Τέταρτο Επίπεδο, η ταξινόμηση σχέσεων γίνεται αντικείμενο σκέψης, με την οποία οι μαθητές ασχολούνται.

Τέλος, στο Επίπεδο Πέντε το αντικείμενο σκέψης είναι η θεμελίωση αυτών των ταξινομημένων σχέσεων.

Εκτός από τα επίπεδα, ένα άλλο συστατικό του μοντέλου van Hiele είναι η βαθιά γνώση.

Ο van Hiele υποστήριξε τις δομές της μάθησης, σε αντιπαράθεση με τα γεγονότα της μάθησης. Αντιλήφθηκε τη βαθιά γνώση σαν αποτέλεσμα της αντίληψης της δομής.

Για αυτό το λόγο, ήταν πεπεισμένος, ότι ο σκοπός της διδασκαλίας των μαθηματικών δεν μπορεί να επιτευχθεί με μάθηση γεγονότων, αλλά με την ανάπτυξη βαθιάς γνώσης.

Ο van Hiele (1986) αναλύει πώς χαρακτηρίζει τη βαθιά γνώση, και συμπεραίνει ότι:

1. Μια συνθήκη βαθιάς γνώσης, είναι η ικανότητα επαρκούς δράσης του ατόμου, σε μια νέα κατάσταση που αντιμετωπίζει.
2. Ο έλεγχος της γνώσης απαιτεί τη συνεργασία δασκάλου και μαθητή.
3. Είναι εξίσου σημαντικό τόσο για τον καθηγητή όσο και για το μαθητή να ξέρει αν κατέχει τη γνώση
4. Στις εξετάσεις, συνήθως η γνώση που παρουσιάζεται είναι αυτή που ο εξεταζόμενος έχει από πριν αποκτήσει.
5. Η επαρκής δράση σε μια νέα κατάσταση, υποδηλώνει βαθιά γνώση μόνο αν είναι αποτέλεσμα της προσπάθειας του μαθητή. Συνοψίζοντας αναφέρουμε, ότι η απόκτηση βαθιάς γνώσης σημαίνει να είναι κανείς γνώστης των σχετικών δομών του θέματος που εξετάζει και να μπορεί να τις διαχειριστεί κατάλληλα.

Το μοντέλο van Hiele αποτέλεσε τη βασική θεωρία που συμπλήρωσαν και τροποποίησαν μεταγενέστεροι ερευνητές, όπως ο A. Hoffer του οποίου οι παρατηρήσεις παρουσιάζονται στη συνέχεια.

Τροποποίηση του μοντέλου από τον ALAN HOFFER

Ο A. Hoffer στο άρθρο του "Η Γεωμετρία είναι κάτι πολύ περισσότερο από μια απόδειξη" (1981), υπογραμμίζει ότι:

“Πολλές φορές είναι σημαντικότερο να σχεδιάσει ο μαθητής ένα γεωμετρικό αντικείμενο, παρά να αποδείξει ένα θεώρημα. Στη μέση εκπαίδευση δίνεται έμφαση στις 'τυπικές' αποδείξεις, με αποτέλεσμα να ελαχιστοποιείται η δυνατότητα για την ανάπτυξη άλλων γεωμετρικών δεξιοτήτων.”

Για τη συμπλήρωση αυτού του κενού ο A. Hoffer πρότεινε πέντε βασικές δεξιότητες-ικανότητες στη Γεωμετρία:

(α) Οπτικές ικανότητες

Η Γεωμετρία εξετάζει σε πρώτο στάδιο τα αντικείμενα, με τα οποία ασχολείται, από την οπτική πλευρά.

Όμως, πολύ συχνά απαιτείται η απόδειξη θεωρημάτων, που κατορθώνεται συνδυάζοντας με τη λογική απλά "οπτικά στοιχεία". Η δημιουργία και ο συνδυασμός των στοιχείων αυτών λαμβάνει χώρα στα δύο ημισφαίρια του εγκεφάλου.

Έχουν γίνει πολλές έρευνες, που αφορούν στους διαφορετικούς ρόλους των δύο ημισφαιρίων του εγκεφάλου, σχετικά με τη μάθηση των Μαθηματικών.

Το αριστερό τμήμα ασχολείται με λογικές και αναλυτικές διαδικασίες, ενώ το δεξί με χωρικές.

Για το λόγο αυτό, το μάθημα της Γεωμετρίας είναι σημαντικό να εφοδιάζει τους μαθητές με ασκήσεις, έτσι ώστε να χρησιμοποιούνται και τα δύο μέρη του εγκεφάλου τους.

Έρευνες έδειξαν, ότι υπάρχει σύνδεση μεταξύ της χαμηλής ικανότητας των μαθητών στις οπτικές δεξιότητες και του "φόβου για τα Μαθηματικά".

Άμεσο αποτέλεσμα αυτής της σύνδεσης είναι, οι "αδύνατοι" μαθητές να χρειάζονται περισσότερη ενασχόληση με σχήματα και στερεά γεωμετρικά αντικείμενα, τόσο για τη βελτίωσή τους στη Γεωμετρία, όσο και για τη γενικότερη διόρθωση της επίδοσής τους στα Μαθηματικά.

Η ανάπτυξη οπτικών ικανοτήτων των παιδιών προτείνεται από τον Hoffer για όλα τα επίπεδα van Hiele.

Συγκεκριμένα, οι μαθητές ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται, πρέπει να αναγνωρίζουν σχήματα από μία εικόνα, να διακρίνουν τις ιδιότητες ενός σχήματος, να αντιλαμβάνονται σχέσεις μεταξύ διαφόρων ειδών σχημάτων, να χρησιμοποιούν πληροφορία σχετική με ένα σχήμα για να συμπεράνουν νέα στοιχεία και τέλος να αναγνωρίζουν εσφαλμένες παραδοχές σε ένα πρόβλημα όπου χρησιμοποιήθηκαν σχήματα.

(β) Λεκτικές ικανότητες

Η Γεωμετρία τονίζει, ίσως περισσότερο από κάθε άλλο τομέα των Μαθηματικών, τη χρησιμοποίηση λεκτικών εκφράσεων. Υπάρχουν πάρα πολλοί ορισμοί, αξιώματα, θεωρήματα τα οποία καλούνται οι μαθητές να μάθουν και να χρησιμοποιούν.

Επίσης, τα παιδιά τροφοδοτούνται με ασκήσεις, όπου χρειάζεται να επινοήσουν και να διατυπώσουν τη δική τους απόδειξη. Μερικοί μαθητές έχουν σημαντική δυσκολία, όταν περιγράφουν λεκτικά κάποια έννοια και χαρακτηριστικά αναφέρουν, ότι την καταλαβαίνουν αλλά δεν μπορούν να την εκφράσουν.

Συχνά επίσης εκφράζουν τις ιδέες τους με ανακριβή τρόπο, που διαφέρει από την απόδοση του δασκάλου ή του βιβλίου. Για παράδειγμα, περιγράφουν τον κύκλο σαν μια καμπύλη γραμμή, γεγονός που υποδηλώνει ότι τους επιβλήθηκαν "μορφοποιημένες" εκφράσεις, πριν να είναι έτοιμοι να τις δεχθούν.

Η τελευταία παρατήρηση μας οδηγεί στο συμπέρασμα, ότι οι μαθητές δεν είχαν την ευκαιρία να περιγράψουν τις Γεωμετρικές έννοιες με δικές τους εκφράσεις, για να αναγνωρίσουν την έλλειψη ακρίβειας και σαφήνειας σε αυτές και να ο-δηγηθούν στο τέλος, με τη βοήθεια του διδάσκοντα, στις σωστές επιστημονικές έννοιες.

Η ανάπτυξη λεκτικών ικανοτήτων των μαθητών περιλαμβάνεται σε όλα τα επίπεδα van Hiele.

Ειδικότερα, οι μαθητές ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται, πρέπει να συσχετίζουν το σχήμα με τη σωστή ονομασία, να περιγράφουν με άνεση τις ιδιότητες ενός σχήματος, να μπορούν να δίνουν τον ορισμό των εννοιών, να κατανοούν τις διαφορές μεταξύ ορισμών, αξιωμάτων και θεωρημάτων και τέλος να διατυπώνουν προεκτάσεις γνωστών αποτελεσμάτων.

(γ) Ικανότητες Σχεδίασης

Η Γεωμετρία βοηθάει τους μαθητές να εκφράσουν τις ιδέες τους με σχήματα. Στη μετέπειτα ζωή τους μερικοί από αυτούς, θα χρειαστεί περισσότερο να σχεδιάσουν ένα γεωμετρικό σχήμα παρά να αποδείξουν ένα θεώρημα.

Οι δεξιότητες σχεδίασης πρέπει οπωσδήποτε να αναπτύσσονται στο μάθημα της Γεωμετρίας, γιατί βοηθούν στην προετοιμασία των μαθητών να κατανοήσουν καλύτερα τις Γεωμετρικές σχέσεις.

Για παράδειγμα, χρησιμοποιώντας το χάρακα και το μοιρογνωμόνιο για τη σχεδίαση σχημάτων, βοηθούνται στην κατανόηση αξιωμάτων ή θεωρημάτων που σχετίζονται με γωνίες.

Ακόμα, σχεδιάζοντας με το διαβήτη και το ορθογώνιο τρίγωνο τα παιδιά αντιλαμβάνονται καλύτερα τις ιδιότητες των σχημάτων που σχεδιάζουν.

Τέλος, η δραστηριότητα της σχεδίασης περιλαμβάνεται σε όλα τα επίπεδα van Hiele.

Οι μαθητές ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται, πρέπει να κατασκευάζουν με άνεση σχήματα, να μεταφράζουν την προφορική πληροφορία σε εικόνα, να κατασκευάζουν σχήματα που σχετίζονται με κάποια άλλα, να αναγνωρίζουν πότε και πώς να χρησιμοποιούν βοηθητικά στοιχεία σε ένα σχήμα και να αναπαριστάνουν σχηματικά έννοιες διάφορων επαγωγικών συστημάτων.

(δ) Λογικές Ικανότητες

Κατά την επίλυση ασκήσεων Γεωμετρίας, οι μαθητές προσπαθούν να αναλύσουν το πρόβλημα και να αναγνωρίσουν αν κάποια υπόθεση είναι "αληθής" ή "ψευδής". Η διαδικασία αυτή αυξάνει τη λογική και κριτική ικανότητα των παιδιών και επίσης προωθεί την ελεύθερη και δημιουργική σκέψη.

Όμως, αντίθετα με τα παραπάνω, μερικοί μαθητές απομνημονεύουν αξιώματα και θεωρήματα θεωρώντας, ότι με αυτόν τον τρόπο θα μπορούν να επιλύσουν ασκήσεις Γεωμετρίας.

Για παράδειγμα, υπάρχουν μαθητές που λένε "τα βγάζω πέρα με την Γεωμετρία μαθαίνοντας απ' έξω τις αποδείξεις των θεωρημάτων". Εμείς, αναφέρει ο Hoffer, ανατρέπουμε τη θέση αυτή προβάλλοντας την άποψη, ότι η διδασκαλία της Γεωμετρίας πραγματοποιείται με την ανάπτυξη της ικανότητας της σκέψης, που είναι έργο του δασκάλου, κατά πρώτο λόγο και των μαθητών κατά δεύτερο.

Οι μαθητές για να αναπτύξουν τις λογικές τους ικανότητες χρειάζεται να εξασκήσουν πρώτα τις οπτικές, λεκτικές και σχεδιαστικές τους δεξιότητες.

Ακόμα, πρέπει ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται, να συνειδητοποιούν, ότι υπάρχουν διαφορές και ομοιότητες ανάμεσα στα σχήματα, να κατανοούν ότι αυτά μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες, να αντιλαμβάνονται τα πλεονεκτήματα ενός καλού ορισμού, να χρησιμοποιούν κανόνες της λογικής για να κατασκευάζουν αποδείξεις και τέλος να αντιλαμβάνονται τα όρια και τις δυνατότητες αξιωμάτων και θεωρημάτων.

(ε) Ικανότητες Εφαρμογής

Η Γεωμετρία δεν είναι μόνο "η μέτρηση της γης" έλεγαν οι αρχαίοι Έλληνες που χρησιμοποιούσαν τα Μαθηματικά, για να ερευνήσουν σε βάθος τα φυσικά φαινόμενα.

Στη Σχολή του Πυθαγόρα, τα Μαθηματικά χρησιμοποιούνταν για να εξηγήσουν τη μουσική, τις τέχνες και τις επιστήμες.

Οι αρχαίοι Έλληνες παρατήρησαν, ότι το σχήμα της κυψέλης ήταν ένα κανονικό εξάγωνο και η μελέτη της δομής της τους οδήγησε σε πολλές ερωτήσεις για τα εξάγωνα.

Επίσης, περιγράφοντας τις κινήσεις των πλανητών διατύπωσαν ερωτήσεις σχετικά με τους κύκλους, τις ελλείψεις και τις σπείρες.

Θα πρέπει να εξετάζουμε τα Μαθηματικά σα μελέτη των δομών που παρουσιάζονται συχνά στα φυσικά φαινόμενα.

Πρόσφατα έχει αναπτυχθεί η περιγραφή και μελέτη φυσικών φαινομένων με μαθηματικούς τύπους, που ονομάζεται "μοντελοποίηση" ή με άλλα λόγια "προσομοίωση".

Με την ανάλυση και επεξεργασία του μαθηματικού μοντέλου της προσομοίωσης μπορούν να προκύψουν πληροφορίες για το φυσικό φαινόμενο.

Μια από τις καλύτερες μαθηματικές μοντελοποιήσεις βρέθηκε στα "Στοιχεία" του Ευκλείδη, που ήταν αποτέλεσμα της λογικής περιγραφής του σύμπαντος, όπως ήταν τότε γνωστό από τους αρχαίους Έλληνες.

Σήμερα οι προσομοιώσεις χρησιμοποιούνται σε πολλές επιστήμες, όπως στην Αρχιτεκτονική, την Αστρονομία, την Μηχανική καθώς και σε εφαρμογές που χρειάζονται πολύπλοκους συλλογισμούς και χρησιμοποιούνται από δικηγόρους, επιχειρηματίες και διάφορους καταναλωτές.

Η ανάπτυξη των ικανοτήτων εφαρμογής των μαθητών περιλαμβάνεται σε όλα τα επίπεδα van Hiele.

Οι μαθητές ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται, πρέπει να αναγνωρίζουν γεωμετρικά σχήματα σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής, να αντιλαμβάνονται τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων, να κατανοούν την έννοια του μαθηματικού μοντέλου που αναπαριστά σχέσεις μεταξύ αντικειμένων του πραγματικού χώρου, να μπορούν να συμπεραίνουν ιδιότητες αντικειμένων από μία πληροφορία και τέλος να έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιούν μαθηματικά μοντέλα για να αναπαραστήσουν αφηρημένα συστήματα.

Οι τροποποιήσεις που πρότεινε ο A. Hoffer, συμπληρώνουν τα επίπεδα van Hiele με τις πέντε ικανότητες που πρέπει να αναπτύσσουν οι μαθητές σε κάθε επίπεδο κατά τη διάρκεια του μαθήματος.

Στη συνέχεια, παρουσιάζονται στον ακόλουθο πίνακα οι τροποποιήσεις αυτές, όπως περιγράφονται από τους Βαγγέλη Ντζιαχρήστο και Δ. Κοντογιάννη στο βιβλίο τους "Βασικές Έννοιες της Γεωμετρίας".

ΕΠΙΠΕΔΑ

ΙΚΑΝ/ΤΕΣ I

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ II

ΑΝΑΛΥΣΗ III

ΔΙΑΤΑΞΗ IV

ΕΠΑΓΩΓΗ V

ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ

ΟΠΤΙΚΕΣ

Αναγνωρίζει διάφορα σχήματα από μια εικόνα και την πληροφορία που δίνεται με ένα σχήμα. Μπορεί να διακρίνει τις ιδιότητες ενός σχήματος. Εντοπίζει ένα σχήμα σαν μέρος ενός πιο σύνθετου σχήματος. Αναγνωρίζει σχέσεις μεταξύ διαφόρων ειδών σχημάτων καθώς και τις κοινές τους ιδιότητες. Χρησιμοποιεί πληροφορία σχετική με ένα σχήμα για να συμπεράνει νέα στοιχεία. Αναγνωρίζει εσφαλμένες παραδοχές σε ένα πρόβλημα που χρησιμοποιήθηκαν σχήματα. Συλλαμβάνει σχέσεις σχημάτων σε διάφορα επαγωγικά συστήματα.

ΛΕΚΤΙΚΕΣ

Συσχετίζει το σχήμα με τη σωστή ονομασία. Ερμηνεύει προτάσεις που περιγράφουν σχήματα. Καταλαβαίνει από την περιγραφή για ποιο σχήμα πρόκειται. Περιγράφει με άνεση διάφορες ιδιότητες ενός σχήματος. Μπορεί να δίνει τον ορισμό εννοιών άνετα και συνειδητά. Διατυπώνει προτάσεις που δείχνουν τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων. Κατανοεί τις δια-φορές μεταξύ ορισμών αξιωμάτων και θεωρημάτων. Διακρίνει τις υποθέσεις από τα συμπεράσματα στην εκφώνηση ενός προβλήματος. Διατυπώνει προεκτάσεις γνωστών αποτελεσμάτων. Περιγράφει διάφορα επαγωγικά συστήματα.

ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ

Κατασκευάζει με άνεση σχήματα και μπορεί να ονομάζει τα διάφορα μέρη τους. Μεταφράζει προφορική πληροφορία σε εικόνα. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες ενός σχήματος για να κατασκευάσει το σχήμα. Δεδομένων κάποιων σχημάτων, μπορεί να κατασκευάζει άλλα σχήματα που σχετίζονται με τα αρχικά. Αναγνωρίζει πότε και πώς να χρησιμοποιήσει βοηθητικά στοιχεία σε ένα σχήμα. Από δοσμένη πληροφορία συμπεραίνει πως να κατασκευάσει ένα συγκεκριμένο σχήμα. Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες διαφόρων οργάνων μέτρησης. Αναπαριστά σχηματικά έννοιες διαφόρων επαγωγικών συστημάτων.

ΛΟΓΙΚΕΣ

Συνειδητοποιεί ότι υπάρχουν διαφορές και ομοιότητες ανά-μεσα στα σχήμα-τα. Κατανοεί τη διατήρηση του σχήματος σε διάφορες θέσεις. Κατανοεί ότι τα σχήματα μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες. Συνειδητοποιεί ότι οι ιδιότητες χρησιμεύουν για να ξεχωρίζουν τα σχήματα. Κατανοεί τα πλεονεκτήματα ενός καλού ορισμού. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες των σχημάτων, για να συμπεράνει αν μια ομάδα σχημάτων εμπεριέχεται σε μια άλλη ομάδα. Χρησιμοποιεί κανόνες της λογικής για να κατασκευάσει αποδείξεις. Μπορεί να δια-τυπώνει συμπεράσματα από δοσμένη πληροφορία. Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες αξιωμάτων και προτάσεων. Γνωρίζει πότε ένα σύστημα αξιωμάτων είναι ανεξάρτητο.

ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Αναγνωρίζει γεωμετρικά σχήματα σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής. Αναγνωρίζει τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων. Αναπαριστά φυσικά φαινόμενα με σχέδιο ή με τη βοήθεια μοντέλου. Κατανοεί την έννοια του μαθηματικού μοντέλου που αναπαριστά σχέσεις μεταξύ αντικειμένων του πραγματικού χώρου. Είναι σε θέση να συμπεραίνει ιδιότητες αντικειμένων από μια πληροφορία και να λύνει προβλήματα που παρουσιάζουν σχέσεις μεταξύ αντικειμένων. Χρησιμοποιεί μαθηματικά μοντέλα, για να αναπαραστήσει αφηρημένα συστήματα. Αναπτύσσει μαθηματικά μοντέλα για φυσικά και κοινωνικά φαινόμενα.

Συνοψίζοντας ο Hoffer (1981) κάλεσε

το πρώτο επίπεδο Αναγνώριση

Οι μαθητές σε αυτό το επίπεδο αντιλαμβάνονται τα σχήματα ως μια ολότητα (Gestalt αναγνώριση) με βάση τη μορφή τους. (Κολέζα, 2000).

Το δεύτερο Ανάλυση

οι μαθητές αναγνωρίζουν τα συστατικά και τις ιδιότητες ενός σχήματος, αλλά όχι και των σχέσεων μεταξύ των ιδιοτήτων και των σχημάτων.

Το τρίτο Ταξινόμηση

όπου οι μαθητές κατανοούν τις σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων ενός σχήματος και μεταξύ των σχημάτων ενώ αρχίζουν να αντιλαμβάνονται την έννοια του ορισμού.

Το τέταρτο επίπεδο Επαγωγή

όπου οι μαθητές μπορούν να σκεφτούν λογικά για τα γεωμετρικά αντικείμενα χρησιμοποιώντας τις ιδιότητές τους σε ένα παραγωγικό πρότυπο.

Στο πέμπτο επίπεδο, το επίπεδο Αυστηρότητας ή Ακρίβειας,

μπορούν να διακρίνουν και να συγκρίνουν διαφορετικά συστήματα γεωμετριών και αντιλαμβάνονται τη σπουδαιότητα της ακρίβειας της διατύπωσης των γεωμετρικών θεωριών.

Η θεωρία του Van Hiele συνοδεύεται επίσης από την έμφαση στο στοιχείο της ενόρασης καθώς και την περιγραφή πέντε, μη γραμμικών κατά τους Hoffer (1986) και Geddes & Fortunato (1993) φάσεων μάθησης, με τη βοήθεια των οποίων ο μαθητής μπορεί να περάσει από ένα επίπεδο στο επόμενο.

Σύμφωνα με την Terro (1991) η πρόοδος των μαθητών από ένα επίπεδο στο επόμενο είναι αποτέλεσμα σκόπιμης διδασκαλίας, σύμφωνης με τα Standards του NCTM(2000) και που οργανώνεται με τις φάσεις αυτές.

Εάν, ονομάσουμε, σημειώνει ο Van Hiele, (1986) «περίοδο» τη μαθησιακή διαδικασία, η οποία οδηγεί από το ένα επίπεδο στο άλλο, τότε συναντάμε σε μια περίοδο τις ακόλουθες φάσεις:

Πρώτη φάση: Πληροφόρηση.

Οι μαθητές ερευνούν το θέμα μέσω των υλικών που ο δάσκαλος τους διαθέτει, π.χ. εξετάζονται παραδείγματα και αντιπαραδείγματα για να ανακαλύψουν μια δομή.

Δεύτερη φάση: Περιορισμένος προσανατολισμός.

Το παιδί έρχεται σε επαφή με τις αρχικές συνδέσεις του δικτύου των σχέσεων που πρόκειται να σχηματιστούν μέσω μιας προσεκτικά οργανωμένης ακολουθίας δραστηριοτήτων, απλών βημάτων που απαιτούν συγκεκριμένη απάντηση.

Τρίτη φάση: Αποσαφήνιση.

Ο δάσκαλος οργανώνει τη συζήτηση μέσα στην τάξη, η οποία θα καταλήξει σε μια σωστή χρήση της γλώσσας και την οποία ο μαθητής πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί.

Τέταρτη φάση: Ελεύθερος προσανατολισμός.

Οι μαθητές αντιμετωπίζουν στόχους που απαιτούν πολλά βήματα και πραγματοποιούνται με διαφορετικούς τρόπους.

Πέμπτη φάση: Ολοκλήρωση.

Ο δάσκαλος προσκαλεί τους μαθητές να αναστοχαστούν πάνω στις ενέργειές τους και βοηθάει ώστε τα αντικείμενα και οι σχέσεις να ενσωματωθούν σε ένα νέο γνωστικό σχήμα van Hiele (1986, σ. 177).

Ωστόσο, σύμφωνα με σχετικές έρευνες τίθεται θέμα καταλληλότητας των φάσεων της θεωρίας van Hiele σε διάφορα περιβάλλοντα (Ding and Jones, 2007) και τονίζεται ότι πολλά ερωτήματα, όπως π. χ. το ερώτημα πώς οι φάσεις διδασκαλίας σχετίζονται με το αντικείμενο της διδασκαλίας και την προγενέστερη επίδοση των μαθητών παραμένουν αναπάντητα λόγω έλλειψης έρευνας σχετικής με τις διδακτικές φάσεις του van Hiele .

Έρευνες σχετιζόμενες με το μοντέλο VAN HIELE

Το μοντέλο van Hiele έγινε γνωστό μετά την παρουσίασή του σε ένα συνέδριο της Γαλλίας το 1957, και τη δημοσίευσή του το 1959. Σχετικά με αυτή τη δημοσίευση ο Wirszup⁶⁵ (1976) αναφέρει ότι:

«Οι μαθηματικοί και οι ψυχολόγοι της Σοβιετικής Ακαδημίας των Παιδαγωγικών σπουδών έσπευσαν να οργανώσουν εντατικές έρευνες και πειράματα για τα επίπεδα ανάπτυξης του van Hiele. Μεταξύ 1960 και 1964 επαλήθευσαν την εγκυρότητα των ισχυρισμών και αρχών της θεωρίας.»

Δυστυχώς, οι μελέτες αυτές που αναφέρονται από τους Psyshkalo (1968) και Stoljar, δε μεταφράστηκαν αμέσως στα αγγλικά και δεν έγιναν ευρέως γνωστές.

Φαίνεται, ότι οι έρευνες που βασίστηκαν στη θεωρία των επιπέδων van Hiele και έγιναν με σκοπό να τροποποιηθεί το Σοβιετικό Αναλυτικό Πρόγραμμα, δεν αναγνωρίστηκαν από το κράτος, διότι δεν αναγράφονται στις αναφορές της διδασκαλίας της Γεωμετρίας της Σοβιετικής Ένωσης .

Στις Ηνωμένες Πολιτείες, η θεωρία του Van Hiele πρωτοπαρουσιάστηκε από τον Wirszup το 1974, στην "Ετήσια συνάντηση του Εθνικού Συμβουλίου για Καθηγητές Μαθηματικών" (Annual meeting of National Council of Teachers of Mathematics - NCTM).

Επίσης, στο βιβλίο του ο Freudenthal που εκδόθηκε στα Αγγλικά ένα έτος πριν (Freudenthal, 1973), περιγράφει πώς ο Pierre van Hiele και η Dina van Hiele-Geoldof παρακινήθηκαν να εκφράσουν τις δυσκολίες των μαθητών τους στη Γεωμετρία, βασιζόμενοι στα εμπόδια που συνάντησαν κα-τά τη διδασκαλία του μαθήματος.

Η πρώτη έρευνα που χρησιμοποίησε το μοντέλο van Hiele στις Ηνωμένες Πολιτείες ήταν το "Mathematics Resource Project" που χρηματοδοτήθηκε από το Ίδρυμα Κρατικών Υποτροφιών για να σχεδιασθούν υλικά διδασκαλίας για τους δάσκαλους της Μέσης Εκπαίδευσης (1974-1978).

Αυτή η έρευνα καθοδηγήθηκε από τον Allan Hoffer, και παρήγαγε μια συλλογή από δραστηριότητες για να προετοιμάσει τους μαθητές για υψηλότερα επίπεδα σκέψης. Το 1979, ο Hoffer συνέγραψε ένα βιβλίο εργασιών για τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση με τίτλο "Γεωμετρία, ένα Μοντέλο του Σύμπαντος", που βασίστηκε στη δομή των επιπέδων van Hiele.

Σύμφωνα με το βιβλίο αυτό, το πρώτο εξάμηνο της Γ' Λυκείου αφιερώνεται σε δραστηριότητες του τρίτου επιπέδου, προετοιμάζοντας τους μαθητές για την επαγωγική μέθοδο του δεύτερου εξαμήνου.

Το βιβλίο αυτό χρησιμοποιήθηκε κατά το σχολικό έτος 1976-1977 και ενώ καμία συγκριτική έρευνα δεν έγινε παράλληλα, οι καθηγητές ανέφεραν θετικά αποτελέσματα από το πείραμα.

Οι Burger και Shaughnessy το 1979-1982 ερεύνησαν τη δυνατότητα του μοντέλου van Hiele να βοηθήσει τους μαθητές των τελευταίων τάξεων του Λυκείου στην κατανόηση και την αύξηση της απόδοσής τους στην επίλυση Γεωμετρικών ασκήσεων.

Μερικά από τα τελικά συμπεράσματα που δημοσιεύθηκαν είναι:

(α) Το μοντέλο van Hiele είναι χρήσιμο για την περιγραφή της απόδοσης των μαθητών και για την καθοδήγηση των δασκάλων στην κατασκευή διδακτικών δραστηριοτήτων.

(β) Η διακριτότητα των επιπέδων δεν είναι σαφής και κυρίως μεταξύ του δεύτερου και του τρίτου επιπέδου.

(γ) Η αδυναμία των μαθητών να απαντήσουν σε ερωτήσεις του τέταρτου επιπέδου, δημιούργησε πολλά ε-ρωτήματα για τη διδασκαλία της Γεωμετρίας με την παραδοσιακή επαγωγική μέθοδο διδασκαλίας. Στο ίδιο άρθρο τους οι Shaughnessy και Burger (1985) προτείνουν περισσότερη ενασχόληση των μαθητών με τα αρχικά επίπεδα van Hiele πριν προχωρήσουν στις μεθόδους επαγωγής.

Επίσης τόνισαν, ότι η ασυμφωνία μεταξύ του επιπέδου των μαθητών και του καθηγητή δημιουργεί τα σοβαρότερα προβλήματα στο μάθημα της Γεωμετρίας. Η M. Suydam (1985) στην εργασία της

"Η μορφή της διδασκαλίας στην Γεωμετρία"

αναφέρει:

"Είναι εντελώς παράλογο να περιμένουμε από κάποιο μαθητή να διατυπώσει μια απόδειξη στην οποία εμπλέκονται έννοιες που δεν καταλαβαίνει και που ίσως δεν έχει διδαχθεί σωστά, επειδή απλά και μόνο βρίσκεται σε μια ηλικία που δικαιολογεί τέτοιες ικανότητες."

Ο Ζ. Usiskin (1982) διευθύνοντας την έρευνα του CDASSAG project (Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry) στο Πανεπιστήμιο του Illinois, σχετικά με την ικανότητα των μαθητών του Λυκείου για απόδειξη, φανερώνει ότι :

(α) Λιγότεροι από το 30% των μαθητών καταλαβαίνουν και μπορούν να κάνουν μόνοι τους μία απόδειξη.

(β) Περίπου το 50% δεν κατανοεί γιατί πρέπει να αποδεικνύουμε κάτι που είναι προφανές.

(γ) Περίπου το 80% των μαθητών δεν είναι ικανοί να χρησιμοποιήσουν σωστά τις υποθέσεις και τους ορισμούς στους μαθηματικούς συλλογισμούς.

(δ) Τέλος, περίπου το 60% δεν καταλαβαίνει, πώς μπορούμε να ξεκινήσουμε μια διαδικασία επίλυσης προ-βλήματος από μια λανθασμένη υπόθεση, με την "εις άτοπο απαγωγή". Οι Usiskin και Senk (1990) δημιούργησαν τη δοκιμασία "Van Hiele Geometry Test" για να ελέγξουν το επίπεδο van Hiele των μαθητών, που έγινε δημοφιλές στις Ηνωμένες Πολιτείες και αναφέρουν ότι:

"Το test έγινε περισσότερο διάσημο από ότι περιμέναμε ... και χρησιμοποιήθηκε διεθνώς για να προσδιορίσει το επίπεδο van Hiele των μαθητών."

Ο Prevost (1985) αναλύει το μοντέλο van Hiele και προτείνει δραστηριότητες για τα πρώτα επίπεδα της Γεωμετρίας στο Δημοτικό σχολείο.

Συγκεκριμένα, για να καθορίσουμε τους μαθητές που έχουν κατακτήσει το πρώτο επίπεδο van Hiele, τους δίνουμε σπέρτα και ζητάμε να κατασκευάσουν διάφορα σχήματα.

Η θεωρία van Hiele εφαρμόστηκε στην προσέγγιση της Γεωμετρίας δια των μετασχηματισμών, αφού πρώτα καθορίστηκαν τα επίπεδα της Γεωμετρίας των μετασχηματισμών που αντιστοιχούν στην Ευκλείδεια.

Τα επίπεδα στη Γεωμετρία των μετασχηματισμών βρέθηκαν αξιόπιστα και βρέθηκε συσχέτιση μεταξύ των επιπέδων στις δύο Γεωμετρίες.

Πρόσφατα στην Ελλάδα οι Ε. Κολέζα και Βαγγ. Ντζιαχρήστος πραγματοποίησαν έρευνα, για να εξετάσουν την κατάταξη των μαθητών των δύο τελευταίων τάξεων του Δημοτικού στα επίπεδα van Hiele, καθώς και τα σημαντικότερα λάθη που πραγματοποιούν.

Ακόμα, διερεύνησαν τη σχέση μεταξύ του νοητικού επιπέδου των μαθητών και του προσφερόμενου από τα βιβλία που διδάσκονται. Το ερωτηματολόγιο της έρευνας διαμορφώθηκε σύμφωνα με το τροποποιημένο από τον Α. Hoffer μοντέλο, περιλαμβάνοντας ικανότητες αναγνώρισης, σχεδίασης, και ταξινόμησης.

Τα συμπεράσματα, σε ότι αφορά τον Ελληνικό χώρο και με βάση ένα δείγμα 410 μαθητών 5ης και 6ης Δημοτικού ήταν περισσότερο ενθαρρυντικά, αν και έφεραν στην επιφάνεια σημαντικά γνωστικά εμπόδια.

Ο πίνακας που ακολουθεί παρουσιάζει την κατανομή των μαθητών ως προς τα δύο επίπεδα van Hiele, και η κωδικοποίηση των στηλών 00, 01, 10, 11 αντιστοιχεί σε επιτυχία (0) ή αποτυχία (1) στο πρώτο και δεύτερο επίπεδο. αντιστοίχα.

ΕΠΙΠΕΔΟ

ΜΑΘΗΤΕΣ	00	01	10	11
5ης				
190	104	0	82	4
6ης				
220	62	0	135	3

Οι έρευνες που έχουν γίνει σχετικά με το μοντέλο van Hiele, από τις οποίες αναφέρθηκαν οι σημαντικότερες, φανερώνουν το ενδιαφέρον των ερευνητών για την κατανόηση της ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης των παιδιών.

Επηρεασμένος από τα αποτελέσματα των ερευνών, ο Pierre van Hiele αποδέχθηκε μερικές από τις μετατροπές που έγιναν στο μοντέλο που δημιούργησε. Συγκεκριμένα συμφώνησε, ότι οι μαθητές δε σκέπτονται στο ίδιο επίπεδο σε όλα τα θέματα της Γεωμετρίας και αποδέχθηκε το τροποποιημένο μοντέλο που περιλαμβάνει μόνο τρία επίπεδα, όπως αναφέρεται στη συνέχεια.

Κριτική στο μοντέλο van hiele

Στις προηγούμενες ενότητες παρουσιάσαμε τα σημαντικότερα ση-μεία της θεωρίας van Hiele όπως διατυπώθηκαν από τον ίδιο και συ-μπληρώθηκαν από τον A. Hoffer.

Κατά τις αρχές της δεκαετίας του 1980, ασκήθηκε κριτική σε μερικά σημεία του μοντέλου van Hiele και αργότερα έγιναν κάποιες τροποποιήσεις, που εξετάζονται στις επόμενες ενότητες.

Η αρίθμηση και το πλήθος των επιπέδων van hiele

Αρχικά ο van Hiele είχε αριθμήσει τα επίπεδα σκέψης από το μη-δέν έως το τέσσερα.

Όμως οι Αμερικανοί ερευνητές προτίμησαν να τα απαριθμήσουν από το ένα έως το πέντε, φροντίζοντας με αυτό τον τρόπο, να συμπεριλάβουν στα αποτελέσματα των ερευνών και τους μαθητές που δεν μπόρεσαν να πετύχουν στο πρώτο επίπεδο.

Αργότερα, ο van Hiele στο βιβλίο του "Δομή και Διορατικότητα", επαναπροσδιόρισε την αρίθμηση των επιπέδων από ένα έως πέντε. Κατά την παρουσίαση της παρούσας εργασίας, για τη διατήρηση της ενιαίας μορφής της αλλά και για την αποφυγή σύγχυσης, διατηρήσαμε την αρίθμηση από το ένα έως το πέντε, σε όλες τις περιγραφές των επιπέδων van Hiele.

Η Senk (1985) αναφέρει για την αρίθμηση των επιπέδων van Hiele .

“Φάνηκε πιο φυσικό στους Αμερικανούς ερευνητές να χρησιμοποιήσουν τον αριθμό μηδέν για να αντιστοιχίσουν τους μαθητές που δεν επέτυχαν στο βασικό επίπεδο van Hiele.”

Η ίδια αναφέρει, ότι το 27% των παιδιών του δείγματός της που δεν επέτυχαν στο πρώτο επίπεδο τα κατέταξε στο μηδενικό επίπεδο, με αποτέλεσμα, να χρησιμοποιήσει έξι επίπεδα αντί για πέντε.

Επιπλέον, οι Clements και Battista (1991) προτείνουν την ύπαρξη του μηδενικού επιπέδου για το λόγο, ότι σημαντικό ποσοστό των μαθητών αποτυγχάνει να καταταχθεί στο επίπεδο Αναγνώρισης.

Κατά τον Usiskin (1982), από τα πέντε επίπεδα, το τελευταίο της ιεραρχίας δεν είναι σαφώς διαχωρισμένο και δηλώνει ότι :

“Από τον προσδιορισμό του πέμπτου επιπέδου όπως έγινε από τον van Hiele, συμπεραίνουμε, ότι το επίπεδο πέντε δεν υπάρχει ή δεν είναι μετρήσιμο.”

Ακόμα, οι Gutierrez και Jaime (1987) συμπεραίνουν ότι :

“Τα τέσσερα πρώτα επίπεδα van Hiele σχηματίζουν μία ιεραρχία, αλλά το πέμπτο έχει ιδιαίτερα χαρακτηριστικά και πρέπει να μελετάται ξεχωριστά.”

Για το λόγο αυτό οι τελευταίοι στις έρευνές τους χρησιμοποιούν μόνο τέσσερα επίπεδα.

Ένα μειωμένο μοντέλο, το οποίο είχε μόνο τρία επίπεδα προτάθηκε από τον van Hiele το 1986.

Από αυτά,

"το επίπεδο αναγνώρισης", αντιστοιχεί στο πρώτο επίπεδο,

"το επίπεδο περιγραφής", ισοδυναμεί με το δεύτερο επίπεδο, και τέλος,

"το θεωρητικό επίπεδο" συμπεριλαμβάνει τα υπόλοιπα τρία τελευταία επίπεδα.

Αν και μερικοί ερευνητές χρησιμοποίησαν το μειωμένο μοντέλο (Gravemeijer K., van den Heuvel M., and Streefland L., Olive J., Streefland L., Treffers A.), άλλοι ήταν διστακτικοί, όπως οι Clements και Battista⁸⁷ (1991), που αναφέρουν:

“Το μοντέλο τριών επιπέδων ίσως να μη χαρακτηρίζει ξεκάθαρα τη σκέψη των παιδιών. Η αντιστοίχιση του μειωμένου μοντέλου με το άλλο είναι ασαφής. Εάν τα επίπεδα μπορούσαν να συνδυαστούν και να αλλάξουν, τότε προκύπτει το ερώτημα: πόσο μεγάλο επιτρέπεται να είναι το εύρος ενός επιπέδου, έτσι ώστε να διατηρεί τη διακριτικότητα και την ιεραρχία του;”

Η οργάνωση του μαθήματος της Γεωμετρίας κατά τον VAN HIELE και η ανάγκη επιμόρφωσης των διδασκόντων.

Ο van Hiele πρότεινε, βασιζόμενος στην ύπαρξη των πέντε επιπέδων του μοντέλου του, την οργάνωση του μαθήματος της Γεωμετρίας σε τέσσερις φάσεις.

Η πρώτη φάση του μαθήματος της Γεωμετρίας πρέπει να εξασφαλίζει την κατάκτηση του δεύτερου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης. Ο δάσκαλος με μια σειρά από δραστηριότητες, εφοδιάζοντας τα παιδιά με ποικιλία από γεωμετρικά σχήματα και τα κατάλληλα όργανα, προσπαθεί να βοηθήσει τους μαθητές να κατανοήσουν τις σχέσεις ανάμεσα στα σχήματα.

Η δεύτερη φάση του μαθήματος πρέπει να εξασφαλίζει την κατάκτηση του τρίτου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σχέσης που ο van Hiele ονομάζει "ουσία της Γεωμετρίας".

Σαν αποτέλεσμα της προηγούμενης εμπειρίας, οι μαθητές στη φάση αυτή αφομοιώνουν τις σχέσεις που συνδέουν τις ιδιότητες των σχημάτων.

Κατά τη διάρκεια αυτής της φάσης, αρχίζει να δημιουργείται η λογική διάταξη των ιδιοτήτων, σύμφωνα με την οποία κάθε ιδιότητα πρέπει να στηρίζεται σε προηγούμενή της.

Η τρίτη φάση του μαθήματος, πρέπει να εξασφαλίζει την κατάκτηση του τέταρτου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης, που ο van Hiele ονομάζει "γεωμετρική οξυδέρκεια".

Η λογική αλληλουχία των σχέσεων των ιδιοτήτων μεταξύ των σχημάτων τώρα γίνεται σαφής. Σε αυτή τη φάση οι μαθητές κατανοούν τα γεωμετρικά θεωρήματα, τη διάταξή τους και την αναγκαιότητα των ορισμών και των αξιωμάτων.

Εάν υπάρξει μία τέταρτη φάση στη γεωμετρική εκπαίδευση των μαθητών, κάτι που συνήθως δε συμβαίνει για την πλειονότητα των μαθητών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης, η φάση αυτή αναφέρει ο van Hiele, πρέπει να εξασφαλίζει την κατάκτηση του πέμπτου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης.

Στο σημείο αυτό επιτυγχάνεται η "μαθηματική οξυδέρκεια" και στόχος της διδασκαλίας είναι να

"μπορούν οι μαθητές να αναλύσουν σε τι έγκειται μια μαθηματική δραστηριότητα και τι διαφέρει από δραστηριότητες άλλων μαθημάτων".

Ο van Hiele (1959) καθιέρωσε τις παραπάνω φάσεις που πρέπει να κατευθύνονται από το δάσκαλο.

Επίσης, διαχώρισε την ωρίμανση από τη διαδικασία μάθησης και τη διαδικασία ανάπτυξης.

Η ωρίμανση είναι μια αυτόνομη διαδικασία και τις περισσότερες φορές είναι αδύνατον να καθοδηγηθεί (π.χ. η βιολογική ωρίμανση).

Η διαδικασία μάθησης χαρακτηρίζεται από την απόκτηση νέων δεξιοτήτων κάτω από την επιρροή της πρόθεσης για μάθηση. Από την άλλη μεριά, κατά τη διαδικασία ανάπτυξης επιτυγχάνεται αύξηση της γνώσης ή απόκτηση νέων δεξιοτήτων, αλλά ανεξάρτητα από την πρόθεση του υποκειμένου για α-πόκτηση αυτής της γνώσης ή αυτών των δεξιοτήτων.

Ο van Hiele τόνισε, ότι η διαδικασία που οδηγεί από το ένα επίπεδο στο επόμενο είναι μια διαδικασία μάθησης.

Με την θεωρία van Hiele φανερώθηκε ένα από τα παραδοσιακά ερωτήματα της Γεωμετρίας, που είναι η χρησιμοποίηση ευρείας ή σπ-νής βάσης διδασκαλίας, δηλαδή :

"Από τη μία μεριά είναι η συνηθισμένη προσέγγιση, που εισάγουμε τους μαθητές στις Γεωμετρικές έννοιες και προ-χωράμε κάθε μία από αυτές παράλληλα μέχρι να φθάσου-με

στο τέταρτο επίπεδο. Από την άλλη μεριά, βρίσκεται η ενημέρωση των παιδιών σε μία συγκεκριμένη έννοια, για παράδειγμα των τετραπλεύρων, η σταδιακή της ανάπτυξη της μέχρι το τέταρτο επίπεδο και στη συνέχεια η ενασχόλησή τους με άλλες έννοιες."

Το μοντέλο van Hiele συνδυάζει τη γνωστική με την παιδαγωγική δομή της διαδικασίας μάθησης της Γεωμετρίας και προσφέρει ικανοποιητικές εξηγήσεις για τα προβλήματα που οι μαθητές συναντούν στην προσπάθειά τους να κατανοήσουν και να κατακτήσουν γνωστικά τις γεωμετρικές θεωρίες και αρχές.

Όμως, η εφαρμογή της θεωρίας van Hiele στην τάξη από τους εκπαιδευτικούς, όπως και κάθε αλλαγή του τρόπου διδασκαλίας, προϋποθέτει την ενεργό συμμετοχή των δασκάλων.

Μέχρι πριν από λίγα χρόνια οποιαδήποτε μεταβολή στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών περιοριζόταν στην αλλαγή του προγράμματος σπουδών και όχι στην επιμόρφωση των εκπαιδευτικών. Χαρακτηριστικά αναφέρει ο Freudenthal (1983):

"Η ανάπτυξη του προγράμματος σπουδών των Μαθηματικών ως μια στρατηγική αλλαγής, είναι μια λάθος αντίληψη. Η δική μου άποψη που τώρα τη συμμερίζονται πολλοί ερευνητές είναι η εκπαίδευση των δασκάλων"

Τις δυσκολίες της άμεσης αλλαγής του προγράμματος σπουδών τόνισε ο Bauersfeld (1988) που υποστηρίζει, ότι μια γενική αλλαγή των απόψεων και της πρακτικής των εκπαιδευτικών δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί άμεσα:

"Ίσως τελικά δεν υπάρχει αυτό που καλούμε γενική γνώση και το οποίο μπορεί να αποκτηθεί ανεξάρτητα από κάποιο ειδικό πλαίσιο εκπαίδευσης και μέσα από μια υποτιθέμενη γενικότητα."

Στα παραδοσιακά προγράμματα εκπαίδευσης ακολουθείται το δασκαλοκεντρικό σύστημα εκπαίδευσης.

Ο επιμορφωτής συνήθως παρουσιάζει πορίσματα ερευνών που αφορούν καινούργιες μαθηματικές δραστηριότητες ή εποπτικά υλικά ή σύγχρονες παιδαγωγικές μεθόδους, ενώ ο εκπαιδευόμενος τον ακούει παθητικά και πρέπει στη συνέχεια να εφαρμόσει ό,τι άκουσε στην τάξη του. Χαρακτηριστικά ο Simon αναφέρει ότι:

"τέτοια προγράμματα έδειξαν να έχουν μια πολύ περιορισμένη επίδραση, εάν όχι καμία"

Η αποτυχία των προγραμμάτων οδήγησε τους ερευνητές σε αναζήτηση των αιτιών που την προκαλούν.

Η Richardson σε άρθρο της σχολιάζει τις αλλαγές που επιφέρουν τα προγράμματα εκπαίδευσης, οι οποίες οφείλονται κατά κύριο λόγο στο ότι:

"... οι δάσκαλοι κάνουν κάτι καινούργιο, που κάποιοι εκπαιδευτές τους το υποδεικνύουν."

Αντίθετα οι σύγχρονες αντιλήψεις για την εκπαίδευση των καθηγητών θεωρούν τον εκπαιδευόμενο, κατασκευαστή των δικών του νοημάτων.

Δηλαδή, ο εκπαιδευόμενος κατασκευάζει το δικό του σύνολο πρακτικών κατά τη διδασκαλία στην τάξη, βασιζόμενος στις δικές τους απόψεις και επηρεασμένος από την εκπαίδευση που έλαβε.

Υποστηρίζοντας την άποψη αυτή η Richardson τονίζει:

"Η δικαιοδοσία του δασκάλου απειλείται όταν του ζητάμε να κάνει αλλαγές στις δραστηριότητες του χωρίς προηγουμένως να αναρωτηθεί πάνω στις απόψεις του."

Επομένως απαραίτητες προϋποθέσεις για την επιτυχία ενός προγράμματος εκπαίδευσης αποτελούν:

α) η επιθυμία του εκπαιδευόμενου στη συμμετοχή του,

β) να λαμβάνονται σοβαρά υπόψη οι απόψεις των εκπαιδευόμενων καθηγητών καθώς και

γ) ο προβληματισμός του καθηγητή γύρω από τις απόψεις του και την πρακτική του.

Κάτω από το πρίσμα των παραπάνω σκέψεων πρέπει να λειτουργήσει η επιμόρφωση των καθηγητών στο μοντέλο van Hiele, που θα βοηθήσει το δάσκαλο να ασχοληθεί αποτελεσματικά και δημιουργικά με τις δυσκολίες που συναντούν οι μαθητές.

Μέσα από τον προσδιορισμό και την καταγραφή των επιπέδων van Hiele των μαθητών, ο καθηγητής μπορεί να βεβαιωθεί για τις ικανές και αναγκαίες δραστηριότητες που θα οδηγήσουν τους μαθητές στις κατακτήσεις των Γεωμετρικών εννοιών.

Τέλος, το κενό που υπάρχει, μεταξύ της διδακτέας ύλης της Γεωμετρίας στο Δημοτικό και εκείνης που χρειάζεται για την κατανόηση των επαγωγικών μεθόδων στο Γυμνάσιο, μπορεί να γεφυρωθεί σωστά με διδασκαλία βασισμένη στη θεωρία van Hiele.

Η σταδιακή κατανόηση γεωμετρικών εννοιών, σύμφωνα με τη θεωρία van Hiele, ενισχύεται και μεθοδεύεται με τη χρησιμοποίηση υπολογιστών σα βοηθητικό μέσο, όπως αποδεικνύεται και από τις έρευνες που παρουσιάζονται στην παρακάτω ενότητα.

Δυνάμει των πέντε φάσεων Hoffer δημιουργήθηκε υποστηρικτικό υλικό προκειμένου να ελεγχθεί η κατανόηση εννοιών απαραίτητων στο αντικείμενο Μηχανικού Δομικών Έργων και στη διδασκαλία μεθόδων παράστασης και απεικόνισης και η μετάβαση ενός φοιτητή από το ένα επίπεδο στο άλλο.

Ο Hoffer (1981) ονόμασε το πρώτο επίπεδο Αναγνώριση. Οι διδασκόμενοι σε αυτό το επίπεδο αντιλαμβάνονται τα σχήματα ως ολότητα κατά την Μορφολογική Ψυχολογία (Gestalt Psychology) βάσει της μορφής τους (Κολέζα, 2000).

Το δεύτερο Ανάλυση όπου οι διδασκόμενοι αναγνωρίζουν τα συστατικά και τις ιδιότητες ενός σχήματος, αλλά όχι και των σχέσεων μεταξύ των ιδιοτήτων και των σχημάτων.

Το τρίτο Ταξινόμηση όπου οι διδασκόμενοι κατανοούν τις σχέσεις μεταξύ των ιδιοτήτων ενός σχήματος και μεταξύ των σχημάτων ενώ αρχίζουν να αντιλαμβάνονται την έννοια του ορισμού.

Το τέταρτο Επίπεδο Επαγωγή όπου και οι διδασκόμενοι μπορούν να σκεφτούν λογικά για τα γεωμετρικά αντικείμενα χρησιμοποιώντας τις ιδιοτήτες τους σε ένα παραγωγικό πρότυπο.

Στο πέμπτο επίπεδο, το επίπεδο Αυστηρότητας ή Ακρίβειας, μπορούν να διακρίνουν και να συγκρίνουν διαφορετικά συστήματα γεωμετρικών και αντιλαμβάνονται τη σπουδαιότητα της ακρίβειας της διατύπωσης των γεωμετρικών θεωριών. Σύμφωνα με τη Senk (1985) άτομα

που σκέφτονται σε διαφορετικά επίπεδα δεν μπορούν να καταλάβουν το ένα το άλλο, ενώ ο Hoffer (1981) στο άρθρο του *Geometry is more than proof* παρατηρεί ότι η Γεωμετρία είναι κάτι περισσότερο από αποδείξεις θεωρημάτων και προτείνει οι διδασκόμενοι να αναπτύξουν στα πλαίσια της Γεωμετρίας πέντε περιοχές δεξιοτήτων: οπτικές, λεκτικές, σχεδίασης, λογικές και εφαρμογής, τις οποίες θεωρεί εξίσου σημαντικές για το μάθημα της Γεωμετρίας.

Η θεωρία του Van Hiele συνοδεύεται επίσης από την έμφαση στο στοιχείο της ενόρασης καθώς και την περιγραφή πέντε, μη γραμμικών κατά τους Hoffer (1986) και Geddes & Fortunato (1993) φάσεων μάθησης, με τη βοήθεια των οποίων ο μαθητής μπορεί να περάσει από ένα επίπεδο στο επόμενο.

- Στην πρώτη φάση την Πληροφόρηση οι διδασκόμενοι ερευνούν το θέμα μέσω των υλικών που ο δάσκαλος διαθέτει στους διδασκόμενοι.
- Στην δεύτερη φάση τον Περιορισμένο Προσανατολισμό οι διδασκόμενοι έρχονται σε επαφή με τις αρχικές συνδέσεις του δικτύου των σχέσεων που πρόκειται να σχηματιστούν μέσω μιας προσεκτικά οργανωμένης ακολουθίας δραστηριοτήτων απλών βημάτων που απαιτούν συγκεκριμένη απάντηση.
- Στην τρίτη φάση την Αποσαφήνιση ο δάσκαλος οργανώνει τη συζήτηση μέσα στην τάξη, η οποία θα καταλήξει σε μια σωστή χρήση της γλώσσας, την οποία ο μαθητής πρέπει να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί.
- Στην τέταρτη φάση τον Ελεύθερο Προσανατολισμό οι διδασκόμενοι αντιμετωπίζουν στόχους που απαιτούν πολλά βήματα και πραγματοποιούνται με διαφορετικούς τρόπους και στην πέμπτη φάση την Ολοκλήρωση ο δάσκαλος προσκαλεί τους διδασκόμενους να αναστοχαστούν πάνω στις ενέργειές τους και βοηθάει ώστε τα αντικείμενα και οι σχέσεις να ενσωματωθούν σε ένα νέο γνωστικό σχήμα (van Hiele 1986, σ. 177)

Από έρευνες που έχουν γίνει τόσο στην Ελλάδα (Νικολουδάκης, 2009· Τζίφας, 2005· Ζαράνης, 2000) όσο και στην αλλοδαπή (Usiskin, 1982· Wirszur, 1976 και Hoffer 1986) η πλειονότητα των μαθητών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης διεθνώς βρίσκονται στο πρώτο και δεύτερο επίπεδο van Hiele και φυσικά και οι μαθητές του γυμνασίου ηλικίας 12-15 ετών.

Δεδομένου δε ότι σύμφωνα με την θεωρία του van Hiele ο μαθητής είναι έτοιμος να κάνει αποδείξεις όταν έχει κατακτήσει το 4 ο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης Van Hiele, αυτό μάλλον συμβάλλει στην δυσκολία που παρουσιάζουν οι μαθητές του γυμνασίου στην αποδεικτική διαδικασία.

Ο Usiskin (1982) υποστηρίζει ότι πολλοί μαθητές καλά - καλά δεν γνωρίζουν ούτε τη γεωμετρική ορολογία. Σύμφωνα με τον van Hiele οι ορισμοί και τα αξιώματα, που απαιτούν καλή χρήση της ορολογίας, γίνονται κατανοητά στο 3 ο επίπεδο van Hiele.

Όμως, όπως αναφέραμε και πιο πάνω, οι μαθητές του γυμνασίου, δηλ. ηλικίας 12-15 στην πλειονότητά τους έχουν κατακτήσει το 2 ο επίπεδο Van Hiele. Αυτό επίσης έχει ως συνέπεια την δυσκολία των μαθητών στην αποδεικτική διαδικασία. Ένα άλλο επίσης σημαντικό σημείο που υφίσταται σε μια απόδειξη είναι αυτό της διαίσθησης και της ενόρασης (Van Hiele, 1986).

Η ενόραση δεν είναι μια άμεση αντίληψη κάποιου πράγματος που υπάρχει εξωτερικά και αιώνια, αλλά η επίδραση πάνω στο νου κάποιων εμπειριών από δραστηριότητες και χειρισμούς κάποιων συγκεκριμένων αντικειμένων, που σε ένα επόμενο στάδιο γίνονται σημάδια στο χαρτί και νοητικές εικόνες (Davis and Hersh, 1980), δηλ. τελικά αντικείμενα

άμεσης αντίληψης. Με άλλα λόγια έχουμε ενόραση επειδή έχουμε νοητικές εικόνες, αναπαραστάσεις των αντικειμένων, που τις αποκτούμε στο στοιχειώδες επίπεδο με το χειρισμό φυσικών αντικειμένων και σε ανώτερο επίπεδο από τη λύση προβλημάτων και την ανακάλυψη πραγμάτων.

Ο ρόλος της διαίσθησης και της ενόρασης σύμφωνα με τους Sternberg and Davidson (1995) έχουν κάποιες ομοιότητες. Η ενόραση είναι ένα συμπέρασμα λογικής ανάλυσης που αιτιολογείται. Η αναλυτική σκέψη, όμως, απαιτεί και τη διαίσθηση και την ενόραση.

Ο Fischbein (1987) καθορίζει την έννοια της διαίσθησης και περιγράφει τη διαισθητική γνώση και το ρόλο της διαίσθησης σε διαδικασίες που απαιτούν μαθηματική σκέψη. Σύμφωνα με τον Fischbein η διαισθητική γνώση είναι ένας τύπος άμεσης, υπονοούμενης, αυτονόητης γνώσης που οδηγεί κατά τρόπο καταναγκαστικό σε γενικεύσεις.

Κατά τον Baylor (2001) η ανάπτυξη της διαίσθησης αναπαρίσταται από μία καμπύλη όπως το γράμμα U, παρουσιάζεται στην εικόνα 1.

Οι δύο άκρες της καμπύλης του «U» αντιπροσωπεύουν δύο ποιοτικά διαφορετικούς τύπους διαισθήσεων, στους οποίους ο Baylor αναφέρεται ως «ανώριμη διαίσθηση» και «ώριμη διαίσθηση».

Η διαφορά μεταξύ τους σχετίζεται στην ελλοχέουσα αντίστοιχη εμπειρία του ατόμου σε μια δεδομένη θεματική περιοχή. Σύμφωνα με τον Baylor (2001) η ανώριμη διαίσθηση προσεγγίζεται στην περίπτωση που κάποιος έχει λιγότερο ανεπτυγμένες δομές γνώσης και ενεργεί ως αρχάριος. Σύμφωνα δε με τη Nardi (2009) οι μαθητές έχουν περιορισμένη γεωμετρική διαίσθηση.

Εδώ, πρέπει να τονίσουμε ότι, όσον αφορά τους αρχαρίους, ο ρόλος της οπτικοποίησης στην παραγωγή των διαισθήσεων είναι σημαντικός (Fischbein 1987· Papert 1980).

Η οπτική προσέγγιση μπορεί να βοηθήσει τους μαθητές στην ενόραση και στη συσχέτιση σχημάτων και διαισθήσεων καθώς και στο να αναπτύξουν εικασίες στη διαδικασία της απόδειξης στο μάθημα της Γεωμετρίας (Ding και Jones, 2006).

Σημειώνουμε, ακόμη, ότι σύμφωνα με τη Nardi (1997) μια απαραίτητη πτυχή της μύησης των αρχαρίων στον τυπικό μαθηματικό συλλογισμό και κατά την άποψή μας και στις τυπικές αποδείξεις της Γεωμετρίας είναι η εναρμόνισή τους με τις μαθηματικές πρακτικές, που αποτελούν τρόπο για να αναπτύξουν την ενόραση.

Επομένως ο μαθητής πρέπει να είναι τουλάχιστον σε θέση να βλέπει όσο το δυνατό περισσότερα σχήματα από αυτά που είναι «κρυμμένα» στο ένα σχήμα (Dimakos and Nikoloudakis, 2009), αλλά και να εικάζει τι θα συμβεί σε ένα σχήμα, όταν το εμπλουτίσει π.χ. φέρνοντας μία ευθεία γραμμή ή ενώνοντας δύο σημεία του σχήματος με ένα ευθύγραμμο τμήμα, κλπ.

Για παράδειγμα στο σχήμα 1 φέρνοντας την ΕΔ σχηματίζεται ένα ισόπλευρο τρίγωνο, ενώ φέρνοντας την ΓΔ σχηματίζεται ένα παραλληλόγραμμο.

Ωστόσο θα πρέπει να σημειώσουμε ότι σε κάποιες περιπτώσεις η διαίσθηση και η ενόραση μοιάζει να μην είναι αρκετές.

Μια τέτοια περίπτωση φαίνεται στο θεώρημα του Monge:

Δίνονται τρεις κύκλοι και A, B και Γ είναι τα σημεία που τέμνονται οι κοινές ανά δύο κύκλους εξωτερικές εφαπτομένες. Να δείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

Σε μία από τις αποδείξεις του εν λόγω θεωρήματος, υπάρχουν και άλλες, που απαιτούν άλλες βοηθητικές γραμμές, η βοηθητική γραμμή είναι ένας κύκλος ίσος με το μικρότερο από τους δεδομένους! (Σχήμα 2).

Με βάση τα πιο πάνω και δεδομένου ότι στο γυμνάσιο τα σχήματα δίνονται έτοιμα στο βιβλίο γίνεται αντιληπτό γιατί οι μαθητές δεν καταλαβαίνουν ούτε τις αποδείξεις αλλά ούτε και γιατί πρέπει να κάνουν μία απόδειξη.

Επιπλέον, αν στα παραπάνω συμπεριλάβουμε, αφ' ενός το γεγονός ότι στην παραδοσιακή διδασκαλία παρουσιάζεται στο μαθητή μόνο το τελικό προϊόν της μαθηματικής ανακάλυψης και όχι ολόκληρη η διαδικασία, που σημαίνει ανάπτυξη εικασίας, έλεγχος της εικασίας, αποδοχή, απόρριψη ή αλλαγή στα δεδομένα της εικασίας και επανεξέταση δηλ. το περιεχόμενο που σχετίζεται με την επαγωγική σκέψη (Skemp 1971· Freudental 1971· Schoenfeld 1986· Usiskin,1980), και αφ' ετέρου κάποιες αιτίες που εμποδίζουν την επικοινωνία στην παραδοσιακή σχολική τάξη όπως:

- (α) την ασυμμετρία επικοινωνίας στην αίθουσα διδασκαλίας,
- (β) το γεγονός ότι οι νοητικές εικόνες είναι κατασκευές επηρεαζόμενες άμεσα με την «οικεία» κουλτούρα,
- (γ) ότι οι μαθηματικές γνώσεις του εκπαιδευτικού και οι μαθηματικές γνώσεις του μαθητή δεν ταυτίζονται,
- (δ) τα «κρυμμένα» μαθηματικά, και
- (ε) τη γλώσσα (Νικολουδάκης, Χουστουλάκης, 2004)

τα πράγματα γίνονται χειρότερα.

Αξίζει ιδιαίτερα να τονίσουμε τι συμβαίνει με τις φάσεις μάθησης του van Hiele για όσους ακολουθούν την παραδοσιακή διδασκαλία. Ένας παραδοσιακός δάσκαλος, και η πλειονότητα των δασκάλων ακολουθούν το μοντέλο της παραδοσιακής διδασκαλίας,

- (α) σχεδιάζει ο ίδιος τα σχήματα στον πίνακα
- (β) θέτει ερωτήματα στα οποία απαντάει ο ίδιος
- (γ) «εξηγεί» ο ίδιος τα πάντα αντί να προβληματίζει τους μαθητές του και να τους αφήνει να ερευνούν και να ανακαλύπτουν τη νέα γνώση,
- (δ) δεν αφήνει τον απαιτούμενο χρόνο στους μαθητές ούτε να μελετήσουν το σχήμα, που μετέφεραν από τον πίνακα στο τετράδιό τους πολλές φορές χωρίς τη χρήση γεωμετρικών οργάνων, αλλά ούτε και να σκεφτούν πάνω στο σχήμα αφού ο διδάσκων κάνει και εξηγεί τα πάντα.

Με άλλα λόγια οι μαθητές δεν ερευνούν το θέμα μέσω των υλικών που ο δάσκαλος σύμφωνα με την πρώτη φάση θα έπρεπε να διαθέσει στους μαθητές του.

Καταργεί και τη δεύτερη φάση αφού εξηγώντας μόνος του τα πάντα δεν δίνει μια προσεκτικά οργανωμένη ακολουθία δραστηριοτήτων απλών βημάτων που απαιτούν συγκεκριμένη απάντηση όχι από το διδάσκοντα αλλά από το μαθητή.

Επιπλέον αφού τα εξηγεί όλα μόνος του ή πιο απλά «τα λέει» όλα μόνος του αυτόματα δεν οργανώνει συζήτηση μέσα στην τάξη που θα καταλήξει σε μια σωστή χρήση της γλώσσας την οποία ο μαθητής πρέπει να κατανοήσει και να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί δηλ. καταργεί και την τρίτη φάση.

Μετά από αυτά είναι μάλλον φυσικό επόμενο να μη θέτει στόχους που απαιτούν πολλά βήματα και να πραγματοποιούνται με διαφορετικούς τρόπους από τους μαθητές ή ομάδες μαθητών που συνεργαζόμενοι θα κατάφερναν τόσο να απαντήσουν σε στόχους που απαιτούν πολλά βήματα αλλά και που οι διάφορες ομάδες θα ήταν σε θέση να πετύχουν το στόχο με διαφορετικούς τρόπους.

Όσο για το θέμα του αναστοχασμού θα μπορούσε να υποστηρίξει κανείς ότι ουσιαστικά δεν μπαίνει θέμα αναστοχασμού αφού δεν ενέργησαν οι μαθητές για να σκεφτούν οι ίδιοι πάνω σε αυτό που ενέργησαν.

Ο αναστοχασμός εδώ αφορά μόνον το πώς σκέφτηκε ο δάσκαλος. Όμως στα πλαίσια μιας κονστрукτιβιστικής διδασκαλίας ο αναστοχασμός έχει νόημα για τη μάθηση όταν γίνεται από το μαθητή για σκέψεις και ενέργειες που έκανε ο μαθητής.

Με άλλα λόγια ο παραδοσιακός δάσκαλος έχει καταργήσει όλες τις φάσεις του van Hiele. Άρα δεν εξασφαλίζει την επιτυχία στη διδασκαλία της απόδειξης.

Στηριζόμενοι στη θεωρία του van Hiele θα προσπαθήσουμε να προτείνουμε κάποιες κοινωνικοκονστрукτιβιστικές διαδικασίες που σκοπό έχουν να βοηθήσουν τους μαθητές στη μάθηση της ΕΓ και στην αποδεικτική διαδικασία.

Προτείνουμε λοιπόν στον διδάσκοντα χωρίς η πρότασή μας φυσικά να αποτελεί πανάκεια:

(α) αρχικά οι μαθητές από την Α΄ γυμνασίου να μάθουν τη σημασία και τη χρήση των γεωμετρικών οργάνων πράγμα που πολλοί διδάσκοντες θεωρούν ότι οι μαθητές το γνωρίζουν

(β) οι μαθητές να χρησιμοποιούν τα γεωμετρικά όργανα για την κατασκευή των σχημάτων. Αυτό αν και απαιτεί χρόνο είναι απόλυτα αναγκαίο στη διδασκαλία της ΕΓ γιατί έτσι οι μαθητές μαθαίνουν εργαζόμενοι οι ίδιοι δηλ. λειτουργούν κονστрукτιβιστικά

(γ) να φροντίσει ο διδάσκων να γνωρίσει το επίπεδο γεωμετρικής σκέψης των μαθητών του, πράγμα απολύτως απαραίτητο δεδομένου ότι, όπως αναφέρθηκε και νωρίτερα στο παρόν άρθρο, σύμφωνα με τη Senk (1985) άτομα που σκέφτονται σε διαφορετικά επίπεδα δεν μπορούν να καταλάβουν το ένα το άλλο.

Επομένως προκειμένου ο διδάσκων να χρησιμοποιήσει τη γλώσσα του επιπέδου των μαθητών του πρέπει να γνωρίζει το επίπεδο που αυτοί κατέχουν. Αυτό θα το μάθει με τη βοήθεια του van Hiele geometry test του Usiskin ή του Hoffer,

(δ) να βοηθήσει ο διδάσκων το μαθητή να αποκτήσει κάποιο είδος ενόρασης. Ο μαθητής κατά την αποδεικτική διαδικασία ακροβατεί μόνος ανάμεσα σε καταστάσεις ισορροπίας και ανισορροπίας κινητοποιώντας γνωστικά σχήματα, δηλ. μια μορφή αφηρημένων θεωρητικών γνωστικών σχεδίων που περιλαμβάνουν μια μεγάλη συλλογή από γνώσεις βασισμένες στην εμπειρία.

Προκειμένου, επομένως, αφ' ενός να εμπλουτίσουμε τα γνωστικά σχήματα του μαθητή, που απαιτούνται για την αντιμετώπιση θεμάτων απόδειξης και αφ' ετέρου να βοηθήσουμε το

μαθητή να αποκτήσει κάποιο είδος ενόρασης, δηλ. γνώσης που τελικά προέρχεται από άμεση αντίληψη και διαίσθηση θεωρούμε απαραίτητο να εξηγήσουμε στον αρχάριο μαθητή στην αποδεικτική διαδικασία την έννοια της «βοηθητικής» γραμμής και να δώσουμε πολλά κατάλληλα παραδείγματα,

(ε) να αντιληφθεί ο μαθητής ότι «ένα σχήμα στην πραγματικότητα δεν είναι σχεδόν ποτέ ένα σχήμα», αλλά κρύβονται σε αυτό πολλά σχήματα (Dimakos and Nikoloudakis, 2009),

(στ) ο διδάσκων να μάθει στο μαθητή τις στρατηγικές διερεύνησης σχήματος, δηλ. ερωτήσεις που κάνει ο μαθητής στον εαυτό του και που τις απαντάει ο ίδιος στον εαυτό του προκειμένου να ανακαλύψει τα κρυμμένα σχήματα και να τα αναλύσει στα μέρη τους.

Τέτοιες ερωτήσεις είναι του τύπου:

- Τι είναι αυτό ;
- Τι ρόλο παίζουν τα άκρα του; (π. χ. για ευθ. τμήματα) κλπ.,

δηλαδή θα πρέπει ο μαθητής να αναγνωρίζει (1) ολόκληρο το σχήμα, (2) τα μέρη του και (3) να τα ορίζει. Τα πιο πάνω (1), (2) και (3) απαιτούν τα τρία πρώτα επίπεδα van Hiele και αντιστοιχούν σε δεξιότητες του Hoffer.

Σε όλα τα παραπάνω σημεία (α) έως (στ) ο μαθητής κάνοντας μία απόδειξη καλείται να το κάνει σταδιακά και κατ' επανάληψη από την ίδια την αποδεικτική διαδικασία, καθώς αυτή εξελίσσεται, ώστε να αποδειχθεί κάθε ισχυρισμός κατά τη διαδικασία απόδειξης μιας πρότασης.

Οι στρατηγικές διερεύνησης σχήματος βοηθούν στην ανάπτυξη εικασιών και ισχυρισμών καθώς και να ανακαλύψει τις απλές αιτιολογήσεις ή τις απλές προτάσεις που «κρύβονται» στο σχήμα κάθε φορά που μια αιτιολόγηση απαιτώντας μια νέα αιτιολόγηση για να ισχύει μετατρέπεται σε ένα νέο ισχυρισμό (Nikoloudakis, 2009/2010; Nikoloudakis, & Choustoulakis, 2011) δημιουργώντας ακολουθίες ισχυρισμού - αιτιολόγησης.

Αυτές οι ακολουθίες ισχυρισμού - αιτιολόγησης συνιστούν την απόδειξη που απαιτεί το τέταρτο επίπεδο van Hiele. Άρα πρέπει ο δάσκαλος να ενημερωθεί για τη θεωρία van Hiele.

Ο Ιωάννης Πρίντζης (Αθήνα 2006) παραθέτει την κατηγορική άποψη των επιπέδων Van Hiele υποστηρίζοντας ότι η δομή των επιπέδων Van Hiele μπορεί να ερμηνευθεί και στα πλαίσια της θεωρίας κατηγοριών.

Η θεωρία αυτή ασχολείται ακριβώς με τη μελέτη της δομής κάποιων συνόλων.

Μία κατηγορία συνίσταται από μία συλλογή στοιχειωδών αντικειμένων που καλούνται αντικείμενα και από μία συλλογή σχέσεων ανάμεσα στα αντικείμενα που καλούνται μορφισμοί και ικανοποιούν κάποια αξιώματα.

Για παράδειγμα σε μία κατηγορία τα αντικείμενα μπορεί να είναι σύνολα και οι μορφισμοί να είναι συναρτήσεις ανά μέσα στα σύνολα. Σε μία άλλη κατηγορία τα αντικείμενα μπορεί να είναι ομάδες και οι μορφισμοί να είναι οι ομοιομορφισμοί μεταξύ των ομάδων.

Θα μπορούσαμε να δούμε τα επίπεδα Van Hiele σαν κατηγορίες και στη συνέχεια να εφαρμόσουμε τη δομή αυτή και σε άλλες περιοχές εκτός της Γεωμετρίας.

Τα αντικείμενα για κάθε ένα από τα επίπεδα μπορεί να είναι τα εξής:

Επίπεδο 0:

Τα αντικείμενα είναι τα βασικά στοιχεία της περιοχής που μελετάμε.

Επίπεδο 1:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες που αναφέρονται στα βασικά στοιχεία.

Επίπεδο 2:

Τα αντικείμενα είναι οι κανόνες που συνδέουν τις προηγούμενες ιδιότητες.

Επίπεδο 3:

Τα αντικείμενα είναι οι μερικές ταξινομήσεις των κανόνων.

Επίπεδο 4:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες που αναφέρονται στις μερικές ταξινομήσεις.

Είναι αξιοσημείωτη η ομοιότητα και η αναδρομικότητα του συστήματος στις περιγραφές των επιπέδων 1 και 4.

Καθορίζοντας μόνο τα αντικείμενα και όχι τους μορφισμούς, δεν έχουμε καθορίσει πλήρως κάθε κατηγορία αλλά αυτό μπορούμε να το παραβλέψουμε προς το παρόν.

Είναι γεγονός ότι τα επίπεδα επιβάλλουν ένα οργανωτικό σχήμα για το υλικό που πρέπει να μάθουν οι μαθητές.

Οι στόχοι και οι μαθηματικές προσδοκίες για τη μάθηση ενυπάρχουν μέσα στην ίδια τη δομή των επιπέδων.

Για παράδειγμα τα επίπεδα στη Γεωμετρία, έτσι όπως περιγράφηκαν νωρίτερα, στοχεύουν στην ανάπτυξη της σκέψης για τα σχήματα με απώτερο σκοπό την απόδειξη των προτάσεων που εμφανίζονται μέσα στα διάφορα αξιωματικά συστήματα (επίπεδο 4).

Αν και οι συλλογισμοί γίνονται όλο και πιο αφηρημένοι όσο ανεβαίνουμε στα επίπεδα, ακολουθούμε ένα συγκεκριμένο πρότυπο που υπαγορεύεται από την τρέχουσα αντίληψη που έχουμε για τα μαθηματικά ή για οποιαδήποτε άλλη επιστήμη. Στην Ολλανδία τα επίπεδα χρησιμοποιήθηκαν για να υλοποιηθούν μαθήματα στη Χημεία και στα Οικονομικά (Hoffer 1983).

Με τον τρόπο αυτό, έχοντας ορίσει καθαρά τους στόχους, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις παραπάνω περιγραφές των επιπέδων, που είναι ανεξάρτητες από οποιαδήποτε επιστημονική περιοχή, για να οργανώσουμε τουλάχιστον τα αντικείμενα σε ένα συγκεκριμένο τομέα.

Υπενθυμίζουμε όμως και πάλι ότι για να καθορίσουμε πλήρως μία κατηγορία, πρέπει να ορίσουμε και τους κατάλληλους μορφισμούς. Ακολουθούν παραδείγματα σε διάφορους τομείς.

Λογική

Εφαρμογή των επιπέδων στον τομέα αυτό έχει ως ακολούθως:

Επίπεδο 0:

Τα αντικείμενα είναι προτάσεις και οι συμβολικές αναπαραστάσεις τους.

Επίπεδο 1:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες των προτάσεων όπως αν είναι αληθείς ή όχι και αν αναλύονται σε απλούστερες μέσω της σύζευξης, της διάζευξης και της άρνησης.

Επίπεδο 2:

Τα αντικείμενα είναι οι κανόνες που συνδέουν τις προτάσεις όπως ο κανόνας της αλυσίδας, ο *modus ponens*, ο *modus tollens* και η λογική ισοδυναμία.

Επίπεδο 3:

Τα αντικείμενα είναι ακολουθίες προτάσεων όπως οι αποδείξεις που στηρίζονται σε κάποιο σύνολο αξιωμάτων.

Επίπεδο 4:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες που αναλύουν το λογικό σύστημα συγκρίνοντάς το με άλλες λογικές.

Για περισσότερες λεπτομέρειες σχετικά με τη λογική και τους όρους που αναφέρονται παραπάνω παραπέμπουμε στο βιβλίο του Μυτιληναίου (2004).

Πραγματικοί αριθμοί

Εφαρμογή των επιπέδων στον τομέα αυτό έχει ως ακολούθως:

Επίπεδο 0:

Τα αντικείμενα είναι σύμβολα που αναπαριστούν για παράδειγμα προσανατολισμένα ευθύγραμμα τμήματα πάνω σε έναν άξονα.

Επίπεδο 1:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες αυτών των συμβόλων όπως είναι η διάταξη, η προσέγγιση από ρητούς και το πεπερασμένο ή άπειρο δεκαδικό ανάπτυγμα.

Επίπεδο 2:

Τα αντικείμενα είναι οι κανόνες που συνδέουν τις ιδιότητες όπως η ύψωση σε δύναμη, η εξαγωγή ρίζας και οι βασικές συνέπειες των αξιωμάτων ενός σώματος.

Επίπεδο 3:

Τα αντικείμενα είναι ακολουθίες δηλώσεων στο εσωτερικό ενός συστήματος όπως η θεώρηση των πραγματικών σαν τομές Dedekind ή όρια ρητών ακολουθιών και η συνεπαγωγή κανόνων όπως: $(- \alpha)(- \beta) = \alpha\beta$.

Επίπεδο 4:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες ενός πλήρους διατεταγμένου σώματος συγκρινόμενες με αυτές ενός σώματος γενικά.

Μία αξιωματική θεμελίωση των πραγματικών αριθμών και αναλυτική παρουσίαση των ιδιοτήτων τους υπάρχει στο βιβλίο των Νεγρεπόντη – Γιωτόπουλου – Γιαννακούλια (1999).

Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί

Εφαρμογή των επιπέδων στον τομέα αυτό έχει ως ακολούθως:

Επίπεδο 0:

Τα αντικείμενα είναι οι μετασχηματισμοί των σχημάτων όπως μεταφορά, κατοπτρισμός, στροφή, κάμψη, έκταση, διαστολή κ. λ. π.

Επίπεδο 1:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες των μετασχηματισμών όσον αφορά την επίδρασή τους στο σχήμα δηλαδή αν διατηρούν τις αποστάσεις, αν αλλάζουν τον προσανατολισμό, αν στρεβλώνουν τη μορφή κλπ.

Επίπεδο 2:

Τα αντικείμενα είναι οι κανόνες που συνδέουν τις ιδιότητες των μετασχηματισμών όπως ότι η σύνθεση δύο κατοπτρισμών ισοδυναμεί με μια στροφή ή μια μεταφορά.

Επίπεδο 3:

Τα αντικείμενα είναι ακολουθίες προτάσεων όπως οι αποδείξεις ότι οι κατοπτρισμοί παράγουν τις ισομετρίες και ότι οι κατοπτρισμοί και οι διαστολές παράγουν τις ομοιότητες.

Επίπεδο 4:

Τα αντικείμενα είναι οι ιδιότητες που αναλύουν τις ομάδες των μετασχηματισμών στο πνεύμα του προγράμματος Klein-Erlangen

Στη χώρα μας η διδασκαλία παρέμεινε παραδοσιακή και δεν έλαβε ποτέ υπόψη τα επίπεδα Van Hiele. Το αποτέλεσμα είναι να παρουσιάζονται και στη χώρα μας οι ίδιες δυσκολίες στην κατανόηση της Γεωμετρίας που εμφανίζονται και διεθνώς.

Το πρόβλημα εμφανίζεται αρχικά στην Γ' Γυμνασίου όταν οι μαθητές έρχονται σε επαφή με τις αυστηρές αποδεικτικές διαδικασίες και γίνεται ιδιαίτερα έντονο στην Α' Λυκείου όπου η Γεωμετρία είναι ανεξάρτητο μάθημα και θεμελιώνεται αξιωματικά.

Πολλοί μαθητές προτιμούν να ασχοληθούν με μια αρκετά δύσκολη άσκηση άλγεβρας παρά με μια σχετικά απλούστερη άσκηση Γεωμετρίας. Φυσικό επακόλουθο είναι να αναπτύσσεται μια σχετική απέχθεια για το μάθημα αυτό και οι επιδόσεις των μαθητών να είναι χαμηλότερες.

Η πίεση της κοινής γνώμης έχει αναγκάσει τους υπευθύνους να μειώσουν τη έκταση τις διδακτέας ύλης της Γεωμετρίας και τη γενικότερη σπουδαιότητά της μέσα στο σύστημα. Εδώ και πάρα πολλά χρόνια δεν εξετάζεται στις εισαγωγικές εξετάσεις των Ανωτέρων και Ανωτάτων Σχολών.

Το αναλυτικό πρόγραμμα υποχρεώνει τους διδάσκοντες να λειτουργήσουν σε ένα επίπεδο διαφορετικό από αυτό των μαθητών.

Οι περισσότεροι περιορίζουν αυτόβουλα τις απαιτήσεις τους σε χαμηλότερο επίπεδο για να μπορέσουν να επικοινωνήσουν με τους μαθητές τους.

Υπάρχουν όμως και ορισμένοι που για να δείξουν ότι παράγουν έργο ή για να αυξήσουν τη «φήμη» τους επιβάλουν συνειδητά στους μαθητές τους ασκήσεις που βρίσκονται πάνω από το επίπεδο κατανόησης των τελευταίων.

Επιβάλλεται λοιπόν μία έρευνα για το επίπεδο στο οποίο βρίσκονται οι μαθητές και ενδεχομένως μία προσαρμογή του αναλυτικού προγράμματος. Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια σχετική κινητικότητα με άρθρα και έρευνες που ασχολούνται με το θέμα.

Ο Ζάχος το 2000 έθεσε δύο ερευνητικά ερωτήματα που είχαν θεωρητικό, αλλά και πρακτικό ενδιαφέρον.

- Βρίσκονται τα τέσσερα επίπεδα Van Hiele σε γραμμική διάταξη μεταξύ τους;

Δηλαδή το πρώτο επίπεδο κατακτάται πριν από το δεύτερο, το δεύτερο πριν από το τρίτο, κλπ.;

- Ποια είναι η κατανομή των μαθητών στα τέσσερα επίπεδα; Με βάση τη θεωρία Van Hiele, είναι σε θέση οι μαθητές να παρακολουθήσουν μαθήματα θεωρητικής Γεωμετρίας;

Το δείγμα του αποτέλεσαν 458 μαθητές της δευτέρας Λυκείου τεσσάρων Γενικών Λυκείων της Αθήνας. Το πειραματικό του υλικό ήταν ένα ερωτηματολόγιο πολλαπλών επιλογών βασισμένο στο ερωτηματολόγιο του καθηγητή Usiskin.

Οι Β. Ντζιαχρήστος και Ν. Ζαράνης το 2001 προσπάθησαν να διερευνήσουν αν η χρήση κατάλληλου εκπαιδευτικού λογισμικού σε Η/Υ βοηθάει τη μετάβαση στο επόμενο επίπεδο Van Hiele περισσότερο από ότι η παραδοσιακή διδασκαλία.

Το δείγμα της έρευνας του αποτελέσαν μαθητές στις Α΄ τάξης του 5ου Γυμνασίου Αμαρουσίου. Τα αποτελέσματα της έρευνας ήταν θετικά. Έρευνα για τα επίπεδα Van Hiele έγινε και από τον Ν. Τζίφα το 2005 στα πλαίσια της διπλωματικής του εργασίας για το μεταπτυχιακό δίπλωμα στη «Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών».

Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν 1838 μαθητές που φοιτούσαν στις τάξεις Γ΄ Γυμνασίου, Α΄ και Β΄ Λυκείου 45 Γυμνασίων και Λυκείων από διάφορες περιοχές της Ελλάδας.

Για τον εντοπισμό του επιπέδου γεωμετρικής σκέψης κάθε μαθητή χρησιμοποιήθηκε ένα ερωτηματολόγιο πολλαπλών επιλογών (Test Van Hiele).

Το ερωτηματολόγιο αυτό ήταν του καθηγητή του πανεπιστημίου του Σικάγο των ΗΠΑ Usiskin (1982) και μεταφράστηκε στα ελληνικά από τον ερευνητή.

Στην έρευνα έγινε προσπάθεια κατάταξης των μαθητών στα τέσσερα πρώτα επίπεδα Van Hiele γιατί η κατάκτηση του πέμπτου επιπέδου είναι δύσκολο να ελεγχθεί και σε κάθε περίπτωση δεν αφορά τους μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Εξετάστηκαν ακόμα τα ερωτήματα αν υπάρχουν διαφορές λόγω φύλου, αν υπάρχει βελτίωση των επιπέδων van Hiele στις μεταβάσεις από τάξη σε τάξη και αν υπάρχει διαφορά μεταξύ δημοσίων και ιδιωτικών σχολείων.

Τα σχέδια Oregon και Brooklyn διαπίστωσαν ότι ακόμα και οι μαθητές του δημοτικού είναι εξοικειωμένοι με λέξεις όπως τετράγωνο, τρίγωνο, ορθογώνιο και κύκλος.

Οι μαθητές του γυμνασίου επίσης ήταν συνηθισμένοι σε εκφράσεις όπως ορθές γωνίες και παράλληλες ευθείες. Όμως ένας αρκετά μεγάλος αριθμός συγχέει σχήματα όπως το ρόμβο και το ισοσκελές τραπέζιο.

Το σχέδιο Chicago βρήκε ότι αρκετοί μαθητές φτάνουν στο Λύκειο και δεν μπορούν να διακρίνουν απλά σχήματα όπως τρίγωνα, τετράγωνα, ορθογώνια και παραλληλόγραμμα. Οι μαθητές μπορεί να γνωρίζουν τις λέξεις αλλά έχουν μεγάλες παρανοήσεις ή εντελώς λανθασμένες αντιλήψεις για το νόημά τους.

Για παράδειγμα πολλοί μαθητές αποδέχονται σαν τρίγωνο μ όνο ένα ισόπλευρο τρίγωνο με την κάτω πλευρά οριζόντια. Στην πραγματικότητα αρκετοί μαθητές περιστρέφουν το χαρτί ή το αντικείμενο για να βλέπουν το τρίγωνο σε μια θέση που θα μπορούσαμε να περιγράψουμε σαν τη «θέση του βιβλίου».

Άλλοι μαθητές στις πρώτες τάξεις του Λυκείου δέχονται σαν τρίγωνα και όσα έχουν καμπύλες πλευρές. Φαίνεται να θεωρούν σημαντικότερη την ύπαρξη τριών κορυφών από την ύπαρξη τριών ευθύγραμμων πλευρών.

Πολλοί μαθητές Λυκείου διστάζουν ή αρνούνται να αναγνωρίσουν σαν τρίγωνα αυτά που έχουν μία πλευρά σημαντικά μεγαλύτερη από το αντίστοιχο ύψος ή αντιστρόφως.

Τα θεωρούν πολύ «λοξά» ή πολύ «στενά» για να είναι τρίγωνα. Παρόμοιες παρανοήσεις υπάρχουν και για τα τετράπλευρα.

Οι μαθητές χρησιμοποιούν διάφορες καθημερινές εκφράσεις για να περιγράψουν τα σχήματα. Λένε ότι ένα ισόπλευρο τρίγωνο είναι «τέλειο».

Άλλα τρίγωνα είναι «πατημένα», «μακρουλά», «μυτερά», «σχεδόν ισοσκελή».

Ένα μη κυρτό τετράπλευρο περιγράφεται σαν «μύτη βέλους». Επίσης ορισμένοι, ενώ καταλαβαίνουν μια έννοια, την περιγράφουν με αντισυμβατικό λεξιλόγιο όπως αναφέρονται σε παράλληλες γραμμές σαν «τελείως ίσιες» ή περιγράφουν τις κάθετες ευθείες σαν κατακόρυφες.

Για το θέμα αυτό είναι χαρακτηριστική η ερώτηση 6 από το τεστ της έρευνας Τζίφα (2006).

Το ΚΛΜΝ είναι τετράγωνο. Ποια σχέση είναι αληθής σε όλα τα τετράγωνα ;

- α. Τα ΚΜ και ΜΝ έχουν το ίδιο μήκος
- β. Τα ΚΜ και ΛΝ είναι κάθετα
- γ. Τα ΚΝ και ΛΜ είναι κάθετα
- δ. Τα ΚΝ και ΚΜ έχουν το ίδιο μήκος
- ε. Η γωνία Λ είναι μεγαλύτερη από τη γωνία Μ

Στην ερώτηση αυτή απαντάει σωστά (δηλαδή το β) το, 9% αλλά ένα ποσοστό 33% επιλέγει την απάντηση γ μπερδεύοντας εμφανώς τις εκφράσεις «κατακόρυφος» και «κάθετος».

Η σύγχυση ανά μέσα στις δύο αυτές λέξεις είναι γνωστή αλλά αυτό δεν μειώνει την ευθύνη των διδασκόντων για τη σωστή χρήση της ορολογίας.

Θα πρέπει πάντα να δίνεται μεγάλη έμφαση στην επιλογή των σωστών λέξεων για την περιγραφή κάθε έννοιας ώστε να διαλύονται παρανοήσεις όπως η παραπάνω.

Το λεξιλόγιο των μαθητών δείχνει πώς οι μαθητές χρησιμοποιούν οπτικά στοιχεία για να αναγνωρίσουν σχήματα.

Είτε αποκλείουν αναγκαίες ιδιότητες π. χ. δεν θεωρούν το ευθύγραμμο των πλευρών απαραίτητη προϋπόθεση για τον χαρακτηρισμό του τριγώνου, είτε προσθέτουν άλλες μη απαραίτητες όπως ότι οι πλευρές του τριγώνου πρέπει να είναι ίσες.

Αρκετοί μαθητές που δεν έχουν πάει στο Λύκειο δεν θεωρούν τρίγωνα όσα δεν είναι ισόπλευρα.

Κάποιος μαθητής επέμενε ότι υπάρχουν τεσσάρων ειδών τρίγωνα, αυτά που «κοιτάζουν» πάνω, αυτά που «κοιτάζουν» κάτω αυτά που «κοιτάζουν» αριστερά και αυτά που «κοιτάζουν» δεξιά.

Επιπλέον όλα τα τρίγωνα που σχεδίασε ήταν ισόπλευρα. Ένα μεγάλο ποσοστό μαθητών επηρεάζεται από τον προσανατολισμό των σχημάτων χαρακτηρίζοντας για παράδειγμα σαν τρίγωνα μόνο όσα έχουν την τυπική θέση που έχουν συνήθως τα τρίγωνα στα σχολικά βιβλία.

Οι απέναντι πλευρές ενός τετραπλεύρου είναι παράλληλες σε μία τοποθέτηση του σχήματος ενώ δεν είναι σε μία άλλη. Ένα τετράπλευρο είναι ρόμβος όταν έχει μια διαγώνιο κατακόρυφη αλλά δεν είναι όταν έχει μία πλευρά οριζόντια.

Σε ένα ρομβοειδές οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες και οι απέναντι γωνίες ίσες. Ακόμα και ενήλικες επιμένουν ότι ένα ορθογώνιο δεν είναι παραλληλόγραμμο και ένα τετράγωνο δεν είναι ορθογώνιο.

Η πιο περίεργη άποψη είναι ότι ένα ορθογώνιο έχει μόνο μία ορθή γωνία, την κάτω αριστερά, ίσως γιατί αυτή συνήθως ση μειώνεται σαν ορθή στα σχολικά βιβλία.

Από τον τρόπο που οι μαθητές απαντούν τις ερωτήσεις ή εκτελούν τις εργασίες, μπορούμε να αναλύσουμε τα βήματα του συλλογισμού τους με βάση τα επίπεδα.

Τα προαναφερόμενα παραδείγματα δείχνουν ως επί το πλείστον σκέψη επιπέδου 0.

Ακόμα και όταν οι μαθητές αναλύουν ιδιότητες των σχημάτων (δηλαδή σκέφτονται στο επίπεδο 1) και διατυπώνουν τις απόψεις τους, επιτρέπουν σε μία καθαρά οπτική αντίληψη του σχήματος να επηρεάζει την περιγραφή τους, όπως στο παρακάτω παράδειγμα.

«Ένα παραλληλόγραμμο έχει τις απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες αλλά οι δύο από αυτές πρέπει να είναι μακρύτερες από τις άλλες (... για να μην είναι ρόμβος!) και δεν έχει καμία ορθή γωνία (... γιατί αλλιώς θα ήταν ορθογώνιο!»)

Ένας συγκεκριμένος μαθητής Λυκείου (που θα έπρεπε να βρίσκεται τουλάχιστον στο επίπεδο 3) όρισε το παραλληλόγραμμο σαν «τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές παράλληλες και δεν έχει ορθές γωνίες».

Στη συνέντευξη ο μαθητής αναγνώρισε ότι αυτός είναι «κακός ορισμός» γιατί δεν ταυτίζεται με αυτόν του βιβλίου αλλά παρόλα αυτά ήταν σαφές ότι δεν θεωρούσε τα ορθογώνια σαν παραλληλόγραμμο. (Hoffer 1983)

Μαθητές όλων των ηλικιών έχουν την τάση να αντιστρέφουν κατά κάποιο τρόπο τους συλλογισμούς μετατρέποντας τις αναγκαίες συνθήκες σε ικανές.

Ο συλλογισμός μοιάζει να είναι κάπως έτσι: Αφού τα σχήματα τύπου Χ έχουν αυτές τις ιδιότητες, τότε ένα σχήμα που έχει αυτές τις ιδιότητες είναι αναγκαστικά του τύπου Χ.

Για παράδειγμα στο σχέδιο Oregon σε μία δραστηριότητα με τίτλο

«Ποιο είναι το σχήμα;»

οι μαθητές έπαιρναν μια διαδοχή πληροφοριών και συνέχιζαν να ζητούν στοιχεία μέχρι να βεβαιωθούν για ποιο σχήμα πρόκειται.

Σε μια τέτοια διαδοχή το πρώτο στοιχείο ήταν

«Έχει τέσσερις πλευρές.».

Η αυθόρμητη απάντηση αρκετών μαθητών ήταν

«Είναι τετράγωνο.»

με προφανή συλλογισμό

«αφού το τετράγωνο έχει τέσσερις πλευρές, τότε ένα σχήμα με τέσσερις πλευρές είναι τετράγωνο.»

Σε άλλες παρόμοιες περιπτώσεις οι μαθητές θεώρησαν τα τετράπλευρα με δύο πλευρές παράλληλες σαν παραλληλόγραμμα και αυτά με ίσες διαγώνιες σαν ορθογώνια.

Χαρακτηριστικές είναι απαντήσεις στην ερώτηση 15 του τεστ Τζίφα (2006).

«15. Τι ισχύει σε όλα τα ορθογώνια ενώ δεν ισχύει σε όλα τα παραλληλόγραμμα;

α. Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες

β. Οι διαγώνιες είναι ίσες

γ. Οι απέναντι πλευρές είναι παράλληλες

δ. Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες

ε. Τίποτα από τα παραπάνω»

Μόνο ένα 36,6% επιλέγει τη σωστή απάντηση β. Από τους υπόλοιπους ένα 30,1% επιλέγει την απάντηση ε. Είναι φανερό ότι οι περισσότεροι δεν κατανοούν το ερώτημα. Ακόμα και οι λεπτομερείς εξηγήσεις ή οι κανόνες της λογικής δεν πείθουν πάντα τους μαθητές.

Για παράδειγμα ένας μαθητής, που είχε χαρακτηριστεί από τους δασκάλους του σαν ένας από τους καλύτερους της τάξης, δεν αναγνώριζε σαν τραπέζια όσα δεν έμοιαζαν με ισοσκελή.

Όταν του έδειξαν ένα ορθογώνιο τραπέζιο επέμενε ότι δεν ήταν τραπέζιο.

Ο διάλογος είναι χαρακτηριστικός (Ε ο ερευνητής, Μ ο μαθητής)

Ε – Είναι αυτό ένα τραπέζιο ; (δείχνει ένα ορθογώνιο τραπέζιο)

Μ – Όχι.

Ε – Γιατί δεν είναι ;

Μ – Επειδή δεν είναι.

Ε – Τι είναι ένα τραπέζιο ;

Μ – Είναι ένα τετράπλευρο που έχει μόνο δύο πλευρές παράλληλες.

Ε – Και γί αυτό το τετράπλευρο τι λες ; (ξαναδείχνει το ίδιο σχήμα)

Μ – Αυτό έχει δύο πλευρές παράλληλες ενώ οι άλλες δύο δεν είναι.

Ε – Λοιπόν είναι ένα τραπέζιο ;

Μ – Όχι δεν είναι.

Ο μαθητής υποτίθεται ότι λειτουργούσε σε περιβάλλον επιπέδου 3 αλλά στην πραγματικότητα βρισκόταν το πολύ στο επίπεδο 1 και αναγνώριζε τα σχήματα καθαρά οπτικά.

Έτσι αν και μπορούσε να διατυπώσει τον ορισμό και να ελέγξει αν ένα σχήμα τον ικανοποιούσε, δεν αποδεχόταν κάτι σαν τραπέζιο αν δεν του θύμιζε το πρότυπο τραπέζιο που είχε στο μυαλό του.

Είναι επίσης πολύ γνωστή η σύγχυση ανάμεσα σε ορισμούς, αξιώματα και θεωρήματα. Οι μαθητές λένε χαρακτηριστικά:

- «Ποτέ δεν μπόρεσα να καταλάβω τι διαφορά ανάμεσα σε ένα θεώρημα και ένα αξίωμα»
- «νομίζω ότι αξίωμα είναι κάτι που αποδεικνύεται από τους ορισμούς» – «κάτι έχω ακούσει σχετικά αλλά δεν θυμάμαι ακριβώς»
- «θεώρημα είναι η απόδειξη ενός αξιώματος»
- «τα θεωρήματα είναι αποδειγμένα αξιώματα που προέρχονται από τους ορισμούς»
- «αξίωμα είναι ένας κανόνας που μπορεί να είναι αληθινός»

Αν ένας μαθητής, ακόμα και στο τέλος του Λυκείου, κληθεί να αναφέρει ένα αξίωμα είναι πιθανότερο να αναφέρει ένα αξίωμα της Άλγεβρας όπως την προσεταιριστική ή την αντιμεταθετική ιδιότητα ή ακόμα συχνότερα μια αλγεβρική ταυτότητα όπως $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta$.

Ελάχιστοι μαθητές, τελειώνοντας τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, έχουν κατανοήσει πραγματικά τι είναι ένα επαγωγικό σύστημα, δηλαδή έχουν κατακτήσει πλήρως το επίπεδο 3.

Ένα βασικό συμπέρασμα για τη Γεωμετρία ήταν ότι οι μαθητές πιστεύουν αυτό που βλέπουν σε ένα βιβλίο και όχι αυτό που διαβάζουν. Θυμίζουμε το παράδειγμα του μαθητή που γνώριζε ότι ο ορισμός που έδωσε για το παραλληλόγραμμο ήταν «κακός», αφού διέφερε από το κείμενο του βιβλίου, αλλά απέρριπτε αυτό το γραπτό ορισμό γιατί ερχόταν σε σύγκρουση με το οπτικό πρότυπο που είχε για το παραλληλόγραμμο.

Είδαμε επίσης το παράδειγμα όπου ο μαθητής μπορούσε να αναπαράγει σωστά τον ορισμό του τραapeζίου αλλά αρνιόταν να δεχτεί τραπέζιο με ορθή γωνία, επειδή πάλι δεν συμφωνούσε με την εικόνα που είχε συνηθίσει (Hoffer 1983).

Οι ισχυρισμοί του Pyskalo ότι οι κατάλληλες εκπαιδευτικές δραστηριότητες αυξάνουν το επίπεδο κατανόησης των παιδιών επιβεβαιώνονται από αμερικανικές έρευνες.

Τα εκπαιδευτικά βοηθήματα που αναπτύχθηκαν από το σχέδιο Brooklyn όντως συνέβαλαν στη βελτίωση των επιπέδων των μαθητών ιδιαίτερα στα χαμηλά επίπεδα. Επίσης στη διάρκεια των συνεντεύξεων του σχεδίου Oregon μερικοί μαθητές άρχισαν να σκέφτονται στο επόμενο επίπεδο αναλογιζόμενοι τις ίδιες τους τις απαντήσεις.

Για παράδειγμα μια μαθήτρια δεν αναγνώριζε τα τετράγωνα ως ορθογώνια. Όταν όμως τις ζητήθηκε να περιγράψει τα σχήματα το έκανε με τέτοιο τρόπο ώστε όταν ξανασκέφτηκε τις απαντήσεις της δέχθηκε ότι τα τετράγωνα είναι ορθογώνια και τα ορθογώνια είναι παραλληλόγραμμα.

Αυτό είναι ένα πολύ καλό παράδειγμα που η ρητή και κατηγορηματική διατύπωση κάποιων προτάσεων βοηθάει στην κατανόησή τους. Στην έρευνα του Σικάγου (Usiskin 1982) εμφανίστηκε μετρήσιμη βελτίωση του επιπέδου των μαθητών μετά από ένα χρόνο διδασκαλίας.

Στην Ελλάδα βρέθηκε ότι «το 75% των μαθητών του δείγματος ήταν κάτω από το επίπεδο 3 που σύμφωνα με την θεωρία Van Hiele είναι απαραίτητο για να είναι σε θέση ένας μαθητής να παρακολουθήσει μαθήματα θεωρητικής Γεωμετρίας (γεωμετρικές αποδείξεις θεμελιωμένες σε ένα αξιωματικό σύστημα), άρα δεν μπορούσαν αυτοί οι μαθητές να παρακολουθήσουν με ευκολία τη διδασκαλία της Γεωμετρίας στο Λύκειο (Ζάχος 2000).»

Τα συνοπτικά αποτελέσματα της έρευνας του Τζίφα (2006) έχουν ως εξής.

Το ελαστικό κριτήριο σημαίνει ότι απάντησαν 3 στις 5 ερωτήσεις του αντίστοιχου επιπέδου ενώ το αυστηρό ότι απάντησαν 4 στις 5. Παρατηρούμε ότι το 41,1% των μαθητών της Β΄ Λυκείου με το ελαστικό κριτήριο ή το 53,4% με το αυστηρό βρίσκονται στα δύο πρώτα επίπεδα.

Η διαπίστωση είναι πραγματικά απογοητευτική. Επιπλέον το 60,6% των μαθητών δηλαδή 1114 από τους 1838 μαθητές, βρίσκονται στα επίπεδα 0 και 1 με το αυστηρό κριτήριο και το 48,6% δηλαδή 893 μαθητές με το ελαστικό κριτήριο. Αυτό σημαίνει ότι σε μεγάλο ποσοστό δεν είναι σε θέση να κατανοήσουν την Ευκλείδεια Γεωμετρία στο επίπεδο που διδάσκεται στο Λύκειο.

Αυτό εξηγεί γιατί οι μαθητές συναντούν τόσα εμπόδια στη μελέτη της. Στην έρευνα αυτή δεν βρέθηκε σχέση ανάμεσα στο φύλο και στο επίπεδο που βρίσκονται. Βρέθηκε όμως ότι οι μαθητές των ιδιωτικών σχολείων υπερέχουν απέναντι στους συμμαθητές τους των δημοσίων.

Όσον αφορά τη σχέση επιπέδων και τάξης φοίτησης βρέθηκε ότι με την μετάβαση των μαθητών σε μεγαλύτερες τάξεις υπάρχει μια μεταβολή των επιπέδων Van Hiele των μαθητών προς τα πάνω.

Η διδασκαλία λοιπόν βελτιώνει το επίπεδο των μαθητών έστω και αν δεν είναι προσαρμοσμένη στο πνεύμα των επιπέδων αυτών (Τζίφας 2006). Βέβαια σε όλες αυτές τις έρευνες υπάρχει πάντα ένα ερωτηματικό για τη σοβαρότητα με την οποία οι μαθητές συμπληρώνουν τα ερωτηματολόγια.

Η εμπειρία μας λέει ότι σε αρκετές περιπτώσεις οι μαθητές αντιμετωπίζουν το θέμα επιπόλαια και απαντούν βιαστικά ή στην τύχη, αφού ξέρουν ότι το τεστ δεν θα επηρεάσει τη βαθμολογία τους.

Το φαινόμενο ενισχύεται αν το ερωτηματολόγιο είναι ανώνυμο. Ο ερευνητής πρέπει λοιπόν να καταβάλει ιδιαίτερη προσπάθεια για να πείσει τους μαθητές να βάλουν τα δυνατά τους.

Γεωμετρικοί μετασχηματισμοί

Όταν μιλάμε για Γεωμετρία του επιπέδου συνήθως εννοούμε την Ευκλείδεια Γεωμετρία η οποία θεμελιώθηκε για πρώτη φορά από τον συγκεκριμένο μαθηματικό και καταγράφηκε στα Στοιχεία του περί το 300 π. Χ.

Το βιβλίο αυτό είναι το ευρύτερα διαδεδομένο επιστημονικό σύγγραμμα στην ιστορία και χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα. Με την πάροδο του χρόνου ανακαλύφθηκαν και ορισμένες ατέλειες που χρειάστηκε να διορθωθούν και να συμπληρωθούν όπως έγινε από τον Hilbert στην αρχή του προηγούμενου αιώνα.

Σήμερα θα ήταν πιο σωστό να μιλάμε για τη Γεωμετρία του επιπέδου όπως διαμορφώθηκε από τους Ευκλείδη –Hilbert, επίσης γνωρίζουμε ότι αυτή δεν είναι η μοναδική Γεωμετρία, υπάρχουν και οι μη Ευκλείδειες γεωμετρίες όπως είναι η υπερβολική Γεωμετρία που θεμελιώθηκε από τους Bolyai-Lobatssefski-Gauss και η ελλειπτική Γεωμετρία που θεμελιώθηκε από το Riemann.

Η Γεωμετρία των Ευκλείδη-Hilbert όμως εξακολουθεί να κυριαρχεί στην καθημερινή ζωή και στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Στην ιστορία είναι γνωστή η απάντηση του Ευκλείδη στο βασιλιά Πτολεμαίο όταν τον ρώτησε αν υπάρχει πιο εύκολος τρόπος για την κατανόηση της Γεωμετρίας. Η απάντηση ήταν «Δεν υπάρχει βασιλική οδός για τη Γεωμετρία!» και εννοούσε ότι δεν υπάρχει πιο εύκολος τρόπος κατανόησης από την αξιωματική θεμελίωση που χρησιμοποιείται στα Στοιχεία.

Αν ζούσε όμως σήμερα ο Ευκλείδης ίσως να αναθεωρούσε την απάντησή του. Η μελέτη της Γεωμετρίας μέσω των μετασχηματισμών μπορεί να είναι μία «βασιλική οδός» δηλαδή ένας τρόπος προσέγγισης ευκολότερος από τον παραδοσιακό (Martin 1982).

Ένας μετασχηματισμός (transformation) του επιπέδου είναι μία 1-1 και επί απεικόνιση των σημείων του επιπέδου στον εαυτό του. Αυτό σημαίνει ότι αν f είναι ένας μετασχηματισμός, τότε για κάθε σημείο A του επιπέδου υπάρχει ένα μοναδικό σημείο B ώστε $f(A) = B$ και αντίστοιχα για κάθε σημείο Δ του επιπέδου υπάρχει ένα μοναδικό σημείο Γ ώστε $f(\Gamma) = \Delta$.

Για να καταλάβει κανείς ένα μαθηματικό σύστημα πρέπει να καταλάβει τους μετασχηματισμούς του συστήματος και πιο συγκεκριμένα αυτούς που αφήνουν κάποια στοιχεία ή ιδιότητες αναλλοίωτες.

Το σύνολο όλων των μετασχηματισμών του επιπέδου είναι πολύ ευρύ για να παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον.

Αντίθετα παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον το σύνολο των μετασχηματισμών που έχουν την ιδιότητα να απεικονίζουν τις ευθείες σε ευθείες δηλαδή αν ϵ είναι μία ευθεία, τότε και το $f(\epsilon)$ να είναι μία ευθεία.

Ένας τέτοιος μετασχηματισμός ονομάζεται συγγραμμικότητα (collineation) και η συνήθης Γεωμετρία βασίζεται σε τέτοιου είδους μετασχηματισμούς.

Κεφάλαιο 2^ο

Σε αυτό το κεφάλαιο πραγματοποιείται εφαρμογή των Γεωμετρικών εννοιών που παρουσιάζονται ανωτέρω με χρήση νέων τεχνολογιών.

Συγκεκριμένα πραγματοποιείται σχεδίαση στερεών σωμάτων, επιφανειών, συναρμογή και αλληλοτομεία αυτών καθώς και παραγωγή τρισδιάστατων μοντέλων από δυσδιάστατα σχέδια και τομών εξ αυτών και γίνεται μνεία στη διασύνδεσή τους.

Πλήθος γεωμετρικών εννοιών έχει ταξινομηθεί ώστε με απλά βήματα εφαρμόζοντας τη διδακτική μεθοδολογία που αναφέρεται στο προηγούμενο κεφάλαιο ο εκπαιδευόμενος να μπορέσει όχι απλά να τις κατανοήσει πληρέστερα αλλά να τις αφομοιώσει και να τις κάνει κτήμα του.

Διαπιστώνεται ότι η χρήση Η/Υ διευκολύνει την αφομοίωση των εννοιών και την εμπέδωσή τους¹ οπότε και δημιουργήθηκαν κατάλληλες ασκήσεις ώστε με χρήση λογισμικών σχεδίασης ο εκπαιδευόμενος όχι μόνον να εμβραθύνει στις έννοιες αυτές αλλά και να αναπτύξει - ακονίσει την χωρική του αντίληψη² (μια από τις επτά νοημοσύνες κάθε ανθρώπου απαραίτητη σε Μηχανικούς).

Ακολούθως παρουσιάζονται αυτές οι ασκήσεις, οι έννοιες που κάθε μία “χρησιμοποιεί” καθώς και η αναλυτική επίλυσή τους.

CAD

Η ενότητα αυτή διακρίνεται σε 3 κυρίως μέρη

Εισαγωγή και Σχεδίαση στο επίπεδο (2d)

Σχεδίαση στο χώρο (3d)

Παραμετροποιήσεις και αυτοματισμοί

Στόχος ενότητων

¹ Γ. Μ. Εξαρχάκος, “Η διδακτική Γεωμετρικών εννοιών με χρήση Νέων Τεχνολογιών”, 2014, σελ. 256

² Howard Gardner, “Multiple Intelligence Theory”, 1983

Στόχος είναι όχι μόνον η «στυγνή» διδασκαλία ενός σχεδιαστικού λογισμικού αλλά με την χρήση αυτού η πληρέστερη κατανόηση-εμπέδωση υφιστάμενων Γεωμετρικών και Στερεμετρικών εννοιών και η γνώση νέων.

Αναμένεται να αναπτυχθεί η χωρική αντίληψη του εκπαιδευόμενου στοιχείο το οποίο θα φανεί χρήσιμο σε κάθε «πλευρά» εκπαίδευσης τεχνικού περιεχομένου. Με αυτό το τρόπο η άρτια γνώση ενός σχεδιαστικού προγράμματος προκύπτει ως «παρελκόμενο» δίνοντας έτσι τη δυνατότητα στον εκπαιδευόμενο να εξοικειθεί ταχύτατα με νέα σχεδιαστικά λογισμικά.

Η γνώση κάθε ενότητας είναι απαραίτητη για την επόμενη. Το μοντέλο είναι καθαρά εποικοδομητικό όπου η γνώση των προηγούμενων ενοτήτων αφενός επαναλαμβάνεται αφετέρου χρησιμοποιείται στις επόμενες. Το συγκεκριμένο διδακτικό μοντέλο δεν μπορεί να υποστηρίξει περισσότερες από 3 συνεχόμενες απουσίες εκπαιδευόμενου δεδομένου ότι η κατανόηση των εννοιών πλέον θα καθίστανται από δύσκολη έως αδύνατη.

Προτείνεται ο διδάσκων να εκτελεί χρέη «συμβούλου» όσο προχωράει η εκπαιδευτική διαδικασία *(στα πρώτα μαθήματα προφανώς θα εφαρμόσει δασκαλοκεντρικό σύστημα αφού θα παρουσιάζει και θα καθοδηγεί στην υλοποίηση)* αφήνοντας όλο και μεγαλύτερη ελευθερία-πρωτοβουλία στον εκπαιδευόμενο και απλά θέτοντας με σαφήνεια το πρόβλημα και βοηθώντας τον να υλοποιήσει το ζητούμενο μόνος του. Έτσι αποφεύγεται το δασκαλοκεντρικό σύστημα εκπαίδευσης φέρνοντας ουσιαστικά τον διδάσκοντα σε ευνοϊκότερη θέση για την παρουσίαση επιπλέον ύλης.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων
- Σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων

Εφαρμογή

Εισαγωγή στη σχεδίαση στο χώρο

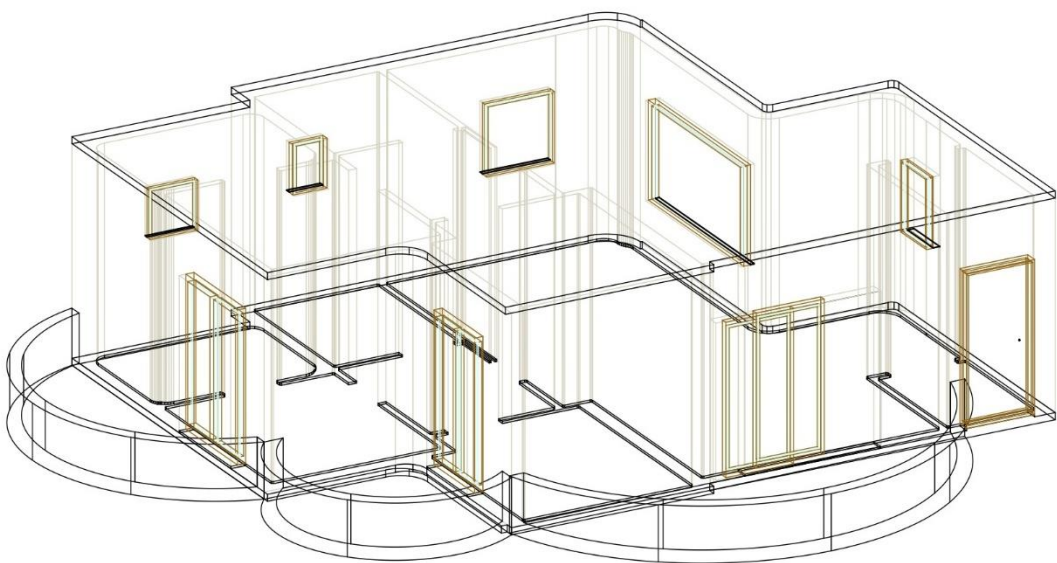
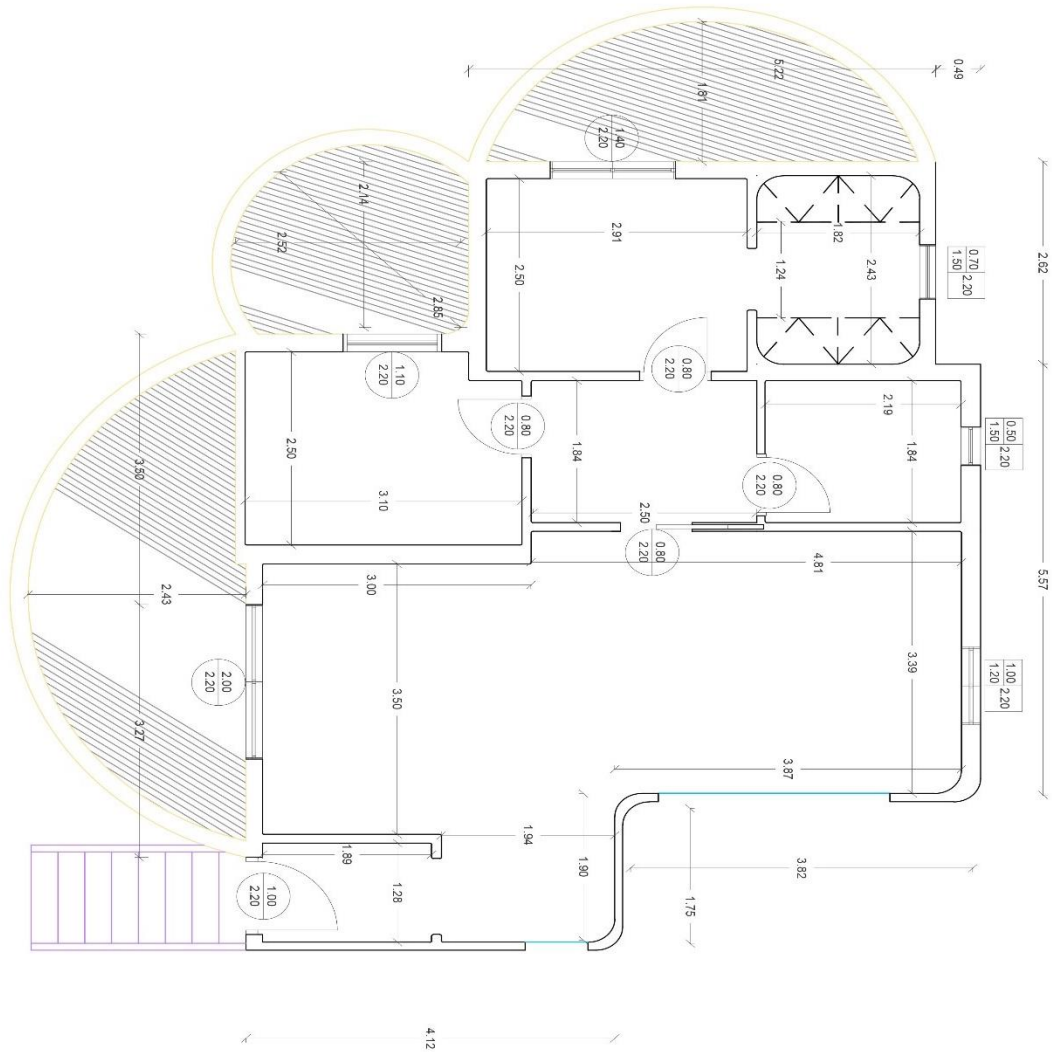
Ορισμός θέσεως παρατηρητή

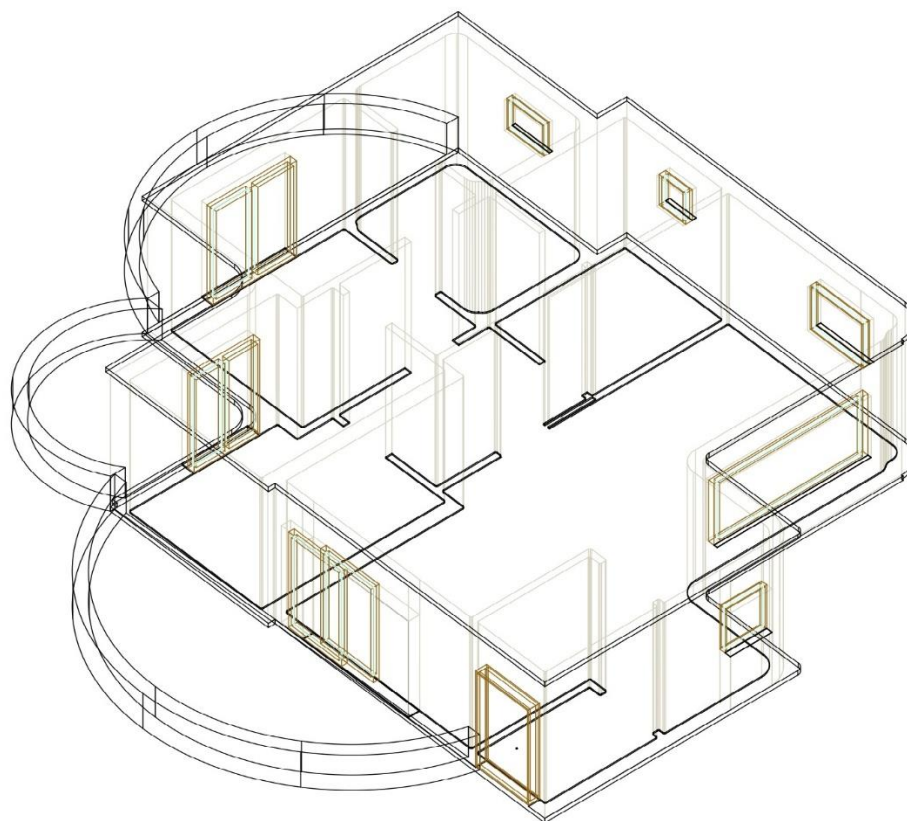
Αλλαγή ιδιοτήτων και δημιουργία διάστασης κατά Z στα αντικείμενα

Σχεδίαση στο χώρο – εφαρμογές

Παράδειγμα

Προτείνεται η μετατροπή της άποψης της ενότητας 8 σε 3d





Index εντολών

Line – polyline – rectangle – circle – arc – trim – extend - Rotate – array – mirror – hatch - Vp - 3d orbit – thickness - osnap

Με δεδομένη την κάτοψη της ενότητας οι εκπαιδευόμενοι αρχικά πρέπει να βεβαιωθούν πως στο σχέδιο κάθε POLYLINE είναι ένα ενιαίο κλειστό περίγραμμα και όχι μια τεθλασμένη γραμμή που απλώς συμπίπτει το τέλος με την αρχή της. Δημιουργούμε επί της κάτοψης όλα τα περιγράμματα τοίχων - ανοιγμάτων - δομικών στοιχείων . Εφόσον έχουν σχεδιαστεί όλα τα περιγράμματα ξεκινάμε την διαδικασία μετατροπής σε 3D . Αρχικά επιλέγουμε το περίγραμμα της θεμελίωσης και με EXTRUDE φτιάχνουμε το στερεό της βάσης του κτιρίου . Προσοχή το μήκος της EXTRUDE πρέπει να δοθεί με αρνητικό πρόσημο λόγω συστήματος αξόνων ώστε να οριστεί το στερεό από το περίγραμμα και προς τα κάτω. Στην συνέχεια οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να μετακινήσουν τα κλειστά περιγράμματα των ανοιγμάτων στην κατάλληλη υψομετρική θέση . Επιλέγοντας συνολικά όλα τα περιγράμματα με κοινή υψομετρική θέση με MOVE μετακινούνται κατά Z. Αυτό θα δώσει στους χρήστες την δυνατότητα με ένα EXTRUDE να δημιουργήσουν πολλά στερεά μαζί εφόσον επιλεγθούν ως σύνολο πριν γίνει EXTRUDE. Να δοθεί μεγάλη προσοχή στην διαδικασία καθώς πέρα από κοινό επίπεδο έδρασης των ανοιγμάτων πρέπει να υπάρχει και κοινή στέψη ανοίγματος αν και εφόσον γίνει EXTRUDE σε παραπάνω από ένα περίγραμμα ταυτοχρόνως. Για λόγους ασφάλειας του αποτελέσματος προτείνεται να γίνει EXTRUDE διαδοχικά σε ένα-ένα περιγράμματα ξεχωριστά με μόνη εξαίρεση την τοιχοποιία του ορόφου που είναι κοινή σε όλο

το περίγραμμα. Εφόσον οι εκπαιδευόμενοι έχουν ολοκληρώσει τα προηγούμενα βήματα βρίσκονται στο σημείο που πρέπει να δημιουργηθούν οι σπές στην τοιχοποιία του θέματος. Με SUBTRACT λοιπόν από το ενιαίο στερεό της τοιχοποιίας αφαιρούν τα στερεά των ανοιγμάτων.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Έννοια επιπέδου
- Ιδιότητες επιπέδου

Εφαρμογή

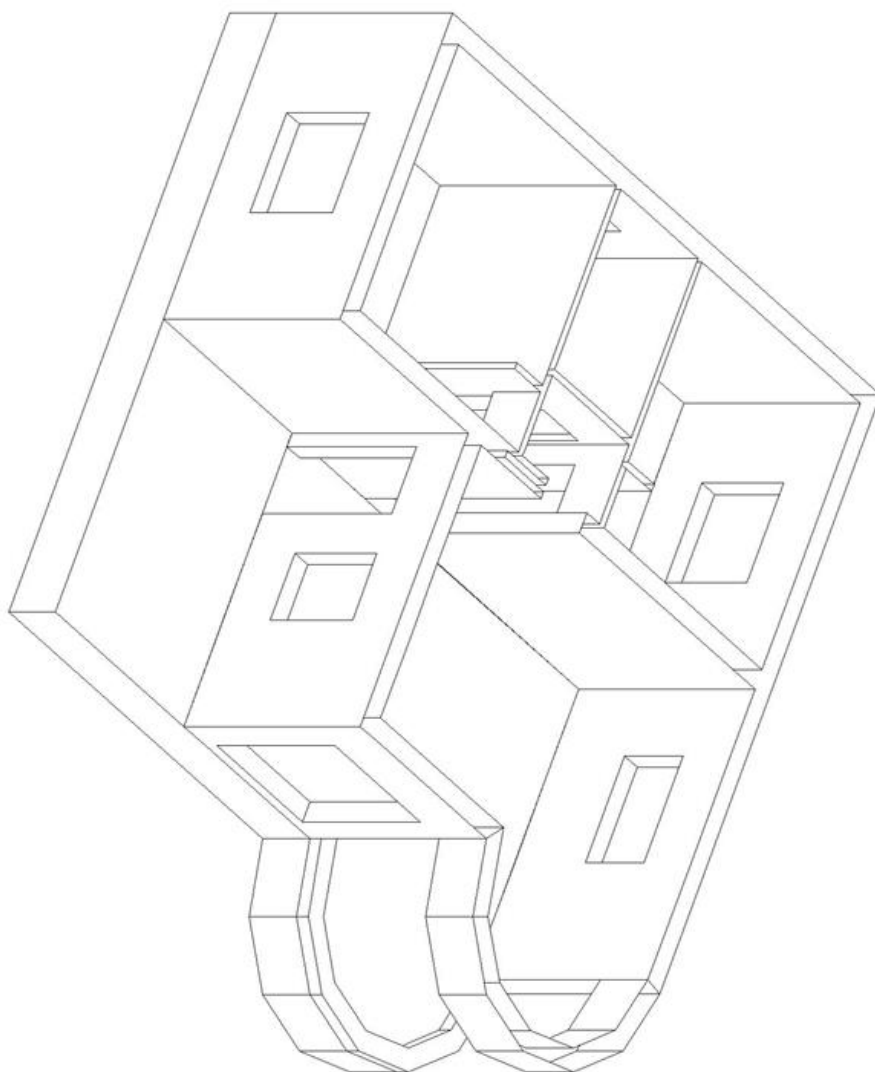
Σχεδίαση επιφανειών (3dface)

Ιδιότητες επιφανειών – απόκρυψη

Δημιουργία τρισδιάστατου αντικειμένου

Παράδειγμα

Εφαρμογή επίπεδων επιφανειών στο μοντέλο του προηγούμενου μαθήματος.



Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – mirror – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap - properties

Αρχικά για να μπορέσουν οι εκπαιδευόμενοι να εφαρμόσουν επιφάνειες επί του μοντέλου

θα πρέπει να δημιουργηθούν κλειστά περιγράμματα στις περιοχές εφαρμογής (στηθαία, εσωτερικές-εξωτερικές τοιχοποιίες, δάπεδα-οροφές). Υπενθυμίζεται προς τους εκπαιδευόμενους πως στο τελείωμα του POLYLINE ή 3DPOLYLINE ανάλογα τον τρόπο προσέγγισης που θα επιλεγεί να κλείσει με C - ENTER και όχι με επίλογη τελικού σημείου πάνω στο αρχικό. Εφόσον πραγματοποιηθεί το προηγούμενο βήμα οι εκπαιδευόμενοι με την εντολή 3DFACES θα πρέπει να επιλέξουν τα κλειστά περιγράμματα που σχεδίασαν προηγουμένως για να δημιουργήσουν πλέον επιφάνειες επί των στερεών.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Έννοια συστήματος αξόνων
- Μεταφορά – αλλαγή συστήματος αξόνων

Εφαρμογή

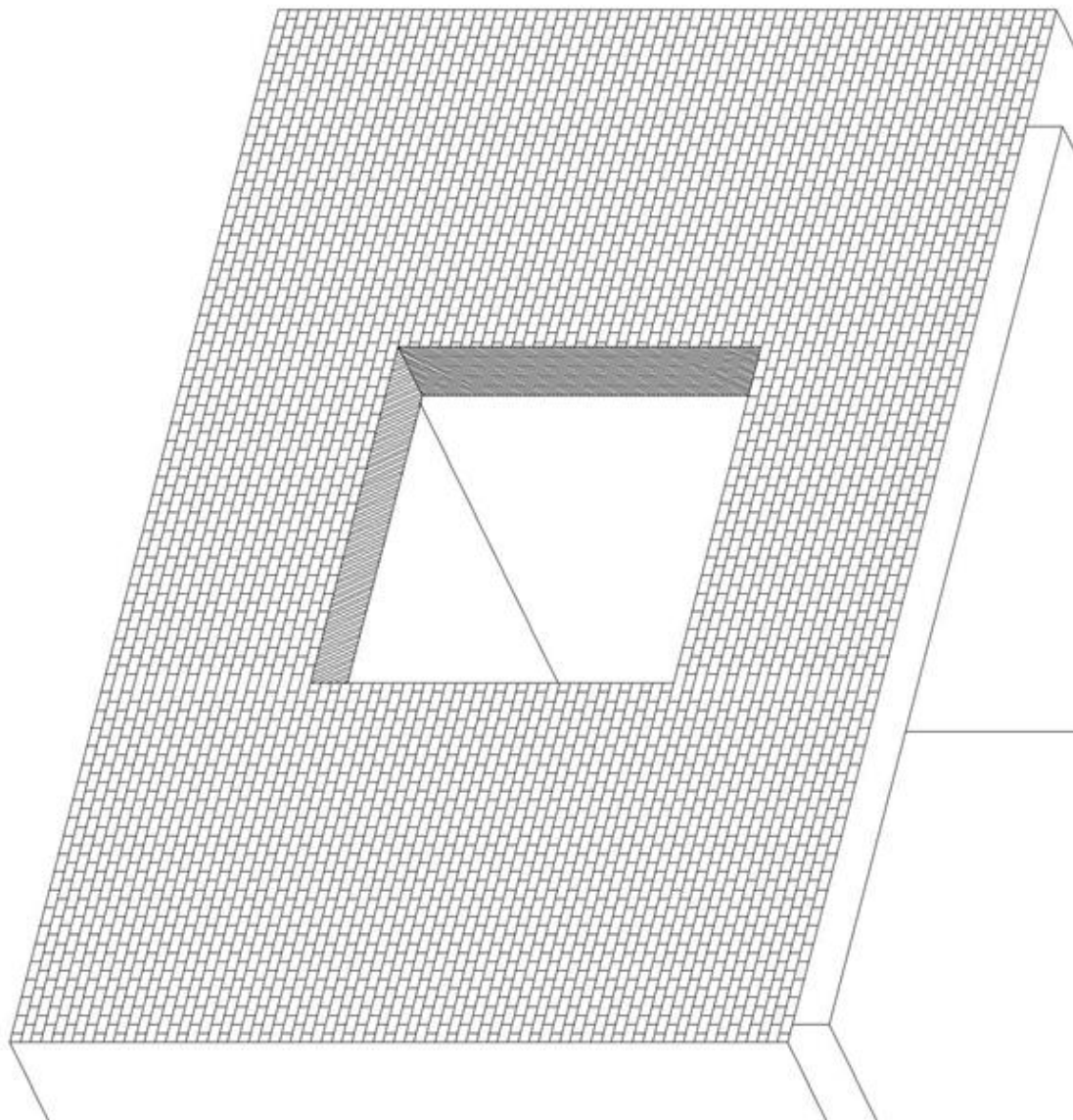
Συστήματα αξόνων

Ορισμός συστήματος αξόνων – εφαρμογές παραδείγματα

Εφαρμογή διαγραμμίσεων σε επιλεγμένα συστήματα αξόνων

Παράδειγμα

Προτείνεται η εφαρμογή διαγραμμίσεων στις επιφάνειες της προηγούμενης ενότητας με κατάλληλη διαχείριση των αξόνων.



Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – mirror – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap – properties - Ucs – hatch

Αρχικά για να μπορέσουν οι εκπαιδευόμενοι να εφαρμόσουν διαγραμμίσεις επί του μοντέλου θα πρέπει να δημιουργηθούν κλειστά περιγράμματα στις περιοχές εφαρμογής (στηθαία, εσωτερικές-εξωτερικές τοιχοποιίες, δάπεδα-οροφές). Υπενθυμίζεται προς τους εκπαιδευόμενους πως στο τελείωμα του POLYLINE ή 3DPOLYLINE ανάλογα τον τρόπο προσέγγισης που θα επιλεγεί να κλείσει με C - ENTER και όχι με επίλογη τελικού σημείου πάνω στο αρχικό. Εφόσον πραγματοποιηθεί το προηγούμενο βήμα από το μενού HATCH επιλέγεται το κατάλληλο ανά περίπτωση και με επιλέγεται το εκάστοτε περίγραμμα για εφαρμογή. Πολύ πιθανόν να παρατηρηθεί μη-αποδεκτό οπτικό αποτέλεσμα οπότε από το μενού HATCHPROPERTIES ή από PROPERTIES και επιλογή του εκάστοτε HATCH διαμορφώνουμε την κλίμακα εφαρμογής κατάλληλα.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Υψομετρία – μέθοδος διχοτόμων
- Τομή επιπέδων στο χώρο
- Κλισιμετρικό τρίγωνο

Εφαρμογή

Υψομετρία - Ισοκλινείς στέγες (μέρος Α)

Επίλυση ισοκλινούς στέγης σε κάτοψη (πρώτη προβολή)

- Μέθοδος διχοτόμων

Αλλαγές συστήματος αξόνων – εφαρμογή πολικών συντεταγμένων για εύρεση υψών (κλισιμετρικό τρίγωνο)

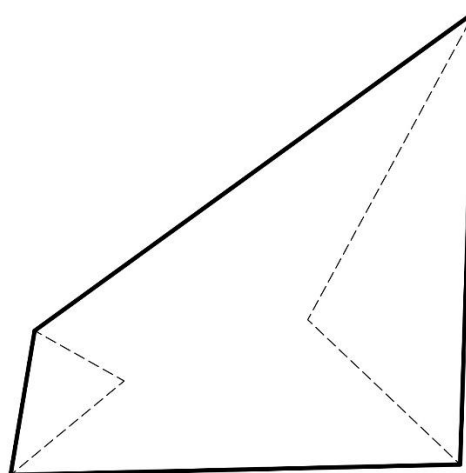
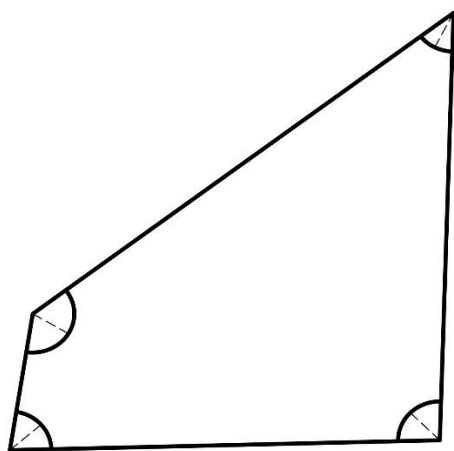
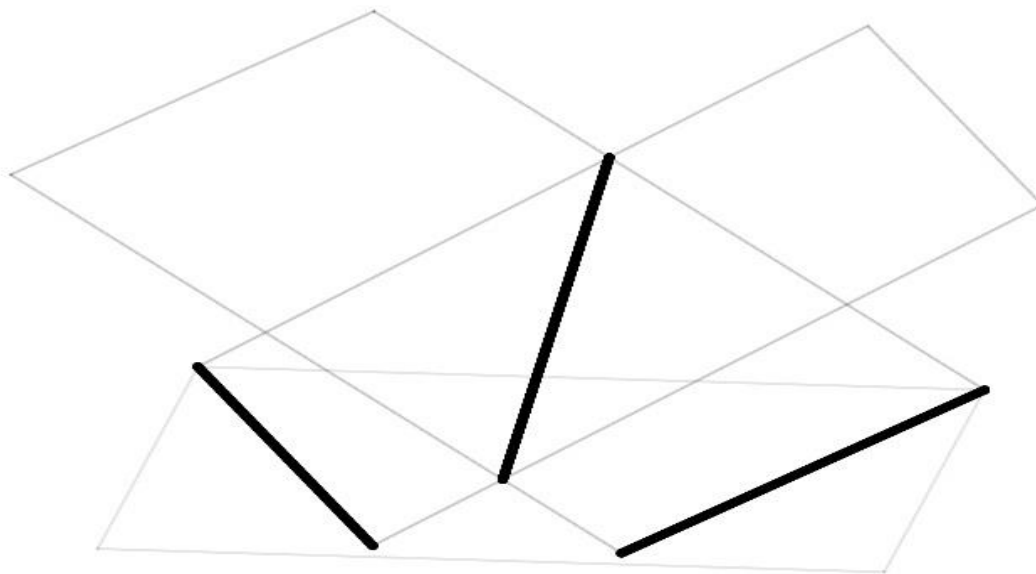
Σχεδίαση ισοκλινούς στέγης στο χώρο

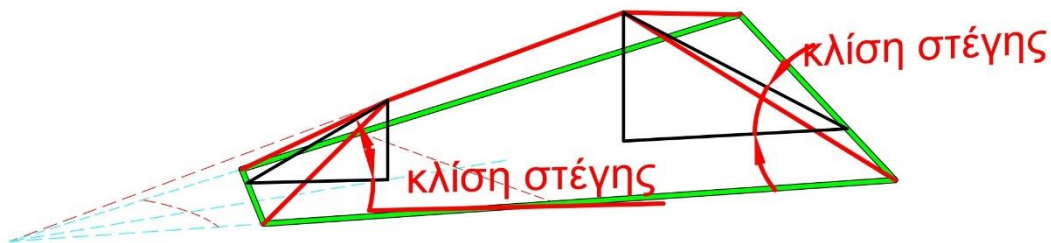
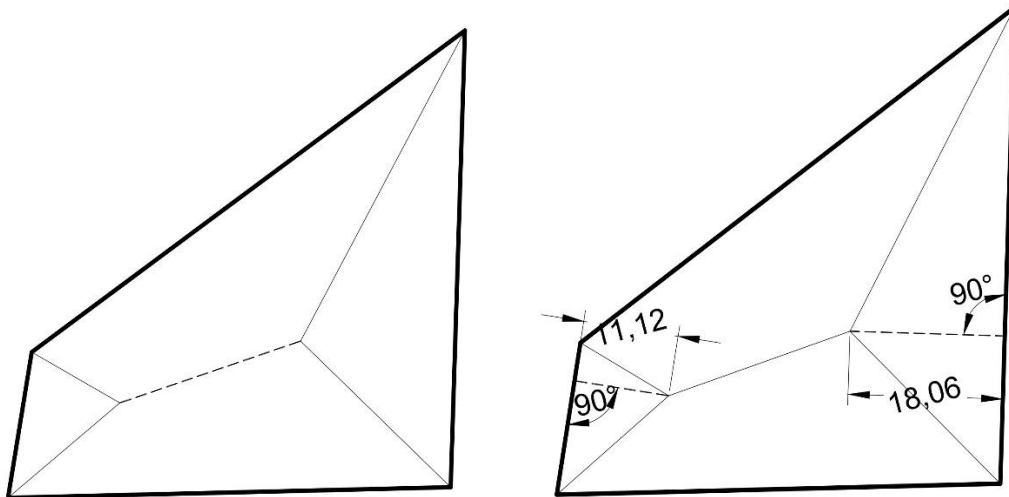
Παράδειγμα

Προτείνεται η επίλυση σε πρώτη προβολή - σχεδίαση τετράριχτης ισοκλινούς στέγης.

Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – mirror – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap – properties





Έχοντας το περίγραμμα της στέγης διχοτομούμε τις γωνίες

φέρνουμε κύκλο και διαγράφουμε το εξωτερικό μέρος (ώστε να μείνει τόξο) . Στη συνέχεια από το αντίστοιχο σημείο (endpoint) φέρνουμε ευθύγραμμο τμήμα μέχρι το μέσον του τόξου
Κατ' αυτή την έννοια φέρνουμε όλες τις διχοτόμους.

Οι διχοτόμοι ενός κλειστού σχήματος τέμνονται σε ένα (τουλάχιστον) σημείο.

Επιλέγουμε το σημείο με την χαμηλότερη στάθμη (αυτό με την μικρότερη κάθετη απόσταση από την απέναντι πλευρά)

Από το σημείο αυτό φέρνουμε παράλληλη προς την αντίστοιχη πλευρά έως την αντίστοιχη διχοτόμο κλπ. Με αυτό το τρόπο μειώνονται οι γωνίες κατά 1 (στο νέο σχήμα) και επαναλαμβάνουμε έως να προκύψει τετράπλευρο οπότε και προκύπτει το τελικό σχήμα της στέγης μας.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

3Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Μετατροπές συστήματος αξόνων
- Έννοια γεωμετρικού μοτίβου

Εφαρμογή

Υψομετρία - Ισοκλινείς στέγες (μέρος Β)

Δημιουργία επιφανειών επί εδρών στέγης

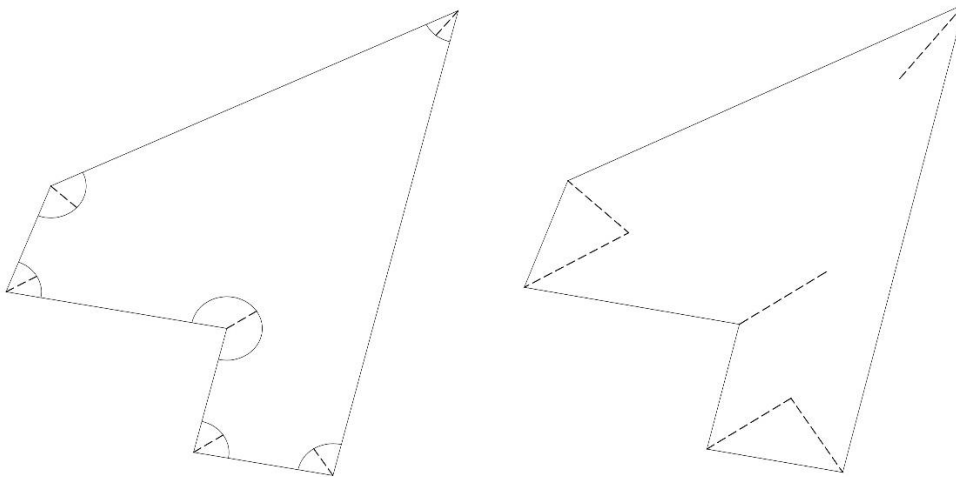
Εφαρμογή διαγραμμίσεων σε κεκλιμένα επίπεδα

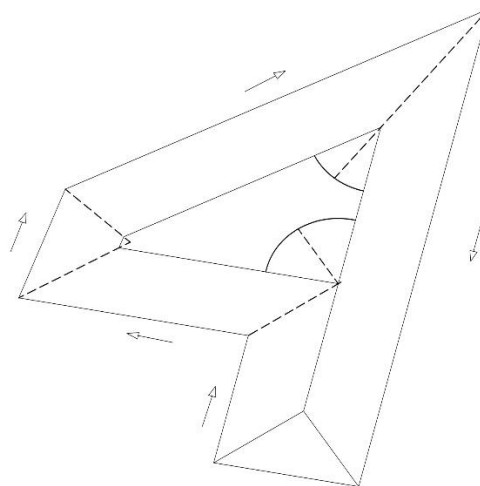
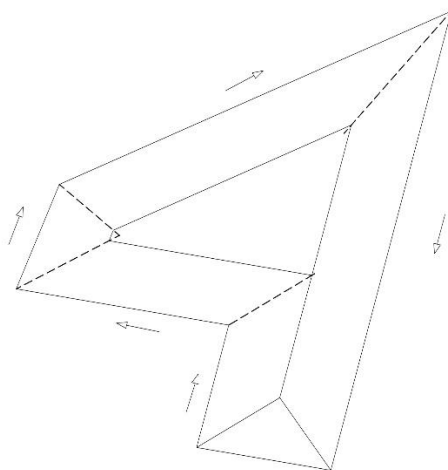
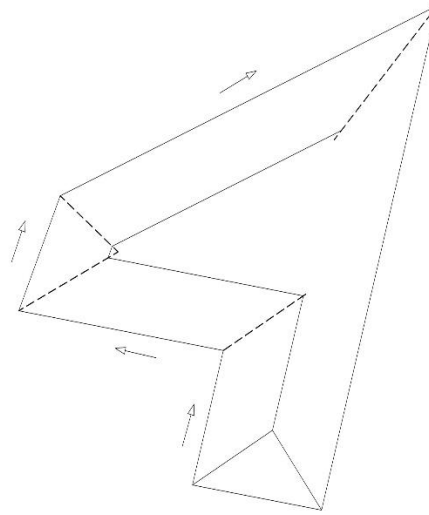
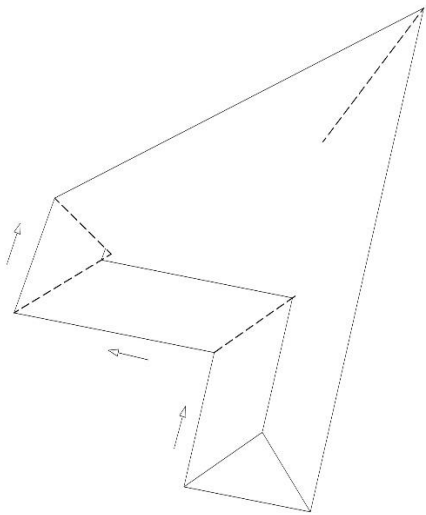
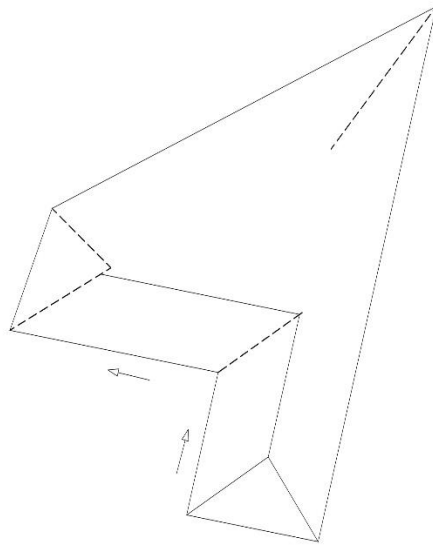
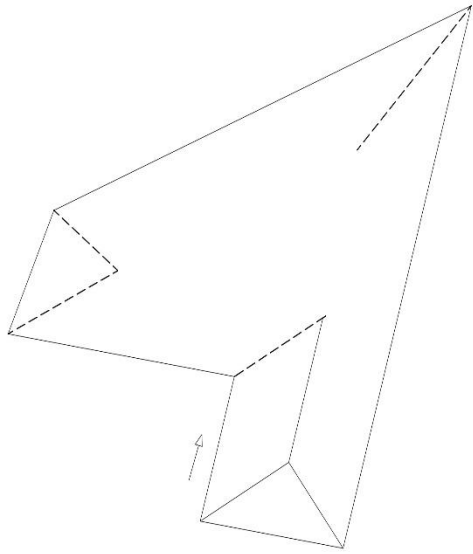
Παράδειγμα

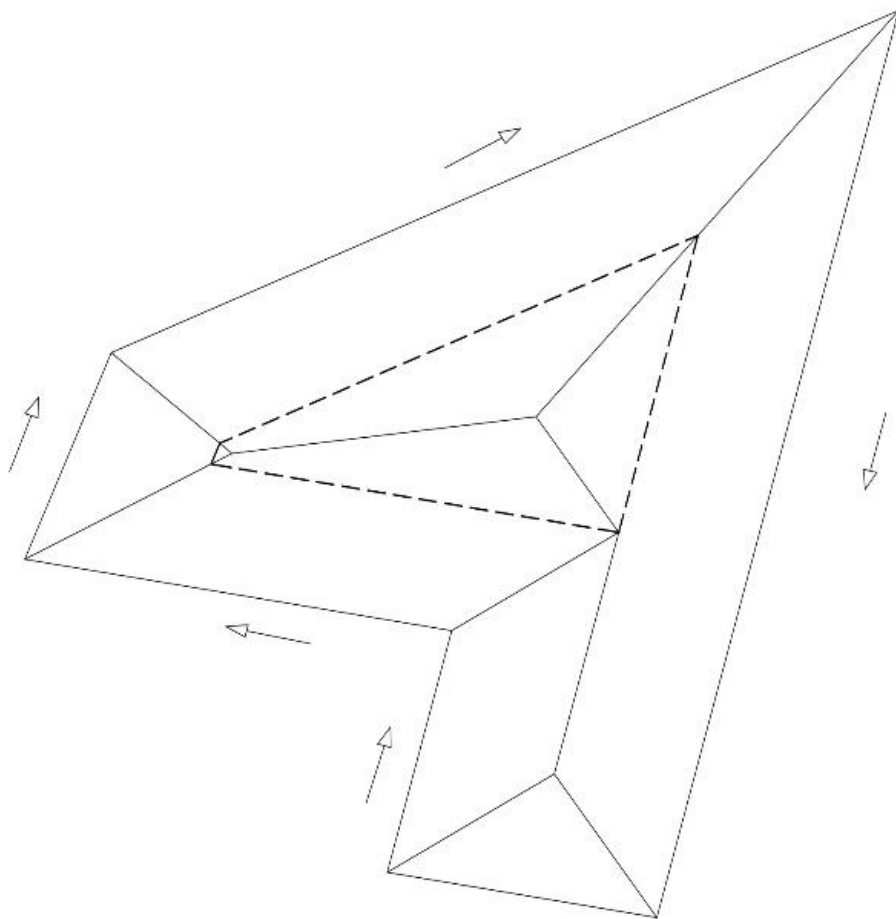
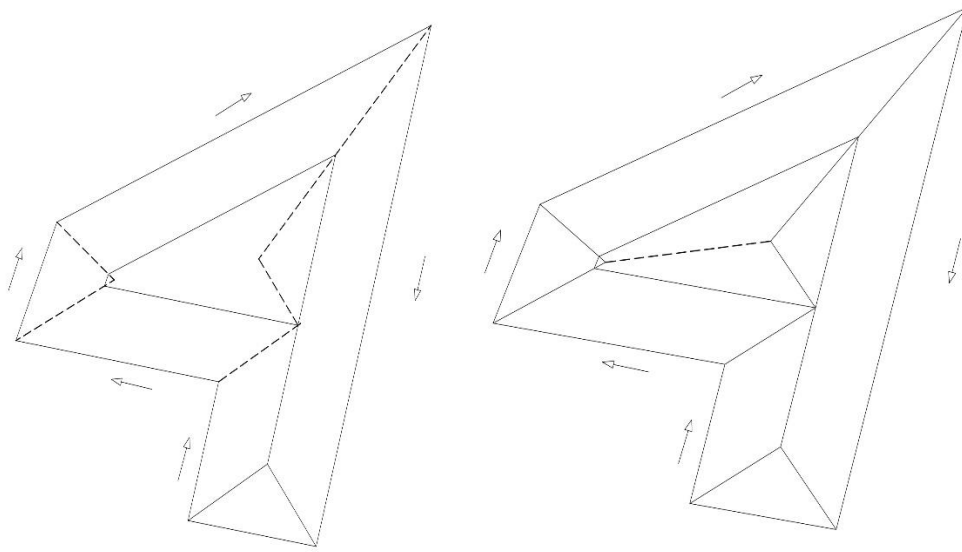
Προτείνεται η εφαρμογή επίπεδων επιφανειών στην στέγη της προηγούμενης ενότητας και η εφαρμογή διαγραμμίσεων σε αυτή.

Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap – properties







Αρχικά για να μπορέσουν οι εκπαιδευόμενοι να εφαρμόσουν επιφάνειες επί του μοντέλου θα πρέπει να δημιουργηθούν κλειστά περιγράμματα στις περιοχές εφαρμογής της στέγης. Υπενθυμίζεται προς τους εκπαιδευόμενους πως στο τελείωμα του 3DPOLYLINE θα πρέπει να κλείσει με C – ENTER και όχι να είναι δύο σημεία επαπτόμενα. Παρατηρείται ομοιότητα με προηγούμενες εφαρμογές αλλά λόγω κεκλιμένων επιφανειών δεν γίνεται να προσεγγίσουμε την εφαρμογή με απλό POLYLINE. Αφού οι εκπαιδευόμενοι ολοκληρώσουν την προηγούμενη διαδικασία με τις εντολές 3DFACES και HATCH θα επιλέξουν τα κλειστά περιγράμματα της στέγης για να δημιουργήσουν επιφάνειες και διαγραμμίσεις αντιστοίχως.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Τομή αντικειμένων με επίπεδο
- Ίχνη επιπέδων
- Στάθμες αντικειμένων

Εφαρμογή

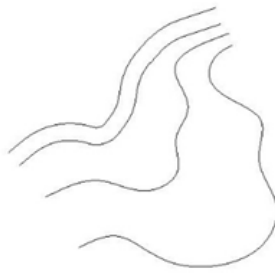
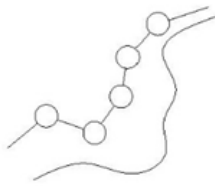
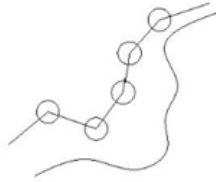
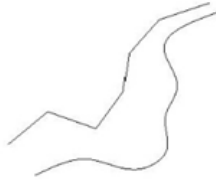
Υψομετρία

Αυτοματισμοί σχεδίασης συνόλων επιφανειών - παραμετροποίηση

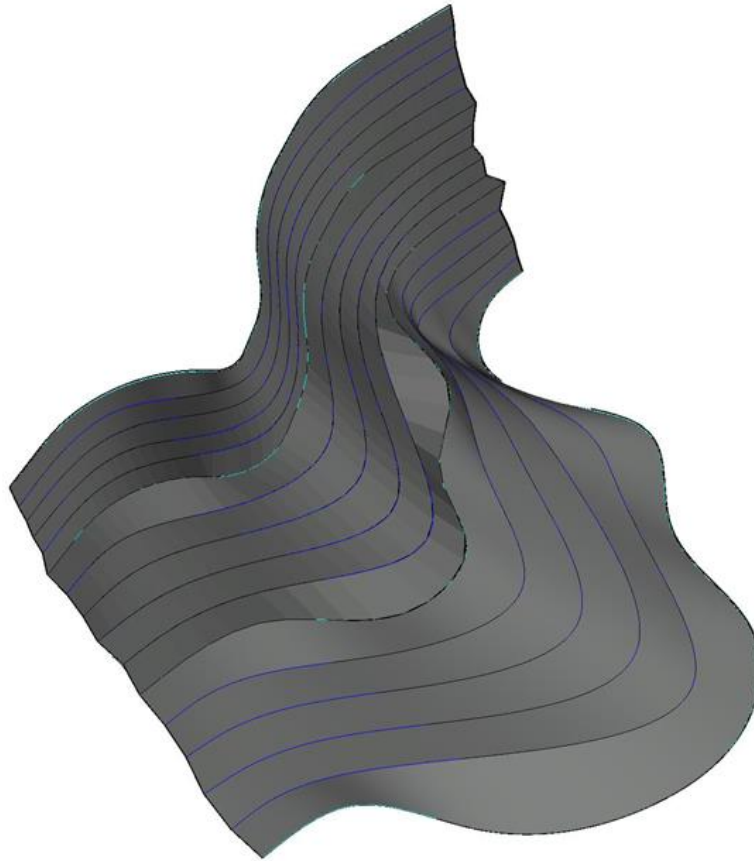
Σχεδίαση 3d ανάγλυφου του εδάφους με χρήση ισοψών

Παράδειγμα

Προτείνεται η σχεδίαση spline (ως ισοψών) η μετακίνησή τους κατά Z και η δημιουργία επιφανειών μεταξύ τους.







Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – mirror – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap – properties - Rulesurf - spline – move – surfTAB1

Ξεκινώντας την παραπάνω ενότητα οι εκπαιδευόμενοι αρχικά καλούνται να σχεδιάσουν σε πρώτη προβολή τις κύριες ισοψείς. Συνίσταται να δημιουργηθούν από SPLINE αλλά μπορούν οι εκπαιδευόμενοι να επιλέξουν και διαφορετική προσέγγιση με LINE-FILLET. Στην συνέχεια μεταξύ των κυρίων ισοψών πρέπει να δημιουργηθούν τέσσερις δευτερεύουσες. Αφού επιλεγθεί η μεσοδιάσταση με διαδοχικά MOVE κατά Z φέρνουμε τις ισοψείς στην κατάλληλη θέση. Στην συνέχεια με RULESURF από ισοψή σε αμέσως επόμενη ισοψή δημιουργούμε την επιφάνεια του πρανούς. Παρατηρείται πως η επιφάνειες στο σύνολο τους αποτελούνται από επιμέρους επιφάνειες. Για λόγους ευκρίνειας με SURFTAB1 και αύξηση του προεπιλεγμένου αριθμού οι επιμέρους επιφάνειες αυξάνονται για καλύτερο οπτικό αποτέλεσμα.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Τομή αντικειμένων με επίπεδο
- Ίχνη επιπέδων
- Στάθμες αντικειμένων

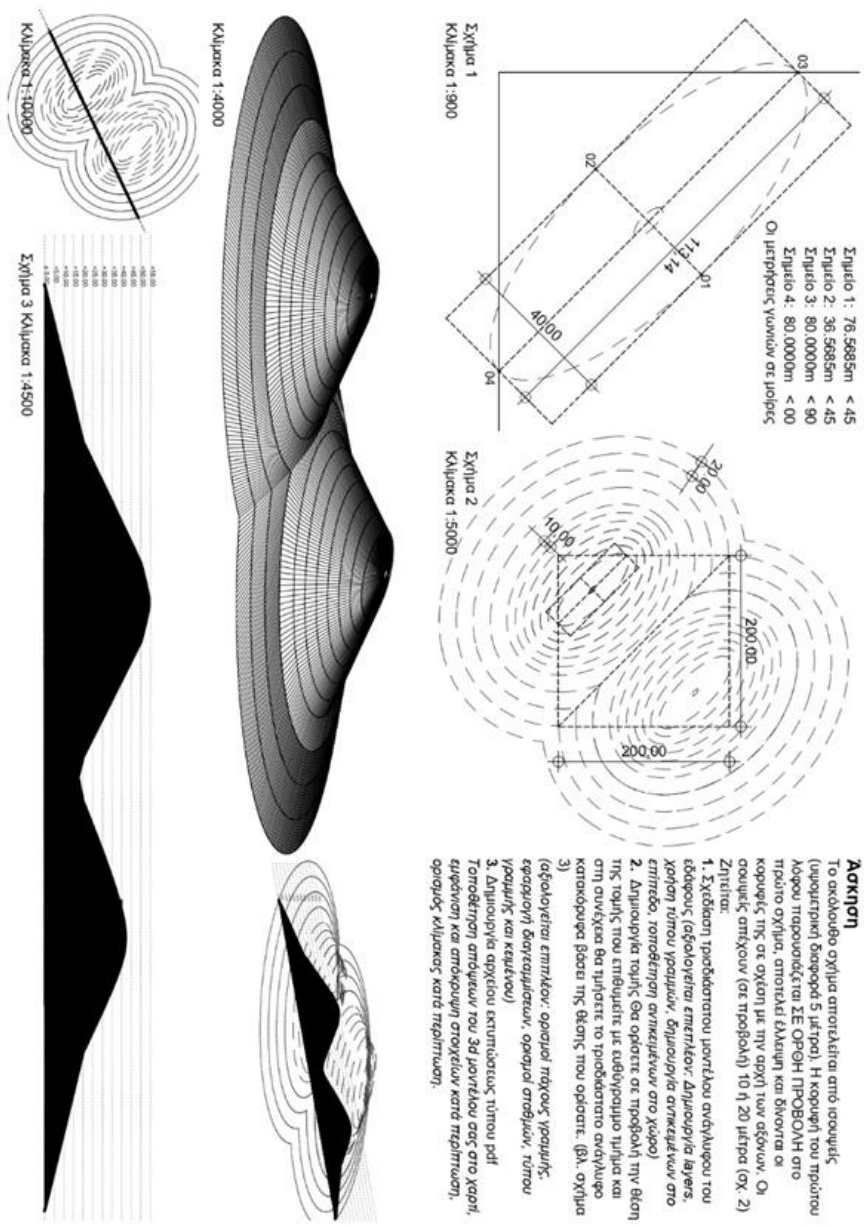
Εφαρμογή

Υψομετρία

Μορφοποίηση (εκσκαφές – επιχώσεις) 3d ανάγλυφου του εδάφους και δημιουργία επιπέδων χώρων.

Παράδειγμα

- Προτείνεται η σχεδίαση spline (ως ισοψών) η μετακίνησή τους κατά Z και η δημιουργία επιφανειών μεταξύ τους. Στη συνέχεια η κατάλληλη μορφοποίηση τους (grid editing) ώστε να «ενταχθούν» στο ανάγλυφο αντικείμενα. Δημιουργία τομών σε σύνολα επιφανειών με κατάλληλο ορισμό συστήματος αξόνων (επιπέδων τομής)



Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – mirror – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap – properties - Rulesurf - spline – move – surfstab1

Ξεκινώντας οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να σχεδιάσουν τις ελλείψεις της δοσμένης κάτοψης με ELLIPSE δίνοντας τις εστίες και τις ακτίνες. Στην συνέχεια με διαδοχικά MOVE κατά Z οι χρήστες μετακινούν τα περιγράμματα στις σωστές υψομετρικές θέσεις της εκφώνησης. Έπειτα με LOFT επιλέγοντας τα περιγράμματα διαδοχικά θα δημιουργήσουν την “επιφάνεια” της εκφώνησης σε μορφή στερεού. Διαφορετικά θα μπορούσαν να επιλέξουν να προσεγγίσουν την εφαρμογή με RULESURF και όχι LOFT αλλά θα καταλήξουν σε επιφάνεια

και όχι στερεό. Στην συνέχεια με τυχαίο LINE ορίζεται το κατακόρυφο επίπεδο τομής που θα πρέπει να παράξουν οι χρήστες. Με SLICE και επιλογή της γραμμής της τομής με αποτέλεσμα να παραχθούν δύο επιμέρους στερεά.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Κωνικές τομές (υπερβολή – παραβολή – έλλειψη)
- Ασύμπτωτες
- Περιστροφή περί άξονα

Εφαρμογή

Υψομετρία

Αυτοματισμοί σχεδίασης συνόλων επιφανειών

Δημιουργία ευθειογεννών επιφανειών

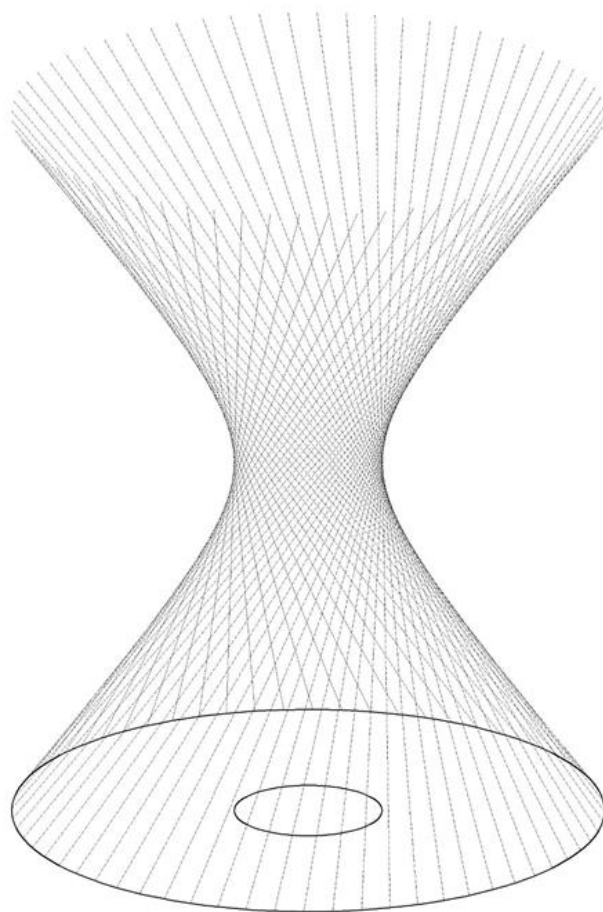
- Υπερβολικό παραβολοειδές
- Μονόχωνο υπερβολοειδές

Σχεδίαση επιφάνειας με περιστροφή καμπύλης οδηγού

Σχεδίαση επιφάνειας με ώθηση καμπύλης οδηγού

Παράδειγμα

Προτείνεται η σχεδίαση ευθειογεννών επιφανειών τόσο γεωμετρικά όσο και με αυτοματισμό με διαφορετική χρήση παραμέτρων.



Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – mirror – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap – properties - Rulesurf - spline – move – tabsurf – revsurf – surfstab1

Στην αρχή οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να δημιουργήσουν δύο ομόκεντρους κύκλους με διαφορετική ακτίνα σε πρώτη προβολή. Στην συνέχεια αντιγράφεται με COPY ο μικρότερος κύκλος σε υψηλότερο επίπεδο αλλά σε κοινή θέση κατά X,Y και ο εξωτερικός ομοίως με COPY και κοινό X,Y αντιγράφεται κατά Z διπλάσια απόσταση από τον εσωτερικό. Στην συνέχεια με LINE από τον κατώτερο εξωτερικό κύκλο στον ανώτερο εξωτερικό αλλά προσοχή η γραμμή πρέπει να είναι εφαπτόμενη στον ενδιάμεσο εσωτερικό και όχι τεθλασμένη. Έπειτα με ARRAY - POLAR αντιγράφουμε την ευθεία πάνω στον κύκλο. Με την υποεπιλογή ITEMS επιλέγουμε το πλήθος των γραμμών που θα δημιουργηθούν. Με μεγαλύτερο πλήθος ευθειών πετυχαίνουμε καλύτερο οπτικό αποτέλεσμα στην συνέχεια. Αφού ολοκληρωθεί το προηγούμενο βήμα με RULESURF από ευθεία σε επόμενη ευθεία δημιουργούμε περιμετρικά μία ενιαία επιφάνεια κόλουρου κώνου. Από αυτό το αποτέλεσμα με τομές τυχαίων μη-παράλληλων επιπέδων με SLICE μπορούμε να παράξουμε όλες τις πιθανές τομές κώνου.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Έννοια στερεού – συσχέτιση με επιφάνειες (ομοιότητες – διαφορές)
Για παράδειγμα ο εκπαιδευόμενος πρέπει να κατανοήσει ότι ο κύλινδρος δεν αποτελεί απλά μια τομή κυλινδρικής επιφάνειας με αρχή και τέλος (καπάκια) αλλά ότι αντιμετωπίζεται πλέον ως «συμπαγής»
- Έννοιες κύβου, κυλίνδρου, σφαίρας κλπ

Εφαρμογή

Στερεά

Εισαγωγή στην έννοια του στερεού

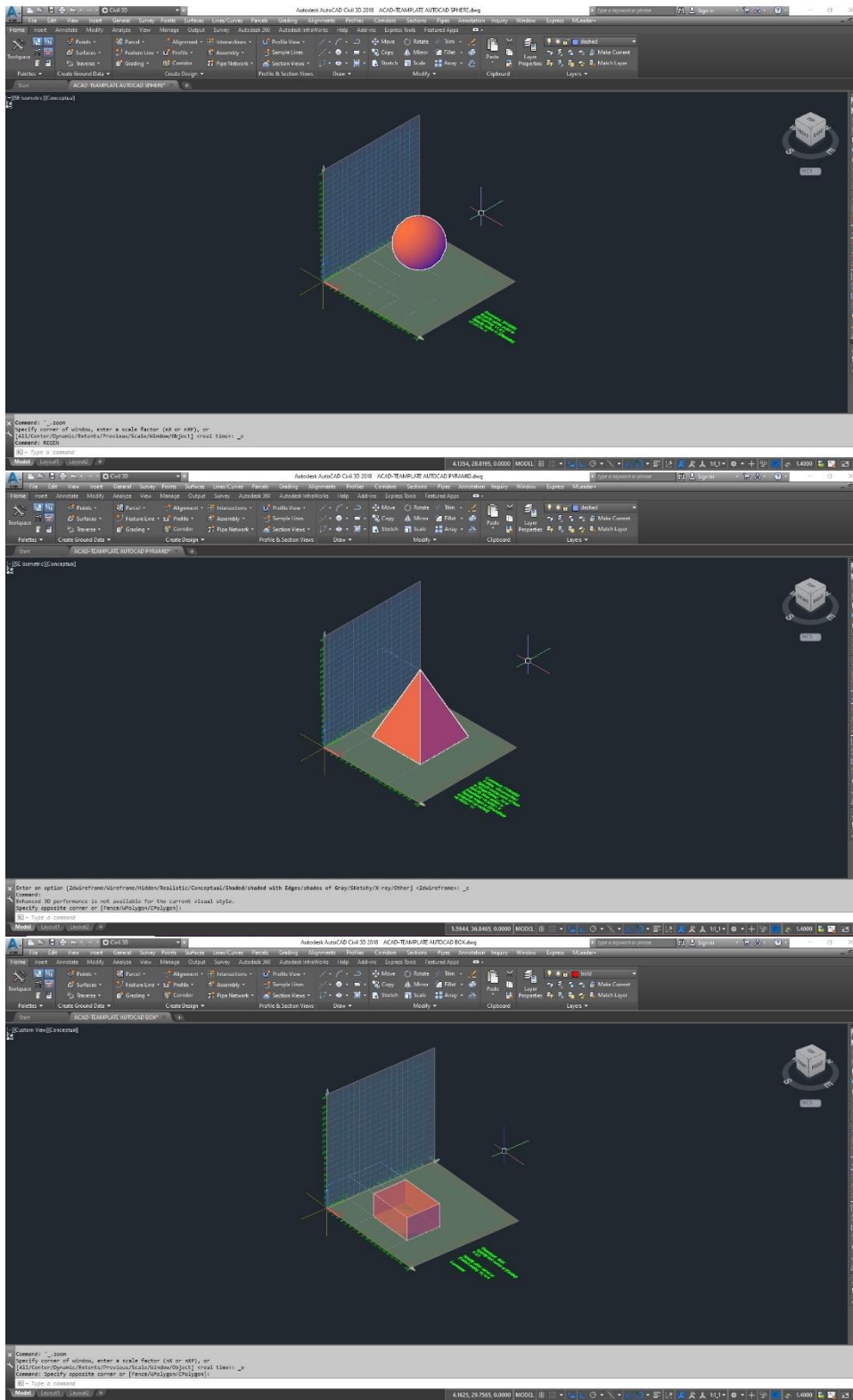
Δημιουργία πρότυπων στερεών (ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο, ορθός κύλινδρος, σφαίρα κλπ)

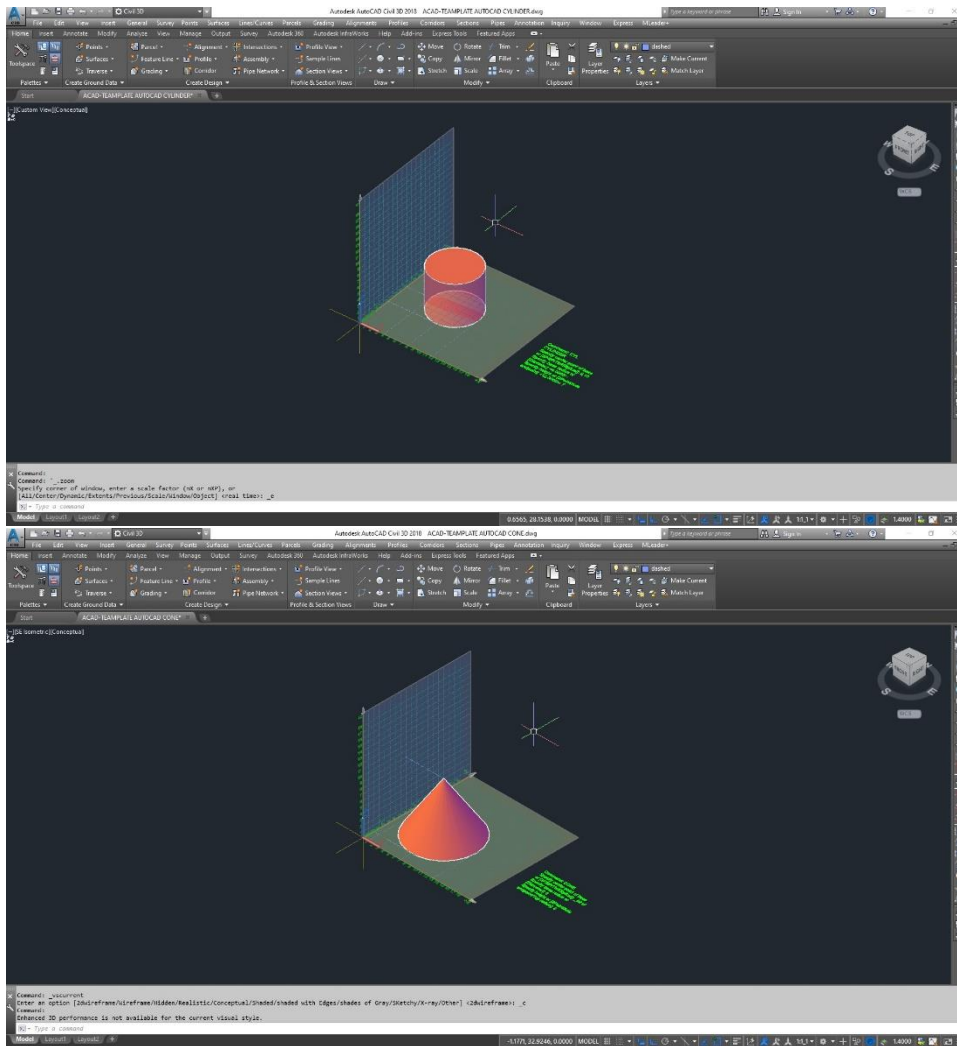
Παράδειγμα

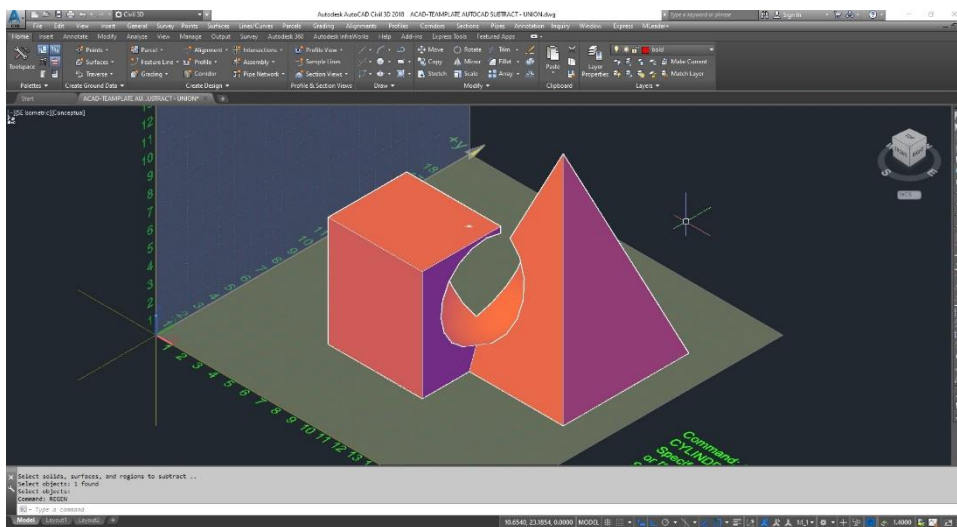
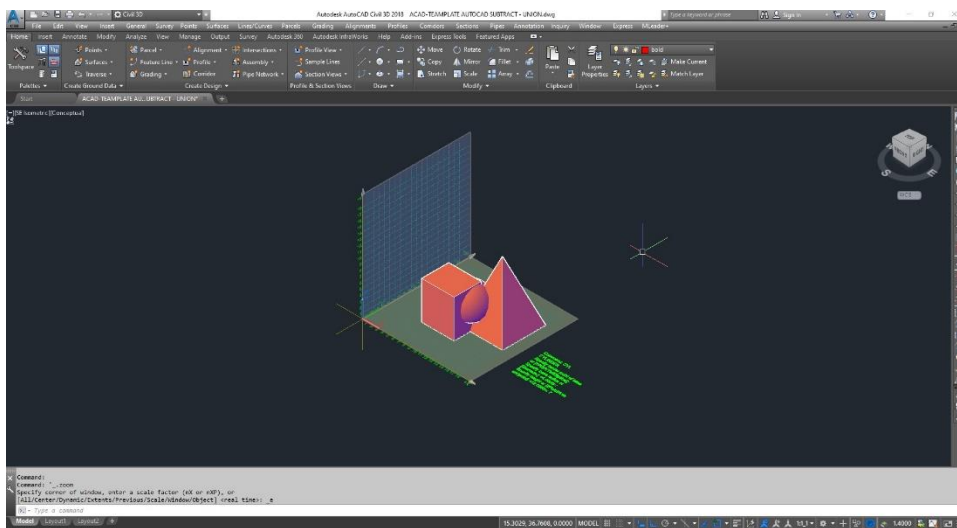
Προτείνεται η σχεδίαση απλών στερεών (box – sphere – cylinder – pyramid - cone) καθώς και η μετατροπή κλειστών εννιαίων αντικειμένων σε στερεό. Συσχέτιση με προηγούμενες ενότητες επιθημητή. Προτείνεται η δημιουργία 3d μοντέλου με χρήση αλληλοτομίας στερεών.

Index εντολών

Line – polyline – rectangle – trim – extend - Rotate – array – mirror – 3dface - Vp - 3d orbit – osnap – properties - Rulesurf - spline – move – extrude – box – cylinder – sphere - shademode







Στην παραπάνω εφαρμογή παρουσιάζονται οι δυνατότητες σχεδιαστικών εντολών για παραγωγή στερεών με τις εκάστοτε παραμέτρους που ορίζουν το στερεό

SPHERE : κέντρο - ακτίνα σφαίρας

PYRAMID : κέντρο βάσης - πλήθος πλευρών - ακτίνα βάσης - ύψος πυραμίδας

BOX : αφετηρία - αντιδιαμετρική γωνία

CYLINDER : κέντρο βάσης - ακτίνα βάσης - ύψος κυλίνδρου

CONE : κέντρο βάσης - ακτίνα βάσης - ύψος κυλίνδρου

Με βάση της παραπάνω εντολές οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να δημιουργήσουν 3 γεωμετρικά στερεά με κοινή αλληλοκάλυψη. Στην συνέχεια όπως και στο παράδειγμα με SUBTRACT αφαιρούν από την πυραμίδα και τον κύβο τον όγκο της σφαίρας. Τα δύο εναπομείναντα με JOIN καταλήγουν ως μία οντότητα.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Συσχέτιση επιπέδου - χώρου
- Συστήματα αξόνων – μετατροπές – εύρεση σημείων σχετικά ως προς νέο σύστημα αξόνων

Εφαρμογή

Στερεά

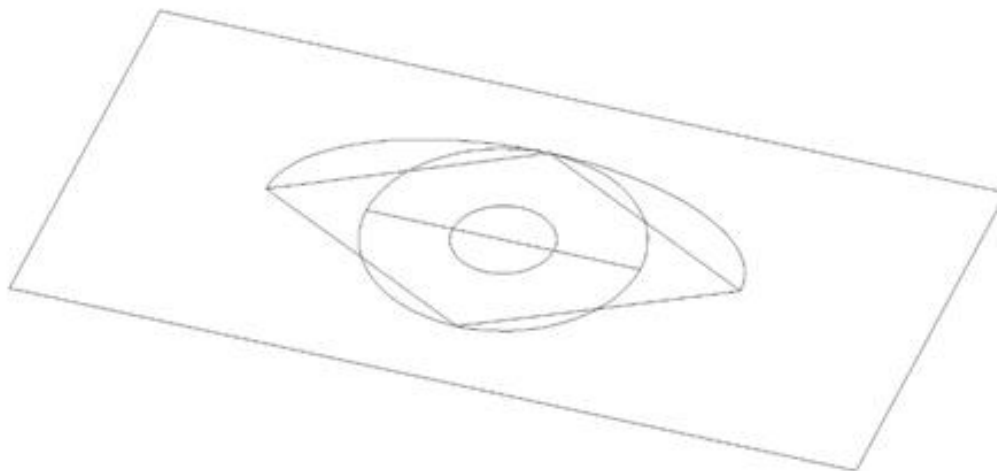
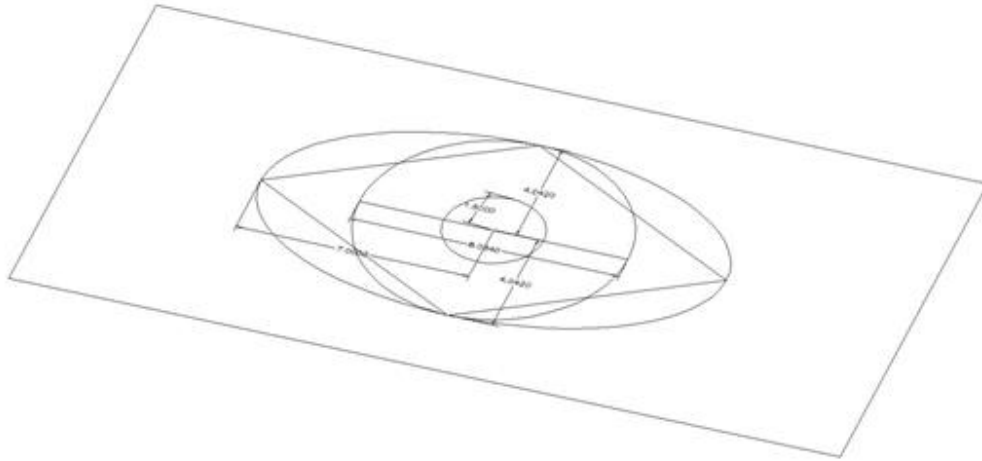
Δημιουργία κατοικίας με χρήση στερεών

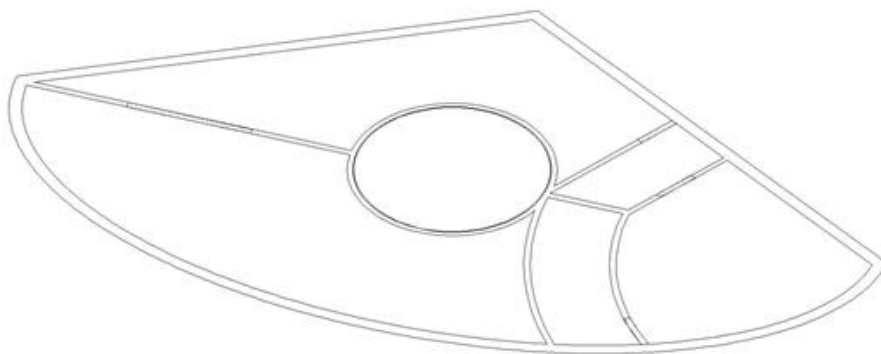
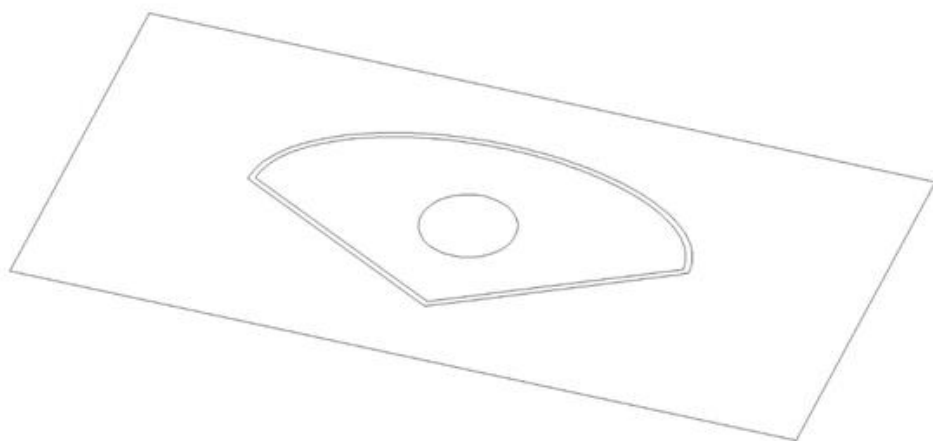
Καταμερισμός αντικειμένων με χρήση διαφανειών

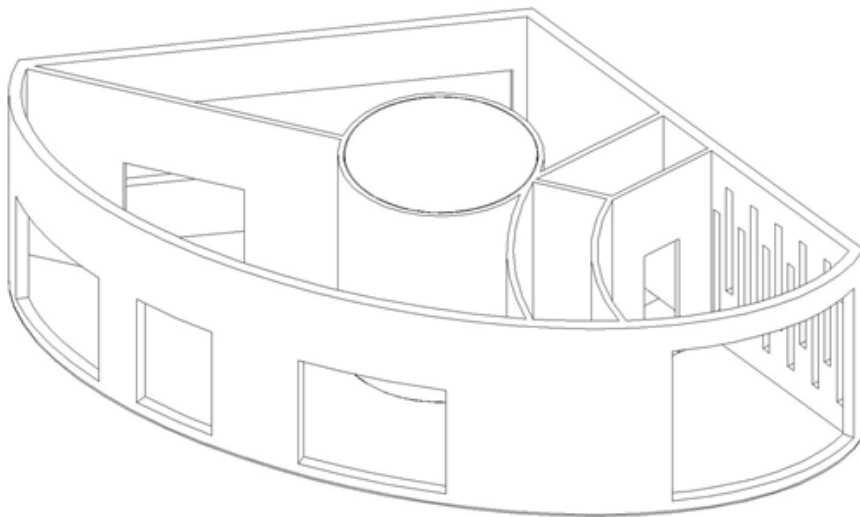
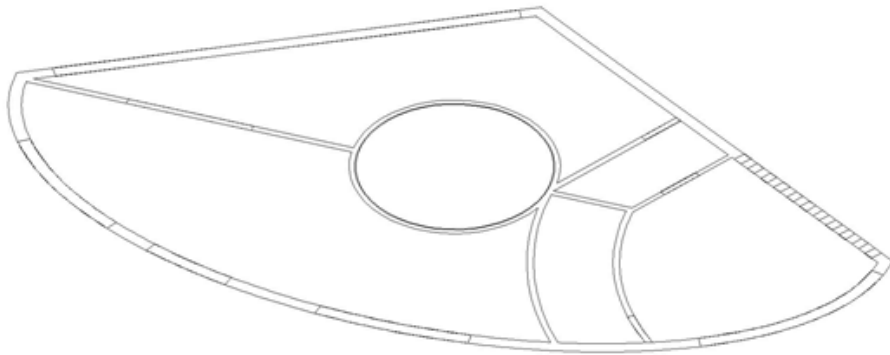
Όψεις – Τομές στο χώρο

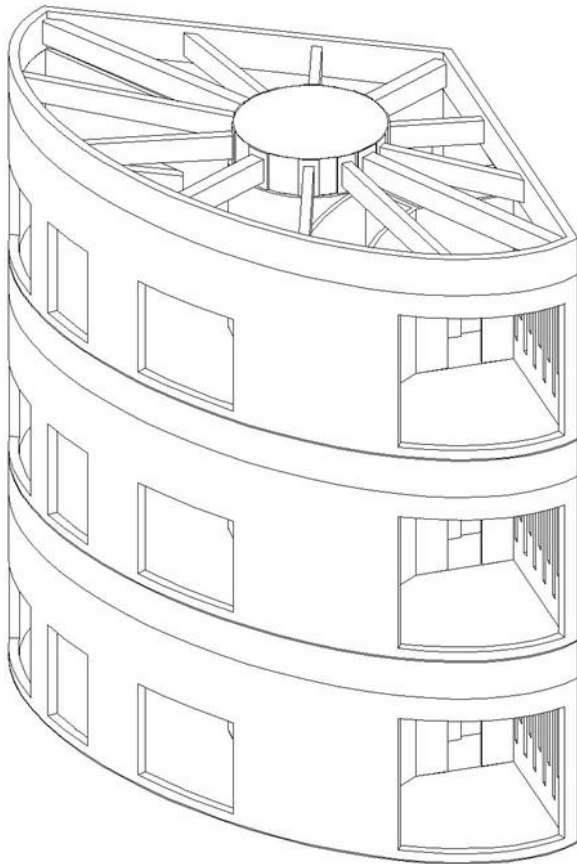
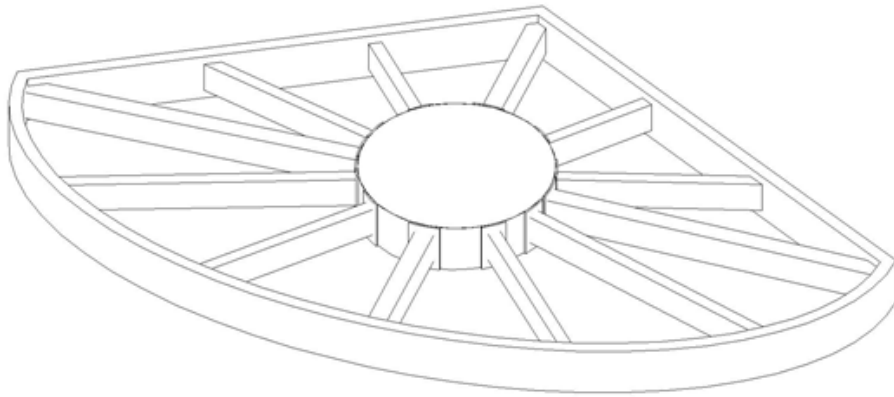
Παράδειγμα

Προτείνεται η σχεδίαση 3d διόρωφης κατοικίας με χρήση layer και δημιουργία τομών (επίπεδων και χωρικών) αυτής.









Ξεκινώντας οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να δημιουργήσουν τα δοσμένα περιγράμματα. Για λόγους ευκολίας προτείνεται να γίνουν δύο κοίνα , ένα για το περίγραμμα του τυπικού ορόφου ένα για τον φέροντα οργανισμό του κτιρίου. Αρχικά επί των οριζόντιων επιπέδων των κατόψεων δημιουργούνται όλα τα περιγράμματα , ανοιγμάτων και δοκαριών αντίστοιχα. Μετά από το προηγούμενο βήμα οι εκπαιδευόμενοι με τα κατάλληλα EXTRUDE δημιουργούν τους απαραίτητους όγκους και με MOVE κατά τον άξονα Z τοποθετούνται στην δοσμένη θέση. Στην συνέχεια με SUBTRACT των όγκων και UNION καταλήγουμε στα ζητούμενα στερεά .

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- Διαχείριση συστήματος αξόνων
- Στερεομετρία – πρόσθεση και αφαίρεση όγκων

Εφαρμογή

Στερεά

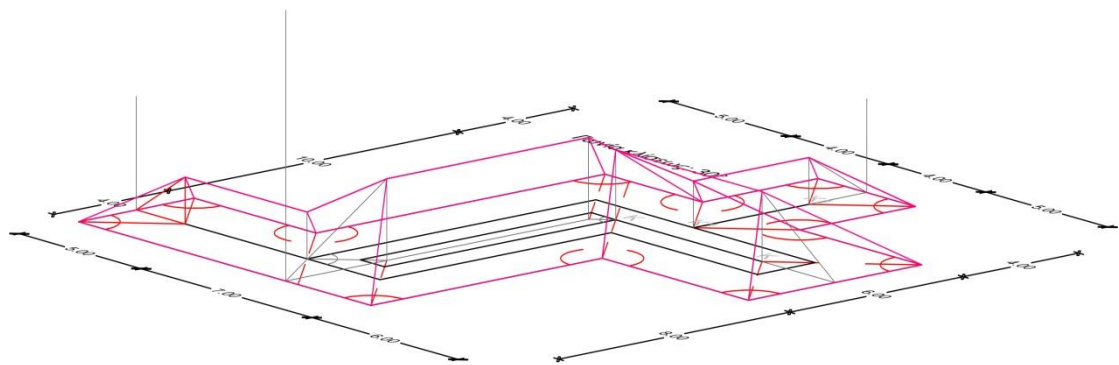
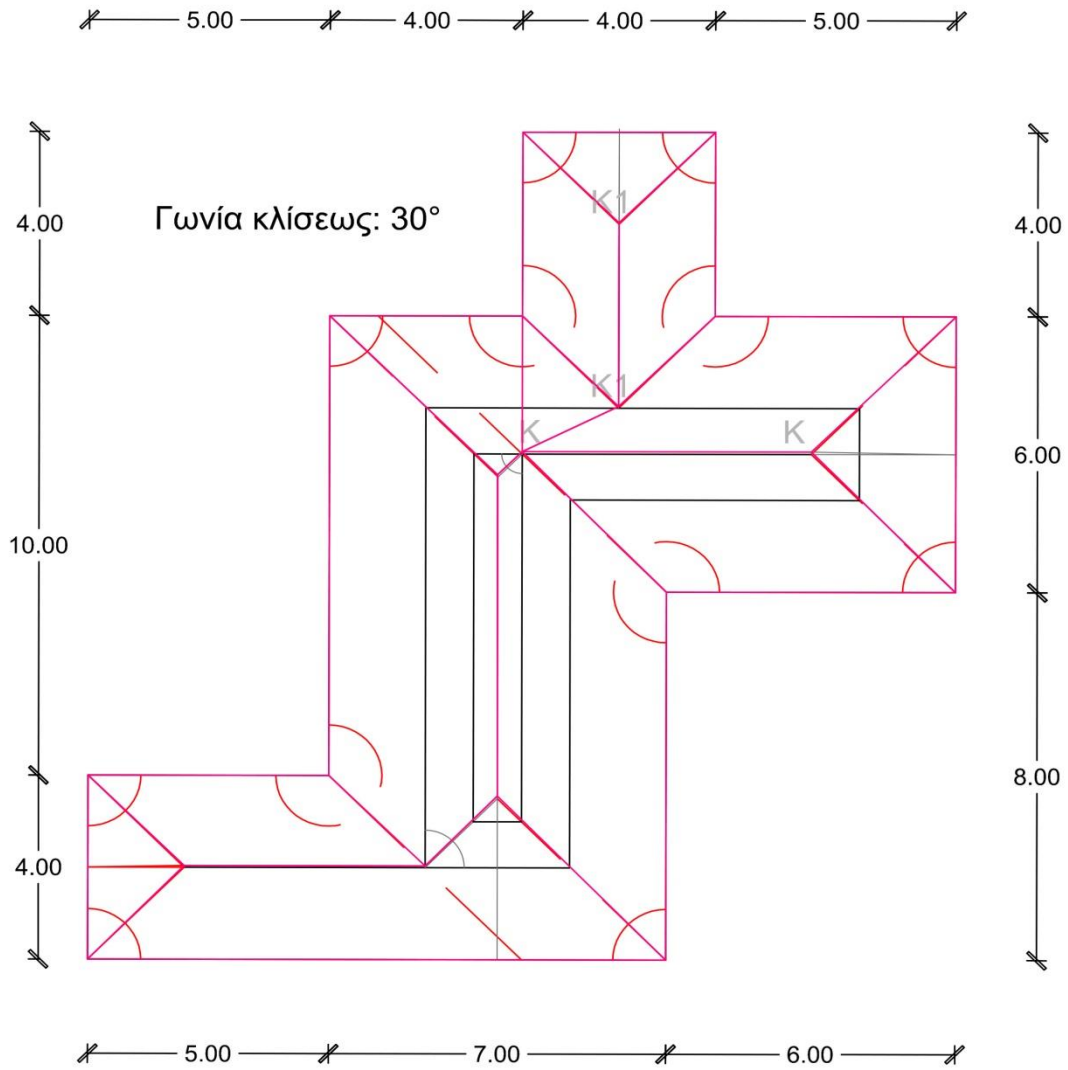
Δημιουργία στέγης με χρήση στερεών

Απλοποιήσεις – συνθέσεις – διαχείριση συστήματος αξόνων

Όψεις – Τομές στο χώρο

Παράδειγμα

Προτείνεται η σχεδίαση πολύριχτης στέγης με χρήση στερεών. Κατάτμηση σε επιμέρους τετράριχτες (σημασία αλληλοκάλυψης) και διαχείριση των επιμέρους όγκων.



Index εντολών

Poluline – extrude (path) – ucs - orbit - section

Αρχικά ζητείται να δημιουργηθεί το περίγραμμα της στέγης από τις δοσμένες . Ξεκινώντας από οποιαδήποτε γωνία με POLYLINE διαδοχικά από όλες τις κορυφές που στο τέλος κλείνει “ C ”, enter στο τέλος της εντολής . Στην συνέχεια με την μέθοδο των διχοτόμων χαράζεται ο κορφιάς της στέγης . Δίνεται προσοχή στο γεγονός ότι η στέγη είναι ισοκλινή , συνεπώς ο κορφιάς δεν πρέπει να χαραχθεί στο ίδιο επίπεδο καθ’ όλο το μήκος του . Για να μπορέσουμε στην συνέχεια να παράξουμε τρισδιάστατα στερεά με 3DPOLY ξεκινάμε και δημιουργούμε με κλειστά περιγράμματα τον κεκλιμένων επιπέδων της οροφής και τις κάθετες προβολές αυτόν επί του επιπέδου της κάτοψης . Εφόσον ολοκληρωθεί το προηγούμενο βήμα ξεκινάμε με LOFT από το περίγραμμα της προβολής προς το κεκλιμένο επίπεδο της οροφής να δημιουργούμε τα επιμέρους στερεά της οροφής . Στο τέλος οι εκπαιδευόμενοι θα πρέπει τα στερεά που δημιούργησαν να τα επιλέξουν στο σύνολο τους και να κάνουν UNION με σκοπό να υπάρξει ένα τελικό στερεό της οροφής της ενότητας .

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

- βασικές γνώσεις αλγορίθμων

Εφαρμογή

Παραμετροποίηση

- Εισαγωγή στη δημιουργία αρχείων script

Παράδειγμα

Η διαδικασία δημιουργίας αυτοματισμού (script) σε κειμενογράφο (notepad) ώστε να γίνει τυποποιημένη εισαγωγή σχεδίων πόρτας

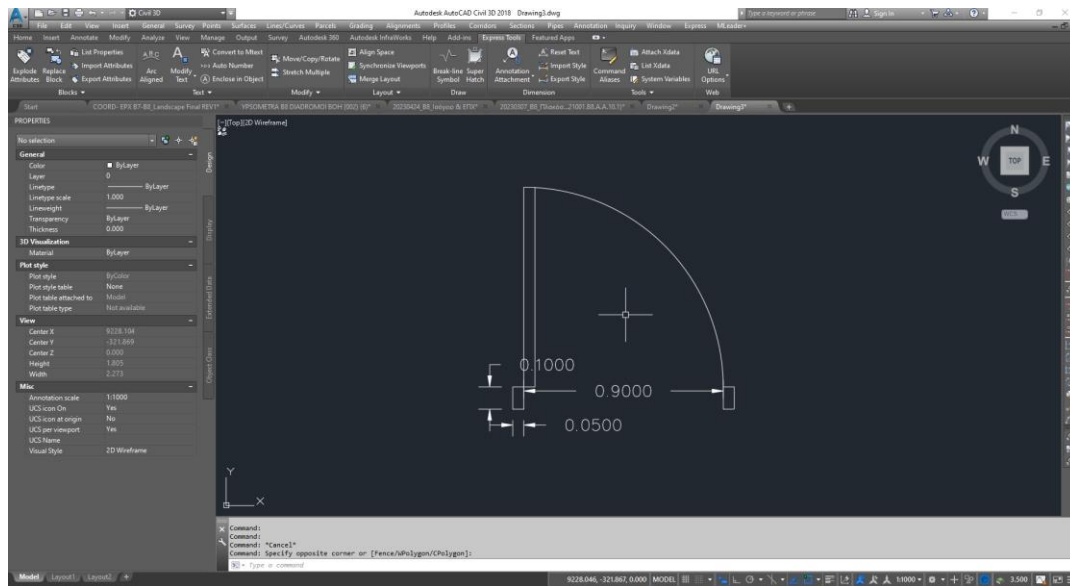
Index εντολών

Polyline – rectangle – box – ucs – extrude – Subtract – union – intersect – interference – Line type – script

porta-final.lsp - Notepad

File Edit Format View Help

```
(defun c:porta ()
  (setq p1 (getpoint "\n Άπόόå åñ÷P: "))
  (setq d (getdist "\n Άπόόå Üííéåíå: "))
  (setq a (getdist "\n Άπόόå ðÜ÷ìð êÜóåð: "))
  (setq p2 (list (+ (car p1) a) (+ (cadr p1) (* 2 a))))
  (setq p3 (list (+ (car p1) d) (cadr p1)))
  (setq p4 (list (- (car p3) a) (cadr p2)))
  (setq p5 (list (+ (car p1) (* 2 a)) (+ (cadr p2) (- d (* 2 a)))))
  (setq p6 (list (car p2) (cadr p5)))
  (setq os (getvar "osmode"))
  (setvar "osmode" 0)
  (command "rectang" p1 p2)
  (command "rectang" p4 p3)
  (command "rectang" p5 p2)
  (command "arc" "c" p2 p4 p5)
  (setvar "osmode" os)
)
```



Στο συγκεκριμένο παράδειγμα γίνεται μία προσπάθεια ανάδειξης της δυνατότητας του προγραμματισμού σε περιβάλλον CAD με σκοπό την δημιουργία νέων εντολών για τους χρήστες. Δίνεται ένα τυπικό παράδειγμα που αφορά τον σχεδιασμό τυπικής κάτοψης μονόφυλλης πόρτας. Ο προγραμματισμός ως ξεχωριστή επιστήμη χρειάζεται εμπάθунση για να μπορέσει να εξοικειωθεί ο χρήστης αλλά στην συγκεκριμένη ενότητα γίνεται αναφορά στην συγκεκριμένη λειτουργία καθώς είναι από τα πολύ μεγάλα πλεονεκτήματα των προγραμμάτων CAD και από τους σημαντικούς λόγους εξέλιξης αυτού.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

Έννοιες προβολών

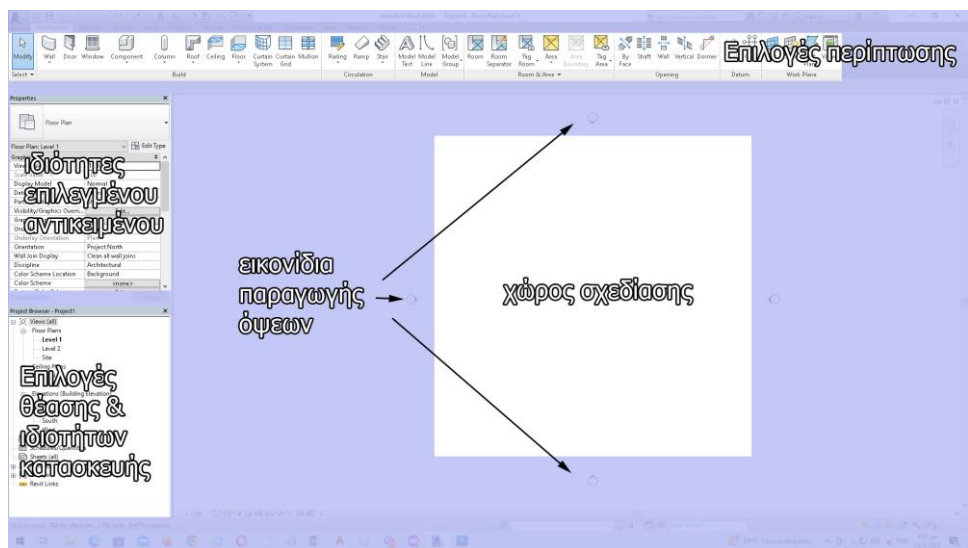
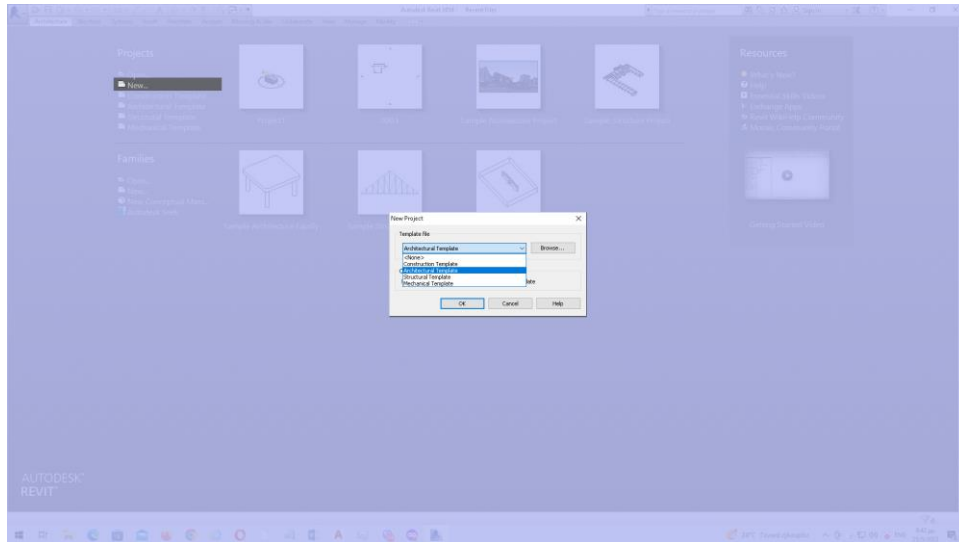
Εφαρμογή

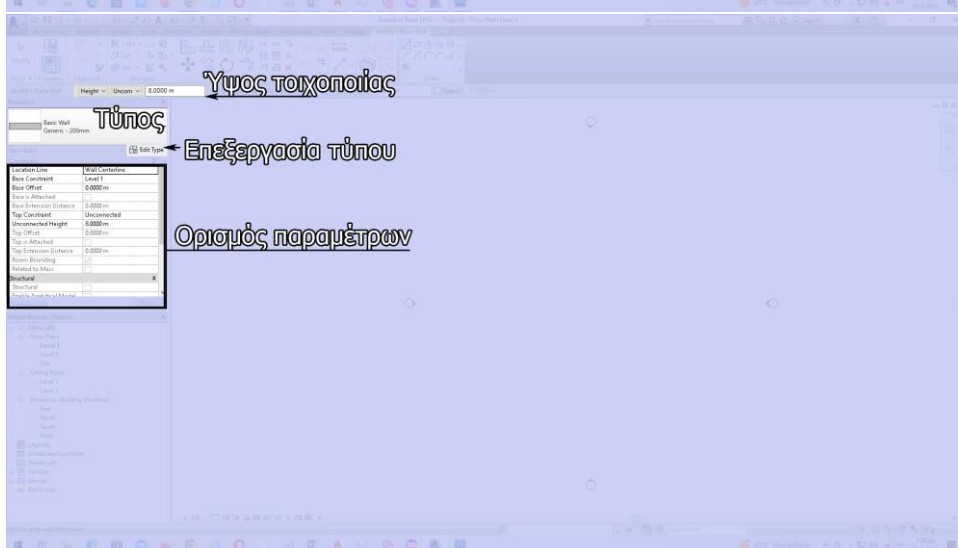
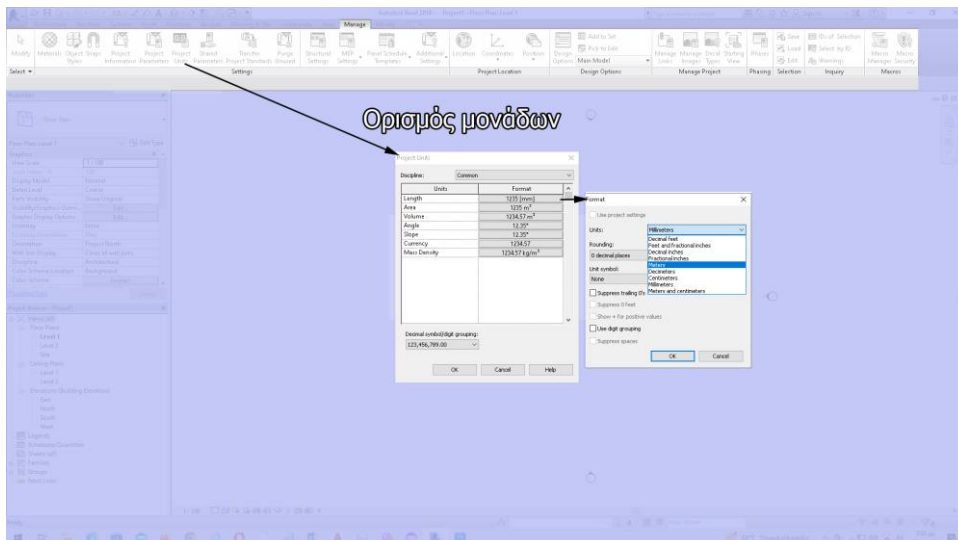
Εισαγωγή στη δομή και λειτουργία λογισμικών τύπου BIM. Παρουσίαση διεπιφάνειας ενός τέτοιου τύπου λογισμικού, καθώς και μεθόδων σχεδίασης σε αυτό

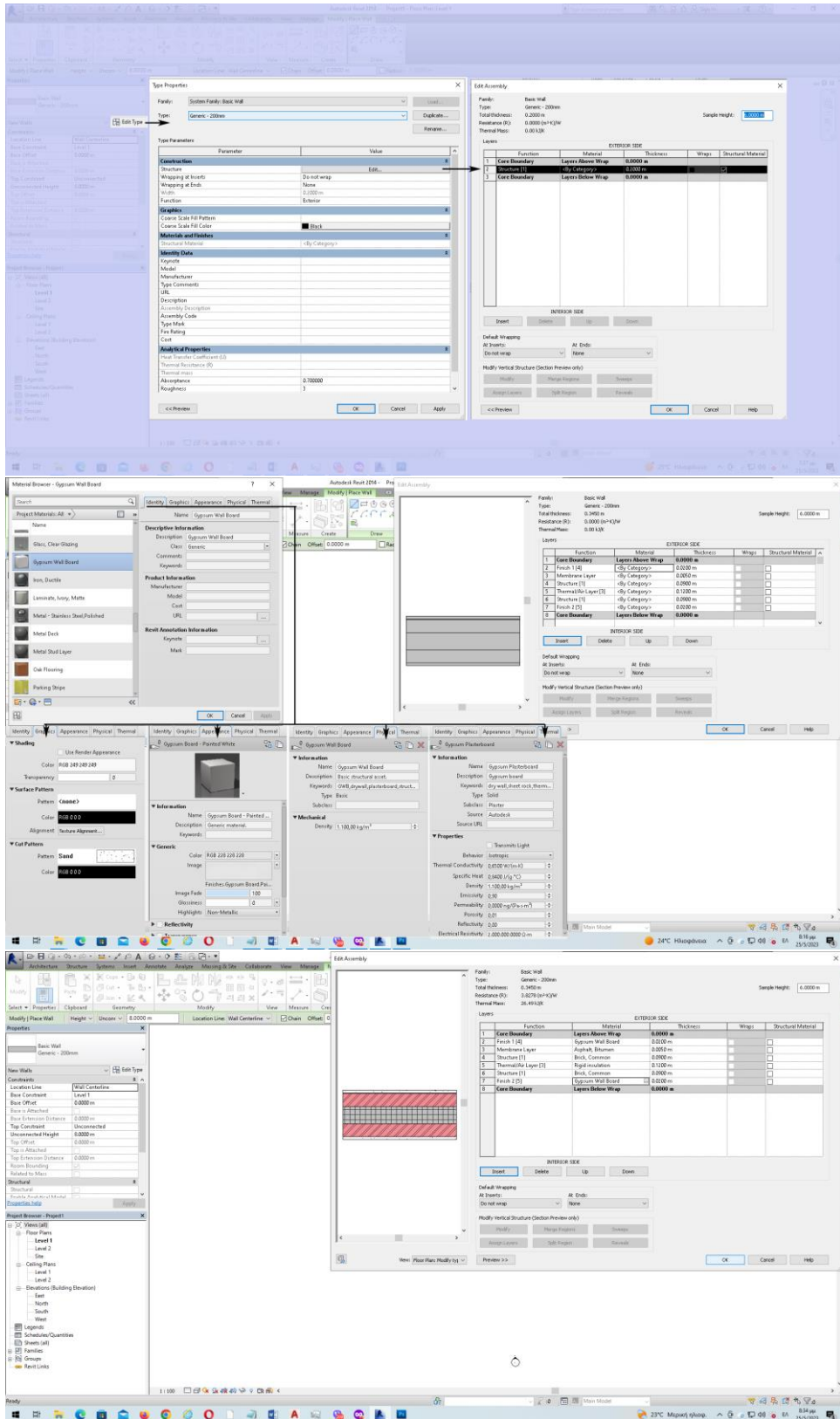
Παράδειγμα

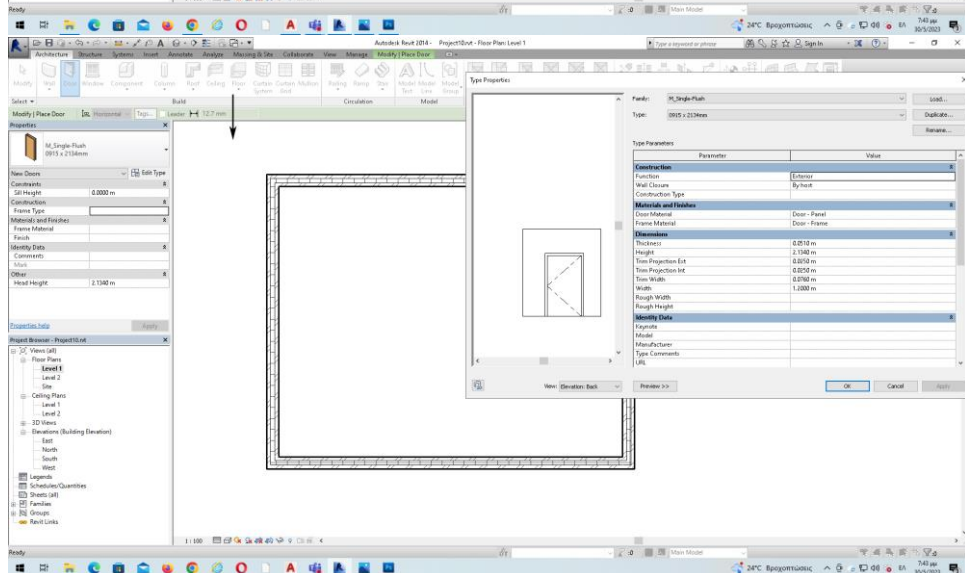
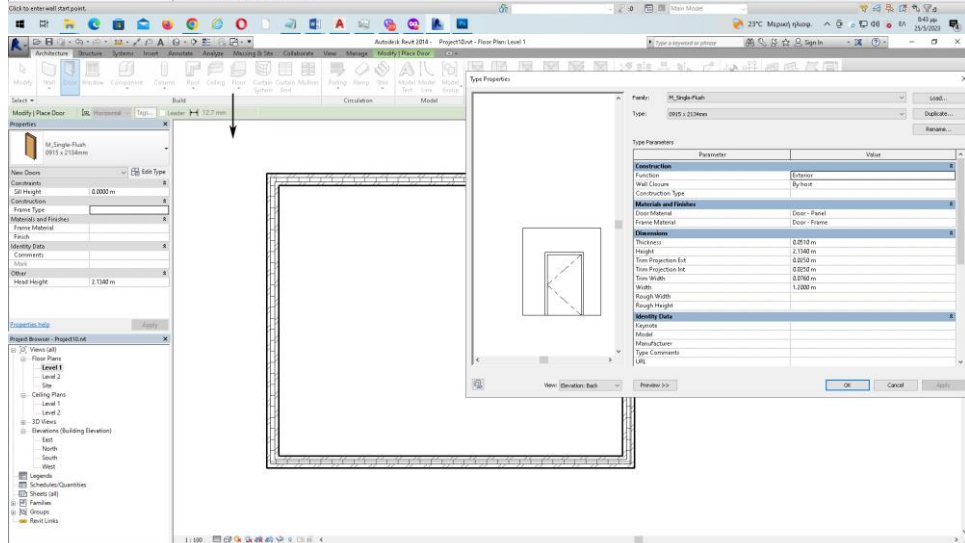
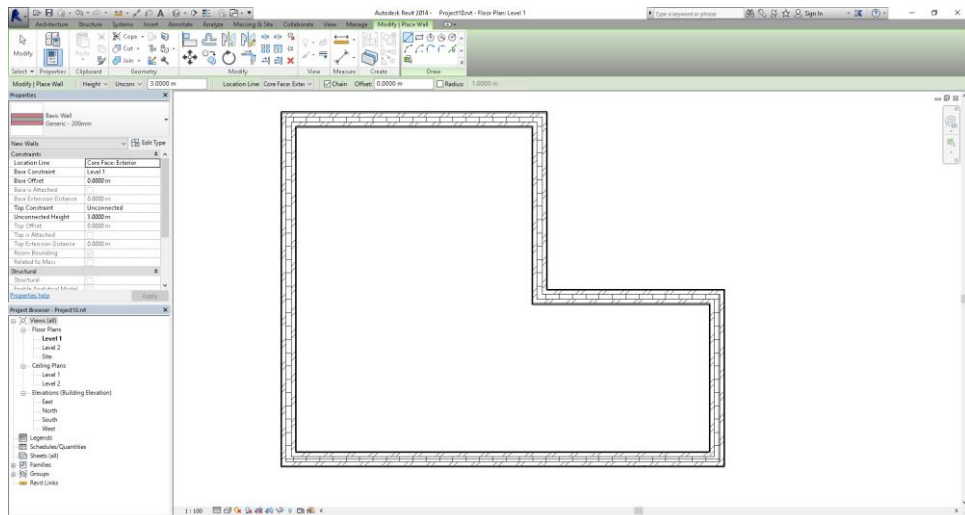
Λόγω πολυπλοκότητας και αναγκαίας εμπάθунσης στα προγράμματα BIM προτείνεται αναφορική εφαρμογή δημιουργίας τυπικής τοιχοποιίας με θερμομόνωση (τούβλο-EPS-τούβλο) και παράδειγμα ποιοτικού σχεδιασμού τυπικού ορόφου.

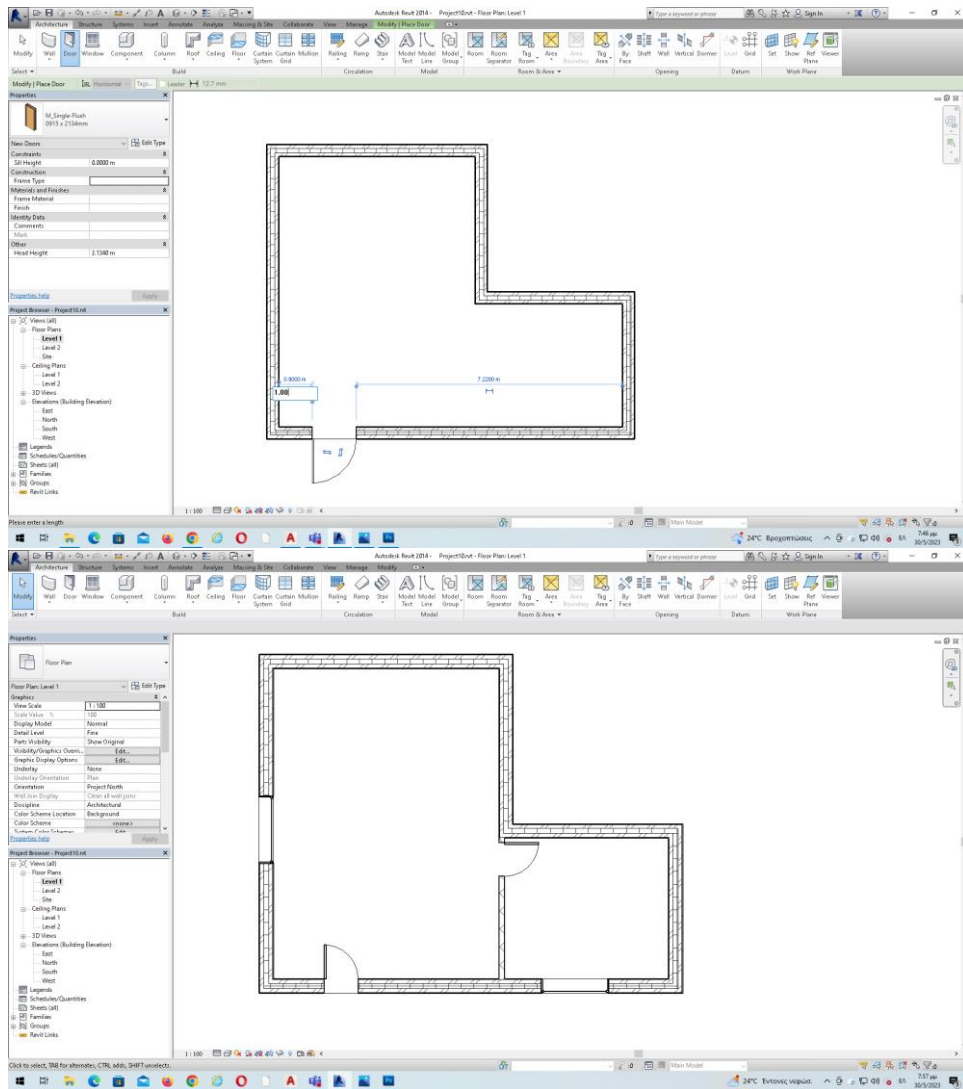
Index εντολών

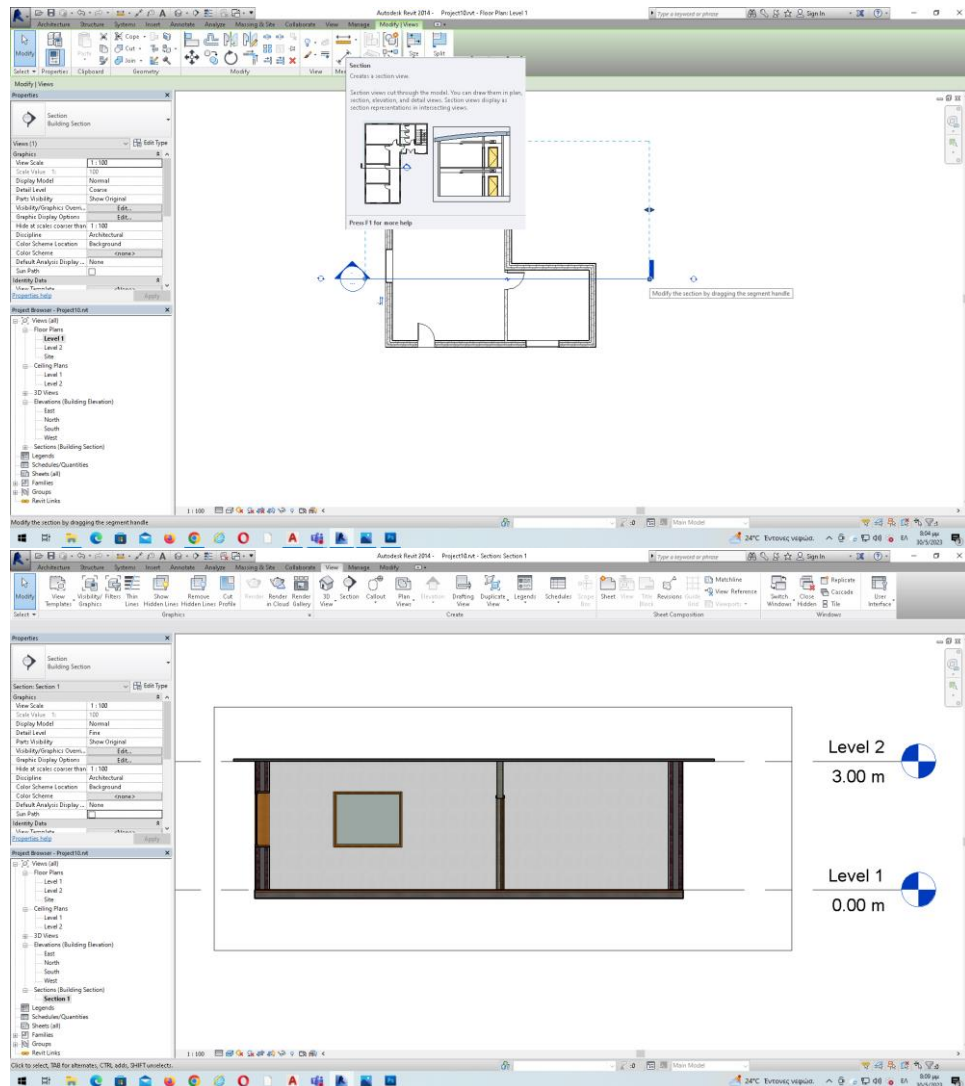












Παρά το γεγονός πως η τεχνολογία CAD έφερε την επανάσταση στον κλάδο του σχεδιασμού με αναρίθμητα πλεονεκτήματα και βασικό πλέον προνόμιο για τους χρήστες της εποχής την εκτεταμένη χρήση των προγραμμάτων σε παγκόσμιο επίπεδο άρα και την μεγάλη και ολόπλευρη υποστήριξη προς αυτούς από τις εταιρίες παραγωγής αλλά και από τους ίδιους τους χρήστες, το επόμενο βήμα προς αυτήν την κατεύθυνση είναι τα λογισμικά τύπου BIM. Στα λογισμικά τύπου BIM ενώ φαινομενικά ο χρήστης σχεδιάζει σε ένα αντίστοιχο περιβάλλον με του CAD στην ουσία πλέον ο χρήστης παραμετροποιεί πληροφορίες. Για παράδειγμα και σύγκριση με επόμενη ενότητα για την δημιουργία τοιχοποιίας ο χρήστης προσδιορίζοντας την θέση εφαρμογής ουσιαστικά δημιουργεί την “οντότητα” του τοίχου ως σύνολο με τις επιμέρους παραμέτρους του δηλαδή όλες τις κατακόρυφες στιβάδες διαφορετικών υλικών τούβλο-σοβάς-EPS με τις επιμέρους παραμέτρους αυτών (Μηχανικές ιδιότητες-μεγέθη κλπ.) σαν ένα ενιαίο πακέτο πληροφοριών που στο χρήστη εκφράζεται ως τρισδιάστατος τοίχος πλέον. Η δυνατότητες των προγραμμάτων BIM είναι πάρα πολλές και απαιτούν από τους εκπαιδευόμενους ιδιαίτερη ενασχόληση παρ’ όλα αυτά οι απαιτήσεις των σύγχρονων κατασκευών το καθιστούν σύντομα αναπόσπαστο κομμάτι των δεξιοτήτων του μηχανικού του μέλλοντος.

Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

Στην ενότητα αυτή ο εκπαιδευόμενος θα πρέπει να γνωρίζει

Έννοιες προβολών

Εφαρμογή

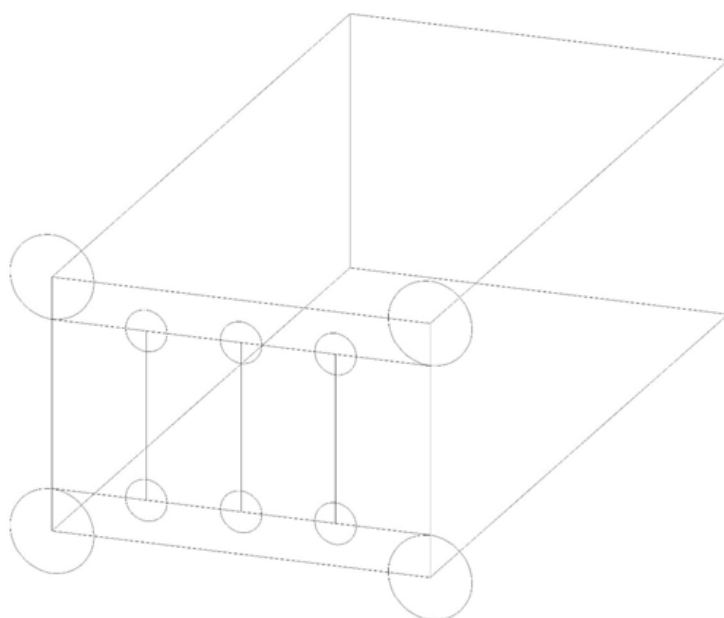
Παραμετροποίηση σχεδίου και εξαγωγή πληροφοριών από λογισμικά τύπου BIM που αφορούν

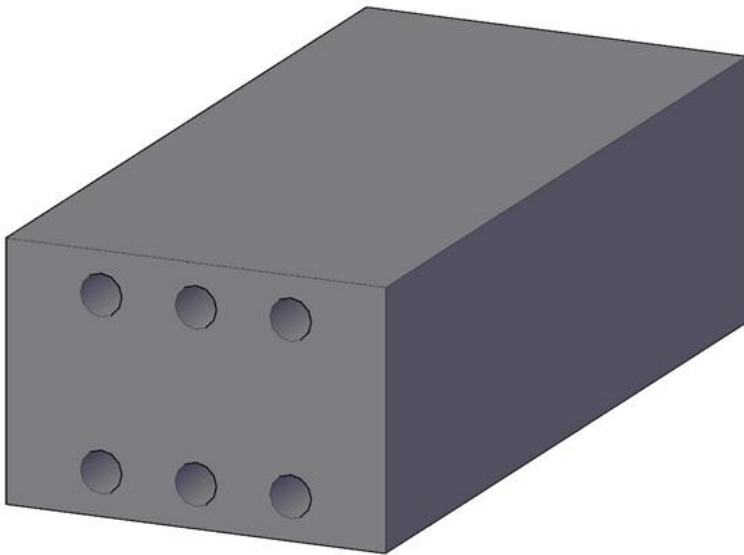
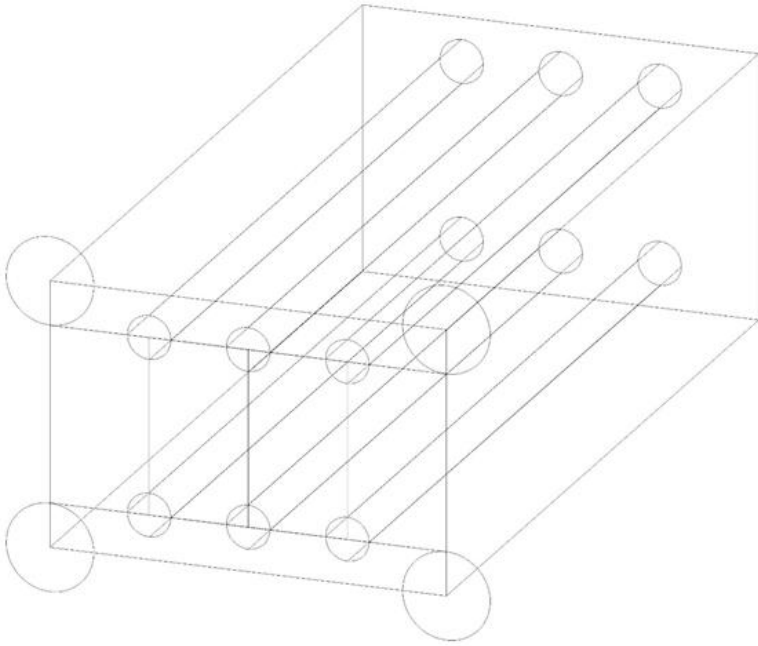
- Σε αυτοματισμούς παραγωγής γεωμετρικών στοιχείων (όψεις –τομές κλπ)
- την ενεργειακή απόδοση
- την κοστολόγηση

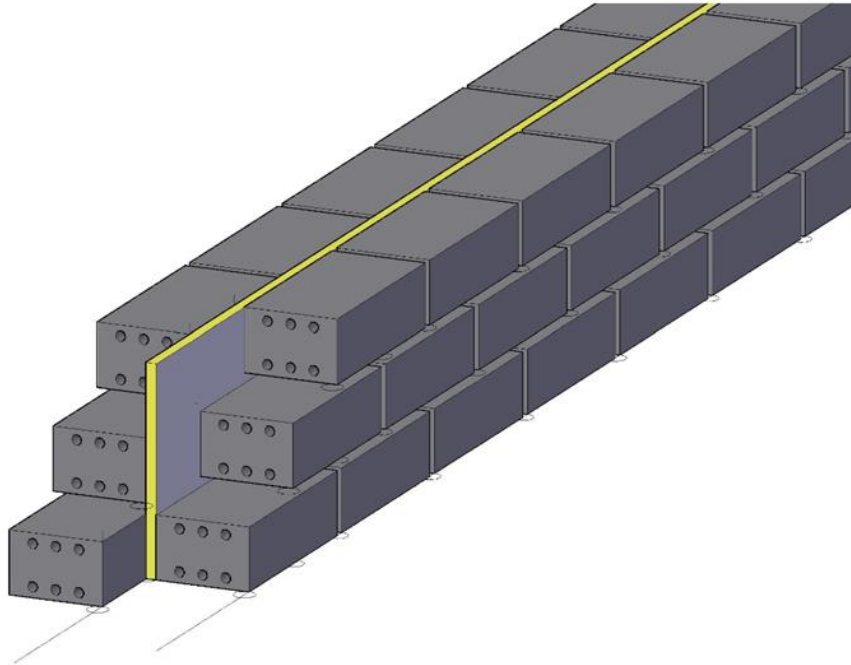
Παράδειγμα

Προτείνεται η δημιουργία ειδικού τύπου τοιχοποιίας (για παράδειγμα διπλό δρομικό τοίχο με μόνωση εσωτερικά) η χρήση αυτών των παραμετροποιημένων στοιχείων για την σχεδίαση της κατοικίας του προηγούμενου μαθήματος. *(Διάρκεια 100 λεπτά)*

Δεδομένου ότι οι εκπαιδευόμενοι έχουν έρθει σε επαφή με ένα καθαρά Γεωμετρικό λογισμικό και ένα τύπου BIM δόκιμη θα ήταν μια συζήτηση για ομοιότητες – διαφορές καθώς και την χρήση του κάθε εργαλείου (λογισμικού) ανά περίπτωση. *(Διάρκεια 20 λεπτά)*







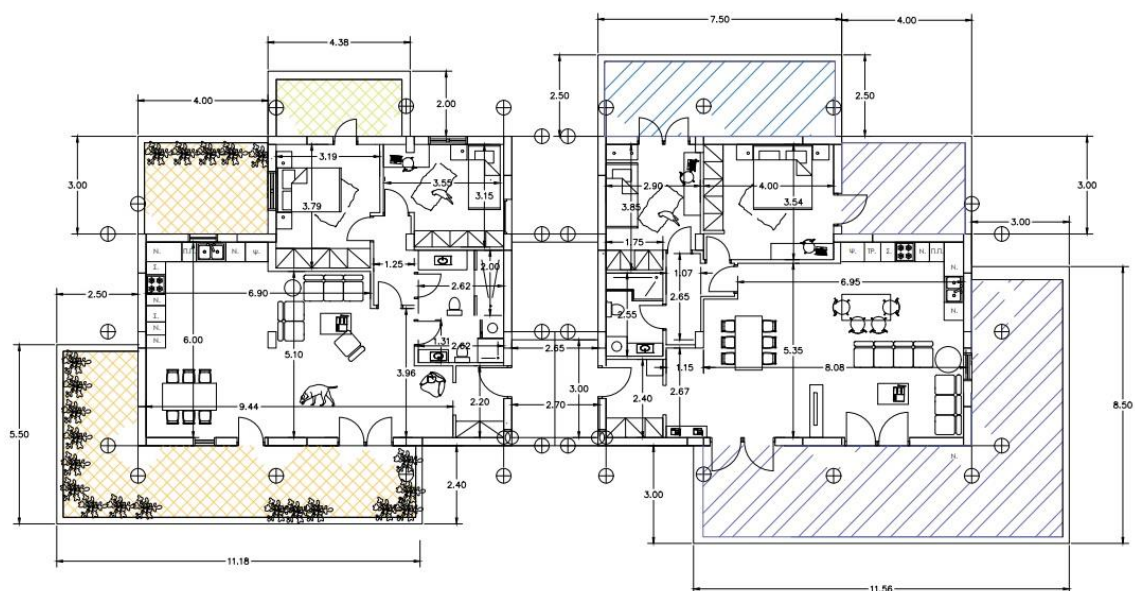
Index εντολών

Αρχικά δημιουργούμε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο σε διαστάσεις τυπικού τούβλου ($0,16\mu * 0,09\mu * 0,06\mu$) και στην συνέχεια δημιουργούμε στην όψη την προβολή των σπών του τούβλου. Με EXTRUDE των κύκλων και SUBTRAC κυλίνδρων που δημιουργήθηκαν από το στερεό καταλήγουμε σε στερεό τυπικού τούβλου. Στην συνέχεια σχεδιάζουμε σε πρώτη προβολή την κάτοψη του τοίχου (εσωτερική-εξωτερική παρειά και ενδιάμεσο διάκενο θερμομόνωσης. Με COPY του προσχεδιασμένου τούβλου εκατέρωθεν της μόνωσης και ARRAY επί της περασιάς δημιουργείτε η συστοιχία της τοιχοποιίας. Για πληρέστερο αποτέλεσμα οι εκπαιδευόμενοι καλούνται να δημιουργήσουν στο κενό της θερμομόνωσης στερεό αντιπροσωπευτικό αυτής και στερεό αντιπροσωπευτικό της συνδετικής τσιμεντοκονιάς ανάμεσα στα τούβλα. Με κλειστά περιγράμματα στο κέντρο και στην περασία των τούβλων με PRESSPULL και δωσμένο ύψος έχουμε το επιθυμητό αποτέλεσμα αφού πρώτα γίνει SUBTRACT των τούβλων από την τσιμεντοκονία.

ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

ΤΥΠΙΚΟΥ ΟΡΟΦΟΥ ΠΟΛΥΚΑΤΟΙΚΙΑΣ

Αρχιτεκτονική κάτοψη ορόφου



Με δεδομένη την αρχιτεκτονική κάτοψη ενός τυπικού ορόφου πολυκατοικίας 4 ορόφων (Ισόγειο + 4^η)

Σχέδιο κατοψης

Από την στατική επίλυση του φορέα προκύπτουν ανά όροφο 18 τετραέρειςτες πλάκες, 9 τριέρειςτες και 2 πρόβολη. Οι δοκοί στο σύνολο τους είναι διατομής 25/50 και οι κατηγορίες υποστυλωμάτων ανά διατομή είναι 0.25*1.20 / 0.50*0.25. Η επίλυση έγινε κατά Κ.Τ.Σ. 2018

Πραγματοποιείται ακολούθως στατική επίλυση με διαστασιολόγηση του φορέα και επιλογή σπλισμών.

Γενικοί έλεγχοι δομήματος.

nv Ευρωκώδικα για την επιλογή q

Υπολογισμός nv βάσει: όλων των τοιχωμάτων

Ποσοστό τέμνουσας δύναμης τοιχωμάτων §5.1.2

nvX	nvZ
0,533	0,470

Ελήφθησαν υπόψη τα παρακάτω τοιχώματα:

nvX	nvZ
K4 + K5 + K7 + K24 + K25 + K27	K1 + K2 + K3 + K12 + K19 + K28 + K30

nvG για απαίτηση ικανοτικού

Υπολογισμός nvG βάσει: όλων των τοιχωμάτων με μήκος lw >= 1,50

Ποσοστό τέμνουσας δύναμης τοιχωμάτων §5.1.2 & §4.4.2.3(4) Ελληνικό Ε.Π. §3.2

nvGx	nvGz
0,000	0,000

Όταν nvG > 0.50: Δεν απαιτείται ικανοτικός σχεδιασμός υποστυλωμάτων

Μέγιστο ανηγμένο αξονικό φορτίο υποστυλωμάτων

Οροφος [/]	Υποστώλιωμα [/]	Φόρτιση [/]	vd [/]
0	K11	ΣΣ:+z	-0,48

$$\text{Σκυρόδεμα: } v_d = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad - \quad \text{Χάλυβας: } v_d = \frac{N_{Ed}}{N_{pLRd}}$$

Σημείωση

* Το υψόμετρο βάσης του κτηρίου είναι: H= 0,00

* Ο υπολογισμός του (nv) γίνεται στους στύλους του ορόφου: 0

Κριτήρια κανονικότητας σε κάτοψη - EC8-1 §4.2.3.2

Έλεγχος στρεπτικής δυσκαμψίας ορόφων - EC8-1 §5.2.2.1(4)P {r > Is}

Επίπεδο [/]	Υψόμετρο οροφής [m]	rI [m]	>	Is [m]	rII [m]	>	Is [m]
5	15,00	9,65	>	9,27	9,81	>	9,27
4	12,00	9,65	>	9,27	9,80	>	9,27
3	9,00	9,65	>	9,27	9,80	>	9,27
2	6,00	9,65	>	9,27	9,80	>	9,27
1:nv	3,00	9,65	>	9,27	9,80	>	9,27

■ Το δόμημα είναι στρεπτικά δύσκαμπτο.

Ελεγχος περιορισμού στατικής εκκεντρότητας - EC8-1 §4.2.3.2(6) {0.30*r > |eo|}

Επίπεδο [l]	Υψόμετρο οροφής [m]	0.30*rI [m]	>	eoI [m]	0.30*rII [m]	>	eoII [m]
5	15,00	2,90	>	1,05	2,94	>	0,57
4	12,00	2,89	>	1,00	2,94	>	0,54
3	9,00	2,89	>	1,00	2,94	>	0,54
2	6,00	2,89	>	1,00	2,94	>	0,54
1:nv	3,00	2,89	>	1,00	2,94	>	0,54

■ Το δόμημα ενδεχομένως είναι κανονικό σε κάτοψη**.

* ==> όπου: ? = μη πληρούμενο κριτήριο

** ==> Απαιτείται επιπλέον έλεγχος των γεωμετρικών κριτηρίων των §4.2.3.2(2) - (5)

Ελεγχος δύο πρώτων σημαντικών Ιδιομορφών αν είναι κυρίως μεταφορικές: (PM1>Is),(PM2>Is)

Επίπεδο	Is	Μετ.Μάζας [+X]		Μετ.Μάζας [+Z]		Μετ.Μάζας [-X]		Μετ.Μάζας [-Z]	
		PM1	PM2	PM1	PM2	PM1	PM2	PM1	PM2
5	9,27	11,57	99,99	12,06	99,99	15,78	99,99	19,64	52,71
4	9,27	11,53	99,99	12,25	99,99	16,16	99,99	19,37	54,14
3	9,27	11,56	99,99	12,45	98,09	16,45	99,99	19,25	55,15
2	9,27	11,60	99,99	12,44	96,58	16,49	99,99	19,27	54,96
1:nv	9,27	11,74	99,99	12,08	99,99	16,03	99,99	19,61	53,02

* ==> όπου: ? = μη πληρούμενο κριτήριο

Πλαστιμότητα καμπυλοτήτων μφ - EC8-1 §5.2.3.4(3)

Διεύθυνση σεισμού [-]	Βασική τιμή συντ. συμπεριφοράς qo	Θεμελιώδης Ιδιοπερίοδος T1 [sec]	Δρώσα μάζα [%]	Φορέας [-]	Πλαστιμότητα μφ [-]	Επιπαχύνσεις ελαστ. φάσμ. Se(T1) [m/s ²]
Z	3,300	0,695	54,135	3	5,600	3,390
X	3,300	0,704	78,714	4	5,600	3,345

Χαρακτηριστική Περίοδος Tc = 0,500 [sec]

Φαινόμενα 2ας τάξης EC8-1 §4.4.2.2(2) - Σεισμικός αρμός EC8-1 §4.4.2.7

Σχετική παραμόρφωση ορόφου EC8-1 §4.4.3.2 - Ποσοστό δυσκαμψίας Δευτερευόντων Σεισμικών μελών EC8-1 §4.2.2(4)

Επίπεδο [l]	Θήτα [l]	ds (X) [cm]	ds (Z) [cm]	Μέσο(drX*v)/h [l]	Μέσο(drZ*v)/h [l]	Κ-ΔΣΜ(X) [%]	Κ-ΔΣΜ(Z) [%]
5	0,019	5,74	7,50	0,0011	0,0013	0,00	0,00
4	0,027	5,04	6,44	0,0017	0,0016	0,00	0,00
3	0,038	4,00	5,07	0,0021	0,0019	0,00	0,00
2	0,048	2,69	3,42	0,0023	0,0021	0,00	0,00
1:nv	0,046	1,22	1,63	0,0019	0,0019	0,00	0,00

Σημείωση

* Τα Θ, dr, ds έχουν υπολογιστεί με d = q * de (qx = 3,30/ qz = 3,30). Συντελεστής μείωσης ν = 0,50

* (ds: Απόλυτες μετακινήσεις, dr: Σχετικές μετακινήσεις).

* ΚΔΣΜ: Ακαμψία Δευτερευόντων μελών <=15.0%

Επίδραση τοιχοπληρώσεων - ης (ΣΠΕΜ) Υποστυλωμάτων EC8-1 §4.3.6.3.2

Οροφος [l]	ΔNRwX [kN]	ΔNRwZ [kN]	ΣVEdX [kN]	ΣVEdz [kN]	ΣΠΕΜ ης_X	qx [-]	ΣΠΕΜ ης_Z	qz [-]
4	0,00	0,00	1232,06	1585,31	1,000	3,300	1,000	3,300
3	0,00	0,00	1560,22	1913,43	1,000	3,300	1,000	3,300
2	0,00	0,00	1930,55	2372,87	1,000	3,300	1,000	3,300
1	0,00	0,00	2212,74	2697,28	1,000	3,300	1,000	3,300
0	0,00	0,00	2681,28	3218,97	1,000	3,300	1,000	3,300

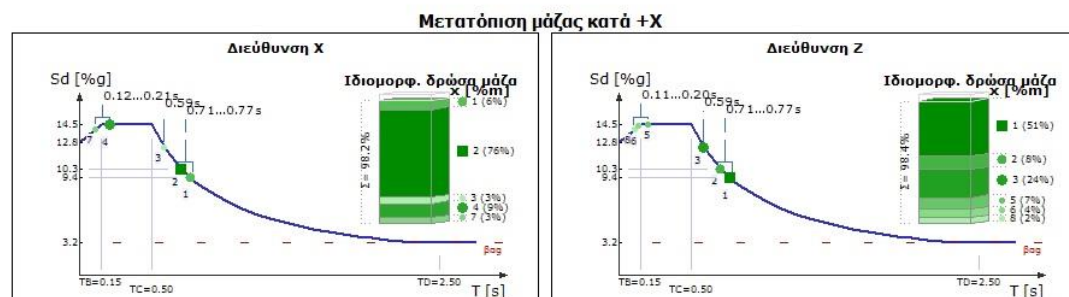
$$\eta_c = 1 + \frac{\Delta V_{Rw}}{\Sigma V_{Ed}} \leq q$$

Συνοπτικά δεδομένα μελέτης

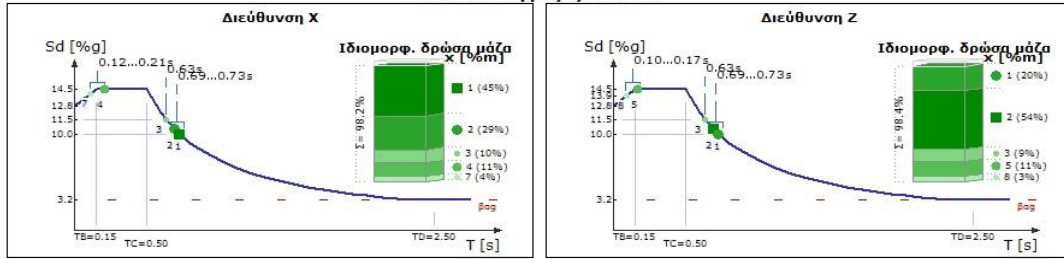
Οροφος [l]	Υψόμετρο οροφής [m]	ΣΠΕΜ Δοκών nb	Συντ. Συνδυασμών ψ2	Συντ. μεταβλ. δράσεων Φ	Συντ. εκκ/τας X Lz	Συντ. εκκ/τας Z Lx
4	15,00	1,000	0,300	0,500	0,050	0,050
3	12,00	1,000	0,300	0,500	0,050	0,050
2	9,00	1,000	0,300	0,500	0,050	0,050
1	6,00	1,000	0,300	0,500	0,050	0,050
0	3,00	1,000	0,300	0,500	0,050	0,050
-1	0,00	1,000	0,300	0,500	0,050	0,050

Σεισμική ανάλυση

Φάσμα σχεδιασμού [EC8-1 §3.2.2.5] - Ιδιοπερίοδοι



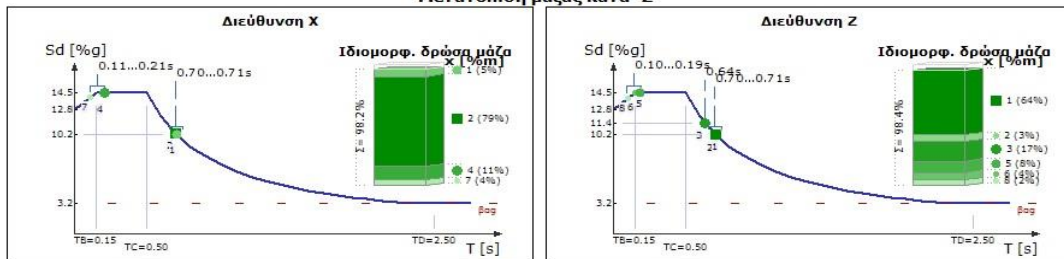
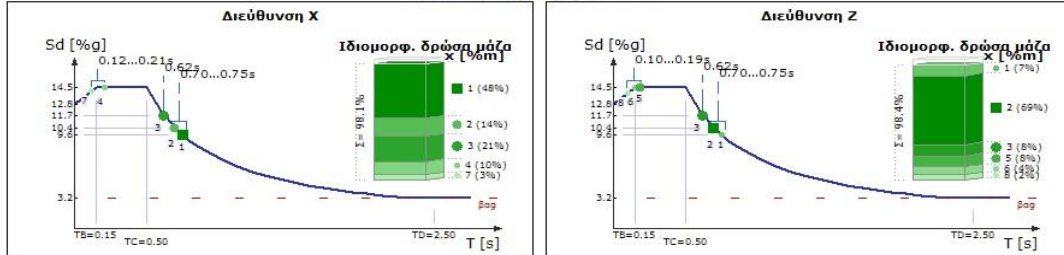
Μετατόπιση μάζας κατά -X



$$S_d (T_B \leq T \leq T_C) = \frac{\sigma_p \cdot S \cdot 2.5}{q} = 14.5\%g \quad q_X = 3.30$$

$$S_d (T_B \leq T \leq T_C) = \frac{\sigma_p \cdot S \cdot 2.5}{q} = 14.5\%g \quad q_Z = 3.30$$

Μετατόπιση μάζας κατά +Z



$$S_d (T_B \leq T \leq T_C) = \frac{\sigma_p \cdot S \cdot 2.5}{q} = 14.5\%g \quad q_X = 3.30$$

$$S_d (T_B \leq T \leq T_C) = \frac{\sigma_p \cdot S \cdot 2.5}{q} = 14.5\%g \quad q_Z = 3.30$$

Τέμνουσα βάσης [EC8-1 §4.3.3.3.1(3), §4.3.3.3.2(3)P]

$$F_b = CQC (F_{bk}), \quad F_{bk} = Sd(T_k) \cdot m_k$$

Διεύθυνση σεισμού [μετατόπιση μάζας κατά]	Fb [kN]
X [+Z]	Demo
X [-Z]	Demo
Z [+X]	Demo
Z [-X]	Demo

Βάρος κτιρίου

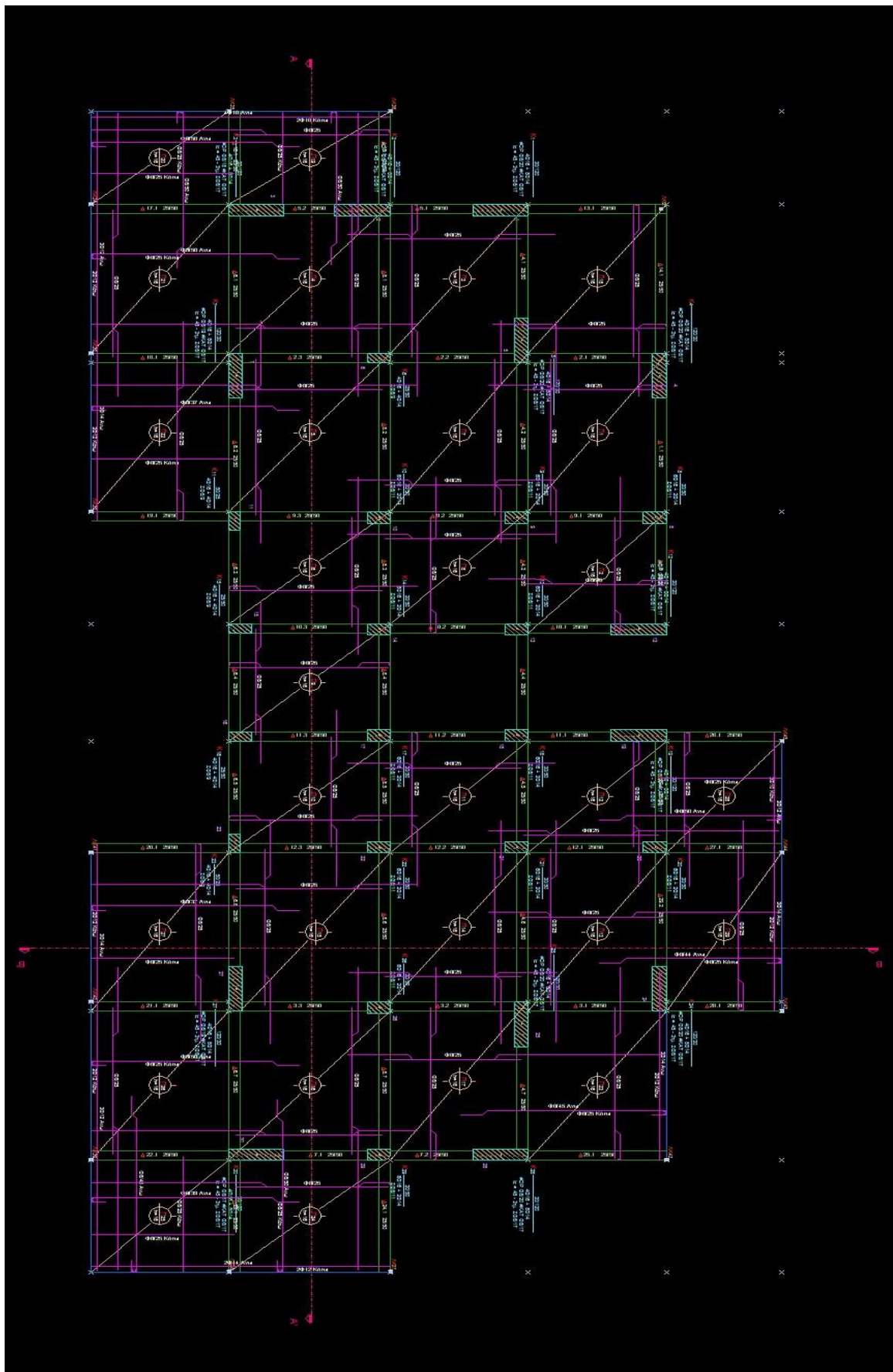
Φόρτιση [/]	W [kN]
Μόνιμα φορτία	Demo
Κινητά φορτία	Demo
Μόνιμα φορτία + Κινητά φορτία	Demo

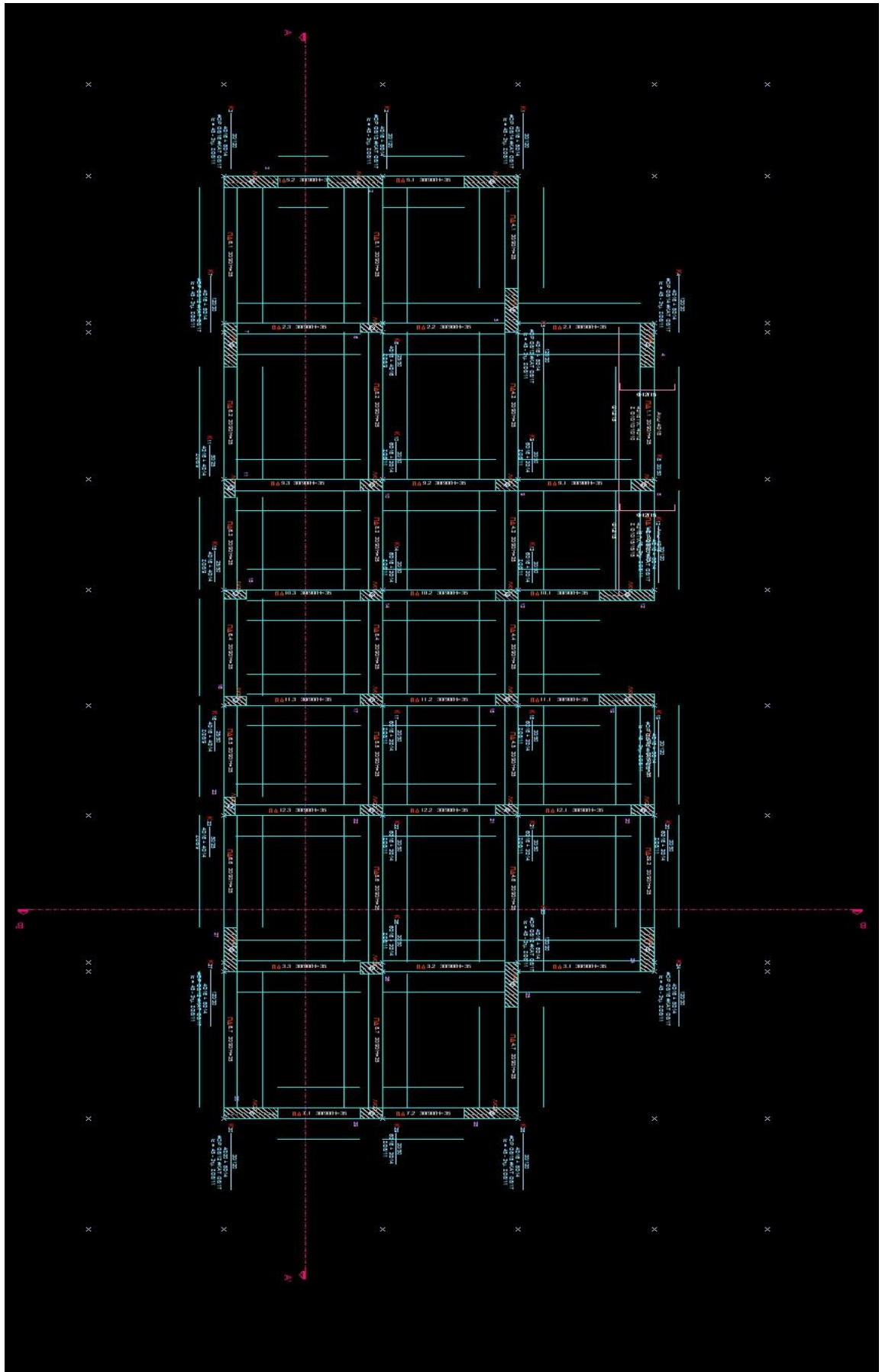
Κριτήρια κανονικότητας καθ' ύψος [EC8-1 §4.2.3.3 (3)]

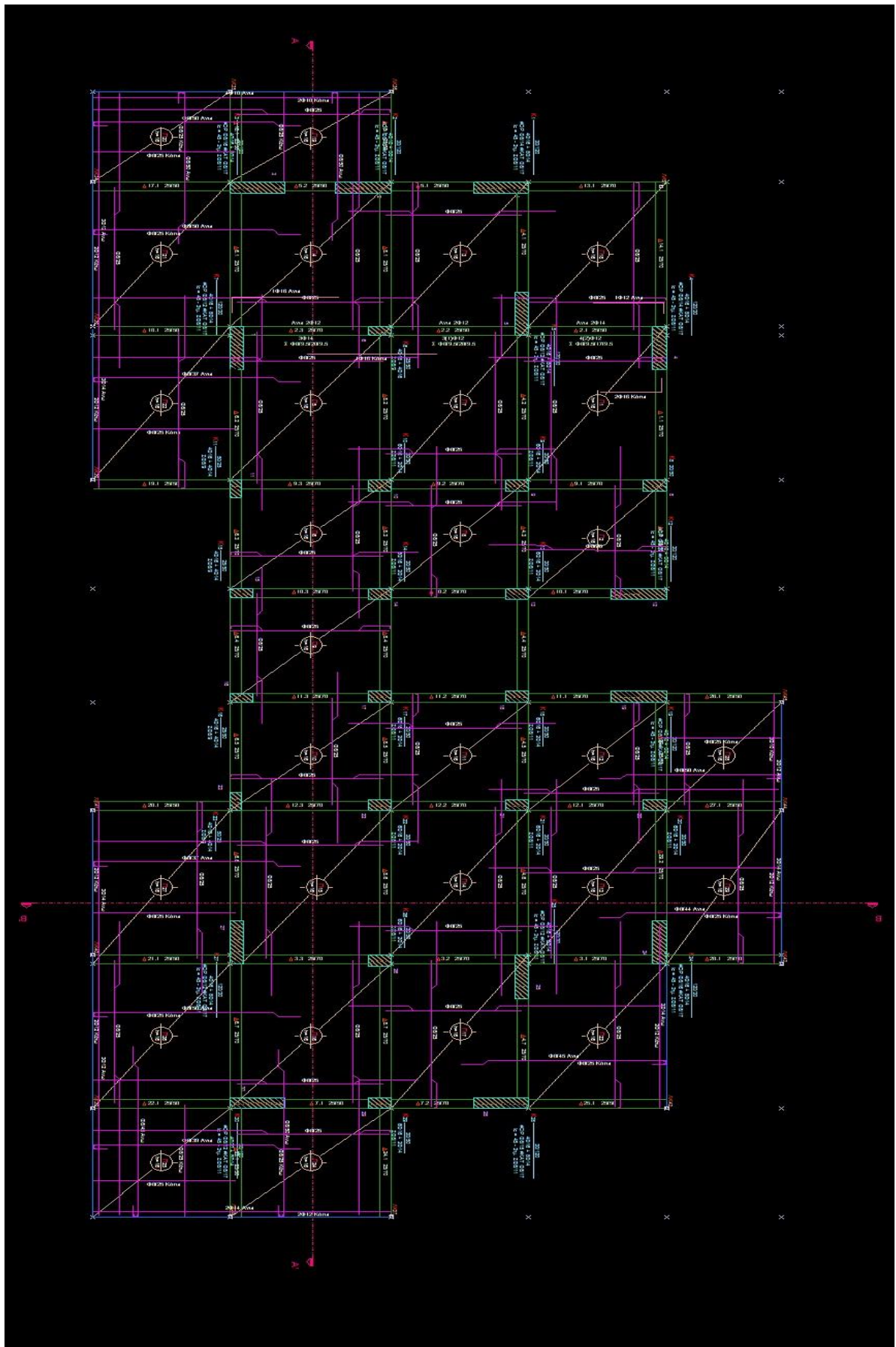
Επίπεδο i [/]	Υψόμετρο οροφής [m]	Ύψος ορόφου [m]	Δυσκαμψία ΚΚΙ [kN/m]	Μεταβολή καθ' ύψος [%]	Δυσκαμψία ΚΖΙ [kN/m]	Μεταβολή καθ' ύψος [%]	Μάζα m _i [ton]	Μεταβολή καθ' ύψος [%]
5	15.00	3.00	0.63462E+06		0.79459E+06		0.42960E+03	
4	12.00	3.00	0.71845E+06	-12%	0.87032E+06	-9%	0.45523E+03	-6%
3	9.00	3.00	0.72464E+06	-1%	0.88468E+06	-2%	0.45523E+03	0%
2	6.00	3.00	0.72972E+06	-1%	0.89184E+06	-1%	0.45523E+03	0%
1:βάση	3.00	3.00	0.82222E+06	-11%	0.93255E+06	-4%	0.45523E+03	0%

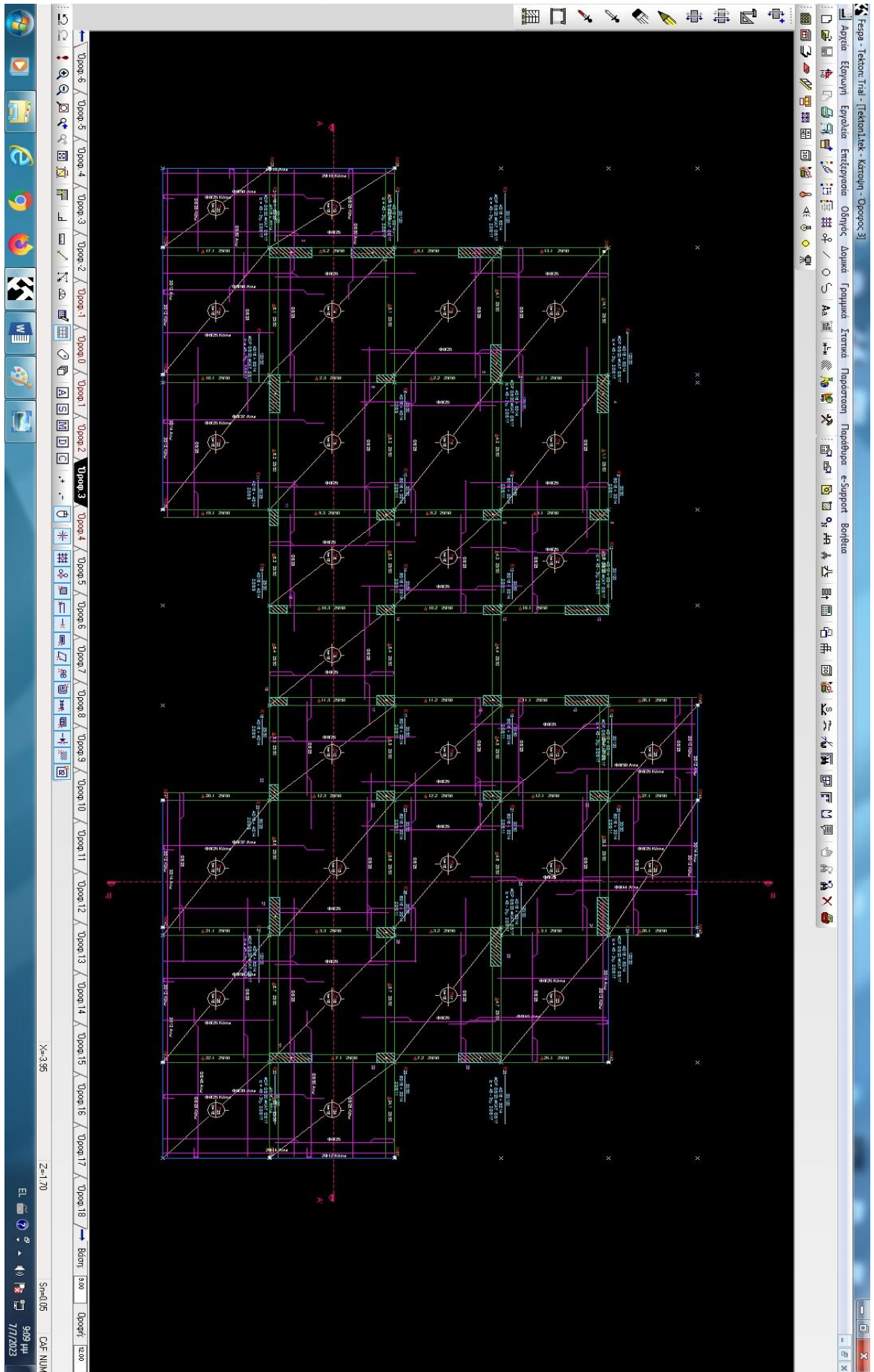
Σημειώσεις:

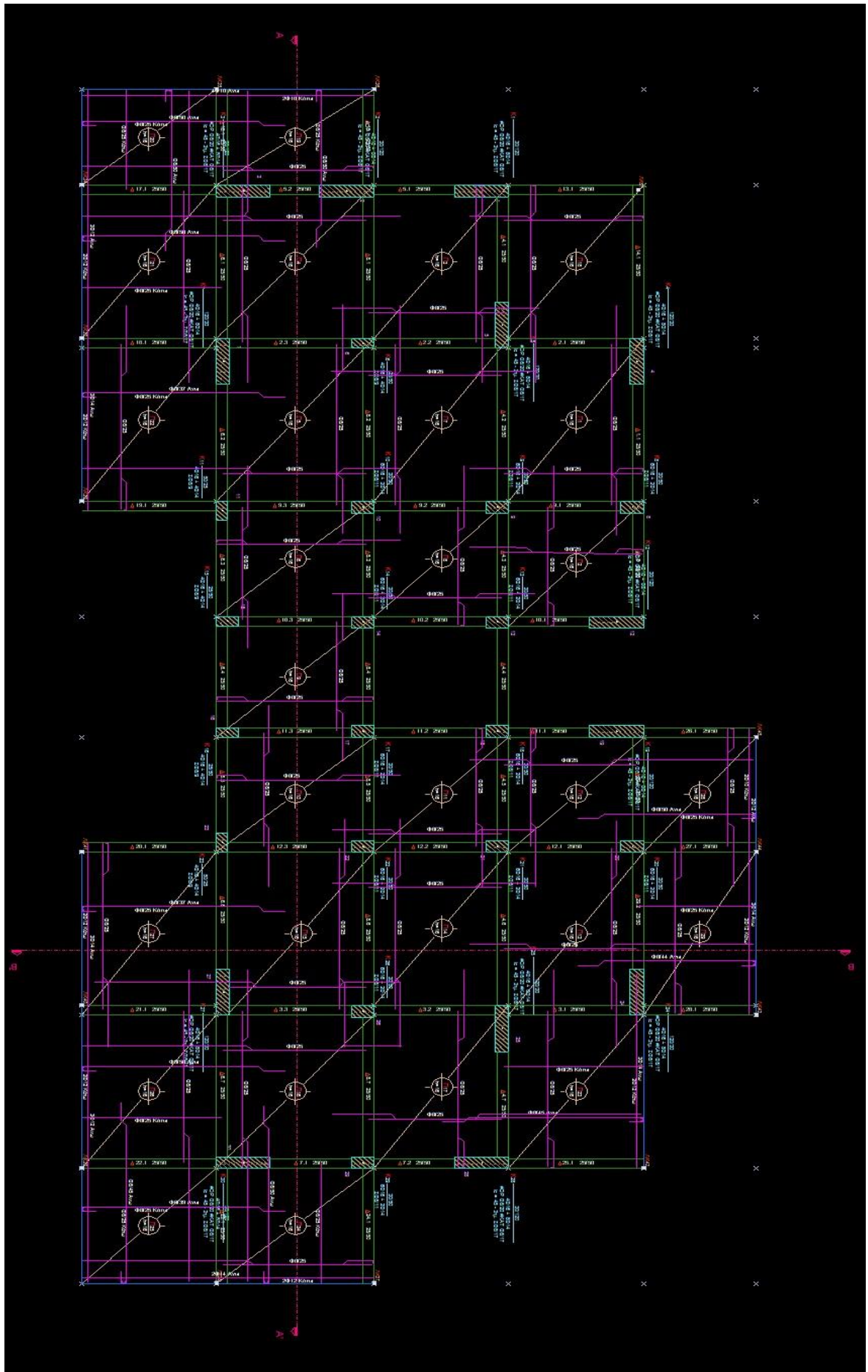
Οι ποσοστιαίες διαφορές μεταξύ των ορόφων μετρώνται από τη βάση προς την κορυφή του κτιρίου. Το κριτήριο κανονικότητας καθ' ύψος ορίζει πως η οριζόντια δυσκαμψία και η μάζα θα πρέπει να είναι σταθερές καθ' ύψος, ή να μειώνονται (αρνητική μεταβολή).

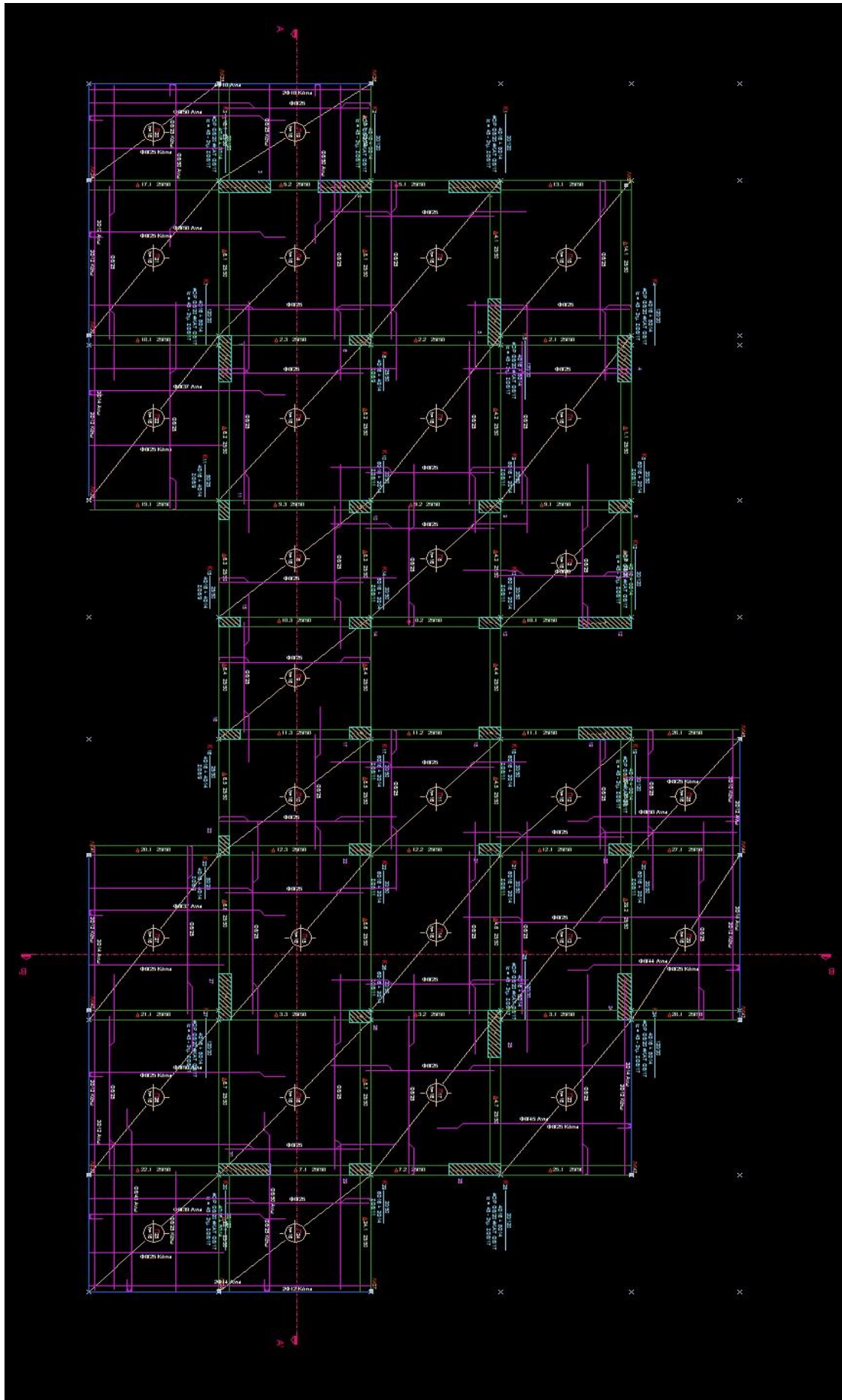












Επίλυση πλακών οδού ορόφου

Στατικό σύστημα πλακών : Επιστατικός φορέας.
 Υπολογισμοί οπλισμών και έλεγχοι λειτουργικότητας κατά τον EC2-1-1.
 Ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών των πλακών έγινε με την μέθοδο Pierer-Martins
 Υπολογισμός κοινού οικοδομικού έργου - Χωρίς ανάγνηση άμεσων Φορτίσεων
 Απομάκρυνση συσπειρωμένων δράσεων: Ναι - Συνδυασμός EC0 (6.10a) & (6.10b)
 Μετακτικός συντ. δυσμενών μόνιμων δράσεων $\xi = 0,850$ - Συντ. συνδυασμού συνοδευτικών μεταβλητών δράσεων $\psi_0 = 0,700$

Είδος υλικών πλακών

Είδος [/]	Σκυρόδεμα [/]	f _{ck} [MPa]	E _{cm} [GPa]	f _{ctm} [MPa]	f _{yk} [MPa]
	C25/30	25,0	31,0	2,56	500,0

Όλες οι πλάκες έχουν το ίδιο χαρακτηριστικό

Διορθώσεις - φορτία πλακών. g_p = Μόνιμα φορτία, q_p = Κινητά φορτία

Πλάκα [/]	l _x [m]	l _y [m]	h [m]	h _m [m]	d ₁ [m]	I.B. [kPa]	g _k [kPa]	q _k [kPa]	G _k [kN/m]	Q _k [kN/m]	mG _k [kN/m]	mQ _k [kN/m]	P _{tot} [kPa]
1	4,25	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75
2	3,28	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75

Εντατικά μεγέθη - Οπλισμοί πλακών

Πλάκα [/]	Τύπος [/]	Διε	dx d [m]	mfx max περ [kN/m]	As1x_ρ _q As1ε _ρ _ρ _q [cm ²]	As2x_ρ _q As2ε _ρ _ρ _q [cm ²]	dz [m]	mfx [kN/m]	As1z_ρ _q [cm ²]	As2z_ρ _q [cm ²]
1	4	x-z	0,125	2,19	0,41	0,00	0,135	4,57	0,80	0,00
2	4	x-z	0,125	2,63	0,49	0,00	0,135	3,21	0,56	0,00

Στις πλάκες ζυθίηη η sandwιch, τα εντατικά μεγέθη και οι οπλισμοί έχουν αναχθεί ανά διαδοκία

Ράβδοι σιδηρού οπλισμού πλακών

Πλάκα [/]	Διεύθυνση Κάτω	x Άνω	Διεύθυνση Κάτω	z Άνω	Ελεύθερη Κάτω	παρειά Άνω	Οπλισ Κάτω	συστροφής Άνω
1	φ8/25		φ8/25					
2	φ8/25		φ8/25					

Ροές και οπλισμοί στρώσεων

Πλάκα [/]	Πλάκα [/]	d [m]	MEd1 [kNm]	MEd2 [kNm]	MEd [kNm]	As1_ρ _q [cm ²]	As2_ρ _q [cm ²]	Άνω	Κάτω
1 (Αρ)	18 (Δε)	0,125	6,78	6,89	6,84	1,29	0,00		
1 (Δε)	2 (Αρ)	0,125	6,78	6,44	6,61	1,25	0,00		
1 (Αρ)	7 (Αν)	0,135	7,91	6,45	7,18	1,26	0,00		
2 (Αρ)	8 (Αν)	0,125	6,86	5,42	6,14	1,16	0,00		
3 (Δε)	7 (Αρ)	0,125	5,01	5,01	5,01	0,95	0,00		
3 (Αν)	18 (Κα)	0,135	6,75	8,41	7,58	1,33	0,00		
3 (Αρ)	4 (Αν)	0,135	6,75	7,28	7,01	1,23	0,00		
4 (Αρ)	19 (Δε)	0,125	6,58	9,00	7,79	1,48	0,00	πλ	+ φ8/50
4 (Δε)	5 (Αρ)	0,125	6,58	6,69	6,64	1,26	0,00		
4 (Αρ)	21 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	πρ	+ φ8/50
5 (Δε)	6 (Αρ)	0,125	6,69	6,22	6,46	1,22	0,00		
5 (Αν)	7 (Κα)	0,135	7,79	6,45	7,12	1,25	0,00		
5 (Αρ)	22 (Αν)	0,135	7,79	13,24	13,24	2,34	0,00	πρ	+ φ8/37
6 (Δε)	9 (Αρ)	0,135	6,22	7,20	6,71	1,17	0,00		
6 (Αν)	8 (Κα)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
7 (Δε)	8 (Αν)	0,125	5,01	4,80	4,90	0,93	0,00		
9 (Δε)	10 (Αρ)	0,135	7,20	6,22	6,71	1,17	0,00		
10 (Δε)	15 (Αρ)	0,125	6,22	5,86	6,04	1,14	0,00		
10 (Αν)	11 (Κα)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
11 (Δε)	14 (Αρ)	0,125	4,80	5,00	4,90	0,92	0,00		
11 (Αν)	12 (Κα)	0,125	5,42	5,42	5,42	1,02	0,00		
12 (Δε)	13 (Αρ)	0,125	4,80	5,01	4,90	0,93	0,00		

12 (Αν)	28 (Κα)	0,125	5,42	6,88	6,15	1,16	0,00	πλ	+ φ8/50
13 (Δε)	23 (Αρ)	0,125	5,01	9,65	7,33	1,39	0,00		
13 (Αν)	29 (Κα)	0,135	6,45	12,17	12,17	2,15	0,00	πρ	+ φ8/44
13 (Κα)	14 (Αν)	0,135	6,45	6,19	6,32	1,11	0,00		
14 (Δε)	17 (Αρ)	0,125	5,00	5,01	5,01	0,95	0,00		
14 (Κα)	15 (Αν)	0,135	6,19	7,14	6,67	1,17	0,00		
15 (Δε)	16 (Αρ)	0,125	5,86	6,58	6,22	1,18	0,00		
15 (Αρ)	27 (Αν)	0,135	7,14	13,24	13,24	2,34	0,00	πρ	+ φ8/37
16 (Δε)	24 (Αρ)	0,135	6,58	9,40	9,40	1,65	0,00	πρ	+ φ8/50
16 (Αν)	17 (Κα)	0,135	7,28	6,93	7,10	1,24	0,00		
16 (Κα)	26 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	πρ	+ φ8/50
17 (Αν)	23 (Κα)	0,135	6,93	11,91	11,91	2,10	0,00	πρ	+ φ8/45
19 (Κα)	20 (Αν)	0,125	6,94	8,94	8,94	1,70	0,00	πρ	+ φ8/50
20 (Δε)	21 (Αρ)	0,125	10,91	8,20	9,56	1,82	0,00	πλ	+ φ8/50
21 (Δε)	22 (Αρ)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
24 (Κα)	25 (Αν)	0,125	8,65	12,00	12,00	2,30	0,00	πρ	+ φ8/39
25 (Αρ)	26 (Δε)	0,135	11,95	8,20	11,95	2,11	0,00	πρ	+ φ8/45
26 (Αρ)	27 (Δε)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
28 (Δε)	29 (Αρ)	0,125	6,16	7,73	6,95	1,32	0,00		

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Συνθήκη απαλλαγής αναλυτικού υπολογισμού βέλους, [EC2-1-1 §7.4.2]

Πλάκα [/]	l [m]	d [m]	K [/]	ρ ₀ [o/oo]	As1_pr [cm ²]	As1_ca [cm ²]	As2_ca [cm ²]	[l/d] [/]	[l/d]lim [/]	
1	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,80	0,00	22,22	<	199,00
2	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,56	0,00	22,22	<	199,00

Επίλυση πηλακών 1ου ορόφου

Στατικό σύστημα πηλακών : Επιστοματικός φορέας

Υπολογισμοί οπλισμών και έλεγχοι λειτουργικότητας κατά τον EC2-1-1.

Υπολογισμός των ερπαστικών μεγεθών των πηλακών έγινε με την μέθοδο Beer-Matthis

Υπολογισμός κοινού οικοδομικού έργου - Χαμηλή σιδηρή Διαμετρών Φορτίσεων

Απομείωση δυναμικών δράσεων: Ναι - Συνδυασμός EC0 (6.10a) & (6.10b)

Μετακίνες συντ. δυναμικών μομών δράσεων $\xi = 0,850$ - Συντ. ανθεκτικού συνδυαστικών μεταβλητών δράσεων $\psi_0 = 0,700$

Εξηλεκτών πηλακών

Είδος [l]	Συνυόδεμο [l]	fc[k]	Ecm [Gpa]	fc,cm [Mpa]	fyk [Mpa]
1	C25/30	25,0	31,0	2,56	500,0

Όλες οι πηλάδες έχουν το ίδιο χαρακτηριστικό

Διαστάσεις - φορτία πηλακών. g. = Μόνιμα φορτία, q. = Κινητά φορτία

πηλάκο [l]	lx [m]	ly [m]	h [m]	h _{ef} [m]	dl [m]	lB. [kPa]	gk [kPa]	qk [kPa]	gk [kN/m]	qk [kN/m]	Qk [kN/m]	m _{gk} [kNm/m]	m _{Qk} [kNm/m]	Ptot [kPa]
1	4,25	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75
2	3,28	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75

Ερπαστικά μεγεθή - Οπλισμοί πηλακών

πηλάκο	Τύπος	Διε	dx	d	max	As1x_rq	As2x_rq	dz	max	As1z_rq	As2z_rq
[l]	[l]	[m]	d	d	max	As1r_rq	As2r_rq	[m]	max	[cm ²]	[cm ²]
			[m]	d	max	As1r_rq	As2r_rq		max		
1	4	x-z	0,125	2,19	max	0,41	0,00	0,135	4,57	0,80	0,00
2	4	x-z	0,125	2,63	max	0,49	0,00	0,135	3,21	0,56	0,00

Στις πηλάδες z=ellier ή σανιδωτή, τα ερπαστικά μεγεθή και οι οπλισμοί έχουν αναχθεί ανά διάδοκο

Ραβδοί οπλισμού οπλισμού πηλακών

πηλάκο [l]	Δειχθώνη Κάτω	x Άνω	Δειχθώνη Κάτω	z Άνω	Εκείθενη Κάτω	παρειά Άνω	Οδηγ Κάτω	συστροφής Άνω
1	φ8/25		φ8/25					
2	φ8/25		φ8/25					

Ποσές και οριζοντίοι στρήσεων

Πήλινο [l]	Πήλινο [l]	δ [ml]	Μερί [κίλιμ]	Μερί2 [κίλιμ]	Μερί [κίλιμ]	Ασ1_ηρ [cm ²]	Ασ2_ηρ [cm ²]	Ανο	Κάτω
1(Α)	18(Δ)	0,125	6,78	6,89	6,84	1,29	0,00		
1(Δ)	2(Α)	0,125	6,78	6,44	6,61	1,25	0,00		
1(Κ)	7(Α)	0,135	7,91	6,45	7,18	1,26	0,00		
2(Κ)	8(Α)	0,125	6,86	5,42	6,14	1,16	0,00		
3(Δ)	7(Α)	0,125	5,01	5,01	5,01	0,95	0,00		
3(Α)	18(Κ)	0,135	6,75	8,41	7,88	1,33	0,00		
3(Κ)	4(Α)	0,135	6,75	7,28	7,01	1,23	0,00		
4(Α)	19(Δ)	0,125	6,58	9,00	7,79	1,48	0,00	+08/50	
4(Δ)	5(Α)	0,125	6,58	6,69	6,64	1,26	0,00		
4(Κ)	21(Α)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	+08/50	
5(Δ)	6(Α)	0,125	6,69	6,22	6,46	1,22	0,00		
5(Α)	7(Κ)	0,135	7,79	6,45	7,12	1,25	0,00		
5(Κ)	22(Α)	0,135	7,79	13,24	13,24	2,34	0,00	+08/37	
6(Δ)	9(Α)	0,135	6,22	7,20	6,71	1,17	0,00		
6(Α)	8(Κ)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
7(Δ)	8(Α)	0,125	5,01	4,80	4,90	0,93	0,00		
9(Δ)	10(Α)	0,135	7,20	6,22	6,71	1,17	0,00		
10(Δ)	15(Α)	0,125	6,22	5,86	6,04	1,14	0,00		
10(Α)	11(Κ)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
11(Δ)	14(Α)	0,125	4,80	5,00	4,90	0,92	0,00		
11(Α)	12(Κ)	0,125	5,42	5,42	5,42	1,02	0,00		
12(Δ)	13(Α)	0,125	4,80	5,01	4,90	0,93	0,00		
12(Α)	28(Κ)	0,125	5,42	6,88	6,15	1,16	0,00	+08/50	
13(Δ)	23(Α)	0,125	5,01	9,65	7,33	1,39	0,00		
13(Α)	29(Κ)	0,135	6,45	12,17	12,17	2,15	0,00	+08/44	
13(Κ)	14(Α)	0,135	6,45	6,19	6,32	1,11	0,00		
14(Δ)	17(Α)	0,125	5,00	5,01	5,01	0,95	0,00		
14(Κ)	15(Α)	0,135	6,19	7,14	6,67	1,17	0,00		
15(Δ)	16(Α)	0,125	5,86	6,58	6,22	1,18	0,00		
15(Κ)	27(Α)	0,135	7,14	13,24	13,24	2,34	0,00	+08/37	
16(Δ)	24(Α)	0,135	6,58	9,40	9,40	1,65	0,00	+08/50	
16(Α)	17(Κ)	0,135	7,28	6,93	7,10	1,24	0,00		
16(Κ)	26(Α)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	+08/50	
17(Α)	23(Κ)	0,135	6,93	11,91	11,91	2,10	0,00	+08/45	
19(Κ)	20(Α)	0,125	6,94	8,94	8,94	1,70	0,00	+08/50	
20(Δ)	21(Α)	0,125	10,91	8,20	9,56	1,82	0,00	+08/50	
21(Δ)	22(Α)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
24(Κ)	25(Α)	0,125	8,65	12,00	12,00	2,30	0,00	+08/39	
25(Α)	26(Δ)	0,135	11,95	8,20	11,95	2,11	0,00	+08/45	
26(Α)	27(Δ)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
28(Δ)	29(Α)	0,125	6,16	7,73	6,95	1,32	0,00		

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Συνθήκη απολλαγής αναλυτικού υπολογισμού βέλους, [EC2-1-1 §7.4.2]

Πλάκα [/]	l [m]	d [m]	K [/]	ρ0 [ο/οο]	As1_pr [cm ²]	As1_ca [cm ²]	As2_ca [cm ²]	[l/d] [/]	<	[l/d]mm [/]
1	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,80	0,00	22,22	<	199,00
2	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,56	0,00	22,22	<	199,00

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Αναλυτικός έλεγχος βέλους,

Πλάκα [/]	MEd [kNm]	Συντ. ζ	Κάμψη + Στ.Ι	Ερπισμός Στ.ΙΙ	Συστολή Στ.Ι	Ξήρανσης Στ.ΙΙ	Ολικό βέλος	Επιτρ βέλος	Υψωση Ξυλοτ	Βέλος διαχ.	Επιτρ. διαχ.	Ο.Κ.
1	2,63	0,00	0,79	0,00	0,26	0,00	1,04	12,00	0,00	0,22	8,57	Ο.Κ.
2	1,84	0,00	0,55	0,00	0,26	0,00	0,81	12,00	0,00	0,16	8,57	Ο.Κ.

Τα βέλη σε [mm] - Ο έλεγχος των παραμορφώσεων γίνεται με την φόρτιση [G+μ2*Q], (EC2 - §7.4)

Συντελεστής ερπισμού φ= 2,50, Συστολή ξήρανσης ecs= 0,0004

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Περιορισμός Ρηγμάτωσης (άνογμα)- Wk<0,3 [EC2-1-1 §7.3.4]

Πλάκα [/]	d [m]	MEd [kNm]	Mcr [kNm]	Asmin [cm ²]	σs [MPa]	SrMax [m]	esm-ecm [°E-3]	Wk [mm]
1	0,135	2,63	<	11,54	3,18			
2	0,135	1,84	<	11,54	3,18			

Ο έλεγχος ρηγμάτωσης στο άνοιγμα γίνεται με την φόρτιση [G+μ2*Q], [EC2-1-1 §7.3.4]

Επίλυση πλακών 2ου ορόφου

Στατικό σύστημα πλακών : Επιφανειακός φορέας,

Υπολογισμοί οπλισμών και έλεγχοι λειτουργικότητας κατά τον EC2-1-1.

Ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών των πλακών έγινε με την μέθοδο Pierep-Martins

Υπολογισμός κοινού οικοδομικού έργου - Χωρίς ανάγκη Δυσμενών Φορτίσεων

Απομείωση δυσμενών δράσεων: Ναι - Συνδυασμός EC0 (6.10α) & (6.10β)

Μετακτικές συντ., δυσμενών μονίμων δράσεων ξ = 0,850 - Συντ. συνδυασμού συνοδευτικών μεταβλητών δράσεων ψ0 = 0,700

Είδη υλικών πλακών

Είδος [/]	Σκυρόδεμα [/]	fck [MPa]	Ecm [Gpa]	fctm [MPa]	fyk [MPa]
1	C25/30	25,0	31,0	2,56	500,0

Όλες οι πλάκες έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά

Διαστάσεις - φορτία πλακών. g.= Μόνιμα φορτία, q.= Κινητά φορτία

Πλάκα [/]	lx [m]	ly [m]	h [m]	hn [m]	d1 [m]	I.B. [kPa]	gk [kPa]	qk [kPa]	Gk [kN/m]	Qk [kN/m]	mGk [kN/m]	mQk [kN/m]	Ptot [kPa]
1	4,25	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75
2	3,28	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75

Εντατικά μεγέθη - Οπλισμοί πλακών

Πλάκα [/]	Τύπος [/]	Διε	dx d [m]	μφx max mr max mer [kNm]	As1x_rq As1r_rq As1er_rq [cm ²]	As2x_rq As2r_rq As2er_rq [cm ²]	dz [m]	mfz [kNm]	As1z_rq [cm ²]	As2z_rq [cm ²]
1	4	x-z	0,125	2,19	0,41	0,00	0,135	4,57	0,80	0,00
2	4	x-z	0,125	2,63	0,49	0,00	0,135	3,21	0,56	0,00

Στις πλάκες zoeller ή sandwich, τα εντατικά μεγέθη και οι οπλισμοί έχουν αναχθεί ανά δοσοκίβδη

Ράβδοι σιδηρού οπλισμού πλακών

Πλάκα [/]	Διεύθυνση Κάτω	x Άνω	Διεύθυνση Κάτω	z Άνω	Ελεύθερη Κάτω	παρειά Άνω	Οπλισ Κάτω	συστροφής Άνω
1	φ8/25		φ8/25					
2	φ8/25		φ8/25					

Ποιές και ομοιοί σπριγγών

Πλάκα [l]	Πλάκα [l]	δ [m]	Μετ1 [κίλιμ]	Μετ2 [κίλιμ]	Μετ [κίλιμ]	As1_ηq [cm ²]	As2_ηq [cm ²]	Ανω	Κότω
1 (Αφ)	18 (Δε)	0,125	6,78	6,89	6,84	1,29	0,00		
1 (Δε)	2 (Αφ)	0,125	6,78	6,44	6,61	1,25	0,00		
1 (Κα)	7 (Αν)	0,135	7,91	6,45	7,18	1,26	0,00		
2 (Κα)	8 (Αν)	0,125	6,86	5,42	6,14	1,16	0,00		
3 (Δε)	7 (Αφ)	0,125	5,01	5,01	5,01	0,95	0,00		
3 (Αν)	18 (Κα)	0,135	6,75	8,41	7,58	1,33	0,00		
3 (Κα)	4 (Αν)	0,135	6,75	7,28	7,01	1,23	0,00		
4 (Αφ)	19 (Δε)	0,125	6,58	9,00	7,79	1,48	0,00	+08/50	
4 (Δε)	5 (Αφ)	0,125	6,58	6,69	6,64	1,26	0,00		
4 (Κα)	21 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	+08/50	
5 (Δε)	6 (Αφ)	0,125	6,69	6,22	6,46	1,22	0,00		
5 (Αν)	7 (Κα)	0,135	7,79	6,45	7,12	1,25	0,00		
5 (Κα)	22 (Αν)	0,135	7,79	13,24	13,24	2,34	0,00	+08/37	
6 (Δε)	9 (Αφ)	0,135	6,22	7,20	6,71	1,17	0,00		
6 (Αν)	8 (Κα)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
7 (Δε)	8 (Αφ)	0,125	5,01	4,80	4,90	0,93	0,00		
9 (Δε)	10 (Αφ)	0,135	7,20	6,22	6,71	1,17	0,00		
10 (Δε)	15 (Αφ)	0,125	6,22	5,86	6,04	1,14	0,00		
10 (Αν)	11 (Κα)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
11 (Δε)	14 (Αφ)	0,125	4,80	5,00	4,90	0,92	0,00		
11 (Αν)	12 (Κα)	0,125	5,42	5,42	5,42	1,02	0,00		
12 (Δε)	13 (Αφ)	0,125	4,80	5,01	4,90	0,93	0,00		
12 (Αν)	28 (Κα)	0,125	5,42	6,88	6,15	1,16	0,00	+08/50	
13 (Δε)	23 (Αφ)	0,125	5,01	9,65	7,33	1,39	0,00		
13 (Αν)	29 (Κα)	0,135	6,45	12,17	12,17	2,15	0,00	+08/44	
13 (Κα)	14 (Αν)	0,135	6,45	6,19	6,32	1,11	0,00		
14 (Δε)	17 (Αφ)	0,125	5,00	5,01	5,01	0,95	0,00		
14 (Κα)	15 (Αν)	0,135	6,19	7,14	6,67	1,17	0,00		
15 (Δε)	16 (Αφ)	0,125	5,86	6,58	6,22	1,18	0,00		
15 (Κα)	27 (Αν)	0,135	7,14	13,24	13,24	2,34	0,00	+08/37	
16 (Δε)	24 (Αφ)	0,135	6,58	9,40	9,40	1,65	0,00	+08/50	
16 (Αν)	17 (Κα)	0,135	7,28	6,93	7,10	1,24	0,00		
16 (Κα)	26 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	+08/50	
17 (Αν)	23 (Κα)	0,135	6,93	11,91	11,91	2,10	0,00	+08/45	
19 (Κα)	20 (Αν)	0,125	6,94	8,94	8,94	1,70	0,00	+08/50	
20 (Δε)	21 (Αφ)	0,125	10,91	8,20	9,56	1,82	0,00	+08/50	
21 (Δε)	22 (Αφ)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
24 (Κα)	25 (Αν)	0,125	8,65	12,00	12,00	2,30	0,00	+08/39	
25 (Αφ)	26 (Δε)	0,135	11,95	8,20	11,95	2,11	0,00	+08/45	
26 (Αφ)	27 (Δε)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
28 (Δε)	29 (Αφ)	0,125	6,16	7,73	6,95	1,32	0,00		

Ποσές και οπλισμοί στρίψεων

Πλάκο [l]	Πλάκο [l]	d [m]	ME1 [Khm]	ME2 [Khm]	ME3 [Khm]	AS1 _{rg} [cm ²]	AS2 _{rg} [cm ²]	Ανο	Κάτω
1 (Αρ)	18 (Λε)	0,125	6,78	6,89	6,84	1,29	0,00		
1 (Λε)	2 (Αρ)	0,125	6,78	6,44	6,61	1,25	0,00		
1 (Κρ)	7 (Αν)	0,135	7,91	6,45	7,18	1,26	0,00		
2 (Κρ)	8 (Αν)	0,125	6,86	5,42	6,14	1,16	0,00		
3 (Λε)	7 (Αρ)	0,125	5,01	5,01	5,01	0,95	0,00		
3 (Αν)	18 (Κρ)	0,135	6,75	8,41	7,58	1,33	0,00		
3 (Κρ)	4 (Αν)	0,135	6,75	7,28	7,01	1,23	0,00		
4 (Αρ)	19 (Λε)	0,125	6,58	9,00	7,79	1,48	0,00		
4 (Λε)	5 (Αρ)	0,125	6,58	6,69	6,64	1,26	0,00		
4 (Κρ)	21 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00		
5 (Λε)	6 (Αρ)	0,125	6,69	6,22	6,46	1,22	0,00		
5 (Αν)	7 (Κρ)	0,135	7,79	6,45	7,12	1,25	0,00		
5 (Κρ)	22 (Αν)	0,135	7,79	13,24	13,24	2,34	0,00		
6 (Λε)	9 (Αρ)	0,135	6,22	7,20	6,71	1,17	0,00		
6 (Αν)	8 (Κρ)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
7 (Λε)	8 (Αρ)	0,125	5,01	4,80	4,90	0,93	0,00		
9 (Λε)	10 (Αρ)	0,135	7,20	6,22	6,71	1,17	0,00		
10 (Λε)	15 (Αρ)	0,125	6,22	5,86	6,04	1,14	0,00		
10 (Αν)	11 (Κρ)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
11 (Λε)	14 (Αρ)	0,125	4,80	5,00	4,90	0,92	0,00		
11 (Αν)	12 (Κρ)	0,125	5,42	5,42	5,42	1,02	0,00		
12 (Λε)	13 (Αρ)	0,125	4,80	5,01	4,90	0,93	0,00		
12 (Αν)	28 (Κρ)	0,125	5,42	6,88	6,15	1,16	0,00		
13 (Λε)	23 (Αρ)	0,125	5,01	9,65	7,33	1,39	0,00		
13 (Αν)	29 (Κρ)	0,135	6,45	12,17	12,17	2,15	0,00		
13 (Κρ)	14 (Αν)	0,135	6,45	6,19	6,32	1,11	0,00		
14 (Λε)	17 (Αρ)	0,125	5,00	5,01	5,01	0,95	0,00		
14 (Κρ)	15 (Αν)	0,135	6,19	7,14	6,67	1,17	0,00		
15 (Λε)	16 (Αρ)	0,125	5,86	6,58	6,22	1,18	0,00		
15 (Κρ)	27 (Αν)	0,135	7,14	13,24	13,24	2,34	0,00		
16 (Λε)	24 (Αρ)	0,135	6,58	9,40	9,40	1,65	0,00		
16 (Αν)	17 (Κρ)	0,135	7,28	6,93	7,10	1,24	0,00		
16 (Κρ)	26 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00		
17 (Αν)	23 (Κρ)	0,135	6,93	11,91	11,91	2,10	0,00		
19 (Κρ)	20 (Αν)	0,125	6,94	8,94	8,94	1,70	0,00		
20 (Λε)	21 (Αρ)	0,125	10,91	8,20	9,56	1,82	0,00		
21 (Λε)	22 (Αρ)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
24 (Κρ)	25 (Αν)	0,125	8,65	12,00	12,00	2,30	0,00		
25 (Αρ)	26 (Λε)	0,135	11,95	8,20	11,95	2,11	0,00		
26 (Αρ)	27 (Λε)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
28 (Λε)	29 (Αρ)	0,125	6,16	7,73	6,95	1,32	0,00		

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Συνθήκη απαλλαγής αναλυτικού υπολογισμού βέλους, [EC2-1-1 §7.4.2]

Πλάκα [/]	l [m]	d [m]	K [/]	ρ0 [o/oo]	As1_pr [cm²]	As1_ca [cm²]	As2_ca [cm²]	[l/d] [/]	[l/d]lim [/]	
1	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,80	0,00	22,22	<	199,00
2	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,56	0,00	22,22	<	199,00

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Αναλυτικός έλεγχος βέλους

Πλάκα [/]	ΜEd [kNm]	Συντ. ζ	Κάμψη + Στ.Ι	Ερπυσμός Στ.ΙΙ	Συστολή Στ.Ι	Ξήρανσης Στ.ΙΙ	Ολικό βέλος	Επιτρ. βέλος	Υψωση ξυλοτ	βέλος διαχ.	Επιτρ. διαχ.	
1	2,63	0,00	0,79	0,00	0,26	0,00	1,04	12,00	0,00	0,22	8,57	Ο.Κ.
2	1,84	0,00	0,55	0,00	0,26	0,00	0,81	12,00	0,00	0,16	8,57	Ο.Κ.

Τα βέλη σε [mm] - Ο έλεγχος των παραμορφώσεων γίνεται με την φόρτιση [G+ψ2*Q], (EC2 - §7.4)

Συντελεστής ερπυσμού φ= 2,50 , Συστολή ξήρανσης εcs= 0,0004

Επίλυση πλακών 3ου ορόφου

Στατικό σύστημα πλακών : Επιφανειακός φορέας.
Υπολογισμοί οπλισμών και έλεγχος λειτουργικότητας κατά τον EC2-1-1.
Ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών των πλακών έγινε με την μέθοδο Pieper-Martins
Υπολογισμός κοινού οικοδομικού έργου - Χαρίς ανάγκη Διαμερών Φορτίσεων
Απομείωση διαμερών δράσεων: Ναι - Συνδυασμός ECO (6.10α) & (6.10β)
Μειωτικός συντ. διαμερών μονίμων δράσεων ξ = 0,850 - Συντ. συνδυασμού συνοδευτικών μεταβλητών δράσεων ψ0 = 0,700

Είδη υλικών πλακών

Είδος [/]	Σκυρόδεμα [/]	fck [MPa]	Ecm [Gra]	fctm [MPa]	fyk [MPa]
1	C25/30	25,0	31,0	2,56	500,0

Όλες οι πλάκες έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά

Διαστάσεις - φορτία πλακών. g.= Μόνιμα φορτία, q.= Κινητά φορτία

Πλάκα [/]	lx [m]	ly [m]	h [m]	hn [m]	d1 [m]	l.B. [kPa]	qk [kPa]	qk [kPa]	Gk [kN/m]	Qk [kN/m]	mGk [kN/m]	mQk [kN/m]	Ptot [kPa]
1	4,25	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75
2	3,28	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75

Εντατικά μεγέθη - Οπλισμοί πλακών

Πλάκα [/]	Τύπος [/]	Διε	dx d d [m]	mfx max mfr max mer [kNim]	As1x_rq As1r_rq As1er_rq [cm²]	As2x_rq As2r_rq As2er_rq [cm²]	dz [m]	mfx [kNim]	As1z_rq As2z_rq [cm²]
1	4	x-z	0,125	2,19	0,41	0,00	0,135	4,57	0,80
2	4	x-z	0,125	2,63	0,49	0,00	0,135	3,21	0,56

Στις πλάκες zoeller ή sandwich, τα εντατικά μεγέθη και οι οπλισμοί έχουν αναχθεί ανά διαδοχικό

Ράβδοι σιδήρου οπλισμού πλακών

Πλάκα [/]	Διεύθυνση Κάτω	x Άνω	Διεύθυνση Κάτω	z Άνω	Ελεύθερη Κάτω	παρά Άνω	Οπλισ Κάτω	συστροφής Άνω
1	φ8/25		φ8/25					
2	φ8/25		φ8/25					

Πορές και οριζοντιοί στηρίξεων

Πάκα [l]	Πάκα [l]	δ [m]	Πεδ1 [kNm]	Πεδ2 [kNm]	Πεδ [kNm]	As1_rq [cm ²]	As2_rq [cm ²]	Ανω	Κάτω
1 (Α)	18 (Δ)	0,125	6,78	6,89	6,84	1,29	0,00		
1 (Δ)	2 (Α)	0,125	6,78	6,44	6,61	1,25	0,00		
1 (Κ)	7 (Α)	0,135	7,91	6,45	7,18	1,26	0,00		
2 (Κ)	8 (Α)	0,125	6,86	5,42	6,14	1,16	0,00		
3 (Δ)	7 (Α)	0,125	5,01	5,01	5,01	0,95	0,00		
3 (Α)	18 (Κ)	0,135	6,75	8,41	7,58	1,33	0,00		
3 (Κ)	4 (Α)	0,135	6,75	7,28	7,01	1,23	0,00		
4 (Α)	19 (Δ)	0,125	6,58	9,00	7,79	1,48	0,00		
4 (Δ)	5 (Α)	0,125	6,58	6,69	6,64	1,26	0,00		
4 (Κ)	21 (Α)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00		
5 (Δ)	6 (Α)	0,125	6,69	6,22	6,46	1,22	0,00		
5 (Α)	7 (Κ)	0,135	7,79	6,45	7,12	1,25	0,00		
5 (Κ)	22 (Α)	0,135	7,79	13,24	13,24	2,34	0,00		
6 (Δ)	9 (Α)	0,135	6,22	7,20	6,71	1,17	0,00		
6 (Α)	8 (Κ)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
7 (Δ)	8 (Α)	0,125	5,01	4,80	4,90	0,93	0,00		
9 (Δ)	10 (Α)	0,135	7,20	6,22	6,71	1,17	0,00		
10 (Δ)	15 (Α)	0,125	6,22	5,86	6,04	1,14	0,00		
10 (Α)	11 (Κ)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
11 (Δ)	14 (Α)	0,125	4,80	5,00	4,90	0,92	0,00		
11 (Α)	12 (Κ)	0,125	5,42	5,42	5,42	1,02	0,00		
12 (Δ)	13 (Α)	0,125	4,80	5,01	4,90	0,93	0,00		
12 (Α)	28 (Κ)	0,125	5,42	6,88	6,15	1,16	0,00		
13 (Δ)	23 (Α)	0,125	5,01	9,65	7,33	1,39	0,00		
13 (Α)	29 (Κ)	0,135	6,45	12,17	12,17	2,15	0,00		
13 (Κ)	14 (Α)	0,135	6,45	6,19	6,32	1,11	0,00		
14 (Δ)	17 (Α)	0,125	5,00	5,01	5,01	0,95	0,00		
14 (Κ)	15 (Α)	0,135	6,19	7,14	6,67	1,17	0,00		
15 (Δ)	16 (Α)	0,125	5,86	6,58	6,22	1,18	0,00		
15 (Κ)	27 (Α)	0,135	7,14	13,24	13,24	2,34	0,00		
16 (Δ)	24 (Α)	0,135	6,58	9,40	9,40	1,65	0,00		
16 (Α)	17 (Κ)	0,135	7,28	6,93	7,10	1,24	0,00		
16 (Κ)	26 (Α)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00		
17 (Α)	23 (Κ)	0,135	6,93	11,91	11,91	2,10	0,00		
19 (Κ)	20 (Α)	0,125	6,94	8,94	8,94	1,70	0,00		
20 (Δ)	21 (Α)	0,125	10,91	8,20	9,56	1,82	0,00		
21 (Δ)	22 (Α)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
24 (Κ)	25 (Α)	0,125	8,65	12,00	12,00	2,30	0,00		
25 (Α)	26 (Δ)	0,135	11,95	10,08	11,95	2,11	0,00		
26 (Α)	27 (Δ)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
28 (Δ)	29 (Α)	0,125	6,16	7,73	6,95	1,32	0,00		

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Συνθήκη απαλλαγής αναλυτικού υπολογισμού βέλους. [EC2-1-1 §7.4.2]

Πλάκα [J]	l [m]	d [m]	K [J]	ρ0 [o/oo]	As1_pr [cm²]	As1_ca [cm²]	As2_ca [cm²]	[l/d] [J]	<	[l/d]lim [J]
1	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,80	0,00	22,22	<	199,00
2	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,56	0,00	22,22	<	199,00

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Αναλυτικός έλεγχος βέλους.

Πλάκα [J]	Μεθ [kNm]	Συντ. ζ	Κλίση + Στ.Ι	Επιμορφός Στ.ΙΙ	Συστολή Στ.Ι	Επιμόρφης Στ.ΙΙ	Ολικό βέλος	Επιτρ βέλος	Υψωση Ευλωτ	Βέλος όσχι.	Επιτρ. όσχι.	Ο.Κ.
1	2,63	0,00	0,79	0,00	0,26	0,00	1,04	12,00	0,00	0,22	8,57	Ο.Κ.
2	1,84	0,00	0,55	0,00	0,26	0,00	0,81	12,00	0,00	0,16	8,57	Ο.Κ.

Τα βέλη σε [mm] - Ο έλεγχος των παραμορφώσεων γίνεται με την φόρση [G=μ²Q]. (EC2 - §7.4)
 Συντελεστής ερωμαίου φ= 2,50 - Συστολή ξηρανσης ecs= 0,0004

Επίλυση πλακών 4ου ορόφου

Στατικό σύστημα πλακών: Επιφανειακός φορέας.
 Υπολογισμοί οπλισμών και έλεγχος λειτουργικότητας κατά τον EC2-1-1.
 Ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών των πλακών έγινε με την μέθοδο Papez-Martins
 Υπολογισμός κοινού οικοδομικού έργου - Χωρίς ανάκτη Διμερών Φορτίσεων
 Απομάκρυνση διμερών δόρασαν: Ναι - Συνδυασμός EC1 (6.10c) & (6.10b)
 Μεικτός συντ. διμερών μονίμων δόρασαν ξ = 0,850 - Συντ. συνδυασμού συνδυαστικών μεταβλητών δόρασαν ψ0 = 0,700

Είδη υλικών πλακών

Είδος [J]	Σκυρόδεμα [J]	fck [Μpa]	Ecm [Gpa]	fctm [Μpa]	fyk [Μpa]
1	C25/30	25,0	31,0	2,56	500,0

Όλες οι πλάκες έχουν τα ίδια χαρακτηριστικά

Διαστάσεις - φορτία πλακών. q_s = Μόνιμα φορτία, q_v = Κινητά φορτία

Πλάκα [J]	lx [m]	ly [m]	h [m]	hn [m]	d1 [m]	I.B. [kPa]	gk [kPa]	qk [kPa]	Gk [kN/m]	Qk [kN/m]	mGk [kN/m]	mQk [kN/m]	Ptot [kPa]
1	4,25	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75
2	3,28	3,00	0,160	--	0,025	4,00	1,00	2,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,75

Εντατικά μεγέθη - Οπλισμοί πλακών

Πλάκα [J]	Τύπος [J]	Διε	dx d [m]	mfx max mfr max mer [kNm]	As1x_rq As1r_rq As1e_rq [cm²]	As2x_rq As2r_rq As2e_rq [cm²]	dz [m]	mfz [kNm]	As1z_rq [cm²]	As2z_rq [cm²]
1	4	x-z	0,125	2,19	0,41	0,00	0,135	4,57	0,80	0,00
2	4	x-z	0,125	2,63	0,49	0,00	0,135	3,21	0,56	0,00

Στις πλάκες zοείναι ή σανδώνεται, τα εντατικά μεγέθη και οι οπλισμοί έχουν αναβεί από διαδοκίδα

Ρίβροι στήριξη οπλισμοί πλακών

Πλάκα [J]	Διεύθυνση Κάτω	x Άνω	Διεύθυνση Κάτω	z Άνω	Ελεύθερη Κάτω	παρά Άνω	Οπλισ Κάτω	συστροφής Άνω
1	φ8/25		φ8/25					
2	φ8/25		φ8/25					

Ροπές και οπλισμοί στριβίσεων

Πλάκα [J]	Πλάκα [J]	d [m]	Μεθ1 [kNm]	Μεθ2 [kNm]	Μεθ [kNm]	As1_rq [cm²]	As2_rq [cm²]	Άνω	Κάτω
1 (Αρ)	18 (Δε)	0,125	6,78	6,89	6,84	1,29	0,00		
1 (Δε)	2 (Αρ)	0,125	6,78	6,44	6,61	1,25	0,00		
1 (Κα)	7 (Αν)	0,135	7,91	6,45	7,18	1,26	0,00		
2 (Αρ)	8 (Αν)	0,125	6,86	5,42	6,14	1,16	0,00		
3 (Δε)	7 (Αρ)	0,125	5,01	5,01	5,01	0,95	0,00		
3 (Αν)	18 (Κα)	0,135	6,75	8,41	7,58	1,33	0,00		
3 (Κα)	4 (Αν)	0,135	6,75	7,28	7,01	1,23	0,00		
4 (Αρ)	19 (Δε)	0,125	6,58	9,00	7,79	1,48	0,00	Πλ	+ φ8/50
4 (Δε)	5 (Αρ)	0,125	6,58	6,69	6,64	1,26	0,00		
4 (Κα)	21 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	Πρ	+ φ8/50
5 (Δε)	6 (Αρ)	0,125	6,69	6,22	6,46	1,22	0,00		
5 (Αν)	7 (Κα)	0,135	7,79	6,45	7,12	1,25	0,00		
5 (Κα)	22 (Αν)	0,135	7,79	13,24	13,24	2,34	0,00	Πρ	+ φ8/37
6 (Δε)	9 (Αρ)	0,135	6,22	7,20	6,71	1,17	0,00		
6 (Αν)	8 (Κα)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
7 (Δε)	8 (Αρ)	0,125	5,01	4,80	4,90	0,93	0,00		
9 (Δε)	10 (Αρ)	0,135	7,20	6,22	6,71	1,17	0,00		
10 (Δε)	15 (Αρ)	0,125	6,22	5,86	6,04	1,14	0,00		
10 (Αν)	11 (Κα)	0,125	5,00	5,42	5,21	0,98	0,00		
11 (Δε)	14 (Αρ)	0,125	4,80	5,00	4,90	0,92	0,00		
11 (Αν)	12 (Κα)	0,125	5,42	5,42	5,42	1,02	0,00		
12 (Δε)	13 (Αρ)	0,125	4,80	5,01	4,90	0,93	0,00		
12 (Αν)	28 (Κα)	0,125	5,42	6,88	6,15	1,16	0,00	Πλ	+ φ8/50
13 (Δε)	23 (Αρ)	0,125	5,01	9,65	7,33	1,39	0,00		
13 (Αν)	29 (Κα)	0,135	6,45	12,17	12,17	2,15	0,00	Πρ	+ φ8/44
13 (Ορ)	14 (Αν)	0,135	6,45	6,19	6,32	1,11	0,00		
14 (Δε)	17 (Αρ)	0,125	5,00	5,01	5,01	0,95	0,00		
14 (Κα)	15 (Αν)	0,135	6,19	7,14	6,67	1,17	0,00		
15 (Δε)	16 (Αρ)	0,125	5,86	6,58	6,22	1,18	0,00		
15 (Κα)	27 (Αν)	0,135	7,14	13,24	13,24	2,34	0,00	Πρ	+ φ8/37
16 (Δε)	24 (Αρ)	0,135	6,58	9,40	9,40	1,65	0,00	Πρ	+ φ8/50
16 (Αν)	17 (Κα)	0,135	7,28	6,93	7,10	1,24	0,00		
16 (Κα)	26 (Αν)	0,135	7,28	8,71	8,71	1,53	0,00	Πρ	+ φ8/50
17 (Αν)	23 (Κα)	0,135	6,93	11,91	11,91	2,10	0,00	Πρ	+ φ8/45
19 (Κα)	20 (Αν)	0,125	6,94	8,94	8,94	1,70	0,00	Πρ	+ φ8/50
20 (Δε)	21 (Αρ)	0,125	10,91	8,20	9,56	1,82	0,00	Πλ	+ φ8/50
21 (Δε)	22 (Αρ)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
24 (Κα)	25 (Αν)	0,125	8,65	12,00	12,00	2,30	0,00	Πρ	+ φ8/39
25 (Αρ)	26 (Δε)	0,135	11,95	8,20	11,95	2,11	0,00	Πρ	+ φ8/45
26 (Αρ)	27 (Δε)	0,125	8,20	10,08	9,14	1,74	0,00		
28 (Δε)	29 (Αρ)	0,125	6,16	7,73	6,95	1,32	0,00		

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Συνθήκη απαλλαγής αναλυτικού υπολογισμού βέλους. [EC2-1-1 §7.4.2]

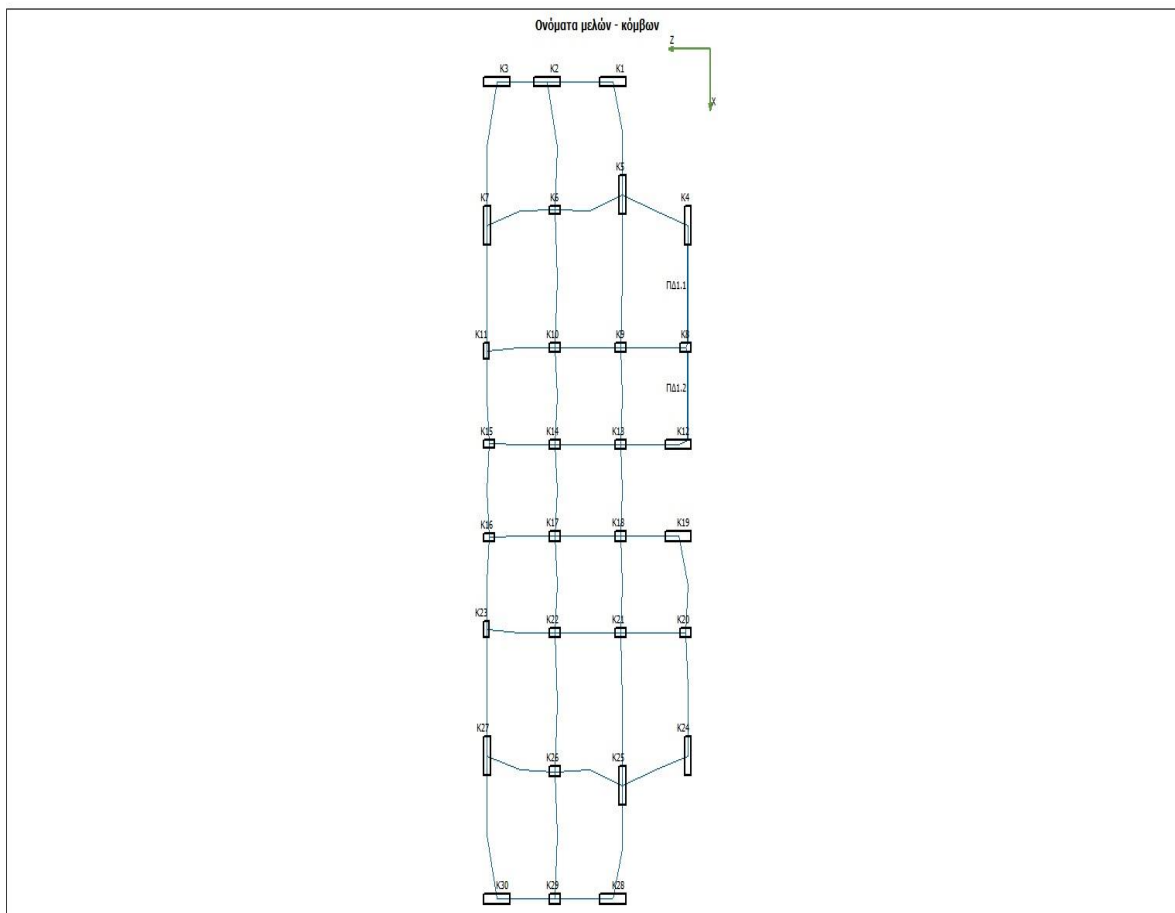
Πλάκα [J]	I [m]	d [m]	K [J]	ρ0 [o/oo]	As1_pr [cm²]	As1_ca [cm²]	As2_ca [cm²]	[I/d] [J]	[I/d]lim [J]
1	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,80	0,00	22,22	<
2	3,00	0,135	1,30	5,00	2,01	0,56	0,00	22,22	<

Ο. Κ. Λειτουργικότητας: Αναλυτικός έλεγχος βέλους.

Πλάκα [J]	ΜΕd [kNm]	Συντ. ζ	Κάμψη + Στ.Ι	Ερπισμός Στ.ΙΙ	Συστολή Στ.Ι	Ξήρανσης Στ.ΙΙ	Ολικό βέλος	Επιτρ βέλος	Υψωση ξυλοστ	Βέλος διαχ.	Επιτρ. διαχ.
1	2,63	0,00	0,79	0,00	0,26	0,00	1,04	12,00	0,00	0,22	8,57
2	1,84	0,00	0,55	0,00	0,26	0,00	0,81	12,00	0,00	0,16	8,57

Το βέλη σε [mm] - Ο έλεγχος των παραμορφώσεων γίνεται με την φόρτιση [G+ψ²Q]. (EC2 - §7.4)
 Συντελεστής ερπισμού φ= 2,50 , Συστολή ξήρανσης εcs= 0,0004

Κάτοψη ορόφου: -1



Διαστασιολόγηση δοκών ορόφου: -1

Δοκός: Δ1.1, Όροφος -1

Γενικά δεδομένα δοκού

Κόμβοι	Αρχή: 4	Τέλος: 8	Μέλος: 151	ΣΙΠΕΜ = 1,00
Διατομή	Ανεστ. πλακοδοκός		Πεδιλοδοκός	Ακαμπτές απολήξεις
Διαστάσεις	30/90/140/35/5,7 [cm]		Μήκος l=3,05m	B=0,60m Bt=0,15m
Υλικό	Σκυρόδεμα: C25/30		Χάλυβας: B500C	Συνδετήρες: B500C
Κανονισμός	ΚΤΜ		Κύρια δοκός	Ανακατανομή ροπών=0%
Έδαφος	σμεf=250,00kPa		D= 3,00m	δ= 30,00° (λ*κρ) l= 0,30

Δοκός: Δ1.2, Όροφος -1

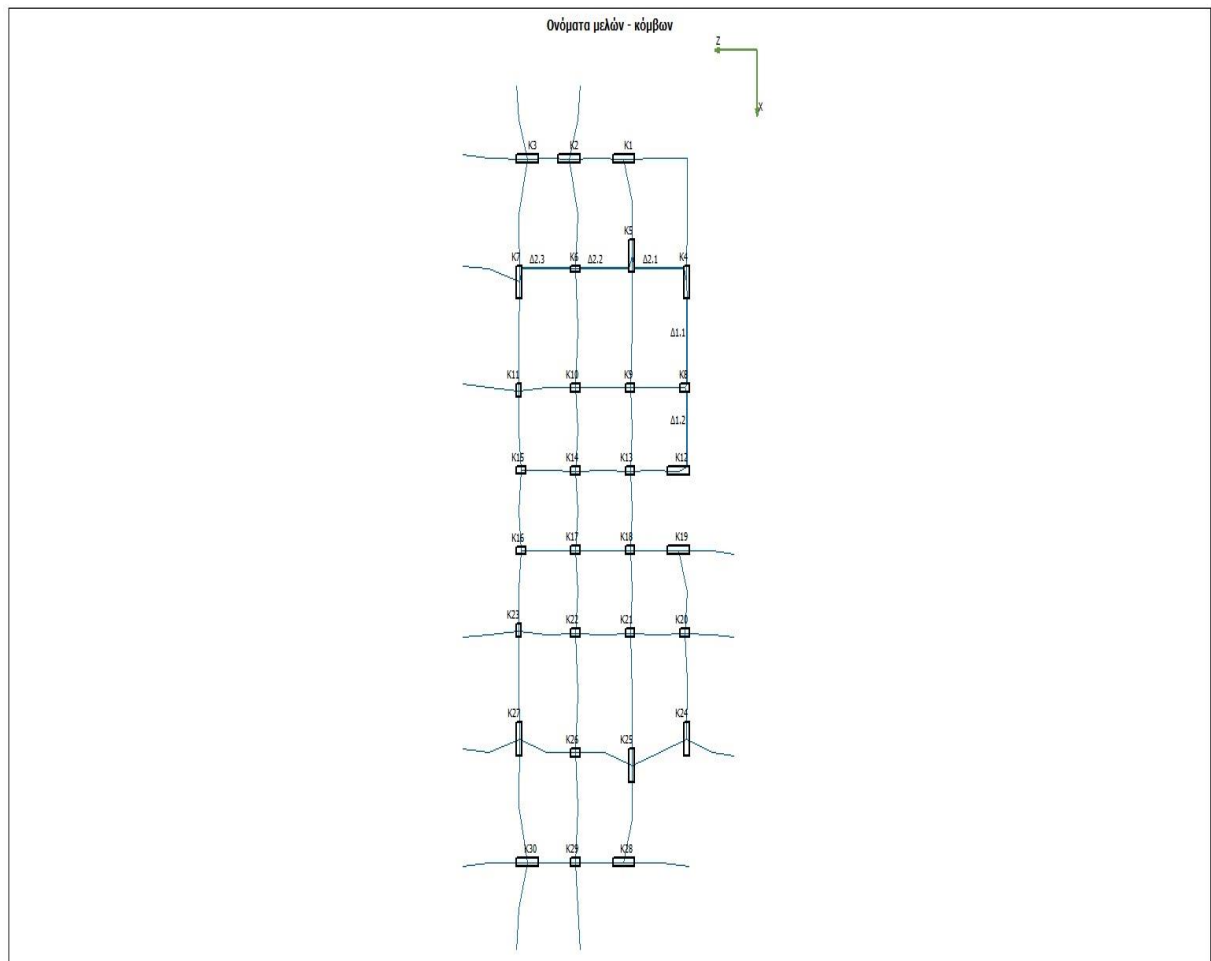
Γενικά δεδομένα δοκού

Κόμβοι	Αρχή: 8	Τέλος: 12	Μέλος: 152	ΣΤΕΜ = 1,00
Διανομή	Ανεστ. πλακοδοκός		Πεδίοδοκός	Ακαμπτες απολήξεις
Διαστάσεις	30/90/140/35/5,7 (cm)		Μήκος: $l_c=2,70m$	$\theta_l=0,15m$ $\theta_r=0,15m$
Υλικό	Σκυρόδεμα: C25/30		Χάλυβας: B500C	Συνδετήρες: B500C
Κανονισμός	ΚΤΜ		Κύρια δοκός	Ανακατανομή ροπών=0%
Έδαφος	$\sigma_{pe}=250,00kPa$		D= 3,00m	$\delta=30,00^\circ$ ($l^*/k\alpha$) $l=0,30$

Ράβδοι σιδηρού οπλισμού : Δοκού Δ1

Θέση	Κάτω σε μήκος	Σπάνε στις θέσεις	Άνω σε μήκος	Πρ. λοξά σε θέσεις
Ανοι 1	4Φ18		4Φ18	(Οπλ. κορμού= 4Φ12)
Συνδετήρες :	2τυ. ΣΦ10/10	Κόλιση περιοχή	Τέλος	
Απαγ. οπλισμός πέλματος πεδ/κού: 4,40cm ²		Ράβδοι οπλισμού πέλματος: #Φ12/15,0		
Ελάχιστη διάσταση (hc) στήριξης για αγκύρωση βάσει EC2				
(Π):Κόμβος 4	Για Φ18	(α) με όγκοτρο [EC2 πιν.8.1] $h_c=0,92m$	(β) με τύμπανο D= 41cm [EC2 Σχέση 8.1] $h_c=0,27m$	
(Κ):Κόμβος 4	Για Φ18	(α) με όγκοτρο [EC2 πιν.8.1] $h_c=0,62m$	(β) με τύμπανο D= 41cm [EC2 Σχέση 8.1] $h_c=0,27m$	
Θέση	Κάτω σε μήκος	Σπάνε στις θέσεις	Άνω σε μήκος	Πρ. λοξά σε θέσεις
Ανοι 2	4Φ18		4Φ18	(Οπλ. κορμού= 4Φ12)
Συνδετήρες :	2τυ. ΣΦ10/15	Κόλιση περιοχή	Τέλος	
Απαγ. οπλισμός πέλματος πεδ/κού: 4,40cm ²		Ράβδοι οπλισμού πέλματος: #Φ12/15,0		
Ελάχιστη διάσταση (hc) στήριξης για αγκύρωση βάσει EC2				
(Π):Κόμβος 12	Για Φ18	(α) με όγκοτρο [EC2 πιν.8.1] $h_c=0,92m$	(β) με τύμπανο D= 41cm [EC2 Σχέση 8.1] $h_c=0,27m$	
(Κ):Κόμβος 12	Για Φ18	(α) με όγκοτρο [EC2 πιν.8.1] $h_c=0,62m$	(β) με τύμπανο D= 41cm [EC2 Σχέση 8.1] $h_c=0,27m$	

Κάτοψη ορόφου: 0



Διαστασιολόγηση δοκών ορόφου: 0

Δοκός: Δ1.1, Όροφος 0

Γενικά δεδομένα δοκού

Κόμβοι	Αρχή: 4	Τέλος: 8	Μέλος: 198	ΣΠΕΜ = 1,00	
Διατομή	Πλακοδοκός		Ανωδομής	Ακαμπτές απολήξεις	
Διαστάσεις	25/70/70/16/5,2 (cm)		Μήκος lc=3,05m	Bl=0,60m	Br=0,15m
Υλικό	Σκυρόδεμα: C25/30		Χάλυβας: B500C	Συνδετήρες: B500C	
Κανονισμός	ΚΤΜ		Κύρια δοκός	Ανακατανομή ροπών=Ναι	

Δοκός: Δ1.2, Όροφος 0

Γενικά δεδομένα δοκού

Κόμβοι	Αρχή: 8	Τέλος: 12	Μέλος: 199	ΣΠΕΜ = 1,00	
Διατομή	Πλακοδοκός		Ανωδομής	Ακαμπτές απολήξεις	
Διαστάσεις	25/70/70/16/5,2 (cm)		Μήκος lc=2,70m	Bl=0,15m	Br=0,15m
Υλικό	Σκυρόδεμα: C25/30		Χάλυβας: B500C	Συνδετήρες: B500C	
Κανονισμός	ΚΤΜ		Κύρια δοκός	Ανακατανομή ροπών=Ναι	

Δοκός: Δ2.1, Όροφος 0

Γενικά δεδομένα δοκού

Κόμβοι	Αρχή: 4	Τέλος: 5	Μέλος: 200	ΣΠΕΜ = 1,00	
Διατομή	Πλακοδοκός		Ανωδομής	Ακαμπτές απολήξεις	
Διαστάσεις	25/50/100/16/5,2 (cm)		Μήκος lc=2,70m	Bl=0,15m	Br=0,15m
Υλικό	Σκυρόδεμα: C25/30		Χάλυβας: B500C	Συνδετήρες: B500C	
Κανονισμός	ΚΤΜ		Κύρια δοκός	Ανακατανομή ροπών=Ναι	

Δοκός: Δ2.2, Όροφος 0

Γενικά δεδομένα δοκού

Κόμβοι	Αρχή: 5	Τέλος: 6	Μέλος: 201	ΣΠΕΜ = 1,00	
Διατομή	Πλακοδοκός		Ανωδομής	Ακαμπτές απολήξεις	
Διαστάσεις	25/50/100/16/5,2 (cm)		Μήκος lc=2,70m	Bl=0,15m	Br=0,25m
Υλικό	Σκυρόδεμα: C25/30		Χάλυβας: B500C	Συνδετήρες: B500C	
Κανονισμός	ΚΤΜ		Κύρια δοκός	Ανακατανομή ροπών=Ναι	

Δοκός: Δ2.3, Όροφος 0

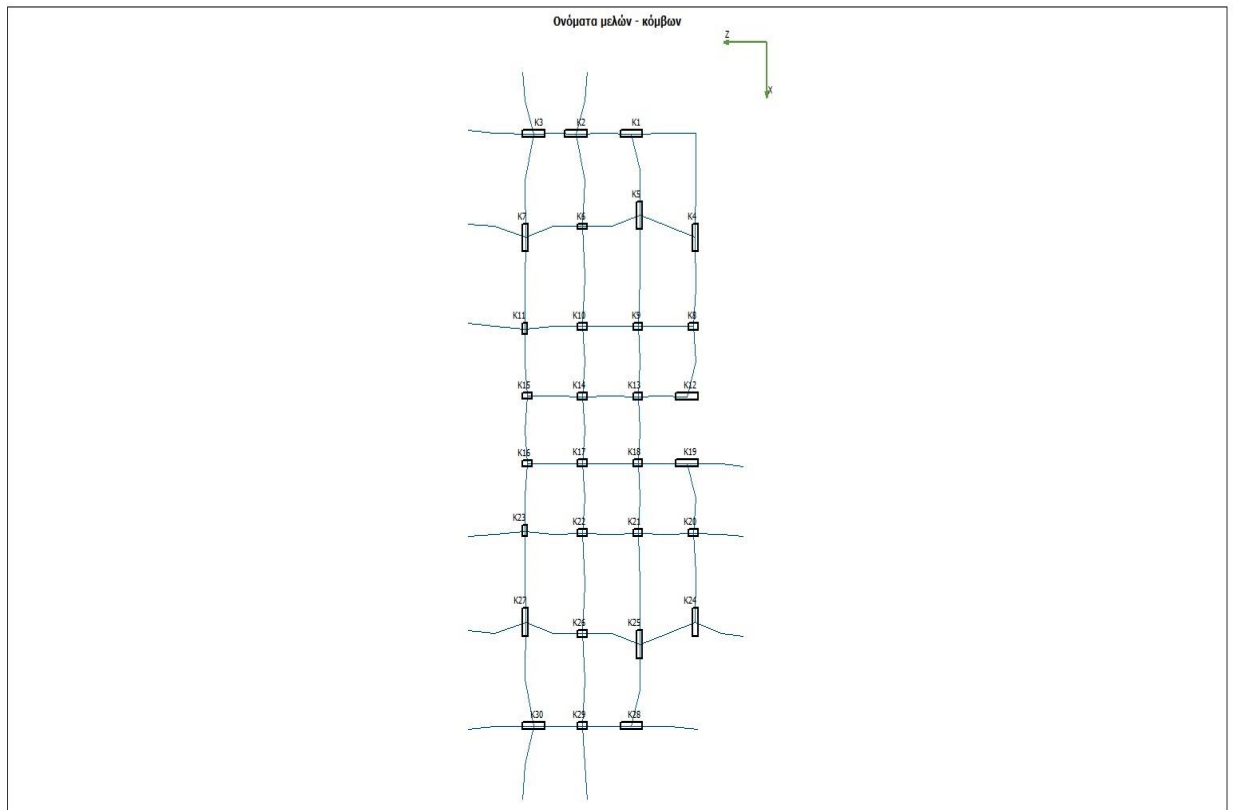
Γενικά δεδομένα δοκού

Κόμβοι	Αρχή: 6	Τέλος: 7	Μέλος: 202	ΣΠΕΜ = 1,00	
Διατομή	Πλακοδοκός		Ανωδομής	Ακαμπτές απολήξεις	
Διαστάσεις	25/70/70/16/5,2 (cm)		Μήκος lc=2,70m	Bl=0,25m	Br=0,15m
Υλικό	Σκυρόδεμα: C25/30		Χάλυβας: B500C	Συνδετήρες: B500C	
Κανονισμός	ΚΤΜ		Κύρια δοκός	Ανακατανομή ροπών=Ναι	

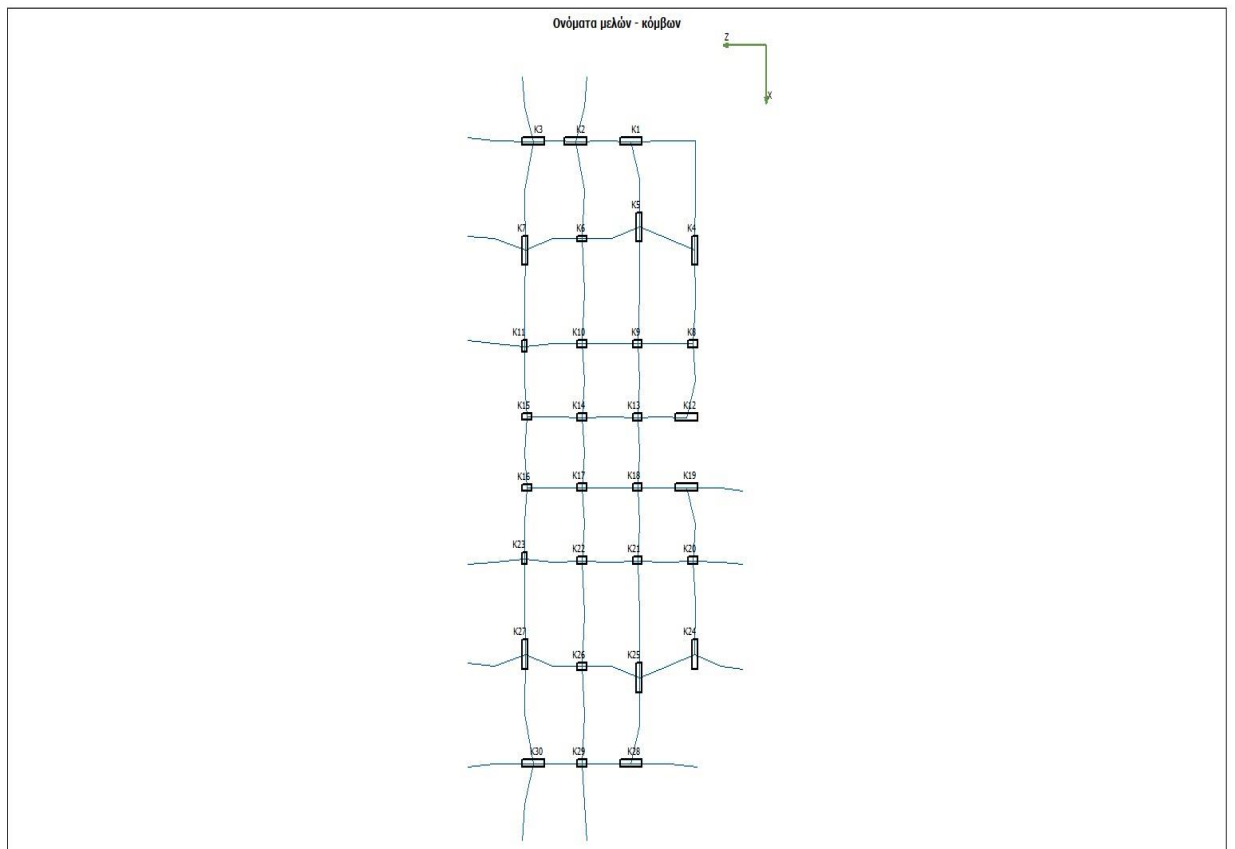
Ράβδοι σιδήρου οπλισμού : Δοκού Δ2

Θέση	Κάτω σε μήκος	Σπάνε στις θέσεις	Άνω σε μήκος	Πρ. λοξά σε θέσεις
Ανοι Κόμβος	1 4	4(2)Φ12 2Φ16	2Φ14 1Φ12	1,30 Tέλος
Συνδετήρες :	2πμ. ΣΦ8/17	Καθήμη περιοχή	Αρχή: 0,50m -2πμ. ΣΦ8/9,5	0,50m -2πμ. ΣΦ8/9,5
(Π):Κόμβος 4 (Κ):Κόμβος 4	Για Φ14 Για Φ16	(α) με άγκιστρο EC2 πnv.8.1) hc= 0,74m (α) με άγκιστρο EC2 πnv.8.1) hc= 0,58m	Ελάχιστη διάσταση (hc) στήριξης για αγκύρωση βάση EC2	(β) με τύλιγμα D= 26cm [EC2 Σχέση 8.1] hc= 0,19m (β) με τύλιγμα D= 38cm [EC2 Σχέση 8.1] hc= 0,25m
Ανοι Συνδετήρες :	2 3(1)Φ12	Κάτω σε μήκος	Σπάνε στις θέσεις	Άνω σε μήκος
Συνδετήρες :	2πμ. ΣΦ8/20	Καθήμη περιοχή	Αρχή: 0,50m -2πμ. ΣΦ8/9,5	Tέλος
(Π):Κόμβος 4 (Κ):Κόμβος 4	Για Φ14 Για Φ16	(α) με άγκιστρο EC2 πnv.8.1) hc= 0,74m (α) με άγκιστρο EC2 πnv.8.1) hc= 0,58m	Ελάχιστη διάσταση (hc) στήριξης για αγκύρωση βάση EC2	(β) με τύλιγμα D= 26cm [EC2 Σχέση 8.1] hc= 0,19m (β) με τύλιγμα D= 38cm [EC2 Σχέση 8.1] hc= 0,25m
Ανοι Κόμβος	3 6	3Φ14 1Φ16	2Φ12	2,05 Tέλος
Κόμβος	7	1,00 1,35	1Φ16	0,70m -2πμ. ΣΦ8/9,5
Συνδετήρες :	2πμ. ΣΦ8/20	Καθήμη περιοχή	Αρχή: 0,70m -2πμ. ΣΦ8/9,5	0,70m -2πμ. ΣΦ8/9,5
(Π):Κόμβος 7 (Κ):Κόμβος 7	Για Φ16 Για Φ14	(α) με άγκιστρο EC2 πnv.8.1) hc= 0,84m (α) με άγκιστρο EC2 πnv.8.1) hc= 0,51m	Ελάχιστη διάσταση (hc) στήριξης για αγκύρωση βάση EC2	(β) με τύλιγμα D= 31cm [EC2 Σχέση 8.1] hc= 0,21m (β) με τύλιγμα D= 26cm [EC2 Σχέση 8.1] hc= 0,19m

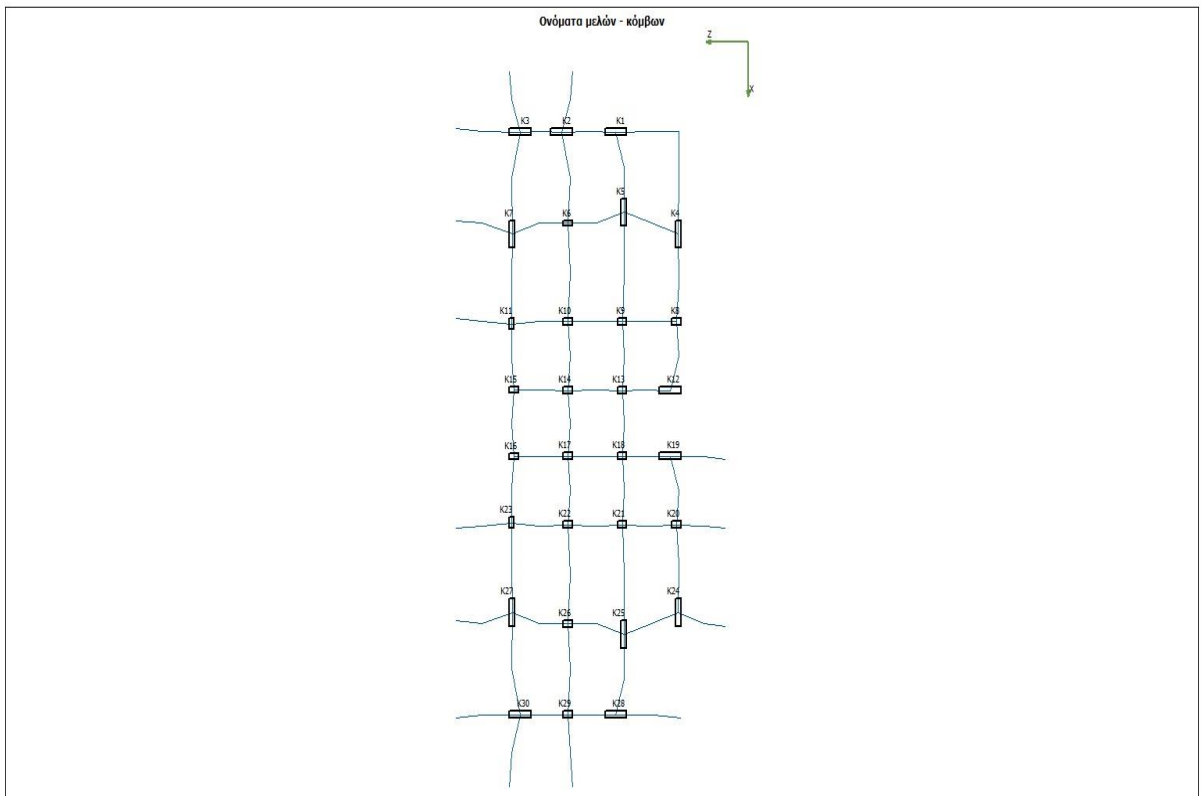
Κάτοψη ορόφου: 1



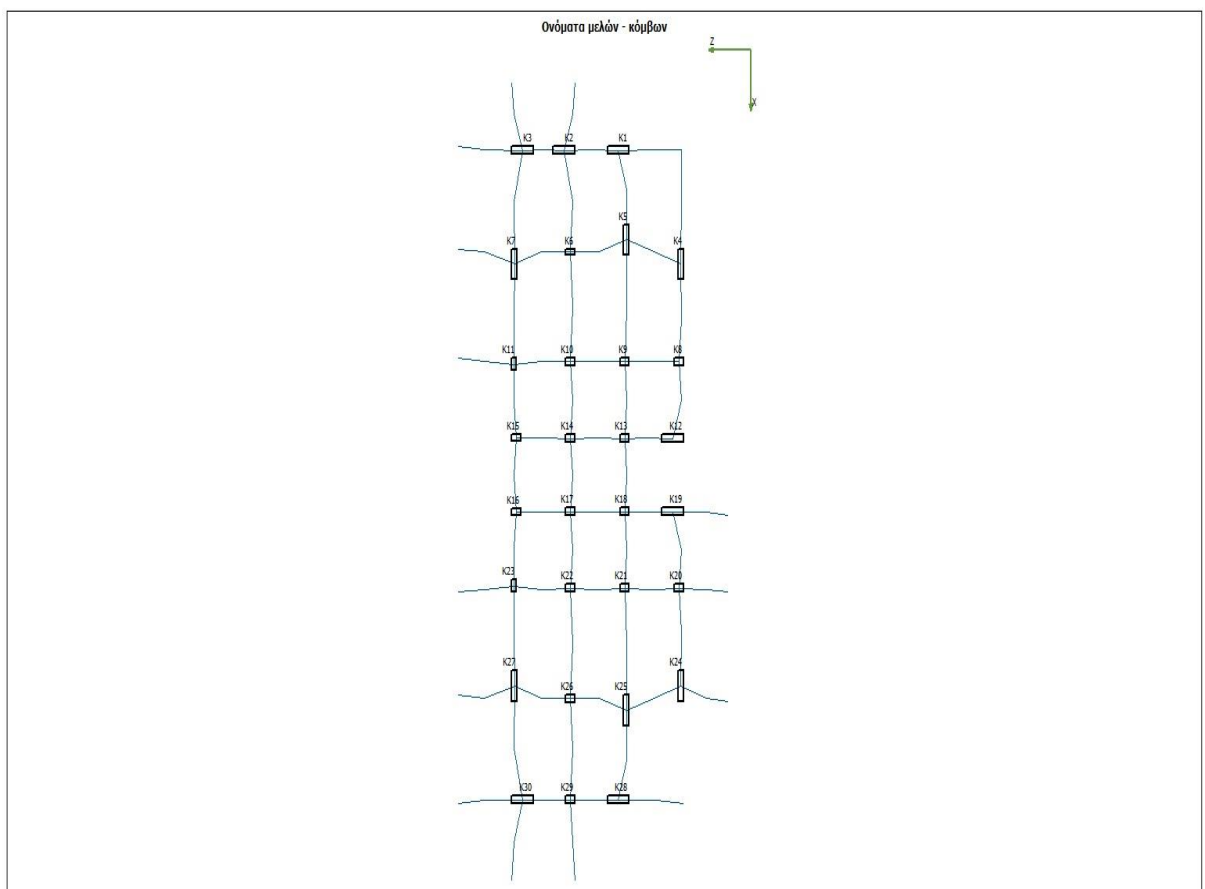
Κάτοψη ορόφου: 2



Κάτοψη ορόφου: 3



Κάτοψη ορόφου: 4



Συνολική προμέτρηση κτιρίου

Προμέτρηση ορόφου -1

Προμέτρηση δοκών ορόφου -1

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Φ10	Φ12	Φ18	
111,51	179,01	81,51	Μέτρα
69,01	159,01	163,01	Kg B500C

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	232,60	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	391,05
Αφαιρούνται	[m ²]	15,50	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	84,60
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	217,10	Αναλογία Σδ/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	4,60

Προμέτρηση: Σύνολο ορόφου :-1

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Διάμετρος [mm]	Μήκος [m]	Kg B500C Βάρος [Kg]	
Φ10	111,50	69,00	
Φ12	179,00	159,00	
Φ18	81,50	163,00	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	232,60	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	391,00
Αφαιρούνται	[m ²]	15,50	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	84,60
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	217,10	Αναλογία Σδ/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	4,60

Προμέτρηση ορόφου 0

Προμέτρηση πλακών ορόφου 0

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Φ8	Φ10	Φ12	Φ14	
3689,07	18,16	70,33	35,80	Μέτρα
1455,65	11,20	62,44	43,26	Kg B500C

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	327,90	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	1572,55
Αφαιρούνται	[m ²]	0,00	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	52,45
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	327,90	Αναλογία Σδ/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	29,95

Προμέτρηση δοκών ορόφου 0

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Φ8	Φ12	Φ14	Φ16	
100,51	51,51	21,51	9,01	Μέτρα
39,51	45,51	25,51	14,51	Kg B500C

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	171,10	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	125,05
Αφαιρούνται	[m ²]	14,90	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	21,30
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	156,20	Αναλογία Σδ/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	5,85

Προμέτρηση στύλων ορόφου 0

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Φ8	Φ14	Φ16	
179,95	30,81	15,89	Μέτρα
71,01	37,23	25,07	Kg B500C

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	9,00	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	133,30
Αφαιρούνται	[m ²]	0,00	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	1,10
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	9,00	Αναλογία Σδ/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	123,45

Προμέτρηση: Σύνολο ορόφου :0

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Διάμετρος [mm]	Μήκος [m]	Kg B500C Βάρος [Kg]	
Φ8	3969,50	1566,15	
Φ10	18,15	11,20	
Φ12	121,80	107,95	
Φ14	88,10	105,95	
Φ16	24,90	39,55	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	508,00	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	1830,80
Αφαιρούνται	[m ²]	14,90	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	74,85
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	493,10	Αναλογία Σιδή/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	24,45

Προμέτρηση ορόφου 1

Προμέτρηση πλακών ορόφου 1

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Φ8	Φ10	Φ12	Φ14	
3689,07	18,16	70,33	35,80	Μέτρα
1455,65	11,20	62,44	43,26	Kg B500C

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	327,90	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	1572,55
Αφαιρούνται	[m ²]	0,00	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	52,45
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	327,90	Αναλογία Σιδή/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	29,95

Προμέτρηση δοκών ορόφου 1

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	120,25	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	1572,55
Αφαιρούνται	[m ²]	10,45	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	15,05
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	109,80	Αναλογία Σιδή/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	104,50

Προμέτρηση στύλων ορόφου 1

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Φ8	Φ14	Φ16	
133,57	30,81	15,89	Μέτρα
52,71	37,23	25,07	Kg B500C

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	9,00	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	115,00
Αφαιρούνται	[m ²]	0,00	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	1,10
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	9,00	Αναλογία Σιδή/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	106,50

Προμέτρηση: Σύνολο ορόφου :1

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Διάμετρος [mm]	Μήκος [m]	Kg B500C Βάρος [Kg]	
Φ8	3822,60	1508,35	
Φ10	18,15	11,20	
Φ12	70,30	62,45	
Φ14	66,60	80,45	
Φ16	15,90	25,05	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	457,15	Βάρος σιδηρού οπλισμού	[Kg]	1687,50
Αφαιρούνται	[m ²]	10,45	Όγκος Σκυροδέματος	[m ³]	68,60
Ολική επιφάνεια ξυλοτύπου	[m ²]	446,70	Αναλογία Σιδή/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	24,60

Προμέτρηση ορόφου 2

Προμέτρηση παλκών ορόφου 2

Ποσότητες οδηγού οπλισμού

	Φ8	Φ10	Φ12	Φ14	Μέτρο Kg B500C
Επιφάνεια Ελυσιστημού	3689,07	18,16	70,33	35,80	
Αποδοτικότητα	1455,65	11,20	62,44	45,26	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

	Επιφάνεια Ελυσιστημού	Αποδοτικότητα	Ολική επιφάνεια Ελυσιστημού	Βάρος οδηγού οπλισμού Ολικός Σκυροδέματος Αυθόνοια Σίδη/Σκυροδέμ.	Μέτρο Kg B500C
Επιφάνεια Ελυσιστημού	3272,90	0,00	3272,90	1572,55	
Αποδοτικότητα	0,00	3272,90	3272,90	32,45	
Ολική επιφάνεια Ελυσιστημού				29,95	

Προμέτρηση δοκών ορόφου 2

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

	Επιφάνεια Ελυσιστημού	Αποδοτικότητα	Ολική επιφάνεια Ελυσιστημού	Βάρος οδηγού οπλισμού Ολικός Σκυροδέματος Αυθόνοια Σίδη/Σκυροδέμ.	Μέτρο Kg B500C
Επιφάνεια Ελυσιστημού	120,25	10,45	109,80	1572,55	
Αποδοτικότητα	10,45	109,80	109,80	15,05	
Ολική επιφάνεια Ελυσιστημού				104,90	

Προμέτρηση στύλων ορόφου 2

Ποσότητες οδηγού οπλισμού

	Φ8	Φ14	Φ16	Μέτρο Kg B500C
Επιφάνεια Ελυσιστημού	127,21	30,81	15,89	
Αποδοτικότητα	50,20	37,23	25,07	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

	Επιφάνεια Ελυσιστημού	Αποδοτικότητα	Ολική επιφάνεια Ελυσιστημού	Βάρος οδηγού οπλισμού Ολικός Σκυροδέματος Αυθόνοια Σίδη/Σκυροδέμ.	Μέτρο Kg B500C
Επιφάνεια Ελυσιστημού	9,00	0,00	9,00	112,50	
Αποδοτικότητα	0,00	9,00	9,00	1,10	
Ολική επιφάνεια Ελυσιστημού				104,15	

Προμέτρηση: Σύνολο ορόφου : 2

Ποσότητες οδηγού οπλισμού

Διάμετρος [mm]	Μήκος [m]	Κg B500C Βάρος [Kg]
Φ8	3816,25	1505,85
Φ10	18,15	11,20
Φ12	70,30	62,45
Φ14	66,60	80,45
Φ16	15,90	25,05

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια Ελυσιστημού	Αποδοτικότητα	Ολική επιφάνεια Ελυσιστημού	Βάρος οδηγού οπλισμού Ολικός Σκυροδέματος Αυθόνοια Σίδη/Σκυροδέμ.	Μέτρο Kg B500C
457,15	10,45	446,70	1685,00	
			68,60	
			24,55	

Προμέτρηση ορόφου 3

Προμέτρηση ηακικών ορόφου 3

Ποσότητες οδηγητού οπλισμού

	Φ08	Φ10	Φ12	Φ14	
3689,07	18,16	70,33	35,80	Μέτρο	
1455,65	11,20	62,44	43,26	Kg B500C	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

	Επιφάνεια Εμβαδόνιου Αρμολώνιου	[m ²]	327,90	Εμβαδόν οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος	[Kg]	[m ³]	1572,55
Ολική επιφάνεια Εμβαδόνιου	[m ²]	0,00	327,90	Ανοιχτό Στό/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	52,45	29,95

Προμέτρηση δοκών ορόφου 3

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

	Επιφάνεια Εμβαδόνιου Αρμολώνιου	[m ²]	120,25 <th>Εμβαδόν οπλισμού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος</th> <th>[Kg]</th> <th>[m³]</th> <th>1572,55</th>	Εμβαδόν οπλισμού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος	[Kg]	[m ³]	1572,55
Ολική επιφάνεια Εμβαδόνιου	[m ²]	10,45	120,25	Ανοιχτό Στό/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	15,05	104,50

Προμέτρηση στύλων ορόφου 3

Ποσότητες οδηγητού οπλισμού

	Φ08	Φ14	Φ16	
127,21	30,81	15,89	Μέτρο	
50,20	37,23	29,07	Kg B500C	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

	Επιφάνεια Εμβαδόνιου Αρμολώνιου	[m ²]	9,00 <th>Εμβαδόν οπλισμού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος</th> <th>[Kg]</th> <th>[m³]</th> <th>112,50</th>	Εμβαδόν οπλισμού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος	[Kg]	[m ³]	112,50
Ολική επιφάνεια Εμβαδόνιου	[m ²]	0,00	9,00	Ανοιχτό Στό/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	1,10	104,15

Προμέτρηση : Σύνολο ορόφου : :3

Ποσότητες οδηγητού οπλισμού

	Διάμετρος [mm]	Μήκος [m]	Bάρος [Kg]	Kg B500C
Φ8	3816,25	1505,85		
Φ10	18,15	11,20		
Φ12	70,30	62,45		
Φ14	66,60	80,45		
Φ16	15,90	25,05		

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

	Επιφάνεια Εμβαδόνιου Αρμολώνιου	[m ²]	457,15 <th>Εμβαδόν οπλισμού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος</th> <th>[Kg]</th> <th>[m³]</th> <th>1685,00</th>	Εμβαδόν οπλισμού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος	[Kg]	[m ³]	1685,00
Ολική επιφάνεια Εμβαδόνιου	[m ²]	10,45	446,70	Ανοιχτό Στό/Σκυροδέμ.	[Kg/m ³]	68,60	24,55

Προβλεπόμενη ορόφου 4

Προβλεπόμενη ηλιακών ορόφου 4

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού					
Φ8	Φ10	Φ12	Φ14	Φ16	Μέτρα Kg B500C
3689,07	18,16	70,33	35,80	15,89	
1455,65	11,20	62,44	43,26	25,07	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού					
Επιφάνεια Ελαστικού Αρμολώνεται	Ολική επιφάνεια Ελαστικού	[m ²]	[m ²]	Βάρος σιδηρού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος Αναλογία 50/Σκυροδέμ.	[kg]
					1572,55
					52,45
					29,95

Προβλεπόμενη δοκών ορόφου 4

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού					
Επιφάνεια Ελαστικού Αρμολώνεται	Ολική επιφάνεια Ελαστικού	[m ²]	[m ²]	Βάρος σιδηρού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος Αναλογία 50/Σκυροδέμ.	[kg]
					1572,55
					15,05
					104,50

Προβλεπόμενη σιδηρών ορόφου 4

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού					
Φ8	Φ10	Φ12	Φ14	Φ16	Μέτρα Kg B500C
127,21	30,81	15,89	37,23	25,07	
50,20					

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού					
Επιφάνεια Ελαστικού Αρμολώνεται	Ολική επιφάνεια Ελαστικού	[m ²]	[m ²]	Βάρος σιδηρού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος Αναλογία 50/Σκυροδέμ.	[kg]
					112,50
					1,10
					104,15

Προβλεπόμενη: Σύνολο ορόφου : 4

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Διάμετρος [mm]	Μήκος [m]	Kg B500C Βάρους [Kg]	Κατάσταση
Φ8	3816,25	1505,85	
Φ10	18,15	11,20	
Φ12	70,30	62,45	
Φ14	66,60	80,45	
Φ16	15,90	25,05	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια Ελαστικού Αρμολώνεται	Ολική επιφάνεια Ελαστικού	[m ²]	[m ²]	Βάρος σιδηρού οπλισμού Ογκος Σκυροδέματος Αναλογία 50/Σκυροδέμ.	[kg]
					1685,00
					68,60
					24,55

Προμήθεια: Σύνοδο κτιρίου

Ποσότητες σιδηρού οπλισμού

Διάμετρος [mm]	Μήκος [m]	Kg B500C Βάρους [kg]	
φ8	19240,90	7591,95	
φ10	2002,25	124,95	
φ12	582,10	516,65	
φ14	354,45	427,85	
φ16	88,40	139,80	
φ18	81,50	163,00	

Ποσότητες Σκυροδέματος - Σιδηρού οπλισμού

Επιφάνεια έδαφου Απορύθμια Ολική επιφάνεια έδαφου	[m ²] [m ²] [m ²]	2569,25 72,20 2497,05	Βάρος σιδηρού οπλισμού Ολικός Σκυροδέματος Ανοιχτό σύζευκτοδάμ.	[kg] [m ³] [kg/m ³]	8964,20 433,85 20,55

Πηγές

1. **Γεώργιος Μ. Εξαρχάκος** “ Οι νέες Τεχνολογίες και η Εφαρμογή τους στην Κατανόηση γεωμετρικών εννοιών στην Τριτοβάθμια Εκπαίδευση “Οπτικοποίηση των πληροφοριών : Η σημασία της για την υποστήριξη διδασκαλίας γεωμετρικών σχημάτων “.
2. **Ζαράνης, Ν.** (2000). Η αξιοποίηση της θεωρίας van Hiele στην διδασκαλία της Γεωμετρίας στην υποχρεωτική εκπαίδευση με την βοήθεια υπολογιστή, Διδακτορική διατριβή.
3. **Κολέζα, Ε.** (2000). Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών. Εκδόσεις Leader Books. Αθήνα 2000
4. **Μαλικούτη Σταματίνα,** (2011), "Μεθοδολογία και εφαρμογές Τεχνικού Σχεδίου", Σύγχρονη εκδοτική.
5. **Νικολουδάκης, Ε.** (2009). Διδακτικά Μοντέλα και οι Τρόποι Αλληλεπίδρασης Καθηγητού και Μαθητών στη Διδασκαλία των Μαθηματικών. Συνδυάζοντας τις φάσεις της Θεωρίας van Hiele με τις μεθόδους της Γνωστικής Μαθητείας. Ένα διδακτικό μοντέλο διδασκαλίας της Ευκλείδειας Γεωμετρίας σε μαθητές της Α΄ Λυκείου. Διδακτορική.
6. **Εξαρχάκος Θεόδωρος,** (1988), «Η διδακτική των μαθηματικών» εκδόσεις «Ελληνικά γράμματα».