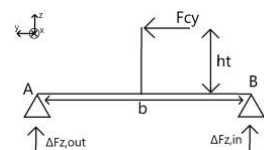
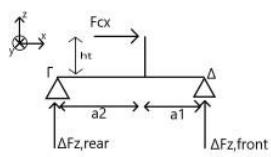


Διπλωματική εργασία

Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών  
Τομέας Κατασκευών

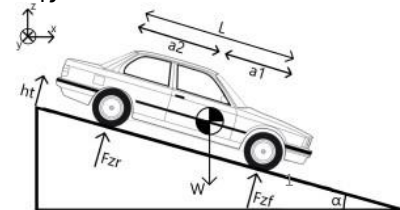
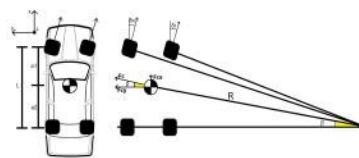
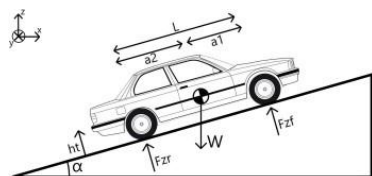
# ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΣΕ ΤΡΕΙΣ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ

Δημιουργία μοντέλου οχήματος με το σύνολο των επενεργούντων δυνάμεων σε αυτό



Εκπόνηση : Νικολάου Μάριος Α.Μ. 18392075

Επίβλεψη : Δρ. Αντώνιος Δ. Τσολάκης



Η παρούσα διπλωματική εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την τριμελή εξεταστική επιτροπή, η οποία ορίστηκε από την Γ.Σ. του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, σύμφωνα με το νόμο και τον εγκεκριμένο Οδηγό Σπουδών του τμήματος.

**Επιβλέπων: Δρ. Αντώνιος Δ. Τσολάκης**

**Επιτροπή Αξιολόγησης:**

Δρ. Αντώνιος Δ. Τσολάκης	Δρ. Κωνσταντίνος Ράπτης	Βασίλειος Σαγιάς

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΜΑΡΙΟΣ του ΓΕΩΡΓΙΟΥ, με αριθμό μητρώου 18392075 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο Δηλών



## Περίληψη

Η συγκεκριμένη διπλωματική εργασία εξετάζει τις δυνάμεις που επενεργούν σε ένα όχημα σε τρεις διαστάσεις. Αρχικά στο πρώτο κεφάλαιο θέτονται ο σκοπός της εργασίας, δηλαδή τι είναι αυτό το οποίο πραγματεύεται η εργασία και οι στόχοι με τους οποίους θα επιτευχθεί. Στο δεύτερο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά του συστήματος συντεταγμένων πάνω με το οποίο θα γίνει η μελέτη του οχήματος. Επίσης, δημιουργείται το μαθηματικό μοντέλο, δηλαδή οι εξισώσεις οι οποίες χρησιμοποιούνται για την εύρεση των απαιτούμενων μεγεθών, ξεκινώντας με το να θέσουμε τα μεγέθη τα οποία θα απαρτίσουν τις εξισώσεις αυτές και τέλος την αναλυτική εύρεση των εξισώσεων αυτών. Στο τρίτο κεφάλαιο γίνονται οι υπολογιστικές εφαρμογές, δηλαδή αριθμητικά παραδείγματα με μικρές μεταβολές στα μεγέθη από περίπτωση σε περίπτωση ώστε να δημιουργούνται αλλαγές άξιες προς αξιολόγηση και σχολιασμό. Στο τέταρτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των υπολογιστικών εφαρμογών σε γραφήματα και γίνεται εκτενέστερος σχολιασμός των συμπερασμάτων που προκύπτουν και ενδιαφέρουσες παρατηρήσεις.

## Λέξεις κλειδιά

διαθέσιμη πρόσφυση, απαιτούμενη πρόσφυση, αντιδράσεις εδάφους, μαθηματικό μοντέλο, σενάρια περιπτώσεων

## Summary

This thesis examines the forces acting on a vehicle in three dimensions. Initially, the purpose of the work is set in the first chapter, i.e. what is the work dealing with and the goals with which it will be achieved. In the second chapter, reference is made to the coordinate system on which the vehicle will be studied. Also, the mathematical model is created, i.e. the equations that are used to find the required quantities, starting with setting the quantities that will make up these equations and finally the analytical finding of these equations. In the third chapter, the computational applications are made, i.e. numerical examples with small changes in the sizes from case to case in order to create changes worthy of evaluation and comment. In the fourth and last chapter, the results of the computational applications are presented in graphs and a more extensive commentary on the resulting conclusions and interesting observations is made.

## Key words

available traction, required traction, ground reactions, mathematical model, case scenarios

## Περιεχόμενα

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ.....	3
<b>Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....</b>	<b>7</b>
1.1 Σκοπός της εργασίας.....	7
1.2 Στόχοι.....	7
<b>Κεφάλαιο 2: Ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου.....</b>	<b>8</b>
2.1 Σύστημα συντεταγμένων.....	8
2.2 Ανάλυση μεγεθών σε πίνακα.....	9
2.3 Εξισώσεις με σχήματα.....	10
2.4 Υπολογισμός ύψους κέντρου μάζας.....	10
2.5 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών του οχήματος σε ηρεμία.....	11
2.5.1 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών όσο το όχημα βρίσκεται σε ηρεμία σε οριζόντιο οδόστρωμα.....	11
2.5.2 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών όσο το όχημα βρίσκεται σε ηρεμία σε ανηφορικό οδόστρωμα.....	12
2.5.3 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών όσο το όχημα βρίσκεται σε ηρεμία σε κατηφορικό οδόστρωμα.....	13
2.6 Το όχημα κατά την στροφή.....	15
2.7 Προσθήκη κέντρου μάζας στο μοντέλο του οχήματος.....	15
2.8 Εύρεση κατακόρυφων αντιδράσεων στους τροχούς σε στροφή.....	16
2.8.1 Εύρεση κατακόρυφων αντιδράσεων στους τροχούς με την επίδραση της $F_{cy}$ .....	16
2.8.2 Εύρεση κατακόρυφων αντιδράσεων στους τροχούς με την επίδραση της $F_{cx}$ .....	17
2.9 Αντιστάσεις κατά την κίνηση και έλεγχος δυνατότητας κίνησης του οχήματος.....	19
2.9.1 Απαιτούμενη πρόσφυση για την κίνηση.....	19
2.9.2 Απαιτούμενη πρόσφυση κατά την πέδηση.....	20
<b>Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικές εφαρμογές.....</b>	<b>22</b>
3.1 Αριθμητικά παραδείγματα.....	22
<b>Κεφάλαιο 4: Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα.....</b>	<b>38</b>
4.1 Παρουσίαση διαγραμμάτων.....	38
4.2 Γενικές παρατηρήσεις και σχόλια.....	54
<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>54</b>

## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

### 1.1 Σκοπός της εργασίας

Σκοπός της εργασίας είναι η μελέτη των κάθετων αντιδράσεων των τροχών ενός οχήματος (αυτοκινήτου) από το έδαφος, καθώς αυτό βρίσκεται σε μία στροφή. Είναι ενδιαφέρον το θέμα καθώς τα αυτοκίνητα με οποιαδήποτε μορφή ενέργειας και αν χρειάζονται για να κινηθούν, σίγουρα θα είναι για πολλά χρόνια ακόμα στη ζωή του ανθρώπου καθώς οι μετακινήσεις είναι ένα αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινότητάς του. Συνεπώς, η ανάγκη για εξέλιξη και βελτιστοποίηση θα συνεχιστεί στο μέλλον κατά την παραγωγή νέων μοντέλων αυτοκινήτων.

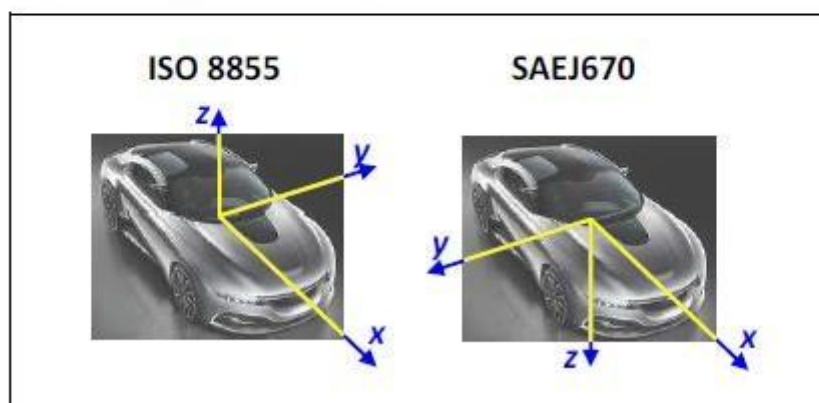
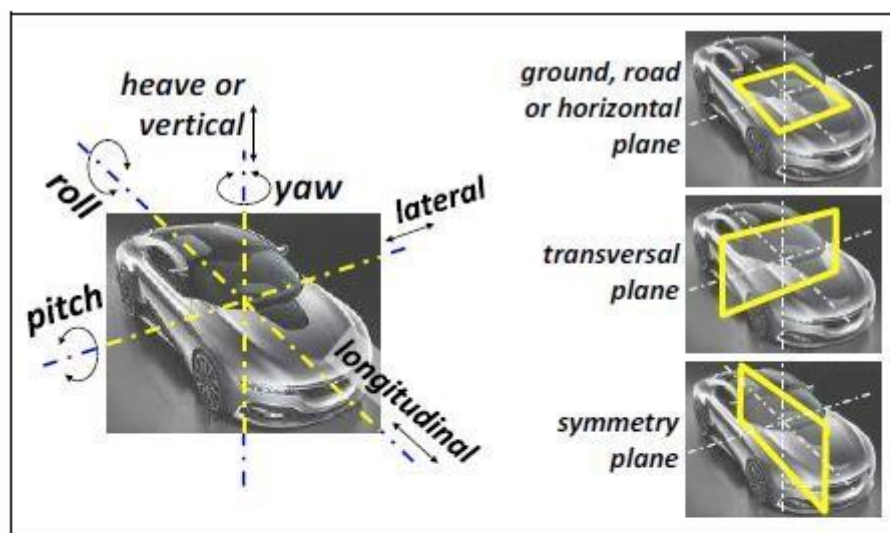
### 1.2 Στόχοι

- Εύρεση των αρχικών αντιδράσεων των τροχών όσο το όχημα βρίσκεται σε ηρεμία σε οριζόντιο και κεκλιμένο επίπεδο
- Εύρεση των νέων αντιδράσεων των τροχών καθώς το όχημα στρίβει και επιδρά η φυγόκεντρος δύναμη
- Σύγκριση μεταξύ της διαθέσιμης και απαιτούμενης πρόσφυσης σε κάθε τροχό

## Κεφάλαιο 2: Ανάπτυξη μαθηματικού μοντέλου

### 2.1 Σύστημα συντεταγμένων

Για την εύρεση των νέων αντιδράσεων των τροχών καθώς το όχημα στρίβει και επιδρά η φυγόκεντρος δύναμη απαιτείται να δουλέψουμε με βάση κάποιο σύστημα αναφοράς. Ένα τέτοιο είναι το πρότυπο ISO8855 με βάση το οποίο θα γίνει η μελέτη του οχήματος κατά την στροφή.



Σχ. 2.1. Βαθμοί ελευθερίας οχήματος και κύρια επίπεδα, σύστημα συντεταγμένων (ISO 8855 αριστερά και SAEJ670 δεξιά)



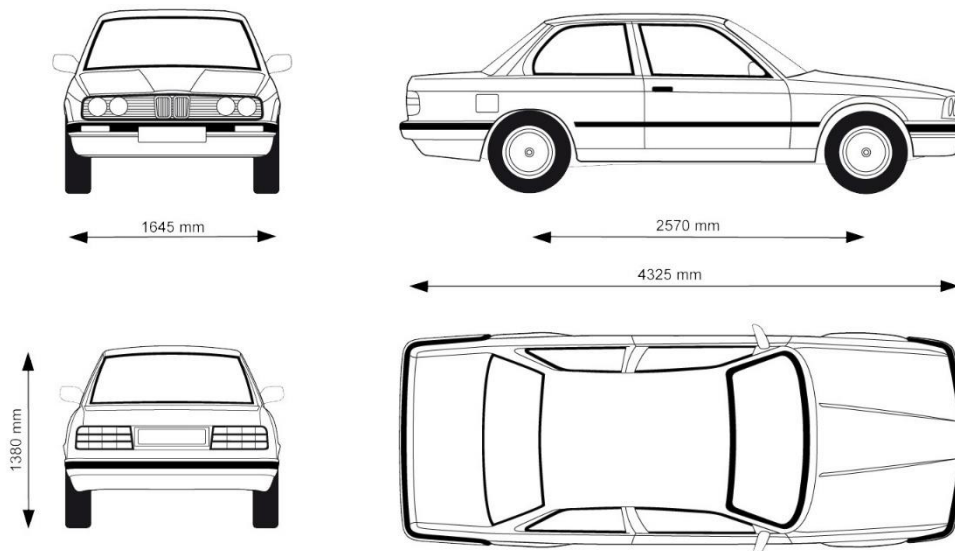
## 2.2 Ανάλυση μεγεθών σε πίνακα

Ο παρακάτω πίνακας περιέχει όλα τα μεγέθη που θα χρησιμοποιήθηκαν για την δημιουργία του μαθηματικού μοντέλου.

Συμβολισμός, (Μονάδες)	Ονομασία
$F_{zf,out}$ (N)	Κάθετη αντίδραση στον εμπρόσθιο εξωτερικό τροχό
$F_{zf,in}$ (N)	Κάθετη αντίδραση στον εμπρόσθιο εσωτερικό τροχό
$F_{zr,out}$ (N)	Κάθετη αντίδραση στον πίσω εξωτερικό τροχό
$F_{zr,in}$ (N)	Κάθετη αντίδραση στον πίσω εσωτερικό τροχό
L (mm)	Μεταξόνιο
W (N)	Βάρος
b (mm)	Μετατρόχιο
ht (mm)	Ύψος κέντρου μάζας
Cd	Αεροδυναμικός συντελεστής
Cv	Βοηθητικός Αεροδυναμικός συντελεστής
A (m <sup>2</sup> )	Μετωπική επιφάνεια
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Πυκνότητα αέρα
a1	Εμπρός ποσοστό κατανομής βάρους
a2	Πίσω ποσοστό κατανομή βάρους
Fc (N)	Φυγόκεντρο δύναμη
Fcx (N)	Συνιστώσα φυγόκεντρου δύναμης
Fcy (N)	Συνιστώσα φυγόκεντρου δύναμης
$\delta$ (deg)	Γωνία στροφής
$\alpha$ (deg)	γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο
u (m/s)	Ταχύτητα οχήματος
$\mu_0$	Συντελεστής τριβής κύλισης
$\mu_{dp}$	Συντελεστής διαμήκους τριβής
R (m)	Ακτίνα στροφής
g (m/s <sup>2</sup> )	Επιτάχυνση βαρύτητας
$\gamma$ (m/s <sup>2</sup> )	Επιτάχυνση οχήματος
F.tr (N)	Διαθέσιμη πρόσφυση σε κάθε τροχό
Fx (N)	Απαιτούμενη πρόσφυση για την κίνηση του οχήματος
Fb (N)	Απαιτούμενη πρόσφυση για την πέδηση του οχήματος

### 2.3 Εξισώσεις με σχήματα

Το όχημα πάνω στο οποίο θα γίνει η μελέτη είναι το BMW 318is 1990, όμως ισχύει για όλα τα τετράτροχα οχήματα αλλά θα γίνουν αριθμητικά παραδείγματα για το συγκεκριμένο.



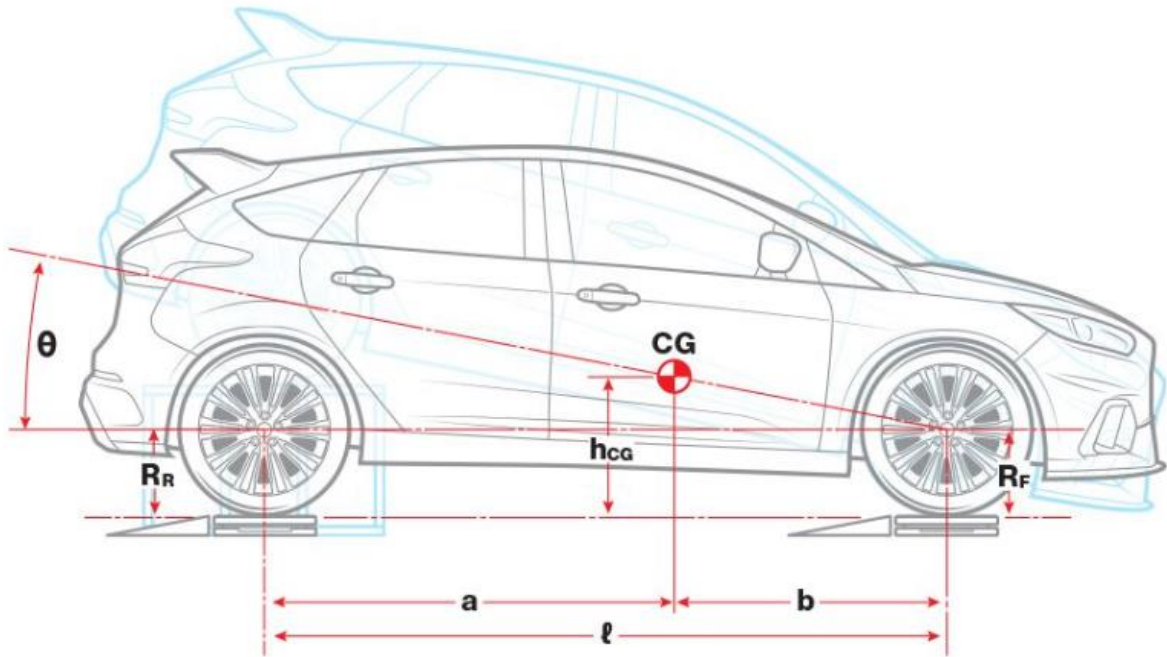
Σχ. 2.2. Μοντέλο οχήματος

### Χαρακτηριστικά οχήματος

Βάρος (kg)	1132
Μεταξόνιο, L (mm)	2570
Μετατρόχιο, b (mm)	1645
Ύψος κέντρου μάζας, ht (mm)	1000
Κατανομή βάρους, μπροστά/πίσω %	53.3/46.7
Αεροδυναμικός συντελεστής, Cd	0.38
Μετωπική επιφάνεια, A (m <sup>2</sup> )	2

### 2.4 Υπολογισμός ύψους κέντρου μάζας

Ένα χαρακτηριστικό που σχεδόν ποτέ δεν δημοσιοποιούν οι κατασκευαστές για τα οχήματά τους είναι το ύψος του κέντρου μάζας του οχήματος. Είναι σύνηθες να παρέχεται όμως η κατανομή του βάρους στον εμπρός και πίσω άξονα αν και είναι πολύ εύκολο να μετρηθεί με ζυγούς απλά και μόνο τοποθετώντας τον μπροστά άξονα του οχήματος και έπειτα τον πίσω. Παρακάτω θα δούμε πώς θα λάβουμε υπόψη την θέση του κέντρου μάζας ως προς τον διαμήκη άξονα του στον υπολογισμό των κάθετων δυνάμεων για επίπεδη κατάσταση αλλά και κατάσταση ανωφέρειας.



Σχ. 2.3. Σχήμα προς υπολογισμό ύψους κέντρου μάζας

Ξεκινάμε μετρώντας τα ύψη των αξόνων πίσω και μπροστά αντίστοιχα ( $R_R$  και  $R_F$  στον παρακάτω τύπο). Μετράμε το βάρος του αυτοκίνητου σε επίπεδο έδαφος ( $W$ ). Γνωρίζοντας το μεταξόνιο ( $l$ ) και την κατανομή βάρους, μπορούμε να υπολογίσουμε τη διαμήκη θέση του κέντρου βάρους ( $CG$ ) άρα και τα μήκη ( $a$ ) και ( $b$ ). Στη συνέχεια, ανυψώνοντας το πίσω μέρος του οχήματος, ζυγίζουμε τον μπροστινό άξονα ( $W_F$ ) σε αυτήν την κεκλιμένη θέση. Η γωνία ( $\theta$ ) μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας το τρίγωνο που σχηματίζεται από το μεταξόνιο και το ύψος που ανυψώθηκε ο πίσω άξονας. Η σύνδεση όλων αυτών περιέχεται στον ακόλουθο τύπο και δίνει το ύψος κέντρου μάζας  $CG$ :

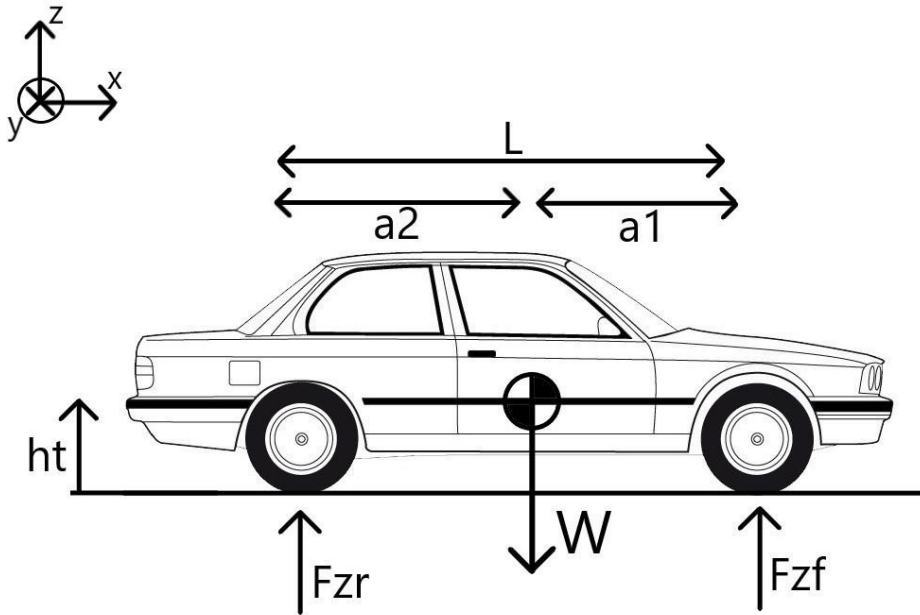
$$h_{CG} = R_F \left( \frac{a}{l} \right) + R_R \left( \frac{b}{l} \right) + \left( \frac{W_F - W}{W \tan \theta} \right) \quad (1)$$

Οι συμβολισμοί που χρησιμοποιήθηκαν στην εύρεση του ύψους κέντρου μάζας δεν αντιστοιχούν παρακάτω για τον υπολογισμό των υπόλοιπων μεγεθών. Ωστόσο επειδή δεν είχαμε την δυνατότητα να ακολουθήσουμε αυτήν την διαδικασία μέτρησης χρησιμοποιήσαμε μια λογική τιμή για ύψος κέντρου μάζας, 1000mm.

## 2.5 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών του οχήματος σε ηρεμία

### 2.5.1 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών όσο το όχημα βρίσκεται σε ηρεμία σε οριζόντιο οδόστρωμα

Όταν ένα όχημα βρίσκεται σε επίπεδη κατάσταση και δεν επιδρά κάποια δύναμη σε αυτό, (ή η δύναμη είναι σταθερή και δεν μεταβάλλει την επιτάχυνσή του) τότε γνωρίζοντας την θέση του κέντρου βάρους ως προς τον διαμήκη άξονα και το ίδιο βάρος του οχήματος, μπορεί να υπολογισθεί η κατανομή βάρους ανάμεσα στον μπροστά και πίσω άξονά του.



Σχ. 2.4. Πλάγια όψη οχήματος σε ηρεμία με τις αντιδράσεις από το έδαφος σημειωμένες σε κάθε τροχό

Υπολογισμός κάθετων δυνάμεων κάτω από κάθε μπροστινό και πίσω τροχό:

**Απόδειξη.** Ας θεωρήσουμε το όχημά μας συμμετρικό. Αυτό είναι δυνατόν να μοντελοποιηθεί ως διαξονικό όχημα ισοδύναμο με μια απολύτως στερεά δοκό δύο στηρίξεων. Η κατακόρυφη δύναμη στους μπροστά και πίσω τροχούς προσδιορίζεται από τις δύο γνωστές εξισώσεις στατικής ισορροπίας:

$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

Αν γράψουμε τις παραπάνω εξισώσεις ως

$$2F_{zf} + 2F_{zr} - W = 0 \quad (2)$$

$$-2F_{zf} \cdot a_1 + 2F_{zr} \cdot a_2 = 0 \quad (3)$$

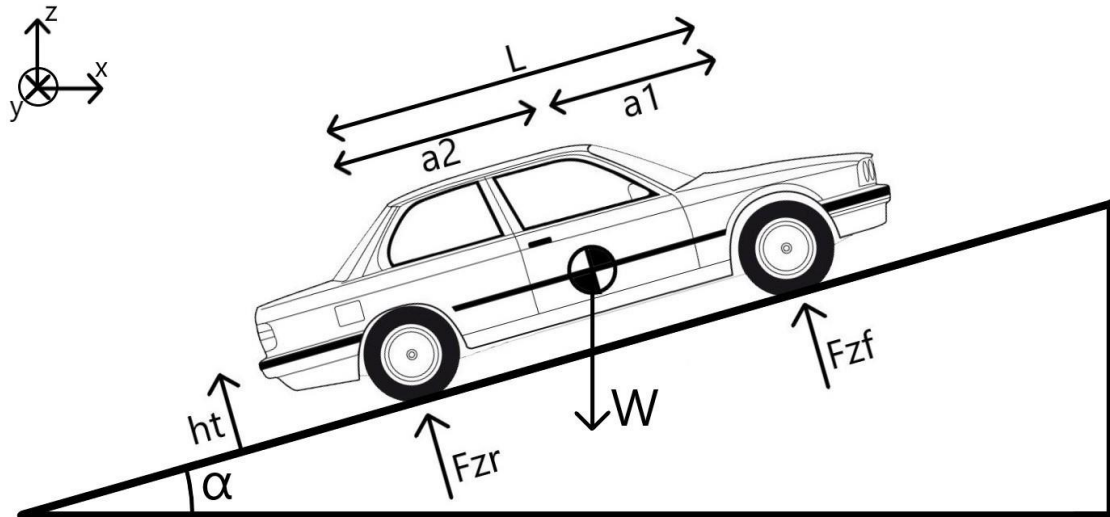
βρίσκουμε από την επίλυση του συστήματος τους, τις ζητούμενες αντιδράσεις

$$F_{zf} = W \cdot \frac{a_2}{a_1 + a_2} = \frac{W \cdot a_2}{2L} \quad (4)$$

$$F_{zr} = W \cdot \frac{a_1}{a_1 + a_2} = \frac{W \cdot a_1}{2L} \quad (5)$$

### 2.5.2 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών όσο το όχημα βρίσκεται σε ηρεμία σε ανηφορικό οδόστρωμα

Για το όχημα έχει ληφθεί η παραδοχή πως δεν είναι σταθμευμένο επομένως επιδρά κάποια δύναμη σε αυτό, (η δύναμη είναι σταθερή και δεν μεταβάλλει την επιτάχυνσή του). Αντίστοιχα γίνεται και η εύρεση της κατανομής σε αυτήν την περίπτωση μόνο που λαμβάνεται η κάθετη ως προς το οδόστρωμα συνιστώσα του βάρους για τον υπολογισμό της κατανομής του βάρους του.



Σχ. 2.5. Πλάγια όψη επικλινούς οχήματος με τις αντιδράσεις από το έδαφος σημειωμένες σε κάθε τροχό

Απόδειξη :

$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

βρίσκουμε

$$2 \cdot F_{zf} + 2 \cdot F_{zr} - W \cdot \cos \alpha = 0 \quad (6)$$

$$-2 F_{zf} \cdot a_1 + 2 F_{zr} \cdot a_2 = 0 \quad (7)$$

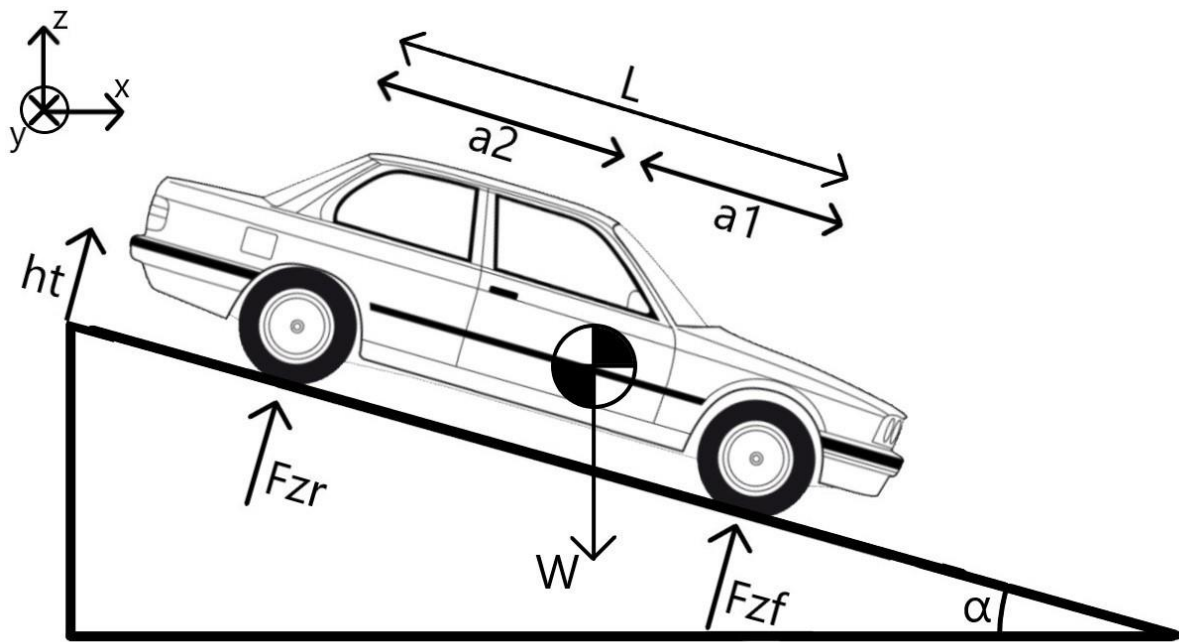
Από το σύστημα των εξισώσεων προκύπτει

$$F_{zf} = \frac{1}{L} \cdot \frac{[a_2 \cdot W \cdot \cos \alpha - ht \cdot (W \cdot \sin \alpha)]}{2} \quad (8)$$

$$F_{zr} = \frac{1}{L} \cdot \frac{[a_1 \cdot W \cdot \cos \alpha + ht \cdot (W \cdot \sin \alpha)]}{2} \quad (9)$$

### 2.5.3 Εύρεση των αντιδράσεων των τροχών όσο το όχημα βρίσκεται σε ηρεμία σε κατηφορικό οδόστρωμα

Όπως και με την προηγούμενη περίπτωση έχει ληφθεί η παραδοχή πως δεν είναι σταθμευμένο επομένως επιδρά κάποια δύναμη σε αυτό, (η δύναμη είναι σταθερή και δεν μεταβάλλει την επιτάχυνσή του). Αντίστοιχα γίνεται και η εύρεση της κατανομής σε αυτήν την περίπτωση μόνο που λαμβάνεται η κάθετη ως προς το οδόστρωμα συνιστώσα του βάρους για τον υπολογισμό της κατανομής του βάρους του.



Σχ. 2.6. Πλάγια όψη επικλινούς οχήματος με τις αντιδράσεις από το έδαφος σημειωμένες σε κάθε τροχό

Απόδειξη.

$$\sum F_z = 0$$

$$\sum M_y = 0$$

βρίσκουμε

$$2 \cdot F_{zf} + 2 \cdot F_{zr} - W \cdot \cos \alpha = 0 \quad (10)$$

$$-2 F_{zf} \cdot a_1 + 2 F_{zr} \cdot a_2 = 0 \quad (11)$$

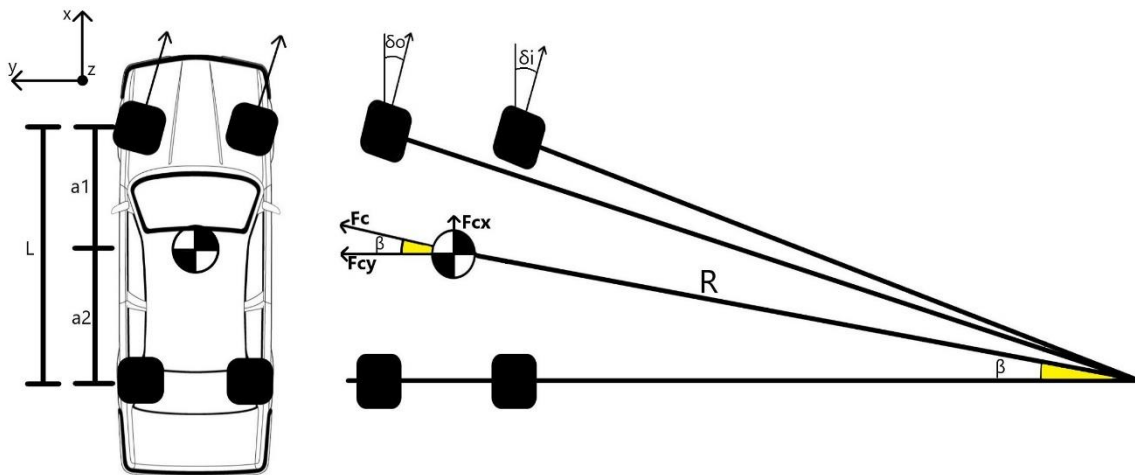
Από το σύστημα των εξισώσεων προκύπτει

$$F_{zf} = \frac{1}{L} \cdot \frac{[a_2 \cdot W \cdot \cos \alpha + ht \cdot (W \cdot \sin \alpha)]}{2} \quad (12)$$

$$F_{zr} = \frac{1}{L} \cdot \frac{[a_1 \cdot W \cdot \cos \alpha - ht \cdot (W \cdot \sin \alpha)]}{2} \quad (13)$$

Έπειτα από τον υπολογισμό των κάθετων δυνάμεων κάτω από κάθε τροχό, θα συμπεριλάβουμε την επίδραση που έχει η φυγόκεντρος δύναμη ( $F_c$ ) στο όχημα καθώς αυτό στρίβει και αλλάζουν οι κατανομές των δυνάμεων στους τροχούς. Πιο συγκεκριμένα μέρος των δυνάμεων αυτών μετατοπίζεται από τους εσωτερικούς προς τους εξωτερικούς τροχούς και ένα πολύ μικρότερο από τους πίσω προς τους μπροστά. Χρειάζεται λοιπόν να λάβουμε υπόψη την γωνία στροφής για τον προσδιορισμό της ακτίνας στροφής. Έχοντας αυτά τα δεδομένα συνεχίζουμε στον υπολογισμό της γωνίας  $\beta$ , όπου με χρήση του γεωμετρικού τεχνάσματος των όμοιων τριγώνων η γωνία μεταφέρεται στις συνιστώσες και τέλος γίνεται ο υπολογισμός τους.

## 2.6 Το όχημα κατά την στροφή



Σχ. 2.7. Κάτοψη οχήματος κατά την στροφή

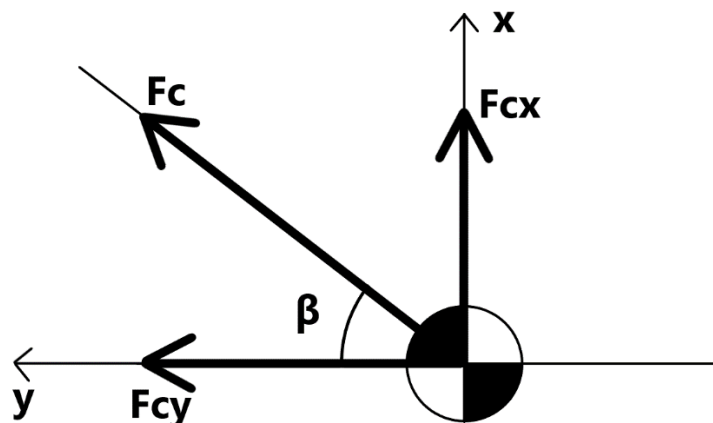
## 2.7 Προσθήκη κέντρου μάζας στο μοντέλο του οχήματος

$$\cot\delta = \frac{\cot\delta_o + \cot\delta_i}{2} \quad (14)$$

$$R = \sqrt{a_2^2 + l^2 * \cot^2\delta} \quad (15)$$

$$\sin\beta = \frac{a_2}{R} \quad (16)$$

Για την γωνία στροφής δεν λαμβάνουμε υπόψη το πώς προκύπτει από τις  $\delta_o$  και  $\delta_i$  καθώς αυτό καθορίζεται από τον εκάστοτε κατασκευαστή οχήματος. Εμείς λάβαμε μία τυπική γωνία στροφής για κινούμενο όχημα.



Σχ. 2.8. Επίδραση της φυγόκεντρου δύναμης στο κέντρο βάρους του οχήματος καθώς στρίβει

Με ανάλυση της  $F_c$  προκύπτουν οι συνιστώσες  $F_{cx}$  και  $F_{cy}$  :

$$F_c = \frac{m * u^2}{R} \quad (17)$$

$$F_{cx} = F_c * \sin\beta \quad (18)$$

$$F_{cy} = F_c * \cos\beta \quad (19)$$

Όσο αναφορά τις κάθετες δυνάμεις στους τροχούς και το πώς αυτές κατανέμονται κατά την στροφή, ο υπολογισμός τους γίνεται σαν ένα απλό πρόβλημα Μηχανικής με φορέα (ράβδο) όπου οι στηρίξεις είναι στην περίπτωση μας οι κάθετες δυνάμεις στους τροχούς. Έτσι εξετάζονται δύο περιπτώσεις, η μία κοιτώντας το όχημα από την πίσω όψη που επιδρά η  $F_{cy}$ , όπου και παρατηρείται η μεγαλύτερη μεταβολή από τους εσωτερικούς τροχούς προς τους εξωτερικούς και η άλλη κοιτώντας το όχημα από την πλάγια όψη όπου επιδρά η  $F_{cx}$  που έχουμε πολύ μικρή μεταβολή από τους πίσω προς τους μπροστά τροχούς.

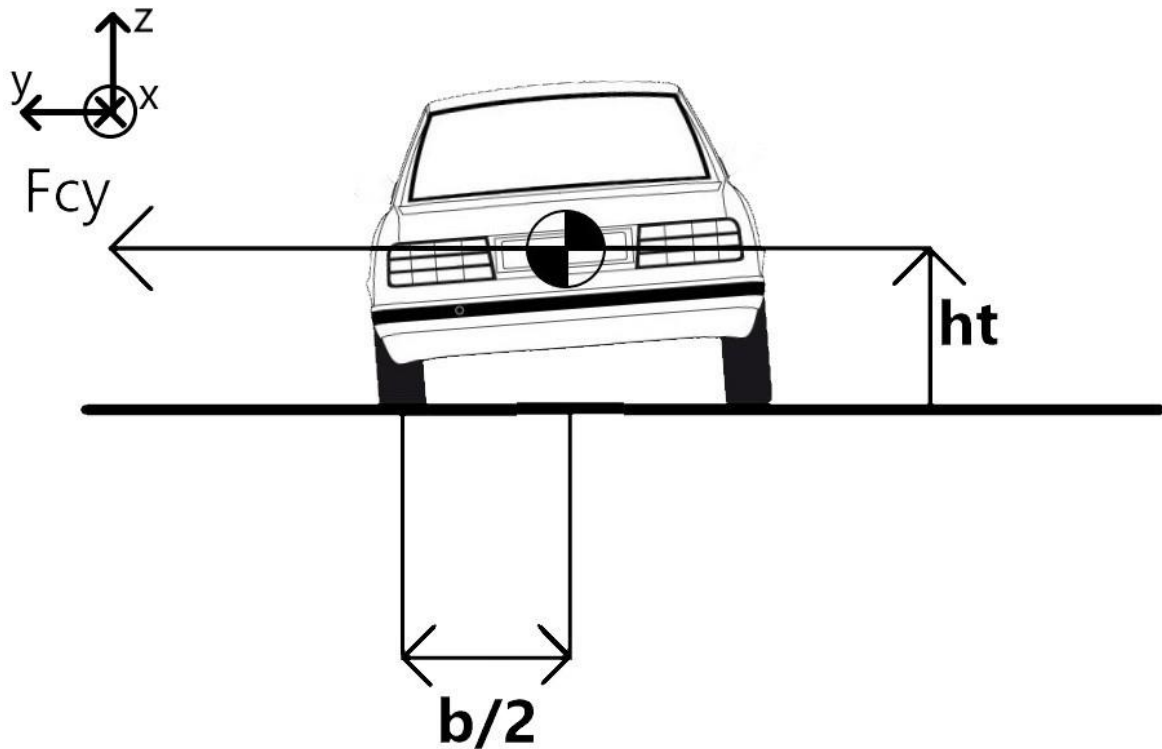
Λειτουργήσαμε με μεταβολές από τροχό σε τροχό, έτσι ώστε με απλή άθροιση των δυνάμεων να προκύπτει το μέτρο της δύναμης σε κάθε τροχό.

## 2.8 Εύρεση κατακόρυφων αντιδράσεων στους τροχούς σε στροφή

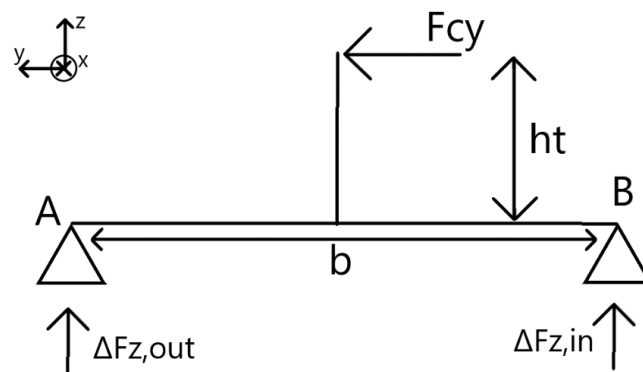
### 2.8.1 Εύρεση κατακόρυφων αντιδράσεων στους τροχούς με την επίδραση της $F_{cy}$

Η κυριότερη επίδραση της φυγόκεντρος δύναμης προκαλεί την μεταφορά του βάρους από τους εσωτερικούς προς τους εξωτερικούς τροχούς. Το φαινόμενο αυτό είναι εύκολο να το αντιληφθούμε όταν κινούμαστε με ένα όχημα και αυτό ετοιμάζεται να εισέλθει σε μία στροφή όπου νιώθουμε μία δύναμη να μας σπρώχνει αντίθετα από την φορά της στροφής που διέρχεται το όχημα. Αυτή είναι και η φυγόκεντρος δύναμη. Όμως αυτό που δεν μπορούμε να αντιληφθούμε σαν επιβάτες είναι πως επιδρά η φυγόκεντρος δύναμη καθώς το όχημά μας επειδή δεν είναι σημειακό συνεπώς οι άξονές του έχουν απόσταση  $L$ , πρέπει να γίνει μελέτη της επίδρασης κάθε συνιστώσας της φυγόκεντρος στο αντίστοιχο επίπεδο συντεταγμένων.





Σχ. 2.9. Πίσω όψη οχήματος σε στροφή



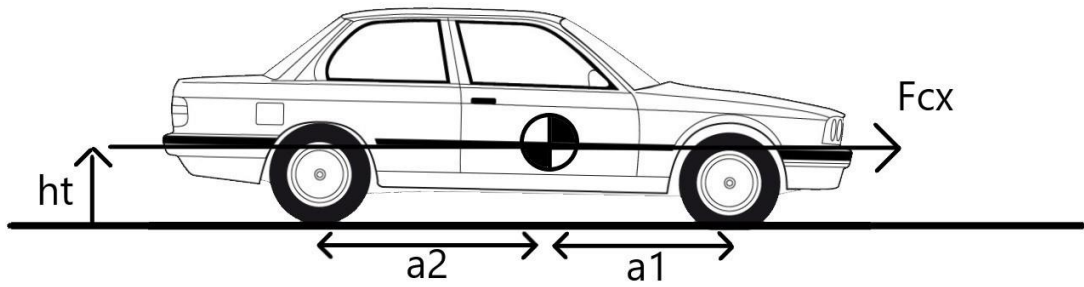
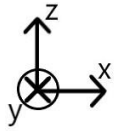
Σχ. 2.10. Πίσω όψη οχήματος σε στροφή με δυνάμεις

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow F_{cy} * ht = \Delta F_{z, out} * b \Rightarrow \Delta F_{z, out} = \frac{F_{cy} * ht}{b * 2} \quad (20)$$

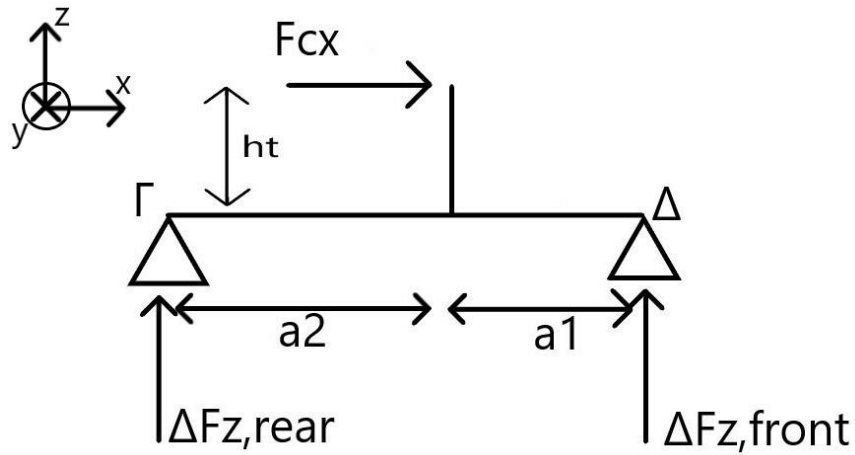
$$\text{αντιστοίχως για την, } \Delta F_{z, in} = -\frac{F_{cy} * ht}{b * 2} \quad (21)$$

### 2.8.2 Εύρεση κατακόρυφων αντιδράσεων στους τροχούς με την επίδραση της $F_{cx}$

Κατά τον ίδιο τρόπο με προηγουμένως θα μελετηθεί η επίδραση της συνιστώσας της φυγοκέντρου  $F_{cx}$ , στην μεταφορά του βάρους στο επίπεδο z-x.



Σχ. 2.11. Πλάγια όψη οχήματος σε στροφή



Σχ. 2.12. Πλάγια όψη οχήματος σε στροφή με δυνάμεις

$$\Sigma M_{\Gamma} = 0 \Rightarrow F_{cx} * ht = \Delta F_{z,front} * a1 \Rightarrow \Delta F_{z,front} = \frac{F_{cx} * ht}{a1 * 2} \quad (22)$$

αντιστοίχως για την  $\Delta F_{z,rear} = -\frac{F_{cx} * ht}{a2 * 2} \quad (23)$

## 2.9 Αντιστάσεις κατά την κίνηση και έλεγχος δυνατότητας κίνησης του οχήματος

Για να γίνει έλεγχος, αν το όχημα μπορεί να καταφέρει να υπερνικήσει τις αντιστάσεις και να κινηθεί, συγκρίνεται η απαιτούμενη πρόσφυση με την διαθέσιμη σε κάθε τροχό. Η πιο απλή αντίσταση που πρέπει να υπερνικήσει ένα όχημα είναι αυτή της κύλισης του κάθε τροχού. Δηλαδή ένας τροχός που περιστρέφεται επί του εδάφους και δημιουργεί μία διαμήκη δύναμη που ονομάζεται αντίσταση κύλισης. Η δύναμη αυτή είναι αντίθετη προς την κατεύθυνση της κίνησης και ανάλογη προς την κατακόρυφη δύναμη στο αποτύπωμα του ελαστικού. Πιο συγκεκριμένα όταν μελετάμε ένα όχημα λαμβάνουμε σαν αντίσταση κύλισης το γινόμενο της συνολικής κατακόρυφης δύναμης, δηλαδή το βάρος του οχήματος επί τον συντελεστή τριβής κύλισης  $\mu_0$ . Αυτό είναι απαραίτητο κατά την μελέτη του οχήματος σαν σύνολο. Έπειτα το ίδιο το όχημα όταν έχει επιτάχυνση (με θετικό ή αρνητικό πρόσημο) μπορεί να ευνοήσει ή να επιβαρύνει την κίνησή του καθώς έχοντας μια επιτάχυνση  $\gamma$  και μάζα  $m$ , η δύναμη που προκύπτει είναι  $m \cdot \gamma$  και ονομάζεται αδρανειακή αντίσταση. Τυπικές τιμές  $\gamma$  για επιταχυνόμενη κίνηση είναι 0.3g-0.7g και για επιβραδυνόμενη κίνηση είναι 0.3g-0.7g αντίστοιχα με τις μέγιστες τιμές να αποκτιούνται από αυτοκίνητα υψηλών επιδόσεων. Επίσης εάν το όχημα κινείται σε ανηφορικό οδόστρωμα και όχι σε επίπεδο τότε προκύπτει μία δύναμη η οποία αντιστέκεται, στην περίπτωση της ανηφορικής κίνησής του ή ευνοεί, στην περίπτωση της κατηφορικής κίνησής του και προκύπτει λόγω της συνιστώσας του βάρους του οχήματος η οποία έχει κατεύθυνση ίδια με την κίνησή του. Αυτή ονομάζεται αντίσταση ανωφέρειας και έχει μέτρο  $W \cdot \sin \alpha$ . Επιπρόσθετα, κατά την στροφή ένα όχημα, λόγω της συνιστώσας της φυγόκεντρου δύναμης,  $F_{cx}$  η οποία έχει ίδια κατεύθυνση ίδια με την κίνηση του οχήματος, αν και πολύ μικρή σε μέτρο ευνοεί στην κίνηση του οχήματος. Τέλος ένα όχημα το οποίο κινείται μέσα στην ατμόσφαιρα της γης με καθορισμένη πυκνότητα, άρα λόγω τριβής των μορίων του ρευστού μέσα στο οποίο κινείται δημιουργείται μια δύναμη η οποία αντιτίθεται στην κίνηση του οχήματος. Αυτή η δύναμη ονομάζεται οπισθέλκουσα.

Αντιστάσεις: Κύλισης + Αδρανειακές + Ανωφέρειας+ Στροφής + Οπισθέλκουσα

### 2.9.1 Απαιτούμενη πρόσφυση για την κίνηση

$$F_x = \pm \Sigma F_z \cdot \mu_0 \pm m \cdot \gamma \pm W \cdot \sin \alpha \pm F_{cx} \pm C_v \cdot u^2 \quad (24)$$

Η αντίσταση κύλισης σε κάθε περίπτωση αντιτίθεται στην κίνηση του οχήματος άρα έχει πάντα πρόσημο θετικό. Η αντίσταση αδράνειας έχει πρόσημο θετικό καθώς από τον ορισμό, αδράνεια είναι η τάση των σωμάτων να αντιστέκονται στην οποιαδήποτε μεταβολή της κινητικής τους κατάστασης. Σε περίπτωση ανηφορικού οδοστρώματος η αντίσταση ανωφέρειας παίρνει πρόσημο θετικό και σε περίπτωση κατηφορικού οδοστρώματος παίρνει πρόσημο αρνητικό καθώς στην μία περίπτωση επιβαρύνει την κίνηση άρα συντελεί σαν αντίσταση και στην άλλη περίπτωση λειτουργεί ευνοϊκά. Η αντίσταση στροφής, δηλαδή η συνιστώσα της φυγόκεντρου που έχει διεύθυνση ίδια με τη φορά του οχήματος έχει αρνητικό πρόσημο αφού ευνοεί την κίνηση. Τέλος η οπισθέλκουσα έχει πρόσημο αρνητικό μιας και εξετάζεται η περίπτωση που δεν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ οχήματος και του ρευστού μέσα στο οποίο βρίσκεται. Λαμβάνουμε την παραδοχή πως οι κινητήριои τροχοί έχουν λάβει ισόποσα την κινητήρια δύναμη άρα κάθε ένας τροχός λαμβάνει  $\frac{F_x}{2}$ .

### 2.9.1.1 Διαθέσιμη πρόσφυση κατά την κίνηση

Κάθε τροχός έχει μία διαθέσιμη πρόσφυση ανάλογα με την κατακόρυφη δύναμη που του ασκείται από το έδαφος. Αυτή έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο της κατακόρυφης δύναμης επί του συντελεστή διαμήκους τριβής.

$$F_{tr} = (Fz, r_{in} + Fz, r_{out}) * \mu_{dp} \quad (25)$$

$$F, tr, R, out = FzR, out * \mu_{dp} \quad (26)$$

$$F, tr, R, in = FzR, in * \mu_{dp} \quad (27)$$

### 2.9.1.2 Έλεγχος κίνησης οχήματος

Για να γίνει έλεγχος, αν το όχημα μπορεί να καταφέρει να υπερνικήσει τις αντιστάσεις και να κινηθεί συγκρίνονται οι συνολικά αναπτυσσόμενες αντιστάσεις με τις διαθέσιμες προσφύσεις σε κάθε τροχό.

Γίνεται αρχικά ο υπολογισμός στον άξονα που βρίσκονται οι κινητήριοι τροχοί όπου θα πρέπει να ισχύει  $Fx < (Fz, r_{in} + Fz, r_{out}) * \mu_{dp}$  αλλά και για τους δύο επιμέρους πρέπει  $\frac{Fx}{2} < Fz, r_{in} * \mu_{dp}$  καθώς επίσης  $\frac{Fx}{2} < Fz, r_{out} * \mu_{dp}$ .

Και πρέπει να ισχύει ότι

$$Fx < (Fz, r_{in} + Fz, r_{out}) * \mu_{dp} \text{ αλλά και}$$

$$\frac{Fx}{2} < Fz, r_{out} * \mu_{dp},$$

$$\frac{Fx}{2} < Fz, r_{in} * \mu_{dp}.$$

### 2.9.2 Απαιτούμενη πρόσφυση κατά την πέδηση

$$Fb = -\Sigma Fz * \mu_0 + m * \gamma \pm W * \sin\alpha + F_{cx} - C_v * u^2 \quad (28)$$

Για αρχή η αντίσταση κύλισης ευνοεί κατά την πέδηση του οχήματος άρα έχει πρόσημο αρνητικό. Η αδρανειακή αντίσταση έχει πρόσημο θετικό για τον λόγο που εξηγήθηκε παραπάνω. Η αντίσταση ανωφέρειας έχει πρόσημο θετικό κατά την κίνηση του οχήματος σε κατηφορικό οδόστρωμα αφού επιβαρύνει την πέδηση και πρόσημο αρνητικό κατά την κίνηση σε ανηφορικό μιας και ευνοεί την πέδηση. Η αντίσταση στροφής λόγω φυγόκεντρου επιβαρύνει την κίνηση του οχήματος άρα έχει πρόσημο θετικό. Και τέλος η οπισθέλκουσα ευνοεί την πέδηση του οχήματος άρα έχει πρόσημο αρνητικό.

### 2.9.2.1 Διαθέσιμη πρόσφυση κατά την πέδηση

Κάθε τροχός έχει μία διαθέσιμη πρόσφυση κατά την πέδηση ανάλογα με την κατακόρυφη δύναμη που του ασκείται από το έδαφος. Αυτή έχει μέτρο ίσο με το γινόμενο της κατακόρυφης δύναμης επί του συντελεστή διαμήκους τριβής και της συνιστώσας του βάρους  $W \cdot \cos \alpha$ .

### 2.9.2.2 Έλεγχος πέδησης οχήματος

Για να γίνει έλεγχος, αν το όχημα μπορεί να υπερνικήσει τις αντιστάσεις και να ακινητοποιηθεί, συγκρίνονται οι συνολικά αναπτυσσόμενες αντιστάσεις με τις διαθέσιμες προσφύσεις σε κάθε τροχό.

Γίνεται αρχικά ο υπολογισμός της διαθέσιμης πρόσφυσης για όλους τους τροχούς. Σε δυσμενέστερη θέση βρίσκονται οι πίσω τροχοί, οι κινητήριοι, διότι η κατανομή του βάρους του οχήματος επιβαρύνει περισσότερο τους εμπρός τροχούς κατά την πέδηση, άρα οι πίσω τροχοί χάνουν πρόσφυση ευκολότερα.

Πρέπει να ισχύει ότι

$$\frac{Fb}{2} < (Fz, r_{in} + Fz, r_{out}) * \mu_{dp} \quad (29) \text{ αλλά και}$$

$$\frac{Fb}{4} < Fz, r_{in} * \mu_{dp} \quad (30)$$

$$\frac{Fb}{4} < Fz, r_{out} * \mu_{dp} \quad (31)$$

## Κεφάλαιο 3: Υπολογιστικές εφαρμογές

### 3.1 Αριθμητικά παραδείγματα

Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνουν διάφορες δοκιμές για το όχημα, με σκοπό να ληφθούν αποτελέσματα για το εάν είναι εφικτή η κίνηση υπό αυτές τις συνθήκες.

#### Υπολογισμός βοηθητικού αεροδυναμικού συντελεστή $C_v$

$$C_v = \frac{\rho * C_d * A}{2} \quad (32)$$

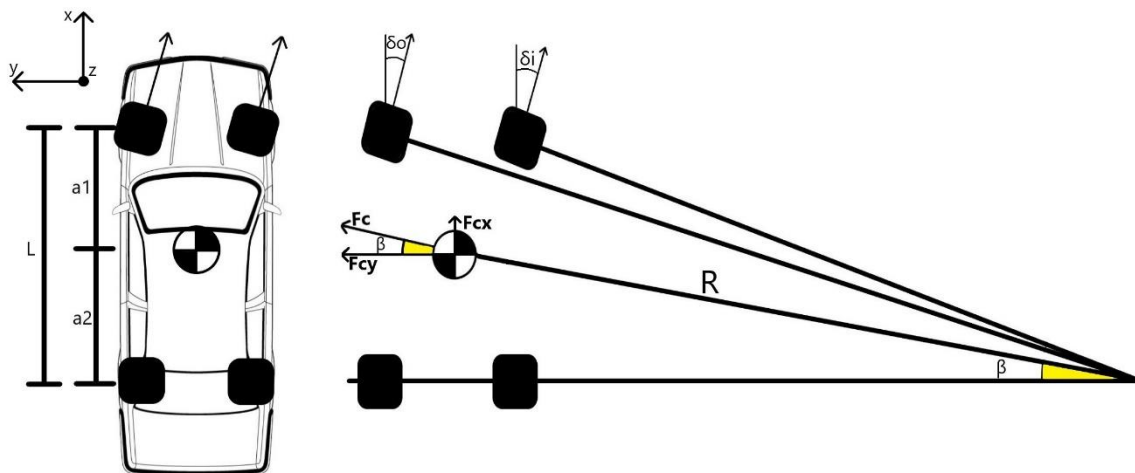
$$C_v = \frac{1.28 \frac{kg}{m^3} * 0.38 * 2m^2}{2}$$

$$C_v = 0.5$$

#### Εφαρμογή 1

#### Αλλαγή μεταβλητής : γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο σε συνθήκες καλού, στεγνού οδοστρώματος.

Στην πρώτη εφαρμογή θα εξετάσουμε μία περίπτωση όπου το όχημα σταδιακά μεταβαίνει σε όλο και πιο ανηφορικό οδόστρωμα, δηλαδή αυξάνει όλο και περισσότερο η γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο.



Θα εξετάσουμε μια συγκεκριμένη περίπτωση στροφής για το όχημα με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά

δ, γωνία στροφής (deg)	4.9	4.9	4.9
α γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	0	5	10
a(m/s <sup>2</sup> )	0.3	0.3	0.3
u (m/s)	8	8	8
μ0	0.0125	0.0125	0.0125
μdp	0.8	0.8	0.8

Προκύπτει ότι:

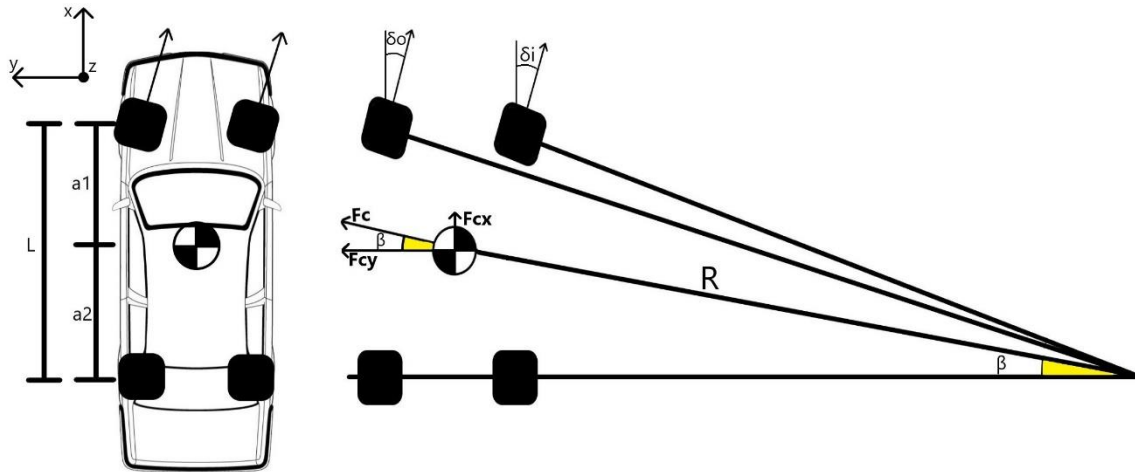
R (m)	30	30	30
$\sin\beta$	0.05	0.05	0.05
$\beta$ (deg)	3	3	3
$F_c$ (N)	2417	2417	2417
$F_{cx}$ (N)	110	110	110
$F_{cy}$ (N)	2414	2414	2414
$F_{zf1}$ (N)	2959	2464	1950
$F_{zr1}$ (N)	2593	3067	3518
$\Delta F_{z,out}$ (N)	1468	1468	1468
$\Delta F_{z,in}$ (N)	-1468	-1468	-1468
$\Delta F_{z,front}$ (N)	46	46	46
$\Delta F_{z,rear}$ (N)	-40	-40	-40
$F_z F_{,out}$	4473	3978	3464
$F_z F_{,in}$	1538	1043	529
$F_z R_{,out}$	4020	4494	4945
$F_z R_{,in}$	1085	1559	2010
$\Sigma F_z$	11116	11074	10948
$F_x$	399	1367	2325
$F_x/2$	200	683	1163
$F_{.tr}$	4084	4843	5564
$F_{.tr,F,out}$	3578	3182	2771
$F_{.tr,F,in}$	1230	834	423
$F_{.tr,R,out}$	3216	3595	3956
$F_{.tr,R,in}$	868	1247	1608

Αρχικά, όσον αναφορά τις αλλαγές στην κατανομή των δυνάμεων λόγω της επίδρασης της φυγόκεντρου, καθώς αυτή επηρεάζεται μόνο από την ταχύτητα και την ακτίνα στροφής δεν παρατηρούμε μεταβολές από περίπτωση σε περίπτωση. Όμως μεταβάλλεται η αρχική κατανομή του βάρους λόγω του  $W \cdot \sin\alpha$ , όπου όσο μεγαλώνει η γωνία τόσο περισσότερο βάρος μετατοπίζεται από τους μπροστά τροχούς προς του πίσω. Αυτό έχει και σαν αποτέλεσμα να αποκτούν οι πίσω τροχοί όλο και μεγαλύτερη διαθέσιμη πρόσφυση καθώς αυξάνεται η κατακόρυφη δύναμη από το έδαφος, σε αντίθεση με τους μπροστά τροχούς στους οποίους μειώνεται όλο και περισσότερο η κατακόρυφη δύναμη και άρα μειώνεται όλο και περισσότερο η διαθέσιμη πρόσφυση. Επιπλέον, η απαιτούμενη πρόσφυση όλο και αυξάνεται με την αύξηση της γωνίας κλίσης με το οδόστρωμα καθώς όπως και προηγουμένως μετατοπίζεται βάρος από τους μπροστά τροχούς στους πίσω με αποτέλεσμα να επιμερίζονται περισσότερο μερίδιο ο καθένας για την κίνηση του οχήματος.

## Εφαρμογή 2

### Αλλαγή μεταβλητής : γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο σε συνθήκες καλού, στεγνού οδοστρώματος.

Στην δεύτερη εφαρμογή θα μεταβάλουμε μόνο την επιτάχυνση του οχήματος από  $0.3\text{m/s}^2$  σε  $0.6\text{m/s}^2$  και θα παρατηρήσουμε πως μεταβάλλονται όλα τα υπόλοιπα μεγέθη.



δ, γωνία στροφής (deg)	4.9	4.9	4.9
α γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	0	5	10
a(m/s <sup>2</sup> )	0.6	0.6	0.6
u (m/s)	8	8	8
μ <sub>o</sub>	0.0125	0.0125	0.0125
μ <sub>dp</sub>	0.8	0.8	0.8



R (m)	30	30	30
sinβ	0.05	0.05	0.05
β (deg)	3	3	3
Fc (N)	2417	2417	2417
Fcx(N)	110	110	110
Fcy (N)	2414	2414	2414
Fzf1 (N)	2959	2464	1950
Fzr1 (N)	2593	3067	3518
ΔFz,out (N)	1468	1468	1468
ΔFz,in (N)	-1468	-1468	-1468
ΔFz,front (N)	46	46	46
ΔFz,rear (N)	-40	-40	-40
FzF,out	4473	3978	3464
FzF,in	1538	1043	529
FzR,out	4020	4494	4945
FzR,in	1085	1559	2010
ΣFz	11116	11074	10948
Fx	739	1706	2665
Fx/2	369	853	1333
F.tr	4084	4843	5564
F.tr,F,out	3578	3182	2771
F.tr,F,in	1230	834	423
F.tr,R,out	3216	3595	3956
F.tr,R,in	868	1247	1608

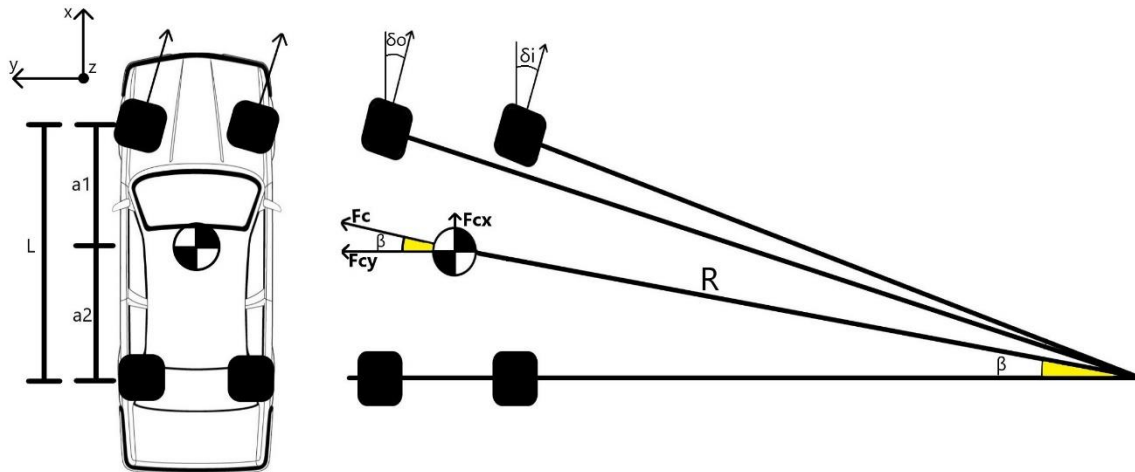
Όπως και στην προηγούμενη εφαρμογή, έτσι και σε αυτήν δεν παρατηρούνται αλλαγές στην κατανομή των δυνάμεων λόγω της επίδρασης της φυγόκεντρου, καθώς αυτή επηρεάζεται μόνο από την ταχύτητα και την ακτίνα στροφής. Όμως μεταβάλλεται η αρχική κατανομή του βάρους λόγω του  $W \cdot \sin\alpha$ , όπου όσο μεγαλώνει η γωνία τόσο περισσότερο βάρος μετατοπίζεται από τους μπροστά τροχούς προς του πίσω. Αυτό έχει και σαν αποτέλεσμα να αποκτούν οι πίσω τροχοί όλο και μεγαλύτερη διαθέσιμη πρόσφυση καθώς αυξάνεται η κατακόρυφη δύναμη από το έδαφος, σε αντίθεση με τους μπροστά τροχούς στους οποίους μειώνεται όλο και περισσότερο η κατακόρυφη δύναμη και άρα μειώνεται όλο και περισσότερο η διαθέσιμη πρόσφυση. Επιπλέον, η απαιτούμενη πρόσφυση όλο και αυξάνεται με την αύξηση της γωνίας κλίσης με το οδόστρωμα καθώς όπως και προηγουμένως μετατοπίζεται βάρος από τους μπροστά τροχούς στους πίσω με αποτέλεσμα να επιμερίζονται περισσότερο μερίδιο ο καθένας για την κίνηση του οχήματος.

Καθότι δεν επηρεάζεται η φυγόκεντρος λόγω της αύξησης της επιτάχυνσης η διαθέσιμη πρόσφυση από τροχό σε τροχό παραμένει η ίδια σε σχέση με την Εφαρμογή 1. Αλλαγές παρατηρούνται στην απαιτούμενη πρόσφυση για την κίνηση του οχήματος όπου η αδρανειακή αντίσταση  $m \cdot g$  αυξάνεται κατά μέτρο.

### Εφαρμογή 3

#### Αλλαγή μεταβλητής : γωνία στροφής σε συνθήκες καλού, βρεγμένου οδοστρώματος.

Στην τρίτη εφαρμογή θα μεταβάλουμε την γωνία στροφής που εφαρμόζει ο οδηγός με την αύξηση περιστροφής του τιμονιού καθώς και σε σύγκριση με τις υπόλοιπες εφαρμογές το οδόστρωμα είναι βρεγμένο χαμηλώνοντας έτσι τις τιμές  $\mu_0$  και  $\mu_{dp}$ .



$\delta$ , γωνία στροφής (deg)	4.9	5.9	6.9
γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	15	15	15
$a$ (m/s <sup>2</sup> )	0.3	0.3	0.3
$u$ (m/s)	8	8	8
$\mu$	0.023	0.023	0.023
$\mu_{dp}$	0.5	0.5	0.5

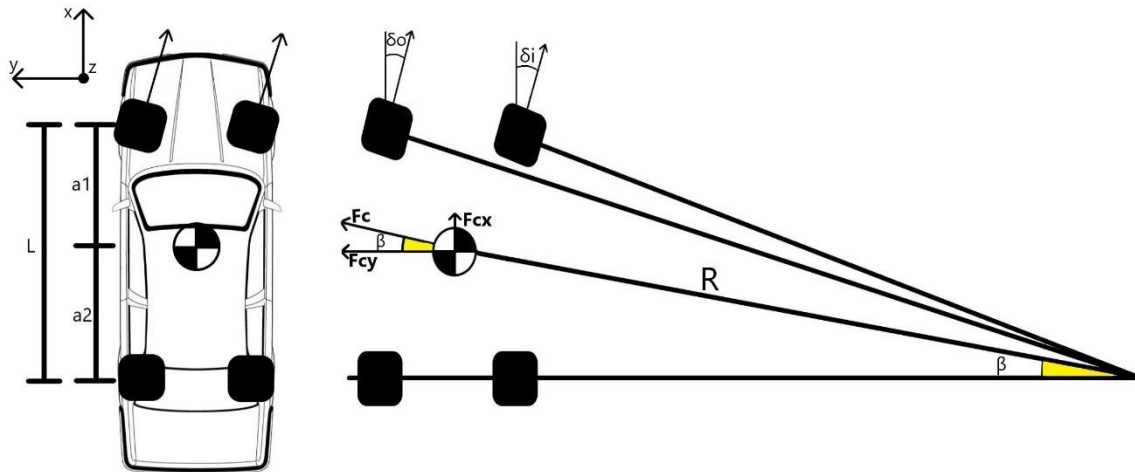
R (m)	30	25	21
$\sin\beta$	0.05	0.06	0.06
$\beta$ (deg)	3	3	4
Fc (N)	2417	2913	3411
Fcx (N)	110	160	220
Fcy(N)	2414	2909	3404
Fzf1 (N)	1422	1422	1422
Fzr1 (N)	3942	3942	3942
$\Delta Fz,out$ (N)	1468	1768	2069
$\Delta Fz,in$ (N)	-1468	-1768	-2069
$\Delta Fz,front$ (N)	46	67	92
$\Delta Fz,rear$ (N)	-40	-59	-80
FzF,out	2935	3257	3583
FzF,in	0	-280	-556
FzR,out	5369	5651	5931
FzR,in	2434	2115	1792
$\Sigma FzR$	10738	10743	10749
Fx	3381	3382	3382
Fx/2	1691	1691	1691
F.tr	3901	3883	3861
F.tr,F,out	1468	1628	1791
F.tr,F,in	0	-140	-278
F.tr,R,out	2685	2826	2965
F.tr,R,in	1217	1057	896

Εν αντιθέσει με τις υπόλοιπες εφαρμογές η αύξηση της γωνίας  $\delta$ , μεταβάλλει με την σειρά της την ακτίνα στροφής R και άρα το μέτρο της φυγόκεντρου δύναμης. Συνεπώς από περίπτωση σε περίπτωση με την μείωση της ακτίνας στροφής παρατηρούμε αύξηση του μέτρου της στροφορμής καθώς τα δύο αυτά μεγέθη είναι αντιστρόφως ανάλογα. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την ολο ένα και αυξανόμενη μεταφορά βάρους από τους εσωτερικούς προς τους εξωτερικούς τροχούς και άμεσο αντίκτυπο παρατηρούμε στην διαθέσιμη πρόσφυση η οποία μειώνεται στους εσωτερικούς τροχούς και αυξάνεται στους εξωτερικούς. Η απαιτούμενη πρόσφυση παραμένει αναλλοίωτη απο περίπτωση σε περίπτωση αφού κανένα απο τα μεγέθη που την απαρτίζουν δεν επηρεάζεται με την μεταβολή την γωνίας  $\delta$ . Αξιόλογο είναι επίσης να παρατηρηθεί η διαθέσιμη πρόσφυση στον εμπρός εσωτερικό τροχό η οποία ξεκινάει απο 0 όπου αν το όχημα ήταν εμπροσθιοκίνητο δεν θα αξιοποιούνταν ο ένας από τους δύο κινητήριους τροχούς καθώς φαίνεται να "βρίσκεται στον αέρα" δηλαδή να έχει χάσει την επαφή με το οδόστρωμα και να μην συντελεί στην κίνηση του οχήματος.

#### Εφαρμογή 4

##### Αλλαγή μεταβλητής : ταχύτητα σε συνθήκες οδοστρώματος το χαλίκι.

Σε αυτήν την εφαρμογή θα εξετάσουμε την περίπτωση όπου το όχημα αυξάνει ταχύτητα ανά περίπτωση και το οδόστρωμα στο οποίο βρίσκεται είναι το χαλίκι. Δηλαδή έχει αρκετά χαμηλό συντελεστή διαμήκουσ τριβής  $\mu_{dp}$  και αρκετά χαμηλό συντελεστή τριβής κύλισης  $\mu_0$ .



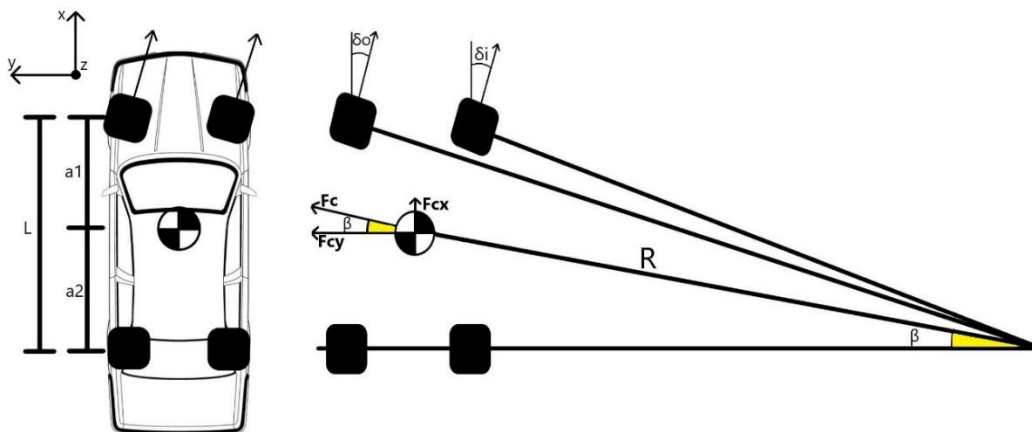
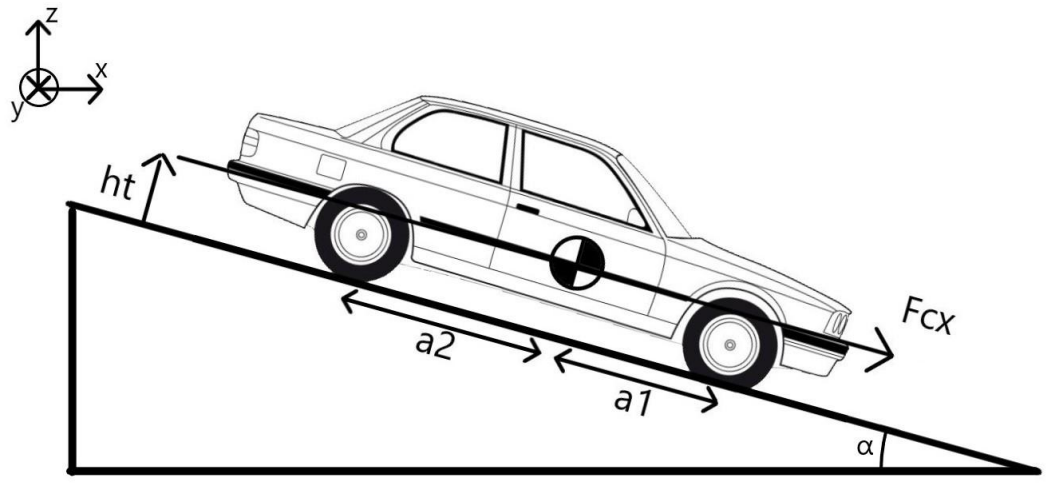
$\delta$ , γωνία στροφής (deg)	10	10	10
γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	0	0	0
$a$ (m/s <sup>2</sup> )	0.3	0.3	0.3
$u$ (m/s)	5	6	7
$\mu_0$	0.08	0.08	0.08
$\mu_{dp}$	0.6	0.6	0.6

R (m)	15	15	15
$\sin\beta$	0.09	0.09	0.09
$\beta$ (deg)	5	5	5
Fc (N)	1942	2796	3806
Fcx (N)	182	263	358
Fcy(N)	1933	2784	3789
Fzf1 (N)	2959	2959	2959
Fzr1 (N)	2593	2593	2593
$\Delta Fz,out$ (N)	1175	1692	2303
$\Delta Fz,in$ (N)	-1175	-1692	-2303
$\Delta Fz,front$ (N)	76	109	149
$\Delta Fz,rear$ (N)	-67	-96	-131
FzF,out	4211	4761	5412
FzF,in	1860	1377	805
FzR,out	3702	4189	4766
FzR,in	1351	805	159
$\Sigma FzR$	11124	11132	11142
Fx	1059	985	897
Fx/2	530	492	449
F.tr	3032	2996	2955
F.tr,F,out	2526	2857	3247
F.tr,F,in	1116	826	483
F.tr,R,out	2221	2514	2859
F.tr,R,in	811	483	96

## Εφαρμογή 5

### Αλλαγή μεταβλητής : γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο σε συνθήκες καλού, βρεγμένου χώματος.

Σε αυτή την εφαρμογή θα εξεταστούν περιπτώσεις με την επίδραση της πέδησης όπου το όχημα σταδιακά μεταβαίνει σε όλο και πιο κατηφορικό οδόστρωμα, δηλαδή αυξάνει όλο και περισσότερο η γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο, (κατά απόλυτη τιμή).



$\delta$ , γωνία στροφής (deg)	3	3	3
γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	8	9	10
$a$ (m/s <sup>2</sup> )	0.3	0.3	0.3
$u$ (m/s)	10	10	10
$\mu_0$	0.16	0.16	0.16
$\mu_{dp}$	0.4	0.4	0.4

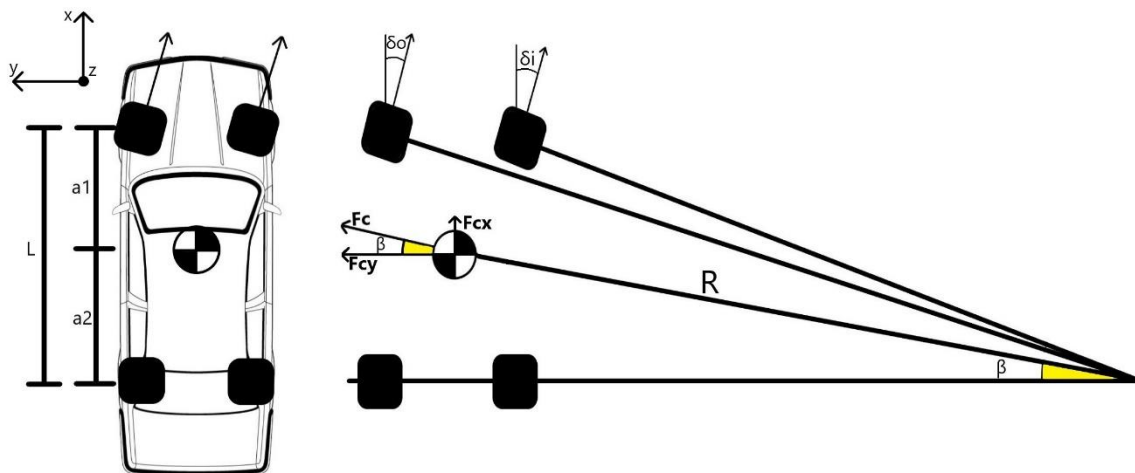
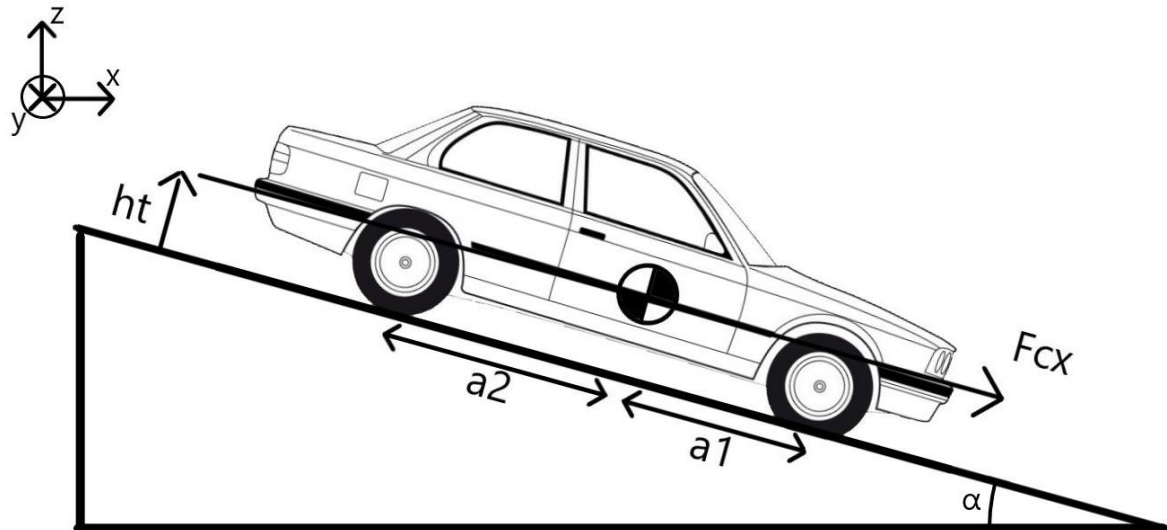
R (m)	49	49	49
$\sin\beta$	0.03	0.03	0.03
$\beta$ (deg)	2	2	2
Fc (N)	2308	2308	2308
Fcx (N)	64	64	64
Fcy(N)	2307	2307	2307
Fzf1 (N)	3703	3792	3879
Fzr1 (N)	1795	1692	1589
$\Delta Fz,out$ (N)	1403	1403	1403
$\Delta Fz,in$ (N)	-1403	-1403	-1403
$\Delta Fz,front$ (N)	27	27	27
$\Delta Fz,rear$ (N)	-24	-24	-24
FzF,out	5133	5221	5308
FzF,in	2328	2416	2503
FzR,out	3174	3072	2969
FzR,in	369	266	163
$\Sigma Fz$	11004	10975	10943
Fx	539	343	146
Fx/2	269	171	73
Fb/4	35	84	133
F.tr	1417	1335	1253
F.tr,F,out	2033	2088	2123
F.tr,F,in	922	966	1001
F.tr,R,out	1257	1229	1187
F.tr,R,in	146	106	65

Για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις εξετάζουμε το όχημα κατά την πέδηση σε κατηφορικό οδόστρωμα. Παρατηρείται πως ενώ δεν υπάρχουν σημαντικές αλλαγές στις μεταβολές του βάρους λόγω της φυγόκεντρου, εντούτοις παρατηρούμε μεταβολές στις αντιδράσεις στους τροχούς μιας και η γωνία κλίσης με το οδόστρωμα επηρεάζει την αρχική κλίση του οχήματος σε ισορροπία.

## Εφαρμογή 6

### Αλλαγή μεταβλητής : γωνία στροφής σε συνθήκες οδοστρώματος το χαλίκι.

Σε αυτή την εφαρμογή θα εξεταστούν περιπτώσεις με την επίδραση της πέδησης όπου ο οδηγός σταδιακά αυξάνει όλο και περισσότερο την γωνία στροφής.



δ, γωνία στροφής (deg)	2.9	3.9	4.9
γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	11	11	11
a(m/s <sup>2</sup> )	0.3	0.3	0.3
u (m/s)	6	6	6
μ <sub>o</sub>	0.08	0.08	0.08
μ <sub>dp</sub>	0.6	0.6	0.6



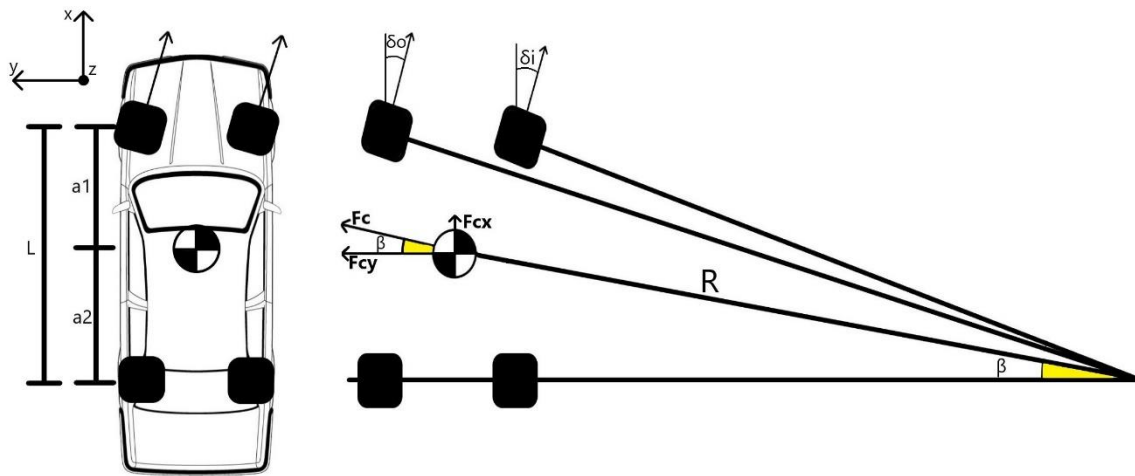
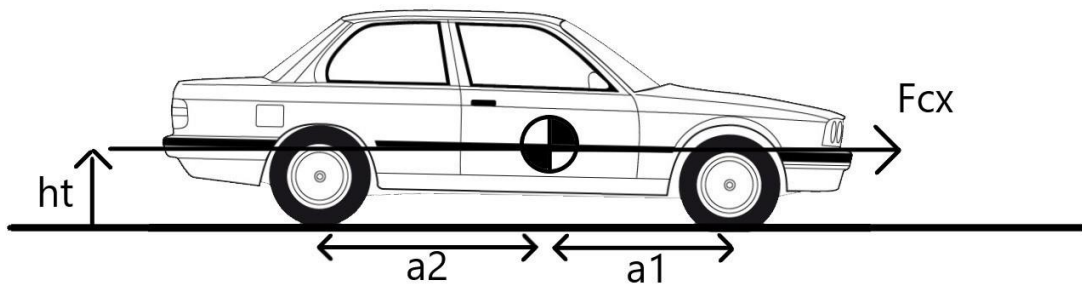
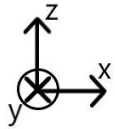
R (m)	51	38	30
$\sin\beta$	0.03	0.04	0.05
$\beta$ (deg)	2	2	3
Fc (N)	803	1081	1359
Fcx (N)	22	39	62
Fcy(N)	803	1080	1358
Fzf1 (N)	3965	3965	3965
Fzr1 (N)	1486	1486	1486
$\Delta Fz,out$ (N)	488	657	826
$\Delta Fz,in$ (N)	-488	-657	-826
$\Delta Fz,front$ (N)	9	16	26
$\Delta Fz,rear$ (N)	-8	-14	-23
FzF,out	4462	4638	4816
FzF,in	3485	3324	3165
FzR,out	1966	2128	2289
FzR,in	990	815	638
$\Sigma Fz$	10903	10905	10907
Fx	-911	-929	-951
Fx/2	-456	-464	-476
Fb/4	398	402	408
F.tr	1182	1177	1756
F.tr,F,out	2677	2783	2890
F.tr,F,in	2091	1995	1899
F.tr,R,out	1180	1277	1373
F.tr,R,in	594	489	383

Λόγο του ότι αυξάνει η γωνία στροφής, μειώνεται με την σειρά της η ακτίνα στροφής καθώς τα δύο μεγέθη είναι αντιστρόφως ανάλογα. Επίσης μεταβάλλεται η φυγόκεντρος και άρα αλλάζουν οι αντιδράσεις από το οδόστρωμα.

## Εφαρμογή 7

### Αλλαγή μεταβλητής : γωνία στροφής και επιτάχυνση σε συνθήκες καλού, στεγνού οδοστρώματος.

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή έγινε επιλογή μεταβολής της επιτάχυνσης του οχήματος και της γωνίας στροφής συνδυαστικά.

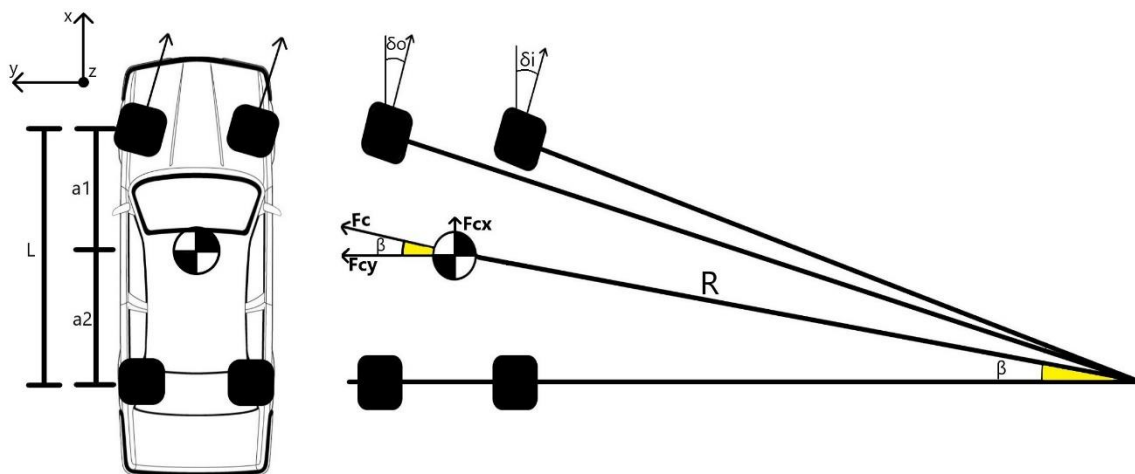
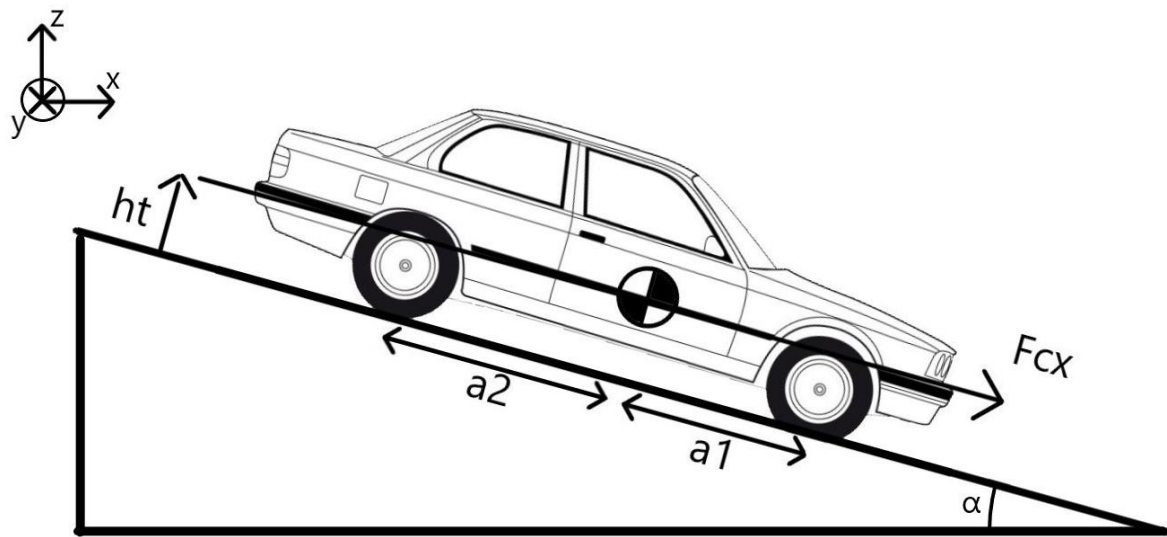


$\delta$ , γωνία στροφής (deg)	4.9	5.9	6.9
γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	0	0	0
$a$ (m/s <sup>2</sup> )	0.5	0.6	0.7
$u$ (m/s)	8.5	8.5	8.5
$\mu_0$	0.0125	0.0125	0.0125
$\mu_{dp}$	0.8	0.8	0.8

R (m)	30	25	21
$\sin\beta$	0.05	0.06	0.06
$\beta$ (deg)	3	3	4
Fc (N)	2728	3289	3851
Fcx (N)	125	181	248
Fcy(N)	2725	3284	3843
Fzf1 (N)	2959	2959	2959
Fzr1 (N)	2593	2593	2593
$\Delta Fz,out$ (N)	1657	1996	2336
$\Delta Fz,in$ (N)	-1657	-1996	-2336
$\Delta Fz,front$ (N)	52	75	103
$\Delta Fz,rear$ (N)	-46	-66	-91
FzF,out	4668	5031	5399
FzF,in	1355	1039	727
FzR,out	4204	4523	4839
FzR,in	891	531	166
$\Sigma Fz$	11118	11124	11131
Fx	389	333	265
Fx/2	195	166	133
Fb/4	129	172	217
F.tr	2038	2022	2002
F.tr,F,out	2801	3019	3239
F.tr,F,in	813	623	436
F.tr,R,out	2523	2714	2903
F.tr,R,in	534	318	100

## Εφαρμογή 8

**Αλλαγή μεταβλητής : ταχύτητα σε συνθήκες καλού, βρεγμένου οδοστρώματος.**



δ, γωνία στροφής (deg)	6.5	6.5	6.5
γωνία κλίσης με το οριζόντιο επίπεδο (deg)	5	5	5
a(m/s <sup>2</sup> )	0.3	0.3	0.3
u (m/s)	6	7	8
μ <sub>0</sub>	0.023	0.023	0.023
μ <sub>dp</sub>	0.5	0.5	0.5

R (m)	23	23	23
$\sin\beta$	0.06	0.06	0.06
$\beta$ (deg)	3	3	3
Fc (N)	1807	2459	3212
Fcx (N)	110	149	195
Fcy(N)	1803	2455	3206
Fzf1 (N)	3432	3432	3432
Fzr1 (N)	2099	2099	2099
$\Delta Fz,out$ (N)	1096	1492	1949
$\Delta Fz,in$ (N)	-1096	-1492	-1949
$\Delta Fz,front$ (N)	46	62	81
$\Delta Fz,rear$ (N)	-40	-55	-71
FzF,out	4574	4986	5462
FzF,in	2382	2002	1565
FzR,out	3155	3537	3977
FzR,in	963	553	79
$\Sigma Fz$	11074	11078	11083
Fx	-466	-499	-537
Fx/2	-233	-249	-269
Fb/4	286	295	304
F.tr	1647	1636	1622
F.tr,F,out	2744	2992	3277
F.tr,F,in	1429	1201	939
F.tr,R,out	1893	2122	2386
F.tr,R,in	578	332	47

Στην συγκεκριμένη εφαρμογή μεταβάλλεται μόνο η ταχύτητα του οχήματος από περίπτωση σε περίπτωση, άρα η φυγόκεντρος αναμένεται να αυξάνει, καθώς και η μεταφορά του βάρους από τους εσωτερικούς προς τους εξωτερικούς τροχούς, όπως και γίνεται.

## Κεφάλαιο 4: Συμπεράσματα και περαιτέρω έρευνα

### 4.1 Παρουσίαση διαγραμμάτων

Σε όλες τις εφαρμογές γίνεται η παραδοχή πως κάθε κινητήριο τροχός δίνει ισόποση κινητήρια δύναμη.

#### Εφαρμογή 1

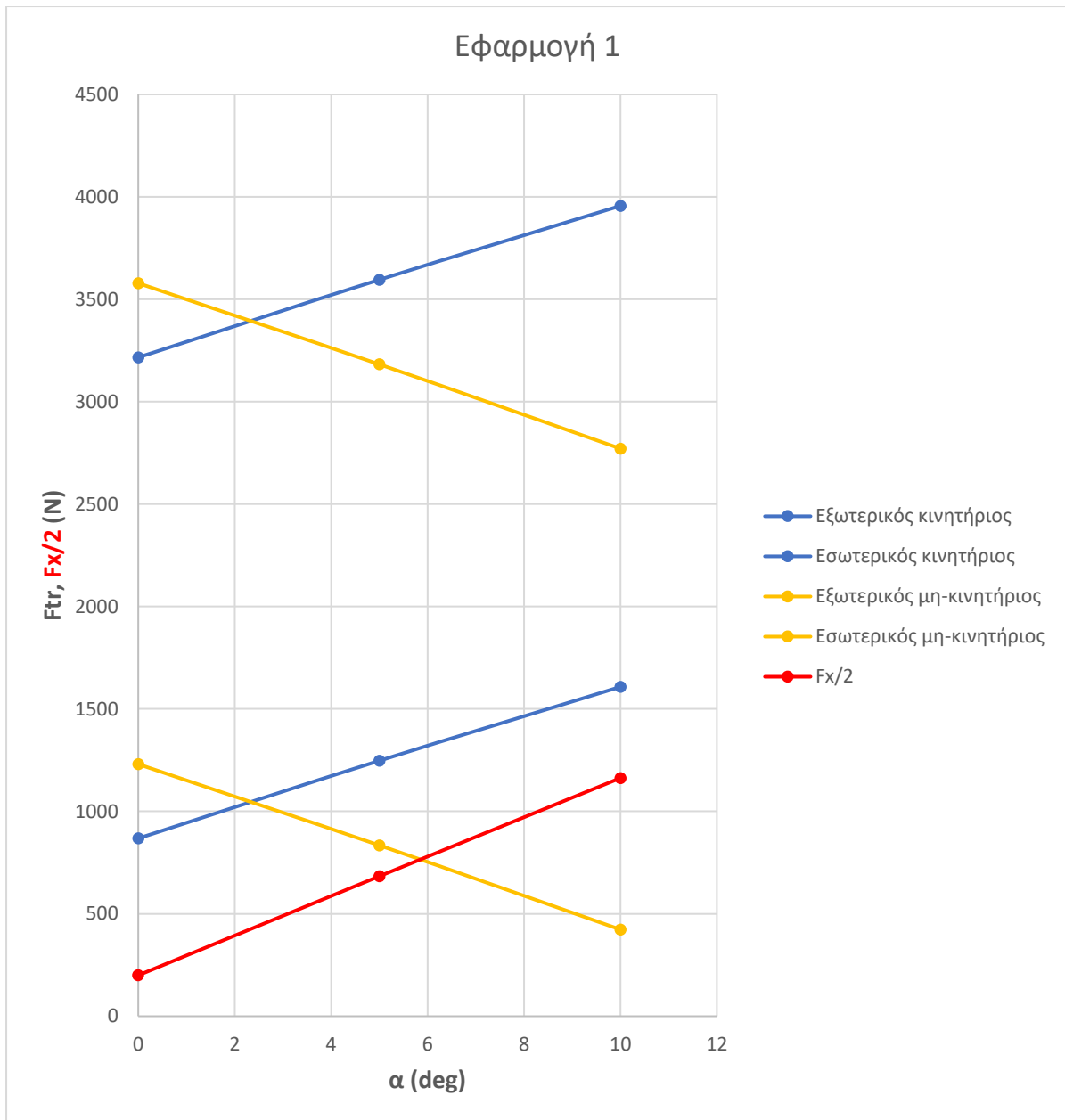
Θα πρέπει να εξεταστεί κατά πόσον η απαιτούμενη πρόσφυση είναι μικρότερη της διαθέσιμης πρόσφυσης. Δηλαδή:

$$Fx < (Fz, r_{in} + Fz, r_{out}) * \mu_{dp}$$

$$\frac{Fx}{2} < Fz, r_{in} * \mu_{dp}$$

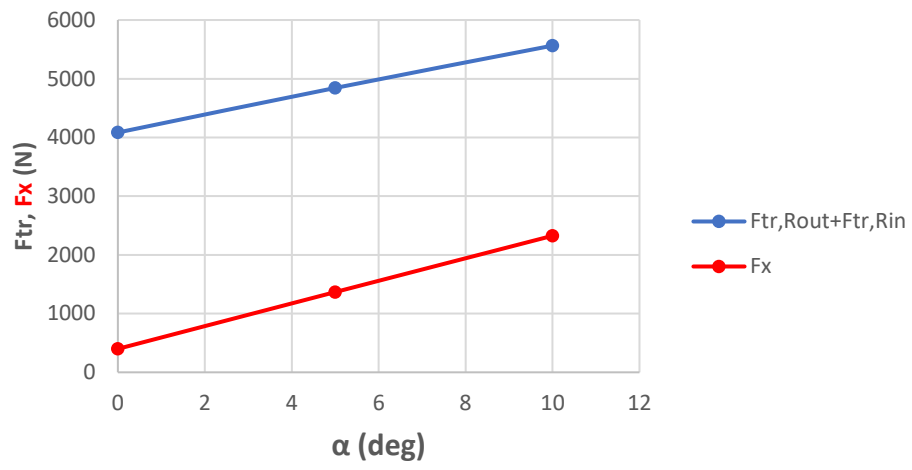
$$\frac{Fx}{2} < Fz, r_{out} * \mu_{dp}$$

Συνεπώς γίνεται σύγκριση μέσω της συνολικά απαιτούμενης πρόσφυσης για την κίνηση του οχήματος την οποία στην συγκεκριμένη περίπτωση έχουν αναλάβει οι πίσω τροχοί, (πρώτη συνθήκη ελέγχου) και αν ο κάθε επιμέρους κινητήριο τροχός έχει διαθέσιμη μεγαλύτερη από το μισό της απαιτούμενης πρόσφυσης (δεύτερη συνθήκη ελέγχου) .



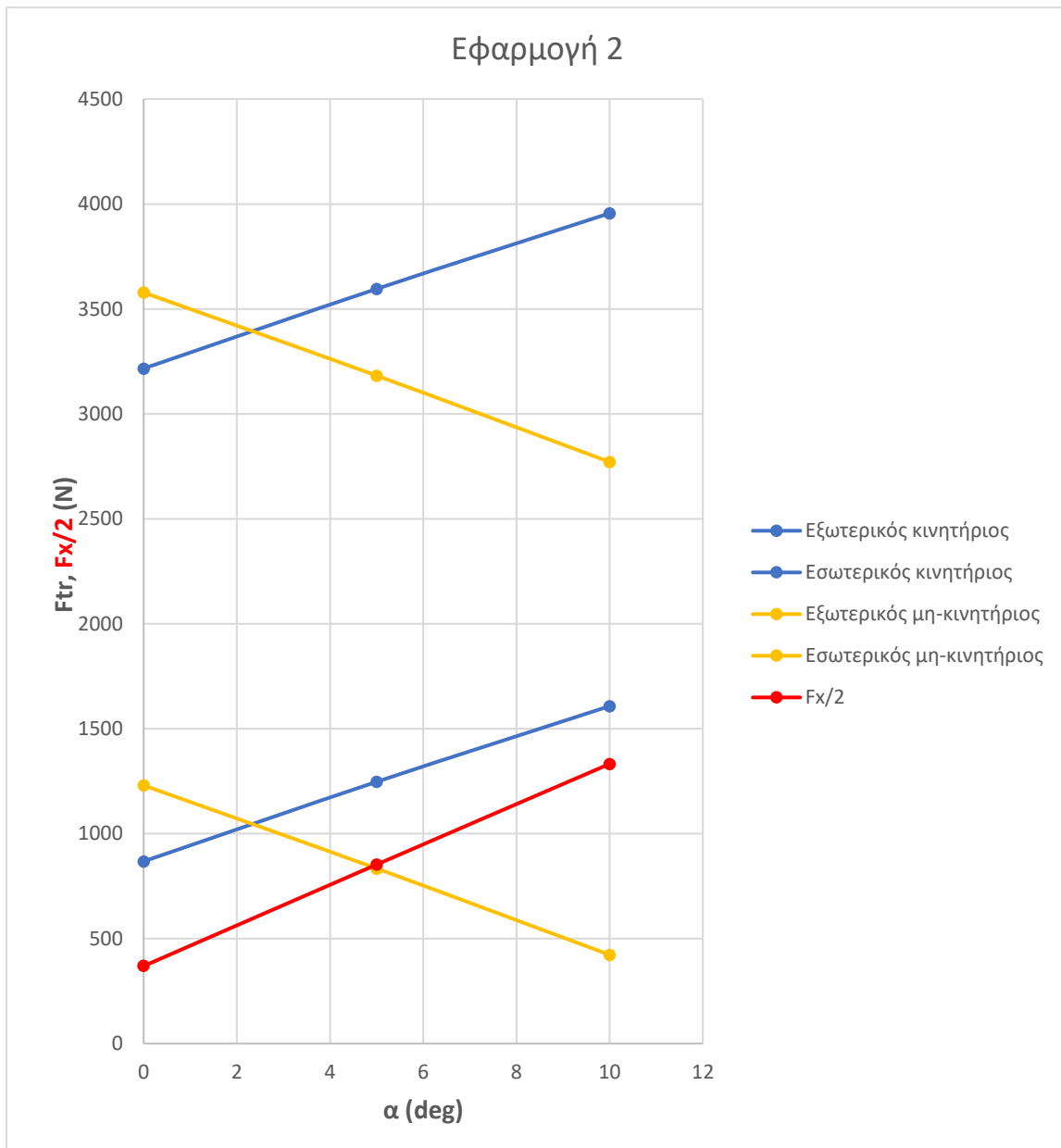
Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι για γωνία  $\alpha$  μέχρι και 10 μοίρες, οι κινητήριοι τροχοί (μπλε καμπύλες) μπορούν να κινήσουν το όχημα. Επιπρόσθετα έχουν αναπαρασταθεί και οι εμπρός, μη κινητήριοι τροχοί (κίτρινες καμπύλες) όπου για γωνία μεγαλύτερη από περίπου 5.8 μοίρες δεν θα μπορούσαν να κινήσουν το όχημα, για την συγκεκριμένη περίπτωση, όπου το όχημα βρίσκεται σε ανηφορικό οδόστρωμα.

### Εφαρμογή 1



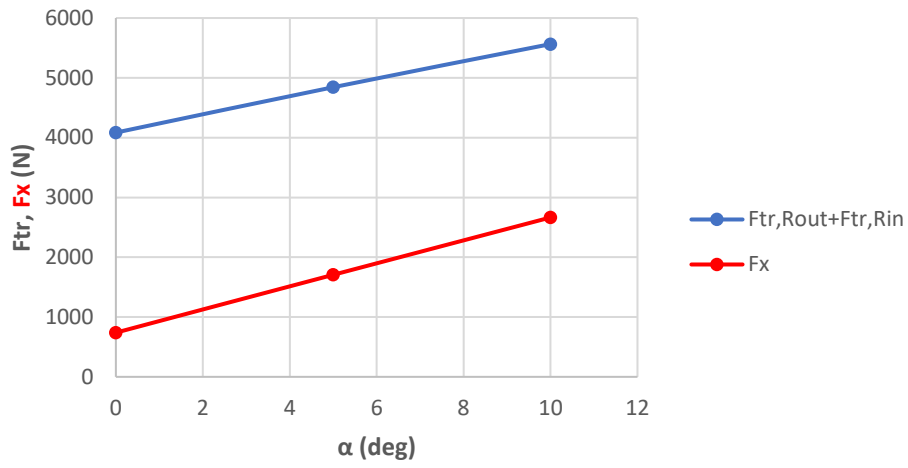


## Εφαρμογή 2

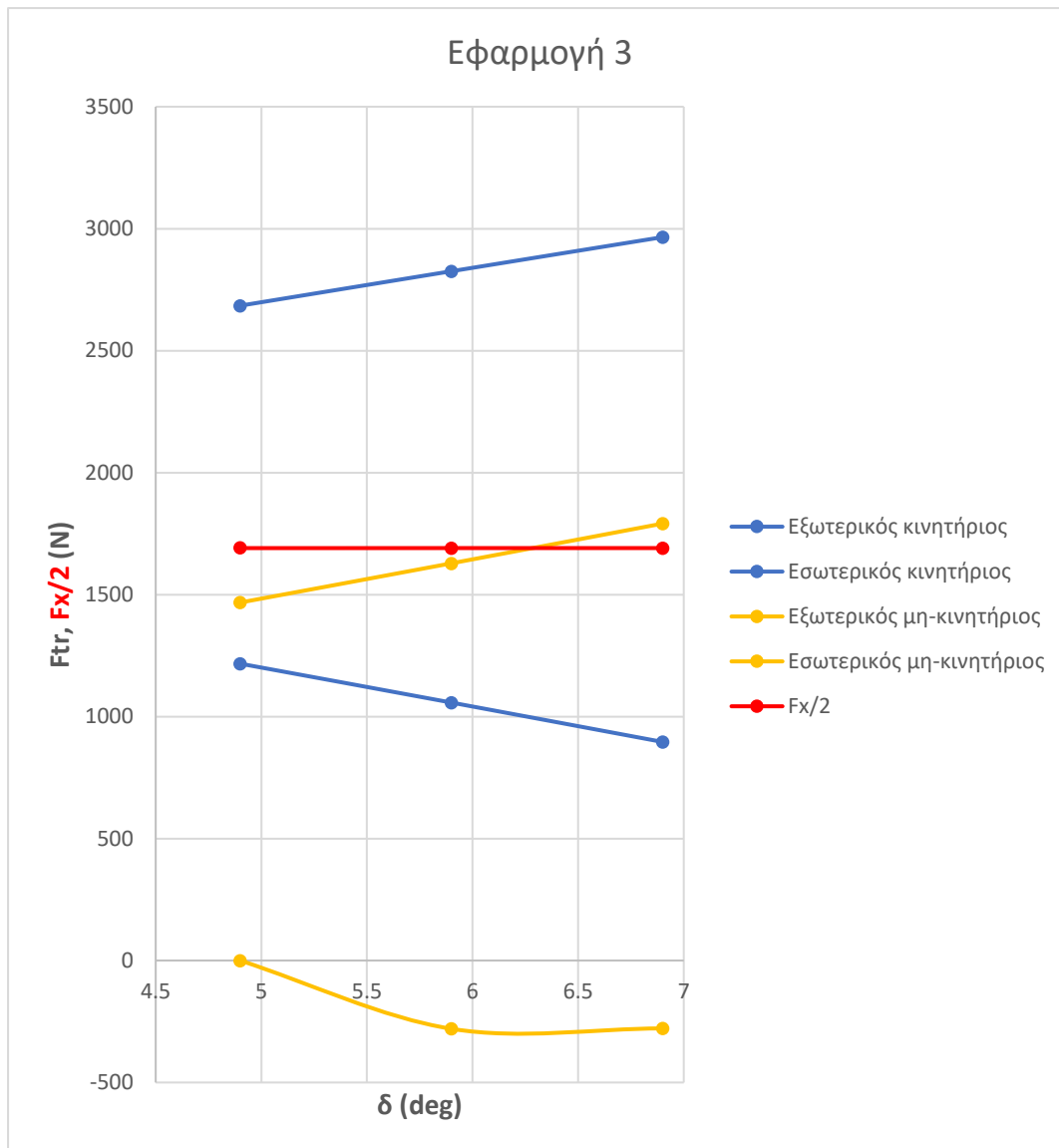


Σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση, παρατηρούμε να συγκλίνουν οι  $F_x$  με την διαθέσιμη πρόσφυση του εσωτερικού τροχού πιο γρήγορα, καθώς η απαιτούμενη πλέον πρόσφυση στις 10 μοίρες από 1163N ανά τροχό έχει αυξηθεί στα 1333N. Επίσης σε υποθετικό σενάριο που το όχημα φέρει κίνηση στους εμπρός τροχούς η διαθέσιμη πρόσφυση συναστά την  $F_x$  στις 5 μοίρες σε αντίθεση με την προηγούμενη περίπτωση όπου αυτό συνέβαινε λίγο πριν από τις 6.

### Εφαρμογή 2

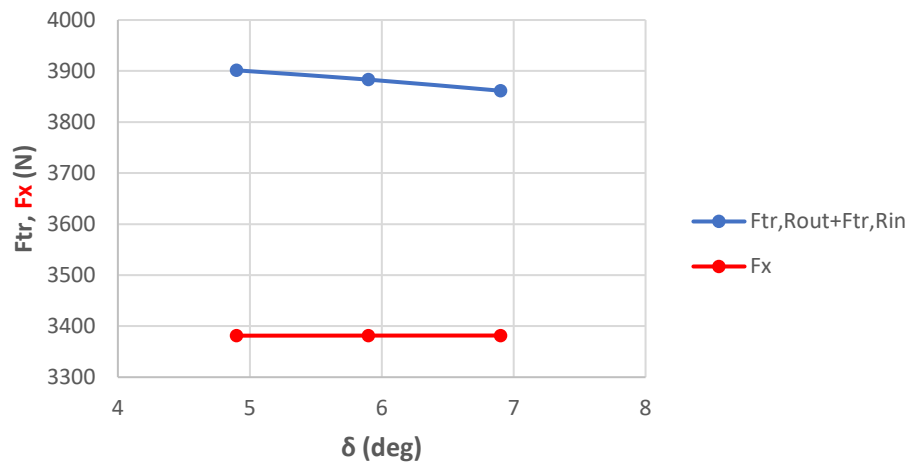


### Εφαρμογή 3

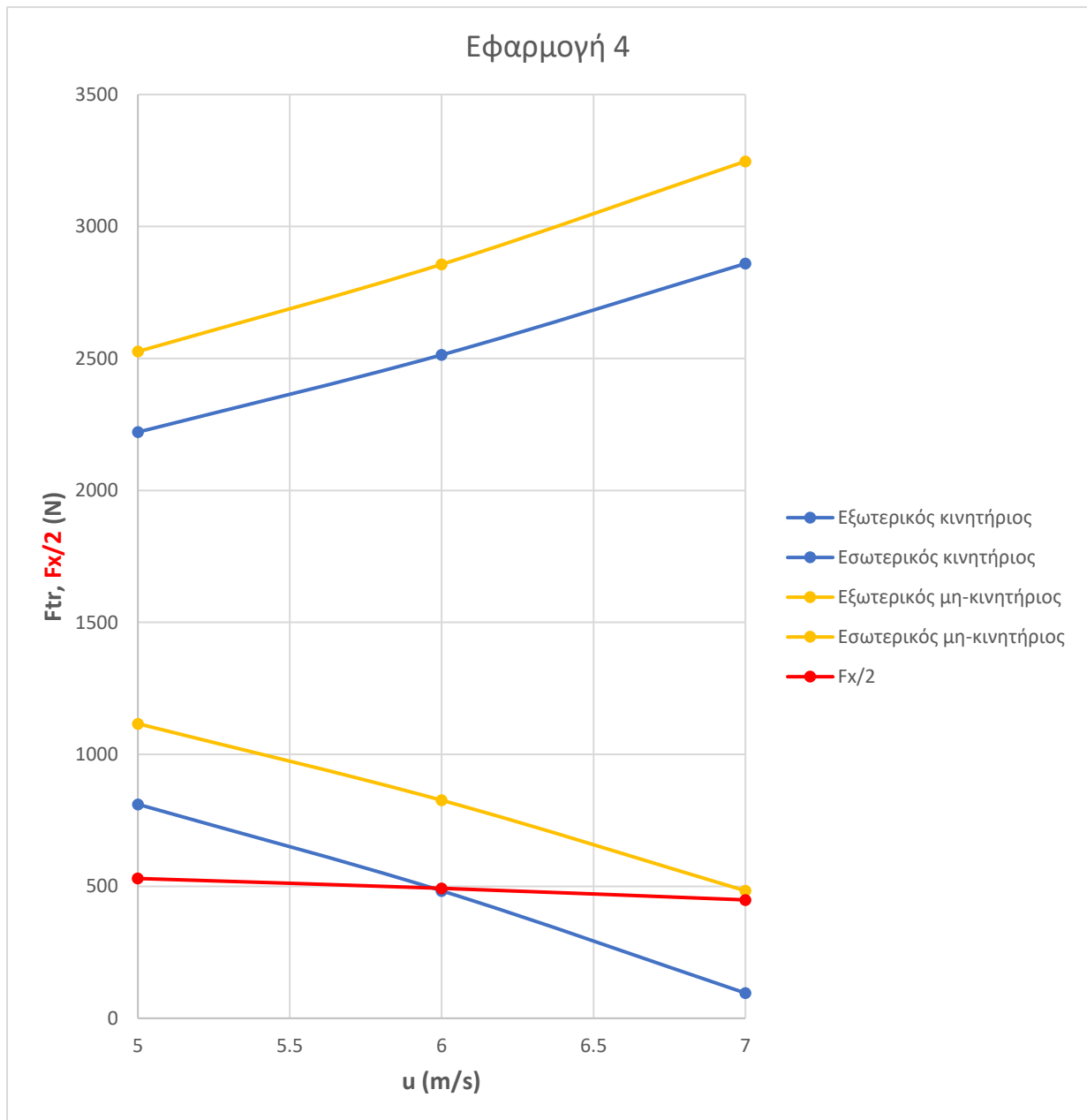


Παρατηρείται με ευκολία σε σχέση με τις υπόλοιπες εφαρμογές το διάγραμμα να ξεκινά με την απαιτούμενη πρόσφυση να βρίσκεται ψιλότερα από την διαθέσιμη για τον εσωτερικό κινητήριο τροχό σε αντίθεση με τον εξωτερικό τροχό που έχει αναλάβει εξολοκλήρου την κινητήρια δύναμη. Πιο συγκεκριμένα υπό αυτές τις συνθήκες ο εσωτερικός τροχός δεν συντελεί στην κίνηση του οχήματος εάν δεν είναι εξοπλισμένο με διαφορετικό περιορισμένης ολίσθησης. Θα είναι αδύνατο στον όχημα να κινηθεί καθώς τα συμβατικά "ανοικτά" διαφορικά διοχετεύουν όλη την διαθέσιμη ροπή στον τροχό με την λιγότερη αντίσταση, δηλαδή αυτόν που μπορεί να κινηθεί πιο εύκολα, τον εσωτερικό. Πολύ ενδιαφέρον έχει επίσης ο εμπρός εσωτερικός μη κινητήριος τροχός ο οποίος αποκτά αρνητικές τιμές πρόσφυσης για γωνίες μεγαλύτερες από 5 μοίρες. Πρακτικά αυτό σημαίνει πως ο τροχός βρίσκεται στον "αέρα", δηλαδή δεν υπάρχει κάθετη δύναμη από το οδόστρωμα, άρα δεν συμμετέχει και έχει αναλάβει ο εμπρός εξωτερικός μη κινητήριος τροχός την αλλαγή διεύθυνσης του οχήματος, κάτι το οποίο δεν είναι επιθυμητό καθώς μπορεί το ελαστικό να μην μπορεί να υποστηρίξει κάτι τέτοιο και το όχημα να αδυνατεί να διατηρήσει την πορεία που ορίζει ο οδηγός.

### Εφαρμογή 3

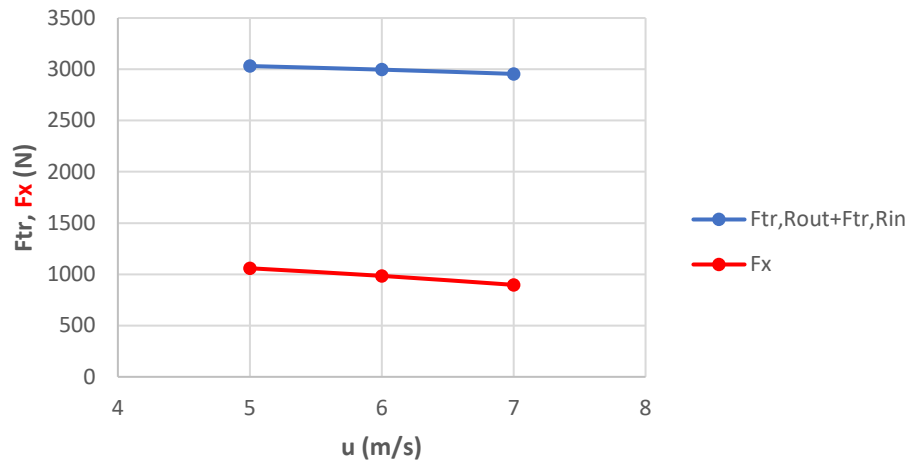


## Εφαρμογή 4



Από περίπτωση σε περίπτωση δεν παρατηρούνται μεγάλες αλλαγές στην απαιτούμενη πρόσφυση καθώς εξαρτάται από την ταχύτητα μόνο η οπισθέλκουσα, άρα λογικό το να παραμένει σχεδόν ευθεία η καμπύλη. Ως προς τις διαθέσιμες προσφύσεις παρατηρείται να αποκλίνουν οι καμπύλες των εσωτερικών και εξωτερικών τροχών, είτε είναι κινητήριος είτε μη-κινητήριος. Αυτό οφείλεται στη αύξηση της ταχύτητας καθώς αυτή με την σειρά της επηρεάζει την φυγόκεντρο με την ταχύτητα να βρίσκεται υψωμένη στην δεύτερη δύναμη και με την ακτίνα στροφής να παραμένει σταθερή. Έτσι όλο και περισσότερο βάρος μετατοπίζεται από τους εσωτερικούς προς τους εξωτερικούς τροχούς, αυξάνοντας και μειώνοντας αντίστοιχα τις αντιδράσεις από το έδαφος και άρα τις διαθέσιμες προσφύσεις ανά τροχό. Στα 6 m/s, παρατηρείται ότι η διαθέσιμη πρόσφυση για τον κινητήριο εσωτερικό τροχό είναι οριακά μικρότερη από τη απαιτούμενη, που σημαίνει πως όπως και στην εφαρμογή 3, εάν το όχημα δεν ήταν εξοπλισμένο με διαφορετικό περιορισμένης ολίσθησης θα αδυνατούσε να κινηθεί. Το ίδιο ισχύει και για τον εσωτερικό μη-κινητήριο τροχό σε περίπτωση που το όχημα ήταν εμπροσθιοκίνητο.

### Εφαρμογή 4



Θα πρέπει να εξεταστεί κατά πόσον η απαιτούμενη πρόσφυση είναι μικρότερη της διαθέσιμης πρόσφυσης και κατά την πέδηση. Δηλαδή:

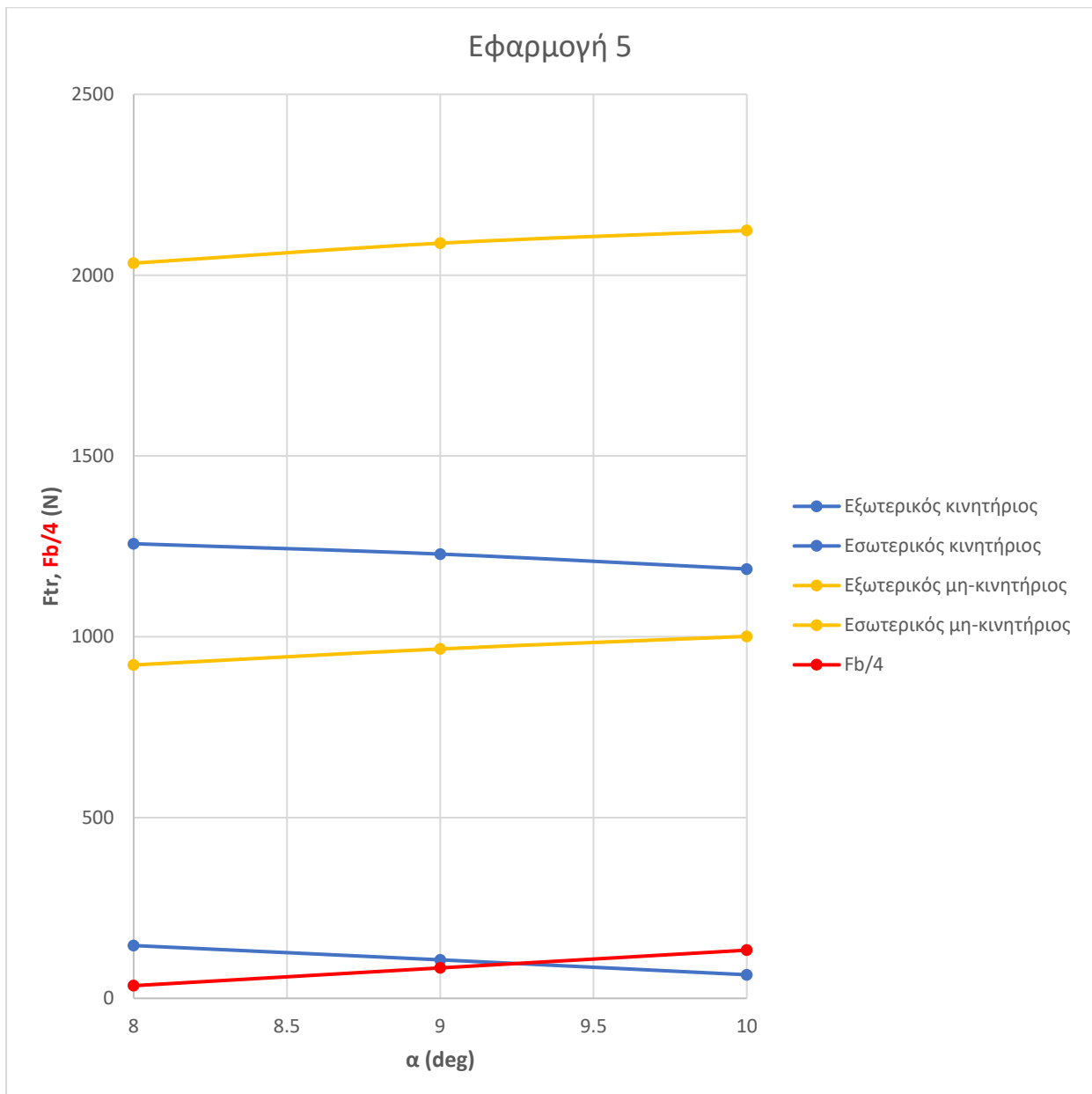
$$\frac{Fb}{2} < (Fz, r_{in} + Fz, r_{out}) * \mu_{dp} \text{ αλλά και}$$

$$\frac{Fb}{4} < Fz, r_{in} * \mu_{dp}$$

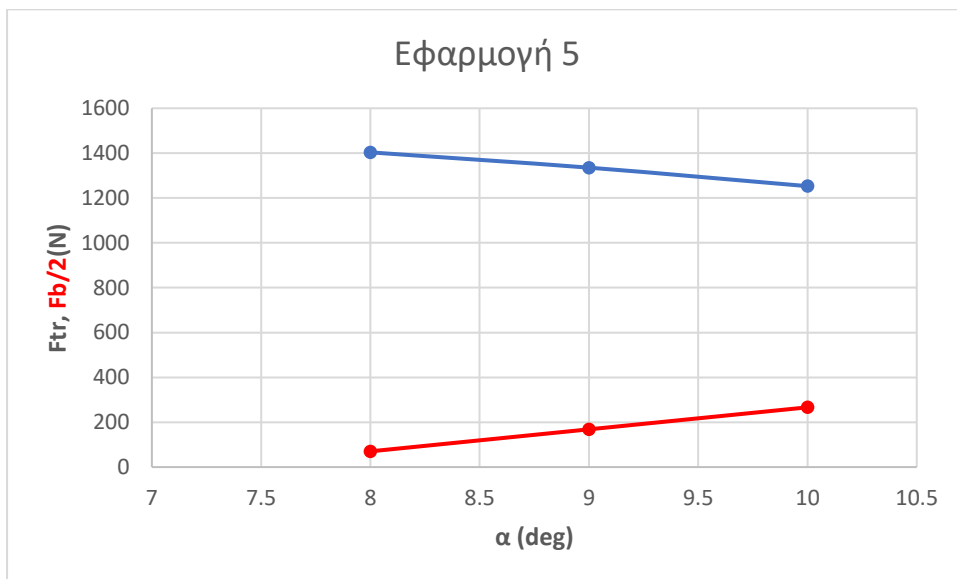
$$\frac{Fb}{4} < Fz, r_{out} * \mu_{dp}$$

Συνεπώς γίνεται σύγκριση μέσω της συνολικά απαιτούμενης πρόσφυσης για την πέδηση του οχήματος όπου σε δυσμενέστερη θέση βρίσκονται οι πίσω τροχοί, (πρώτη συνθήκη ελέγχου) και αν ο κάθε επιμέρους κινητήριος τροχός έχει διαθέσιμη μεγαλύτερη από το μισό της απαιτούμενης πρόσφυσης (δεύτερη συνθήκη ελέγχου) .

### Εφαρμογή 5

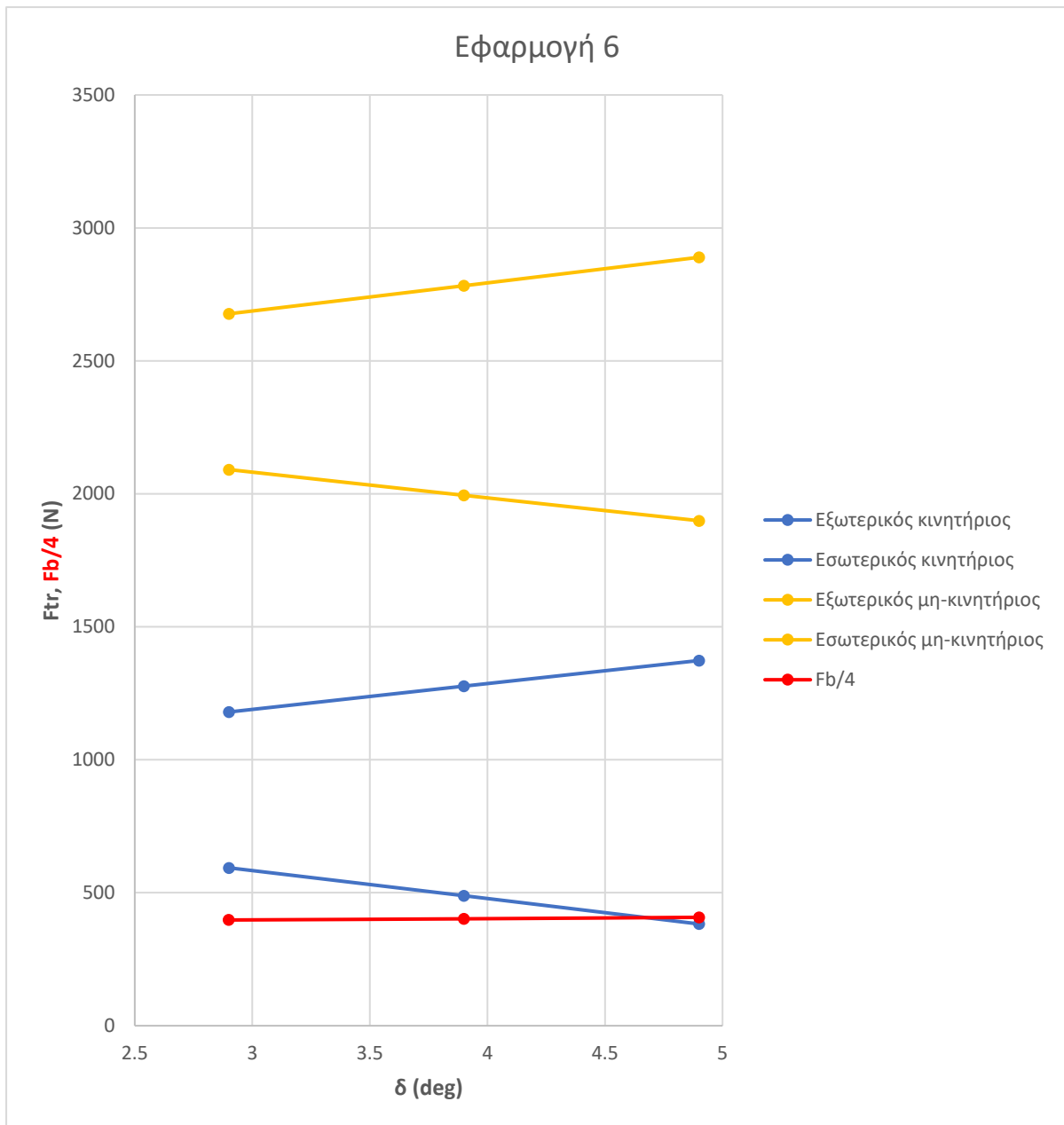


Παρατηρούμε πως η κλίση που έχουν οι καμπύλες των κινητήριων και μη-κινητήριων τροχών είναι μεταξύ τους παράλληλες καθώς δεν υπάρχει κάποια μεταβολή στο μέτρο της φυγόκεντρου δύναμης αλλά μόνο στην κλίση του οδοστρώματος. Σημαντικό είναι επίσης να σημειωθεί πως το μέτρο της απαιτούμενης πρόσφυσης ανά τροχό στην περίπτωση της πέδησης είναι αρκετά μεγαλύτερο για τις ίδιες συνθήκες σε αντίθεση με την  $F_x$  που απαιτείται για την κίνηση του οχήματος. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή παρατηρείται ότι για τιμές γωνίας κλίσης μικρότερη από 9.2 μοίρες ο κινητήριος εσωτερικός οριακά έχει μικρότερη πρόσφυση από την απαιτούμενη. Άρα ο συγκεκριμένος τροχός για τιμές κλίσης από 9.2 μοίρες και πάνω δεν συμμετέχει στην ακινητοποίηση του οχήματος.



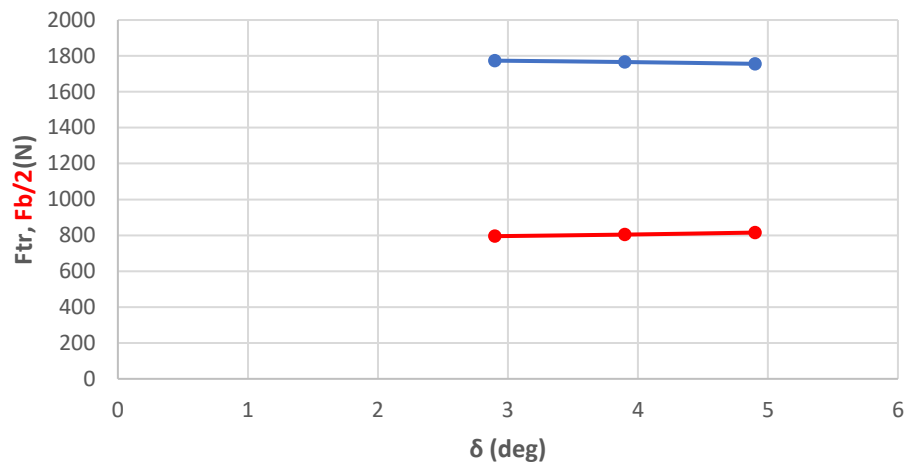


## Εφαρμογή 6

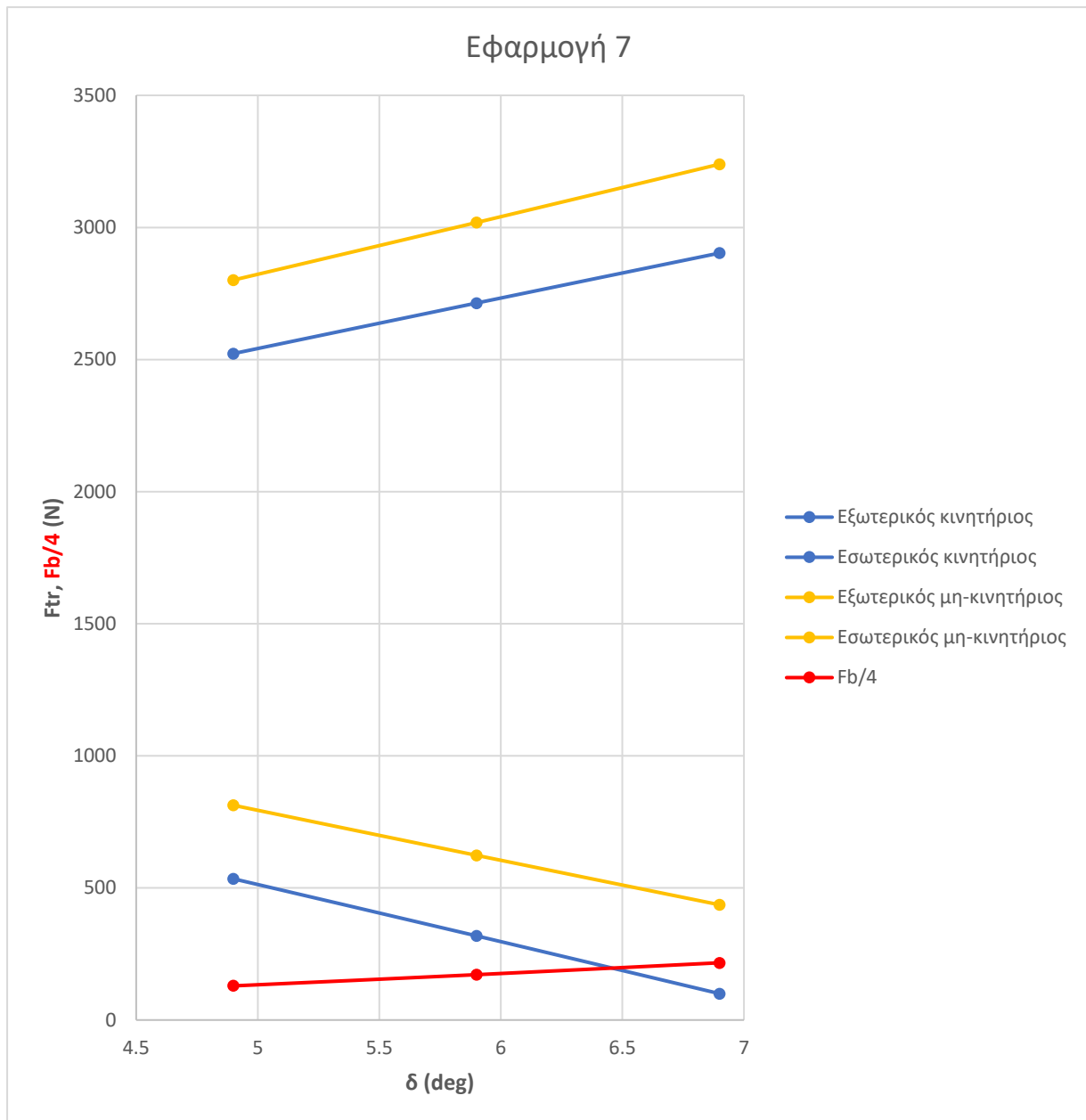


Στην συγκεκριμένη εφαρμογή λόγω του ότι μεταβάλλεται η φυγόκεντρος παρατηρούμε οι καμπύλες των κινητήριων και μη-κινητήριων να αποκλίνουν μεταξύ τους λόγω της μεταβολής των αντιδράσεων από το οδόστρωμα. Στην συγκεκριμένη εφαρμογή παρατηρείται ότι για τιμές γωνίας στροφής μικρότερη από 4.6 μοίρες ο κινητήριος εσωτερικός οριακά έχει μικρότερη πρόσφυση από την απαιτούμενη. Άρα ο συγκεκριμένος τροχός για τιμές κλίσης από 4.6 μοίρες και πάνω δεν συμμετέχει στην ακινητοποίηση του οχήματος.

### Εφαρμογή 6

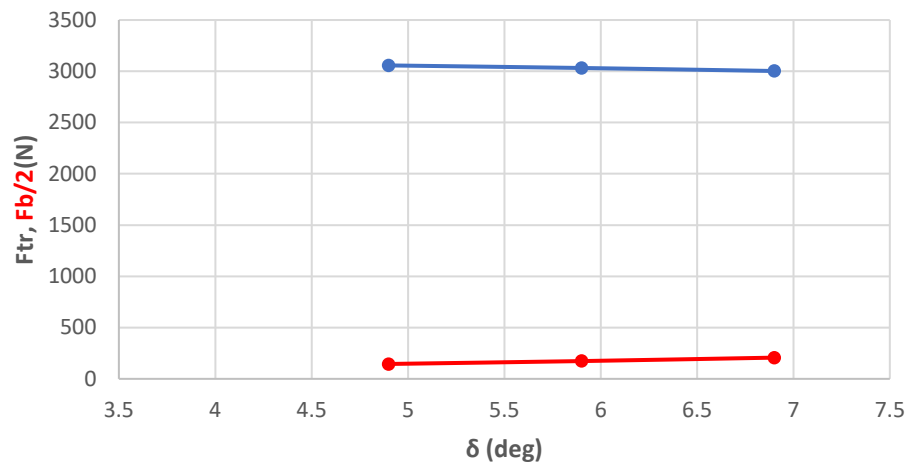


## Εφαρμογή 7

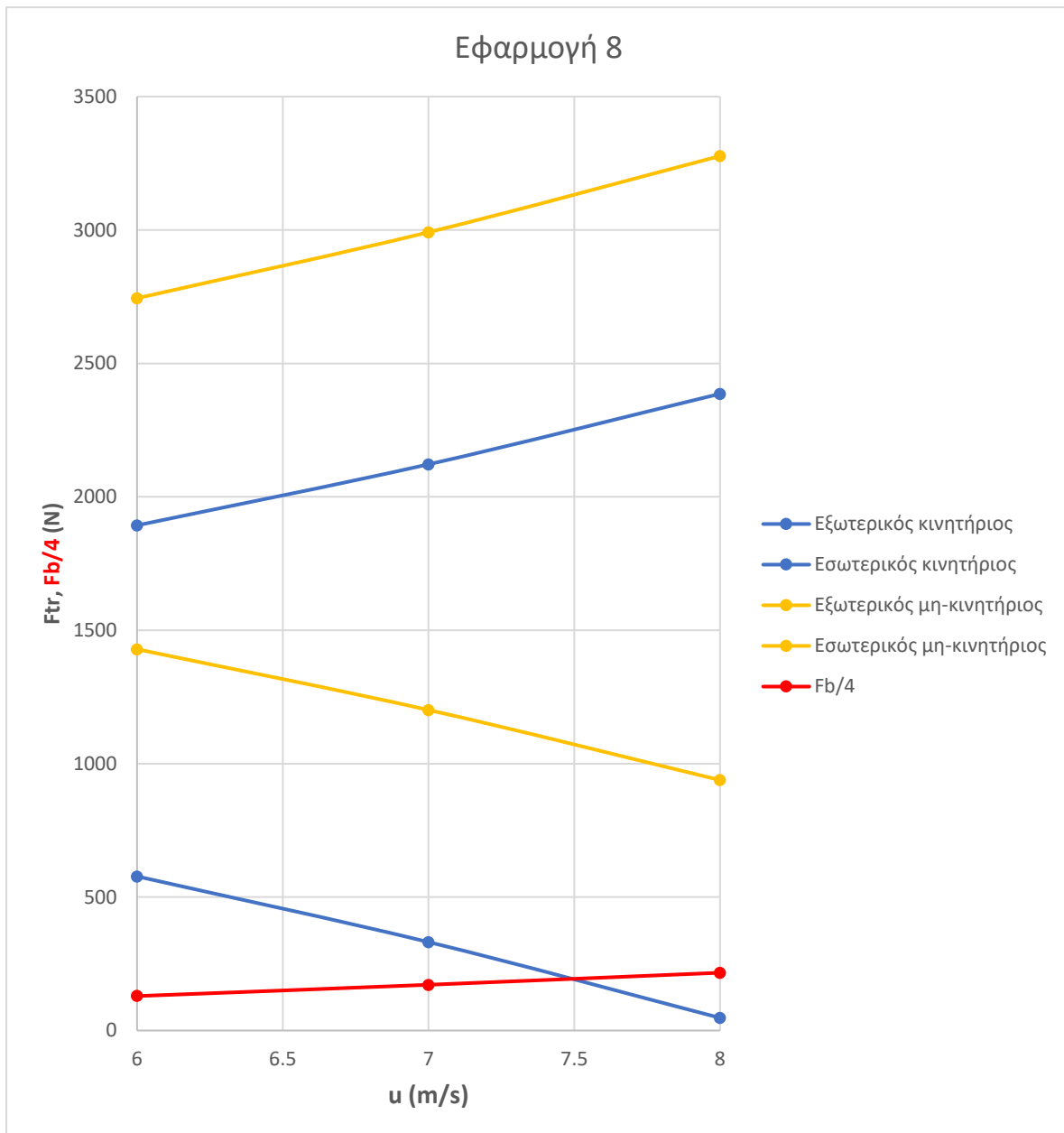


Παρατηρείται ότι η μεταβολή δύο διαφορετικών μεγεθών, σε σύγκριση και με άλλες περιπτώσεις που εναλλάσσεται η γωνία στροφής κατά μία μοίρα ανά περίπτωση, στην συγκεκριμένη εφαρμογή αποκλίνουν πιο γρήγορα οι καμπύλες εντούτοις παράλληλα μεταξύ τους, άρα παίζει σημαντικό ρόλο η αύξηση της επιτάχυνσης του οχήματος από περίπτωση σε περίπτωση. Για τιμές γωνίας στροφής μικρότερη από 6.4 μοίρες ο κινητήριος εσωτερικός οριακά έχει μικρότερη πρόσφυση από την απαιτούμενη. Άρα ο συγκεκριμένος τροχός για τιμές γωνίας στροφής από 6.4 μοίρες και πάνω δεν συμμετέχει στην ακινητοποίηση του οχήματος. Επίσης για γωνία στροφής περίπου ίση με 7.3 μοίρες ο εσωτερικός μη-κινητήριος τροχός και αυτός με τη σειρά του θα χάσει πρόσφυση όπου σε αυτή την περίπτωση θα είναι αρκετά επικίνδυνο το όχημα μιας και είναι πολύ σημαντικός ο κατευθυντήριος τροχός κατά την πέδηση.

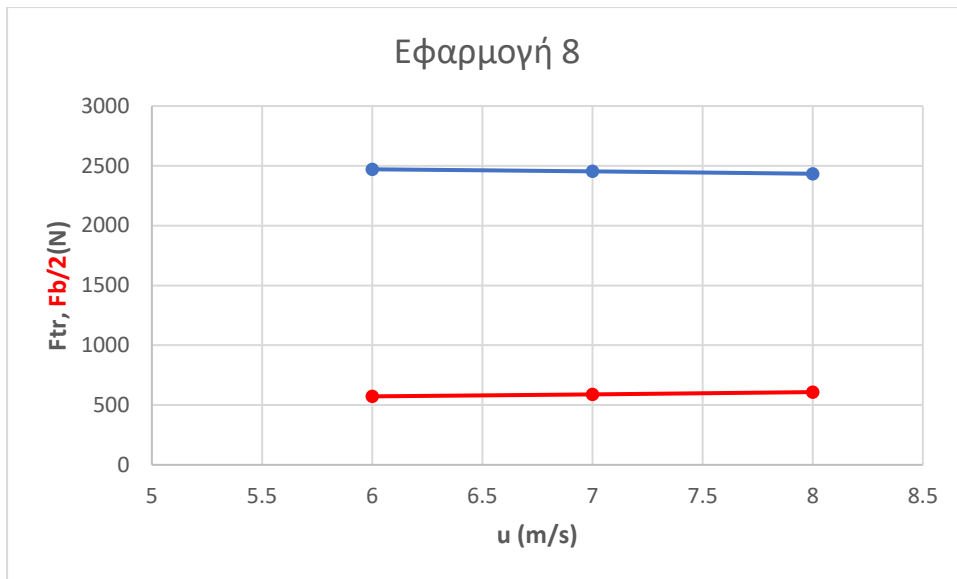
### Εφαρμογή 7



## Εφαρμογή 8



Στην συγκεκριμένη εφαρμογή παρατηρείται να αποκλίνουν οι καμπύλες πρόσφυσης εσωτερικών και εξωτερικών τροχών και πιο συγκεκριμένα με ελαφρώς ολοένα και αυξανόμενο ρυθμό, δηλαδή δεν είναι απόλυτες ευθείες αλλά τόξα. Για τιμές ταχύτητας μικρότερη από 7.5 m/s ο κινητήριος εσωτερικός οριακά έχει μικρότερη πρόσφυση από την απαιτούμενη. Άρα ο συγκεκριμένος τροχός για τιμές ταχύτητας από 7.5 m/s και πάνω δεν συμμετέχει στην ακινητοποίηση του οχήματος.



#### 4.2 Γενικές παρατηρήσεις και σχόλια.

Το μαθηματικό μοντέλο, βοήθησε στην κατανόηση της σχέσης μεταξύ απαιτούμενης, διαθέσιμης πρόσφυσης, καθώς και για τον ρόλο των μεταβλητών. Υπάρχουν προοπτικές επέκτασης καθώς κατά την μορφοποίηση του μαθηματικού μοντέλου έγιναν κάποιες παραδοχές. Πρώτον, οι τροχοί του οχήματος έχουν θεωρηθεί απόλυτα στερεά σώματα ενώ στην πραγματικότητα λειτουργούν σαν ελατήρια και άρα συσπειρώνονται κατά την επιβολή φορτίου με αποτέλεσμα να χαμηλώνει το κέντρο βάρους του οχήματος. Επίσης δεν λαμβάνουμε καθόλου υπόψη τις αναρτήσεις του οχήματος και τα ελατήρια των αναρτήσεων καθώς το πρόβλημα θα γινόταν πολύ πιο πολύπλοκο όμως θα είχε ενδιαφέρον για περαιτέρω διερεύνηση και μελέτη. Όπως επίσης δεν λαμβάνεται υπόψη η εγκάρσια κλίση του οδοστρώματος. Παρατηρείτε μία μικρή μείωση στο συνολικό βάρος του οχήματος και αντίστοιχα αύξηση κατά την επιβράδυνση. Αυτό συμβαίνει μόνο σε περιπτώσεις σε κλίση, διότι λαμβάνουμε τις κάθετες δυνάμεις από το οδόστρωμα και όχι τις κατακόρυφες.

#### Βιβλιογραφία

<https://www.caranddriver.com/news/a18201745/explained-how-to-measure-center-of-gravity-height/>

<https://copradar.com/chapts/references/acceleration.html#:~:text=Many%20safety%20experts%20use%2015,maximum%20braking%20around%200.8%20g's.>

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΟΧΗΜΑΤΩΝ REZA N. JAZAR

ΘΕΩΡΙΑ ΚΙΝΗΣΕΩΣ ΤΡΟΧΟΦΟΡΩΝ ΟΧΗΜΑΤΩΝ MIROSLAV DEMIC ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ Ν. ΣΠΕΝΤΖΑΣ