



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ**  
**ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

**Διπλωματική Εργασία**

**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΩΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ**  
**ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**

**Συγγραφέας**  
**Θεοχαρίδης Ηλίας**  
**ΑΜ: 509170140227**

**Επιβλέπων:**  
**Βασίλειος Δ. Ανδριτσάνος**

**Αθήνα, Οκτώβριος 2023**



**UNIVERSITY OF WEST ATTICA  
SCHOOL OF ENGINEERING  
DEPARTMENT OF SURVEYING AND GEOINFORMATICS  
ENGINEERING**

**Diploma Thesis**

**STUDY ON THE STATISTICAL CHARACTERISTICS OF  
GRAVITY MEASUREMENTS IN ATTICA**

**Student name and surname:**

**Theocharidis Ilias**

**Registration Number: 509170140227**

**Supervisor name and surname:**

**Andritsanos D. Vassilios**

**Athens, October 2023**



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ**  
**ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

**ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΤΩΝ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ**  
**ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**

**Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής συμπεριλαμβανομένου και του Εισηγητή**

Η διπλωματική εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι Εξεταστική Επιτροπή:

<b>A/a</b>	<b>ΟΝΟΜΑΕΠΩΝΥΜΟ</b>	<b>ΒΑΘΜΙΔΑ/ΙΔΙΟΤΗΤΑ</b>	<b>ΨΗΦΙΑΚΗ ΥΠΟΓΡΑΦΗ</b>
1	ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ Δ.ΑΝΔΡΙΤΣΑΝΟΣ	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ (ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ)	
2	ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΠΑΓΟΥΝΗΣ	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	
3	ΜΙΧΑΗΛ ΓΙΑΝΝΙΟΥ	ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ	

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Θεοχαρίδης Ηλίας του Θεοχάρη, με αριθμό μητρώου 509170140227 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».



Ο Δηλών

Ηλίας Θεοχαρίδης

## **ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ**

Θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Βασίλειο Δ. Ανδριτσάνο, τόσο για την πολύτιμη βοήθεια του, που ήταν καθοριστική για την ολοκλήρωση αυτής της πτυχιακής εργασίας, όσο και για την εμπιστοσύνη, την υπομονή, την συνεχή του καθοδήγηση, καθώς και τις συμβουλές και γνώσεις που μου υπέδειξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης της, παρόλες τις δυσκολίες που υπήρξαν.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, η οποία με στήριξε στις σπουδές μου.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας όπως αναφέρεται και στον τίτλο είναι η διερεύνηση των στατιστικών χαρακτηριστικών μετρήσεων βαρύτητας στην περιοχή της Αττικής με σκοπό την εύρεση ενός τελικού αναλυτικού μοντέλου το οποίο θα εφαρμόζεται βέλτιστα στα δεδομένα των μετρήσεων της προαναφερθείσας περιοχής.

Πιο συγκεκριμένα, η διαδικασία ξεκινάει από την παραλαβή των δεδομένων από τον επιβλέπων καθηγητή και οι ενέργειες που ακολουθούνται είναι ορισμένες αναγωγές των μετρήσεων όπως αναφέρεται και σε παρακάτω ενότητες, καθώς και οι δοκιμές διαφορετικές αναλυτικών μοντέλων, τόσο σφαιρικών όσο και επίπεδων, ώστε να ταιριάξουν τα δεδομένα όσο το δυνατό πιο βέλτιστα με την εμπειρική συνάρτηση των δεδομένων. Οι μετρήσεις έλαβαν χώρα σε όλη την Αττική και όχι επιλεκτικά. Η διαδικασία αυτήν ως στόχο έχει την μετέπειτα αξιοποίησή της, όταν θα παρθούν και άλλες μετρήσεις στην εν λόγω περιοχή, δηλαδή σε μετέπειτα Τοπογραφικές εργασίες υπαίθρου.

Η εργασία αποτελείται κυρίως από πρακτικό μέρος, δηλαδή προεπεξεργασία και επεξεργασία μετρήσεων, καθώς και το τελικό προϊόν, ενώ υπάρχει και ένα θεωρητικό μέρος για την κάλυψη αποριών ως προς το πρακτικό.

Αρχικά, το στάδιο της προεπεξεργασίας αποτελείται από κάποιους υπολογισμούς όπως ο μέσος όρος των μετρήσεων, ο έλεγχος της υπολειπόμενης ολίσθησης, ο υπολογισμός της πραγματικής βαρύτητας μέσω της ένδειξης του βαρυμέτρου, ο υπολογισμός της κανονικής βαρύτητας, αλλά και ο μετασχηματισμός όλων των μετρήσεων σε ένα κοινό σύστημα αναφοράς (ITRF2008).

Εν συνεχεία, η επεξεργασία αποτελείται κυρίως από αναγωγές των μετρήσεων, όπως αναγωγή ελευθέρου αέρα, ανωμαλία Bouguer, αλλά και από δοκιμές αναλυτικών μοντέλων επάνω στην εμπειρική συνάρτηση που υπολογίστηκε από τις τελικές μετρήσεις με στόχο την εύρεση του βέλτιστου. Μερικά λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν είναι το Topcon Tools, το Octave, το Excel και το ArcGIS ώστε να προκύψει το τελικό προϊόν που δεν είναι άλλο από το τελικό αναλυτικό μοντέλο για την περιοχή της Αττικής.

Τέλος, μετά την ολοκλήρωση του υπολογιστικού μέρους, πραγματοποιήθηκε σύγκριση μεταξύ των προϊόντων, η επιλογή του βέλτιστου, καθώς και συμπεράσματα και προτάσεις όσον αφορά την πλήρη εκπόνηση της διπλωματικής.

## ABSTRACT

The object of this thesis, as stated in the title, is the investigation of the statistical characteristics of gravity measurements in the Attica area with the aim of finding a final analytical model which will be optimally applied to the measurement data of the aforementioned area.

More specifically, the process starts with the receipt of the data by the supervising professor and the actions that follow are certain reductions of the measurements as mentioned in the following sections, as well as the testing of different analytical models, both spherical and flat, in order to match the data as best as possible with the empirical function of the data. The measurements took place throughout Attica and not selectively. The goal of this procedure is its subsequent utilization, when other measurements will be taken in the area in question, that is, in subsequent field topographical works.

The work mainly consists of a practical part, i.e. pre-processing and processing of measurements, as well as the final product, while there is also a theoretical part to cover practical questions.

Initially, the preprocessing stage consists of some calculations such as averaging the measurements, checking the residual drift, calculating the true gravity through the barometer reading, calculating the normal gravity, but also transforming all the measurements into a common reference system (ITRF2008).

Afterwards, the processing consists mainly of measurement reductions, such as free air reduction, Bouguer anomaly, but also analytical model tests on the empirical function calculated from the final measurements with the aim of finding the optimum. Some of the software used are Topcon Tools, Octave, Excel and ArcGIS to produce the final product which is nothing more than the final analytical model for the Attica region.

Finally, after completing the computational part, a comparison was made between the products, the selection of the best one, as well as conclusions and proposals regarding the full elaboration of the diploma.

## Περιεχόμενα

<b>Κεφάλαιο 1-Εισαγωγή</b> .....	13
1.1 Εισαγωγή.....	13
1.2 Στόχος εργασίας.....	14
1.3 Διάρθρωση περιεχομένων .....	14
<b>Κεφάλαιο 2-Θεωρία Πεδίου Βαρύτητας</b> .....	16
2.1 Πεδίο Βαρύτητας Γενικά .....	16
2.2 Προσεγγιστικές Επιφάνειες Πεδίου Βαρύτητας .....	17
2.2.1 Επιφάνεια Γεωειδούς .....	18
2.2.2 Επιφάνεια Ελλειψοειδούς εκ Περιστροφής.....	18
2.3 Υψομετρία .....	19
2.3.1 Ορθομετρικό Υψόμετρο.....	20
2.3.2 Γεωμετρικό Υψόμετρο .....	20
2.4 Εξέλιξη μεθόδων μέτρησης Πεδίου Βαρύτητας .....	22
2.5 Πρόβλημα Συνοριακών Τιμών .....	23
2.6 Ισοδυναμικές επιφάνειες .....	24
2.7 Μοντέλα Πεδίου Βαρύτητας.....	25
2.7.1 Χωροσταθμικό Ελλειψοειδές .....	26
2.7.2 Γεωδυναμικά Μοντέλα Πεδίου Βαρύτητας .....	27
2.8 Μέθοδοι Προσδιορισμού Γεωειδούς.....	29
2.9 Συναρτήσεις Συμμεταβλητότητας .....	32
<b>Κεφάλαιο 3- Αναγωγές</b> .....	34
3.1 Διαταρακτικό Δυναμικό.....	34
3.2 Ανωμαλία Βαρύτητας.....	35
3.3 Ανωμαλία Ελευθέρου Αέρα .....	36
3.4 Επιφάνεια Bouguer-Τοπογραφική Αναγωγή .....	37
3.5 Αναγωγή Faye .....	38
3.6 Ψηφιακά Μοντέλα Τοπογραφίας .....	40
3.7 Μοντέλα Airy και Pratt .....	41
3.7.1 Ισοστατικό μοντέλο Pratt .....	42
3.7.2 Ισοστατικό μοντέλο Airy.....	43



3.8	Ισοστατική Αναγωγή.....	45
3.9	Ατμοσφαιρική διόρθωση .....	46
	<b>Κεφάλαιο 4-Εξοπλισμός.....</b>	<b>47</b>
4.1	Εξοπλισμός Βαρυτημέτρου .....	48
4.1.1	Είδη Βαρυτημέτρων .....	49
4.1.2	Scintrex CG-5.....	50
4.1.3	Υλοποίηση μετρήσεων και επεξεργασία δεδομένων .....	51
	<b>Κεφάλαιο 5- Περιοχή Μελέτης.....</b>	<b>53</b>
5.1	Επιλογή Περιοχής Μελέτης.....	53
5.2	Μετρήσεις στην Περιοχή Μελέτης .....	53
5.3	Αποθήκευση Δεδομένων Πεδίου .....	55
5.3.1	Αποθήκευση Δεδομένων Πεδίου από βαρυτήμετρο .....	55
5.3.2	Προεπεξεργασία Δεδομένων .....	57
5.3.3	Επεξεργασία Δεδομένων .....	67
	<b>Κεφάλαιο 6-Συμπεράσματα.....</b>	<b>118</b>
6.1	Συμπεράσματα .....	118
6.2	Προτάσεις.....	119
	<b>Κεφάλαιο 7- Βιβλιογραφία .....</b>	<b>121</b>
7.1	Βιβλιογραφία.....	121
7.2	Ιστότοποι .....	123

## Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1-Προσεγγιστικές επιφάνειες αναφοράς Γεωειδούς και ΕΕΠ .....	19
Εικόνα 2-Σχηματική Απεικόνιση Αποχής Γεωειδούς(N) .....	21
Εικόνα 3-Αναπαράσταση ισοδυναμικών επιφανειών .....	25
Εικόνα 4-Αναπαράσταση πλάκας Bouguer .....	37
Εικόνα 5-Αναγωγή λόγω αναγλύφου(τοπογραφική διόρθωση).....	39
Εικόνα 6-Απεικόνιση κυκλικού τμήματος για διόρθωση αναγλύφου.....	40
Εικόνα 7-Αναπαράσταση παραδείγματος μοντέλου Pratt.....	43
Εικόνα 8-Αναπαράσταση παραδείγματος μοντέλου Airy ( <a href="https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&amp;openDir=/5e8c4d961Jxu">https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&amp;openDir=/5e8c4d961Jxu</a> ) .....	44
Εικόνα 9-Αναπαράσταση κλιμάκωσης ισοστατικής αναγωγής ( <a href="https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&amp;openDir=/5e8c4d961Jxu">https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&amp;openDir=/5e8c4d961Jxu</a> ) .....	45
Εικόνα 10-Απεικόνιση βαρυτημέτρου Scintrex CG-5 ( <a href="https://georeva.eu/en/produit/cg-5-autograv-gravity-meter/">https://georeva.eu/en/produit/cg-5-autograv-gravity-meter/</a> ).....	48
Εικόνα 11-Αναπαράσταση μετρήσεων τιμών βαρύτητας σε όλο τον νομό Αττικής .....	53
Εικόνα 12- Απεικόνιση παραμέτρων μετρήσεων.....	55
Εικόνα 13-Απεικόνιση δεδομένων μετρήσεων .....	56
Εικόνα 14-Απεικόνιση αλγορίθμου για μέσο όρο με βάρη.....	59
Εικόνα 15-Εισαγωγή σημείων φ,λ,η στο Topcon Tools.....	62
Εικόνα 16-Μετατροπή φ,λ,η σε X,Y,Z μέσω WGS84 X,Y,Z στο Topcon Tools.....	63
Εικόνα 17-Απόσπασμα μετασχηματισμού από ETRF2005 σε ITRF2008 μέσω EUREF.....	64
Εικόνα 18-Στοιχεία και παράμετροι WGS84.....	65
Εικόνα 19-Αναπαράσταση σημείων μέτρησης στην περιοχή της Αττικής.....	69
Εικόνα 20-Χαρτογραφική σύνθεση περιοχής μελέτης.....	70
Εικόνα 21-Απεικόνιση διαβαθμίσεων τιμών ανωμαλίας ελευθέρου αέρα.....	71
Εικόνα 22-Απεικόνιση καμπυλών ίσης ανωμαλίας με κόκκινο χρώμα ανά 10mGal .....	71
Εικόνα 23-Χαρτογραφική σύνθεση ισοκαμπυλών ανωμαλίας ελευθέρου αέρα.....	72
Εικόνα 24-Εργαλείο υπολογισμού $\Delta g_{EGM}$ ( <a href="http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints">http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints</a> ) .....	74
Εικόνα 25-Απεικόνιση παραμέτρων συνεισφοράς μοντέλου EGM ( <a href="http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints">http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints</a> ) .....	75
Εικόνα 26-Απόσπασμα αρχείου συνεισφοράς EGM.....	76
Εικόνα 27-Χάρτης συνεισφοράς μοντέλου(διαφορές $\Delta g$ ) EGM2008.....	78
Εικόνα 28-Χάρτης συνεισφοράς μοντέλου(διαφορές $\Delta g$ ) SSG-UTM-2.....	79
Εικόνα 29-Χάρτης συνεισφοράς μοντέλου(διαφορές $\Delta g$ ) XGM2019e_2159 .....	80
Εικόνα 30-Χάρτης τελικών ανηγμένων ανωμαλιών Faye.....	83
Εικόνα 31-Απόσπασμα εισαγόμενου αρχείου σε λογισμικό empcon .....	85
Εικόνα 32-Απόσπασμα ηπειρωτικών και θαλάσσιων σημείων.....	85
Εικόνα 33-Απόσπασμα ερωτημάτων προγράμματος 1ο .....	86
Εικόνα 34-Απόσπασμα ερωτημάτων προγράμματος 2ο .....	86
Εικόνα 35- Αποτέλεσμα διαδικασίας 1ο .....	87
Εικόνα 36-Αποτέλεσμα διαδικασίας 2ο .....	87
Εικόνα 37-Αποτέλεσμα διαδικασίας 3ο .....	88
Εικόνα 38-Εντολές εισαγωγής δεδομένων και σχεδιασμού διαγράμματος .....	89
Εικόνα 39-Διάγραμμα αναπαράστασης εμπειρικής συνάρτησης.....	89
Εικόνα 40-Απόσπασμα 1ο απλού εκθετικού μοντέλου με βάρη.....	92

Εικόνα 41-Απόσπασμα 2ο απλού εκθετικού μοντέλου με βάρη.....	92
Εικόνα 42-Προσαρμογή απλού εκθετικού μοντέλου με βάρη .....	93
Εικόνα 43-Προσαρμογή απλού εκθετικού μοντέλου χωρίς βάρη .....	94
Εικόνα 44-Προσαρμογή εκθετικού μοντέλου με βάρη .....	95
Εικόνα 45-Προσαρμογή εκθετικού μοντέλου χωρίς βάρη .....	96
Εικόνα 46-Προσαρμογή Gaussian μοντέλου με βάρη .....	96
Εικόνα 47-Προσαρμογή Gaussian μοντέλου χωρίς βάρη .....	97
Εικόνα 48-Προσαρμογή μοντέλου Hirvonen με βάρη .....	98
Εικόνα 49-Προσαρμογή μοντέλου Hirvonen χωρίς βάρη.....	99
Εικόνα 50-Προσαρμογή πολυωνυμικού μοντέλου με βάρη.....	100
Εικόνα 51-Προσαρμογή πολυωνυμικού μοντέλου χωρίς βάρη .....	101
Εικόνα 52-Προσαρμογή μοντέλου Vyskočil eq.4 με βάρη.....	102
Εικόνα 53-Προσαρμογή μοντέλου Vyskočil eq.4 χωρίς βάρη.....	103
Εικόνα 54-Προσαρμογή μοντέλου Vyskočil eq.5 με βάρη.....	104
Εικόνα 55-Προσαρμογή μοντέλου Vyskočil eq.5 χωρίς βάρη.....	105
Εικόνα 56-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.45 με βάρη.....	106
Εικόνα 57-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.45 χωρίς βάρη .....	107
Εικόνα 58-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.47 με βάρη.....	108
Εικόνα 59-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.47 χωρίς βάρη .....	109
Εικόνα 60-Προσαρμογή φυσικού λογαριθμικού μοντέλου με βάρη.....	110
Εικόνα 61-Προσαρμογή φυσικού λογαριθμικού μοντέλου χωρίς βάρη .....	111
Εικόνα 62-Προσαρμογή επίπεδου μοντέλου με βάρη.....	112
Εικόνα 63-Προσαρμογή επίπεδου μοντέλου χωρίς βάρη.....	112
Εικόνα 64-Προσαρμογή σφαιρικού μοντέλου ARMA με βάρη .....	113
Εικόνα 65-Προσαρμογή σφαιρικού μοντέλου ARMA χωρίς βάρη .....	114
Εικόνα 66-Προσαρμογή ARMA στην περιοχή της Αττικής.....	117

## Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 1-Υπολογισμοί μέσω των όρων βαρύτητας σε mGal σε φύλλο excel .....	58
Πίνακας 2-Υπολογισμοί μέσω των όρων χρόνου μέτρησης σε δεκαδικές μοίρες σε φύλλο excel .....	58
Πίνακας 3-Υπολογισμός και διόρθωση υπολειπόμενης ολίσθησης σε mGal .....	60
Πίνακας 4-Υπολογισμός τιμών g από απόλυτες τιμές σημείων αναφοράς σε mGal σε φύλλο excel.....	61
Πίνακας 5-Απόσπασμα συγκεντρωτικού πίνακα .....	64
Πίνακας 6-Απεικόνιση κανονικής βαρύτητας(10η στήλη) και πραγματικής(7η στήλη) σε mGal .....	66
Πίνακας 7-Απόσπασμα υπολογισμού ανωμαλίας ελευθέρου αέρα( $\Delta g$ σε mGal).....	67
Πίνακας 8-Στατιστικά στοιχεία ανωμαλίας ελευθέρου αέρα .....	68
Πίνακας 9-Απόσπασμα διαφορών συνεισφοράς μοντέλου από παρατηρήσεις .....	77
Πίνακας 10-Στατιστικά στοιχεία συνεισφοράς μοντέλων σε mGal .....	77
Πίνακας 11-Απόσπασμα υπολογισμών ανωμαλιών Faye σε mGal.....	81
Πίνακας 12-Στατιστικά στοιχεία ανωμαλιών Faye σε mGal .....	81
Πίνακας 13-Σύγκριση στατιστικών στοιχείων ανωμαλιών Faye σε mGal.....	82
Πίνακας 14-Κριτήριο συμμεταβλητότητας $\sigma^2$ .....	115
Πίνακας 15-Κριτήριο απορριφθέντων σημείων ελέγχου σάρωσης.....	115
Πίνακας 16-Κριτήριο συντελεστή συσχέτισης.....	116
Πίνακας 17-Κριτήριο συντελεστή συσχέτισης με χρήση matlab.....	116
Πίνακας 18-Συνοπτικά κριτήρια αξιολόγησης ARMA.....	117

## Κεφάλαιο 1-Εισαγωγή

### 1.1 Εισαγωγή

Η Γη είναι ένας από τους πλανήτες του ηλιακού μας συστήματος, και ο πιο σημαντικός για εμάς εφόσον είμαστε αυτοί που τον κατοικούν. Όπως και κάθε τι στον κόσμο, έτσι και η Γη, είναι ένα πολύπλοκο σχήμα, από φυσικού της και ο προσδιορισμός της αναπόλησε το ενδιαφέρον από αρχαιοτάτων χρόνων. Πολλοί επιστήμονες της αρχαιότητας προσπάθησαν να ορίσουν το σχήμα της. Αρχικά, είχε θεωρηθεί ότι είναι επίπεδη. Αυτό όμως καταρρίφθηκε γρήγορα από τον Γαλιλαίο, ο οποίος ισχυρίστηκε κάτι εντελώς αντίθετο. Ο Γαλιλαίος ήταν Ιταλός φυσικός, αστρονόμος, μαθηματικός, αλλά και φιλόσοφος. Αρχικά, με τηλεσκόπιο που έφτιαξε ο ίδιος, παρατήρησε τι γινόταν σε όλο το υπόλοιπο ηλιακό σύστημα. Παρατήρησε ότι όλοι οι πλανήτες έχουν μία συγκεκριμένη συμπεριφορά ο ένας ως προς τον άλλον και αυτό ήταν που του κίνησε το ενδιαφέρον. Η πεποίθησή του με τα χρόνια δεν ήταν άλλη από το ότι η Γη κινείται και πιο σωστά περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της. Αφού όπως γνωρίζουμε καταδικάστηκε για αυτή του την θεωρία, ως συνεχιστής των όσων είχε διατυπώσει έρχεται στο προσκήνιο ο Ισαάκ Νεύτωνας, ο οποίος πήγε την θεωρία του Γαλιλαίου παρακάτω. Κάπως έτσι, με την βοήθεια όλων αυτών των αρχαίων φιλοσόφων και επιστημόνων, σήμερα γνωρίζουμε ότι η Γη είναι ένα σώμα, ακαθόριστου σχήματος από αυτά που γνωρίζουμε, το οποίο περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του και περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Επομένως, για να μπορέσουμε να κατανοήσουμε οτιδήποτε επάνω στον πλανήτη Γη, θα πρέπει πρώτα να έχουμε κατανοήσει την ίδια.

Η επιστήμη η οποία μελετά την Γη ονομάζεται **Γεωδαισία**. Συγκεκριμένα, η επιστήμη αυτή μελετά το σχήμα, το μέγεθός της, το πεδίο βαρύτητας αλλά και όλα τα άλλα χαρακτηριστικά της. Η Γεωδαισία χωρίζεται σε επιμέρους κλάδους όπως αυτός της Διαστημικής Γεωδαισίας, της Φυσικής Γεωδαισίας και της Γεωμετρικής Γεωδαισίας. Το σχήμα της Γης ειδικά έχει απασχολήσει τους τοπογράφους για πολλές δεκαετίες. Το ακανόνιστο σχήμα της Γης έχει οδηγήσει τους επιστήμονες σε προσεγγίσεις αυτής της επιφάνειας. Μία πρώτη προσέγγιση είναι αυτή του γεωειδούς, το οποίο αποτελεί μία φυσική επιφάνεια. Η δεύτερη προσέγγιση είναι αυτή του ελλειψοειδούς. Οι δύο προσεγγίσεις έχουν διαφορές μεταξύ τους οι οποίες θα μας απασχολήσουν σε επόμενο κεφάλαιο. Το κυρίως πρόβλημα με το οποίο ασχολούνται οι περισσότεροι τοπογράφοι που αναλαμβάνουν να εκπονήσουν μία εργασία είναι ο προσδιορισμός του γεωειδούς με επίγειες μετρήσεις. Οι μετρήσεις ονομάζονται επίγειες διότι λαμβάνουν χώρα επάνω στην επιφάνεια της Γης (επίγειες=επί+Γη). Το μέσο υλοποίησης αυτών των μετρήσεων δεν είναι άλλο από κάποιο όργανο. Στον τομέα της τοπογραφίας υπάρχουν πολλά όργανα μέτρησης αναλόγως το αντικείμενο μελέτης. Το κάθε ένα από αυτά έχει τον δικό του σκοπό, την δική του ακρίβεια και γενικώς τις δικές του ιδιαιτερότητες.

## 1.2 Στόχος εργασίας

Η κάθε εργασία έχει ένα σκοπό. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εύρεση τελικών τιμών επιτάχυνσης βαρύτητας μέσω επεξεργασιών σε βαρυτημετρικά δεδομένα που λήφθηκαν από τα αντίστοιχα όργανα μέτρησης τα οποία λάβαν μετρήσεις σε όλη την περιφέρεια της Αττικής. Εκτός αυτού, ως τελικό προϊόν παρουσιάζεται η εύρεση ενός γενικού μοντέλου συμμεταβλητότητας έτσι ώστε να επιτευχθεί η καλύτερη προσαρμογή των εκάστοτε εμπειρικών δεδομένων. Για την επίτευξη όλων αυτών των στόχων είναι απαραίτητα τα εξής:

- Ανάλυση θεωρητικών στοιχείων που έχουν άμεση σχέση με το αντικείμενο μελέτης, ώστε να γίνει κατανοητή η μέθοδος που θα χρησιμοποιηθεί, αλλά και ο λόγος του καθενός από τα βήματα που θα ακολουθείται.
- Αναλυτική αναφορά στο λογισμικό που θα χρησιμοποιηθεί κάθε φορά για την επίτευξη ενός βήματος, ώστε να γίνει σαφές προς τον αναγνώστη.
- Η πλήρης ανάλυση κάθε σταδίου εκπόνησης της εργασίας
- Κατανόηση περιοχής μελέτης και σχεδιασμός ως προς την σταδιακή υλοποίηση της εργασίας, καθώς ο προγραμματισμός πριν την έναρξη των μετρήσεων θα οδηγήσει στην αποφυγή μετέπειτα προβλημάτων στα στάδια επεξεργασιών.

## 1.3 Διάρθρωση περιεχομένων

Η παρούσα εργασία δομείται ως εξής:

Στο *Κεφάλαιο 1* αναφέρονται οι στόχοι της, γίνεται μία γρήγορη εισαγωγή(πρόλογος) αυτών που θα ακολουθήσουν και γενικότερα δίνεται μία πρώτη ιδέα σε αυτά που έπονται παρακάτω.

Στο *Κεφάλαιο 2* εντοπίζεται το θεωρητικό υπόβαθρο που πρέπει να κατανοηθεί έτσι ώστε αυτό να εφαρμοστεί στο κυρίως μέρος της εργασίας. Μερικές έννοιες που θα αναλυθούν είναι αυτές του Πεδίου Βαρύτητας της Γης, του γεωειδούς, του συστήματος των διαφόρων υψομέτρων, αλλά και των διαφόρων μοντέλων για τον προσδιορισμό του Πεδίου Βαρύτητας.

Το *Κεφάλαιο 3* αναφέρεται και αυτό σε θεωρίες που χρησιμοποιούνται στις επεξεργασίες που υπόκεινται τα αρχικά δεδομένα που μας δίνονται από το όργανο, ώστε να απαλλαγούν από τυχόν σφάλματα και να αναχθούν σε τελικές μετρήσεις έτοιμες για επεξεργασία, με στόχο την εύρεση της εκάστοτε πληροφορίας ζητάμε. Οι επεξεργασίες αυτές λέγονται **αναγωγές**.

Στο *Κεφάλαιο 4* αναλύονται ξεχωριστά τα όργανα που επιλέχθηκαν για να εκπληρώσουν τον σκοπό μας. Το σύνολο των οργάνων αυτών αποτελούν τον εξοπλισμό της εργασίας υπαίθρου. Το κάθε όργανο λαμβάνει και μία διαφορετική μέτρηση, ενώ θα αναλυθεί και η μέθοδος μέτρησης του κάθε οργάνου, καθώς είναι και αυτή που καθορίζει την τελική ακρίβεια της μέτρησης.

Στο Κεφάλαιο 5 αναλύεται το κυρίως μέρος της εργασίας. Έχει να κάνει με πιο πρακτικά κομμάτια, όπως η αναγνώριση της Περιοχής Μελέτης, το σύνολο των μετρήσεων, τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται, αλλά και τις τελικές επεξεργασίες των παρατηρήσεων και την ανάλυση των στατιστικών χαρακτηριστικών του πεδίου βαρύτητας στην περιοχή, μέσα από την εύρεση της εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας, αλλά και της τελικής απόφασης για το αναλυτικό μοντέλο, το οποίο προσαρμόζεται καλύτερα στα δεδομένα.

Στο Κεφάλαιο 6 παρατίθενται οι σκέψεις και τα συμπεράσματα που προέκυψαν μετά το πέρας της διπλωματικής αυτής εργασίας, αλλά.

Στο Κεφάλαιο 7 παρατίθεται το σύνολο των πηγών που χρησιμοποιήθηκαν κατά την εκπόνησή της εργασίας, είτε αυτό αφορούσε κάποια βιβλιογραφία είτε αναφέρεται σε πληροφορίες οι οποίες αντλήθηκαν από τον χώρο του διαδικτύου.

## Κεφάλαιο 2-Θεωρία Πεδίου Βαρύτητας

### 2.1 Πεδίο Βαρύτητας Γενικά

Για να μπορέσει να γίνει ανάλυση του πεδίου βαρύτητας θα πρέπει να μας γίνει ξεκάθαρος ο όρος της ίδιας της βαρύτητας. Οτιδήποτε στο σύμπαν έχει βαρύτητα από το πιο μικρό έως το πιο μεγάλο. Η βαρύτητα κατά κύριο λόγο είναι μία δύναμη έλξης. Επομένως εάν δύο σώματα βρίσκονται στον χώρο είναι κατανοητό ότι εφόσον υφίσταται παντού η βαρύτητα, το πρώτο σώμα θα έλξη το δεύτερο και το αντίθετο. Οι παράγοντες που επηρεάζουν την δύναμη της βαρύτητας είναι οι μάζες των σωμάτων, αλλά και η μεταξύ τους απόσταση.

Ο άνθρωπος που μελέτησε όσο τίποτα άλλο την ελκτική δύναμη που ονομάζουμε βαρύτητα ήταν ο Ισαάκ Νεύτωνας. Η θεωρία του περί βαρύτητας ήταν το ότι:

*«Κάθε σώμα στο σύμπαν έλκει κάθε άλλο σώμα με δύναμη ανάλογη του γινομένου των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης του κέντρου μάζας τους».*

(<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%92%CE%B1%CF%81%CF%8D%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1>)

Επομένως είναι ευκόλως κατανοητό το ότι εάν τα σώματα που έλκονται αμοιβαία είναι μεγάλα ως προς την μάζα και αρκετά κοντά το ένα στο άλλο σε απόσταση, η ελκτική βαρυτική δύναμη θα είναι μεγαλύτερη συγκριτικά με την αντίθετη κατάσταση. Ο τύπος αυτός είναι ο εξής:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (2.1)$$

Όπου:

F: Ελκτική βαρυτική δύναμη

G: Διεθνής Σταθερά Βαρυτικής Δύναμης ίση με  $6.6742 \times 10^{-11} (\text{N m/kg})^2$

r: η απόσταση μεταξύ των δύο κέντρων μάζας των δύο σωμάτων

$m_1, m_2$  οι μάζες των δύο σωμάτων που έλκονται

Μπορούμε από την θεωρία αυτήν θα καταλάβουμε ότι η βαρύτητα είναι ένα φυσικό και όχι τεχνητό φαινόμενο, ενώ υφίσταται από ένα πολύ μικρό σώμα(π.χ. σε δύο μικρά κιβώτιο) έως και πολύ μεγάλα σώματα(π.χ. ελκτική δύναμη μεταξύ Γης και Ηλίου).

Ένα άλλο πολύ σημαντικό κομμάτι της κατανόησης της βαρύτητας ως φαινόμενο είναι αυτό του πεδίου βαρύτητας. Αρχικά, με τον όρο πεδίο βαρύτητας σύμφωνα με τον κλάδο της κλασικής φυσικής δεν εννοούμε τίποτα άλλο παρά ένα μοντέλο επεξήγησης του τρόπου λειτουργίας της βαρύτητας. Πιο συγκεκριμένα ως πεδίο βαρύτητας ορίζεται το πεδίο των δυνάμεων που προκαλείται από δυνάμεις όπως αυτή της ελκτικής δύναμης από τον πυρήνα της Γης(βαρυτική δύναμη), καθώς και από δυνάμεις όπως η φυγόκεντρη δύναμη που προκύπτει από την περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της. Το πεδίο βαρύτητας είναι ένα ζήτημα που απασχολεί τον κλάδο της τοπογραφίας



και ειδικότερα της γεωδαισίας για πολλούς αιώνες. Σε άλλες εφαρμογές(όπως για παράδειγμα για απλή επίλυση ασκήσεων στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση) η βαρύτητα έχει μία τιμή και δεν αλλάζει. Αυτό δεν μπορούμε να πούμε ότι αντιπροσωπεύει και τον κλάδο μας. Η τιμή της βαρύτητας αλλάζει. Αυτό οφείλεται στην επιφάνεια της Γης, αλλά και στην ύπαρξη μαζών διαφορετικής πυκνότητας. Γι' αυτό τον λόγο κρίνεται σκόπιμη και αναγκαία η τακτική παρατήρηση της μεταβολής της, καθώς και η μέτρησή της. Κάποιος θα έλεγε ότι θα μπορούσαμε να δώσουμε μία μέση τιμή της βαρύτητας που να καλύπτει όλες τις επιφάνειες. Αυτό όμως θα ήταν ένα πολύ μεγάλο λάθος, το οποίο γίνεται αντιληπτό εύκολα εάν δοκιμάσουμε να κάνουμε κάποιους υπολογισμούς. Αμέσως διαπιστώνουμε ότι ακόμα και αν η διαφορά δύο τιμών είναι της τάξης του δέκατου του χιλιοστού σε mGal το τελικό αποτέλεσμα αλλάζει δραματικά. Επομένως, καταλαβαίνουμε γιατί το πεδίο βαρύτητας είναι τόσο δύσκολο ως προς τον προσδιορισμό του. Το πεδίο βαρύτητας που θα μας απασχολήσει είναι αυτό του γήινου πεδίου βαρύτητας. Οι δυνάμεις που εξισώνονται σε αυτό το μοντέλο είναι η βαρυτική δύναμη από το κέντρο μάζας της, καθώς επίσης και κάποια παράγωγα του δυναμικού έλξης της. Η μονάδα μέτρησης του γίνου πεδίου βαρύτητας(g) είναι σε  $ms^{-2}$ , παρόλα αυτά οι μετρήσεις που γίνονται αναφέρονται σε mGal πράγμα που θα φανεί σε παρακάτω κεφάλαιο όπου θα γίνει η επεξεργασία δεδομένων μέτρησης βαρύτητας. Η αντιστοιχία των δύο αυτών μονάδων είναι  $1\text{ mGal} = 10^{-5}\text{ ms}^{-2}$ ,  $1\text{ Gal} = 1\text{ cms}^{-2}$ ,  $1\mu\text{Gal} = 10^{-8}\text{ ms}^{-2}$

## 2.2 Προσεγγιστικές Επιφάνειες Πεδίου Βαρύτητας

Το πεδίο βαρύτητας μεταβάλλεται συνεχώς. Αυτό συνεπάγεται ότι υπάρχουν προβλήματα στον υπολογισμό της απόλυτης τιμής του. Δουλειά μας είναι να υπολογίσουμε αυτήν την τιμή όσο το δυνατόν πλησιέστερα στην πραγματική τιμή της. Η διαφορά της τιμής που υπολογίζεται από την πραγματική οφείλεται σε κάποια προβλήματα που υπάρχουν τα οποία θα αναφερθούν στην συνέχεια. Το πρώτο είναι ο προσδιορισμός αυτού του Γήινου πεδίου βαρύτητας(δηλαδή η προσέγγισή του), αλλά και των μεταβολών του πεδίου με τον χρόνο. Ακολουθώντας με αυτό, έρχεται και το δεύτερο πρόβλημα όπου είναι ο προσδιορισμός ενός μοντέλου από μετρήσεις εντός ή εκτός Γήινου πεδίου που να μπορεί να προσαρμόζεται στο πεδίο με τον βέλτιστο δυνατό τρόπο. Μπορούμε εύκολα θα διαπιστώσουμε ότι τα δύο αυτά προβλήματα δεν είναι άσχετα μεταξύ τους, αλλά συσχετίζονται. Συνεπώς, για να μην επιλύονται ξεχωριστά, συνοψίζονται σε ένα ενιαίο πρόβλημα, αυτό που ονομάζεται πρόβλημα συνοριακών τιμών και είναι ένα από τα βασικότερα προβλήματα της φυσικής γεωδαισίας όπου μας απασχολούν από την θεμελίωση της επιστήμης τον 18<sup>ο</sup> αιώνα. Για την υλοποίηση και επίλυση του προβλήματος είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε κάποιες επιφάνειες όπως το γεωειδές, το ελλειψοειδές και την γήινη επιφάνεια αναφοράς. Αυτές οι επιφάνειες αναφοράς αποτελούν τις πρώτες προσεγγίσεις του ανθρώπου ως προς το σχήμα της Γήινης επιφάνειας. Εάν μελετήσουμε προσεκτικά την Γη, θα διαπιστώσουμε ότι το σχήμα της δεν θυμίζει κάποιο από τα γεωμετρικά σχήματα που γνωρίζουμε. Έτσι λοιπόν, έπρεπε να γίνει προσπάθεια να αντικατασταθεί με κάποιο σχήμα πιο οικείο σε εμάς, πράγμα που θα μας εξυπηρετήσει, καθώς είναι απαραίτητο να μπορούμε να κάνουμε μετρήσεις επάνω σε αυτήν την επιφάνεια. Εδώ έρχονται οι προσεγγιστικές επιφάνειες που προαναφέρθηκαν.

### 2.2.1 Επιφάνεια Γεωειδούς

Όπως είναι λογικό, η Φυσική Γήινη Επιφάνεια(ΦΓΕ) έχει πολλές ανωμαλίες ως προς το ανάγλυφό της, πράγμα που δεν επιτρέπει τις μετρήσεις σε αυτή. Η φυσική προσέγγιση που έγινε από τον άνθρωπο είναι αυτή του γεωειδούς. Το γεωειδές είναι μία φυσική επιφάνεια, με λιγότερες ανωμαλίες από την ΦΓΕ, η οποία εκτός των άλλων αποτελεί και μία ισοδυναμική επιφάνεια(ο όρος αυτός θα μας απασχολήσει και θα αναλυθεί παρακάτω). Το γεωειδές εκτός των άλλων προσεγγίζεται με την Μέση Στάθμη της Θάλασσας(ΜΣΘ) σε παγκόσμιο επίπεδο.

Η τιμή αυτή είναι μία συγκεκριμένη για την γήινη επιφάνεια και δεν πρέπει να συγχέεται με αυτή της πραγματική στάθμης της θάλασσας. Η επιφάνεια του γεωειδούς δεν λαμβάνει υπόψιν της παράγοντες όπως, το φαινόμενο της παλίρροιας, τα υπόγεια ρεύματα, της επιδράσεις από άλλους πλανήτες(δηλαδή τις ελκτικές δυνάμεις τους), ακόμα και την επίδραση της επιφάνειας λόγω μετεωρολογικών φαινομένων. Το γεωειδές ορίζεται ως το σύστημα αναφοράς των υψομέτρων επάνω στην γήινη επιφάνεια παρά την πολυμορφική υπόστασή της.

### 2.2.2 Επιφάνεια Ελλειψοειδούς εκ Περιστροφής

Η πρώτη αυτή προσέγγιση δεν εξυπηρετεί όμως την μοντελοποίηση του γήινου βαρυτικού πεδίου, ώστε να μπορούμε να το εξισώσουμε και να οδηγηθούμε σε κάποιους υπολογισμούς επάνω σε αυτή. Επομένως, σε αυτό το σημείο έγινε και μία δεύτερη προσέγγιση, αυτή του Ελλειψοειδούς εκ Περιστροφής(ΕΕΠ).

Το Ελλειψοειδές εκ Περιστροφής σε αντίθεση με το γεωειδές, είναι μία μαθηματική επιφάνεια. Η προσέγγιση σε αυτήν την περίπτωση γίνεται ως προς το γεωειδές. Ως ΕΕΠ μπορεί να θεωρηθεί το στερεό που δημιουργείται όταν μία έλλειψη περιστρέφεται γύρω από τον μικρό άξονά περιστροφής της. Επάνω στο ΕΕΠ θα οριστούν και οι γεωδαιτικές συντεταγμένες όπως το γεωγραφικό πλάτος( $\phi$ ), το γεωγραφικό μήκος( $\lambda$ ) και το γεωμετρικό υψόμετρο( $h$ ).

Οι αποκλίσεις του γεωειδούς με το ΕΕΠ δεν είναι πολύ μεγάλες. Παρόλα αυτά σε ορισμένες περιοχές επάνω στην Γη το ΕΕΠ θα ταιριάζει ενώ κάπου αλλού όχι και τόσο. Έτσι, πάρθηκε η απόφαση εάν κάποια χώρα δεν ικανοποιείται από το παγκόσμιο ΕΕΠ, να εφαρμόσει ένα δικό της(τοπικό ΕΕΠ) για λόγους ακρίβειας στο αποτέλεσμα των υπολογισμών.

Εφόσον θελήσουμε να εφαρμόσουμε ένα τοπικό ΕΕΠ για την προσέγγιση του Γεωειδούς θα πρέπει να ορίσουμε παραμέτρους έτσι ώστε οι αποκλίσεις να μην είναι τόσο μεγάλες και η ακρίβεια προσέγγισης του Γεωειδούς να είναι η βέλτιστη.

Μερικοί παράμετροι που καθορίζουν και διαφοροποιούν το ένα ελλειψοειδές με το άλλο είναι οι εξής:

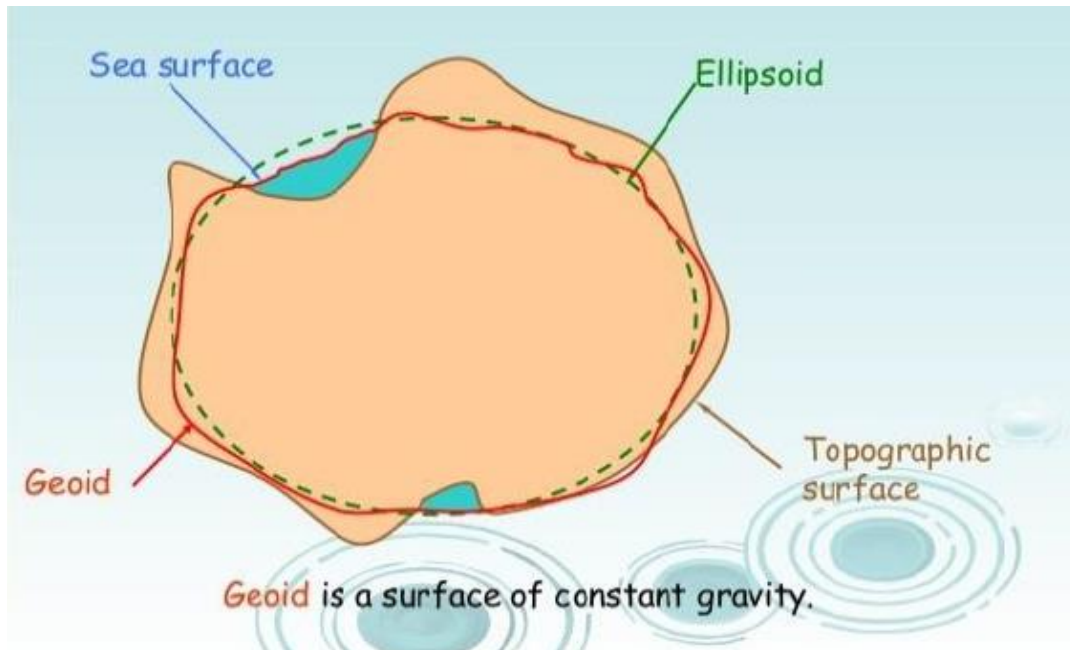
a: μεγάλος ημιάξονας

b: μικρός ημιάξονας

f: επιπλάτυνση (μέτρο που δείχνει πόσο συμπιεσμένο είναι το ελλειψοειδές ως προς τους άξονές του). Ο τύπος πλάτυνσης είναι ο εξής:

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (2.2)$$

Η παρακάτω εικόνα αναπαριστά όλες τις προσεγγίσεις της Φυσικής Γήινης Επιφάνειας που ανέφερα:



Εικόνα 1-Προσεγγιστικές επιφάνειες αναφοράς Γεωειδούς και ΕΕΠ

(Μακρής Γεώργιος, 2021, ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗ ΝΟΤΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ, Αθήνα)

### 2.3 Υψομετρία

Εκ πρώτης, με τον όρο Υψομετρία θα μπορούσε να πει κανείς ότι αναφερόμαστε σε μία απλή έννοια. Παρόλα αυτά, η Υψομετρία δεν αποτελεί έναν απλό όρο, αλλά ολόκληρη επιστήμη. Μία επιστήμη όπου μελετά την Τρίτη διάσταση του υψομέτρου. Αυτό οφείλεται στο ότι το υψόμετρο μελετάται ξεχωριστά από τις οριζοντιογραφικές συντεταγμένες. Από τα πρώτα κιόλας βήματά του, ένας τοπογράφος μαθαίνει να λύνει μία όδευση(προσδιορισμός XY συντεταγμένες) και έπειτα επιλύει την γεωμετρική χωροστάθμηση(προσδιορισμός Z συντεταγμένης). Επομένως, η Υψομετρία είναι μία αυτοτελής επιστήμη από της υπόλοιπες, ενώ είναι εξίσου σημαντική.

Το υψόμετρο είναι το στοιχείο του χώρου που μας δίνει την αίσθηση της τρίτης διάστασης. Ακόμα, μας δίνει πολύ σημαντική πληροφορία για την μορφολογία του εδάφους. Ο ελλαδικός χώρος είναι ένας πλούσιος χώρος όσον αφορά το ανάγλυφο καθώς υπάρχει μεγάλη ποικιλία υψομέτρων. Από πολύ χαμηλά υψόμετρα έως πάρα πολύ ψηλά υψόμετρα. Γι' αυτόν τον λόγο ο κλάδος της Υψομετρίας χρήζει ιδιαίτερης προσοχής, ειδικά στην πατρίδα μας.

Η Υψομετρία αποτελεί έναν από τους κλάδους της Γεωδαισίας. Η καταμέτρηση του υψομέτρου εκτός των άλλων πρέπει να έχει και μία επιφάνεια αναφοράς. Η επιφάνεια αυτή είναι η μέση στάθμη της θάλασσας(επιφάνεια γεωειδούς). Κάποιοι από τους κλασικούς κλάδους της Υψομετρίας είναι η βαρομετρία, η γεωμετρική υψομετρία ή χωροστάθμιση και η τριγωνομετρική υψομετρία. Τα υψόμετρα που θα μας απασχολήσουν στην παρούσα φάση είναι το γεωμετρικό και το ορθομετρικό.

### 2.3.1 Ορθομετρικό Υψόμετρο

Το ορθομετρικό υψόμετρο είναι το κυρίως υψόμετρο που χρησιμοποιείται στις μετρήσεις υπαίθρου και δη στην τοπογραφία και ορίζεται ως η καμπύλη απόσταση κατά μήκος της κατακορύφου από το σημείο ως προς την επιφάνεια αναφοράς του γεωειδούς. Συμβολίζεται με  $H$  και υπολογίζεται συνήθως με την διαδικασία της χωροστάθμισης.

Η επιφάνεια αναφοράς του είναι φυσική επιφάνεια και εδώ έρχεται το πρόβλημα του αναγλύφου της επιφάνειας του εδάφους. Η αφετηρία των υψομέτρων αυτών είναι η μέση στάθμη της θάλασσας(ΜΣΘ). Το πρόβλημα είναι το ότι η στάθμη της θάλασσας δεν είναι ενιαία για όλο τον ελλαδικό χώρο. Για παράδειγμα, άλλο είναι το μηδέν της στάθμης της θάλασσας στον Πειραιά, άλλο στην Κρήτη και άλλο στην υπόλοιπη νησιωτική χώρα. Η ΜΣΘ είναι μία ισοδυναμική επιφάνεια(η εξήγησή της βρίσκεται σε παραπάνω ενότητα), που προσεγγίζει βέλτιστα το γεωειδές(της τάξης του μέτρου), ενώ μεταβάλλεται από παράγοντες όπως είναι η παλίρροια(περιοδικό φαινόμενο) και άλλα παγκόσμια φαινόμενα όπως το λιώσιμο των πάγων κ.α.

Τα όργανα μέτρησης της μέσης στάθμης της θάλασσας είναι οι παλιρροιογράφοι, αλλά και πιο σύγχρονες μέθοδοι όπως η δορυφορική αλτιμετρία που τον τελευταίο αιώνα έχει πολλές εφαρμογές. Η παρατήρησή της παίρνει διάστημα αρκετών χρόνων, έτσι ώστε να ληφθούν υπόψιν όλοι οι παράμετροι και το τελικό προϊόν να είναι υψηλής ακρίβειας. Κατά αυτόν τον τρόπο έχουν οριστεί αυτές οι τιμές για διάφορες αφετηρίες κατά τα μήκη και πλάτη της Ελλάδας. Παρόλα αυτά, το ορθομετρικό δεν είναι το μόνο υψόμετρο που υπάρχει, καθώς υπάρχει και άλλη επιφάνεια αναφοράς, αυτή του ελλειψοειδούς.

### 2.3.2 Γεωμετρικό Υψόμετρο

Το γεωμετρικό υψόμετρο σε αντίθεση με το ορθομετρικό είναι το υψόμετρο που ορίζεται ως η κάθετη απόσταση επάνω στην επιφάνεια αναφοράς του ελλειψοειδούς. Το υψόμετρο αυτό συμβολίζεται με  $h$  και υπολογίζεται κατευθείαν από τις μετρήσεις που δίνουν τα GNSS και συγκεκριμένα το GPS(Global Positioning System). Ο δέκτης του GPS όταν δέχεται το σήμα από τον δορυφόρο και υπολογίζει το στίγμα στον χώρο, εκτός από τις γεωδαιτικές συντεταγμένες  $\varphi$ ,  $\lambda$  μας δίνει και το γεωμετρικό υψόμετρο  $h$ .

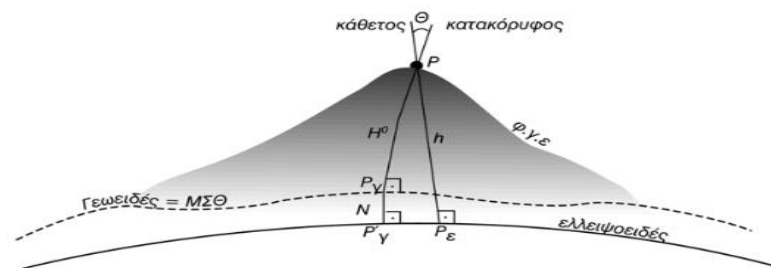
Η κυρίως διαφορά των δύο υψομέτρων είναι η επιφάνεια αναφοράς που υλοποιούνται. Μία ακόμα διαφορά εντοπίζεται στον τρόπο υπολογισμού τους. Καθώς το ένα υπολογίζεται μέσω χωροστάθμησης, ενώ το άλλο βρίσκεται με την χρήση ενός δέκτη GPS. Αυτές οι διαφορές όπως είναι κατανοητό οδηγούν σε μία διαφορά μεταξύ τους και μία σχέση που ονομάζεται αποχή γεωειδούς. Η αποχή συμβολίζεται με  $N$  και μπορεί να κυμαίνεται από λίγα μέτρα έως και κάποιες δεκάδες μέτρα. Η διακύμανση είναι αποτέλεσμα επιλογής μοντέλου προσδιορισμού του γεωειδούς και πόσο αυτό ταιριάζει σε κάθε περίπτωση. Τα μοντέλα αυτά θα προσδιοριστούν παρακάτω.

Το υψόμετρο αυτό προκύπτει ως η διαφορά των δύο παραπάνω επιφανειών αναφοράς και επομένως των καθέτων αποστάσεων τους προς αυτές. Είναι ένα σύνηθες αντικείμενο μελέτης ο προσδιορισμός του υψομέτρου αυτού, αλλά και απαραίτητος καθώς από αυτόν τον αριθμό μπορούμε να καταλάβουμε σε οποιαδήποτε περιοχή πόσο καλά εφάπτεται το μοντέλο επάνω στην φυσική επιφάνεια του γεωειδούς. Επομένως, αποτελεί ένα μέτρο αξιολόγησης των μεθόδων υπολογισμού του γεωειδούς.

Η σχέση που μας δίνει τα υψόμετρα αυτά είναι η εξής:

$$N = h - H \quad (2.3)$$

Για να γίνει πλήρως κατανοητό, η παρακάτω εικόνα απεικονίζει την χωρική απεικόνιση των παραπάνω εννοιών στην φυσική γήινη επιφάνεια.



Εικόνα 2-Σχηματική Απεικόνιση Αποχής Γεωειδούς( $N$ )

<http://mycourses.ntua.gr/courses/SURVEY1081/document/%D3%E7%EC%E5%E9%F9%F3%E5%E9%F2-%CC%E1%E8%E7%EC%E1%F4%EF%F2.pdf>

## 2.4 Εξέλιξη μεθόδων μέτρησης Πεδίου Βαρύτητας

Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι οι μέθοδοι μέτρησης τιμών βαρύτητας αναπτύσσονται όσο αναπτύσσεται και η τεχνολογία. Κατά τα μέσα του 19<sup>ου</sup> αιώνα η καταγραφή των τιμών βαρύτητας ήταν μία πολύ δύσκολη και επίπονη διαδικασία. Αυτό ίσχυε, καθώς μόλις είχαν διατυπωθεί κάποιες σημαντικές θεωρίες ,όπως η παγκόσμια έλξη, η περιστροφή της Γης γύρω από τον άξονά της , το σχήμα της κ.α., οι οποίες όμως ήταν σε πολύ πρώιμο στάδιο. Κατά τον 20<sup>ο</sup> αιώνα και εφόσον υπήρξε αναβάθμιση του μηχανικού εξοπλισμού(πιο αναβαθμισμένα όργανα μέτρησης) οι διαδικασίες αυτές απλοποιήθηκαν αρκετά, καθώς η συλλογή δεδομένων γινόταν όχι μόνο επίγεια πλέον, αλλά και εναέρια με την χρήση των δορυφόρων(τηλεπισκόπηση, δορυφορική αλτιμετρία κ.α.). Επομένως, οι μετρήσεις ήταν ποικίλες και αρκετές σε αριθμό, πράγμα που οδηγούσε και σε υψηλότερη ακρίβεια υπολογισμού του πεδίου βαρύτητας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα σε αυτό το σημείο είναι η πρώτη αποστολή τεχνητού δορυφόρου στα μέσα του αιώνα με όνομα Sputnik I, όπου αποτέλεσε την αφετηρία της διαστημικής γεωδαισίας(κομβικό σημείο εξέλιξης του τομέα) , καθώς άλλαξε τον τρόπο και την οπτική όπου έβλεπε ο άνθρωπος το πεδίο βαρύτητας. Μία παράμετρος που έχει εκσυγχρονιστεί πολύ με τους αιώνες είναι η μέθοδος με την οποία μετράμε την απόσταση επίγειων σταθμών παρατήρησης με κάποιον δορυφόρο σε τροχιακό επίπεδο. Συγκεκριμένα, κατά τον 20<sup>ο</sup> αιώνα η καταγραφή της απόστασης γινόταν με χρήση-καταγραφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, καθώς με αυτό τον τρόπο γινόταν η κατασκευή των επίγειων μηχανών μέτρησης. Περνώντας ο χρόνος τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα έδωσαν την θέση τους στην τεχνική παρατήρησης παλμών Laser. Το Laser που διέθετε το όργανο παρατήρησης ταξίδευε μέχρι να βρει τον ειδικό ανακλαστήρα που είχε ο εκάστοτε δορυφόρος και αφού υπέστη αντανάκλαση σε αυτόν γυρνούσε πίσω(παρόμοια μέτρηση παίρνει και ο σημερινός γεωδαιτικός σταθμός με αντανάκλαση σε επιφάνεια πρίσματος ενός στυλαιού). Έτσι, έχοντας χρόνο ταξιδιού laser και ταχύτητα σήματος στον χώρο είναι δυνατή η εκτίμηση της απόστασης μεταξύ οργάνου και δορυφόρου. Αυτό σε πρώτο στάδιο, διότι υπάρχουν πολλοί παράγοντες που επηρεάζουν και τροποποιούν την ταχύτητα διάδοσης. Η ανθρώπινη επιμονή για εξέλιξη έφερε στο φως στα τέλη της δεκαετίας του 1970 την δημιουργία ενός Παγκόσμιου Συστήματος για τον προσδιορισμό θέσης με την χρήση δορυφόρων. Το σύστημα αυτό είναι ευρέως γνωστό ως GPS και η κατανόηση της λειτουργίας τους είναι απαραίτητη στον κλάδο της τοπογραφίας, καθώς η χρησιμότητα του βρίσκεται σε πλήρη εφαρμογή στο πεδίο. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφερθεί ότι δεν υπάρχει μόνο ένα σύστημα όπως το GPS, αλλά υπάρχουν και άλλα πολλά όπως είναι το GLONASS( Ρωσικό), το GALILEO(Ευρωπαϊκό) και το BEIDOU(Κινέζικο). Τα συστήματα αυτά έχουν να κάνουν με τον προσδιορισμό θέσης σε ηπειρωτικές επιφάνειες. Η μέθοδος προσδιορισμού θέσης και πεδίου βαρύτητα σε θαλάσσιες επιφάνειες ονομάζεται δορυφορική αλτιμετρία και έχει εφαρμογές σε κλάδους όπως η ωκεανογραφία, η μετεωρολογία κ.α. Η μέθοδος



αυτή έχει και αυτή να κάνει με την αντανάκλαση στην επιφάνεια της θάλασσας, ώστε αφού γίνει η επεξεργασία των δεδομένων να εκτιμηθούν υψόμετρα για την στιγμιαία στάθμη της θάλασσας και κατ' επέκταση την βέλτιστη εκτίμηση του πεδίου βαρύτητας της περιοχής. Έχοντας κάνει αυτό το ταξίδι στον χρόνο περνάμε στην περίοδο του 21<sup>ου</sup> αιώνα και στο σήμερα όπου οι μέθοδοι μέτρησης που υπάρχουν είναι ένας συνδυασμός όλων των προηγούμενων αιώνων. Η συλλογή δεδομένων έχει να κάνει με έναν συνδυασμό επίγειων και δορυφορικών μετρήσεων. Η κύρια πηγή συλλογής των δεδομένων είναι το σύστημα GPS όπου βρίσκεται σε ακμή την δεδομένη στιγμή.

## 2.5 Πρόβλημα Συνοριακών Τιμών

Το βασικότερο πρόβλημα στην επιστήμη της Γεωδαισίας-Τοπογραφίας είναι η προσέγγιση του ακανόνιστου σχήματος της Γης που προαναφέρθηκε, καθώς και η μαθηματικών και φυσικών μοντέλων για την προσέγγιση αυτή. Ένα άλλο πρόβλημα που θα μας απασχολήσει εκτενώς είναι αυτό του προβλήματος συνοριακών τιμών. Για να μπουν τα θεμέλια κατανόησής του αρχικά θα πρέπει να δοθεί ένας ορισμός. Μία θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος που έχει ειπωθεί είναι :

*«Από τις τιμές του γραμμικού συνδυασμού μιας συνάρτησης και των παραγώγων της επάνω σε μία συνοριακή επιφάνεια ζητείται να υπολογιστεί η αρμονική συνάρτηση στο εξωτερικό της επιφάνειας».*( «Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007)

Αρχίζοντας από το μηδέν, το πρόβλημα αυτό δεν είναι απλό, αλλά σύνθετο και αποτελείται από δύο υποερωτήματα. Η απάντηση που πρέπει να δοθεί ώστε να επιλυθεί το πρόβλημα είναι :

- Ο προσδιορισμός του πεδίου βαρύτητας της Γης και των μεταβολών του ανά τα έτη και
- Ο προσδιορισμός μίας μέσης γης, από ένα μοντέλο, μέσω παρατηρήσεων που λαμβάνουν χώρα επάνω ή και εκτός γήινης επιφάνειας.

Αυτά τα δύο ερωτήματα συνθέτουν το πρόβλημα συνοριακών τιμών. Το μοντέλο αυτό που προαναφέρθηκε για τον προσδιορισμό τις γήινης επιφάνειας αποτελείται εκτός των άλλων και από τρεις επιφάνειες αναφοράς. Την φυσική γήινη επιφάνεια και της προσεγγίσεις της, το γεωειδές και το ελλειψοειδές. Ακόμα, το μοντέλο προσδιορισμού της μέσης γης διαφοροποιείται ανάλογα με το κομμάτι που προσεγγίζεται κάθε φορά. Υπάρχει το γεωμετρικό μέρος και το δυναμικό μέρος. Το γεωμετρικό μέρος αφορά τους όρους της αποχής του γεωειδούς που προαναφέρθηκε και της απόκλισης της κατακορύφου . Οι δύο διευθύνσεις οι οποίες είναι κάθετες σε γεωειδές και ελλειψοειδές αντίστοιχα ονομάζονται κατακόρυφος και κάθετος αντίστοιχα. Παρόλα αυτά δεν συμπίπτουν οι δύο αυτές διευθύνσεις και έτσι μεταξύ τους δημιουργείται μία γωνία. Η γωνία αυτή ονομάζεται απόκλιση της κατακορύφου και αναλύεται σε δύο συνιστώσες(ξ, λ).

Οι σχέσεις που δίνουν αυτές τις συνιστώσες είναι οι εξής:

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (2.4)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda)\cos\varphi \quad (2.5)$$

Οι παράμετροι  $\Phi$ ,  $\Lambda$  είναι οι αστρονομικές συντεταγμένες, ενώ  $\varphi, \lambda$  είναι οι γεωδαιτικές συντεταγμένες του αντίστοιχου σημείου. Ακόμα το γεωμετρικό μοντέλο υλοποιείται και μέσω της υψομετρίας, όπου υπάρχουν τα τρία βασικά υψόμετρα: το ορθομετρικό, το γεωμετρικό και η αποχή του γεωειδούς που είναι η διαφορά των δύο προηγούμενων. Παρατηρείται μεγάλη ταύτιση μεταξύ των δύο περιπτώσεων. Με αυτόν τον τρόπο μας είναι πιο σαφές ότι το πρόβλημα αυτό δημιουργείται από την ύπαρξη διαφορετικών επιφανειών αναφοράς όπου οι παράμετροι της μίας δεν ταυτίζονται με αυτούς της άλλης.

Εκτός του γεωμετρικού μοντέλου, υπάρχει και το δυναμικό. Το μοντέλο αυτό υλοποιείται αντίστοιχα μέσω παρατηρήσεων τιμών βαρύτητας  $g$  στην επιφάνεια του γεωειδούς και μόνο.

Το πρόβλημα συνοριακών τιμών, πρακτικά στην φυσική γεωδαισία επιλύεται μέσω μετρήσεων στην επιφάνεια του γεωειδούς και μετονομάζεται σε γεωδαιτικό πρόβλημα συνοριακών τιμών. Οι μετρήσεις λαμβάνονται στην επιφάνεια του γεωειδούς, ή προσεγγιστικά αναφέρονται στην ΜΣΘ και έπειτα περνάνε από το στάδιο της επεξεργασίας όπου αφού αναχθούν με μεθόδους που θα ειπωθούν σε επόμενη ενότητα θα αναγνωριστούν ως ανηγμένες τιμές βαρύτητας.

## 2.6 Ισοδυναμικές επιφάνειες

Η Γήινη επιφάνεια δεν είναι μία τέλεια επιφάνεια, πράγμα που ισχύει και για την μετακίνηση των μαζών που βρίσκονται σε αυτήν. Γι' αυτό μπαίνει σαν ορισμός η ισοδυναμική επιφάνεια. Οι επιφάνειες αυτές είναι επιφάνειες σταθερού δυναμικού. Με τον όρο σταθερό δυναμικό εννοείται ότι σε όλη την έκταση αυτής της ισοδυναμικής επιφάνειας η μεταβολή του δυναμικού είναι μηδενική.

$$W = \text{const.} \quad (2.6)$$

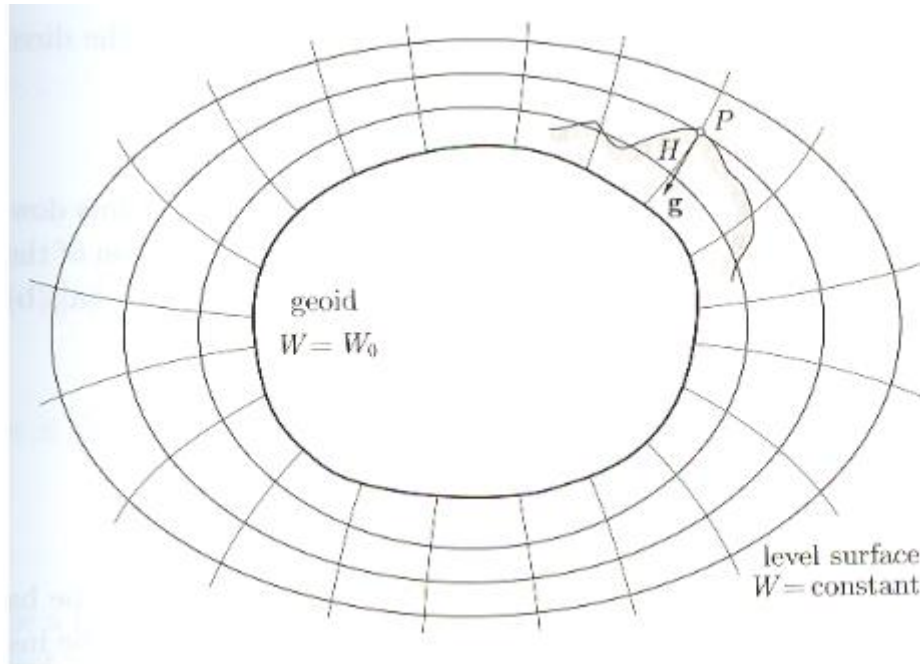
$$dW = 0 \quad (2.7)$$

Θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι είναι ο όρος ισοδυναμική επιφάνεια μπορεί να παρομοιαστεί με αυτόν της ισοϋψούς καμπύλης στην τοπογραφία (με τον όρο ισοϋψής καμπύλη θεωρώ τον γεωμετρικό τόπο των σημείων του χώρου που έχουν το ίδιο υψόμετρο). Έτσι και εδώ, όταν δύο σημεία βρίσκονται στην ίδια ισοδυναμική επιφάνεια ισχυριζόμαστε ότι έχουν την ίδια τιμή δυναμικού ή αν προτιμάται μηδενική μεταξύ τους μεταβολή δυναμικού και επομένως η μετακίνηση των μαζών από το ένα σημείο στο άλλο δεν παράγει έργο.

$$g \cdot dr = 0 \quad (2.8)$$



Η σχέση 2.6 συμβολίζεται την μηδενική παραγωγή σε έργο λόγω των μετακινήσεων των μαζών που βρίσκονται στην ίδια ισοδυναμική επιφάνεια. Το  $g$  είναι το μέτρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Είναι σαφές ότι η τιμή αυτή της βαρύτητας είναι μη μηδενική, ενώ έχει αύξουσα ιδιότητα καθώς προχωράμε σε συγκλίνουσες επιφάνειες. Αυτό κυρίως οφείλεται στην ελλειψοειδή μορφή των ισοδυναμικών επιφανειών και όχι στην παραλληλία τους.



Εικόνα 3-Αναπαράσταση ισοδυναμικών επιφανειών

(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO190&openDir=/5ce2d3bc5ZhA>)

## 2.7 Μοντέλα Πεδίου Βαρύτητας

Η πολύπλοκη φύση του γήινου πεδίου βαρύτητας μας οδήγησε σε εναλλακτικούς τρόπους προσέγγισής του με στόχο την απλούστερη κατανόησή του. Μία τέτοια εναλλακτική είναι η δημιουργία μοντέλων του πεδίου βαρύτητας. Στον κλάδο της επιστήμης, μοντέλο θεωρείται μία μαθηματική προσέγγιση ενός φαινομένου(είτε φυσικού είτε τεχνητού), κατά την οποία απώτερος σκοπός είναι η βέλτιστη προσέγγιση του φαινομένου αυτού, πάντα με την κατάλληλη επιλογή κάποιων κριτηρίων. Στην δικιά μας περίπτωση, με τον όρο πεδίο βαρύτητας εννοούμε ένα φυσικό φαινόμενο το οποίο είναι δεδομένο ότι ποικίλλει από μοντέλα. Μερικά από τα κυριότερα αυτά μοντέλα θα αναλυθούν παρακάτω. Ένα πολύ βασικό κομμάτι αφορά την εφαρμογή του εκάστοτε μοντέλου, αλλά και την κλίμακά του. Σε αυτήν την περίπτωση, τα μοντέλα διακρίνονται σε τοπικά και παγκόσμια μοντέλα, αναλόγως της περιοχής μελέτης και του κατά πόσο αυτά ταυτίζονται ως προσεγγίσεις στο πραγματικό πεδίο βαρύτητας. Ένα παράδειγμα τέτοιου μοντέλου είναι αυτό του χωροσταθμικού σφαιροειδούς(level spheroid). Το μοντέλο αυτό αποτελεί

μοντέλο σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων όπου με επιφάνεια αναφοράς την χωροσταθμική επιφάνεια προσπαθεί να προσεγγίσει με βέλτιστο τρόπο την φυσική επιφάνεια του γεωειδούς.

### 2.7.1 Χωροσταθμικό Ελλειψοειδές

Ένα πρώτο μοντέλο που θα ασχοληθούμε λεπτομερώς είναι αυτό του χωροσταθμικού ελλειψοειδούς (*level ellipsoid*). Το μοντέλο αυτό αποτελείται από ένα μεγάλο πλήθος παραμέτρων που ως στόχο έχουν την βέλτιστη προσέγγιση του γήινου πεδίου βαρύτητας με όσο το δυνατό πιο αξιόπιστο τρόπο. Λαμβάνοντας αυτά υπόψιν, οι παράμετροι που καθορίζουν το μοντέλο (ελλειψοειδές εκ περιστροφής) είναι η μάζα του  $M$  και η γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από τον άξονα περιστροφής του. Το σχήμα του (κατά πόσο έχει συμπιεστεί ως προς τους πόλους) μας το δίνει η γεωμετρική επιπλάτυνση  $f$ , που δίνεται από τον τύπο (2.2).

Η επιφάνεια του χωροσταθμικού ελλειψοειδούς εκτός των άλλων είναι μία ισοδυναμική επιφάνεια, επομένως όσο βρισκόμαστε εντός της επιφάνειάς του το κανονικό του δυναμικού είναι σταθερό. Αυτό δεν ισχύει όμως και για το εξωτερικό πεδίο βαρύτητας του ελλειψοειδούς αυτού μοντέλου. Στο σημείο αυτό εφόσον έχω μία ισοδυναμική επιφάνεια θα χρειαστεί μία παραδοχή έτσι ώστε να δικαιολογηθεί το σταθερό δυναμικό το οποίο έχει άμεση σχέση με τις μάζες του ΕΕΠ. Η παραδοχή αυτή είναι η εξής: η πυκνότητα των μαζών αυξάνεται καθώς πλησιάζουμε προς το κέντρο της Γης, ακολουθώντας μία κανονική κατανομή. Σε αυτό το σημείο, καταλαβαίνουμε ότι η παραδοχή αυτή δεν είναι μη αληθής, αλλά ισχύει από τις γνώσεις που έχουμε από την γεωφυσική λόγω της ελκτικής δύναμης του κέντρου μάζας της Γης. Οι μάζες που βρίσκονται πιο κοντά στο κέντρο μάζας της Γης έλκονται περισσότερο και επομένως η πυκνότητα μαζών σε αυτό το σημείο θα είναι μεγαλύτερη από αυτήν που θα είχε σε μία πολύ μεγαλύτερη απόσταση.

Το πρακτικό κομμάτι του χωροσταθμικού ελλειψοειδούς μοντέλου αφορά την επίλυση στο ύπαιθρο για τον βέλτιστο προσδιορισμό του Γήινου πεδίου βαρύτητας.

Η επίλυση αυτή δίνεται με την βοήθεια των γεωδαιτικών συντεταγμένων  $(\varphi, \lambda, h)$ , ενώ η θέση ενός σημείου επάνω στην γήινη επιφάνεια δίνεται από το διάνυσμα θέσης  $r(X, Y, Z)$  το οποίο ορίζεται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$X = (\bar{N} + h) \cos \varphi \cos \lambda \quad (2.9)$$

$$Y = (\bar{N} + h) \cos \varphi \sin \lambda \quad (2.10)$$

$$Z = ((1 - e^2) \bar{N} + h) \sin \varphi \quad (2.11)$$

όπου:

$e^2$ (πρώτη εκκεντρότητα)

X, Y, Z(Γεωκεντρικές συντεταγμένες σημείου στον χώρο)

$\varphi, \lambda, h$ (Γεωδαιτικές συντεταγμένες στον χώρο)

$\bar{N}$ (Ακτίνα καμπυλότητας πρώτης καθέτου)

Η πρώτη εκκεντρότητα υπολογίζεται ως

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2.12)$$

Με  $a, b$  να εννοούμε τους ημιάξονας του εκάστοτε ελλειψοειδούς εκ περιστροφής.

Ακόμα μία παράμετρος είναι η μεσημβρινή ακτίνα καμπυλότητας  $M$ (όχι μάζα ελλειψοειδούς):

$$M = \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2)\sin^2\varphi}} \quad (2.13)$$

Ακόμα μία παράμετρος είναι αυτή της ακτίνας καμπυλότητας της πρώτης καθέτου  $\bar{N}$ .

$$\bar{N} = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2)\sin^2\varphi}} \quad (2.14)$$

### 2.7.2 Γεωδυναμικά Μοντέλα Πεδίου Βαρύτητας

Τα μοντέλα αυτά ανήκουν και αυτά στην κατηγορία μοντέλων για τον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας, με την διαφορά ότι τα μοντέλα αυτά είναι μοντέλα συντελεστών. Οι συντελεστές είναι της μορφής  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ , ενώ τα μοντέλα μπορεί να είναι και μοντέλα απείρων όρων.

Τα αναπτύγματα των μοντέλων ορίζονται από σφαιρικές αρμονικές συναρτήσεις, ενώ ο αριθμός των συντελεστών μας δείχνει τον τρόπο συλλογής δεδομένων, καθώς ο χαμηλός βαθμός ανάπτυξης μας φανερώνει δεδομένα που έχουν προέλθει από δορυφορικές παρατηρήσεις, σε αντίθεση με υψηλότερους βαθμούς που αντιπροσωπεύουν συνδυασμό δορυφορικών και επίγειων παρατηρήσεων για την συλλογή δεδομένων. Η ιστορία με τα γεωδυναμικά μοντέλα έχει τις ρίζες της από τις αρχές της δεκαετίας του '70 καθώς η πρώτη έρευνα υλοποιήθηκε από το ερευνητικό κέντρο της NASA και τα μοντέλα ονομάστηκαν GEM(Goddard Earth Models). Ο αριθμός των συντελεστών λέγεται βαθμός και στις αρχές κυμαινόταν από 37 έως 180. Αυτό άλλαξε στις αρχές των '80s και ο βαθμός έφτασε μέχρι και 360, καθώς όπως αναφέρω και στην εξέλιξη των μεθόδων μέτρησης σε αυτό το σημείο της ιστορίας εισάγεται η επίλυση με συνδυασμό δεδομένων(επίγειων και δορυφορικών). Η ακρίβεια βελτιώθηκε αισθητά την δεκαετία του '90, κάτι απολύτως λογικό καθώς στο παιχνίδι μπήκε ο κλάδος της δορυφορικής αλτιμετρίας, ενώ χρησιμοποιήθηκαν και για πρώτη φορά τα πρώτα δεδομένα από τον αλτιμετρικό δορυφόρο TOPEX/POSEIDON. Εκτός αυτού, έγιναν πολλές αποστολές από γεωδαιτικές

εφαρμογές έως εφαρμογές πυκνής κάλυψης της θαλάσσιας επιφάνειας ώστε να πάρουμε αναπτύγματα βαθμού έως και 1800, πράγμα που οδήγησε στον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας με πολύ μεγάλη διακριτική ικανότητα και ακρίβεια. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα γεωδυναμικού μοντέλου που χρησιμοποιούμε αρκετά σε εργασίες υπαίθρου είναι το EGM96, όπου οι βαθμοί των αναπτυγμάτων μέχρι 70 υπολογίστηκαν με δορυφορικές παρατηρήσεις, ενώ από εκεί μέχρι βαθμό 360 υλοποιήθηκαν με επίγειες γεωδαιτικές. Οι παράμετροι του γεωδυναμικού μοντέλου αυτού που υπολογίστηκαν είναι GM,  $\omega$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $f$ ,  $e^2$ ,  $\gamma_{eq}$ (κανονική βαρύτητα επάνω στον ισημερινό),  $\gamma_p$ (κανονική βαρύτητα στους πόλους). Το πιο δύσκολο κομμάτι με το γεωδυναμικό μοντέλο είναι ο υπολογισμός των συντελεστών του εκάστοτε μοντέλου, καθώς πρέπει να λάβω υπόψη την προέλευση των δεδομένων. Αλλιώς υπολογίζονται από επίγειες εφαρμογές(γεωδαιτικά δεδομένα), αλλιώς από δορυφορικές παρατηρήσεις(μετρήσεις τροχιών δορυφόρων) και αλλιώς εάν έχω συνδυασμό των προηγούμενων δύο τρόπων συλλογής δεδομένων.

Τα μοντέλα αυτά είναι μοντέλα σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων. Ο υπολογισμός και προσδιορισμός των μοντέλων αυτών είναι υψίστης σημασίας, διότι τα μοντέλα αυτά μας δίνουν μία παγκόσμια πληροφορία για το γήινο πεδίο βαρύτητας. Επομένως, ο ακριβής προσδιορισμός των παραμέτρων τους, έλαβε χώρα σε πανεπιστήμια αλλά και κέντρα έρευνας κάποιων οργανισμών που ασχολούνται με το κομμάτι αυτό των μοντέλων της γεωδαισίας. Επομένως, οι συντελεστές μετά από πολύ μελέτη είναι γνωστοί και υπάρχουν σε πίνακες όπου ανάλογα το μοντέλο του γεωδυναμικού που χρησιμοποιούμε μπορώ να πάρω τους συντελεστές που με καλύπτουν.

Οι μέθοδοι συλλογής των δεδομένων, μπορεί να είναι από δορυφορικές παρατηρήσεις τροχιών δορυφόρων, από επίγειες μετρήσεις τιμών βαρύτητας με εξοπλισμό όπως αυτόν του βαρυτημέτρου ή μπορεί να υπάρχει και συνδυασμός των δύο παραπάνω τεχνικών. Η συνδυαστική μέθοδος μας προσφέρει ένα πολύ μεγάλο πλεονέκτημα. Μας παρέχει υψηλή ακρίβεια συντελεστών χαμηλού βαθμού σε δορυφορικά δεδομένα, ενώ τα επίγεια δεδομένα εξασφαλίζουν και πάλι υψηλή ακρίβεια σε συντελεστές ακόμα και υψηλού βαθμού.

Μερικά παραδείγματα γεωδυναμικών μοντέλων εκτός των πρώτων που ονομάζονταν GEM, είναι το OSU91A το οποίο συνδυάζει και επίγεια και δορυφορικά δεδομένα, ενώ είναι πλήρες σε βαθμό και τάξη. Ακόμα ένα παράδειγμα ευρείας εφαρμογής που χρησιμοποιείται σε πολλές εφαρμογές όπως, εύρεση βάσης μεταξύ σημείων μετρημένα με δέκτη GPS για προσδιορισμό θέσης σημείου(εύρεση φ,λ,h). Το μοντέλο αυτό είναι σχετικά πρόσφατο και ονομάζεται EGM96 το οποίο υλοποιήθηκε και αυτό με συνδυαστική μέθοδο.

Το πιο γνωστό, σύγχρονο και πιο λειτουργικό γεωδυναμικό μοντέλο είναι το **EGM2008**. Το μοντέλο αυτό αναπτύσσεται μέχρι βαθμό  $n=2190$ . Ακόμα ανήκει στα συνδυαστικά μοντέλα, δηλαδή αυτά τα οποία χρησιμοποιούν και

επίγειες και δορυφορικές μετρήσεις, εξού και ο υψηλός βαθμός ανάπτυξης. Ίσως αυτήν την στιγμή να είναι το παγκόσμιο μοντέλο με την βέλτιστη προσέγγιση του γεωειδούς, καθώς και του γήινου πεδίου βαρύτητας. Η ακρίβεια προσέγγισης μπορεί να φτάσει και τα λίγα εκατοστά. Τέλος, το μοντέλο αυτό χρησιμοποιεί δύο από τις τελευταίες δορυφορικές αποστολές (την CHAMP και την GRACE).

Σημειώσεις μαθήματος Φυσικής Γεωδαισίας, Βασίλειος Ανδριτσάνος

## 2.8 Μέθοδοι Προσδιορισμού Γεωειδούς

Το γεωειδές είναι μία προσέγγιση της Γήινης επιφάνειας και πιο συγκεκριμένα είναι μία φυσική επιφάνεια η οποία προσεγγίζεται από την μέση στάθμη της θάλασσας (ΜΣΘ). Έχει γίνει αυτή η προσέγγιση λόγω της πολυπλοκότητας που έχει η επιφάνεια της Γης σε όλο το μήκος και πλάτος της. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι η χώρα μας όπου το ανάγλυφο της γήινης επιφάνειας ποικίλει και σε πολύ μικρή κλίμακα. Για παράδειγμα, μία περιοχή μπορεί να έχει μέσο υψόμετρο 20 μέτρα, ενώ η πλησίον σε αυτή περιοχή 100 μέτρα. Επομένως, η Γήινη επιφάνεια προσεγγίζεται με πολλούς τρόπους λόγω της πολυμορφικής φύσης που έχει. Το ίδιο συμβαίνει και με την επιφάνεια του γεωειδές. Με αυτό το πρόβλημα έχουν ασχοληθεί πάρα πολλοί επιστήμονες και έχουν προταθεί διάφοροι μέθοδοι προσδιορισμού. Οι μέθοδοι που το προσδιορίζουν είναι πολλοί και διαφοροποιούνται ανάλογα με το είδος των δεδομένων.

- **Αστρογεωδαιτικές μέθοδοι** όπου γίνεται χρήση συνιστωσών  $\xi$  και η της απόκλισης της κατακορύφου από την κάθετο. Η διαδικασία υλοποίησης αυτής της μεθόδου ονομάζεται αστροβαρτημετρική χωροστάθμιση.
- **Αλτιμετρικές μέθοδοι** όπου γίνεται χρήση δεδομένων αλτιμετρικών δορυφόρων έτσι ώστε να επιτευχθεί ο ακριβέστερος προσδιορισμός του γεωειδούς. Η μέθοδος αυτή αναφέρεται σε εφαρμογές που έχουν να κάνουν με θαλάσσιες και όχι ηπειρωτικές εκτάσεις, καθώς προσδιορίζεται η επιφάνεια της θάλασσας. Οι δορυφόροι στέλνουν το σήμα, αυτό ανακλάται από την επιφάνεια του νερού και επιστρέφει πίσω στον δορυφόρο. Έτσι, υπάρχει η απόσταση μεταξύ δορυφόρου και υδάτινου σημείου. Η διαδικασία αυτή παρομοιάζεται με αυτή των επίγειων μετρήσεων με γεωδαιτικό σταθμό.
- **Βαρυτημετρικές μέθοδοι** όπου γίνεται λόγος για σημειακές ή και μέσες τιμές ανωμαλίας βαρύτητας και όχι κατευθείαν τιμή βαρύτητας. Οι τιμές αυτές λαμβάνονται με την χρήση ειδικευμένων βαρυτημέτρων από ποικίλες πηγές όπως αέρα, θάλασσα, ξηρά κ.α., ενώ παράλληλα με τις μετρήσεις θα χρειαστούμε τον καθορισμό του βέλτιστου γεωδυναμικού μοντέλου για την περιοχή ενδιαφέροντος.
- **Συνδυαστικές μέθοδοι** των παραπάνω περιπτώσεων, πράγμα που στις μέρες μας χρησιμοποιείται κατ' εξακολούθηση, λόγω του συνδυασμού

των πλεονεκτημάτων των παραπάνω μεθόδων για ένα βέλτιστο αποτέλεσμα.

Πριν γίνει εφαρμογή των παραπάνω μεθόδων θα πρέπει οι μετρήσεις να περάσουν από κάποιες διορθώσεις όσο και αναγωγές. Ακόμα, τα δεδομένα δεν χρησιμοποιούνται μόνα τους, αλλά θα πρέπει να συνδυάζονται με ένα γεωδυναμικό μοντέλο όπως έχει προαναφερθεί σε προηγούμενη ενότητα. Αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει οι μετρήσεις να περάσουν από ένα στάδιο προεπεξεργασίας, έτσι ώστε να απαλλαγούν από τυχόν σφάλματα, αλλά και να αναχθούν στην σωστή επιφάνεια. Επιπλέον, οι μέθοδοι προσδιορισμού δεν διακρίνονται μόνο ανάλογα με το είδος προέλευσης των δεδομένων τους, αλλά και από τον αλγόριθμο υλοποίησής τους. Η διάκριση γίνεται σε:

- **Ολοκληρωματικές:** οι οποίες υλοποιούνται με την χρήση ολοκληρωμάτων. Η συνηθέστερη από αυτές είναι η μέθοδος του *Stokes*. Στην περίπτωση αυτή της ολοκληρωματικής μεθόδου του *Stokes* γίνεται μία άμεση σύνδεση των υψομέτρων επάνω στην επιφάνεια του γεωειδούς με τις ανωμαλίες στην τιμή της βαρύτητας.
- **Στοχαστικές:** οι οποίες προσεγγίζουν την τιμή του διαταρακτικού δυναμικού μέσω των στοχαστικών ιδιοτήτων που έχουν τα δεδομένα, αλλά και με την βοήθεια ορισμένων συναρτήσεων μεταβλητότητας. Μία χαρακτηριστική πρακτική εφαρμογή της παρούσας μεθόδου είναι η σημειακή προσαρμογή.
- Τέλος, υπάρχουν και οι **κλασικές πολυωνυμικές τεχνικές** οι οποίες όμως δεν μας δίνουν την επιθυμητή ακρίβεια και επομένως δεν συνιστώνται για εργασία με πολλές απαιτήσεις σε ακρίβεια.

Η **αστρογεωδαιτική χωροστάθμιση** ανήκει στην κατηγορία των αστρογεωδαιτικών μεθόδων. Με αυτήν την μέθοδο υπολογίζεται κάθε φορά η διαφορά των υψομέτρων του γεωειδούς μεταξύ δύο σημείων  $\Delta N$ , αλλά και η διαφορά των ανωμαλιών του υψομέτρου  $\Delta \zeta$  από γνωστές τιμές για την απόκλιση της κατακορύφου. Η επίλυση υλοποιείται με την βοήθεια ενός ολοκληρώματος μεταξύ δύο σημείων.

$$\Delta N = - \int_1^2 \varepsilon \delta s - E_{12} \quad (2.15)$$

όπου  $E_{12}$  ορθομετρική αναγωγή και  $\varepsilon$  η συνολική συνιστώσα απόκλισης κατακορύφου.

Επομένως, εάν η τιμή του γεωειδούς είναι γνωστή για ένα σημείο είναι δυνατή η μεταφορά της διόρθωσης σε ένα άλλο άγνωστο σημείο, ώστε να προσεγγιστεί η τιμή της αποχής του γεωειδούς. Η ακρίβεια του τελικού αποτελέσματος εξαρτάται άμεσα από τα όργανα μέτρησης των διαφορών. Συνηθέστερη διαδικασία υπολογισμού είναι αυτή της χρήσης ενός γεωδαιτικού σταθμού (Total Station) ο οποίος συνδέεται μέσω καλωδίου με ένα δέκτη GPS.

Μία άλλη μέθοδος που ανήκει στην κατηγορία των αστρογεωδαιτικών εφαρμογών είναι αυτή της **αστροβαρυτημετρικής μεθόδου**. Η μέθοδος αυτή είναι παρόμοια με την προηγούμενη καθώς αναζητώ κάποιες τιμές προσέγγισης του γεωειδούς για ορισμένους σταθμούς, κυρίως αποκλίσεις κατακορύφου. Σε αυτήν την περίπτωση υπολογίζονται από τις μετρήσεις βαρύτητας αποκλίσεις κατακορύφου σε σταθμούς που έχω και αστρογεωδαιτικές τιμές. Αυτό συνεχίζεται και σε σταθμούς όπου δεν έχω αντίστοιχες μετρήσεις ώστε να δημιουργηθεί ένα όσο το δυνατόν πιο πυκνό δίκτυο σταθμών με τιμές απόκλισης κατακορύφου σε γνωστά και άγνωστα σημεία. Τελικώς, σχηματίζονται κάποιοι βρόχοι σταθμών(τριγωνικά δίκτυα) και αφού υπολογιστούν διαφορές γεωειδούς( $\Delta N_i$ ) για κάθε βρόχο θα γίνει συνόρθωση για τις διαφορές αυτές έτσι ώστε να γίνει η προσέγγιση της τιμής της αποχής του γεωειδούς σε κάθε σταθμό του δικτύου.

Η τελευταία αστρογεωδαιτική μέθοδος είναι αυτή του **πολυωνυμικού προσδιορισμού**. Η μέθοδος αυτή εφαρμόζεται σε περιοχές όπου υπάρχουν τιμές αποχής του γεωειδούς σε ορισμένα σημεία και απαιτούνται εκτιμήσεις σε κάποια άλλα της ευρύτερης περιοχής(πύκνωση τιμών γεωειδούς σε σημεία της περιοχής). Στην εφαρμογή αυτή γίνεται χρήση της δέσμευσης των ελαχίστων τετραγώνων, δηλαδή το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων της επίλυσης να είναι το ελάχιστο. Τα πολυώνυμα βαθμού  $n$  συμβολίζονται ως εξής:

$$N(x_P, y_P) = \sum_{i,j=0}^n c_{ij} x^i y^j \quad (2.16)$$

Όπου με  $N(x_P, y_P)$  εννοούμε σημείο γνωστό υψόμετρο γεωειδούς για συγκεκριμένες και γνωστές συντεταγμένες  $x, y$  στον χώρο.

Με τις ολοκληρωματικές μεθόδους δεν θα ασχοληθούμε στην παρούσα εργασία επομένως δεν θα γίνει κάποια εκτενής αναφορά σε αυτές. Αντιθέτως, πολύ σημαντικό κομμάτι θα αποτελέσουν οι στοχαστικές μέθοδοι, ειδικότερα η μέθοδος σημειακής προσαρμογής. Η μέθοδος αυτή απαντά στο πρόβλημα συνοριακών τιμών, ενώ βασίζεται σε διακριτές τιμές και όχι συνεχείς. Πρακτικά, γίνεται υπολογισμών τιμών διαταρακτικού δυναμικού. Η σημειακή προσαρμογή αποτελεί μία μέθοδο πρόγνωσης τυχαίων μεταβλητών στον χώρο της επιφάνειας του γεωειδούς από άλλες μεταβλητές εξίσου τυχαίες. Η σημειακή προσαρμογή υλοποιείται από μία συνάρτηση η οποία ονομάζεται *συνάρτηση συμμεταβλητότητας*, ενώ ο προσδιορισμός της συνάρτησης αυτής γίνεται με την μέθοδο της τυχαίας δειγματοληψίας από ένα ευρύ φάσμα δεδομένων. Η σημειακή προσαρμογή διακρίνεται σε δύο κατηγορίες:

- Σημειακή προσαρμογή με σφάλματα και
- Σημειακή προσαρμογή χωρίς σφάλματα

Στην πρώτη περίπτωση οι μετρήσεις είναι επηρεασμένες από σφάλματα(μετρήσεις κατευθείαν από την ύπαιθρο), ενώ στην δεύτερη

περίπτωση οι μετρήσεις θεωρούνται απαλλαγμένες από τα σφάλματα αυτά (ονομάζονται καθαρά σήματα ή signals) και συμμετέχουν κανονικά στην διαδικασία πρόγνωσης των γειτονικών τιμών της βαρύτητας. Για να γίνει πιο κατανοητή η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής χρειάζεται ένας ορισμός. Ο ορισμός είναι ο εξής:

Από ένα σύνολο παρατηρήσεων στον χώρο επάνω στο διαταρακτικό δυναμικό της γήινης επιφάνειας  $T$ , πρέπει να βρεθεί αυτή η προσέγγιση του  $T$  έτσι ώστε να ικανοποιεί το σύνολο των παρατηρήσεων  $I_i$ , ενώ παράλληλα θα ικανοποιείται η συνθήκη

$$\|T\| = \text{ελάχιστο} \quad (2.17)$$

Η συνθήκη ελαχιστοποίησης αυτή ονομάζεται *νόρμα* του διαταρακτικού δυναμικού και επιτυγχάνεται με την βέλτιστη επιλογή της κατάλληλης συνάρτησης συμμεταβλητότητας.

## 2.9 Συναρτήσεις Συμμεταβλητότητας

Με τον όρο συνάρτηση συμμεταβλητότητας εννοείται μία συνάρτηση η οποία περιγράφει ένα πρόβλημα το οποίο σχετίζεται με το πεδίο βαρύτητας. Η μόνη προϋπόθεση που υπάρχει είναι η παραδοχή του ότι οι ανωμαλίες της βαρύτητας συμπεριφέρονται ως κάποια στατιστικά μεγέθη, τα οποία έχουν μέση τιμή στο μηδέν και τα στατιστικά χαρακτηριστικά τους δεν εξαρτώνται από την θέση ή την διεύθυνση, αλλά μόνο από την απόσταση. Ακόμα η συνάρτηση συμμεταβλητότητας μπορεί και περιγράφει την συμπεριφορά του πεδίου βαρύτητας όσον αφορά την στατιστική του, δηλαδή την τάση που έχουν οι τιμές τις ανωμαλίας της βαρύτητας δύο σημείων στον χώρο εφόσον η απόσταση είναι μικρή να έχουν πανομοιότυπα πρόσημα και μέτρα.

Η σχέση η οποία μας δίνει την συνάρτηση συμμεταβλητότητας είναι η εξής:

$$\text{cov}(\Delta g_i, \Delta g_j, \psi) = M\{\Delta g_i \cdot \Delta g_j\} \psi \quad (2.18)$$

Η σχέση 2.18 εάν μεταφραζόταν λεκτικά θα σήμαινε ότι ως συνάρτηση συμμεταβλητότητας ορίζεται ο μέσος όρος των γινομένων  $\Delta g_i$  και  $\Delta g_j$  των τιμών ανωμαλιών βαρύτητας δύο σημείων τα οποία απέχουν κάποια απόσταση μεταξύ τους.

«Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007

Η μεταβλητότητα της συνάρτησης αυτής μπορεί να βρεθεί ως εξής:

$$\text{Για } \psi=0 \text{ ισχύει } \sigma^2(\Delta g) = M\{\Delta g^2\}$$

Όλα τα παραπάνω θα πρέπει να ακολουθούν τις προδιαγραφές της ομογένειας και της ισοτροπίας των δεδομένων. Παρόλα αυτά είναι κατανοητό το ότι δεν προκύπτει



πραγματικά κάτι τέτοιο. Έτσι λοιπόν η συνάρτηση συμμεταβλητότητας λαμβάνει υπόψιν μόνο τα χαρακτηριστικά της περιοχής μελέτης για το πεδίο βαρύτητας. Με αυτόν τον τρόπο οι τιμές που θα υπολογιστούν ονομάζονται εμπειρικές και η συνάρτηση που τις περιγράφει εμπειρική (empirical covariance). Συνοψίζοντας, αφού έχει υπολογιστεί η εμπειρική συνάρτηση θα γίνουν διάφορες δοκιμές άλλων γνωστών συναρτήσεων (αναλυτικών συναρτήσεων) ώστε να εντοπιστεί εκείνη που θα εφαρμόζεται βέλτιστα στην εμπειρική. Ο τύπος της αναλυτικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας δίνεται από το παρακάτω ανάπτυγμα:

$$cov(\Delta g_i, \Delta g_j, \psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R^2}{r_i \cdot r_j} \right)^{n+2} \cdot \sigma_n^2(\Delta g) \cdot P_n(\cos \psi) \quad (2.19)$$

«Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007

Οι δύο πρώτοι όροι (μηδενικού και πρώτου βαθμού) όπως φαίνεται στο ανάπτυγμα είναι μηδενικοί. Αυτό οφείλεται στην παραδοχή ότι ο μέσος όρος της συνάρτησης είναι μηδέν και το ότι το κέντρο του χωροσταθμικού ελλειψοειδούς ταυτίζεται με το κέντρο μάζας της Γης.

## Κεφάλαιο 3- Αναγωγές

Με τον όρο αναγωγή στον τομέα της Γεωδαισίας-Τοπογραφίας εννοούμε την μεταφορά των πρωτογενών μετρήσεων σε μία κατάλληλη συνοριακή επιφάνεια, η οποία προσεγγίζεται με τις μεθόδους της Φυσικής Γεωδαισίας. Δηλαδή, η αναγωγή όπως και ο μετασχηματισμός είναι μια διαδικασία μετατροπής μίας τιμής σε μία άλλη λόγω κάποιων επιδράσεων που μπορεί να επηρεάζουν την μέτρηση που θα κάνουμε. Για παράδειγμα, στην τοπογραφία ένα μήκος μετρημένο στο ύπαιθρο έχει άλλη τιμή τελικά επάνω στην επιφάνεια του ΕΕΠ, άλλη το μήκος του από κεκλιμένο που μετρά το όργανο σε οριζόντιο και άλλη το μήκος που υπολογίζεται στον χάρτη, καθώς παρεμβάλλεται και ο συντελεστής παραμόρφωσης  $m$ , όπου βρίσκεται κοντά στην μονάδα. Έτσι και στην φυσική γεωδαισία θα πρέπει να γίνει μία σειρά αναγωγών για να έχω την τελική τιμή για την βαρύτητα που θα χρησιμοποιώ για τις εργασίες στην συνέχεια. Ένα ακόμα παράδειγμα, είναι η μέτρηση που παίρνουμε από τον δέκτη GPS. Η απόσταση που θα διανύσει το σήμα από την ώρα που θα φύγει το σήμα του δέκτη μέχρι να επιστρέψει δεν είναι ορθή. Αυτό οφείλεται σε παράγοντες όπως τα στρώματα της ατμόσφαιρας όπου διαθέτουν διαφορετικές πυκνότητες με συνέπεια το σήμα αλλού να πηγαίνει με ομαλή ταχύτητα και αλλού να δυσκολεύεται και να επιβραδύνει. Σε αυτήν όμως την περίπτωση δεν έχω αναγωγές, αλλά διόρθωση σφαλμάτων. Η λογική όμως παραμένει η ίδια, θα πρέπει να γίνει διόρθωση λόγω εξωτερικών παραγόντων. Μερικοί από αυτούς θα αναφερθούν παρακάτω. Αυτό που επιτυγχάνεται με την αναγωγή είναι να απαλλαγούν οι τιμές της βαρύτητας από εξωτερικές επιδράσεις ώστε να είναι λειτουργικές στον κλάδο της γεωδαισίας, να γίνουν όσο πιο ομαλές γίνεται ώστε να γίνει πιο απλή και η διαδικασία πρόγνωσης τους, αλλά και να γενικότερα να αναχθούν σε κατάλληλη συνοριακή επιφάνεια, ώστε αυτή να εκτιμηθεί στην συνέχεια.

### 3.1 Διαταρακτικό Δυναμικό

Πριν την αναφορά στις αναγωγές των βαρυτημετρικών μετρήσεων, υπάρχουν όροι που πρέπει να αποσαφηνιστούν, όπως αυτοί του διαταρακτικού δυναμικού και της ανωμαλίας της βαρύτητας.

Ένα μέγεθος ορίζεται ως διαταρακτικό όταν η κανονική του τιμή διαφέρει από την πραγματική. Επομένως η διαφορά του δυναμικού του πραγματικού πεδίου βαρύτητας και του δυναμικού του κανονικού πεδίου βαρύτητας ορίζεται ως διαταρακτικό δυναμικό και συμβολίζεται με  $T$ . Ο τύπος που μας δίνει αυτό το μέγεθος είναι ο εξής:

$$T(r) = W(r) - U(r) \quad (3.1)$$

Όπου

$T$ =διαταρακτικό δυναμικό

$W$ =δυναμικό πραγματικού πεδίου βαρύτητας και

$U$ =δυναμικό κανονικού πεδίου βαρύτητας

Η διαφορά των δύο δυναμικών είναι το ότι το πραγματικό προσπαθεί να προσεγγίσει γεωμετρικά χαρακτηριστικά(π.χ. την αποχή του γεωειδούς) με την βοήθεια δυναμικών(π.χ. υπαίθριες μετρήσεις βαρύτητας). Από την άλλη το κανονικό δυναμικό του πεδίου βαρύτητας προσπαθεί να συνδέσει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά με τα φυσικά.

Σε αντίθεση με τα προηγούμενα, στον χώρο εκτός μαζών ισχύει η παρακάτω εξίσωση του Laplace:

$$\Delta T = 0 \quad (3.2)$$

Το διαταρακτικό δυναμικό, εκτός των άλλων, μπορεί να αναπτυχθεί σε μία σειρά σφαιρικών αρμονικών συναρτήσεων. Βασική προϋπόθεση για να συμβεί αυτό είναι το κέντρο μάζας του μοντέλου του ελλειψοειδούς να συμπίπτει με το κέντρο μάζας της γης και η μάζα του μοντέλου με την μάζα της γης(M).

### 3.2 Ανωμαλία Βαρύτητας

Σε αντιστοιχία με το διαταρακτικό δυναμικό, η ανωμαλία βαρύτητας, ή αλλιώς διαταραχή της βαρύτητας, αποτελεί και αυτή μία διαφορά. Η διαφορά αυτή ορίζεται ως η διαφορά της έντασης(επιτάχυνση) βαρύτητας σε ένα σημείο από την τιμή της κανονικής βαρύτητας που υπολογίζω.

Η τιμή της κανονικής βαρύτητας μπορεί να υπολογιστεί εύκολα εφόσον η θέση του σημείου στον χώρο είναι γνωστή, δηλαδή έχω πληροφορία των γεωδαιτικών του συντεταγμένων φ,λ,h. Με τον όρο κανονική βαρύτητα εννοώ την τιμή της βαρύτητας που μετράται επάνω στο χωροσταθμικό ελλειψοειδές(h=0), δηλαδή διαφέρει από την πραγματική τιμή της βαρύτητας. Έτσι, η μέτρηση που παίρνω λέγεται κανονική και όχι πραγματική. Η σχέση που μας δίνει την κανονική βαρύτητα δόθηκε από τον Somigliana και είναι η εξής:

$$\gamma_0 = \frac{a \cdot \gamma_e \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot \gamma_p \cdot \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2 \varphi + b^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \quad (3.3)$$

Όπου

a,b μέγανος και μικρός ημιάξονας

φ=γεωγραφικό πλάτος

γ<sub>e</sub>=κανονική βαρύτητα στον ισημερινό

γ<sub>p</sub>=κανονική βαρύτητα στους πόλους

Επομένως, η κανονική βαρύτητα επάνω στο χωροσταθμικό ελλειψοειδές εξαρτάται άμεσα από το γεωγραφικό πλάτος στον χώρο για το κάθε σημείο.

Παρακάτω φαίνονται κάποιο τύποι για να προκύψει η κανονική βαρύτητα.

$$\gamma_e = \frac{GM}{a^2(1-f)} \cdot \left[ 1 - m - \frac{m \cdot e' \cdot q_0'}{6 \cdot q_0} \right] \quad (3.4)$$

$$\gamma_p = \frac{GM}{a^2} \cdot \left[ 1 + \frac{m \cdot e' \cdot q_0'}{3 \cdot q_0} \right] \quad (3.5)$$

$$q_0 = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{3}{e'^2} \right) \cdot \arctan e' - \frac{3}{2 \cdot e'} \quad (3.5)$$

$$q_0' = 3 \cdot \left( 1 + \frac{1}{e'^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{1}{e'} \cdot \arctan e' \right) - 1 \quad (3.6)$$

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (3.7)$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (3.8)$$

$$m = \omega^2 \cdot a^3 \cdot \frac{1-f}{GM} \quad (3.9)$$

Η τιμή της ανωμαλίας της βαρύτητας μπορεί πλέον να υπολογιστεί, εφόσον έχω γνωστή την τιμή της κανονικής βαρύτητας. Η σχέση μεταξύ αυτών των μεγεθών δίνεται ως:

$$\Delta g = g - \gamma \quad (3.10)$$

Όπου

$\Delta g$ =ανωμαλία βαρύτητας

$g$ =επιτάχυνση βαρύτητας (πραγματική τιμή)

και

$\gamma$ =κανονική βαρύτητα(ένδειξη μέτρησης υπολογισμού στον χώρο μέσω τεχνητών δορυφόρων)

Τέλος, η κανονική βαρύτητα και μέσω κάποιων παραδοχών έχει απλοποιηθεί αρκετά ώστε να εξαρτάται εξ' ολοκλήρου από το γεωγραφικό πλάτος. Η σχέση αυτή παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\gamma = 9.7803267715(1 + 0.0052790414 \sin^2 \varphi + 0.0000232718 \sin^4 \varphi + 0.0000001262 \sin^6 \varphi + 0.0000000007 \sin^8 \varphi) \quad (3.11)$$

### 3.3 Ανωμαλία Ελευθέρου Αέρα

Όπως αναφέρθηκε οι αναγωγές των μετρήσεων είναι απαραίτητες για την δημιουργία μίας συνοριακής επιφάνειας αναφοράς, αλλά και για την διαδικασία εξομάλυνσης των τιμών, ώστε να είναι εφικτή η παρεμβολή και πρόγνωση των τιμών σε διαφορετικά σημεία. Μία από τις πιο σημαντικές είναι αυτή της αναγωγής ελευθέρου αέρα.

Η πρώτη αυτή αναγωγή έχει να κάνει άμεσα με το ορθομετρικό υψόμετρο  $H$  και όχι τόσο με την μετατόπιση των μαζών στο γεωειδές, η οποία προηγείται της αναγωγής(νόμος συμπύκνωσης των μαζών του Helmert). Επομένως, ο σκοπός της αναγωγής αυτής είναι σε πρώτο στάδιο η μέτρηση της βαρύτητας  $g$  στον χώρο, να αναχθεί σε ελεύθερο αέρα και να αναφερθεί επάνω στην επιφάνεια του γεωειδούς, όπου η μέτρηση πλέον συμβολίζεται ως  $g_0$ . Η αρχική σχέση υπολογισμού της αναγωγής αυτής είναι

$$\Delta g_F = g + \delta g_F - \gamma_0 \quad (3.12)$$

«Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007

Όπου

$\Delta g_F$ =ανωμαλία ελευθέρου αέρα

$g$ =η μετρούμενη επιτάχυνση της βαρύτητας

$\delta g_F$ =αναγωγή ελευθέρου αέρα και

$\gamma_0$ =κανονική βαρύτητα

Η τιμή της αναγωγής του ελευθέρου αέρα δεν είναι γνωστή, αλλά έχει βρεθεί μία αρχική σχεδόν ικανοποιητική προσέγγιση για το κανονικό πεδίο βαρύτητας σε  $0.3086 \times 10^{-5} \text{H ms}^{-2}$ . Από αυτήν την προσέγγιση διαπιστώνει την εξάρτηση της ανωμαλίας αυτής από το υψόμετρο του γεωειδούς στον χώρο. Έτσι με αυτήν την αναγωγή έχουν συμπυκνωθεί οι ενδιάμεσες μάζες μεταξύ υψομέτρου του σημείου μέτρησης και επιφάνειας γεωειδούς (ορθομετρικό υψόμετρο). Η επίδραση της ανωμαλίας ελευθέρου αέρα είναι πάντοτε θετική ως προς το τελικό προϊόν. Τέλος η αναγωγή αυτή μπορεί να εκφραστεί και ως προς την επιφάνεια του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής. Ο τύπος είναι ο εξής:

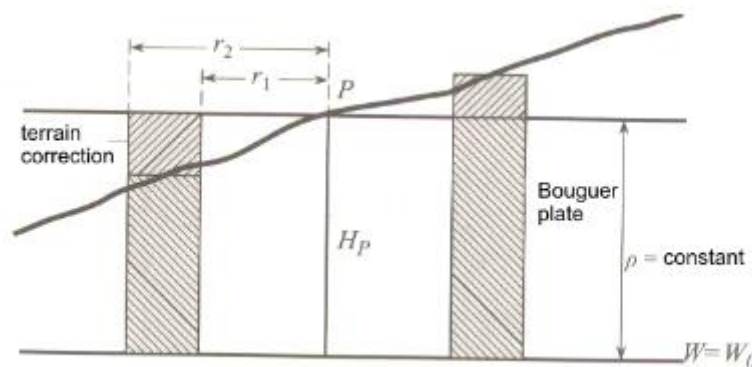
$$gh = -(0.3087691 - 0.0004398 \sin^2 \varphi)h + 7.2125 \cdot 10^{-8}h^2 \quad (3.13)$$

«Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007

Σε αντίθεση με την σχέση 3.12 είναι εμφανής η εξάρτηση της ανωμαλίας ελευθέρου αέρα από το γεωμετρικό υψόμετρο  $h$  της επιφάνειας του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής.

### 3.4 Επιφάνεια Bouguer-Τοπογραφική Αναγωγή

Η αναγωγή αυτή σε αντίθεση με την αναγωγή ελευθέρου αέρα απαλείφει πλήρως την επίδραση των ενδιάμεσων μαζών, χρησιμοποιώντας μία πλάκα γνωστή ως πλάκα Bouguer. Η πλάκα Bouguer είναι μία διαδικασία κατά την οποία αφαιρούνται πλήρως οι επιρροές των μαζών, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι παραμένει και η ίδια η πλάκα. Η πλάκα αυτή φαίνεται και σε παρακάτω σχήμα.



Εικόνα 4-Αναπαράσταση πλάκας Bouguer

<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>

Η τελική σχέση της ανωμαλίας Bouguer ανά τα έτη είναι η εξής:

$$\Delta g_B = g + \delta g_F - \delta g_P - \gamma_0 \quad (3.14)$$

«Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007

Όπου το  $\delta g_P$  είναι η αναγωγή της πλάκας Bouguer, ενώ η παράμετρος  $\Delta g_B$  είναι η απλή ανωμαλία του Bouguer.

Λαμβάνοντας υπόψιν όλα αυτά που ειπώθηκαν προηγουμένως στην σχέση 3.12 ο τύπος απλοποιείται ως εξής:

$$\Delta g_B = \Delta g_F - \delta g_P \quad (3.15)$$

Συνεπώς, είναι ευκόλως κατανοητό ότι η αναγωγή Bouguer συνεισφέρει αρνητικά (εννοώντας ότι έχει αρνητική επίδραση) σε σχέση με την αναγωγή ελευθέρου αέρα όπου ισχύει το αντίστροφο όσο αφορά την επίδραση στην τιμή της βαρύτητας.

### 3.5 Αναγωγή Faye

Το ελληνικό ανάγλυφο όπως έχει προαναφέρει είναι αρκετά πολύμορφο και περίπλοκο από φυσικού του. Αυτό οφείλεται κυρίως στα πολλά είδη τοπίων που διαθέτει. Πεδιάδες, οροσειρές, λίμνες, ποτάμια, ηφαίστεια κ.α. που καθιστούν την χώρα μας τόπο προσέλευσης ενδιαφέροντος. Στον τομέα της τοπογραφίας είναι ένα πρόβλημα, γι' αυτό και υπάρχουν πολλά υψομετρικά μοντέλα ειδικά για αυτό. Μία ανωμαλία που αφορά το ανάγλυφο είναι και αυτή του Faye. Η ανωμαλία αυτή εφαρμόζεται επάνω σε αυτήν του ελευθέρου αέρα λόγω της ποικιλομορφίας της περιοχής μελέτης. Βρίσκει μεγάλη εφαρμογή ειδικά στις επιλύσεις προβλημάτων συννοριακών τιμών και έχει την εξής μορφή:

$$\Delta g_{FAYE} = \Delta g_F + \Delta g_t \quad (3.16)$$

Όπου

$\Delta g_{FAYE}$ =ανωμαλία Faye

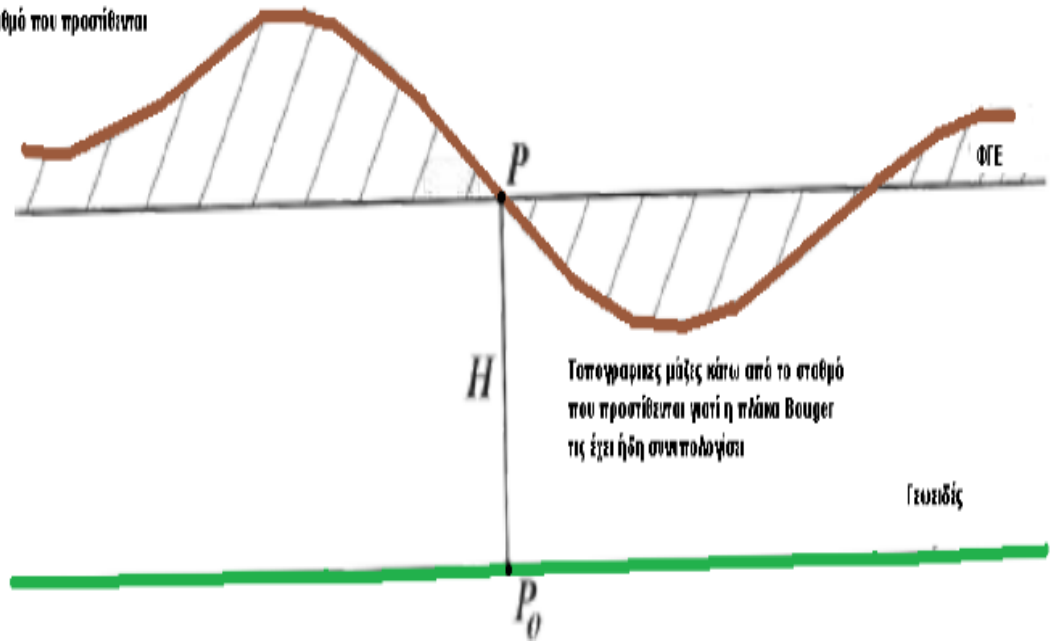
$\Delta g_F$ =ανωμαλία ελευθέρου αέρα

$\Delta g_t$ =διόρθωση ή αναγωγή λόγω τοπογραφικού αναγλύφου

Αυτοί είναι οι παράμετροι της ανωμαλίας Faye, η οποία βρίσκει μεγάλη εφαρμογή και είναι πολύ σημαντική, καθώς δεν είναι αμελητέα σε επίδραση. Η εφαρμογή της έχει να κάνει άμεσα με την μορφή αναγλύφου που παρουσιάζει η περιοχή που με αφορά. Εάν η περιοχή κριθεί αμελητέας μεταβολής αναγλύφου, τότε και η επίδραση από την αναγωγή Faye θα είναι πολύ μικρή.

Πιο συγκεκριμένα, εάν η περιοχή μελέτης της οποιασδήποτε εργασίας υπαίθρου ήταν επίπεδη, τότε η απλή αναγωγή Bouguer θα επίλυε πλήρως το πρόβλημα. Αυτό όμως πρακτικά είναι αδύνατον και έτσι υλοποιείται η αναγωγή λόγω αναγλύφου. Εάν μία παρθεί σε ένα τυχαίο σημείο άλλες μάζες γύρω της θα βρίσκονται επάνω από το επίπεδο της μέτρησης και άλλες κάτω από αυτό. Η κάθε μία με την δική της επίδραση. Οι μάζες επάνω από το επίπεδο συνεισφέρουν αρνητικά στην εκτίμηση της βαρύτητας, ενώ οι κάτω μάζες έχουν θετική επίδραση ως προς την βαρύτητα. Η παρακάτω εικόνα βοηθάει στην κατανόηση των παραπάνω:

Τοπογραφικές μάζες πάνω από το σταθμό που προστίθενται



Εικόνα 5-Αναγωγή λόγω αναγλύφου(τοπογραφική διόρθωση)

Μακρής Γεώργιος, 2021, ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗ ΝΟΤΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ, Αθήνα

Η μέθοδος που ακολουθείται ανά τα έτη είναι αυτή του Hammer. Σύμφωνα με την θεωρία αυτή, επάνω σε χάρτη δημιουργούνται κυκλικά τμήματα στα οποία γίνονται υπολογισμοί όπως μέση πυκνότητα πετρωμάτων, αλλά και μέσο υψόμετρο. Έτσι λοιπόν για κάθε κυκλικό τμήμα, υπολογίζονται οι επιδράσεις του και αθροίζοντάς τους υπολογιζόταν η τελική διόρθωση λόγω αναγλύφου.

Ο τύπος αυτός είναι ο εξής:

$$\delta g_t = \theta \cdot G \cdot p \cdot \left[ (R_2 - R_1) + \sqrt{R_1^2 + H_m} - \sqrt{R_2^2 + H_m} \right] \quad (3.17)$$

Όπου

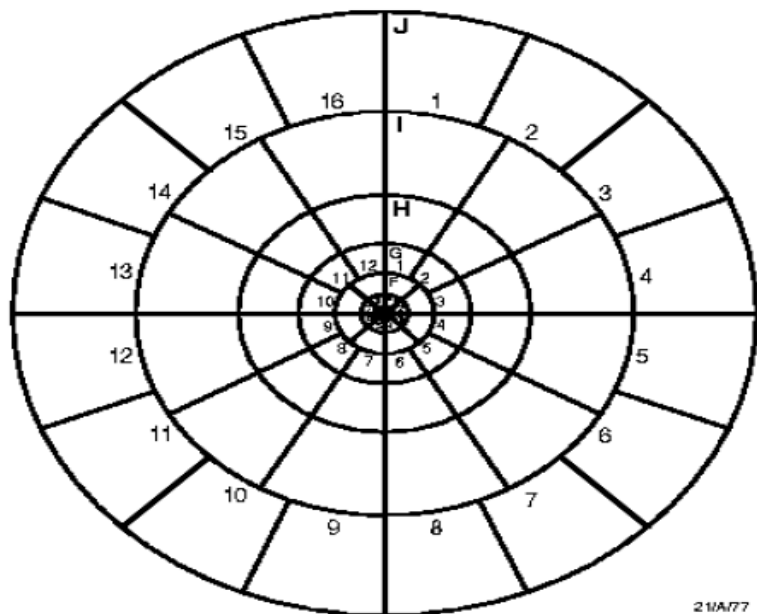
$\theta$ =αζιμούθια γωνία

$p$ = πυκνότητα πετρωμάτων

$R_1, R_2$ = ακτίνες κυκλικού σχήματος

$H_m$ = μέσο υψόμετρο

Το σχήμα που σχηματίζεται φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα 6-Απεικόνιση κυκλικού τμήματος για διόρθωση αναγλύφου

Μακρής Γεώργιος, 2021, ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗ ΝΟΤΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ, Αθήνα

### 3.6 Ψηφιακά Μοντέλα Τοπογραφίας

Η επίλυση και μορφοποίηση των δεδομένων μας με την χρήση μοντέλων δεν είναι το μόνο επίπονο κομμάτι της δουλειάς μας, αλλά υπάρχει και η κατάλληλη επιλογή του μοντέλου αυτού, ανάλογα με το ζητούμενο κάθε φορά. Η επιλογή έχει να κάνει με το πιο από τα μοντέλα ταιριάζει καλύτερα στην περιοχή μελέτης μας. Επομένως τα παγκόσμια μοντέλα δεν ταιριάζουν σε όλες τις εφαρμογές. Αυτό ισχύει λόγω των λεπτομερειών του γήινου αναγλύφου.

Μερικά από τα μοντέλα παγκόσμιας κάλυψης είναι τα εξής:

ETOPO5, JGP95E, Terrain Base κ.α.

«Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007

Κάποια από τα παγκόσμια αυτά μοντέλα έχουν κάλυψη 5' x 5', ενώ για περιοχές αρκετά μικρής έκτασης είναι δυνατό να επιλεγούν και μοντέλα ανάλυσης 30' x 30' ή και μεγαλύτερης ανάλυσης. Ακόμα ένας παράγοντας διαφοροποίησης των μοντέλων είναι ανάλογα με την φύση της περιοχής μελέτης που καλύπτουν. Άλλα μοντέλα είναι διαθέσιμα για τις



ηπειρωτικές και άλλα για θαλάσσιες εκτάσεις. Ένα μοντέλο που χρησιμοποιείται για ηπειρωτική κάλυψη είναι αυτό του GLOBE(με ανάλυση 30'). Στις μέρες μας υπάρχει τάση για βελτίωση όσον αφορά την ποιότητα των μοντέλων, καθώς το ένα μοντέλο με το άλλο παρότι μπορεί να λαμβάνουν τα ίδια δεδομένα, η τυπική απόκλιση στο τέλος όμως μπορεί να διαφέρει κατά πολύ. Αυτό οφείλεται στα ήδη σφάλματα που μεταδίδουν οι μετρήσεις στο μοντέλο, αλλά και στην ίδια την φύση του μοντέλου.

Ένας άλλος παράγοντας επιλογής των μοντέλων είναι και ο όγκος και ο χρόνος των υπολογισμών. Μοντέλα τα οποία διαθέτουν μεγάλη ανάλυση(π.χ. τα μοντέλα 30'x30') μπορεί να μας δίνουν προϊόν υψηλότερης ακρίβειας από τα υπόλοιπα, πράγμα όμως που σημαίνει ότι το υπολογιστικό κόστος θα είναι μεγαλύτερο.

### 3.7 Μοντέλα Airy και Pratt

Τα μοντέλα τα οποία αναφέρονται σε αυτή την ενότητα είναι μοντέλα λιθόσφαιρας(υπεδάφους) σε αντίθεση με τα ψηφιακά μοντέλα που προαναφέρθηκαν. Τα συγκεκριμένα μοντέλα είναι πολύ συχνά λόγω των εφαρμογών τους διότι αποτελούν και τα δύο ισοστατικά μοντέλα. Η Γη είναι ένα σώμα το οποίο δέχεται πίεση. Δέχεται πίεση από άλλους πλανήτες, αλλά και από τον ίδιο της το κέντρο μάζας καθώς έλκει τις μάζες προς το εσωτερικό της. Η συμπεριφορά της πίεσης αυτής μας δίνει την δυνατότητα να πούμε ότι είναι υδροστατική πίεση. Όσο πιο πολύ πλησιάζουμε προς το κέντρο μάζας της Γης τόσο παρατηρείται αύξηση της υδροστατικής αυτής πίεσης. Αυτό προκύπτει δεδομένου ότι η πίεση ορίζεται εν συναρτήσει του βάρους των μαζών που έλκει. Έτσι το ισοστατικό μοντέλο είναι αυτό που περιγράφει τον τρόπο αντιστάθμισης των τοπογραφικών αυτών μαζών.

Με ένα γρήγορο ορισμό θα μπορούσαμε να πούμε ότι ισοστασία είναι η κατάσταση της υδροστατικής ισορροπίας που επικρατεί στο εσωτερικό της Γης. Οι τιμές αυτές προκύπτουν στην πράξη, και κατανοούνται από τις ενδείξεις ενός βαρυτημέτρου. Η θεωρία της ισοστασίας ερμηνεύει φαινόμενα που οφείλονται στις μικρές διακυμάνσεις της επιφάνειας του γεωειδούς, αλλά και στη συμπεριφορά των μετρήσεων ανωμαλιών Bouguer. Σε επιφάνειες που δεσπόζει το υγρό στοιχείο οι ανωμαλίες είναι θετικές ενώ αντίθετα στην ηπειρωτική χώρα παρατηρείται μία αρνητική τιμή ανωμαλίας Bouguer. Τα δημοφιλέστερα μοντέλα ισοστασίας είναι αυτά του Pratt και του Airy που θα αναλυθούν παρακάτω.

### 3.7.1 Ισοστατικό μοντέλο Pratt

Το μοντέλο αυτό απεικονίζεται ως μία επιφάνεια αντιστάθμισης. Οι παράμετροι οι οποίοι θα υλοποιηθούν αυτό το μοντέλο είναι το υψόμετρο, η πυκνότητα των μαζών και το πάχος της λιθοσφαιρικής ζώνης το οποίο είναι σταθερό για κάθε ζώνη όπως φαίνεται παρακάτω. Η αναπαράσταση παρουσιάζει κάποιες πλάκες σταθερού πάχους, αλλά παράλληλα και σταθερής πυκνότητας  $\rho$ . Η πυκνότητα αυτή αλλάζει εάν η πλάκα βρίσκεται επάνω ή σε βάθος συγκριτικά με την επιφάνεια της θάλασσας (ΜΣΘ και γεωειδές). Εάν η περιοχή μελέτης βρίσκεται επάνω από την επιφάνεια της θάλασσας (ηπειρωτική χώρα) ισχύει:

$$\rho(T_0 + h) = \rho_0 T_0 \quad (3.18)$$

(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

όπου  $\rho_0$  η κανονική πυκνότητα για περιοχές μηδενικού υψομέτρου (περιοχή που βρίσκονται επάνω στην προσέγγιση της ΜΣΘ. Ενώ, για περιοχές κάτω από την επιφάνεια της θάλασσας (ωκεάνιες χώρες) έχω παρομοίως:

$$\rho_\omega t + \rho(T_0 - t) = \rho_0 T_0 \quad (3.19)$$

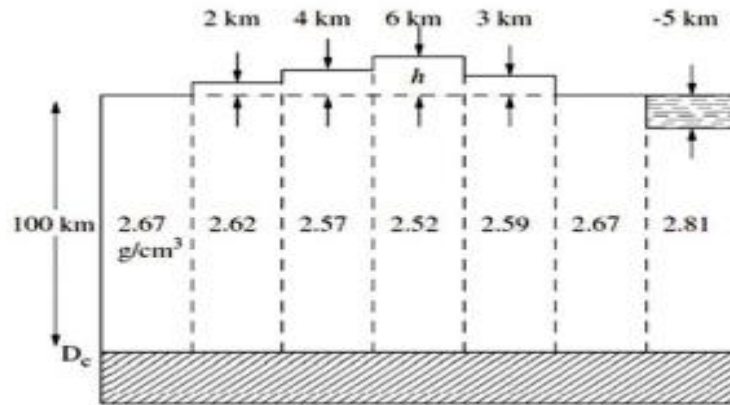
(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

όπου σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση του γεωμετρικού υψομέτρου η της περιοχής, η μεταβλητή έχει αντικατασταθεί με αυτή του  $t$ , το βάθος της περιοχής και με  $\rho_0$  έχω την πυκνότητα του υγρού στοιχείου. Αντικαθιστώντας κάθε φορά την κανονική πυκνότητα  $\rho_0$  και την πυκνότητα του νερού  $\rho_\omega$ , οι παραπάνω σχέσεις μπορούν να πάρουν την εξής μορφή:

$$\rho_{\eta\pi\epsilon\iota\rho\omega\tau\iota\kappa\acute{o}} = 2670 \cdot \frac{T_0}{T_0 + h} \quad (3.20)$$

$$\rho_{\omega\kappa\epsilon\acute{\alpha}\nu\iota\omicron} = \frac{2670T_0 - 1027t}{T_0 - t} \quad (3.21)$$

(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)



Εικόνα 7-Αναπαράσταση παραδείγματος μοντέλου Pratt

(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

### 3.7.2 Ισοστατικό μοντέλο Airy

Εν αντιθέσει του προηγούμενου μοντέλου ισοστασίας, σε αυτήν την περίπτωση έχω και πάλι μία απεικόνιση μίας επιφάνειας αντιστάθμισης σταθερής πυκνότητας λιθόσφαιρας  $2670 \text{ kg/m}^3$ . Παρόλα αυτά η διαφορά εντοπίζεται αλλού. Για τις ηπειρωτικές επιφάνειες οι οποίες εισχωρούν στον Γήινο μανδύα (διείσδυση), συνεπώς έχουν ρίζες στον μανδύα του, οι ρίζες αυτές θα συμβολιστούν με  $d$ . Αντίστοιχα, όσον αφορά τις ωκεάνιες περιοχές θα ισχύσει το ανάποδο. Ο μανδύας θα προχωρήσει σε εισχώρηση στην επιφάνεια της λιθόσφαιρας κατά μήκος  $d'$ , έτσι ώστε να επιτευχθεί μία υδροστατική ισορροπία που είναι και το ζητούμενο του μοντέλου. Η ισοστατική ισορροπία προκύπτει μεταξύ σημείο επάνω και κάτω του επιπέδου ισοστασίας όπως φαίνεται και από την εικόνα 8. Οι σχέσεις που υλοποιούν το μοντέλο φαίνονται παρακάτω:

$$(\rho_M - \rho_0)d = \rho_0 h \quad (3.22)$$

(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

Όπου με  $\rho_M$  συμβολίζεται η πυκνότητα σημείων της ηπειρωτικής χώρας

$$(\rho_M - \rho_0)d' = (\rho_0 - \rho_w)t \quad (3.23)$$

(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

Αντικαθιστώντας της τιμές  $\rho_0$ (κανονική πυκνότητα για περιοχές με  $h=0$ ),  $\rho_\omega$ (πυκνότητα για περιοχές με  $h<0$ ) και  $\rho_M$ (πυκνότητα για περιοχές με  $h>0$ ) θα οδηγηθώ στο εξής συμπέρασμα:

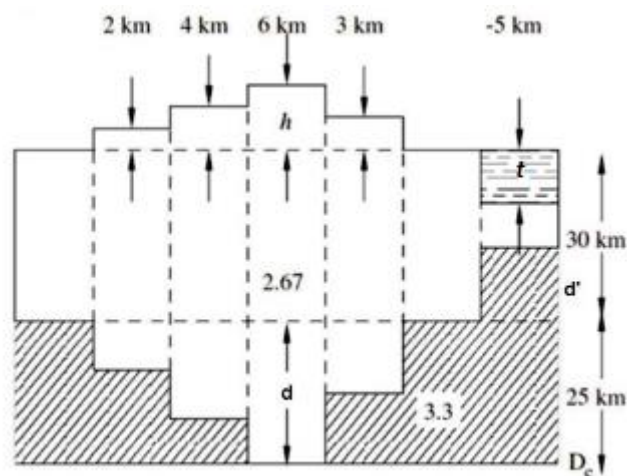
$$d = 4.45h \quad (3.24)$$

$$d' = 2.73t \quad (3.25)$$

(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

Εύκολα λοιπόν συμπεραίνουμε ότι οι παράμετροι του ισοστατικού μοντέλου Airy εξαρτώνται άμεσα από το γεωμετρικό υψόμετρο στις ηπειρωτικές περιοχές και από το βάθος στις υποθαλάσσιες.

Το μοντέλο απεικονίζεται παρακάτω:



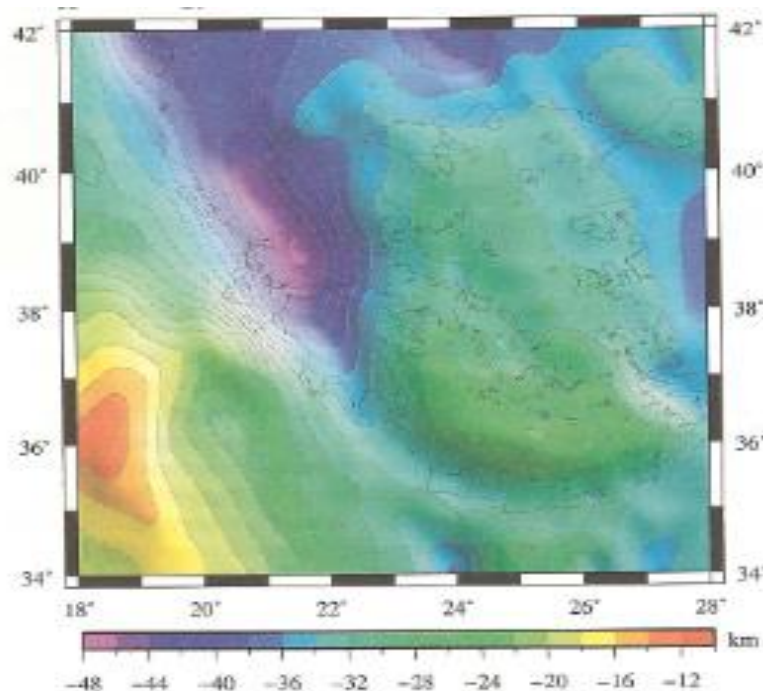
Εικόνα 8-Αναπαράσταση παραδείγματος μοντέλου Airy  
(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

Συμπερασματικά για τα δύο μοντέλα θα λέγαμε ότι παρότι κάποιος θα μπορούσε να ισχυριστεί ότι έχουν πολλά κοινά, εντέλει οι διαφορές είναι ορατές. Αρχικά, η πρώτη διαφορά εντοπίζεται στο πάχος κάλυψης της λιθωσφαιρικής επιφάνειας. Το πάχος στο μοντέλου Pratt παρατηρείται γύρω τα

100km, ενώ στο μοντέλο Airy κυμαίνεται όπως παρατηρούμε στα 25km και 30km αντίστοιχα. Από αυτό εντοπίζουμε και την άλλη διαφορά, όπου έχει να κάνει με το σταθερό πάχος της λιθόσφαιρας. Στο μοντέλο Pratt το πάχος της λιθόσφαιρικής ζώνης είναι σταθερό, πράγμα που όπως καταλαβαίνουμε δεν ισχύει για την περίπτωση του μοντέλου Airy.

### 3.8 Ισοστατική Αναγωγή

Τα παραπάνω ισοστατικά μοντέλα δεν αναλύθηκαν τυχαία. Τα μοντέλα αυτά θα μας οδηγήσουν σε μία νέα αναγωγή που ακούει στο όνομα *ισοστατική αναγωγή*. Η αναγωγή αυτή ως στόχο έχει την επίτευξη της ομαλοποίησης του στρώματος της λιθόσφαιρας αναπαριστώντας την επιφάνειά της μέσω ενός σταθερού πάχους και μίας σταθερής πυκνότητας μαζών σε αυτήν την ζώνη. Η ισοστατική αναγωγή δg<sub>i</sub> υπολογίζεται μέσω ολοκληρωμάτων όπως ακριβώς και στην περίπτωση της τοπογραφικής αναγωγής. Πιο συγκεκριμένα υπολογίζεται εάν από την εξίσωση της τοπογραφικής αναγωγής αντικαταστήσω τα όρια ολοκλήρωσης και τις τιμές της πυκνότητας των μαζών αναλόγως την επιφάνεια που βρίσκονται με τις παραμέτρους του ισοστατικού μοντέλου που θα χρησιμοποιήσω. Η επίδραση της αναγωγής αυτής δεν είναι αμελητέα καθώς στον ελληνικό χώρο μπορεί να κυμανθεί από 10 μέτρα έως και τα 50 μέτρα σε κάποιες οροσειρές. Παρακάτω φαίνεται ένα τέτοιο παράδειγμα.



Εικόνα 9-Αναπαράσταση κλιμάκωσης ισοστατικής αναγωγής  
(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>)

Ο τύπος που θα μας δώσει την ισοστατική ανωμαλία της βαρύτητας δίνεται ως:

$$\Delta g_i = g + \delta g_F - \delta g_T + \delta g_i - \gamma_0 \quad (3.26)$$

Από την σχέση 3.17, αλλά και όλες τις προηγούμενες διαπιστώνουμε την συνέπεια που έχει η μία αναγωγή στην επόμενη, καθώς παρατηρείται μία κλίμακα μεταξύ των σχέσεων αυτών.

Οι τιμές αυτές είναι πολύ μικρές(σχεδόν αμελητέες), αλλά θα ήταν λάθος εκ μέρους μας εφόσον τις θεωρήσουμε αμελητέες και συνεπώς μηδενικές. Λόγω αυτού θα μπορούσαμε να πούμε ότι προσφέρουν πληροφορία και άρα καλύτερη πρόβλεψη στις τιμές βαρύτητας στο πεδίο όπως είναι και ένα από τα ζητούμενα στην παρούσα εργασία.

### 3.9 Ατμοσφαιρική διόρθωση

Η ατμόσφαιρα είναι ένας καθοριστικός παράγοντας όσον αφορά τις μετρήσεις βαρύτητας και όχι μόνο. Παλαιότερα δεν υπήρχε η δυνατότητα εναέριων δορυφορικών μετρήσεων. Η ανύψωση δορυφόρων έχει βρει εφαρμογή τις τελευταίες δεκαετίες. Τα πλεονεκτήματα είναι πολλά και σημαντικά. Παρόλα αυτά δεν έχει μόνο αυτά. Οι δορυφόροι δεν τοποθετούνται επάνω στην γήινη επιφάνεια, αλλά τίθενται σε τροχιά γύρω από την Γη και σε μεγάλη απόσταση από αυτήν. Επομένως, βρίσκεται σε κάποιο από τα πολλά στρώματα της ατμόσφαιρας. Κάθε στρώμα επηρεάζει λιγότερο ή περισσότερο την ταχύτητα διάδοσης του σήματος για την λήψη μέτρησης. Η βέλτιστη σχέση που έχει διατυπωθεί ανά τα έτη είναι η εξής:

$$g_{\text{ατμοσφαιρας}} = 0.874 - 9.9 \cdot 10^{-5}h + 3.56 \cdot 10^{-9}h^2 \quad (3.27)$$

«Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Δημήτριος Ν. Αραμπέλος, Ηλίας Ν. Τζιαβός, ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ, 2007

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να γίνει σαφές το ότι η επίδραση αυτή αφορά τις μετρήσεις οι οποίες ελήφθησαν με την βοήθεια των δορυφόρων. Ακόμα ιδιαίτερης προσοχής κρίνεται, όσον αφορά την διόρθωση μετρήσεων που έλαβαν χώρα επάνω στην επιφάνεια της Γης μέσω επίγειων μηχανισμών, καθώς στο σημείο αυτό η επίδραση έχει την μεγαλύτερη τιμή της.

## Κεφάλαιο 4-Εξοπλισμός

Η μεθοδολογία σε μία εργασία είναι ίσως το πιο σημαντικό εργαλείο ενός μελετητή. Από εκεί ξεκινούν όλα, καθώς επίσης και από την κατανόηση του προβλήματος. Στο στάδιο της μεθοδολογίας ανήκει και η κατάλληλη επιλογή του εξοπλισμού. Η επιλογή αυτή ως στόχους έχει τα εξής:

- Εξοικονόμηση οικονομικών πόρων
- Εξοικονόμηση χρόνου(π.χ. λόγω δυσμενών καιρικών φαινομένων)
- Απουσία σύγχυσης, λόγω χρήσης πολλών διαφορετικών ειδών οργάνων μέτρησης
- Βέλτιστη δυνατή ακρίβεια τελικού προϊόντος

Ο τοπογράφος έχει μία πληθώρα επιλογών όσον αφορά το ποιο όργανο θα πρέπει να χρησιμοποιήσει για την υλοποίηση του σκοπού του. Θα χρησιμοποιήσει γεωδαιτικό σταθμό, θα χρησιμοποιήσει GPS, θα χρειαστεί σαρωτή λέιζερ(Laser scanner) ή θα δουλέψει με μη επανδρωμένα εναέρια οχήματα(UAV)? Η επιλογή εξαρτάται άμεσα από την εργασία που θέλει να ολοκληρώσει αλλά και από την ακρίβεια που απαιτεί. Για παράδειγμα, εάν η εργασία δεν απαιτεί πολύ μεγάλη ακρίβεια δεν έχει νόημα να χρησιμοποιήσω κάποιο όργανο που θα μου παρέχει πολύ υψηλή ακρίβεια, αλλά ένα όργανο κοντά στις προδιαγραφές και τις απαιτήσεις που δίνει ο ενδιαφερόμενος. Στο δικό μου παράδειγμα χρησιμοποιήθηκε ένα βαρυτήμετρο, το οποίο εκτός των άλλων είχε και ένα ενσωματωμένο δέκτη GPS. Το όργανο αυτό χρησιμοποιήθηκε διότι ο σκοπός της εργασίας ήταν η μέτρηση τιμών πεδίου βαρύτητας, αλλά παράλληλα θέλαμε και τον εντοπισμό της θέσης κάθε φορά. Το βαρυτήμετρο ήταν η κατάλληλη επιλογή διότι συνδυάζει και το ενσωματωμένο GPS ,πράγμα πολύ βολικό για την επίτευξη του στόχου. Όπως είναι κατανοητό τα όργανα που μας ενδιαφέρουν για ανάλυση είναι αυτά τα δύο(βαρυτήμετρο και GPS) καθώς αυτά χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση της εργασίας που ανάλαβα να ολοκληρώσω. Επομένως, θα εστιάσω κυρίως στα παρόντα όργανα και όχι σε όλον τον τοπογραφικό εξοπλισμό που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί από κάποιον επαγγελματία.



## 4.1 Εξοπλισμός Βαρυτημέτρου

Ο εξοπλισμός στον κλάδο της τοπογραφίας ποικίλλει. Η επιλογή αυτού είναι στην κρίση του εκάστοτε επαγγελματία, αλλά και των προδιαγραφών της εργασίας που θα πρέπει να ολοκληρώσει. Οι μετρήσεις στην παρούσα εργασία υλοποιήθηκαν με την χρήση ενός βαρυτημέτρου, αλλά και ενός ενσωματωμένου δέκτη GPS σε αυτό όπως προαναφέρθηκε σε προηγούμενη ενότητα. Το βαρυτήμετρο είναι ένα όργανο μετρήσεων επιτάχυνσης της βαρύτητας όπως το λέει και το όνομά του. Εάν αναλυθεί η ερμηνεία της λέξης βαρυτήμετρο διασπάται στο βάρος και το μετρώ. Επομένως, οι τιμές που μετριούνται με αυτό είναι τιμές επιτάχυνσης της βαρύτητας, καθώς επίσης και την φυγόκεντρη δύναμη. Η βαρύτητα είναι μια ελκτική δύναμη η οποία ασκείται από την Γη προς όλα τα έμβια και άβια όντα που βρίσκονται στην επιφάνειά της έτσι ώστε να μην αποκολλώνται από αυτήν. Επομένως, εάν δεν υπήρχε η δύναμη του βάρους θα αιωρούνταν όλα στην ατμόσφαιρα. Όμως σύμφωνα με τον νόμο του Νεύτωνα περί δράσης και αντίδρασης και κάθε οργανισμός ξεχωριστά ασκεί δύναμη στην Γη, ίσης δύναμης και αλλά αντίθετης κατεύθυνσης. Συνεπώς το πεδίο βαρύτητας είναι ένα πολύπλοκο φαινόμενο και η μέτρησή και επεξεργασία του πολύ σημαντική. Το όργανο υλοποίησης των παραπάνω είναι το βαρυτήμετρο και αυτό θα αναλυθεί παρακάτω.



Εικόνα 10-Απεικόνιση βαρυτημέτρου Scintrex CG-5  
(<https://georeva.eu/en/produit/cg-5-autograv-gravity-meter/>)



#### 4.1.1 Είδη Βαρυτημέτρων

Τα βαρυτήμετρα όπως και όλα τα όργανα μέτρησης έχουν διάφορες κατηγορίες ανάλογα με την χρήση που απαιτείται κάθε φορά. Για παράδειγμα, οι γεωδαιτικοί σταθμοί (Total Station) δεν είναι όλοι της ίδιας ακρίβειας, αλλά διαφέρουν. Ακόμα, όπως προαναφέρθηκε για τον δέκτη προσδιορισμού θέσης στον χώρο (GPS) μπορεί να γίνει στατικός εντοπισμός, αλλά μπορεί να υλοποιηθεί και κινητικός εντοπισμός. Ο διαχωρισμός του κάθε οργάνου γίνεται βάση της ακρίβειας που ζητείται να επιτευχθεί, καθώς και την εκάστοτε χρήση που απαιτείται.

Τα βαρυτήμετρα μπορεί να είναι είτε απόλυτα, είτε σχετικά. Τα απόλυτα βαρυτήμετρα εφόσον τοποθετηθούν σε ένα σημείο και με το πάτημα ενός κουμπιού θα υπολογίσουν άμεσα την απόλυτη τιμή της βαρύτητας στον συγκεκριμένο σταθμό. Αντίθετα, στα σχετικά βαρυτήμετρα ο υπολογισμός της τιμής της βαρύτητας δεν είναι άμεσος. Τα βαρυτήμετρα αυτά με το πάτημα ενός κουμπιού και το πέρασμα ελάχιστου χρόνου θα υπολογίσουν την μεταβολή της τιμής της βαρύτητας μεταξύ δύο σταθμών ενδιαφέροντος. Το παράδειγμα αυτό θυμίζει την περίπτωση του σχετικού προσδιορισμού θέσης με χρήση δέκτη GPS. Στην περίπτωση αυτή η θέση ενός σταθμού είναι γνωστή, όπως ακριβώς και οι συνιστώσες της βάσης με τον άγνωστο σταθμό οι οποίες δίνονται με την επίλυση στο κατάλληλο λογισμικό. Ακολουθώντας αυτήν την λογική, έτσι και εδώ είναι γνωστή η τιμή της βαρύτητας ενός σταθμού και μέσω της μεταβολής της τιμής της βαρύτητας μεταξύ των σταθμών, θα υπολογιστεί η τιμή της βαρύτητας για τον σταθμό που μας ενδιαφέρει. Στον ελληνικό χώρο, χρησιμοποιούνται κατά κύριο λόγο απόλυτα βαρυτήμετρα, ενώ κάποια από τα πιο γνωστά είναι τα Scintrex CG-5 που χρησιμοποιήθηκε για την υλοποίηση της εργασίας (προσφάτως λειτουργικό) και το LaCoste & Romberg τύπου G ή και τύπου D.

Τα όργανα αυτά υπολογίζουν άμεσα διαφορές τιμών βαρύτητας μεταξύ των σταθμών ενδιαφέροντος που ζητείται, όπως γίνεται στην διαδικασία της χωροστάθμισης όπου εκτελείται μία συνόρθωση παρατηρήσεων διαφορών υψομέτρου (υψομετρικές διαφορές  $\Delta h$ ) και όχι κατευθείαν στα υψόμετρα.

Η λειτουργικότητα των οργάνων σχετίζεται με την χρήση ενός ελατηρίου αρκετά ευαίσθητου. Οι ταλαντώσεις του ορίζονται σε ένα χώρο όπου οι συνθήκες που παρουσιάζει είναι ειδικές όπως σταθερή θερμοκρασία σε ένα κενό αέρος, συνθήκες όπου στον υπαίθριο τομέα δεν μπορούν να επιτευχθούν και να υπάρξουν.

#### 4.1.2 Scintrex CG-5

Το όργανο αυτό αποτελεί το μέσο υλοποίησης των μετρήσεων της παρούσας πτυχιακής προκειμένου να παρθούν οι τιμές της βαρύτητας για κάποια σημεία ενδιαφέροντος.

Τα όργανα αυτά είναι αρκετά ευαίσθητα σε καιρικές συνθήκες, αλλά επίσης χρειάζονται προσοχή όσον αφορά την ακεραιότητα του οργάνου, καθώς ένα χτύπημα μπορεί να προκαλέσει μεγάλη εσωτερική ζημιά. Γι' αυτόν τον λόγο κρίνεται σκόπιμο και σημαντικό η μετακίνησή του, όπως και κάθε εξοπλισμού, να συνοδεύεται από ένα ειδικά προσαρμοσμένο κουτί ώστε να διασφαλιστεί αυτή η ακεραιότητα. Το εύρος μέτρησής τους δεν είναι περιορισμένο καθώς μπορεί να φτάσει μέτρηση της τάξης των 8000mGal, ενώ η ανάλυσή του είναι πολύ ακριβής της τάξης των 0.001mGal. Τα όργανα αυτά έχουν την ίδια λογική με τα GPS καθώς η μέτρηση λαμβάνεται με το πάτημα ενός κουμπιού. Η τιμή που θα ληφθεί είναι σε mGal και για να ολοκληρωθεί και να εμφανιστεί στην οθόνη του χειριστή χρειάζονται λίγα μόλις δευτερόλεπτα. Επομένως μιλάμε για μία ταχεία μέθοδο, όπου συνδυάζει την αξιοπιστία και την ακρίβεια του τελικού προϊόντος.

Τα όργανα αυτά λόγω τις ακρίβειας των μετρήσεων τους μπορούν να υλοποιήσουν πολύ μεγάλες εφαρμογές όπως γεωδαιτικές(π.χ. λήψη τιμών βαρύτητας σε όλη την επικράτεια της Αττικής όπως συμβαίνει στην παρούσα εργασία) και όχι μόνο τοπογραφικές(π.χ. μέτρηση τιμών βαρύτητας πευκώνων ενός πανεπιστημίου, μέτρηση τιμών βαρύτητας μίας έκτασης λίγων χιλιομέτρων).

Τα δεδομένα που τελικώς θα παρθούν (τιμές βαρύτητας) αποθηκεύονται σε μνήμη Flash και στην συνέχεια όπως και του GPS θα σταλούν σε έναν υπολογιστή μέσω ειδικού προγράμματος ώστε να γίνει η επεξεργασία των δεδομένων αυτών.

Τα συγκεκριμένα όργανα είναι πολύ υψηλής ακρίβειας ίσως και τα υψηλότερα σε ακρίβεια σήμερα, ενώ δεν είναι πολύ βαριά. Επομένως, η μεταφορά τους είναι εύκολη και δεν αποτελεί πρόβλημα στον παρατηρητή. Ακόμα, εφόσον είναι υψίστης ακρίβειας μέτρησης χρησιμοποιούνται για έλεγχο σταθμών οι οποίοι έχουν δημιουργηθεί για την παρατήρηση του ρυθμού μεταβολής στην τιμή της βαρύτητας μίας περιοχής. Μία ακόμα δυνατότητα που παρέχει το όργανο είναι αυτή της αυτόματης επανάληψης στην μέτρηση της τιμής της βαρύτητας ενός σταθμού. Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζεται η αξιοπιστία και η πιστότητα της αρχικής μέτρησης, ώστε να μην περιέχει κάποιο σφάλμα.

Η εναπομένουσα ολίσθηση, πράγμα που απασχολεί αρκετά την όλη διαδικασία, είναι πολύ μικρή σε ποσότητα και δεν θα χρειαστεί μεγάλη διόρθωση(drift correction). Παρόλα αυτά δεν θα θεωρηθεί αμελητέα, καθώς εάν προβούμε σε τέτοια ενέργεια τότε το αποτέλεσμα θα περιέχει σφάλμα το οποίο μπορεί να είναι υψηλό.

Η ολίσθηση αυτή προκύπτει κατά την μεταφορά του οργάνου από τον έναν σταθμό στον άλλον.

Μερικά ακόμα στοιχεία που αξίζει να αναφερθούν είναι η τυπική απόκλιση του κατασκευαστή της τάξης του 0.005mGal όπου είναι μία ικανοποιητική ακρίβεια για το μέγεθος της παρούσας εργασίας προς υλοποίηση. Ακόμα, υπάρχει δυνατότητα θερμοστάτη εσωτερικά του οργάνου ώστε να μην επηρεάζεται το όργανο από κρύο ή ζέστη και να λειτουργεί σε κάθε περίπτωση με τον ίδιο τρόπο και ακρίβεια. Υπάρχει διόρθωση διακύμανσης του περιοδικού φαινομένου της παλίρροιας, φιλτράρει τυχόν θορύβους των μετρήσεων, διορθώνει κλίσεις κ.α. Τέλος, έχει μεγάλο αποθηκευτικό χώρο, ο οποίος μπορεί να φτάνει και τα 12MB, πράγμα πολύ σημαντικό καθώς οι μετρήσεις μιας γεωδαιτικής εφαρμογής μπορεί να είναι πολλές στον αριθμό. Αυτά είναι μερικά από τα πλεονεκτήματα του συγκεκριμένου οργάνου, αλλά και οι λόγοι επιλογής του συγκεκριμένου, καθώς η επιλογή όπως προαναφέρθηκε είναι κομβικής σημασίας στο τελικό αποτέλεσμα. Οι τελικές μετρήσεις που θα ληφθούν στο τέλος της ημέρας είναι σε μορφή κειμένου(txt) το οποίο μέσα περιέχει αναλυτικά όλες τις μετρήσεις που έγιναν, αλλά και τις παραμέτρους που δόθηκαν αρχικά στο όργανο, όπως όνομα project, όνομα σημείων μέτρησης, ημερομηνία μετρήσεων, ώρα έναρξης και λήξης κ.α.

#### 4.1.3 Υλοποίηση μετρήσεων και επεξεργασία δεδομένων

Κάθε εργασία από την πιο σύνθετη έως και την πιο απλή χρειάζεται τον σωστό προγραμματισμό. Αυτό έχει να κάνει με την μέθοδο που θα ακολουθηθεί για την υλοποίησή της. Οι μέθοδοι που προτείνονται και από την Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού είναι οι εξής:

- Ανοικτό loop εξαρτημένο από δύο γνωστά σημεία και
- Κλειστό loop εξαρτημένο από ένα γνωστό σημείο

Η μέθοδος που εφαρμόστηκε στις μετρήσεις της παρούσας εργασίας είναι αυτή του κλειστού loop, καθώς το σημείο έναρξης των μετρήσεων(π.χ. ΠΑΔΑ) αποτελούσε και το σημείο λήξης. Το βασικότερο με αυτές τις εφαρμογές είναι η μεθοδολογία. Αρχικώς, αυτό που προηγείται είναι η μέτρηση ενός κύριου σταθμού(θα χρησιμοποιηθεί ως γνωστό σημείο). Εν συνεχεία, θα γίνουν οι μετρήσεις των ενδιάμεσων σημείων(άγνωστα σημεία- σημεία στάσης). Η μέτρησή τους θα είναι επαναλαμβανόμενη, δηλαδή θα μετρηθούν δύο φορές ή και περισσότερες για τον ακριβέστερο υπολογισμό τους καθώς τα σημεία αυτά προτιμάται να είναι τριγωνομετρικά. Με τον εξοπλισμό που χρησιμοποιήθηκε(Scintrex CG-5) δεν ήταν υποχρεωτική η επαναληπτική μέτρηση του σημείου-στάση καθώς το όργανο αυτό είναι απαλλαγμένο από τυχόν λάθος στην μέτρηση του παρατηρητή.

Αφού γίνει η καταγραφή των δεδομένων, ακολουθεί η επίλυσή τους έπειτα στο γραφείο(post processing). Το τελικό προϊόν είτε επιλυθεί με ανοικτό είτε με κλειστό loop είναι το ίδιο. Αυτό που διαφοροποιείται είναι το αποτέλεσμα της ακρίβειας και της αξιοπιστίας. Η μέθοδος του κλειστού loop επιλέχθηκε

σκόπιμα, καθώς μας δίνει ένα επιπλέον κριτήριο αξιολόγησης του αποτελέσματος. Αυτό επιτυγχάνεται με τον έλεγχο κλεισίματος βρόχου όπως συμβαίνει και με άλλες διαδικασίες πριν την επεξεργασία των μετρήσεων.

Οι επεξεργασίες που θα υποστούν τα δεδομένα είναι πολλές και θα αναλυθούν παρακάτω, εδώ απλώς πραγματοποιείται μία αναφορά. Αρχικά, θα πρέπει να γίνει η αναγωγή λόγω του φαινομένου της παλίρροιας το οποίο επηρεάζει την τιμή της βαρύτητας. Η αναγωγή αυτή εξαρτάται πλήρως από τον χρόνο που έγινε η μέτρηση, αλλά και την θέση του σταθμού που πάρθηκε η μέτρηση. Στην συνέχεια, θα πρέπει να υπολογιστεί το υπολειπόμενο σφάλμα ολίσθησης(drift). Σε αυτήν την περίπτωση, πραγματοποιείται η παραδοχή ότι οι δύο σταθμοί έχουν σταθερή τιμή βαρύτητας. Ο έλεγχος γίνεται με την διαφορά

$$\Delta g = g_2 - g_1 \quad (4.1)$$

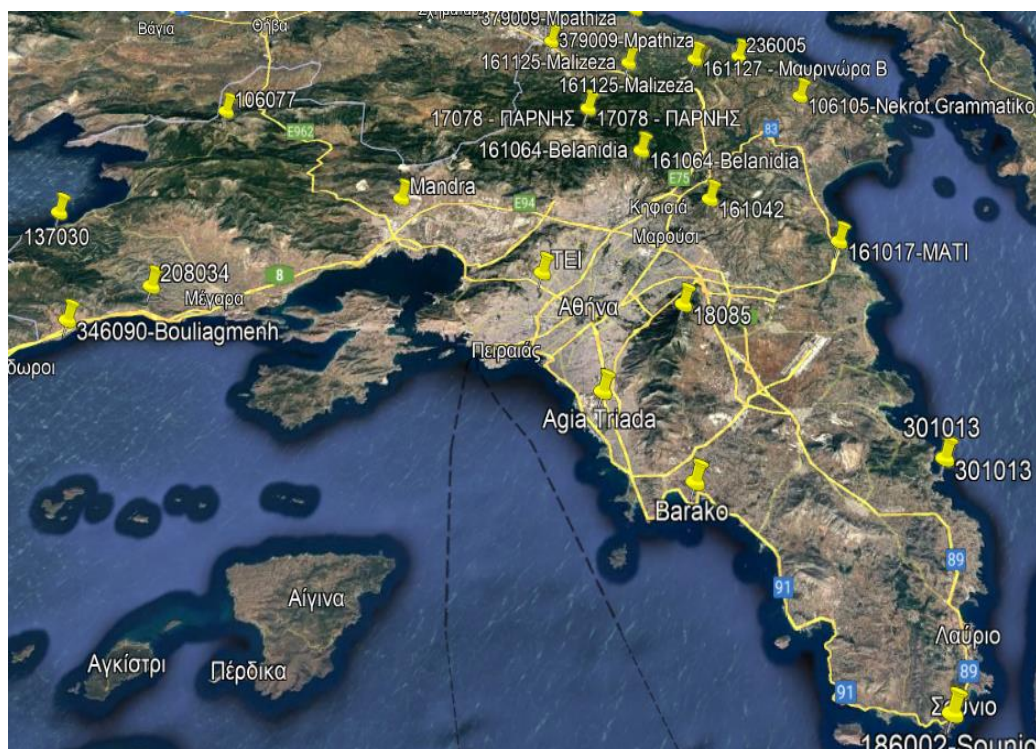
Για να είναι σταθερή η τιμή της βαρύτητας η διαφορά αυτή θα πρέπει να είναι μηδενική, ειδάλλως αυτό που περισεύει είναι το υπολειπόμενο σφάλμα το οποίο θα πρέπει να μοιραστεί με γραμμικό τρόπο στις παρατηρήσεις. Πέρα από αυτές τις διορθώσεις υπάρχουν και άλλες όπως αυτή της ατμοσφαιρικής πίεσης, διόρθωση λόγω ανύψωσης υδροφόρου ορίζοντα κ.α.

Συνεπώς, σαν αποτέλεσμα θα παρθούν οι τιμές της βαρύτητας για κάθε μέτρηση και κάθε σταθμό. Παρόλα αυτά δεν είμαστε ακόμα έτοιμοι, καθώς δεν έχουμε λάβει υπόψιν τον παράγοντα του υψομέτρου και τις αναγωγές του που προαναφέρθηκαν σε προηγούμενη ενότητα. Εφόσον έχουν γίνει όλες αυτές τις διορθώσεις, πλέον είναι δυνατή η χρήση των τιμών που προέκυψαν ως τελικές απόλυτες τιμές για την βαρύτητα σε κάθε σταθμό ενδιαφέροντος και συνεπώς σε κάποια μετέπειτα εργασία υπαίθρου.

## Κεφάλαιο 5- Περιοχή Μελέτης

### 5.1 Επιλογή Περιοχής Μελέτης

Το κυρίως μέρος μίας εργασίας υπαίθρου χωρίζεται σε τρία στάδια. Αρχικά, υπάρχει η αναγνώριση του χώρου πάνω στον οποίο θα δουλέψει ο εκάστοτε εργαζόμενος. Ακολουθεί, η μέτρηση σε πραγματικό χρόνο του αντικειμένου και έπεται η επεξεργασία των μετρήσεων στο γραφείο, ώστε να δοθεί το τελικό προϊόν στον άμεσα ενδιαφερόμενο. Στην συγκεκριμένη διπλωματική η περιοχή καθορίστηκε από την διαθεσιμότητα μετρήσεων βαρύτητας, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν κατά την διάρκεια παλαιότερων εργασιών. Η περιοχή μελέτης που έπρεπε να μετρηθεί αποτελεί μία αστική έκταση, καθώς εξαπλώνεται σε όλη την επικράτεια της Αττικής, καθώς η μετρήσεις κυμαίνονται σε όλο το πλάτος και μήκος της Αττικής. Μερικές από τις μετρήσεις φαίνονται παρακάτω:



Εικόνα 11-Αναπαράσταση μετρήσεων τιμών βαρύτητας σε όλο τον νομό Αττικής

### 5.2 Μετρήσεις στην Περιοχή Μελέτης

Οι μετρήσεις όπως προαναφέρθηκε έλαβαν χώρα στον τομέα της Αττικής. Μετρήσεις έγιναν σε διαφορετικά σημεία, διαφορετικές περιόδους και με διαφορετικές επομένως συνθήκες. Το κάθε σετ μετρήσεων(session) αποτελούταν από μία σειρά μετρήσεων ενός κλειστού loop, με σημείο αφετηρίας και κλεισίματος κάποιο γνωστό σημείο. Οι μετρήσεις



διαχωρίστηκαν αναλόγως της περιόδου που πάρθηκαν και επομένως ισχύουν τα εξής:

- Το 2015 πάρθηκαν μετρήσεις σχεδόν σε όλη την περιφέρεια της Αττικής ξεκινώντας από το σταθμό αναφοράς που δεν ήταν άλλος από το τότε **ΤΕΙ Αθηνών**. Η έκταση που κάλυψαν οι μετρήσεις εντοπίστηκε από ανατολικές περιοχές(Μάτι, Γραμματικό κ.α.) και επεκτάθηκε έως τέρμα δυτικά(όπως Βουλιαγμένη, Λουτράκι κ.α.). Το ίδιο συνέβη και στα άλλα δύο σημεία του ορίζοντα, δηλαδή από βόρεια(Μπάθιζα, Μαλιζέζα κ.α.) έως νότια(Μπαράκο, Σούνιο κ.α.). Η περιοχή κάλυψης στην πλειοψηφία της ήταν αστική και όχι παραθαλάσσια.
- Εν συνεχεία, πάρθηκαν δεδομένα μετρήσεων την περίοδο του 2017. Σε αυτήν την περίπτωση όπως και στην προηγούμενη ως σταθμός αναφοράς επιλέχθηκε το ΤΕΙ Αθηνών και οι μετρήσεις αφορούσαν τις περιοχές του Ελληνικού και της Αγίας Τριάδας
- Ακόμα, από το 2017 έως και σήμερα συνεχίστηκαν οι μετρήσεις σε περιοχές όπως η Βάρη, το Κορωπί, ο Πειραιάς, η Σχολή Δοκίμων Ναυτικών, η Πάρνηθα κ.α. σημεία καλύπτοντας έτσι όλο το φάσμα της Αττικής από ανατολή μέχρι δύση και από νότο έως βορρά. Τα σημεία αναφοράς σε αυτά τα δεδομένα επιλέχθηκαν να είναι είτε το σημερινό ΠΑΔΑ είτε η Βάρη.

Η μέθοδος που ακολουθήθηκε σε όλα τα σετ μετρήσεων ήταν αυτή του κλειστού βρόχου μετρήσεων τιμών βαρύτητας. Επομένως η αφετηρία ήταν πάντα κάποιο βάθρο. Είτε βρισκόταν στο ΠΑΔΑ είτε σε κάποια άλλη περιοχή(π.χ. Βάρη). Η τιμή της βαρύτητας στα σημεία αναφοράς έχει προέλθει από μεταφορά της απόλυτης τιμής του ΑΠΘ με σχετικές μετρήσεις στο πλαίσιο του ερευνητικού προγράμματος MODERNGRAVNET (<http://olimpia.topo.auth.gr/moderngravnet/>). Το σετ λοιπόν ξεκινούσε από το βάθρο του Πανεπιστημίου και οι μετρήσεις λάμβαναν χώρα για περίπου 10 λεπτά(συνήθως το κάθε σημείο μετριόταν αρκετές φορές ανά λεπτό). Άλλες φορές μετρούνταν παραπάνω άλλες φορές λιγότερο. Σε αυτό σημαντικό ρόλο έπαιξε η δυσκολία οπτικής των σημείων από τον σταθμό αναφοράς και η κλίμακα της μεταξύ τους απόστασης. Παράλληλα με την μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας (τιμή έντασης g) υπήρχαν και μετρήσεις με GPS για τον εντοπισμό της θέσης κάθε σημείου. Οι μετρήσεις πραγματοποιούνταν με στατικό εντοπισμό και για αρκετό διάστημα(45 λεπτά με 1 ώρα), θεωρώντας ως σημείο αναφοράς το μόνιμο σταθμό GPS στο ΠΑΔΑ(<https://labgeo.uniwa.gr/gpsstation/>) και άγνωστο το κάθε σημείο που λάμβανε μέτρηση ο δέκτης που βρισκόταν εγκατεστημένο το βαρυτήμετρο. Επομένως οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με την μέθοδο του σχετικού προσανατολισμού. Η όλη αυτή διαδικασία πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο πτυχιακών εργασιών του Τμήματος Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής του ΠΑΔΑ καθώς και στο πλαίσιο του ερευνητικού MODERNGRAVNET, όπως αναλύονται στην παρερχόμενη βιβλιογραφία, στις χρονολογίες που προαναφέρθηκαν.( Μακρής Γεώργιος, 2021, ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗ ΝΟΤΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ, Αθήνα και Απόστολος Δ. Χαβδούλας, Ναπολέον Χ. Τούσης, 2017, ΙΔΡΥΣΗ ΚΑΙ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΗ

### 5.3 Αποθήκευση Δεδομένων Πεδίου

Οι μετρήσεις όπως προαναφέρθηκε έγιναν με την βοήθεια ενός βαρυντημέτρου Scintrex CG-5, το οποίο διαθέτει ενσωματωμένο δέκτη GPS, για την προσέγγιση της θέσης του ώστε να πραγματοποιηθούν οι διορθώσεις των παλιρροιών στο σήμα της βαρύτητας. Ακόμα η διαδικασία που ακολουθήθηκε ήταν του close loop, δηλαδή κλειστό βρόχο καθώς το σημείο έναρξης αποτέλεσε και σημείο λήξης. Εν συνεχεία, τα δεδομένα αυτά αποθηκεύτηκαν στην μνήμη του οργάνου μέτρησης. Τέλος, οι μετρήσεις εξήχθησαν σε μέσο αποθήκευσης δεδομένων(π.χ. μέσω USB). Η δομή των δεδομένων φαίνεται παρακάτω.

#### 5.3.1 Αποθήκευση Δεδομένων Πεδίου από βαρυντήμετρο

Τα δεδομένα που εξήχθησαν από το βαρυντήμετρο αφορούν τις μετρήσεις, καθώς και τις παραμέτρους όπου έπρεπε να δοθούν στο συγκεκριμένο project. Τα δεδομένα ενός τυχαίου session φαίνονται παρακάτω:

```
/ CG-5 SURVEY
/ Survey name: 20170711
/ Instrument S/N: 41242
/ Client: TEI ATH
/ Operator: VDA
/ Date: 2017/ 7/11
/ Time: 07:02:32
/ LONG: 23.6757374 E
/ LAT: 38.0027962 N
/ ZONE: 0
/ GMT DIFF.: 0.0

/ CG-5 SETUP PARAMETERS
/ Gref: 0.000
/ Gcall: 7753.542
/ TiltxS: 714.014
/ TiltyS: 666.615
/ Tiltx0: 5.606
/ Tilty0: 22.302
/ Tempco: -0.128
/ Drift: -0.104
/ DriftTime Start: 09:56:12
/ DriftDate Start: 2017/07/05

/ CG-5 OPTIONS
/ Tide Correction: YES
/ Cont. Tilt: NO
/ Auto Rejection: YES
/ Terrain Corr.: NO
/ Seismic Filter: YES
/ Raw Data: NO
```

Εικόνα 12- Απεικόνιση παραμέτρων μετρήσεων

Στην παρούσα εικόνα(εικόνα 12) παρουσιάζονται κάποιες από τις παραμέτρους των μετρήσεων οι οποίες δόθηκαν πριν την έναρξή τους, όπως το όνομα του project(το οποίο αναφέρεται στην ημερομηνία λήψης μετρήσεων για το συγκεκριμένο session), τον κωδικό του οργάνου, το όνομα του παρατηρητή, την ώρα έναρξης τω μετρήσεων, το γεωγραφικό μήκος και πλάτος του σημείου που στήθηκε το όργανο αρχικά, αλλά και παραμέτρους που έχουν να κάνουν με την ολίσθηση, τις κλίσεις κατά x και κατά y, την θερμοκρασία, καθώς και διορθώσεις όπως διόρθωση της παλίνρροιας, διόρθωση του εδάφους, αυτόματη απόρριψη τυχόν μετρήσεων που περιέχουν σφάλμα κ.α. Παρόλα αυτά το αρχείο αυτό(αρχείο txt) εκτός των παραμέτρων, όπως προαναφέρθηκε περιέχει και τις μετρήσεις, οι οποίες φαίνονται παρακάτω.

/-----LAT-----LONG-----ALT.-----GRAV.---SD.--TILT--TILTY-TEMP---TIDE---DUR-REJ-----TIME----DEC.TIME+DATE--TERRAIN---DATE

ΤΕΙΑΘ														
38.0012970	23.6753426	38.8670	4554.773	0.022	7.0	-8.0	-2.20	-0.017	60	0	07:13:58	42896.30088	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6774635	39.1111	4554.772	0.018	15.5	-11.8	-2.20	-0.016	60	0	07:15:08	42896.30169	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6775303	39.5994	4554.771	0.014	23.7	-15.4	-2.19	-0.015	60	0	07:16:13	42896.30244	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6776657	40.0877	4554.768	0.014	31.3	-19.4	-2.19	-0.014	60	1	07:17:18	42896.30319	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6778030	40.3318	4554.767	0.013	38.3	-23.5	-2.19	-0.014	60	0	07:18:23	42896.30395	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6778698	40.8201	4554.779	0.050	45.0	-26.6	-2.19	-0.013	60	13	07:19:28	42896.30470	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6780052	41.0642	4554.765	0.078	53.0	-31.7	-2.19	-0.012	60	0	07:20:33	42896.30545	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6780739	41.3084	4554.760	0.056	59.2	-35.5	-2.20	-0.011	60	0	07:21:38	42896.30620	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6781406	41.5525	4554.758	0.032	64.7	-39.0	-2.20	-0.010	60	0	07:22:43	42896.30695	0.0000	2017/07/11
38.0012970	23.6781406	40.8201	4554.756	0.027	69.7	-42.9	-2.21	-0.009	60	0	07:23:49	42896.30771	0.0000	2017/07/11
ΕΛΛΙΝΙΚΟ														
37.8985023	23.7210941	43.2615	4557.680	0.030	-3.2	-4.4	-2.09	0.012	60	0	07:54:12	42896.32878	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7286835	43.0173	4557.680	0.037	-2.8	-4.7	-2.10	0.013	60	0	07:55:22	42896.32959	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7286167	42.7732	4557.685	0.027	-2.4	-5.0	-2.10	0.014	60	0	07:56:27	42896.33034	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7285480	42.5291	4557.683	0.029	-2.0	-6.3	-2.11	0.015	60	0	07:57:32	42896.33109	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7284794	42.2849	4557.687	0.028	-1.9	-5.9	-2.12	0.016	60	0	07:58:37	42896.33184	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7284126	42.0408	4557.686	0.034	-2.4	-5.9	-2.13	0.017	60	0	07:59:42	42896.33259	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7283440	41.7966	4557.690	0.027	-3.2	-6.1	-2.14	0.017	60	0	08:00:47	42896.33334	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7282772	41.5525	4557.694	0.029	-3.5	-6.1	-2.16	0.018	60	0	08:01:52	42896.33409	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7282085	41.3084	4557.693	0.033	-3.8	-6.5	-2.18	0.019	60	0	08:02:57	42896.33485	0.0000	2017/07/11
37.8985023	23.7282085	40.0877	4557.691	0.033	-4.1	-6.2	-2.20	0.020	60	1	08:04:03	42896.33561	0.0000	2017/07/11
ΑΓΙΑ ΤΡΙΑΔΑ														
37.8888397	23.7406693	40.8201	4556.080	0.023	-8.1	1.2	-2.12	0.037	60	0	08:25:36	42896.35055	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7446728	40.8201	4556.084	0.035	-7.8	2.4	-2.12	0.038	60	7	08:26:46	42896.35136	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7446728	40.8201	4556.087	0.024	-7.8	3.3	-2.12	0.038	60	0	08:27:51	42896.35211	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7446728	41.0642	4556.087	0.032	-6.7	4.1	-2.11	0.039	60	0	08:28:56	42896.35286	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7447395	41.0642	4556.088	0.024	-7.3	5.6	-2.11	0.040	60	0	08:30:01	42896.35361	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7447395	41.0642	4556.089	0.027	-6.0	6.1	-2.12	0.041	60	0	08:31:06	42896.35436	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7447395	41.3084	4556.093	0.025	-7.7	5.9	-2.12	0.041	60	0	08:32:11	42896.35511	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7448082	41.3084	4556.093	0.029	-8.1	6.0	-2.13	0.042	60	0	08:33:16	42896.35586	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7448082	41.3084	4556.094	0.026	-7.9	6.4	-2.15	0.043	60	0	08:34:21	42896.35662	0.0000	2017/07/11
37.8888397	23.7448082	40.3318	4556.096	0.020	-8.6	6.0	-2.16	0.044	60	0	08:35:27	42896.35738	0.0000	2017/07/11
ΤΕΙΑΘ														
38.0010872	23.6754723	43.9939	4554.838	0.015	20.3	-19.6	-2.16	0.087	60	2	09:36:49	42896.39993	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6788864	43.9939	4554.838	0.014	36.9	-35.9	-2.16	0.088	60	0	09:37:59	42896.40074	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6788864	44.2380	4554.833	0.014	47.0	-50.4	-2.16	0.089	60	0	09:39:04	42896.40149	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6789551	44.2380	4554.830	0.019	55.7	-64.9	-2.16	0.089	60	0	09:40:09	42896.40224	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6789551	44.7263	4554.825	0.015	61.2	-77.0	-2.16	0.090	60	0	09:41:14	42896.40299	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6790905	44.9705	4554.823	0.019	66.2	-89.0	-2.16	0.090	60	0	09:42:19	42896.40374	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6791592	45.2146	4554.824	0.013	72.3	-97.8	-2.17	0.091	60	0	09:43:24	42896.40449	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6792259	45.4587	4554.819	0.016	77.5	-104.7	-2.17	0.092	60	0	09:44:29	42896.40524	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6792946	45.7029	4554.821	0.017	82.3	-113.9	-2.18	0.093	60	0	09:45:34	42896.40599	0.0000	2017/07/11
38.0010872	23.6792946	44.7263	4554.819	0.018	87.1	-120.6	-2.19	0.093	60	0	09:46:40	42896.40676	0.0000	2017/07/11

Εικόνα 13-Απεικόνιση δεδομένων μετρήσεων

Σε κάθε στήλη υπάρχει αναφορά στο τι παρουσιάζεται. Μερικές από τις πιο σημαντικές είναι οι εξής:

- 1<sup>η</sup> στήλη: Γεωγραφικό πλάτος σημείου
- 2<sup>η</sup> στήλη: Γεωγραφικό μήκος σημείου
- 3<sup>η</sup> στήλη: Γεωμετρικό υψόμετρο σημείου
- 4<sup>η</sup> στήλη: Ένδειξη τιμής βαρύτητας βαρυτημέτρου



5<sup>η</sup> στήλη: Τυπική απόκλιση μέτρησης

12<sup>η</sup> στήλη: Ώρα λήψης μέτρησης

13<sup>η</sup> στήλη: Ώρα λήψης μέτρησης εκφρασμένης σε δεκαδική ώρα

Επομένως εφόσον κατανοήθηκαν οι παράμετροι και οι συμβολισμοί ενός αρχείου δεδομένων ενός βαρυτημέτρου, μπορούν πλέον να γίνουν οι επεξεργασίες των δεδομένων αυτών.

### 5.3.2 Προεπεξεργασία Δεδομένων

Οι μετρήσεις είναι ίσως το πιο σημαντικό κομμάτι για την υλοποίηση ενός έργου. Παρόλα αυτά και η επεξεργασία χρειάζεται την δέουσα προσοχή, καθώς τα σημεία που μπορεί να προκύψουν τα λάθη είναι πολλά. Ακόμα, το στάδιο της επεξεργασίας είναι αυτό που θα δείξει εάν οι μετρήσεις που έλαβαν χώρα είναι σωστές ή αλλιώς απαλλαγμένες από σφάλματα. Σε αυτό το σημείο, να σημειωθεί ότι η επεξεργασία διαχωρίζεται σε δύο μέρη: την προεπεξεργασία και την κυρίως επεξεργασία. Σε αυτήν την ενότητα θα αναφερθεί το στάδιο της προεπεξεργασίας, η οποία είναι κατανοητό ότι προηγείται της επεξεργασίας.

Τα δεδομένα από την στιγμή που θα ληφθούν δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν κατευθείαν καθώς βρίσκονται σε πρώιμο στάδιο. Για παράδειγμα, η τιμή της βαρύτητας δεν είναι η πραγματική ακόμα, ενώ η κάθε τιμή δεν μετράται μόνο μία φορά, πράγμα που σημαίνει ότι δεν θα χρησιμοποιηθούν όλες αυτές οι μετρήσεις.

Επομένως, αρχικά αυτό που έπρεπε να υπολογιστεί είναι μία μέση τιμή της ένδειξης βαρύτητας του οργάνου, καθώς και ο μέσος χρόνος μέτρησης για κάθε σημείο. Οι υπολογισμοί της μέσης τιμής της βαρύτητας έγιναν με δύο τρόπους. Αρχικά, υπολογίστηκαν χωρίς βάρη, ενώ στη συνέχεια έγινε ο υπολογισμός τους με βάρος την τυπική απόκλιση της κάθε μέτρησης, εφόσον δινόταν. Ο τύπος υπολογισμού των μέσων τιμών χωρίς βάρη είναι ο εξής:

$$\chi_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (5.1)$$

Παρομοίως, η σχέση υπολογισμού μέσου όρου των τιμών βαρύτητας με την βοήθεια βάρους είναι :

$$\chi_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \frac{1}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad (5.2)$$

Οι τιμές που λήφθηκαν υπόψιν από τα αρχεία των μετρήσεων είναι οι ενδείξεις της βαρύτητας( στήλη GRAV) και οι τυπικές αποκλίσεις κάθε μέτρησης( στήλη SD). Οι υπολογισμοί έγιναν μέσω του εργαλείου excel και παρουσιάζονται παρακάτω.

	Πλατεια	Μπαθιζα	Μαλιζεζα	Βελανιδια	TEI	
M.O(βαρυτητας)	3578,123	3564,181	3538,416	3506,609	3567,432	
MO με βαρη	3578,125	3564,181	3538,416	3506,609	3567,432	
	42131,000					
	TEI	236005,000	Μαυρινώρα Β	Μαυρινώρα Α	TEI	
M.O(βαρυτητας)	3566,662	3478,712	3459,679	3454,772	3566,646	
MO με βαρη	3566,661	3478,712	3459,679	3454,772	3566,647	
	42131,000					
	TEI	Σούνιο	Δασκαλειό	Μάτι	161042,000	TEI
M.O(βαρυτητας)	3565,327	3570,002	3560,443	3561,950	3468,380	3564,914
MO με βαρη	3565,328	3570,001	3560,443	3561,950	3468,378	3564,914
	42193,000					

Πίνακας 1-Υπολογισμοί μέσω των όρων βαρύτητας σε mGal σε φύλλο excel

Αρχικά, διακρίνεται ότι πάνω από κάθε σερ μετρήσεων αναφέρεται η ημερομηνία, κατά την οποία λήφθηκαν οι μετρήσεις. Στην ακριβώς από κάτω γραμμή παρουσιάζονται τα σημεία του σερ μετρήσεων από το πρώτο-σημείο έναρξης έως και το τελευταίο-σημείο τερματισμού. Παρατηρείται ότι το σερ ξεκινάει από το TEI και ολοκληρώνεται σε αυτό, καθώς μιλάμε για ένα κλειστό loop. Παρατηρώντας προσεκτικά του δύο υπολογισμούς με και χωρίς βάρη, διαπιστώνουμε το ότι οι αποκλίσεις μεταξύ των δύο μεθόδων είναι κάτω του χιλιοστού του mGal σε πολλές περιπτώσεις. Αυτό σημαίνει ότι εφόσον μιλάμε για μικρές αποκλίσεις θα μπορούσαν ως τελικές τιμές να κρατηθούν και αυτές με τον μέσο όρο δίχως βάρη, αλλά επειδή οι μέσοι όροι με βάρη μας δίνουν καλύτερη ακρίβεια, θα προτιμηθούν αυτοί. Συνεπώς κρατήθηκαν οι τιμές της γραμμής *MO με βάρη*. Οι υπολογισμοί υλοποιήθηκαν μέσω του λογισμικού Octave και ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε φαίνεται στην εικόνα 14.

	Πλατεια	Μπαθιζα	Μαλιζεζα	Βελανιδια	TEI	
MO χρόνου	42100,432	42100,459	42100,482	42100,630	42100,666	
	42131,000					
	TEI	236005,000	Μαυρινώρα Β	Μαυρινώρα Α	TEI	
MO χρόνου	42104,338	42104,379	42104,396	42104,403	42104,447	
	42131,000					
	TEI	Σούνιο	Δασκαλειό	Μάτι	161042,000	TEI
MO χρόνου	42111,232	42111,330	42111,367	42111,417	42111,484	42111,548
	42193,000					

Πίνακας 2-Υπολογισμοί μέσω των όρων χρόνου μέτρησης σε δεκαδικές μοίρες σε φύλλο excel

```

1 clear;
2 clear;
3
4 q1=input('dwee barythta q1 ');
5 a1=input('dwee tyriakh epokliah a1 ');
6 q2=input('dwee barythta q2 ');
7 a2=input('dwee tyriakh epokliah a2 ');
8 q3=input('dwee barythta q3 ');
9 a3=input('dwee tyriakh epokliah a3 ');
10 q4=input('dwee barythta q4 ');
11 a4=input('dwee tyriakh epokliah a4 ');
12 q5=input('dwee barythta q5 ');
13 a5=input('dwee tyriakh epokliah a5 ');
14 q6=input('dwee barythta q6 ');
15 a6=input('dwee tyriakh epokliah a6 ');
16 q7=input('dwee barythta q7 ');
17 a7=input('dwee tyriakh epokliah a7 ');
18 q8=input('dwee barythta q8 ');
19 a8=input('dwee tyriakh epokliah a8 ');
20 q9=input('dwee barythta q9 ');
21 a9=input('dwee tyriakh epokliah a9 ');
22 q10=input('dwee barythta q10 ');
23 a10=input('dwee tyriakh epokliah a10 ');
24
25 xkmean=((q1/a1^2)+(q2/a2^2)+(q3/a3^2)+(q4/a4^2)+(q5/a5^2)+(q5/a5^2)+(q7/a7^2))/((1/a1^2)+(1/a2^2)+(1/a3^
26 xmean=((q1/a1^2)+(q2/a2^2)+(q3/a3^2)+(q4/a4^2)+(q5/a5^2)+(q6/a6^2)+(q7/a7^2)+(q8/a8^2)+(q9/a9^2)+(q10/a1
27 xkm=((q1/a1^2)+(q2/a2^2))/((1/a1^2)+(1/a2^2));

```

Εικόνα 14-Απεικόνιση αλγορίθμου για μέσο όρο με βάρη

Σε αυτήν την εικόνα(πίνακας 2) παρουσιάζονται οι μέσοι όροι του χρόνου μέτρησης κάθε σημείου. Η μονάδα μέτρησης είναι σε δεκαδικές ώρες, καθώς προτιμάται συγκριτικά με την μορφή Ωρες :Λεπτά :Δευτερόλεπτα. Εν συνεχεία των προηγούμενων οι τιμές που πάρθηκαν από τα αρχεία των δεδομένων μέτρησης είναι οι χρόνοι μέτρησης σε δεκαδικές ώρες( στήλη DEC.TIME+DATE). Η διαφορά με τους προηγούμενους υπολογισμούς εντοπίζεται ως ότι δεν υφίσταται μέσοι όροι με βάρη όπως συνέβη με τις τιμές βαρύτητας.

Εν συνεχεία, και πάλι στο στάδιο της προεπεξεργασίας, υπολογίστηκαν οι τιμές της υπολειπόμενης ολίσθησης για κάθε session μετρήσεων. Η υπολειπόμενη ολίσθηση αφορά το σφάλμα που προκύπτει κατά την μετακίνηση του παρατηρητή από ένα σημείο σε ένα άλλο. Κατά την μετακίνηση αυτή υφίσταται μεταβολή της ένδειξης του βαρυτημέτρου, χωρίς όμως να υφίσταται μεταβολή της τιμής της βαρύτητας. Παρόλα αυτά η ποσότητα αυτή μπορεί να υπολογιστεί εύκολα λόγω της μεθόδου υλοποίησης των μετρήσεων(loop closure) όπου επιστρέφοντας στο σημείο από όπου ξεκίνησαν οι μετρήσεις, υπάρχει μία αίσθηση της ποσότητας αυτής. Ο τύπος με τον οποίο υπολογίστηκαν οι υπολειπόμενες ολισθήσεις για κάθε σει μετρήσεων είναι ο εξής:

$$d_{session} = \frac{\chi_{τελ}^{ένδειξη βαρυτημέτρου} - \chi_{αρχ}^{ένδειξη βαρυτημέτρου}}{t_{τελ}^{χρόνος μέτρησης} - t_{αρχ}^{χρόνος μέτρησης}} \quad (5.3)$$

Οι τιμές που μπαίνουν σε αυτήν την σχέση αφορούν όλες τους μέσους όρους που βρέθηκαν από το προηγούμενο βήμα. Επομένως ως  $\chi_{τελ}$  αναφέρεται ο μέσος όρος της

ένδειξης του βαρυτημέτρου για την βαρύτητα από τον υπολογισμό με βάρη του τελευταίου σημείου του session(δηλαδή του TEI όπου αποτελεί και σημείο έναρξης). Επομένως, κατανοούμε την σημασία της κλειστής αυτής μεθόδου, διότι εάν πρώτο και τελευταίο σημείο δεν ήταν τα ίδια, δεν θα μπορούσε να υπολογιστεί η υπολειπόμενη ολίσθηση.

Εφόσον, η ποσότητα αυτή υπολογίστηκε, δεν μένει παρά να διορθωθούν οι τιμές του κάθε session από αυτήν. Οι διορθώσεις έγιναν με γραμμικό τρόπο και εξαρτήθηκαν από τον χρόνο μέτρησης της κάθε μέτρησης. Επομένως έχω την εξής σχέση:

$$\chi_i^{new} = d_{session} \cdot (t_{\tau\epsilon\lambda} - t_i) \quad (5.4)$$

Οι υπολογισμοί της υπολειπόμενης ολίσθησης, καθώς και οι διορθώσεις της κάθε μέτρησης φαίνονται παρακάτω.

Ονομασία σημείου	Ένδειξη βαρυτημέτρου	Χρόνος	Διορθωμένη από ολίσθηση ένδειξη	dsession
TEI	3544,008	42085,289	3543,932	
Αγία Τριάδα	3545,262	42085,341	3545,201	
Μπαράκο	3539,691	42085,403	3539,649	
Ελληνικό	3546,860	42085,433	3546,827	-0,302
Μαγούλα	3526,008	42085,476	3525,988	
TEI	3543,932	42085,543	3543,932	
<b>28/4/2015</b>				
TEI	3542,763	42090,249	3540,543	
Μέγαρα	3429,359	42090,373	3427,177	
Άγιος Γεώργιος	3531,084	42090,443	3528,923	
Κινέτα	3525,610	42090,515	3523,471	
Ίσθμια	3499,277	42090,547	3497,148	-0,302
296010	3456,318	42090,597	3454,204	
Αλεποχώρι	3525,656	42090,686	3523,569	
106077	3397,870	42090,744	3395,800	
TEI	3539,386	42097,255	3539,285	
Γραμματικό	3500,153	42097,314	3500,070	
TEI	3540,543	42097,589	3540,543	

Πίνακας 3-Υπολογισμός και διόρθωση υπολειπόμενης ολίσθησης σε mGal

Αυτό που παρατηρείται είναι το ότι αρχική και τελική τιμή συμπίπτουν, πράγμα απολύτως λογικό εφόσον μιλάμε για το ίδιο σημείο. Παρόλα αυτά, υπήρξαν και κάποια προβλήματα κατά την διάρκεια των υπολογισμών. Σε ένα σετ μετρήσεων η αρχική με την τελική τιμή απείχαν αισθητά, πράγμα που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι προφανώς το σημείο έναρξης δεν είναι το ίδιο με αυτό της λήξης. Κοιτώντας λοιπόν, την γεωγραφική θέση των δύο σημείων, διαπιστώθηκε ότι το σημείο έναρξης δεν αναφέρεται στο TEI, επομένως αυτό μας οδήγησε σε υψηλή τιμή υπολειπόμενης ολίσθησης. Έτσι, προτιμήθηκε να μην γίνει διόρθωση σε αυτό το session ως προς την υπολειπόμενη ολίσθηση, καθώς δεν έχουμε περίπτωση κλειστού ελέγχου.

Σαν τρίτο βήμα της προεπεξεργασίας των μετρήσεων, υπολογίστηκαν οι πραγματικές τιμές της βαρύτητας για κάθε σημείο μέσω των απόλυτων τιμών βαρύτητας των σημείων αναφοράς(TEI-ΠΑΔΑ-Βάρη). Οι τιμές αυτές δόθηκαν από τον επιβλέπων καθηγητή, καθώς είχαν υπολογιστεί παλαιότερα και είναι οι εξής(βλ. ερευνητικό πρόγραμμα MODERNGRAVNET) :

$$g_{TEI} = g_{ΠΑΔΑ ΒΑΣΗ} = 980041.054 \text{ mGal}$$

$$g_{ΠΑΔΑ ΣΤΕΨΗ} = 980040.760 \text{ mGal}$$

$$g_{ΒΑΡΗ} = 980050.186 \text{ mGal}$$

Γνωρίζοντας λοιπόν αυτές τις τιμές, η σχέση υπολογισμού των πραγματικών τιμών βαρύτητας για κάθε σημείο είναι οι εξής:

$$g_i = g_{\text{σταθμου αναφοράς}} + \chi_i^{\text{ένδειξη σημείου } i} - \chi^{\text{ένδειξη σημείου αναφοράς}} \quad (5.5)$$

Οι τιμές ένδειξης αφορούν τις διορθωμένες τιμές που υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα, ενώ ως  $g_{\text{σταθμου αναφοράς}}$  αναφέρονται οι πραγματικές τιμές των σημείων-σταθμών αναφοράς του συγκεκριμένου session. Για παράδειγμα, στην παρακάτω απεικόνιση το  $g$  αναφέρεται στο σημείο TEI.

Κωδικός σημείου	Όνομασία	$\phi$	$\lambda$	$h$	$H$	τιμή βαρυτημέτρου	$g$
TEI	TEI					3543,932	980041,054
Αγία Τριάδα	Αγία Τριάδα					3545,201	980042,323
Μπαράκο	Μπαράκο					3539,649	980036,771
Ελληνικό	Ελληνικό					3546,827	980043,949
019014	Μαγούλα					3525,988	980023,110
TEI	TEI					3543,932	980041,054
TEI	TEI					3540,543	980041,054
208034	Μέγαρα					3427,177	979927,687
208030	Άγιος Γεώργιος					3528,923	980029,434
346090	Κινέτα					3523,471	980023,982
Ίσθμια	Ίσθμια					3497,148	979997,659
296010	296010					3454,204	979954,714
137030	Αλεποχώρι					3523,569	980024,080
106077	106077					3395,800	979896,311
TEI	TEI					3539,285	980039,796
161105	Γραμματικό					3500,070	980000,581
TEI	TEI					3540,543	980041,054

Πίνακας 4-Υπολογισμός τιμών  $g$  από απόλυτες τιμές σημείων αναφοράς σε mGal σε φύλλο excel

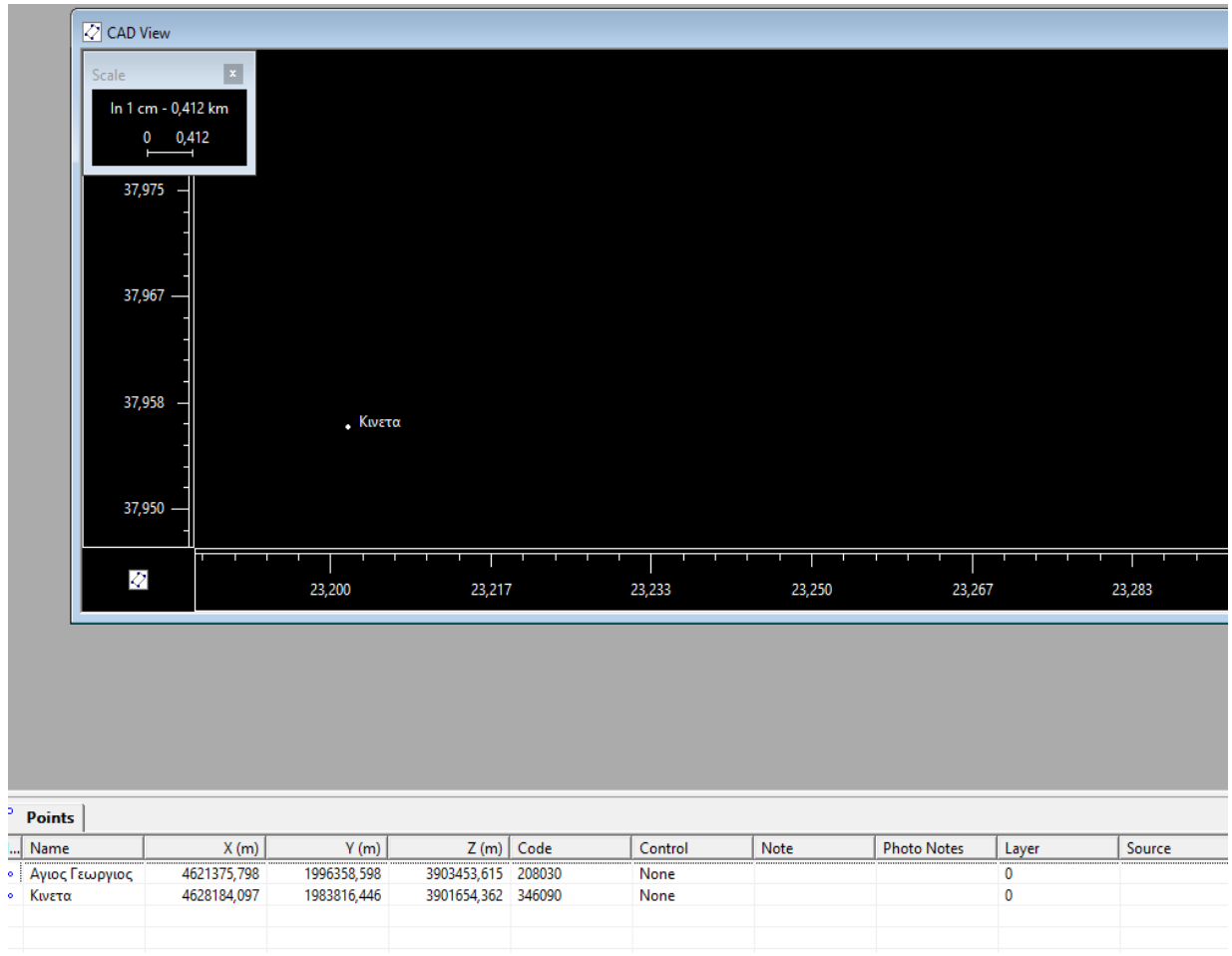
Εν συνεχεία, αυτό που παρατηρήθηκε ήταν το μη κοινό σύστημα αναφοράς μεταξύ των μετρήσεων, καθώς άλλα σημεία αναφέρονταν στο ETRF2005 και άλλα στο ITRF2008. Επομένως, για να συνεχιστούν οι υπολογισμοί θα έπρεπε να μετασχηματιστούν όλα σε ένα κοινό σύστημα. Στην περίπτωση αυτή, επιλέχθηκε ως σύστημα αναφοράς το ITRF2008. Η διαδικασία αυτή του μετασχηματισμού υλοποιήθηκε μέσω δύο λογισμικών. Το πρώτο αφορά την μετατροπή των  $\phi, \lambda, h$  σε  $X, Y, Z$  και το αντίστροφο, και δεν είναι άλλο από το Topcon Tools(TT). Το δεύτερο αφορά τον μετασχηματισμό από το ένα σύστημα αναφοράς στο άλλο, και είναι το επίσημο εργαλείο μετασχηματισμού της EUREF([https://www.epncb.oma.be/\\_productservices/coord\\_trans/](https://www.epncb.oma.be/_productservices/coord_trans/)). Αρχικά λοιπόν, τοποθετήθηκαν όλα τα σημεία στο Topcon Tools ως Add point με τις γεωμετρικές

συντεταγμένες τους φ,λ,η. Στην συνέχεια, με την δυνατότητα του TT για μετατροπή(XYZ WGS84), πάρθηκαν τα ίδια σημεία στο ίδιο σύστημα(ETRF2005), αλλά με γεωδαιτικές συντεταγμένες αυτήν την φορά.

The screenshot shows the Topcon Tools interface. A dialog box titled "Add Point: Point Κινετα1" is open, displaying the "Coordinates" tab. The WGS84 coordinates for point "Κινετα" are: Latitude 37.96585179, Longitude 23.27021488, and Elevation 0 meters. Below the dialog, a "Points" table lists the data for two points: "Αγιος Γεωργιος" and "Κινετα".

Name	WGS84 Latitude	WGS84 Longitude	WGS84 Elevation	Code	Control	Note	Photo Notes	Layer	Source	Std Dev n (m)	St
Αγιος Γεωργιος	37,97638347	23,36355306	122,906	208030	None			0			
Κινετα	37,95641900	23,20182194	38,021	346090	None			0			

Εικόνα 15-Εισαγωγή σημείων φ,λ,η στο Topcon Tools



Εικόνα 16-Μετατροπή φ,λ,η σε X,Y,Z μέσω WGS84 X,Y,Z στο Topcon Tools

Επομένως, οι τιμές αυτήν την στιγμή μετατράπηκαν από φ,λ, η στο ETRF2005 σε X,Y,Z στο ETRF2005. Επόμενη ενέργεια είναι ο μετασχηματισμός από ETRF2005 σε ITRF2008. Η διαδικασία αυτή πραγματοποιήθηκε στο εργαλείο EUREF και φαίνεται παρακάτω:



### INPUT

Frame:  Epoch:

```
# Lines starting by # are treated as comments
# Fields (in decimal format) should be separated by at least one space
#
# --> Example without velocity <--
# Stationname (no space character) X[m] Y[m] Z[m] :
#Station_1 4027894.006 307045.600 4919474.910
#
# --> Example with velocity <--
# Stationname (no space ch.) X[m] Y[m] Z[m] VX[m/yr] VY[m/yr] VZ[m/yr] :
208030 4621375.798 1996358.598 3903453.615 0.021 -0.008 -0.02
346090 4628184.097 1983816.446 3901654.362 0.021 -0.008 -0.02
```

### TRANSFORM TO

Frame:  Epoch:

Transform

### RESULTS

#_Station	Frame	Epoch	X[m]	Y[m]	Z[m]	VX[m/yr]	VY[m/yr]	VZ[m/yr]
208030	ITRF2008	2011.00	4621375.4279	1996358.9285	3903453.8269	0.0033	0.0105	-0.0089
346090	ITRF2008	2011.00	4628183.7280	1983816.7770	3901654.5743	0.0034	0.0105	-0.0089

show intermediate steps

Εικόνα 17-Απόσπασμα μετασχηματισμού από ETRF2005 σε ITRF2008 μέσω EUREF

Πλέον όλες οι μετρήσεις βρίσκονται στο ίδιο σύστημα αναφοράς και επομένως, αυτό που μένει είναι η μετατροπή τους σε φ,λ,η μέσω της δυνατότητας του Topcon Tools για WGS84 Lat, Lon, Ellhet. Τέλος, όλα τα σημεία συγκεντρώθηκαν σε έναν ενιαίο πίνακα.

Κωδικός	Όνομα	φ	λ	h	H
TEI	TEI				
Αγία Τριά	Αγία Τριά	37,8889159	23,7406205	74,935	38,489
18023	Μπαράκ	37,8129293	23,8259123	128,425	90,313
Ελληνικό	Ελληνικό	37,8982830	23,7211004	42,764	6,295
17038	Πρφ. Ηλίο	38,0808356	23,5180456	184,462	146,535
TEI	TEI				
208034	Μέγαρο	37,9835963	23,2774738	538,482	
208030	Άγιος Γεώ	37,9763861	23,3635582	122,872	85,899
346090	Κινέτα	37,9564217	23,2018271	37,987	1,776
Ίσθμια	Ίσθμια				
296010	Κλίτσικας	38,0361416	22,8858314	302,733	
137030	Αλεποχώρ	38,0676462	23,1514086	75,523	38,728
106077	Καραμού	38,1770078	23,3036064	828,632	
106105	Γραμματι	38,2357133	23,4032008	694,519	
TEI	TEI				
236030	Πλατεία	38,3252604	23,7695307	13,526	6,523
379009	Μπαθιζα	38,2783597	23,6685750	153,943	115,26
161125	Μαλιζεζα	38,2458762	23,7626216	281,318	242,28
161064	Βελανιδι	38,1323863	23,7776674	359,036	320,237

Πίνακας 5-Απόσπασμα συγκεντρωτικού πίνακα



Ο τελικός αυτός πίνακας αποτελείται από 291 σημεία πεδίου, μερικά είναι τριγωνομετρικά και μερικά τυχαία σημεία.

Τελικό βήμα του σταδίου της προεπεξεργασίας είναι ο υπολογισμός της κανονικής βαρύτητας των μετρήσεων στο ελλειψοειδές του WGS84. Αρχικά, για έναν τέτοιο υπολογισμό είναι σαφές ότι χρειαζόμαστε τα στοιχεία του χωροσταθμικού ελλειψοειδούς που χρησιμοποιείται. Τα στοιχεία και το τυπολόγιο της όλης διαδικασίας πάρθηκαν από τις σημειώσεις του μαθήματος της Φυσικής Γεωδαισίας. Οι υπολογισμοί που ακολουθήθηκαν για τα στοιχεία του ελλειψοειδούς αυτού έγιναν στο χέρι και φαίνονται παρακάτω:

	Στοιχεία WGS84	Μονάδες
a	6378137	m
GM	398600441800000	m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>
1/f	298,2572235630	
f	0,003352811	
ω	0,0000729212	rad/s
b	6356752,314	m
e'	0,082094438	
m	0,003449787	
q0	7,33463E-05	
q0'	0,002688041	
γe	9,780325336	
γp	9,832184938	

Εικόνα 18-Στοιχεία και παράμετροι WGS84

Επομένως, με τον υπολογισμό των παραμέτρων αυτών μπορούν πλέον να υπολογιστούν οι τιμές της κανονικής βαρύτητας  $\gamma_0$  για κάθε σημείο μέσω του παρακάτω τύπου:

$$\gamma_0 = \frac{a \cdot \gamma_e \cdot \cos^2 \varphi + b \cdot \gamma_p \cdot \sin^2 \varphi}{\sqrt{a^2 \cdot \cos^2 \varphi + b^2 \cdot \sin^2 \varphi}} \quad (5.6)$$

Τελικώς, πάρθηκαν οι τιμές της κανονικής βαρύτητας του ελλειψοειδούς σε mGal και φαίνονται παρακάτω:

0102	37,8418595	23,8045963	88,633	<b>980046,284</b>	0,66046504	9,799789538	<b>979978,954</b>
0103	37,8515170	23,8112993	128,32	<b>980037,718</b>	0,6606336	9,799797999	<b>979979,800</b>
0104	37,8581579	23,8157514	162,311	<b>980032,147</b>	0,6607495	9,799803818	<b>979980,382</b>
0105	37,8670187	23,8201516	205,124	<b>980023,818</b>	0,66090415	9,799811582	<b>979981,158</b>
0106	37,8760449	23,8230305	301,389	<b>980002,753</b>	0,66106169	9,799819491	<b>979981,949</b>
0106	37,8760449	23,8230305	301,389	<b>980036,124</b>	0,66106169	9,799819491	<b>979981,949</b>
0107	37,8862587	23,8279904	334,766	<b>979996,468</b>	0,66123996	9,799828442	<b>979982,844</b>
0108	37,8964369	23,8331235	223,771	<b>980019,444</b>	0,6614176	9,799837363	<b>979983,736</b>
0109	37,9069555	23,8326790	223,363	<b>980020,494</b>	0,66160118	9,799846583	<b>979984,658</b>
0110	37,9147737	23,8361364	220,259	<b>980021,111</b>	0,66173764	9,799853436	<b>979985,344</b>
0201	37,8310985	23,8122558	57,25	<b>980053,139</b>	0,66027723	9,799780112	<b>979978,011</b>
0203	37,8477749	23,8186312	102,639	<b>980043,124</b>	0,66056829	9,799794721	<b>979979,472</b>
0205	37,8670482	23,8267374	217,727	<b>980021,291</b>	0,66090467	9,799811608	<b>979981,161</b>
0206	37,8735429	23,8260621	241,02	<b>980016,348</b>	0,66101802	9,799817299	<b>979981,730</b>
0206	37,8735429	23,8260621	241,02	<b>980034,490</b>	0,66101802	9,799817299	<b>979981,730</b>
0207	37,8827540	23,8351200	289,733	<b>980005,947</b>	0,66117879	9,799825371	<b>979982,537</b>
0208	37,8910049	23,8372669	281,695	<b>980007,827</b>	0,66132279	9,799832602	<b>979983,260</b>
0209	37,9003639	23,8421189	198,747	<b>980025,118</b>	0,66148614	9,799840805	<b>979984,080</b>
0210	37,9099339	23,8443234	192,903	<b>980027,227</b>	0,66165317	9,799849193	<b>979984,919</b>
0301	37,8243961	23,8224054	160,407	<b>980032,208</b>	0,66016025	9,799774241	<b>979977,424</b>
0302	37,8324122	23,8273677	106,017	<b>980042,317</b>	0,66030016	9,799781263	<b>979978,126</b>
0303	37,8427439	23,8266284	92,367	<b>980044,709</b>	0,66048048	9,799790313	<b>979979,031</b>
0306	37,8669576	23,8400444	209,803	<b>980021,623</b>	0,66090309	9,799811528	<b>979981,153</b>
0307	37,8801527	23,8451519	367,899	<b>979988,033</b>	0,66113339	9,799823091	<b>979982,309</b>
0308	37,8943878	23,8565903	216,736	<b>980021,053</b>	0,66138184	9,799835567	<b>979983,557</b>
0309	37,9000066	23,8543325	192,905	<b>980026,442</b>	0,6614799	9,799840492	<b>979984,049</b>
0310	37,9065906	23,8569907	173,127	<b>980029,209</b>	0,66159481	9,799846263	<b>979984,626</b>
0401	37,8187031	23,8333188	47,755	<b>980053,478</b>	0,66006089	9,799769254	<b>979976,925</b>
0402	37,8299087	23,8395431	115,045	<b>980039,618</b>	0,66025646	9,79977907	<b>979977,907</b>
0403	37,8420424	23,8472057	119,723	<b>980038,261</b>	0,66046823	9,799789699	<b>979978,970</b>
0404	37,8497818	23,8480040	127,281	<b>980037,173</b>	0,66060331	9,799796479	<b>979979,648</b>

Πίνακας 6-Απεικόνιση κανονικής βαρύτητας(10η στήλη) και πραγματικής(7η στήλη) σε mGal

Είναι φανερό ότι οι διαφορές μεταξύ κανονικής και πραγματικής βαρύτητας είναι της τάξης των λίγων δεκάδων mGal, πράγμα το οποίο είναι αναμενόμενο και αποτελεί ένα μέτρο αξιολόγησης των υπολογισμών που έγιναν παραπάνω.

Επιπλέον των επίγειων μετρήσεων βαρύτητας χρησιμοποιήθηκαν και θαλάσσιες μετρήσεις από την παγκόσμια βάση δεδομένων Scripps Institution of Oceanography, University of California, San Diego(global\_grav\_1min version 3.1), η οποία έχει προκύψει από την επεξεργασία αλτιμετρικών δεδομένων των δορυφόρων Altika, CRYOSAT, Sentinel – 3A/B (Sandwell et al., 2019).

### 5.3.3 Επεξεργασία Δεδομένων

#### 5.3.3.1 Αναγωγή των Παρατηρήσεων

Τελειώνοντας με το στάδιο της προεπεξεργασίας, πλέον τα δεδομένα περνούν στο στάδιο της επεξεργασίας. Αυτό στην πράξη σημαίνει αναγωγή των δεδομένων, ώστε να ετοιμαστούν κατάλληλα για την εφαρμογή των αλγόριθμων προσέγγισης της Φυσικής Γεωδαισίας. Στην προκειμένη φάση, η πρώτη αναγωγή δεν είναι άλλη από αυτήν του ελευθέρου αέρα. Όπως έχει προαναφερθεί η αναγωγή αυτή αποτελεί την διαφορά μεταξύ πραγματικής και κανονικής βαρύτητας, αναλόγως όμως και του υψομέτρου. Ο τύπος δίνεται ως εξής:

$$\Delta g = g + 0.3086 \cdot h - \gamma_0 \quad (5.7)$$

Οι τιμές για όλα τα session μετρήσεων υπολογίστηκαν σε φύλλοexcel και παρουσιάζονται παρακάτω.

Κωδικός σ	Ονομασία	g σε mGal	γ σε mGal	h	Δg σε mGal
TEI	TEI	980041,054			
Αγία Τριά	Αγία Τριάδα	980042,323	979983,1	74,935	82,37124903
18023	Μπαράκο	980036,771	979976,4	128,425	99,98347836
Ελληνικό	Ελληνικό	980043,949	979983,9	42,764	73,24770462
17038	Πρφ. Ηλίας Μαγούλ	980023,11	979999,9	184,462	80,12349309
TEI	TEI	980041,054			
208034	Μέγαρα	979927,687	979991,4	538,482	102,4844264
208030	Άγιος Γεώργιος	980029,434	979990,7	122,872	76,60634313
346090	Κινέτα	980023,982	979989	37,987	46,70912659
Ίσθμια	Ίσθμια	979997,659	979985,5	33,4959	22,51556636
296010	Κλίτσικας	979954,714	979996	302,733	52,14901079
137030	Αλεποχώρι	980024,08	979998,8	75,523	48,63209776
106077	Καραμούτζας	979896,311	980008,4	828,632	143,6680407
106105	Γραμματικό	980000,581	980013,5	694,519	201,3918632
TEI	TEI	980041,054			
236030	Πλατεία	980051,747	980021,4	13,526	34,52799155
379009	Μπαθιζα	980037,803	980017,3	153,943	68,04229555
161125	Μαλιζεζα	980012,038	980014,4	281,318	84,44146398
161064	Βελανιδιά	979980,231	980004,4	359,036	86,59054
TEI	TEI	980041,054			
236005	Κοκορετσιζα	979953,11	980015	588,482	119,7004421
161127	Μαυρινώρα Β	979934,08	980014,6	664,398	124,5019483
161126	Μαυρινώρα Α	979929,173	980014,4	686,018	126,4978746

Πίνακας 7-Απόσπασμα υπολογισμού ανωμαλίας ελευθέρου αέρα(Δg σε mGal)

$\Delta g \text{ min}$	$\Delta g \text{ max}$	$\Delta g \text{ media}$	$\Delta g \text{ mean}$	$\Delta g \text{ std}$
-41,2109	175,8905	58,18992	59,74587	28,04043

Πίνακας 8-Στατιστικά στοιχεία ανωμαλίας ελευθέρου αέρα

Επομένως, πλέον έχουν γίνει αναγωγές ελευθέρου αέρα για όλα τα σημεία. Σε αυτό το σημείο συγκεντρώθηκαν και τιμές ανωμαλίας ελευθέρου αέρα και για την θαλάσσια έκταση, όχι μόνο την ηπειρωτική, ώστε να υπάρχει πλήρης κάλυψη της περιοχής μελέτης.

Εν συνεχεία, οι τιμές της ανωμαλίας συγκεντρώθηκαν σε ένα διαφορετικό φύλλο, σε συνδυασμό με τις γεωδαιτικές συντεταγμένες κάθε σημείου, ώστε να εισαχθούν σε ένα λογισμικό με στόχο την δημιουργία δύο χαρτών. Το λογισμικό δεν ήταν άλλο από το ArcGIS. Ο πρώτος χάρτης αναπαριστά την κατανομή των σημείων, τόσο σε ηπειρωτική όσο και σε θαλάσσια έκταση, με στόχο την κατανόηση της περιοχής μελέτης της εργασίας. Στην παρακάτω εικόνα αναπαρίσταται ο χάρτης των σημείων μέτρησης, αλλά και η γενικότερη χαρτογραφική σύνθεσή του.



Εικόνα 19-Αναπαράσταση σημείων μέτρησης στην περιοχή της Αττικής

Με κόκκινο αναπαρίστανται τα σημεία μέτρησης της ξηράς, ενώ με πράσινο τα σημεία μέτρησης της θαλάσσιας έκτασης. Ακόμα τοποθετήθηκαν annotations επάνω στα σημεία της ξηράς, ώστε να εντοπίζονται πιο εύκολα τα τριγωνομετρικά και οι σταθμοί αναφοράς των προηγούμενων σταδίων.

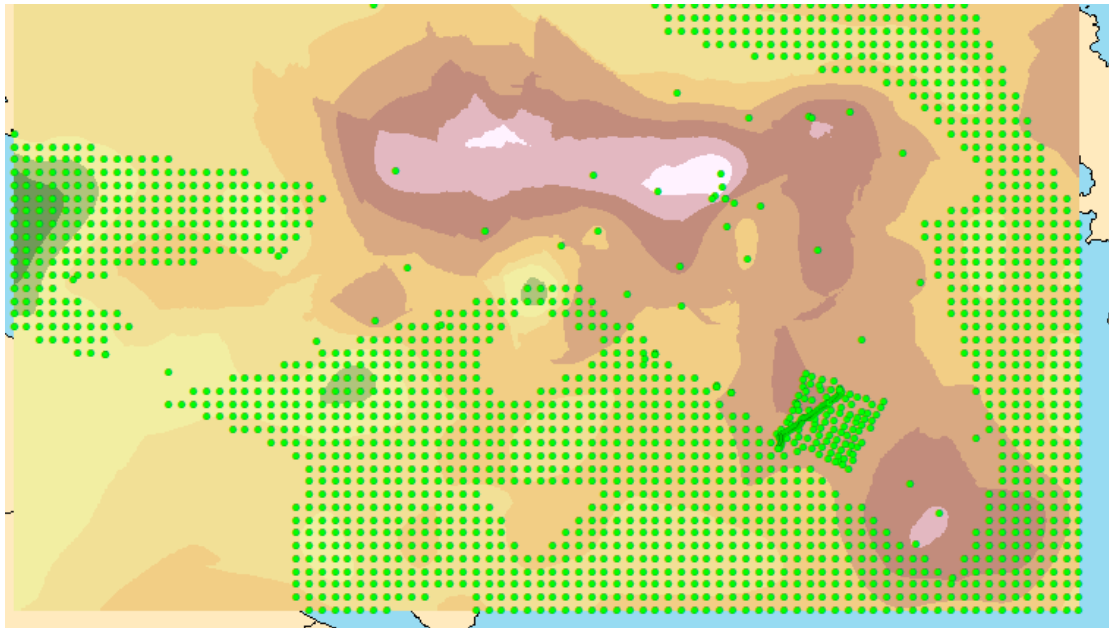


Εικόνα 20-Χαρτογραφική σύνθεση περιοχής μελέτης

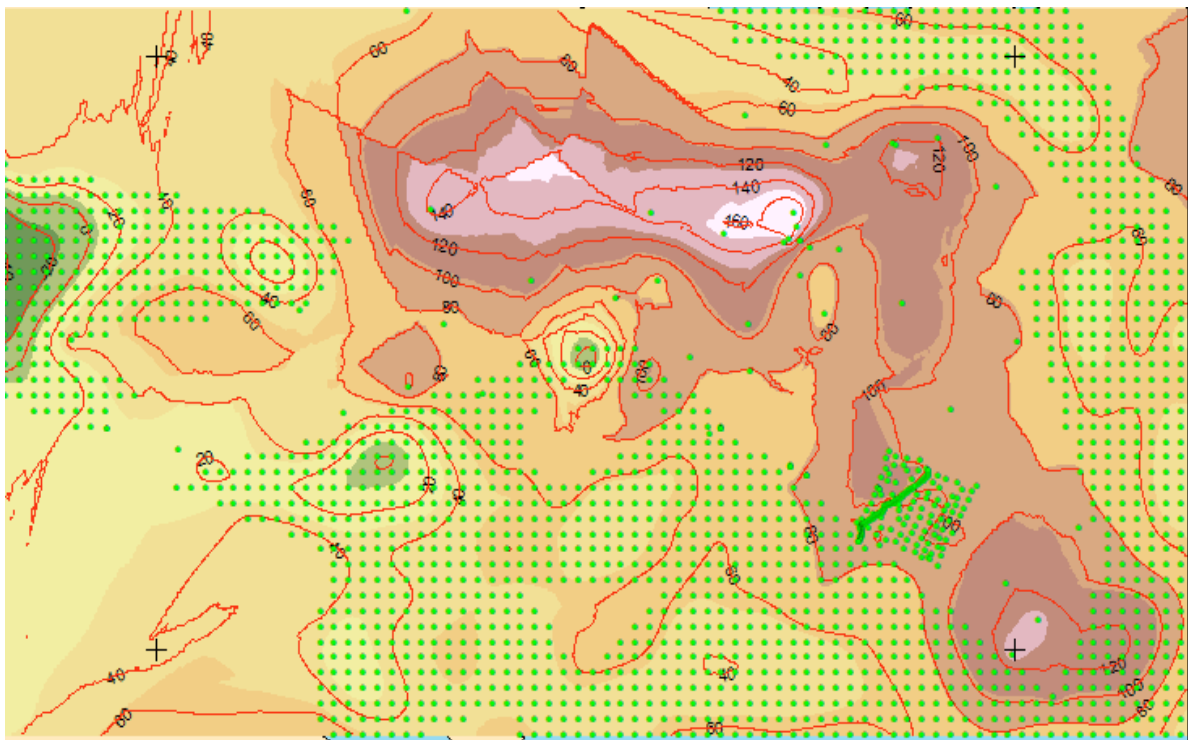
Επιπλέον, δημιουργήθηκε ακόμα ένας χάρτης. Ο χάρτης αυτός ονομάστηκε χάρτης ίσων καμπυλών ανωμαλίας. Με τον όρο ίσες καμπύλες, εννοούνται οι καμπύλες αυτές που κάθε σημείο στην επιφάνειά τους παρουσιάζει ίση τιμή ανωμαλίας ελευθέρου αέρα. Θα μπορούσαν να παρομοιαστούν σαφώς με τις ισούψεις καμπύλες, στην κλασική γεωδαισία. Αρχικά, κρίθηκε σκόπιμο να δημιουργηθεί μία διαβάθμιση των τιμών αυτών(παρεμβολή). Η διαβάθμιση αποτελείται από μία χρωματική παλέτα, όπου όπως φαίνεται και στην παρακάτω εικόνα οι περιοχές με χαμηλές ανωμαλίες ελευθέρου αέρα απεικονίζονται με σκούρο πράσινο, ενώ πηγαίνοντας προς το ροζ αναπαρίστανται περιοχές με μεγαλύτερες ανωμαλίες. Η παρεμβολή που χρησιμοποιήθηκε ονομάζεται *kriging* και αποτελεί μία από τις συνηθέστερες μεθόδους παρεμβολής σε αυτές τις περιπτώσεις.



Εν συνεχεία, τοποθετήθηκαν οι καμπύλες ίσων ανωμαλιών, όπου αναπαρίστανται με κόκκινο χρώμα και έχουν ισοδιάσταση 20 mGal μεταξύ τους.

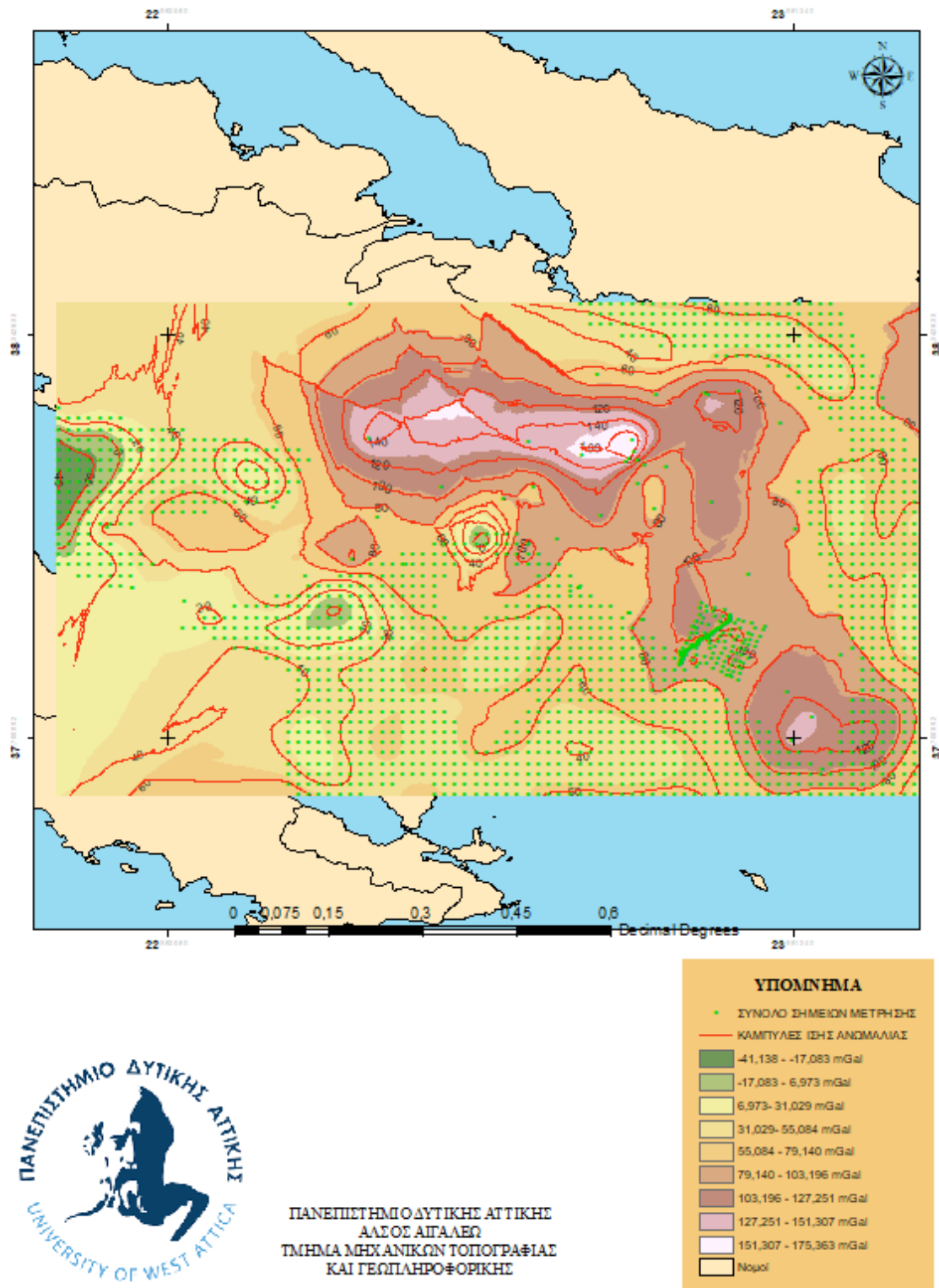


Εικόνα 21-Απεικόνιση διαβαθμίσεων τιμών ανωμαλίας ελευθέρου αέρα



Εικόνα 22-Απεικόνιση καμπυλών ίσης ανωμαλίας με κόκκινο χρώμα ανά 10mGal

## ΧΑΡΤΗΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΙΣΗΣ ΑΝΩΜΑΛΙΑΣ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΑΕΡΑ



Εικόνα 23-Χαρτογραφική σύνθεση ισοκαμψλών ανωμαλίας ελευθέρου αέρα

Επομένως , σε αυτό το σημείο έχουν υπολογιστεί οι ανωμαλίες ελευθέρου αέρα( $\Delta g$ ) για όλα τα σημεία σε στεριά και θάλασσα, ενώ παράλληλα



πραγματοποιήθηκε και η χαρτογραφική αναπαράσταση των ανωμαλιών αυτών στην περιοχή της Αττικής. Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός των ανηγμένων ανωμαλιών, δηλαδή η αφαίρεση της συνεισφοράς ενός γεωδυναμικού μοντέλου. Τα δεδομένα, σε αυτήν την περίπτωση αντιμετωπίζονται ως σήματα ενός ευρύτερου φάσματος. Το σήμα μπορεί να έχει υψηλή συχνότητα, μπορεί όμως να έχει και χαμηλή συχνότητα. Η ανάλυση επομένως αυτού του φάσματος επιτυγχάνεται μέσω της μεθόδου αφαίρεσης-υπολογισμού-επαναφοράς (Remove-Compute-Restore). Η βασική εξίσωση της μεθόδου παρουσιάζεται στην συνέχεια:

$$\Delta g = \Delta g_{OBS} - \Delta g_{EGM} - \Delta g_t \quad (5.8)$$

Η πρώτη μεταβλητή ( $\Delta g_{OBS}$ ) συμβολίζει τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα που υπολογίστηκαν από τις μετρήσεις.

Η δεύτερη μεταβλητή ( $\Delta g_{EGM}$ ) αφορά τις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα που υπολογίστηκαν από την συνεισφορά ενός γεωδυναμικού μοντέλου στα σημεία μέτρησης.

Η τρίτη μεταβλητή ( $\Delta g_t$ ) αναφέρεται στη συνεισφορά της τοπογραφίας στα σημεία των μετρήσεων. Οι τιμές  $\Delta g_{EGM}$  αναφέρονται στις χαμηλές συχνότητες σήματος, ενώ οι τιμές  $\Delta g_t$  στις υψηλές. Συνεπώς, η μέθοδος αυτή θα μπορούσε κανείς να ισχυριστεί ότι ως στόχο έχει την απαλοιφή των ακραίων συχνοτήτων (χαμηλές και υψηλές) ώστε ως τελικό προϊόν να υπάρχουν μόνο οι συχνότητες του σήματος της βαρύτητας, για τις οποίες δεν υπάρχει κάποια δυνατότητα άμεσης μοντελοποίησης. Η μέθοδος απομάκρυνσης-υπολογισμού-επαναφοράς ουσιαστικά απομακρύνει από το μετρούμενο σήμα της βαρύτητας όλα τα γνωστά τμήματα χαμηλών και υψηλών συχνοτήτων, έτσι ώστε το σήμα που απομένει να χρησιμοποιηθεί ως στοιχείο εισαγωγής στους αλγόριθμους μοντελοποίησης (ολοκληρωματικές, φασματικές και στοχαστικές-στατιστικές μέθοδοι).

Οι τιμές  $\Delta g_{OBS}$  υπολογίστηκαν στο προηγούμενο βήμα. Οι τιμές  $\Delta g_{EGM}$  θα υπολογιστούν μέσω ενός διαδικτυακού εργαλείου, το οποίο είναι διαθέσιμο από το Διεθνές Κέντρο για τα Γεωδυναμικά Μοντέλα Βαρύτητας της Γης (International Center of Global Earth Models- ICGEM- <http://icgem.gfz-potsdam.de>) που παρουσιάζεται παρακάτω. Το εργαλείο αυτό ως στοιχείο εισαγωγής δέχεται ένα αρχείο κειμένου γεωγραφικών συντεταγμένων δικής μας δομής, ενώ πρέπει να οριστούν κάποιες παράμετροι. Αρχικά, ορίζουμε το μοντέλο πάνω στο οποίο θέλουμε να βρούμε τις ανωμαλίες, εν συνεχεία επιλέγουμε το στοιχείο που πρέπει να υπολογιστεί (στην παρούσα φάση ανωμαλία βαρύτητας), ενώ τέλος πρέπει να οριστεί το σύστημα των

συντεταγμένων(WGS84).

The screenshot shows the ICGEM website's interface for calculating gravity field functionals. The main title is "Calculation of Gravity Field Functionals on User-Defined Points". The interface includes a sidebar with navigation options like "ICGEM Home", "Gravity Field Models", "Calculation Service", "3D Visualisation", "Evaluation", and "Documentation". The main content area is divided into several sections: "Model selection" (listing models like EGM2008), "Functional selection" (listing functionals like height\_anomaly), "User-Defined Points" (with a world map and coordinate upload options), "Reference System" (set to WGS84), "Tide System" (set to Zero Degree Term), and "Gaussian Filter" (with a graph showing filter length definitions). A "start computation" button is located at the bottom right.

Εικόνα 24-Εργαλείο υπολογισμού  $\Delta g_{EGM}$ (<http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints>)

Η διαδικασία αυτή έγινε τρεις φορές με τρία διαφορετικά μοντέλα έτσι ώστε να μπορεί να γίνει μία σύγκριση ώστε το τελικό προϊόν να είναι το βέλτιστο. Αρχικώς, έπρεπε να δοθούν όλες οι απαιτούμενες παράμετροι. Παρακάτω φαίνονται οι παράμετροι του πρώτου μοντέλου EGM2008(Pavlis et al. 2012).

Εικόνα 25-Απεικόνιση παραμέτρων συνεισφοράς μοντέλου EGM (<http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints>)

Τα σημεία εισήχθησαν με μορφή txt ως φ,λ για το κάθε σημείο. Επομένως, πατώντας start computation , υπολογίστηκαν τα  $\Delta g_{EGM}$  που συνεισφέρει το μοντέλο του EGM2008. Για τον υπολογισμό των ανωμαλιών του γεωδυναμικού μοντέλου επιλέχθηκε το σύστημα μηδενικής παλίρροιας (Τζιαβός και Αραμπέλος, 2007) και ως χωροσταθμικό ΕΕΠ το WGS84. Το τελικό στοιχείο εξόδου είναι ένα

αρχείο της μορφής .dat και επιλέχθηκε να ανοιχτεί ως αρχείο κειμένου(.txt).

Αρχείο	Επεξεργασία	Μορφή	Προβολή	Βοήθεια
1	23,25833330	38,39166670	0,000000E+00	4,707984407144E+01
2	23,27500000	38,39166670	0,000000E+00	4,881169601365E+01
3	23,64166670	38,39166670	0,000000E+00	4,013630388542E+01
4	23,65833330	38,39166670	0,000000E+00	4,305920989971E+01
5	23,67500000	38,39166670	0,000000E+00	4,641317261864E+01
6	23,69166670	38,39166670	0,000000E+00	4,969724410664E+01
7	23,70833330	38,39166670	0,000000E+00	5,252474634503E+01
8	23,72500000	38,39166670	0,000000E+00	5,467636599050E+01
9	23,74166670	38,39166670	0,000000E+00	5,611625071129E+01
10	23,75833330	38,39166670	0,000000E+00	5,697081145684E+01
11	23,77500000	38,39166670	0,000000E+00	5,747680500843E+01
12	23,79166670	38,39166670	0,000000E+00	5,791137042337E+01
13	23,80833330	38,39166670	0,000000E+00	5,851979138480E+01
14	23,82500000	38,39166670	0,000000E+00	5,945642397087E+01
15	23,84166670	38,39166670	0,000000E+00	6,075091293667E+01
16	23,85833330	38,39166670	0,000000E+00	6,230614851699E+01
17	23,87500000	38,39166670	0,000000E+00	6,392745183881E+01
18	23,89166670	38,39166670	0,000000E+00	6,537565898697E+01
19	23,90833330	38,39166670	0,000000E+00	6,643200214622E+01
20	23,92500000	38,39166670	0,000000E+00	6,695990901591E+01
21	23,94166670	38,39166670	0,000000E+00	6,694950239208E+01
22	23,95833330	38,39166670	0,000000E+00	6,653426118142E+01
23	23,97500000	38,39166670	0,000000E+00	6,597478357335E+01
24	23,99166670	38,39166670	0,000000E+00	6,561160262315E+01
25	24,00833330	38,39166670	0,000000E+00	6,579535581910E+01
26	24,02500000	38,39166670	0,000000E+00	6,680767508378E+01
27	24,04166670	38,39166670	0,000000E+00	6,878848321108E+01
28	23,65833330	38,37500000	0,000000E+00	3,501124484782E+01
29	23,67500000	38,37500000	0,000000E+00	3,774262042047E+01
30	23,69166670	38,37500000	0,000000E+00	4,050359143122E+01
31	23,70833330	38,37500000	0,000000E+00	4,291350138796E+01
32	23,72500000	38,37500000	0,000000E+00	4,474777367083E+01
33	23,74166670	38,37500000	0,000000E+00	4,595856247729E+01
34	23,75833330	38,37500000	0,000000E+00	4,665881824621E+01
35	23,77500000	38,37500000	0,000000E+00	4,707513966196E+01
36	23,79166670	38,37500000	0,000000E+00	4,748101640271E+01
37	23,80833330	38,37500000	0,000000E+00	4,812554698184E+01
38	23,82500000	38,37500000	0,000000E+00	4,917294498821E+01
39	23,84166670	38,37500000	0,000000E+00	5,066535192988E+01
40	23,85833330	38,37500000	0,000000E+00	5,216338100000E+01

Εικόνα 26-Απόσπασμα αρχείου συνεισφοράς EGM

Η πρώτη στήλη μας αναφέρει τον αριθμό του σημείου, η 2<sup>η</sup> και 3<sup>η</sup> την γεωγραφική θέση του σημείου(σε λ και φ αντίστοιχα), ενώ η τελευταία στήλη αναφέρεται στις ανωμαλίες ελευθέρου αέρα. Η διαδικασία αυτή ακολουθήθηκε και για τα άλλα δύο μοντέλα(SSG-UTM-2, Liang et al., 2020 και XGM2019e\_2159, Zingerle et al., 2019). Ο βαθμός ανάπτυξης και στα τρία μοντέλα είναι ο ίδιος (2190). Σε αυτό το σημείο και εφόσον έχουν υπολογιστεί τα  $\Delta g_{EGM}$  και για τα τρία μοντέλα, μπορεί να αφαιρεθεί η συνεισφορά του κάθε μοντέλου από τα  $\Delta g$  των παρατηρήσεων.

Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω.

1	23,2583333	38,3916667	1,6104521	1,077564	2,010923
2	23,2750000	38,3916667	1,6331892	0,427017	3,022054
3	23,6416667	38,3916667	2,6200133	4,638124	1,997538
4	23,6583333	38,3916667	1,9239673	3,302617	2,682827
5	23,6750000	38,3916667	1,2126475	1,825897	3,279909
6	23,6916667	38,3916667	0,7554384	0,619886	3,974559
7	23,7083333	38,3916667	0,4454304	-0,27599	4,608834
8	23,7250000	38,3916667	0,3376454	-0,68539	5,219328
9	23,7416667	38,3916667	0,5187438	-0,44927	5,902237
10	23,7583333	38,3916667	0,9010834	0,354058	6,599534
11	23,7750000	38,3916667	1,4101121	1,594611	7,276826
12	23,7916667	38,3916667	1,9158581	3,033132	7,845348
13	23,8083333	38,3916667	2,4257080	4,534709	8,346785
14	23,8250000	38,3916667	2,8959816	5,90662	8,75945
15	23,8416667	38,3916667	3,1864421	6,878878	8,950504
16	23,8583333	38,3916667	3,2240715	7,288646	8,840569
17	23,8750000	38,3916667	3,1797717	7,268243	8,583947
18	23,8916667	38,3916667	2,9315386	6,708668	8,037221
19	23,9083333	38,3916667	2,6673936	5,852839	7,368522
20	23,9250000	38,3916667	2,3618454	4,755381	6,540194
21	23,9416667	38,3916667	2,3659273	3,853608	5,90398
22	23,9583333	38,3916667	2,8275857	3,371234	5,624687
23	23,9750000	38,3916667	3,7476362	3,364014	5,737068
24	23,9916667	38,3916667	5,0737077	3,811966	6,238211
25	24,0083333	38,3916667	6,3867731	4,312457	6,770073

Πίνακας 9-Απόσπασμα διαφορών συνεισφοράς μοντέλου από παρατηρήσεις

Κοιτώντας τις διαφορές εκ πρώτης δεν εντοπίζονται ακραίες διαφορές όσον αφορά την συνεισφορά του κάθε μοντέλου. Τα στοιχεία που μας δείχνουν την διαφορά των μοντέλων και μας επιτρέπουν να τα συγκρίνουμε είναι το ελάχιστο (min), το μέγιστο (max), η διάμεση τιμή (median), ο μέσος όρος (mean) και η τυπική απόκλιση (std). Τα στατιστικά στοιχεία αυτά παρουσιάζονται παρακάτω.

EGM				
<b>Δg min</b>	<b>Δg max</b>	<b>Δg median</b>	<b>Δg mean</b>	<b>Δg std</b>
-67,574	50,838	2,632	1,092	10,005
SSG-UTM-2				
<b>Δg min</b>	<b>Δg max</b>	<b>Δg median</b>	<b>Δg mean</b>	<b>Δg std</b>
-70,108	50,336	1,842	0,750	9,227
XGM2019e_2159				
<b>Δg min</b>	<b>Δg max</b>	<b>Δg median</b>	<b>Δg mean</b>	<b>Δg std</b>
-65,166	52,949	3,411	3,649	11,773

Πίνακας 10-Στατιστικά στοιχεία συνεισφοράς μοντέλων σε mGal

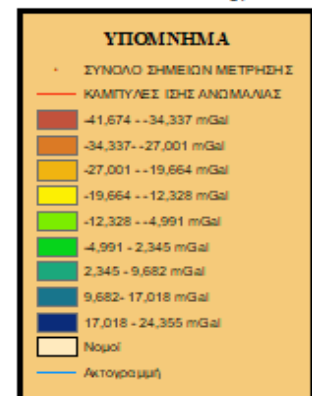
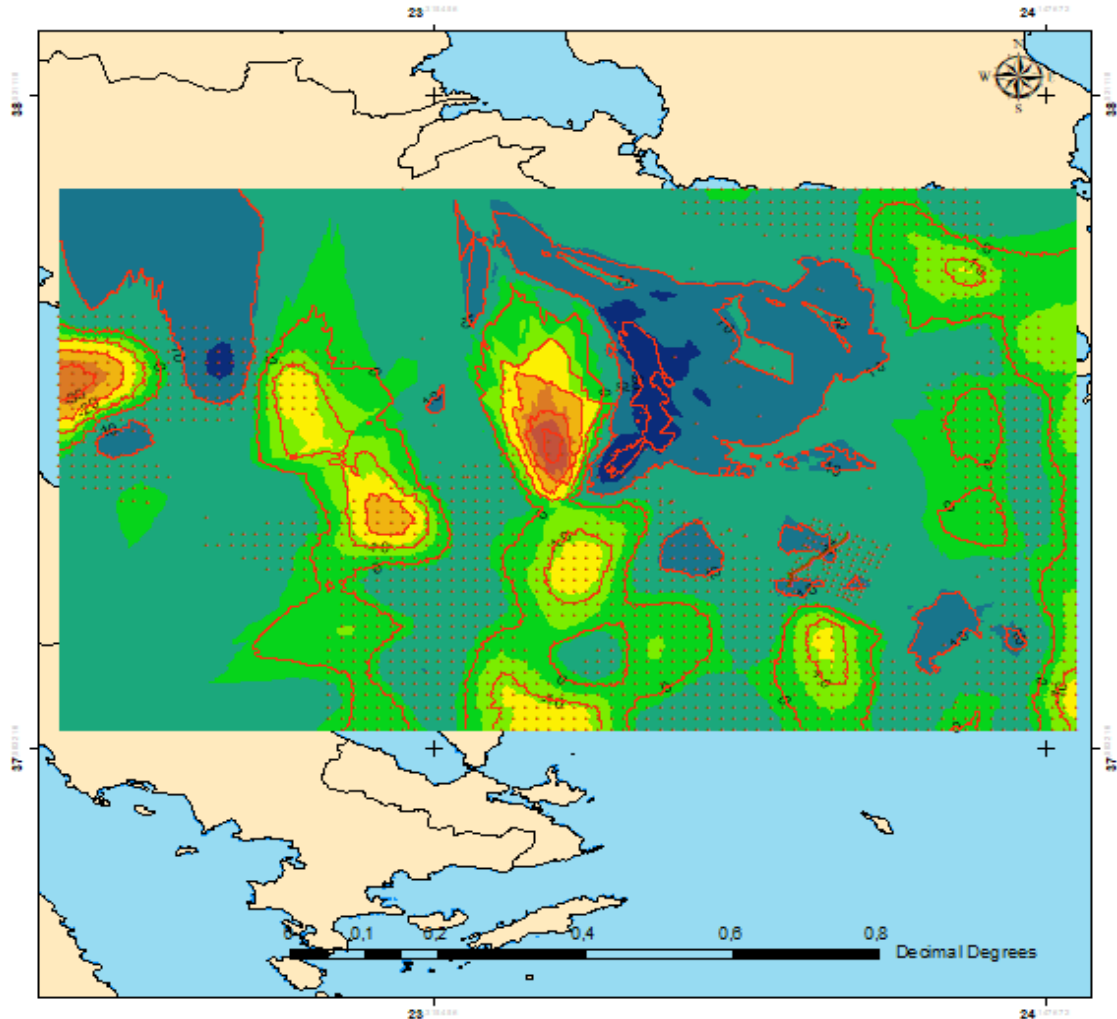
Κοιτάζοντας τα στοιχεία παρατηρούνται παρόμοιες διασπορές Δg και στα τρία μοντέλα. Επομένως, η σύγκριση θα γίνει στους μέσους όρους και τις τυπικές αποκλίσεις. Για την επιλογή ενός από τα τρία μοντέλα αρχικά σε αυτό το στάδιο



θα επιλεγεί το δεύτερο μοντέλο, καθώς οι δύο αυτές τιμές τείνουν περισσότερο προς το μηδέν, συγκριτικά με τα άλλα δύο.

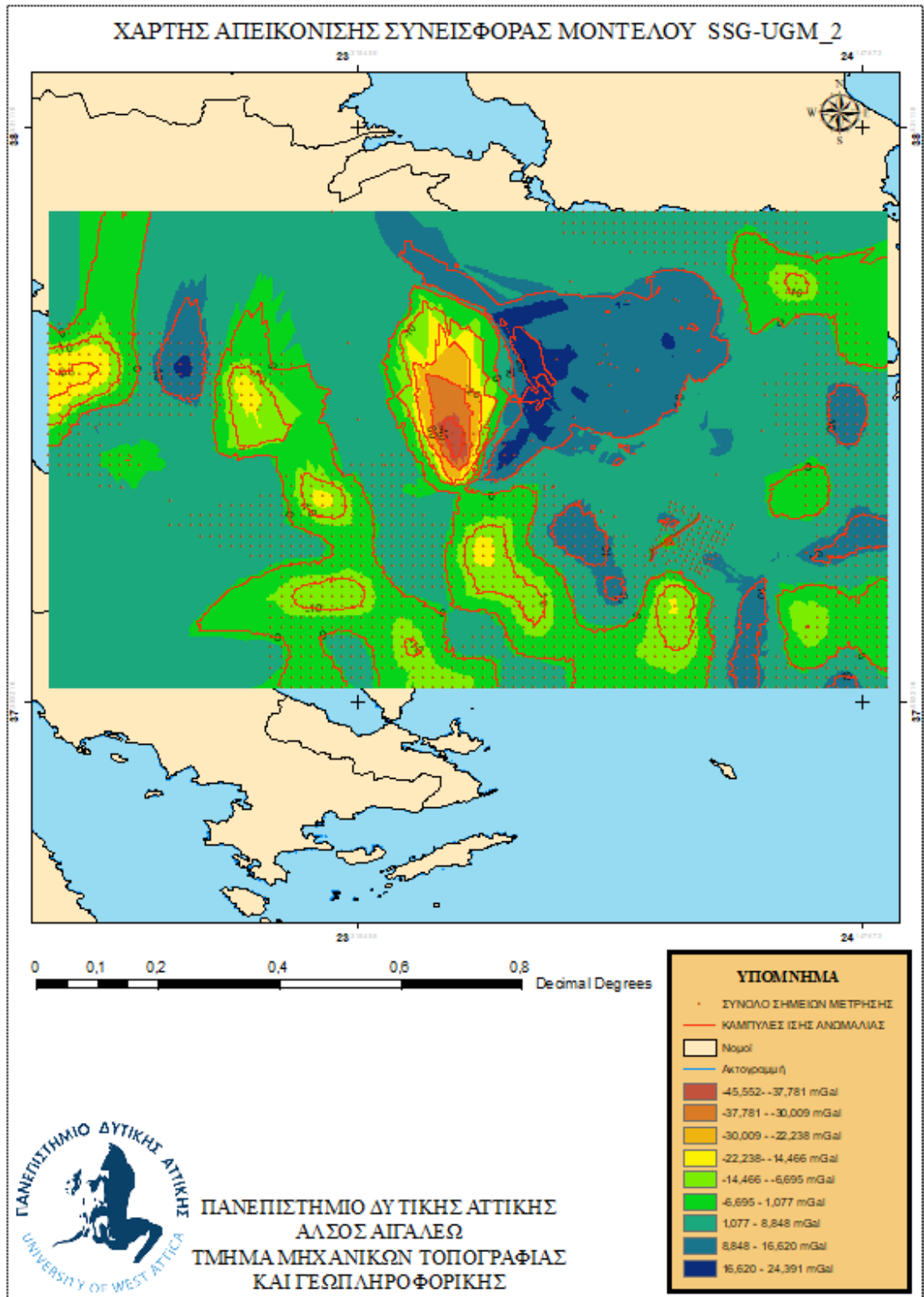
Ακόμα, για τα τρία αυτά μοντέλα δημιουργήθηκαν και κάποιοι χάρτες. Η παρεμβολή που χρησιμοποιήθηκε για την αναπαράσταση των διαβαθμίσεων μεταξύ των μοντέλων ήταν η kriging (συνηθέστερη μέθοδος παρεμβολής σε τέτοιες εφαρμογές). Οι χάρτες φαίνονται παρακάτω:

### ΧΑΡΤΗΣ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗΣ ΣΥΝΕΙΣΦΟΡΑΣ ΜΟΝΤΕΛΟΥ EGM2008

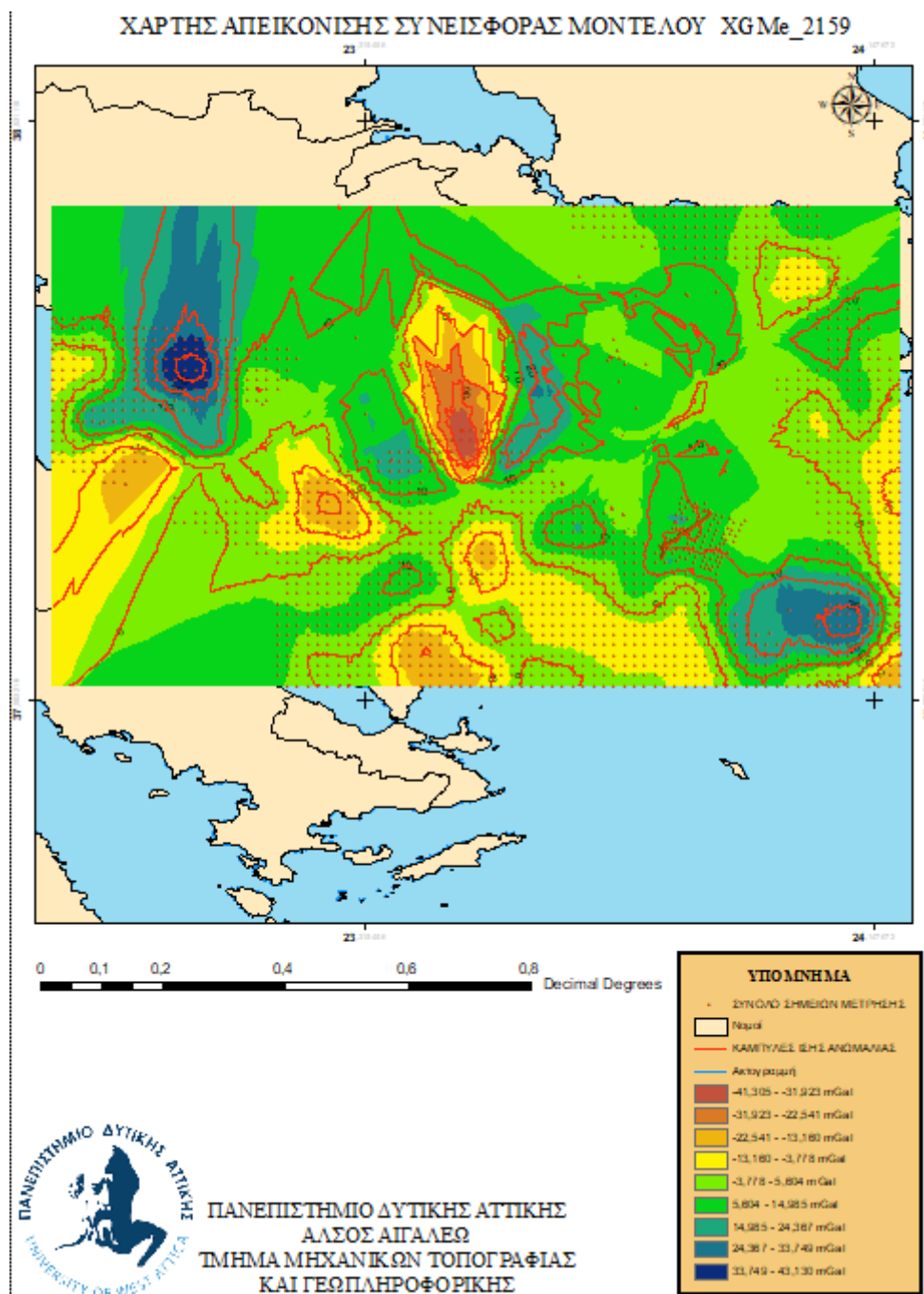


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
 ΑΛΥΣΟΣ ΑΙΓΑΛΕΩ  
 ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ  
 ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Εικόνα 27-Χάρτης συνεισφοράς μοντέλου(διαφορές Δg) EGM2008



Εικόνα 28-Χάρτης συνεισφοράς μοντέλου(διαφορές Δg) SSG-UTM-2



Εικόνα 29-Χάρτης συνεισφοράς μοντέλου(διαφορές Δg) XGM2019e\_2159

Εφόσον λοιπόν, οι μετρήσεις απαλλάχθηκαν από την συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου SSG-UTM-2, εν συνεχεία έπρεπε να απαλλαγούν και από την συνεισφορά της τοπογραφίας. Η διαδικασία αυτή υλοποιήθηκε από τον διδάσκοντα καθηγητή (υπολογισμός διορθώσεων λόγω αναγλύφου στην περιοχή με την χρήση ψηφιακών μοντέλων τοπογραφίας και βαθυμετρίας , Ανδριτσάνος,2023) και δημιουργήθηκε ένα αρχείο με Αρ. Σημείου, φ, λ, h, Δg<sub>i</sub> (διορθώσεις λόγω αναγλύφου στα σημεία των μετρήσεων). Οι τιμές λοιπόν αυτές



( $\Delta g_i$ ) προστέθηκαν (οι διορθώσεις λόγω αναγλύφου προστίθενται στο σήμα των ανηγμένων στο γεωδυναμικό μοντέλο ανωμαλιών και προκύπτουν οι ανωμαλίες Faye, βλ. Αραμπέλος και Τζιαβός, 2007) στο προηγούμενο βήμα και παρακάτω φαίνονται αυτοί οι υπολογισμοί.

K	L	M	N
1,077564	1,2746	2,3522	SSG-UTM-2
0,427017	1,5384	1,9654	
4,638124	1,3130	5,9511	
3,302617	1,8282	5,1308	
1,825897	8,7697	10,5956	
0,619886	2,1059	2,7258	
-0,27599	2,7400	2,4640	
-0,68539	2,2775	1,5921	
-0,44927	5,4251	4,9758	
0,354058	3,8209	4,1750	
1,594611	1,2003	2,7949	
3,033132	0,5563	3,5894	
4,534709	1,5363	6,0710	
5,90662	1,3762	7,2828	
6,878878	1,9145	8,7934	
7,288646	1,0842	8,3728	
7,268243	0,9079	8,1761	
6,708668	2,8366	9,5453	
5,852839	3,4542	9,3070	
4,755381	1,2034	5,9588	
3,853608	1,8508	5,7044	

Πίνακας 11-Απόσπασμα υπολογισμών ανωμαλιών Faye σε mGal

Στην στήλη K παρατηρούνται οι ανωμαλίες ανηγμένες στο μοντέλο (προηγούμενο βήμα), στην στήλη L οι τιμές που υπολογίστηκαν μέσω αναγλύφου ή τοπογραφίας και στην στήλη M, υπάρχουν οι τελικές ανηγμένες ανωμαλίες ή πιο σωστά οι ανωμαλίες Faye. Ουσιαστικά, οι μετρήσεις των στήλη K και L προστέθηκαν ώστε να προκύψει η στήλη M. Ακόμα, απαραίτητα ήταν και τα στατιστικά στοιχεία, ώστε να υπάρξει μέτρο σύγκρισης των μοντέλων.

SSG-UTM-2	$\Delta g_{min}$	$\Delta g_{max}$	$\Delta g_{media}$	$\Delta g_{mean}$	$\Delta g_{std}$
	-66,284	51,955	3,116	2,117	9,194

Πίνακας 12-Στατιστικά στοιχεία ανωμαλιών Faye σε mGal

Επομένως τα στατιστικά αυτά αφορούν τις ανωμαλίες Faye που προέκυψαν με την συνεισφορά του γεωδυναμικού μοντέλου που φαίνεται στην εικόνα. Τα στοιχεία

που οδήγησαν στην επιλογή αυτή είναι ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση, καθώς σε σχέση με τα άλλα μοντέλα βρίσκοντουσαν πιο κοντά στο μηδέν.

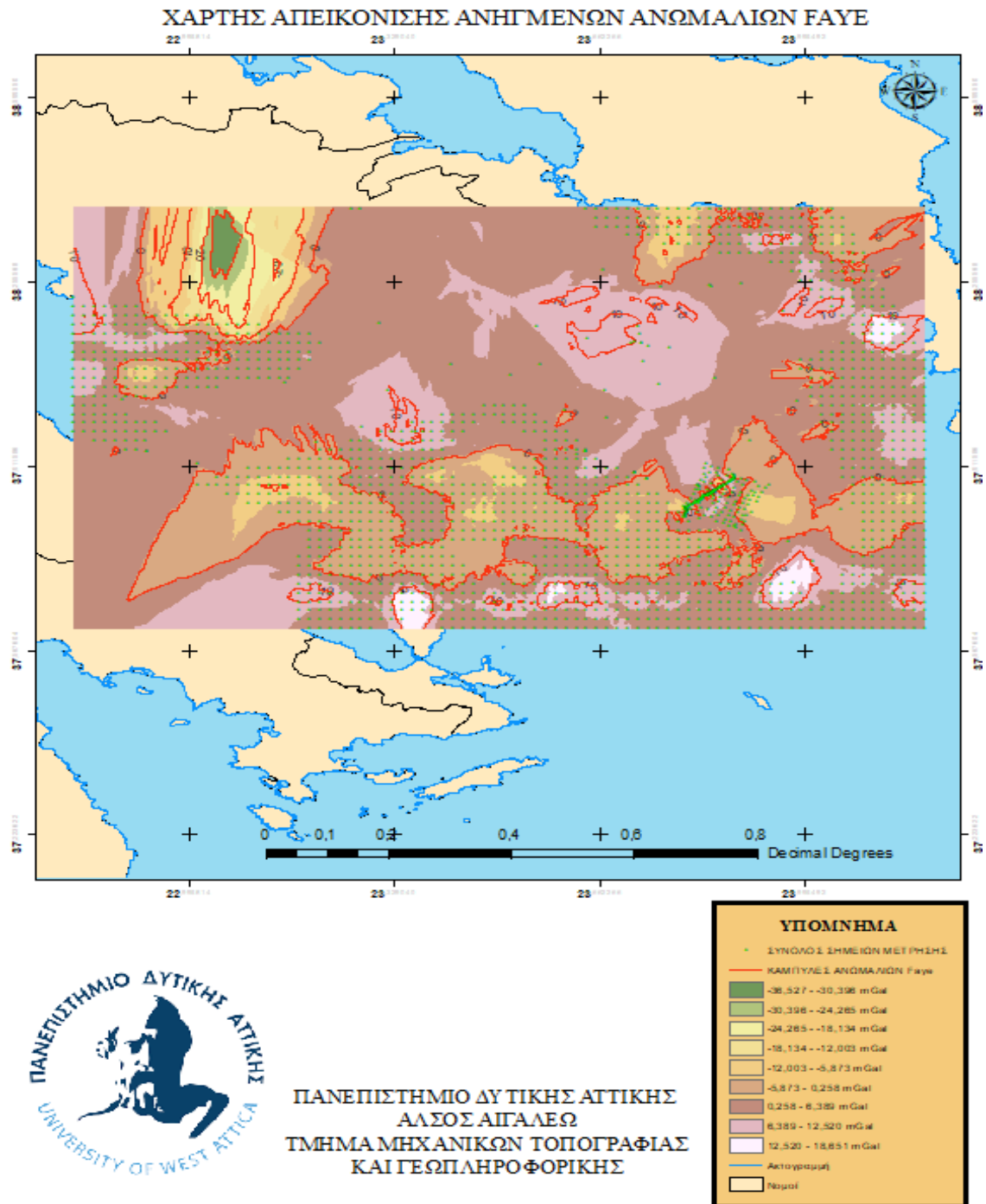
<b>EGM2008</b>	<b><math>\Delta g</math> min</b>	<b><math>\Delta g</math>max</b>	<b><math>\Delta g</math> media</b>	<b><math>\Delta g</math> mean</b>	<b><math>\Delta g</math> std</b>
	-63,827	52,266	4,009	2,459	9,937
<b>SSG-UTM-2</b>	<b><math>\Delta g</math> min</b>	<b><math>\Delta g</math>max</b>	<b><math>\Delta g</math> media</b>	<b><math>\Delta g</math> mean</b>	<b><math>\Delta g</math> std</b>
	-66,284	51,955	3,116	2,117	9,194
<b>XGMe_2019</b>	<b><math>\Delta g</math> min</b>	<b><math>\Delta g</math>max</b>	<b><math>\Delta g</math> media</b>	<b><math>\Delta g</math> mean</b>	<b><math>\Delta g</math> std</b>
	-61,832	54,377	4,737	5,016	11,712

Πίνακας 13-Σύγκριση στατιστικών στοιχείων ανωμαλιών Faye σε mGal

Όπως φαίνεται από τον πίνακα 12, ο υπολογισμός της συνεισφοράς της τοπογραφίας (διορθώσεις λόγω αναγλύφου) ομαλοποιεί επιπλέον το πεδίο των ανωμαλιών βαρύτητας. Και στα τρία μοντέλα παρατηρείται μείωση της τυπικής απόκλισης του πεδίου των ανωμαλιών. Το τελικό πεδίο των ανωμαλιών Faye είναι το πλέον εξομαλυμένο και κατάλληλο για την εφαρμογή των αλγορίθμων βέλτιστης προσέγγισης του πεδίου βαρύτητας. Από τη μελέτη των στατιστικών στοιχείων του πίνακα 13 επιλέγεται ως γεωδυναμικό μοντέλο αναφοράς το SSG-UTM-2. Στη συνέχεια της επεξεργασίας θα χρησιμοποιηθούν οι ανωμαλίες Faye, οι οποίες έχουν ως γεωδυναμικό μοντέλο αναφοράς το SSG-UTM-2.

Εκτός όμως των συγκρίσεων και της τελικής επιλογής, κρίθηκε απαραίτητο να δημιουργηθεί και ένας χάρτης των ανηγμένων ανωμαλιών βαρύτητας Faye με μοντέλο αναφοράς το SSG-UTM-2, ώστε η πληροφορία αυτή να αποδοθεί και σχηματικά.

Ο χάρτης αυτός παρουσιάζεται παρακάτω:



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΑΛΥΣΣ ΑΙΓΑΛΕΩ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ**  
**ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ**

Εικόνα 30-Χάρτης τελικών ανηγμένων ανωμαλιών Faye

Είναι ευκόλως κατανοητό και με την χρήση του υπομνήματος, το ότι οι χαμηλές ανωμαλίες Faye απεικονίζονται με πράσινο χρώμα, ενώ ως πηγαίνει προς το λευκό οι ανηγμένες ανωμαλίες τείνουν στην μέγιστη τιμή τους. Άμεσα παρατηρείται η εξομάλυνση των ανωμαλιών της βαρύτητας, με εξαίρεση μία περιοχή βόρεια και δυτικά, όπου εμφανίζονται κάποιες ακραίες τιμές, προφανώς λόγω της απουσίας μετρήσεων στα όρια της περιοχής.

#### 5.3.3.2 Εμπειρική Συνάρτηση Συμμεταβλητότητας

Σε αυτό το στάδιο, και εφόσον οι ανωμαλίες πλέον είναι ανηγμένες και έχει αφαιρεθεί η συνεισφορά ενός γεωδυναμικού μοντέλου, μπορούμε πλέον να προσδιορίσουμε μία εμπειρική συνάρτηση για τα δεδομένα μας. Ο υπολογισμός της εμπειρικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας είναι το πρώτο βήμα για την εφαρμογή στοχαστικών – στατιστικών μεθόδων προσέγγισης του πεδίου βαρύτητας.


Με τον όρο εμπειρική συνάρτηση δεν εννοείται τίποτα άλλο από μία συνάρτηση συμμεταβλητότητας όπου όμως έχει υπολογισθεί από κάποιες εμπειρικές τιμές, μέσω κάποιων άλλων διακριτών τιμών ή συγκεκριμένα στο παράδειγμά αυτό, διακριτών μετρήσεων βαρύτητας. Για να είναι η εμπειρική αυτή συνάρτηση βέλτιστη, σημαντικό παράγοντα παίζουν και οι μετρημένες ποσότητες, η κάλυψη της περιοχής και η ποιότητα των μετρήσεων. Ο αριθμός σίγουρα είναι πολύ σημαντικός, καθώς αν δεν υπάρχουν αρκετές τιμές σε μία έκταση η συνάρτηση που θα προσδιορίζει την τάση της περιοχής δεν θα είναι ακριβής. Ακόμα πιο σημαντικό ρόλο θα παίξει η γεωμετρία των σημείων, καθώς και πάλι η συνάρτηση δεν θα είναι αξιόπιστη εάν το σύνολο των σημείων βρίσκονται σε ένα μόνο μέρος της όλης περιοχής. Δυστυχώς, στην περιοχή μελέτης η κάλυψη μετρήσεων δεν είναι η ιδανική. Παρόλα αυτά μία πρώτη προσέγγιση της εμπειρικής συνάρτησης είναι δυνατή, αφού το σύνολο των 1949 τιμών ανωμαλιών της βαρύτητας μπορεί να οδηγήσει σε εκτιμήσεις των μεταβλητοτήτων ανά σφαιρική απόσταση.

Η συνάρτηση αυτή, μετέπειτα θα ωφελήσει αρκετά. Αρχικά, αποτελεί ένα εργαλείο πρόβλεψης και παρεμβολής ανωμαλιών της βαρύτητα για τη συγκεκριμένη έκταση. Επιπλέον, αποτελεί, μετά τη μοντελοποίησή της, μία στατιστική ποσότητα αναφοράς, η οποία είναι δυνατό να συνδέσει ποσότητες του πεδίου βαρύτητας μέσω της συνάρτησης του διαταρακτικού δυναμικού (Αραμπέλος και Τζιαβός, 2007). Αποτελεί τη βασική συνάρτηση στην εκτίμηση του πεδίου βαρύτητας και του γεωειδούς, την οποία χρησιμοποιούν οι στοχαστικές – στατιστικές μέθοδοι εκτίμησης.

Το λογισμικό το οποίο θα υλοποιήσει την διαδικασία εύρεσης της εμπειρικής αυτής συνάρτησης είναι το *empcon*. Το όνομά του πάρθηκε από τα αρχικά *empirical covariance function* που στα ελληνικά μεταφράζεται ως συνάρτηση εμπειρικής διακύμανσης. Το *empcon* αποτελεί τμήμα του λογισμικού ανάλυσης του πεδίου βαρύτητας GRAVSOFΤ του Πανεπιστημίου της Κοπεγχάγης και του

Εθνικού Ινστιτούτου Διαστήματος της Δανίας (Forsberg and Tscherning, 2008). Πρακτικά, ως στοιχείο εισαγωγής ορίζεται ένα αρχείο txt με πέντε στήλες οι οποίες έχουν την μορφή:

Αρ. Σημείου(1<sup>η</sup>) φ(2<sup>η</sup>) λ(3<sup>η</sup>) h(4<sup>η</sup>) Δg<sub>FAYE</sub>(5<sup>η</sup>)

 Αρχείο για emrcov - Σημειωματάριο

Αρχείο	Επεξεργασία	Μορφή	Προβολή	Βοήθεια
1	38.3916667		23.2583333	0.000 2.352164
2	38.3916667		23.2750000	0.000 1.965417
3	38.3916667		23.6416667	0.000 5.951124
4	38.3916667		23.6583333	0.000 5.130817
5	38.3916667		23.6750000	0.000 10.595597
6	38.3916667		23.6916667	0.000 2.725786
7	38.3916667		23.7083333	0.000 2.464011
8	38.3916667		23.7250000	0.000 1.592106
9	38.3916667		23.7416667	0.000 4.975831
10	38.3916667		23.7583333	0.000 4.174958

Εικόνα 31-Απόσπασμα εισαγόμενου αρχείου σε λογισμικό emrcov

Όπως παρατηρείται στην 4<sup>η</sup> στήλη των υψομέτρων σε πολλά σημεία(σε όλα τα σημεία του παρών αποσπάσματος) παρατηρείται μηδενικό υψόμετρο. Αυτό οφείλεται στον διαχωρισμό θαλάσσιων και ηπειρωτικών σημείων, καθώς δεν υπάρχει πληροφορία βαθών των σημείων της θάλασσας. Επομένως τα δέκα αυτά σημεία αναφέρονται σε θαλάσσια έκταση. Παρακάτω φαίνονται και μερικά σημεία στην ηπειρωτική χώρα.

1654	37.6083333		24.1083333	0.000 20.923805
1655	37.6083333		24.1250000	0.000 19.941656
1656	37.6083333		24.1416667	0.000 16.138425
1657	37.6083333		24.1583333	0.000 11.255836
1658	37.6083333		24.1750000	0.000 6.298987
1659	37.6083333		24.1916667	0.000 1.658876
1660	37.8889159		23.7406205	74.935 0.715999
1661	37.8129293		23.8259123	128.425 12.757703
1662	37.8982830		23.7211004	42.764 -2.012912
1663	38.0808356		23.5180456	184.462 17.637201
1664	37.9835963		23.2774738	538.482 40.098560

Εικόνα 32-Απόσπασμα ηπειρωτικών και θαλάσσιων σημείων

Σε αυτό το στάδιο, τα δεδομένα θα εισαχθούν στο λογισμικό. Το λογισμικό τρέχει μέσω της γραμμής εντολών του υπολογιστή.

Η διαδικασία υπολογισμού της εμπειρικής συνάρτησης καθώς και τα στοιχεία εισόδου και εξόδου που χρησιμοποιούνται είναι τα εξής:

```
EMPIRICAL COVARIANCE FUNCTIONS, VERS. JULY 2009.

INPUT TEXT DESCRIBING DATA (MAX 60 CHAR):test

est
INPUT: SAMPLING INTERVAL (MINUTES), NUMBER OF INTERVALS
NUMBER RESAMPLINGS OF TABLE, PLOT OUTPUT (T/F)
TABLE OUTPUT TO SEPARATE FILE (T/F), MEAN VALUE SUBTRACTION (T/F)1.0
40
1
F
T
F

INPUT NAME OF FILE HOLDING COV TABLE attiki.cov

COVARIANCE FUNCTION TABLE OUTPUT TO FILE attiki.cov
INPUT: MAX NUMBER OF VALUES, INPUT MODE (WHERE 9 IS FREE FORMAT)
LATITUDE FIRST IN RECORD (T/F), ANGULAR TYPE: 1, DDMMSS.S
2: DDMM.M, 3: DD.D, OBSERVATION TYPE 1 (INTEGER) AND
TYPE 2 (INTEGER, 0 IF NOT PRESENT), SCALE OF HISTOGRAM
AND DATA TO BE SELECTED WITHIN GIVEN AREA (T/F) 1949
9
T
3
3
0
5.0
```

Εικόνα 33-Απόσπασμα ερωτημάτων προγράμματος 1ο

```
COVARIANCE FUNCTION TABLE OUTPUT TO FILE attiki.cov
INPUT: MAX NUMBER OF VALUES, INPUT MODE (WHERE 9 IS FREE FORMAT)
LATITUDE FIRST IN RECORD (T/F), ANGULAR TYPE: 1, DDMMSS.S
2: DDMM.M, 3: DD.D, OBSERVATION TYPE 1 (INTEGER) AND
TYPE 2 (INTEGER, 0 IF NOT PRESENT), SCALE OF HISTOGRAM
AND DATA TO BE SELECTED WITHIN GIVEN AREA (T/F) 1949
9
T
3
3
0
5.0
F

INPUT NUMBER OF DATA AND DATA ELEMENTS USED2
2
0

INPUT NAME OF FILE HOLDING DATAempcovfile.txt

LAST DATA FILE (T/F) ? T
```

Εικόνα 34-Απόσπασμα ερωτημάτων προγράμματος 2ο

```

1949 VALUES INPUT FROM FILE empcovfile.txt
DATA FROM      37.6083      38.3917      22.8083      24.1917
MEAN HEIGHT=   25.5 M
DATA PER DEG.SQUARE =      2282.5 MEAN LINEAR SPACING      0.021 DEG.
NUMBER OF OBS 3=      1949 MEAN =      2.1168 VAR. =      84.5675487

HISTOGRAM, USING BIN SIZE=      5.000

 4  0  1  1  1  0  1  1 31 68139666569313 97 37 5 6 3 4 0 2 0
OUT-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9' 100UT

      4      0      1      1      1
      0      1      1      31      68
     139     666     569     313     97
      37      5      6      3      4
      0      2      0

PSI COVA( 3, 3) PROD. STDV OF COV..
0 M (UNIT)**2 NUMB (UNIT)**2

```

Εικόνα 35- Αποτέλεσμα διαδικασίας 1ο

0	0.00	60.324659	3703	3.1	1.879562
0	1.00	52.899691	11423	1.3	16.485733
0	2.00	41.343481	16507	0.8	29.337816
0	3.00	29.454853	24807	0.5	43.607337
0	4.00	16.071042	24593	0.5	57.796207
0	5.00	8.208562	22490	0.5	66.454335
0	6.00	-2.515123	31828	0.4	79.302969
0	7.00	-3.961538	28793	0.5	85.078638
0	8.00	-0.520110	29591	0.5	84.194343
0	9.00	1.199439	32792	0.5	82.570315
0	10.00	4.852005	36743	0.5	73.881079
0	11.00	6.816483	41381	0.4	71.943592
0	12.00	9.193053	39664	0.4	70.926040
0	13.00	9.585978	45020	0.4	68.954495
0	14.00	8.914741	49834	0.4	76.460043
0	15.00	8.812560	46504	0.4	76.032823
0	16.00	8.984114	48407	0.4	76.786074
0	17.00	8.896165	48732	0.4	79.214986
0	18.00	8.205292	44901	0.5	89.525815
0	19.00	6.129031	44381	0.5	108.771793
0	20.00	6.337994	41125	0.5	109.327434
0	21.00	6.160928	43786	0.5	96.077233
0	22.00	6.116181	44233	0.5	97.220942
0	23.00	4.452592	39059	0.5	103.727265
0	24.00	4.416872	42945	0.5	97.499262
0	25.00	2.584357	43672	0.4	98.392005
0	26.00	2.989243	40873	0.4	98.418592
0	27.00	2.628252	42053	0.4	99.216610
0	28.00	2.335017	41948	0.5	101.260179

Εικόνα 36-Αποτέλεσμα διαδικασίας 2ο



0 28.00	2.335017	41948	0.5	101.260179
0 29.00	1.824860	43579	0.5	99.117759
0 30.00	2.056389	42887	0.5	99.690977
0 31.00	3.918076	40048	0.5	97.278583
0 32.00	1.554082	41199	0.5	103.069726
0 33.00	2.215960	38434	0.5	96.961865
0 34.00	4.090314	34999	0.5	91.798296
0 35.00	3.844755	34725	0.4	86.775512
0 36.00	5.068457	34028	0.4	79.336257
0 37.00	4.536059	33799	0.4	78.492057
0 38.00	2.110770	32223	0.4	76.903917
0 39.00	2.206962	31651	0.4	74.439355

Εικόνα 37-Αποτέλεσμα διαδικασίας 3ο

Μερικές από τις πιο βασικές ερωτήσεις που τίθενται από το πρόγραμμα είναι το αρχείο εισόδου, το αρχείο εξόδου, οι λογικές μεταβλητές ελέγχου (με απάντηση T για αληθές-true και F για ψευδές-false ), ο μέγιστος αριθμός σημείων, το εάν προηγείται το πλάτος του μήκους, η μορφή των δεδομένων (π.χ. εάν το φ και το λ αναπαρίστανται από δεκαδικές μοίρες ή όχι), το από ποια στήλη να υπολογίσει την συνάρτηση κ.α.

Εν συνεχεία, θα χρησιμοποιηθεί η 1<sup>η</sup> και η 2<sup>η</sup> στήλη (σφαιρική απόσταση σε πρώτα λεπτά της μοίρας και τιμές εμπειρικής συνάρτησης) ώστε να αναπαραχθεί ένα διάγραμμα της υπολογισμένης εμπειρικής συνάρτησης.

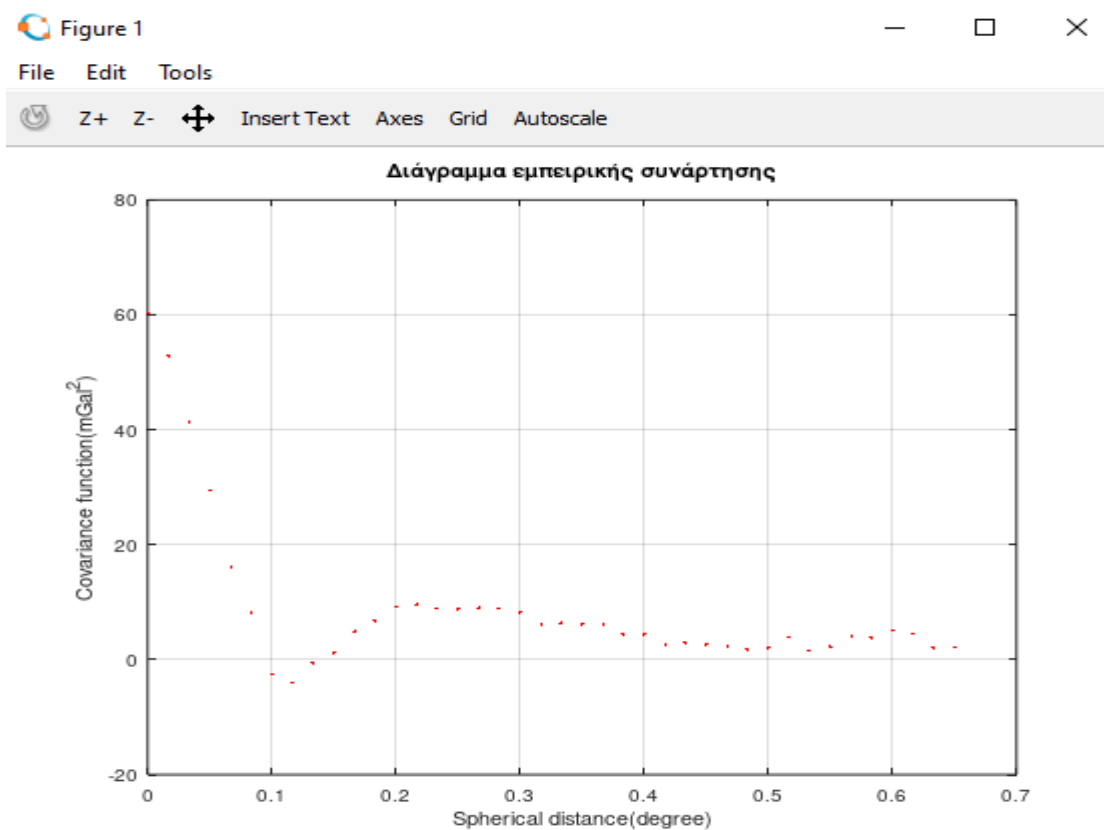
Για να εισαχθεί το αρχείο σε κάποιο λογισμικό(σε αυτήν την περίπτωση στο λογισμικό του octave) θα προηγηθεί η μετατροπή του αρχείου από κατάληξη .con σε κατάληξη .txt. Παρακάτω φαίνονται οι εντολές σχεδιασμού του διαγράμματος, αλλά και το ίδιο το διάγραμμα.



```

empeirikhsynarthsh.m
1  clc;
2  clear;
3
4  %Εισαγωγή εμπειρικής συνάρτησης
5  format long;
6  A=importdata('attiki.txt');
7  r=rows(A);
8  c=columns(A);
9
10 % Δημιουργία διαγράμματος
11 x=A(:,1);
12 y=A(:,2);
13
14 figure(1);
15 plot(x,y,'r.');
```

Εικόνα 38-Εντολές εισαγωγής δεδομένων και σχεδιασμού διαγράμματος



Εικόνα 39-Διάγραμμα αναπαράστασης εμπειρικής συνάρτησης

### 5.3.3.3 Εφαρμογή και έλεγχος προσαρμογής αναλυτικών μοντέλων

Στο παρόν στάδιο, ακολουθήθηκε η συνεχής δοκιμή διαφορετικών αναλυτικών μοντέλων συμμεταβλητότητας, ώστε να εντοπιστεί το μοντέλο που προσαρμόζεται βέλτιστα στην εμπειρική συνάρτηση. Τα αναλυτικά μοντέλα που δοκιμάστηκαν

είναι τόσο κλασικά μοντέλα συµµεταβλητοτήτων (Kaula, 1959, Hirvonen (1962), Shaw et al. (1969), Vyskočil (1970), Kasper (1971), Jordan (1972), Kearsley, 1977), όσο και σύγχρονες προτάσεις αναλυτικών μοντέλων, όπως το επίπεδο λογαριθµικό µοντέλο (Forsberg, 1987) και µοντέλα αυτό-παλινδρόµησης κινητού µέσου όρου (AutoRegressive Moving Average – ARMA models – Schubert et al., 2021).

Αρχικά, η µεθοδολογία που ακολουθήθηκε είναι η εξής:

- Εύρεση προσεγγιστικών τιμών λύνοντας σύστηµα  $2 \times 2$  εξισώσεων (κατά κύριο λόγο χρησιµοποιήθηκαν οι δύο πρώτες εξισώσεις)
- Υπολογισµός πίνακα  $b$  (ανηγγέµων παρατηρήσεων) όπου προκύπτει από τις τιμές της εμπειρικής συνάρτησης πλην τις τιμές που βρέθηκαν µε την χρήση των προσεγγιστικών ( $b_{obs} = y_b - y_0$ )
- Εύρεση πίνακα σχεδιασµού  $A$  όπου αποτελείται από  $40 \times 2$  (όπου 40 είναι οι παρατηρήσεις και 2 οι άγνωστοι). Λόγω µη γραμμικότητας των µοντέλων ορισµένες φορές, οι στήλες περιείχαν τις παραγώγους των αγνώστων µεταβλητών.
- Υπολογισµός πίνακα βαρών  $P$  όπου ως βάρος χρησιµοποιήθηκε το  $\frac{1}{\sigma^2}$ . Οι τυπικές αποκλίσεις για κάθε τιμή της εμπειρικής συνάρτησης δόθηκε από την τέταρτη στήλη του τελικού αρχείου που υλοποιήθηκε µέσω του `empcon`.
- Υπολογισµός πινάκων  $N, u$  και  $x$  (διόρθωση προσεγγιστικών τιμών). Δηλαδή,  $\hat{x} = x^a - x^0$ , ενώ οι τελικές παράµετροι που υπολογίζονται βγαίνουν ως

$$x^a = \hat{x} + x^0 \quad (5.9)$$

- Υπολογισµός τυπικής απόκλισης ( $\sigma^2$ ) και πίνακα µεταβλητοτήτων συµµεταβλητοτήτων  $C_x$ . Ο πίνακας υπολογίζεται ως

$$C_x = \sigma^2 N^{-1} \quad (5.10)$$

- Τέλος, έγινε µία επαναληπτική διαδικασία λόγω µη καλών προσεγγιστικών τιμών, ώστε το τελικό αποτέλεσµα (`xtel`), δηλαδή οι διορθώσεις στις προσεγγιστικές τιμές που χρησιµοποιούνται, να υπολογίζεται αµελητέο. Ένα σηµαντικό πρόβληµα στη διαδικασία της εκτίµησης των βέλτιστων παραµέτρων είναι η αδυναµία εύρεσης καλών προσεγγιστικών τιμών των αγνώστων παραµέτρων. Το γεγονός αυτό αντιμετωπίζεται µε την επανάληψη της συνόρθωσης, χρησιµοποιώντας ως προσεγγιστικές τις τιμές που προέκυψαν από την προηγούµενη λύση.
- Γραφική αναπαράσταση διαγράµµατος προσαρµογής µοντέλου στην εμπειρική συνάρτηση.

Η παραπάνω διαδικασία ακολουθήθηκε δύο φορές (µία χωρίς βάρη και µία µε βάρη) ώστε να αξιολογείται η σηµασία του πίνακα βαρών, καθώς και η σκοπιµότητά του. Παρόλα αυτά για πιο ορθή επίλυση και εφόσον η τυπική απόκλιση κάθε τιμής ήταν δοσµένη, κρίθηκε ορθή η τοποθέτηση του πίνακα βαρών στην επίλυση.

Έπειτα από την ολοκλήρωση της διαδικασίας έγινε ένας έλεγχος κατανομής t για την αξιολόγηση του κάθε μοντέλου με επίπεδο εμπιστοσύνης  $\alpha=0.01$  και βαθμός ελευθερίας  $f=38$ , επομένως όλα τα  $t_i$  θα πρέπει να είναι μικρότερα του 2.713). Επομένως το τυπολόγιο έχει ως εξής:

$$ri = \frac{\hat{v}}{\sigma(\hat{v})} \quad (5.11)$$

$$ti = ri \sqrt{\frac{f-1}{f-ri^2}} \quad (5.12)$$

Αρχικά, ο τύπος μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα εκθετικά. Τρία από αυτά είναι:

$$C_{(\psi)} = \alpha e^{-\beta\psi^2} \quad (5.13)$$

Τετραγωνικό εκθετικό μοντέλο (Jordan, 1972)

$$C_{(\psi)} = \alpha e^{-\beta\psi} \quad (5.14)$$

Απλό εκθετικό μοντέλο (Jordan, 1972)

$$C_{(s)} = \alpha e^{-s^2/\beta^2} \quad (5.15)$$

Εκθετικό μοντέλο Gauss (Kearsley, 1977)

Παρακάτω φαίνονται αποσπάσματα από έναν ενδεικτικό αλγόριθμο συνόρθωσης καθώς και τα διαγράμματα προσαρμογής των μοντέλων με και χωρίς βάρη.

```

1  clc;
2  clear;
3
4  %Εισαγωγή εμπειρικής συνάρτησης
5  format long;
6  A=importdata('attiki.txt');
7
8  % Δημιουργία διαγράμματος
9  x=A(:,1);
10 y=A(:,2);
11 p=A(:,4);
12 figure(1);
13 plot(x,y,'r.');
```

14 title('Διάγραμμα εμπειρικής συνάρτησης');

15 xlabel('Spherical distance(degree)');

16 ylabel('Covariance function(mGal^2)');

17 grid;

18

19 %2η Δοκιμή

20 % Εκθετικό Μοντέλο

21 % $C\psi = \alpha e^{-\beta\psi}$

22

23

24 % Προσεγγιστικές από εξισώσεις 1 και 2

25 a0=87.46688401386258;

26 b0=26.13673324491342;

27 y0=a0.\*exp(-b0.\*x);

28 %Υπολογισμός πίνακα b

29 bobs=y-y0;

30 %Υπολογισμός πίνακα A

31 Aobs=[exp(-b0.\*x) -a0.\*x.\*(exp(-b0.\*x))];

32 %Υπολογισμός πίνακα P

33 P=diag(1./p.^2);

Εικόνα 40-Απόσπασμα 1ο απλού εκθετικού μοντέλου με βάρη

```

35 %Επίλυση χωρίς βάρη
36 N1=(Aobs'*P*Aobs);
37 u1=(Aobs'*P*bobs);
38 xtell=N1\u1;
39 v1=bobs-(Aobs*xtell);
40 s21=(v1'*P*v1)/(40-2);
41 Cx1=s21*inv(N1);
42 aplot1=xtell(1,1)+a0;
43 bplot1=xtell(2,1)+b0;
44 figure(1);
45 plot(x,y,'r.',x,aplot1.*exp(-bplot1.*x),'b');
```

46 title('Διάγραμμα προσαρμογής εκθετικού μοντέλου σε εμπειρική συνάρτηση με βάρη');

47 xlabel('Spherical distance(degree)');

48 ylabel('Covariance function(mGal^2)');

49 legend('Τιμές C(ψ)', 'C=α\*e<sup>-βψ</sup>');

50 grid;

51 Cv=s21\*(inv(P)-Aobs\*inv(N1)\*Aobs');

52 svi=sqrt(diag(Cv));

53 ri=v1./svi;

54 ti=ri.\*sqrt(37./(38-ri.^2));

55

56 %Για α=0.01 και f-1=37 τότε t=2.713

57 for i=1:40

58 if abs(ti(i,1))<2.713

59 fprintf('Dekto\n');

60 else

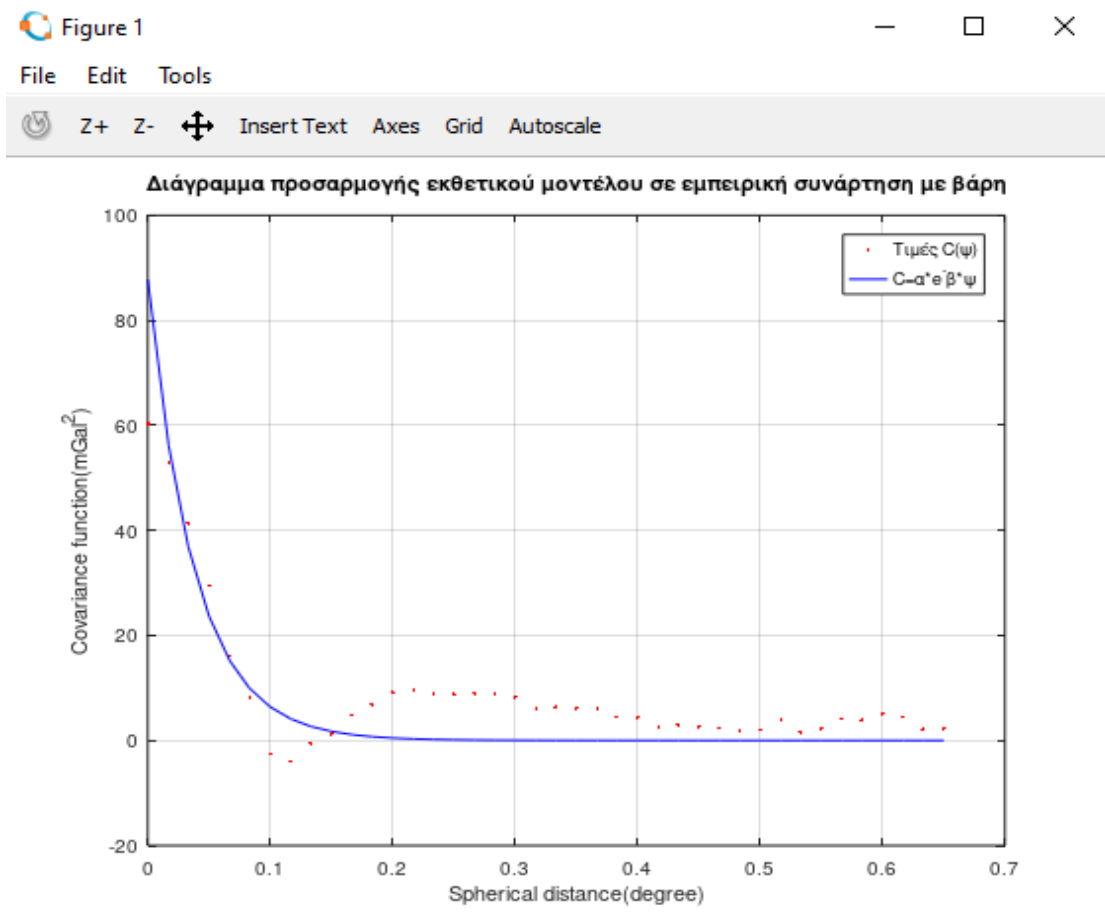
61 fprintf('Aporriptetai\n');

62 end

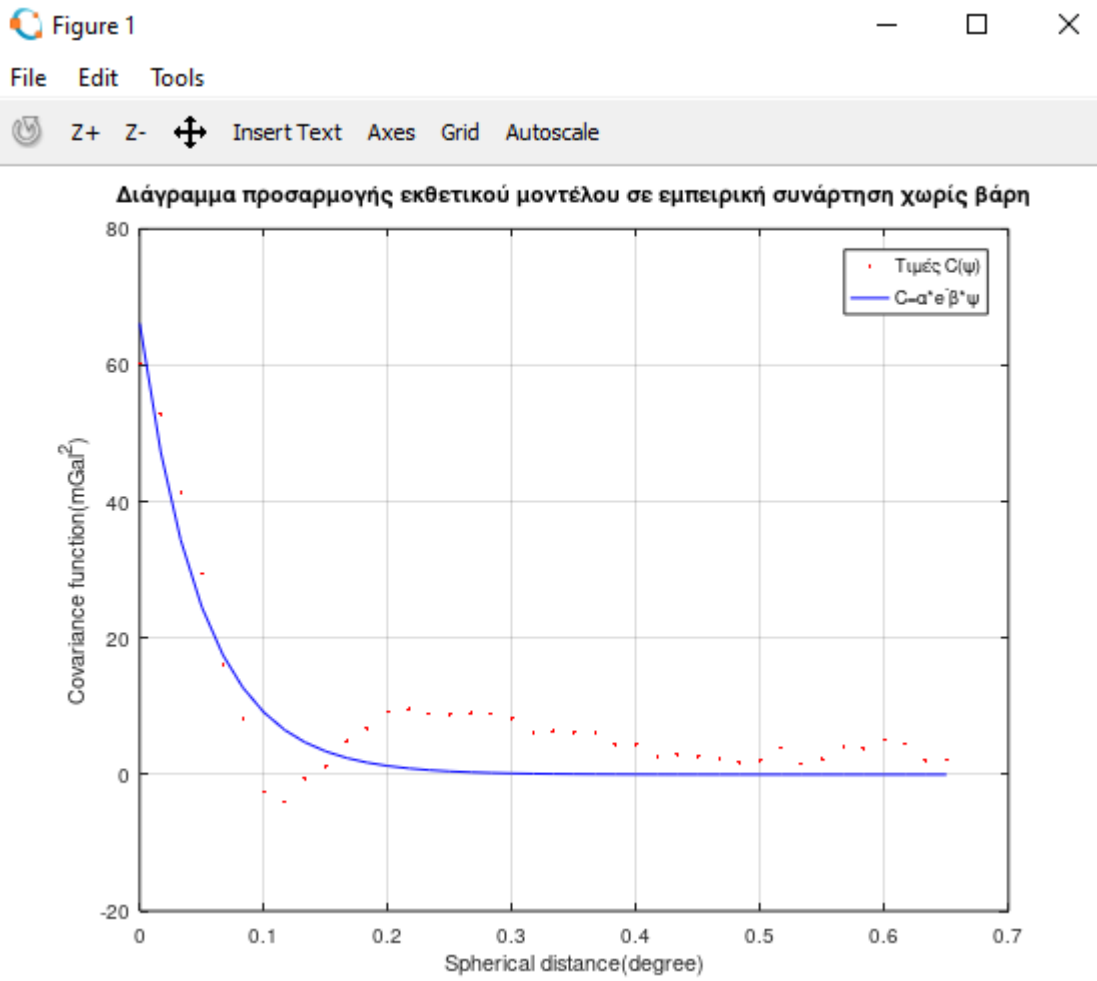
63 end

64 % Όλα δεκτά

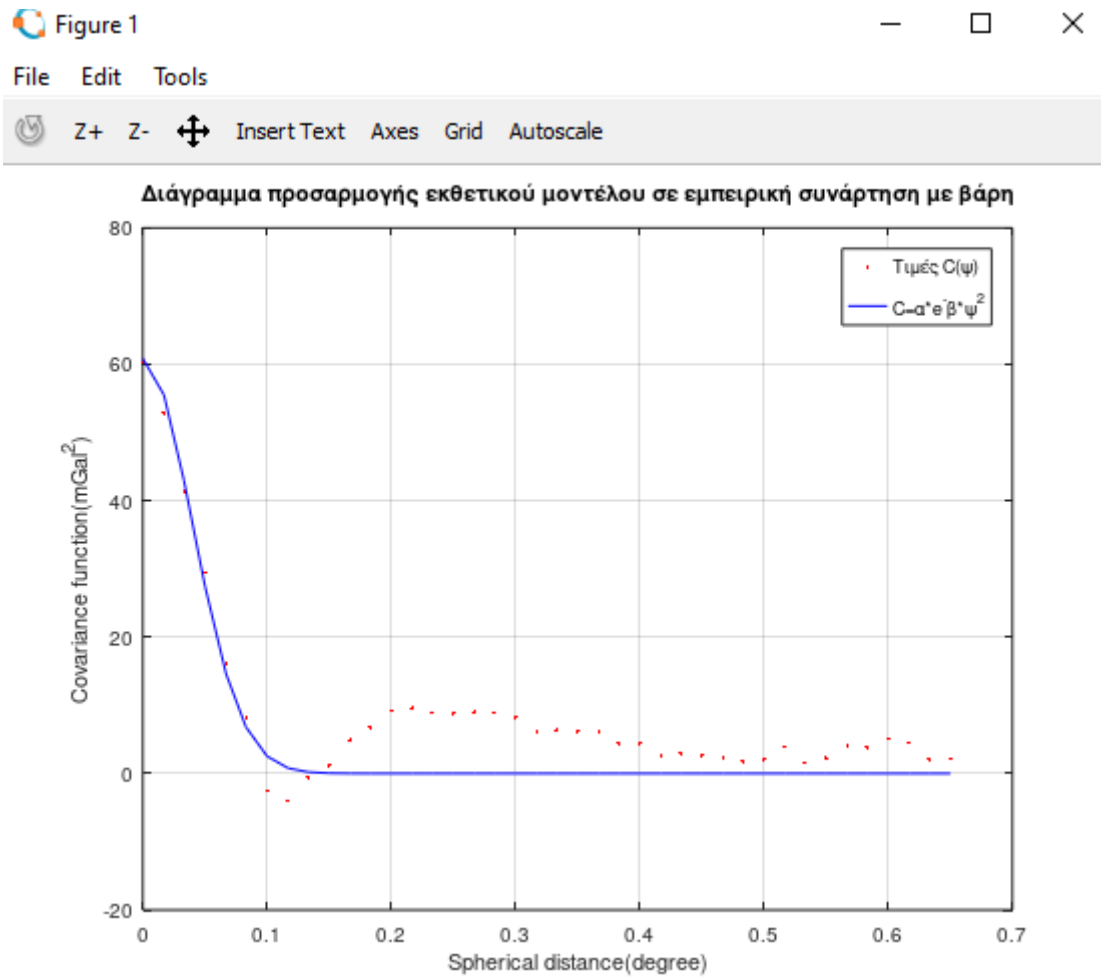
Εικόνα 41-Απόσπασμα 2ο απλού εκθετικού μοντέλου με βάρη



Εικόνα 42-Προσαρμογή απλού εκθετικού μοντέλου με βάρη

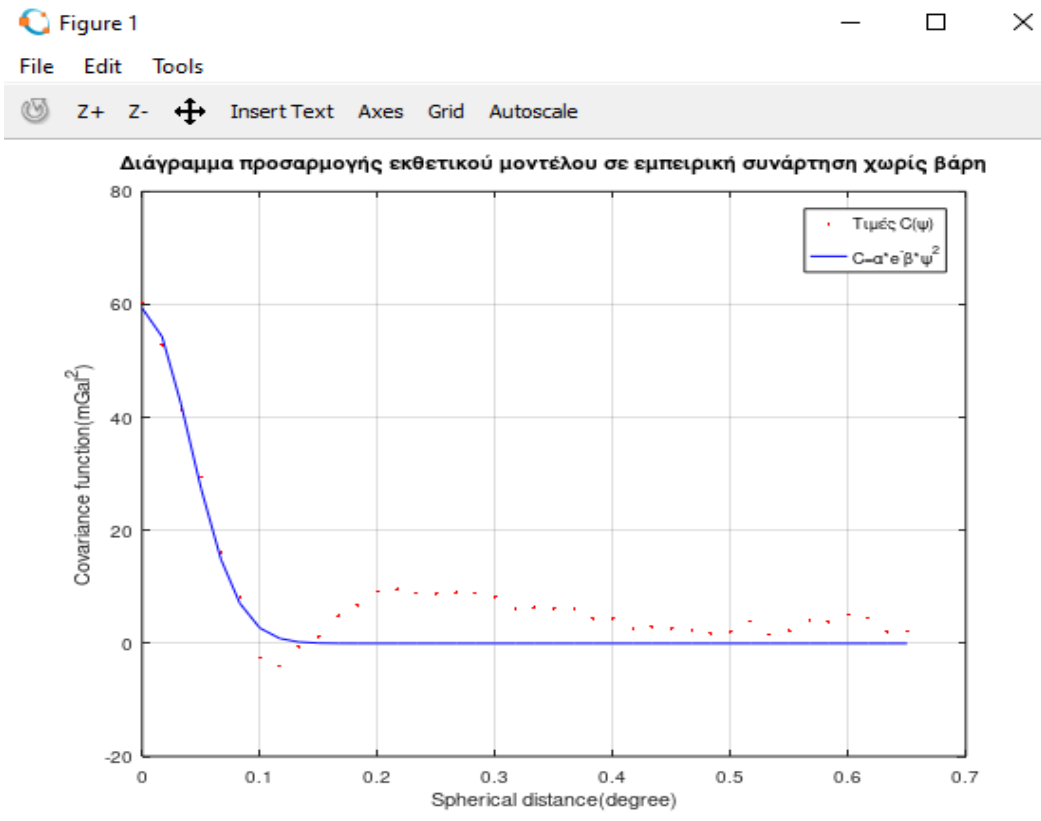


Εικόνα 43-Προσαρμογή απλού εκθετικού μοντέλου χωρίς βάρη

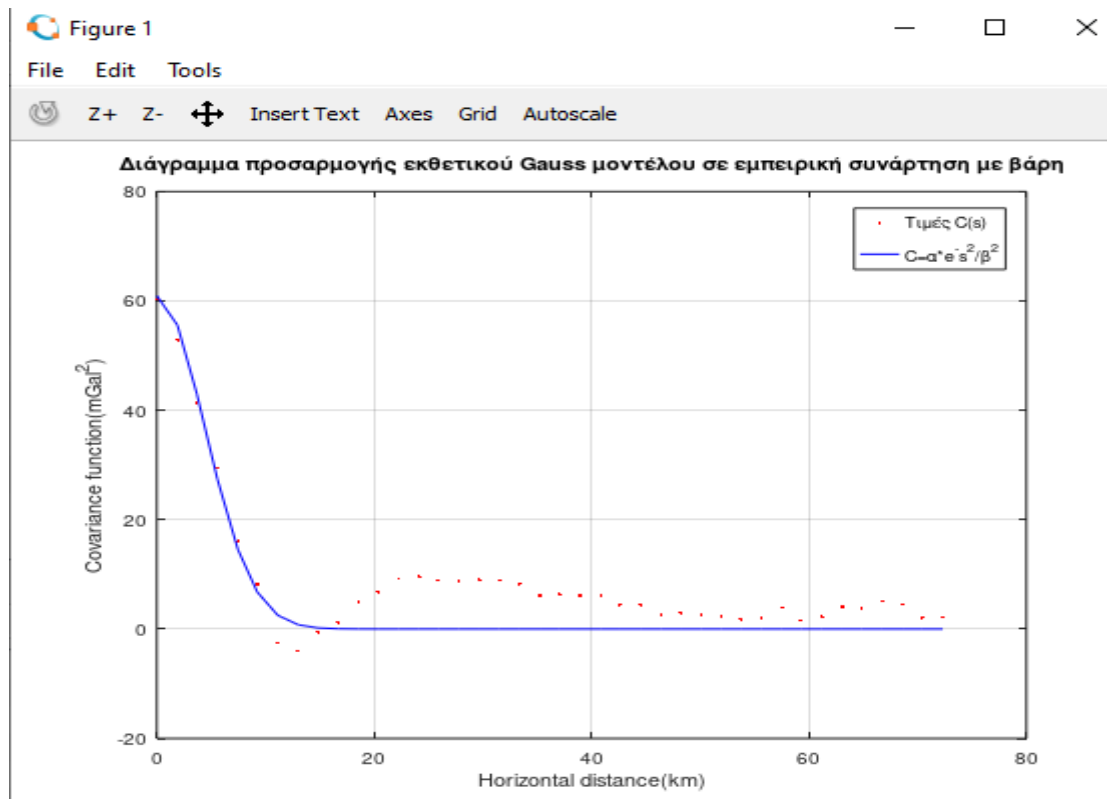


Εικόνα 44-Προσαρμογή εκθετικού μοντέλου με βάρη

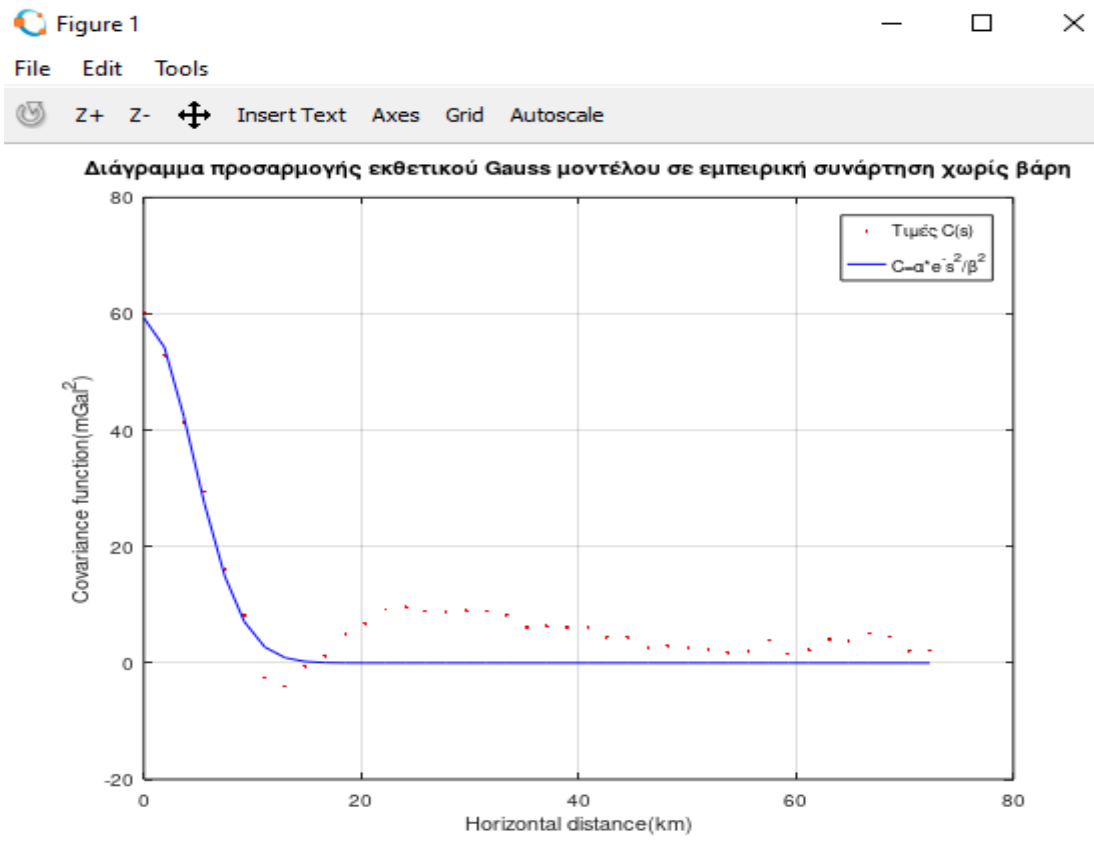




Εικόνα 45-Προσαρμογή εκθετικού μοντέλου χωρίς βάρη



Εικόνα 46-Προσαρμογή Gaussian μοντέλου με βάρη

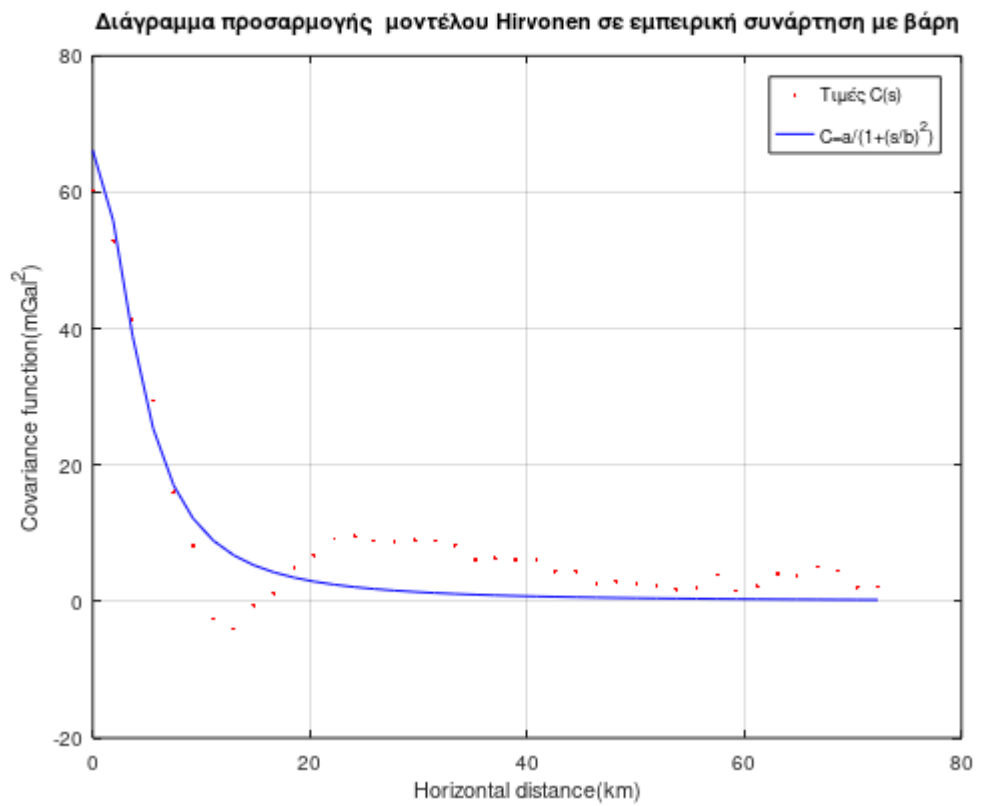
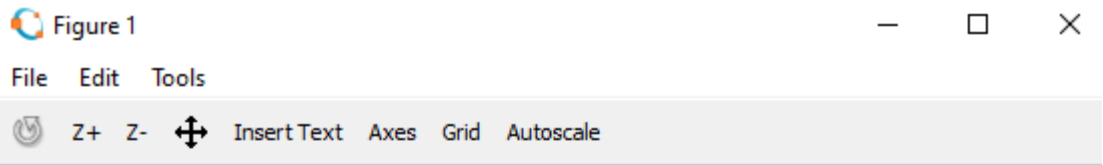


Εικόνα 47-Προσαρμογή Gaussian μοντέλου χωρίς βάρη

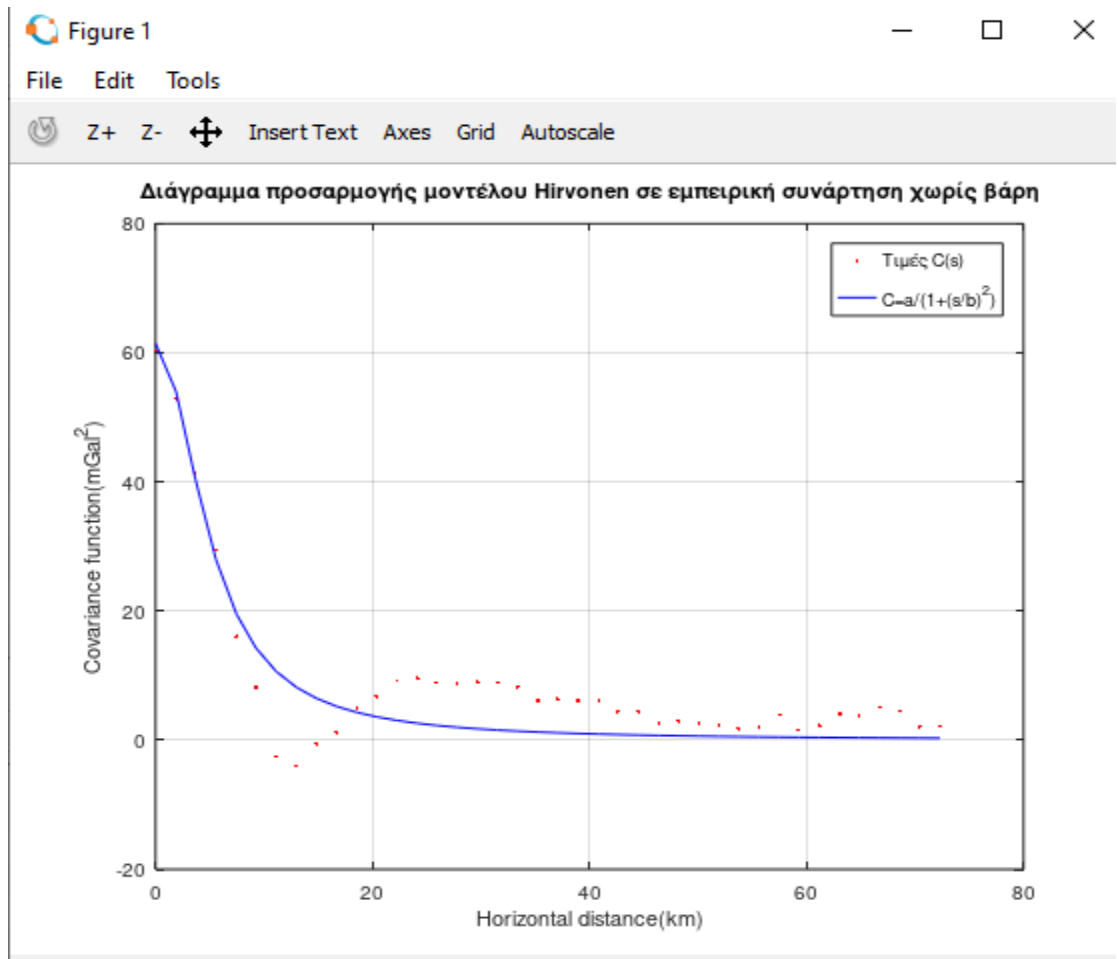
Εν συνεχεία παρουσιάζονται τα επίπεδα μοντέλα (6 ακόμα). Η διαφορά με τα προηγούμενα μοντέλα έγκειται στο γεγονός ότι χρησιμοποιείται αποκλειστικά οριζόντια απόσταση για την εύρεση των βέλτιστων τιμών των μοντέλων. Τα μοντέλα σφαιρικής απόσταση χρησιμοποιούνται συνήθως σε ευρύτερης έκτασης περιοχή (π.χ. στο σύνολο της χώρας ή στην έκταση της μελέτης σε μία ήπειρο), ενώ τα μοντέλα της επίπεδης απόστασης περιορίζονται σε περιορισμένης έκτασης περιοχές:

$$C(s) = \frac{a}{1 + \left(\frac{s}{b}\right)^2} \quad (5.16)$$

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται επίπεδο μοντέλο Hirvonen και αναπτύχθηκε το 1962 (Hirvonen, 1962).



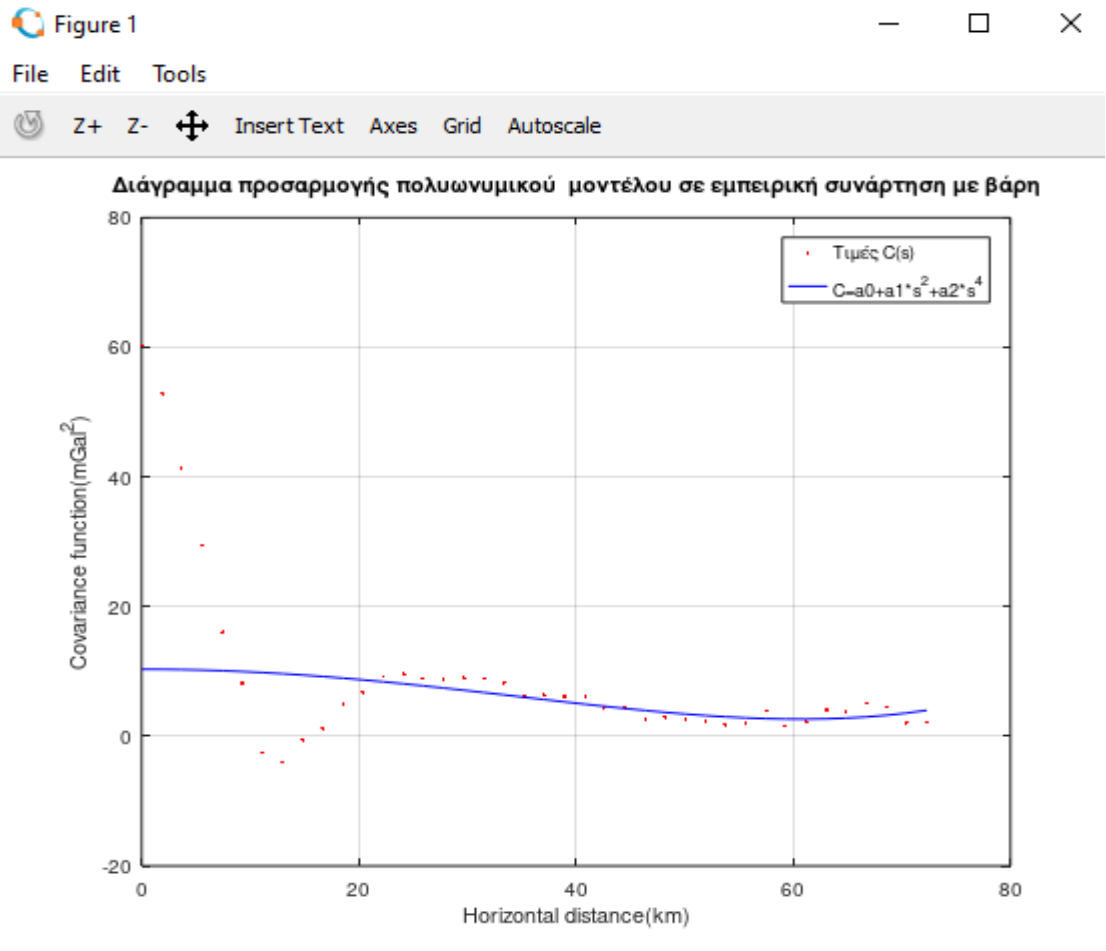
Εικόνα 48-Προσαρμογή μοντέλου Hirvonen με βάρη



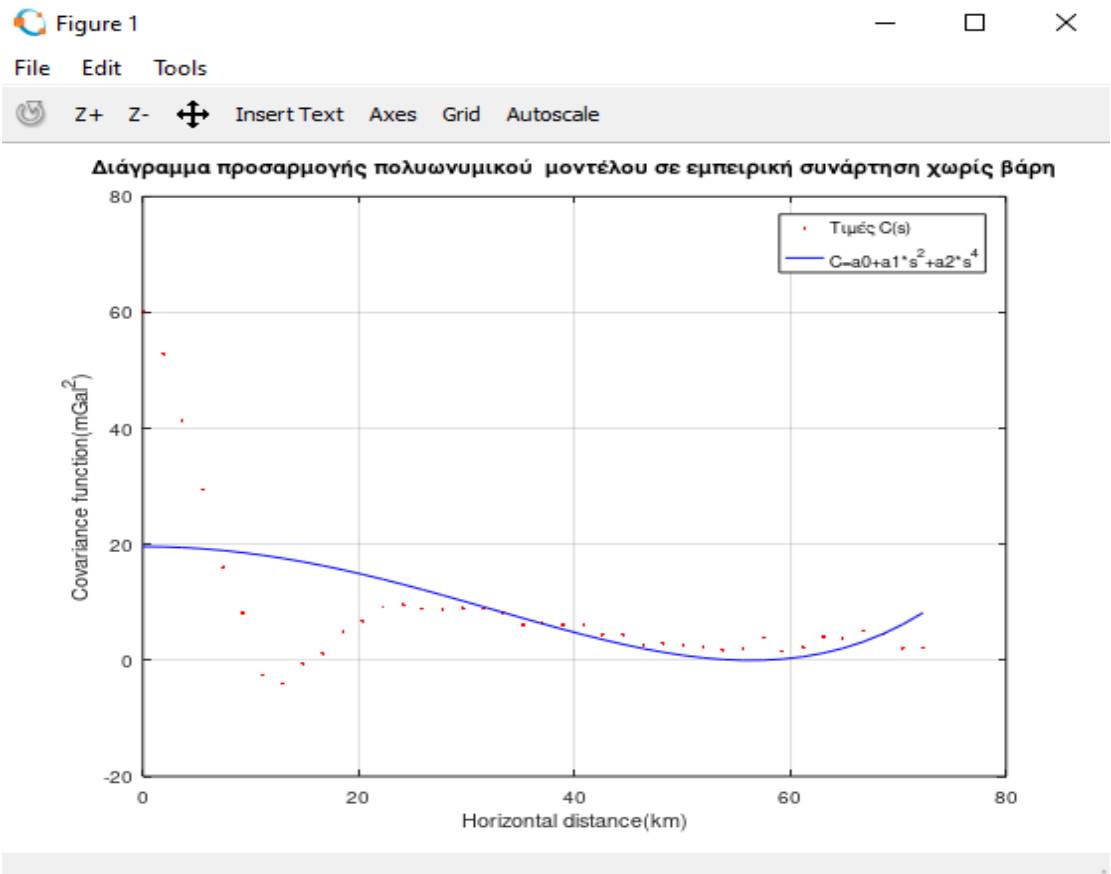
Εικόνα 49-Προσαρμογή μοντέλου Hirvonen χωρίς βάρη

$$C(s) = a_0 + a_1 s^2 + a_2 s^4 \quad (5.17)$$

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται επίπεδο πολωνυμικό μοντέλο (Moritz, 1980 και Αραμπέλος και Τζιαβός, 1991) και σε αντίθεση με τα προηγούμενα είναι γραμμικό μοντέλο. Επομένως ο πίνακας σχεδιασμού  $A$  δεν αποτελείται από παραγώγους αλλά από τους συντελεστές των αγνώστων.



Εικόνα 50-Προσαρμογή πολωνυμικού μοντέλου με βάρη

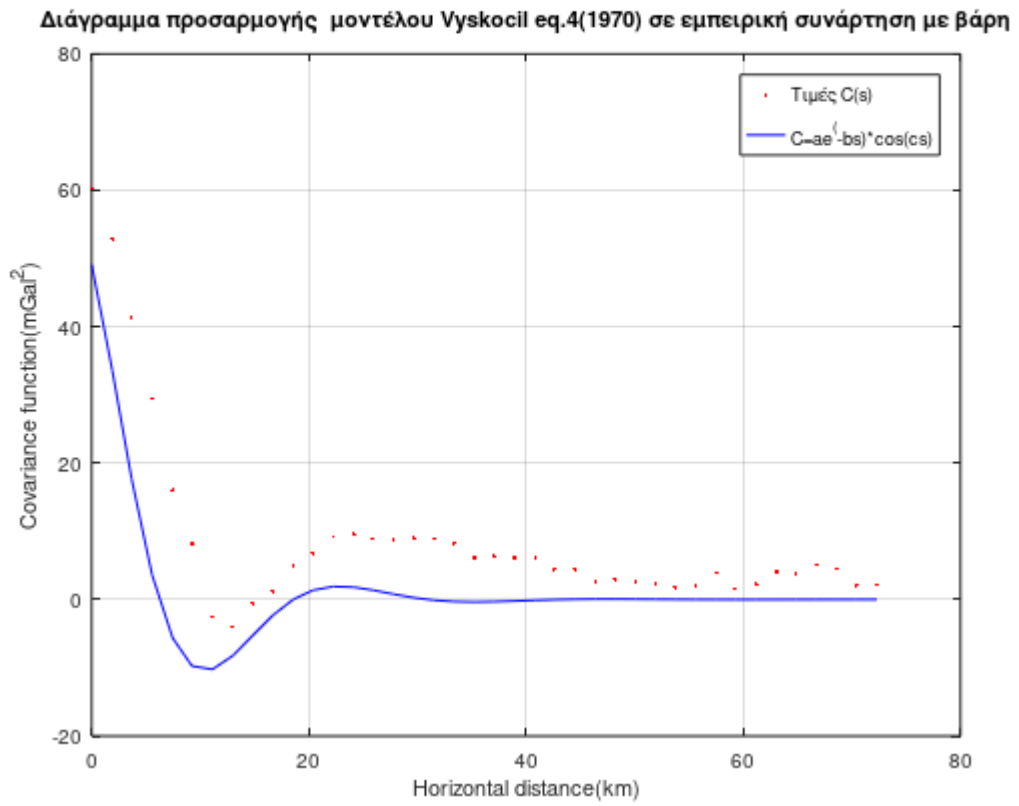
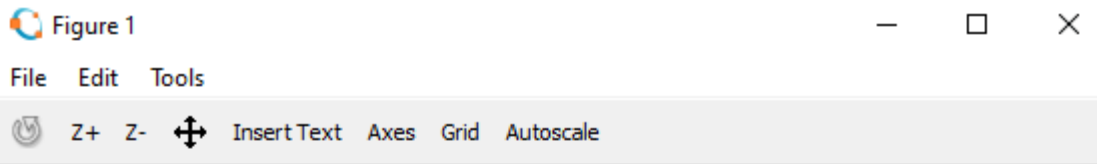


Εικόνα 51-Προσαρμογή πολυωνυμικού μοντέλου χωρίς βάρη

Όπως φαίνεται και από τα σχήματα, η προσαρμογή του πολυωνυμικού μοντέλου δεν είναι και η καλύτερη δυνατή στη συγκεκριμένη περιοχή και για τη συγκεκριμένη βάση δεδομένων. Πέρα από την οπτική σύγκριση, θα ακολουθήσουν και στατιστικά χαρακτηριστικά της προσαρμογής, τα οποία θα επιβεβαιώσουν τα αποτελέσματα.

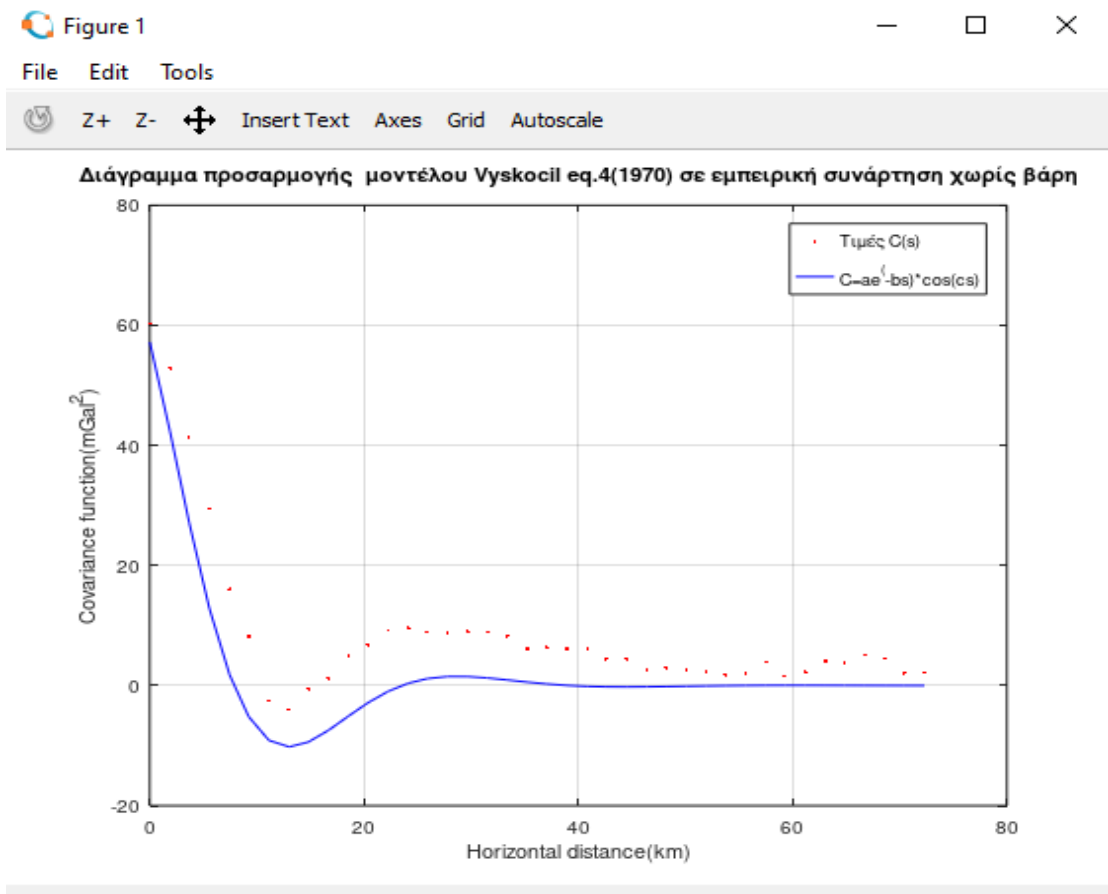
$$C(s) = ae^{-bs} \cos(cs) \quad (5.18)$$

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται επίπεδο μοντέλο Vyskočil eq.4 και αναπτύχθηκε το 1970 (Vyskočil, 1970, και αποτελεί την προτεινόμενη 4<sup>η</sup> εξίσωση της προαναφερθείσας δημοσίευσης).



Εικόνα 52-Προσαρμογή μοντέλου Vyskočil eq.4 με βάρη



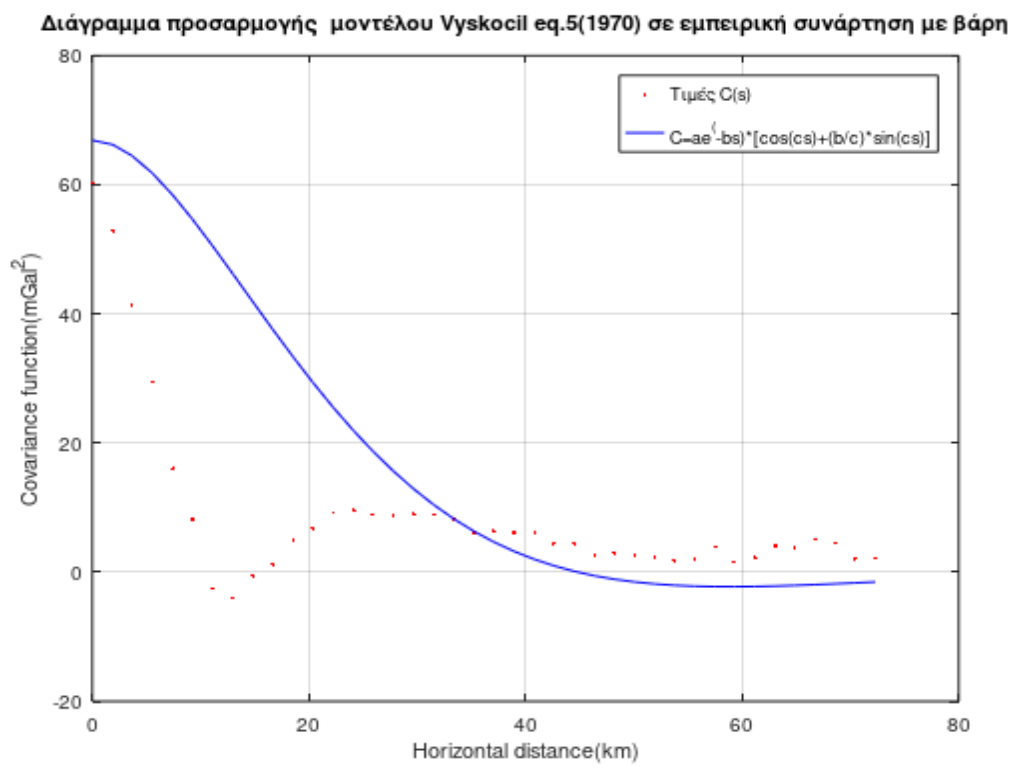
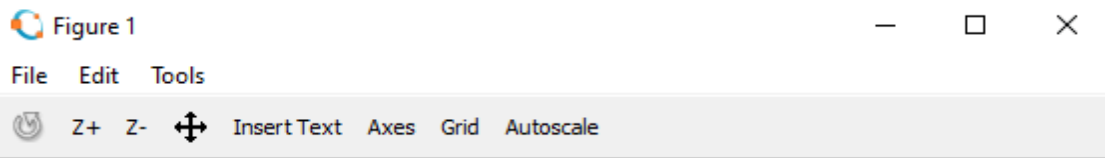


Εικόνα 53-Προσαρμογή μοντέλου Vyskočil eq.4 χωρίς βάρη

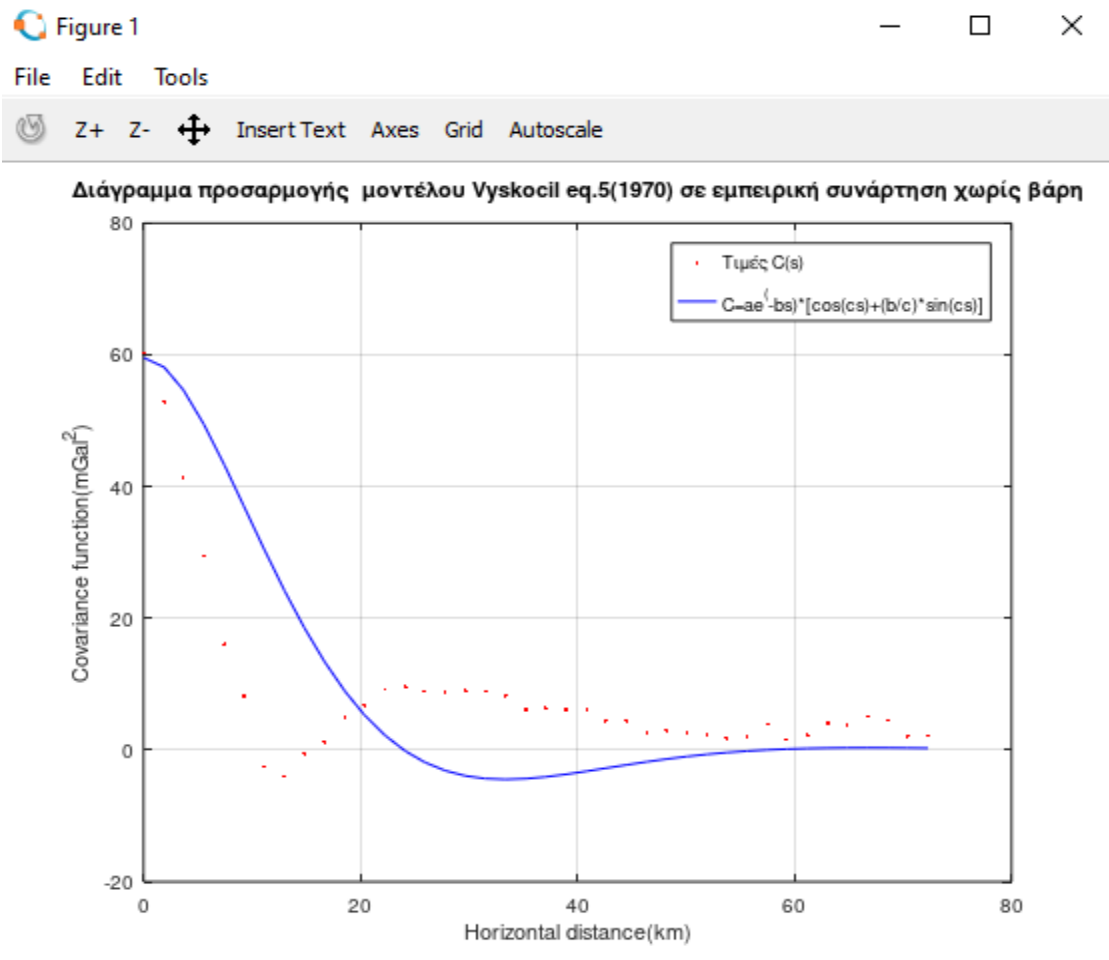
Η εισαγωγή του όρου του συνημίτονου δημιουργεί μία αναλυτική μορφή, η οποία προσαρμόζεται καλύτερα στα εμπειρικά δεδομένα. Το γεγονός αυτό θα επιβεβαιωθεί και από τα στατιστικά στοιχεία που ακολουθούν.

$$C(s) = ae^{-bs}[\cos(cs) + (b/c) \sin(cs)] \quad (5.19)$$

Το μοντέλο αυτό ονομάζεται μοντέλο Vyskočil eq.5 και αναπτύχθηκε το 1970 (Vyskočil, 1970, πρόκειται δε για την 5<sup>η</sup> εξίσωση της δημοσίευσης).



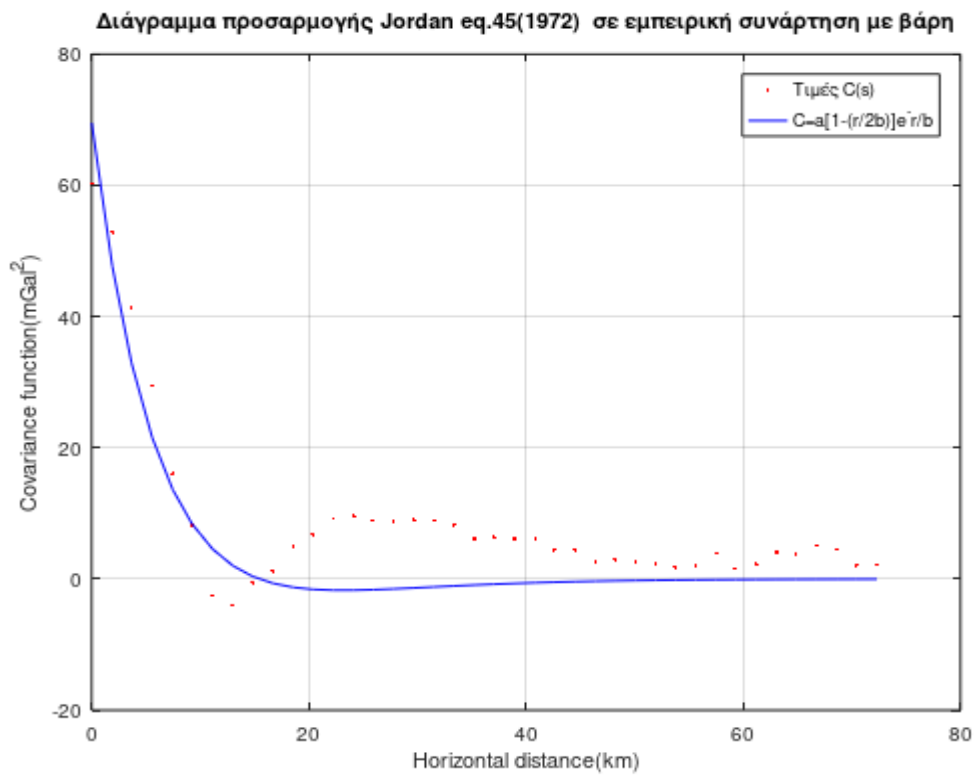
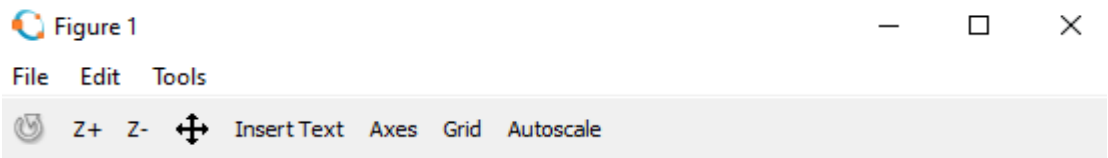
Εικόνα 54-Προσαρμογή μοντέλου Vyskočil eq.5 με βάρη



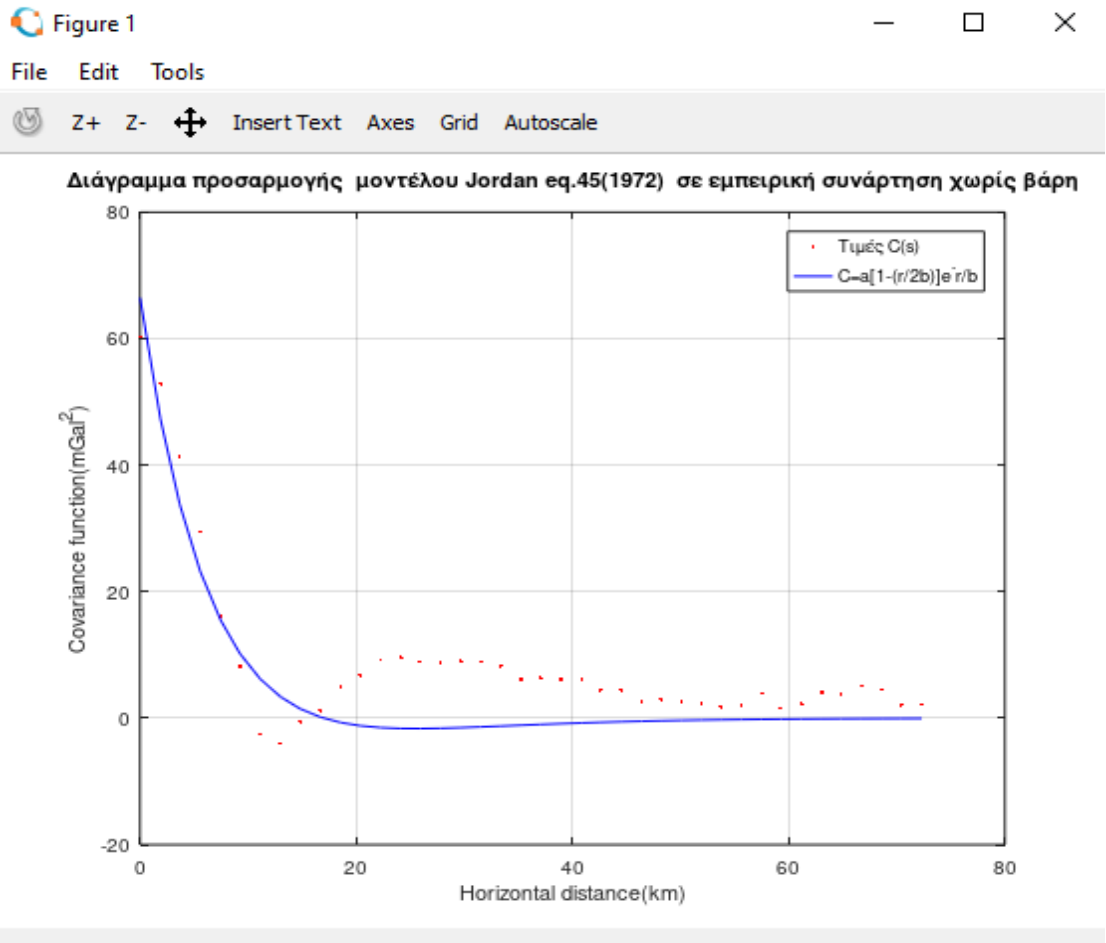
Εικόνα 55-Προσαρμογή μοντέλου Vyskocil eq.5 χωρίς βάρη

$$C(r) = a \left[ 1 - \frac{r}{2b} \right] e^{-r/b} \quad (5.20)$$

Το μοντέλο προτάθηκε από τον Jordan (1972 eq.45) και αποτελεί την εξίσωση 45 της παρούσας δημοσίευσης.



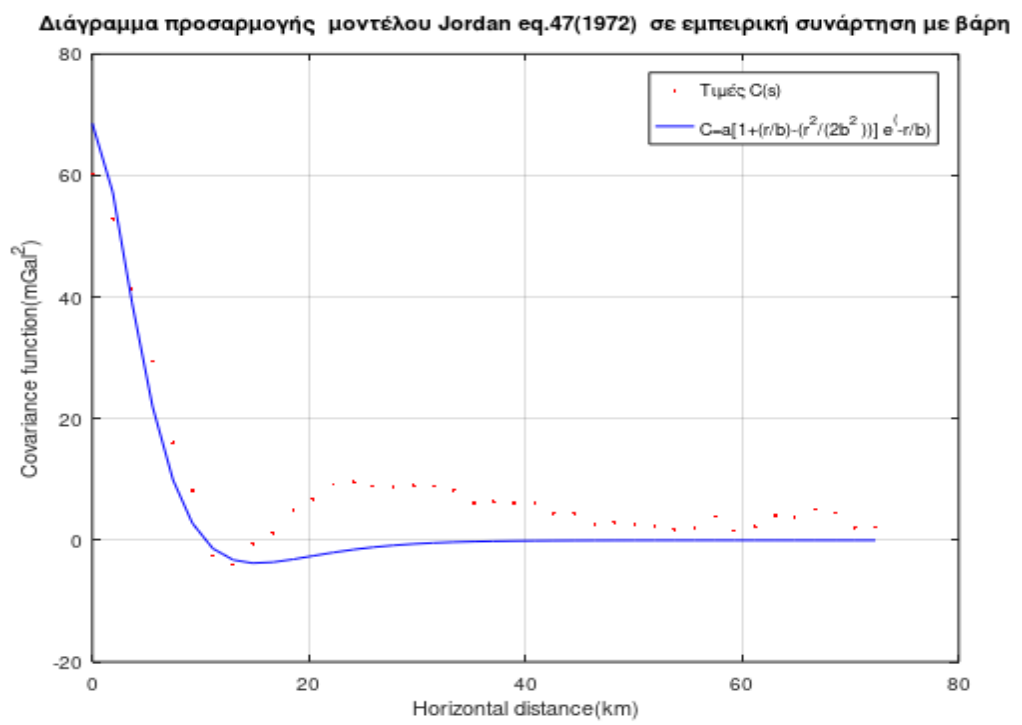
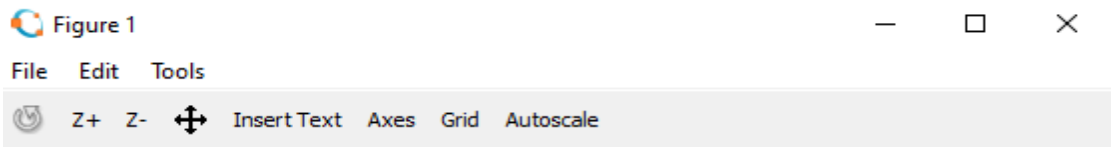
Εικόνα 56-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.45 με βάρη



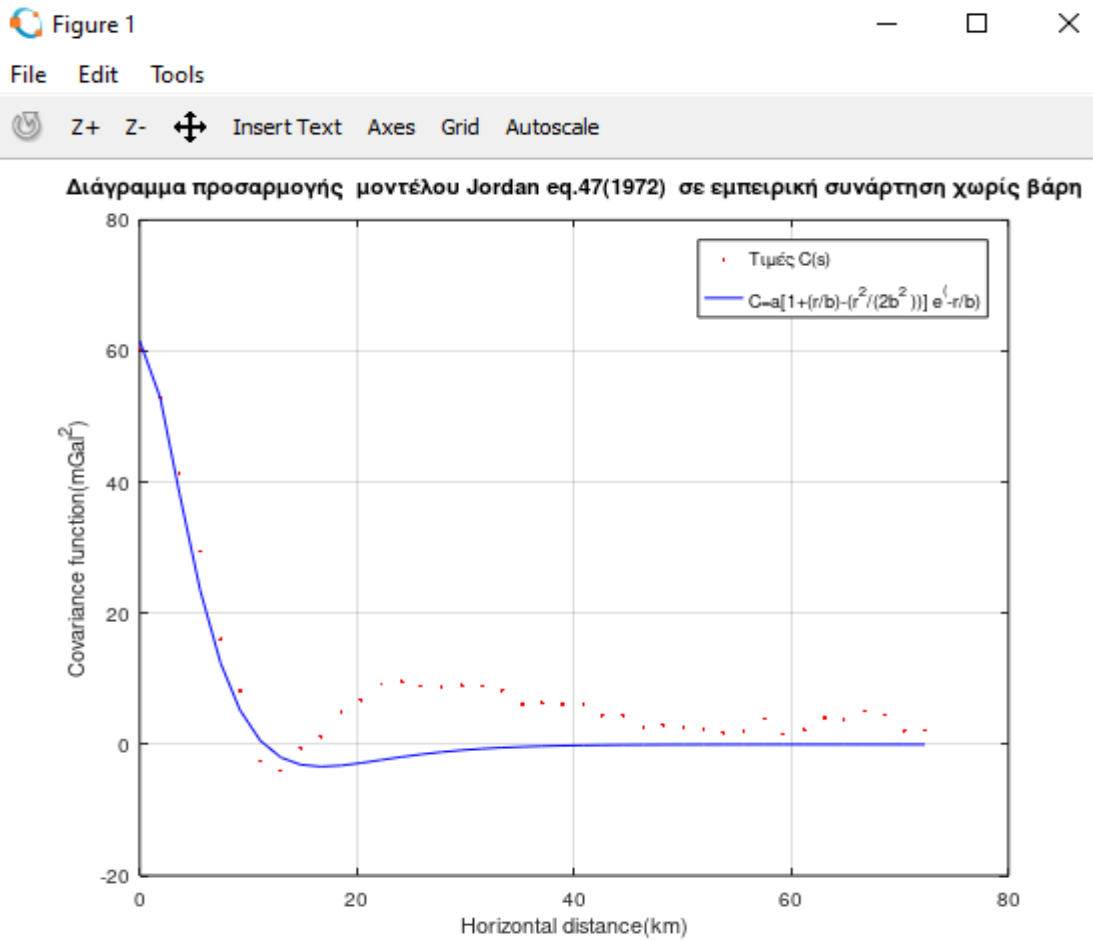
Εικόνα 57-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.45 χωρίς βάρη

$$C(r) = a \left[ 1 + \frac{r}{b} - \frac{r^2}{2b^2} \right] e^{-r/b} \quad (5.21)$$

Το διευρυμένο μοντέλο προτάθηκε από τον Jordan (1972 eq.47) και αναφέρεται στην 47<sup>η</sup> εξίσωση της δημοσίευσης.



Εικόνα 58-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.47 με βάρη



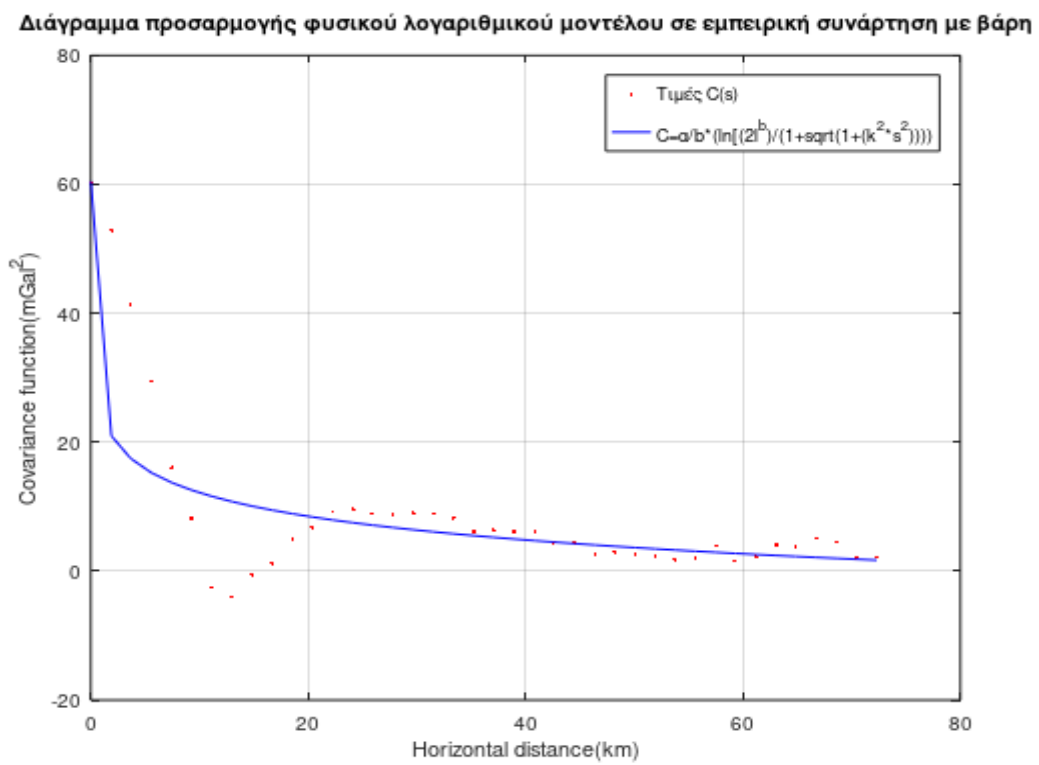
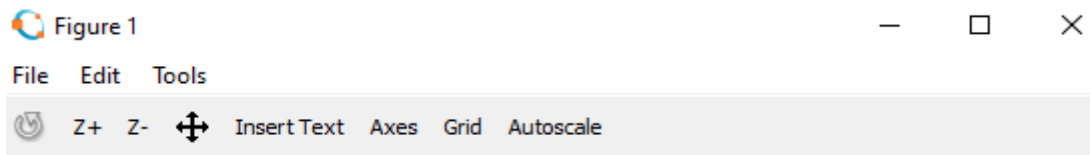
Εικόνα 59-Προσαρμογή μοντέλου Jordan eq.47 χωρίς βάρη

Εν συνεχεία, αναπαρίστανται δύο λογαριθμικά μοντέλα. Αρχικά, το φυσικό λογαριθμικό μοντέλο όπου έχει ως εξής (Κατσάμπαλος και Τζιαβός, 1991):

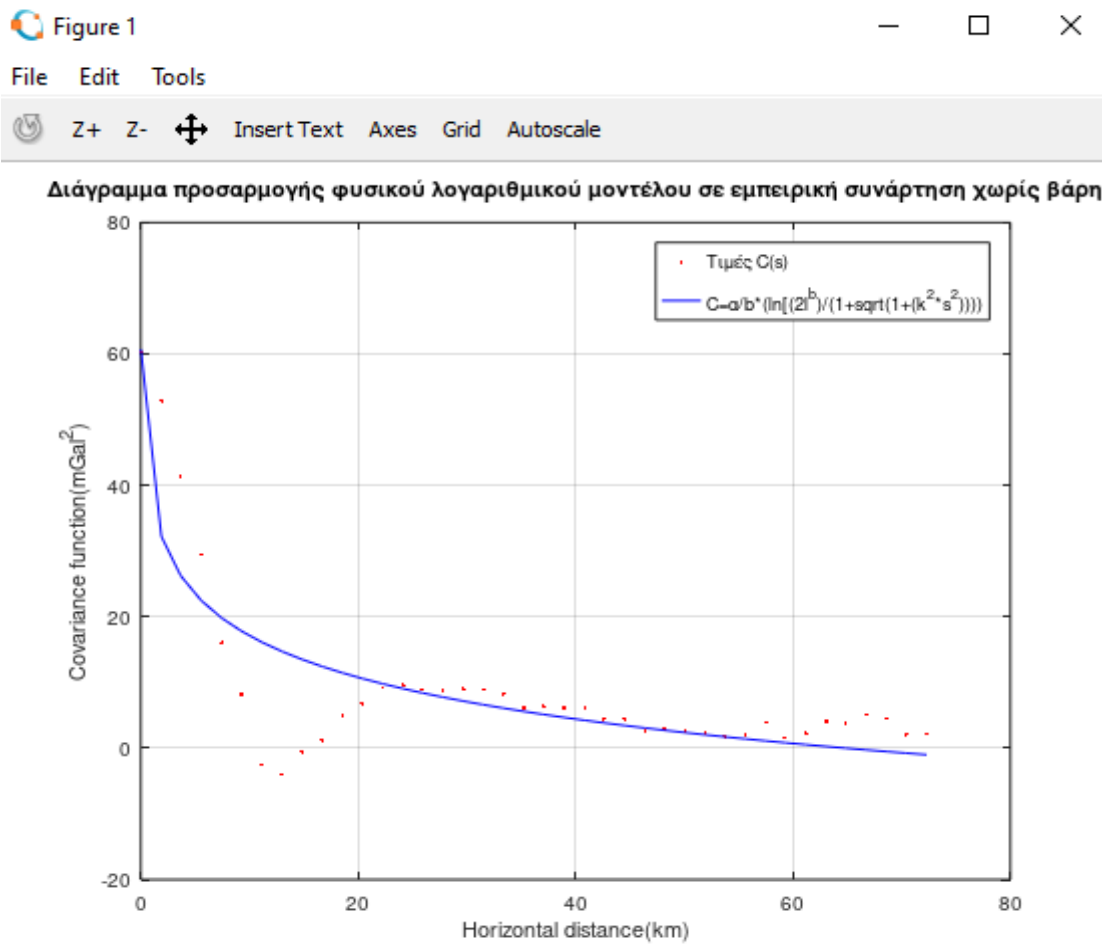
$$C_{(s)} = \frac{a}{b} \cdot \ln\left(\frac{2l^b}{1+\sqrt{1+s^2 \cdot k^2}}\right) \quad (5.22)$$

Παρακάτω αναπαρίστανται το μοντέλο με και χωρίς βάρη.





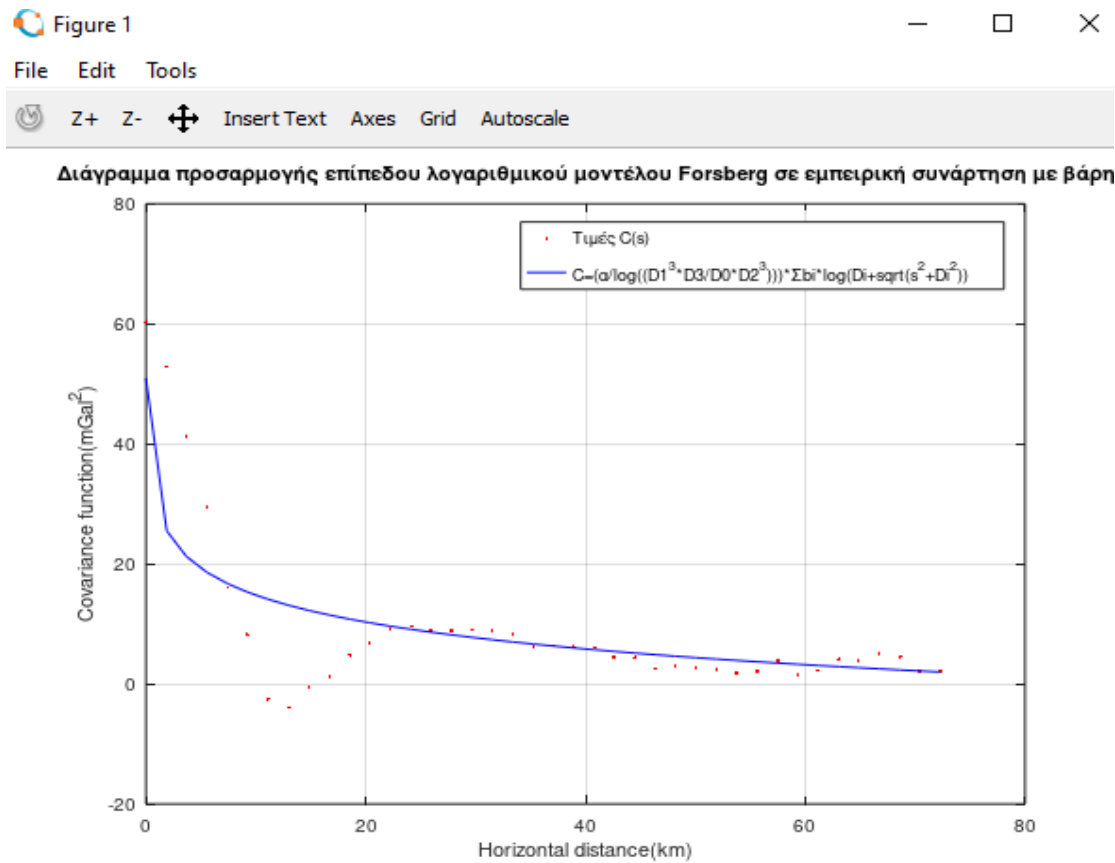
Εικόνα 60-Προσαρμογή φυσικού λογαριθμικού μοντέλου με βάρη



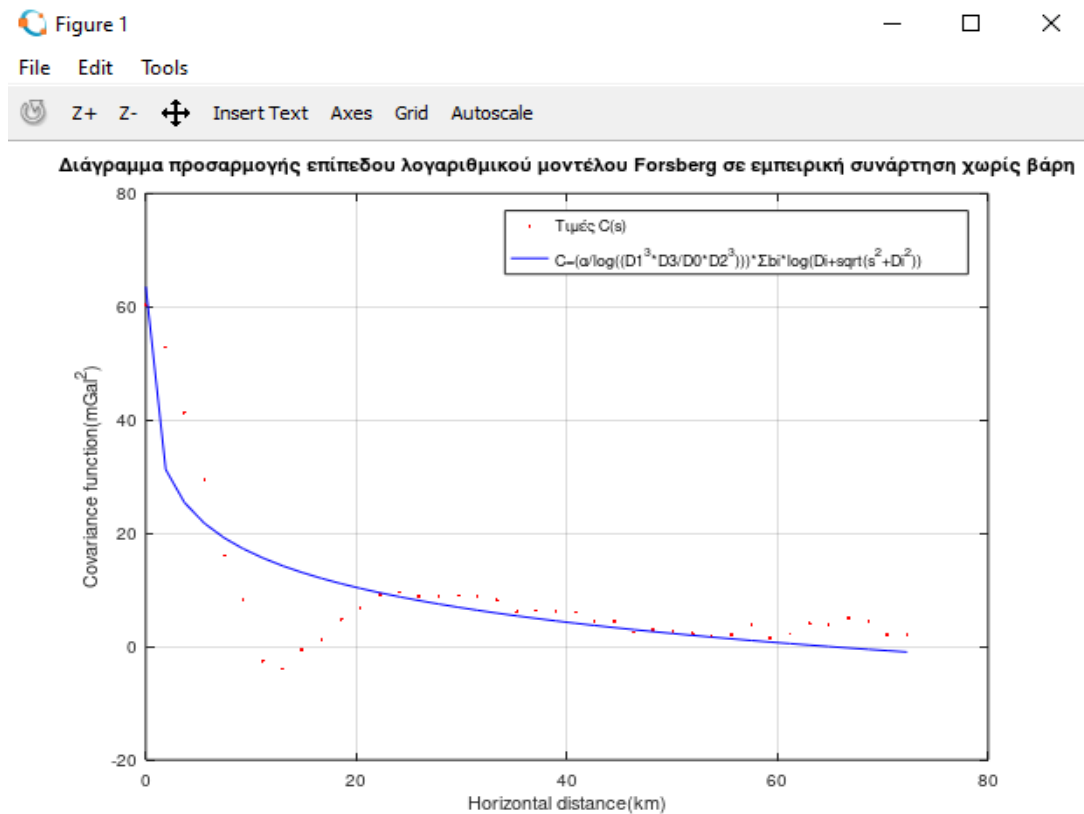
Εικόνα 61-Προσαρμογή φυσικού λογαριθμικού μοντέλου χωρίς βάρη

Το δεύτερο λογαριθμικό μοντέλο είναι το επίπεδο λογαριθμικό μοντέλο Forsberg (1987) και ο τύπος του είναι ο εξής:

$$C_{(s)} = \frac{a}{\log\left(\frac{D_1^3 \cdot D_3}{D_0 \cdot D_2^3}\right)} \cdot \sum_{i=0}^3 b_i \cdot (D_i + \sqrt{s^2 + D_i^2}) \quad (5.23)$$



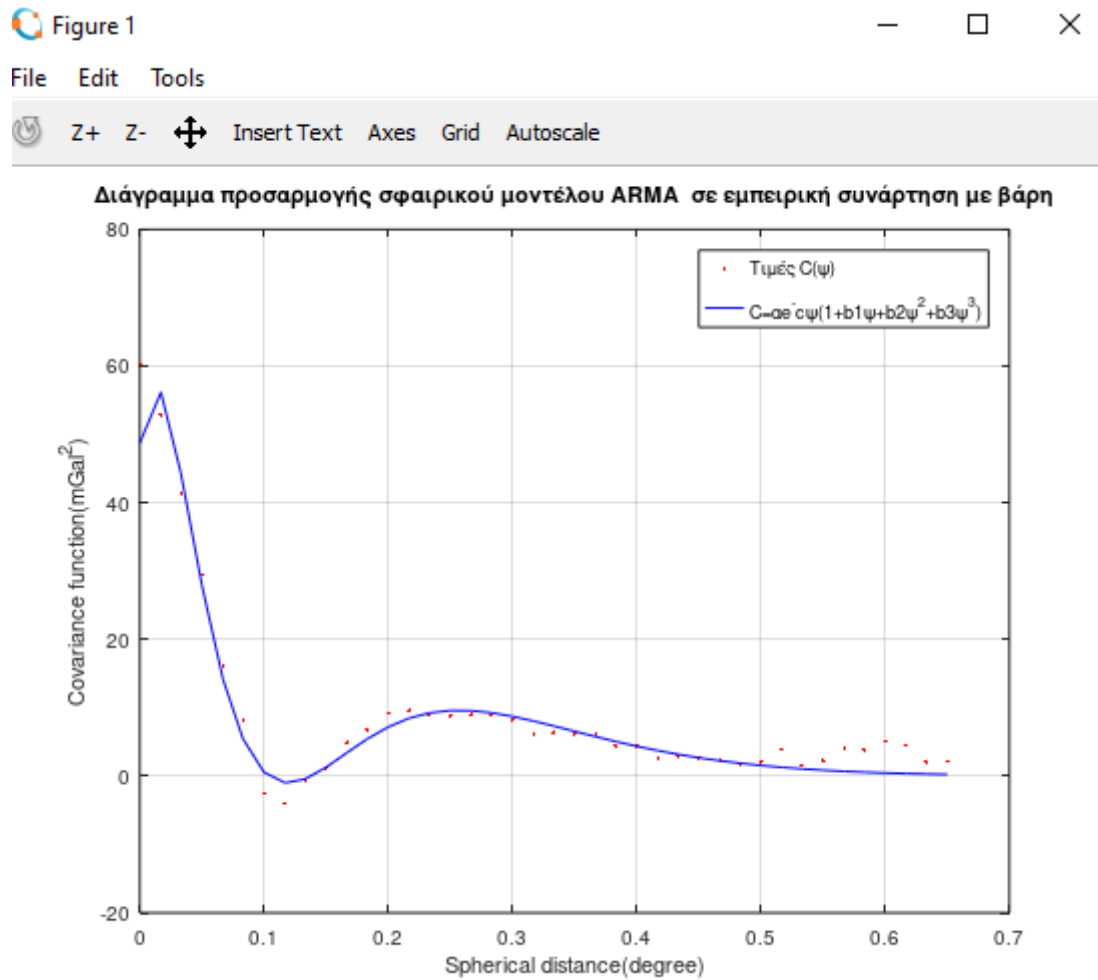
Εικόνα 62-Προσαρμογή επίπεδου μοντέλου με βάρη



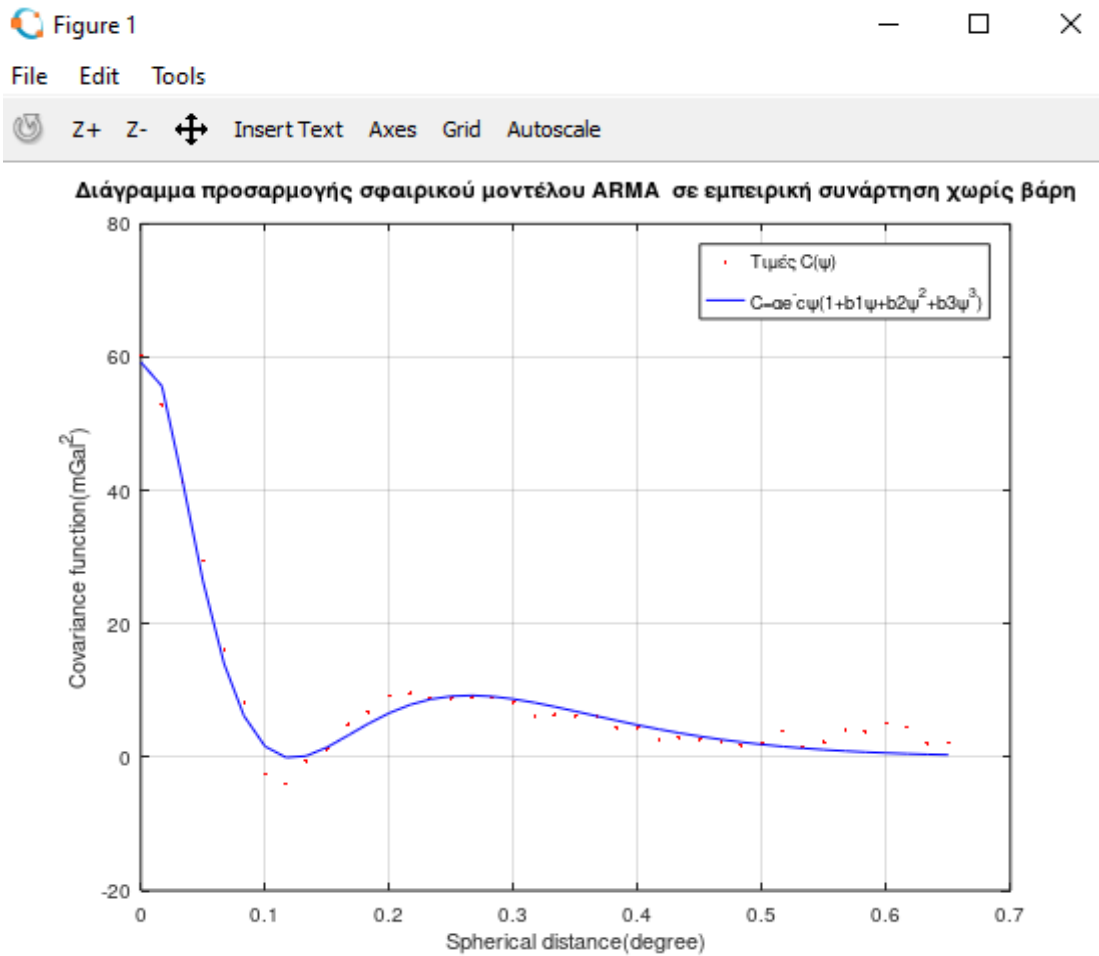
Εικόνα 63-Προσαρμογή επίπεδου μοντέλου χωρίς βάρη

Το τελευταίο μοντέλο που θα δοκιμαστεί ονομάζεται σφαιρικό μοντέλο ARMA 3<sup>ου</sup> βαθμού (Schubert et al., 2021) και φέρει ομοιότητες με το πολυωνυμικό. Η σχέση του μοντέλου αυτού είναι η εξής:

$$C(\psi) = \alpha \cdot (1 + \beta_1 \cdot \psi + \beta_2 \cdot \psi^2 + \beta_3 \cdot \psi^3) \cdot e^{-c \cdot \psi} \quad (5.24)$$



Εικόνα 64-Προσαρμογή σφαιρικού μοντέλου ARMA με βάρη



Εικόνα 65-Προσαρμογή σφαιρικού μοντέλου ARMA χωρίς βάρη

Εφόσον, η παρουσίαση των μοντέλων ολοκληρώθηκε, το επόμενο και τελευταίο βήμα της παρούσας εργασίας είναι η αξιολόγηση των μοντέλων. Η αξιολόγηση ως συμπέρασμα θα διαλευκάνει την επιλογή του πιο ορθού μοντέλου. Με τον όρο ορθό εννοείται το μοντέλο εκείνο που προσαρμόζεται καλύτερα επάνω στην εμπειρική συνάρτηση που έχει προαναφερθεί. Η αξιολόγηση προϋποθέτει τρία κριτήρια αξιολόγησης. Το πρώτο κριτήριο είναι η εκ των υστέρων μεταβλητότητα  $\sigma^2$  του κάθε μοντέλου (όσο πιο μικρή τιμή τόσο καλύτερο είναι το μοντέλο). Το δεύτερο κριτήριο είναι το πόσα σημεία θα απορριφθούν από τον έλεγχο σάρωσης ( $r_i$ ,  $t_i$ ). Το τρίτο και τελευταίο κριτήριο είναι ο συντελεστής συσχέτισης και ο συντελεστής προσαρμογής μεταξύ των τιμών των συνορθώσεων μεταβλητοτήτων του κάθε μοντέλου και της εμπειρικής συνάρτησης (πίνακας  $p$  του αλγορίθμου). Η σχέση του συντελεστή προσαρμογής δίνεται ως (Varbla and Ellmann, 2023):

$$misfitcoef = \frac{1}{c_0} \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (C_{model(i)} - C_{empirical(i)})^2} \quad (5.25)$$

ενώ η αντίστοιχη εξίσωση του συντελεστή συσχέτισης δίνεται από (Δερμάνης, 1987):

$$corrcoef = \frac{c_{xy}}{\sqrt{c_{xx}c_{yy}}} \quad (5.26)$$

όπου  $C_{xy}$  η συμμεταβλητότητα ανάμεσα στο x και στο y και  $C_{xx}$  και  $C_{yy}$  οι αντίστοιχες μεταβλητότητες.

Οι τελικοί πίνακες όπου θα παρθεί το τελικό συμπέρασμα (αρχείο excel) φαίνονται παρακάτω:

	std χωρίς βάρη(mGal)	std με βάρη(mGal)
Απλό εκθετικό	34,046	158,868
Εκθετικό	27,150	146,333
Gaussian	27,149	146,331
Hirvonen	25,901	131,201
Vyskocil eq.4	32,659	102,546
Vyskocil eq.5	65,475	84,518
Vyskocil eq.45	41,610	206,599
Vyskocil eq.47	35,804	186,926
Πολυωνυμικό	141,539	186,673
Φυσικό Λογαριθμικό	56,327	152,597
Επίπεδο Λογαριθμικό	65,405	177,156
ARMA covariance	4,419	18,857

Πίνακας 14-Κριτήριο συμμεταβλητότητας  $\sigma^2$

Το κριτήριο της συμμεταβλητότητας ικανοποιείται κατά βέλτιστο βαθμό από το μοντέλο ARMA covariance, καθώς υπολογίζεται από τον πίνακα των σφαλμάτων των παρατηρήσεων, επομένως όσο μικρότερα σφάλματα έχω μεταξύ εμπειρικής συνάρτησης και μοντέλου, τόσο πιο μικρή και συνεπώς καλή θα είναι η συμμεταβλητότητα του.

	Απορριφθέντα σημεία χωρίς βάρη	Απορριφθέντα σημεία με βάρη
Απλό εκθετικό	0	0
Εκθετικό	0	0
Gaussian	0	0
Hirvonen	0	0
Vyskocil eq.4	1	2
Vyskocil eq.5	0	0
Vyskocil eq.45	0	0
Vyskocil eq.47	0	0
Πολυωνυμικό	2	2
Φυσικό Λογαριθμικό	3	3
Επίπεδο Λογαριθμικό	4	2
ARMA covariance	0	1

Πίνακας 15-Κριτήριο απορριφθέντων σημείων ελέγχου σάρωσης

Οι παράμετροι που καθορίζουν εάν ένα σημείο περνά τον έλεγχο ή όχι φαίνονται στην εικόνα 41 γραμμές 53 και 54. Το επίπεδο σημαντικότητας ορίστηκε σε  $\alpha=0.01$ , ενώ ο

βαθμός ελευθερίας ποικίλλει ανάλογα με το μοντέλο. Στην παραπάνω εικόνα διαπιστώνουμε ότι κάποια από τα μοντέλα που είναι ικανοποιητικά είναι τα τρία πρώτα που είναι εκθετικά, τα μοντέλα Vyskocil eq45 και eq 47, καθώς και για άλλη μια φορά το ARMA covariance.

	Συντελεστής συσχέτισης χωρίς βάρη	Συντελεστής συσχέτισης με βάρη
Απλό εκθετικό	0,906	0,886
Εκθετικό	0,916	0,916
Gaussian	0,916	0,916
Hirvonen	0,916	0,917
Vyskocil eq.4	0,877	0,845
Vyskocil eq.5	0,794	0,663
Vyskocil eq.45	0,896	0,895
Vyskocil eq.47	0,903	0,901
Πολυωνυμικό	0,534	0,734
Φυσικό Λογαριθμικό	0,882	0,869
Επίπεδο Λογαριθμικό	0,882	0,873
ARMA covariance	0,967	0,956

Πίνακας 16-Κριτήριο συντελεστή συσχέτισης

Ο συντελεστής προσαρμογής (σχέση 5.25) παίρνει τιμές από 0 μέχρι 1. Ο μόνος όρος που διαφοροποιείται σε κάθε μοντέλο είναι το άθροισμα των διαφορών στο τετράγωνο των τιμών μοντέλου με εμπειρική συνάρτηση που βρίσκεται στην ρίζα της σχέσης. Όσο πιο μικρές αυτές οι διαφορές, τόσο καλύτερη η προσαρμογή του μοντέλου στην εμπειρική συνάρτηση, συνεπώς τόσο πιο μεγάλος θα είναι και ο συντελεστής. Την καλύτερη προσαρμογή και πάλι την έχει το μοντέλο ARMA covariance, ενώ μια λίγο χειρότερη προσαρμογή έχουν τα τρία πρώτα εκθετικά μοντέλα, καθώς και το επίπεδο μοντέλο Hirvonen.

Έχοντας παρατηρήσει πως συμπεριφέρονται όλα τα μοντέλα και στα τρία κριτήρια, ως συμπέρασμα παρατηρείται ότι το μοντέλο ARMA covariance ικανοποιεί την πλειοψηφία των κριτηρίων, ενώ έχει αισθητές διαφορές πάντα από τα υπόλοιπα. Επομένως αυτό το μοντέλο θα επιλεγεί ως το αναλυτικό μοντέλο που προσαρμόζεται βέλτιστα στην εμπειρική συνάρτηση.

Το κριτήριο του συντελεστή συσχέτισης υπολογίστηκε παράλληλα και με την χρήση του λογισμικού matlab (στην παρούσα περίπτωση octave) για επιβεβαίωση υπεροχής του μοντέλου ARMA έναντι των υπολοίπων. Το αποτέλεσμα φαίνεται παρακάτω:

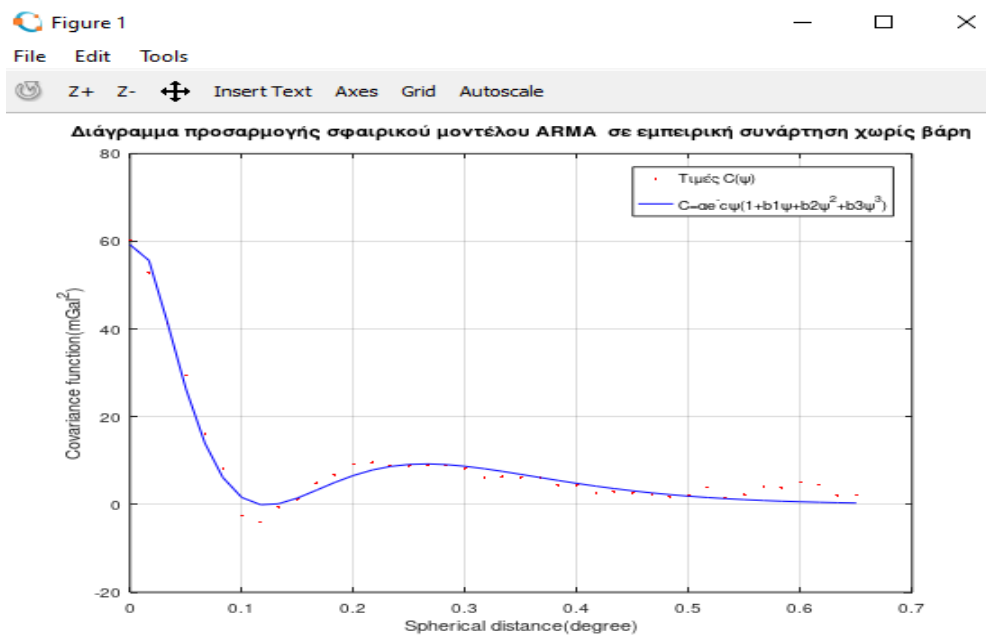
	Συντελεστής συσχέτισης matlab χωρίς βάρη	Συντελεστής συσχέτισης matlab με βάρη
Απλό εκθετικό	0,937	0,941
Εκθετικό	0,969	0,970
Gaussian	0,969	0,970
Hirvonen	0,942	0,950
Vyskocil eq.4	0,960	0,905
Vyskocil eq.5	0,763	0,645
Vyskocil eq.45	0,942	0,946
Vyskocil eq.47	0,969	0,970
Πολυωνυμικό	0,521	0,511
Φυσικό Λογαριθμικό	0,847	0,817
Επίπεδο Λογαριθμικό	0,847	0,845
ARMA covariance	0,990	0,982

Πίνακας 17-Κριτήριο συντελεστή συσχέτισης με χρήση matlab



### 5.3.3.4 Ανακεφαλαίωση και επιλογή βέλτιστου μοντέλου προσαρμογής

Πολύ σημαντικό κομμάτι σε μία διαδικασία είναι η κατανόηση του σκοπού της και η παράθεση των αποτελεσμάτων της. Η όλη διαδικασία ως σκοπό έχει την εύρεση μίας βέλτιστης αναλυτικής συνάρτησης όπου θα ικανοποιεί τα δεδομένα της περιοχής μελέτης, αλλά και κατ' επέκταση των γειτονικών περιοχών. Στην περίπτωση της παρούσας πτυχιακής, η περιοχή μελέτης είναι η περιοχή του νομού Αττικής, ενώ η αναλυτική αυτή συνάρτηση είναι η συνάρτηση ARMA covariance. Αυτό που εξασφαλίζει η συνάρτηση αυτή είναι ότι για οποιαδήποτε άλλα σημεία μετρηθούν στην Αττική, δεδομένου της μικρής μεταβολής στην τιμή της βαρύτητας και συνεπώς και της εμπειρικής συνάρτησης, η ARMA θα εφαρμόζεται κατά τον βέλτιστο τρόπο σε σύγκριση με οποιαδήποτε άλλη. Η προσαρμογή της είναι σχεδόν άρτια.



Εικόνα 66-Προσαρμογή ARMA στην περιοχή της Αττικής

	std χωρίς βάρη(mGal)	std με βάρη(mGal)
ARMA		4,419
	18,857	
	Συντελεστής συσχέτισης χωρίς βάρη	Συντελεστής συσχέτισης με βάρη
ARMA	0,967	0,956
	Απορριφθέντα σημεία χωρίς βάρη	Απορριφθέντα σημεία με βάρη
ARMA	0,000	1,000
	Συντελεστής συσχέτισης matlab χωρίς βάρη	Συντελεστής συσχέτισης matlab με βάρη
ARMA	0,990	0,982

Πίνακας 18-Συνοπτικά κριτήρια αξιολόγησης ARMA

## Κεφάλαιο 6-Συμπεράσματα

### 6.1 Συμπεράσματα

Η χρήση των στατιστικών – στοχαστικών μεθόδων στην προσέγγιση του πεδίου βαρύτητας και του γεωειδούς προϋποθέτει την αξιοποίηση των στατιστικών χαρακτηριστικών με παρατηρούμενων μετρήσεων βαρύτητας στην περιοχή μελέτης. Τα χαρακτηριστικά αυτά ενσωματώνονται στη συνάρτηση συμμεταβλητότητας των ανωμαλιών της βαρύτητας. Η εκτίμηση της τοπικής συνάρτησης συμμεταβλητότητας αποτελεί το πρώτο και βασικότερο βήμα για την εφαρμογή στατιστικών – στοχαστικών αλγορίθμων, όπως η σημειακή προσαρμογή. Για την αξιόπιστη εκτίμηση της συνάρτησης συμμεταβλητότητας απαιτούνται κατάλληλες προεπεξεργασίες στα αρχικά δεδομένα βαρύτητας, όπως η απομάκρυνση των χαμηλών συχνοτήτων ενός παγκόσμιου γεωδυναμικού μοντέλου και η κατάλληλη μοντελοποίηση της εγγύς τοπογραφίας.

Βασική παράμετρος στη σωστή χρήση μίας συνάρτησης συμμεταβλητότητας αποτελεί το μαθηματικό μοντέλο που θα χρησιμοποιηθεί για την προσαρμογή των παρατηρούμενων τιμών. Η αναλυτική, όπως ονομάζεται, συνάρτηση συμμεταβλητότητας μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια στους αλγορίθμους βέλτιστης πρόγνωσης. Στην παρούσα εργασία εξετάστηκαν οι μέθοδοι προεπεξεργασίας των αρχικών παρατηρήσεων βαρύτητας και δοκιμάστηκαν διαφορετικά αναλυτικά μοντέλα στην προσαρμογή των εμπειρικών τιμών της συνάρτησης συμμεταβλητότητας. Αξιοποιήθηκαν σημεία μετρήσεων σε όλη την έκταση της Αττικής, ενώ ακόμα χρησιμοποιήθηκαν και κάποιες θαλάσσιες μετρήσεις γειτονικές σε αυτήν. Οι μετρήσεις που υλοποιήθηκαν σε παλαιότερες πτυχιακές και ερευνητικές εργασίες αποδεικνύονται χρονοβόρες, λόγω της μεγάλης απόστασης των σημείων μεταξύ τους, αλλά και των διαταράξεων κατά την μετακίνηση του οργάνου. Το επόμενο σημείο που χρειάζεται προσοχή είναι η επίλυση στο γραφείο η οποία χωρίζεται σε δύο στάδια, προεπεξεργασία και επεξεργασία μετρήσεων. Στη διαδικασία της προεπεξεργασίας, οι πρωτογενείς μετρήσεις διορθώνονται από την επίδραση της δυναμικής ολίσθησης και δημιουργούνται οι τελικές ανωμαλίες βαρύτητας. Κατά την επεξεργασία των μετρήσεων, υπολογίζεται η εμπειρική συνάρτηση συμμεταβλητότητας και στη συνέχεια προσαρμόζεται σε ένα αναλυτικό μοντέλο. Για κάθε εμπειρική συνάρτηση, επιλέγεται το αντίστοιχο αναλυτικό μοντέλο, το οποίο προσαρμόζεται βέλτιστα στα δεδομένα. Στην παρούσα εργασία δοκιμάστηκαν πολλά διαφορετικά μοντέλα, τόσο σφαιρικής όσο και επίπεδης προσέγγισης και επιλέχθηκε το μοντέλο ARMA όπου προέκυψε από την βέλτιστη προσαρμογή του συγκριτικά πάντα με τα υπόλοιπα. Σημειώνεται ότι από τα πρωτογενή δεδομένα θα πρέπει να απομακρυνθούν, τόσο η επίδραση ενός παγκόσμιου γεωδυναμικού μοντέλου, όσο και η επίδραση της τοπογραφίας της περιοχής. Πρέπει να αφαιρούνται όσο το δυνατόν περισσότερα και ορθότερα ώστε το τελικό αποτέλεσμα να είναι απαλλαγμένο από επιδράσεις, ακριβές και αξιόπιστο. Μεγάλη είναι η σημασία της ορθής απομάκρυνσης των υψηλών και χαμηλών συχνοτήτων του πεδίου, γιατί τα τελικά ανηγμένα δεδομένα θα χρησιμοποιηθούν από τις στατιστικές – στοχαστικές τεχνικές προσέγγισης. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκαν τρία γεωδυναμικά μοντέλα υψηλής ανάπτυξης (EGM2008, XGM2019 και SSG-UTM-2) ως μοντέλα αναφοράς. Καλύτερα

αποτελέσματα αναγωγής προέκυψαν από την εφαρμογή του μοντέλου SSG-UTM-2 στη συγκεκριμένη βάση δεδομένων βαρύτητας.

Τέλος, πρέπει αναφερθεί ότι ο αριθμός των μετρημένων σημείων στην περιοχή της Αττικής είτε πρόκειται για σταθμούς αναφοράς(ΠΑΔΑ, Βάρη), είτε για τυχαία σημεία κρίνεται επαρκής ώστε να υλοποιηθεί η παρούσα εργασία και να μην προκύψει πρόβλημα. Ωστόσο, μία πύκνωση των μετρήσεων, ιδιαίτως στο ηπειρωτικό τμήμα της Αττικής θα ενδυνάμωνε την αντιπροσωπευτική στατιστική συμπεριφορά για το σύνολο της περιοχής.

## 6.2 Προτάσεις

Η επιλογή του βέλτιστου αναλυτικού μοντέλου της συνάρτησης συμμεταβλητότητας για την περιοχή της Αττικής βασίστηκε σε στατιστικά στοιχεία αξιολόγησης, όπως είναι η εκτίμηση της εκ των υστέρων μεταβλητότητας της εκτίμησης, ο συντελεστής συσχέτισης των τιμών της εμπειρικής συνάρτησης και του αναλυτικού μοντέλου και ο αντίστοιχος συντελεστής προσαρμογής. Εφαρμόστηκε, επίσης, ο στατιστικός έλεγχος της σάρωσης δεδομένων (data snooping) για την εκτίμηση της ποιότητας της προσαρμογής των παρατηρήσεων στα αναλυτικά μοντέλα.

Οι παραπάνω στατιστικές ποσότητες και έλεγχοι θα πρέπει να επιβεβαιωθούν εφαρμόζοντας τα αναλυτικά μοντέλα σε αλγορίθμους πρόγνωσης τιμών βαρύτητας και γεωειδούς. Η πρόγνωση τιμών βαρύτητας σε σημεία υπάρχουσών μετρήσεων θα συμβάλλει στην αξιολόγηση των δοκιμαζόμενων αναλυτικών μοντέλων.

Η χρήση διαφορετικών λογισμικών για την προεπεξεργασία, διόρθωση, αναγωγή και βέλτιστη προσαρμογή των αρχικών μετρήσεων καθυστερεί τη διαδικασία της επεξεργασίας. Προτείνεται, λοιπόν, η ενοποίηση των αλγορίθμων κάτω από μία ενιαία πλατφόρμα επεξεργασίας των πρωτογενών δεδομένων βαρύτητας. Για παράδειγμα, θα μπορούσε ίσως να δημιουργηθεί ένας αλγόριθμος για τις συνολικές αναγωγές των δεδομένων ή ακόμα και τον υπολογισμό της εμπειρικής συνάρτησης και την προσαρμογή της σε προτεινόμενα αναλυτικά μοντέλα.

Επειδή ο εντοπισμός της θέσης είναι πολύ σημαντικός για κάθε τοπογραφική διαδικασία, συνιστάται η υποχρεωτική τοποθέτηση δέκτη GNSS σε κάθε όργανο, ώστε παράλληλα για παράδειγμα με την μέτρηση περί βαρύτητας σημείου να μας επιστρέφει και φ, λ, h σε οποιοδήποτε σύστημα. Στην περίπτωση της παρούσας εργασίας το βαρυτήμετρο που χρησιμοποιήθηκε για την μέτρηση σημείων, διέθετε δέκτη GNSS ενσωματωμένο, ενώ για υψηλότερη ακρίβεια στον εντοπισμό χρησιμοποιήθηκε και γεωδαιτικός δέκτης GNSS.

Τέλος, σημαντική συνεισφορά στην αξιόπιστη λύση για το πεδίο βαρύτητας σε τοπικές προσεγγίσεις θα παρέχει η πύκνωση μετρήσεων βαρύτητας, ειδικότερα στις ηπειρωτικές εκτάσεις. Λόγω της χρονοβόρας διαδικασίας των επίγειων μετρήσεων, προτείνεται η διερεύνηση της χρήσης μη επανδρωμένων εναέρια οχημάτων (UAVs –

Unmanned Aerial Vehicles), η οποία σήμερα (2023) βρίσκεται σε πλήρη ερευνητική εξέλιξη.

## Κεφάλαιο 7- Βιβλιογραφία

### 7.1 Βιβλιογραφία

- 1) Ανδριτσάνος, Β. Δ. (2023) Προσωπική επικοινωνία
- 2) Ανδριτσάνος, Β. Δ. ,Σημειώσεις μαθήματος Βαρυτημετρίας
- 3) Ανδριτσάνος, Β. Δ. ,Σημειώσεις μαθήματος Φυσικής Γεωδαισίας
- 4) Απόστολος Δ. Χαβδούλας, Ναπολέον Χ. Τούσης, 2017, ΙΔΡΥΣΗ ΚΑΙ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΗ ΒΟΡΕΙΟΔΥΤΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ, Αθήνα
- 5) Αραμπέλος, Δ. Ν. και Η. Ζ. Τζιαβός (2007) « Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Εκδόσεις ΖΗΤΗ, 2007
- 6) Αριστείδης Ι. Φωτίου, Χρήστος Κ. Πικριδάς, (2012) « GPS και Γεωδαιτικές Εφαρμογές », Εκδόσεις ΖΗΤΗ
- 7)Γιαννίου, Μ. Σημειώσεις μαθήματος Εφαρμογές Δορυφορικού Εντοπισμού, ΠΑΔΑ
- 8) Δερμάνης, Α. , (1987) Συνορθώσεις παρατηρήσεων και θεωρία εκτίμησης(Τεύχος 1 και 2). Εκδόσεις ΖΗΤΗ. Θεσσαλονίκη
- 9) Δερμάνης, Α. , (1987) Συνορθώσεις παρατηρήσεων και θεωρία εκτίμησης(Τεύχος 2). Εκδόσεις ΖΗΤΗ. Θεσσαλονίκη
- 10) Κατσάμπαλος, Κ. Ε. και Η. Ν. Τζιαβός (1991) Φυσική Γεωδαισία. Εκδόσεις Ζήτη. Θεσσαλονίκη.
- 11) Μακρής Γεώργιος, 2021, ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗ ΝΟΤΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ, Αθήνα
- 12) Forsberg R (1987) A new covariance model for inertial gravimetry and gradiometry. J Geophys Res Solid Earth 92:1305–1310.  
<https://doi.org/10.1029/JB092iB02p01305>
- 13) Forsberg Rene, C.C. Tscherning, 2008, An overview manual for the GRAVSOF, 28
- 14) Hirvonen RA (1962) On the statistical analysis of gravity anomalies. Ohio State University, Institute of Geodesy, Photogrammetry and Cartography, report #19, 24 pp.

- 15) JORDAN S. K., 1972, Self-Consistent Statistical Models for the Gravity Anomaly, Vertical Deflections, and Undulation of the Geoid, *Journal of Geophysical Research*, 1-11
- 16) Kasper JF (1971) A second-order Markov gravity anomaly model. *J Geophys Res* 76:7844–7849. <https://doi.org/10.1029/JB076i032p07844>
- 17) Kearsley W (1977) Non-stationary estimation in gravity prediction problems. Ohio State University, Department of Geodetic Science, report #256, 63 pp.
- 18) Liang W.; Li J.; Xu, X; Zhang, S.; Zhao, Y. 2020: **A High-Resolution Earth's Gravity Field Model SGG-UGM-2 from GOCE, GRACE, Satellite Altimetry, and EGM2008.** *Engineering*, 860-878. doi: [10.1016/j.eng.2020.05.008](https://doi.org/10.1016/j.eng.2020.05.008).
- 19) ModernGravNet, 2020, Εκσυγχρονισμός του Ελληνικού Δικτύου Βαρύτητας, Θεσσαλονίκη.
- 20) Moritz, H. (1980) *Advanced Physical Geodesy*. Wichmann eds. Karlsruhe.
- 21) Pavlis, N.K, Holmes, S.A, Kenyon, S.C, Factor, J.K., **The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)**; *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (1978-2012) Volume 117, B04406, 2012. <https://doi.org/10.1029/2011JB008916> , 2012.
- 22) Sandwell D. T., H. Harper, B. Tozer and W. H. F. Smith (2019) Gravity field recovery from geodetic altimeter missions. *Advances in Space Research*, in press, available online at [www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com).
- 23) Schubert T, Brockmann JM, Korte J, Schuh W-D (2021) On the family of covariance functions based on ARMA models. *Eng Proc* 5:37. <https://doi.org/10.3390/engproc2021005037>
- 24) Shaw L, Paul I, Henrikson P (1969) Statistical models for the vertical deflection from gravity-anomaly models. *J Geophys Res* 74:4259–4265. <https://doi.org/10.1029/JB074i017p04259>
- 25) C.C. Tscherning, 1973, EMPCOV, Program empirical covariance functions, 4-5
- 26) Vyskočil V (1970) On the covariance and structure functions of the anomalous gravity field. *Stud Geophys Geod* 14:174–177. <https://doi.org/10.1007/BF02585616>
- 27) Zingerle, P., Pail, R., Gruber, X. Oikonomidou. The combined global gravity field model XGM2019e. *J Geod* **94**, 66 (2020). <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0>

## 7.2 Ιστότοποι

1) <http://mycourses.ntua.gr/courses/SURVEY1081/document/%D3%E7%EC%E5%E9%F9%F3%E5%E9%F2-%CC%E1%E8%E7%EC%E1%F4%EF%F2.pdf>

2) <https://eclass.teicrete.gr/modules/document/file.php/TD103/2.%20%CE%A0%CE%A1%CE%9F%CE%A3%CE%98%CE%95%CE%A4%CE%91%20%CE%92%CE%9F%CE%97%CE%98%CE%97%CE%9C%CE%91%CE%A4%CE%91/GPS/6.pdf>

3) [http://mycourses.ntua.gr/courses/SURVEY1126/document/%EC%DC%E8%E7%EC%E1\\_12\\_01\\_2021.pdf](http://mycourses.ntua.gr/courses/SURVEY1126/document/%EC%DC%E8%E7%EC%E1_12_01_2021.pdf)

4) [https://opencourses.auth.gr/modules/document/file.php/OCRS374/%CE%A0%CE%B1%CF%81%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%AC%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82/Open\\_Courses\\_pres05.pdf](https://opencourses.auth.gr/modules/document/file.php/OCRS374/%CE%A0%CE%B1%CF%81%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%AC%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82/Open_Courses_pres05.pdf)

5) [https://www.epncb.oma.be/\\_productsservices/coord\\_trans/](https://www.epncb.oma.be/_productsservices/coord_trans/)

6) <http://icgem.gfz-potsdam.de/calcpoints>

7) [https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%92%CE%B1%CF%81%CF%85%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C\\_%CF%80%CE%B5%CE%B4%CE%AF%CE%BF](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%92%CE%B1%CF%81%CF%85%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C_%CF%80%CE%B5%CE%B4%CE%AF%CE%BF)

8) <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%93%CE%B5%CF%89%CE%B5%CE%B9%CE%B4%CE%AD%CF%82>

9) [https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%95%CE%BB%CE%BB%CE%B5%CE%B9%CF%88%CE%BF%CE%B5%CE%B9%CE%B4%CE%AD%CF%82\\_%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%AC%CF%82](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%95%CE%BB%CE%BB%CE%B5%CE%B9%CF%88%CE%BF%CE%B5%CE%B9%CE%B4%CE%AD%CF%82_%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%AC%CF%82)

10) <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%92%CE%B1%CF%81%CF%8D%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1>

11) <https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO190&openDir=/5ce2d3bc5ZhA>

12) [https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CE%B3%CF%89%CE%B3%CE%B7+bouguer&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjnuor03cT\\_AhVgR\\_EDHTslAdUQ0pQJegQICRAB&biw=1920&bih=955&dpr=1#imgrc=KI\\_cugRS54UW4M](https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&q=%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CE%B3%CF%89%CE%B3%CE%B7+bouguer&tbm=isch&sa=X&ved=2ahUKEwjnuor03cT_AhVgR_EDHTslAdUQ0pQJegQICRAB&biw=1920&bih=955&dpr=1#imgrc=KI_cugRS54UW4M)

13) <https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO245&openDir=/5e8c4d961Jxu>

14) <https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=GEO200&openDir=/634be270UQRt>

15) <https://georeva.eu/en/produit/cg-5-autograv-gravity-meter/>



16) <http://olimpia.topo.auth.gr/moderngravnet/>

17) <https://labgeo.uniwa.gr/gpsstation/>