



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗΣ

**Ασαφής και Εξελικτική Υπολογιστική
στην Επεξεργασία Εικόνων
Μαστογραφίας**

**Ανδρέας-Νέστωρ Αβραμόπουλος
Αριθμός Μητρώου: 18388061**

**Επιβλέπων Καθηγητής
Αναστάσιος Ντούνης, Καθηγητής**

Αθήνα 28/07/2023

Η Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

Ο Επιβλέπων Καθηγητής

Αναστάσιος Ντούνης
Καθηγητής

Μαρία Καλλέργη
Καθηγήτρια

Ιωάννης Καλατζής
Καθηγητής

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο υπογράφων Ανδρέας-Νέστωρ Αβραμόπουλος του Δημητρίου με αριθμό μητρώου 18388061 φοιτητής του Τμήματος Μηχανικών Βιοϊατρικής της Σχολής Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

Ημερομηνία

28/07/2023

Ο Δηλών



ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ένας καλά μελετημένος τομέας είναι η ανάπτυξη συστημάτων διάγνωσης με τη βοήθεια υπολογιστή για την ταξινόμηση καλοήθων-κακοήθων παθολογιών που ανιχνεύονται στη μαστογραφία. Η φύση του παρεγχύματος του μαστού δημιουργεί σημαντικές αβεβαιότητες όσον αφορά το σχήμα και τη γεωμετρία της παθολογίας, οι οποίες μπορεί να οδηγήσουν σε λανθασμένη διάγνωση. Οι ίδιες αβεβαιότητες προσδίδουν στις μαστογραφίες τις ασαφείς ιδιότητές τους που είναι απαραίτητες ώστε να εφαρμοστεί η ασαφής επεξεργασία. Η θεωρία των ασαφών συνόλων λαμβάνει υπόψη την αβεβαιότητα με τη μορφή συναρτήσεων συμμετοχής, οπότε τα ασαφή σύνολα μπορούν να χειριστούν ελλιπή δεδομένα, εάν αυτή η έλλειψη προέρχεται από ασάφεια και όχι από τυχαιότητα. Η βελτίωση της αντίθεσης με ασάφεια έχει την ικανότητα να βελτιώσει την ανίχνευση ακμών και κατά συνέπεια την ποιότητα των σχετικών χαρακτηριστικών της ταξινόμησης των εικόνων. Στην παρούσα εργασία προτείνονται κλασικά ασαφή σύνολα (λεκτικο-διαμορφωτές και ασαφείς συναρτήσεις βελτίωσης), προηγμένα ασαφή σύνολα (δισαιθητικά, πυθαγόρεια και φερμάτεια ασαφή σύνολα), γενετικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης, και τεχνικές σύντηξης εικόνων. Τα προηγμένα ασαφή σύνολα παρέχουν καλύτερες πληροφορίες όσον αφορά την αβεβαιότητα την οποία έχει η συνάρτηση συμμετοχής. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι δισαιθητική μέθοδος είχε συνολικά τις καλύτερες επιδόσεις, όμως οι περισσότερες μέθοδοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν αποτελεσματικά ανάλογα με το πρόβλημα που πρέπει να επιλυθεί. Στη συνέχεια τα κλασικά, προηγμένα ασαφή σύνολα και οι τεχνικές σύντηξης για τη ενίσχυση της αντίθεσης των εικόνων καταωφλιώνονται με τη χρήση τριών διαφορετικών μεθόδων καταωφλίωσης (ολική, Otsu και ασαφών συνόλων τύπου -2) και ταξινομούνται με τρεις τρόπους (K-means, FCM και ANFIS) για την ταξινόμηση των μαστογραφικών μαζών. Πραγματοποιήθηκε εκτίμηση σε εξήντα τρεις συνδυασμούς που εξήλθαν από ενενήντα επτά μαστογραφικές μάζες (εξήντα πέντε καλοήθεις και τριάντα δύο κακοήθεις). Η επίδοση των εξήντα τριών συνδυασμών εκτιμήθηκε με βάση την ακρίβεια, την τιμή F1 και την περιοχή κάτω από την καμπύλη ROC (AUC). Η ακρίβεια της βελτίωσης του LH-XWW με τη χρήση καταωφλίου Otsu και του ταξινομητή FCM ήταν η καλύτερη με 95,17%, τιμή F1 89,42% και AUC 0,91. Γενικότερα, ο FCM ήταν ο καλύτερος ταξινομητής για τη διάγνωση μαζών των μαστογραφιών.

Λέξεις Κλειδιά: *Μαστογραφία, Ασαφή συστήματα, Ασαφή συστήματα τύπου-2, Γενετικός αλγόριθμος, Ταξινόμηση, Ασαφής ομαδοποίηση C-μέσων, Νευρο-ασαφή συστήματα συμπερασμού.*

ABSTRACT

A well-studied area is the development of computer-aided diagnostic systems for the classification of benign-malignant pathologies detected on mammography. The nature of the breast parenchyma creates significant uncertainties regarding the shape and geometry of the pathology, which can lead to misdiagnosis. The same uncertainties give mammograms their fuzzy properties that are necessary for fuzzy processing to be applied. Fuzzy set theory takes uncertainty into account in the form of membership functions, so fuzzy sets can handle missing data if that missingness comes from vagueness rather than randomness. Fuzzy contrast enhancement has the ability to improve edge detection and consequently the quality of the associated features of image classification. At this work, classical fuzzy sets (linguistic hedges and fuzzy enhancement functions), advanced fuzzy sets (intuitionistic, pythagorean, and fermatean fuzzy sets), genetic optimization algorithms, and image fusion techniques are proposed. Advanced fuzzy sets provide better information regarding the uncertainty of the membership function. The results showed that the intuitionistic method performed best overall, but most methods can be used effectively depending on the problem to be solved. Then the classical, advanced fuzzy sets and fusion techniques for image contrast enhancement are thresholded using three different thresholding methods (Global, Otsu and type II fuzzy sets) and classified in three ways (K-means, FCM and ANFIS) to classify the breast masses. The evaluation was done on sixty-three combinations that were based on ninety-seven digital mammographic masses. The evaluation of the system was estimated from the accuracy, the F1 score and the area under the curve (AUC). The accuracy of the enhancement method LH-XWW using Otsu threshold and FCM classifier was the best with 95.17%, F1 score 89.42% and AUC 0.91. Overall, FCM was the best classifier for mass diagnosis of mammograms.

Keywords: *Mammography, Fuzzy sets, Fuzzy sets type-2, Genetic algorithm, Classification, Fuzzy C-means, Adaptive neuro-fuzzy inference system.*

Ευχαριστίες:

Θεωρώ υποχρέωσή μου να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αναστάσιο Ντούνη για τις πολύτιμες υποδείξεις του, το χρόνο που αφιέρωσε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας και τις δυνατότητες που μου παρείχε ώστε να συμβάλω στην επιστημονική κοινότητα. Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω την κ. Μαρία Καλλέργη η οποία δέχθηκε να συνεργαστεί μαζί μας και να προσφέρει ψηφιακό υλικό που είχε στη διάθεσή της.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω οικογένεια και φίλους οι οποίοι, με το δικό τους τρόπο ο καθένας, με βοήθησαν να εκπληρώσω τη φοίτησή μου, παρά την κούραση και τις δυσκολίες.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	10
2. Θεωρητικό Υπόβαθρο	14
2.1. Διαισθητικά ασαφή σύνολα	14
2.2. Εφαρμογές Διαισθητικών ασαφών συνόλων	15
2.2.1. Ψηφιακές εικόνες	16
2.2.2. Αντίθεση εικόνας	16
2.2.3. Κατωφλίωση	17
2.2.4. Εύρεση ορίων περιοχής ενδιαφέροντος	18
2.2.5. Συσταδοποίηση	18
2.2.6. Μαθηματική μορφολογία εικόνας	18
2.3. Πυθαγόρεια ασαφή σύνολα	19
2.4. Φερμάτεια ασαφή σύνολα	21
2.5. Ασαφή σύνολα τύπου-2	22
2.5.1. Ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου-2	24
2.5.2. Εφαρμογή των ασαφών συνόλων διαστήματος τύπου-2 στην κατωφλίωση εικόνας	25
2.6. Τελεστές OWA	26
2.6.1. Γενικά για τους τελεστές OWA	26
2.6.2. Εφαρμογές τελεστών OWA	26
2.7. Ασαφής ομαδοποίηση C-μέσων FCM	28
2.7.1. Θεωρία ασαφούς ομαδοποίησης C-μέσων	28
2.7.2. Εφαρμογές ασαφούς ομαδοποίησης C-μέσων	29
2.8. Νευρο-ασαφή συστήματα συμπερασμού - ANFIS	30
2.8.1. Προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα συμπερασμού ANFIS-MISO	30
2.8.2. Αρχιτεκτονική και λειτουργία των νευρο-ασαφών συνόλων	31
2.8.3. Εκπαίδευση του νευρο-ασαφούς συστήματος	33
2.8.4. Εφαρμογές ANFIS	34
3. Μεθοδολογία	36
3.1. Χαμηλοπερατό Φίλτρο	36
3.2. Ασαφή σύνολα	36
3.3. Λεκτικο-διαμορφωτές	36
3.4. Λεκτικο-διαμορφωτής Xie Wang Wu	37
3.5. Διαισθητικά Ασαφή Σύνολα	37
3.6. Πυθαγόρεια Ασαφή σύνολα	38
3.7. Φερμάτεια Ασαφή Σύνολα	38

3.8. Πολυ-ασαφή Σύνολα	38
3.9. Γενετικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης	38
3.10. Τελεστές OWA	39
3.10.1. OWA με γενετικό αλγόριθμο	39
3.10.2. OWA Hong και Kim	40
3.11. Ισοστάθμιση ιστογράμματος	40
3.12. Δομή Αλγορίθμου Ασαφούς Επεξεργασίας Εικόνας	41
3.13. Προηγμένα Ασαφή Συστήματα για Αντίθεση Εικόνας	41
3.13.1. Λεκτικο-διαμορφωτής ΧWW	41
3.13.2. Διαισθητικά, Πυθαγόρεια και Φερμάτεια Ασαφή Σύνολα	42
3.14. Ενίσχυση	45
3.15. Συσσωμάτωση OWA για συγχώνευση εικόνων	45
3.16. Δείκτες αξιολόγησης μεθόδων ενίσχυσης της αντίθεσης	46
3.16.1. RMSE	46
3.16.2. PSNR	47
3.16.3. SNR	47
3.16.4. Εντροπία	47
3.16.5. Ασάφεια	48
3.16.6. AME	48
3.16.7. AMEE	48
3.16.8. Αντίθεση περιοχής	48
3.16.9. Jaccard	49
3.17. Παραδείγματα ενισχύσεων	49
3.18. Κατωφλίωση της εικόνας	54
3.18.1. Ολική κατωφλίωση	54
3.18.2. Κατωφλίωση μέσω της μεθόδου Otsu	54
3.18.3. Κατωφλίωση ασαφών συνόλων τύπου-2	54
3.18.4. Πλήρωση κενών της κατωφλιωμένης εικόνας	57
3.19. Εξαγωγή χαρακτηριστικών	58
3.19.1. Γεωμετρικά χαρακτηριστικά	58
3.19.2. Χαρακτηριστικά υφής	59
3.19.3. Ασαφή χαρακτηριστικά	61
3.20. Κανονικοποίηση δεδομένων	62
3.21. Μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών	62
3.22. Ταξινόμηση εικόνων	63
3.22.1. Κ-μέρη	63

3.22.2. Ασαφής συσταδοποίηση C-μερών.....	63
3.22.3. ANFIS	63
3.23. Δείκτες επίδοσης ταξινομητών	64
3.24. Δεδομένα μαστογραφιών	65
4. Αποτελέσματα	67
5. Συζήτηση & Συμπεράσματα	76
6. Αναφορές - Πηγές.....	78

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο καρκίνος του μαστού απασχολεί εδώ και καιρό τους επιστήμονες λόγω των ανησυχητικών στατιστικών στοιχείων που προκύπτουν. Παγκοσμίως, μία στις έξι γυναίκες (16%) με καρκίνο του μαστού πέθανε το 2020 [1]. Στις ΗΠΑ, μεταξύ 2017 και 2019, μια γυναίκα είχε 12,9% πιθανότητα να αναπτύξει διηθητικό καρκίνο του μαστού κατά τη διάρκεια της ζωής της, δηλαδή μία στις οκτώ γυναίκες [2]. Η κατάσταση αυτή ενθαρρύνει την ανάπτυξη και την τελειοποίηση συστημάτων που θα βοηθούν τους γιατρούς να εντοπίζουν με ακρίβεια και συνέπεια τα χαρακτηριστικά που σχετίζονται με τον πρώιμο διηθητικό καρκίνο του μαστού. Η σημασία των συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων (Decision Support Systems, DSS) στην υγειονομική περίθαλψη έχει καταστεί κρίσιμη: Η διάγνωση με τη βοήθεια υπολογιστή (Computer Aided Diagnosis, CADx) αποτελεί μέρος του DSS και βοηθά τους γιατρούς να ταξινομήσουν με ακρίβεια τα μαστογραφικά ευρήματα, με πολλά υποσχόμενα αποτελέσματα μέχρι σήμερα.

Οι ιατρικές εικόνες είναι φυσικά θορυβώδεις και θολές λόγω των φυσικών χαρακτηριστικών της συσκευής απεικόνισης. Οι ακμές και τα περιγράμματα των μαστογραφιών αποκρύπτονται περαιτέρω λόγω της φύσης του παρεγχύματος [3]–[7]. Η ακριβής διάγνωση των διαφόρων τρόπων με τους οποίους η παθολογία μπορεί να φανεί στην εικόνα, απαιτεί καλή κατανόηση από τον ιατρό. Ο θόρυβος και το θόλωμα παραμορφώνουν την εμφάνιση των παθολογιών και οδηγούν σε εσφαλμένη ταξινόμηση. Οι τεχνικές βελτίωσης της αντίθεσης μπορούν να βελτιώσουν την αντίθεση, να αποκαταστήσουν τα παθολογικά χαρακτηριστικά και έτσι να βοηθήσουν στις σωστές διαγνωστικές αποφάσεις [4], [5], [7], [8].

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για την ενίσχυση της αντίθεσης, με πιο συνηθισμένο την ισοστάθμιση ιστογράμματος, η οποία απεικονίζει το χωρικό ιστόγραμμα της εικόνας σε μια ομοιόμορφη κατανομή. Η ισοστάθμιση ιστογράμματος έχει το πρόβλημα ότι ενισχύει την εικόνα συνολικά και όχι τοπικά. Άλλες μέθοδοι περιλαμβάνουν την τροποποίηση των επιπέδων του γκρι και των συντελεστών του μετασχηματισμού Fourier. Δυστυχώς, η αβεβαιότητα και ο θόρυβος στις ιατρικές εικόνες εμποδίζουν την καλύτερη εφαρμογή αυτών των μεθόδων [3], [5]–[7], [9]. Μαθηματικά εργαλεία όπως τα ασαφή σύνολα μπορούν να παρέχουν μια καλύτερη προσέγγιση για τη βελτίωση της ιατρικής εικόνας, καθώς λαμβάνουν υπόψη την ήδη ασαφή φύση της εικόνας. Τα ασαφή σύνολα έχουν προσελκύσει την προσοχή στην στη διαδικασία της επεξεργασίας της εικόνας λόγω του ότι είναι μη γραμμικά και βασίζονται στη γνώση. Υπάρχουν ασαφείς τεχνικές που επεξεργάζονται θορυβώδη και ασαφή δεδομένα και υπερτερούν των κλασικών μεθόδων. Τα ασαφή σύνολα έχουν ως παραμέτρους: βαθμούς συμμετοχής, βαθμούς μη συμμετοχής που δεν είναι συμπληρωματικοί των βαθμών συμμετοχής και βαθμούς δισταγμού. Αυτοί οι βαθμοί παρέχουν βελτιωμένες μεθόδους που είναι πιο κοντά στις πτυχές της ανθρώπινης λήψης αποφάσεων [5]–[7]. Οι κύριοι στόχοι της βελτίωσης της αντίθεσης των εικόνων είναι η βελτίωση της συνολικής και της τοπικής αντίθεσης, η μετατροπή των εικόνων σε κατάλληλες για ιατρική παρατήρηση και επεξεργασία στον υπολογιστή, η βελτίωση των οπτικών αποτελεσμάτων και η αποφυγή της ενίσχυσης του θορύβου. Ταυτόχρονα, είναι να βελτιωθεί το οπτικό αποτέλεσμα και να αποφευχθεί η ενίσχυση του θορύβου [8].

Η ανίχνευση της παθολογίας της μάζας στη μαστογραφία είναι ο προσδιορισμός του κατά πόσον μια μάζα του μαστού είναι κακοήθης ή καλοήθης. Οι μαστογραφίες είναι

εικόνες διαφορετικών αποχρώσεων του γκρι. Κάθε εικονοστοιχείο δείχνει τον βαθμό απορρόφησης των ακτίνων X από τον ιστό. Καθώς η απορρόφηση αυξάνεται, ο δείκτης του εικονοστοιχείου αυξάνεται αναλογικά. Στόχος είναι να δοθεί έμφαση στα εικονοστοιχεία με τον υψηλότερο δείκτη, δηλαδή στον ιστό με το στοιχείο που απορροφά περισσότερο τις ακτίνες X . Αυτό το εύρος τιμών εικονοστοιχείων είναι ενδιαφέρον ακόμη και αν το DSS είναι φτιαγμένο για ανίχνευση κακοήθων και καλοηθών μικροαποτιτανώσεων, επειδή πληροφορίες για μάζες μπορούν να βρεθούν σε υψηλότερα εικονοστοιχεία. Οι αποτιτανώσεις έχουν επίσης ενδιαφέρουσες πληροφορίες σε υψηλά εικονοστοιχεία. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας, είναι δύσκολο να ανιχνευθούν οι μάζες σε περιπτώσεις πυκνού μαστικού αδένα, επειδή οι μάζες αναμειγνύονται με τον περιβάλλοντα ιστό. Οι πυκνές μάζες έχουν πυκνότερο ιστό από τους φυσιολογικούς μαστούς και, ως εκ τούτου, έχουν υψηλότερη απορρόφηση και, επομένως, υψηλότερο δείκτη εικονοστοιχείου. Είναι πιο δύσκολο να εντοπιστεί μια μάζα σε έναν πυκνό μαστό και οι τιμές των εικονοστοιχείων δεν μπορούν να διαχωριστούν εύκολα. Ως εκ τούτου, το υπερηχογράφημα διενεργείται σε πυκνούς μαστούς για την ανεύρεση μαζών που δεν βρίσκονται σε αρχικό στάδιο [10].

Οι τεχνικές για τη βελτίωση των εικόνων μπορούν να επικεντρωθούν στους τομείς του χώρου και της συχνότητας της εικόνας [11]. Στην παρούσα εργασία, η βελτίωση της αντίθεσης στο χωρικό πεδίο βασίζεται σε προηγμένα ασαφή σύνολα [12], τελεστές OWA (ordered weighted aggregation) και γενετικούς αλγορίθμους. Οι τεχνικές που εφαρμόζονται είναι οι εξής:

- Λεκτικο-διαμορφωτές (Linguistic hedges LH)
- Εξίσωση ασαφούς αντίθεσης [13] (Linguistic hedge XWW LH-XWW)
- Προηγμένα ασαφή σύνολα (intuitionistic, pythagorean και fermatean fuzzy sets, IFS, PFS και FFS)
- Συσσωμάτωση με τελεστές OWA για σύντηξη εικόνων
- Γενετικοί αλγόριθμοι για τη βελτιστοποίηση παραμέτρων

Οι λεκτικο-διαμορφωτές είναι κλασσικές συναρτήσεις συμμετοχής και μπορούν να πάρουν διάφορες μορφές αλλάζοντας παραμέτρους των συναρτήσεων. Το LH-XWW έχει παραμέτρους α, β, γ και βασίζεται αρχικά σε έναν λεκτικο-διαμορφωτή και στη συνέχεια σε μια συνάρτηση που περιέχει τις τρεις παραμέτρους. Αυτές οι δύο μέθοδοι μπορούν και παρέχουν πληθώρα συναρτήσεων αλλάζοντας τις παραμέτρους τους.

Κατά τη διαδικασία της ενίσχυσης της αντίθεσης της εικόνας γίνεται χρήση ένα πλήθος συναρτήσεων συμμετοχής και μη-συμμετοχής όπως γίνεται στις συναρτήσεις των διαισθητικών (intuitionistic fuzzy sets, IFS), πυθαγόρειων (pythagorean fuzzy sets, PFS) και φερμάτειων ασαφών συνόλων (fermatean fuzzy sets, FFS).

Οι μέθοδοι ενίσχυσης της αντίθεσης συνδυάζονται μεταξύ τους χρησιμοποιώντας πολυ-ασαφή σύνολα και τελεστές OWA για συσσωμάτωση ώστε να γίνει η σύντηξη των εικόνων.

Έπειτα από το κομμάτι της ενίσχυσης της αντίθεσης των εικόνων μαστογραφίας, πραγματοποιείται μια διαδικασία στην οποία ο στόχος είναι να ταξινομηθούν οι όγκοι των μαστογραφιών ως καλοήθεις ή κακοήθεις.

Υπάρχουν πολλές διαφορετικές μέθοδοι για αυτοματοποιημένα διαγνωστικά συστήματα, συμπεριλαμβανομένης της βελτίωσης της εικόνας, των τύπων τμηματοποίησης, της επιλογής χαρακτηριστικών και της ταξινόμησης. Ενώ προηγούμενες μελέτες έχουν δείξει εξαιρετικά αποτελέσματα, είναι πάντα ένα ερωτηματικό αν αυτά μπορούν να διατηρηθούν σε δεδομένα δοκιμών του πραγματικού κόσμου. Ως εκ τούτου, οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στα συστήματα που ανιχνεύουν την παθολογία και βοηθούν τους γιατρούς να κάνουν πιο αποτελεσματικά τη δουλειά τους πρέπει να γίνουν πιο εξελιγμένες για να ανταπεξέλθουν στις απαιτήσεις που μπορεί να θέτουν οι νέες εικόνες. Η συνέχεια της εργασίας επικεντρώνεται στην ταξινόμηση των εικόνων που έγινε η ενίσχυση της αντίθεσής τους. Αφού ολοκληρωθεί η διαδικασία βελτίωσης, οι εικόνες καταφλιώνονται και εξάγονται χαρακτηριστικά από αυτές ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως είσοδος στον ταξινομητή.

Ως συνέχεια της παρούσας εργασίας μια αλληλουχία επεξεργασίας των εικόνων εφαρμόζεται και στη συνέχεια ταξινομούνται με τις μεθόδους K-μερών, ασαφών συστάδων C-μερών (Fuzzy C-means, FCM) και του υβριδικού ευφυούς συστήματος Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS). Η αλληλουχία των εφαρμογών είναι η εξής:

- Λήψη των ενισχυμένων εικόνων μέσω των προχωρημένων ασαφών συνόλων
- Λήψη των συντηγμένων εικόνων που δημιουργήθηκαν με τη βοήθεια των τελεστών OWA.
- Κατωφλίωση των εικόνας με τις μεθόδους της ολικής κατωφλίωσης, Otsu κατωφλίωσης και των ασαφών συνόλων τύπου-2
- Εξαγωγή χαρακτηριστικών
- Επιλογή χαρακτηριστικών
- Ταξινόμηση των μαζών χρησιμοποιώντας τη μέθοδο K-μερών, ασαφών συστάδων C-μερών και ANFIS.

Οι μέθοδοι κατωφλίωσης χρησιμοποιούνται ώστε οι εικόνες να τμηματοποιηθούν στο σημείο ενδιαφέροντος. Οι τεχνικές ολικής και Otsu κατωφλίωσης είναι κλασσικές στο πεδίο της κατωφλίωσης εικόνων [14]. Τα ασαφή σύνολα τύπου-2 είναι μια τεχνική στην οποία χρησιμοποιείται μια συνάρτηση συμμετοχής και η τιμή της κατωφλίωσης εξαγάγεται με τη βοήθεια της υπερασάφειας.

Η εξαγωγή των χαρακτηριστικών είναι βασισμένη στη γεωμετρία της κατωφλιωμένης εικόνας, στην υφή της αρχικής εικόνας και στα ασαφή χαρακτηριστικά της ενισχυμένης ασαφούς εικόνας.

Η ταξινόμηση των μαζών γίνεται με τη μέθοδο K-μερών και επιπλέον με πιο περίπλοκες μεθόδους οι οποίες είναι η ασαφής συσταδοποίηση C-μερών (Fuzzy C-means, FCM) [15], [16] και η ANFIS η οποία είναι μια υβριδική μέθοδος που συνδυάζει τα νευρωνικά δίκτυα και τα ασαφή σύνολα.

Η δομή της εργασίας οργανώνεται με τον εξής τρόπο:

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο της εργασίας στο οποίο βρίσκεται η θεωρία των σημαντικότερων μερών και διάφορες εφαρμογές των θεωριών αυτών στην επιστημονική κοινότητα.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναλύονται οι θεωρίες που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία μέσω εξισώσεων, εντολών και γραφημάτων. Γίνεται περιγραφή του χαμηλοπερατού φίλτρου, ασαφών συνόλων, λεκτικο-διαμορφωτών, δισαισθητικών, πυθαγόρειων και φερμάτειων ασαφών συνόλων, γενετικού αλγορίθμου, τελεστών OWA, τμηματοποίηση των εικόνων, εξαγωγή χαρακτηριστικών και ταξινόμησή τους.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εργασίας.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται ανάλυση των αποτελεσμάτων και βγαίνουν συμπεράσματα της εργασίας.

2. Θεωρητικό Υπόβαθρο

2.1. Διαισθητικά ασαφή σύνολα

Σε πολλά προβλήματα του πραγματικού κόσμου, οι ελλιπείς και ασαφείς πληροφορίες είναι εγγενώς μέρος του προβλήματος και η συνέχιση της συλλογιστικής χωρίς τα κατάλληλα εργαλεία μοντελοποίησης μπορεί να οδηγήσει σε εσφαλμένα συμπεράσματα.

Οι παραδοσιακές αναλυτικές μέθοδοι προσανατολίζονται στη χρήση αριθμητικών μεθόδων. Αντίθετα, μεγάλο μέρος της ανθρώπινης συλλογιστικής περιλαμβάνει τη χρήση μεταβλητών των οποίων οι τιμές είναι ασαφή σύνολα. Η παρατήρηση αυτή στηρίζει την έννοια των γλωσσικών μεταβλητών, δηλαδή των μεταβλητών των οποίων οι τιμές είναι λέξεις και όχι αριθμοί.

Η χρήση γλωσσικών μεταβλητών αντιπροσωπεύει μια σημαντική αλλαγή παραδείγματος στην ανάλυση συστημάτων. Πιο συγκεκριμένα, στη γλωσσολογική προσέγγιση, το επίκεντρο του ενδιαφέροντος για την αναπαράσταση των εξαρτήσεων μετατοπίζεται από τις διαφορές και τις διαφορικές εξισώσεις στους ασαφείς κανόνες αν-τότε της μορφής $AN \ X \ A \ TOTE \ Y \ B$, όπου X και Y είναι γλωσσικές μεταβλητές και A και B είναι οι γλωσσικές τους τιμές.

Η περιγραφή της συμπεριφοράς ενός συστήματος σε μια γλώσσα ασαφών κανόνων μειώνει την ανάγκη για ακρίβεια στη συλλογή και τον χειρισμό δεδομένων και μπορεί στην πραγματικότητα να θεωρηθεί ως μια μορφή συμπίεσης δεδομένων.

Ωστόσο, υπάρχουν καταστάσεις που μπορούν να θεωρηθούν πολύ δύσκολο να περιγραφούν από μεταβλητές (ασαφούς) γλώσσας που δίνονται μόνο από συναρτήσεις συμμετοχής. Για παράδειγμα, σε προβλήματα λήψης αποφάσεων, ιδίως στην ανάλυση πωλήσεων, στο μάρκετινγκ νέων προϊόντων, στις χρηματοπιστωτικές υπηρεσίες κ.λπ. υπάρχει σημαντική πιθανότητα μη μηδενικού δισταγμού σε κάθε δεδομένη στιγμή κατά την αξιολόγηση άγνωστων στοιχείων [17].

Η πρώτη ενασχόληση του πρωτοπόρου Zadeh για τα ασαφή σύνολα ήταν το 1965. Η προσδοκία του ήταν ότι οι περισσότερες εφαρμογές της θεωρίας θα ήταν σε τομείς όπου οι παραδοσιακές μαθηματικές μέθοδοι είχαν περιορισμένη αποτελεσματικότητα. Αυτό ίσχυε και εξακολουθεί να ισχύει για τις βιολογικές και κοινωνικές επιστήμες, τη γλωσσολογία, την ψυχολογία, τα οικονομικά και γενικότερα τις κοινωνικές επιστήμες. Σε αυτούς τους τομείς, οι μεταβλητές είναι δύσκολο να μετρηθούν και οι εξαρτήσεις είναι ασαφώς καθορισμένες, οπότε μέθοδοι όπως οι εξισώσεις διαφορών και οι διαφορικές εξισώσεις δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον ακριβή χαρακτηρισμό τους. Ωστόσο, όπως δείχνει η πραγματικότητα, ακόμη και σε τομείς όπου οι εξαρτήσεις μεταξύ των μεταβλητών είναι σαφώς καθορισμένες, μπορεί να είναι απαραίτητο ή χρήσιμο να χρησιμοποιούνται ασαφείς αλγόριθμοι αντί για ευκρινείς αλγόριθμους για την εξεύρεση λύσεων.

Η έννοια των διαισθητικών ασαφών συνόλων, που εισήχθη από τον Atanassov το 1983, μπορεί να θεωρηθεί από αυτή την άποψη ως μια άλλη προσέγγιση για την περιγραφή ασαφών συνόλων όταν η διαθέσιμη γνώση δεν επαρκεί για την περιγραφή ασαφών εννοιών μέσω των παραδοσιακών ασαφών συνόλων [17].

Αποτελούν εξέλιξη των παραδοσιακών ασαφών συνόλων και έναν πρόσφορο τρόπο αντιμετώπισης της αβεβαιότητας. Μπορούν να οριστούν ως εξής:

Διαισθητικά, ένα ασαφές σύνολο ορίζεται ως ένα αντικείμενο της μορφής $A = \{(x, a_A(x), \beta_A(x)) : x \in X\}$ σε ένα μη κενό σύνολο X , όπου $a_A(x) : X \rightarrow [0,1]$ και $\beta_A(x) : X \rightarrow [0,1]$ είναι συναρτήσεις, αντίστοιχα, των βαθμών συμμετοχής και μη συμμετοχής κάθε στοιχείου $x \in X$ στο σύνολο A , με $0 \leq a_A(x) + \beta_A(x) \leq 1$ για όλα τα $x \in X$. Είναι σαφές ότι ένα σύνολο A είναι ασαφές σύνολο αν $\beta_A(x) = 1 - a_A(x)$ για όλα τα $x \in X$ [18].

Όπως ακριβώς τα καλά καθορισμένα σύνολα μπορούν να οριστούν με όρους ασαφών συνόλων, έτσι και τα ασαφή σύνολα μπορούν να οριστούν με όρους διαισθητικών ασαφών συνόλων. Επομένως, γενικά, η θεωρία των διαισθητικών ασαφών συνόλων μπορεί να θεωρηθεί ως γενίκευση της θεωρίας των ασαφών συνόλων.

Ως εκ τούτου, η εφαρμογή των διαισθητικών ασαφών συνόλων αναμένεται να μιμηθεί καλύτερα τις ανθρώπινες διαδικασίες λήψης αποφάσεων και τις ανθρώπινες δραστηριότητες που απαιτούν εμπειρογνομosύνη και γνώση.

Τα διαισθητικά ασαφή σύνολα μπορούν να θεωρηθούν ως ένα κατάλληλο εργαλείο για την έκφραση δισταγμών όσον αφορά τόσο τη συμπερίληψη όσο και τη μη συμπερίληψη στοιχείων σε ένα δεδομένο σύνολο. Πιο συγκεκριμένα, η βασική υπόθεση της θεωρίας ασαφών συνόλων, ότι αν ο βαθμός συμμετοχής ενός στοιχείου ενός ασαφούς συνόλου προσδιορίζεται ως πραγματικός αριθμός από το $[0, 1]$, για παράδειγμα a , ο βαθμός μη συμμετοχής προσδιορίζεται αυτόματα ως $1-a$, δεν ισχύει απαραίτητα για τα διαισθητικά ασαφή σύνολα. Στη διαισθητική θεωρία ασαφών συνόλων, θεωρείται ότι ο βαθμός μη-συμμετοχής δεν είναι μεγαλύτερος από $1-a$. Η διαφορά αυτή μπορεί να εκφράζει έλλειψη γνώσης (αβεβαιότητα σχετικά με τη συμμετοχή και τη μη συμμετοχή των στοιχείων σε ένα σύνολο). Για παράδειγμα, μπορεί να αντιπροσωπεύει το γεγονός ότι οι αλλαγές του πυρετού ενός ασθενούς ή άλλα συμπτώματα δεν είναι σαφή [17].

Τα διαισθητικά ασαφή σύνολα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εργαλείο συλλογισμού παρουσία ελλειπών γεγονότων ή ασαφούς γνώσης [17].

Με άλλα λόγια, η εφαρμογή των διαισθητικών ασαφών συνόλων αντί των ασαφών συνόλων σημαίνει την προσθήκη ενός ακόμη βαθμού ελευθερίας στον ορισμό του συνόλου. Υπάρχουν δύο λόγοι για τους οποίους αυτό είναι πολύ χρήσιμο για τη λήψη αποφάσεων. Πρώτον, παρέχει ένα διαισθητικό μέτρο των μεταβάσεων στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Δεύτερον, επιτρέπει την πρόβλεψη των καλύτερων και των χειρότερων αποτελεσμάτων [19].

2.2. Εφαρμογές Διαισθητικών ασαφών συνόλων

Στο σημείο αυτό πραγματοποιείται η περιγραφή της εφαρμογής των ασαφών συνόλων και της διαισθητικής θεωρίας ασαφών συνόλων στην επεξεργασία ιατρικών εικόνων. Οι διάφορες ασαφείς συναρτήσεις συμμετοχής, οι ασαφείς τελεστές, τα ασαφή μέτρα, τα ασαφή ολοκληρώματα και οι συναρτήσεις εντροπίας που χρησιμοποιούν τα διαισθητικά ασαφή σύνολα χρησιμοποιούνται για την επεξεργασία αυτών των εικόνων. Η επεξεργασία περιλαμβάνει τη βελτίωση, την κατάτμηση, την ανάκτηση, την ομαδοποίηση και την ανίχνευση ακμών. Αυτά είναι πολύ σημαντικά στην ιατρική

απεικόνιση, όπου απαιτείται η ανίχνευση μη φυσιολογικών αλλοιώσεων/όγκων/αιμορραγίας, ο αριθμός των αιμοσφαιρίων, ο υπολογισμός της λεπτότητας των αγγείων και άλλες ανιχνεύσεις. Σε αυτή την ενότητα, χρησιμοποιείται τόσο η θεωρία ασαφών συνόλων όσο και η διαισθητική θεωρία ασαφών συνόλων, ώστε να μπορέσει ο αναγνώστης να απεικονίσει τις διαφορές στα αποτελέσματα των εικόνων. Μετά την εξέταση των λεπτομερειών της θεωρίας ασαφών συνόλων και της διαισθητικής θεωρίας ασαφών συνόλων, ο αναγνώστης μαθαίνει ότι η διαισθητική θεωρία ασαφών συνόλων εξετάζει δύο τύπους αβεβαιότητας: βαθμούς συμμετοχής και βαθμούς μη συμμετοχής. Είναι γνωστό ότι οι ιατρικές εικόνες δεν φωτίζονται ομοιόμορφα, πράγμα που σημαίνει ότι τα όρια και οι περιοχές της εικόνας δεν εμφανίζονται σωστά. Επομένως, οι εικόνες αυτές περιέχουν περισσότερη αβεβαιότητα από άλλες εικόνες, οπότε τα διαισθητικά ασαφή σύνολα που λαμβάνουν υπόψη τους περισσότερη αβεβαιότητα είναι πολύ χρήσιμα. Στη συνέχεια υπάρχουν μέρη στα οποία γίνεται χρήση των ασαφών/διαισθητικά ασαφών συνόλων στην επεξεργασία ιατρικών εικόνων [20].

2.2.1. Ψηφιακές εικόνες

Υπάρχουν δύο τύποι εικόνων: αναλογικές εικόνες και ψηφιακές εικόνες. Οι αναλογικές εικόνες είναι οι εικόνες που βλέπουμε στην τηλεόραση ή σε φωτογραφίες. Οι αναλογικές εικόνες είναι συνήθως συνεχείς και δεν μπορούν να παραμορφωθούν. Στην επεξεργασία εικόνας με υπολογιστή, οι αναλογικές ή ακατέργαστες εικόνες ψηφιοποιούνται σε ψηφιακές εικόνες. Οι ψηφιακές εικόνες αποτελούνται από στοιχεία εικόνας που ονομάζονται εικονοστοιχεία. Τα εικονοστοιχεία είναι τοποθετημένα σε ορθογώνια διάταξη. Το μέγεθος της εικόνας εξαρτάται από τις διαστάσεις του πίνακα- μια εικόνα μεγέθους $M \times N$ έχει M γραμμές και N στήλες και θεωρείται πίνακας. Κάθε στοιχείο του πίνακα ονομάζεται εικονοστοιχείο και κάθε εικονοστοιχείο έχει τη δική του ένταση ή φωτεινότητα. Οι τιμές έντασης στις ψηφιακές εικόνες ορίζονται σε bit. Υπάρχουν 256 (2^8) πιθανές τιμές σε ένα εύρος έντασης 8 bit, δηλαδή από 0 έως 255 . Το εύρος τιμών έντασης ή φωτεινότητας είναι από 0 έως 255 , όπου 0 σημαίνει μαύρο και 255 σημαίνει λευκό. Οι τιμές μεταξύ 0 και 255 είναι το εύρος τιμών έντασης από το μαύρο έως το λευκό. Αυτές ονομάζονται επίπεδα του γκρι. Δεδομένου ότι η εικόνα είναι ένας πίνακας, κάθε στοιχείο ή εικονοστοιχείο της εικόνας (π.χ. A) αναπαρίσταται από το a_{ij} . Το ιστόγραμμα της εικόνας είναι η συχνότητα εμφάνισης ενός εικονοστοιχείου στην εικόνα, δηλαδή ο αριθμός των φορών που αυτό το εικονοστοιχείο υπάρχει στην εικόνα. Αυτό συμβολίζεται ως $h(g)$, όπου g είναι η τιμή του γκρι της εικόνας από 0 έως 255 [20].

2.2.2. Αντίθεση εικόνας

Σχεδόν όλες οι ιατρικές εικόνες απαιτούν προεπεξεργασία επειδή οι εικόνες δεν είναι ομοιόμορφα φωτισμένες. Η βελτίωση δημιουργεί καλύτερη συνολική οπτική αντίθεση της εικόνας και καθιστά τη δομή της εικόνας πιο ευκρινή και καθαρή. Εφαρμόζεται σε εικόνες όπου η αντίθεση μεταξύ αντικειμένου και φόντου είναι χαμηλή, δηλαδή το αντικείμενο και το φόντο δεν μπορούν να διακριθούν σαφώς. Σκουραίνει τις γκριζες περιοχές και φωτίζει τις φωτεινές περιοχές. Χρησιμοποιείται για την αποκατάσταση μιας εικόνας που έχει υποστεί κάποιες αλλαγές ή για τη βελτίωση ορισμένων χαρακτηριστικών της εικόνας. Όταν οι ιατρικές εικόνες αναλύονται οπτικά, οι εικόνες πρέπει να έχουν σαφή και ευδιάκριτη δομή για καλύτερη διάγνωση. Επομένως, όσο καλύτερη είναι η ποιότητα της εικόνας, τόσο ευκολότερη είναι η επεξεργασία της. Η

βελτίωση της ιατρικής εικόνας είναι επομένως πολύ σημαντική και διευκολύνει τους ειδικούς και τους γιατρούς να εντοπίζουν οπτικά τις ανωμαλίες σε προηγμένες ακτινολογικές και παθολογικές εικόνες. Είναι πολύ χρήσιμη όταν η πυκνότητα σημαντικών περιοχών στις ιατρικές εικόνες, όπως οι ιστοί, τα αιμοφόρα αγγεία και οι ευαίσθητες δομές, είναι πολύ χαμηλή, καθιστώντας πολύ δύσκολο για το ανθρώπινο μάτι να αναγνωρίσει τις δομές. Η βελτίωση ενισχύει τις περιοχές χαμηλής πυκνότητας και έτσι βελτιώνει την αναγνωσιμότητα. Πραγματοποιείται ενίσχυση ιατρικών εικόνων με τη χρήση ασαφούς και διαισθητικής θεωρίας ασαφών συνόλων [20].

2.2.3. Κατωφλίωση

Η τμηματοποίηση είναι ένα θεμελιώδες στοιχείο της ανάλυσης εικόνας. Είναι το πρώτο στάδιο της ανάλυσης εικόνας. Διαχωρίζει την εικόνα σε ξεχωριστές περιοχές. Η κατωφλίωση είναι ένας τύπος τμηματοποίησης και είναι μια υπολογιστικά γρήγορη και φτηνή τεχνική τμηματοποίησης. Τα εικονοστοιχεία ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες: εικονοστοιχεία κάτω από το κατώφλι και εικονοστοιχεία πάνω από το κατώφλι. Η κατωφλίωση είναι κατάλληλος τύπος τμηματοποίησης όταν τα αντικείμενα στην εικόνα είναι διαφορετικά και το επίπεδο του γκρι διαφέρει σαφώς από το φόντο. Το ιστόγραμμα κλίμακας του γκρι της εικόνας δείχνει τις κορυφές που αντιστοιχούν στα δύο επίπεδα γκρι (περιοχή αντικειμένου της εικόνας και φόντο). Έχοντας μία εικόνα με το ιστόγραμμά της, το ιστόγραμμα της εικόνας είναι η συχνότητα εμφάνισης των τιμών του γκρι στην εικόνα. Επιλέγεται ένα κατάλληλο κατώφλι T που διαχωρίζει την περιοχή του αντικειμένου της εικόνας από το φόντο: ένα ιστόγραμμα που περιέχει μία κορυφή ονομάζεται μονοτροπικό, ένα ιστόγραμμα που περιέχει δύο κορυφές ονομάζεται διτροπικό και ένα ιστόγραμμα που περιέχει πολλές κορυφές ονομάζεται πολυτροπικό. Μια πλήρης τμηματοποίηση μιας εικόνας R είναι ένα πεπερασμένο σύνολο περιοχών R_1, R_2, \dots, R_N . Η κατωφλίωση είναι ο μετασχηματισμός από την εικόνα εισόδου A στην τμηματοποιημένη εικόνα εξόδου B . Αν το T είναι η τιμή κατωφλίωσης τότε:

$$\begin{aligned} b_{ij} &= 1 && \text{για } a_{ij} \geq T \\ b_{ij} &= 0 && \text{για } a_{ij} \leq T \end{aligned}$$

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να οριστεί ένα κατώφλι σε μια εικόνα. Για εικόνες μη πραγματικού χρόνου, μπορεί να οριστεί ένα συνολικό κατώφλι. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μόνο μία τιμή κατωφλίου σε ολόκληρη την εικόνα.

Ωστόσο, η εύρεση κατωφλίου για εικόνες πραγματικού χρόνου, όπως οι ιατρικές εικόνες, είναι πολύ δύσκολο έργο. Τα καθολικά κατώφλια δεν μπορούν να εφαρμοστούν επειδή ο φωτισμός δεν είναι ομοιόμορφος. Τέτοιες εικόνες μπορεί να περιέχουν αντικείμενα με διαφορετικά επίπεδα γκρι και η καθολική κατωφλίωση δεν θα λειτουργήσει για αυτές τις εικόνες. Στην περίπτωση αυτή, χρησιμοποιείται τοπική κατωφλίωση ή κατωφλίωση με βάση το παράθυρο και το κατώφλι ποικίλλει σε όλη την εικόνα. Η εικόνα χωρίζεται σε υποπεριοχές και τα κατώφλια υπολογίζονται για κάθε περιοχή [20].

Η επιλογή κατωφλίου απαιτεί μια μέθοδο βέλτιστης επιλογής κατωφλίου που χρησιμοποιεί μια συνάρτηση κριτηρίου που δίνει ένα μέτρο του διαχωρισμού μεταξύ δύο περιοχών. Η συνάρτηση κριτηρίου μπορεί να είναι η εντροπία Shannon, η σταυρωτή εντροπία, η απόκλιση ή κάποιο άλλο μέτρο.

Η καταφλίσωση ιατρικών εικόνων μπορεί να πραγματοποιηθεί με χρήση τόσο της ασαφούς όσο και της διαισθητικής ασαφούς λογικής [20].

2.2.4. Εύρεση ορίων περιοχής ενδιαφέροντος

Η τμηματοποίηση με βάση τις ακμές είναι ένας τύπος τμηματοποίησης που ορίζει τα όρια των περιοχών της εικόνας, όπως οι δομές οργάνων ή οι ανωμαλίες στις ιατρικές εικόνες. Οι ακμές παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τα όρια. Οι ακμές απλοποιούν την ανάλυση των εικόνων μειώνοντας τα προς επεξεργασία δεδομένα. Οι ακμές υπάρχουν σε διάφορους προσανατολισμούς και ανιχνεύονται με τη χρήση ειδικών τελεστών ανίχνευσης ακμών. Οι τελεστές ανίχνευσης ακμών πρέπει να είναι ιδιαίτερα αποδοτικοί, ώστε να μπορούν να προσαρμοστούν σε οποιαδήποτε επιθυμητή κλίμακα. Οι τελεστές ανίχνευσης ακμών πρέπει να λαμβάνουν υπόψη όλες τις κατευθύνσεις ακμών για να ανιχνεύουν όλες τις ακμές στην εικόνα. Οι πιο συνηθισμένοι τελεστές ανίχνευσης ακμών είναι οι τελεστές Sobel, Prewitt, Roberts και Canny. Οι εικόνες μπορεί να περιέχουν θόρυβο και το αν ένα εικονοστοιχείο είναι εικονοστοιχείο ακμής ή εικονοστοιχείο θορύβου εξαρτάται από την τιμή του γκρι αυτού του εικονοστοιχείου και των γύρω εικονοστοιχείων. Η εξομάλυνση απαιτείται για την απομάκρυνση του θορύβου στην εικόνα και το πιο συνηθισμένο φίλτρο που χρησιμοποιείται για την εξομάλυνση είναι η εξομάλυνση Gauss. Η ανίχνευση ακμών μπορεί να πραγματοποιηθεί με ασαφή και διαισθητική ασαφή λογική [20].

2.2.5. Συσταδοποίηση

Η ομαδοποίηση είναι ένας άλλος τύπος τμηματοποίησης που ομαδοποιεί διαφορετικές περιοχές σε μια εικόνα με βάση την ομοιότητα των εικονοστοιχείων. Υπάρχει η μη ασαφής ομαδοποίηση K-μέσων, η ασαφής ομαδοποίηση C-μέσων (FCM) και η διαισθητική ασαφής ομαδοποίηση C-μέσων (IFCM), ενώ η παραδοσιακή μέθοδος, π.χ. K-μέσων, τοποθετεί κάθε κομμάτι δεδομένων ακριβώς σε μια ομάδα. Ωστόσο, σε πολλές περιπτώσεις τα σύνολα δεδομένων επικαλύπτονται και σε τέτοιες περιπτώσεις ορισμένα δεδομένα μπορεί να καταταχθούν σε περισσότερες από μία συστάδες και η συσταδοποίηση K-μέσων μπορεί να μην επιτρέπει μια σαφή ανάλυση του συνόλου δεδομένων. Η FCM χρησιμοποιείται για την επίτευξη καλύτερης ομαδοποίησης. Η πρώτη ασαφής μέθοδος για την κατάτμηση περιοχών μιας εικόνας ήταν η FCM. Δεδομένου ότι σε πολλές εικόνες πραγματικού χρόνου, ιδίως σε ιατρικές εικόνες, τα όρια μεταξύ των περιοχών δεν είναι σαφή, το πρόβλημα αυτό μπορεί να αμβλυνθεί με την ανάθεση μιας τιμής συμμετοχής σε κάθε δεδομένο σε κάθε συστάδα, έτσι ώστε κάθε δεδομένο να έχει κάποια ομοιότητα εντός κάθε συστάδας. Οι τιμές συμμετοχής μπορούν να κυμαίνονται από 0 έως 1, με το 1 να σημαίνει πλήρη παρουσία και το 0 να σημαίνει απουσία. Αυτό δείχνει την ομοιότητα ή την εγγύτητα των δεδομένων μεταξύ των συστάδων. Η FCM διαχωρίζει τα δεδομένα έτσι ώστε ένα δεδομένο να μπορεί να ανήκει σε περισσότερες από μία συστάδες και η ανεξαρτησία εκφράζεται με όρους βαθμών συμμετοχής (μερικοί βαθμοί συμμετοχής μεταξύ συστάδων) [20].

2.2.6. Μαθηματική μορφολογία εικόνας

Η μαθηματική μορφολογία χρησιμοποιείται για την εξαγωγή δομικών χαρακτηριστικών μιας εικόνας. Είναι μια θεωρητική μέθοδος που χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του σχήματος από μια εικόνα. Στόχος είναι η απόκτηση γεωμετρικών

πληροφοριών σχετικά με τα διάφορα αντικείμενα της εικόνας. Παρέχει μια προσέγγιση για την ανάλυση των γεωμετρικών ιδιοτήτων μιας εικόνας και είναι ένα εργαλείο για την εξαγωγή διαφόρων χαρακτηριστικών εικόνας τα οποία είναι χρήσιμα για την αναπαράσταση και τον προσδιορισμό περιοχών, ορίων, σχημάτων ή του σκελετού μιας εικόνας. Αρχικά, η μαθηματική μορφολογία ασχολήθηκε με δυαδικές εικόνες και εισήχθησαν πολλοί δυαδικοί τελεστές. Αργότερα, γενικεύτηκε σε εικόνες κλίμακας του γκρι και περαιτέρω γενικεύτηκε σε θολές εικόνες. Η ασαφής λογική μπορεί να εξαγάγει χαρακτηριστικά μέσω της κλίμακας του γκρι, αφού πρώτα γίνει ασαφοποίηση [20].

Ωστόσο, σε πρακτικά προβλήματα λήψης αποφάσεων, οι λήπτες αποφάσεων (ή οι εμπειρογνώμονες) μπορούν να εκφράσουν τις προτιμήσεις τους όσον αφορά τον βαθμό εναλλακτικών λύσεων σύμφωνα με κριτήρια που ικανοποιούν τη συνθήκη ότι το άθροισμα των βαθμών υποστήριξης (συμμετοχή) και εναντίωσης (μη συμμετοχή) είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα. Παραδόξως, υπό αυτή τη συνθήκη, οι προτιμήσεις των εμπειρογνώμωνων δεν μπορούν να εκφραστούν με τη χρήση διαισθητικών ασαφών συνόλων. Για τέτοιες περιπτώσεις, ο Yager εισήγαγε μια νέα έννοια των πυθαγόρειων ασαφών συνόλων για την αντιμετώπιση αυτής της συνθήκης [18].

2.3. Πυθαγόρεια ασαφή σύνολα

Η θεωρία των ασαφών συνόλων (fuzzy sets, FS), επίσης γνωστή ως ασαφή σύνολα τύπου-1, χαρακτηρίζει την αβεβαιότητα με βάση τις συναρτήσεις συμμετοχής και εισήχθη από τον Zadeh. Έχει χρησιμοποιηθεί με μεγάλη επιτυχία σε διάφορους τομείς λόγω της ικανότητάς της να αντιμετωπίζει την αβεβαιότητα. Διάφορες επεκτάσεις των ασαφών συνόλων έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές. Παραδείγματα είναι τα ασαφή σύνολα τύπου-2, τα ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου-2, τα διαισθητικά ασαφή σύνολα, τα ουδετεροσοφικά σύνολα, τα διστακτικά ασαφή σύνολα, τα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα, τα ασαφή σύνολα εικόνας και τα ορθογώνια ασαφή σύνολα q-τάξης. Τα σύνολα αυτά έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία σε πολλά προβλήματα λήψης αποφάσεων σε αβέβαια περιβάλλοντα, όπως η επιλογή προσωπικού, η επιλογή προμηθευτών, η αξιολόγηση της ποιότητας υπηρεσιών αεροπορικών εταιρειών, η αξιολόγηση τεχνολογιών υγείας, η επιλογή εγκαταστάσεων, η επιλογή μεθόδων αποθήκευσης ενέργειας και τα προβλήματα χωροθέτησης υπεράκτιων αιολικών πάρκων [21].

Τα ασαφή σύνολα μπορούν να εκφράσουν μόνο την αβεβαιότητα και επομένως δεν έχουν την ικανότητα να αντιμετωπίσουν τις αβεβαιότητες που είναι εγγενείς στην ανθρώπινη σκέψη [21].

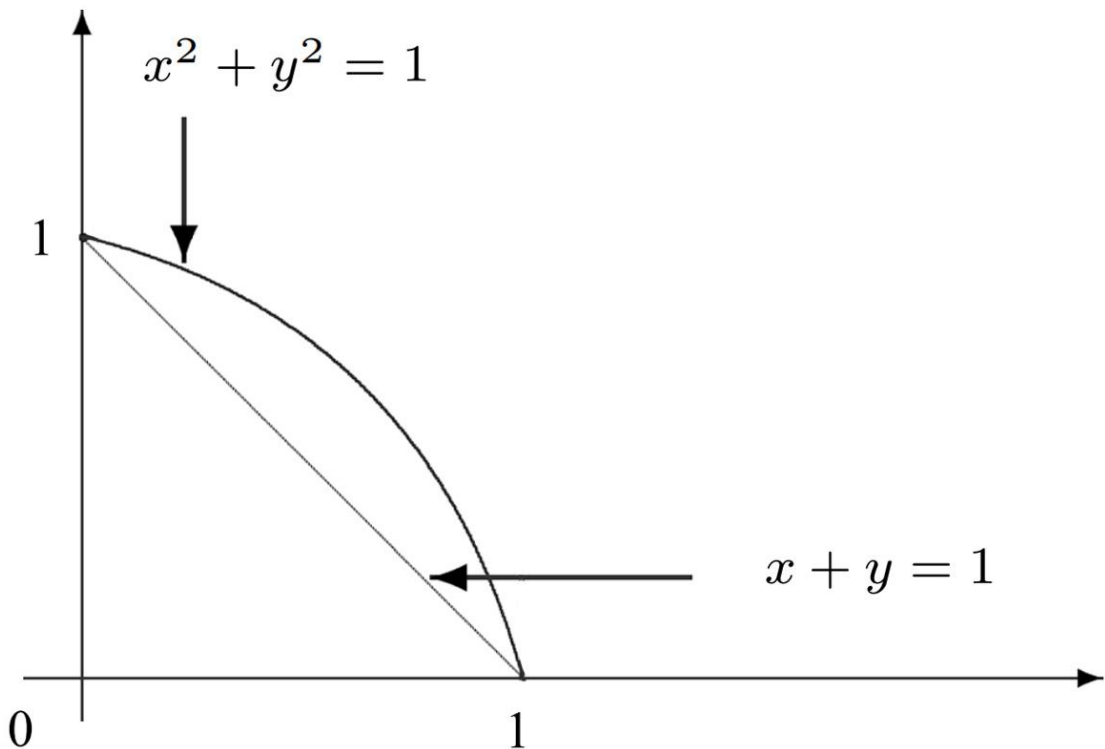
Κεντρικό θέμα στη χρήση ασαφών συνόλων είναι ο καθορισμός των βαθμών συμμετοχής. Για να γίνει βελτίωση της ικανότητας των ασαφών συνόλων στο να συλλαμβάνουν και να μοντελοποιούν τις πληροφορίες συμμετοχής που παρέχει ο χρήστης, οι ερευνητές εισήγαγαν μη τυποποιημένα ασαφή σύνολα δεύτερης τάξης, όπως τα διαισθητικά [22].

Για την καλύτερη περιγραφή της αβεβαιότητας, αναπτύχθηκε από τον Atanason μια σημαντική γενίκευση των ασαφών συνόλων, τα διαισθητικά ασαφή σύνολα (intuitionistic fuzzy sets, IFS). Αυτή η προσέγγιση χρησιμοποιεί βαθμούς συμμετοχής και μη συμμετοχής για τη μοντελοποίηση της αβεβαιότητας και του δισταγμού και το άθροισμα των δύο βαθμών συμμετοχής πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο με 1. Η κύρια

συνεισφορά του IFS είναι η ικανότητά του να αντιμετωπίζει αβεβαιότητες που μπορεί να υπάρχουν λόγω ανακριβών πληροφοριών. Ωστόσο, εάν το άθροισμα των (συμμετοχών) + (μη συμμετοχών) είναι μεγαλύτερο από ένα, το IFS δεν μπορεί να αντιμετωπίσει αυτή την κατάσταση. Ως εκ τούτου, προτείνεται το πυθαγόρειο ασαφές σύνολο (pythagorean fuzzy set, PFS) για να ξεπεραστεί αυτή η αδυναμία του IFS [21].

Οι Yager και Abbasov έγιναν πρωτοπόροι στην PFS. Εισηγάγαν άλλη μία κατηγορία, η οποία δεν είναι όπως τα κλασσικά ασαφή σύνολα, που ονομάζονται πυθαγόρεια ασαφή σύνολα. Αυτά τα ασαφή σύνολα συμπεριλαμβάνουν την ανακρίβεια και τον δισταγμό στον προσδιορισμό των βαθμών συμμετοχής [22].

Ένα πυθαγόρειο ασαφές σύνολο ορίζεται σε ένα μη κενό σύνολο X ως $P = \{(x, a_p(x), \beta_p(x)) : x \in X\}$, όπου $a_p(x) : X \rightarrow [0,1]$ και $\beta_p(x) : X \rightarrow [0,1]$ είναι οι βαθμοί συμμετοχής και μη συμμετοχής κάθε στοιχείου $x \in X$ στο σύνολο P για όλα τα $x \in X$, αντίστοιχα. $0 \leq a_p(x)^2 + \beta_p(x)^2 \leq 1$ για όλα τα $x \in X$. Για κάθε Πυθαγόρειο ασαφές σύνολο P και $x \in X$, $\pi_p(x) = \sqrt{1 - a_p(x)^2 - \beta_p(x)^2}$ καλείται ο δισταγμός του x του P [18].



Εικόνα 2.1: Σύγκριση του χώρου του πυθαγόρειου και διαισθητικού βαθμού συμμετοχής [18].

Η PFS είναι μια επιτυχημένη επέκταση της IFS και ένα νέο εργαλείο για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας όσον αφορά τους βαθμούς συμμετοχής. Το PFS είναι κατάλληλο για την αντιμετώπιση της αβεβαιότητας και της ανακρίβειας που σχετίζονται με την ανθρώπινη σκέψη και τις υποκειμενικές κρίσεις. Για παράδειγμα, ένας άνθρωπος μπορεί να αξιολογήσει το βαθμό συμμετοχής του $x \in X$ ως 0,7 και το βαθμό μη συμμετοχής του x ως 0,6. Δεδομένου ότι το άθροισμα αυτών των δύο τιμών είναι μεγαλύτερο από 1, το IFS δεν μπορεί να ικανοποιήσει αυτή τη συνθήκη, οπότε προτιμάται το PFS για τη μοντελοποίηση των βαθμών συμμετοχής. Αυτά τα χαρακτηριστικά έχουν προσελκύσει την προσοχή πολλών ερευνητών και η PFS έχει

εφαρμοστεί σε πολλά προβλήματα λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια στον πραγματικό κόσμο τα τελευταία χρόνια [21].

Εφόσον το PFS είναι μια επέκταση του IFS, περιλαμβάνει φυσικά τον μετρικό χώρο του IFS. Επιπλέον, το PFS παρέχει έναν ευρύτερο χώρο αναζήτησης για να αντικατοπτρίζει τη συμφωνία, τη διαφωνία και το δισταγμό στη διαδικασία λήψης αποφάσεων [21].

2.4. Φερμάτεια ασαφή σύνολα

Στα κλασικά διαισθητικά ασαφή σύνολα, το άθροισμα της συμμετοχής και μη συμμετοχής περιορίζεται στο 1, ενώ στα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα, το άθροισμα των τετραγώνων της συμμετοχής και μη συμμετοχής λαμβάνει τιμές στο $[0,1]$. Ο Yager εισήγαγε μια γενική κατηγορία q -διατεταγμένων ορθοζευγών ασαφών συνόλων, που ονομάζονται ασαφή σύνολα, στα οποία το άθροισμα των q -δυνάμεων για την υποστήριξη και των q -δυνάμεων για την αντίθετη υποστήριξη είναι δεσμευμένο στο 1. Καθώς η q δύναμη αυξάνεται (δηλαδή ο εκθέτης), ο χώρος των αποδεκτών ορθογώνιων ζευγών αυξάνεται και κατ' επέκταση ο βαθμός συμμετοχής. Οι Liu και Wang (2018) πρότειναν έναν ασαφή τελεστή σταθμισμένου μέσου όρου/γεωμετρικού ορθοζεύγους q -τάξης για την αντιμετώπιση πληροφοριών απόφασης. Τα Πυθαγόρεια ασαφή σύνολα παρέχουν ένα χρήσιμο εργαλείο συλλογισμού με ανθρώπινο προσανατολισμό για την καταγραφή και τη διαμόρφωση της παραπλάνησης και της αβεβαιότητας στις ενστικτώδεις διαδικασίες λήψης αποφάσεων. Όταν $q = 3$, θεωρούμε το ασαφές σύνολο των διατεταγμένων ορθοζευγών q ως ένα φερμάτσιο ασαφές σύνολο (fermatean fuzzy set, FFS) [18].

Ένα φερμάτσιο ασαφές σύνολο F στο X είναι ένα αντικείμενο της ακόλουθης μορφής

$$F = \{(x, a_F(x), \beta_F(x)) : x \in X\} \quad (2.1)$$

Εδώ ισχύουν οι συνθήκες $a_F(x) : X \rightarrow [0,1]$ και $\beta_F(x) : X \rightarrow [0,1]$ ικανοποιώντας τη συνθήκη $0 \leq a_F(x)^3 + \beta_F(x)^3 \leq 1$.

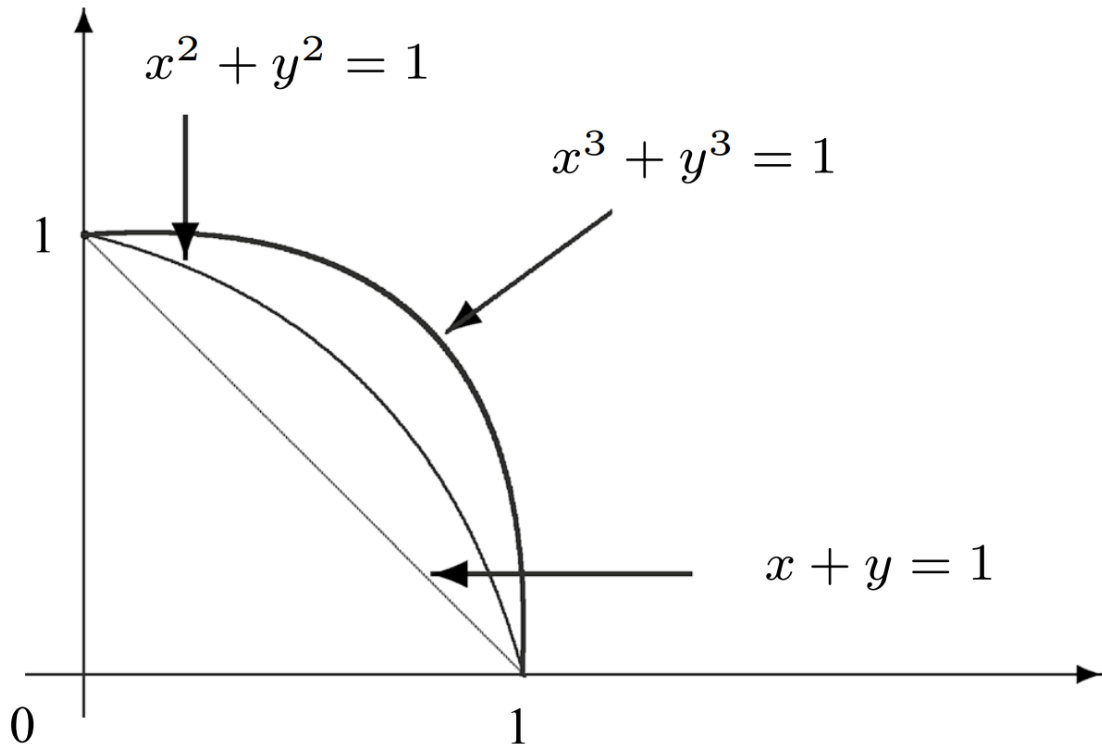
Για όλα τα $x \in X$, τα $a_F(x)$ και $\beta_F(x)$ δηλώνουν τον βαθμό συμμετοχής και μη συμμετοχής του x στο σύνολο F , αντίστοιχα.

Για οποιοδήποτε FFS F και $x \in X$

$$\pi_F(x) = \sqrt[3]{1 - a_F(x)^3 - \beta_F(x)^3} \quad (2.2)$$

ορίζεται ως ο βαθμός αβεβαιότητας από το x στο F .

Για λόγους απλότητας, συμβολίζουμε με το σύμβολο $F = (a_F, \beta_F)$ στο FFS $F = \{(x, a_F(x), \beta_F(x)) : x \in X\}$ [18].



Εικόνα 2.2: Σύγκριση χώρου του φερμάτειου, πυθαγόρειου και διαισθητικού βαθμού συμμετοχής [18].

2.5. Ασαφή σύνολα τύπου-2

Η έννοια των ασαφών συνόλων τύπου-2 εισήχθη από τον Zadeh ως επέκταση των ασαφών συνόλων τύπου-1 ή των κανονικών ασαφών συνόλων.

Στην ερευνητική κοινότητα, τα ασαφή σύνολα τύπου-1 πιστεύεται ότι μειώνουν την αβεβαιότητα και την ασάφεια- τα ασαφή σύνολα τύπου-2 χαρακτηρίζονται από το βαθμό συμμετοχής τους, δηλαδή είναι ασαφή σύνολα και όχι ανοικτοί αριθμοί- τα ασαφή σύνολα τύπου-2 παρουσιάστηκαν από τον Zadeh το 1975 για την καλύτερη αντιμετώπιση της αβεβαιότητας. Με βάση την αρχική ιδέα του Zadeh, οι Mizumoto και Tanaka δημοσίευσαν έναν μαθηματικό φορμαλισμό για τα ασαφή σύνολα τύπου-2 το 1979. Έκτοτε, πολλοί συγγραφείς έχουν εργαστεί πάνω σε αυτόν τον τύπο συνόλων [20].

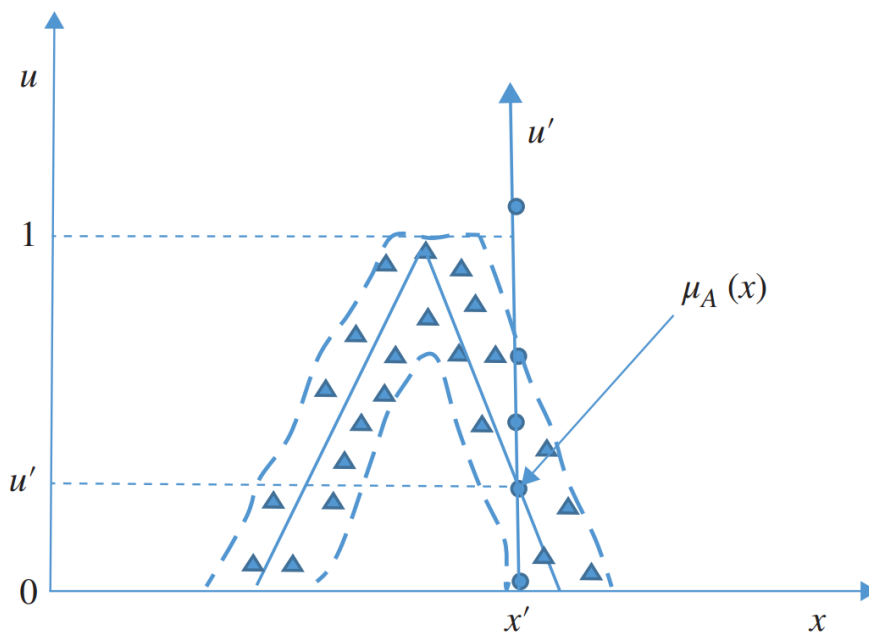
Τα σύνολα αυτά είναι ασαφή σύνολα των οποίων ο βαθμός συμμετοχής είναι ασαφές σύνολο τύπου-1. Τα ασαφή σύνολα τύπου-2 είναι ασαφή σύνολα που μοντελοποιούν την αβεβαιότητα στις τιμές συμμετοχής των ασαφών συνόλων τύπου-1. Η συνάρτηση συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου τύπου-2 παρέχει πρόσθετους βαθμούς ελευθερίας που του επιτρέπουν να μοντελοποιεί την αβεβαιότητα του βαθμού συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου τύπου-1. Για παράδειγμα, η αβεβαιότητα «ένας νεαρός άνδρας έχει βαθμό συμμετοχής 0,8» βρίσκεται σε ένα ασαφές σύνολο τύπου-1. Αν τώρα πούμε «ο βαθμός συμμετοχής των ανδρών στην κατηγορία 'πιθανώς νέοι' είναι 0,8», αυτό είναι σε ένα ασαφές σύνολο τύπου-2. Επομένως, ο βαθμός συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου τύπου-1 είναι διακριτός και ο βαθμός συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου τύπου-2 είναι ασαφής. Τα ασαφή σύνολα τύπου-2 είναι χρήσιμα όταν είναι δύσκολο να προσδιοριστεί η ακριβής συνάρτηση συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου. Σύμφωνα

με τον Mendel, τα ασαφή σύνολα τύπου-2 παρέχουν περισσότερους βαθμούς ελευθερίας, οπότε τα ασαφή σύνολα τύπου-2 μπορούν να υπερτερούν έναντι των ασαφών συνόλων τύπου-1, ιδίως σε αβέβαια περιβάλλοντα. Οι πηγές αβεβαιότητας στα ασαφή σύνολα τύπου-1 είναι ποικίλες:

- ανακριβείς μετρήσεις,
- ασυμφωνίες μεταξύ των τιμών συμμετοχής και των ακριβών τιμών συμμετοχής των δεδομένων και
- αβεβαιότητα στη θέση, το σχήμα και άλλες παραμέτρους.

Τα ασαφή σύνολα τύπου-1 δεν μπορούν να μοντελοποιήσουν άμεσα τέτοιες αβεβαιότητες, επειδή οι συναρτήσεις συμμετοχής τους είναι απολύτως σαφείς. Ωστόσο, τα ασαφή σύνολα τύπου-2 μπορούν να μοντελοποιήσουν τέτοιες αβεβαιότητες επειδή οι συναρτήσεις συμμετοχής τους είναι ασαφείς [20].

Θεωρήστε μια ασαφή συνάρτηση συμμετοχής τύπου-1. Αυτό σημαίνει ότι η συνάρτηση συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου A τύπου-1 είναι ασαφής και όλα τα σημεία του μετατοπίζονται προς τα αριστερά ή προς τα δεξιά του τριγώνου. Οι τιμές μετατόπισης δεν χρειάζεται να είναι ίσες. Θεωρήστε το σημείο $x = x'$ στο σχήμα 10.1. Στο σχήμα, το εσωτερικό τρίγωνο είναι μια ασαφής συνάρτηση συμμετοχής τύπου-1 και, όταν ασαφοποιηθεί, αναπαρίσταται από δύο μη γραμμικές διακεκομμένες γραμμές, των οποίων η περιοχή γεμίζει με μικρά τρίγωνα. Μπορεί να φανεί ότι ενώ για μια δεδομένη τιμή του $x = x'$, υπάρχει μια μοναδική τιμή συμμετοχής, u' , στις ασαφείς συναρτήσεις συμμετοχής τύπου-1, η ασαφής συνάρτηση συμμετοχής τύπου-1 δεν έχει πλέον μια τιμή συμμετοχής για τη συνάρτηση συμμετοχής u' , αλλά αντίθετα παίρνει μια τιμή κάθε φορά που το x' , τέμνει μια ασαφή περιοχή. Οι τιμές δεν χρειάζεται να είναι ίδιες, αλλά λαμβάνουν διαφορετικές τιμές ή πλάτη σε όλα τα σημεία. Επομένως, για όλα τα $x \in X$ υπάρχει μια τρίτη διάσταση, η οποία είναι το πλάτος του σημείου. Με άλλα λόγια, όπως φαίνεται στην εικ. 2.3, υπάρχει επίσης ένα υπομέρος που αντιστοιχεί σε κάθε κύριο μέλος και βρίσκεται στο $[0,1]$, το οποίο ορίζει την πιθανότητα ενός κύριου μέλους [12], [20].



Εικόνα 2.3: Ασαφής περιοχή τύπου-1 ασαφούς συνάρτησης [20].

Ένα ασαφές σύνολο A ενός συνόλου X χαρακτηρίζεται από μια συνάρτηση συμμετοχής $\mu_A(x)$ στο διάστημα $[0,1]$ που παρουσιάζεται ως εξής:

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0,1], \quad (2.3)$$

όπου $\mu_A(x)$ είναι η τιμή της συμμετοχής του στοιχείου x στο A . Το ασαφές σύνολο αναπαρίσταται ως:

$$A = \frac{\mu_A(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_A(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_A(x_n)}{x_n}. \quad (2.4)$$

Για να γίνει αναπαράσταση ενός ασαφούς συνόλου τύπου-2, θεωρήστε ένα ασαφές σύνολο τύπου 2, A . Τα στοιχεία του $\mu_A(x)$ ονομάζονται πρωτογενή μέλη και η συμμετοχή του πρωτογενούς μέλους του $\mu_A(x)$ ονομάζεται δευτερογενής συμμετοχή του x στο A [12], [20].

2.5.1. Ασαφή σύνολα διαστήματος τύπου-2

Συζητήθηκαν τα γενικά ασαφή σύνολα τύπου-2, αλλά η υπολογιστική πολυπλοκότητα της χρήσης ασαφών συνόλων τύπου-2 είναι μεγαλύτερη. Οι άνθρωποι χρησιμοποιούν συνήθως ασαφή σύνολα διαστημάτων τύπου-2, όπου ο υπολογισμός είναι πιο εύχρηστος. Τα ασαφή σύνολα διαστήματος είναι ένας ειδικός τύπος ασαφών συνόλων. Ένα ασαφές σύνολο τύπου-2 γράφεται ως εξής:

$$\tilde{A} = \{(x, u), \mu_{\tilde{A}}(x, u)\} \forall x \in X, u \in J_x \subseteq [0,1] \quad (2.5)$$

όπου $\mu_{\tilde{A}}(x, u)$ είναι η δευτερεύουσα συνάρτηση συμμετοχής και J_x είναι η πρωταρχική συνάρτηση του x . Για όλα τα $\mu_{\tilde{A}}(x, u) = 1$, το ασαφές σύνολο \tilde{A} τύπου-2 είναι ένα ασαφές σύνολο διαστημάτων τύπου-2. Αυτό σημαίνει ότι η δευτερεύουσα συμμετοχή ή το πλάτος της δευτερεύουσας συνάρτησης συμμετοχής είναι ίσο με 1. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, λόγω της αβεβαιότητας των πρωτοβάθμιων βαθμών συμμετοχής του ασαφούς συνόλου \tilde{A} τύπου-2, είναι γνωστό ότι το σύνολο A αποτελείται από μια οριοθετημένη περιοχή που ονομάζεται αποτύπωμα αβεβαιότητας. Είναι η ένωση όλων των βασικών συναρτήσεων συμμετοχής [20].

$$FOU(\tilde{A}) = \cup J_x \quad (2.6)$$

Επομένως, δεδομένου ότι το πλάτος του δευτερεύοντος βαθμού συμμετοχής είναι ίσο με 1, ο δευτερεύων βαθμός του ασαφούς διαστημικού συνόλου τύπου-2 δεν έχει καμία πληροφορία. Η ανώτερη και η κατώτερη συνάρτηση συμμετοχής \tilde{A} του ασαφούς συνόλου τύπου-2 είναι οι δύο ασαφείς συναρτήσεις συμμετοχής τύπου-1 που οριοθετούν το FOU. Η άνω συνάρτηση συμμετοχής είναι το άνω όριο του αποτυπώματος αβεβαιότητας και η κάτω συνάρτηση συμμετοχής είναι το κάτω όριο του αποτυπώματος αβεβαιότητας. Η άνω συνάρτηση συμμετοχής συμβολίζεται ως $\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ και η κάτω συνάρτηση συμμετοχής ως $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$.

Έτσι, το J_x μπορεί να αναπαρασταθεί ως:

$$J_x = \{(x, u): u \in [\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x), \overline{\mu}_{\tilde{A}}(x)]\} \quad (2.7)$$

Και

$$FOU(\tilde{A}) = \cup [\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x), \overline{\mu}_{\tilde{A}}(x)]. \quad (2.8)$$

2.5.2. Εφαρμογή των ασαφών συνόλων διαστήματος τύπου-2 στην κατωφλίωση εικόνας

Η επιλογή των ανώτερων και κατώτερων συναρτήσεων συμμετοχής ενός ασαφούς συνόλου τύπου-2 παίζει σημαντικό ρόλο στη μέτρηση της αβεβαιότητας. Μια πιο πρακτική αναπαράσταση των ασαφών συνόλων τύπου-2 έχει ως εξής:

$$\tilde{A} = \{x, \mu_U(x), \mu_L(x) | x \in X\} \quad (2.9)$$

όπου $\mu_U(x) \leq \mu(x) \leq \mu_L(x) \in [0,1]$.

Οι ανώτερες και κατώτερες συναρτήσεις συμμετοχής ορίζονται με όρους γλωσσικής αντιστάθμισης. Αυτές ορίζονται ως εξής:

$$\mu^{upper} = [\mu(x)]^{1/a} \quad (2.10)$$

$$\mu^{lower} = [\mu(x)]^a, \quad (2.11)$$

όπου $a \in [1, \infty]$.

Ο Tizhoosh χρησιμοποίησε ασαφή σύνολα τύπου-2 για την κατάτμηση εικόνας χρησιμοποιώντας τιμές $a \in (1,2]$. Το κριτήριο της υπερασάφειας χρησιμοποιείται για την εύρεση του βέλτιστου κατωφλίου T . Αποσκοπεί στη σύλληψη/εξάλειψη των ασαφών αβεβαιοτήτων στο ασαφές σύστημα με τη χρήση ασαφών συνόλων τύπου-2 [20].

Έστω η εικόνα A , η οποία είναι ασαφής με οποιαδήποτε συνάρτηση συμμετοχής που ορίζει ο χρήστης χρησιμοποιώντας $a=2$ για την κατασκευή μιας ασαφούς εικόνας τύπου-2 με κατώτερη και ανώτερη συνάρτηση συμμετοχής από τις τελευταίες δύο εξισώσεις. Υπολογίζεται ένα μέτρο υπερασάφειας για κάθε επίπεδο του κατωφλίου του γκρι και υπολογίζεται η μέγιστη τιμή της. Το κατώφλι που ανταποκρίνεται στη μέγιστη τιμή της υπερασάφειας είναι η βέλτιστη τιμή της κατωφλίωσης της εικόνας. Η υπερασάφεια ορίζεται ως εξής:

$$\xi(A) = \frac{1}{MN} \sum_{g=0}^{L-1} h(g)[\mu_U(g) - \mu_L(g)], \quad (2.12)$$

όπου g είναι το επίπεδο γκρι της εικόνας που βρίσκεται μεταξύ $[0, \text{μέγιστο βάθος εικόνας}]$ για γκρι εικόνες, $M \times N$ είναι οι διαστάσεις της εικόνας και $h(g)$ είναι η συχνότητα του επιπέδου του γκρι. Αναλυτικότερα θα γίνει σε επόμενη ενότητα όπου θα περιγραφεί η εφαρμογή του αλγόριθμου στο πρόγραμμα [20].

2.6. Τελεστές OWA

2.6.1. Γενικά για τους τελεστές OWA

Η διαδικασία της συσσωμάτωσης πληροφοριών εμφανίζεται σε πολλές εφαρμογές που σχετίζονται με την ανάπτυξη ευφυών συστημάτων. Η συσσωμάτωση συναντάται στα νευρωνικά δίκτυα, στους ελεγκτές ασαφούς λογικής, στα οπτικά συστήματα, στα συστήματα εμπειρογνομόνων, στα συστήματα υποστήριξης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια κ.ά.

Ο Yager παρουσιάζει μια νέα τεχνική συσσωμάτωσης που βασίζεται στον τελεστή διατεταγμένου σταθμισμένου μέσου όρου (ordered weighted aggregation, OWA) και υπογραμμίζει την εφαρμογή της στη μοντελοποίηση νευρωνικών δικτύων. Ο Kasprzyk πρότεινε τη χρήση του σε συστήματα μάθησης. Ο O'Hagan πρότεινε τη χρήση του σε εμπειρικά συστήματα. Οι Yager και Filev χρησιμοποίησαν τους τελεστές ώστε να δημιουργήσουν ευέλικτα μοντέλα για ελεγκτές ασαφούς λογικής. Ο Rubinson τους χρησιμοποίησε για την ανάπτυξη δικτύων επικοινωνίας. Οι Eklund και Klawon τους χρησιμοποίησαν για την ανάπτυξη νευρωνικών συστημάτων ασαφούς λογικής. Αυτοί οι τελεστές OWA μπορούν να παρέχουν τη συσσωμάτωση μεταξύ λογικών πυλών «OR» και «AND» [23], [24].

2.6.2. Εφαρμογές τελεστών OWA

2.6.2.1 Στρατηγικές σύντηξης που βασίζονται στον χειριστή OWA σε Περιβαλλοντικές Εφαρμογές

Η μοντελοποίηση άγνωστων περιβαλλοντικών φαινομένων βασίζεται συχνά στη συσσωρευση ενδείξεων, δηλαδή παραγόντων που συμβάλλουν, όταν δεν υπάρχουν διαθέσιμα δεδομένα εκπαίδευσης. Συνεπώς, οι στρατηγικές σύντηξης χωρικών δεδομένων πολλαπλών πηγών παρέχουν ένα διαισθητικό παράδειγμα για τον υπολογισμό ενός συνολικού χάρτη ενδείξεων για τον κίνδυνο ή την ευαισθησία μιας περιοχής σε ένα μοντελοποιημένο φαινόμενο. Η συγχώνευση χωρικών δεδομένων συνίσταται σε μια διαδικασία ολοκλήρωσης δεδομένων που συνδυάζει χωρικά δεδομένα από πολλαπλές πηγές για την παραγωγή χωρικών δεδομένων "υψηλότερης ποιότητας" που περιέχουν πληροφορίες που δεν είναι διαθέσιμες από μία μόνο πηγή. Η "υψηλότερη ποιότητα" μπορεί να στοχεύει σε καλύτερες περιγραφές χωρικών χαρακτηριστικών, σε καλύτερα σήματα ή σε ευκαιρίες για τη λήψη καλύτερων αποφάσεων. Εξετάζεται η συγχώνευση χωρικών δεδομένων που παράγονται ανεξάρτητα τόσο από μοντέλα λογισμικού όσο και από ανθρώπινους εμπειρογνώμονες.

Τα σημερινά γεωγραφικά συστήματα πληροφοριών δεν είναι κατάλληλα για να υποστηρίξουν τους επαγγελματίες που μοντελοποιούν τη συσσωμάτωση χωρικών δεδομένων από πολλαπλές πηγές που επηρεάζονται από την αβεβαιότητα. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι είναι δύσκολο να καθοριστούν ευέλικτες στρατηγικές λήψης αποφάσεων με τη χρήση των διαθέσιμων τελεστών συσσωμάτωσης. Οι δυνατότητες συγχώνευσης που παρέχουν τα γεωγραφικά συστήματα πληροφοριών βασίζονται γενικά στη λογική Boole, που είναι ουσιαστικά η επικάλυψη χαρτών, και στον σταθμισμένο γραμμικό συνδυασμό. Επιπλέον, τα συστήματα αυτά δεν αναπαριστούν ούτε διαχειρίζονται την ανακρίβεια ή την αβεβαιότητα των δεδομένων, επιτρέποντας μόνο ακριβείς τιμές να συσχετίζονται με κάθε χωρική μονάδα. Σε αυτό το πλαίσιο, υπάρχει ανάγκη ανάπτυξης εφαρμογών λογισμικού που επιτρέπουν στους χρήστες και

τους επαγγελματίες να καθορίζουν και να εφαρμόζουν ευέλικτες στρατηγικές συσσωμάτωσης για γεωγραφικά δεδομένα που μπορεί να επηρεάζονται από ατέλειες. Στο πλαίσιο αυτό, η εφαρμογή στρατηγικών σύντηξης πολλαπλών πηγών με βάση τους τελεστές OWA έχει σημειώσει μεγάλη επιτυχία. Οι τελεστές OWA προτείνονται ως κατάλληλο εργαλείο για τη σύντηξη χωρικών δεδομένων, καθώς αποτελούν μια οικογένεια τελεστών, όπως ο μέσος όρος, που επιτρέπουν την εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών συσσωμάτωσης. Αυτές οι προσεγγίσεις είναι ελκυστικές επειδή επιτρέπουν την ευέλικτη μοντελοποίηση διαφορετικών πραγματικών καταστάσεων [23], [24].

Για να καθοριστεί μια στρατηγική συγχώνευσης χωρικών δεδομένων, είναι πρώτα απαραίτητο να αναπαρασταθούν τα δεδομένα εισόδου σε έναν κοινό χώρο και στη συνέχεια να καθοριστεί ο τρόπος με τον οποίο τα δεδομένα αυτά μπορούν να συνδυαστούν για να δημιουργηθούν έξοδοι. Το πρώτο βήμα είναι απαραίτητο όταν τα δεδομένα εισόδου είναι ετερογενή και χαρακτηρίζονται είτε από διαφορετικές χωρικές και χρονικές αναλύσεις, σφάλματα μέτρησης, εύρος τιμών ή διακριτή αξιοπιστία των πηγών, όπως στα δεδομένα πολλαπλών πηγών. Όλα αυτά αποτελούν πηγές ανακρίβειας και αβεβαιότητας που πρέπει να αντιμετωπίζονται κατάλληλα κατά την ενσωμάτωση χωρικών πληροφοριών. Με άλλα λόγια, πρόκειται για το στάδιο στο οποίο οι διαθέσιμες χωρικές πληροφορίες ενσωματώνονται για τη δημιουργία χωρικών δεδομένων σε υψηλότερο σημασιολογικό επίπεδο. Ιδιαίτερη σημασία σε αυτό το πλαίσιο έχει η στρατηγική ήπιας σύντηξης που ορίζεται από τους γλωσσικούς ποσοδείκτες που συνδέονται με την έννοια της ασαφούς πλειοψηφίας και εφαρμόζεται από τον τελεστή OWA.

Επιπλέον, σε ορισμένες περιπτώσεις, η συσσωμάτωση αποσκοπεί στη μείωση πιθανών σημασιολογικών σφαλμάτων με τη σύνθεση αποτελεσμάτων που παράγονται ανεξάρτητα από πηγές όπως εμπειρογνώμονες ή μοντέλα, λαμβάνοντας υπόψη τη συμφωνία τους, δηλαδή τη διακύμανση των τιμών των δεδομένων σε μια τοπική ή παγκόσμια χωρική γειτονιά. Στην περίπτωση αυτή, ο χειριστής της συσσωμάτωσης είναι ένας εξαρτώμενος από το πλαίσιο χειριστής σύμφωνα με μια δεδομένη ταξινόμηση. Αυτές οι ιδιότητες είναι πολύ σημαντικές σε γεωγραφικά πλαίσια όπου οι πληροφορίες μπορεί να προέρχονται από διαφορετικές πηγές με πολύ διαφορετικά χαρακτηριστικά αξιοπιστίας και απόκτησης [23], [24].

2.6.2.2 Δύο μέθοδοι για συμπίεση/ανακατασκευή εικόνας με χρήση τελεστών OWA

Στόχος των αλγορίθμων συμπίεσης στην επεξεργασία εικόνας είναι η μείωση του μεγέθους της εικόνας-στόχου με όσο το δυνατόν μικρότερη απώλεια πληροφορίας. Ο τελεστής OWA εισήχθη ως τεχνική συνάθροισης από τον Yager το 1988. Επιπλέον, το 1983, ο Atanassov εισήγαγε μια κατηγορία τελεστών που συνδέουν κάθε διάστημα με ένα σημείο μέσα σε αυτό. Υπό κατάλληλες συνθήκες, δισδιάστατοι τελεστές OWA μπορούν να παραχθούν από τους τελεστές του Atanassov. Τέτοιοι δισδιάστατοι τελεστές OWA θα πρέπει να διαδραματίσουν σημαντικό ρόλο στη δημιουργία οικογενειών τελεστών OWA που επιτρέπουν τον λειτουργικό και συνεπή υπολογισμό οποιουδήποτε αριθμού μονάδων πληροφορίας. Σε αυτή τη δοκιμασία των τελεστών OWA πραγματοποιούνται δύο μέθοδοι συμπίεσης εικόνας. Κοινό χαρακτηριστικό τους είναι η χρήση δισδιάστατων τελεστών OWA (που έχουν κατασκευαστεί από τους

τελεστές του Atanassov) και ασαφών συνόλων τιμών διαστήματος. Ωστόσο, υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ των δύο μεθόδων.

- Ο πρώτος αλγόριθμος μετακινείται από μια εικόνα μεγέθους $N \times M$ σε μια άλλη εικόνα που είναι n φορές μικρότερη.
- Ο δεύτερος αλγόριθμος μεταβαίνει από μια εικόνα σε ένα σύνολο μοναδικών ασαφών συνόλων που σχετίζονται με αυτήν.

Στην εργασία θα γίνει η χρήση των τελεστών OWA με βάση τη σύντηξη δεδομένων εικόνων για τη δημιουργία μίας νέας που θα περιέχει τις χρήσιμες πληροφορίες των προηγούμενων [23], [24].

2.7. Ασαφής ομαδοποίηση C-μέσων FCM

2.7.1. Θεωρία ασαφούς ομαδοποίησης C-μέσων

Η προσέγγιση της ομαδοποίησης είναι ένα εποικοδομητικό εργαλείο για τη διερεύνηση δεδομένων και έχει αναδειχθεί ως μια δημοφιλής τεχνική για τη μη επιβλεπόμενη αναγνώριση προτύπων και έχει εφαρμοστεί σε πολλούς τομείς εφαρμογών, όπως η αναγνώριση προτύπων, η εξόρυξη δεδομένων και η μηχανική μάθηση. Με την οργάνωση ενός συνόλου προτύπων σε συστάδες, μπορούν να δημιουργηθούν χαμηλοί ή υψηλοί βαθμοί ομοιότητας και ανομοιότητας ανάλογα με το αν ένα πρότυπο ανήκει σε γνωστή ή άγνωστη συστάδα.

Υπάρχουν δύο τύποι ομαδοποιήσεων: οι καθορισμένοι και οι ασαφείς. Στην πρώτη κατηγορία, τα μοτίβα διακρίνονται από σαφώς καθορισμένες οριακές περιοχές συστάδων. Ωστόσο, λόγω της αλληλεπικαλυπτόμενης φύσης των ορίων των συστάδων, μια κατηγορία μοτίβων μπορεί να οριστεί σε μία μόνο ομάδα συστάδων ή σε διαφορετικές συστάδες. Αυτή η ιδιότητα περιορίζει τη χρήση της καθορισμένης συσταδοποίησης σε πραγματικές εφαρμογές. Για να μειωθούν αυτοί οι περιορισμοί, η ασαφής ομαδοποίηση βοηθά στην παροχή περισσότερων πληροφοριών σχετικά με το υποσύνολο μοτίβων. Μετά την ασαφή θεωρία που εισήγαγε ο Zadeh, οι ερευνητές εισήγαγαν την ασαφή θεωρία στην ομαδοποίηση. Το πρόβλημα της ασαφούς ομαδοποίησης μπορεί να ομαδοποιηθεί σε τρεις κλάδους:

- Με βάση την ασαφή σχέση
- Με βάση την εκμάθηση ασαφών κανόνων
- Με βάση τη βελτιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης.

Η ασαφής ομαδοποίηση που βασίζεται στην αντικειμενική συνάρτηση είναι ευρέως γνωστή ως ασαφής ομαδοποίηση c-μέσων (FCM). Στη μέθοδο FCM, τα πρότυπα μπορούν να ανήκουν σε οποιαδήποτε κατηγορία συνόλων με δεδομένη ασαφή συμμετοχή.

Ο FCM είναι ένας από τους πιο δημοφιλείς ερευνητικούς τομείς, συμπεριλαμβανομένης της επιστήμης των υπολογιστών, των μαθηματικών, άλλων κλάδων της μηχανικής και όλων των τομέων των εφαρμογών βελτιστοποίησης. Χρησιμοποιώντας τον FCM και τις διάφορες παραλλαγές του, έχουν επιλυθεί αποτελεσματικά πολλά προβλήματα από διάφορους τομείς. Οι FCM και οι διάφορες παραλλαγές τους έχουν χρησιμοποιηθεί για την αποτελεσματική επίλυση πολλών

προβλημάτων από διάφορα πεδία. Ωστόσο, απαιτούνται ορισμένες βελτιώσεις ή ο υβριδισμός με άλλους αλγορίθμους για την αποτελεσματική χρήση του FCM σε διάφορες εφαρμογές [25, p. 133].

Η τεχνική FCM είναι οριοθετημένη σε ένα σύνολο B και k συστάδες. Το σύνολο έχει N μέλη $B = b_1, b_2, b_3, \dots, b_N$. Η αβεβαιότητα του δεδομένου b_N ανήκει σε διάφορες συστάδες μέσω βαθμών συμμετοχής u_{lm} . Η συμμετοχή του κάθε δεδομένου της συστάδας καθορίζεται από την εύρεση της απόστασης του κέντρου v_m έως το δεδομένο d_{lm} [15], [16], [26]. Η απόσταση βρίσκεται μέσω της Ευκλείδειας απόστασης της οποίας η συνάρτηση είναι:

$$FCM = \sum_{m=1}^k \sum_{l=1}^N u_{lm}^p d_{lm}^2, \quad (2.13)$$

Όπου $p \in (1, \infty)$ και $\sum_{m=1}^k d_{lm} = 1$.

Η χρήση της παραμέτρου p είναι για να ελέγχεται ο βαθμός συμμετοχής της αντικειμενικής συνάρτησης [15], [16], [26]. Οι τιμές του βαθμού συμμετοχής και του κέντρου βρίσκονται από τους τύπους:

$$u_{lm} = \frac{1}{\sum_{q=1}^k \left(\frac{d_{lm}^2}{d_{lq}^2} \right)} \quad (2.14)$$

$$v_m = \frac{\sum_{l=1}^N u_{lm}^p x_l}{\sum_{l=1}^N u_{lm}^p} \quad (2.15)$$

2.7.2. Εφαρμογές ασαφούς ομαδοποίησης C-μέσων

2.7.2.1 Νευρωνικά δίκτυα

Η χρήση του FCM στα νευρωνικά δίκτυα έχει πραγματοποιηθεί ώστε να βρεθεί καλύτερη εφαρμογή του πολυστρωματικού perceptron. Πραγματοποιήθηκε σύγκριση ακριβείας των σημάτων ηλεκτροκαρδιογραφήματος που έχει ως βάση τη μάθηση μέσω της οπισθοδιάδοσης. Το νέο νευρωνικό δίκτυο με το οποίο πραγματοποιήθηκε η σύγκριση βασίζεται στο FCM και ονομάστηκε FCNN και είναι χρήσιμο στην ιατρική διάγνωση. Η προτεινόμενη αρχιτεκτονική του FCNN μπορεί να δώσει καλύτερα αποτελέσματα ως προς τη γενίκευση των δεδομένων σε σχέση με το κλασικό πολυστρωματικό perceptron. Το αποτέλεσμα εξήχθη λαμβάνοντας 10 διαφορετικά χαρακτηριστικά εκπαίδευσης [25].

2.7.2.2 Συσταδοποίηση και ταξινόμηση

Πολλοί ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει την τεχνική FCM ώστε να συσταδοποιήσουν ή να ταξινομήσουν κάποια δεδομένα. Πολλές φορές πραγματοποιείται παραλλαγή του αλγορίθμου FCM ώστε να καλύπτει περισσότερο τις ανάγκες τους. Έχουν υπάρξει έρευνες που χρησιμοποίησαν τον FCM σε εφαρμογές συσταδοποίησης, τη βελτιστοποίηση του FCM ώστε να μην υπάρχει επικάλυψη των κέντρων, σύγκριση των

καθορισμένων συστάδων με τον FCM και μίας συσσωματική μέθοδο έχοντας ως αποτέλεσμα ότι το FCM δίνει πιο σωστά αποτελέσματα [25].

2.7.2.3 Ανάλυση εικόνας

Ο αλγόριθμος του FCM έχει χρησιμοποιηθεί και στην ανάλυση της εικόνας δίνοντας αποτελέσματα γρήγορα και αξιόπιστα. Οι ερευνητές έχουν πραγματοποιήσει συμπίεση εικόνων ώστε να μειωθεί η ανάλυσή τους, δημιουργία FCM που περιλαμβάνει χωρική πληροφορία στη συσταδοποίηση αυξάνοντας την ομοιογένεια και μειώνοντας την ευαισθησία στο θόρυβο. Επίσης, έχουν δημιουργήσει γρήγορο αλγόριθμο FCM προσθέτοντας τοπική χωρική πληροφορία για την κατάτμηση εικόνων. Πραγματοποιήθηκε χρήση του FCM ώστε να γίνεται ειδική εύρεση αρχικοποίησης κατάτμησης μαγνητικών εικόνων που αφορούν τον μαστό και τον εγκέφαλο [25].

2.8. Νευρο-ασαφή συστήματα συμπερασμού - ANFIS

Τα υβριδικά συστήματα έχουν σχεδιαστεί για να ενσωματωθούν σε ασαφή συστήματα και προκύπτουν από το συνδυασμό νευρωνικών δικτύων και ασαφών συστημάτων. Τα ασαφή συστήματα έχουν σχεδιαστεί για να ενσωματώνουν τις μεθόδους μάθησης των νευρωνικών δικτύων. Η μέθοδος μάθησης προέρχεται από τα νευρωνικά δίκτυα για τη βέλτιστη επιλογή της συνάρτησης συμμετοχής και του αριθμού των κανόνων. Για τη βέλτιστη επιλογή του αριθμού των κανόνων έχουν αναπτυχθεί διάφορες νευρωνικές ασαφείς τεχνικές, οι πιο δημοφιλείς από τις οποίες είναι τα νευρωνικά δίκτυα και εκπαιδεύονται με τη μέθοδο της οπισθοδιάδοσης των κανόνων σφάλματος (back propagation, BP). Ενσωματώνεται η ασαφής συμπερασματολογία και προκύπτει ένας αλγόριθμος ασαφούς οπισθοδιάδοσης (fuzzy back propagation).

Τα νευρο-ασαφή συστήματα καλύπτουν δύο μειονεκτήματα τα οποία παρουσιάζονται σε άλλους κλασσικούς ταξινομητές.

Οι κλασσικοί ταξινομητές δε διαθέτουν συγκεκριμένη μεθοδολογία ώστε να μπορεί να πραγματοποιείται προσδιορισμός των παραμέτρων στις συναρτήσεις συμμετοχής. Επίσης, δε διαθέτουν μέθοδο μάθησης και προσαρμογής των κανόνων.

Τα νευρο-ασαφή συστήματα είναι μία τεχνική που μπορεί να καλύψει τα παραπάνω μειονεκτήματα και αποτελείται από πέντε στρώματα τα οποία εκπαιδεύονται σύμφωνα με τον αλγόριθμο ανάστροφης διάδοσης [12].

2.8.1. Προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα συμπερασμού ANFIS-MISO

Με την αντικατάσταση της βάσης γνώσεων με ένα νευρωνικό δίκτυο, εφαρμόζονται αλγόριθμοι μάθησης, όπως αλγόριθμοι οπισθοδιάδοσης και υβριδικοί αλγόριθμοι μάθησης, για την προσαρμογή των παραμέτρων του ασαφούς συστήματος. Έχουν προταθεί διάφοροι τύποι νευρωνικών ασαφών συστημάτων. Το πιο δημοφιλές από αυτά είναι το προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα συμπερασμού (adaptive neuro-fuzzy inference system, ANFIS) που προτάθηκε από τον Jang.

Τα νευρο-ασαφή συστήματα μπορούν να βρεθούν σε διάφορους τομείς. Τέτοιοι τομείς είναι:

- Συστήματα ελέγχου
- Μοντελοποίηση
- Ταξινόμηση
- Εντοπισμός και διάγνωση σφαλμάτων
- Πρόβλεψη ενέργειας, περιβαλλοντικών παραμέτρων, ηλεκτρικών φορτίων.

Η εκπαίδευσή τους γίνεται με την εισαγωγή παραδειγμάτων και την υπόδειξη των εξόδων τους. Τα νευρο-ασαφή συστήματα έχουν δύο μέρη τα οποία εκπαιδεύονται. Οι παράμετροι συναρτήσεων συμμετοχής των μερών των κανόνων και οι παράμετροι των πολυωνύμων στο συμπερασματικό μέρος των κανόνων. Σε περίπτωση που τα νευρο-ασαφή συστήματα χρειαστεί να υποστηρίξουν Takagi-Sugeno-Kang (TSK) τότε η διαδικασία πραγματοποιείται με τους εξής περιορισμούς [12]:

- Το TSK πρέπει να είναι πρώτης τάξης
- Το σύστημα να δίνει μία έξοδο
- Να είναι σταθερός ή γραμμικός συνδυασμός των εξόδων οι συναρτήσεις συμμετοχής της εισόδου
- Ο κάθε κανόνας πρέπει να έχει μοναδιαίο βάρος
- Δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί προσωπική δημιουργία συνάρτησης συμμετοχής και μεθόδων αποασαφοποίησης.

2.8.2. Αρχιτεκτονική και λειτουργία των νευρο-ασαφών συνόλων

Το ANFIS είναι ένα προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα εξαγωγής συμπερασμού. Χρησιμοποιείται για την εύρεση γενικευμένων ασαφών μοντέλων.

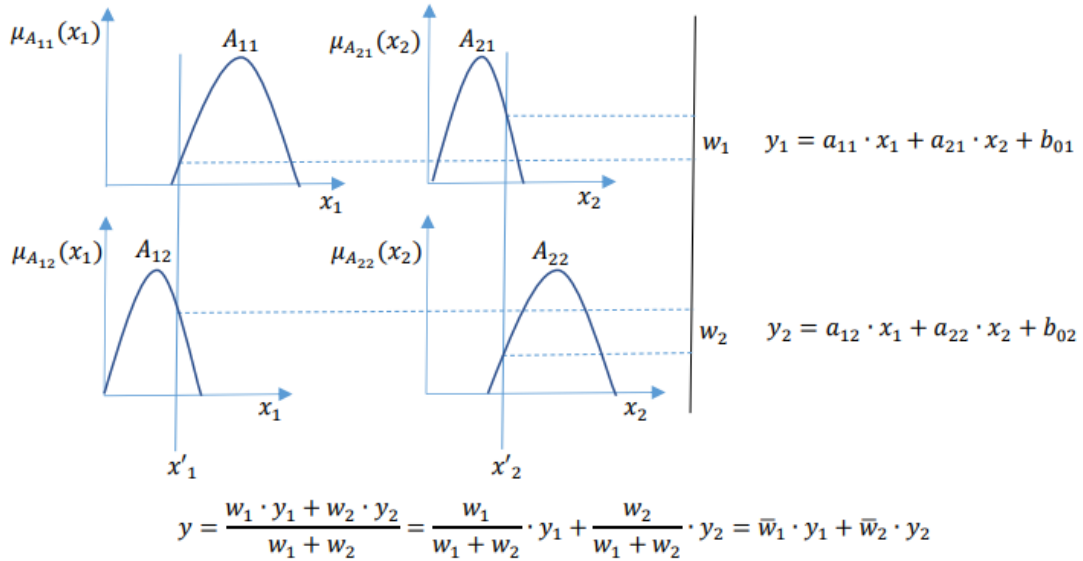
Ένα ασαφές μοντέλο πρώτης τάξης MISO έχει ως γενικευμένο ασαφή κανόνα EAN-TOTE το εξής:

$$R^j: \text{EAN } x_1 \text{ είναι } A_{1j} \text{ και } x_2 \text{ είναι } A_{2j} \text{ και } \dots \text{ και } x_n \text{ είναι } A_{nj}$$

Τότε

$$y_j = a_{1j} \cdot x_1 + a_{2j} \cdot x_2 + \dots a_{Nj} \cdot x_N + b_{0j}$$

Όπου $i = 1, 2, \dots, N$ και $j = 1, 2, \dots, M$, N είναι ο αριθμός των εισόδων, M είναι ο αριθμός των κανόνων, A_{ij} είναι τα ασαφή σύνολα, a_{ij} και b_j είναι σταθερές παράμετροι.



Εικόνα 2.4: Συμπερασμός ασαφούς μοντέλου T-S πρώτης τάξεως για δύο εισόδους και δύο κανόνες [12].

Τα πέντε στρώματα ενός νευρο-ασαφούς συστήματος έχουν ως εξής [12]:

Στρώμα 1^ο: Σε αυτό το στρώμα πραγματοποιείται η είσοδος των δεδομένων. Οι νευρώνες σε αυτό το στρώμα δεν έχουν υπολογιστική λειτουργία. Η χρήση τους είναι για να μεταφέρουν τα δεδομένα στο δεύτερο στρώμα.

Στρώμα 2^ο: Κάθε κόμβος σε αυτό το στρώμα είναι προσαρμοστικός και η λειτουργία του είναι η ασαφοποίηση των δεδομένων. Οι συναρτήσεις συμμετοχής παραμετροποιούνται με τραπεζοειδείς, τριγωνικές συναρτήσεις κ.ά.

Στρώμα 3^ο: Οι κόμβοι αυτού του στρώματος είναι όσοι είναι και οι ασαφείς κανόνες. Η έξοδος του κάθε κόμβου αναπαριστά τον βαθμό όπου ο αντίστοιχος ασαφής κανόνας εκπληρώνεται.

$$w_j = \prod_{i=1}^N \mu_{A_{ij}}(x_i) \quad (2.16)$$

Στρώμα 4^ο: Κάθε κόμβος είναι σταθερός και γίνεται υπολογισμός της κανονικοποιημένης τιμής του βαθμού εκπλήρωσης.

$$\bar{w}_j = \frac{w_j}{\sum_{l=1}^M w_l} \quad (2.17)$$

Στρώμα 5^ο: Σε κάθε κόμβο υπολογίζεται το γινόμενο του κανονικοποιημένου βαθμού εκπλήρωσης και μία συνάρτηση ως ακολούθως:

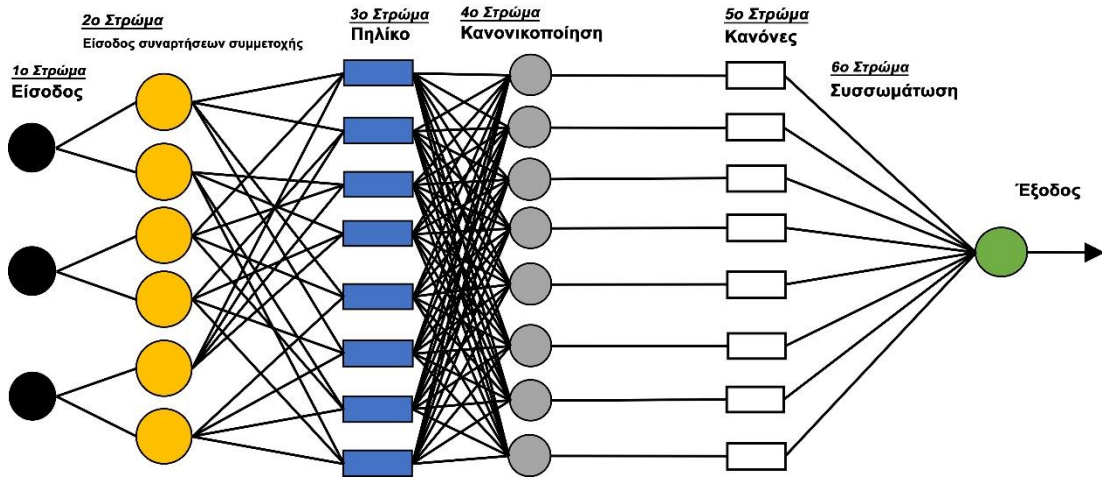
$$\bar{w}_j \cdot y_j = a_{1j} \cdot x_1 + a_{2j} \cdot x_2 + b_{0j} \quad (2.18)$$

Οι παράμετροι a_{1j} , a_{2j} , b_{0j} ονομάζονται συμπερασματικοί παράμετροι. Η συνάρτηση y ονομάζεται γραμμικό μοντέλο.

Στρώμα 6^ο: Το τελικό στρώμα είναι ένας σταθερός κόμβος ο οποίος υπολογίζει τη συνολική έξοδο του δικτύου.

$$y = \sum_{j=1}^M \bar{w}_j \cdot y_j(x) = \frac{\sum_{j=1}^M w_j \cdot y_j(x)}{\sum_{j=1}^M w_j} \quad (2.19)$$

Τα ουσιώδη στρώματα είναι τα πέντε τελευταία ενώ το 1^ο στρώμα υπάρχει για την εισαγωγή των δεδομένων.



Εικόνα 2.5: Δομή ANFIS ισοδύναμη με πρώτης τάξης ασαφούς μοντέλου T-S δύο εισόδων-δύο κανόνων.

2.8.3. Εκπαίδευση του νευρο-ασαφούς συστήματος

Για να πραγματοποιηθεί η εκπαίδευση του ANFIS χρησιμοποιούνται υβριδικοί κανόνες μάθησης. Η μέθοδος ονομάζεται υβριδική επειδή χρησιμοποιεί δύο εντελώς διαφορετικούς αλγόριθμους για τη μείωση των σφαλμάτων. Σε κάθε κύκλο εκπαίδευσης (εποχή), η μάθηση αποτελείται από δύο μέρη. Στο πρώτο πέρασμα προς τα εμπρός, οι αιτιακές παράμετροι διατηρούνται σταθερές και οι παράμετροι της συμπερασματολογίας του κανόνα (στρώμα 5^ο) προσδιορίζονται με τη χρήση ενός αλγόριθμου ελαχίστων τετραγώνων. Χρησιμοποιώντας τις νέες τιμές των παραμέτρων του κανόνα συμπερασμού, υπολογίζεται η έξοδος y του ANFIS και φυσικά το αντίστοιχο σφάλμα (ίσο με τη διαφορά μεταξύ της επιθυμητής και της πραγματικής εξόδου). Στο αντίστροφο πέρασμα, εφαρμόζεται ο αλγόριθμος οπισθοδιάδοσης και ενημερώνονται οι παράμετροι των αιτιών των κανόνων (στρώμα 2^ο). Οι παράμετροι της εξαγωγής συμπερασμάτων παραμένουν σταθερές. Σε περίπτωση που το σύνολο των δεδομένων είναι περιορισμένο, τότε οι παράμετροι της συνάρτησης συμμετοχής παραμένουν σταθερές και γίνεται εκμάθηση μόνο των παραμέτρων εξαγωγής συμπερασμάτων [12].

2.8.4. Εφαρμογές ANFIS

2.8.4.1 Σύστημα ασαφούς συμπερασμού τεχνητού νευρικού δικτύου (ANFIS) για ανίχνευση όγκου εγκεφάλου

Η ταξινόμηση των εικόνων μαγνητικής τομογραφίας αποκτά ολοένα και μεγαλύτερη σημασία στον ιατρικό τομέα, καθώς είναι ζωτικής σημασίας για το σχεδιασμό της θεραπείας και τη διάγνωση των ανωμαλιών (π.χ. όγκοι στον εγκέφαλο). Η χειροκίνητη ταξινόμηση είναι ιδιαίτερα επιρρεπής σε σφάλματα λόγω της μεταβλητότητας μεταξύ των παρατηρητών και του ανθρώπινου σφάλματος. Η χειροκίνητη ταξινόμηση εικόνων όγκων εγκεφάλου μαγνητικού συντονισμού είναι ένα δύσκολο και χρονοβόρο έργο. Ως αποτέλεσμα, τα αποτελέσματα της ταξινόμησης είναι πολύ φτωχά και οδηγούν σε μοιραία αποτελέσματα. Ως εκ τούτου, οι αυτόματες ή ημιαυτόματες μέθοδοι ταξινόμησης είναι ιδιαίτερα ευνοημένες, καθώς με τη χρήση τους μειώνουν το φόρτο εργασίας του ανθρώπινου παρατηρητή, μπορούν να χειριστούν μεγάλο αριθμό περιπτώσεων με την ίδια ακρίβεια και δεν επηρεάζονται από την κόπωση, την υπερφόρτωση δεδομένων ή τα αποτελέσματα λόγω υψηλής ταχύτητας επικοινωνίας. Οι εικόνες μαγνητικής τομογραφίας σε διαφορετικές περιοχές του σώματος απαιτούν διαφορετικούς τύπους τμηματοποίησης.

Αρκετές μέθοδοι που έχουν προταθεί, έχουν επιτύχει περιορισμένη επιτυχία λόγω της αλληλεπικαλυπτόμενης κατανομής του υγιούς ιστού, του όγκου και της πυκνότητας του περιβάλλοντος οιδήματος. Η πιο συνηθισμένη μέθοδος ταξινόμησης είναι η στατιστική ταξινόμηση με χρήση πολυπαραμετρικών εικόνων. Αυτές οι μέθοδοι έχουν πολύ χαμηλή ακρίβεια.

Τα μοντέλα ασαφούς θεωρίας συνόλων προσπαθούν να μιμηθούν την ανθρώπινη κρίση και την ικανότητα αντιμετώπισης της αβεβαιότητας, ενώ τα μοντέλα νευρωνικών δικτύων προσπαθούν να μιμηθούν την αρχιτεκτονική και το σύστημα αναπαράστασης γνώσης του ανθρώπινου εγκεφάλου. Η ενσωμάτωση των πλεονεκτημάτων της θεωρίας των ασαφών συνόλων και της θεωρίας των νευρωνικών δικτύων μπορεί να προσφέρει πιο ευφυή συστήματα για την αντιμετώπιση προβλημάτων του πραγματικού κόσμου. Για να ξεπεραστούν οι επιμέρους αδυναμίες και να παρασχεθούν πιο ελκυστικά χαρακτηριστικά, εισάγεται η νευρο-ασαφής προσέγγιση ως συνδυασμός νευρωνικών δικτύων και ασαφούς λογικής. Ο απώτερος στόχος της εφαρμογής ενός τέτοιου συστήματος είναι η εξάλειψη των ανακριβειών που υπάρχουν στην εικόνα, όπως η ασάφεια της κλίμακας του γκρι των εικονοστοιχείων, η γεωμετρική κατάτμηση της εικόνας και η διφορούμενη ερμηνεία της σκηνής. Αυτό παρέχει αποτελέσματα που χαρακτηρίζονται από υψηλή ερμηνευσιμότητα και υψηλή ακρίβεια, αξιοποιώντας την ικανότητα μάθησης και αναγνώρισης του συστήματος, αντίστοιχα. Το ANFIS είναι ένα από τα ευρέως χρησιμοποιούμενα συστήματα νευρο-ασάφειας. Στην ενέργεια ταξινόμησης όγκων εγκεφάλου έχει γίνει έρευνα και χρήση του ταξινομητή ANFIS [27].

2.8.4.2 Προσαρμοστικό Νευρο-ασαφές σύστημα συμπερασμού για Αυτόματη Ανίχνευση Καρκίνου του Μαστού

Έχουν αναφερθεί επιτυχείς εφαρμογές του ANFIS στη βιοϊατρική μηχανική για την ταξινόμηση και την ανάλυση δεδομένων. Η οικονομική και κοινωνική αξία της διάγνωσης του καρκίνου του μαστού είναι πολύ υψηλή. Ως εκ τούτου, το πρόβλημα

έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών στον τομέα της υπολογιστικής νοημοσύνης τα τελευταία χρόνια με αποτέλεσμα να έχουν επιτευχθεί σημαντικά αποτελέσματα που κυμαίνονται από 95% έως 98%. Όσον αφορά την ανίχνευση του καρκίνου του μαστού: Ο ταξινομητής ANFIS χρησιμοποιείται για τη διάγνωση του καρκίνου του μαστού χρησιμοποιώντας ως είσοδο χαρακτηριστικά που περιγράφουν τα συμπτώματα του καρκίνου του μαστού. Οι βάσεις δεδομένων μαστογραφιών αναλύονται με τη χρήση ANFIS. Το μοντέλο ANFIS αξιολογείται στη συνέχεια και αναφέρονται οι επιδόσεις του. Τέλος, εξάγονται ορισμένα συμπεράσματα σχετικά με την επίδοση του ταξινομητή και τη σύγκριση χαρακτηριστικών και μεθόδων [28].

2.8.4.3 Προσαρμοστική ομαδοποίηση ανίχνευσης καρκίνου του μαστού με ταξινομητή ANFIS με χρήση μαστογραφικών εικόνων

Άλλες μελέτες παρουσιάζουν το ANFIS να ταξινομεί τις μαστογραφικές εικόνες ασβεστοποιημένων περιοχών ως καλοήθειες ή κακοήθειες, παρέχοντας ένα σημαντικό εργαλείο για την αξιολόγηση εικόνων καρκίνου του μαστού. Γενικά, η απόδοση ενός ταξινομητή εξαρτάται από διάφορους παράγοντες, όπως το μέγεθος και η ποιότητα του συνόλου εκπαίδευσης, η αυστηρότητα της εισόδου εκπαίδευσης και οι παράμετροι που επιλέγονται ως είσοδος για το ANFIS. Τα χαρακτηριστικά που χρησιμοποιούνται για την ταξινόμηση είναι χαρακτηριστικά σχήματος και υφής. Οι τεχνικές ταξινόμησης μάζας, μια σημαντική τεχνική που χρησιμοποιείται στα συστήματα υποβοηθούμενης υπολογιστικής διάγνωσης, είναι πολύ χρήσιμες για την έγκαιρη ανίχνευση του καρκίνου και μπορούν να αποτρέψουν περιττές βιοψίες. Η περιοχή ενδιαφέροντος (ROI) περιλαμβάνει την τμηματοποίηση των ασβεστοποιημένων περιοχών και την εξαγωγή χαρακτηριστικών. Η απόδοση των διαφόρων μεθόδων επιλογής χαρακτηριστικών συγκρίνεται με τη χρήση της ανάλυσης λειτουργικών χαρακτηριστικών δέκτη και της περιοχής κάτω από την καμπύλη (area under the curve, AUC). Ο αλγόριθμος ANFIS παρέχει μια καλύτερη λύση σε όλα τα προβλήματα που αντιμετωπίζουν οι διάφοροι αλγόριθμοι ταξινόμησης. Ως αποτέλεσμα, οι φυσιολογικές και μη φυσιολογικές μάζες μπορούν να ταξινομηθούν με ακρίβεια από την παρεχόμενη βάση δεδομένων. Αυτό μπορεί να σώσει ζωές ασθενών, επιτρέποντας στους γιατρούς να ανιχνεύουν με ακρίβεια ακόμη και μικρές ασβεστοποιήσεις [29].

3. Μεθοδολογία

3.1. Χαμηλοπερατό Φίλτρο

Η προεπεξεργασία μιας εικόνας είναι χρήσιμη ώστε να δημιουργήσουμε μία πιο ομαλή εικόνα σε σύγκριση με την αρχική και να τη χρησιμοποιήσουμε ώστε να ενισχυθεί η αντίθεσή της. Τα χαμηλοπερατά φίλτρα χρησιμοποιούνται συχνά για την προεπεξεργασία μιας εικόνας. Το πιο συχνό χαμηλοπερατό φίλτρο στο πεδίο του χώρου είναι το φίλτρο διάμεσης τιμής. Όπου ένα εικονοστοιχείο μίας εικόνας αντικαθίσταται από τη διάμεση τιμή των γειτονικών του εικονοστοιχείων. Πρόκειται για ένα αποτελεσματικό μη-γραμμικό φίλτρο το οποίο επιτρέπει την ελάττωση του θορύβου της εικόνας, αποτρέποντας τη θόλωση των ακμών που θα δημιουργούσε ένα γραμμικό χαμηλοπερατό φίλτρο [30]–[33]. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκε ένα φίλτρο διάμεσης τιμής το οποίο συγκέντρωνε τα εικονοστοιχεία από ένα πίνακα 5×5 και αντικαθιστούσε το κεντρικό εικονοστοιχείο με τη διάμεση τιμή τους.

3.2. Ασαφή σύνολα

Σύμφωνα με τον Zadeh [34], [35] η ασαφής λογική στοχεύει στην ασαφοποίηση μίας αρχικής ιδέας σε ένα εύρος αριθμών. Έχοντας ένα μη-άδειο σύνολο $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ και ορίζοντας ένα ασαφές σύνολο:

$$A = \{(s, \mu_A(s)) \mid s \in S\} \quad (3.1)$$

όπου $\mu_A(s): S \rightarrow [0,1]$ είναι ο βαθμός συμμετοχής του s στο S .

3.3. Λεκτικο-διαμορφωτές

Κατά την έναρξη, τα ασαφή σύνολα ξεκινούν με την ασαφοποίηση των δεδομένων, όπου στην περίπτωση μας γίνεται ασαφοποίηση της εικόνας. Η εικόνα που ασαφοποιείται είναι η εικόνα που έχει υποστεί την επεξεργασία με το φίλτρο διάμεσης τιμής. Η ασαφοποίηση γίνεται με τον εξής τρόπο:

$$\mu_A(g(i, j)) = \frac{g(i, j) - g_{min}}{g_{max} - g_{min}} \quad (3.2)$$

όπου g είναι ένα στοιχείο από την εικόνα A , που έχει γκρι αποχρώσεις, στην i σειρά και j στήλη. g_{min} και g_{max} είναι τα ελάχιστα και μέγιστα στοιχεία της εικόνας A [3].

Οι λεκτικο-διαμορφωτές εφαρμόζονται στην ασαφοποιημένη έξοδο των χαμηλοπερατών εικόνων. Θα χρησιμοποιηθούν τριών ειδών λεκτικο-διαμορφωτές. CON από τη συγκέντρωση, DIL από τη διαστολή και INT από τη επίταση [4], [36], [37]. Οι μαθηματικοί τύποι είναι οι εξής:

$$\mu_{CON(X)}(u) = (\mu_X(u))^2 \quad (3.3)$$

$$\mu_{DIL(X)}(u) = (\mu_X(u))^{0.5} \quad (3.4)$$

$$\mu_{INT(X)}(u) = \begin{cases} 2(\mu_X(u))^2 & \text{if } 0 \leq \mu_X(u) \leq 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_X(u))^2 & \text{if } 0.5 < \mu_X(u) \leq 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε διαφορετικούς εκθέτες στις παραπάνω εξισώσεις ώστε να δημιουργήσουμε πιο έντονα αποτελέσματα. Για παράδειγμα:

$$\mu_{CON'(X)}(u) = (\mu_X(u))^{1.5} \quad (3.6)$$

$$\mu_{DIL'(X)}(u) = (\mu_X(u))^{0.25} \quad (3.7)$$

Γενικώς, ο λεκτικο-διαμορφωτής DIL (linguistic hedge DIL, LH-DIL) κάνει την εικόνα πιο φωτεινή με το να συγκεντρώνει τις υψηλές τιμές των εικονοστοιχείων και απλώνοντας τις χαμηλές τιμές. Σε αντίθεση έρχεται ο λεκτικο-διαμορφωτής CON (linguistic hedge CON, LH-CON) το οποίο συγκεντρώνει τις χαμηλές τιμές των εικονοστοιχείων και απλώνει τις υψηλές τιμές.

3.4. Λεκτικο-διαμορφωτής Xie Wang Wu

Ο Xie και συνεργάτες του [13] παρουσίασαν άλλη μία συνάρτηση η οποία εφαρμόζονται στην προεπεξεργασμένη εικόνα. Αυτός ο τύπος πραγματοποιείται έχοντας ως βάση την ήδη επεξεργασμένη με την εξίσωση CON.

Αρχικά η εικόνα που έχει περάσει από χαμηλοπερατό φίλτρο ασαφοποιείται. Στη συνέχεια επεξεργάζεται με την εξίσωση CON. Έπειτα, εφαρμόζεται η επόμενη εξίσωση που έχει παρουσιαστεί από τους Xie, Wang και Wu (LH-XWW):

$$\mu_{XWW}(u) = \begin{cases} \frac{[\mu_X(u)]^\alpha}{\gamma^{\alpha-1}} & \text{if } 0 \leq \mu_X(u) \leq \gamma \\ 1 - \frac{(1 - \mu_X(u))^\beta}{(1 - \gamma)^{\beta-1}} & \text{if } \gamma < \mu_X(u) \leq 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

όπου τα $\alpha \geq 1$ και $\beta \geq 1$ προσδιορίζουν το μέγεθος της αντίθεσης των τιμών των εικονοστοιχείων στα σημεία των ακμών και μειώνουν την αντίθεση σε σημεία που είναι ομαλά, και $0 < \gamma < 1$.

3.5. Διαισθητικά Ασαφή Σύνολα

Ο Atanassov παρουσίασε έναν καινούριο τρόπο έκφρασης των ασαφών συνόλων τα οποία ονομάζονται διαισθητικά ασαφή σύνολα (IFS) [38]. Αυτή η θεωρία έχει στόχο να δημιουργήσει τις έννοιες συμμετοχή και μη-συμμετοχή οι οποίες σχετίζονται μεταξύ τους. Ένα διαισθητικό ασαφές σύνολο το A στο S είναι:

$$A = \{(s, \mu_A(s), \nu_A(s)) | s \in S\} \quad (3.9)$$

όπου $\mu_A(s) \rightarrow [0,1]$, $\nu_A(s) \rightarrow [0,1]$ είναι οι βαθμοί συμμετοχής και η μη-συμμετοχής το s στο σύνολο A . Ισχύει η συνθήκη $0 \leq \mu_A(s) + \nu_A(s) \leq 1$ για το οποίο η μη-συμμετοχή είναι $\nu_A(s) = (1 - \mu_A(s)^\beta)^{1/\beta}$ σύμφωνα με τον Yager, για κάθε s στο σύνολο A .

Άλλη μία παράμετρος είναι ο βαθμός απροσδιοριστίας: $\pi_A(s) = 1 - \mu_A(s) - \nu_A(s)$.

3.6. Πυθαγόρεια Ασαφή σύνολα

Όπως και τα διαισθητικά ασαφή σύνολα, ο Yager παρουσίασε και τα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα τα οποία επίσης έχουν τις έννοιες συμμετοχή, μη-συμμετοχή και διαφορετική απροσδιοριστία. Ο βαθμός συμμετοχής μ εκφράζει το προσκλήνιο της επεξεργασμένης εικόνας, ο βαθμός μη-συμμετοχής ν το υπόβαθρο της εικόνας και η απροσδιοριστία π τις ακμές. Οι εκφράσεις αυτές λαμβάνονται από την εφαρμογή των συναρτήσεων μ , ν και π . $\mu_P(s) \rightarrow [0,1]$ και $\nu_P(s) \rightarrow [0,1]$ είναι η συμμετοχή και μη-συμμετοχή αντίστοιχα [18], [36]. Τα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα (PFS) ορίζονται:

$$P = \{(s, \mu_P(s), \nu_P(s)) | s \in S\} \quad (3.10)$$

Η απροσδιοριστία για τα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα είναι:

$$\pi_P = \sqrt{1 - (\mu_P(s))^2 - (\nu_P(s))^2} \quad (3.11)$$

3.7. Φερμάτεια Ασαφή Σύνολα

Τα φερμάτεια ασαφή σύνολα (FFS) μπορούν να περιγραφούν σαν τα διαισθητικά και πυθαγόρεια ασαφή σύνολα έχοντας διαφορετική απροσδιοριστία. $\mu_F(s) \rightarrow [0,1]$ και $\nu_F(s) \rightarrow [0,1]$ είναι η συμμετοχή και μη-συμμετοχή αντίστοιχα [18]. Η απροσδιοριστία είναι:

$$\pi_F = \sqrt[3]{1 - (\mu_F(s))^3 - (\nu_F(s))^3} \quad (3.12)$$

3.8. Πολυ-ασαφή Σύνολα

Τα πολυ-ασαφή σύνολα διάστασης $n > 2$ πάνω από ένα πεπερασμένο υπερσύνολο αναφοράς U προσδιορίζονται χαρτογραφώντας το $A: U \rightarrow [0,1]^n$ το οποίο δίνεται από $A(u) = (A_1(u), A_2(u), \dots, A_n(u))$ στο οποίο το κάθε A_j για $j = 1, 2, \dots, n$ χαρτογραφεί $A_j: U \rightarrow [0,1]$.

3.9. Γενετικός Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης

Σύμφωνα με τον Shabani και τους συνεργάτες του [39], οι γενετικοί αλγόριθμοι έχουν αρκετές επιτυχημένες εφαρμογές σε διάφορους τομείς. Η ικανότητά τους να βελτιστοποιούν ένα πρόβλημα τους προσδιορίζουν χρήσιμους για την ασαφή λογική, τα νευρωνικά δίκτυα, έμπειρα συστήματα και διάφορα προβλήματα τα οποία στερούνται της βεβαιότητας. Για να έχουμε τη δυνατότητα να λύσουμε ένα μη

τετριμμένο πρόβλημα με τη χρήση γενετικών αλγορίθμων, μετατρέπουμε το πρόβλημα σε μία κατάλληλη μορφή. Κατά την έναρξη του αλγορίθμου επιλέγονται χρωμοσώματα με τυχαίο τρόπο από το σύνολο αναζήτησης, δημιουργώντας τον αρχικό πιθανό πληθυσμό λύσεων. Κάθε λύση αξιολογείται σύμφωνα με μια συνάρτηση καταλληλότητας. Επίσης, γίνεται χρήση γενετικών τελεστών οι οποίοι ρυθμίζουν τον ανταγωνισμό μεταξύ των χρωμοσωμάτων. Οι τελεστές αυτοί είναι η επιλογή, η μετάλλαξη και η διασταύρωση των χρωμοσωμάτων. Εφαρμόζονται ο ένας μετά τον άλλον ώστε να δημιουργηθεί μία νέα γενιά από τον αρχικό πληθυσμό. Η ποιότητα την νέας γενιάς αναμένεται να είναι καλύτερη σε σχέση με την προηγούμενη γενιά. Στη συνέχεια, η νέα γενιά χρησιμοποιείται ως αρχική γενιά ώστε να παραχθεί μια νέα γενιά από αυτήν. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται έως ότου τερματιστεί με τη συνάντηση κάποιου κριτηρίου. Η τελευταία γενιά είναι αυτή που προσδιορίζει την τελική λύση του αλγορίθμου.

3.10. Τελεστές OWA

Οι τελεστές OWA προτάθηκαν από τον Yager [40] και συνδυάζουν μια παραμετροποιημένη οικογένεια από συναρτήσεις συσσωμάτωσης μέσου όρου. Καλύπτουν το κενό μεταξύ των μέγιστων και ελάχιστων τελεστών. Ένας τελεστής OWA με διαστάσεις n ορίζεται: $F: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$ αν υπάρχει ένα διάνυσμα στάθμισης $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ με $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ όπου $F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j$ με b_j να είναι το j -οστό μεγαλύτερο από τα a_i . Από τις 5 εικόνες που έχουν δημιουργηθεί, εφαρμόζονται οι τελεστές για όλα τα εικονοστοιχεία που βρίσκονται στην ίδια σειρά και στήλη των ασαφών εικόνων. Έπειτα, συσσωματώνουμε τις τιμές τους και κάνουμε την ίδια διαδικασία για κάθε εικονοστοιχείο της εικόνας. Για να βρούμε τις κατάλληλους τελεστές στάθμισης που θα πληρούν τα κριτήρια, εφαρμόζουμε γενετικό αλγόριθμο. Το αποτέλεσμα που βγαίνει είναι ένα σύνολο τελεστών στάθμισης που βρίσκονται σε αύξουσα ή φθίνουσα σειρά, το οποίο εξαρτάται από την παράμετρο *orness* α [40]–[42].

3.10.1. OWA με γενετικό αλγόριθμο

Με αυτόν τον αλγόριθμο (OWA genetic algorithm, OWA-GA) ψάχνουμε σταθμιστές οι οποίοι θα πληρούν τα κριτήρια [40]–[42]:

$$conditions = \begin{cases} orness(w) = \alpha = \frac{\sum_{i=1}^n [(n-i)w_i]}{n-1}, & 0 \leq \alpha \leq 1 \\ \sum_i w_i = 1 \\ 0 \leq w_i \leq 1 \end{cases} \quad (3.13)$$

Για να βρεθούν οι βέλτιστοι τελεστές w πρέπει να μεγιστοποιηθεί το ακόλουθο:

$$Μεγιστοποίηση: Disp(w) = - \sum w_i \ln(w_i) \quad (3.14)$$

Για να γίνει αυτό χρησιμοποιούμε γενετικό αλγόριθμο και ως αντικειμενική συνάρτηση την παραπάνω συνάρτηση.

3.10.2. OWA Hong και Kim

Οι Hong και Kim [43] παρουσίασαν μία νέα λύση για βέλτιστους τελεστές στάθμισης (OWA Hong και Kim, OWA-HK) οι οποίοι ικανοποιούν τις παραπάνω συναρτήσεις και χωρίς να έχουν ασταθή αποτελέσματα όπως ο OWA-GA [43]. Η συνάρτηση είναι:

$$f(x) = (n-1)ax^{n+1} - [(n-1)a+1]x^n + [n-(n-1)a]x + 1 - n + (n-1)a \quad (3.15)$$

Η παραπάνω συνάρτηση έχει μόνο μία λύση x_u στο διάστημα $(1, \frac{1}{n})$.

Οι τελεστές στάθμισης βρίσκονται από:

$$w_j = \frac{x_u^j}{\sum_{i=1}^n x_u^i} \quad (3.16)$$

όπου i και j παίρνουν τιμές από 1 έως τι ποσό των τελεστών που θέλουμε να εξαγάγουμε.

3.11. Ισοστάθμιση ιστογράμματος

Η μέθοδος της ισοστάθμισης του ιστογράμματος είναι μια αποτελεσματική μέθοδος για της ενίσχυση των εικόνων. Αυξάνεται η δυναμικότητα του ιστογράμματος και κατά της έξοδο της εφαρμογής της μεθοδολογίας, το ιστόγραμμα ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή. Χρησιμοποιεί συνάρτηση συσσωρευτικής κατανομής της εισόδου ώστε να χαρτογραφηθεί η ένταση των εικονοστοιχείων της εισόδου. Η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε ολόκληρη την εικόνα που πρόκειται να ενισχυθεί, ή σε ένα μέρος αυτής. Με αυτή τη μέθοδο η ένταση των κορυφών του ιστογράμματος μειώνεται και το ιστόγραμμα απλώνεται [44], [45]. Έχοντας μία εικόνα με L τόνους του γκρι, συνάρτηση πιθανής κατανομής βρίσκεται από τον τύπο:

$$p(k) = \frac{n(k)}{\sum_{k=0}^{L-1} n(k)} = \frac{n(k)}{N} \quad (3.17)$$

όπου $k \in [0, L-1]$, $n(k)$ είναι το πλήθος των εικονοστοιχείων με k απόχρωση του γκρι και N είναι ο συνολικός αριθμός των εικονοστοιχείων της εικόνας.

Η συνάρτηση συσσωρευτικής κατανομής είναι:

$$c(k) = \sum_{q=0}^k p(q) \quad \forall k \in [0, L-1] \quad (3.18)$$

όπου $c(L-1)$ είναι πάντα μια ένωση της συνάρτησης πιθανής κατανομής. Η τιμή της συνάρτησης συσσωρευτικής κατανομής χρησιμοποιείται ως συνάρτηση μεταφοράς που μεταφέρει τις εντάσεις των εισόδων σε νέες εντάσεις εξόδων. Στη συνέχεια το T είναι μια συνάρτηση μεταφοράς που μεταφέρει την ένταση k της εισόδου στη νέα τιμή της έντασης της εξόδου $T(k)$:

$$T(k) = |(L - 1) \times c(k)| \quad (3.19)$$

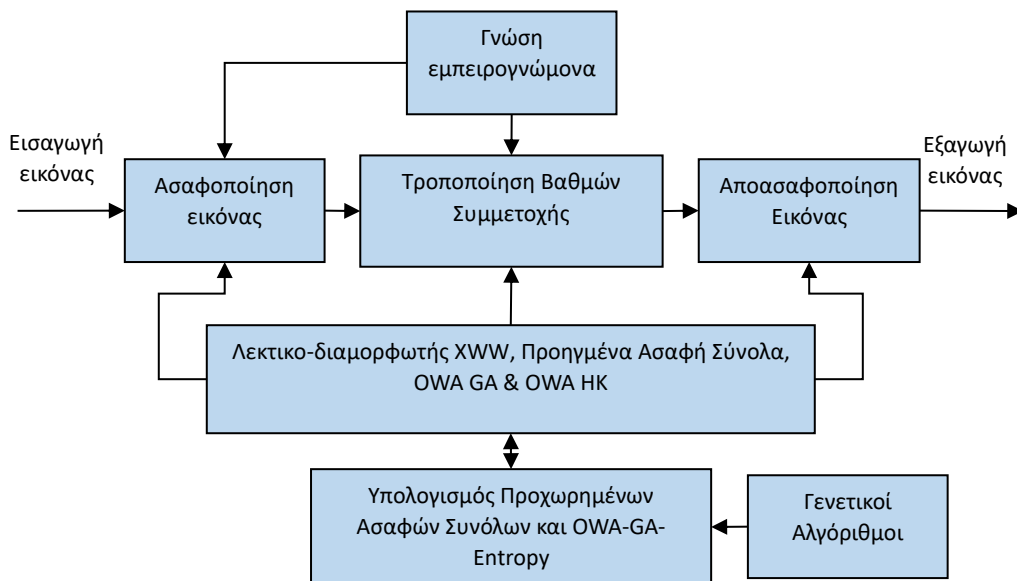
όπου $|x|$ είναι η τιμή της πλησιέστερης ακέραιας συνάρτησης x . Η έξοδος της εικόνας $O(i, j)$ είναι μία εκδοχής μεταφοράς της εισόδου $I(i, j)$:

$$O(i, j) = T[I(i, j)] \quad \forall (i, j) \in I \quad (3.20)$$

Η τεχνική της ισοστάθμισης του ιστογράμματος ανεπιθύμητες ψευδενδείξεις. Αυτό συμβαίνει καθώς η φωτεινότητα μετατοπίζεται σε μεγάλο βαθμό, ο θόρυβος μεγαλώνει και οι εντάσεις πυκνώνουν [44].

3.12. Δομή Αλγορίθμου Ασαφούς Επεξεργασίας Εικόνας

Η γενική δομή της επεξεργασίας εικόνων με ασαφή σύνολα μπορεί να απεικονιστεί στην εικ. 3.5 [8]. Το σύστημα ενίσχυσης της αντίθεσης έχει χωριστεί σε τρεις φάσεις: την ασαφοποίηση, την αποασαφοποίηση της εικόνας και την επεξεργασία του βαθμού συμμετοχής των στοιχείων της εικόνας. Η εικόνα που θέλουμε να επεξεργαστούμε εισάγεται στο σύστημά μας και ασαφοποιείται με μία συνάρτηση συμμετοχής. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται συγκεκριμένη μέθοδος για να ενισχυθεί η αντίθεση της εικόνας. Πρόκειται για συναρτήσεις που μεταβάλλουν τις τιμές των βαθμών συμμετοχής της εικόνας. Στο τέλος, η ασαφοποιημένη εικόνα αποασαφοποιείται και οι τιμές των εικονοστοιχείων επανέρχονται στο αρχικό εύρος τιμών τους.



Εικόνα 3.5: Σύστημα ασαφούς ενίσχυσης εικόνας [46].

3.13. Προηγμένα Ασαφή Συστήματα για Αντίθεση Εικόνας

3.13.1. Λεκτικο-διαμορφωτής XWW

Οι λεκτικο-διαμορφωτές XWW έχουν τις απροσδιόριστες παραμέτρους α , β και γ . Για αυτόν το λόγο πρέπει να γίνει χρήση γενετικών αλγορίθμων ώστε να βρεθούν οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων α , β και γ . Το γ βρέθηκε δοκιμάζοντας και ελέγχοντας τα αποτελέσματα σε εικόνες που θα χρησιμοποιηθούν. Βρέθηκε ότι το $\gamma = 0.3$ είναι κοντά στη βέλτιστη τιμή ώστε να παράξει τα αποτελέσματα που φαίνονται πιο

βοηθητικά. Οι παράμετροι α και β βρέθηκαν χρησιμοποιώντας ως αντικειμενική συνάρτηση την εντροπία και την ασάφεια της εικόνας.

Η αντικειμενική συνάρτηση της εντροπίας:

$$H(X) = \frac{1}{M \cdot N \cdot \ln 2} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N -\mu_{mn} \cdot \ln(\mu_{mn}) - (1 - \mu_{mn}) \cdot \ln(1 - \mu_{mn}) \quad (3.21)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση της ασάφειας:

$$\gamma(X) = \frac{2}{M \cdot N} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \min(\mu_{mn}, 1 - \mu_{mn}) \quad (3.22)$$

όπου M και N είναι οι διαστάσεις της εικόνας και μ_{mn} ο βαθμός συμμετοχής ενός εικονοστοιχείου της επεξεργασμένης εικόνας από τη μέθοδο LH-XWW [47]–[50].

Η εντροπία και η ασάφεια χρησιμοποιήθηκαν ως πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις στον γενετικό αλγόριθμο, ο οποίος προσπαθούσε να θέσει τις τιμές τους σε 0.4, μια τιμή που βγήκε δοκιμάζοντας διάφορες τιμές και παρατηρώντας τα αποτελέσματα [12].

3.13.2. Διαισθητικά, Πυθαγόρεια και Φερμάτεια Ασαφή Σύνολα

Τα διαισθητικά, πυθαγόρεια και φερμάτεια ασαφή σύνολα έχουν την ίδια δομή. Ακολουθούν την ίδια μέθοδο αλλά αλλάζει η θεωρία. Για τη δημιουργία μίας διαισθητικής ασαφούς εικόνας χρειαζόμαστε τη συνάρτηση συμμετοχής, μη-συμμετοχής και απροσδιοριστίας [5], [6], [36]. Αρχικά, η εικόνα που έχει επεξεργαστεί με το χαμηλοπερατό φίλτρο ασαφοποιείται. Στη συνέχεια συμμετοχή του κάθε εικονοστοιχείου βρίσκεται από τον ακόλουθο τύπο [6]:

$$\mu_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) = 1 - \frac{1 - \mu_A(i, j)}{1 + (e^\lambda - 1)\mu_A(i, j)}, \lambda > 0 \quad (3.23)$$

Αυτός ο τύπος εφαρμόζει την ασαφή άρνηση $\Psi(x) = \frac{1-x}{1+(e^\lambda-1)x}$ όπου, $\lambda > 0$.

Η μη-συμμετοχή βρίσκεται από:

$$v_A^{IFS} = \Psi(\mu_A^{IFS}) \quad (3.24)$$

$$v_A^{IFS}(\mu_A^{IFS}(i, j)) = \frac{1 - \mu_A^{IFS}(i, j)}{1 + (e^{\lambda+1} - 1)\mu_A^{IFS}(i, j)}, \lambda > 0 \quad (3.25)$$

Η απροσδιοριστία από:

$$\pi_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) = 1 - \mu_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) - v_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) \quad (3.26)$$

και έχοντας τη συνθήκη $0 \leq \mu_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) + v_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) \leq 1$ [51].

Η παράμετρος λ δεν είναι σταθερά και χρειάζεται να βρεθεί η βέλτιστη τιμή της. Μπορεί να βρεθεί η βέλτιστη τιμή της χρησιμοποιώντας ως αντικειμενική συνάρτηση την εντροπία, ώστε να μεγιστοποιηθεί η αντίθεση της εικόνας. Για τα διαισθητικά ασαφή σύνολα η εντροπία είναι η εξής:

$$IFE = \sum_{i=0}^W \sum_{j=0}^H \pi_A^{IFS}(\mu_A(i,j)) \cdot e^{[1-\pi_A^{IFS}(\mu_A(i,j))]} \quad (3.27)$$

Στη περίπτωση αυτή, μεγιστοποιώντας την εντροπία μπορούμε να βρούμε τη βέλτιστη τιμή του λ .

$$\lambda_{opt} = \max (IFE) \quad (3.28)$$

Βρίσκοντας το βέλτιστο λ μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε στην προηγούμενη συνάρτηση:

$$\mu_A^{IFS}(\mu_A(i,j)) = 1 - \frac{1 - \mu_A(i,j)}{1 + (e^{\lambda_{opt}} - 1)\mu_A(i,j)} \quad (3.29)$$

Η προηγούμενη συνάρτηση είναι η διαισθητική ασαφής εικόνα και θα χρησιμοποιηθεί ως συνάρτηση ενίσχυσης της αντίθεσης [5], [36].

Η διαδικασία για να δημιουργηθεί η πυθαγόρεια ασαφής εικόνα είναι παρόμοια με τη διαισθητική. Αυτό συμβαίνει καθώς η συνάρτηση της πυθαγόρειας ασαφούς εικόνας έχει διαφορά στο βαθμό της απροσδιοριστίας [22]. Έτσι, η συνάρτηση συμμετοχής του πυθαγόρειου ασαφούς συνόλου είναι [36]:

$$\mu_A^{PFS}(\mu_A(i,j)) = 1 - \frac{1 - \mu_A(i,j)}{1 + (e^{\lambda} - 1)\mu_A(i,j)}, \lambda > 0 \quad (3.30)$$

Η μη-συμμετοχή βρίσκεται από τον τύπο:

$$v_A^{PFS}(\mu_A^{PFS}(i,j)) = \frac{1 - \mu_A^{PFS}(i,j)}{1 + (e^{\lambda+1} - 1)\mu_A^{PFS}(i,j)}, \lambda > 0 \quad (3.31)$$

Η απροσδιοριστία υπολογίζεται ως εξής:

$$\pi_A^{PFS}(\mu_A(i,j)) = \sqrt{1 - (\mu_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2 - (v_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2} \quad (3.32)$$

έχοντας τη συνθήκη $0 \leq (\mu_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2 + (v_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2 \leq 1$ [22].

Η παράμετρος λ σε αυτήν την περίπτωση βρίσκεται από άλλη εντροπία η οποία είναι για τα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα. Η εντροπία θα χρησιμοποιηθεί ως αντικειμενική συνάρτηση όπου ο γενετικός αλγόριθμος θα βελτιστοποιήσει. Η συνάρτηση που θα χρησιμοποιήσουμε είναι μία από τις πολλές που έχουν προτείνει και ελέγξει οι De Luca και Termini.

Η πυθαγόρεια ασαφής εντροπία είναι η εξής:

$$PFE = \frac{1}{W \cdot H} \sum_{i=0}^W \sum_{j=0}^H \frac{(\pi_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2 + 1 - |(\mu_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2 - (v_A^{PFS}(\mu_A^{PFS}(i,j)))^2|}{(\pi_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2 + 1 + |(\mu_A^{PFS}(\mu_A(i,j)))^2 - (v_A^{PFS}(\mu_A^{PFS}(i,j)))^2|} \quad (3.33)$$

Στη περίπτωση αυτή, μεγιστοποιώντας την παραπάνω συνάρτηση βρίσκουμε το βέλτιστο λ .

$$\lambda_{opt} = \max(PFE) \quad (3.34)$$

Βρίσκοντας το βέλτιστο λ μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε στην παραπάνω συνάρτηση:

$$\mu_A^{PFS}(\mu_A(i,j)) = 1 - \frac{1 - \mu_A(i,j)}{1 + (e^{\lambda_{opt}} - 1)\mu_A(i,j)} \quad (3.35)$$

Η προηγούμενη συνάρτηση είναι η πυθαγόρεια ασαφής εικόνα και θα χρησιμοποιηθεί ως συνάρτηση ενίσχυσης της αντίθεσης [36].

Τα βήματα για τη δημιουργία της φερμάτεια ασαφούς εικόνας είναι ίδια με τη διαισθητική και τη πυθαγόρεια, αλλάζοντας τη θεωρία [18]. Η συνάρτηση συμμετοχής είναι η εξής:

$$\mu_A^{FFS}(\mu_A(i,j)) = 1 - \frac{1 - \mu_A(i,j)}{1 + (e^\lambda - 1)\mu_A(i,j)}, \lambda > 0 \quad (3.36)$$

Η μη-συμμετοχή βρίσκεται από τον τύπο:

$$v_A^{FFS}(\mu_A^{FFS}(i,j)) = \frac{1 - \mu_A^{FFS}(i,j)}{1 + (e^{\lambda+1} - 1)\mu_A^{FFS}(i,j)}, \lambda > 0 \quad (3.37)$$

Η απροσδιοριστία υπολογίζεται ως εξής:

$$\pi_A^{FFS}(\mu_A(i,j)) = \sqrt[3]{1 - (\mu_A^{FFS}(\mu_A(i,j)))^3 - (v_A^{FFS}(\mu_A(i,j)))^3} \quad (3.38)$$

έχοντας τη συνθήκη $0 \leq (\mu_A^{FFS}(\mu_A(i,j)))^3 + (v_A^{FFS}(\mu_A(i,j)))^3 \leq 1$.

Τα φερμάτεια ασαφή σύνολα επίσης έχουν την απροσδιόριστη παράμετρο λ . Σύμφωνα με τον He και τους συνεργάτες του [52], οι γενετικοί αλγόριθμοι θα χρησιμοποιήσουν ως αντικειμενική συνάρτηση τη φερμάτεια ασαφή εντροπία:

$$FFE = -\frac{1}{W \cdot H} \sum_{i=0}^W \sum_{j=0}^H \left[\frac{\mu_A^{FFS}(i,j) + 1 - v_A^{FFS}(i,j)}{2} \log \left(\frac{\mu_A^{FFS}(i,j) + 1 - v_A^{FFS}(i,j)}{2} \right) + \frac{v_A^{FFS}(i,j) + 1 - \mu_A^{FFS}(i,j)}{2} \log \left(\frac{v_A^{FFS}(i,j) + 1 - \mu_A^{FFS}(i,j)}{2} \right) \right] \quad (3.39)$$

Η διαφορά αυτήν τη φορά είναι ότι για να βρεθεί η βέλτιστη τιμή του λ , η φερμάτεια ασαφής εντροπία θα πρέπει να ελαχιστοποιηθεί.

$$\lambda_{opt} = \min (FFE) \quad (3.40)$$

Βρίσκοντας το βέλτιστο λ μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε στην παραπάνω συνάρτηση:

$$\mu_A^{FFS}(\mu_A(i, j)) = 1 - \frac{1 - \mu_A(i, j)}{1 + (e^{\lambda_{opt}} - 1)\mu_A(i, j)} \quad (3.41)$$

Η τελευταία συνάρτηση είναι η φερμάτεια ασαφής εικόνα και θα χρησιμοποιηθεί ως συνάρτηση ενίσχυσης της αντίθεσης [12].

3.14. Ενίσχυση

Το επόμενο μέρος που πρέπει να πραγματοποιηθεί ώστε να έχουμε ως αποτέλεσμα μία ενισχυμένη εικόνα είναι η συνάρτηση της ενίσχυσης [36].

Η συνάρτηση για τα διαισθητικά ασαφή σύνολα είναι:

$$A^{enh}(\mu_A^{IFS}(i, j)) = \begin{cases} 2[\mu_A^{IFS}(\mu_A(i, j))]^2 & \text{if } 0 \leq \mu_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) \leq 0.5 \\ 1 - 2[1 - \mu_A^{IFS}(\mu_A(i, j))]^2 & \text{if } 0.5 < \mu_A^{IFS}(\mu_A(i, j)) \leq 1 \end{cases} \quad (3.42)$$

Για τα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα:

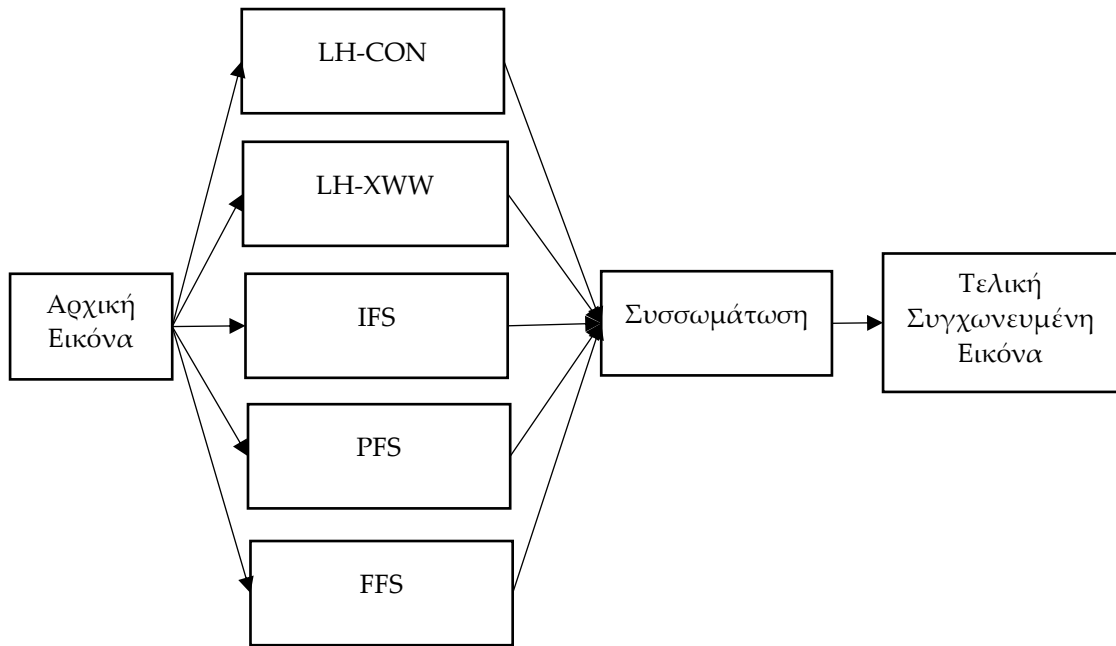
$$A^{enh}(\mu_A^{PFS}(i, j)) = \begin{cases} 2[\mu_A^{PFS}(\mu_A(i, j))]^2 & \text{if } 0 \leq \mu_A^{PFS}(\mu_A(i, j)) \leq 0.5 \\ 1 - 2[1 - \mu_A^{PFS}(\mu_A(i, j))]^2 & \text{if } 0.5 < \mu_A^{PFS}(\mu_A(i, j)) \leq 1 \end{cases} \quad (3.43)$$

Για τα φερμάτεια ασαφή σύνολα:

$$A^{enh}(\mu_A^{FFS}(i, j)) = \begin{cases} 2[\mu_A^{FFS}(\mu_A(i, j))]^2 & \text{if } 0 \leq \mu_A^{FFS}(\mu_A(i, j)) \leq 0.5 \\ 1 - 2[1 - \mu_A^{FFS}(\mu_A(i, j))]^2 & \text{if } 0.5 < \mu_A^{FFS}(\mu_A(i, j)) \leq 1 \end{cases} \quad (3.44)$$

3.15. Συσσωμάτωση OWA για συγχώνευση εικόνων

Στην παρακάτω εικ. 3.6 φαίνεται γραφικώς η διαδικασία συσσωμάτωσης που χρησιμοποιούμε. Έχοντας την αρχική εικόνα, δημιουργούμε πέντε νέες ενισχυμένες, ως προς την αντίθεση, εικόνες (LH-CON, LH-XWW, IFS, PFS και FFS). Στη συνέχεια, δημιουργούμε μια συγχωνευμένη εικόνα, λαμβάνοντας από κάθε ενισχυμένη εικόνα μία τιμή συσσωμάτωσής τους. Σε κάθε εικονοστοιχείο $(i, j) \equiv u$ εφαρμόζεται ένας τελεστής OWA και αυτό συμβαίνει και στα πέντε εικονοστοιχεία της ίδιας διάστασης των ενισχυμένων εικόνων.



Εικόνα 3.6: Σχήμα τεχνικής συσσωμάτωσης [46].

Υποθέτοντας το U ότι αντιπροσωπεύει το κάθε εικονοστοιχείο μιας εικόνας, για κάθε u που ανήκει στο U η συνάρτηση συμμετοχής είναι $\mu_A(u)$. Οι ενισχυμένες εικόνες είναι οι A^{LH} , A^{XWW} , A^{IFS} , A^{PFS} , A^{FFS} και η εικόνα που έχει εξαχθεί από τη συγχώνευσή τους είναι η A^{IF} . Η πολυ-ασαφής συνάρτηση συμμετοχής του πολυ-ασαφούς συνόλου A^{IF} για κάθε εικονοστοιχείο ορίζεται ως:

$$\mu_{A^{IF}}(u) = \left(\mu_{A^{IF}}^{LH}(u), \mu_{A^{IF}}^{XWW}(u), \mu_{A^{IF}}^{IFS}(u), \mu_{A^{IF}}^{PFS}(u), \mu_{A^{IF}}^{FFS}(u) \right) \quad (3.45)$$

Για να βρούμε την τιμή του $\mu_{A^{IF}}(u)$ για κάθε εικονοστοιχείο χρησιμοποιήσαμε τους τελεστές OWA με γενετικούς αλγόριθμους ή OWA Hong και Kim.

3.16. Δείκτες αξιολόγησης μεθόδων ενίσχυσης της αντίθεσης

Η επίδοση των τεχνικών ενίσχυσης της αντίθεσης έγιναν με τη σύγκριση διάφορων δεικτών, οι οποίοι είναι ο RMSE, PSNR, SNR, εντροπία, ασάφεια, AME, AMEE, αντίθεση περιοχής και Jaccard.

3.16.1. RMSE

Η τετραγωνική ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Root Mean Square Error, RMSE) υπολογίζει μία τιμή που λαμβάνει υπόψη την αρχική εικόνα (όπου είναι η εικόνα που έχει επεξεργαστεί με χαμηλοπερατό φίλτρο) και την ενισχυμένη εικόνα [53]. Είναι η μέση τιμή το τετραγωνικού σφάλματος μεταξύ των δύο εικόνων και γίνεται η σύγκριση μεταξύ των εικονοστοιχείων που βρίσκονται στην ίδια διάσταση. Όσο μικρότερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα αυτής της τεχνικής ενίσχυσης. Ο τύπος του RMSE είναι:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (g'(x, y) - g(x, y))^2} \quad (3.46)$$

όπου g' είναι η εικόνα μετά την ενίσχυση, g είναι η αρχική εικόνα, M είναι ο αριθμός των γραμμών, N είναι ο αριθμός των στηλών.

3.16.2. PSNR

Ο λόγος μέγιστου σήματος προς τον θόρυβο (Peak Signal to Noise Ratio, PSNR) υπολογίζει το λόγο μεταξύ της μέγιστης τιμής μιας εικόνας και το θόρυβό της. Ο δείκτης αυτός συνήθως εκφράζεται με λογάριθμο, οπότε μπορεί να χρησιμοποιηθεί η κλίμακα των decibel. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης [53], [54]. Ο τύπος του PSNR είναι:

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{\max_I^2}{MSE} \quad (3.47)$$

όπου \max_I είναι η μέγιστη τιμή της εικόνας.

3.16.3. SNR

Ο λόγος του σήματος προς τον θόρυβο (Signal to Noise ratio, SNR) είναι ένας δείκτης ο οποίος περιέχει την αρχική και τελική εικόνα. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης [54]. Ο τύπος του SNR είναι:

$$SNR = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2} \quad (3.48)$$

όπου f είναι η εικόνα με το χαμηλοπερατό φίλτρο και \hat{f} η εικόνα με τη μέθοδο ενίσχυσης της αντίθεσης.

3.16.4. Εντροπία

Ο δείκτης της εντροπίας υπολογίζει την ασάφεια μιας εικόνας με βάση τη συνάρτηση Shannon [50]. Όσο μικρότερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης. Ο τύπος της εντροπίας είναι:

$$\begin{aligned} & \text{Εντροπία} \\ &= \frac{1}{MN \ln 2} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \underbrace{-\mu_{mn} \cdot \ln(\mu_{mn}) - (1 - \mu_{mn}) \cdot \ln(1 - \mu_{mn})}_{\text{Shannon function}} \end{aligned} \quad (3.49)$$

όπου X είναι η εικόνα με το χαμηλοπερατό φίλτρο και μ_{mn} είναι η συνάρτηση συμμετοχής της ασαφούς εικόνας [47], [49].

3.16.5. Ασάφεια

Ο δείκτης της ασάφειας υπολογίζει της ποιότητα μιας εικόνας. Ο τύπος της ασάφειας εφαρμόζεται στην εικόνα με το χαμηλοπερατό φίλτρο και με τη μέθοδο της ενίσχυσης. Όσο μικρότερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης. Ο τύπος της ασάφειας είναι:

$$\gamma(X) = \frac{2}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \min(\mu_{mn}, 1 - \mu_{mn}) \quad (3.50)$$

όπου X είναι η εικόνα με το χαμηλοπερατό φίλτρο και μ_{mn} είναι η συνάρτηση συμμετοχής της ασαφούς εικόνας [48], [49].

3.16.6. AME

Σύμφωνα με το νόμο του Michelson για τη μέτρηση της αντίθεσης AME, χωρίζουμε την ενισχυμένη εικόνας σε περιοχές $m \times n$ και υπολογίζουμε από τη συνολική εικόνα τη μέση τιμή των μετρήσεων. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης [7], [55], [56]. Ο τύπος του AME είναι:

$$AME = -\frac{1}{mn} \sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^n \left[20 \ln \left(\frac{F_{max} - F_{min}}{F_{max} + F_{min}} \right) \right] \quad (3.51)$$

όπου m είναι ο αριθμός των περιοχών που οι γραμμές της εικόνας έχουν διαιρεθεί, n είναι ο αριθμός των περιοχών που οι στήλες της εικόνας έχουν διαιρεθεί, F_{max} είναι η μέγιστη τιμή της κάθε περιοχής και F_{min} είναι η ελάχιστη τιμή της κάθε περιοχής.

3.16.7. AMEE

Σύμφωνα με το νόμο του Michelson για τη μέτρηση της αντίθεσης με τη βοήθεια της εντροπίας AMEE, χρησιμοποιείται η ίδια διαδικασία με τον δείκτη AME αλλά με διαφορετική συνάρτηση. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης [7], [9], [55]–[57]. Ο τύπος του AMEE είναι:

$$AMEE = -\frac{1}{mn} \sum_{s=1}^m \sum_{t=1}^n \left[\alpha \left(\frac{F_{max} - F_{min}}{F_{max} + F_{min}} \right)^\alpha \ln \left(\frac{F_{max} - F_{min}}{F_{max} + F_{min}} \right) \right] \quad (3.52)$$

όπου α είναι μια σταθερά που κλιμακώνει τον δείκτη. Στην εργασία αυτή $\alpha = 0.7$.

3.16.8. Αντίθεση περιοχής

Ο δείκτης αντίθεσης περιοχής είναι ένας δείκτης για αντίθεση ο οποίος βασίζεται σε έναν τελεστή Laplace. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης. Ο δείκτης χαρακτηρίζεται από την ανθεκτικότητά του στον θόρυβο [58]. Ο τύπος της αντίθεσης περιοχής είναι:

$$\text{Αντίθεση περιοχής} = \frac{1}{m} \sum_w |c(i,j)| \log(1 + |c(i,j)|) \quad (3.53)$$

όπου $c(i,j)$ είναι η τοπική αντίθεση ενός εικονοστοιχείου (i,j) μιας περιοχής και ορίζεται ως:

$$c(i,j) = 4I(i,j) - [I(i-1,j) + I(i,j-1) + I(i+1,j) + I(i,j+1)] \quad (3.54)$$

όπου $I(i,j)$ είναι η ένταση ενός εικονοστοιχείου στην τοποθεσία (i,j) , τοπική αντίθεση ενός εικονοστοιχείου (i,j) w είναι η περιοχή της εικόνας και m είναι ο συνολικός αριθμός των εικονοστοιχείων στην περιοχή.

3.16.9. Jaccard

Ο δείκτης Jaccard είναι ένας δείκτης που δείχνει την ομοιότητα της αρχικής εικόνας με την τελική. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή αυτού του δείκτη τόσο καλύτερα τα αποτελέσματα της τεχνικής ενίσχυσης [59], [60]. Ο τύπος του Jaccard είναι:

$$\text{Jaccard} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\mu_{i,j} \cap \mu'_{i,j})}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\mu_{i,j} \cup \mu'_{i,j})} \quad (3.55)$$

ή

$$\text{Jaccard} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \min(\mu_{i,j}, \mu'_{i,j})}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \max(\mu_{i,j}, \mu'_{i,j})} \quad (3.56)$$

όπου M είναι γραμμές, N οι στήλες της εικόνας, $\mu_{i,j}$ στήλες της εικόνας είναι ο βαθμός συμμετοχής της αρχικής εικόνας και $\mu'_{i,j}$ ο βαθμός συμμετοχής της τελικής ενισχυμένης εικόνας.

3.17. Παραδείγματα ενισχύσεων

Οι μέθοδοι βελτίωσης ενίσχυσης της εικόνας με ασαφή λογική αξιοποιούν το μετασχηματισμό της κλίμακας του γκρι. Αρχικά γίνεται ασαφοποίηση της εικόνας του γκρι σύμφωνα με μία συνάρτηση ασαφοποίησης 3.2. Στη συνέχεια παρουσιάζονται παραδείγματα ενός πίνακα 3x3 (ως μια περιοχή ενδιαφέροντος μιας μαστογραφίας) στον οποίο χρησιμοποιούνται όλοι οι τρόποι ενίσχυσης της εικόνας και πραγματοποιείται εξαγωγή της εντροπίας και της ασάφειας. Το χαμηλοπερατό φίλτρο δεν εφαρμόζεται στον πίνακα καθώς οι διαστάσεις του είναι μικρές. Στο τέλος της κάθε μεθόδου γίνεται αποασαφοποίηση του πίνακα με τη συνάρτηση:

$$A(u) = \mu_{CON(X)}(u) \cdot \text{μέγιστη τιμή απόχρωσης του γκρι} \quad (3.57)$$

Ο αρχικός πίνακας και η ασαφοποιημένη μορφή του είναι οι εξής:

30	32	80
43	48	110
70	98	185

0	0.01	0.32
0.08	0.12	0.52
0.26	0.44	1

Εικόνα 3.7: Αρχική εικόνα X.

Για τον **λεκτικο-διαμορφωτή CON** χρησιμοποιείται η 3.3 για την ενίσχυση της αντίθεσης. Η αποασαφοποίηση γίνεται με τη συνάρτηση 3.57.

0	0	0.1
0.01	0.01	0.27
0.07	0.19	1

0	0	27
2	3	68
17	49	255

Εικόνα 3.8: Από αριστερά προς τα δεξιά η ενισχυμένη με τον λεκτικο-διαμορφωτή CON και αποασαφοποιημένη εικόνα X.

Αρχική εντροπία πίνακα: 0.5281

Τελική εντροπία πίνακα: 0.2826

Αρχική ασάφεια πίνακα: 0.3814

Τελική ασάφεια πίνακα: 0.1445

Για τον **λεκτικο-διαμορφωτή XWW** χρησιμοποιείται η 3.3 για τη βάση της μεθόδου, η 3.8 για την ενίσχυση της αντίθεσης και 3.21 & 3.22 για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων της 3.8. Η αποασαφοποίηση γίνεται με τη συνάρτηση 3.57.

0	0.1	0.26
0.17	0.19	0.29
0.24	0.28	1

0	26	66
44	49	75
61	72	255

Εικόνα 3.9: Από αριστερά προς τα δεξιά η ενισχυμένη με τον λεκτικο-διαμορφωτή XWW και αποασαφοποιημένη εικόνα X.

Αρχική εντροπία πίνακα: 0.5281

Τελική εντροπία πίνακα: 0.4322

Αρχική ασάφεια πίνακα: 0.3814

Τελική ασάφεια πίνακα: 0.3416

Για τον **IFS** χρησιμοποιείται η 3.42 για την ενίσχυση της αντίθεσης η οποία καθορίζεται από τις συναρτήσεις 3.23-3.29. Η αποασαφοποίηση γίνεται με τη συνάρτηση 3.57. Στον πρώτο πίνακα της εικ. 3.10 σε κάθε εικονοστοιχείο, φαίνεται ως δισδιάστατο διάνυσμα η συμμετοχή και η μη-συμμετοχή καθώς και η απροσδιοριστία.

$[(0, 1), 0]$	$[(0.05, 0.67), 0.28]$	$[(0.64, 0.05), 0.31]$	0	0.01	0.74	0	1	189
$[(0.26, 0.22), 0.52]$	$[(0.33, 0.17), 0.5]$	$[(0.8, 0.02), 0.18]$	0.13	0.22	0.92	33	56	235
$[(0.57, 0.07), 0.36]$	$[(0.75, 0.03), 0.22]$	$[(1, 0), 0]$	0.62	0.87	1	159	222	255

Εικόνα 3.10: Από αριστερά προς τα δεξιά η συμμετοχή/μη-συμμετοχή/απροσδιοριστία, η ενισχυμένη με τον IFS και η αποασαφοποιημένη εικόνα X.

Αρχική εντροπία πίνακα: 0.5281

Τελική εντροπία πίνακα: 0.4548

Αρχική ασάφεια πίνακα: 0.3814

Τελική ασάφεια πίνακα: 0.266

Για τον **PFS** χρησιμοποιείται η 3.43 για την ενίσχυση της αντίθεσης η οποία καθορίζεται από τις συναρτήσεις 3.30-3.35. Η αποασαφοποίηση γίνεται με τη συνάρτηση 3.57. Στον πρώτο πίνακα της εικ. 3.11 σε κάθε εικονοστοιχείο, φαίνεται ως δισδιάστατο διάνυσμα η συμμετοχή και η μη-συμμετοχή καθώς και η απροσδιοριστία.

$[(0, 1), 0]$	$[(0.03, 0.8), 0.59]$	$[(0.56, 0.1), 0.83]$	0	0.01	0.6	0	1	154
$[(0.19, 0.37), 0.91]$	$[(0.26, 0.29), 0.92]$	$[(0.74, 0.05), 0.68]$	0.08	0.13	0.86	19	34	220
$[(0.48, 0.13), 0.87]$	$[(0.67, 0.07), 0.74]$	$[(1, 0), 0]$	0.46	0.79	1	116	200	255

Εικόνα 3.11: Από αριστερά προς τα δεξιά η συμμετοχή/μη-συμμετοχή/απροσδιοριστία, η ενισχυμένη με τον PFS και η αποασαφοποιημένη εικόνα X.

Αρχική εντροπία πίνακα: 0.5281

Τελική εντροπία πίνακα: 0.4736

Αρχική ασάφεια πίνακα: 0.3814

Τελική ασάφεια πίνακα: 0.314

Για τον **FFS** χρησιμοποιείται η 3.44 για την ενίσχυση της αντίθεσης η οποία καθορίζεται από τις συναρτήσεις 3.36-3.41. Η αποασαφοποίηση γίνεται με τη συνάρτηση 3.57. Στον πρώτο πίνακα της εικ. 3.12 σε κάθε εικονοστοιχείο, φαίνεται ως δισδιάστατο διάνυσμα η συμμετοχή και η μη-συμμετοχή καθώς και η απροσδιοριστία.

$[(0, 1), 0]$	$[(0.03, 0.85), 0.73]$	$[(0.52, 0.13), 0.95]$	0	0.01	0.53	0	1	135
$[(0.17, 0.45), 0.97]$	$[(0.23, 0.36), 0.98]$	$[(0.7, 0.06), 0.87]$	0.06	0.1	0.83	15	26	210
$[(0.44, 0.18), 0.97]$	$[(0.64, 0.07), 0.91]$	$[(1, 0), 0]$	0.38	0.73	1	97	187	255

Εικόνα 3.12: Από αριστερά προς τα δεξιά η συμμετοχή/μη-συμμετοχή/απροσδιοριστία, η ενισχυμένη με τον FFS και η αποασαφοποιημένη εικόνα X.

Αρχική εντροπία πίνακα: 0.5281

Τελική εντροπία πίνακα: 0.3947

Αρχική ασάφεια πίνακα: 0.3814

Τελική ασάφεια πίνακα: 0.2746

Για τον **OWA-GA** χρησιμοποιείται η συνάρτηση 3.2 για την ασαφοποίηση του πίνακα, η 3.13 για την εύρεση των βαρών, η 3.14 για τη βελτιστοποίηση των παραμέτρων της 3.13 και η τελική εικόνα βγαίνει με τη συνάρτηση 3.45. Η αποασαφοποίηση γίνεται με τη συνάρτηση 3.57.

0	0.04	0.52
0.12	0.16	0.72
0.42	0.65	1

0	11	133
30	41	185
108	167	255

Εικόνα 3.13: Από αριστερά προς τα δεξιά η ασαφοποιημένη, ενισχυμένη με τον OWA-GA και αποασαφοποιημένη εικόνα X.

Αρχική εντροπία πίνακα: 0.5281

Τελική εντροπία πίνακα: 0.5132

Αρχική ασάφεια πίνακα: 0.3814

Τελική ασάφεια πίνακα: 0.3759

Για τον **OWA-HK** χρησιμοποιείται η συνάρτηση 3.2 για την ασαφοποίηση του πίνακα, η συνάρτηση 3.15 και η 3.16 για την εύρεση των βαρών. Η τελική εικόνα βγαίνει με τη συνάρτηση 3.45. Η αποασαφοποίηση γίνεται με τη συνάρτηση 3.57.

0	0.04	0.52
0.12	0.16	0.73
0.42	0.66	1

0	11	133
30	41	185
108	167	255

Εικόνα 3.14: Από αριστερά προς τα δεξιά η ασαφοποιημένη, ενισχυμένη με τον OWA-HK και αποασαφοποιημένη εικόνα X.

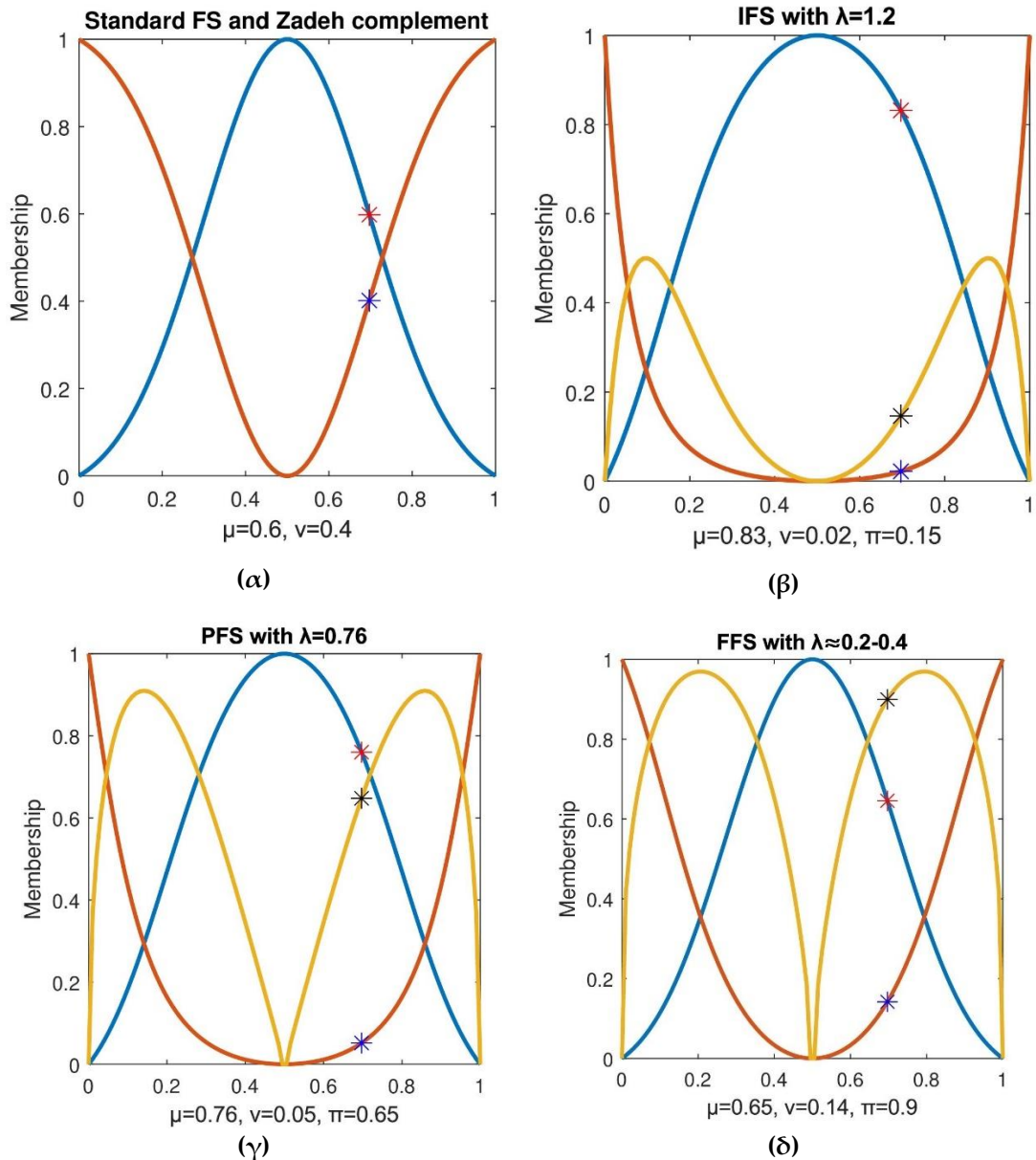
Αρχική εντροπία πίνακα: 0.5281

Τελική εντροπία πίνακα: 0.5134

Αρχική ασάφεια πίνακα: 0.3814

Τελική ασάφεια πίνακα: 0.3748

Στη συνέχεια, στην εικ. 3.15, πραγματοποιείται εφαρμογή των κλασικών ασαφών συνόλων, IFS, PFS και FFS σε μία συνάρτηση Gauss ώστε να γίνει αναπαράσταση των διαφορών τους. Στον πίνακα 3.1 φαίνονται οι τιμές των 'λ' που βρέθηκαν μέσω των γενετικών αλγορίθμων ώστε να ικανοποιούνται οι συνθήκες των προηγμένων ασαφών συνόλων.



Εικόνα 3.15: Απεικόνιση συνάρτησης Gauss. **(α)** Κλασσικό ασαφές σύνολο (μπλε) με συμπλήρωμα Zadeh (κόκκινο), **(β)** διαισθητικά ασαφή σύνολα με συνάρτηση συμμετοχής (μπλε), μη συμμετοχής (κόκκινο) και απροσδιοριστία (κίτρινο), **(γ)** πυθαγόρεια ασαφή σύνολα με συνάρτηση συμμετοχής (μπλε), μη συμμετοχής (κόκκινο) και απροσδιοριστία (κίτρινο), **(δ)** διαισθητικά ασαφή σύνολα με συνάρτηση συμμετοχής (μπλε), μη συμμετοχής (κόκκινο) και απροσδιοριστία (κίτρινο).

Πίνακας 3.1: Βέλτιστες τιμές λ για δεδομένα εισόδου 100 τιμές συνάρτησης Gauss με κέντρο 0.5 και τυπική απόκλιση 0.2.

Προηγμένα ασαφή σύνολα	ΒΕΛΤΙΣΤΟ λ
IFS	1.2
PFS	0.76
FFS	0.2-0.4

3.18. Κατωφλίωση της εικόνας

Αφού πραγματοποιηθεί η επεξεργασία της εικόνας με τις μεθόδους που αναλύθηκαν προηγουμένως, επόμενο βήμα είναι η κατωφλίωση της εικόνας. Σκοπός της κατωφλίωσης είναι να βοηθήσει επόμενους αλγόριθμους στην εξαγωγή χαρακτηριστικών αλλά και να εμφανίσει το σημείο ενδιαφέροντος. Στην εργασία πραγματοποιήθηκαν τρία είδη κατωφλίωσης: η ολική, Otsu και η τύπου-2 ασαφών συνόλων κατωφλίωση.

3.18.1. Ολική κατωφλίωση

Η μέθοδος με την οποία εφαρμόζεται στην εικόνα αυτό το κατώφλι είναι μια συνηθισμένη μέθοδος η οποία δεν χρειάζεται μεγάλη υπολογιστική ισχύ. Εστιάζει στην εύρεση του ιδανικού κατωφλιού μέσω του πεδίου του χώρου. Κατά την εισαγωγή μιας προεπεξεργασμένης εικόνας ακολουθείται η επαναληπτική διαδικασία που αναλύεται στη συνέχεια, ώστε να βρεθεί το ολικό κατώφλι. Η παράμετρος λ είναι μία προκαθορισμένη σταθερά [61]. Η διαδικασία είναι η εξής:

- Αρχικοποίηση κατωφλιού $T = 0.5 \cdot (I_{max} + I_{min})$ όπου I_{max} και I_{min} είναι η μέγιστη και ελάχιστη τιμή της εικόνας.
- Κατωφλίωση εικόνας με την τιμή T . Με αυτόν τον τρόπο τα εικονοστοιχεία χωρίζονται σε δύο ομάδες: I_1 η οποία περιλαμβάνει τα εικονοστοιχεία με τιμές $\geq T$ και I_2 η οποία περιλαμβάνει τα εικονοστοιχεία με τιμές $< T$.
- Εύρεση μέσου όρου m_1 και m_2 των από τις ομάδες I_1 και I_2 , αντίστοιχα, που υπολογίστηκαν προηγουμένως.
- Εύρεση νέου κατωφλιού μέσω του τύπου $T' = 0.5(m_1 + m_2)$ ώστε να συγκριθεί με το προηγούμενο κατώφλι.
- Αν $|T - T'| > \lambda$ επαναλαμβάνουμε τα βήματα 2 έως 4. Αλλιώς η τιμή κατωφλίωσης είναι T' [61].

3.18.2. Κατωφλίωση μέσω της μεθόδου Otsu

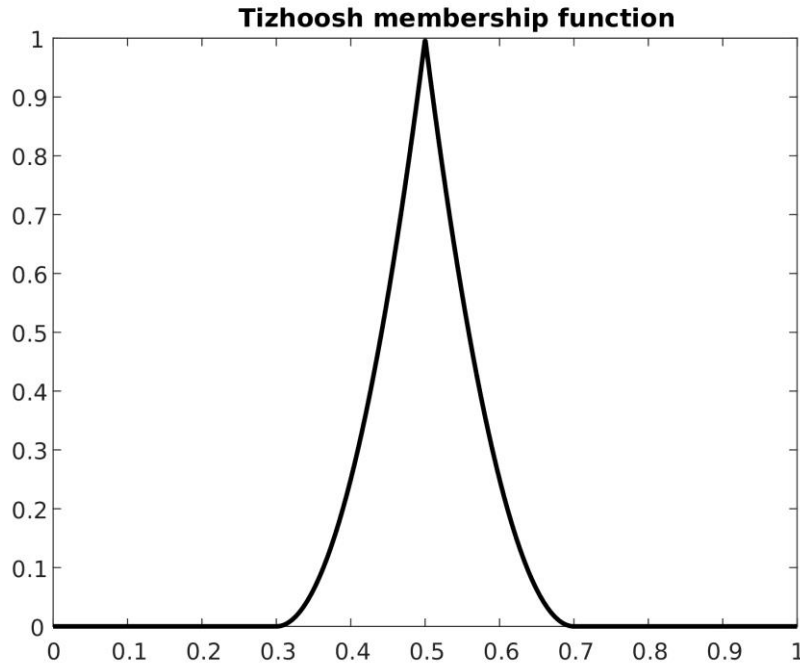
Η κατωφλίωση μέσω της μεθόδου Otsu είναι μια κλασσική μέθοδος η οποία ελαχιστοποιεί την επικάλυψη του υποβάθρου με το σημείο ενδιαφέροντος. Το κατώφλι Otsu βρίσκεται όταν η ελάχιστη τιμή της εντροπίας του αθροίσματος του υποβάθρου και του σημείου ενδιαφέροντος υπολογιστεί [62], [63]. Στην εργασία έγινε χρήση έτοιμων εντολών ώστε να εξαχθεί το κατώφλι Otsu. Η εντολή «graythresh» χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση του κατωφλιού και η εντολή «imbinarize» για τη δημιουργία της κατωφλιωμένης εικόνας [64].

3.18.3. Κατωφλίωση ασαφών συνόλων τύπου-2

Ένας τρίτος τρόπος κατωφλίωσης είναι αυτός των ασαφών συνόλων τύπου-2. Για να εφαρμοστεί η επαναληπτική διαδικασία του αλγόριθμου θα πρέπει αρχικά να βρεθεί ο βαθμός συμμετοχής μέσω της συνάρτησης Tizhoosh. Η συνάρτηση είναι η εξής:

$$\mu(g) = \begin{cases} 0, & g \leq g_{min} \text{ ή } g \geq g_{max} \\ L(g) = \left(\frac{g - g_{min}}{T - g_{min}}\right)^\alpha, & g_{min} < g \leq T \\ R(g) = \left(\frac{g_{max} - g}{g_{min} - T}\right)^\beta, & T < g < g_{max} \end{cases} \quad (3.58)$$

Στην εικ. 3.16 βλέπουμε τη συνάρτηση Tizhoosh όπου $g_{min} = 0.3$ και $g_{max} = 0.7$. Οι δείκτες μ_{in} και μ_{ax} χρησιμοποιούνται για τη διαδικασία σάρωσης η οποία θα περιγραφεί στη συνέχεια [65].



Εικόνα 3.16: Συνάρτηση συμμετοχής Tizhoosh με $g_{min} = 0.3$ και $g_{max} = 0.7$.

Στη συνέχεια γίνεται εύρεση δύο νέων βαθμών συμμετοχής. Υπάρχουν δύο τρόποι για να δημιουργηθούν αυτές οι δύο συναρτήσεις.

Ο ένας τρόπος είναι:

$$\mu_U(x) = [\mu(x)]^{1/\alpha} \text{ και } \mu_L(x) = [\mu(x)]^\alpha$$

Ο άλλος τρόπος:

$$\mu_U(x) = [\mu(x)]^{1-\alpha} \text{ και } \mu_L(x) = [\mu(x)]^{1+\alpha}.$$

Δηλαδή,

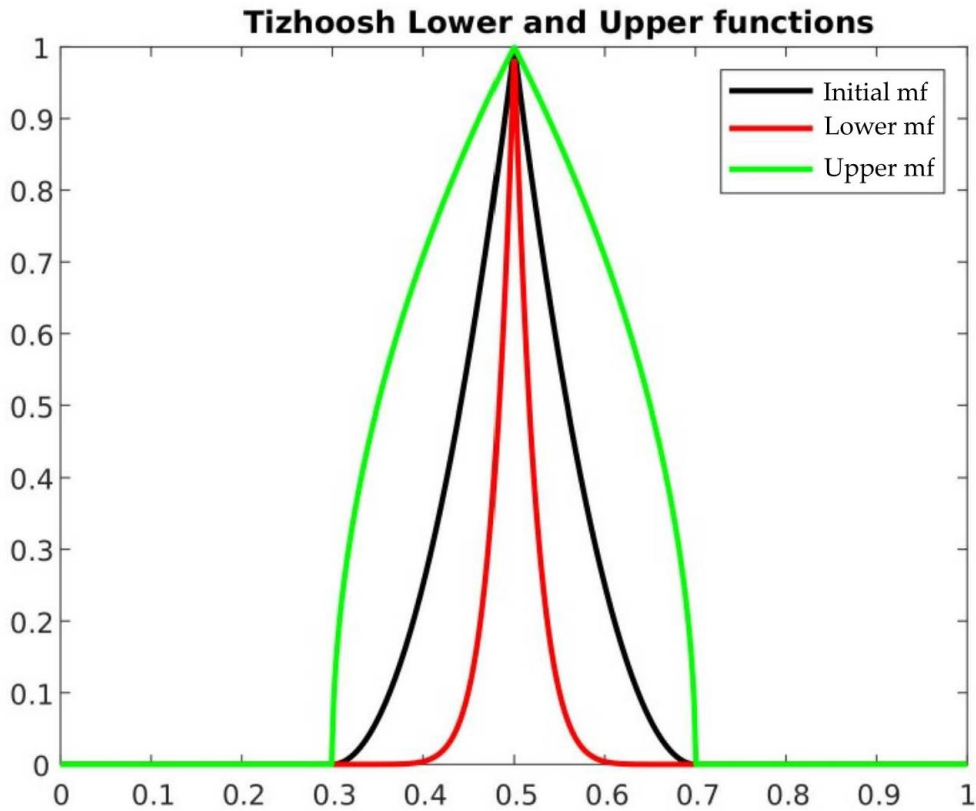
$$\mu_U(x) = [\mu(x)]^{0.5} \text{ και } \mu_L(x) = [\mu(x)]^2$$

ή

$$\mu_U(x) = [\mu(x)]^{0.75} \text{ και } \mu_L(x) = [\mu(x)]^{1.25}.$$

Στην εργασία χρησιμοποιήθηκε ο πρώτος τρόπος αλλά με διαφορετικούς εκθέτες:

$$\mu_U(x) = [\mu(x)]^{0.25} \text{ και } \mu_L(x) = [\mu(x)]^4 \text{ [65].}$$



Εικόνα 3.17: Συνάρτηση συμμετοχής Tizhoosh και συνάρτηση Lower και Upper με $L = 4$ και $U = 0.25$.

Επόμενο βήμα για να γίνει η κατωφλίωση με τα ασαφή σύνολα τύπου-2 είναι η εξαγωγή της υπερασάφειας. Η τιμή που θα εξαγάγει η υπερασάφεια θα λειτουργεί ως μέσο σύγκρισης ώστε να βρεθεί η βέλτιστη τιμή του κατωφλιού. Η υπερασάφεια της εικόνας βγαίνει από την εξής συνάρτηση για το πεδίο του χώρου [65]:

$$\tilde{\gamma}(\tilde{A}) = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} [\mu_U(g_{ij}) - \mu_L(g_{ij})] \quad (3.59)$$

και χρησιμοποιώντας το ιστόγραμμα της εικόνας με την εξής συνάρτηση:

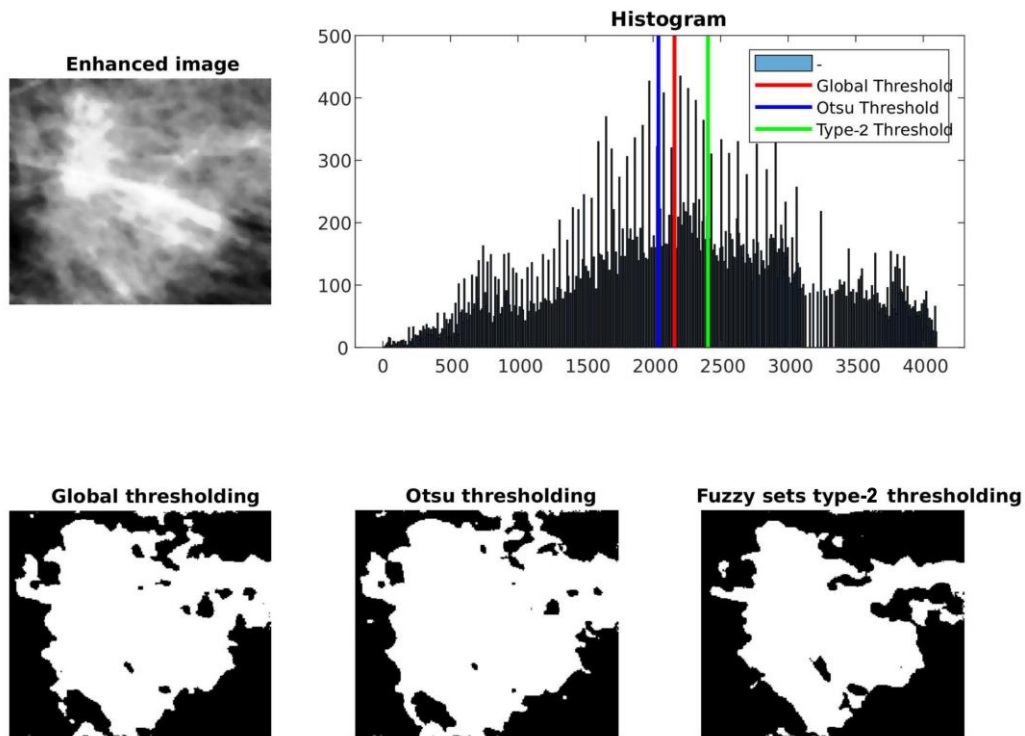
$$\tilde{\gamma}(\tilde{A}) = \frac{1}{MN} \sum_{g=0}^{L-1} h(g) \times [\mu_U(g) - \mu_L(g)] \quad (3.60)$$

όπου M και N οι διαστάσεις της εικόνας και h το ιστόγραμμα της εικόνας. Η γενική δομή του αλγορίθμου για κατωφλίωση εικόνων με τα ασαφή σύνολα τύπου-2 και με τον υπολογισμό της υπερασάφειας περιγράφεται ως εξής:

- Επιλογή συνάρτησης συμμετοχής.
- Υπολογισμός του ιστογράμματος σε περίπτωση που χρησιμοποιηθεί η δεύτερη υπερασάφεια.

- Ορισμός έναρξης της συνάρτησης συμμετοχής.
- Σάρωση της συνάρτησης σε όλη την κλίμακα των τιμών του γκρι της εικόνας.
- Εύρεση των συναρτήσεων $\mu_U(x)$ και $\mu_L(x)$ σε κάθε βήμα της σάρωσης.
- Εύρεση της υπερασάφειας σε κάθε σημείο σάρωσης.
- Εύρεση μέγιστης υπερασάφειας και του βέλτιστου T .
- Κατωφλίωση με την τιμή T της μέγιστης υπερασάφειας.
- Στο τέλος πραγματοποιούμε αποασαφοποίηση στο αποτέλεσμα της επαναληπτικής διαδικασίας $x'_{mn} = \mu'_{mn} \cdot \text{μέγιστη θεωρητική τιμή}$ [65].

Οι αλγόριθμοι κατωφλίωσης που χρησιμοποιήθηκαν έχουν την ικανότητα να αλλάζουν τη βέλτιστη τιμή κατωφλίωση ανάλογα με την εικόνα και με αυτόν τον τρόπο να παράγουν εγκυρότερα αποτελέσματα για κάθε εικόνα. Στην εικ. 3.18 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των τριών μεθόδων κατωφλίωσης για μια περιοχή μαστογραφίας.



Εικόνα 3.18: Εικόνες των τριών μεθόδων κατωφλίωσης.

3.18.4. Πλήρωση κενών της κατωφλιωμένης εικόνας

Έπειτα από την κατωφλίωση μίας εικόνας, μπορεί να υπάρχουν αρκετά σημεία τα οποία ξεπερνούσαν το κατώφλι με αποτέλεσμα να υπάρχουν και περιοχές που δεν ανήκουν στην περιοχή ενδιαφέροντος, που στην περίπτωσή μας είναι η μάζα μόνο. Για αυτόν το λόγο σκοπός είναι να απομακρυνθούν αυτές οι περιοχές από την κατωφλιωμένη εικόνα και να υπάρχει μόνο η παρουσία της μεγαλύτερης περιοχής που έχει καταφέρει να κατωφλιώσει ο αλγόριθμος. Σε αυτό το εγχείρημα είναι αρωγός το λογισμικό του MATLAB και οι έτοιμες εντολές που παρέχει. Με τις εντολές «regionprops», «ismember» και «imfill» γίνεται η εξαγωγή μίας εικόνας που περιέχει

μία περιοχή ενδιαφέροντος, η οποία είναι η πιο μεγάλη από τις κατωφλιωμένες, και στο τέλος να γεμίσουν τα οποιαδήποτε κενά μπορεί να υπάρχουν [64].



Εικόνα 3.19: Διαδικασία δημιουργίας ενός σημείου ενδιαφέροντος.

3.19. Εξαγωγή χαρακτηριστικών

Σε ένα σύστημα ταξινόμησης, οι μέθοδοι επεξεργασία στοχεύουν στην βελτίωση της εικόνας για καλύτερα στατιστικά αποτελέσματα. Η επεξεργασία αυτή δημιουργεί εικόνες από τις οποίες θα γίνει λήψη όσο το δυνατόν ορθότερων χαρακτηριστικών. Τα χαρακτηριστικά που μπορούν να εξαχθούν από μία εικόνα είναι διάφορα και περιγράφουν με διαφορετικό τρόπο τις ιδιαιτερότητες της εικόνας. Στην εργασία έγινε εξαγωγή χαρακτηριστικών που βασίστηκε στη γεωμετρία του σημείου ενδιαφέροντος, στην υφή και στα ασαφή χαρακτηριστικά του. Μέσω αυτών των τεχνικών έγινε εξαγωγή εννιά χαρακτηριστικών, εκ των οποίων τα δύο είναι γεωμετρικά, τα τέσσερα είναι χαρακτηριστικά υφής και άλλα τρία είναι ασαφή. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά είναι η κυκλικότητα και η ελάχιστη προς τη μέγιστη αξονική απόσταση του σημείου ενδιαφέροντος. Τα χαρακτηριστικά υφής είναι η αντίθεση μεταξύ σημείου ενδιαφέροντος και υποβάθρου, ομοιογένεια, συσχέτιση και ενέργεια. Τα ασαφή χαρακτηριστικά είναι το εμβαδό της περιοχής, η περίμετρος του σημείου ενδιαφέροντος και πόσο συμπαγές είναι το σημείο.

3.19.1. Γεωμετρικά χαρακτηριστικά

Για την εξαγωγή των γεωμετρικών χαρακτηριστικών έγινε χρήση έτοιμων εντολών του MATLAB. Με τη βοήθεια της εντολής «regionprops» έγινε εξαγωγή της κυκλικότητας, της ελάχιστης και της μέγιστης αξονικής απόστασης του σημείου ενδιαφέροντος [64]. Η κυκλικότητα δείχνει πόσο κοντά σε κύκλο είναι το σημείο ενδιαφέροντος. Όσο πιο κοντά στην τιμή ένα είναι η τιμή του χαρακτηριστικού, τόσο πιο κοντά στον κύκλο είναι το σχήμα του. Όσο πιο κοντά είναι στην τιμή μηδέν, τόσο πιο ακανόνιστο είναι το σχήμα του σημείου ενδιαφέροντος. Τα τρία αυτά χαρακτηριστικά έγιναν δύο δημιουργώντας ένα νέο χαρακτηριστικό από την ένωση της ελάχιστης και μέγιστης αξονικής απόστασης. Διαιρώντας την ελάχιστη προς τη μέγιστη αξονική απόσταση γίνεται προσπάθεια να εκφραστεί πόσο επιμηκυμένο είναι το σημείο ενδιαφέροντος. Όσο πιο μικρή είναι η τιμή που λαμβάνει αυτό το χαρακτηριστικό, τόσο πιο επιμηκυμένο είναι καθώς η ελάχιστη αξονική απόσταση θα είναι μικρή και η μέγιστη αξονική απόσταση μεγάλη.

3.19.2. Χαρακτηριστικά υφής

3.19.2.1 Μάσκες εικόνων

Η μέθοδος εξαγωγής μασκών είναι βοηθητική για την εξαγωγή χαρακτηριστικών σε επόμενο επίπεδο. Με τη βοήθεια της κατωφλιωμένης εικόνας, έγινε εξαγωγή μόνο του σημείου ενδιαφέροντος και μόνο του υποβάθρου σε δύο διαφορετικούς πίνακες.

Ο πίνακας που περιέχει μόνο το σημείο ενδιαφέροντος δημιουργείται εισάγοντας την τιμή της αρχικής εικόνας όταν το εικονοστοιχείο βρίσκεται πάνω από την τιμή κατωφλίωσης, και εξαιρείται από τον νέο πίνακα αν βρίσκεται κάτω από την τιμή κατωφλίωσης. Την αντίθετη διαδικασία πραγματοποιούμε όταν δημιουργούμε το πίνακα που περιέχει το υπόβαθρο. Δηλαδή, εξαιρείται το εικονοστοιχείο που βρίσκεται πάνω από την τιμή κατωφλίωσης και εισάγεται στον νέο πίνακα μόνο τα εικονοστοιχεία που είναι κάτω από την τιμή κατωφλίωσης.

3.19.2.2 Πίνακας GLCM

Η εξαγωγή των χαρακτηριστικών υφής παράγει χαρακτηριστικά τα οποία βασίζονται έμμεσα με την εικόνα. Για να μπορέσουν να εξαχθούν αυτά τα χαρακτηριστικά θα πρέπει πρώτα να δημιουργηθεί ένας νέος πίνακας. Αυτός ο πίνακας ονομάζεται GLCM (Gray Level Cooccurrence Matrix).

Ένας πίνακας GLCM έχει γραμμές και στήλες που είναι ίσες με τον αριθμό των επιπέδων γκρι στην εικόνα. Δηλαδή για μία εικόνα με 256 αποχρώσεις του γκρι, ο πίνακας GLCM θα έχει διαστάσεις 256×256 . Κάθε στοιχείο του πίνακα σημαίνει τον συνδυασμό της γραμμής με της στήλης. Ένας πίνακας GLCM συνήθως έχει μεγάλες διαστάσεις και αποθηκεύονται πολλά προσωρινά δεδομένα, δηλαδή ένας πίνακας 256×256 για κάθε εικόνα. Είναι πολύ ευαίσθητος ένας τέτοιος πίνακας στο μέγεθος των δειγμάτων υφής στα οποία υπολογίζονται. Λόγω της μεγάλης διάστασης που μπορεί να έχει και της μεγάλης ευαισθησίας που προσφέρει, συχνά οι αποχρώσεις του γκρι μειώνονται. Η σύνθεση του πίνακα GLCM εξηγείται καλύτερα με το παράδειγμα που απεικονίζεται στην εικ. 3.20 για τέσσερα διαφορετικά επίπεδα γκρι. Κοιτώντας την εικόνα για την οποία θα δημιουργήσουμε πίνακα GLCM από αριστερά προς τα δεξιά, δηλαδή με γωνία 0° , το πάνω αριστερά κελί θα συμπληρωθεί με τον αριθμό των φορών που εμφανίζεται ο συνδυασμός 0,0, το οποίο δείχνει πόσες φορές στην περιοχή της εικόνας ένα εικονοστοιχείο με επίπεδο γκρι 0 (γειτονικό εικονοστοιχείο) πέφτει στα δεξιά ενός άλλου εικονοστοιχείου με επίπεδο γκρι 0 (εικονοστοιχείο αναφοράς). Σε περίπτωση που η γωνία δημιουργίας του πίνακα GLCM άλλαζε, για παράδειγμα 45° , τότε το πάνω αριστερά κελί θα συμπληρωνόταν με τον αριθμό των φορών που εμφανίζεται ο συνδυασμός 0,0, αλλά θα έδειχνε πόσες φορές ένα εικονοστοιχείο με επίπεδο γκρι 0 (γειτονικό εικονοστοιχείο) πέφτει διαγώνια πάνω δεξιά ενός άλλου εικονοστοιχείου με επίπεδο γκρι 0 (εικονοστοιχείο αναφοράς) [66].

<i>Neighbor pixel value</i> <i>Reference pixel value</i>	0	1	2	3
0	0,0	0,1	0,2	0,3
1	1,0	1,1	1,2	1,3
2	2,0	2,1	2,2	2,3
3	3,0	3,1	3,2	3,3

Εικόνα 3.20: Υπολογισμός πίνακα GLCM.

Για την εξαγωγή του πίνακα GLCM με γωνία 0° έγινε χρήση έτοιμης εντολής του MATLAB. Η εντολή που χρησιμοποιήθηκε είναι η «graycomatrix» [64].

3.19.2.3 Εξαγωγή χαρακτηριστικών υφής

Όσον αφορά τα χαρακτηριστικά που εξήχθησαν από τον πίνακα GLCM είναι τα χαρακτηριστικά υφής ομοιογένεια, συσχέτιση και ενέργεια. Η εφαρμογή του πίνακα GLCM γίνεται στη μάσκα της κάθε εικόνας που περιέχει μόνο την περιοχή ενδιαφέροντος. Για την αντίθεση μεταξύ σημείου ενδιαφέροντος και υποβάθρου δε χρησιμοποιήθηκε ο πίνακας GLCM [67]. Με τη βοήθεια έτοιμων εντολών του MATLAB έγινε η εξαγωγή της ομοιογένειας, της συσχέτισης και της ενέργειας. Οι εντολή είναι η «graycoprops» με την οποία μπορεί να γίνει εξαγωγή αρκετών χαρακτηριστικών υφής μιας εικόνας [64]. Όμως την εξαγωγή αυτών των χαρακτηριστικών μπορούμε να την κάνουμε και μέσω συναρτήσεων [68]. Για την ομοιογένεια ισχύει η συνάρτηση:

$$\text{ομοιογένεια} = \sum_{i,j=1}^n \frac{p_{ij}}{1 + (i - j)^2} \quad (3.61)$$

όπου p_{ij} είναι το κελί του πίνακα GLCM στη σειρά i και στη στήλη j και n είναι η μέγιστη τιμή των αποχρώσεων του γκρι, δηλαδή οι σειρές και οι στήλες του πίνακα GLCM.

Για τη συσχέτιση ισχύει η συνάρτηση:

$$\text{συσχέτιση} = \sum_{i,j=1}^n p_{ij} \frac{(i - \mu_i)(j - \mu_j)}{\sigma_i^2} \quad (3.62)$$

όπου $\mu_k = \sum_{ij} k \cdot p_{ij}$ και $\sigma_k^2 = \sum_{ij} p_{ij} (i - \mu_k)^2$.

Για τη ενέργεια ισχύει η συνάρτηση:

$$\text{ενέργεια} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij}^2 \quad (3.63)$$

Η εξαγωγή της αντίθεσης μεταξύ σημείου ενδιαφέροντος και υποβάθρου έγινε με τη χρήση των μασκών μόνο, χωρίς τη βοήθεια του πίνακα GLCM. Βασίστηκε στο νόμο του Weber όπου ο λόγος της έντασης της διαφοράς υποβάθρου και σημείου ενδιαφέροντος προς την ένταση του υποβάθρου είναι σταθερά [69].

Η συνάρτηση [70]:

$$\text{αντίθεση} = \frac{I_b - I_f}{I_b} \quad (3.64)$$

όπου I_b η ένταση της φωτεινότητας του υποβάθρου και I_f η ένταση της φωτεινότητας του σημείου ενδιαφέροντος.

Για να βρεθεί η ένταση της φωτεινότητας του υποβάθρου και του σημείου ενδιαφέροντος, χρησιμοποιήθηκε η μάσκα υποβάθρου και σημείου ενδιαφέροντος αντίστοιχα. Η μέση τιμή των εικονοστοιχείων της μάσκας υποβάθρου ορίστηκε ως η ένταση της φωτεινότητας του υποβάθρου και αντίστοιχα, η μέση τιμή των εικονοστοιχείων της μάσκας του σημείου ενδιαφέροντος ορίστηκε ως η ένταση της φωτεινότητας του σημείου ενδιαφέροντος.

3.19.3. Ασαφή χαρακτηριστικά

Η εξαγωγή των ασαφών χαρακτηριστικών βασίστηκε στην ασαφοποιημένη εκδοχή των ενισχυμένων εικόνων. Η κατωφλίωση δε χρειάζεται ώστε να εξαχθούν αυτού του είδους χαρακτηριστικά. Οι συναρτήσεις έχουν ως είσοδο έναν ασαφή πίνακα και έξοδο μία τιμή. Τα χαρακτηριστικά για να οποία ασχολείται αυτή η μέθοδος σε αυτήν την εργασία είναι το εμβαδόν, η περίμετρος και πόσο συμπαγές είναι [71].

Για το εμβαδό χρησιμοποιείται η συνάρτηση:

$$\text{εμβαδόν}(\mu) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \mu_{m,n} \quad (3.65)$$

όπου ο πίνακας έχει διαστάσεις $M \times N$ και $\mu_{m,n}$ είναι ο βαθμός συμμετοχής του κάθε εικονοστοιχείου του πίνακα.

Για την περίμετρο ισχύει:

$$\begin{aligned} \text{περίμετρος}(\mu) \\ = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N-1} \|\mu_{m,n} - \mu_{m,n+1}\| + \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{n=1}^N \|\mu_{m,n} - \mu_{m+1,n}\| \end{aligned} \quad (3.66)$$

Για το πόσο συμπαγές είναι το σημείο ενδιαφέροντος που παρουσιάστηκε από τον Rosenfeld ισχύει:

$$\text{compactness}(\mu) = \frac{\text{εμβαδό}(\mu)}{[\text{περίμετρος}(\mu)]^2} \quad (3.67)$$

Αυτό το χαρακτηριστικό λαμβάνει τη μέγιστη τιμή όταν το σημείο ενδιαφέροντος είναι κύκλος [72].

3.20. Κανονικοποίηση δεδομένων

Η κανονικοποίηση των δεδομένων είναι απαραίτητη διαδικασία. Πρέπει να γίνεται πριν εισαχθούν τα χαρακτηριστικά στον ταξινομητή καθώς, μπορεί το εύρος τιμών των χαρακτηριστικών να διαφέρουν πολύ μεταξύ τους. Για παράδειγμα, μπορεί ένα χαρακτηριστικό να παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1, ενώ ένα άλλο χαρακτηριστικό μεταξύ 0 και 5000. Τα χαρακτηριστικά θα πρέπει να είναι συγκρίσιμα μεταξύ τους. Σκοπός της κανονικοποίησης είναι όλα τα χαρακτηριστικά που έχουν εξαχθεί να λάβουν τιμές μεταξύ 0 και 1 ή μεταξύ -1 και 1. Την τιμή 1 θα τη λάβει η εικόνα που έχει την μεγαλύτερη τιμή του χαρακτηριστικού ενώ την τιμή 0 ή -1 η εικόνα που έχει τη μικρότερη τιμή για το ίδιο χαρακτηριστικό. Αυτή η διαδικασία γίνεται για όλα τα χαρακτηριστικά των πινάκων. Με τη βοήθεια των έτοιμων εντολών του MATLAB έγινε η κανονικοποίηση των δεδομένων μεταξύ 0 και 1. Η εντολή που πραγματοποιήθηκε αυτή τη διαδικασία είναι η «normalize» [64]. Η κανονικοποίηση μπορεί να γίνει και μέση της συνάρτησης [73]:

$$x'_i = \frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (3.68)$$

όπου x_{min} και x_{max} είναι η ελάχιστη και μέγιστη τιμή ενός χαρακτηριστικού αντίστοιχα, x_i είναι η i -οστή τιμή από το σύνολο των χαρακτηριστικών και x'_i η νέα του κανονικοποιημένη τιμή.

Μετά από την κανονικοποίηση, στους πίνακες των χαρακτηριστικών μπήκε και δείκτης που χαρακτήριζε την εικόνα με βάση την παθογένεια της μάζας. Αν η μάζα ήταν κακοήθης τότε στην τελευταία στήλη των χαρακτηριστικών έμπαινε ο δείκτης «1». Αν η μάζα ήταν καλοήθης τότε έμπαινε ο δείκτης «0». Οι δείκτες αυτοί αποκτούν σημαντικό ρόλο κατά την ταξινόμηση των δεδομένων, καθώς κατά τη διαδικασία της μάθησης του ταξινομητή πρέπει να υπάρχει υπόδειξη αν αναφέρονται τα δεδομένα σε καλοήθεια ή κακοήθεια.

3.21. Μέθοδος επιλογής χαρακτηριστικών

Η επιλογή των χαρακτηριστικών είναι σημαντικός παράγοντας σε ένα σύστημα ταξινόμησης. Η διαδικασία επιλογής χαρακτηριστικών βρίσκει τόπο σε πολλούς τομείς όπως τη φαρμακοβιομηχανία, τη βιομηχανία λαδιού, την αναγνώριση φωνής, την αναγνώριση προτύπων, τη βιοτεχνολογία κ.ά [74]. Η επιλογή των χαρακτηριστικών έχει ως στόχο τη μείωση των περιττών χαρακτηριστικών και του θορύβου σε δεδομένα πολλών διαστάσεων. Με τη μείωση των χαρακτηριστικών υπάρχει διευκόλυνση της οπτικοποίησης των δεδομένων και κατ' επέκτασης της κατανόησής τους, μείωση των απαιτήσεων μέτρησης και αποθήκευσης, και ελάττωση του χρόνου εκπαίδευσης και χρήσης του ταξινομητή. Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται η υπερεκπαίδευση του ταξινομητή και βελτιώνεται η απόδοσή του στο να παρέχει γρηγορότερα αποτελέσματα έχοντας μια βαθύτερη αντίληψη των διαδικασιών που τον εκπαίδευσαν. Το πρόβλημα εύρεσης και κατάταξης των χαρακτηριστικών είναι μία πρόκληση [74], [75]. Στην εργασία χρησιμοποιήθηκε η εξαντλητική αναζήτηση καθώς είναι μία μέθοδος που ερευνά όλους τους συνδυασμούς των χαρακτηριστικών και μπορεί να γίνει γνωστός ο συνδυασμός που δίνει το καλύτερο αποτέλεσμα. Όμως, η διαδικασία αυτή απαιτεί πολλούς υπολογιστικούς πόρους για μεγάλες βάσεις δεδομένων [76]. Όσο ο αριθμός

των χαρακτηριστικών και των δεδομένων γίνεται μεγαλύτερος, η εξαντλητική αναζήτηση γίνεται ακατόρθωτη τις περισσότερες φορές [77].

3.22. Ταξινόμηση εικόνων

3.22.1. Κ-μέρη

Η συσταδοποίηση με την τεχνική Κ-μέρη είναι μια ευρέως διαδεδομένη τεχνική καθώς η ρήση της είναι απλή και εύκολη να κατανοηθεί. Ο τρόπος με τον οποίο λειτουργεί είναι η αρχικοποίηση των συστάδων (k συστάδες) που θα χρειαστεί το πρόβλημα να χωριστεί και η εύρεση των κέντρων. Μετά δημιουργούνται νέες συστάδες με βάση την απόσταση από των προηγούμενων κέντρων και αφού γίνει η ομαδοποίηση, πραγματοποιείται η εύρεση νέων κέντρων βρίσκοντας το κέντρο μάζας των συστάδων. Η διαδικασία αυτή συνεχίζεται μέχρι τα κέντρα να μη μετακινηθούν [78], [79]. Στην εργασία χρησιμοποιήθηκε η έτοιμη εντολή του MATLAB «kmeans» για την εκπαίδευση του ταξινομητή, και της εντολής «pdist2» για τον έλεγχο του ταξινομητή [64].

3.22.2. Ασαφής συσταδοποίηση C-μερών

Από όταν τα ασαφή σύνολα άρχισαν να χρησιμοποιούνται, οι ερευνητές έχουν δοκιμάσει να τα εντάξουν σε διάφορους επιστημονικούς τομείς. Στον αλγόριθμο ασαφούς συσταδοποίησης C-μερών οι συστάδες εμφανίζονται ως συναρτήσεις συμμετοχής και με αυτόν τον τρόπο τα δεδομένο λαμβάνουν τιμές για παραπάνω από μία συστάδα. Με αυτόν τον τρόπο γίνεται δυνατή η εύρεση συμμετοχής της κάθε εισόδου σε κάθε συστάδα. Στο τέλος κάθε δεδομένο αποτελείται από πολλαπλές τιμές συναρτήσεων συμμετοχής και βρίσκεται η Ευκλείδεια απόσταση [26], [80]. Στην εργασία χρησιμοποιήθηκαν έτοιμες εντολές του MATLAB ώστε να γίνει η εκπαίδευση και ο έλεγχος του ταξινομητή. Για την εκπαίδευση έγινε η χρήση της εντολής «fcm» και «genfis», ενώ για τον έλεγχο η εντολή «evalfis» [64].

3.22.3. ANFIS

Το προσαρμοστικό νευρο-ασαφές σύστημα συμπερασμού (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System, ANFIS) είναι ένας συνδυασμός νευρωνικών δικτύων και ασαφών συνόλων όπου παράμετροι των ασαφών συνόλων καθορίζονται μέσω της χρήσης νευρωνικών δικτύων. Οι παράμετροι του ασαφούς συστήματος, όπως είναι οι συναρτήσεις συμμετοχής και οι κανόνες καθορίζονται αυτόματα από το νευρωνικό δίκτυο χωρίς να υπάρχει παρέμβαση από τον χειριστή. Η διαφορά μεταξύ νευρωνικών δικτύων και του ANFIS είναι ότι η δημιουργία του νευρωνικού δικτύου γίνεται με την εκπαίδευση ενώ του ANFIS το σύστημα διαμορφώνεται από κανόνες ασαφούς λογικής και έπειτα γίνεται χρήση αλγορίθμων νευρωνικών δικτύων για να βελτιστοποιηθούν οι συναρτήσεις συμμετοχής και οι κανόνες [67], [68], [81]. Το ANFIS, παρόλο που φαίνεται να μη βασίζεται στις διαστάσεις του χώρου που δημιουργούν τα χαρακτηριστικά, έχει σημαντική βελτίωση στην ακρίβεια της ταξινόμησης [82].

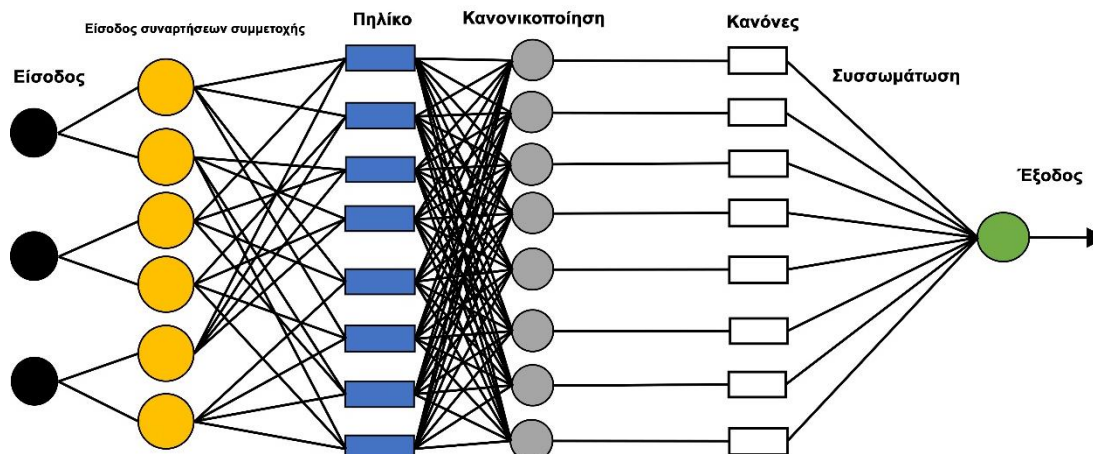
Το ANFIS έχει ως βάση το ασαφές μοντέλο Sugeno. Οι δύο ασαφείς κανόνες ενός μοντέλου Sugeno πρώτης τάξης αντιπροσωπεύουν τη δομή του ANFIS:

Κανόνας 1: Αν (x είναι A_1) και (y είναι B_1)
 Τότε $f_1 = p_1x + q_1y + r_1$

Κανόνας 2: Αν (x είναι A_2) και (y είναι B_2)
 Τότε $f_2 = p_2x + q_2y + r_2$

όπου x και y είναι οι είσοδοι παράμετροι προϋπόθεσης, A_i και B_i είναι τα ασαφή σύνολα, f_i είναι οι έξοδοι που ρυθμίζονται από τους ασαφείς κανόνες με παραμέτρους p_i , q_i και r_i .

Οι παράμετροι των ασαφών συνόλων και οι p_i , q_i και r_i είναι αυτοί που καθορίζονται από τη διαδικασία μάθησης. Χρησιμοποιείται υβριδικός τρόπος μάθησης καθώς γίνεται χρήση της τεχνικής των ελαχίστων τετραγώνων και της οπισθοδιάδοσης. Η διαδικασία γίνεται σε δύο περάσματα. Στο πρώτο πέραςμα της πρόσθιας κατεύθυνσης, οι παράμετροι των ασαφών συνόλων παραμένουν σταθερές ενώ των παραμέτρων των κανόνων προσδιορίζονται χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο των ελαχίστων τετραγώνων. Κάνοντας χρήση των νέων τιμών των κανόνων γίνεται εξαγωγή της εξόδου y του ANFIS. Η έξοδος με την επιθυμητή έξοδο παρουσιάζει κάποιο σφάλμα το οποίο υπολογίζεται αφαιρώντας τα μεταξύ τους. Επόμενο στάδιο είναι η οπισθοδιάδοση όπου και ενημερώνονται οι παράμετροι των ασαφών συνόλων ενώ παραμένουν σταθερές οι παράμετροι των κανόνων [68], [83]. Στην εργασία χρησιμοποιήθηκαν έτοιμες εντολές του MATLAB ώστε να γίνει η εκπαίδευση και ο έλεγχος του ταξινομητή. Για την εκπαίδευση έγινε η χρήση της εντολής «anfis», ενώ για τον έλεγχο η εντολή «evalfis» [64].



Εικόνα 3.21: Σύστημα ANFIS.

3.23. Δείκτες επίδοσης ταξινομητών

Για την αξιολόγηση των ταξινομητών γίνεται με εξαγωγή πέντε δεικτών απόδοσης. Η ακρίβεια, η ευαισθησία, η ειδικότητα, η τιμή F1 και η AUC του συστήματος. Οι δείκτες γίνονται γνωστοί βρίσκονται τον αριθμό των αληθών/ψευδών θετικών και αληθών/ψευδών αρνητικών εξόδων του.

- Αληθώς Θετικά (True Positive-TP): Κακοήθεια η οποία προβλέφθηκε σωστά ως κακοήθεια.
- Αληθώς Αρνητικά (True Negative-TN): Καλοήθεια η οποία προβλέφθηκε σωστά ως καλοήθεια.
- Ψευδώς Θετικά (False Positive-FP): Καλοήθεια η οποία προβλέφθηκε λανθασμένα ως κακοήθεια.
- Ψευδώς Αρνητικά (False Negative-FN): Κακοήθεια η οποία προβλέφθηκε λανθασμένα ως καλοήθεια.

Οι δείκτες είναι οι εξής τρεις:

1. $\text{Εναισθησία} = \frac{TP}{TP+FN} \times 100\%$
2. $\text{Ειδικότητα} = \frac{TN}{TN+FP} \times 100\%$
3. $\text{Ακρίβεια} = \frac{TP+TN}{TP+TN+FP+FN} \times 100\%$
4. $\text{τιμή } F1 = \frac{2 \times TP}{TP+FP+FN} \times 100\%$

Εναισθησία είναι η ικανότητα του ταξινομητή να ανιχνεύει ότι υπάρχει κακοήθεια, δεδομένου ότι η κακοήθεια υπάρχει.

Ειδικότητα είναι η ικανότητα του ταξινομητή να ανιχνεύει ότι υπάρχει καλοήθεια, δεδομένου ότι η καλοήθεια υπάρχει.

Ακρίβεια είναι η ικανότητα του ταξινομητή να ανιχνεύει σωστά την καλοήθεια ή την κακοήθεια.

Το κριτήριο για να βρεθεί ο καλύτερος συνδυασμός χαρακτηριστικών είναι η εύρεση της μεγαλύτερης ακρίβεια του συστήματος. Αφού βρεθεί η μεγαλύτερη ακρίβεια, τότε γίνεται ο υπολογισμός της εναισθησίας και της ειδικότητας [83], [84].

Για τους ταξινομητές FCM και ANFIS, η καμπύλη ROC εξήχθη ώστε να βρεθεί η τιμή της περιοχής κάτω από την καμπύλη (AUC) της οποίας ο δείκτης είναι αντικειμενικός [85]. Η τιμή της AUC είναι μεταξύ 0 και 1 και όσο η τιμή πληθαίνει προς το 1 τόσο καλύτερος είναι ο ταξινομητής. Η καμπύλη ROC μπορεί να ενισχύσει τη λειτουργία ενός ταξινομητή μόνο αν ο ταξινομητής στην έξοδό του έχει ένα εύρος τιμών και όχι συγκεκριμένες τιμές. Η καμπύλη ROC εξετάζει διαφορετικά κατώφλια στο εύρος τιμών της εξόδου και προτείνει την καλύτερη τιμή. Η μέθοδος K-μερών έχει ως έξοδο στην εργασία δύο συγκεκριμένες τιμές και η καμπύλη ROC δεν μπορεί να εφαρμοστεί σε αυτήν την περίπτωση.

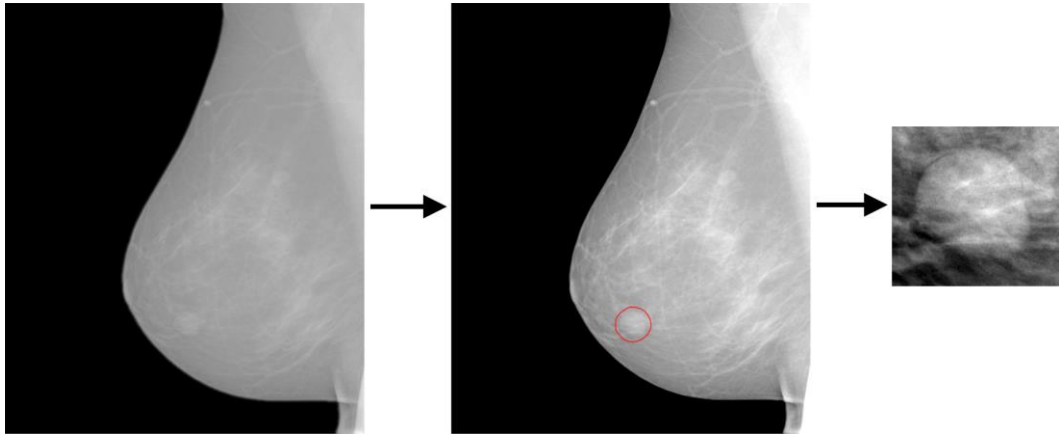
Η τιμή F1 είναι και αυτή ένας αντικειμενικός δείκτης για ταξινόμηση [85], [86].

3.24. Δεδομένα μαστογραφιών

Ψηφιακές μαστογραφίες 65 καλοήθων και 32 κακοήθων μαζών, συνολικά, 97 μάζες, χρησιμοποιούνται για την εκπαίδευση και τον έλεγχο του ταξινομητή. Εννέα μάζες ήταν απεικονισμένες σε δεκαοκτώ μαστογραφίες οι οποίες ήταν οι ίδιες αλλά με διαφορετική οπτική γωνία. Πραγματοποιήθηκε εξαγωγή της περιοχής ενδιαφέροντος από τις πλήρεις μαστογραφίες όπως απεικονίζονται στην εικ. 3.22. Οι περιοχές ενδιαφέροντος περιλάμβαναν τις μάζες και το τοπικό υπόβαθρο.

Οι ανώνυμες και μη κωδικοποιημένες ψηφιακές μαστογραφίες με καλοήθεις και κακοήθεις μάζες παραχωρήθηκαν από την Καθηγήτρια Μαρία Καλλέργη και το Ερευνητικό Εργαστήριο Ευφους Νοσοκομείου του Τμήματος Μηχανικών

Βιοϊατρικής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής. Η παθολογία όλων των περιπτώσεων έχει επιβεβαιωθεί με βιοψία ή ετήσια παρακολούθηση για τουλάχιστον τρία έτη. Αυτή είναι μια δευτερεύουσα χρήση υπαρχόντων δεδομένων και η εργασία δεν συνιστά έρευνα με ανθρώπινα υποκείμενα επειδή δεν υπάρχει αλληλεπίδραση με κανένα άτομο και δεν χρησιμοποιούνται αναγνωρίσιμες ιδιωτικές πληροφορίες. Αυτή η εργασία εξαιρείται από το IRB.

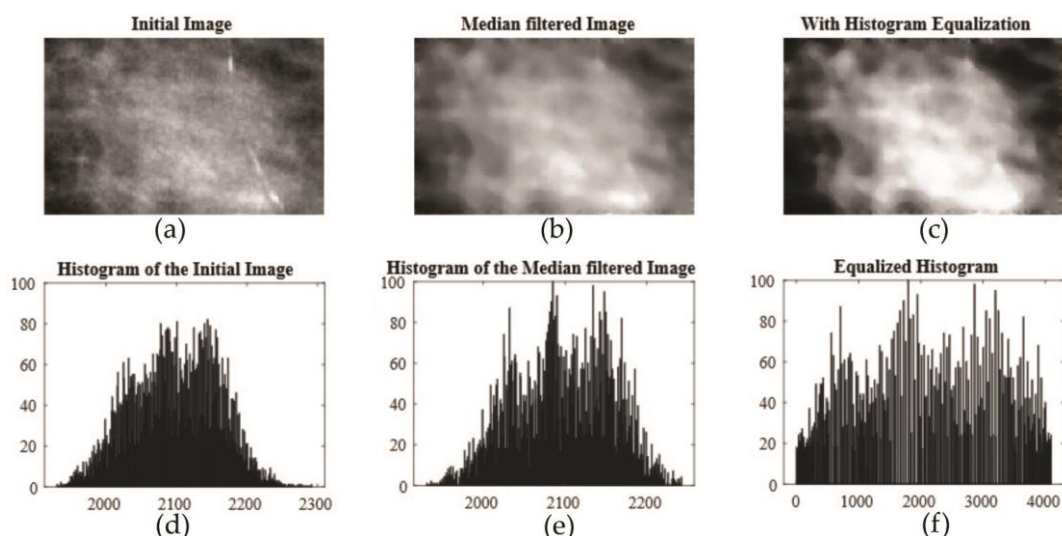


Εικόνα 3.22: Εξαγωγή περιοχών ενδιαφέροντος [46].

4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Οι μάζες που υπάρχουν στις μαστογραφίες συχνά συγχέονται με τον παρεγχυματικό ιστό που τις περιβάλλουν. Με αυτόν τον τρόπο είναι δύσκολη η διαφοροποίηση και η διάγνωσή τους. Το πρόγραμμα που δημιουργήθηκε κατά την εργασία παρέχει αρχικά σημαντική βοήθεια στην βελτίωση της αντίθεσης των μαστογραφιών, στην εξαγωγή των χαρακτηριστικών της μάζας και έπειτα στην ταξινόμησή τους ως καλοήθεις ή κακοήθεις.

Για λόγους σύγκρισης, οι περιοχές ενδιαφέροντος πρώτα επεξεργάστηκαν από ένα φίλτρο διάμεσης τιμής και έπειτα η τεχνική της ισοστάθμισης του ιστογράμματος χρησιμοποιήθηκε.



Εικόνα 4.1: Αρχική εικόνα (a), εικόνα με χαμηλοπερατό φίλτρο (b) και ενίσχυση μέσω ισοσταθμισμένου ιστογράμματος (c) έχοντας τα ιστογράμματα των εικόνων (d-f) αντίστοιχα [46].

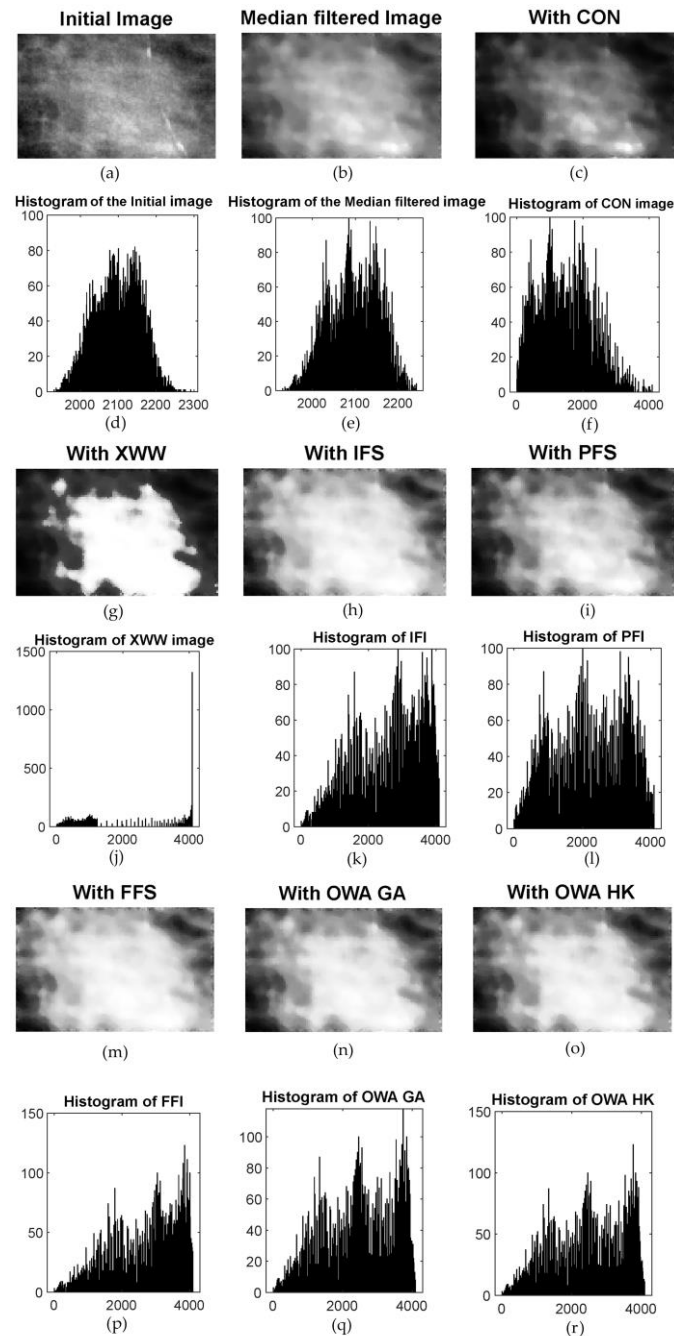
Οι μέθοδοι των προχωρημένων ασαφών συνόλων χρησιμοποιήθηκαν αφού πρώτα στις εικόνες χρησιμοποιήθηκε το φίλτρο διάμεσης τιμής.

Χρησιμοποιώντας τους λεκτικο-διαμορφωτές χρησιμοποιήθηκε ο $\mu_{CON(X)}(u)$ με εκθέτη «2» καθώς οι υψηλές τιμές των εικονοστοιχείων, όπου σε έναν μαστό μας ενδιαφέρουν οι υψηλές τιμές, ενισχύθηκαν και άφηνε το υπόβαθρο σκοτεινό. Η αρχική και επεξεργασμένη εικόνα φαίνεται στην εικ. 4.2(c).

Η επόμενη τεχνική χρησιμοποίησε ως βάση τον λεκτικο-διαμορφωτή CON. Ο λεκτικο-διαμορφωτής Xie Mang Wu δημιούργησε μια εικόνα με τα φωτεινά εικονοστοιχεία να γίνονται λευκά και τα υπόλοιπα εικονοστοιχεία να διασπείρονται στο ιστόγραμμα. Τα αποτελέσματα μπορούν να φανούν στην εικ. 4.2(g). Τα εικονοστοιχεία που γίνοντουσαν άσπρα καθορίζονταν από την παράμετρο «γ».

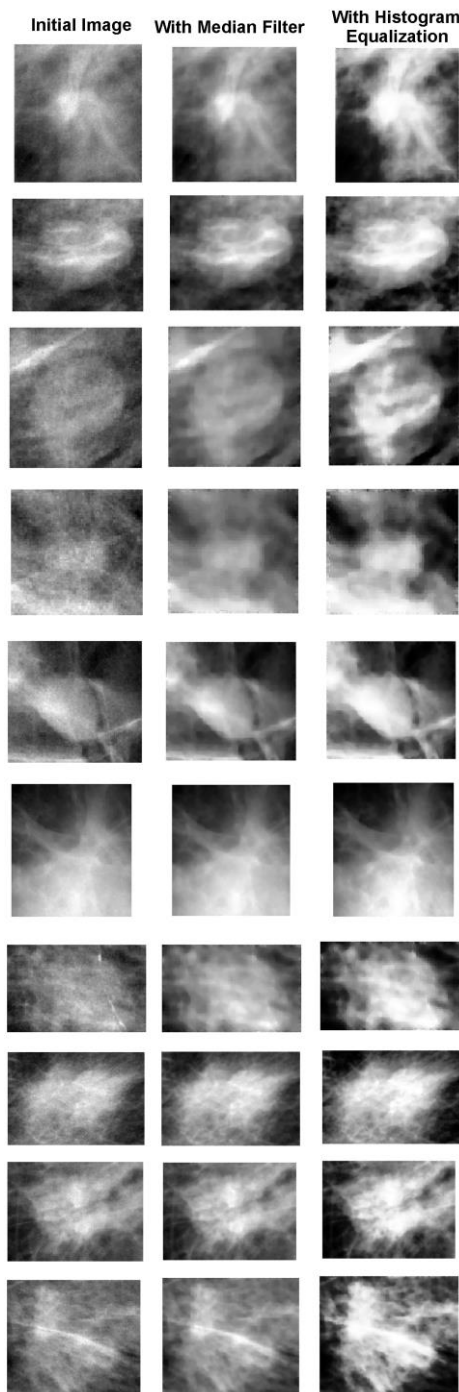
Οι επόμενες τρεις τεχνικές βασίστηκαν σε παρόμοιες συναρτήσεις οι οποίες διέφεραν ελάχιστα μεταξύ τους. Για να βρεθούν τα IFS, PFS και FFS χρησιμοποιήθηκε γενετικός αλγόριθμος όπου γινόταν προσπάθεια ελαχιστοποίησης ή μεγιστοποίησης εντροπιών. Τα αποτελέσματα μπορούν να φανούν στην εικ. 4.2(h), εικ. 4.2(i) και εικ. 4.2(m).

Τέλος, δύο τρόποι ενίσχυσης δημιουργήθηκαν χάρη στους τελεστές OWA. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιήθηκε όλες τις προηγούμενες πέντε τεχνικές ενίσχυσης και βγήκε μία νέα εικόνα χρησιμοποιώντας βάρη στις εισόδους. Κάθε εικονοστοιχείο της νέας εικόνας δημιουργήθηκε από τα σταθμισμένα εικονοστοιχεία της εισόδου. Οι διαφορές μεταξύ της μεθόδου OWA GA και OWA HK είναι η τεχνική με την οποία τα βάρη «w» βρίσκονται. Η μέθοδος OWA GA χρησιμοποιεί γενετικό αλγόριθμο μεγιστοποιώντας μια συνάρτηση, ενώ η μέθοδος OWA HK χρησιμοποιεί τη συνάρτηση που πρότειναν οι Hong και Kim. Η νέες εικόνες που δημιουργούνται μπορούν να φανούν στην εικ. 4.2(n) και εικ. 4.2(o).

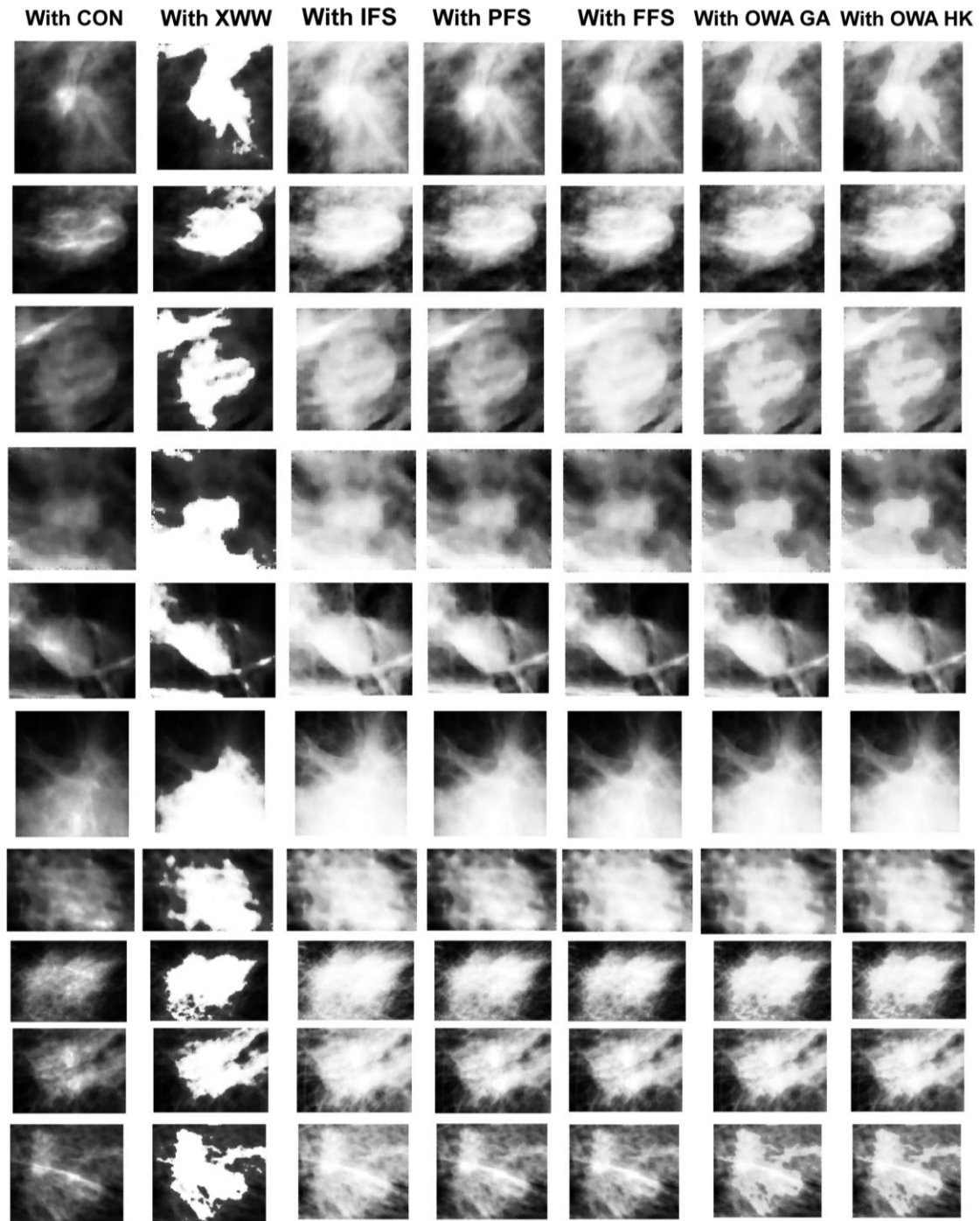


Εικόνα 4.2: Αρχική εικόνα (a), εικόνα με χαμηλοπερατό φίλτρο, (b) ενίσχυση LH-CON (g), ενίσχυση LH-XWW (h), ενίσχυση IFS, ενίσχυση PFS (i), ενίσχυση FFS (m), ενίσχυση OWA-GA (n), ενίσχυση OWA-HK (o). Τα ιστογράμματα των εικόνων (d-f,j-l,p-r) αντίστοιχα [46].

Οι μέθοδοι δοκιμάστηκαν σε ενενήντα επτά περιοχές ενδιαφέροντος που περιείχαν μάζες μαστογραφιών. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στις εικ. 4.3 και 4.4 έχοντας ένα δείγμα δέκα περιοχών ενδιαφέροντος. Στην εικ. 4.3 παρουσιάζονται οι μάζες με τη μέθοδο του ισοσταθμισμένου ιστογράμματος και στην εικ. 4.4 οι υπόλοιπες τεχνικές ενίσχυσης της αντίθεσης. Κάποιες εικόνες έχουν μάζες που είναι εύκολα διαφοροποιημένες από το υπόβαθρο, ενώ άλλες αναμιγνύεται το υπόβαθρο με τη μάζα. Κάθε τεχνική δίνει μια διαφορετική οπτική της μάζας και μπορεί να είναι χρήσιμη η κάθε μία για διαφορετικές εφαρμογές.



Εικόνα 4.3: Από *αριστερά* προς τα *δεξιά* η αρχική εικόνα, η εικόνα χαμηλοπερατού φίλτρο, η εικόνα ισοσταθμισμένου ιστογράμματος και από *πάνω* προς τα *κάτω* δείγμα περιοχών ενδιαφέροντος διαφορετικών μαζών ψηφιακών μαστογραφιών [46].



Εικόνα 4.4: Από **αριστερά** προς τα **δεξιά** διαφορετικές τεχνικές ενίσχυσης της αντίθεσης και από **πάνω** προς τα **κάτω** περιοχές ενδιαφέροντος διαφορετικών μαζών ψηφιακών μαστογραφιών [46].

Τα αποτελέσματα των μεθόδων αξιολογήθηκαν μέσω των δεικτών RMSE, PSNR, SNR, εντροπία, ασάφεια, AME, AMEE, αντίθεση περιοχής και τον Jaccard. Για να γίνουν πιο κατανοητά τα αποτελέσματα, η μέση τιμή των ενενήντα επτά εικόνων για κάθε δείκτη παρουσιάζεται στον πίνακα 4.1.

Πίνακας 4.1: Μέση τιμή των 9 δεικτών για τις τεχνικές ενίσχυσης της αντίθεσης [46].

Δείκτες	Χαμηλ/τό Φίλτρο	Hist-Eq	LH-CON	LH-XWW	IFS	PFS	FFS	OWA-GA	OWA-HK
RMSE	-	1176	1411	1640	1126	1184	1260	1146	1142
PSNR (db)	-	10.89	9.5	8	11.31	10.86	10.43	11.16	11.19
SNR	-	4.16	3.14	2.15	5	4.29	4.43	4.81	4.82
Εντροπία	0.849	0.721	0.692	0.417	0.654	0.695	0.615	0.683	0.686
Ασάφεια	0.632	0.5	0.468	0.234	0.432	0.467	0.398	0.465	0.467
AME	91.56	32.14	28.25	29.79	45.68	36.47	44.97	42.2	42.15
AMEE	0.149	0.332	0.353	0.261	0.31	0.33	0.303	0.32	0.321
Αντίθεση περιοχής	8.54	287.51	164.59	418.51	232.15	238.38	213.02	239.73	238.85
Jaccard	-	0.802	0.586	0.628	0.75	0.839	0.77	0.814	0.816

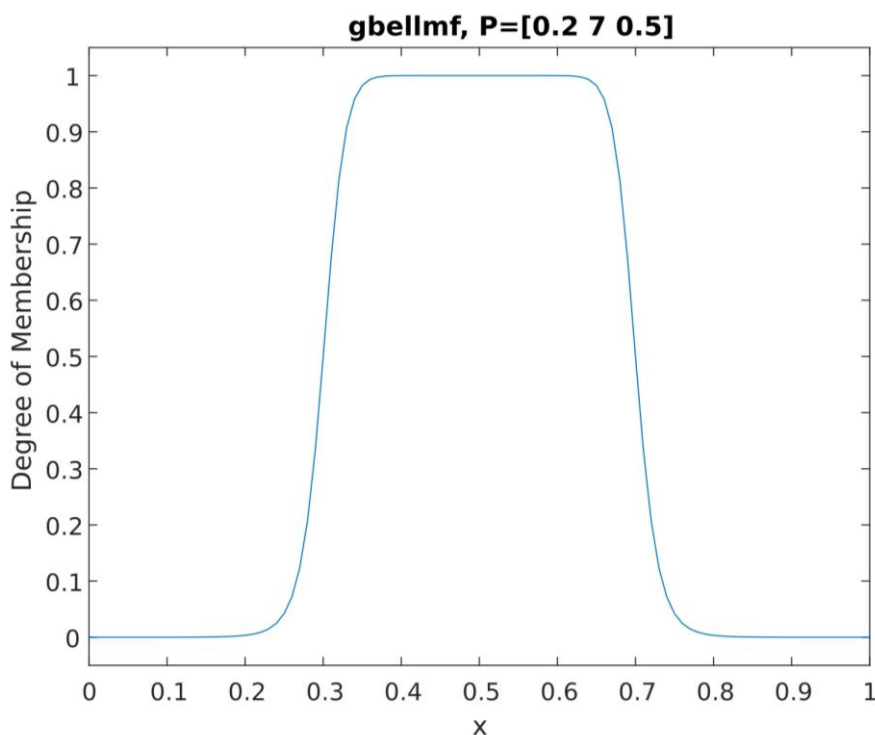
Με βάση τον πίνακα 4.1, η τεχνική IFS είναι τα καλύτερα αποτελέσματα για τους δείκτες RMSE, PSNR, SNR και AME με τιμές 1126, 11.31, 5, και 45.68 αντίστοιχα. Η τεχνική LH-XWW ήταν η καλύτερη όσον αφορά το δείκτη της εντροπίας, ασάφειας και αντίθεση περιοχής με τιμές 0.417, 0.234 και 418.51 αντίστοιχα. Η τεχνική LH-CON ήταν η καλύτερη με βάση τον δείκτη AMEE έχοντας τιμή 0.353 και η τεχνική PFS ήταν η καλύτερη για τον δείκτη Jaccard με τιμή 0.839. Για όλους τους δείκτες, η κλασσική τεχνική του ισοσταθμισμένου ιστογράμματος ήταν ανταγωνιστική αλλά δεν μπόρεσε να είναι η καλύτερη για κάποιο δείκτη.

Στη συνέχεια έγινε η εξαγωγή των αποτελεσμάτων από τους ταξινομητές. Για να γίνει η επεξεργασία και η εξαγωγή χρησιμοποιήθηκε υπολογιστής με τα εξής χαρακτηριστικά: Dell PE 350, CPU: Intel Xeon E-2314 2.8GHz, 8M Cache, DELL Memory 16GB – DDR4 UDIMM 3200MHz, Windows server 2019 standard edition 16 Cores 2VMs. Έπειτα από την ενίσχυση της αντίθεσης με τις προηγούμενες μεθόδους, πραγματοποιήθηκε κατωφλίωση, εξαγωγή χαρακτηριστικών, επιλογή χαρακτηριστικών και ταξινόμηση των μαστογραφιών. Οι τρεις μέθοδοι κατωφλίωσης (ολική, Otsu και ασαφή συστήματα τύπου-2) μπορούν και εξάγουν συνολικά εικοσιμία εικόνες. Αυτές οι εικοσιμία εικόνες μαζί με την αρχική εικόνα βοηθούν στη διαμόρφωση των χαρακτηριστικών που θα εξαχθούν για την εισαγωγή στους ταξινομητές.

Έπειτα από την επεξεργασία μίας εικόνας, η διαδικασίες και οι μέθοδοι που περιεγράφηκαν προηγουμένως θα πρέπει να γίνουν για όλες τις εικόνες που πρόκειται να χρησιμοποιήσει ο ταξινομητής. Με τη βοήθεια του λογισμικού MATLAB αυτή η διαδικασία υλοποιήθηκε με αλγόριθμο. Αυτός ο αλγόριθμος πραγματοποιεί όλες τις μεθόδους και στο τέλος βγάζει για κάθε εικόνα τα εννιά χαρακτηριστικά. Σκοπός είναι αυτά τα χαρακτηριστικά να εισαχθούν στο ταξινομητή και να εξαχθούν τα αποτελέσματά του. Ο αλγόριθμος ομαδοποίησης των δεδομένων δημιουργεί τρεις πίνακες τρισδιάστατους. Η κάθε σειρά του πίνακα αναφέρεται σε μία εικόνα, ενώ η κάθε στήλη του πίνακα σε ένα χαρακτηριστικό. Το βάθος του πίνακα αναφέρεται στη μέθοδο ενίσχυσης της αντίθεσης. Δηλαδή, ο πρώτος πίνακας ενός τρισδιάστατου πίνακα περιέχει τα δέκα χαρακτηριστικά των εικόνων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο λεκτικο-διαμορφωτής CON. Για τον δεύτερο πίνακα τη μέθοδο λεκτικο-διαμορφωτής-XWW, τον τρίτο, τέταρτο και πέμπτο πίνακα, διαισθητικά, πυθαγόρεια και φερμάτεια ασαφή σύνολα αντίστοιχα, έκτο και έβδομο πίνακα, OWA-GA και OWA-HK αντίστοιχα.

Ο πρώτος τρισδιάστατος πίνακας αναφέρεται στη μέθοδο ολικής κατωφλίωσης, ο δεύτερος τρισδιάστατος πίνακας στη μέθοδο Otsu κατωφλίωσης ενώ ο τρίτος τρισδιάστατος πίνακας στη μέθοδο κατωφλίωσης ασαφών συνόλων τύπου-2. Δηλαδή, για τον πρώτο τρισδιάστατο πίνακα, ο πρώτος πίνακας περιέχει τα εννιά χαρακτηριστικά των εικόνων χρησιμοποιώντας τη μέθοδο λεκτικο-διαμορφωτής-CON και η κατωφλίωση πριν την εξαγωγή των χαρακτηριστικών έχει γίνει με τη μέθοδο της ολικής κατωφλίωσης, κ.ο.κ.

Οι ταξινομητές είναι ο K-μέσων, ο FCM και ο ANFIS όπου εισάγονται δύο έως εννιά χαρακτηριστικά, το οποίο εξαρτάται από το συνδυασμό που θα δώσει η εξαντλητική μέθοδος. Για τον ταξινομητή ANFIS στην είσοδο έχουν χρησιμοποιηθεί δύο συναρτήσεις συμμετοχής τύπου «gbell», όπου απεικονίζεται στην εικ. 4.5, και οι κανόνες στην έξοδο είναι σταθερές.



Εικόνα 4.5: Απεικόνιση της συνάρτησης συμμετοχής «gbell».

Τα δεδομένα χωρίστηκαν σε εκπαίδευσης και δοκιμής. Για τα δεδομένα εκπαίδευσης το 70% των συνολικών δεδομένων χρησιμοποιήθηκε, ενώ για τα δεδομένα της δοκιμής το 30%. Ο κάθε ταξινομητής αρχικά εκπαιδεύτηκε και στη συνέχεια δοκιμάστηκε ώστε να βρουν οι δείκτες επίδοσής του. Τα δεδομένα βγαίνουν με τυχαίο τρόπο. Η επίδοση των ταξινομητών δοκιμαζόταν σύμφωνα με την ακρίβεια. Η διαδικασία ταξινόμησης έγινε δέκα φορές για τον κάθε ταξινομητή, ώστε να υπάρχει στατιστική ακρίβεια, και τα αποτελέσματα είναι ο μέσος όρος των δέκα δοκιμών. Οι ακόλουθοι πίνακες (πίνακας 4.2, πίνακας 4.3 και πίνακας 4.4) παρουσιάζουν τα αποτελέσματα. Ο πίνακας 4.2 παρουσιάζει τα αποτελέσματα για τη μέθοδο ολικής κατωφλίωσης, ο πίνακας 4.3 για τη μέθοδο Otsu και ο πίνακας 4.4 για τη μέθοδο ασαφών συνόλων τύπου-2. Για κάθε γραμμή, η πρώτη υπογραμμή αναφέρεται στη μέθοδο ταξινόμησης K-μέσων, η δεύτερη υπογραμμή στον FCM και η Τρίτη στον ANFIS.

Πίνακας 4.2: Δείκτες απόδοσης ολικής κατωφλίωσης.

Μέθοδοι ενίσχυσης		Ακρίβεια %	Ευαισθησία %	Ειδικότητα %	Τιμή F1 %	AUC
LH-CON	Κ-μέσων	83.79	61	91.46	64.61	-
	FCM	93.79	76.84	98.3	82	0.86
	ANFIS	92.07	71.12	98.68	79.91	0.83
LH-XWW	Κ-μέσων	87.59	74.94	92.73	77.2	-
	FCM	94.14	79.44	98.21	85.27	0.84
	ANFIS	93.45	84.19	96.37	85.47	0.88
IFS	Κ-μέσων	81.38	76.54	83.1	70.58	-
	FCM	92.41	78.77	96.88	82.9	0.87
	ANFIS	92.07	71.5	96.78	78.46	0.81
PFS	Κ-μέσων	80.34	67.34	85.45	65.26	-
	FCM	92.41	72.9	96.98	77.87	0.8
	ANFIS	93.45	82.6	97.22	86.33	0.86
FFS	Κ-μέσων	86.9	77.68	90.11	77.39	-
	FCM	95.17	83.35	98.2	86.98	0.91
	ANFIS	93.79	80.61	97.75	83.75	0.85
OWA-GA	Κ-μέσων	83.79	77.72	85.05	70.61	-
	FCM	91.38	74.14	96.04	77.4	0.82
	ANFIS	92.07	64.39	98.77	74.76	0.75
OWA-HK	Κ-μέσων	84.83	69.36	90.77	71.39	-
	FCM	92.76	73.98	97	77.83	0.81
	ANFIS	92.41	63.95	99.07	75.57	0.76

Πίνακας 4.3: Δείκτες απόδοσης κατωφλίωσης Otsu.

Μέθοδοι ενίσχυσης		Ακρίβεια %	Ευαισθησία %	Ειδικότητα %	Τιμή F1 %	AUC
LH-CON	Κ-μέσων	86.55	79.03	88.7	75.78	-
	FCM	92.76	82.89	96	83.89	0.9
	ANFIS	91.03	61.53	98.21	72.17	0.73
LH-XWW	Κ-μέσων	87.24	66.92	93.11	69.24	-
	FCM	95.17	88.41	97.32	89.42	0.91
	ANFIS	90.69	72.34	96.02	76.09	0.8
IFS	Κ-μέσων	80.34	65.31	85.01	63.76	-
	FCM	92.76	73.79	97.81	79.39	0.83
	ANFIS	91.03	67.63	96.43	73.76	0.77
PFS	Κ-μέσων	81.38	70.09	83.74	64.25	-
	FCM	92.76	73.96	97.01	79.74	0.79
	ANFIS	93.1	80.26	97.59	85.98	0.86
FFS	Κ-μέσων	80.69	74.41	83.59	65.43	-
	FCM	91.38	74.06	97.07	81.12	0.8
	ANFIS	92.07	69.26	97.82	76.77	0.75
OWA-GA	Κ-μέσων	81.03	82.45	79.64	73.22	-
	FCM	92.07	79.83	95.9	82.29	0.87
	ANFIS	92.41	64.79	98.71	75.39	0.77
OWA-HK	Κ-μέσων	78.62	43.31	89.66	45.84	-
	FCM	92.76	74.82	97.3	81.64	0.84
	ANFIS	92.41	70.25	98.67	79.83	0.83

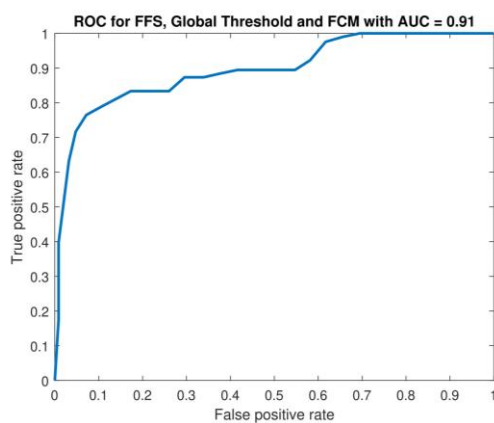
Πίνακας 4.4: Δείκτες απόδοσης κατωφλίωσης ασαφών συνόλων τύπου-2.

Μέθοδοι ενίσχυσης		Ακρίβεια %	Ευαισθησία %	Ειδικότητα %	Τιμή F1 %	AUC
LH-CON	Κ-μέσων	86.55	63.68	93.15	64.81	-
	FCM	92.41	73.73	97.29	79.96	0.84
	ANFIS	90.34	72.07	95.28	76.8	0.82
LH-XWW	Κ-μέσων	89.31	70.05	96.37	76.44	-
	FCM	94.14	83.54	96.99	83.67	0.89
	ANFIS	91.72	79.39	95.35	81.34	0.86
IFS	Κ-μέσων	82.41	70.71	87.08	65.66	-
	FCM	91.72	69.89	97.29	77.46	0.81
	ANFIS	90.69	67.89	95.88	73.19	0.75
PFS	Κ-μέσων	82.41	76.27	85.51	72.46	-
	FCM	93.45	73.59	97.87	79.84	0.82
	ANFIS	92.07	82.52	95.26	83.71	0.86
FFS	Κ-μέσων	85.86	73.26	91.05	74.87	-
	FCM	91.72	81.19	94.69	82.36	0.84
	ANFIS	92.07	75.15	96.21	76.49	0.83
OWA-GA	Κ-μέσων	85.17	83.97	84.98	77.77	-
	FCM	92.76	84.71	94.51	82.83	0.87
	ANFIS	90.69	70.96	95.74	73.54	0.79
OWA-HK	Κ-μέσων	85.17	70.63	91.07	69.6	-
	FCM	93.1	84.79	96.3	86.22	0.88
	ANFIS	90.69	66.23	98.26	76.48	0.76

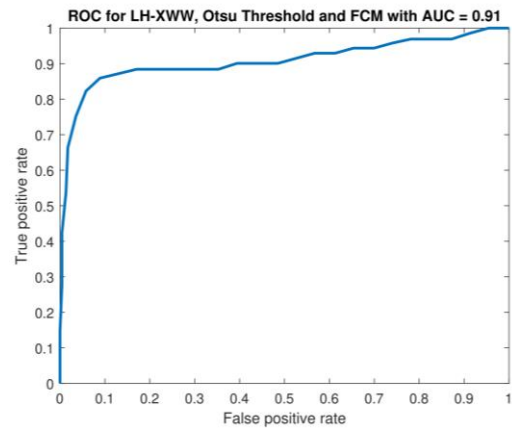
Σύμφωνα με τον πίνακα 4.2 η μέθοδος αντίθεσης FFS με την ολική κατωφλίωση και τον ταξινομητή FCM έχει ακρίβεια 95.17%, τιμή F1 86.98% και AUC 0.91 (η καμπύλη ROC στην εικ. 4.6 (α)).

Σύμφωνα με τον πίνακα 4.3 η μέθοδος αντίθεσης LH-XWW με την κατωφλίωση Otsu και τον ταξινομητή FCM έχει ακρίβεια 95.17%, τιμή F1 89.42% και AUC 0.91 (η καμπύλη ROC στην εικ. 4.6 (β)).

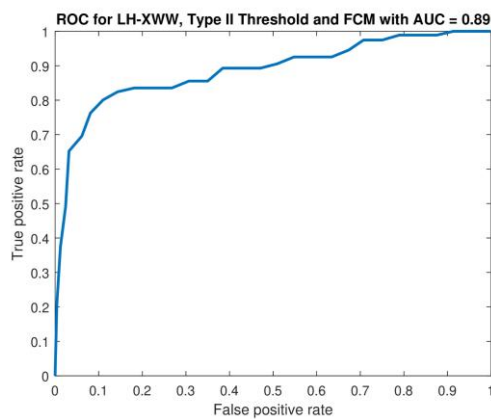
Σύμφωνα με τον πίνακα 4.4 η μέθοδος αντίθεσης LH-XWW με την κατωφλίωση ασαφών συνόλων τύπου-2 και τον ταξινομητή FCM έχει ακρίβεια 94.14%, και AUC 0.89 (η καμπύλη ROC στην εικ. 4.6 (γ)). Την καλύτερη τιμή F1 για την κατωφλίωση τύπου-2 την έχει η μέθοδος ενίσχυσης OWA-HK με τον ταξινομητή FCM και τιμή F1 86.22% (η καμπύλη ROC στην εικ. 4.6 (δ)).



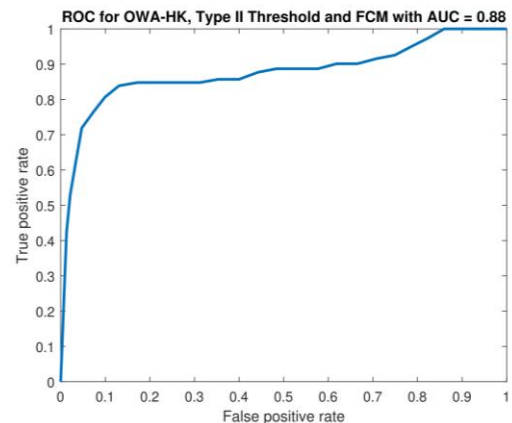
(α)



(β)



(γ)



(δ)

Εικόνα 4.6: Μέση τιμή καμπύλων ROC 10 επαναλήψεων για τους συνδυασμούς που έφεραν τα καλύτερα αποτελέσματα. **(α)** ενίσχυση FFS, ολική κατωφλίωση, ταξινομητής FCM με ακρίβεια 95.17%, τιμή F1 86.98%, AUC 0.91, **(β)** ενίσχυση LH-XWW, κατωφλίωση Otsu, ταξινομητής FCM με ακρίβεια 95.17%, τιμή F1 89.42%, AUC 0.91, **(γ)** ενίσχυση LH-XWW, κατωφλίωση Otsu, ταξινομητής FCM με ακρίβεια 94.14%, AUC 0.89, **(δ)** ενίσχυση OWA-HK, κατωφλίωση τύπου-2, ταξινομητής FCM με τιμή F1 86.22%.

Οι καλύτερες επιδόσεις πραγματοποιήθηκαν με τον ταξινομητή FCM. Την υψηλότερη ακρίβεια και δείκτη AUC την είχε η μέθοδος ενίσχυσης FFS με ολική κατωφλίωση και ταξινομητή FCM και η μέθοδος ενίσχυσης LH-XWW με κατωφλίωση Otsu και ταξινομητή FCM. Ο δεύτερος συνδυασμός είχε μεγαλύτερη τιμή F1. Τα προηγμένα ασαφή σύνολα (IFS, PFS, και FFS) έδωσαν ικανοποιητικά αποτελέσματα, κυρίως με τις μεθόδους ολικής κατωφλίωσης και Otsu.

5. Συζήτηση & Συμπεράσματα

Όλες οι τεχνικές που παρουσιάστηκαν έχουν την ικανότητα να χρησιμοποιηθούν για τη διαδικασία της βελτίωσης της αντίθεσης των εικόνων. Με βάση τα RMSE, PSNR, SNR και AME, συνολικά η καλύτερη τεχνική είναι η IFS. Η κάθε τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για διαφορετικά προβλήματα ανάλογα με τον σκοπό που εκτελείται. Η τεχνική OWA θα μπορούσε να παρέχει καλής ποιότητας χαρακτηριστικά λόγω της συγχώνευσης των εικόνων που πραγματοποιεί. Η LH-XWW μπορεί να εξάγει εικόνες που βοηθούν στην αναγνώριση μαζών χωρίς πυκνό ιστό υποβάθρου. Η κλασσική μέθοδος ισοστάθμισης ιστογράμματος προτάθηκε ως μια απλή μέθοδος για την ενίσχυση των ψηφιακών εικόνων. Η μέθοδος της ισοστάθμισης ιστογράμματος παρέχει σημαντικά αποτελέσματα, αλλά κάποιες από τις προτεινόμενες ασαφείς τεχνικές υπερτερούν της κλασσικής μεθόδου. Όταν χρησιμοποιείται ο δείκτης RMSE ως κριτήριο, η ισοστάθμιση ιστογράμματος δίνει καλά αποτελέσματα. Οι IFS, OWA-HK και OWA-GA υπερτερούν έναντι της ισοστάθμισης ιστογράμματος. Επίσης, σύμφωνα με το δείκτη PSNR, οι τεχνικές IFS, OWA-HK και OWA-GA υπερτερούν της τεχνικής της ισοστάθμισης ιστογράμματος στην ενίσχυση της εικόνας και στη μείωση του θορύβου της εικόνας. Τα προηγμένα ασαφή σύνολα δημιουργούν εικόνες πιο κατάλληλες για οπτική αξιολόγηση και επεξεργασία με υπολογιστή, βελτιώνουν τα περιγράμματα της μάζας και αποφεύγουν τον αυξημένο θόρυβο λόγω της συμμετοχής, μη συμμετοχής και της απροσδιοριστίας.

Οι ταξινομητές FCM και ANFIS είχαν τα καλύτερα αποτελέσματα σε σύγκριση με τον ταξινομητή K-μέσων. Ο καλύτερος συνδυασμός μεθόδων ήταν η μέθοδος ενίσχυσης LH-XWW με τη μέθοδο κατωφλίωσης Otsu και τον ταξινομητή FCM έχοντας ακρίβεια 95.17%, τιμή F1 89.42% και AUC 0.91. Δεύτερος καλύτερος συνδυασμός ήταν η μέθοδος ενίσχυσης FFS με ολική κατωφλίωση και ταξινομητή FCM. Ο κλασσικός ταξινομητής K-μέσων είναι μία απλή μέθοδος για την ταξινόμηση δεδομένων αλλά οι άλλοι δύο ταξινομητές είχαν κάθε φορά καλύτερα αποτελέσματα. Παρόλο που η μέθοδος κατωφλίωσης Otsu παρουσιάζεται σε μια εναλλακτική μέθοδο κατωφλίωσης με μέτρια αποτελέσματα, σε αυτήν την εργασία είχε υψηλά αποτελέσματα με τον συνδυασμό των μεθόδων που υπήρξαν.

Τα περισσότερα συστήματα ιατρικής απεικόνισης, συμπεριλαμβανομένης της μαστογραφίας, απαιτούν ενίσχυση της αντίθεσης για τη βελτίωση της αντίληψης και της διάγνωσης. Οι οπτικά βελτιστοποιημένες εικόνες βοηθούν τους γιατρούς να ταξινομήσουν τα μαστογραφικά ευρήματα και να λαμβάνουν αποφάσεις. Στην παρούσα εργασία, αξιολογήθηκαν διάφορες τεχνικές βελτίωσης αντίθεσης για την ενίσχυση μαστογραφικών μαζών με διαφορετική αντίθεση μεταξύ της μάζας και του υποβάθρου της μάζας. Εφαρμόστηκαν τα προηγμένα ασαφή σύνολα ως μέθοδο βελτίωσης της αντίθεσης εικόνας και χρησιμοποιήθηκε ο τελεστής OWA για να δημιουργηθεί μια εικόνα που συνδυάζει όλες τις μεθόδους ασαφούς βελτίωσης. Επιπλέον, έγινε ενίσχυση της αντίθεσης με τη χρήση του ισοσταθμισμένου ιστογράμματος και δύο διαφορετικούς λεκτικο-διαμορφωτές (CON και XWW). Όταν συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα, το IFS υπερέιχε των άλλων μεθόδων σχεδόν σε όλες τις μετρήσεις. Το FFS έδειξε παρόμοια αποτελέσματα με το IFS. Σε γενικές γραμμές, η ασαφής επεξεργασία εικόνας έδειξε καλύτερα αποτελέσματα από την τυπική ισοστάθμιση ιστογράμματος.

Η ταξινόμηση των μαστογραφικών μαζών ως καλοήθεις ή κακοήθεις εξαρτάται από την εμπειρία του ακτινολόγου και τους περιορισμούς που μπορεί να έχει μια μαστογραφία. Ως εκ τούτου, κάθε χρόνο διενεργείται μεγάλος αριθμός βιοψιών για τη

διάγνωση του καρκίνου του μαστού και μόνο το 20% περίπου από αυτών είναι θετικές [87]. Ο τομέας της αυτοματοποιημένης ανίχνευσης καρκινικών μαζών είναι ένα καλά μελετημένο επιστημονικό θέμα. Όμως, υπάρχουν ακόμη περιθώρια βελτίωσης. Το προτεινόμενο ευφυές σύστημα, το οποίο βασίζεται σε προηγμένα ασαφή σύνολα και τη σύντηξή τους, παρέχει σταθερή απόδοση, με ακρίβεια ταξινόμησης άνω του 90%, ανεξάρτητα της τεχνικής ενίσχυσης της αντίθεσης ή της κατωφλίωσης.

Η δημιουργία ενός αυτόματου διαγνωστικού συστήματος το οποίο να μπορεί να αναγνωρίζει με υψηλή ακρίβεια αν μια μάζα μαστού είναι καλοήθης ή κακοήθης έχει σημαντική χρήση. Η εργασία αυτή αφήνει χώρο για τη βελτίωση του ποσοστού των αποτελεσμάτων μέσω της βελτιστοποίησης των τεχνικών που χρησιμοποιήθηκαν και της αύξησης της βάσης δεδομένων, και τη χρήση άλλου επιλογέα χαρακτηριστικών.

6. Αναφορές - Πηγές

- [1] M. Arnold *et al.*, “Current and future burden of breast cancer: Global statistics for 2020 and 2040,” *The Breast*, vol. 66, pp. 15–23, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.breast.2022.08.010.
- [2] R. L. Siegel, K. D. Miller, N. S. Wagle, and A. Jemal, “Cancer statistics, 2023,” *CA A Cancer J Clinicians*, vol. 73, no. 1, pp. 17–48, Jan. 2023, doi: 10.3322/caac.21763.
- [3] H. R. Tizhoosh, “Fuzzy Image Enhancement: An Overview,” in *Fuzzy Techniques in Image Processing*, E. E. Kerre and M. Nachttegael, Eds., in *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, vol. 52. Heidelberg: Physica-Verlag HD, 2000, pp. 137–171. doi: 10.1007/978-3-7908-1847-5_5.
- [4] S. K. Pal and R. A. King, “Image enhancement using smoothing with fuzzy sets,” *IEEE TRANS. SYS., MAN, AND CYBER.*, vol. 11, no. 7, pp. 494–501, 1981.
- [5] T. Chaira, *Medical image processing: advanced fuzzy set theoretic techniques*. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2015.
- [6] T. Chaira, “Enhancement of medical images in an Atanassov’s intuitionistic fuzzy domain using an alternative intuitionistic fuzzy generator with application to image segmentation,” *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, vol. 27, no. 3, pp. 1347–1359, 2014, doi: 10.3233/IFS-131102.
- [7] H. Deng, X. Sun, M. Liu, C. Ye, and X. Zhou, “Image enhancement based on intuitionistic fuzzy sets theory,” *IET Image Processing*, vol. 10, no. 10, pp. 701–709, Oct. 2016, doi: 10.1049/iet-ipr.2016.0035.
- [8] D. C. Lepcha, B. Goyal, A. Dogra, K. P. Sharma, and D. N. Gupta, “A deep journey into image enhancement: A survey of current and emerging trends,” *Information Fusion*, vol. 93, pp. 36–76, May 2023, doi: 10.1016/j.inffus.2022.12.012.
- [9] S. S. Agaian, B. Silver, and K. A. Panetta, “Transform Coefficient Histogram-Based Image Enhancement Algorithms Using Contrast Entropy,” *IEEE Trans. on Image Process.*, vol. 16, no. 3, pp. 741–758, Mar. 2007, doi: 10.1109/TIP.2006.888338.
- [10] M. Rebolj, V. Assi, A. Brentnall, D. Parmar, and S. W. Duffy, “Addition of ultrasound to mammography in the case of dense breast tissue: systematic review and meta-analysis,” *Br J Cancer*, vol. 118, no. 12, pp. 1559–1570, Jun. 2018, doi: 10.1038/s41416-018-0080-3.
- [11] R. Maini and H. Aggarwal, “A Comprehensive Review of Image Enhancement Techniques,” 2010, doi: 10.48550/ARXIV.1003.4053.
- [12] Α. Ντούνης, *Βασικές Αρχές Υπολογιστικής Νοημοσύνης, Ασαφής, Νευρωνική και Εξελικτική Υπολογιστική, Μια Προσέγγιση στη Μηχανική Νοημοσύνη.*, Υπό έκδοση. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις 2023, 2023.
- [13] J. Xie, H. Wang, and D. Wu, “Adaptive Image Steganography Using Fuzzy Enhancement and Grey Wolf Optimizer,” *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 30, no. 11, pp. 4953–4964, Nov. 2022, doi: 10.1109/TFUZZ.2022.3164791.
- [14] N. Otsu, “A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms,” *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 9, no. 1, pp. 62–66, Jan. 1979, doi: 10.1109/TSMC.1979.4310076.
- [15] O. Basir, H. Zhu, and F. Karray, “Fuzzy Based Image Segmentation,” in *Fuzzy Filters for Image Processing*, M. Nachttegael, D. Van Der Weken, E. E. Kerre, and D. Van De Ville, Eds., in *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, vol. 122. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2003, pp. 101–128. doi: 10.1007/978-3-540-36420-7_5.
- [16] C. L. Chowdhary, M. Mittal, K. P., P. A. Pattanaik, and Z. Marszalek, “An Efficient Segmentation and Classification System in Medical Images Using Intuitionist Possibilistic Fuzzy C-Mean Clustering and Fuzzy SVM Algorithm,” *Sensors*, vol. 20, no. 14, p. 3903, Jul. 2020, doi: 10.3390/s20143903.
- [17] E. Szmidt and J. Kacprzyk, “Intuitionistic Fuzzy Sets in Some Medical Applications,” in *Computational Intelligence. Theory and Applications*, B. Reusch, Ed., in *Lecture Notes in*

- Computer Science, vol. 2206. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2001, pp. 148–151. doi: 10.1007/3-540-45493-4_19.
- [18] T. Senapati and R. R. Yager, “Fermatean fuzzy sets,” *J Ambient Intell Human Comput*, vol. 11, no. 2, pp. 663–674, Feb. 2020, doi: 10.1007/s12652-019-01377-0.
- [19] E. Szmidi, “Remarks on some applications of intuitionistic fuzzy sets in decision making,” vol. 6, no. 3, pp. 22–31, 1996, Accessed: Aug. 12, 2023. [Online]. Available: https://ifigenia.org/wiki/Issue:Remarks_on_some_applications_of_intuitionistic_fuzzy_sets_in_decision_making
- [20] T. Chaira, *Fuzzy Set and Its Extension: The Intuitionistic Fuzzy Set*, 1st ed. Wiley, 2019. doi: 10.1002/9781119544203.
- [21] H. Garg, *Pythagorean Fuzzy Sets: Theory and Applications*. Springer Nature, 2021.
- [22] R. R. Yager, “Pythagorean fuzzy subsets,” in *2013 Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting (IFSA/NAFIPS)*, Edmonton, AB, Canada: IEEE, Jun. 2013, pp. 57–61. doi: 10.1109/IFSA-NAFIPS.2013.6608375.
- [23] R. R. Yager, “Families of OWA operators,” *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 59, no. 2, pp. 125–148, Oct. 1993, doi: 10.1016/0165-0114(93)90194-M.
- [24] R. R. Yager, J. Kacprzyk, and G. Beliakov, “Recent developments in the ordered weighted averaging operators: theory and practice,” 2011.
- [25] J. Nayak, B. Naik, and H. S. Behera, “Fuzzy C-Means (FCM) Clustering Algorithm: A Decade Review from 2000 to 2014,” in *Computational Intelligence in Data Mining - Volume 2*, L. C. Jain, H. S. Behera, J. K. Mandal, and D. P. Mohapatra, Eds., in Smart Innovation, Systems and Technologies, vol. 32. New Delhi: Springer India, 2015, pp. 133–149. doi: 10.1007/978-81-322-2208-8_14.
- [26] C. Budayan, I. Dikmen, and M. T. Birgonul, “Comparing the performance of traditional cluster analysis, self-organizing maps and fuzzy C-means method for strategic grouping,” *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 9, pp. 11772–11781, Nov. 2009, doi: 10.1016/j.eswa.2009.04.022.
- [27] M. Sharma, “Artificial Neural Network Fuzzy Inference System (ANFIS) For Brain Tumor Detection,” 2012, doi: 10.48550/ARXIV.1212.0059.
- [28] E. D. Übeyli, “Adaptive Neuro-Fuzzy Inference Systems for Automatic Detection of Breast Cancer,” *J Med Syst*, vol. 33, no. 5, pp. 353–358, Oct. 2009, doi: 10.1007/s10916-008-9197-x.
- [29] T. V. Padmavathy, M. N. Vimalkumar, and D. S. Bhargava, “Adaptive clustering based breast cancer detection with ANFIS classifier using mammographic images,” *Cluster Comput*, vol. 22, no. S6, pp. 13975–13984, Nov. 2019, doi: 10.1007/s10586-018-2160-9.
- [30] R. Ramani, N. S. Vanitha, and S. Valarmathy, “The Pre-Processing Techniques for Breast Cancer Detection in Mammography Images,” *IJIGSP*, vol. 5, no. 5, pp. 47–54, Apr. 2013, doi: 10.5815/ijigsp.2013.05.06.
- [31] S. K.U and G. R. S, “Objective Quality Assessment of Image Enhancement Methods in Digital Mammography - A Comparative Study,” *SIPIJ*, vol. 7, no. 4, pp. 01–13, Aug. 2016, doi: 10.5121/sipij.2016.7401.
- [32] M. Langarizadeh, R. Mahmud, A. R. Ramli, S. Napis, M. R. Beikzadeh, and W. E. Z. W. A. Rahman, “Improvement of digital mammogram images using histogram equalization, histogram stretching and median filter,” *Journal of Medical Engineering & Technology*, vol. 35, no. 2, pp. 103–108, Feb. 2011, doi: 10.3109/03091902.2010.542271.
- [33] Z. Wang, G. Yu, Y. Kang, Y. Zhao, and Q. Qu, “Breast tumor detection in digital mammography based on extreme learning machine,” *Neurocomputing*, vol. 128, pp. 175–184, Mar. 2014, doi: 10.1016/j.neucom.2013.05.053.
- [34] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets,” *Information and Control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, Jun. 1965, doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.

- [35] L. A. Zadeh, "Fuzzy algorithms," *Information and Control*, vol. 12, no. 2, pp. 94–102, 1968.
- [36] R. Premalatha and P. Dhanalakshmi, "Enhancement and segmentation of medical images through pythagorean fuzzy sets-An innovative approach," *Neural Comput & Applic*, vol. 34, no. 14, pp. 11553–11569, Jul. 2022, doi: 10.1007/s00521-022-07043-5.
- [37] V. N. Huynh, T. B. Ho, and Y. Nakamori, "A parametric representation of linguistic hedges in Zadeh's fuzzy logic," *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 30, no. 3, pp. 203–223, Sep. 2002, doi: 10.1016/S0888-613X(02)00075-0.
- [38] J. R. Jebadass and P. Balasubramaniam, "Low light enhancement algorithm for color images using intuitionistic fuzzy sets with histogram equalization," *Multimed Tools Appl*, vol. 81, no. 6, pp. 8093–8106, Mar. 2022, doi: 10.1007/s11042-022-12087-9.
- [39] M. O. Shabani and A. Mazahery, "Application of GA to optimize the process conditions of Al Matrix nano-composites," *Composites Part B: Engineering*, vol. 45, no. 1, pp. 185–191, Feb. 2013, doi: 10.1016/j.compositesb.2012.07.045.
- [40] R. R. Yager, "On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. 18, no. 1, pp. 183–190, Feb. 1988, doi: 10.1109/21.87068.
- [41] J. Medina and R. R. Yager, "OWA operators with functional weights," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 414, pp. 38–56, Jul. 2021, doi: 10.1016/j.fss.2020.06.013.
- [42] A. Emrouznejad and M. Marra, "Ordered Weighted Averaging Operators 1988-2014: A Citation-Based Literature Survey: ORDERED WEIGHTED AVERAGING OPERATORS," *Int. J. Intell. Syst.*, vol. 29, no. 11, pp. 994–1014, Nov. 2014, doi: 10.1002/int.21673.
- [43] I. Á. Harmati, R. Fullér, and I. Felde, "On stability of maximal entropy OWA operator weights," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 448, pp. 145–156, Nov. 2022, doi: 10.1016/j.fss.2022.01.003.
- [44] M. F. Khan, X. Ren, and E. Khan, "Semi dynamic fuzzy histogram equalization," *Optik*, vol. 126, no. 21, pp. 2848–2853, Nov. 2015, doi: 10.1016/j.ijleo.2015.07.036.
- [45] S. S. Bagade and V. K. Shandilya, "Use of histogram equalization in image processing for image enhancement," *International Journal of Software Engineering Research & Practices*, vol. 1, no. 2, pp. 6–10, 2011.
- [46] A. Dounis, A.-N. Avramopoulos, and M. Kallergi, "Advanced Fuzzy Sets and Genetic Algorithm Optimizer for Mammographic Image Enhancement," *Electronics*, vol. 12, no. 15, p. 3269, Jul. 2023, doi: 10.3390/electronics12153269.
- [47] A. Termini and S. Luca, "A definition of non probabilistic entropy in the setting of fuzzy set theory," *Information and control*, vol. 20, pp. 301–312, 1972.
- [48] A. Kaufmann and M. Gupta, "Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. Electrical," *Computer Science and Engineering Series. Van Nostrand Reinhold Company, New York*, 1985.
- [49] A. E. Hassanien and J. M. Ali, "A Fuzzy-Rule Based Algorithm for Contrast Enhancement of Mammograms Breast Masses," presented at the 4th WSEAS International Conference Information Science, communication and application, 2004.
- [50] H. D. Cheng and H. Xu, "A novel fuzzy logic approach to mammogram contrast enhancement," *Information Sciences*, vol. 148, no. 1–4, pp. 167–184, Dec. 2002, doi: 10.1016/S0020-0255(02)00293-1.
- [51] K. T. Atanassov, "Intuitionistic fuzzy sets," *Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland)*, vol. 20, pp. 87–96, 1986.
- [52] Y. He and Y. Deng, "New ordinal relative fuzzy entropy," 2021.
- [53] R. K. Hapsari, M. I. Utoyo, R. Rulaningtyas, and H. Suprajitno, "Comparison of Histogram Based Image Enhancement Methods on Iris Images," *J. Phys.: Conf. Ser.*, vol. 1569, no. 2, p. 022002, Jul. 2020, doi: 10.1088/1742-6596/1569/2/022002.

- [54] M. Saruchi, "Comparative Study of Different Image Enhancement Techniques," *International Journal of Computers & Technology*, vol. 2, no. 3, 2012.
- [55] P. Prajapati, Z. Narmawala, N. P. Darji, S. M. Moorthi, and R. Ramakrishnan, "Evaluation of Perceptual Contrast and Sharpness Measures for Meteorological Satellite Images," *Procedia Computer Science*, vol. 57, pp. 17–24, 2015, doi: 10.1016/j.procs.2015.07.358.
- [56] K. Panetta, A. Samani, and S. Agaian, "Choosing the Optimal Spatial Domain Measure of Enhancement for Mammogram Images," *International Journal of Biomedical Imaging*, vol. 2014, pp. 1–8, 2014, doi: 10.1155/2014/937849.
- [57] B. Singh and M. Kaur, "An Approach for Enhancement of Microcalcifications in Mammograms," *J. Med. Biol. Eng.*, vol. 37, no. 4, pp. 567–579, Aug. 2017, doi: 10.1007/s40846-017-0276-7.
- [58] J. Tang, X. Liu, and Q. Sun, "A Direct Image Contrast Enhancement Algorithm in the Wavelet Domain for Screening Mammograms," *IEEE J. Sel. Top. Signal Process.*, vol. 3, no. 1, pp. 74–80, Feb. 2009, doi: 10.1109/JSTSP.2008.2011108.
- [59] L. da F. Costa, "Further Generalizations of the Jaccard Index," 2021, doi: 10.48550/ARXIV.2110.09619.
- [60] D. Amirkhani and A. Bastanfard, "An objective method to evaluate exemplar-based inpainted images quality using Jaccard index," *Multimed Tools Appl*, vol. 80, no. 17, pp. 26199–26212, Jul. 2021, doi: 10.1007/s11042-021-10883-3.
- [61] H. Deng, W. Deng, X. Sun, M. Liu, C. Ye, and X. Zhou, "Mammogram Enhancement Using Intuitionistic Fuzzy Sets," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 64, no. 8, pp. 1803–1814, Aug. 2017, doi: 10.1109/TBME.2016.2624306.
- [62] J. Yousefi, "Image binarization using Otsu thresholding algorithm," *Ontario, Canada: University of Guelph*, vol. 10, 2011.
- [63] X. Xu, S. Xu, L. Jin, and E. Song, "Characteristic analysis of Otsu threshold and its applications," *Pattern Recognition Letters*, vol. 32, no. 7, pp. 956–961, May 2011, doi: 10.1016/j.patrec.2011.01.021.
- [64] MathWorks, "MATLAB for Artificial Intelligence." <https://www.mathworks.com/> (accessed Aug. 08, 2023).
- [65] H. R. Tizhoosh, "Image thresholding using type II fuzzy sets," *Pattern Recognition*, vol. 38, no. 12, pp. 2363–2372, Dec. 2005, doi: 10.1016/j.patcog.2005.02.014.
- [66] P. Mohanaiah, P. Sathyanarayana, and L. GuruKumar, "Image Texture Feature Extraction Using GLCM Approach," *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 3, no. 5, pp. 290–294, May 2013, Accessed: Jul. 16, 2023. [Online]. Available: <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=e3c9c7d735c1fd8319e34fd3db37973c44802a68#page=291>
- [67] R. Kalam, C. Thomas, and M. A. Rahiman, "Brain tumor detection in MRI images using Adaptive-ANFIS classifier with segmentation of tumor and edema," *Soft Comput*, vol. 27, no. 5, pp. 2279–2297, Mar. 2023, doi: 10.1007/s00500-022-07687-4.
- [68] E. Hossain and M. A. Rahaman, "Bone Cancer Detection & Classification Using Fuzzy Clustering & Neuro Fuzzy Classifier," in *2018 4th International Conference on Electrical Engineering and Information & Communication Technology (ICEEICT)*, Dhaka, Bangladesh: IEEE, Sep. 2018, pp. 541–546. doi: 10.1109/CEEICT.2018.8628164.
- [69] W. Li, C. Lu, and J. Zhang, "A lower envelope Weber contrast detection algorithm for steel bar surface pit defects," *Optics & Laser Technology*, vol. 45, pp. 654–659, Feb. 2013, doi: 10.1016/j.optlastec.2012.05.016.
- [70] E. Peli, "Contrast in complex images," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 7, no. 10, p. 2032, Oct. 1990, doi: 10.1364/JOSAA.7.002032.
- [71] S. K. Pal and A. Rosenfeld, "Image enhancement and thresholding by optimization of fuzzy compactness," *Pattern Recognition Letters*, vol. 7, no. 2, pp. 77–86, Feb. 1988, doi: 10.1016/0167-8655(88)90122-5.

- [72] B. Jähne, H. Haussecker, and P. Geissler, *Handbook of computer vision and applications*, vol. 2. Citeseer, 1999.
- [73] Peshawa J Muhammad Ali and Rezhna Hassan Faraj, “Data Normalization and Standardization: A Technical Report,” 2014, doi: 10.13140/RG.2.2.28948.04489.
- [74] N. P. Pérez, M. A. Guevara López, A. Silva, and I. Ramos, “Improving the Mann–Whitney statistical test for feature selection: An approach in breast cancer diagnosis on mammography,” *Artificial Intelligence in Medicine*, vol. 63, no. 1, pp. 19–31, Jan. 2015, doi: 10.1016/j.artmed.2014.12.004.
- [75] L. Sun, T. Wang, W. Ding, J. Xu, and Y. Lin, “Feature selection using Fisher score and multilabel neighborhood rough sets for multilabel classification,” *Information Sciences*, vol. 578, pp. 887–912, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.ins.2021.08.032.
- [76] J. Nievergelt, “Exhaustive Search, Combinatorial Optimization and Enumeration: Exploring the Potential of Raw Computing Power,” in *SOFSEM 2000: Theory and Practice of Informatics*, V. Hlaváč, K. G. Jeffery, and J. Wiedermann, Eds., in Lecture Notes in Computer Science, vol. 1963. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2000, pp. 18–35. doi: 10.1007/3-540-44411-4_2.
- [77] B. Xue, M. Zhang, W. N. Browne, and X. Yao, “A Survey on Evolutionary Computation Approaches to Feature Selection,” *IEEE Trans. Evol. Computat.*, vol. 20, no. 4, pp. 606–626, Aug. 2016, doi: 10.1109/TEVC.2015.2504420.
- [78] S. Har-Peled and B. Sadri, “How Fast Is the k-Means Method?,” *Algorithmica*, vol. 41, no. 3, pp. 185–202, Mar. 2005, doi: 10.1007/s00453-004-1127-9.
- [79] D. Arthur and S. Vassilvitskii, “How slow is the k-means method?,” in *Proceedings of the twenty-second annual symposium on Computational geometry*, Sedona Arizona USA: ACM, Jun. 2006, pp. 144–153. doi: 10.1145/1137856.1137880.
- [80] J. Nayak, B. Naik, and H. S. Behera, “Fuzzy C-Means (FCM) Clustering Algorithm: A Decade Review from 2000 to 2014,” in *Computational Intelligence in Data Mining - Volume 2*, L. C. Jain, H. S. Behera, J. K. Mandal, and D. P. Mohapatra, Eds., in Smart Innovation, Systems and Technologies, vol. 32. New Delhi: Springer India, 2015, pp. 133–149. doi: 10.1007/978-81-322-2208-8_14.
- [81] M. S. Hosseini and M. Zekri, “Review of Medical Image Classification using the Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System,” *J Med Signals Sens*, vol. 2, no. 1, pp. 49–60, Jan. 2012.
- [82] T.-L. Nguyen, S. Kavuri, S.-Y. Park, and M. Lee, “Attentive Hierarchical ANFIS with interpretability for cancer diagnostic,” *Expert Systems with Applications*, vol. 201, p. 117099, Sep. 2022, doi: 10.1016/j.eswa.2022.117099.
- [83] B. Cetisli, “Development of an adaptive neuro-fuzzy classifier using linguistic hedges: Part 1,” *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 8, pp. 6093–6101, Aug. 2010, doi: 10.1016/j.eswa.2010.02.108.
- [84] H. B. Wong and G. H. Lim, “Measures of Diagnostic Accuracy: Sensitivity, Specificity, PPV and NPV,” *Proceedings of Singapore Healthcare*, vol. 20, no. 4, pp. 316–318, Dec. 2011, doi: 10.1177/201010581102000411.
- [85] G. Du *et al.*, “A New Method for Detecting Architectural Distortion in Mammograms by NonSubsampled Contourlet Transform and Improved PCNN,” *Applied Sciences*, vol. 9, no. 22, p. 4916, Nov. 2019, doi: 10.3390/app9224916.
- [86] S. Castro-Tapia *et al.*, “Classification of Breast Cancer in Mammograms with Deep Learning Adding a Fifth Class,” *Applied Sciences*, vol. 11, no. 23, p. 11398, Dec. 2021, doi: 10.3390/app112311398.
- [87] Effective Health Care Program, Agency for Healthcare Research and Quality, “Systematic Review: Core Needle and Open Surgical Biopsy for Diagnosis of Breast Lesions: An Update to the 2009 Report,” *Effective Health Care Program, Agency for Healthcare Research and Quality*, Sep. 10, 2023.

<https://effectivehealthcare.ahrq.gov/products/breast-biopsy-update/research> (accessed Aug. 20, 2023).