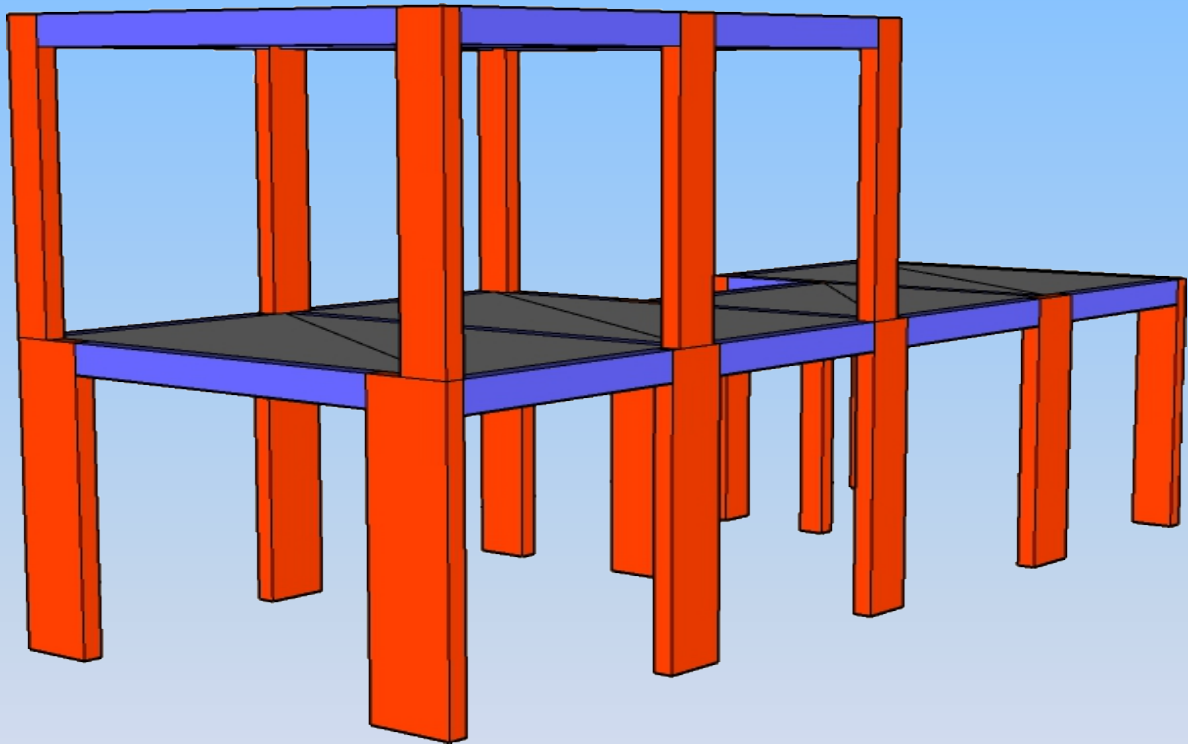




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΩΡΟΦΗΣ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ



Διπλωματική Εργασία

Πετρούτσος Άγγελος

Αθήνα, Ιανουάριος 2024

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΤΡΙΑΝΤΑΦΥΛΛΟΣ-ΦΙΛΗΣ ΚΟΚΚΙΝΟΣ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Όνοματεπώνυμο φοιτητή: **Πετρούτσος Άγγελος**

Τίτλος Διπλωματικής Εργασίας:

**ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΩΡΟΦΗΣ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ
ΜΕ ΤΗ
ΜΕΘΟΔΟ ΤΩ Ν ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ**

Η διπλωματική εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι
Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή:

Τριαντάφυλλος - Φίλης Κόκκινος
Αναπληρωτής Καθηγητής
Επιβλέπων

Νικόλαος Πνευματικός
Καθηγητής
Μέλος

Αντώνιος Κυριαζόπουλος
Καθηγητής (Ομοτ.)
Μέλος

Ιανουάριος 2024, ΑΙΓΑΛΕΩ

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος **Πετρούτσος Άγγελος** του Πατρόκλου, με αριθμό μητρώου 44364690226, φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών, δηλώνει υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας της παρούσας διπλωματικής εργασίας με τίτλο *ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΙΩΡΟΦΗΣ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ* και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών, που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

Ο Δηλών



Πετρούτσος Άγγελος

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, αναλύεται τρισδιάστατος γραμμικός φορέας μέσω υπολογιστικού προγράμματος, που αναπτύσσεται με την βοήθεια του λογισμικού Microsoft Excel. Γίνεται η στατική επίλυση και μελετάται η συμπεριφορά διώροφης κατοικίας, η οποία βρίσκεται σε νησί των Επτανήσων, την Κεφαλονιά. Εκεί, παρατηρούνται οι μεγαλύτερες σεισμικές δράσεις της χώρας μας και αυτό βοηθάει στο να δοκιμασθούν οι δυνατότητες του υπολογιστικού προγράμματος.

Η μέθοδος που εφαρμόστηκε στο συγκεκριμένο πρόγραμμα είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων και αυτή αποτελεί κύριο αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Η μέθοδος είναι γνωστή για την επίλυση σύνθετων προβλημάτων μηχανικού. Στόχος της διπλωματικής αυτής δεν είναι μόνο η ανάπτυξη του αρχείου Excel, αλλά κι γενικότερα η κατανόηση των δυνατοτήτων που μας προσφέρει η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Για αυτό το λόγο δεν χρησιμοποιήθηκε ένα έτοιμο λογισμικό ή πρόγραμμα, αλλά δημιουργήθηκε ένα νέο αναλυτικό χρησιμοποιώντας τα πεπερασμένα στοιχεία. Το συγκεκριμένο αρχείο μπορεί να προσαρμοστεί σε άλλες ανάγκες και απαιτήσεις του χρήστη σε μικρό χρονικό διάστημα.

Στα κεφάλαια της διπλωματικής αυτής εργασίας μελετήθηκαν τόσο τα θεωρητικά θέματα, όσο και πρακτικά θέματα εφαρμογής της μεθόδου, ώστε να γίνει εμβάθυνση σε ορισμένες περιοχές της μηχανικής και ειδικότερα στις τρεις διαστάσεις για τη μελέτη τρισδιάστατων γραμμικών φορέων. Η πρακτική εφαρμογή του αρχείου παρουσιάζεται αναλυτικά σε βήματα, μαζί με τις παραδοχές, στο τελευταίο κεφάλαιο.

ABSTRACT

In this thesis, a computer program is developed with the help of the Microsoft Excel software for the static solution and behavior of a two-storey house, which is located on the island of Eptanisa, Kefalonia. In the specific area some of the largest seismic actions of our country are observed and, thus, we can use this to test the capabilities of the computer program.

The method chosen to implement in this particular program is called the finite element method, which is the main topic of the current work. The method is known for solving complex engineering problems. The methods we could have chosen vary, however, the aim of the thesis is not only the development of the Excel file, but, more generally, the understanding of the possibilities offered by the finite element method. This is the reason for not using a commercial software or program and instead creating from scratch and running one that is using finite elements. The specific file can be adapted to other cases and types of structures requirements by the user in a short period of time.

Along with the practical application of the finite element method to the two-storey building of this diploma thesis, the theoretical background is also presented in some of the chapters, in order to present the three dimensional analysis. The application of the method in the EXCEL file is presented thoroughly in the last chapter along with the assumptions posed on the solution. The whole work is presented in an attempt to solve structural engineering problems with efficiency, flexibility and time efficiency in the execution of the program.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</u>	2
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1</u>	
Εισαγωγή.....	3
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2</u>	
Θεωρία Ελαστικότητας	5
2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	5
2.2 ΤΑΣΕΙΣ	5
2.3 ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ & ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ	7
2.4 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ	12
2.5 ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΥΜΒΙΒΑΣΤΟΥ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ	13
2.6 ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΕΛΑΣΤΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	14
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3</u>	
Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων	18
3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	18
3.2 ΣΥΝΤΟΜΗ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ	19
3.3 ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΑΝΑΛΥΤΙΚΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΚΑΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	20
3.4 ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΑΔΙΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	20
3.5 ΣΦΑΛΜΑΤΑ	23
3.6 ΠΑΡΕΜΒΟΛΗ ΚΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΧΗΜΑΤΟΣ	23
3.7 ΑΡΧΗ ΤΩΝ ΔΥΝΑΤΩΝ ΈΡΓΩΝ	26

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Περιγραφή διώροφης κατοικίας και παραδοχές	29
4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	29
4.2 ΑΡΧΙΤΕΚΤΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	29
4.2.1 Τρισδιάστατη απεικόνιση κατασκευής.....	33
4.3 ΥΛΙΚΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ	36
4.4 ΔΡΑΣΕΙΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ.....	36
4.4.1 Μόνιμες Δράσεις	37
4.4.2 Μεταβλητές Δράσεις	37
4.4.3 Σεισμικές Δράσεις	39

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Εκτέλεση βημάτων ανάλυσης φορέα	45
ΒΗΜΑ 1	45
ΒΗΜΑ 2	46
ΒΗΜΑ 3	46
ΒΗΜΑ 4	46
ΒΗΜΑ 5	47
ΒΗΜΑ 6	47
ΒΗΜΑ 7	47
ΒΗΜΑ 8	47

<u>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</u>.....	ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.
---------------------------------	-------------------------------------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στη σύλληψη της ιδέας που προκάλεσε την συγκεκριμένη εργασία και θα περιγραφεί η μέθοδος με την οποία επιλέξαμε για την εκτέλεση της. Η μέθοδος αυτή θα παρουσιαστεί επίσης μεμονωμένα σε ξεχωριστό κεφάλαιο.

Όπως μπορεί κανείς να καταλάβει από τον τίτλο της διπλωματικής εργασίας, επιχειρήθηκε να αναπτυχθεί ένα πρόγραμμα, συγκεκριμένα θα χρησιμοποιήσουμε λογισμικό της Microsoft Excel, το οποίο θα αναλύει την συμπεριφορά μίας διώροφης κατασκευής σε τρεις διαστάσεις, χρησιμοποιώντας την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων. Αργότερα το πρόγραμμα αυτό (φύλλα Excel) θα παρουσιαστεί κάθε βήμα που εκτελέστηκε επεξηγώντας την μέθοδο που επιλέξαμε.

Ο λόγος επιλογής της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων έγινε διότι χρειαζόμαστε μία μέθοδο εύκολα εκτελέσιμη σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, που θα μπορεί να επιλύει σύνθετα προβλήματα του μηχανικού. Προφανώς μπορούμε να κάνουμε αναφορά και σε άλλες μεθόδους, όπως η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων και η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών. Παρ' όλα αυτά, ο στόχος αυτών των μεθόδων είναι κοινός, η επίλυση διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους τις οποίες βρίσκουμε σε όλα τα φυσικά προβλήματα του συνεχούς μέσου.

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων υπερτερεί έναντι των υπολοίπων αριθμητικών μεθόδων στην πολυπλοκότητα των προβλημάτων που μπορεί να διαχειριστεί και να επιλύσει καθώς και στην μεγάλη ευελιξίας της. Αλλά το μειονέκτημα που παρουσιάζεται είναι ότι πρέπει να καλύψει με στοιχεία όλο το πεδίο, άρα οι απαιτήσεις υπολογιστικής

ισχύος και χώρου αποθήκευσης. Ένα μειονέκτημα που με το πέρασμα των χρόνων ελαχιστοποιήθηκε λόγω της ραγδαίας εξέλιξης των υπολογιστικών μηχανών.

Κυριότερος στόχος της διπλωματικής εργασίας δεν είναι καθεαυτή ανάπτυξη του Excel αρχείου αλλά η καλύτερη κατανόηση των δυνατοτήτων της μεθόδου. Γι' αυτό το λόγο δεν χρησιμοποιήθηκε κάποιο έτοιμο λογισμικό ή πρόγραμμα, αλλά αναπτύχθηκε ένα καινούργιο αρχείο με την βοήθεια του Excel, το οποίο υλοποιήθηκε βήμα – βήμα ακολουθώντας την μεθοδολογία των πεπερασμένων στοιχείων.

Ένα ακόμη πλεονέκτημα στην δημιουργία νέου υπολογιστικού αρχείου αντί την χρήση κάποιου έτοιμου λογισμικού ή προγράμματος είναι ότι μπορεί να προσαρμοστεί στις ανάγκες αλλά και στις ειδικές απαιτήσεις του χρήστη. Έτσι το αρχείο που θα παρουσιαστεί έχει προσανατολισμό στην επίλυση προβλημάτων δομοστατικής μηχανικής. Επίσης μας δίνεται η ευκολία των αναπροσαρμογών του καθώς και των επεκτάσεων του εφόσον υπάρχει η γνώση του κορμού του.

Πριν όμως την εκτέλεση του πεδίου εφαρμογής, μελετήθηκαν πολλά θεωρητικά αλλά και πρακτικά θέματα της μεθόδου και έγινε μια εμβάθυνση σε ορισμένες περιοχές της μηχανικής, από την στιγμή που ασχοληθήκαμε σε τρεις διαστάσεις για την εκτέλεση της εργασίας. Όπως αναφέρθηκε το αρχείο υλοποιήθηκε βήμα – βήμα. Κάθε βήμα παρουσίαζε δυσκολίες οι οποίες μετά από διατριβή και μελέτη ξεπεράστηκαν, δίνοντας ορθά και αξιόπιστα αποτελέσματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

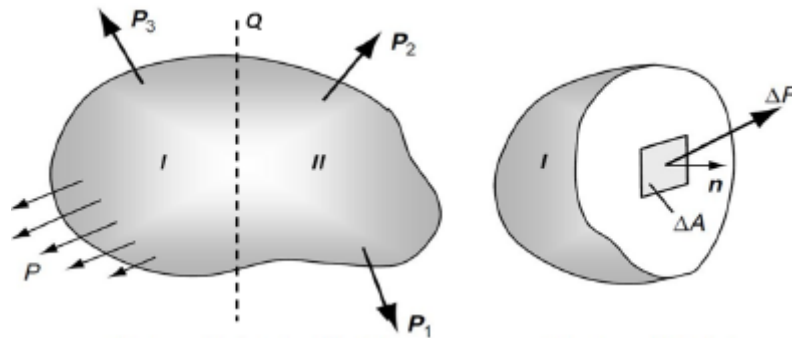
2.1 Εισαγωγή

Η θεωρία της ελαστικότητας μελετά την ελαστική συμπεριφορά ενός στερεού σώματος. Υποθέτει ότι το σώμα είναι ομογενές και ισότροπο, δηλαδή, οι μηχανικές ιδιότητες του παραμένουν ίδιες προς όλα τα σημεία της μάζας και προς όλες τις διευθύνσεις, αντίστοιχα. Στη θεωρία αυτή, ένα σώμα καλείται ελαστικό όταν με την εφαρμογή των εξωτερικών δυνάμεων, μεταβάλλονται το σχήμα και οι διαστάσεις του κατά τέτοιο τρόπο, έτσι ώστε όταν οι εξωτερικές δυνάμεις παύσουν να επιδρούν, το σώμα να ανακτά το αρχικό του σχήμα και διαστάσεις. Ειδικότερα, όταν στο σώμα υφίσταται μια γραμμική σχέση μεταξύ του εξωτερικά επιβαλλόμενου φορτίου και της παραμόρφωσης του σώματος, τότε το σώμα ορίζεται ως γραμμικά ελαστικό (Timoshenko and S. and Goordier 1951).

2.2 Τάσεις

Υποθέτουμε ένα ελαστικό σώμα τυχαίας γεωμετρίας (Σχήμα 2-1α) στο οποίο εξασκούνται μια σειρά από εξωτερικές δυνάμεις. Λόγω των εξωτερικών δυνάμεων, στο σώμα αναπτύσσονται εσωτερικές δυνάμεις. Για να μελετήσουμε την εντατική κατάσταση, που προκαλούν αυτές οι δυνάμεις, σε οποιοδήποτε εσωτερικό σημείο του σώματος θεωρούμε ένα νοητό επίπεδο Q το οποίο διέρχεται της επιφάνειας A και διαιρεί το σώμα σε δυο ξεχωριστά τμήματα. Απομακρύνοντας το τμήμα II, το τμήμα I (Σχήμα 2-1β) πρέπει να ισορροπεί. Για να καταστεί αυτό εφικτό χρειάζεται η παρουσία εσωτερικών δυνάμεων στη θέση της τομής, έτσι

ώστε οι εξωτερικές δυνάμεις στη μια πλευρά της τομής να εξισορροπούνται από τις εσωτερικές δυνάμεις στην τομή.



Σχήμα 2-1. Ελαστικό σώμα υπό την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων

Στη συνέχεια θεωρούμε την στοιχειώδη επιφάνεια ΔA της τομής του τμήματος I (Σχήμα 2-1β). Ο προσανατολισμός της επιφάνειας ΔA καθορίζεται από το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα \mathbf{N} . Η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στη στοιχειώδη επιφάνεια ΔA συμβολίζεται ως $\Delta \mathbf{F}$. Ωστόσο, η τάση ορίζεται ως ο λόγος της δύναμης προς την επιφάνεια

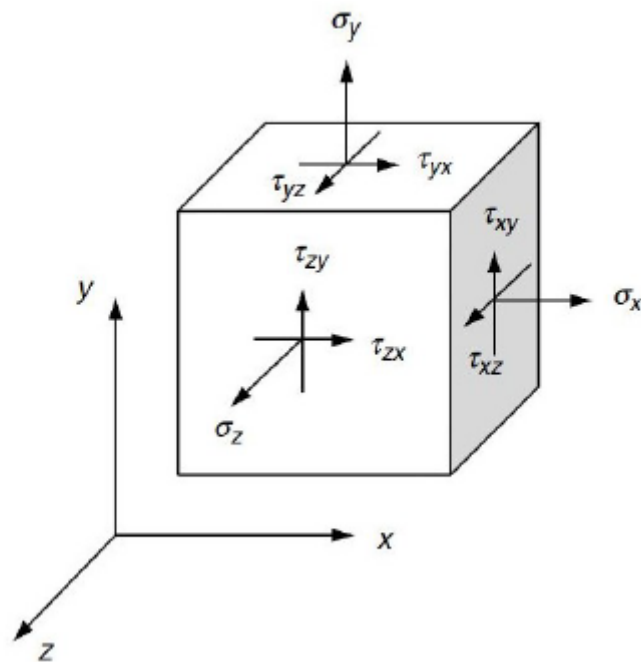
$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2.1)$$

Αναλύοντας τη δύναμη $\Delta \mathbf{F}$ στις συνιστώσες ΔF_N και ΔF_S , αντίστοιχα κάθετη και παράλληλη στην επιφάνεια ΔA ορίζουμε:

$$\sigma_N = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_N}{\Delta A}, \quad \sigma_S = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_S}{\Delta A} \quad (2.2)$$

όπου σ_N καλείτε ορθή τάση και σ_S καλείτε τέμνουσα τάση.

Μέχρι τώρα δόθηκε ο ορισμός της ορθής και τέμνουσας τάσης, στη γενική όμως περίπτωση είναι δυνατόν ένα σώμα να βρίσκεται κάτω από περισσότερες της μιας ειδών φορτίσεις, ορθές και διατμητικές και σε περισσότερους του ενός άξονες. Ωστόσο, ας θεωρήσουμε ένα στοιχειώδη κύβο όπου σε κάθε πλευρά του ασκείται ένα ζεύγος τάσεων που αποτελείται από μια ορθή και δυο διατμητικές τάσεις (Σχήμα 2-2).



Σχήμα 2-2. Στοιχειώδης κύβος και σήμανση συνιστωσών τάσεων

Τόσο οι ορθές όσο και οι διατμητικές τάσεις στη γενικευμένη κατάσταση εντάσεων είναι στοιχεία του γενικευμένου τανυστή των τάσεων σ_{ij} .

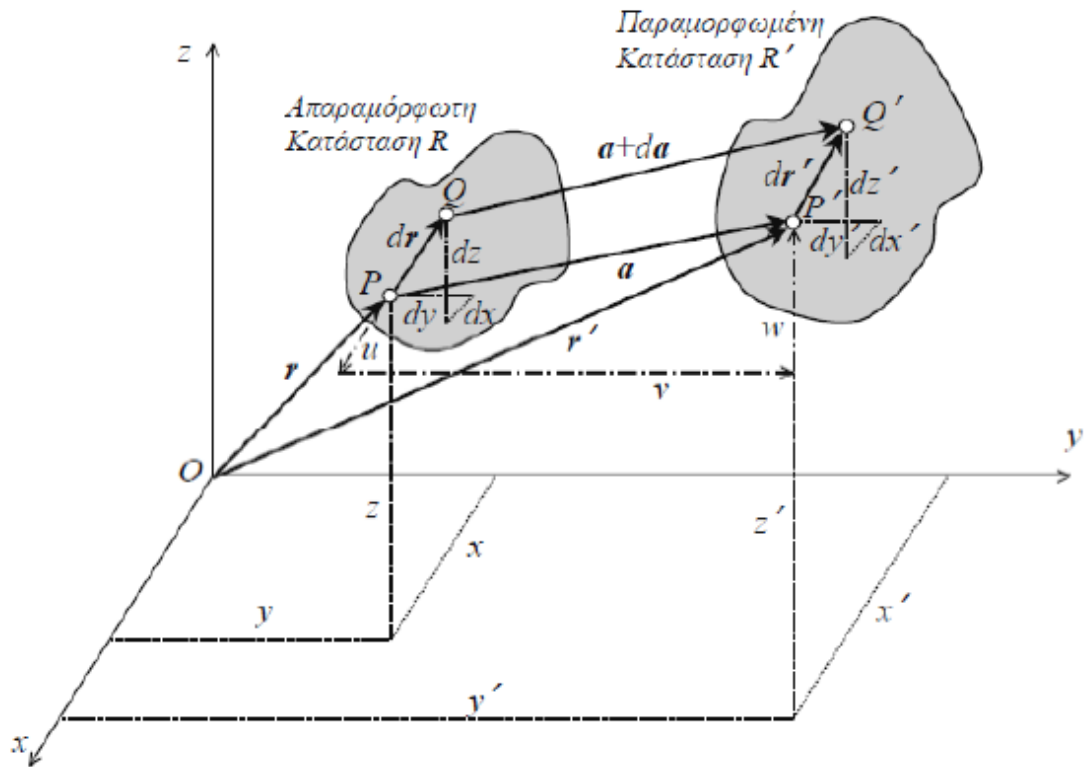
$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (i, j = x, y, z) \quad (2.3)$$

όπου τα στοιχεία της διαγώνιου του μητρώου αυτού περιγράφουν τις συνιστώσες των ορθών τάσεων κατά τους άξονες x , y και z , αντίστοιχα, ενώ τα υπόλοιπα στοιχεία, που συμβολίζονται ως τ_{ij} , περιγράφουν τις συνιστώσες των διατμητικών τάσεων.

2.3 Μετατοπίσεις και Παραμορφώσεις

Ένα ελαστικό σώμα υποβαλλόμενο από εξωτερικές δυνάμεις υφίσταται μετακίνηση και παραμόρφωση. Όπου, με τον όρο μετακίνηση ορίζεται η μεταφορική μετατόπιση και περιστροφή του σώματος και με τον όρο παραμόρφωση ορίζεται η σχετική μετατόπιση μεταξύ γειτονικών υλικών σημείων του σώματος. Η μετακίνηση στερεού δεν προκαλεί

ένταση, αντίθετα η παραμόρφωση είναι αυτή που ευθύνεται για την αναπτυσσόμενη εντατική κατάσταση στο σώμα.



Σχήμα 2-3. Παραμόρφωση τρισδιάστατου ελαστικού σώματος

Από το σχήμα 1-3 θεωρούμε ότι το σημείο P του ελαστικού σώματος πριν την παραμόρφωση να καταλαμβάνει κάποια θέση P' μετά την παραμόρφωση. Το σημείο P' στη γενική περίπτωση εξαρτάται από τη θέση του σημείου P με συντεταγμένες

$$x' = x'(x, y, z) \tag{2.4}$$

$$y' = y'(x, y, z) \tag{2.5}$$

$$z' = z'(x, y, z) \tag{2.6}$$

Στη συνέχεια από το σχήμα 1-3 προκύπτει ότι

$$r' = r + a \tag{2.7}$$

όπου το διάνυσμα $a = a(u, v, w)$ καθορίζει τη μετατόπιση του σημείου P και καλείται διάνυσμα μετατόπισης. Για κάθε υλικό σημείο του σώματος το διάνυσμα μετατόπισης είναι μοναδικό και μπορεί να αναλυθεί σε τρεις καρτεσιανές συνιστώσες μετατόπισης ως

$$u = u(x, y, z) \quad (2.8)$$

$$v = v(x, y, z) \quad (2.9)$$

$$w = w(x, y, z) \quad (2.10)$$

κατά τους άξονες x, y και z . Για να υπάρχει παραμόρφωση στο σώμα θα πρέπει τα διανύσματα μετατόπισης των διαφόρων σημείων του σώματος να είναι διαφορετικά μεταξύ τους. Άρα, για τις συντεταγμένες (x', y', z') του σημείου P' ισχύει

$$x' = x + u \quad (2.11)$$

$$y' = y + v \quad (2.12)$$

$$z' = z + w \quad (2.13)$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι η μετατόπιση του σημείου P είναι a και η μετατόπιση στο σημείο Q που είναι απειροστά κοντά του θα είναι $a + da$, από την σχήμα 2-3 έχουμε

$$dr' = dr + da \quad (2.14)$$

ή

$$dx' = dx + du \quad (2.15)$$

$$dy' = dy + dv \quad (2.16)$$

$$dz' = dz + dw \quad (2.17)$$

όπου τα διαφορικά (du, dv, dw) έχοντας υπόψη τον ορισμό του ολικού διαφορικού γράφονται ως

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (2.18)$$

$$d\nu = \frac{\partial \nu}{\partial x} dx + \frac{\partial \nu}{\partial y} dy + \frac{\partial \nu}{\partial z} dz \quad (2.19)$$

$$dw = \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \quad (2.20)$$

Θέτοντας $ds = |dr|$, όπου είναι η απόσταση μεταξύ των σημείων P, Q και $ds' = |dr'|$ η μεταξύ απόσταση P', Q' , χρησιμοποιώντας το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (2.21)$$

$$ds'^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 \quad (2.22)$$

Αφαιρώντας κατά μέλη την εξ.(2.21) και εξ.(2.22) και λαμβάνοντας υπόψη τις εξ.(2.15)-(2.17) προκύπτει

$$ds'^2 - ds^2 = 2(dudx + dνdy + dwdz) \quad (2.23)$$

Αν η διαφορά $ds'^2 - ds^2$ ισούται με μηδέν, τότε δεν έχει λάβει χώρα καμία σχετική μετατόπιση μεταξύ των σημείων P, Q καθώς αυτά μετακινούνται στις θέσεις P', Q' .

Διαφορετικά, αν η διαφορά $ds'^2 - ds^2$ είναι διαφορετική του μηδενός, τότε το ευθύγραμμο τμήμα ds έχει υποστεί μεταβολή στο μήκος του και συνεπώς το ελαστικό σώμα έχει παραμορφωθεί.

$$ds'^2 - ds^2 = 2(\varepsilon_{xx}dx^2 + \varepsilon_{yy}dy^2 + \varepsilon_{zz}dz^2) + 2(2\varepsilon_{xy}dxdy - 2\varepsilon_{xz}dxdz + 2\varepsilon_{yz}dydz) \quad (2.24)$$

όπου τέθηκε

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\vartheta u}{\vartheta x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\vartheta u}{\vartheta x} \right)^2 + \left(\frac{\vartheta \nu}{\vartheta x} \right)^2 + \left(\frac{\vartheta w}{\vartheta x} \right)^2 \right] \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\vartheta \nu}{\vartheta y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\vartheta u}{\vartheta y} \right)^2 + \left(\frac{\vartheta \nu}{\vartheta y} \right)^2 + \left(\frac{\vartheta w}{\vartheta y} \right)^2 \right] \quad (2.26)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2.27)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xy} \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xz} \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{yz} \quad (2.30)$$

Οι πιο πάνω ποσότητες $(\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz})$ και $(\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{yz})$ περιγράφουν τις συνιστώσες των ορθών ανοιγμένων παραμορφώσεων και των διατμητικών ανοιγμένων παραμορφώσεων, αντίστοιχα. Οι εννέα συνιστώσες $\varepsilon_{ij} (i, j = x, y, z)$ ορίζουν τον τανυστή παραμόρφωσης που περιγράφει την παραμορφωσιακή κατάσταση του σώματος. Ο τανυστής παραμόρφωσης των εξισώσεων (2.25) - (2.30) ονομάζεται και τανυστής παραμόρφωσης Langrange – Green λόγω του ότι για τη διατύπωση του χρησιμοποιήθηκαν υλικές συντεταγμένες

Οι εξισώσεις (2.25) - (2.30) ισχύουν στις περιπτώσεις που υπάρχουν μεγάλες μετατοπίσεις και μικρές παραμορφώσεις και καλούνται μη γραμμικές (γεωμετρική μη- γραμμικότητα). Σημαντικό είναι να αναφερθεί ότι η μη-γραμμική θεωρία στην οποία δεν υπάρχει περιορισμός στην τάξη μεγέθους των μετατοπίσεων, στη κλίση των μετατοπίσεων και των παραμορφώσεων καλείται ως θεωρία πεπερασμένης ελαστικότητας (Green, A. E. and Zerna 1968). Όταν οι παράγωγοι του πεδίου μετατόπισης $(u_{i,j})$ είναι πολύ μικρότεροι της μονάδας, τα γινόμενα μπορούν να αμεληθούν ως πολύ μικροί όροι, οπότε οι εξισώσεις (2.25) - (2.30) τώρα έχουν την ακόλουθη μορφή.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xy} \quad (2.32)$$

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xz} \quad (2.33)$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{yz} \quad (2.34)$$

Οι εξισώσεις (2.31) – (2.34) είναι γραμμικές, έτσι ο τανυστής παραμόρφωσης σε μητρική μορφή τώρα γράφεται ως

$$[e] = \begin{bmatrix} e_{xx} & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yx} & e_{yy} & e_{yz} \\ e_{zx} & e_{zy} & e_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{yx} & \varepsilon_{yy} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{zx} & \frac{1}{2} \gamma_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

2.4 Εξισώσεις Ισοροπίας

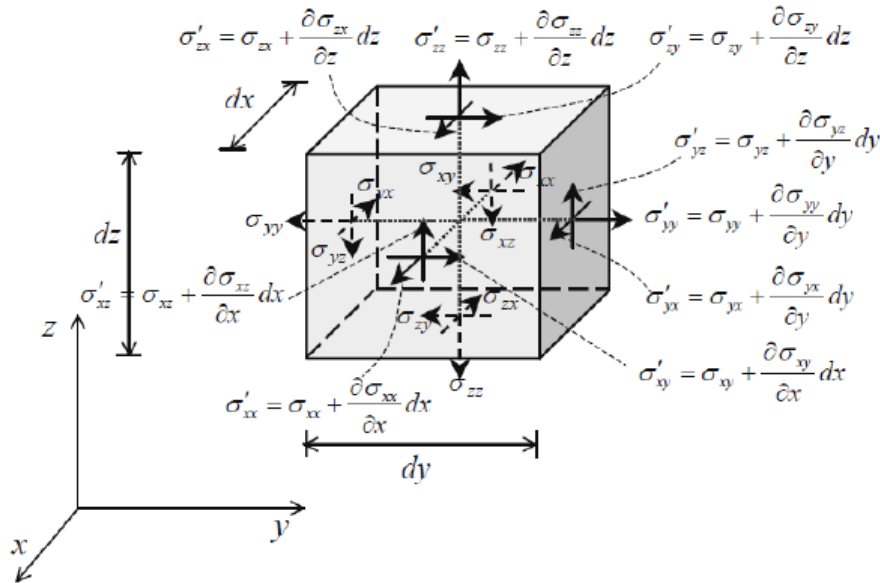
Υποθέτουμε ότι σε ένα παραμορφώσιμο σώμα όπου ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις, η εντατική κατάσταση στο εσωτερικό του μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να διατηρείται η ισορροπία του σώματος καθώς και η ισορροπία κάθε στοιχειώδους τμήματος του. Για ευκολία, θεωρούμε τον στοιχειώδη κύβο (d_x, d_y, d_z) του Σχήματος 1-4, όπου δρουν οι τάσεις σ_{ij} , ενώ οι έδρες όπου είναι απειροστά μετατοπισμένες δρουν οι τάσεις σ'_{ij} . Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψη ότι η τάσεις έχουν συνεχή μεταβολή μέσα στο σώμα, οι τάσεις μπορούν να υπολογισθούν μέσω του αναπτύγματος Taylor. Ο στοιχειώδης κύβος ισορροπεί από την επίδραση των επιφανειακών δυνάμεων που προκαλούν οι τάσεις καθώς και από την καθολική δύναμη $f(f_x, f_y, f_z)$

Θεωρώντας ισορροπία δυνάμεων προκύπτουν οι ακόλουθες εξισώσεις ισορροπίας της τρισδιάστατης ελαστικότητας:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + f_x = 0 \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + f_y = 0 \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z = 0 \quad (2.38)$$



Σχήμα 2-4. Ισορροπία στοιχειώδης κύβου

Οι πιο πάνω σχέσεις καλούνται διαφορικές εξισώσεις ισορροπίας και είναι αυτές που επιλύουν το πρόβλημα ενός παραμορφώσιμου σώματος.

2.5 Συνθήκες Συμβιβαστού Παραμόρφωσης

Αν σε ένα σημείο παραμορφώσιμου σώματος είναι γνωστές οι τρεις συνιστώσες (u, v, w) του διανύσματος μετατόπισης και ζητούνται οι έξι ανεξάρτητες συνιστώσες παραμόρφωσης ε_{ij} , τότε μπορούν να υπολογιστούν άμεσα από τις εξισώσεις (2.31) – (2.34). Διαφορετικά, αν είναι γνώστες οι έξι συνιστώσες παραμόρφωσης και ζητούνται οι τρεις συνιστώσες μετατόπισης, τότε το πρόβλημα έχει υπερεπάρκεια δεδομένων, αφού από τις έξι δεδομένες ανεξάρτητες τιμές πρέπει να υπολογισθούν τρεις άγνωστες τιμές με τη βοήθεια έξι ανεξάρτητων διαφορικών εξισώσεων (2.31) – (2.34). Ωστόσο, για να είναι οι λύσεις (u, v, w) μόνο τιμές και συνεχείς συναρτήσεις, πρέπει να πληρούνται επιπλέον συνθήκες για τις συνιστώσες παραμόρφωσης. Οι συνθήκες αυτές, εξάγονται από τις εξισώσεις (2.31) – (2.34) με απαλοιφή των συνιστωσών μετατόπισης και στη συνέχεια με διαδοχικές παραγωγίσεις, ονομάζονται συνθήκες συμβιβαστού παραμόρφωσης και ορίζονται ως

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{xx}}{\partial y \partial z} \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{yy}}{\partial z \partial x} \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) = 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial x \partial y} \quad (2.44)$$

Οι εξισώσεις (1.39) – (1.44) αποδείχθηκαν από τον Saint-Venant και εκφράζουν τη μαθηματική διατύπωση της συνέχειας ενός παραμορφώσιμου σώματος.

2.6 Καταστατικές Εξισώσεις Ελαστικών Υλικών

Ο απλούστερος καταστατικός νόμος είναι ο νόμος του Hooke. Στη γραμμική ελαστική θεωρία απειροστών παραμορφώσεων ο γενικευμένος νόμος του Hooke έχει τη μορφή

$$\sigma_{ij} = k_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (i, j, k, l = x, y, z) \quad (2.45)$$

όπου ο τανυστής τέταρτης τάξης k_{ijkl} των ελαστικών σταθερών έχει $3^4 = 81$ συνιστώσες.

Λόγω του ότι οι τανυστές παραμόρφωσης είναι συμμετρικοί οι ανεξάρτητες συνιστώσες θα είναι 36, οπότε ο γενικευμένος νόμος του Hooke είναι

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

ή

$$\{\sigma\} = [K]\{\varepsilon\} \quad (2.47)$$

όπου $[K]$ καλείται το μητρώο δυσκαμψίας, k_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, 6$) οι ελαστικές σταθερές και $\{\sigma\}, \{\varepsilon\}$, τα μητρώα τάσης και παραμόρφωσης αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι η εξίσωση (2.46) μπορεί να αντιστραφεί και να ορισθεί ως

$$\{\varepsilon\} = [K]^{-1}\{\sigma\} = [F]\{\sigma\} \quad (2.48)$$

Όπου

$$[F] = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & f_{15} & f_{16} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & f_{25} & f_{26} \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} & f_{35} & f_{36} \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} & f_{45} & f_{46} \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} & f_{54} & f_{55} & f_{56} \\ f_{61} & f_{62} & f_{63} & f_{64} & f_{65} & f_{66} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

το μητρώο ευκαμψίας και οι συνιστώσες f_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, 6$) καλούνται δείκτες ευκαμψίας. Τα μητρώα $[K]$ και $[F]$ είναι συμμετρικά, δηλαδή $k_{ij} = k_{ji}$ και $f_{ij} = f_{ji}$. Άρα, στη περίπτωση ενός ανισότροπου γραμμικά ελαστικού σώματος οι ανεξάρτητες συνιστώσες περιορίζονται σε 21. Στη περίπτωση που το υλικό παρουσιάζει ένα επίπεδο συμμετρίας των μηχανικών ιδιοτήτων του ονομάζεται μονόκλινές και οι 21 k_{ij} σταθερές μειώνονται σε 13, αντίθετα όταν υπάρχουν τρία επίπεδα συμμετρίας κάθετα μεταξύ τους το υλικό ονομάζεται ορθότροπο και οι σταθερές μειώνονται σε 9. Αν όμως σε κάθε σημείο του υλικού υπάρχει ένα επίπεδο πάνω στο οποίο διατηρούνται οι μηχανικές ιδιότητες προς όλες τις διευθύνσεις, τότε το υλικό ονομάζεται εγκάρσια ισότροπο και οι ανεξάρτητες σταθερές μειώνονται σε 5. Τα υλικά στα οποία κάθε διεύθυνση είναι υλικής συμμετρίας ονομάζονται ισότροπα και οι ανεξάρτητες σταθερές είναι 2, και το μητρώο δυσκαμψίας ορίζεται ως

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{12} & 0 & 0 & 0 \\ k_{12} & k_{11} & k_{12} & 0 & 0 & 0 \\ k_{12} & k_{12} & k_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (k_{11} - k_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (k_{11} - k_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (k_{11} - k_{12}) \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Θέτουμε

$$k_{12} = \lambda \quad (2.51)$$

$$k_{11} - k_{12} = 2\mu \quad (2.52)$$

όπου λ και μ δύο σταθερές που ονομάζονται σταθερές Lamé. Οι τιμές των μηχανικών σταθερών όπου χαρακτηρίζουν ένα υλικό, καθορίζονται πειραματικά και είναι το μέτρο ελαστικότητας E , ο λόγος Poisson ν ($0 \leq \nu \leq 0.5$, για $\nu = 0.5$ το υλικό είναι ασυμπίεστο) και το μέτρο διάτμησης G , τα οποία συνδέονται με τις σταθερές Lamé από τις σχέσεις

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \frac{G(2G-E)}{(E-3G)} \quad (2.53)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.54)$$

Ή αντίστροφα

$$E = \frac{\mu(2\mu + 3\lambda)}{\mu + \lambda} \quad (2.55)$$

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\mu + \lambda)} \quad (2.56)$$

Επομένως, στη περίπτωση ιστροπικού υλικού η καταστατική εξίσωση τάσης – παραμόρφωσης στη μητρική μορφή ορίζεται ως

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & k_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

Ἡ αντίστροφα

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & 1/E & -\nu/E & 0 & 0 & 0 \\ -\nu/E & -\nu/E & 1/E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} \quad (2.58)$$

Συνοψίζοντας, τα όσα αναφέρθηκαν πιο πάνω παρατηρήθηκε ότι τα άγνωστα μεγέθη είναι 15 και η διαθέσιμες εξισώσεις είναι 15. Ωστόσο για την επίλυση ενός γενικού προβλήματος είναι δυνατή υπό την προϋπόθεση ότι ικανοποιούνται οι συνοριακές συνθήκες του προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

3.1 Εισαγωγή

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μια αριθμητική μέθοδος που χρησιμοποιείτε για την επίλυση προβλημάτων φυσικής και εφαρμοσμένων επιστημών και μηχανικής. Η μέθοδος μπορεί να εφαρμοσθεί για την ανάλυση κατασκευών, μηχανική των ρευστών, μετάδοση θερμότητας, ηλεκτρομαγνητισμό και άλλα.

Για προβλήματα που περιλαμβάνουν πολύπλοκες γεωμετρίες, φορτίσεις και ιδιότητες υλικού είναι δύσκολο να βρεθεί ακριβείς αναλυτική μαθηματική λύση. Οι αναλυτικές λύσεις είναι αυτές που περιλαμβάνονται από μια μαθηματική έκφραση που δίνει τις τιμές των επιθυμητών αγνώστων ποσοτήτων σε κάθε τοποθεσία ενός σώματος και ισχύει σε κάθε σημείο του σώματος. Αυτές οι αναλυτικές λύσεις απαιτούν την επίλυση μιας συνήθους ή μερικής διαφορικής εξίσωσης η οποία στην περίπτωση πολύπλοκων γεωμετριών, φορτίσεων και ιδιοτήτων υλικού δεν είναι εφικτή. Ωστόσο, προσεγγιστικές λύσεις μπορούν να βρεθούν εάν βασιστεί η επίλυση σε αριθμητικές μεθόδους όπως η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Η διατύπωση του προβλήματος με πεπερασμένα στοιχεία οδηγεί σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων αντί για ένα σύστημα διαφορικών εξισώσεων. Αυτές οι αριθμητικές μέθοδοι δίνουν προσεγγιστικές τιμές των άγνωστων σε διακριτά σημεία στο συνεχές μέσο. Η διαδικασία της μοντελοποίησης ενός σώματος με τον διαχωρισμό του σε ένα ισοδύναμο σύστημα μικρότερων σωμάτων διασυνδεδεμένων σε κοινά σημεία (κομβικά σημεία) ή/και σε συνοριακές γραμμές και επιφάνειες, καλείται χωρική διακριτοποίηση. Γενικά, στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, διατυπώ-

νονται οι εξισώσεις για κάθε πεπερασμένο στοιχείο και συνδυάζονται για να ληφθεί ένα σύστημα εξισώσεων για ολόκληρο το σώμα.

3.2 Σύντομη Ιστορική Αναφορά

Τα Πεπερασμένα Στοιχεία έχουν θεωρητική αφετηρία στις αρχές του εικοστού αιώνα και είναι συνυφασμένα με τον Γερμανό μαθηματικό W. Ritz το 1909 και τον Ρώσο μαθηματικό B. G. Galerkin το 1915. Η απουσία όμως του ηλεκτρονικού υπολογιστή καθυστέρησε την διάδοση και την περαιτέρω ανάπτυξη της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, η οποία ανάπτυξη σε μεγαλύτερους ρυθμούς άρχισε από το 1940 και έπειτα.

Η ιδέα της ανάπτυξης της μεθόδου γεννήθηκε στην αεροναυπηγική λόγω της ανάγκης εύρεσης λύσεων στα δύσκολα προβλήματα που αντιμετώπιζαν στην κατασκευή των αεροσκαφών.

Το 1940 ο Hrenikoff (1940) εισήγαγε την καλούμενη μέθοδο του πλαισίου (framework method) με την οποία ένα επίπεδο ελαστικό μέσο μπορούσε να αντικατασταθεί με ένα ισοδύναμο σύστημα ράβδων και δοκών. Ακολούθησε, το 1943 ο Courant όπου έλυσε το πρόβλημα της στρέψης χρησιμοποιώντας τριγωνικά στοιχεία με την αρχή της ελάχιστης δυναμικής ενέργειας και την ονόμασε Rayleigh-Ritz μέθοδο. Λόγω του ότι εκείνη την εποχή δεν υπήρχε ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, η θεωρία του Courant δεν μπορούσε να εφαρμοσθεί και ξεχάστηκε έως ότου ανακαλύφθηκε ο υπολογιστής όπου οι επιστήμονες ξανά θεμελίωσαν την μέθοδο.

Το 1954 ο Argyris και Kelsey (Argyris 1954; Argyris, J. H. and Kelsey 1960) ανέπτυξαν μεθόδους μητρικής δοκιμής ανάλυσης βασισμένες σε ενεργειακές μεθόδους. Μετά από δυο χρόνια ο Turner και οι συνεργάτες του (Turner, M. J., Clough, R. W., Martin, H. C. and Topp 1956) υπολόγισαν το μητρώο δυσκαμψίας της ράβδου.

Το όνομα «Πεπερασμένα στοιχεία» χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά το 1960 από τον Clough, καθηγητή του πανεπιστημίου 'University of California, Berkeley', στην εργασία του και από τότε όλοι χρησιμοποιούν την παραπάνω ονομασία.

Ωστόσο, έχουν σημειωθεί τεράστιες πρόοδοι στην εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για την επίλυση διάφορων πολύπλοκων προβλημάτων. Ωστόσο, μηχανικοί, μαθηματικοί και άλλοι επιστήμονες θα συνεχίσουν για την ανάπτυξη νέων εφαρμογών.

3.3 Διαφορές Αναλυτικής Μεθόδου και Πεπερασμένων Στοιχείων

Οι κύριες διαφορές μεταξύ της αναλυτικής μεθόδου και των πεπερασμένων στοιχείων έγκειται στο τρόπο με τον οποίο αντιμετωπίζουν την κατασκευή και τον τρόπο που ακολουθούν στη διαδικασία επίλυσης. Οι αναλυτικές μέθοδοι δυσκολεύονται να αντιμετωπίσουν προβλήματα στα οποία η γεωμετρία είναι περίπλοκη. Επιπλέον δεν έχουν καταστρωθεί εξισώσεις έτσι ώστε να μπορούν να συμπεριλάβουν όλα τα φυσικά φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα, ένα σημαντικό πρόβλημα της μη συμπερίληψης όλων 20 των φαινομένων είναι το ψηλό υπολογιστικό κόστος που χρειάζεται. Στο πλαίσιο αυτό έρχεται η εφαρμογή της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων για να καλύψει το κενό που προκύπτει από τις αδυναμίες που δημιουργούνται από τις αναλυτικές μεθόδους.

Οι αναλυτικές μέθοδοι θεωρούν την κατασκευή συνεχή που περιγράφεται από τμηματικές ή συνεχείς κοινές εξισώσεις. Αντίθετα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων αποτελεί μια αριθμητική τεχνική προσέγγισης της συμπεριφοράς μιας κατασκευής. Έτσι ώστε, η κατασκευή αναπαρίσταται από ένα σύνολο επιμέρους στοιχείων που συνδέονται μεταξύ τους με εξισώσεις συνέχειας. Μέσω της επίλυσης των εξισώσεων και σε συνδυασμό με τις εξισώσεις ισορροπίας κάθε στοιχείου, υπολογίζονται τα ζητούμενα μεγέθη σε οποιοδήποτε κόμβο. Ωστόσο, κατά την ανάλυση κάποιου προβλήματος με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, λαμβάνεται υπόψη ολόκληρη η κατασκευή και όχι ένα στοιχειώδες τμήμα της, όπως συμβαίνει με τις αναλυτικές μεθόδους.

3.4 Βασικά στάδια της Μεθόδου Πεπερασμένων Στοιχείων

Η επίλυση ενός προβλήματος συνεχούς μέσου με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων ακολουθεί μια βηματική διαδικασία. Η διαδικασία αυτή περιγράφεται ως εξής:

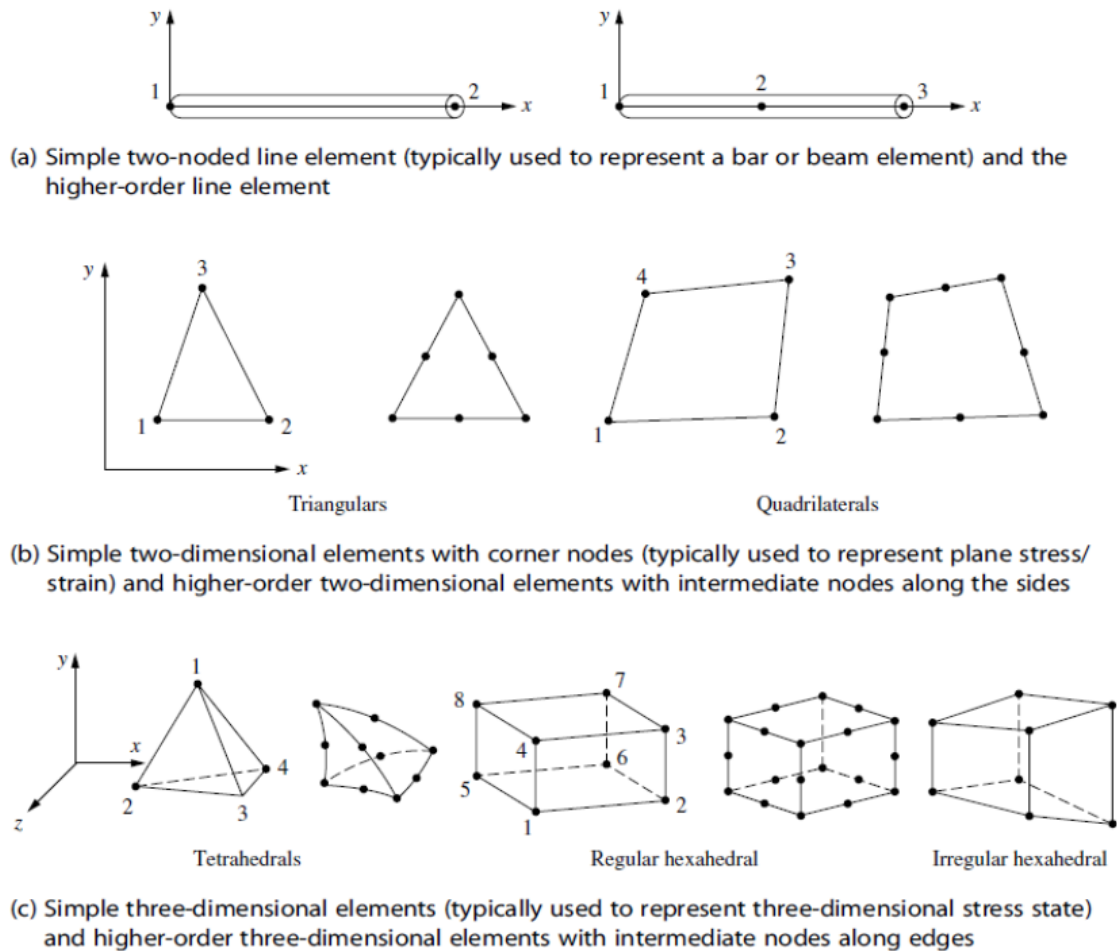
Βήμα 1^ο : Διακριτοποίηση και επιλογή του στοιχείου.

Περιλαμβάνει το διαμερισμό του σώματος σε πεπερασμένα στοιχεία που συνδέονται με κόμβους καθώς και την επιλογή του κατάλληλου στοιχείου ώστε να είναι πιο κοντά στην πραγματική φυσική συμπεριφορά. Ο συνολικός αριθμός των στοιχείων που χρησιμοποιούνται, η διακύμανση στο μέγεθος και το είδος του στοιχείου εξαρτάται από την ακρίβεια των αποτελεσμάτων που θέλουμε. Η επιλογή του μεγέθους γίνεται έτσι ώστε να προσεγγίζουν εντός των απαιτούμενων ορίων την ακριβή λύση σε μικρό υπολογιστικό χρόνο. Μικρά στοιχεία είναι καλύτερα να χρησιμοποιούνται όταν τα αποτελέσματα μεταβάλλονται γρή-

γορα, για παράδειγμα όταν υπάρχουν αλλαγές στη γεωμετρία. Αντίθετα, μεγάλα στοιχεία μπορούν να χρησιμοποιούνται όταν τα αποτελέσματα είναι σχετικά σταθερά.

Η επιλογή του κατάλληλου στοιχείου εξαρτάται από τη φυσική σύνθεση του σώματος κάτω από πραγματικές συνθήκες φόρτισης και πόσο κοντά στη πραγματικότητα θέλουμε να είναι.

Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται πιο συχνά παρουσιάζονται στο Σχήμα 3-1.



Σχήμα 3-1. Τυπικές γεωμετρίες Πεπερασμένων Στοιχείων

Βήμα 2^ο : Επιλογή της συνάρτησης μετατοπίσεων (Συνάρτηση Μορφής – Shape Function).

Όταν η μετατόπιση μιας κατασκευής δεν μπορεί να προβλεφθεί αναλυτικά, γίνεται επιλογή μιας συνάρτησης που θα προσεγγίζει τη μεταβολή της άγνωστης μεταβλητής μέσα σε κάθε στοιχείο. Συνήθως προτιμάται πολυώνυμη συνάρτηση.

Βήμα 3^ο : Μητρώο δυσκαμψίας και εξισώσεις.

Καθορίζονται οι εξισώσεις του πίνακα που εκφράζουν τις ιδιότητες των στοιχείων σχηματίζοντας ένα πίνακα δυσκαμψίας. Ο καθορισμός του πίνακα δυσκαμψίας μπορεί να γίνει με τις ακόλουθες μεθόδους:

- *Μέθοδος άμεσης ισορροπίας (Direct Equilibrium Method).*

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το μητρώο δυσκαμψίας εκφράζει τις εξισώσεις ισορροπίας της κατασκευής. Αυτή η μέθοδος είναι πολύ απλή και εφαρμόζεται κυρίως σε ραβδωτά στοιχεία και σε στοιχεία δοκού.

- *Αρχή δυνατών έργων (Work or Energy Method).*

Βασίζεται στον υπολογισμό του έργου των εξωτερικών φορτίων και της εσωτερικής ενέργειας η οποία προκύπτει καθώς ο φορέας υπό την επίδραση των εξωτερικών φορτίων παραμορφώνεται. Η μέθοδος αυτή είναι απλή και εφαρμόζεται πιο εύκολα στα στοιχεία 2- και 3- διαστάσεων.

- *Μέθοδος σταθμικών υπολοίπων (Method of Weighted Residuals)*

Επιχειρεί μια προσεγγιστική λύση των διαφορικών εξισώσεων με τη θεώρηση δοκιμαστικών συναρτήσεων για τις χαρακτηριστικές μετατοπίσεις του προβλήματος.

Βήμα 4^ο: Μετατροπή του μητρώου δυσκαμψίας στο γενικό σύστημα αξόνων και εισαγωγή των συνοριακών συνθηκών.

Περιλαμβάνει την μετατροπή του μητρώου δυσκαμψίας από το τοπικό (local) σύστημα συντεταγμένων στο γενικό (Global) σύστημα συντεταγμένων. Κατόπιν καθορίζονται οι συνοριακές συνθήκες όπως μετατοπίσεις, δυνάμεις, θερμοκρασίες κ.λπ.

Βήμα 5^ο: Επίλυση των άγνωστων βαθμών ελευθερίας.

Αφού έχει γίνει ο μετασχηματισμός και έχουν καθοριστεί οι συνοριακές συνθήκες ακολουθεί η επίλυση του συστήματος. Για τον υπολογισμό των άγνωστων βαθμών ελευθερίας γίνεται επίλυση ενός γραμμικού συστήματος που είναι αρκετά εύκολος.

Βήμα 6^ο: Υπολογισμός των παραμορφώσεων και τάσεων.

Από τις γνωστές κομβικές μετατοπίσεις, μπορούν να υπολογισθούν οι τάσεις και παραμορφώσεις κάθε στοιχείου χρησιμοποιώντας τις απαραίτητες σχέσεις.

3.5 Σφάλματα

Με τον όρο «σφάλμα» ορίζουμε την ασυμφωνία του αποτελέσματος που υπάρχει μεταξύ της ανάλυσης με πεπερασμένα στοιχεία και του αποτελέσματος από κάποιο μαθηματικό μοντέλο (Cook, D. R., et al. 2002). Ωστόσο, ο μελετητής είναι σημαντικό να γνωρίζει ποιες είναι οι πηγές των πιθανών σφαλμάτων, έτσι ώστε να ακολουθηθεί τις κατάλληλες διαδικασίες για την αποφυγή τους. Οι πηγές σφαλμάτων μπορούν να ταξινομηθούν στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες:

Σφάλμα κατά την μοντελοποίηση (Modeling error). Αναφέρεται στο στάδιο μετατροπής του φυσικού προβλήματος σε μοντέλο (μαθηματική διατύπωση του προβλήματος) για την επίλυση του. Το σφάλμα αυτό μπορεί να προκύπτει λόγω των ιδιοτήτων του υλικού, η εφαρμογή των φορτίων και ο καθορισμός των συνοριακών συνθηκών.

Σφάλμα κατά τη διακριτοποίηση (Discretization error). Η επιλογή των διαστάσεων των στοιχείων κατά τη διακριτοποίηση είναι μια διαδικασία πολύ μεγάλης σημασίας για τη δημιουργία του μοντέλου, γιατί είναι ο παράγοντας όπου καθορίζεται η ορθότητα αλλά και η σύγκλιση της ανάλυσης. Αυτό οφείλεται στο ότι οι διαστάσεις των στοιχείων καθορίζουν τον αριθμό των στοιχείων του μοντέλου. Όταν ο αριθμός των στοιχείων είναι μεγάλος τότε η επίλυση συγκλίνει πάρα πολύ κοντά στην πραγματική τιμή. Επιπρόσθετα όσο αυξάνεται ο αριθμός των στοιχείων αυξάνεται και ο χρόνος ανάλυσης. Ωστόσο, οι διαστάσεις των στοιχείων πρέπει να είναι τέτοιες, όπου θα λαμβάνεται υπόψη ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος αλλά και η σύγκλιση των αποτελεσμάτων.

Αριθμητικό Σφάλμα (Numerical error). Ένα από τα σημαντικότερα στάδια της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων είναι η επίλυση της μητρικής εξίσωσης $[K]\{D\} = \{R\}$. Σε κάθε υπολογισμό, οι πραγματικοί αριθμοί αποθηκεύονται με ακρίβεια ενός δεδομένου αριθμού ψηφίων, τα οποία όλα συμβάλουν κατά την εκτέλεση των αριθμητικών πράξεων. Ωστόσο, μετά από ένα αριθμό πράξεων η αρχική ακρίβεια δεν θα είναι η ίδια αλλά θα έχει ελαττωθεί, με αποτέλεσμα να υπάρχει ένα υπολογιστικό σφάλμα.

3.6 Παρεμβολή και Συνάρτηση Σχήματος

Οι μετατοπίσεις σε κάθε σημείο του στοιχείου εκφράζονται συνάρτηση των μετατοπίσεων των κόμβων με τη βοήθεια κάποιας συνάρτησης παρεμβολής. Για την παρεμβολή χρησιμο-

ποιούνται πολυώνυμα, λόγω του ότι οι αλγεβρικές πράξεις με τα πολυώνυμα είναι εύκολες και μπορούν να δοθούν οι τελικές εκφράσεις σε κλειστή μορφή. Επίσης, όσο μεγαλύτερου βαθμού είναι το πολυώνυμο που επιλέγεται για την προσεγγιστική έκφραση των μετατοπίσεων, τόσο πιο κοντά πλησιάζουμε την ακριβή λύση

Στην περίπτωση ενός μονοδιάστατου στοιχείου (ράβδος ή δοκός) η μορφή του πολυώνυμου παρεμβολής που δίνει τη μετατόπιση του στοιχείου δίνεται ως

$$\Phi(x) = u(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \quad (3.1)$$

$$\Phi(x) = u(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^3 + \dots + a_{n+1} x^n \quad (3.2)$$

Που γράφεται και ως

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & \dots & x^n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} \eta \Phi(x) = [M] \{A\} \quad (3.3)$$

όπου a_i είναι σταθερές και καλούνται γενικευμένες συντεταγμένες.

Τώρα, στην περίπτωση που υπάρχουν δυο συνιστώσες (επίπεδη παραμόρφωση) u και v της μετατόπισης, το πολυώνυμο της παρεμβολής για κάθε μετατόπιση είναι

$$u(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + \dots \quad (3.4)$$

$$v(x, y) = b_1 + b_2 x + b_3 y + b_4 x^2 + b_5 xy + b_6 y^2 + \dots \quad (3.5)$$

Ή σε μητρική μορφή

$$\{\Phi\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & x & y & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \end{Bmatrix} = [M] \{A\} \quad (3.6)$$

Σημειώνουμε ότι το πλήθος των σταθερών a_i και b_i πρέπει να ισούται με τον αριθμό των κόμβων που έχει το κάθε στοιχείο. Ωστόσο η εξίσωση (2.6) που δίνει τις μετατοπίσεις ενός κόμβου σε ένα στοιχείο, θα δίνει και τις μετατοπίσεις $\{\Phi_i\}, \{\Phi_j\}, \{\Phi_m\}, \dots$ των κόμβων i, j, m, \dots του στοιχείου e . Εφαρμόζοντας, τώρα για τις τιμές του x ίσες με τις συντεταγμένες x_i, x_j, x_m, \dots των κόμβων, προκύπτουν οι γραμμικές σχέσεις

$$\begin{aligned}\Phi_i &= [M(x_i)]\{A\} \\ \Phi_j &= [M(x_j)]\{A\} \\ \Phi_m &= [M(x_m)]\{A\}\end{aligned}\tag{3.7}$$

Οι οποίες μπορούν να γραφτούν σε μητρική μορφή ως

$$\begin{Bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_m \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [M(x_i)] \\ [M(x_j)] \\ [M(x_m)] \\ \vdots \end{Bmatrix} \{A\} \Rightarrow \{\Phi_e\} = [X]\{A\}\tag{3.8}$$

Στην γενικευμένη περίπτωση η εξίσωση (3.8) μπορεί να αντιστραφεί και να έχουμε

$$\{A\} = [X]^{-1}\{\Phi_e\}\tag{3.9}$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.9) στη (3.3) έχουμε

$$\begin{aligned}\Phi(x) &= [M][X]^{-1}\{\Phi_e\} \\ [N] &= [M][X]^{-1}\end{aligned}\tag{3.10}$$

↓

$$\Phi(x) = [N]\{\Phi_e\}$$

όπου $[N]$ καλείται συνάρτηση σχήματος και εξαρτάται από τη γεωμετρία του στοιχείου και τον παρεμβολικό τύπο που χρησιμοποιήθηκε. Η εξίσωση (3.10) τώρα μπορεί να γράφεται ως

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} N_i(x) & N_j(x) & N_m(x) & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_i \\ \Phi_j \\ \Phi_m \\ \vdots \end{Bmatrix}\tag{3.11}$$

Η εξίσωση (3.11) περιγράφει τις μετατοπίσεις για στοιχείο που μετατοπίζεται μόνο ως προς τη διεύθυνση x (ένας βαθμός ελευθερίας). Στη περίπτωση που το στοιχείο έχει περισσότερους βαθμούς ελευθερίας τότε η πιο πάνω διαδικασία μπορεί να προσαρμοστεί αναλόγως.

3.7 Αρχή των Δυνατών Έργων

Η Αρχή των Δυνατών Έργων ορίζει ότι ένα σώμα είναι σε ισορροπία, όταν το συνολικό εσωτερικό δυνατό έργο ισούται με το εξωτερικό δυνατό έργο για κάθε κινητικά επιτρεπτό πεδίο μετατοπίσεων. Ωστόσο, με την αρχή των δυνατών έργων μπορεί να αναπτυχθεί το μητρώο δυσκαμψίας για την ανάλυση οποιασδήποτε κατασκευής.

Εφαρμόζοντας τώρα την αρχή των δυνατών έργων για ένα στοιχείο που έχει όγκο V και επιφάνεια S βρίσκουμε ότι η συνολική δυναμική ενέργεια είναι.

$$\int_V \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \{du\}^T \{F\} dV + \int_S \{du\}^T \{\Phi\} dS \quad (3.12)$$

όπου $\{\delta\varepsilon\}$ διάνυσμα των ανοιγμένων παραμορφώσεων, $\{\sigma\}$ διάνυσμα των τάσεων που ισορροπούν τα εξωτερικά φορτία, $\{du\}$ διάνυσμα των μετατοπίσεων, $\{F\}$ διάνυσμα των μαζικών δράσεων (δράσεις ανά μονάδα όγκου) και $\{\Phi\}$ διάνυσμα των επιφανειακών δράσεων (δράσεις ανά μονάδα επιφάνειας).

Οι δυνατές μετατοπίσεις $\{du\}$ δίνονται από την εξίσωση (3.10) με αντικατάσταση του $\{\Phi\}$ με $\{du\}$. Δηλαδή,

$$\{du\} = [N]\{\delta d\} \quad (3.13)$$

Οι ανοιγμένες παραμορφώσεις βασιζόμενες στις εξισώσεις (2.31) – (2.34) δίνονται ως

$$\{\delta\varepsilon\} = [\partial]\{du\} \quad (3.14)$$

όπου σε μητρική μορφή είναι

$$\{\delta\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \\ \delta w \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (3.13) στη (3.14) η ανοιγμένη παραμόρφωση τώρα ορίζεται ως

$$\{\delta\varepsilon\} = [\partial][N]\{\delta d\} = [B]\delta\{d\} \quad (3.16)$$

όπου $[B] = [\partial][N]$

Επομένως, ο πρώτος όρος του δεξιού μέλους της εξίσωσης (3.12) που είναι το δυνατό έργο λόγω των μαζικών δυνάμεων γράφεται

$$\int_V \{\delta u\}^T \{F\} dV = \{\delta d\}^T \int_V [N]^T \{F\} dV \quad (3.17)$$

όπου $\{F_V^e\} = \int_V [N]^T \{F\} dV$ δίνει τις στατικά ισοδύναμες κομβικές δυνάμεις. Δηλαδή τις

δυνάμεις που εφαρμόζονται στους κόμβους του στοιχείου και παράγουν ισοδύναμο έργο με τις $\{F\}$.

Με την ίδια διαδικασία μπορούν να αντικατασταθούν και οι επιφανειακές δυνάμεις $\{\Phi\}$ με τις στατικά ισοδύναμες κομβικές δυνάμεις

$$\int_S \{\delta u\}^T \{\Phi\} dS = \{\delta d\}^T \int_S [N]^T \{\Phi\} dS \quad (3.18)$$

$$\{F_S^e\} = \int_S [N]^T \{\Phi\} dS \quad (3.19)$$

Τώρα το δεύτερο μέρος της εξίσωσης (3.12) γίνεται

$$\int_V \{\delta u\}^T \{F\} dV + \int_S \{\delta u\}^T \{\Phi\} dS = \{\delta d\}^T (\{F_V^e\} + \{F_S^e\}) \quad (3.20)$$

Όπου $\{F^e\} = \{F_V^e\} + \{F_S^e\}$ είναι οι συνολικές στατικές κομβικές δυνάμεις του στοιχείου.

Επομένως, η εξίσωση (2.12) παίρνει τη μορφή

$$\int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \{\delta d\}^T \{F^e\} \quad (3.21)$$

όπου $\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}$ και αντικαθιστώντας στην εξίσωση (3.21) την (3.16), η εξίσωση (3.21) τώρα δίνεται

$$\left(\int_V [B]^T [D] [B] dV \right) \{\delta d\} = \{F^e\} \quad (3.22)$$

Όπου

$$[K^e] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (3.23)$$

το μητρώο δυσκαμψίας του στοιχείου. Και εφ' όσον το $\{\delta d\}$ διάνυσμα διάφορο του μηδενός η εξίσωση (3.22) τώρα γράφεται ως

$$\{F^e\} = [K^e] \{d\} \quad (3.24)$$

Ωστόσο, μετά όσα έχουν δηχθεί, η Αρχή των δυνατών έργων μπορεί να εφαρμοσθεί για οποιοδήποτε στοιχείο έτσι ώστε να πάρουμε το μητρώο δυσκαμψίας.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΙΩΡΟΦΗΣ ΚΑΤΟΙΚΙΑΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ

4.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό θα αναφερθούμε στα χαρακτηριστικά της κατασκευής η οποία αποτελεί μία κατοικία με αποκλειστική χρήση κατοικίας και στις δύο στάθμες. Επίσης δεν επιτρέπεται προσθήκη επιπλέον ορόφων λόγω κατηγορίας σπουδαιότητας Σ2, μία παραδοχή που επιλέχθηκε και θα βοηθήσει στην συνέχεια της ανάλυσης.

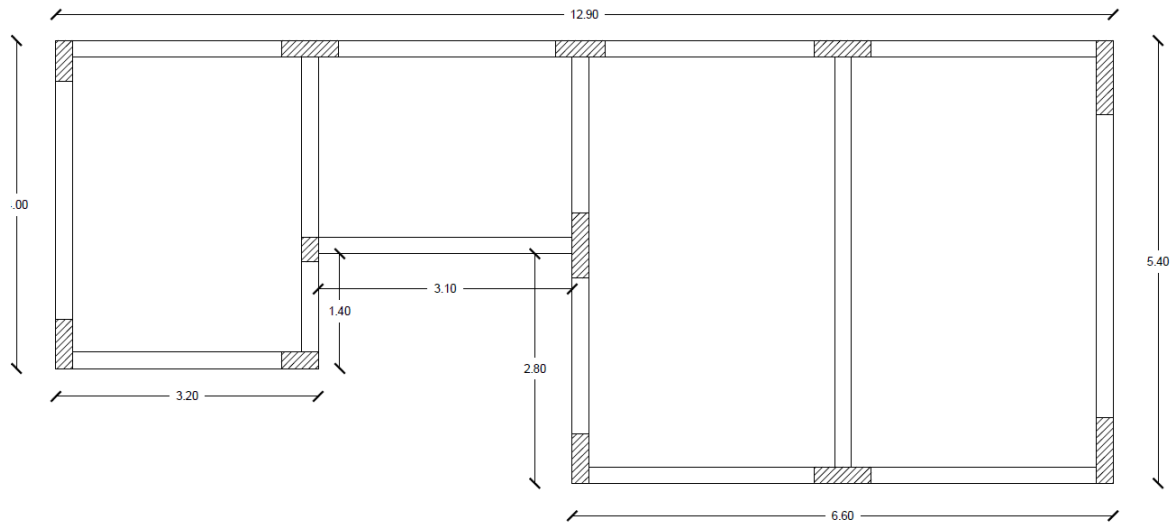
Η τοποθεσία της συγκεκριμένης κατοικίας είναι στο νησί των Επτανήσων Κεφαλονιά, συγκεκριμένα στο νοτιότερο τμήμα της, τον οικισμό των Λουρδάτων. Η επιλογή αυτή έγινε γιατί η περιοχή χαρακτηρίζεται από έντονη σεισμική δραστηριότητα και κατατάσσεται σύμφωνα με τον τελευταίο σεισμολογικό χάρτη του ΕΑΚ 2000 (Φ. Ε. Κ. Β' 1154/12-8-2003) στη ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας ΙΙΙ, ώστε η ανάλυση μας να γίνει πιο σύνθετη.

Βρίσκεται σε παραθαλάσσια περιοχή και το έδαφος στο μεγαλύτερο μέρος του αποτελείται από βραχώδεις και ημιβραχώδεις σχηματισμούς με κενά, κατηγορίας εδάφους Α, άλλη μία παραδοχή που θα μας χρειαστεί αργότερα. Η κλίση τους εδάφους είναι φυσική και μικρή.

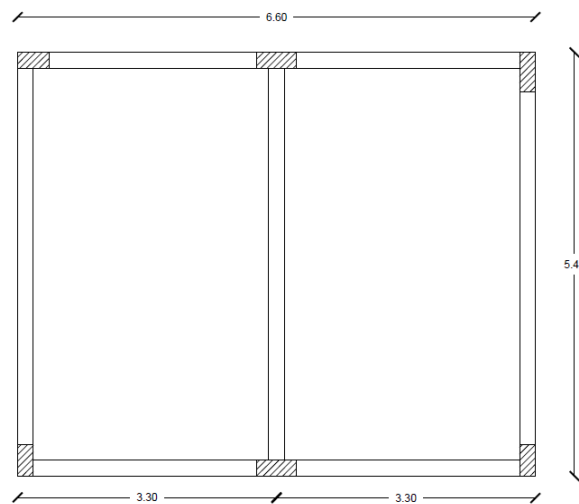
4.2 Αρχιτεκτονική περιγραφή κατασκευής

Η γενική κάτοψη του κτιρίου είναι ορθογωνική με διαστάσεις 12,90x5,40 μ. και το περίγραμμα της δεν διατηρείται σταθερό στον όροφο. Περιμετρικά της κατοικίας δεν υπάρχουν εξώστες εφόσον ο όροφος της κατασκευής έχει σχεδιαστεί έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένας

μεγάλος βατός χώρος που αποτελεί και την πλάκα οροφής του ισογείου και η χρήση του θα είναι ίδια με αυτή ενός εξώστη. Ο χώρος αυτός φέρει περιμετρικά χαμηλό μπατικό στηθαίο και μη φέροντα γωνιακά κατακόρυφα στοιχεία διαστάσεων 0,20x0,20 μ.



Σχήμα 4-1 Κάτοψη ισογείου

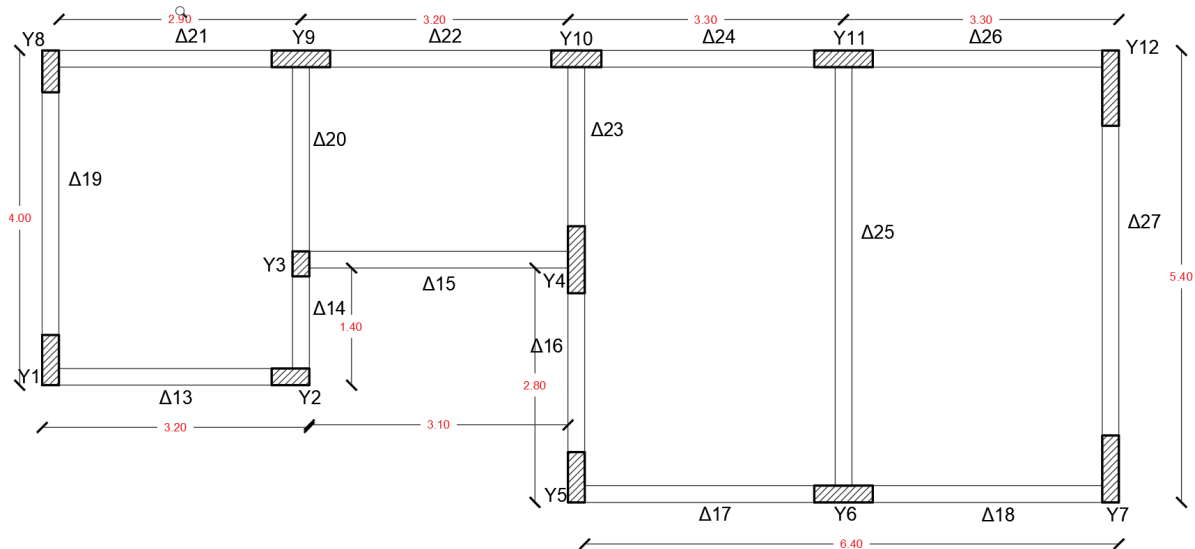


Σχήμα 4-2 Κάτοψη ορόφου

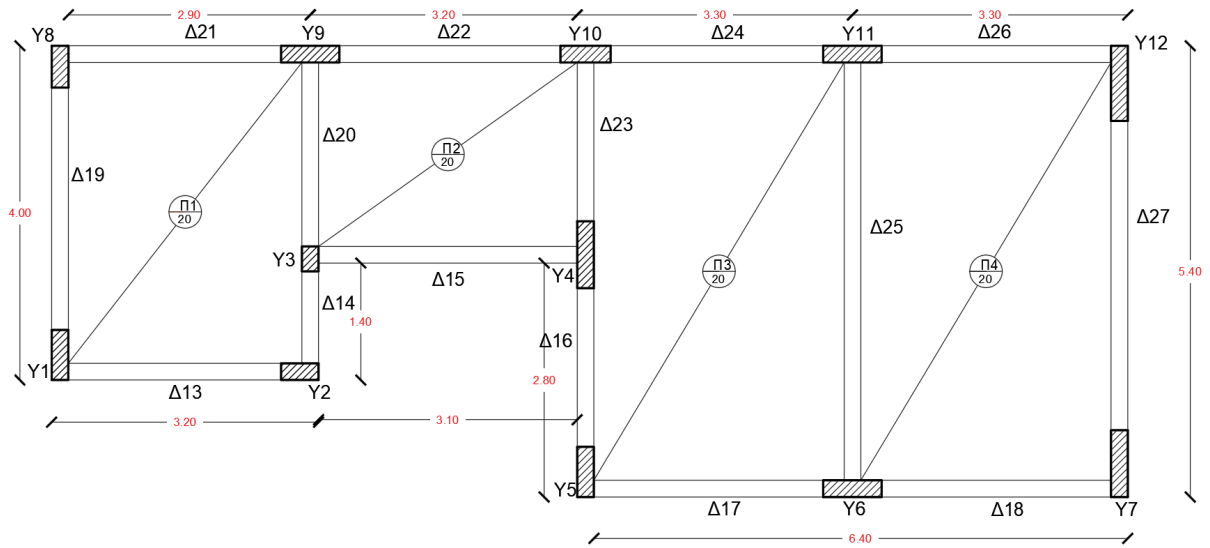
Το εξεταζόμενο κτίριο αποτελείται από 2 ορόφους, συνολικού ύψους 8,00m. Το στατικό ύψος κάθε ορόφου επιλέχθηκε 4,00m για να έχουμε επαρκή διαφορά μεταξύ ολικού ύψους και καθαρού ύψους, λόγω των υλικών που παρεμβάλλονται ενδιάμεσα (σωληνώσεις, επικαλύψεις, φωτισμός, πλάκα σκυροδέματος κλπ.). Στην ανώτερη στάθμη του κτιρίου, αυτή

του μη βάτου δώματος, διατηρείται το ίδιο χαμηλό περιμετρικό στηθαίο και η μόνωση είναι κατασκευασμένη από τσιμεντοκονία, διπλή στρώση ασφαλτοπιλήματος, φύλλα θερμοηχομονωτικού υλικού και τσιμεντόπλακες.

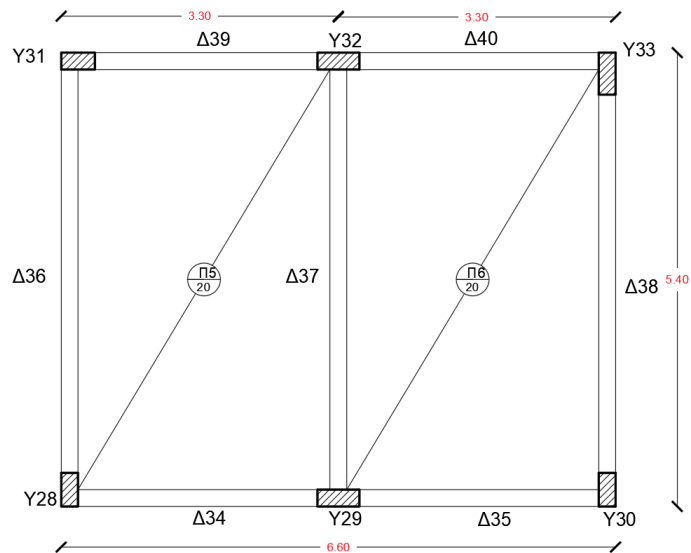
Κάθε όροφος αποτελείται από πλάκα οπλισμένου σκυροδέματος πάχους 0,20m, η οποία εδράζεται πάνω σε οριζόντια δοκάρια, τα οποία στηρίζονται στα υποστυλώματα και σχηματίζουν πλαίσια ροπής. Τα μέλη του φέροντα οργανισμού είναι αριθμημένα με σειρά, ώστε να μας εξυπηρετήσουν στην διαδικασία της ανάλυσης με την εφαρμογή πεπερασμένων στοιχείων. Η θεμελίωση της κατασκευής αποτελείται από μεμονωμένα πέδιλα οπλισμένου σκυροδέματος, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με συνδετήριους δοκούς. Τα στοιχεία-μέλη της θεμελίωσης δεν θα ληφθούν υπόψη στην ανάλυση της κατασκευής.



Σχήμα 4-3 Ξυλότυπος στάθμης ισογείου



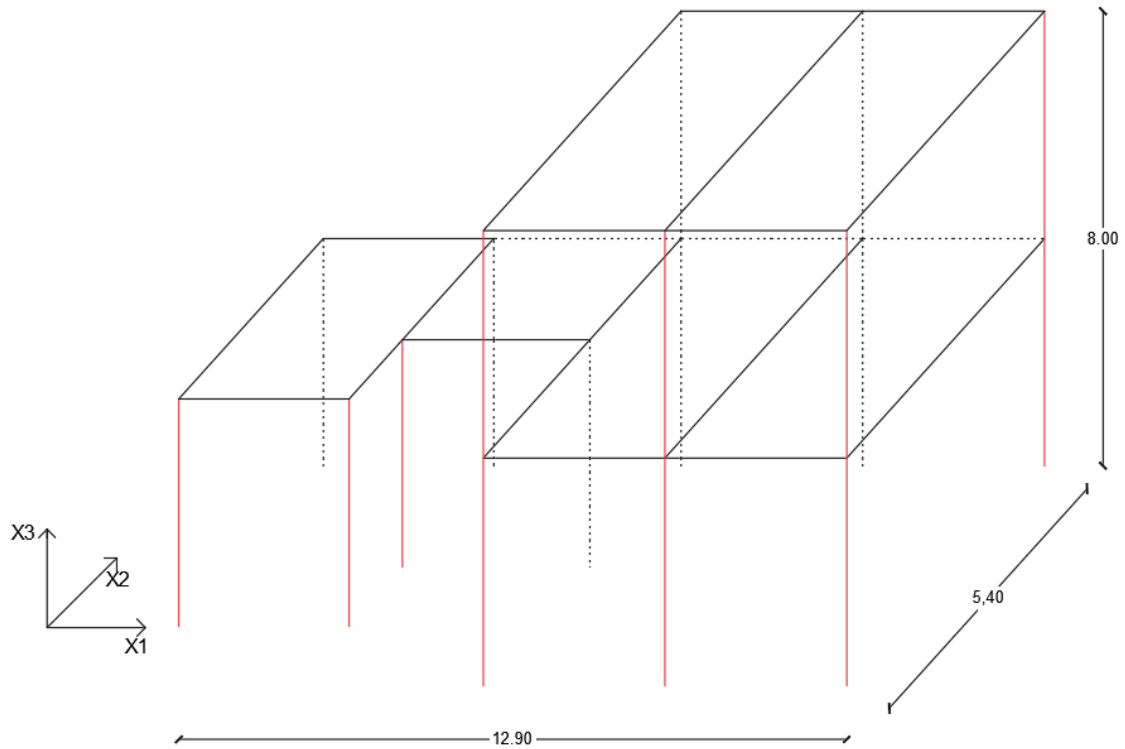
Σχήμα 4-4 Ευλότυπος οροφής ισογείου



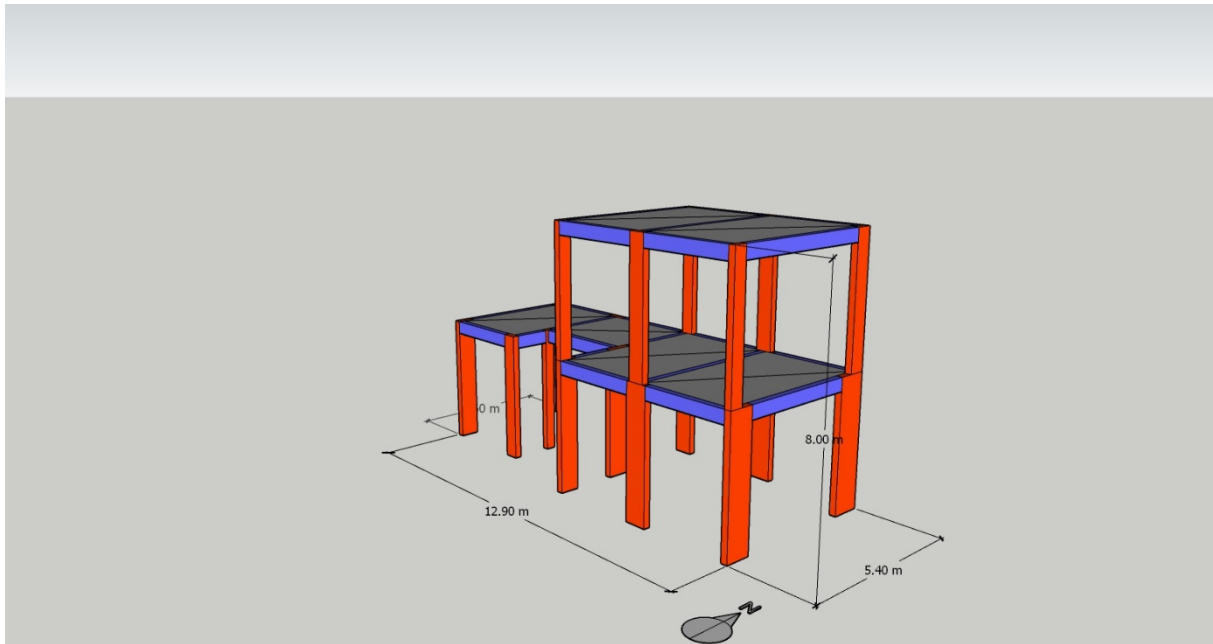
Σχήμα 4-5 Ευλότυπος οροφής Α' ορόφου

4.2.1 Τρισδιάστατη απεικόνιση κατασκευής

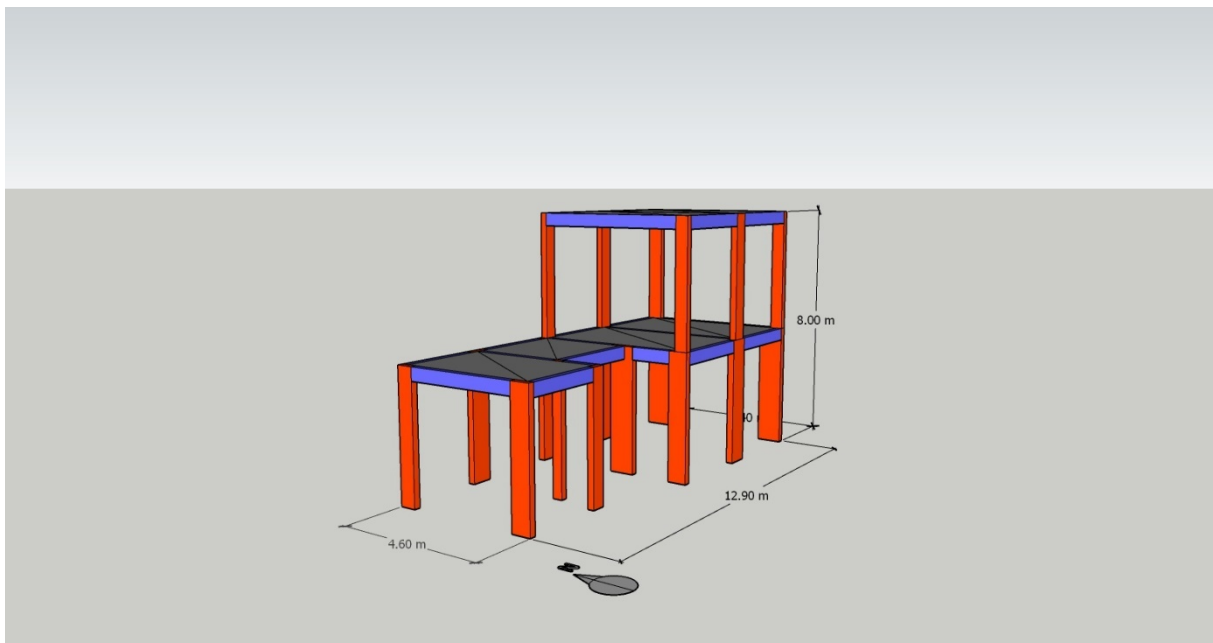
Για την καλύτερη κατανόηση και αντίληψη της κατασκευής παρουσιάζεται παρακάτω η προοπτική άποψη της κατοικίας αλλά και μία τρισδιάστατη αποτύπωση, χρησιμοποιώντας τα σχεδιαστικά λογισμικά Autodesk AutoCAD 2022 και SketchUp Pro 2021.



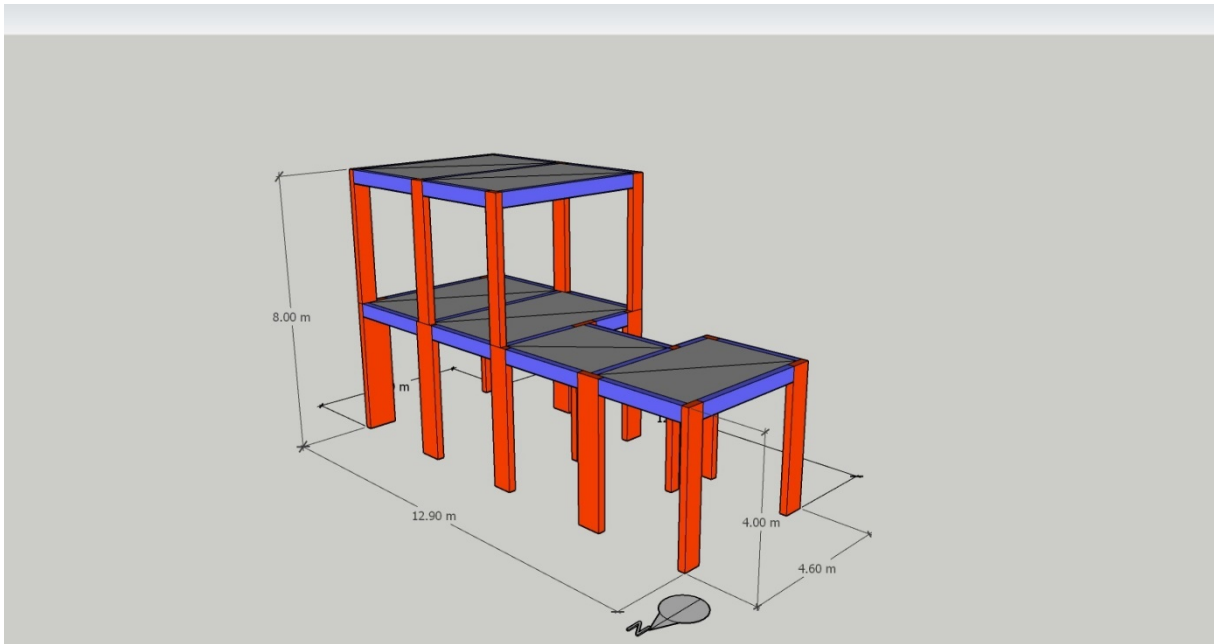
Σχήμα 4-6 Προοπτικό κατασκευής



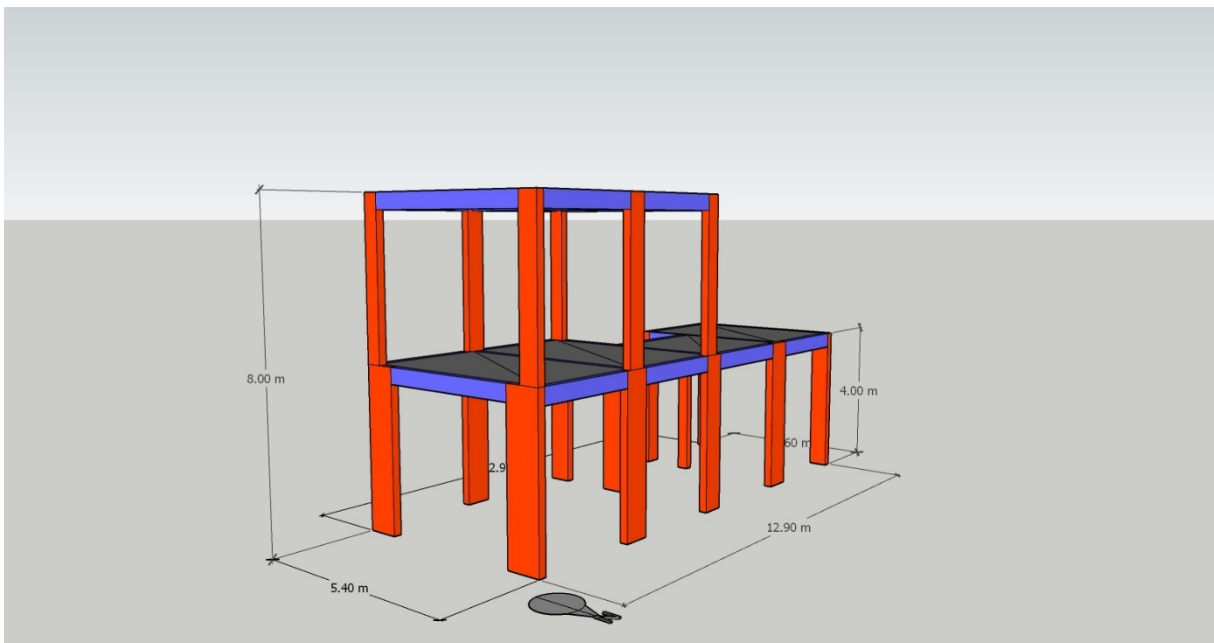
Σχήμα 4-7 Τρισδιάστατη βορειοδυτική όψη κατασκευής



Σχήμα 4-8 Τρισδιάστατη βορειοανατολική όψη κατασκευής



Σχήμα 4-9 Τρισδιάστατη νοτιοανατολική όψη κατασκευής



Σχήμα 4-10 Τρισδιάστατη νοτιοδυτική όψη κατασκευής

Μετά την καταμέτρηση των μελών-στοιχείων του φέροντα οργανισμού προκύπτουν 18 υποστυλώματα και 22 δοκάρια, στο σύνολο 40 μέλη.

4.3 Υλικά κατασκευής

Τα υλικά για την μόρφωση όλων των στοιχείων του σκελετού είναι δύο και τα βασικότερα, σκυρόδεμα και χάλυβας.

Το σκυρόδεμα είναι τεχνητό πέτρωμα. Οι πρώτες εφαρμογές του χρονολογούνται στις αρχές του 20^{ου} αιώνα. Παρασκευάζεται ως χονδρό κονίαμα, μείγμα τσιμέντου, νερού και αδρανών υλικών, των οποίων οι κόκκοι έχουν διαστάσεις από πλυμένης άμμου, έως μεγάλου χαλικιού. Καθώς το τσιμέντο στερεοποιείται και σκληρύνεται, το σκυρόδεμα μετατρέπεται σε συμπαγή μονόλιθο.

Ο χάλυβας είναι το υλικό που θα μετατρέψει το σκυρόδεμα σε οπλισμένο σκυρόδεμα. Οπλισμένο είναι το σκυρόδεμα που ενισχύεται με χαλύβδινο σκελετό. Ο χάλυβας καλείται οπλισμός και το όλο σώμα οπλισμένο σκυρόδεμα. Το τσιμέντο έχει την ιδιότητα να επικολλάται, κατά τη σκλήρυνσή του, στο χάλυβα. Για το λόγο αυτό, εάν εισαχθούν στη μάζα του νωπού σκυροδέματος χαλύβδινες ράβδοι, τότε μετά τη σκλήρυνση, σκυρόδεμα και χάλυβας θα αποτελέσουν ενιαίο σώμα. Οι κατασκευές του οπλισμένου σκυροδέματος, συγκρινόμενες με τις κατασκευές άλλων υλικών, έχουν μεγαλύτερες αντοχές σε θλίψη, εφελκυσμό, κάμψη κ.λπ. Ο χάλυβας παραλαμβάνει τα φορτία εφελκυσμού ενώ το σκυρόδεμα τα θλιπτικά.

Η κατηγορία σκυροδέματος που επιλέχθηκε για την σκυροδέτηση με βάση τον Ευρωκώδικα 2 και το EN 206-1 είναι C25/30.

Ο χάλυβας που επιλέχθηκε με βάση το εθνικό πρότυπο ΕΛΟΤ-1421 είναι κατηγορίας C (B500C-ΕΛΟΤ1421)

4.4 Δράσεις κατασκευής

Ο φορέας σχεδιάζεται να αντιμετωπίζει με ικανοποιητικό βαθμό αξιοπιστίας όλες τις δράσεις και επιδράσεις από το περιβάλλον, οι οποίες είναι πιθανόν να εμφανιστούν κατά την εκτέλεση και την διάρκεια ζωής του και να παραμένει κατάλληλος καθ' όλη την διάρκεια της χρήσης για την οποία προορίζεται. Ανάλογα με την χρήση, την μορφή και την θέση του έργου, προσδιορίζονται οι δράσεις για την ανάλυση του φορέα, προκειμένου να προσδιορισθούν τα δυσμενέστερα εντατικά και παραμορφωσιακά μεγέθη.

Οι δράσεις που ασκήθηκαν στην κατασκευή υπολογίστηκαν σύμφωνα με τις διατάξεις του Ευρωκώδικα 1 (EN 1991) και ταξινομούνται στις παρακάτω κατηγορίες ανάλογα με τον χρόνο:

- Μόνιμες (G) (permanent)
- Μεταβλητές (Q) (variable)
- Τυχηματικές (A) (accidental)

4.4.1 Μόνιμες δράσεις

Με τον όρο μόνιμες δράσεις νοούνται όλες οι δράσεις, οι οποίες αναμένεται να επενεργήσουν κατά τη διάρκεια μιας δεδομένης περιόδου αναφοράς και για την οποία η διαφοροποίηση του μεγέθους τους στον χρόνο είναι αμελητέα. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται όλες οι κατακόρυφες δράσεις που δρουν καθ' όλη την διάρκεια ζωής του έργου.

Οι δράσεις που λήφθηκαν υπόψη ως μόνιμες είναι οι εξής:

- Το ίδιο βάρος των πλακών που πλαισιώνουν την κατασκευή μας.
- Το ίδιο βάρος των υποστυλωμάτων και των δοκών.
- Τέλος υπολογίστηκε στις μόνιμες δράσεις και το φορτίο της τοιχοποιίας

4.4.2 Μεταβλητές δράσεις

Τα επιβαλλόμενα φορτία των κτιρίων είναι ομοιόμορφα διανεμημένα (q_k) ή συγκεντρωμένα (Q_k) και οφείλονται είτε σε κανονική χρήση του κτιρίου από ανθρώπους, είτε σε έπιπλα, κινητά αντικείμενα, μηχανήματα και οχήματα. Λόγω της φύσης των φορτίων αυτών δεν είναι επακριβής η τιμή και η θέση τους και για το λόγο αυτό προσδιορίζονται στατιστικά με τιμές που προκύπτουν από τους κανονισμούς. Οι μεταβλητές δράσεις, λαμβάνονται ως ομοιόμορφα κατανεμημένες και θα πρέπει να τοποθετούνται κατά τον πλέον δυσμενή τρόπο στο φορέα, ώστε να καλύπτονται όλες οι δυσμενείς φορτίσεις

Προκειμένου να γίνει ο καθορισμός των επιβαλλόμενων φορτίων οι επιφάνειες των κτιρίων κατατάσσονται σε κατηγορίες, αναλόγως με την χρήση τους.

Οι εσωτερικές επιφάνειες της κατασκευή μας καθώς και η βατή στέγη, σύμφωνα με τον EN 1991-1-1, πίνακα 6.1 είναι κατηγορίας A. Επιπλέον η μη βατή στέγη (οροφή δώματος) είναι κατηγορίας H. Τα συγκεντρωμένα φορτία θα αγνοηθούν.

Κατηγορία	Ειδική Χρήση	Παράδειγμα
A	Επιφάνειες κατοικιών και παρόμοιων δραστηριοτήτων	Δωμάτια σε κτίρια κατοικιών και οικιών, Υπνοδωμάτια και θάλαμοι νοσοκομείων, κουζίνες και τουαλέτες.

Πίνακας 4-1 Κατηγορίες χρήσης επιφανειακών κτιρίων

Κατηγορία	Ειδική Χρήση	Παράδειγμα
A	Επιφάνειες κατοικιών και παρόμοιων δραστηριοτήτων	Δωμάτια σε κτίρια κατοικιών και οικιών, Υπνοδωμάτια και θάλαμοι νοσοκομείων, κουζίνες και τουαλέτες.

Πίνακας 4-2 Κατηγορίες χρήσης ορόφων

Φορτιζόμενες επιφάνειες	q_k (kN/m ²)	Q_k (kN)
Κατηγορία A		
Δάπεδα	2,0	2,0
Κλίμακες	3,5	2,0
Εξώστες	5,0	3,0

Πίνακας 4-3 Επιβαλλόμενα φορτία δαπέδων κτιρίων

Στέγη	q_k (kN/m ²)	Q_k (kN)
Κατηγορία H	0,5	1,0

Πίνακας 4-4 Επιβαλλόμενα φορτία σε στέγες

Επομένως σύμφωνα με τους παραπάνω πίνακες από το εθνικό προσάρτημα (EN1991-1-1) λάβαμε υπόψιν μας τα παρακάτω ωφέλιμα φορτία.

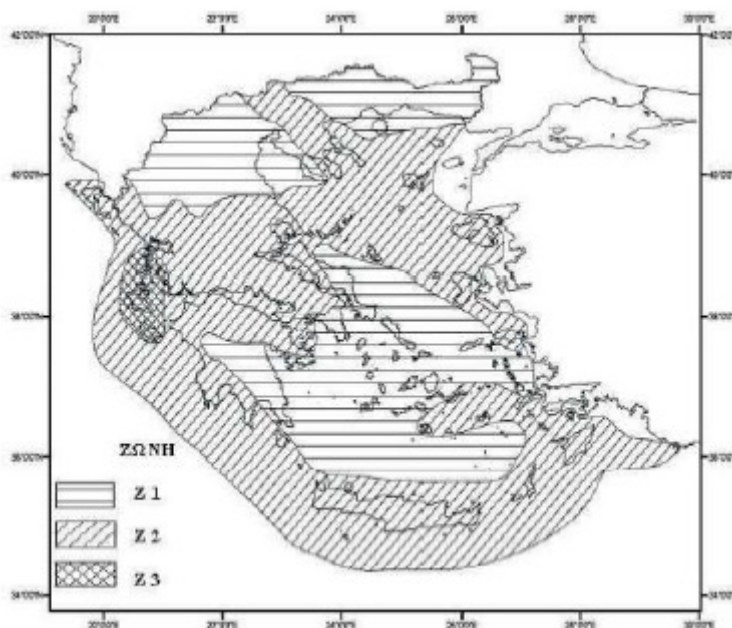
- Ωφέλιμο φορτίο δώματος : $2,00 \text{ kN/m}^2$
- Ωφέλιμο φορτίο εσωτερικών δαπέδων: $2,00 \text{ kN/m}^2$

4.4.3 Σεισμικές δράσεις

Κατά τη διάρκεια του σεισμού αναπτύσσονται στο έδαφος επιταχύνσεις (οριζόντιες και κατακόρυφες), που έχουν ως συνέπεια τη δημιουργία αδρανειακών δυνάμεων επί των κατασκευών. Από τις δυνάμεις αυτές, οι οριζόντιες θεωρούνται οι πλέον σοβαρές (κυρίως λόγω μεγέθους), χωρίς όμως αυτό να σημαίνει, ότι και οι κατακόρυφες δε μπορούν να αποβούν καταστροφικές υπό ορισμένες συνθήκες.

Η χώρα μας βρίσκεται σε μια εξαιρετικά σεισμογενή περιοχή και ως εκ τούτου οι σεισμικές δράσεις παίζουν σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό των κατασκευών. Ως σεισμικές δράσεις σχεδιασμού θεωρούνται οι ταλαντώσεις του κτιρίου λόγω του σεισμού, οι οποίες ονομάζονται σεισμικές διεγέρσεις ή σεισμικές δονήσεις. Οι σεισμικές δράσεις κατατάσσονται επίσης στις Τυχηματικές και δε συνδυάζονται με άλλες Τυχηματικές δράσεις, όπως επίσης δε συνδυάζονται με τις δράσεις λόγω ανέμου. Είναι λοιπόν αδρανειακές δυνάμεις που προέρχονται από την αντίσταση της μάζας της κατασκευής στην μεταδιδόμενη σε αυτήν κίνηση από το έδαφος. Κατά συνέπεια οι σεισμικές δράσεις εξαρτώνται από την φύση της σεισμικής κίνησης του εδάφους (καθοριζόμενη από την επιτάχυνση, την ταχύτητα, τη χρονική διάρκεια και τη διεύθυνση) και την συμπεριφορά της κατασκευής (καθοριζόμενη από την ακαμψία, την κατανομή μάζας, την απόσβεση, τις ιδιότητες του υλικού κ.τ.λ.).

Η ένταση των εδαφικών σεισμικών διεγέρσεων, καθορίζεται συμβατικά με μια μόνο παράμετρο, τη μέγιστη σεισμική επιτάχυνση a_{gr} και καθορίζεται ανάλογα με τη ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας στην οποία βρίσκεται το έργο. Η χώρα μας χωρίζεται σε τρεις Ζώνες Σεισμικής Επικινδυνότητας (I, II, III) τα όρια των οποίων καθορίζονται στον χάρτη σεισμικής επικινδυνότητας. Σε κάθε ζώνη αντιστοιχεί μια τιμή σεισμικής επιτάχυνσης, η οποία έχει πιθανότητα υπέρβασης 10% στα 50 έτη (ή περίοδο επαναφοράς 457 έτη). Για την παρούσα κατασκευή γίνεται η θεώρηση πως βρίσκεται στη Ζώνη Σεισμικής Επικινδυνότητας I.



Σχήμα 4-1 Ζώνες σεισμικής επικινδυνότητας για τον ελληνικό χώρο

Σε κάθε ζώνη αντιστοιχεί μια τιμή σεισμικής επιτάχυνσης a_{gr} που έχει ληφθεί από τον χάρτη ζωνών στο Εθνικό Προσάρτημα, και σύμφωνα με τα σεισμολογικά δεδομένα έχει πιθανότητα υπέρβασης 10% στα 50 έτη, με βάση τη σχέση $a_g = a_{gr} \cdot \gamma_i$. Για ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας I, η σεισμική επιτάχυνση του εδάφους είναι **$a_{gr} = 0,36 \text{ g}$** .

Ζώνη Σεισμικής Επικινδυνότητας	I	II	III
α_g	0,16	0,24	0,36

Πίνακας 4-5 Επιτάχυνση εδάφους

Από άποψη σεισμικής επικινδυνότητας, τα εδάφη κατατάσσονται σε πέντε βασικές κατηγορίες (A, B, C, D και E) που καθορίζονται από την στρωματογραφία και τα χαρακτηριστικά του εδάφους και μπορεί να χρησιμοποιηθούν για να αποτιμήσουν την επιρροή των τοπικών εδαφικών συνθηκών στη σεισμική δράση. Το παρόν κτίριο εδράζεται σε έδαφος κατηγορίας B (αποθέσεις πολύ πυκνής άμμου, χαλικιών ή πολύ σκληρής αργίλου, πάχους τουλάχιστον αρκετών δεκάδων μέτρων, που χαρακτηρίζονται από βαθμιαία βελτίωση των μηχανικών ιδιοτήτων με το βάθος) σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 8. Οι τιμές των

παραμέτρων που καθορίζουν το οριζόντιο φάσμα ελαστικής απόκρισης δίνονται στον Πίνακα 4.6.

Κατηγορία Εδάφους	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,0	0,15	0,4	2,5
B	1,2	0,15	0,5	2,5
C	1,15	0,20	0,6	2,5
D	1,35	0,20	0,8	2,5
E	1,4	0,15	0,5	2,5

Πίνακας 4-6 Τιμές παραμέτρων φάσματος απόκρισης

Οπότε στην περίπτωση μας λόγω κατηγορίας εδάφους C :

- $S = 1,15$
- $T_B(s) = 0.20$
- $T_C(s) = 0.6$
- $T_D(s) = 2.5$

Τα κτίρια κατατάσσονται σε τέσσερις κατηγορίες σπουδαιότητας ανάλογα με τις κοινωνικοοικονομικές συνέπειες που μπορεί να έχει ενδεχόμενη καταστροφή ή διακοπή της λειτουργίας τους. Σε κάθε κατηγορία σπουδαιότητας αντιστοιχεί μια τιμή του συντελεστή σπουδαιότητας γ_I (Πίνακας 4.7). Για κατηγορία σπουδαιότητας II όπου κατατάσσεται και η κατασκευή μας (συνήθη κτίρια κατοικιών και γραφείων, βιομηχανικά κτίρια, ξενοδοχεία κτλ.) ο συντελεστής σπουδαιότητας είναι $\gamma_{II}=1.00$.

Κατηγορία Σπουδαιότητας	I	II	III	IV
γ_i	0,8	1,0	1,2	1,4

Πίνακας 4-7 Συντελεστής σπουδαιότητας

Ο συντελεστής συμπεριφοράς q εισάγει τη μείωση των σεισμικών επιταχύνσεων της πραγματικής κατασκευής λόγω ελαστικής συμπεριφοράς, σε σχέση με τις επιταχύνσεις που προκύπτουν υπολογιστικά σε απεριόριστα ελαστικό σύστημα. Εκφράζει, γενικά, την ικανότητα ενός δομικού συστήματος να απορροφά ενέργεια μέσω πλαστικής συμπεριφοράς ορισμένων μελών του χωρίς να μειώνεται δραστικά η αντοχή του. Μέγιστες τιμές του συντελεστή q δίνονται στον Πίνακα 2.8, ανάλογα με το είδος του υλικού κατασκευής και τον τύπο του δομικού συστήματος. Οι τιμές αυτές ισχύουν εφόσον για το σεισμό σχεδιασμού έχουμε έναρξη διαρροής του συστήματος (πρώτη πλαστική άρθρωση) και με την περαιτέρω αύξηση της φόρτισης είναι δυνατός ο σχηματισμός αξιόπιστου μηχανισμού διαρροής με τη δημιουργία ικανού αριθμού πλαστικών αρθρώσεων.

Τύπος ¹	ΚΠΜ				ΚΠΥ			
	Κανονικότητα				Κανονικότητα			
	οριζόντια & κατακ.	μόνο οριζόντια	μόνο κατακ.	χωρίς κανονικότητα	οριζόντια & κατακ.	μόνο οριζόντια	μόνο κατακ.	χωρίς κανονικότητα
A	3.00	2.40	3.00	2.40	4.00	3.20	4.00	3.20
B	3.00	2.40	3.00	2.40	4.40	3.52	4.20	3.36
Γ	3.60	2.88	3.30	2.64	5.40	4.32	4.95	3.96

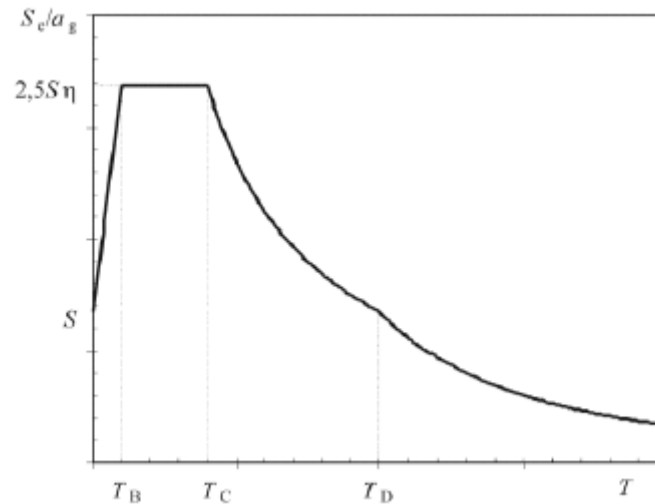
Πίνακας 4-8 Τιμές συντελεστή συμπεριφοράς q αναλόγως του δομικού συστήματος

Για το κτίριο επιλέχθηκε **Κατηγορία Μέσης Πλαστιμότητας**. Ο συντελεστής συμπεριφοράς για τον φορέα με πλαίσια παραλαβής ροπών επιλέχθηκε $q = 3$.

Η σεισμική κίνηση σ' ένα δεδομένο σημείο στην επιφάνεια προσομοιώνεται με το ελαστικό φάσμα απόκρισης. Η οριζόντια σεισμική δράση περιγράφεται από δύο ορθογώνιες συνι-

πτώσεις (X και Y) που θεωρούνται ανεξάρτητες μεταξύ τους και εκφράζονται από το ίδιο φάσμα απόκρισης.

Για τις οριζόντιες συνιστώσες της σεισμικής δράσης το φάσμα σχεδιασμού, $S_d(T)$ ορίζεται ως εξής (ΕΚ8):



Σχήμα 4-2 Μορφή ελαστικού φάσματος απόκρισης

$$\bullet \quad 0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (4.1)$$

$$\bullet \quad T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (4.2)$$

$$\bullet \quad T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \frac{T_C}{T} \geq \beta \cdot a_g \quad (4.3)$$

$$\bullet \quad T_D \leq T \leq 4 \text{ sec} : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \geq \beta \cdot a_g \quad (4.4)$$

Όπου:

S_d(T) είναι η φασματική επιτάχυνση σχεδιασμού

T είναι η περίοδος ταλάντωσης ενός γραμμικού συστήματος μίας ελεύθερης κίνησης

a_g είναι η εδαφική επιτάχυνση σχεδιασμού σε έδαφος κατηγορίας B ($a_g = \gamma_i \cdot a_{gR}$)

T_B είναι η περίοδος κάτω ορίου του κλάδου σταθερής φασματικής επιτάχυνσης

T_C είναι η περίοδος άνω ορίου του κλάδου σταθερής φασματικής επιτάχυνσης

T_D είναι η τιμή της περιόδου που ορίζει την αρχή της περιοχής σταθερής μετακίνησης του φάσματος

S είναι ο συντελεστής εδάφους

q είναι συντελεστής συμπεριφοράς

β είναι συντελεστής κατώτατου ορίου για το οριζόντιο φάσμα σχεδιασμού, συνιστώμενη τιμή $\beta=0$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Βήμα 1^ο

(α) Εισαγωγή γεωμετρικών δεδομένων του πλαισίου, που είναι οι συντεταγμένες των κόμβων, η συνδεσιμότητα των κόμβων για τη μόρφωση των μελών, τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των διατομών για τον υπολογισμό του εμβαδού των διατομών και των ροπών αδράνειάς τους. Δίνονται, επίσης, τα μηχανικά χαρακτηριστικά των μελών του, δηλαδή το μέτρο ελαστικότητας, καθώς και οι ελαστικές σταθερές των ελατηρίων. Επίσης πέραν από την συνδεσιμότητα των κόμβων χρειάστηκε στο συγκεκριμένο βήμα να καταγράψουμε τον προσανατολισμό του κάθε μέλους.

(β) Υπολογισμός των φορτίων που λήφθηκαν υπόψιν για τα διάφορα μέλη του φορέα. Δηλαδή τα φορτία των δοκών από τις πλάκες, από το ίδιο βάρος τους και την τοιχοποιία, για κάθε όροφο ξεχωριστά. Έπειτα υπολογίστηκαν τα φορτία των υποστυλωμάτων από το ίδιο βάρος τους. Πάλι για κάθε όροφο ξεχωριστά.

(γ) Στο σημείο αυτό υπολογίστηκε η δυσκαμψία των υποστυλωμάτων, στην συνέχεια η μάζα των ορόφων και η ιδιοπερίοδος της κατασκευής, στοιχεία που χρειάστηκαν για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης σχεδιασμού $S_d(T)$ αλλά και για τον υπολογισμό της δράσης του σεισμού (F-σχεδιασμού). Όλα αυτά εμφανίζονται στις παρακάτω εικόνες με την σειρά που αναφέρθηκαν.

Όλα τα παραπάνω εμφανίζονται στις Εικόνες 1, 2, 2.1, 3, 4, 5, 6, και 7.

Βήμα 2^ο

Μόρφωση του μητρώου μετασχηματισμού και του μητρώου στιβαρότητας κάθε μέλους στο τοπικό σύστημα αξόνων αυτού και στη συνέχεια υπολογισμός του μητρώου στιβαρότητας του μέλους στο καθολικό σύστημα αξόνων του φορέα. Επίσης, προσδιορίζονται οι ακραίες δράσεις παγίωσης των μελών στο τοπικό και στη συνέχεια στο καθολικό σύστημα αξόνων. Τα ανωτέρω παρουσιάζονται στις Εικόνες 8 και 9.

Βήμα 3^ο

- (α) Μόρφωση του ολικού μητρώου στιβαρότητας και του μητρώου επικόμβιων δράσεων παγίωσης του πλαισίου στο καθολικό σύστημα αξόνων συνδυάζοντας, αντίστοιχα, τα επιμέρους μητρώα στιβαρότητας και τα μητρώα ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων. Αυτά φαίνονται στην Εικόνες 10, 11 και 11.1.
- (β) Μηχανισμός αυτόματης μόρφωσης του μητρώου επικόμβιων δράσεων παγίωσης του πλαισίου συνδυάζοντας τα επιμέρους μητρώα ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών του στο καθολικό σύστημα αξόνων. Παρουσιάζονται στην Εικόνες 12 και 13.

Βήμα 4^ο

Καταγραφή όλων των δεδομένων επικόμβιων μεγεθών του πλαισίου, δηλαδή των γνωστών επικόμβιων μετακινήσεων και των επιβεβλημένων επικόμβιων φορτίων και βάσει αυτών την μόρφωση του μητρώου αναδιάταξης του πλαισίου, το οποίο προκύπτει από την νέα σειρά βαθμών ελευθερίας, με την οποία διαχωρίζονται οι ελεύθεροι από τους δεσμευμένους βαθμούς. Ακολούθως, μορφώνεται μονοδιάστατο μητρώο με στοιχεία του τις μετακινήσεις των δεσμευμένων βαθμών (μετακινήσεις στηρίξεων) και δεύτερο με τα επικόμβια φορτία στις ελεύθερες διευθύνσεις (επιβεβλημένα εξωτερικά φορτία). Επίσης, συγκεντρώνονται οι επικόμβιες δράσεις παγίωσης στους κόμβους του φορέα και διαχωρίζονται σε δύο μητρώα σύμφωνα με τους ελεύθερους και δεσμευμένους βαθμούς. Επίσης εδώ να αναφερθεί ότι λάβαμε υπόψιν μας και την γωνία σεισμού σε 2 διευθύνσεις για κάθε όροφο. Το σύνολο των ενεργειών αυτών παρουσιάζονται, στη συνέχεια, στις Εικόνες 14, 15, 16, 17 και 18.

Βήμα 5^ο

Υπολογισμός του τροποποιημένου (αναδιατεταγμένου) μητρώου στιβαρότητας $[K_m]$ του πλαισίου με Αναδιάταξη του ολικού μητρώου στιβαρότητας $[K]$ του πλαισίου και χωρίς τη χρήση μητρώου Αναδιάταξης. Αυτά φαίνονται στην Εικόνες 19 και 20.

Βήμα 6^ο

Η ισοδύναμη φόρτιση προκύπτει από την επαλληλία των δεδομένων εξωτερικών επικόμβιων φορτίων και μαζί μετακινήσεων στηρίξεων με τις αντίθετες των δράσεων παγίωσης του φορέα, σύμφωνα με την έκφραση $[P_f]_{\text{ισοδ}}=[P_f]-[S_f]$. Προσδιορίζονται τα επικόμβια φορτία της Ισοδύναμης Φόρτισης και στη συνέχεια επιλύονται οι εξισώσεις της σχέσης στιβαρότητας $[K_m] [\Delta_m]=[P_m]$ για τον υπολογισμό των άγνωστων επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]_{\text{ισοδ}}$ και των αντιδράσεων $[P_s]_{\text{ισοδ}}$ του πλαισίου, λόγω της ισοδύναμης φόρτισης. Οι επικόμβιες μετατοπίσεις για την Ισοδύναμη Φόρτιση είναι ίδιες με αυτές της αρχικής συνολικής φόρτισης του φορέα και στην οποία συμπεριλαμβάνεται η εσωτερική φόρτιση των μελών. Αναλυτικά, τα προαναφερθέντα δίνονται στην Εικόνες 21 και 22.

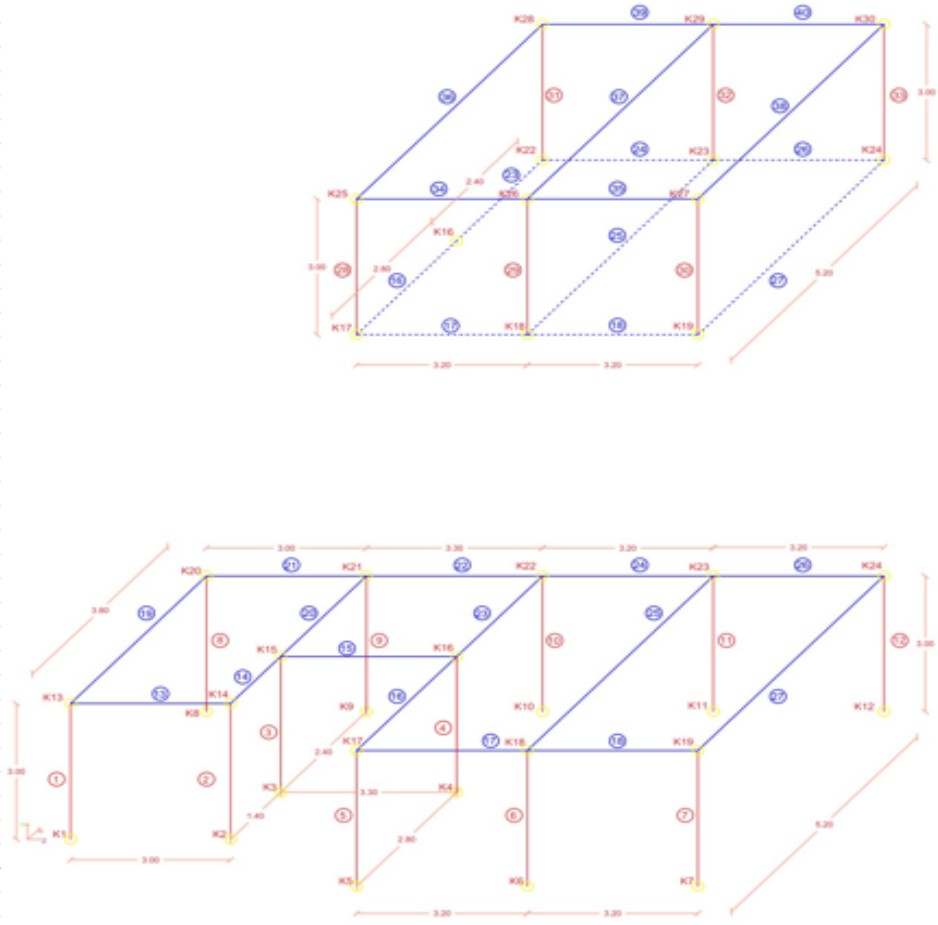
Βήμα 7^ο

Μόρφωση του τροποποιημένου μητρώου επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_m]_{\text{ισοδ}}$ από τα επιμέρους μητρώα επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]_{\text{ισοδ}}$ των ελεύθερων βαθμών και $[\Delta_s]_{\text{ισοδ}}$ των δεσμευμένων βαθμών και αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του μητρώου επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_{\text{bar}}]_{\text{ισοδ}}$. Αυτές οι πράξεις παρουσιάζονται στην Εικόνες 23 και 24.

Βήμα 8^ο

Για την ισοδύναμη φόρτιση μορφώνονται τα μητρώα ακραίων μετακινήσεων $[D_i \text{ bar}]$ των μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων, στη συνέχεια, μέσω του μητρώου μετασχηματισμού κάθε μέλους υπολογίζεται το αντίστοιχο μητρώο ακραίων μετακινήσεων $[D_i]$ στο τοπικό σύστημα αξόνων του μέλους και με το τοπικό μητρώο στιβαρότητας προσδιορίζονται οι ακραίες δράσεις του μέλους στο τοπικό σύστημα αξόνων για την ισοδύναμη φόρτιση. Κατόπιν επαλληλίας με τις ακραίες δράσεις παγίωσης καθορίζονται τα εντατικά μεγέθη N , Q , M στα άκρα των μελών για την συνολική αρχική φόρτιση του πλαισίου. Τα επιμέρους αυτά υπολογιστικά βήματα δίνονται στις Εικόνες 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35 και 36.

Βήμα 1: Εισαγωγή γεωμετρικών δεδομένων του πλαισίου (συντεταγμένες κόμβων και συνδεσιμότητα κόμβων για τη μόρφωση των μελών), φυσικών χαρακτηριστικών των μελών του (μέτρο ελαστικότητας, εμβαδόν διατομής και ροπή αδράνειας περί τον άξονα Χ3) και της εσωτερικής φόρτισης των μελών του (καταναμημένο φορτίο, θερμοκρασιακές μεταβολές, συγκεντρωμένη δύναμη).



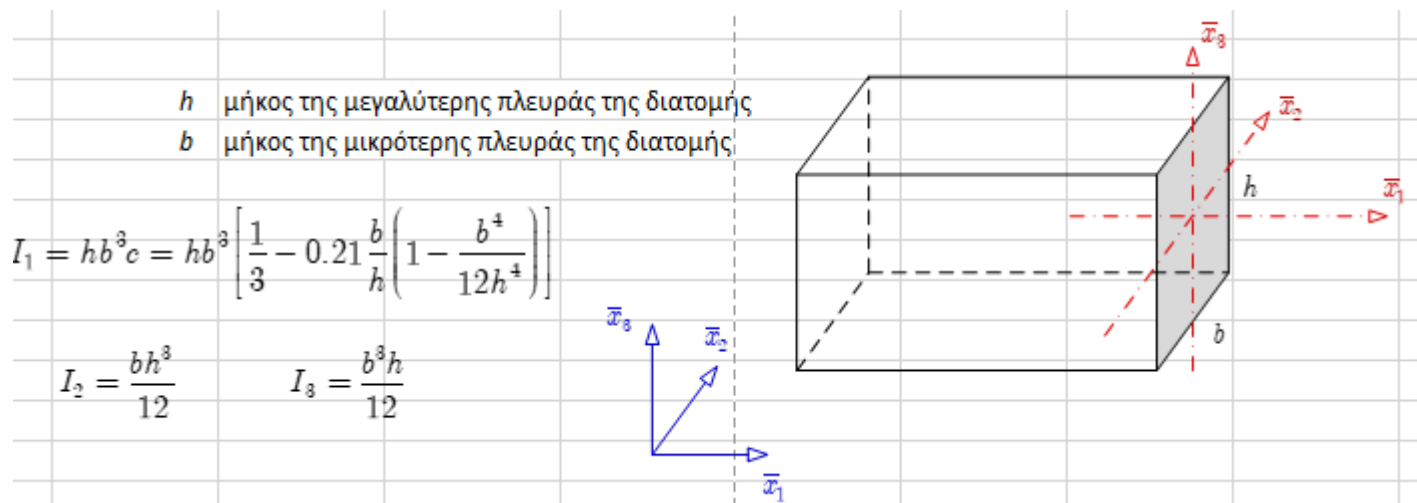
Κόμβος	Συντεταγμένες στο καρτεσιανό σύστημα αξόνων		
	X1	X2	X3
1	0.0	0.0	0.0
2	3.0	0.0	0.0
3	3.0	1.4	0.0
4	6.3	1.4	0.0
5	6.3	-1.4	0.0
6	9.5	-1.4	0.0
7	12.7	-1.4	0.0
8	0.0	3.8	0.0
9	3.0	3.8	0.0
10	6.3	3.8	0.0
11	9.5	3.8	0.0
12	12.7	3.8	0.0
13	0.0	0.0	3.0
14	3.0	0.0	3.0
15	3.0	1.4	3.0
16	6.3	1.4	3.0
17	6.3	-1.4	3.0
18	9.5	-1.4	3.0
19	12.7	-1.4	3.0
20	0.0	3.8	3.0
21	3.0	3.8	3.0
22	6.3	3.8	3.0
23	9.5	3.8	3.0
24	12.7	3.8	3.0
25	6.3	-1.4	6.0
26	9.5	-1.4	6.0
27	12.7	-1.4	6.0
28	6.3	3.8	6.0
29	9.5	3.8	6.0
30	12.7	3.8	6.0

Εικόνα 1

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Μέλος	Συνδεσιμότητα Κόμβων		Είδος Στοιχείου	Διατομή b x h (m)		ΔΧ1	ΔΧ2	ΔΧ3	Li	A	I1	I2	I3
	αρχή j	τέρας k		b (min)	h (max)								
1	1	13	Υποστήλωμα	0.2	0.6	0.0	0.0	3.0	3.00	1.20E-01	1.26E-03	3.600E-03	4.000E-04
2	2	14	Υποστήλωμα	0.2	0.45	0.0	0.0	3.0	3.00	9.00E-02	8.65E-04	1.519E-03	3.000E-04
3	3	15	Υποστήλωμα	0.3	0.3	0.0	0.0	3.0	3.00	9.00E-02	1.14E-03	6.750E-04	6.750E-04
4	4	16	Υποστήλωμα	0.2	0.8	0.0	0.0	3.0	3.00	1.60E-01	1.80E-03	8.533E-03	5.333E-04
5	5	17	Υποστήλωμα	0.2	0.6	0.0	0.0	3.0	3.00	1.20E-01	1.26E-03	3.600E-03	4.000E-04
6	6	18	Υποστήλωμα	0.2	0.7	0.0	0.0	3.0	3.00	1.40E-01	1.53E-03	5.717E-03	4.667E-04
7	7	19	Υποστήλωμα	0.3	0.8	0.0	0.0	3.0	3.00	2.40E-01	5.50E-03	1.280E-02	1.800E-03
8	8	20	Υποστήλωμα	0.2	0.5	0.0	0.0	3.0	3.00	1.00E-01	9.98E-04	2.083E-03	3.333E-04
9	9	21	Υποστήλωμα	0.2	0.7	0.0	0.0	3.0	3.00	1.40E-01	1.53E-03	5.717E-03	4.667E-04
10	10	22	Υποστήλωμα	0.2	0.6	0.0	0.0	3.0	3.00	1.20E-01	1.26E-03	3.600E-03	4.000E-04
11	11	23	Υποστήλωμα	0.2	0.7	0.0	0.0	3.0	3.00	1.40E-01	1.53E-03	5.717E-03	4.667E-04
12	12	24	Υποστήλωμα	0.2	0.9	0.0	0.0	3.0	3.00	1.80E-01	2.06E-03	1.215E-02	6.000E-04
13	13	14	Δοκάρι	0.2	0.4	3.0	0.0	0.0	3.00	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
14	14	15	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	1.4	0.0	1.40	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
15	15	16	Δοκάρι	0.2	0.4	3.3	0.0	0.0	3.30	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
16	16	17	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	-2.8	0.0	2.80	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
17	17	18	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
18	18	19	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
19	13	20	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	3.8	0.0	3.80	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
20	15	21	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	2.4	0.0	2.40	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
21	20	21	Δοκάρι	0.2	0.4	3.0	0.0	0.0	3.00	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
22	21	22	Δοκάρι	0.2	0.4	3.3	0.0	0.0	3.30	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
23	16	22	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	2.4	0.0	2.40	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
24	22	23	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
25	18	23	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	5.2	0.0	5.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
26	23	24	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
27	19	24	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	5.2	0.0	5.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
28	17	25	Υποστήλωμα	0.2	0.4	0.0	0.0	3.0	3.00	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
29	18	26	Υποστήλωμα	0.2	0.5	0.0	0.0	3.0	3.00	1.00E-01	9.98E-04	2.083E-03	3.333E-04
30	19	27	Υποστήλωμα	0.2	0.4	0.0	0.0	3.0	3.00	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
31	22	28	Υποστήλωμα	0.2	0.4	0.0	0.0	3.0	3.00	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
32	23	29	Υποστήλωμα	0.2	0.5	0.0	0.0	3.0	3.00	1.00E-01	9.98E-04	2.083E-03	3.333E-04
33	24	30	Υποστήλωμα	0.2	0.5	0.0	0.0	3.0	3.00	1.00E-01	9.98E-04	2.083E-03	3.333E-04
34	25	26	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
35	26	27	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
36	25	28	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	5.2	0.0	5.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
37	26	29	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	5.2	0.0	5.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
38	27	30	Δοκάρι	0.2	0.4	0.0	5.2	0.0	5.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
39	28	29	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04
40	29	30	Δοκάρι	0.2	0.4	3.2	0.0	0.0	3.20	8.00E-02	7.32E-04	1.067E-03	2.667E-04

Εικόνα 2



Εικόνα 2.1

ΚΕΦ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Μέλος	Συνδεσιμότητα Κόμβων		Τύπος Μέλους	Κωδικός Μέλους	Υ' με ύψος στον Χ2 bar	Προσανατολισμός Μέλους		
	αρχή j	πέρας k				Μήκος (Χ1)	Ύψος (Χ3)	Πλάτος (Χ2)
1	1	13	Υποστήλωμα	Υ1	1	3	2	1
2	2	14	Υποστήλωμα	Υ2	0	3	-1	2
3	3	15	Υποστήλωμα	Υ3	1	3	2	1
4	4	16	Υποστήλωμα	Υ4	1	3	2	1
5	5	17	Υποστήλωμα	Υ5	1	3	2	1
6	6	18	Υποστήλωμα	Υ6	0	3	-1	2
7	7	19	Υποστήλωμα	Υ7	1	3	2	1
8	8	20	Υποστήλωμα	Υ8	1	3	2	1
9	9	21	Υποστήλωμα	Υ9	0	3	-1	2
10	10	22	Υποστήλωμα	Υ10	0	3	-1	2
11	11	23	Υποστήλωμα	Υ11	0	3	-1	2
12	12	24	Υποστήλωμα	Υ12	1	3	2	1
13	13	14	Δοκάρι	Δ13	0	1	3	2
14	14	15	Δοκάρι	Δ14	0	2	3	-1
15	15	16	Δοκάρι	Δ15	0	1	3	2
16	16	17	Δοκάρι	Δ16	0	-2	3	1
17	17	18	Δοκάρι	Δ17	0	1	3	2
18	18	19	Δοκάρι	Δ18	0	1	3	2
19	13	20	Δοκάρι	Δ19	0	2	3	-1
20	15	21	Δοκάρι	Δ20	0	2	3	-1
21	20	21	Δοκάρι	Δ21	0	1	3	2
22	21	22	Δοκάρι	Δ22	0	1	3	2
23	16	22	Δοκάρι	Δ23	0	2	3	-1
24	22	23	Δοκάρι	Δ24	0	1	3	2
25	18	23	Δοκάρι	Δ25	0	2	3	-1
26	23	24	Δοκάρι	Δ26	0	1	3	2
27	19	24	Δοκάρι	Δ27	0	2	3	-1
28	17	25	Υποστήλωμα	Υ28	1	3	2	1
29	18	26	Υποστήλωμα	Υ29	0	3	-1	2
30	19	27	Υποστήλωμα	Υ30	1	3	2	1
31	22	28	Υποστήλωμα	Υ31	0	3	-1	2
32	23	29	Υποστήλωμα	Υ32	0	3	-1	2
33	24	30	Υποστήλωμα	Υ33	1	3	2	1
34	25	26	Δοκάρι	Δ34	0	1	3	2
35	26	27	Δοκάρι	Δ35	0	1	3	2
36	25	28	Δοκάρι	Δ36	0	2	3	-1
37	26	29	Δοκάρι	Δ37	0	2	3	-1
38	27	30	Δοκάρι	Δ38	0	2	3	-1
39	28	29	Δοκάρι	Δ39	0	1	3	2
40	29	30	Δοκάρι	Δ40	0	1	3	2

	(1:ναι, 0:όχι)	(αυτόματα)	(αυτόματα)
εάν το μήκος είναι:	1 τότε το ύψος είναι 3 και το πλάτος 2		
	-1 τότε το ύψος είναι 3 και το πλάτος -2		
	2 τότε το ύψος είναι 3 και το πλάτος -1		
	-2 τότε το ύψος είναι 3 και το πλάτος 1		
	3 τότε το ύψος είναι -1 και το πλάτος 2		
	-3 τότε το ύψος είναι 1 και το πλάτος 2		
για 'Υ' το μήκος είναι 3, τότε για τιμή :	1 τότε το ύψος είναι 2 και το πλάτος 1		
	0 τότε το ύψος είναι -1 και το πλάτος 2		

Εικόνα 3

Πετρούτσος Άγγελος

Ανάλυση Διόρφης Κατοικίας με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων

ΦΟΡΤΙΑ ΔΟΚΩΝ ΑΠΟ ΠΛΑΚΕΣ					
α/α	α/α	(m)	(m ²)	α/α	(kN/m)
Πλάκας	Τμήματος Πλάκας	Άνοιγμα Δοκού	Εμβαδό Τμήματος	Δοκού	Συνολικό Φορτίο
Π1	E13	3.00	1.80	Δ13	6.60
	E21	3.00	1.80	Δ21	6.60
	E19	3.80	4.20	Δ19	12.16
	E14	3.80	4.20	Δ20, Δ14	12.16
Π2	E20	2.40	1.05	Δ20	4.81
	E23	2.40	1.05	Δ23	4.81
	E22	3.30	2.91	Δ22	9.70
	E15	3.30	2.91	Δ15	9.70
Π3	E17	3.20	2.48	Δ17	8.53
	E24	3.20	2.48	Δ24	8.53
	E16	5.20	6.16	Δ16, Δ23	13.03
	E25	5.20	6.16	Δ25	13.03
Π4	E18	3.20	2.48	Δ18	8.53
	E26	3.20	2.48	Δ26	8.53
	E25	5.20	6.16	Δ25	13.03
	E27	5.20	6.16	Δ27	13.03
Π5	E34	3.20	2.48	Δ34	8.53
	E39	3.20	2.48	Δ39	8.53
	E36	5.20	6.16	Δ36	13.03
	E37	5.20	6.16	Δ37	13.03
Π6	E35	3.20	2.48	Δ35	8.53
	E40	3.20	2.48	Δ40	8.53
	E37	5.20	6.16	Δ37	13.03
	E38	5.20	6.16	Δ38	13.03
		πάχος πλακών	0.20	m	
		ειδικό βάρος σκυροδ.	25.00	kN/m ³	
		επίστρωση δώματος	2.00	kN/m ²	
		επίστρωση εσωτερ. χώρων	1.50	kN/m ²	
		Ωφέλιμο φορτίο δώματος (ρ _{δωμ})	2.00	kN/m ²	
		Ωφέλιμο φορτίο εσωτερικών διαπέδων (ρ _{σωμ})	2.00	kN/m ²	
		Συντελεστής φεισμικού συνδυασμού (ψ ₂)	0.30		

Εικόνα 4

ΦΟΡΤΙΑ ΔΟΚΩΝ ΑΠΟ ΙΔΙΟ ΒΑΡΟΣ & ΤΟΙΧΟΠΟΙΑ					
α/α	(m)	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)	(kN/m)
Δοκού	Μήκος	Ίδιο βάρος	Βάρος τοιχ.	Φορ. Πλακών	Συν. Φορτίο
Δ13	3.00	2.00	8.50	6.60	17.10
Δ14	1.40	2.00	8.50	12.16	22.66
Δ15	3.30	2.00	8.50	9.70	20.20
Δ16	2.80	2.00	8.50	13.03	23.53
Δ17	3.20	2.00	8.50	8.53	19.03
Δ18	3.20	2.00	8.50	8.53	19.03
Δ19	3.80	2.00	8.50	12.16	22.66
Δ20	2.40	2.00	8.50	16.97	27.47
Δ21	3.00	2.00	8.50	6.60	17.10
Δ22	3.30	2.00	8.50	9.70	20.20
Δ23	2.40	2.00	8.50	17.84	28.34
Δ24	3.20	2.00	8.50	8.53	19.03
Δ25	5.20	2.00	8.50	13.03	23.53
Δ26	3.20	2.00	8.50	8.53	19.03
Δ27	5.20	2.00	8.50	13.03	23.53
Δ34	3.20	2.00	0.00	8.53	10.53
Δ35	3.20	2.00	0.00	8.53	10.53
Δ36	5.20	2.00	0.00	13.03	15.03
Δ37	5.20	2.00	0.00	13.03	15.03
Δ38	5.20	2.00	0.00	13.03	15.03
Δ39	3.20	2.00	0.00	8.53	10.53
Δ40	3.20	2.00	0.00	8.53	10.53
	πλάτος δοκών	0.20	m		
	ύψος δοκών	0.40	m		
	ειδικό βάρος σκυροδ.	25.00	kN/m ³		
	μέτρο ελαστικότητας σκυροδ.	2.00E+07	kN/m ²		
	λόγος Poisson	0.25			
	μέτρο διάτμησης	8.00E+06	kN/m ²		
	φορτία τοιχοποιίας	8.50	kN/m		

Εικόνα 5

ΦΟΡΤΙΑ ΥΠΟΣΤΗΛΩΜΑΤΩΝ				
α/α	(m)	(m)	(kN/m)	
Υποστηλώμ.	b	h	Ίδιο βάρος	
Όροφος 1ος	Y1	0.20	0.60	3.00
	Y2	0.20	0.45	2.25
	Y3	0.30	0.30	2.25
	Y4	0.20	0.80	4.00
	Y5	0.20	0.60	3.00
	Y6	0.20	0.70	3.50
	Y7	0.30	0.80	6.00
	Y8	0.20	0.50	2.50
	Y9	0.20	0.70	3.50
	Y10	0.20	0.60	3.00
	Y11	0.20	0.70	3.50
	Y12	0.20	0.90	4.50
Όροφος 2ος	Y28	0.20	0.40	2.00
	Y29	0.20	0.50	2.50
	Y30	0.20	0.40	2.00
	Y31	0.20	0.40	2.00
	Y32	0.20	0.50	2.50
	Y33	0.20	0.50	2.50
ειδικό βάρος σκυροδ.		25.00	kN/m ³	
ύψος ορόφου		3.00	m	

Εικόνα 6

ΔΥΣΚΑΜΨΙΑ ΥΠΟΣΤΗΛΩΜΑΤΩΝ				
Κωδικός Υποστηλ.	α/α Μέλους	Διεύθυνση 1 Κ - x1	Διεύθυνση 2 Κ - x2	
Όροφος 1ος	Y1	1	3555.56	32000.00
	Y2	2	13500.00	2666.67
	Y3	3	6000.00	6000.00
	Y4	4	4740.74	75851.85
	Y5	5	3555.56	32000.00
	Y6	6	50814.81	4148.15
	Y7	7	16000.00	113777.78
	Y8	8	2962.96	18518.52
	Y9	9	50814.81	4148.15
	Y10	10	32000.00	3555.56
	Y11	11	50814.81	4148.15
	Y12	12	5333.33	108000.00
Όροφος 2ος	Y28	28	2370.37	9481.48
	Y29	29	18518.52	2962.96
	Y30	30	2370.37	9481.48
	Y31	31	9481.48	2370.37
	Y32	32	18518.52	2962.96
	Y33	33	2962.96	18518.52
		(kN/m)	(kN/m)	

ΜΑΖΑ ΟΡΟΦΩΝ					
α/α Ορόφου	Στοιχεία Κατασκευής	Βάρη	Συνολικό Βάρος	Συνολική Μάζα	
1	Δοκοί και πλάκες	194.92	285.92	29.146	
	Υποστηλώματα	27.25			
	Τοιχοποιία	63.75			
2	Δοκοί και πλάκες	87.19	93.94	9.576	
	Υποστηλώματα	6.75			
	Τοιχοποιία	0.00			
		(kN)	(kN)	(ton=1000kg)	

ΙΔΙΟΠΕΡΙΟΔΟΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ					
α/α Ορόφου	Συνολική Μάζα	Συνολική Δυσκαμψία Υποστηλωμάτων		Ιδιοπερίοδοι	
		ΣΚ - x1	ΣΚ - x2	Διευθ. x1	Διευθ. x2
1	29.146	2.401E+05	4.048E+05	0.069	0.053
2	9.576	5.422E+04	4.578E+04	0.083	0.091
	(tons)	(kN/m)	(kN/m)	(sec)	(sec)

Ζώνη σεισμικής επικινδυνότητας	Z3(III)
Εδαφική επιτάχυνση, a_gR	0.36
Κατηγορία Σπουδαιότητας	Σ2(II)
Συντελεστής Σπουδαιότητας, γ_1	1
Κατηγορία Εδάφους	C
Συντελεστής Εδάφους, S	1.15
Συντελεστής συμπεριφοράς	3.0
TB (sec)	0.2
TC (sec)	0.6
TD (sec)	2.5

α/α Ορόφου	Επιτάχυνση σχεδιασμού, $S_d(T)$		F - σχεδιασμού	
	Διευθ. x1	Διευθ. x2	Διευθ. x1	Διευθ. x2
1	2.942	2.888	85.74	84.17
2	2.990	3.015	28.63	28.87
	(m/sec ²)	(m/sec ²)	(kN)	(kN)

Εικόνα 7

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Βήμα 2: Μόρφωση του Μητρώου Μετασχηματισμού και του Μητρώου Στιβαρότητας στο τοπικό σύστημα του μέλους και υπολογισμός του Μητρώου Στιβαρότητας κάθε μέλους στο καθολικό σύστημα αξόνων του φορέα.

		[Λ _i]				[Κ _i]												
		Μητρώα Μετασχηματισμού των μελών από το τοπικό στο καθολικό σύστημα				Μητρώα Στιβαρότητας μελών στο τοπικό σύστημα αξόνων τους												
Μέλος 1																		
αρχή:	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
πέρας:	13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
κωδικός μέλους:	Υ1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μήκος L:	3.00	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EA =	2400000.00	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EI3 =	72000.00	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EI2 =	8000.00	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GI1 =	10114.77	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
καθολικός		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
τοπικός X1:	άξονας 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
τοπικός X2:	άξονας 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
τοπικός X3:	άξονας 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Μέλος 2																		
αρχή:	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
πέρας:	14	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
κωδικός μέλους:	Υ2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
μήκος L:	3.00	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EA =	1800000.00	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EI3 =	30375.00	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
EI2 =	6000.00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
GI1 =	6920.74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
καθολικός		0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
τοπικός X1:	άξονας 3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
τοπικός X2:	άξονας 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
τοπικός X3:	άξονας -1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0

Εικόνα 8

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

										Δράσεις Παγίωσης Μελών (Παγιωμένος Φορέας)									
[K _i bar]			Μητρώα Στιβαρότητας μελών στο καθολικό σύστημα αξόνων							[A _i] Παγιωμ.		[A _i bar] Παγιωμ.							
										Τοπικό Σύστημα Μελών		Ακραιοί Κόμβοι	Καθολικό Σύστημα						
										Μέλος									
1										13	1	1	1	1					
3555.56	0.00	0.00	0.00	5333.33	0.00	-3555.56	0.00	0.00	0.00	0.00					5333.33	0.00	αξονική	4.50	0.00
0.00	32000.00	0.00	-48000.00	0.00	0.00	0.00	-32000.00	0.00	-48000.00	0.00					0.00	0.00	τέμνουσα Χ2	0.00	0.00
0.00	0.00	800000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-800000.00	0.00	0.00					0.00	4.50	τέμνουσα Χ3	0.00	4.50
0.00	-48000.00	0.00	96000.00	0.00	0.00	0.00	48000.00	0.00	48000.00	0.00					0.00	0.00	στρέψη	0.00	0.00
5333.33	0.00	0.00	0.00	10666.67	0.00	-5333.33	0.00	0.00	0.00	5333.33					0.00	0.00	κάμψη Χ2	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3371.59	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00					0.00	-3371.59	κάμψη Χ3	0.00	0.00
-3555.56	0.00	0.00	0.00	-5333.33	0.00	3555.56	0.00	0.00	0.00	0.00					-5333.33	0.00	q1 =	3.00	0.00
0.00	-32000.00	0.00	48000.00	0.00	0.00	0.00	32000.00	0.00	48000.00	0.00					0.00	0.00	q3 =	0.00	0.00
0.00	0.00	-800000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	800000.00	0.00	0.00					0.00	0.00			
0.00	-48000.00	0.00	48000.00	0.00	0.00	0.00	48000.00	0.00	96000.00	0.00	0.00	0.00							
5333.33	0.00	0.00	0.00	5333.33	0.00	-5333.33	0.00	0.00	0.00	10666.67	0.00	0.00							
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-3371.59	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3371.59	0.00							
2										14	2	2	2	2					
13500.00	0.00	0.00	0.00	20250.00	0.00	-13500.00	0.00	0.00	0.00	0.00					20250.00	0.00	2	3.38	0.00
0.00	2666.67	0.00	-4000.00	0.00	0.00	0.00	-2666.67	0.00	-4000.00	0.00					0.00	0.00	κωδικός	0.00	0.00
0.00	0.00	600000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-600000.00	0.00	0.00					0.00	0.00	Y2	0.00	3.38
0.00	-4000.00	0.00	8000.00	0.00	0.00	0.00	4000.00	0.00	4000.00	0.00					0.00	0.00	μήκος	3.00	0.00
20250.00	0.00	0.00	0.00	40500.00	0.00	-20250.00	0.00	0.00	0.00	20250.00					0.00	0.00	Κατανεμ. Φορτία, kN/m	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2306.91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00					0.00	-2306.91	q1 =	2.25	0.00
-13500.00	0.00	0.00	0.00	-20250.00	0.00	13500.00	0.00	0.00	0.00	0.00					-20250.00	0.00	q3 =	0.00	0.00
0.00	-2666.67	0.00	4000.00	0.00	0.00	0.00	2666.67	0.00	4000.00	0.00					0.00	0.00			
0.00	0.00	-500000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	500000.00	0.00	0.00					0.00	0.00			
0.00	-4000.00	0.00	4000.00	0.00	0.00	0.00	4000.00	0.00	8000.00	0.00	0.00	0.00							
20250.00	0.00	0.00	0.00	20250.00	0.00	-20250.00	0.00	0.00	0.00	40500.00	0.00	0.00							
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-2306.91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2306.91	0.00							

Εικόνα 9

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Βήμα 3α: Μηχανικός Διαχωρισμός Μόρφωσης του Ολοκού Μητρώου Σειραφάκτας που πλαισιώνει το καθολικό σύστημα αδρών συνδεδεμένων με επιλεγμένες μηχανικές επιβαρύνσεις των μελών στο καθολικό σύστημα αδρών.

Μόδος	Στοιχείο	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (I)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (II)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (III)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (IV)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (V)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (VI)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (VII)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (VIII)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (IX)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (X)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (XI)	Βαθμ. Διασφ. (mm/cm)	Βαθμ. Διασφ. (cm/in)	Στάθ. Κ.Βαθ (XII)				
1	1	1	1	3555.56	1	2	0.00	1	3	0.00	1	4	0.00	1	5	5333.33	1	6	0.00	1	73	-3555.56	1	74	0.00	1	75	0.00	1	76	0.00	1	77	5333.33	1	78	0.00	0.00			
		2	2	0.00	2	2	32000.00	2	3	0.00	2	4	-48000.00	2	5	0.00	2	73	0.00	2	74	-32000.00	2	75	0.00	2	76	-48000.00	2	77	0.00	2	78	0.00	2	79	0.00	0.00			
		3	3	0.00	3	2	0.00	3	3	80000.00	3	4	0.00	3	5	0.00	3	6	0.00	3	73	0.00	3	74	0.00	3	75	-400000.00	3	76	0.00	3	77	0.00	3	78	0.00	0.00			
		4	4	0.00	4	2	-48000.00	4	3	0.00	4	4	96000.00	4	5	0.00	4	6	0.00	4	73	0.00	4	74	48000.00	4	75	0.00	4	76	48000.00	4	77	0.00	4	78	0.00	4	79	0.00	0.00
		5	5	5333.33	5	2	0.00	5	3	0.00	5	4	0.00	5	5	10666.67	5	6	0.00	5	73	-5333.33	5	74	0.00	5	75	0.00	5	76	0.00	5	77	5333.33	5	78	0.00	5	79	0.00	0.00
		6	6	0.00	6	2	0.00	6	3	0.00	6	4	0.00	6	5	0.00	6	6	3321.58	6	73	0.00	6	74	0.00	6	75	0.00	6	76	0.00	6	77	0.00	6	78	0.00	6	79	3321.58	0.00
	13	73	1	-3555.56	73	2	0.00	73	3	0.00	73	4	0.00	73	5	-5333.33	73	6	0.00	73	73	3555.56	73	74	0.00	73	75	0.00	73	76	0.00	73	77	-5333.33	73	78	0.00	73	79	0.00	0.00
		74	1	0.00	74	2	-32000.00	74	3	0.00	74	4	48000.00	74	5	0.00	74	6	0.00	74	73	0.00	74	74	32000.00	74	75	0.00	74	76	48000.00	74	77	0.00	74	78	0.00	74	79	0.00	0.00
		75	1	0.00	75	2	0.00	75	3	-48000.00	75	4	0.00	75	5	0.00	75	6	0.00	75	73	0.00	75	74	0.00	75	75	80000.00	75	76	0.00	75	77	0.00	75	78	0.00	75	79	0.00	0.00
		76	1	0.00	76	2	-48000.00	76	3	0.00	76	4	48000.00	76	5	0.00	76	6	0.00	76	73	0.00	76	74	48000.00	76	75	0.00	76	76	96000.00	76	77	0.00	76	78	0.00	76	79	0.00	0.00
		77	1	5333.33	77	2	0.00	77	3	0.00	77	4	0.00	77	5	5333.33	77	6	0.00	77	73	-5333.33	77	74	0.00	77	75	0.00	77	76	0.00	77	77	10666.67	77	78	0.00	77	79	0.00	0.00
		78	1	0.00	78	2	0.00	78	3	0.00	78	4	0.00	78	5	0.00	78	6	-3321.58	78	73	0.00	78	74	0.00	78	75	0.00	78	76	0.00	78	77	0.00	78	78	0.00	78	79	3321.58	0.00

Εικόνα 10



Εικόνα 11

Κόμβοι	Βαθ. Ελευθ.	1						2						3						
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	1	3555.56	0.00	0.00	0.00	5333.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2	0.00	32000.00	0.00	-48000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	0.00	0.00	800000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4	0.00	-48000.00	0.00	96000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	5	5333.33	0.00	0.00	0.00	10666.67	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3371.59	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	13500.00	0.00	0.00	0.00	20250.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2666.67	0.00	-4000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	600000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-4000.00	0.00	8000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20250.00	0.00	0.00	0.00	40500.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2306.91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6000.00	0.00	0.00	0.00	9000.00	0.00	0.00
	14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6000.00	0.00	-9000.00	0.00	0.00	0.00
	15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	600000.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	18000.00	0.00	0.00
	17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	9000.00	0.00	0.00	0.00	18000.00	0.00
	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	3042.00
4	19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	23	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Εικόνα 11.1.(Σε μεγέθυνση το ολικό μητρώο στιβαρότητας)

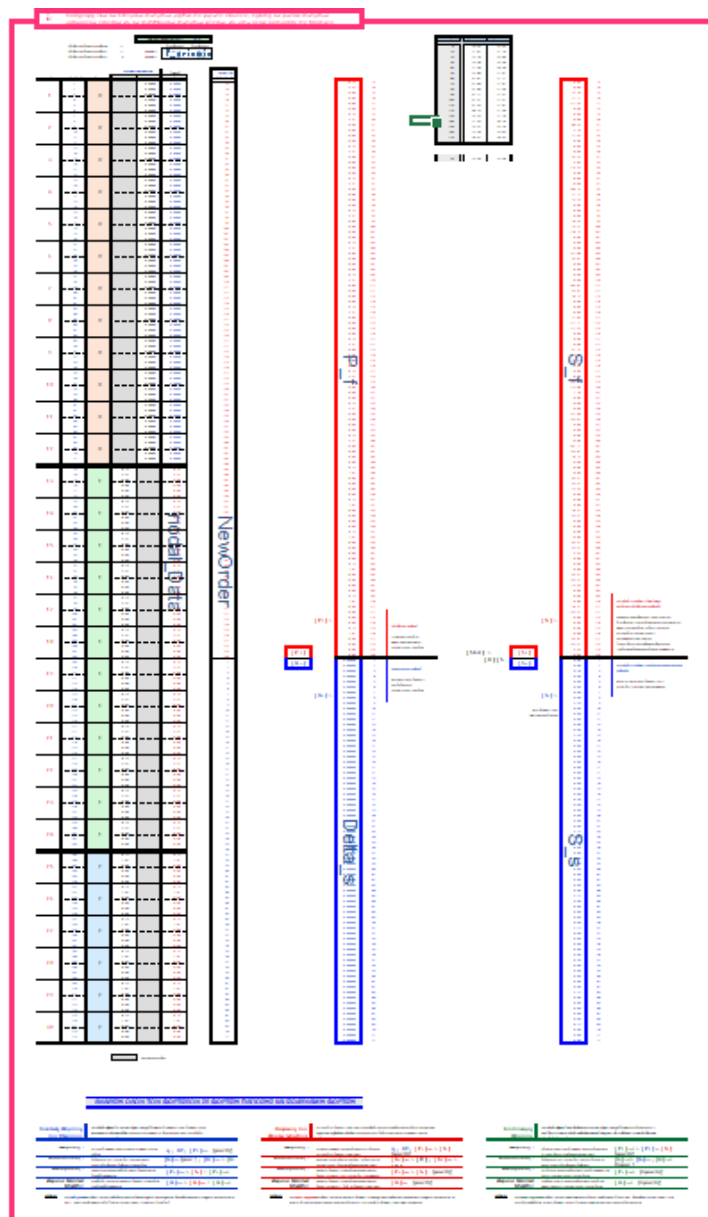
Βήμα 3β: Μηχανισμός Αυτόματης Μόρφωσης του Μητρώου Επικόμβιων Δράσεων Παγίωσης του πλαισίου συνδυάζοντας τα επιμέρους μητρώα ακραίων δράσεων παγίωσης των μελών του στο καθολικό σύστημα αξόνων.		Επικόμβιες Δράσεις Παγίωσης								
Βαθμοί Ελευθερίας	Δράσεις Παγίωσης		Βαθ. Ελευθ.	Κόμβος						
1	0.00	0.00	1	1					0.00	30
2	0.00	0.00	2						0.00	31
3	4.50	4.50	3						0.00	32
4	0.00	0.00	4						5.25	33
5	0.00	0.00	5						0.00	34
6	0.00	0.00	6						0.00	35
73	0.00	0.00	7	2				0.00	36	
74	0.00	0.00	8						0.00	37
75	4.50	3.38	9						0.00	38
76	0.00	0.00	10						9.00	39
77	0.00	0.00	11						0.00	40
78	0.00	0.00	12						0.00	41
		0.00	13	3				0.00	42	
		0.00	14						0.00	43
		3.38	15						0.00	44
7	0.00	0.00	16						3.75	45
8	0.00	0.00	17						0.00	46
9	3.38	0.00	18						0.00	47
10	0.00	0.00	19	4				0.00	48	
11	0.00	0.00	20						0.00	49
12	0.00	6.00	21						5.25	50
79	0.00	0.00	22						0.00	51
80	0.00	0.00	23						0.00	52
81	3.38	0.00	24						0.00	53
82	0.00	0.00	25	5				0.00	54	
83	0.00	0.00	26						0.00	55
84	0.00	4.50	27						4.50	56
		0.00	28						0.00	57
		0.00	29						0.00	58
		0.00	30						0.00	59
								0.00	60	
								0.00	61	
								0.00	62	
								5.25	63	
								0.00	64	
								0.00	65	
								0.00	66	
								0.00	67	
								0.00	68	
								6.75	69	
								0.00	70	
								0.00	71	
								0.00	72	

Εικόνα 12

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

		0.00	73		49	0.00	0.00	121
		0.00	74		50	0.00	0.00	122
		73.20	75	13	51	5.25	97.19	123
31	0.00	27.27	76		52	0.00	-13.19	124
32	0.00	-12.83	77		53	0.00	-5.51	125
33	5.25	0.00	78		54	0.00	0.00	126
34	0.00	0.00	79		121	0.00	0.00	127
35	0.00	0.00	80		122	0.00	0.00	128
36	0.00	44.89	81	14	123	5.25	105.28	129
103	0.00	3.70	82		124	0.00	-13.60	130
104	0.00	12.83	83		125	0.00	2.10	131
105	5.25	0.00	84		126	0.00	0.00	132
106	0.00	0.00	85				0.00	133
107	0.00	0.00	86				0.00	134
108	0.00	85.53	87	15			131.06	135
		9.49	88		55	0.00	-53.02	136
		-18.33	89		56	0.00	0.00	137
		0.00	90		57	4.50	0.00	138
37	0.00	0.00	91		58	0.00	0.00	139
38	0.00	0.00	92		59	0.00	0.00	140
39	9.00	106.29	93	16	60	0.00	102.12	141
40	0.00	-1.77	94		127	0.00	-53.02	142
41	0.00	18.33	95		128	0.00	16.23	143
42	0.00	0.00	96		129	4.50	0.00	144
109	0.00	0.00	97		130	0.00	0.00	145
110	0.00	0.00	98		131	0.00	0.00	146
111	9.00	70.88	99	17	132	0.00	58.92	147
112	0.00	15.37	100				33.87	148
113	0.00	-16.23	101				-8.98	149
114	0.00	0.00	102				0.00	150
		0.00	103		61	0.00	0.00	151
		0.00	104		62	0.00	0.00	152
		131.06	105	18	63	5.25	76.51	153
43	0.00	53.02	106		64	0.00	33.87	154
44	0.00	0.00	107		65	0.00	0.00	155
45	3.75	0.00	108		66	0.00	0.00	156
46	0.00	0.00	109		133	0.00	0.00	157
47	0.00	0.00	110		134	0.00	0.00	158
48	0.00	103.62	111	19	135	5.25	58.92	159
115	0.00	53.02	112		136	0.00	33.87	160
116	0.00	16.23	113		137	0.00	8.98	161
117	3.75	0.00	114		138	0.00	0.00	162
118	0.00	0.00	115					
119	0.00	0.00	116					
120	0.00	72.45	117	20				
		-27.27	118					
		-12.83	119					
		0.00	120					

Εικόνα 13



Εικόνα 14

Βήμα 4: Καταγραφή όλων των δεδομένων επικόμβιων μεγεθών του χωρικού πλαισίου, δηλαδή των γνωστών επικόμβιων μετακινήσεων στηρίξεων και των επιβεβλημένων επικόμβιων φορτίων, και μέσω αυτών αναδιάταξη του Μητρώου Στιβαρότητας του φορέα

		Γωνία Σεισμού (μοίρες): 30.0		
Πλήθος κόμβων στη στάθμη 0 :	12		διεύθυνση 1	διεύθυνση 2
Πλήθος κόμβων στη στάθμη 1 :	12	όροφος 1	85.74	84.17
Πλήθος κόμβων στη στάθμη 2 :	6	όροφος 2	28.63	28.87

Κόμβος	Βαθ. Ελευθ.	Όροφος	ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΟΜΒΩΝ		[Data]	Νέα σειρά βαθ. ελευθ.
			Ρι	Δι	Ρι ή Δι	
1	1	0		0.0000	0.0000	73
	2			0.0000	0.0000	74
	3			0.0000	0.0000	75
	4			0.0000	0.0000	76
	5			0.0000	0.0000	77
	6			0.0000	0.0000	78
2	7	0		0.0000	0.0000	79
	8			0.0000	0.0000	80
	9			0.0000	0.0000	81
	10			0.0000	0.0000	82
	11			0.0000	0.0000	83
	12			0.0000	0.0000	84
3	13	0		0.0000	0.0000	85
	14			0.0000	0.0000	86
	15			0.0000	0.0000	87
	16			0.0000	0.0000	88
	17			0.0000	0.0000	89
	18			0.0000	0.0000	90

Εικόνα 15

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

13	73	1	6.19		6.19	145	
	74		3.51		3.51		146
	75		0.00		0.00		147
	76		0.00		0.00		148
	77		0.00		0.00		149
	78		0.00		0.00		150
14	79	1	6.19		6.19	151	
	80		3.51		3.51		152
	81		0.00		0.00		153
	82		0.00		0.00		154
	83		0.00		0.00		155
	84		0.00		0.00		156
15	85	1	6.19		6.19	157	
	86		3.51		3.51		158
	87		0.00		0.00		159
	88		0.00		0.00		160
	89		0.00		0.00		161
	90		0.00		0.00		162
16	91	1	6.19		6.19	163	
	92		3.51		3.51		164
	93		0.00		0.00		165
	94		0.00		0.00		166
	95		0.00		0.00		167
	96		0.00		0.00		168
17	97	1	6.19		6.19	169	
	98		3.51		3.51		170
	99		0.00		0.00		171
	100		0.00		0.00		172
	101		0.00		0.00		173
	102		0.00		0.00		174

Εικόνα 16

25	145	2	4.13	[Blank]	4.13	37	
	146		2.41		2.41		38
	147		0.00		0.00		39
	148		0.00		0.00		40
	149		0.00		0.00		41
	150		0.00		0.00		42
26	151	2	4.13	[Blank]	4.13	43	
	152		2.41		2.41		44
	153		0.00		0.00		45
	154		0.00		0.00		46
	155		0.00		0.00		47
	156		0.00		0.00		48
27	157	2	4.13	[Blank]	4.13	49	
	158		2.41		2.41		50
	159		0.00		0.00		51
	160		0.00		0.00		52
	161		0.00		0.00		53
	162		0.00		0.00		54
28	163	2	4.13	[Blank]	4.13	55	
	164		2.41		2.41		56
	165		0.00		0.00		57
	166		0.00		0.00		58
	167		0.00		0.00		59
	168		0.00		0.00		60
29	169	2	4.13	[Blank]	4.13	61	
	170		2.41		2.41		62
	171		0.00		0.00		63
	172		0.00		0.00		64
	173		0.00		0.00		65
	174		0.00		0.00		66
30	175	2	4.13	[Blank]	4.13	67	
	176		2.41		2.41		68
	177		0.00		0.00		69
	178		0.00		0.00		70
	179		0.00		0.00		71
	180		0.00		0.00		72
			[Grey Box]	άγνωστο μέγεθος			

Εικόνα 17

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

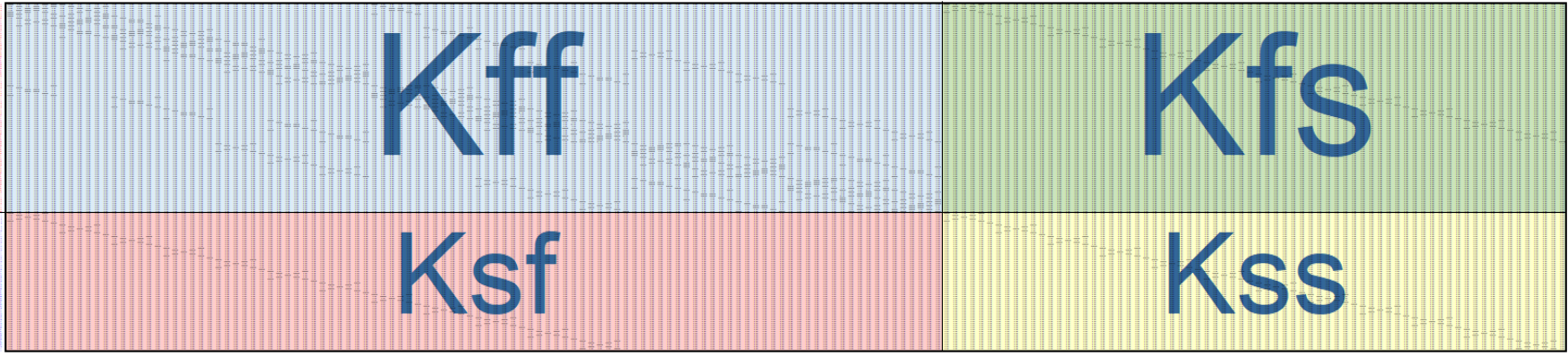
		4.13	169						0.00	169	<p>Επικόμβιες Δράσεις Παγίωσης κατά τους Ελεύθερους Βαθμούς</p> <p>Εάν αυτές ασκηθούν στις αντίστοιχες διευθύνσεις σε συνδυασμό με την εσωτερική φόρτιση των μελών, μηδενίζονται οι επικόμβιες μετακινήσεις και ο φορέας παγώνεται. Οι αντίθετες αυτών θα ασκηθούν στον Ισοδύναμο Φορέα ως εξωτερικά φορτία.</p>	
		2.41	170						0.00	170		
		0.00	171						76.51	171		
		0.00	172						-33.87	172		
	[P_f] =	0.00	173	<p>Ελεύθεροι Βαθμοί</p> <p>Γνωστά επικόμβια φορτία και άγνωστες μετακινήσεις κόμβων.</p>					0.00	173		
		0.00	174							0.00		174
		4.13	175							0.00		175
		2.41	176							0.00		176
		0.00	177							59.67		177
		0.00	178							-33.87		178
		0.00	179							8.98	179	
		0.00	180						0.00	180		
					[S_{bar}] =							
					[V][S_{frame}] =							
	[P_f]											
	[Δ_s]	0.00000	1	<p>Δεσμευμένοι Βαθμοί</p> <p>Άγνωστες αντιδράσεις και δεδομένες μετακινήσεις κόμβων.</p>							<p>Επικόμβιες Δράσεις κατά τους Δεσμευμένους Βαθμούς</p> <p>Αυτές είναι οι αντιδράσεις στις στήριξεις του παγιωμένου φορέα.</p>	
		0.00000	2							0.00		1
		0.00000	3							0.00		2
		0.00000	4							4.50		3
		0.00000	5							0.00		4
		0.00000	6							0.00		5
	[Δ_s] =	0.00000	7							0.00		6
		0.00000	8							0.00		7
		0.00000	9							0.00		8
		0.00000	10							3.38		9
		0.00000	11							0.00	10	
		0.00000	12							0.00	11	
		0.00000	13							0.00	12	
		0.00000	14							0.00	13	
		0.00000	15							0.00	14	
		0.00000	16							3.38	15	
		0.00000	17							0.00	16	
		0.00000							0.00	17		
											<p>Αντιδράσεις του Παγιωμένου Φορέα</p>	

Εικόνα 18

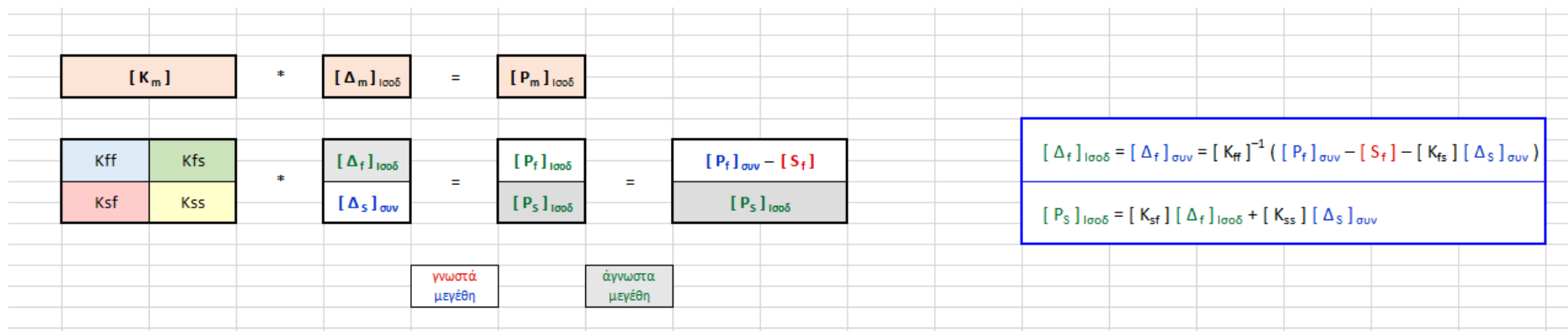
Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Βήμα 5: Υπολογισμός του τροποποιημένου (Αναδιατεταγμένου) Μητρώου Σταθαρότητας [K_m] του πλαισίου με Αναδιάταξη του Ολικού Μητρώου Σταθαρότητας [K] του πλαισίου και χωρίς τη χρήση μητρώου αναδιάταξης.

	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87
73	538055.24	0.00	0.00	0.00	-5333.33	-2216.07	-533333.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
74	0.00	455423.00	0.00	48000.00	0.00	3555.56	0.00	-2370.37	0.00	0.00	0.00	3555.56	0.00	0.00	0.00
75	0.00	0.00	814146.88	8864.27	-14222.22	0.00	0.00	0.00	-9481.48	0.00	-14222.22	0.00	0.00	0.00	0.00
76	0.00	48000.00	8864.27	120409.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1953.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
77	-5333.33	0.00	-14222.22	0.00	40653.04	0.00	0.00	0.00	14222.22	0.00	14222.22	0.00	0.00	0.00	0.00
78	-2216.07	3555.56	0.00	0.00	0.00	16096.73	0.00	-3555.56	0.00	0.00	0.00	3555.56	0.00	0.00	0.00
79	-533333.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	570156.95	0.00	0.00	0.00	-20250.00	-16326.53	-23323.62	0.00	0.00
80	0.00	-2370.37	0.00	0.00	0.00	-3555.56	0.00	1147894.18	0.00	4000.00	0.00	-3555.56	0.00	0.00	0.00
81	0.00	0.00	-9481.48	0.00	14222.22	0.00	0.00	0.00	702775.94	65306.12	14222.22	11.00	0.00	0.00	-93294.46
82	0.00	0.00	0.00	-1953.11	0.00	0.00	0.00	4000.00	65306.12	70905.49	0.00	0.00	0.00	0.00	-65306.12
83	0.00	0.00	-14222.22	0.00	14222.22	0.00	-20250.00	0.00	14222.22	0.00	73129.68	0.00	0.00	0.00	0.00
84	0.00	3555.56	0.00	0.00	0.00	3555.56	-16326.53	-3555.56	11.00	0.00	0.00	24656.12	16326.53	0.00	0.00
85	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-23323.62	0.00	0.00	0.00	0.00	16326.53	518801.73	0.00	0.00
86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1817304.70	0.00
87	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-93294.46	-65306.12	0.00	0.00	0.00	0.00	718936.12
88	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	65306.12	30476.19	0.00	0.00	0.00	9000.00	-43081.25
89	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-4185.24	0.00	-9000.00	1.00	-11753.12
90	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-16326.53	0.00	0.00	0.00	0.00	7619.05	10770.98	2938.48	112.50
91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-484848.48	0.00	0.00
92	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1780.89	0.00
93	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-7125.00
94	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-11753.12
96	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2938.48	0.00
97	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
98	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
100	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
101	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
102	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00



Εικόνα19



Εικόνα20

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Βήμα 6: Η Ισοδύναμη Φόρτιση είναι επαλληλία των δεδομένων εξωτερικών επικόμβιων φορτίων μετακινήσεων στηρίξεων και των αντίθετων των δράσεων παγίωσης του φορέα, $[P_f]_{\text{ισδ}} = [P_f] - [S_f]$. Προσδιορίζονται τα επικόμβια φορτία της Ισοδύναμης Φόρτισης και στη συνέχεια επιλύονται οι εξισώσεις της σχέσης σταθερότητας $[K_m][\Delta_m] = [P_m]$ για τον υπολογισμό των επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]_{\text{ισδ}}$ και αντιδράσεων $[P_s]_{\text{ισδ}}$ του πλαισίου λόγω της ισοδύναμης φόρτισης. Οι επικόμβιες μετατοπίσεις για την Ισοδύναμη Φόρτιση είναι ίδιες με αυτές της συνολικής φόρτισης στην οποία συμπεριλαμβάνεται και η εσωτερική φόρτιση των μελών.

Ισοδύναμη Φόρτιση		Μετατοπίσεις ελεύθερων βαθμών Ισοδύναμου Φορέα		Μετακινήσεις των κόμβων του φορέα κατά τους ελεύθερους βαθμούς για το σύνολο της φόρτισης. Είναι ίδιες με αυτές της ισοδύναμης φόρτισης.		Αντιδράσεις του φορέα για την Ισοδύναμη Φόρτιση	
6.19	73	9.98E-04	73	0.0000	1	-1.21	1
3.51	74	4.07E-04	74	0.0000	2	6.98	2
-73.20	75	-8.12E-05	75	0.0000	3	64.95	3
-27.27	76	-4.17E-04	76	0.0000	4	-0.47	4
12.83	77	4.38E-04	77	0.0000	5	-2.99	5
0.00	78	9.37E-05	78	0.0000	6	-0.32	6
6.19	79	9.89E-04	79	0.0000	7	-12.36	7
3.51	80	7.08E-04	80	0.0000	8	-1.48	8
-44.89	81	-6.82E-05	81	0.0000	9	40.91	9
-3.70	82	-1.02E-04	82	0.0000	10	2.42	10
-12.83	83	4.85E-05	83	0.0000	11	-19.04	11
0.00	84	-4.23E-06	84	0.0000	12	0.01	12
6.19	85	1.04E-03	85	0.0000	13	-0.28	13
3.51	86	7.08E-04	86	0.0000	14	-2.49	14
-85.53	87	-1.57E-04	87	0.0000	15	94.14	15
-9.49	88	-1.93E-04	88	0.0000	16	4.61	16
18.33	89	6.61E-04	89	0.0000	17	-3.39	17
0.00	90	6.00E-06	90	0.0000	18	-0.02	18
6.19	91	1.03E-03	91	0.0000	19	-7.87	19
3.51	92	4.47E-04	92	0.0000	20	-15.80	20
-106.29	93	-1.08E-04	93	0.0000	21	115.49	21
1.77	94	-1.39E-04	94	0.0000	22	32.74	22
-18.33	95	-2.21E-04	95	0.0000	23	-10.31	23
0.00	96	-1.64E-05	96	0.0000	24	0.08	24
6.19	97	8.19E-04	97	0.0000	25	-0.64	25
3.51	98	4.42E-04	98	0.0000	26	-0.56	26
-70.88	99	-1.35E-04	99	0.0000	27	105.27	27
-15.37	100	-2.83E-04	100	0.0000	28	7.63	28
16.23	101	4.25E-04	101	0.0000	29	-2.10	29

Εικόνα21

ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ $[P_S]_{\text{συν}}$ ΤΟΥ ΑΡΧΙΚΟΥ ΦΟΡΕΑ ΓΙΑ ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΤΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ				
	Αντιδράσεις Παγιωμένου Φορέα	Αντιδράσεις Ισοδύναμου Φορέα	Αντιδράσεις του φορέα για το σύνολο της φόρτισης, την επικόμβια και την εσωτερική στα μέλη του.	
	0.00	-1.21	-1.21	1
	0.00	6.98	6.98	2
	4.50	64.95	69.45	3
	0.00	-0.47	-0.47	4
	0.00	-2.99	-2.99	5
	0.00	-0.32	-0.32	6
	0.00	-12.36	-12.36	7
	0.00	-1.48	-1.48	8
	3.38	40.91	44.28	9
	0.00	2.42	2.42	10
	0.00	-19.04	-19.04	11
	0.00	0.01	0.01	12
	0.00	-0.28	-0.28	13
	0.00	-2.49	-2.49	14
	3.38	94.14	97.52	15
	0.00	4.61	4.61	16
	0.00	-3.39	-3.39	17
	0.00	-0.02	-0.02	18
	0.00	-7.87	-7.87	19
	0.00	-15.80	-15.80	20
	6.00	115.49	121.49	21
	0.00	32.74	32.74	22

$[P_S]_{\text{συν}} = [S_S] + [P_S]_{\text{ισοδ}} =$	+	=
--	---	---

Εικόνα22

Βήμα 7: Μόρφωση του Τροποποιημένου Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων $[\Delta_m]_{ισοδ}$ από τα επιμέρους μητρώα επικόμβιων μετατοπίσεων $[\Delta_f]_{ισοδ}$ των ελεύθερων βαθμών και $[\Delta_s]_{ισοδ}$ των δεσμευμένων βαθμών. Αναδιάταξη αυτού για τον προσδιορισμό του Μητρώου Επικόμβιων Μετατοπίσεων $[\Delta_{bar}]_{ισοδ}$

		Βαθ. Ελευθ.		Βαθ. Ελευθ.	ΚΟΜΒΟΣ
	9.98E-04	73		0.00E+00	1
	4.07E-04	74		0.00E+00	
	-8.12E-05	75		0.00E+00	
	-4.17E-04	76		0.00E+00	
	4.38E-04	77		0.00E+00	
	9.37E-05	78		0.00E+00	
	9.89E-04	79		0.00E+00	2
	7.06E-04	80		0.00E+00	
	-6.82E-05	81		0.00E+00	
	-1.02E-04	82		0.00E+00	
	4.85E-05	83		0.00E+00	3
	-4.23E-06	84		0.00E+00	
	1.04E-03	85		0.00E+00	
	7.05E-04	86		0.00E+00	
	-1.57E-04	87		0.00E+00	
	-1.93E-04	88		0.00E+00	
	6.61E-04	89		0.00E+00	4
	6.00E-06	90		0.00E+00	
	1.03E-03	91		0.00E+00	
	4.47E-04	92		0.00E+00	
	-1.08E-04	93		0.00E+00	
	-1.59E-04	94		0.00E+00	
	-4.21E-04	95		0.00E+00	
	-1.64E-05	96		0.00E+00	

Εικόνα23

				1.76E-03	163					1.03E-03	91	
				2.63E-03	164					4.47E-04	92	
				-2.97E-04	165					-1.08E-04	93	
				1.66E-03	166					-1.59E-04	94	16
				3.62E-04	167					-4.21E-04	95	
				-3.63E-05	168					-1.64E-05	96	
				1.75E-03	169					8.19E-04	97	
				2.06E-03	170					4.42E-04	98	
				-3.61E-04	171					-1.35E-04	99	17
				1.43E-03	172					-2.83E-04	100	
				1.67E-04	173					4.25E-04	101	
				-2.15E-04	174					5.73E-05	102	
				1.75E-03	175					8.06E-04	103	
				7.68E-04	176					1.05E-03	104	
				-2.34E-04	177					-2.28E-04	105	18
				4.41E-04	178					-1.63E-03	106	
				-2.09E-04	179					3.13E-04	107	
				-2.21E-04	180					-2.83E-05	108	
				0.00E+00	1					8.01E-04	109	
				0.00E+00	2					3.13E-04	110	
				0.00E+00	3					-1.03E-04	111	19
				0.00E+00	4					-2.65E-04	112	
				0.00E+00	5					2.68E-05	113	
				0.00E+00	6					-8.24E-05	114	
				0.00E+00	7					6.96E-04	115	
				0.00E+00	8					3.81E-04	116	
				0.00E+00	9					-9.80E-05	117	20
				0.00E+00	10					2.72E-04	118	
				0.00E+00	11					3.37E-04	119	
				0.00E+00	12					8.55E-05	120	
				0.00E+00	13					6.85E-04	121	
				0.00E+00	14					7.02E-04	122	
				0.00E+00	15					-1.07E-04	123	21
				0.00E+00	16					2.69E-04	124	
				0.00E+00	17					2.55E-04	125	
				0.00E+00	18					6.51E-05	126	
				0.00E+00	19					6.90E-04	127	
				0.00E+00	20					4.69E-04	128	
				0.00E+00	21					-1.98E-04	129	22
				0.00E+00	22					1.73E-05	130	
				0.00E+00	23					1.92E-04	131	
				0.00E+00	24					1.09E-04	132	

$$[\Delta_m]_{\text{ισοδ}} = \begin{bmatrix} [\Delta_f]_{\text{ισοδ}} \\ [\Delta_s]_{\text{ισοδ}} \end{bmatrix} =$$

$$[\Delta_{\text{bar}}]_{\text{συν}} = [V]^T [\Delta_m]_{\text{συν}} =$$

Μητρώο Επικόμβιων Μετακινήσεων του Ισοδύναμου Φορέα, που είναι ίδιο με αυτό του αρχικού φορέα για το σύνολο της φόρτισης.

Εικόνα24

ΚΕΦ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

Βήμα 8: Για την Ισοδύναμη Φόρτιση μόνωση του Μητρώου Ακραίων Μετακινήσεων $[D_i, bar]$ κάθε μέλους στο καθολικό σύστημα αξόνων, στη συνέχεια, μέσω του Μητρώου Μετασχηματισμού, υπολογισμός του Μητρώου Ακραίων Μετακινήσεων $[D_i]$ στο τοπικό σύστημα αξόνων του μέλους και μέσω του τοπικού του Μητρώου Σταθερότητας, προσδιορισμός των Ακραίων Δράσεων στο τοπικό σύστημα αξόνων του μέλους για την Ισοδύναμη Φόρτιση. Κατόπιν επαλληλίας με τις ακραίες δράσεις παγίωσης, καθορισμός των εντατικών μεγεθών N, Q, M στα άκρα των μελών για την συνολική αρχική φόρτιση του πλαισίου.

ΑΚΡΑΙΕΣ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ & ΑΚΡΑΙΕΣ ΔΡΑΣΕΙΣ ΜΕΛΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΙΣΟΔΥΝΑΜΗ ΦΟΡΤΙΣΗ						ΑΚΡΑΙΕΣ ΔΡΑΣΕΙΣ ΜΕΛΩΝ ΑΡΧΙΚΟΥ ΦΟΡΕΑ ΜΕ ΤΗ ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΦΟΡΤΙΣΗ					
		Ακραίες Μετατοπίσεις Μέλους στο καθολικό σύστημα (ισοδύναμη Φόρτιση)		Ακραίες Μετατοπίσεις Μέλους στο τοπικό σύστημα (ισοδύναμη Φόρτιση)		Ακραίες Δράσεις Μέλους στο τοπικό σύστημα (ισοδύναμη Φόρτιση)		Επαλληλία των Ακραίων Δράσεων του Μέλους στο τοπικό σύστημα		[A _i] συνολ. = [A _i] Παγκωμ + [A _i] Ισοδυν Αρχικός Φορέας Παγκωμός Φορέας Ισοδύναμος Φορέας	
ΜΕΛΟΣ	[D _i bar] Ισοδυν.	Καθολικό Σύστημα	[D _i] Ισοδυν.	Τοπικό Σύστημα	[A _i] Ισοδυν.	Τοπικό Σύστημα	[A _i] συνολ.	Αρχικός Φορέας	Κόμβοι	Ακραία Εντατικά Μεγέθη	
1 Κόμβος αρχής : 1 πέρας : 13	0.000E+00	1	0.000E+00	1	64.95	1	64.95	1	Κόμβοι	F1 (1j) = 64.95	
	0.000E+00		0.000E+00		-1.21		-1.21			F2 (1j) = -1.21	
	0.000E+00		0.000E+00		6.98		6.98			F3 (1j) = 6.98	
	0.000E+00		0.000E+00		-0.32		-0.32			M1 (1j) = -0.32	
	0.000E+00		0.000E+00		-0.47		-0.47			M2 (1j) = -0.47	
	0.000E+00		0.000E+00		-2.99		-2.99			M3 (1j) = -2.99	
	9.980E-04	13	-8.119E-05	13	-64.95	13	-64.95	13	Κόμβοι	F1 (1k) = -64.95	
	4.073E-04		9.980E-04		1.21		1.21			F2 (1k) = 1.21	
	-8.119E-05		4.073E-04		-6.98		-6.98			F3 (1k) = -6.98	
	-4.170E-04		9.370E-05		0.32		0.32			M1 (1k) = 0.32	
	4.377E-04		-4.170E-04		-20.49		-20.49			M2 (1k) = -20.49	
	9.370E-05		4.377E-04		-0.65		-0.65			M3 (1k) = -0.65	
2 Κόμβος αρχής : 2 πέρας : 14	0.000E+00	2	0.000E+00	2	40.91	2	40.91	2	Κόμβοι	F1 (2j) = 40.91	
	0.000E+00		0.000E+00		-1.48		-1.48			F2 (2j) = -1.48	
	0.000E+00		0.000E+00		12.36		12.36			F3 (2j) = 12.36	
	0.000E+00		0.000E+00		0.01		0.01			M1 (2j) = 0.01	
	0.000E+00		0.000E+00		-19.04		-19.04			M2 (2j) = -19.04	
	0.000E+00		0.000E+00		-2.42		-2.42			M3 (2j) = -2.42	
	9.886E-04	14	-6.818E-05	14	-40.91	14	-40.91	14	Κόμβοι	F1 (2k) = -40.91	
	7.064E-04		9.886E-04		1.48		1.48			F2 (2k) = 1.48	
	-6.818E-05		-9.886E-04		-12.36		-12.36			F3 (2k) = -12.36	
	-1.022E-04		-4.234E-06		-0.01		-0.01			M1 (2k) = -0.01	
	4.855E-05		4.855E-05		-18.05		-18.05			M2 (2k) = -18.05	
	-4.234E-06		1.022E-04		-2.01		-2.01			M3 (2k) = -2.01	

Εικόνα25

ΚΕΦ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">3</div> Κόμβος αρχής: 3 πέρατος: 15	0.000E+00	3	0.000E+00	3	94.14	3	94.14	3	F1 (3j) = 94.14	(j=3)						
	0.000E+00		0.000E+00		-0.28		-0.28		F2 (3j) = -0.28							
	0.000E+00		0.000E+00		-2.49		-2.49		F3 (3j) = -2.49							
	0.000E+00		0.000E+00		-0.02		-0.02		M1 (3j) = -0.02							
	0.000E+00		0.000E+00		4.61		4.61		M2 (3j) = 4.61							
	0.000E+00		0.000E+00		-3.39		-3.39		M3 (3j) = -3.39							
	1.037E-03		-1.569E-04		-94.14		-94.14		F1 (3k) = -94.14							
	7.050E-04		1.037E-03		0.28		0.28		F2 (3k) = 0.28							
	-1.569E-04		7.050E-04		2.49		2.49		F3 (3k) = 2.49							
	-1.933E-04		6.002E-06		0.02		0.02		M1 (3k) = 0.02							
	6.607E-04		-1.933E-04		2.87		2.87		M2 (3k) = 2.87							
	6.002E-06		6.607E-04		2.56		2.56		M3 (3k) = 2.56							
	Μέλος 3															
	(k=15)															
	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">4</div> Κόμβος αρχής: 4 πέρατος: 16		0.000E+00		4		0.000E+00		4		115.49	4	115.49	4	F1 (4j) = 115.49	(j=4)
0.000E+00		0.000E+00	-7.87	-7.87		F2 (4j) = -7.87										
0.000E+00		0.000E+00	-15.80	-15.80		F3 (4j) = -15.80										
0.000E+00		0.000E+00	0.08	0.08		M1 (4j) = 0.08										
0.000E+00		0.000E+00	32.74	32.74		M2 (4j) = 32.74										
0.000E+00		0.000E+00	-10.31	-10.31		M3 (4j) = -10.31										
1.030E-03		-1.083E-04	-115.49	-115.49		F1 (4k) = -115.49										
4.467E-04		1.030E-03	7.87	7.87		F2 (4k) = 7.87										
-1.083E-04		4.467E-04	15.80	15.80		F3 (4k) = 15.80										
-1.590E-04		-1.638E-05	-0.08	-0.08		M1 (4k) = -0.08										
-4.206E-04		-1.590E-04	14.66	14.66		M2 (4k) = 14.66										
-1.638E-05		-4.206E-04	-13.30	-13.30		M3 (4k) = -13.30										
Μέλος 4																
(k=16)																
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">5</div> Κόμβος αρχής: 5 πέρατος: 17		0.000E+00	5	0.000E+00		5	108.27	5		108.27	5		F1 (5j) = 108.27		(j=5)	
	0.000E+00	0.000E+00		-0.64	-0.64		F2 (5j) = -0.64									
	0.000E+00	0.000E+00		-0.56	-0.56		F3 (5j) = -0.56									
	0.000E+00	0.000E+00		-0.19	-0.19		M1 (5j) = -0.19									
	0.000E+00	0.000E+00		7.63	7.63		M2 (5j) = 7.63									
	0.000E+00	0.000E+00		-2.10	-2.10		M3 (5j) = -2.10									
	8.191E-04	-1.353E-04		-108.27	-108.27		F1 (5k) = -108.27									
	4.418E-04	8.191E-04		0.64	0.64		F2 (5k) = 0.64									
	-1.353E-04	4.418E-04		0.56	0.56		F3 (5k) = 0.56									
	-2.828E-04	5.731E-05		0.19	0.19		M1 (5k) = 0.19									
	4.254E-04	-2.828E-04		-5.95	-5.95		M2 (5k) = -5.95									
	5.731E-05	4.254E-04		0.17	0.17		M3 (5k) = 0.17									
	Μέλος 5															
	(k=17)															

Εικόνα26

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">6</div> <p>Κόμβος αρχής : 6 πέρατος : 18</p>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	212.96	212.96	F1 (6j) = 212.96
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	5.79	5.79	F2 (6j) = 5.79
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	17.14	17.14	F3 (6j) = 17.14
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.12	0.12	M1 (6j) = 0.12
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-37.62	-37.62	M2 (6j) = -37.62
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	3.61	3.61	M3 (6j) = 3.61
	8.061E-04	-2.282E-04	-2.282E-04	-212.96	-212.96	F1 (6k) = -212.96
	1.053E-03	-1.053E-03	-1.053E-03	-5.79	-5.79	F2 (6k) = -5.79
	-2.282E-04	-8.061E-04	-8.061E-04	-17.13	-17.13	F3 (6k) = -17.13
	-1.633E-03	-2.833E-05	-2.833E-05	-0.12	-0.12	M1 (6k) = -0.12
3.126E-04	3.126E-04	3.126E-04	-13.79	-13.79	M2 (6k) = -13.79	
-2.833E-05	1.633E-03	1.633E-03	13.77	13.77	M3 (6k) = 13.77	
Μέλος 6						
(j=6)						
(k=18)						
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">7</div> <p>Κόμβος αρχής : 7 πέρατος : 19</p>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	164.30	164.30	F1 (7j) = 164.30
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-12.17	-12.17	F2 (7j) = -12.17
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	9.72	9.72	F3 (7j) = 9.72
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	1.21	1.21	M1 (7j) = 1.21
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	8.07	8.07	M2 (7j) = 8.07
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-18.58	-18.58	M3 (7j) = -18.58
	8.009E-04	-1.027E-04	-1.027E-04	-164.30	-164.30	F1 (7k) = -164.30
	3.127E-04	8.009E-04	8.009E-04	12.17	12.17	F2 (7k) = 12.17
	-1.027E-04	-3.127E-04	-3.127E-04	-9.72	-9.72	F3 (7k) = -9.72
	-2.654E-04	-8.244E-05	-8.244E-05	-1.21	-1.21	M1 (7k) = -1.21
2.677E-05	-2.654E-04	-2.654E-04	-37.22	-37.22	M2 (7k) = -37.22	
-8.244E-05	2.677E-05	2.677E-05	-17.93	-17.93	M3 (7k) = -17.93	
Μέλος 7						
(j=7)						
(k=19)						
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">8</div> <p>Κόμβος αρχής : 8 πέρατος : 20</p>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	65.33	65.33	F1 (8j) = 65.33
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-0.56	-0.56	F2 (8j) = -0.56
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-14.61	-14.61	F3 (8j) = -14.61
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-0.23	-0.23	M1 (8j) = -0.23
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	18.14	18.14	M2 (8j) = 18.14
	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-1.60	-1.60	M3 (8j) = -1.60
	6.959E-04	-9.800E-05	-9.800E-05	-65.33	-65.33	F1 (8k) = -65.33
	3.814E-04	6.959E-04	6.959E-04	0.56	0.56	F2 (8k) = 0.56
	-9.800E-05	3.814E-04	3.814E-04	14.61	14.61	F3 (8k) = 14.61
	2.717E-04	8.548E-05	8.548E-05	0.23	0.23	M1 (8k) = 0.23
3.370E-04	2.717E-04	2.717E-04	25.69	25.69	M2 (8k) = 25.69	
8.548E-05	3.370E-04	3.370E-04	-0.10	-0.10	M3 (8k) = -0.10	
Μέλος 8						
(j=8)						
(k=20)						

Εικόνα27

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content;">9</div> <p>Κόμβος αρχής: 9 πέρατος: 21</p>	<table border="1"> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>6.855E-04</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>2.690E-04</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> </table>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	6.855E-04	7.017E-04	-1.073E-04	2.690E-04	2.548E-04	6.510E-05	9	<table border="1"> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-6.855E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>-2.690E-04</td></tr> </table>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-1.073E-04	7.017E-04	-6.855E-04	6.510E-05	2.548E-04	-2.690E-04	9	<table border="1"> <tr><td>100.16</td></tr> <tr><td>-4.58</td></tr> <tr><td>15.41</td></tr> <tr><td>-0.27</td></tr> <tr><td>-32.83</td></tr> <tr><td>-6.04</td></tr> <tr><td>-100.16</td></tr> <tr><td>4.58</td></tr> <tr><td>-15.41</td></tr> <tr><td>0.27</td></tr> <tr><td>-13.41</td></tr> <tr><td>-7.72</td></tr> </table>	100.16	-4.58	15.41	-0.27	-32.83	-6.04	-100.16	4.58	-15.41	0.27	-13.41	-7.72	9	<p>Μέλος 9</p> <table border="1"> <tr><td>100.16</td></tr> <tr><td>-4.58</td></tr> <tr><td>15.41</td></tr> <tr><td>-0.27</td></tr> <tr><td>-32.83</td></tr> <tr><td>-6.04</td></tr> <tr><td>-100.16</td></tr> <tr><td>4.58</td></tr> <tr><td>-15.41</td></tr> <tr><td>0.27</td></tr> <tr><td>-13.41</td></tr> <tr><td>-7.72</td></tr> </table>	100.16	-4.58	15.41	-0.27	-32.83	-6.04	-100.16	4.58	-15.41	0.27	-13.41	-7.72	9	<table border="1"> <tr><td>F1 (9) = 100.16</td></tr> <tr><td>F2 (9) = -4.58</td></tr> <tr><td>F3 (9) = 15.41</td></tr> <tr><td>M1 (9) = -0.27</td></tr> <tr><td>M2 (9) = -32.83</td></tr> <tr><td>M3 (9) = -6.04</td></tr> </table> <p>(j=9)</p> <table border="1"> <tr><td>F1 (9k) = -100.16</td></tr> <tr><td>F2 (9k) = 4.58</td></tr> <tr><td>F3 (9k) = -15.41</td></tr> <tr><td>M1 (9k) = 0.27</td></tr> <tr><td>M2 (9k) = -13.41</td></tr> <tr><td>M3 (9k) = -7.72</td></tr> </table> <p>(k=21)</p>	F1 (9) = 100.16	F2 (9) = -4.58	F3 (9) = 15.41	M1 (9) = -0.27	M2 (9) = -32.83	M3 (9) = -6.04	F1 (9k) = -100.16	F2 (9k) = 4.58	F3 (9k) = -15.41	M1 (9k) = 0.27	M2 (9k) = -13.41	M3 (9k) = -7.72
	0.000E+00																																																																				
	0.000E+00																																																																				
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
6.855E-04																																																																					
7.017E-04																																																																					
-1.073E-04																																																																					
2.690E-04																																																																					
2.548E-04																																																																					
6.510E-05																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
-1.073E-04																																																																					
7.017E-04																																																																					
-6.855E-04																																																																					
6.510E-05																																																																					
2.548E-04																																																																					
-2.690E-04																																																																					
100.16																																																																					
-4.58																																																																					
15.41																																																																					
-0.27																																																																					
-32.83																																																																					
-6.04																																																																					
-100.16																																																																					
4.58																																																																					
-15.41																																																																					
0.27																																																																					
-13.41																																																																					
-7.72																																																																					
100.16																																																																					
-4.58																																																																					
15.41																																																																					
-0.27																																																																					
-32.83																																																																					
-6.04																																																																					
-100.16																																																																					
4.58																																																																					
-15.41																																																																					
0.27																																																																					
-13.41																																																																					
-7.72																																																																					
F1 (9) = 100.16																																																																					
F2 (9) = -4.58																																																																					
F3 (9) = 15.41																																																																					
M1 (9) = -0.27																																																																					
M2 (9) = -32.83																																																																					
M3 (9) = -6.04																																																																					
F1 (9k) = -100.16																																																																					
F2 (9k) = 4.58																																																																					
F3 (9k) = -15.41																																																																					
M1 (9k) = 0.27																																																																					
M2 (9k) = -13.41																																																																					
M3 (9k) = -7.72																																																																					
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content;">10</div> <p>Κόμβος αρχής: 10 πέρατος: 22</p>	<table border="1"> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>6.904E-04</td></tr> <tr><td>4.688E-04</td></tr> <tr><td>-1.979E-04</td></tr> <tr><td>1.730E-05</td></tr> <tr><td>1.915E-04</td></tr> <tr><td>1.090E-04</td></tr> </table>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	6.904E-04	4.688E-04	-1.979E-04	1.730E-05	1.915E-04	1.090E-04	10	<table border="1"> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>-1.979E-04</td></tr> <tr><td>4.688E-04</td></tr> <tr><td>-6.904E-04</td></tr> <tr><td>1.090E-04</td></tr> <tr><td>1.915E-04</td></tr> <tr><td>-1.730E-05</td></tr> </table>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-1.979E-04	4.688E-04	-6.904E-04	1.090E-04	1.915E-04	-1.730E-05	10	<table border="1"> <tr><td>158.33</td></tr> <tr><td>-1.76</td></tr> <tr><td>12.90</td></tr> <tr><td>-0.37</td></tr> <tr><td>-23.95</td></tr> <tr><td>-2.59</td></tr> <tr><td>-158.33</td></tr> <tr><td>1.76</td></tr> <tr><td>-12.90</td></tr> <tr><td>0.37</td></tr> <tr><td>-14.76</td></tr> <tr><td>-2.69</td></tr> </table>	158.33	-1.76	12.90	-0.37	-23.95	-2.59	-158.33	1.76	-12.90	0.37	-14.76	-2.69	10	<p>Μέλος 10</p> <table border="1"> <tr><td>158.33</td></tr> <tr><td>-1.76</td></tr> <tr><td>12.90</td></tr> <tr><td>-0.37</td></tr> <tr><td>-23.95</td></tr> <tr><td>-2.59</td></tr> <tr><td>-158.33</td></tr> <tr><td>1.76</td></tr> <tr><td>-12.90</td></tr> <tr><td>0.37</td></tr> <tr><td>-14.76</td></tr> <tr><td>-2.69</td></tr> </table>	158.33	-1.76	12.90	-0.37	-23.95	-2.59	-158.33	1.76	-12.90	0.37	-14.76	-2.69	10	<table border="1"> <tr><td>F1 (10) = 158.33</td></tr> <tr><td>F2 (10) = -1.76</td></tr> <tr><td>F3 (10) = 12.90</td></tr> <tr><td>M1 (10) = -0.37</td></tr> <tr><td>M2 (10) = -23.95</td></tr> <tr><td>M3 (10) = -2.59</td></tr> </table> <p>(j=10)</p> <table border="1"> <tr><td>F1 (10k) = -158.33</td></tr> <tr><td>F2 (10k) = 1.76</td></tr> <tr><td>F3 (10k) = -12.90</td></tr> <tr><td>M1 (10k) = 0.37</td></tr> <tr><td>M2 (10k) = -14.76</td></tr> <tr><td>M3 (10k) = -2.69</td></tr> </table> <p>(k=22)</p>	F1 (10) = 158.33	F2 (10) = -1.76	F3 (10) = 12.90	M1 (10) = -0.37	M2 (10) = -23.95	M3 (10) = -2.59	F1 (10k) = -158.33	F2 (10k) = 1.76	F3 (10k) = -12.90	M1 (10k) = 0.37	M2 (10k) = -14.76	M3 (10k) = -2.69
	0.000E+00																																																																				
	0.000E+00																																																																				
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
6.904E-04																																																																					
4.688E-04																																																																					
-1.979E-04																																																																					
1.730E-05																																																																					
1.915E-04																																																																					
1.090E-04																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
-1.979E-04																																																																					
4.688E-04																																																																					
-6.904E-04																																																																					
1.090E-04																																																																					
1.915E-04																																																																					
-1.730E-05																																																																					
158.33																																																																					
-1.76																																																																					
12.90																																																																					
-0.37																																																																					
-23.95																																																																					
-2.59																																																																					
-158.33																																																																					
1.76																																																																					
-12.90																																																																					
0.37																																																																					
-14.76																																																																					
-2.69																																																																					
158.33																																																																					
-1.76																																																																					
12.90																																																																					
-0.37																																																																					
-23.95																																																																					
-2.59																																																																					
-158.33																																																																					
1.76																																																																					
-12.90																																																																					
0.37																																																																					
-14.76																																																																					
-2.69																																																																					
F1 (10) = 158.33																																																																					
F2 (10) = -1.76																																																																					
F3 (10) = 12.90																																																																					
M1 (10) = -0.37																																																																					
M2 (10) = -23.95																																																																					
M3 (10) = -2.59																																																																					
F1 (10k) = -158.33																																																																					
F2 (10k) = 1.76																																																																					
F3 (10k) = -12.90																																																																					
M1 (10k) = 0.37																																																																					
M2 (10k) = -14.76																																																																					
M3 (10k) = -2.69																																																																					
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content;">11</div> <p>Κόμβος αρχής: 11 πέρατος: 23</p>	<table border="1"> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>7.021E-04</td></tr> <tr><td>1.068E-03</td></tr> <tr><td>-2.358E-04</td></tr> <tr><td>1.181E-03</td></tr> <tr><td>2.961E-04</td></tr> <tr><td>-3.294E-05</td></tr> </table>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	7.021E-04	1.068E-03	-2.358E-04	1.181E-03	2.961E-04	-3.294E-05	11	<table border="1"> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>0.000E+00</td></tr> <tr><td>-2.358E-04</td></tr> <tr><td>1.068E-03</td></tr> <tr><td>-7.021E-04</td></tr> <tr><td>-3.294E-05</td></tr> <tr><td>2.961E-04</td></tr> <tr><td>-1.181E-03</td></tr> </table>	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	-2.358E-04	1.068E-03	-7.021E-04	-3.294E-05	2.961E-04	-1.181E-03	11	<table border="1"> <tr><td>220.10</td></tr> <tr><td>-11.78</td></tr> <tr><td>13.10</td></tr> <tr><td>0.13</td></tr> <tr><td>-30.94</td></tr> <tr><td>-13.99</td></tr> <tr><td>-220.10</td></tr> <tr><td>11.78</td></tr> <tr><td>-13.11</td></tr> <tr><td>-0.13</td></tr> <tr><td>-8.37</td></tr> <tr><td>-21.34</td></tr> </table>	220.10	-11.78	13.10	0.13	-30.94	-13.99	-220.10	11.78	-13.11	-0.13	-8.37	-21.34	11	<p>Μέλος 11</p> <table border="1"> <tr><td>220.10</td></tr> <tr><td>-11.78</td></tr> <tr><td>13.10</td></tr> <tr><td>0.13</td></tr> <tr><td>-30.94</td></tr> <tr><td>-13.99</td></tr> <tr><td>-220.10</td></tr> <tr><td>11.78</td></tr> <tr><td>-13.11</td></tr> <tr><td>-0.13</td></tr> <tr><td>-8.37</td></tr> <tr><td>-21.34</td></tr> </table>	220.10	-11.78	13.10	0.13	-30.94	-13.99	-220.10	11.78	-13.11	-0.13	-8.37	-21.34	11	<table border="1"> <tr><td>F1 (11) = 220.10</td></tr> <tr><td>F2 (11) = -11.78</td></tr> <tr><td>F3 (11) = 13.10</td></tr> <tr><td>M1 (11) = 0.13</td></tr> <tr><td>M2 (11) = -30.94</td></tr> <tr><td>M3 (11) = -13.99</td></tr> </table> <p>(j=11)</p> <table border="1"> <tr><td>F1 (11k) = -220.10</td></tr> <tr><td>F2 (11k) = 11.78</td></tr> <tr><td>F3 (11k) = -13.11</td></tr> <tr><td>M1 (11k) = -0.13</td></tr> <tr><td>M2 (11k) = -8.37</td></tr> <tr><td>M3 (11k) = -21.34</td></tr> </table> <p>(k=23)</p>	F1 (11) = 220.10	F2 (11) = -11.78	F3 (11) = 13.10	M1 (11) = 0.13	M2 (11) = -30.94	M3 (11) = -13.99	F1 (11k) = -220.10	F2 (11k) = 11.78	F3 (11k) = -13.11	M1 (11k) = -0.13	M2 (11k) = -8.37	M3 (11k) = -21.34
	0.000E+00																																																																				
	0.000E+00																																																																				
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
7.021E-04																																																																					
1.068E-03																																																																					
-2.358E-04																																																																					
1.181E-03																																																																					
2.961E-04																																																																					
-3.294E-05																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
0.000E+00																																																																					
-2.358E-04																																																																					
1.068E-03																																																																					
-7.021E-04																																																																					
-3.294E-05																																																																					
2.961E-04																																																																					
-1.181E-03																																																																					
220.10																																																																					
-11.78																																																																					
13.10																																																																					
0.13																																																																					
-30.94																																																																					
-13.99																																																																					
-220.10																																																																					
11.78																																																																					
-13.11																																																																					
-0.13																																																																					
-8.37																																																																					
-21.34																																																																					
220.10																																																																					
-11.78																																																																					
13.10																																																																					
0.13																																																																					
-30.94																																																																					
-13.99																																																																					
-220.10																																																																					
11.78																																																																					
-13.11																																																																					
-0.13																																																																					
-8.37																																																																					
-21.34																																																																					
F1 (11) = 220.10																																																																					
F2 (11) = -11.78																																																																					
F3 (11) = 13.10																																																																					
M1 (11) = 0.13																																																																					
M2 (11) = -30.94																																																																					
M3 (11) = -13.99																																																																					
F1 (11k) = -220.10																																																																					
F2 (11k) = 11.78																																																																					
F3 (11k) = -13.11																																																																					
M1 (11k) = -0.13																																																																					
M2 (11k) = -8.37																																																																					
M3 (11k) = -21.34																																																																					

Εικόνα28

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">12</div> Κόμβος αρχής: 12 πέρατος: 24	0.000E+00	12	0.000E+00	12	168.03	12	Μέλος 12	168.03	12	F1 (12) = 168.03	(j=12)
	0.000E+00		0.000E+00		-5.34			-5.34		F2 (12) = -5.34	
	0.000E+00		0.000E+00		-25.96			-25.96		F3 (12) = -25.96	
	0.000E+00		0.000E+00		0.75			0.75		M1 (12) = 0.75	
	0.000E+00		0.000E+00		42.51			42.51		M2 (12) = 42.51	
	0.000E+00		0.000E+00		-7.24			-7.24		M3 (12) = -7.24	
	7.141E-04		-1.400E-04		-168.03			-168.03		F1 (12k) = -168.03	
	3.064E-04		7.141E-04		5.34			5.34		F2 (12k) = 5.34	
	-1.400E-04		3.064E-04		25.96			25.96		F3 (12k) = 25.96	
	-4.404E-05		-1.361E-04		-0.75			-0.75		M1 (12k) = -0.75	
	-1.915E-04		-4.404E-05		35.38			35.38		M2 (12k) = 35.38	
	-1.361E-04		-1.915E-04		-8.77			-8.77		M3 (12k) = -8.77	
<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">13</div> Κόμβος αρχής: 13 πέρατος: 14	9.980E-04	13	9.980E-04	13	5.02	13	Μέλος 13	5.02	13	F1 (13) = 5.02	(j=13)
	4.073E-04		4.073E-04		-0.39			-0.39		F2 (13) = -0.39	
	-8.119E-05		-8.119E-05		-7.04			-7.04		F3 (13) = -7.04	
	-4.170E-04		-4.170E-04		-0.61			-0.61		M1 (13) = -0.61	
	4.377E-04		4.377E-04		13.32			13.32		M2 (13) = 13.32	
	9.370E-05		9.370E-05		-0.41			-0.41		M3 (13) = -0.41	
	9.886E-04		9.886E-04		-5.02			-5.02		F1 (13k) = -5.02	
	7.064E-04		7.064E-04		0.39			0.39		F2 (13k) = 0.39	
	-6.818E-05		-6.818E-05		7.04			7.04		F3 (13k) = 7.04	
	-1.022E-04		-1.022E-04		0.61			0.61		M1 (13k) = 0.61	
	4.855E-05		4.855E-05		7.79			7.79		M2 (13k) = 7.79	
	-4.234E-06		-4.234E-06		-0.76			-0.76		M3 (13k) = -0.76	
<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">14</div> Κόμβος αρχής: 14 πέρατος: 15	9.886E-04	14	7.064E-04	14	1.64	14	Μέλος 14	1.64	14	F1 (14) = 1.64	(j=14)
	7.064E-04		-9.886E-04		1.16			1.16		F2 (14) = 1.16	
	-6.818E-05		-6.818E-05		-11.02			-11.02		F3 (14) = -11.02	
	-1.022E-04		4.855E-05		-2.56			-2.56		M1 (14) = -2.56	
	4.855E-05		1.022E-04		6.32			6.32		M2 (14) = 6.32	
	-4.234E-06		-4.234E-06		0.77			0.77		M3 (14) = 0.77	
	1.037E-03		7.050E-04		-1.64			-1.64		F1 (14k) = -1.64	
	7.050E-04		-1.037E-03		-1.16			-1.16		F2 (14k) = -1.16	
	-1.569E-04		-1.569E-04		11.02			11.02		F3 (14k) = 11.02	
	-1.933E-04		6.607E-04		2.56			2.56		M1 (14k) = 2.56	
	6.607E-04		1.933E-04		9.10			9.10		M2 (14k) = 9.10	
	6.002E-06		6.002E-06		0.85			0.85		M3 (14k) = 0.85	

Εικόνα29

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">15</div> <p>Κόμβος αρχής : 15 λήρατος : 16</p>	1.0376-03	1.0376-03	3.52	3.52	<p>Μέλος 15</p>	3.52	F1 (15j) = 3.52	<p>(j=15)</p>
	7.0506-04	7.0506-04	0.43	0.43		0.43	F2 (15j) = 0.43	
	-1.5696-04	-1.5696-04	-3.17	-3.17		-3.17	F3 (15j) = 3.17	
	-1.9336-04	-1.9336-04	-0.06	-0.06		-0.06	M1 (15j) = 0.06	
	6.6076-04	6.6076-04	12.22	12.22		12.22	M2 (15j) = 12.22	
	6.0026-06	6.0026-06	0.74	0.74		0.74	M3 (15j) = 0.74	
	1.0306-03	1.0306-03	-3.52	-3.52		-3.52	F1 (15k) = 3.52	
	4.4676-04	4.4676-04	-0.43	-0.43		-0.43	F2 (15k) = 0.43	
	-1.0836-04	-1.0836-04	3.17	3.17		3.17	F3 (15k) = 3.17	
	-1.5906-04	-1.5906-04	0.06	0.06		0.06	M1 (15k) = 0.06	
	-4.2066-04	-4.2066-04	-1.76	-1.76		-1.76	M2 (15k) = 1.76	
	-1.6386-05	-1.6386-05	0.67	0.67		0.67	M3 (15k) = 0.67	
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">16</div> <p>Κόμβος αρχής : 16 λήρατος : 17</p>	1.0306-03	-4.4676-04	-2.84	-2.84	<p>Μέλος 16</p>	-2.84	F1 (16j) = 2.84	<p>(j=16)</p>
	4.4676-04	1.0306-03	0.78	0.78		0.78	F2 (16j) = 0.78	
	-1.0836-04	-1.0836-04	7.53	7.53		7.53	F3 (16j) = 7.53	
	-1.5906-04	4.2066-04	1.77	1.77		1.77	M1 (16j) = 1.77	
	-4.2066-04	-1.5906-04	-9.60	-9.60		-9.60	M2 (16j) = 9.60	
	-1.6386-05	-1.6386-05	0.95	0.95		0.95	M3 (16j) = 0.95	
	8.1916-04	-4.4186-04	2.84	2.84		2.84	F1 (16k) = 2.84	
	4.4186-04	8.1916-04	-0.78	-0.78		-0.78	F2 (16k) = 0.78	
	-1.3536-04	-1.3536-04	-7.53	-7.53		-7.53	F3 (16k) = 7.53	
	-2.8286-04	-4.2546-04	-1.77	-1.77		-1.77	M1 (16k) = 1.77	
	4.2546-04	-2.8286-04	-11.48	-11.48		-11.48	M2 (16k) = 11.48	
	5.7316-05	5.7316-05	1.23	1.23		1.23	M3 (16k) = 1.23	
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">17</div> <p>Κόμβος αρχής : 17 λήρατος : 18</p>	8.1916-04	8.1916-04	6.51	6.51	<p>Μέλος 17</p>	6.51	F1 (17j) = 6.51	<p>(j=17)</p>
	4.4186-04	4.4186-04	-1.10	-1.10		-1.10	F2 (17j) = 1.10	
	-1.3536-04	-1.3536-04	-8.50	-8.50		-8.50	F3 (17j) = 8.50	
	-2.8286-04	2.47	2.47	2.47		2.47	M1 (17j) = 2.47	
	4.2546-04	14.35	14.35	14.35		14.35	M2 (17j) = 14.35	
	5.7316-05	-1.62	-1.62	-1.62		-1.62	M3 (17j) = 1.62	
	8.0616-04	8.0616-04	-6.51	-6.51		-6.51	F1 (17k) = 6.51	
	1.0536-03	1.0536-03	1.10	1.10		1.10	F2 (17k) = 1.10	
	-2.2826-04	-2.2826-04	8.50	8.50		8.50	F3 (17k) = 8.50	
	-1.6336-03	-1.6336-03	-2.47	-2.47		-2.47	M1 (17k) = 2.47	
	3.1266-04	3.1266-04	12.85	12.85		12.85	M2 (17k) = 12.85	
	-2.8336-05	-2.8336-05	-1.91	-1.91		-1.91	M3 (17k) = 1.91	
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">18</div> <p>Κόμβος αρχής : 18 λήρατος : 19</p>	8.0616-04	8.0616-04	2.59	2.59	<p>Μέλος 18</p>	2.59	F1 (18j) = 2.59	<p>(j=18)</p>
	1.0536-03	1.0536-03	1.10	1.10		1.10	F2 (18j) = 1.10	
	-2.2826-04	-2.2826-04	-5.22	-5.22		-5.22	F3 (18j) = 5.22	
	-1.6336-03	-1.6336-03	-2.50	-2.50		-2.50	M1 (18j) = 2.50	
	3.1266-04	3.1266-04	10.26	10.26		10.26	M2 (18j) = 10.26	
	-2.8336-05	-2.8336-05	1.85	1.85		1.85	M3 (18j) = 1.85	
	8.0096-04	8.0096-04	-2.59	-2.59		-2.59	F1 (18k) = 2.59	
	3.1276-04	3.1276-04	-1.10	-1.10		-1.10	F2 (18k) = 1.10	
	-1.0276-04	-1.0276-04	5.22	5.22		5.22	F3 (18k) = 5.22	
	-2.6546-04	-2.6546-04	2.50	2.50		2.50	M1 (18k) = 2.50	
	2.6776-05	2.6776-05	6.45	6.45		6.45	M2 (18k) = 6.45	
	-8.2446-05	-8.2446-05	1.67	1.67		1.67	M3 (18k) = 1.67	

Εικόνα30

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">19</div> Κόμβος αριθμός : 13 κίρματος : 20	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>9.980E-04</td></tr> <tr><td>4.073E-04</td></tr> <tr><td>-8.119E-05</td></tr> <tr><td>-4.170E-04</td></tr> <tr><td>4.377E-04</td></tr> <tr><td>-9.370E-05</td></tr> <tr><td>6.959E-04</td></tr> <tr><td>3.814E-04</td></tr> <tr><td>-9.800E-05</td></tr> <tr><td>2.717E-04</td></tr> <tr><td>3.370E-04</td></tr> <tr><td>8.548E-05</td></tr> </table>	9.980E-04	4.073E-04	-8.119E-05	-4.170E-04	4.377E-04	-9.370E-05	6.959E-04	3.814E-04	-9.800E-05	2.717E-04	3.370E-04	8.548E-05	13	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>4.073E-04</td></tr> <tr><td>-9.980E-04</td></tr> <tr><td>-8.119E-05</td></tr> <tr><td>4.377E-04</td></tr> <tr><td>4.170E-04</td></tr> <tr><td>9.370E-05</td></tr> <tr><td>3.814E-04</td></tr> <tr><td>-6.959E-04</td></tr> <tr><td>-9.800E-05</td></tr> <tr><td>3.370E-04</td></tr> <tr><td>-2.717E-04</td></tr> <tr><td>8.548E-05</td></tr> </table>	4.073E-04	-9.980E-04	-8.119E-05	4.377E-04	4.170E-04	9.370E-05	3.814E-04	-6.959E-04	-9.800E-05	3.370E-04	-2.717E-04	8.548E-05	13	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>10.88</td></tr> <tr><td>0.04</td></tr> <tr><td>-1.21</td></tr> <tr><td>0.16</td></tr> <tr><td>6.16</td></tr> <tr><td>0.10</td></tr> <tr><td>-10.88</td></tr> <tr><td>-0.04</td></tr> <tr><td>1.21</td></tr> <tr><td>-0.16</td></tr> <tr><td>-1.57</td></tr> <tr><td>0.07</td></tr> </table>	10.88	0.04	-1.21	0.16	6.16	0.10	-10.88	-0.04	1.21	-0.16	-1.57	0.07	13	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>10.88</td></tr> <tr><td>0.04</td></tr> <tr><td>-1.21</td></tr> <tr><td>0.16</td></tr> <tr><td>6.16</td></tr> <tr><td>0.10</td></tr> <tr><td>-10.88</td></tr> <tr><td>-0.04</td></tr> <tr><td>1.21</td></tr> <tr><td>-0.16</td></tr> <tr><td>-1.57</td></tr> <tr><td>0.07</td></tr> </table>	10.88	0.04	-1.21	0.16	6.16	0.10	-10.88	-0.04	1.21	-0.16	-1.57	0.07	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>F1 (19) = 10.88</td></tr> <tr><td>F2 (19) = 0.04</td></tr> <tr><td>F3 (19) = -1.21</td></tr> <tr><td>M1 (19) = 0.16</td></tr> <tr><td>M2 (19) = 6.16</td></tr> <tr><td>M3 (19) = 0.10</td></tr> </table>	F1 (19) = 10.88	F2 (19) = 0.04	F3 (19) = -1.21	M1 (19) = 0.16	M2 (19) = 6.16	M3 (19) = 0.10	(j=13)
	9.980E-04																																																														
	4.073E-04																																																														
	-8.119E-05																																																														
-4.170E-04																																																															
4.377E-04																																																															
-9.370E-05																																																															
6.959E-04																																																															
3.814E-04																																																															
-9.800E-05																																																															
2.717E-04																																																															
3.370E-04																																																															
8.548E-05																																																															
4.073E-04																																																															
-9.980E-04																																																															
-8.119E-05																																																															
4.377E-04																																																															
4.170E-04																																																															
9.370E-05																																																															
3.814E-04																																																															
-6.959E-04																																																															
-9.800E-05																																																															
3.370E-04																																																															
-2.717E-04																																																															
8.548E-05																																																															
10.88																																																															
0.04																																																															
-1.21																																																															
0.16																																																															
6.16																																																															
0.10																																																															
-10.88																																																															
-0.04																																																															
1.21																																																															
-0.16																																																															
-1.57																																																															
0.07																																																															
10.88																																																															
0.04																																																															
-1.21																																																															
0.16																																																															
6.16																																																															
0.10																																																															
-10.88																																																															
-0.04																																																															
1.21																																																															
-0.16																																																															
-1.57																																																															
0.07																																																															
F1 (19) = 10.88																																																															
F2 (19) = 0.04																																																															
F3 (19) = -1.21																																																															
M1 (19) = 0.16																																																															
M2 (19) = 6.16																																																															
M3 (19) = 0.10																																																															
<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">20</div> Κόμβος αριθμός : 15 κίρματος : 21	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>1.037E-03</td></tr> <tr><td>7.050E-04</td></tr> <tr><td>-1.569E-04</td></tr> <tr><td>-1.933E-04</td></tr> <tr><td>6.607E-04</td></tr> <tr><td>6.002E-06</td></tr> <tr><td>6.855E-04</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>2.690E-04</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> </table>	1.037E-03	7.050E-04	-1.569E-04	-1.933E-04	6.607E-04	6.002E-06	6.855E-04	7.017E-04	-1.073E-04	2.690E-04	2.548E-04	6.510E-05	15	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>7.050E-04</td></tr> <tr><td>-1.037E-03</td></tr> <tr><td>-1.569E-04</td></tr> <tr><td>6.607E-04</td></tr> <tr><td>1.933E-04</td></tr> <tr><td>6.002E-06</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-6.855E-04</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>-2.690E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> </table>	7.050E-04	-1.037E-03	-1.569E-04	6.607E-04	1.933E-04	6.002E-06	7.017E-04	-6.855E-04	-1.073E-04	2.548E-04	-2.690E-04	6.510E-05	15	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>2.23</td></tr> <tr><td>-1.23</td></tr> <tr><td>0.76</td></tr> <tr><td>0.99</td></tr> <tr><td>3.19</td></tr> <tr><td>-1.61</td></tr> <tr><td>-2.23</td></tr> <tr><td>1.23</td></tr> <tr><td>-0.76</td></tr> <tr><td>-0.99</td></tr> <tr><td>-5.03</td></tr> <tr><td>-1.35</td></tr> </table>	2.23	-1.23	0.76	0.99	3.19	-1.61	-2.23	1.23	-0.76	-0.99	-5.03	-1.35	15	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>2.23</td></tr> <tr><td>-1.23</td></tr> <tr><td>0.76</td></tr> <tr><td>0.99</td></tr> <tr><td>3.19</td></tr> <tr><td>-1.61</td></tr> <tr><td>-2.23</td></tr> <tr><td>1.23</td></tr> <tr><td>-0.76</td></tr> <tr><td>-0.99</td></tr> <tr><td>-5.03</td></tr> <tr><td>-1.35</td></tr> </table>	2.23	-1.23	0.76	0.99	3.19	-1.61	-2.23	1.23	-0.76	-0.99	-5.03	-1.35	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>F1 (20) = 2.23</td></tr> <tr><td>F2 (20) = -1.23</td></tr> <tr><td>F3 (20) = 0.76</td></tr> <tr><td>M1 (20) = 0.99</td></tr> <tr><td>M2 (20) = 3.19</td></tr> <tr><td>M3 (20) = -1.61</td></tr> </table>	F1 (20) = 2.23	F2 (20) = -1.23	F3 (20) = 0.76	M1 (20) = 0.99	M2 (20) = 3.19	M3 (20) = -1.61	(j=15)
	1.037E-03																																																														
	7.050E-04																																																														
	-1.569E-04																																																														
-1.933E-04																																																															
6.607E-04																																																															
6.002E-06																																																															
6.855E-04																																																															
7.017E-04																																																															
-1.073E-04																																																															
2.690E-04																																																															
2.548E-04																																																															
6.510E-05																																																															
7.050E-04																																																															
-1.037E-03																																																															
-1.569E-04																																																															
6.607E-04																																																															
1.933E-04																																																															
6.002E-06																																																															
7.017E-04																																																															
-6.855E-04																																																															
-1.073E-04																																																															
2.548E-04																																																															
-2.690E-04																																																															
6.510E-05																																																															
2.23																																																															
-1.23																																																															
0.76																																																															
0.99																																																															
3.19																																																															
-1.61																																																															
-2.23																																																															
1.23																																																															
-0.76																																																															
-0.99																																																															
-5.03																																																															
-1.35																																																															
2.23																																																															
-1.23																																																															
0.76																																																															
0.99																																																															
3.19																																																															
-1.61																																																															
-2.23																																																															
1.23																																																															
-0.76																																																															
-0.99																																																															
-5.03																																																															
-1.35																																																															
F1 (20) = 2.23																																																															
F2 (20) = -1.23																																																															
F3 (20) = 0.76																																																															
M1 (20) = 0.99																																																															
M2 (20) = 3.19																																																															
M3 (20) = -1.61																																																															
<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">21</div> Κόμβος αριθμός : 20 κίρματος : 21	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>6.959E-04</td></tr> <tr><td>3.814E-04</td></tr> <tr><td>-9.800E-05</td></tr> <tr><td>2.717E-04</td></tr> <tr><td>3.370E-04</td></tr> <tr><td>8.548E-05</td></tr> <tr><td>6.855E-04</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>2.690E-04</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> </table>	6.959E-04	3.814E-04	-9.800E-05	2.717E-04	3.370E-04	8.548E-05	6.855E-04	7.017E-04	-1.073E-04	2.690E-04	2.548E-04	6.510E-05	20	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>6.959E-04</td></tr> <tr><td>3.814E-04</td></tr> <tr><td>-9.800E-05</td></tr> <tr><td>2.717E-04</td></tr> <tr><td>3.370E-04</td></tr> <tr><td>8.548E-05</td></tr> <tr><td>6.855E-04</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>-2.690E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> </table>	6.959E-04	3.814E-04	-9.800E-05	2.717E-04	3.370E-04	8.548E-05	6.855E-04	7.017E-04	-1.073E-04	2.548E-04	-2.690E-04	6.510E-05	20	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>5.58</td></tr> <tr><td>-0.22</td></tr> <tr><td>-8.33</td></tr> <tr><td>0.01</td></tr> <tr><td>13.08</td></tr> <tr><td>-0.30</td></tr> <tr><td>-5.58</td></tr> <tr><td>0.22</td></tr> <tr><td>8.33</td></tr> <tr><td>-0.01</td></tr> <tr><td>11.91</td></tr> <tr><td>-0.37</td></tr> </table>	5.58	-0.22	-8.33	0.01	13.08	-0.30	-5.58	0.22	8.33	-0.01	11.91	-0.37	20	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>5.58</td></tr> <tr><td>-0.22</td></tr> <tr><td>-8.33</td></tr> <tr><td>0.01</td></tr> <tr><td>13.08</td></tr> <tr><td>-0.30</td></tr> <tr><td>-5.58</td></tr> <tr><td>0.22</td></tr> <tr><td>8.33</td></tr> <tr><td>-0.01</td></tr> <tr><td>11.91</td></tr> <tr><td>-0.37</td></tr> </table>	5.58	-0.22	-8.33	0.01	13.08	-0.30	-5.58	0.22	8.33	-0.01	11.91	-0.37	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>F1 (21) = 5.58</td></tr> <tr><td>F2 (21) = -0.22</td></tr> <tr><td>F3 (21) = -8.33</td></tr> <tr><td>M1 (21) = 0.01</td></tr> <tr><td>M2 (21) = 13.08</td></tr> <tr><td>M3 (21) = -0.30</td></tr> </table>	F1 (21) = 5.58	F2 (21) = -0.22	F3 (21) = -8.33	M1 (21) = 0.01	M2 (21) = 13.08	M3 (21) = -0.30	(j=20)
	6.959E-04																																																														
	3.814E-04																																																														
	-9.800E-05																																																														
2.717E-04																																																															
3.370E-04																																																															
8.548E-05																																																															
6.855E-04																																																															
7.017E-04																																																															
-1.073E-04																																																															
2.690E-04																																																															
2.548E-04																																																															
6.510E-05																																																															
6.959E-04																																																															
3.814E-04																																																															
-9.800E-05																																																															
2.717E-04																																																															
3.370E-04																																																															
8.548E-05																																																															
6.855E-04																																																															
7.017E-04																																																															
-1.073E-04																																																															
2.548E-04																																																															
-2.690E-04																																																															
6.510E-05																																																															
5.58																																																															
-0.22																																																															
-8.33																																																															
0.01																																																															
13.08																																																															
-0.30																																																															
-5.58																																																															
0.22																																																															
8.33																																																															
-0.01																																																															
11.91																																																															
-0.37																																																															
5.58																																																															
-0.22																																																															
-8.33																																																															
0.01																																																															
13.08																																																															
-0.30																																																															
-5.58																																																															
0.22																																																															
8.33																																																															
-0.01																																																															
11.91																																																															
-0.37																																																															
F1 (21) = 5.58																																																															
F2 (21) = -0.22																																																															
F3 (21) = -8.33																																																															
M1 (21) = 0.01																																																															
M2 (21) = 13.08																																																															
M3 (21) = -0.30																																																															
<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">22</div> Κόμβος αριθμός : 21 κίρματος : 22	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>6.855E-04</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>2.690E-04</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> <tr><td>6.904E-04</td></tr> <tr><td>4.688E-04</td></tr> <tr><td>-1.979E-04</td></tr> <tr><td>1.730E-05</td></tr> <tr><td>1.915E-04</td></tr> <tr><td>1.090E-04</td></tr> </table>	6.855E-04	7.017E-04	-1.073E-04	2.690E-04	2.548E-04	6.510E-05	6.904E-04	4.688E-04	-1.979E-04	1.730E-05	1.915E-04	1.090E-04	21	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>6.855E-04</td></tr> <tr><td>7.017E-04</td></tr> <tr><td>-1.073E-04</td></tr> <tr><td>2.690E-04</td></tr> <tr><td>2.548E-04</td></tr> <tr><td>6.510E-05</td></tr> <tr><td>6.904E-04</td></tr> <tr><td>4.688E-04</td></tr> <tr><td>-1.979E-04</td></tr> <tr><td>1.730E-05</td></tr> <tr><td>1.915E-04</td></tr> <tr><td>1.090E-04</td></tr> </table>	6.855E-04	7.017E-04	-1.073E-04	2.690E-04	2.548E-04	6.510E-05	6.904E-04	4.688E-04	-1.979E-04	1.730E-05	1.915E-04	1.090E-04	21	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>-2.41</td></tr> <tr><td>0.93</td></tr> <tr><td>-4.60</td></tr> <tr><td>0.45</td></tr> <tr><td>8.00</td></tr> <tr><td>1.46</td></tr> <tr><td>2.41</td></tr> <tr><td>-0.93</td></tr> <tr><td>4.60</td></tr> <tr><td>-0.45</td></tr> <tr><td>7.18</td></tr> <tr><td>1.60</td></tr> </table>	-2.41	0.93	-4.60	0.45	8.00	1.46	2.41	-0.93	4.60	-0.45	7.18	1.60	21	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>-2.41</td></tr> <tr><td>0.93</td></tr> <tr><td>-4.60</td></tr> <tr><td>0.45</td></tr> <tr><td>8.00</td></tr> <tr><td>1.46</td></tr> <tr><td>2.41</td></tr> <tr><td>-0.93</td></tr> <tr><td>4.60</td></tr> <tr><td>-0.45</td></tr> <tr><td>7.18</td></tr> <tr><td>1.60</td></tr> </table>	-2.41	0.93	-4.60	0.45	8.00	1.46	2.41	-0.93	4.60	-0.45	7.18	1.60	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>F1 (22) = -2.41</td></tr> <tr><td>F2 (22) = 0.93</td></tr> <tr><td>F3 (22) = -4.60</td></tr> <tr><td>M1 (22) = 0.45</td></tr> <tr><td>M2 (22) = 8.00</td></tr> <tr><td>M3 (22) = 1.46</td></tr> </table>	F1 (22) = -2.41	F2 (22) = 0.93	F3 (22) = -4.60	M1 (22) = 0.45	M2 (22) = 8.00	M3 (22) = 1.46	(j=21)
	6.855E-04																																																														
	7.017E-04																																																														
	-1.073E-04																																																														
2.690E-04																																																															
2.548E-04																																																															
6.510E-05																																																															
6.904E-04																																																															
4.688E-04																																																															
-1.979E-04																																																															
1.730E-05																																																															
1.915E-04																																																															
1.090E-04																																																															
6.855E-04																																																															
7.017E-04																																																															
-1.073E-04																																																															
2.690E-04																																																															
2.548E-04																																																															
6.510E-05																																																															
6.904E-04																																																															
4.688E-04																																																															
-1.979E-04																																																															
1.730E-05																																																															
1.915E-04																																																															
1.090E-04																																																															
-2.41																																																															
0.93																																																															
-4.60																																																															
0.45																																																															
8.00																																																															
1.46																																																															
2.41																																																															
-0.93																																																															
4.60																																																															
-0.45																																																															
7.18																																																															
1.60																																																															
-2.41																																																															
0.93																																																															
-4.60																																																															
0.45																																																															
8.00																																																															
1.46																																																															
2.41																																																															
-0.93																																																															
4.60																																																															
-0.45																																																															
7.18																																																															
1.60																																																															
F1 (22) = -2.41																																																															
F2 (22) = 0.93																																																															
F3 (22) = -4.60																																																															
M1 (22) = 0.45																																																															
M2 (22) = 8.00																																																															
M3 (22) = 1.46																																																															

Εικόνα31

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">23</div> Κάβος αρχής : 16 λήγας : 22	1.030E-03 4.467E-04 -1.083E-04 -1.590E-04 -4.206E-04 -1.638E-05	16	4.467E-04 -1.030E-03 -1.083E-04 -4.206E-04 1.590E-04 -1.638E-05	16	-14.70 -1.06 -1.49 -1.49 3.35 -1.55	16	-14.70 -1.06 -1.49 -1.49 3.35 -1.55	16	Μέλος 23	-14.70 -1.06 -1.49 -1.49 3.35 -1.55	16	F1 (23) = 14.70 F2 (23) = 1.06 F3 (23) = 1.49 M1 (23) = 1.49 M2 (23) = 3.35 M3 (23) = 1.55	(j=16)
	6.904E-04 4.688E-04 -1.979E-04 1.730E-05 1.915E-04 1.090E-04	22	4.688E-04 -6.904E-04 -1.979E-04 1.915E-04 -1.730E-05 1.090E-04	22	14.70 1.06 1.49 1.49 0.22 -0.99	22	14.70 1.06 1.49 1.49 0.22 -0.99	22	Μέλος 23	14.70 1.06 1.49 1.49 0.22 -0.99	22	F1 (23k) = 14.70 F2 (23k) = 1.06 F3 (23k) = 1.49 M1 (23k) = 1.49 M2 (23k) = 0.22 M3 (23k) = 0.99	(k=22)
	6.904E-04 4.688E-04 -1.979E-04 1.730E-05 1.915E-04 1.090E-04	22	6.904E-04 4.688E-04 -1.979E-04 1.730E-05 1.915E-04 1.090E-04	22	-5.82 -0.93 -5.80 -2.13 8.58 -1.25	22	-5.82 -0.93 -5.80 -2.13 8.58 -1.25	22	Μέλος 24	-5.82 -0.93 -5.80 -2.13 8.58 -1.25	22	F1 (24) = 5.82 F2 (24) = 0.93 F3 (24) = 5.80 M1 (24) = 2.13 M2 (24) = 8.58 M3 (24) = 1.25	(j=22)
	7.021E-04 1.068E-03 -2.358E-04 1.181E-03 2.961E-04 -3.294E-05	23	7.021E-04 1.068E-03 -2.358E-04 1.181E-03 2.961E-04 -3.294E-05	23	5.82 0.93 5.80 2.13 9.98 -1.73	23	5.82 0.93 5.80 2.13 9.98 -1.73	23	Μέλος 24	5.82 0.93 5.80 2.13 9.98 -1.73	23	F1 (24k) = 5.82 F2 (24k) = 0.93 F3 (24k) = 5.80 M1 (24k) = 2.13 M2 (24k) = 9.98 M3 (24k) = -1.73	(k=23)
<div style="border: 1px solid blue; padding: 2px; width: fit-content; margin-bottom: 5px;">25</div> Κάβος αρχής : 18 λήγας : 23	8.061E-04 1.053E-03 -2.282E-04 -1.633E-03 3.126E-04 -2.833E-05	18	1.053E-03 -8.061E-04 -2.282E-04 3.126E-04 1.633E-03 -2.833E-05	18	-4.41 -0.12 -2.13 0.02 17.08 -0.31	18	-4.41 -0.12 -2.13 0.02 17.08 -0.31	18	Μέλος 25	-4.41 -0.12 -2.13 0.02 17.08 -0.31	18	F1 (25) = 4.41 F2 (25) = 0.12 F3 (25) = 2.13 M1 (25) = 0.02 M2 (25) = 17.08 M3 (25) = 0.31	(j=18)
	7.021E-04 1.068E-03 -2.358E-04 1.181E-03 2.961E-04 -3.294E-05	23	7.021E-04 1.068E-03 -2.358E-04 1.181E-03 2.961E-04 -3.294E-05	23	4.41 0.12 2.13 -0.02 -6.01 -0.32	23	4.41 0.12 2.13 -0.02 -6.01 -0.32	23	Μέλος 25	4.41 0.12 2.13 -0.02 -6.01 -0.32	23	F1 (25k) = 4.41 F2 (25k) = 0.12 F3 (25k) = 2.13 M1 (25k) = 0.02 M2 (25k) = 6.01 M3 (25k) = 0.32	(k=23)
	7.021E-04 1.068E-03 -2.358E-04 1.181E-03 2.961E-04 -3.294E-05	23	7.021E-04 1.068E-03 -2.358E-04 1.181E-03 2.961E-04 -3.294E-05	23	-6.01 0.96 -2.06 2.24 6.54 1.71	23	-6.01 0.96 -2.06 2.24 6.54 1.71	23	Μέλος 26	-6.01 0.96 -2.06 2.24 6.54 1.71	23	F1 (26) = 6.01 F2 (26) = 0.96 F3 (26) = 2.06 M1 (26) = 2.24 M2 (26) = 6.54 M3 (26) = 1.71	(j=23)
	7.341E-04 3.064E-04 -1.400E-04 -4.404E-05 -1.915E-04 -1.361E-04	24	7.341E-04 3.064E-04 -1.400E-04 -4.404E-05 -1.915E-04 -1.361E-04	24	6.01 -0.96 2.05 -2.24 0.04 1.36	24	6.01 -0.96 2.05 -2.24 0.04 1.36	24	Μέλος 26	6.01 -0.96 2.05 -2.24 0.04 1.36	24	F1 (26k) = 6.01 F2 (26k) = 0.96 F3 (26k) = 2.05 M1 (26k) = 2.24 M2 (26k) = 0.04 M3 (26k) = 1.36	(k=24)

Εικόνα32

ΚΕΦ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

27	Κόμβος αριθμός : 19 πίκνωση : 24	8.009E-04	3.127E-04	1.93	Μέλος 27	1.93	F1 (27) = 1.93	(j=19)
		3.127E-04	-8.009E-04	-0.30		-0.30	F2 (27) = 0.30	
		-1.027E-04	-1.027E-04	-1.40		-1.40	F3 (27) = 1.40	
		-2.654E-04	2.677E-05	0.25		0.25	M1 (27) = 0.25	
2.677E-05	2.654E-04	4.54	4.54	M2 (27) = 4.54	(k=24)			
-8.244E-05	-8.244E-05	-0.72	-0.72	M3 (27) = 0.72				
7.141E-04	3.064E-04	-1.93	-1.93	F1 (27k) = 1.93				
3.064E-04	-1.400E-04	0.30	0.30	F2 (27k) = 0.30	(j=17)			
-1.400E-04	-4.404E-05	1.39	1.39	F3 (27k) = 1.39				
-4.404E-05	-1.915E-04	-0.25	-0.25	M1 (27k) = 0.25				
-1.915E-04	4.404E-05	2.72	2.72	M2 (27k) = 2.72	(k=25)			
-3.961E-04	-3.961E-04	-0.83	-0.83	M3 (27k) = 0.83				
8.191E-04	-1.353E-04	53.41	53.41	F1 (28) = 53.41		(j=18)		
4.418E-04	8.191E-04	-0.19	-0.19	F2 (28) = 0.19				
-1.353E-04	4.418E-04	6.89	6.89	F3 (28) = 6.89				
-2.828E-04	5.731E-05	0.20	0.20	M1 (28) = 0.20				
4.254E-04	-2.828E-04	-0.41	-0.41	M2 (28) = 0.41	(k=26)			
5.731E-05	4.254E-04	-0.06	-0.06	M3 (28) = 0.06				
1.988E-03	-2.355E-04	-53.41	-53.41	F1 (28k) = 53.41				
2.656E-03	1.988E-03	0.19	0.19	F2 (28k) = 0.19	(j=19)			
-2.355E-04	2.656E-03	-6.88	-6.88	F3 (28k) = 6.88				
-1.677E-03	-4.427E-05	-0.20	-0.20	M1 (28k) = 0.20				
3.019E-04	-1.677E-03	-20.25	-20.25	M2 (28k) = 20.25	(k=27)			
-4.427E-05	3.019E-04	-0.43	-0.43	M3 (28k) = 0.43				
8.061E-04	-2.282E-04	80.75	80.75	F1 (29) = 80.75		(j=18)		
1.053E-03	8.061E-04	11.50	11.50	F2 (29) = 11.50				
-2.282E-04	-8.061E-04	7.14	7.14	F3 (29) = 7.14				
-1.633E-03	1.053E-03	0.48	0.48	M1 (29) = 0.48				
3.126E-04	-2.833E-05	-9.33	-9.33	M2 (29) = 9.33	(k=26)			
-2.833E-05	3.126E-04	17.20	17.20	M3 (29) = 17.20				
1.981E-03	-3.493E-04	-80.75	-80.75	F1 (29k) = 80.75				
2.105E-03	1.981E-03	-11.50	-11.50	F2 (29k) = 11.50	(j=19)			
-3.493E-04	-1.981E-03	-7.09	-7.09	F3 (29k) = 7.09				
-1.656E-03	-2.103E-04	-0.48	-0.48	M1 (29k) = 0.48				
2.137E-04	-1.656E-03	-12.08	-12.08	M2 (29k) = 12.08	(k=27)			
-2.103E-04	2.137E-04	17.25	17.25	M3 (29k) = 17.25				
8.009E-04	-1.027E-04	56.85	56.85	F1 (30) = 56.85		(j=19)		
3.127E-04	8.009E-04	-3.69	-3.69	F2 (30) = 3.69				
-1.027E-04	3.127E-04	12.39	12.39	F3 (30) = 12.39				
-2.654E-04	-8.244E-05	0.26	0.26	M1 (30) = 0.26				
2.677E-05	-2.654E-04	-13.77	-13.77	M2 (30) = 13.77	(k=27)			
-8.244E-05	2.677E-05	-5.00	-5.00	M3 (30) = 5.00				
1.981E-03	-2.093E-04	-56.85	-56.85	F1 (30k) = 56.85				
8.196E-04	1.981E-03	3.69	3.69	F2 (30k) = 3.69	(j=20)			
-2.093E-04	8.196E-04	-12.40	-12.40	F3 (30k) = 12.40				
-9.440E-04	-2.160E-04	-0.26	-0.26	M1 (30k) = 0.26				
-2.790E-04	-9.440E-04	-23.42	-23.42	M2 (30k) = 23.42	(k=28)			
-2.160E-04	-2.790E-04	-6.06	-6.06	M3 (30k) = 6.06				

Εικόνα33

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

31	Κόμβος αριθμός : 22 ήλιος : 28	6.904E-04	-1.979E-04	52.75	52.75	Μέλος 31	F1 (31j) = 52.75 F2 (31j) = -11.09 F3 (31j) = 2.26 M1 (31k) = 0.28 M2 (31k) = 4.60 M3 (31k) = -13.71	(j=22)		
		4.688E-04	4.688E-04	-11.09	-11.09				(k=28)	F1 (31k) = 52.75 F2 (31k) = 11.09 F3 (31k) = -2.31 M1 (31k) = 0.28 M2 (31k) = 2.17 M3 (31k) = 19.62
		-1.979E-04	-6.904E-04	2.26	2.26					
		1.730E-05	1.090E-04	0.28	0.28					
1.915E-04	1.915E-04	-4.60	-4.60	22	28	28	28			
1.090E-04	-1.730E-05	-13.71	-13.71							
1.759E-03	-2.968E-04	-52.75	-52.75							
2.626E-03	2.626E-03	11.09	11.09							
2.968E-04	-1.759E-03	-2.31	-2.31	23	29	29	29			
1.664E-03	-3.630E-05	-0.28	-0.28							
3.619E-04	-2.17E-04	-2.17	-2.17							
-3.630E-05	-1.664E-03	-19.62	-19.62							
32	Κόμβος αριθμός : 23 ήλιος : 29	7.021E-04	-2.358E-04	83.17	83.17	Μέλος 32	F1 (32j) = 83.17 F2 (32j) = 14.57 F3 (32j) = 6.61 M1 (32k) = 0.48 M2 (32k) = 8.13 M3 (32k) = 21.29	(j=23)		
		1.068E-03	1.068E-03	-14.57	-14.57				(k=29)	F1 (32k) = 83.17 F2 (32k) = 14.57 F3 (32k) = 6.66 M1 (32k) = 0.48 M2 (32k) = 11.71 M3 (32k) = 22.47
		-2.358E-04	-7.021E-04	6.61	6.61					
		1.181E-03	-3.294E-05	0.48	0.48					
2.961E-04	2.961E-04	-8.13	-8.13	23	29	29	29			
-3.294E-05	-1.181E-03	-21.29	-21.29							
1.755E-03	-3.606E-04	-83.17	-83.17							
2.062E-03	2.062E-03	14.57	14.57							
-3.606E-04	-1.755E-03	-6.66	-6.66	24	30	30	30			
1.434E-03	-2.147E-04	-0.48	-0.48							
1.675E-04	-1.171E-04	-11.71	-11.71							
-2.147E-04	-1.434E-03	-22.47	-22.47							
33	Κόμβος αριθμός : 24 ήλιος : 30	7.141E-04	-1.400E-04	62.46	62.46	Μέλος 33	F1 (33j) = 62.46 F2 (33j) = 4.86 F3 (33j) = -19.57 M1 (33k) = 0.23 M2 (33k) = 22.61 M3 (33k) = 7.25	(j=24)		
		3.064E-04	3.064E-04	-4.86	-4.86				(k=30)	F1 (33k) = 62.46 F2 (33k) = 4.86 F3 (33k) = 19.56 M1 (33k) = 0.23 M2 (33k) = 36.08 M3 (33k) = 7.31
		-1.400E-04	-1.400E-04	-19.57	-19.57					
		-4.404E-05	-3.361E-04	0.23	0.23					
-1.915E-04	-4.404E-05	22.61	22.61	24	30	30	30			
-3.361E-04	-1.915E-04	-7.25	-7.25							
1.754E-03	-2.337E-04	-62.46	-62.46							
7.677E-04	1.754E-03	4.86	4.86							
-2.337E-04	7.677E-04	19.56	19.56	25	26	26	26			
4.409E-04	-0.23	-0.23	-0.23							
-2.089E-04	4.409E-04	36.08	36.08							
-2.207E-04	-2.089E-04	-7.31	-7.31							
34	Κόμβος αριθμός : 25 ήλιος : 26	1.988E-03	1.988E-03	3.75	3.75	Μέλος 34	F1 (34j) = 3.75 F2 (34j) = 0.28 F3 (34j) = 5.56 M1 (34k) = 0.04 M2 (34k) = 9.48 M3 (34k) = 0.73	(j=25)		
		2.656E-03	2.656E-03	0.28	0.28				(k=26)	F1 (34k) = 3.75 F2 (34k) = 0.28 F3 (34k) = 5.55 M1 (34k) = 0.04 M2 (34k) = 8.30 M3 (34k) = 0.16
		-2.355E-04	-2.355E-04	-5.56	-5.56					
		-1.677E-03	-1.677E-03	-0.04	-0.04					
3.019E-04	3.019E-04	9.48	9.48	25	26	26	26			
-4.427E-05	-4.427E-05	0.73	0.73							
1.981E-03	1.981E-03	-3.75	-3.75							
2.105E-03	2.105E-03	-0.28	-0.28							
-3.493E-04	-3.493E-04	5.55	5.55	25	26	26	26			
-1.656E-03	-1.656E-03	0.04	0.04							
2.137E-04	2.137E-04	8.30	8.30							
-2.103E-04	-2.103E-04	0.16	0.16							

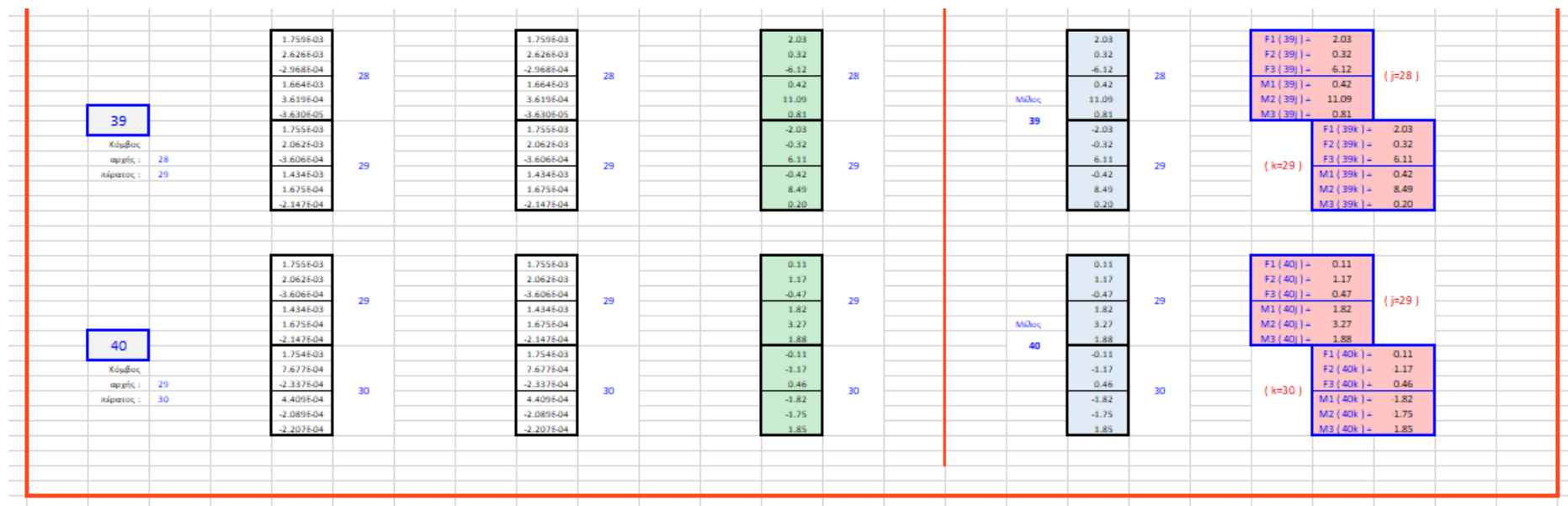
Εικόνα34

ΚΕΦ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ

35	Κόμβος αριθμός : 26 πάρτατος : 27	1.981E-03	1.981E-03	0.18	Μέλος 35	0.18	F1 (35) = 0.18	(j=26)
		2.105E-03	2.105E-03	1.18		1.18	F2 (35) = 1.18	
		-3.493E-04	-3.493E-04	-0.28		-0.28	F3 (35) = 0.28	
		-1.656E-03	-1.656E-03	-1.30		-1.30	M1 (35) = 1.30	
2.137E-04	2.137E-04	3.73	3.73	M2 (35) = 3.73	(k=27)	1.89	M3 (35) = 1.89	
-2.103E-04	-2.103E-04	1.89	1.89					
1.981E-03	1.981E-03	-0.18	-0.18			0.18	F1 (35k) = 0.18	
8.196E-04	8.196E-04	-1.18	-1.18			1.18	F2 (35k) = 1.18	
-2.093E-04	-2.093E-04	0.27	0.27			0.27	F3 (35k) = 0.27	
-9.440E-04	-9.440E-04	1.30	1.30			1.30	M1 (35k) = 1.30	
-2.790E-04	-2.790E-04	-2.84	-2.84			-2.84	M2 (35k) = 2.84	
-2.160E-04	-2.160E-04	1.87	1.87			1.87	M3 (35k) = 1.87	
36	Κόμβος αριθμός : 25 πάρτατος : 28	1.988E-03	2.656E-03	9.00	Μέλος 36	9.00	F1 (36) = 9.00	(j=25)
		2.656E-03	-1.988E-03	-0.20		-0.20	F2 (36) = 0.20	
		-2.355E-04	-2.355E-04	0.05		0.05	F3 (36) = 0.05	
		-1.677E-03	3.019E-04	-0.07		-0.07	M1 (36) = 0.07	
3.019E-04	1.677E-03	13.58	13.58	M2 (36) = 13.58	(k=28)	-0.53	M3 (36) = 0.53	
-4.427E-05	-4.427E-05	-0.53	-0.53					
1.759E-03	2.626E-03	-9.00	-9.00			9.00	F1 (36k) = 9.00	
2.626E-03	-1.759E-03	0.20	0.20			0.20	F2 (36k) = 0.20	
-2.968E-04	-2.968E-04	-0.05	-0.05			0.05	F3 (36k) = 0.05	
1.664E-03	3.619E-04	0.07	0.07			0.07	M1 (36k) = 0.07	
3.619E-04	-1.664E-03	-13.83	-13.83			-13.83	M2 (36k) = 13.83	
-3.630E-05	-3.630E-05	-0.52	-0.52			0.52	M3 (36k) = 0.52	
37	Κόμβος αριθμός : 26 πάρτατος : 29	1.981E-03	2.105E-03	13.01	Μέλος 37	13.01	F1 (37) = 13.01	(j=26)
		2.105E-03	-1.981E-03	-0.61		-0.61	F2 (37) = 0.61	
		-3.493E-04	-3.493E-04	-1.03		-1.03	F3 (37) = 1.03	
		-1.656E-03	0.05	0.05		0.05	M1 (37) = 0.05	
2.137E-04	1.656E-03	15.35	15.35	M2 (37) = 15.35	(k=29)	-1.57	M3 (37) = 1.57	
-2.103E-04	-2.103E-04	-1.57	-1.57					
1.755E-03	2.062E-03	-13.01	-13.01			13.01	F1 (37k) = 13.01	
2.062E-03	-1.755E-03	0.61	0.61			0.61	F2 (37k) = 0.61	
-3.606E-04	-3.606E-04	1.02	1.02			1.02	F3 (37k) = 1.02	
1.434E-03	1.675E-04	-0.05	-0.05			0.05	M1 (37k) = 0.05	
1.675E-04	-1.434E-03	-10.00	-10.00			10.00	M2 (37k) = 10.00	
-2.147E-04	-2.147E-04	-1.59	-1.59			1.59	M3 (37k) = 1.59	
38	Κόμβος αριθμός : 27 πάρτατος : 30	1.981E-03	8.196E-04	15.98	Μέλος 38	15.98	F1 (38) = 15.98	(j=27)
		8.196E-04	-1.981E-03	-0.62		-0.62	F2 (38) = 0.62	
		-2.093E-04	-2.093E-04	-2.34		-2.34	F3 (38) = 2.34	
		-9.440E-04	-2.790E-04	-0.08		-0.08	M1 (38) = 0.08	
-2.790E-04	9.440E-04	11.76	11.76	M2 (38) = 11.76	(k=30)	-1.61	M3 (38) = 1.61	
-2.160E-04	-2.160E-04	-1.61	-1.61					
1.754E-03	7.677E-04	-15.98	-15.98			15.98	F1 (38k) = 15.98	
7.677E-04	-1.754E-03	0.62	0.62			0.62	F2 (38k) = 0.62	
-2.337E-04	-2.337E-04	2.33	2.33			2.33	F3 (38k) = 2.33	
4.409E-04	-2.089E-04	0.08	0.08			0.08	M1 (38k) = 0.08	
-2.089E-04	4.409E-04	0.39	0.39			0.39	M2 (38k) = 0.39	
-2.207E-04	-2.207E-04	-1.62	-1.62			1.62	M3 (38k) = 1.62	

Εικόνα35

Κεφ. 5: ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΒΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΦΟΡΕΑ



Εικόνα36

BIBΛIOΓΡΑΦΙΑ

- 1) **Bathe, Klaus-Jurgen. 1996.** Finite Element Procedures. New Jersey : s.n., 1996.
- 2) **Ανδριανόπουλος, Ν., Κυριαζή, Ε. και Λιακόπουλος, Κ. 1991.** Πειραματική Αντοχή των Υλικών. Αθήνα : Εκδόσεις Συμεών, 1991
- 3) **Παπαδρακάκης, Μ. 2001.** Ανάλυση Φορέων με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Αθήνα : Εκδόσεις Παπασωτηρίου, 2001.
- 4) **Προβατίδης, Χριστόφορος. 2017.** Πεπερασμένα Στοιχεία στην Ανάλυση Κατασκευών. Αθήνα : Εκδόσεις Τζιόλα, 2017.
- 5) **Κόκκινος Τριαντάφυλλος Φίλης (Αθήνα 2019),** Ανάλυση Τοιχοποιίας Με Την Μέθοδο Των Πεπερασμένων Στοιχείων
- 6) **Bazant, Z. P. and Luigi, C. (2010).** Stability of structures. Elastic, inelastic, fracture and damage theories. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, Singapore.
- 7) **Green, A. E. and Zerna, W. (1968).** Theoretical elasticity. (P. Glaredon, ed.), Oxford.
- 8) **Longan, D. L. (2007).** A first course in the finite element method. Wisconsin - Platterille: Thomson.