



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ & ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

## **Διπλωματική Εργασία**

### **Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας**



**Φοιτητής: Γλέζος Γεώργιος**  
**ΑΜ: 18387285**

**Επιβλέπων Καθηγητής**

**Πέτρος Καραϊσάς**  
**Αναπληρωτής Καθηγητής**

**ΑΘΗΝΑ-ΑΙΓΑΛΕΩ, ΜΑΡΤΙΟΣ 2024**



**UNIVERSITY OF WEST ATTICA**  
**FACULTY OF ENGINEERING**  
**DEPARTMENT OF ELECTRICAL & ELECTRONICS ENGINEERING**

## **Diploma Thesis**

### **Dynamic Analysis of a Synchronous Generator**



**Student: Georgios Glezos**  
**Registration Number: 18387285**

**Supervisor**

**Petros Karaisas**  
**Associate Professor**

**ATHENS-EGALEO, MARCH 2024**

Η Διπλωματική Εργασία έγινε αποδεκτή και βαθμολογήθηκε από την εξής τριμελή επιτροπή:

Πέτρος Καραϊσάς, Αναπληρωτής Καθηγητής	Παντελής Μαλατέστας, Καθηγητής	Ολυμπιάδα Συγγερίδου, Λέκτορας
(Υπογραφή)	(Υπογραφή)	(Υπογραφή)

Copyright © Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ και Γεώργιος Γλέζος,  
Μάρτιος, 2024**

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τους συγγραφείς.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα του και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις θέσεις του επιβλέποντος, της επιτροπής εξέτασης ή τις επίσημες θέσεις του Τμήματος και του Ιδρύματος.

### **ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Γεώργιος Γλέζος του Ιωάννη, με αριθμό μητρώου 18387285 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ του Τμήματος ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ,

**δηλώνω υπεύθυνα ότι:**

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου.

Επιθυμώ την απαγόρευση πρόσβασης στο πλήρες κείμενο της εργασίας μου μέχρι 1/4/2024 και έπειτα από αίτησή μου στη Βιβλιοθήκη και έγκριση του επιβλέποντος καθηγητή.»

Ο Δηλών

Γεώργιος Γλέζος

**Γ.Γλέζος**

## Περίληψη

Οι σύγχρονες γεννήτριες είναι μία κατηγορία ηλεκτρικών μηχανών εναλλασσομένου ρεύματος. Χαρακτηριστικό τους είναι ότι ο δρομέας τους περιστρέφεται με την σύγχρονη ταχύτητα στην μόνιμη κατάσταση, δηλαδή με την ταχύτητα του στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου στο διάκενό τους. Ως γεννήτριες, έχουν το χαρακτηριστικό ότι δέχονται μηχανική ενέργεια στην είσοδο και παράγουν ηλεκτρική ενέργεια στην έξοδο. Χρησιμοποιούνται σε πολλές εφαρμογές, όπου απαιτείται ηλεκτρική ενέργεια, όπως σε σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας και σε κτιριακές και βιομηχανικές εγκαταστάσεις. Τα βασικά τους τυλίγματα είναι το τύλιγμα τυμπάνου στον στάτη-ένα τριφασικό διανεμημένο τύλιγμα-και το τύλιγμα διέγερσης στον δρομέα-ένα συγκεντρωμένο τύλιγμα συνεχούς ρεύματος. Ανάλογα με την κατασκευή του δρομέα τους, διακρίνονται σε κυλινδρικού δρομέα και εκτύπων πόλων. Το ισοδύναμό τους κύκλωμα στην μόνιμη κατάσταση εξαρτάται από το είδος τους αυτό και καθορίζει την μορφή του, αλλά και την μεθοδολογία μελέτης του. Οι παράμετροι του ισοδυναμίου κυκλώματός τους είναι, αφού περιέχουν τυλίγματα, ωμικές αντιστάσεις, αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων και αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων. Τα ηλεκτρικά μεγέθη που τις περιγράφουν είναι, μεταξύ άλλων, τάσεις και ρεύματα στο τύλιγμα διέγερσης και στο τύλιγμα τυμπάνου, αλλά και πεπλεγμένες ροές, αφού εκτυλίσσονται ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα σε αυτές. Η δυναμική ανάλυσή τους, δηλαδή η ανάλυσή τους στην μεταβατική κατάσταση, είναι περισσότερο εκτενής από αυτήν στην μόνιμη κατάσταση, καθώς περιλαμβάνει κατάστροφη πολλών διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες απαιτείται να μετασχηματισθούν, μέσω του μετασχηματισμού Park, σε εξισώσεις με νέες μεταβλητές, σταθερού μέτρου, ώστε να μπορούν να είναι ευχέρως επεξεργάσιμες. Τα μοντέλα, τα οποία μπορούν να εξαχθούν από αυτή την διαδικασία είναι αυτό των ρευμάτων ως μεταβλητών κατάστασης και αυτό των πεπλεγμένων ροών ως μεταβλητών κατάστασης. Στην παρούσα εργασία αξιοποιείται, εν τέλει, το μοντέλο των πεπλεγμένων ροών, το οποίο, με την σειρά του, μετατρέπεται σε ένα μοντέλο ενός ανά μονάδα συστήματος, όπου η περιπλοκότητα των εξισώσεων δεν υπάρχει πλέον και το μοντέλο μπορεί να υλοποιηθεί σε περιβάλλον προσομοίωσης. Το πρόγραμμα προσομοίωσης που χρησιμοποιείται είναι το Simulink του MATLAB. Σε αυτό πραγματοποιούμε 5 διαφορετικές εφαρμογές στο μοντέλο, μεταξύ αυτών μεταβολές στην κινούσα μηχανική ροπή, στην τάση διέγερσης και ένα σενάριο τριφασικού βραχυκυκλώματος στους ακροδέκτες της γεννήτριας. Όλες οι εφαρμογές είναι διαφωτιστικές, καθώς αναδεικνύουν την σχέση μεταξύ των δυναμικών εξισώσεων και των εξισώσεων μόνιμης κατάστασης, αλλά και τις αδυναμίες της γεννήτριας, οι οποίες, χάρη στην προσομοίωση, μπορούν να αποτραπούν σε πραγματικά σενάρια.

## Λέξεις – κλειδιά

Ηλεκτρικές μηχανές, γεννήτριες, σύγχρονες γεννήτριες, προσομοίωση, Simulink MATLAB

## **Abstract**

Synchronous generators are a category of alternating current electric machines. Their characteristic is that their rotor rotates with the synchronous speed in the steady state, that is, with the speed of the rotating magnetic field in their air-gap. As generators, they have the characteristic of receiving mechanical energy at the input and producing electrical energy at the output. They are used in many applications where electricity is required, such as in power stations and in building and industrial facilities. Their basic windings are the armature winding on the stator-a three-phase distributed winding-and the field winding on the rotor-a concentrated DC winding. Depending on the construction of their rotor, they are divided into cylindrical rotor type and salient-pole type. Their equivalent circuit in the steady state depends on their rotor type and determines its form, but also its study methodology. Their equivalent circuit parameters are, since they contain windings, ohmic resistances, inductances of the windings and mutual inductances between the windings. The electrical quantities that describe them are, among others, voltages and currents in the field winding and the armature winding, but also flux linkages, since electromagnetic phenomena occur in them. Their dynamic analysis, i.e. their analysis in the transient state, is more extensive than that in the steady state, as it involves the construction of many differential equations, which are required to be transformed, through the Park transform, into equations with new variables, of constant value, so that they will be easily editable. The models that can be derived from this process are that of currents as state variables and that of flux linkages as state variables. In the present diploma thesis, the model of flux linkages is finally utilized, which, in turn, is transformed into a model of a per unit system, where the complexity of the equations is no longer present and the model can be implemented in a simulation environment. The simulation program used is MATLAB's Simulink. In it, we perform 5 different applications on the model, including changes in the driving mechanical torque, the excitation voltage and a three-phase short-circuit scenario at the generator's terminals. All the applications are enlightening as they highlight the relationship between the dynamic and steady state equations, but also the weaknesses of the generator which, thanks to the simulation, can be avoided in real scenarios.

## **Keywords**

Electric machines, generators, synchronous generators, simulation, Simulink MATLAB

<b>Κατάλογος Πινάκων .....</b>	<b>8</b>
<b>Κατάλογος Εικόνων .....</b>	<b>9</b>
<b>Αλφαβητικό Ευρετήριο .....</b>	<b>17</b>
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....</b>	<b>18</b>
<b>Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας .....</b>	<b>18</b>
<b>Σκοπός και στόχοι .....</b>	<b>18</b>
<b>Μεθοδολογία .....</b>	<b>18</b>
<b>Καινοτομία .....</b>	<b>18</b>
<b>Δομή 19</b>	
<b>1 Θεωρητικό Υπόβαθρο .....</b>	<b>21</b>
<b>1.1 Γενικά περί Ηλεκτρικών Μηχανών .....</b>	<b>21</b>
1.1.1 Κατηγορίες Ηλεκτρικών Μηχανών.....	22
1.1.2 Μέρη μίας Ηλεκτρικής Μηχανής .....	23
1.1.3 Τυλίγματα μίας Ηλεκτρικής Μηχανής.....	26
1.1.4 Ηλεκτρικά και Μηχανικά Μεγέθη.....	28
1.1.5 Μηχανικό Μέρος μίας Ηλεκτρικής Μηχανής .....	29
1.1.6 Λειτουργία στα Τέσσερα Τεταρτημόρια.....	30
1.1.7 Απώλειες μίας Ηλεκτρικής Μηχανής.....	31
1.1.8 Στρεφόμενο Μαγνητικό Πεδίο .....	33
<b>1.2 Σύγχρονες Μηχανές.....</b>	<b>37</b>
1.2.1 Μαγνητικό Πεδίο του Τυλίματος Διέγερσης.....	38
1.2.2 Μαγνητική Ροή και Πεπλεγμένη Ροή του Τυλίματος Διέγερσης .....	40
1.2.3 Ανάπτυξη Εξ Επαγωγής Τάσης.....	42
1.2.4 Ανάπτυξη Ηλεκτρομαγνητικής Ροπής .....	43
1.2.5 Ισοδύναμο Κύκλωμα στην Μόνιμη Κατάσταση .....	45
1.2.6 Εξισώσεις στην Μόνιμη Κατάσταση.....	46
1.2.7 Ισοδύναμο Κύκλωμα Μηχανής με Εκτυπότητα Διακένου στην Μόνιμη Κατάσταση .....	49
1.2.8 Εξισώσεις Μηχανής με Εκτυπότητα Διακένου στην Μόνιμη Κατάσταση .....	50
1.2.9 Προσδιορισμός Παραμέτρων Ισοδυναμού Κυκλώματος στην Μόνιμη Κατάσταση.....	52
1.2.10 Δυναμική Ανάλυση.....	57
<b>1.3 Θεωρία Σφαλμάτων .....</b>	<b>91</b>
1.3.1 Συμμετρικό Σφάλμα σε Σύγχρονη Γεννήτρια.....	93
<b>2 Προσομοίωση.....</b>	<b>99</b>
<b>2.1 Διάγραμμα Βαθμίδων Σύγχρονης Γεννήτριας.....</b>	<b>99</b>
<b>2.2 Εφαρμογές.....</b>	<b>106</b>
2.2.1 Εφαρμογή 1 <sup>η</sup> : Βηματική Αύξηση της Ανά Μονάδα Μηχανικής Ροπής.....	106
2.2.2 Εφαρμογή 2 <sup>η</sup> : Βηματική Μείωση της Ανά Μονάδα Μηχανικής Ροπής .....	119
2.2.3 Εφαρμογή 3 <sup>η</sup> : Βηματική Αύξηση της Ανά Μονάδα Τάσης Διέγερσης.....	129
2.2.4 Εφαρμογή 4 <sup>η</sup> : Βηματική Μείωση της Ανά Μονάδα Τάσης Διέγερσης .....	140
2.2.5 Εφαρμογή 5 <sup>η</sup> : Συμμετρικό Σφάλμα στους Ακροδέκτες .....	150
<b>3 Συμπεράσματα .....</b>	<b>163</b>
<b>Βιβλιογραφία – Αναφορές - Διαδικτυακές Πηγές.....</b>	<b>164</b>

**Κατάλογος Πινάκων**

<b>Πίνακας 2.1.</b> Τιμές εισόδων του διαγράμματος βαθμίδων της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.....	103
<b>Πίνακας 2.2.</b> Τιμές παραμέτρων κερδών του διαγράμματος βαθμίδων της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.....	104
<b>Πίνακας 2.3.</b> Αρχικές συνθήκες των ολοκληρωτών του διαγράμματος βαθμίδων της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. ....	105
<b>Πίνακας 2.4.</b> Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή $t = 1s$ της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.....	114
<b>Πίνακας 2.5.</b> Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή $t = 1s$ της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.....	127
<b>Πίνακας 2.6.</b> Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή $t = 1s$ της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.....	137
<b>Πίνακας 2.7.</b> Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή $t = 1s$ της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.....	148
<b>Πίνακας 2.8.</b> Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή $t = 0s$ της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. ....	159



**Κατάλογος Εικόνων**

**Εικόνα 1.1.** Σχηματική αναπαράσταση μίας ηλεκτρικής μηχανής, μαζί με τα ηλεκτρικά και τα μηχανικά μεγέθη που συνδέονται με αυτήν, όπου αναδεικνύεται η βασική της ιδιότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ ενός ηλεκτρικού και ενός μηχανικού συστήματος. .... 21

**Εικόνα 1.2.** Ηλεκτρικές μηχανές της εταιρείας «ABB Group», διαφόρων ειδών και χρήσεων. .... 22

**Εικόνα 1.3.** Μέρη μίας μηχανής EP, εμφανή με απλή εποπτεία της μηχανής. .... 24

**Εικόνα 1.4.** Μέρη μίας μηχανής EP, εμφανή μετά από αποσυναρμολόγηση της μηχανής. .... 25

**Εικόνα 1.5.** Μέρη μίας μηχανής EP, εμφανή μετά από τομή της μηχανής. .... 25

**Εικόνα 1.6.** Στάτης και δρομέας σύγχρονης μηχανής, στους οποίους αναδεικνύονται το διανεμημένο και το συγκεντρωμένο τύλιγμα, αντίστοιχα. .... 26

**Εικόνα 1.7.** Σχηματική αναπαράσταση δύο πόλων του πυρήνα του στάτη, όπου αναδεικνύεται το πολικό βήμα. .... 27

**Εικόνα 1.8.** Σχηματική αναπαράσταση των τεσσάρων τεταρτημορίων λειτουργίας μίας ηλεκτρικής μηχανής. .... 30

**Εικόνα 1.9.** Σχηματική αναπαράσταση των απωλειών ισχύος που υπεισέρχονται σε μία ηλεκτρική μηχανή. .... 32

**Εικόνα 1.10.** Φωτογραφία με ενδιάμεση τομή σύγχρονης τετραπολικής μηχανής μονίμων μαγνητών του ερευνητικού εργαστηρίου «Testamatic Labs», η οποία χρησιμοποιείται ως κινητήρας σε ηλεκτρικά οχήματα. .... 37

**Εικόνα 1.11.** Σχεδιάγραμμα πρόσοψης διπολικής σύγχρονης τριφασικής μηχανής με τους μαγνητικούς άξονες των τυλιγμάτων της. .... 38

**Εικόνα 1.12.** Γραφική παράσταση της θεμελιώδους συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης συναρτήσει της γωνίας πολικού βήματος. .... 39

**Εικόνα 1.13.** Διανυσματικό διάγραμμα του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης, του τυλίγματος τυμπάνου και του συνιστάμενου μαγνητικού πεδίου τους. .... 43

**Εικόνα 1.14.** Ισοδύναμο κύκλωμα ανά φάση και υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής στην μόνιμη κατάσταση, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και η φορά του ρεύματος υποδηλώνει λειτουργία γεννήτριας. .... 45

**Εικόνα 1.15.** Διανυσματικό διάγραμμα ηλεκτρικών μεγεθών σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας. . 47

**Εικόνα 1.16.** Ισοδύναμο τριφασικό κύκλωμα υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής στην μόνιμη κατάσταση, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και οι φορές των ρευμάτων υποδηλώνουν λειτουργία γεννήτριας. .... 48

**Εικόνα 1.17.** Σχεδιάγραμμα πρόσοψης δύο διαδοχικών πόλων σύγχρονης τριφασικής μηχανής με εκτυπότητα διακένου με τους άξονες των ηλεκτρικών και των μαγνητικών μεγεθών της, όπου αναδεικνύεται η εξάρτηση της μαγνητικής ροής του τυλίγματος τυμπάνου από την μαγνητική αντίσταση του δρομέα. .... 49

<b>Εικόνα 1.18.</b> Ισοδύναμο κύκλωμα ανά φάση και υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής με εκτυπότητα διακένου και στην μόνιμη κατάσταση, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και η φορά του ρεύματος υποδηλώνει λειτουργία γεννήτριας. ....	50
<b>Εικόνα 1.19.</b> Διανυσματικό διάγραμμα ηλεκτρικών μεγεθών σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας με εκτυπότητα διακένου. ....	51
<b>Εικόνα 1.20.</b> Το ψηφιακό πολύμετρο «EX505» της εταιρείας «EXTECH INSTRUMENTS». Ένα όργανο μέτρησης, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά την διάρκεια των μετρήσεων για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του ισοδυναμίου κυκλώματος μίας σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας. ....	52
<b>Εικόνα 1.21.</b> Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης τριφασικής μηχανής κατά την δοκιμή μέτρησης ωμικής αντίστασης τυμπάνου. ....	53
<b>Εικόνα 1.22.</b> Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης τριφασικής μηχανής κατά την δοκιμή ανοιχτοκύκλωσης. ....	54
<b>Εικόνα 1.23.</b> Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης τριφασικής μηχανής κατά την δοκιμή βραχυκύκλωσης. ....	55
<b>Εικόνα 1.24.</b> Η χαρακτηριστική ανοιχτοκύκλωσης και η χαρακτηριστική βραχυκύκλωσης με επισημασμένα τα απαραίτητα σημεία τους για τον υπολογισμό των παραμέτρων του ισοδυναμίου κυκλώματος μίας σύγχρονης μηχανής. ....	56
<b>Εικόνα 1.25.</b> Σχεδιάγραμμα πρόσοψης διπολικής σύγχρονης τριφασικής μηχανής με τους μαγνητικούς άξονες των τυλιγμάτων της. ....	57
<b>Εικόνα 1.26.</b> Ισοδύναμο τριφασικό κύκλωμα υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής στην μεταβατική κατάσταση, όπου οι φορές των ρευμάτων υποδηλώνουν λειτουργία γεννήτριας. ....	58
<b>Εικόνα 1.27.</b> Σχεδιάγραμμα των μαγνητικών αξόνων των τυλιγμάτων μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής με τους μαγνητικούς άξονες του μετασχηματισμού Park. ....	64
<b>Εικόνα 1.28.</b> Σχηματική αναπαράσταση συμμετρικού σφάλματος σε μία μηχανή EP. ....	91
<b>Εικόνα 1.29.</b> Σχηματική αναπαράσταση ασύμμετρου σφάλματος σε μία μηχανή EP. ....	92
<b>Εικόνα 1.30.</b> Γραφική παράσταση του ρεύματος της φάσης <i>a</i> κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια. ....	93
<b>Εικόνα 1.31.</b> Γραφική παράσταση του ρεύματος της φάσης <i>b</i> κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια. ....	94
<b>Εικόνα 1.32.</b> Γραφική παράσταση του ρεύματος της φάσης <i>c</i> κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια. ....	94
<b>Εικόνα 1.33.</b> Γραφική παράσταση του ρεύματος διέγερσης κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια. ....	95
<b>Εικόνα 1.34.</b> Γραφική παράσταση των περιβαλλουσών των ρευμάτων τυμπάνου κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια. ....	95

- Εικόνα 2.1.** Διάγραμμα βαθμίδων του μετασχηματισμού Park μίας σύγχρονης γεννήτριας, με μηδενισμένη την μεταβλητή  $\gamma$ , όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα. .... 100
- Εικόνα 2.2.** Διάγραμμα βαθμίδων της εξαγωγής πεπλεγμένων ροών, ρευμάτων και ισχύος εξόδου μίας σύγχρονης γεννήτριας, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα. .... 100
- Εικόνα 2.3.** Διάγραμμα βαθμίδων της εξαγωγής της ηλεκτρομαγνητικής ροπής, της κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου και της γωνίας φορτίου μίας σύγχρονης γεννήτριας, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα. .... 101
- Εικόνα 2.4.** Διάγραμμα βαθμίδων του αντίστροφου μετασχηματισμού Park μίας σύγχρονης γεννήτριας, με μηδενισμένη την μεταβλητή  $\gamma$ , όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα. .... 101
- Εικόνα 2.5.** Διάγραμμα βαθμίδων της εισαγωγής μεταβολών στο σύστημα μίας σύγχρονης γεννήτριας και εξαγωγής γραφικών παραστάσεων και των τελικών τους τιμών, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα. .... 102
- Εικόνα 2.6.** Βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 106
- Εικόνα 2.7.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 107
- Εικόνα 2.8.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 107
- Εικόνα 2.9.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 108
- Εικόνα 2.10.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 108
- Εικόνα 2.11.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 109
- Εικόνα 2.12.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 109
- Εικόνα 2.13.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 110

- Εικόνα 2.14.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 110
- Εικόνα 2.15.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 111
- Εικόνα 2.16.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 112
- Εικόνα 2.17.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 112
- Εικόνα 2.18.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 113
- Εικόνα 2.19.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 113
- Εικόνα 2.20.** Βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 119
- Εικόνα 2.21.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 120
- Εικόνα 2.22.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 120
- Εικόνα 2.23.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 121
- Εικόνα 2.24.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 121
- Εικόνα 2.25.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 122
- Εικόνα 2.26.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 122

- Εικόνα 2.27.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 123
- Εικόνα 2.28.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 123
- Εικόνα 2.29.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 124
- Εικόνα 2.30.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 125
- Εικόνα 2.31.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 125
- Εικόνα 2.32.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 126
- Εικόνα 2.33.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 126
- Εικόνα 2.34.** Βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 129
- Εικόνα 2.35.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 130
- Εικόνα 2.36.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 130
- Εικόνα 2.37.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 131
- Εικόνα 2.38.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 131
- Εικόνα 2.39.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 132

- Εικόνα 2.40.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 132
- Εικόνα 2.41.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 133
- Εικόνα 2.42.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 133
- Εικόνα 2.43.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 134
- Εικόνα 2.44.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 135
- Εικόνα 2.45.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 135
- Εικόνα 2.46.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 136
- Εικόνα 2.47.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 136
- Εικόνα 2.48.** Βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 140
- Εικόνα 2.49.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 141
- Εικόνα 2.50.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 141
- Εικόνα 2.51.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 142
- Εικόνα 2.52.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 142

- Εικόνα 2.53.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 143
- Εικόνα 2.54.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 143
- Εικόνα 2.55.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 144
- Εικόνα 2.56.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 144
- Εικόνα 2.57.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 145
- Εικόνα 2.58.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 146
- Εικόνα 2.59.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 146
- Εικόνα 2.60.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB..... 147
- Εικόνα 2.61.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 147
- Εικόνα 2.62.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 150
- Εικόνα 2.63.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 151
- Εικόνα 2.64.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $b$ , για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 151
- Εικόνα 2.65.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $c$ , για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 152

- Εικόνα 2.66.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 153
- Εικόνα 2.67.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 153
- Εικόνα 2.68.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 154
- Εικόνα 2.69.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 154
- Εικόνα 2.70.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 155
- Εικόνα 2.71.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 155
- Εικόνα 2.72.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 156
- Εικόνα 2.73.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 157
- Εικόνα 2.74.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 157
- Εικόνα 2.75.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 158
- Εικόνα 2.76.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB. .... 158



*Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας*  
**Αλφαβητικό Ευρετήριο**

ΕΡ: Εναλλασσομένου Ρεύματος

ΣΡ: Συνεχούς Ρεύματος

AC: Alternating Current

DC: Direct Current

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι ηλεκτρικές μηχανές είναι αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινότητάς μας. Ιδιαίτερως μία κατηγορία αυτών, οι σύγχρονες γεννήτριες, είναι η κύρια αιτία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας ανά τον κόσμο, καθώς χρησιμοποιούνται ως επί το πλείστον στους σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας. Η διερεύνηση της λειτουργίας τους τόσο όταν αυτές λειτουργούν σε κανονικές συνθήκες όσο και σε διάφορες μεταβολές είναι υψίστης σημασίας, όχι μόνο για έναν ηλεκτρολόγο μηχανικό, αλλά και για οποιονδήποτε ενδιαφερόμενο περί της ηλεκτρικής ενέργειας. Αυτή η εργασία έχει ως σκοπό την ανάδειξη του τρόπου, με τον οποίο μπορεί να αναλυθεί ένα περίπλοκο σύστημα, όπως είναι μία σύγχρονη γεννήτρια, αλλά και να εξετάσει σενάρια, τα οποία θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν στην πραγματική ζωή από την ασφαλή σκοπιά της προσομοίωσης.

### Αντικείμενο της διπλωματικής εργασίας

Κύριο θέμα της παρούσας εργασίας είναι η σχολαστική μελέτη και η ανάλυση μίας σύγχρονης γεννήτριας, ενός πολυσύνθετου συστήματος, το οποίο είναι, όμως ζωτικής σημασίας στην σύγχρονη εποχή. Οι σύγχρονες γεννήτριες χρησιμοποιούνται κατά βάση σε συμβατικούς σταθμούς παραγωγής, η δημοτικότητα των οποίων έχει, για διάφορους λόγους, πτωτική πορεία, με την στροφή στις ανανεώσιμες πηγές ενέργειας. Η ικανότητά τους, όμως, για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας υψηλού μεγέθους και η αναγκαιότητα ύπαρξής τους σε φωτοβολταϊκά πάρκα ως εφεδρικές πηγές ενέργειας είναι η αιτία να προσελκύσουν τον κάθε ενδιαφερόμενο περί της ηλεκτρικής ενέργειας και, γενικότερα, της ενέργειας και του περιβάλλοντος σε μία από τις πιο σημαντικές μηχανές του τελευταίου αιώνα.

### Σκοπός και στόχοι

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι να περατώσουμε την διαδικασία της προσομοίωσης μίας σύγχρονης γεννήτριας δεδομένων παραμέτρων και να ανακαλύψουμε, να σχολιάσουμε και να εξηγήσουμε τα φαινόμενα που θα παρατηρηθούν σε αυτήν, προτείνοντας, παράλληλα, λύσεις στα τυχόντα λειτουργικά προβλήματα που θα προκύψουν.

- Θα είναι η προσομοίωση επιτυχής;
- Θα προκύψουν λειτουργικά προβλήματα, τα οποία στην πραγματική ζωή είναι επικίνδυνα, αλλά και επιλύσιμα;

### Μεθοδολογία

Ως μεθοδολογία, ακολουθήθηκε η παράθεση ενός θεωρητικού υποβάθρου, στο οποίο αναλύεται με όσο το δυνατόν πιο λεπτομερή τρόπο η σύγχρονη γεννήτρια, τόσο στην μεταβατική όσο και στην μόνιμη κατάσταση, ώστε να καταστήσει τον αναγνώστη ικανό να συμβαδίσει με τον σκοπό της παρούσας εργασίας και, έπειτα, η παράθεση της διαδικασίας της προσομοίωσης, στην οποία ο αναγνώστης θα μπορεί να δει τις μεταβολές σε αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις, να τις σχολιάσει ο ίδιος και να συγκρίνει τον δικό του με τον δικό μας σχολιασμό.

### Καινοτομία

Η καινοτομία αυτής της εργασίας είναι ότι παραθέτει πρωτοφανείς μεταβολές σε πλήθος γραφικών παραστάσεων, οι οποίες δεν υπάρχουν διαθέσιμες σε αυτόν τον βαθμό και την έκταση για την συγκεκριμένη μηχανή στις έγγραφες και τις διαδικτυακές πηγές.

## Δομή

Η δομή της παρούσας εργασίας έχει κατηγοριοποιηθεί σε κεφάλαια, ενότητες και υποενότητες, και έχει γίνει κατά τέτοιον τρόπο, ώστε οι γνώσεις που απαιτούνται στο κύριο κεφάλαιό της, το οποίο είναι η ανάλυση και η προσομοίωση μίας σύγχρονης γεννήτριας, να έχουν καλυφθεί από το θεωρητικό υπόβαθρο. Συγκεκριμένα:

- Στο **1<sup>ο</sup> κεφάλαιο** παρατίθεται το θεωρητικό υπόβαθρο της εργασίας, το οποίο περιλαμβάνει:
  - Στην **ενότητα 1.1** μία εισαγωγή και γενική ανάλυση των ηλεκτρικών μηχανών και, συγκεκριμένα:
    - Στην **υποενότητα 1.1.1** τις κατηγορίες τους, ώστε να γίνει αντιληπτή η έκταση της επιστήμης των ηλεκτρικών μηχανών.
    - Στην **υποενότητα 1.1.2** τα κατασκευαστικά τους μέρη με κατάλληλες εικόνες, ώστε ο αναγνώστης να μπορεί να έχει μία ιδεατή εικόνα τους και να έρθει εγγύτερα με την πραγματική τους υπόσταση.
    - Στην **υποενότητα 1.1.3** πληροφορίες για τα τυλίγματά τους, οι οποίες απαιτούνται, διότι τα τυλίγματα μίας σύγχρονης γεννήτριας διαφέρουν στον στάτη και στον δρομέα και έχουν διαφορετικές ιδιότητες.
    - Στην **υποενότητα 1.1.4** σχέσεις μετατροπής μεταξύ των ηλεκτρικών και των μηχανικών μεγεθών τους, οι οποίες απαιτούνται στην παρακάτω απόδειξη σχέσεων και στην διαχώρησή τους, ώστε να μην υπάρξει σύγχυση στον αναγνώστη.
    - Στην **υποενότητα 1.1.5** ανάλυση για το μηχανικό τους μέρος, το οποίο είναι ένα ξεχωριστό μέρος από το ηλεκτρικό, το οποίο, όμως, έχει συσχέτιση μαζί του και απαιτείται για την πλήρη περιγραφή του μοντέλου στην δυναμική ανάλυση.
    - Στην **υποενότητα 1.1.6** την λειτουργία τους στα τέσσερα τεταρτημόρια, ώστε να γίνουν κατανοητές οι συνθήκες υπό τις οποίες μία ηλεκτρική μηχανή λειτουργεί ως γεννήτρια (σχέσεις μεταξύ τάσεων και ρευμάτων κ.τ.λ.).
    - Στην **υποενότητα 1.1.7** μία εκτενής ανάλυση των απωλειών ισχύος τους, ώστε να γίνει αντιληπτό ότι η ηλεκτρομηχανική μετατροπής ενέργειας δεν γίνεται δίχως κόστος ισχύος.
    - Στην **υποενότητα 1.1.8** μία εισαγωγή στο στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο, το οποίο αξιοποιείται στην επόμενη ενότητα και είναι απαραίτητη η ανάλυσή του.
  - Στην **ενότητα 1.2** μία εκτενής ανάλυση των σύγχρονων μηχανών και των ηλεκτρομαγνητικών μεγεθών τους και, συγκεκριμένα:
    - Στην **υποενότητα 1.2.1** του μαγνητικού πεδίου, το οποίο είναι το κύριο μέσο σύζευξης μεταξύ ηλεκτρικού και μηχανικού μέρους.
    - Στην **υποενότητα 1.2.2** της μαγνητικής και της πεπλεγμένης ροής, η οποίες υπάρχουν εξαιτίας του μαγνητικού πεδίου και εξαιτίας του οποίου αναπτύσσονται τάσεις και ροπές.
    - Στην **υποενότητα 1.2.3** της εξ επαγωγής τάσης, η οποία είναι η κύρια πηγή ηλεκτρικής ενέργειας μίας σύγχρονης γεννήτριας.
    - Στην **υποενότητα 1.2.4** της ηλεκτρομαγνητικής ροπής, η οποία είναι η αντιδρώσα ροπή σε μία σύγχρονη γεννήτρια κατά την ηλεκτρομηχανική μετατροπή ενέργειας.
    - Στις **υποενότητες 1.2.5, 1.2.6, 1.2.7, 1.2.8 και 1.2.9** η ανάλυσή τους στην μόνιμη κατάσταση τόσο για μηχανές ομοιόμορφου διακένου όσο και για μηχανές με εκτυπότητα διακένου, με αναλυτικές εξισώσεις και ισοδύναμα κυκλώματα, ώστε να μπορεί να γίνει κατανοητή από έναν αναγνώστη, ο οποίος έχει βασικές γνώσεις ηλεκτροτεχνίας.

*Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας*

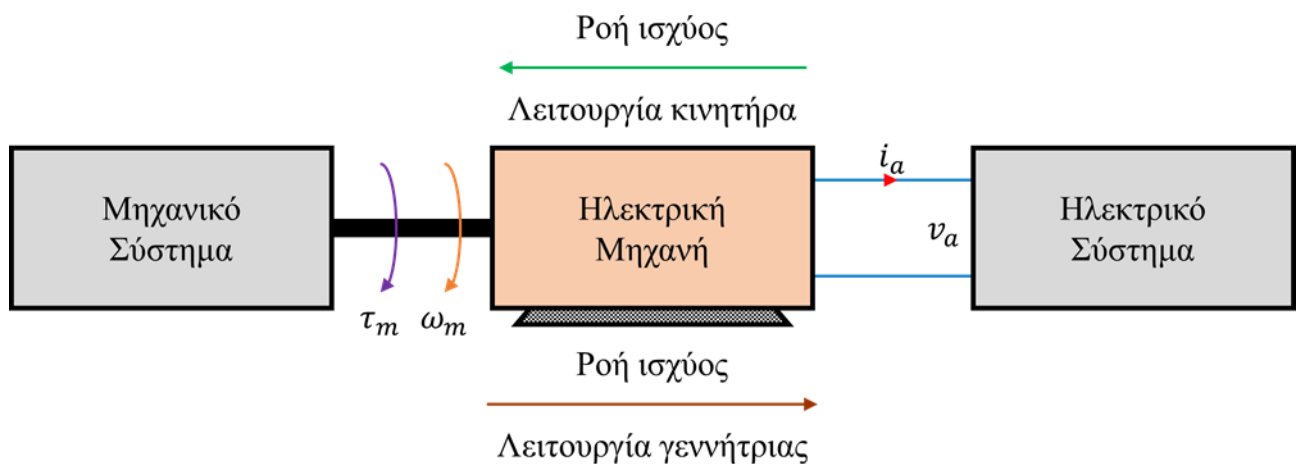
- Στην **υποενότητα 1.2.10** η δυναμική ανάλυσή τους στην μεταβατική κατάσταση, επίσης, με αναλυτικές εξισώσεις και ισοδύναμα κυκλώματα, ώστε να μπορεί να γίνει η μοντελοποίηση για την προσομοίωση.
- Στην **ενότητα 1.3** μία συνοπτική ανάλυση των ηλεκτρικών σφαλμάτων και συγκεκριμένα:
  - Στην **υποενότητα 1.3.1** του συμμετρικού σφάλματος μίας σύγχρονης γεννήτριας, καθώς υπάρχει εφαρμογή, η οποία θα περιλαμβάνει ένα τέτοιο σενάριο.
- Στο **2<sup>ο</sup> κεφάλαιο** παρατίθεται η προσομοίωση της σύγχρονης γεννήτριας, η οποία περιλαμβάνει:
  - Στην **ενότητα 2.1** το διάγραμμα βαθμίδων της, καθώς απαιτείται για την υλοποίηση της γεννήτριας σε περιβάλλον προσομοίωσης.
  - Στην **ενότητα 2.2** τις 5 εφαρμογές εις τις οποίες την προσομοιώνουμε.
- Στο **3<sup>ο</sup> κεφάλαιο** παρατίθενται τα συμπεράσματα, τα οποία εξάγουμε από την προσομοίωση.

## 1 Θεωρητικό Υπόβαθρο

Σε αυτό το κεφάλαιο θα διατυπώσουμε κάποιες γενικές αρχές περί των ηλεκτρικών μηχανών, στην συνέχεια, θα εμβαθύνουμε στο επίκεντρο αυτής της εργασίας, τις σύγχρονες μηχανές και, τέλος, θα αναλύσουμε κάποιες χρήσιμες πληροφορίες από την θεωρία σφαλμάτων.

### 1.1 Γενικά περί Ηλεκτρικών Μηχανών

Μία **ηλεκτρική μηχανή** (electric machine) είναι ένα σύστημα **ηλεκτρομηχανικής μετατροπής ενέργειας** (electromechanical energy conversion), δηλαδή το μέσο μετατροπής της ηλεκτρικής ενέργειας σε μηχανική και αντιστρόφως. Η ηλεκτρική ενέργεια αντιπροσωπεύεται από ένα ηλεκτρικό σύστημα (σταθμοί παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, ηλεκτρικές και βιομηχανικές εγκαταστάσεις κ.τ.λ.), ενώ η μηχανική από ένα μηχανικό (μηχανήματα, εργαλειομηχανές κ.τ.λ.), με το μέσο ζεύξης να είναι η ηλεκτρική μηχανή. Στην περίπτωση ροής ισχύος από μηχανική σε ηλεκτρική, η μηχανή ονομάζεται **γεννήτρια** (generator) ή **πέδη** (brake), ενώ στην αντίστροφη περίπτωση **κινητήρας** (motor). (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020) Η διαφορά μεταξύ γεννήτριας και πέδης θα αναλυθεί παρακάτω.



**Εικόνα 1.1.** Σχηματική αναπαράσταση μίας ηλεκτρικής μηχανής, μαζί με τα ηλεκτρικά και τα μηχανικά μεγέθη που συνδέονται με αυτήν, όπου αναδεικνύεται η βασική της ιδιότητα αλληλεπίδρασης μεταξύ ενός ηλεκτρικού και ενός μηχανικού συστήματος.

Η διαδικασία της ηλεκτρομηχανικής μετατροπής ενέργειας είναι αντιστρεπτή, δηλαδή κάθε γεννήτρια μπορεί να λειτουργήσει ως κινητήρας και το αντίστροφο. Τα φυσικά φαινόμενα, βάσει των οποίων γίνεται αυτή η διαδικασία, είναι τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα της ανάπτυξης εξ επαγωγής τάσης και της ανάπτυξης ηλεκτρομαγνητικής ροπής. Το μέσο μετατροπής της ενέργειας σε μία ηλεκτρική μηχανή είναι το μαγνητικό πεδίο. Για την ύπαρξη αυτών των φαινομένων απαιτείται είτε απαγωγή είτε τροφοδότηση ηλεκτρικού ρεύματος και σχετική κίνηση ρευματοφόρων αγωγών και μαγνητικού πεδίου, η οποία μπορεί να γίνει είτε με περιστροφή των αγωγών με σταθερό το μαγνητικό πεδίο είτε με περιστροφή του μαγνητικού πεδίου με σταθερούς τους αγωγούς.

### 1.1.1 Κατηγορίες Ηλεκτρικών Μηχανών

Ανάλογα με την κατασκευή και το είδος ρεύματος (συνεχές ή εναλλασσόμενο), οι ηλεκτρικές μηχανές κατηγοριοποιούνται στις εξής κατηγορίες:

- Στους **μετασχηματιστές** (transformers), οι οποίοι είναι στατές ηλεκτρικές μηχανές, δηλαδή δεν έχουν στρεφόμενα μέρη, και οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την μεταβολή της ενεργού τιμής μίας εναλλασσόμενης τάσης. Δεν αποτελούν αντικείμενο της παρούσας εργασίας, αλλά είναι άξιοι αναφοράς.
- Στις **μηχανές συνεχούς ρεύματος, μηχανές ΣΡ** (direct current machines, DC machines), οι οποίες είναι ηλεκτρικές μηχανές με στρεφόμενα μέρη που λειτουργούν αποκλειστικά και μόνο με συνεχές ρεύμα. Δεν αποτελούν αντικείμενο της παρούσας εργασίας, αλλά είναι άξιες αναφοράς.
- Στις **μηχανές εναλλασσόμενου ρεύματος, μηχανές ΕΡ** (alternating current machines, AC machines), οι οποίες είναι ηλεκτρικές μηχανές με στρεφόμενα μέρη που λειτουργούν κατά βάση με εναλλασσόμενο ρεύμα, χωρίς αυτό να αποκλείει το ενδεχόμενο εμπλοκής συνεχούς ρεύματος στην λειτουργία τους. Μία υποκατηγορία τους, οι **σύγχρονες μηχανές** (synchronous machines), είναι το αντικείμενο της παρούσας εργασίας (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).

Παρακάτω παρουσιάζονται μερικές ηλεκτρικές μηχανές διαφόρων ειδών και χρήσεων:



**Εικόνα 1.2.** Ηλεκτρικές μηχανές της εταιρείας «ABB Group», διαφόρων ειδών και χρήσεων.

### 1.1.2 Μέρη μίας Ηλεκτρικής Μηχανής

Το γεγονός ότι σε μία ηλεκτρική μηχανή υπάρχουν, όπως προαναφέραμε, είτε περιστρεφόμενοι αγωγοί μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο είτε στάσιμοι αγωγοί μέσα σε περιστρεφόμενο μαγνητικό πεδίο, σηματοδοτεί ότι σε μία ηλεκτρική μηχανή υπάρχει ένα σταθερό και ένα κινητό μέρος. Τα κύρια μέρη, λοιπόν, μίας ηλεκτρικής μηχανής είναι τα εξής:

- Ο **στάτης** (stator), ο οποίος είναι το σταθερό μέρος της μηχανής.
- Ο **δρομέας** (rotor), ο οποίος είναι το κινητό μέρος της μηχανής.

Μεταξύ του στάτη και του δρομέα πρέπει να υπάρχει ένα **διάκενο αέρα** (air-gap), ώστε να μπορεί να υπάρξει περιστροφή του δρομέα, δίχως αυτός να αγγίζει τον στάτη.

Ο **στάτης** αποτελείται από τα εξής μέρη:

- Το **κιβώτιο ακροδεκτών** (terminal box), στο οποίο καταλήγουν τα τυλίγματα της μηχανής και δύναται η απαγωγή ή η τροφοδοσία ηλεκτρικής ενέργειας από ή σε αυτά.
- Το **ζύγωμα** (frame), το οποίο είναι κατασκευασμένο από χυτοχάλυβα ή μαλακό σίδηρο και το οποίο προστατεύει την μηχανή.
- Τους **θερμοαπαγωγείς** (ή, γενικότερα, ένα σύστημα ψύξης) οι οποίοι εξασφαλίζουν την μεταφορά θερμότητας στο περιβάλλον, ώστε να ψύχεται η μηχανή.
- Την **βάση έδρασης** (mounting base), η οποία στηρίζει την μηχανή.
- Το **τύλιγμα του στάτη** (stator winding), το οποίο είναι κατασκευασμένα κυρίως από χαλκό και το οποίο στις μηχανές ΕΡ, είναι ένα είτε μονοφασικό είτε τριφασικό τύλιγμα (ανάλογα με το επιθυμητό είδος ρεύματος) και το οποίο συνδέει την μηχανή με το ηλεκτρικό σύστημα. Σε μερικές περιπτώσεις, το τύλιγμα του στάτη, δύναται να αντικατασταθεί από **μόνιμους μαγνήτες** (permanent magnets).
- Τον **πυρήνα** (stator core), ο οποίος είναι κατασκευασμένος από μονωμένα ελάσματα σιδηρομαγνητικών υλικών και στον οποίο είναι περιτυλιγμένο το τύλιγμα του στάτη, ώστε να ελαττωθεί η μαγνητική αντίσταση στους δρόμους του μαγνητικού πεδίου του στάτη, καθώς επίσης και οι απώλειες ισχύος, για τις οποίες θα αναφερθούμε παρακάτω.

Ο **δρομέας** αποτελείται από τα εξής μέρη:

- Τον **άξονα** (shaft), ο οποίος συνδέει την μηχανή με το μηχανικό σύστημα.
- Το **τύλιγμα του δρομέα** (rotor winding), το οποίο στις μηχανές ΕΡ είναι ένα τύλιγμα:
  - είτε αποτελούμενο από αγωγίμες μπάρες χαλκού ή αλουμινίου βραχυκυκλωμένες περιμετρικά, στην περίπτωση ασύγχρονης μηχανής βραχυκυκλωμένου δρομέα ή τύπου κλωβού (short-circuit-rotor machine ή squirrel-cage-rotor machine):
  - είτε αποτελούμενο από χάλκινους αγωγούς που συνδέονται με ψήκτρες μέσω δακτυλίων, στην περίπτωση ασύγχρονης μηχανής τυλιγμένου ή δακτυλιοφόρου δρομέα (wound-rotor machine ή slip-ring machine).
  - είτε είναι ένα τύλιγμα συνεχούς ρεύματος στην περίπτωση σύγχρονης μηχανής.

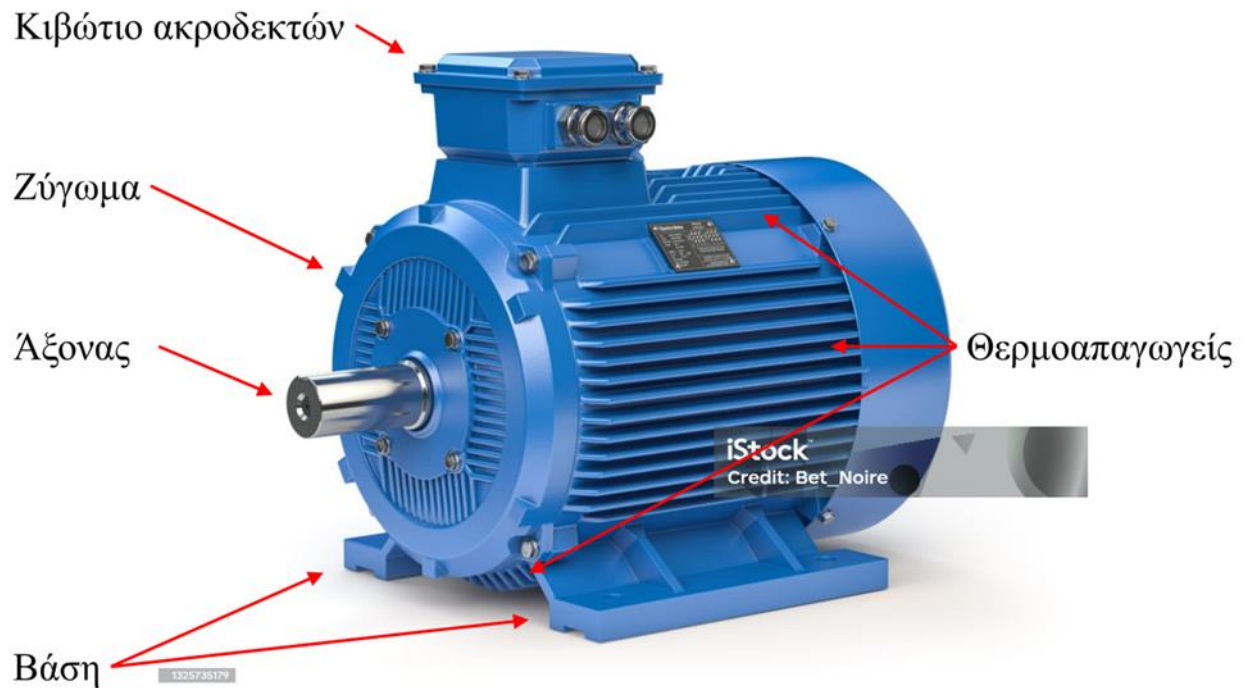
Σε μερικές περιπτώσεις σύγχρονων μηχανών, το τύλιγμα του δρομέα, δύναται, επίσης, να αντικατασταθεί από **μόνιμους μαγνήτες**.

- Τον **πυρήνα** (rotor core), ο οποίος είναι κατασκευασμένος με ανάλογο τρόπο με τον πυρήνα του στάτη και έχει ανάλογο σκοπό με αυτόν.
- Τα **έδρανα** (bearings), τα οποία εξασφαλίζουν την απομείωση των τριβών του άξονα και την σταθεροποίησή του.
- Τον **ανεμιστήρα** (fan) (ή, γενικότερα, ένα σύστημα ψύξης), ο οποίος ψύχει το εσωτερικό της μηχανής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).

#### Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

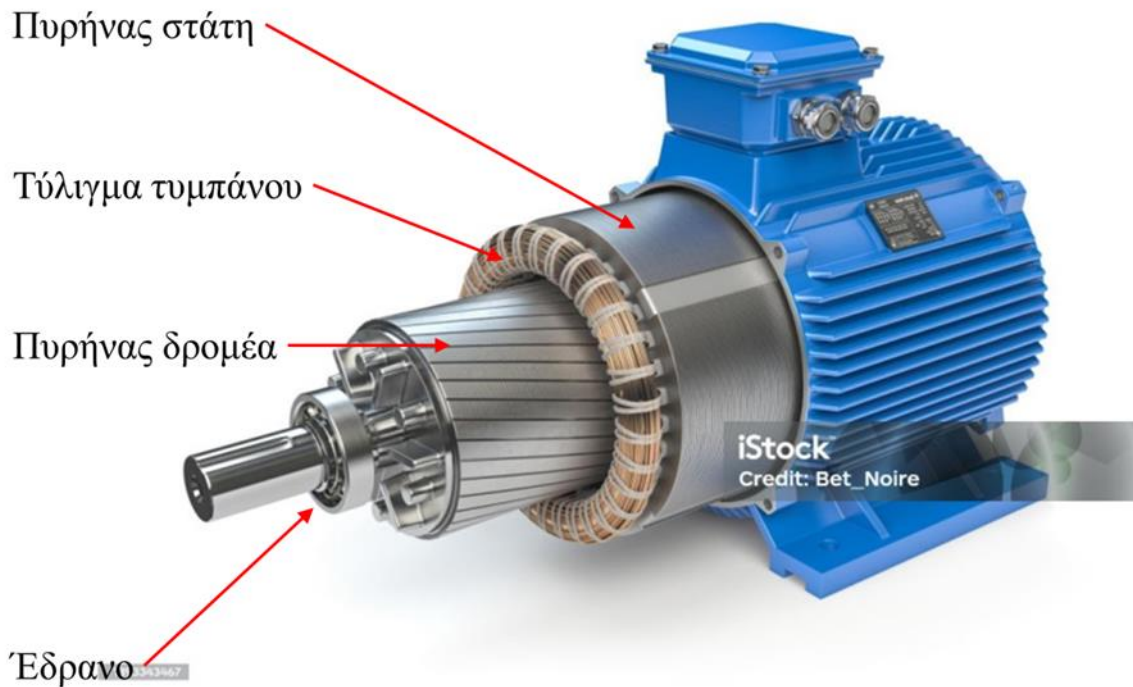
Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο πυρήνας του δρομέα στις μηχανές ΣΡ ομοιάζει με τύμπανο και το τύλιγμά του, το επονομαζόμενο **τύλιγμα τυμπάνου** (armature winding), είναι τύλιγμα ισχύος, το τύλιγμα του στάτη σε μία μηχανή ΕΡ, επειδή είναι τύλιγμα ισχύος, καλείται, επίσης, τύλιγμα τυμπάνου.

Από την άλλη πλευρά, το τύλιγμα, στο οποίο οφείλεται η κύρια δημιουργία μαγνητικού πεδίου στο διάκενο της μηχανής ονομάζεται **τύλιγμα διέγερσης** (field winding) και, στην περίπτωση σύγχρονων μηχανών είναι το τύλιγμα του δρομέα. Εφόσον το παρόν σύγγραμμα ασχολείται αποκλειστικά και μόνο με σύγχρονες μηχανές, από εδώ και στο εξής, το τύλιγμα του στάτη θα αποκαλείται «τύλιγμα τυμπάνου» και το τύλιγμα του δρομέα «τύλιγμα διέγερσης».

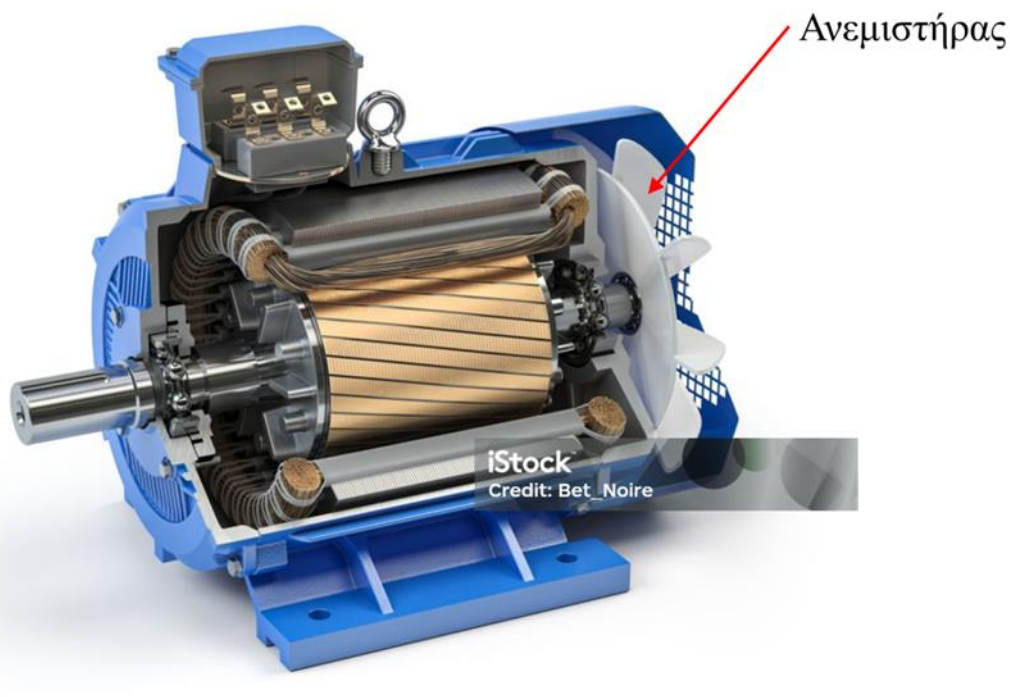


**Εικόνα 1.3.** Μέρη μίας μηχανής ΕΡ, εμφανή με απλή εποπτεία της μηχανής.





**Εικόνα 1.4.** Μέρη μίας μηχανής ΕΡ, εμφανή μετά από αποσυναρμολόγηση της μηχανής.



**Εικόνα 1.5.** Μέρη μίας μηχανής ΕΡ, εμφανή μετά από τομή της μηχανής.

**Παρατήρηση:** Στις παραπάνω εικόνες (1.3)-(1.5) παρουσιάζεται μία ασύγχρονη μηχανή βραχυκυκλωμένου δρομέα, η οποία δεν αποτελεί αντικείμενο της παρούσας εργασίας. Παρ'όλα αυτά, λόγω της δημοτικότητας και της απλότητάς της στην κατασκευή, αξίζει να παρουσιασθεί για να περιγραφούν τα μέρη μίας οποιασδήποτε μηχανής.

### 1.1.3 Τυλίγματα μίας Ηλεκτρικής Μηχανής

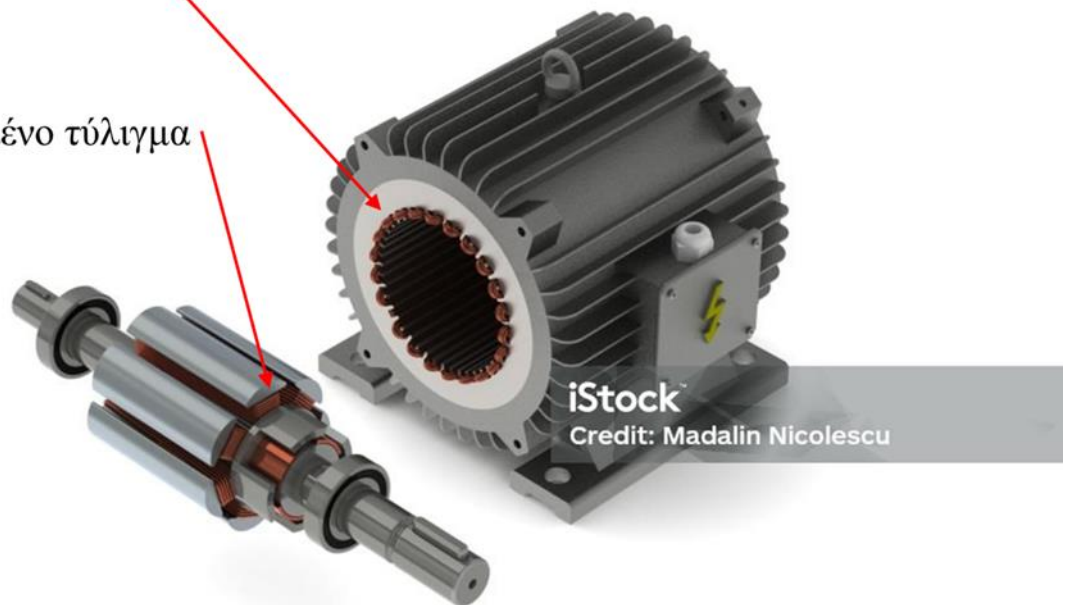
Όπως προείπαμε, τα τυλίγματα μίας ηλεκτρικής μηχανής είναι δύο: το τυλίγμα διέγερσης και το τυλίγμα τυμπάνου. Αυτά τα δύο τυλίγματα αποτελούνται από πηνία συνδεδεμένα σε σειρά και, ανάλογα με την διαμόρφωσή τους διακρίνονται στις εξής δύο κατηγορίες:

- Τα **συγκεντρωμένα τυλίγματα** (concentrated windings), τα οποία συγκεντρώνονται γύρω από έναν πόλο του αντίστοιχου πυρήνα του στάτη ή του δρομέα.
- Τα **διανεμημένα τυλίγματα** (distributed windings), τα οποία διανέμονται κατά μήκος των αυλακώσεων του αντίστοιχου πυρήνα του στάτη ή του δρομέα.

Τα τυλίγματα μίας σύγχρονης μηχανής είναι συγκεντρωμένα στον δρομέα και διανεμημένα στον στάτη (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).

Διανεμημένο τυλίγμα

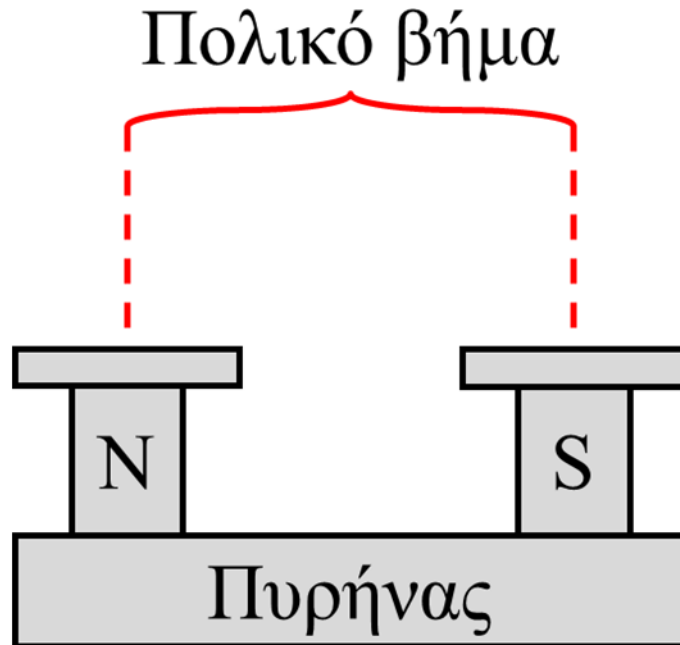
Συγκεντρωμένο τυλίγμα



1390014970

**Εικόνα 1.6.** Στάτης και δρομέας σύγχρονης μηχανής, στους οποίους αναδεικνύονται το διανεμημένο και το συγκεντρωμένο τυλίγμα, αντίστοιχα.

Οι πόλοι περί τους οποίους είναι τυλιγμένο κάθε τύλιγμα ισαπέχουν μεταξύ τους περί την περιφέρεια του διακένου και η απόστασή τους καλείται **πολικό βήμα** (pole-pitch). Περισσότερη σημασία από το πολικό βήμα έχει η **γωνία πολικού βήματος**, η οποία έχει πλευρές τους μαγνητικούς άξονες των τυλιγμάτων του στάτη και του δρομέα και είναι η έκκεντρη γωνία, η οποία βαίνει στο πολικό βήμα, το οποίο αποτελεί τόξο, αν μία διατομή της μηχανής θεωρηθεί ένας κύκλος (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).



**Εικόνα 1.7.** Σχηματική αναπαράσταση δύο πόλων του πυρήνα του στάτη, όπου αναδεικνύεται το πολικό βήμα.

Το μήκος των αγωγών κάθε αυλάκωσης στο τύλιγμα τυμπάνου καλείται **ενεργό μήκος** (active length) και είναι αυτό το οποίο επηρεάζεται από το συνιστάμενο μαγνητικό πεδίο στο διάκενο και στο οποίο επάγονται τάσεις και αναπτύσσονται ροπές (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).

**1.1.4 Ηλεκτρικά και Μηχανικά Μεγέθη**

Παρακάτω, θα μας χρειαστεί μία σχέση μεταξύ της γωνίας πολικού βήματος (ηλεκτρικό μέγεθος) και της γωνιακής θέσης του δρομέα (μηχανικό μέγεθος) και, ισοδύναμα, της κυκλικής συχνότητας των ρευμάτων τυμπάνου (ηλεκτρικό μέγεθος) και της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του δρομέα (μηχανικό μέγεθος). Σε μία τετραπολική μηχανή, με συγκεντρωμένα τυλίγματα στους τέσσερις πόλους του στάτη και ένα διανεμημένο τύλιγμα στον δρομέα, οι επαγόμενες τάσεις θα πραγματοποιούν δύο πλήρεις περιστροφές κατά την πλήρη περιστροφή του δρομέα. Δηλαδή, η σχέση μεταξύ της γωνίας πολικού βήματος των επαγόμενων τάσεων και ρευμάτων και της γωνιακής θέσης του δρομέα θα είναι η εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$\theta = 2\theta_m \quad (1.1)$$

όπου:

$\theta$  Γωνία πολικού βήματος (°)

$\theta_m$  Γωνιακή θέση του δρομέα της μηχανής (°)

Η σχέση γενικεύεται για μία μηχανή οποιουδήποτε αριθμού πόλων και γίνεται η εξής:

$$\theta = \frac{P}{2}\theta_m \quad (1.2)$$

όπου:

$P$  Αριθμός των πόλων της μηχανής (-)

**Απόδειξη:** Η γενικευμένη σχέση θα πρέπει να ικανοποιεί την υποπερίπτωση της τετραπολικής μηχανής, όπως και γίνεται ως εξής:

$$\theta = \frac{P}{2}\theta_m = \frac{4}{2}\theta_m = 2\theta_m$$

Εκ της σχέσης (1.2) συνεπάγεται η εξής σχέση:

$$\theta_m = \frac{2}{P}\theta \quad (1.3)$$

Ισοδύναμα, η σχέση μεταξύ της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του δρομέα και της κυκλικής συχνότητας των επαγόμενων τάσεων και ρευμάτων είναι η εξής:

$$\omega_m = \frac{2}{P}\omega \quad (1.4)$$

όπου:

$\omega_m$  Γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα της μηχανής (rad/s)

$\omega$  Κυκλική συχνότητα των επαγόμενων τάσεων και ρευμάτων της μηχανής (rad/s)

**Παρατήρηση:** Από την σχέση (1.4) παρατηρούμε ότι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής μίας ηλεκτρικής μηχανής είναι αντιστρόφως ανάλογη του αριθμού των πόλων της. Αυτό σημαίνει ότι οι ηλεκτρικές μηχανές με μικρό αριθμό πόλων (π.χ. διπολικές ή τετραπολικές) είναι **πολύστροφες μηχανές**, ενώ οι ηλεκτρικές μηχανές με μεγάλο αριθμό πόλων (π.χ. δωδεκαπολικές, δεκαεξαπολικές) είναι **αργόστροφες μηχανές**. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο **αριθμός των πόλων** μίας ηλεκτρικής μηχανής είναι **πάντα άρτιος**, καθώς δεν μπορούν να υπάρχουν, παρά σε ζεύγη βορείου και νοτίου πόλου, όπως προστάζει ο Νόμος του Gauss για τον Μαγνητισμό (2<sup>η</sup> εξίσωση του Maxwell).

**1.1.5 Μηχανικό Μέρος μίας Ηλεκτρικής Μηχανής**

Για όλες τις ηλεκτρικές μηχανές, οι διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες περιγράφουν το μηχανικό τους μέρος, όταν αυτές λειτουργούν ως γεννήτριες ή ως κινητήρες δίνονται από τον **2<sup>ο</sup> Νόμο του Euler για την Κίνηση ή 2<sup>ο</sup> Νόμο του Newton για την Περιστροφική Κίνηση** (Euler's 2<sup>nd</sup> Law of Motion ή Newton's 2<sup>nd</sup> Law of Rotational Motion) και είναι οι εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

Για λειτουργία γεννήτριας:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m + K \int \omega_m dt = \tau_m - \tau_{em} \quad (1.5)$$

Για λειτουργία κινητήρα:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m + K \int \omega_m dt = \tau_{em} - \tau_L \quad (1.6)$$

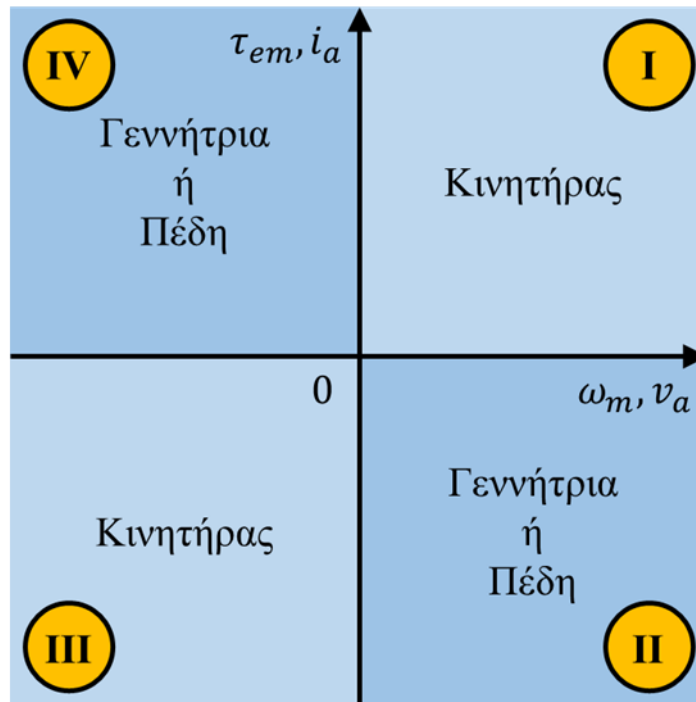
όπου:

$J$	Ροπή αδράνειας στρεφόμενων μαζών	(kg · m <sup>2</sup> )
$B$	Σταθερά απόσβεσης λόγω ιξώδους τριβής	(N · m · s)
$K$	Σταθερά απόσβεσης λόγω ελαστικότητας	(N · m)
$\tau_m$	Μηχανική ροπή	(N · m)
$\tau_{em}$	Ηλεκτρομαγνητική ροπή	(N · m)
$\tau_L$	Ροπή μηχανικού φορτίου	(N · m)

**Παρατήρηση:** Από τις σχέσεις (1.5) και (1.6) παρατηρούμε ότι, στην περίπτωση γεννήτριας, η ηλεκτρομαγνητική ροπή είναι **αντιδρώσα ροπή**, ενώ στην περίπτωση κινητήρα, είναι **κινούσα ροπή**. Όλες οι υπόλοιπες ροπές, πλην της μηχανικής ροπής είναι αντιδρώσες ροπές και τείνουν να επιβραδύνουν τον δρομέα της μηχανής, αποτελούν, δηλαδή, **μηχανικές απώλειες της μηχανής**.

### 1.1.6 Λειτουργία στα Τέσσερα Τεταρτημόρια

Ανάλογα με την σχέση μεταξύ της παραγόμενης ροπής και της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής ή, ισοδύναμα του ρεύματος και της τάσης του τυλίγματος τυμπάνου, διακρίνονται τέσσερις λειτουργίες μίας ηλεκτρικής μηχανής, οι οποίες κατανέμονται στα εξής **τέσσερα τεταρτημόρια** (four quadrants).



**Εικόνα 1.8.** Σχηματική αναπαράσταση των τεσσάρων τεταρτημορίων λειτουργίας μίας ηλεκτρικής μηχανής.

Συγκεκριμένα:

- I.** Στο **I τεταρτημόριο** η μηχανή λειτουργεί ως **κινητήρας** με δεξιόστροφη φορά περιστροφής του δρομέα της. Την ίδια φορά έχει και η ηλεκτρομαγνητική ροπή, η οποία είναι κινούσα ροπή.
- II.** Στο **II τεταρτημόριο** η μηχανή λειτουργεί ως **γεννήτρια** με δεξιόστροφη φορά περιστροφής του δρομέα της. Η ηλεκτρομαγνητική ροπή έχει αντίθετη φορά, η οποία είναι αντιδρώσα ροπή. Η μηχανή λειτουργεί ως **πέδη**, αν η μηχανική ροπή στην είσοδό της μηδενισθεί.
- III.** Στο **III τεταρτημόριο** η μηχανή λειτουργεί ως **κινητήρας** με αριστερόστροφη φορά περιστροφής του δρομέα της.
- IV.** Στο **IV τεταρτημόριο** η μηχανή λειτουργεί ως **γεννήτρια ή πέδη** με αριστερόστροφη φορά περιστροφής του δρομέα της (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).

**Παρατήρηση:** Η μεταβολή της λειτουργίας μίας ηλεκτρικής μηχανής από κινητήρα σε γεννήτρια και τον αντίστροφο πραγματοποιείται μέσω της αλλαγής της φοράς του ρεύματος τυμπάνου. Για να λειτουργεί, λοιπόν μία μηχανή ως **κινητήρας**, θα πρέπει η τάση και το ρεύμα ή, ισοδύναμα, η ηλεκτρομαγνητική ροπή και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα να είναι **ομόσημες**, ενώ για να λειτουργεί ως **γεννήτρια** θα πρέπει να είναι **ετερόσημες**.



**1.1.7 Απώλειες μίας Ηλεκτρικής Μηχανής**

Όπως προαναφέραμε, η διαδικασία ηλεκτρομηχανικής μετατροπής ενέργειας μίας ηλεκτρικής μηχανής είναι αντιστρεπτή. Παρ'όλα αυτά, υπεισέρχονται κάποιες απώλειες ισχύος κατά την διαδικασία αυτή, δηλαδή η ισχύς στην έξοδο της μηχανής δεν μπορεί να είναι ποτέ ίση με την ισχύ στην είσοδο. Ο προσδιορισμός των απωλειών ισχύος είναι σημαντικός τόσο από τεχνικής όσο και από οικονομικής πλευράς. Στόχος του προσδιορισμού και της διερεύνησης των απωλειών ισχύος είναι η απομείωσή τους, δηλαδή η απομείωση του κόστους που επιφέρουν και η πρόληψη εναντίον πιθανόν λειτουργικών προβλημάτων της μηχανής. Οι απώλειες ισχύος διακρίνονται στις εξής κατηγορίες (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

- **Ηλεκτρικές απώλειες ή απώλειες χαλκού** (Electrical losses ή copper losses): Είναι οι απώλειες ισχύος λόγω της ροής ρεύματος στα τυλίγματα, οι οποίες είναι θερμικές απώλειες και είναι ανάλογες του τετραγώνου της ενεργού τιμής του ρεύματος που διαρρέει το εκάστοτε τύλιγμα επί την αντίστοιχη ωμική του αντίσταση. Πέραν αυτών, υπεισέρχονται και οι **απώλειες ισχύος λόγω του επιδερμικού φαινομένου** (copper stray-load losses), οι οποίες υπάρχουν εξαιτίας της ανομοιόμορφης κατανομής των εναλλασσομένων ρευμάτων στα τυλίγματα και είναι, επίσης, ανάλογες του τετραγώνου της ενεργού τιμής του ρεύματος που διαρρέει το εκάστοτε τύλιγμα. Αν η μηχανή διαθέτει και ψήκτρες, τότε υπεισέρχονται και απώλειες επαφής των ψηκτρών.

$$P_{el} = \sum (I_i^2 R_i) + k_i I_i^2 + V_b I_b \quad (1.7)$$

όπου:

$P_{el}$	Ισχύς ηλεκτρικών απωλειών	(W)
$I_i$	Ρεύμα του i-οστού τυλίγματος	(A)
$R_i$	Ωμική αντίσταση του i-οστού τυλίγματος	(Ω)
$k_i$	Συντελεστής αναλογίας του i-οστού τυλίγματος	(Ω)
$V_b$	Τάση στα άκρα των ψηκτρών	(V)
$I_b$	Ρεύμα του τυλίγματος των ψηκτρών	(A)

- **Απώλειες περιστροφής** (Rotational losses): Είναι οι απώλειες ισχύος οι οποίες υπεισέρχονται στην μηχανή όταν αυτή περιστρέφεται, ακόμη και όταν λειτουργεί υπό σταθερές συνθήκες. Τέτοιες είναι οι εξής:
  - **Μαγνητικές απώλειες ή απώλειες πυρήνα** (Magnetic losses ή core losses): Είναι οι απώλειες ισχύος λόγω **μαγνητικής υστέρησης** (magnetic hysteresis) και **δινορευμάτων** (eddy currents), εξαιτίας της χρονικής μεταβολής της μαγνητικής ροής διαμέσου των σιδηρομαγνητικών υλικών του στάτη και του δρομέα.
  - **Μηχανικές απώλειες** (Mechanical losses): Είναι απώλειες λόγω τριβών στα **έδρανα**, καθώς και αεροδυναμικές απώλειες λόγω **ανεμισμού**.

Όπως είναι φανερό, οι απώλειες περιστροφής δίνονται από την εξής σχέση:

$$P_{rl} = P_{fl} + P_{ml} \quad (1.8)$$

όπου:

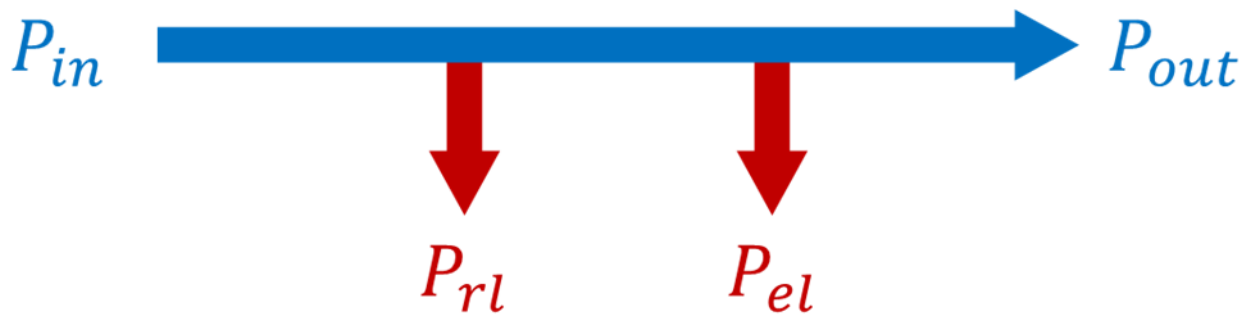
$P_{rl}$	Ισχύς απωλειών περιστροφής	(W)
$P_{fl}$	Ισχύς μαγνητικών απωλειών	(W)
$P_{ml}$	Ισχύς μηχανικών απωλειών	(W)

$$P_{out} = P_{in} - P_{rl} - P_{el} \quad (1.9)$$

όπου:

$P_{out}$     Ισχύς εξόδου της μηχανής (W)

$P_{in}$     Ισχύς εισόδου της μηχανής (W)



**Εικόνα 1.9.** Σχηματική αναπαράσταση των απωλειών ισχύος που υπεισέρχονται σε μία ηλεκτρική μηχανή.



**1.1.8 Στρεφόμενο Μαγνητικό Πεδίο**

Το στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο είναι ένα από τα χαρακτηριστικά που δημιουργούν οι τριφασικές μηχανές ΕΡ, άρα και οι σύγχρονες μηχανές, οι οποίες μας ενδιαφέρουν. Αρχικά, θεωρούμε μία διπολική μηχανή με συγκεντρωμένο τύλιγμα τυμπάνου και διανεμημένο τύλιγμα διέγερσης. Αυτή την μέθοδο την ακολουθούμε, καθώς οι προκύπτουσες σχέσεις μπορούν να γενικευθούν για μηχανές με παραπάνω από δύο πόλους. Αμελώντας την μαγνητική αντίσταση των σιδηρομαγνητικών υλικών και, θεωρώντας ότι η μαγνητική ροή έχει ακτινική κατεύθυνση στο διάκενο της μηχανής, η σχέση του παραγόμενου μαγνητικού πεδίου από την φάση  $a$  του τυλίγματος τυμπάνου στο διάκενο της μηχανής, μέσω αναπαράστασής της με **Σειρές Fourier** (Fourier Series), είναι η εξής:

$$B_a = \sum_{n=1}^{+\infty} \left[ \frac{B_{am}}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\theta) \right] \quad (1.10)$$

όπου:

$$B_{am} = \frac{4}{\pi} \left( \frac{\mu N_{ph} i_a}{2g} \right) \quad (1.11)$$

όπου:

$B_a$	Μαγνητικό πεδίο της φάσης $a$ του τυλίγματος τυμπάνου	(T)
$B_{am}$	Μέγιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου της φάσης $a$ του τυλίγματος τυμπάνου	(T)
$\mu$	Μαγνητική διαπερατότητα του διακένου	(H/m)
$N_{ph}$	Αριθμός ελιγμάτων ανά παράλληλο κλάδο του τυλίγματος τυμπάνου	(-)
$i_a$	Ρεύμα της φάσης $a$ του τυλίγματος τυμπάνου	(A)
$g$	Μήκος διακένου της μηχανής	(m)

Στην γενική περίπτωση μηχανής με άνω των δύο πόλων στον στάτη, η σχέση (1.11) μετατρέπεται στην εξής σχέση:

$$B_{am} = \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} i_a}{Pg} \right) \quad (1.12)$$

όπου:

$K_w$	Συντελεστής του τυλίγματος τυμπάνου	(-)
-------	-------------------------------------	-----

Ο **συντελεστής τυλίγματος** (winding factor) εισάγεται, καθώς οι μαγνητικοί άξονες των φάσεων του τυλίγματος τυμπάνου, στην πραγματικότητα, δεν είναι ευθυγραμμισμένοι μεταξύ τους, με αποτέλεσμα ο συνιστάμενος μαγνητικός άξονας να έχει μικρότερο μήκος από το άθροισμα των επιμέρους μηκών τους.

**Παρατήρηση:** Από την σχέση (1.12) παρατηρούμε ότι το μαγνητικό πεδίο της φάσης  $a$  του τυλίγματος τυμπάνου είναι ανάλογο του αριθμού των σπειρών και του ρεύματος της φάσης  $a$ . Αυτό σημαίνει ότι όσες **περισσότερες περιελίξεις** και όσο **ισχυρότερο ρεύμα** έχει μία ηλεκτρική μηχανή στο τύλιγμα τυμπάνου τόσο **ισχυρότερο μαγνητικό πεδίο** δημιουργείται από αυτό. Αντίθετα, το μαγνητικό πεδίο της φάσης  $a$  του τυλίγματος τυμπάνου είναι αντιστρόφως ανάλογο του αριθμού των πόλων και του μήκους διακένου της μηχανής. Αυτό σημαίνει ότι όσο **περισσότερους πόλους** και όσο **μεγαλύτερη είναι η απόσταση μεταξύ του στάτη και του δρομέα** μίας ηλεκτρικής μηχανής, τόσο **ασθενέστερο μαγνητικό πεδίο** δημιουργείται από το τύλιγμα τυμπάνου. Όπως, θα δούμε παρακάτω, αυτές οι παρατηρήσεις επεκτείνονται και για το τύλιγμα διέγερσης, άρα και για το συνιστάμενο μαγνητικό πεδίο.

Επειδή τα πλάτη των αρμονικών συνιστωσών φθίνουν κατά πολύ με την αύξηση του  $n$  και επειδή οι στάτες των μηχανών ΕΡ, συνήθως, κατασκευάζονται με διανεμημένα τυλίγματα, τα οποία τις περιορίζουν, μπορούμε, κατά προσέγγιση, να εκφράσουμε την σχέση (1.10) ως προς μόνο την θεμελιώδη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου της φάσης  $a$  του τυλίγματος τυμπάνου, δηλαδή ως εξής:

$$B_a \cong B_{am} \cos(\theta) \quad (1.13)$$

Εφόσον τα ρεύματα στο τριφασικό τυλίγμα τυμπάνου είναι εναλλασσόμενα, τα ρεύματα της κάθε φάσης θα δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$i_a = I_m \cos(\omega t) \quad (1.14)$$

$$i_b = I_m \cos(\omega t - 120^\circ) \quad (1.15)$$

$$i_c = I_m \cos(\omega t + 120^\circ) \quad (1.16)$$

όπου:

$$I_m \quad \text{Μέγιστη τιμή των ρευμάτων του τυλίγματος τυμπάνου} \quad (A)$$

$$i_b \quad \text{Ρεύμα της φάσης } b \text{ του τυλίγματος τυμπάνου} \quad (A)$$

$$i_c \quad \text{Ρεύμα της φάσης } c \text{ του τυλίγματος τυμπάνου} \quad (A)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1.12)-(1.16), τα παραγόμενα μαγνητικά πεδία κάθε φάσης είναι τα εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$B_a = \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{P g} \right) \cos(\omega t) \cos(\theta) \quad (1.17)$$

$$B_b = \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{P g} \right) \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) \quad (1.18)$$

$$B_c = \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{P g} \right) \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ) \quad (1.19)$$

όπου:

$$B_b \quad \text{Μαγνητικό πεδίο της φάσης } b \text{ του τυλίγματος τυμπάνου} \quad (T)$$

$$B_c \quad \text{Μαγνητικό πεδίο της φάσης } c \text{ του τυλίγματος τυμπάνου} \quad (T)$$

Το συνιστάμενο μαγνητικό πεδίο του τυλίγματος τυμπάνου θα είναι το εξής:

$$B = B_m \cos(\omega t - \theta) \quad (1.20)$$

όπου:

$$B_m = \frac{3}{2} \left[ \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \right] \quad (1.21)$$

όπου:

$B$  Συνιστάμενο μαγνητικό πεδίο του τυλίγματος τυμπάνου (T)

$B_m$  Μέγιστη τιμή του συνιστάμενου μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος τυμπάνου (T)

Η σχέση (1.20) δείχνει ότι το συνιστάμενο πεδίο ενός συμμετρικού τριφασικού τυλίγματος, όπου οι φάσεις του είναι, επίσης, συμμετρικά μετατεθειμένες στον χώρο είναι **περιστρεφόμενο** (rotating magnetic field) με σταθερή γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, ίση με την γωνιακή ταχύτητα της σχέσης (1.4), η οποία ονομάζεται **σύγχρονη ταχύτητα** (synchronous speed) (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).

**Απόδειξη:** Χρησιμοποιούμε τριγωνομετρικές ιδιότητες ως εξής:

$$\begin{aligned} B_a &= \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \cos(\omega t) \cos(\theta) = \\ &= \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \left[ \frac{\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta)}{2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) [\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta)] \\ B_b &= \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) = \\ &= \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \left[ \frac{\cos(\omega t - 120^\circ - \theta + 120^\circ) + \cos(\omega t - 120^\circ + \theta - 120^\circ)}{2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) [\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta - 240^\circ)] \\ B_c &= \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ) = \\ &= \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \left[ \frac{\cos(\omega t + 120^\circ - \theta - 120^\circ) + \cos(\omega t + 120^\circ + \theta + 120^\circ)}{2} \right] = \\ &= \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) [\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta + 240^\circ)] \end{aligned}$$

Το συνιστάμενο μαγνητικό πεδίο είναι το εξής:

$$\begin{aligned} B &= B_a + B_b + B_c = \\ &= \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) [\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta)] + \\ &= \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) [\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta - 240^\circ)] + \\ &= \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) [\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta + 240^\circ)] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) [\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta) + \\ & \qquad \qquad \qquad \cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta - 240^\circ) + \\ & \qquad \qquad \qquad \cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + \theta + 240^\circ)] = \\ & \frac{1}{2} \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) 3 \cos(\omega t - \theta) = \\ & \frac{3}{2} \left[ \frac{4}{\pi} K_w \left( \frac{\mu N_{ph} I_m}{Pg} \right) \right] \cos(\omega t - \theta) = \\ & B_m \cos(\omega t - \theta) \end{aligned}$$

## 1.2 Σύγχρονες Μηχανές

Οι σύγχρονες μηχανές, οι οποίες είναι το επίκεντρο της παρούσας εργασίας χρησιμοποιούνται:

- Ως **γεννήτριες** σε σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, όπως θερμοηλεκτρικούς (ατμοηλεκτρικούς, αεριοστροβιλικούς, νηξελοηλεκτρικούς), υδροηλεκτρικούς, αντλιοσταμειυτικούς, αλλά και σε αιολικά πάρκα, σε κτιριακές και βιομηχανικές εγκαταστάσεις ως κύριες ή εφεδρικές πηγές ηλεκτρικής ενέργειας, σε συστήματα ηλεκτρικής ενέργειας ως σταθεροποιητήριες τάσης κ.ά. (ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2022)
- Ως **κινητήρες** σε ηλεκτρικά οχήματα, στην ρομποτική, σε ανυψωτικά μηχανήματα, σε μεταφορικές ταινίες, σε ανεμιστήρες, σε εργαλειομηχανές, σε έλαστρα, σε έμβολα, σε αντλίες κ.ά. (ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ, 2021)

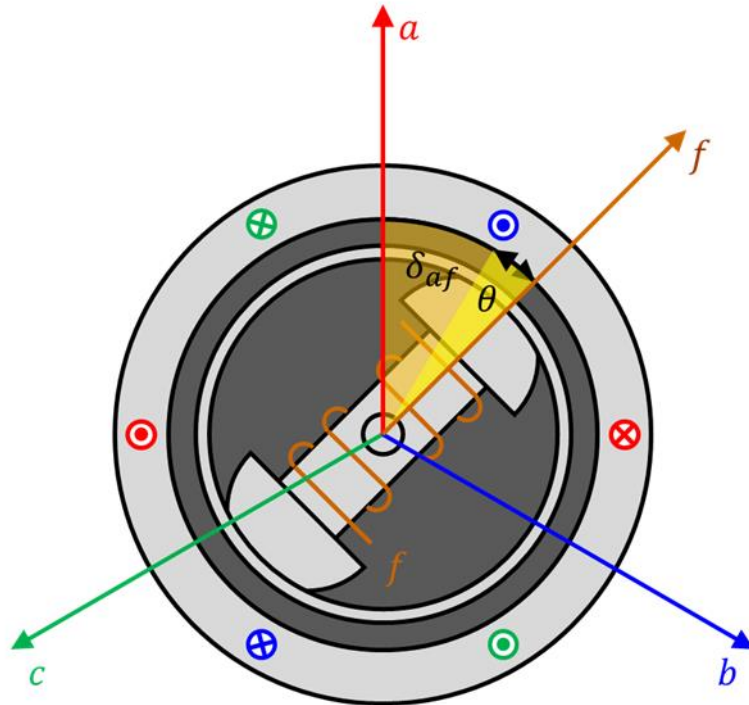
Μία σύγχρονη τριφασική μηχανή τροφοδοτείται τόσο στο τύλιγμα τυμπάνου (εξ επαγωγής, στην λειτουργία γεννήτριας και από εξωτερική πηγή στην λειτουργία κινητήρα) όσο και στο τύλιγμα διέγερσης. Είναι, δηλαδή, **διπλής τροφοδότησης** (doubly excited). Το τύλιγμα τυμπάνου είναι ένα συμμετρικό τριφασικό διανεμημένο τύλιγμα. Από την άλλη πλευρά, το τύλιγμα διέγερσης είναι ένα συγκεντρωμένο τύλιγμα συνεχούς ρεύματος και, στην περίπτωση μηχανών μόνιμων μαγνητών, αντικαθίσταται από μόνιμους μαγνήτες. Ανάλογα δε με την κατασκευή του δρομέα, οι σύγχρονες μηχανές διακρίνονται σε **κυλινδρικού δρομέα** (cylindrical-rotor machines) και **εκτύπων πόλων** (salient-poles machines). Το χαρακτηριστικό των σύγχρονων μηχανών είναι ότι ο δρομέας τους περιστρέφεται στην μόνιμη κατάσταση με την λεγόμενη **σύγχρονη ταχύτητα**-εξ ου και η ονομασία «**σύγχρονες**»-η οποία είναι ίση με την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του στρεφόμενου μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος τυμπάνου (σχέση 1.4).



**Εικόνα 1.10.** Φωτογραφία με ενδιάμεση τομή σύγχρονης τετραπολικής μηχανής μόνιμων μαγνητών του ερευνητικού εργαστηρίου «Testamatic Labs», η οποία χρησιμοποιείται ως κινητήρας σε ηλεκτρικά οχήματα.

### 1.2.1 Μαγνητικό Πεδίο του Τυλίγματος Διέγερσης

Θεωρώντας μία διπολική σύγχρονη τριφασική μηχανή, όπου το μαγνητικό πεδίο του τυλίγματος τυμπάνου περιστρέφεται με δεξιόστροφη φορά περιστροφής και ο δρομέας κινείται με αριστερόστροφη φορά περιστροφής, οι μαγνητικοί άξονες των μαγνητικών πεδίων του τυλίγματος διέγερσης,  $f$ , και του τυλίγματος τυμπάνου, των φάσεων  $a$ ,  $b$  και  $c$ , είναι οι εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.11.** Σχεδιάγραμμα πρόσοψης διπολικής σύγχρονης τριφασικής μηχανής με τους μαγνητικούς άξονες των τυλιγμάτων της.

Η σχέση της θεμελιώδους συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης είναι η εξής:

$$B_f = B_{fm} \cos(\theta) \quad (1.22)$$

**Παρατήρηση:** Προσεγγιστικά, λαμβάνουμε υπόψη μόνο την θεμελιώδη συνιστώσα του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης. Αυτό το κάνουμε, θεωρώντας ότι δεν υπάρχουν φαινόμενα κορεσμού στα σιδηρομαγνητικά υλικά της μηχανής και ότι η μαγνητική αντίσταση διατηρείται σταθερή περί την περιφέρεια του διακένου.

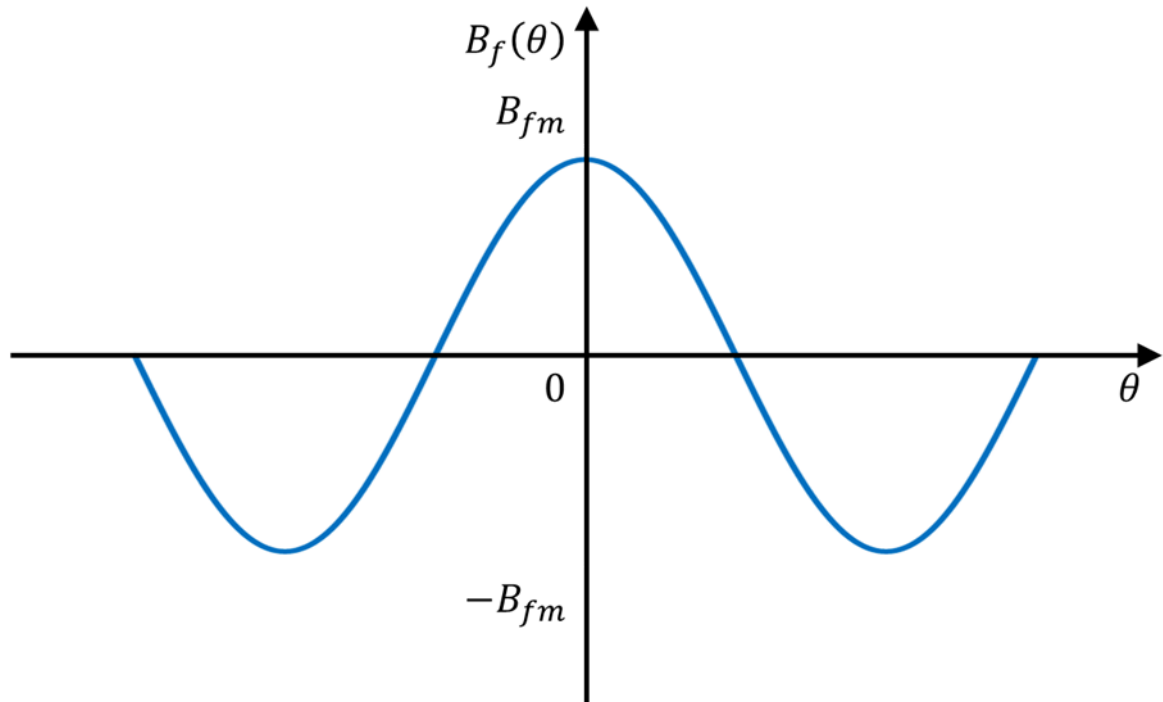
όπου, κατ'αναλογία με την σχέση (1.12):

$$B_{fm} = \frac{4}{\pi} K_{wf} \left( \frac{\mu N_f I_f}{2g} \right) \quad (1.23)$$

όπου:

$B_f$	Μαγνητικό πεδίο του τυλίγματος διέγερσης	(T)
$B_{fm}$	Μέγιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης	(T)
$K_{wf}$	Συντελεστής του τυλίγματος διέγερσης	(-)
$N_f$	Αριθμός των σπειρών του τυλίγματος διέγερσης	(-)
$I_f$	Ρεύμα διέγερσης	(A)

Η αντίστοιχη γραφική παράσταση του ανωτέρω μαγνητικού πεδίου στον χώρο είναι η εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



---

**Εικόνα 1.12.** Γραφική παράσταση της θεμελιώδους συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης συναρτήσει της γωνίας πολικού βήματος.

---

**1.2.2 Μαγνητική Ροή και Πεπλεγμένη Ροή του Τυλίγματος Διέγερσης**

Σε συνέχεια των προαναφερθεισών σχέσεων, η μαγνητική ροή ανά πόλο στο τυλίγμα της φάσης  $a$ , η οποία δημιουργείται από το μαγνητικό πεδίο του τυλίγματος διέγερσης δίνεται από την εξής σχέση (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$\varphi_f = \Phi_{fm} \cos(\omega t) \quad (1.24)$$

όπου:

$$\Phi_{fm} = \frac{4}{p} B_{fm} r l \quad (1.25)$$

όπου:

$\varphi_f$  Μαγνητική ροή ανά πόλο στο τυλίγμα της φάσης  $a$  (Wb)

$\Phi_{fm}$  Μέγιστη τιμή της μαγνητικής ροής ανά πόλο στο τυλίγμα της φάσης  $a$  (Wb)

$r$  Μέση ακτίνα του διακένου (m)

$l$  Ενεργό μήκος των αγωγών του τυλίγματος της φάσης  $a$  (m)

**Απόδειξη:** Χρησιμοποιούμε τον **ορισμό της μαγνητικής ροής**, θεωρώντας ότι η μαγνητική ροή ανά πόλο στο τυλίγμα της φάσης  $a$  διέρχεται από επιφάνεια, εμβαδού  $S$ , και διανύσματος ομόρροπου με αυτού του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης. Επίσης, θεωρούμε ότι η γωνία πολικού βήματος διαγράφει μία ευθεία γωνία, έχοντας ως αναφορά τον μαγνητικό άξονα της φάσης  $a$  και σχηματίζοντας, αρχικά, ορθή γωνία με αυτήν. Η μέγιστη τιμή του μαγνητικού πεδίου είναι σταθερή, αφού δημιουργείται από συνεχές ρεύμα.

$$\begin{aligned} \varphi_f &= \iint \vec{B}_f \cdot d\vec{S} = \iint B_f dS = \iint [B_{fm} \cos(\theta)] d(\theta_m r l) = \int [B_{fm} \cos(\theta) r l] d\theta_m = \\ &= \int [B_{fm} \cos(\theta) r l] d\left(\frac{2}{p}\theta\right) = \int \left[\frac{2}{p} B_{fm} \cos(\theta) r l\right] d\theta = \frac{2}{p} B_{fm} r l \int \cos(\theta) d\theta = \\ &= \frac{2}{p} B_{fm} r l \int_{a-\frac{\pi}{2}}^{a+\frac{\pi}{2}} \cos(\theta) d\theta = \frac{2}{p} B_{fm} r l [\sin(\theta)]_{\omega t - \frac{\pi}{2}}^{\omega t + \frac{\pi}{2}} = \\ &= \frac{2}{p} B_{fm} r l \left[ \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \right] = \frac{2}{p} B_{fm} r l 2 \cos(\omega t) \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \\ &= \frac{2}{p} B_{fm} r l 2 \cos(\omega t) = \left(\frac{4}{p} B_{fm} r l\right) \cos(\omega t) = \Phi_{fm} \cos(\omega t) \end{aligned}$$

**Παρατήρηση:** Από την σχέση (1.25) παρατηρούμε ότι η μαγνητική ροή είναι ανάλογη της μέσης ακτίνας διακένου και του ενεργού μήκους των αγωγών του τυλίγματος τυμπάνου. Αυτό σημαίνει ότι όσο **μεγαλύτερο όγκο** έχει μία σύγχρονη μηχανή τόσο **ισχυρότερη μαγνητική ροή** δημιουργείται στο διάκενό της.



#### Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

Η πεπλεγμένη ροή, η οποία διέρχεται από το τύλιγμα της φάσης  $a$  και η οποία δημιουργείται από την μαγνητική ροή ανά πόλο στο τύλιγμα της φάσης  $a$ , μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής δίνεται από την εξής σχέση (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$\lambda_f = \Lambda_{fm} \cos(\omega t) \quad (1.26)$$

όπου:

$$\Lambda_{fm} = N_{ph} \Phi_{fm} \quad (1.27)$$

όπου:

$\lambda_f$       Πεπλεγμένη ροή στο τύλιγμα της φάσης  $a$       (Wb)

$\Lambda_{fm}$       Μέγιστη τιμή της πεπλεγμένης ροής στο τύλιγμα της φάσης  $a$       (Wb)

**Παρατήρηση:** Από την σχέση (1.27) παρατηρούμε ότι η πεπλεγμένη ροή είναι ανάλογη του αριθμού των ελιγμάτων του τυλίγματος τυμπάνου. Αυτό σημαίνει ότι όσα **περισσότερα ελίγματα** έχει το τύλιγμα τυμπάνου μίας σύγχρονης μηχανής τόσο **ισχυρότερη πεπλεγμένη ροή** δημιουργείται στο διάκενό της.

**1.2.3 Ανάπτυξη Εξ Επαγωγής Τάσης**

Ο μηχανισμός ανάπτυξης εξ επαγωγής τάσης σε μία σύγχρονη τριφασική μηχανή γίνεται ως εξής: Η ύπαρξη του τυλίγματος τυμπάνου μέσα στο μαγνητικό πεδίο του περιστρεφόμενου δρομέα δημιουργεί εξ επαγωγής τάση, η οποία δίνεται από την εξής σχέση (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$e_f = E_{fm} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (1.28)$$

όπου:

$$E_{fm} = \omega \Lambda_{fm} \quad (1.29)$$

όπου:

$$e_f \quad \text{Εξ επαγωγής τάση στα άκρα του τυλίγματος της φάσης } a \quad (V)$$

$$E_{fm} \quad \text{Μέγιστη τιμή της εξ επαγωγής τάσης στα άκρα του τυλίγματος της φάσης } a \quad (V)$$

**Απόδειξη:** Χρησιμοποιούμε τον ορισμό της εξ επαγωγής τάσης, σύμφωνα με τον **Νόμο της Επαγωγής του Faraday** (Faraday's Law of Induction):

$$e_f = -\frac{d\lambda_f}{dt} = -\frac{d[\Lambda_{fm} \cos(\omega t)]}{dt} = -\Lambda_{fm} \frac{d[\cos(\omega t)]}{dt} = -\Lambda_{fm}[-\omega \sin(\omega t)] = \omega \Lambda_{fm} \sin(\omega t) = (\omega \Lambda_{fm}) \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = E_{fm} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

**Παρατήρηση:** Οι σχέσεις (1.26) και (1.28) δεικνύουν ότι οι **άξονες** της μαγνητικής ροής ανά πόλο στο τυλίγμα της φάσης  $a$  και της εξ επαγωγής τάσης στα άκρα του τυλίγματος της φάσης  $a$  στο μιγαδικό επίπεδο είναι **κάθετοι** μεταξύ τους.

Αντικαθιστώντας την σχέση (1.4), προκύπτει η εξής σχέση:

$$E_{fm} = \left(\frac{P}{2}\right) \Lambda_{fm} \omega_m \quad (1.30)$$

εκ της οποίας συνεπάγεται η εξής σχέση:

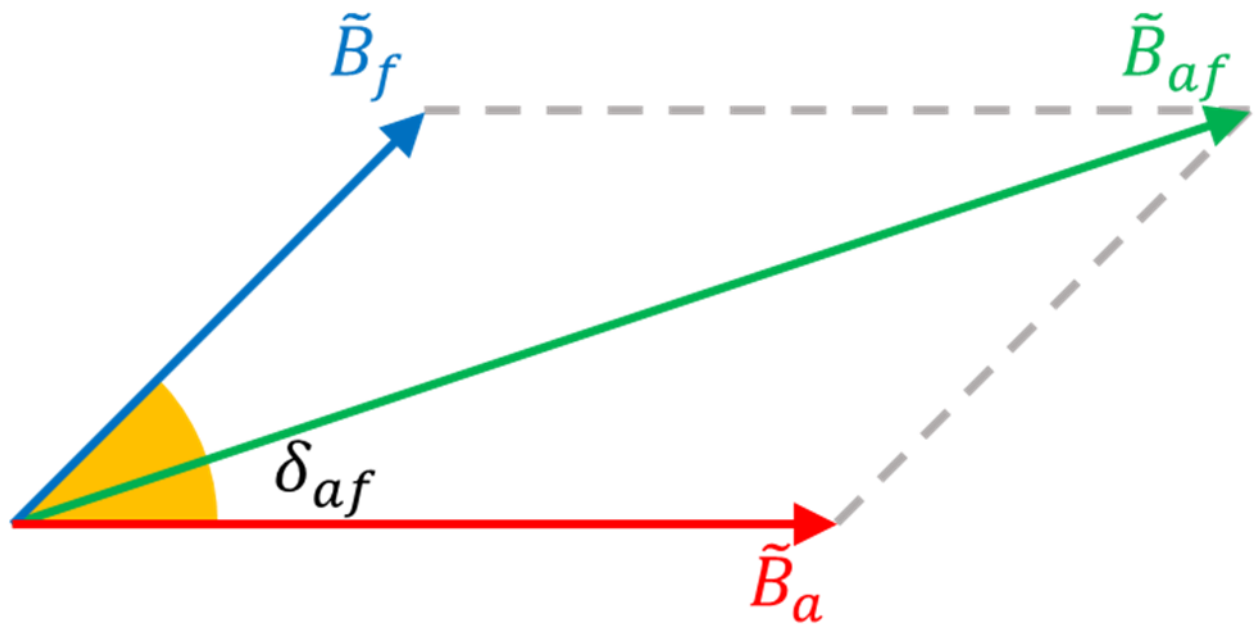
$$\omega_m = \left(\frac{2}{P \Lambda_{fm}}\right) E_{fm} \quad (1.31)$$

**Παρατήρηση:** Από την σχέση (1.31) παρατηρούμε ότι η **γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα** μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι **ανάλογη** της εξ επαγωγής τάσης στα άκρα του τυλίγματος τυμπάνου της. Αυτό σημαίνει ότι η **πηγή της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι η εξ επαγωγής τάση** στα άκρα του τυλίγματος τυμπάνου.

Η εξ επαγωγής τάση στα άκρα του τυλίγματος τυμπάνου είναι γνωστή και ως **ηλεκτρεγερτική δύναμη, ΗΕΔ** (electromotive force, EMF).

### 1.2.4 Ανάπτυξη Ηλεκτρομαγνητικής Ροπής

Ο μηχανισμός ανάπτυξης ηλεκτρομαγνητικής ροπής σε μία σύγχρονη τριφασική μηχανή γίνεται ως εξής: Στο τύλιγμα τυμπάνου επάγεται τάση και, εφόσον η μηχανή συνδέεται με κάποιο φορτίο, επάγεται και ρεύμα. Το ρεύμα αυτό του τυλίγματος τυμπάνου, δημιουργεί, με την σειρά του ένα στρεφόμενο μαγνητικό πεδίο. Από την άλλη πλευρά, ο δρομέας περιστρέφεται ήδη από μία πηγή μηχανικής ισχύος και το τύλιγμα διέγερσής του δημιουργεί μαγνητικό πεδίο σταθερού μέτρου, το οποίο είναι, επίσης, περιστρεφόμενο. Τα διανυσματικά διαγράμματα των δύο μαγνητικών πεδίων, αλλά και του συνισταμένου μαγνητικού πεδίου παρουσιάζονται στην εξής εικόνα (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.13.** Διανυσματικό διάγραμμα του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης, του τυλίγματος τυμπάνου και του συνισταμένου μαγνητικού πεδίου τους.

Η προσπάθεια ευθυγράμμισης των δύο πεδίων κατά την περιστροφή τους, καθιστά τον δρομέα να κινείται με την σύγχρονη ταχύτητα. Η ηλεκτρομαγνητική ροπή, η οποία στην περίπτωση γεννήτριας είναι αντιδρώσα ροπή, δίνεται από την εξής σχέση:

$$\tau_{em} = - \left( \frac{P}{2} \right) \left( \frac{\pi r l g}{\mu} B_{am} B_{fm} \right) \sin(\delta_{af}) \quad (1.32)$$

όπου:

$\delta_{af}$  Γωνία ροπής (°)

**Απόδειξη:** Η μέση τιμή του τετραγώνου του συνιστάμενου μαγνητικού πεδίου εξάγεται από την εξής σχέση:

$$(B_{af}^2)_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T B_{af}^2 d\theta = \frac{1}{T} \int_0^T [B_{afm} \cos(\theta)]^2 d\theta = \frac{1}{T} \int_0^T [B_{afm}^2 \cos^2(\theta)] d\theta =$$

$$B_{afm}^2 \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\theta) d\theta = B_{afm}^2 \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2(\theta) d\theta \right] = B_{afm}^2 \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{B_{afm}^2}{2}$$

Ο όγκος του διακένου είναι ο εξής:

$$V_g = 2\pi r l g$$

Η συνενέργεια του συστήματος εξάγεται από την εξής σχέση:

$$W_f' = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu} \right) (B_{af}^2)_{av} V_g = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\mu} \right) \left( \frac{B_{afm}^2}{2} \right) (2\pi r l g) = \frac{B_{afm}^2 \pi r l g}{2\mu}$$

Σύμφωνα με τον **Νόμο των Συνημιτόνων ή το Γενικευμένο Πυθαγόρειο Θεώρημα** (Law of Cosines ή Generalized Pythagorean Theorem) και, σύμφωνα με την εικόνα (1.13), το τετράγωνο της μέγιστης τιμής του συνιστάμενου μαγνητικού πεδίου στο διάκενο της μηχανής δίνεται από την εξής σχέση:

$$B_{afm}^2 = B_{am}^2 + B_{fm}^2 + 2B_{am}B_{fm} \cos(\delta_{af})$$

Η ηλεκτρομαγνητική ροπή εξάγεται από την εξής σχέση:

$$\tau_{em} = \frac{\partial W_f'}{\partial \delta_{af}} = \frac{\partial \left( \frac{B_{afm}^2 \pi r l g}{2\mu} \right)}{\partial \delta_{af}} = \frac{\partial \left( \frac{[B_{am}^2 + B_{fm}^2 + 2B_{am}B_{fm} \cos(\delta_{af})] \pi r l g}{2\mu} \right)}{\partial \delta_{af}} =$$

$$\frac{\pi r l g}{2\mu} \frac{\partial [B_{am}^2 + B_{fm}^2 + 2B_{am}B_{fm} \cos(\delta_{af})]}{\partial \delta_{af}} = \frac{\pi r l g}{2\mu} [-2B_{am}B_{fm} \sin(\delta_{af})] =$$

$$- \left( \frac{\pi r l g}{\mu} B_{am} B_{fm} \right) \sin(\delta_{af})$$

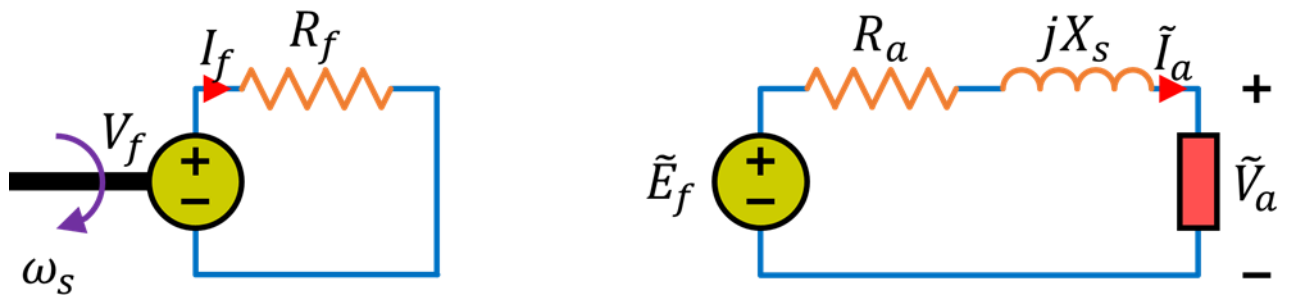
Και για μία P-πολική μηχανή δίνεται από την εξής σχέση:

$$\tau_{em} = - \left( \frac{P}{2} \right) \left( \frac{\pi r l g}{\mu} B_{am} B_{fm} \right) \sin(\delta_{af})$$

**Παρατήρηση:** Το αρνητικό πρόσημο στην σχέση (1.32) υποδηλώνει ότι η ηλεκτρομαγνητική ροπή ρέπει προς την μείωση της γωνίας μεταξύ των δύο μαγνητικών πεδίων. Επίσης, Από την σχέση (1.32) παρατηρούμε ότι η ηλεκτρομαγνητική ροπή μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι ανάλογη της γωνίας μεταξύ του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης και του τυλίγματος τυμπάνου. Αυτό σημαίνει ότι η πηγή της ηλεκτρομαγνητικής ροπής μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι η γωνία μεταξύ του μαγνητικού πεδίου του τυλίγματος διέγερσης και του τυλίγματος τυμπάνου. Για τον λόγο αυτόν, η γωνία αυτή αποκαλείται **γωνία ροπής**.

### 1.2.5 Ισοδύναμο Κύκλωμα στην Μόνιμη Κατάσταση

Δεδομένου ότι μία σύγχρονη τριφασική μηχανή στο τύλιγμα τυμπάνου αποτελείται από τρία μονοφασικά τυλίγματα, το ισοδύναμό της κύκλωμά της σε κάθε φάση αποτελείται από μία ωμική αντίσταση, την λεγόμενη **ωμική αντίσταση τυμπάνου** (armature resistance), εν σειρά συνδεδεμένη με μία αυτεπαγωγή, η οποία εξαιτίας του εναλλασσομένου ρεύματος που την διαρρέει, θα εμφανίζει επαγωγική αντίδραση, την λεγόμενη **σύγχρονη αντίδραση** (synchronous reactance). Πέραν αυτών, εξαιτίας της χρονικά μεταβαλλόμενης πεπλεγμένης ροής στο τύλιγμα τυμπάνου, δημιουργείται η προαναφερθείσα εξ επαγωγής τάση στα άκρα του, άρα στο ισοδύναμο κύκλωμα συμπεριλαμβάνεται και η **εξ επαγωγής τάση τυμπάνου** (armature winding induced voltage). Επίσης, δεδομένου ότι σε μία σύγχρονη τριφασική μηχανή το τύλιγμα διέγερσης είναι ένα τύλιγμα συνεχούς ρεύματος, το ισοδύναμό του κύκλωμα θα αποτελείται από μία ωμική αντίσταση, την **ωμική αντίσταση διέγερσης** (field resistance). Συνεπώς, το ισοδύναμο κύκλωμα ανά φάση μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής, με τα ηλεκτρικά της μεγέθη εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και στην μόνιμη κατάσταση, είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.14.** Ισοδύναμο κύκλωμα ανά φάση και υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής στην μόνιμη κατάσταση, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και η φορά του ρεύματος υποδηλώνει λειτουργία γεννήτριας.

**1.2.6 Εξισώσεις στην Μόνιμη Κατάσταση**

Εκ του ισοδύναμου κυκλώματος της εικόνας (1.14) και σύμφωνα με τον **Νόμο των Τάσεων του Kirchhoff** (Kirchhoff's Voltage Law) στον βρόχο του τυλίγματος τυμπάνου και τον **Νόμο του Ohm** (Ohm's Law) στην ωμική αντίσταση τυμπάνου και στην σύγχρονη αντίδραση, η εξίσωση στην μόνιμη κατάσταση μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι η εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$\tilde{E}_f = R_a \tilde{I}_a + jX_s \tilde{I}_a + \tilde{V}_a \quad (1.33)$$

όπου:

$$\tilde{E}_f \quad \text{Μιγαδική εξ επαγωγής τάση τυμπάνου} \quad (\text{V})$$

$$\tilde{I}_a \quad \text{Μιγαδικό ρεύμα τυμπάνου} \quad (\text{A})$$

$$R_a \quad \text{Ωμική αντίσταση τυμπάνου} \quad (\Omega)$$

$$X_s \quad \text{Σύγχρονη αντίδραση} \quad (\Omega)$$

$$\tilde{V}_a \quad \text{Μιγαδική τάση τυμπάνου} \quad (\text{V})$$

Στον βρόχο του τυλίγματος διέγερσης και σύμφωνα με τον **Νόμο του Ohm** στην ωμική αντίσταση διέγερσης, η αντίστοιχη εξίσωση μόνιμης κατάστασης είναι η εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

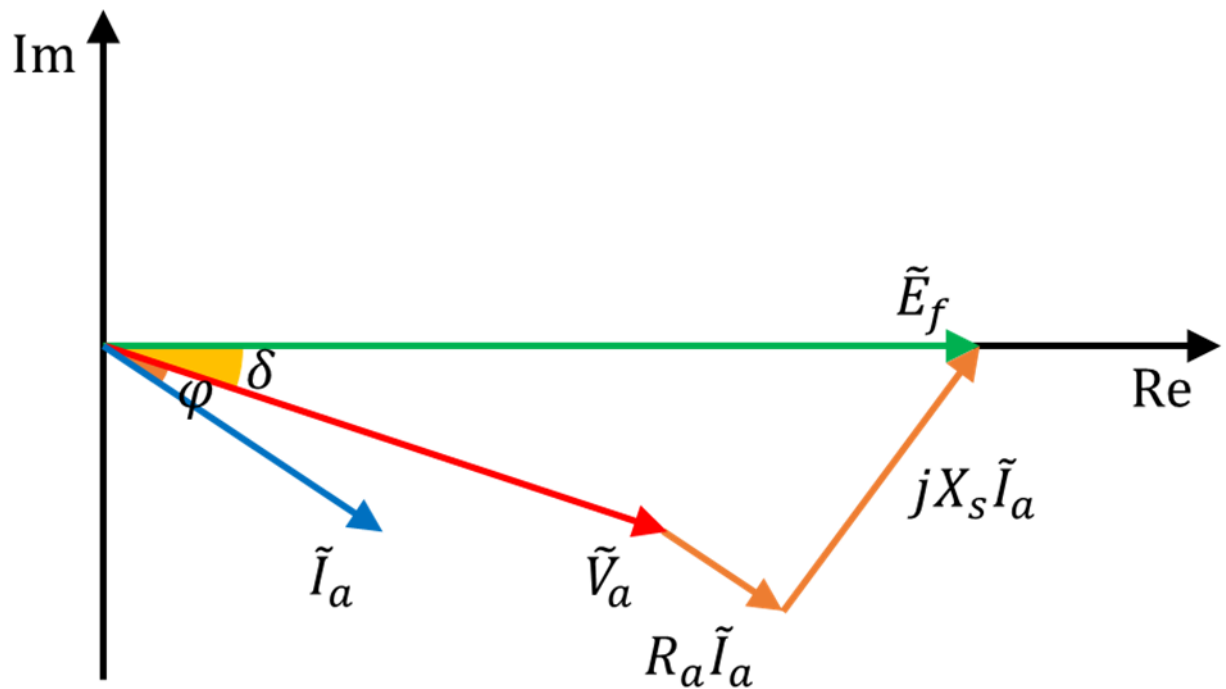
$$V_f = R_f I_f \quad (1.34)$$

που:

$$V_f \quad \text{Τάση διέγερσης} \quad (\text{V})$$

$$R_f \quad \text{Ωμική αντίσταση διέγερσης} \quad (\Omega)$$

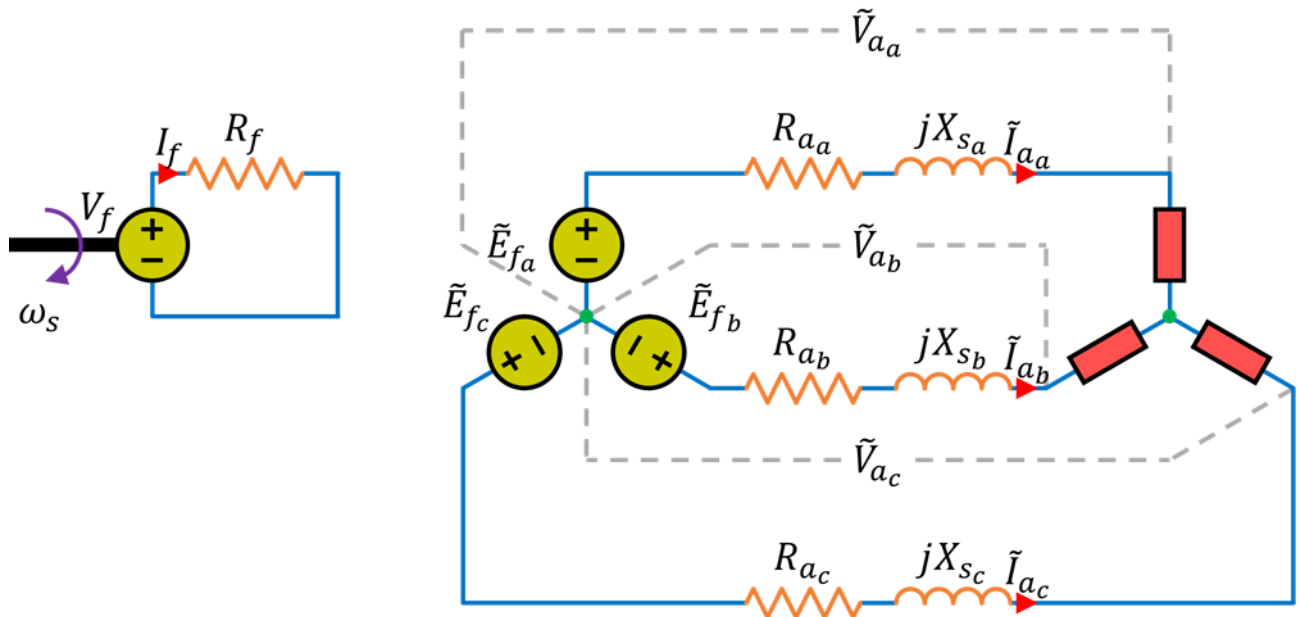
Εκ της σχέσης (1.33), αξίζει να σχεδιασθεί για καλύτερη κατανόηση το διανυσματικό διάγραμμα των ηλεκτρικών μεγεθών του ισοδυνάμου κυκλώματος, το οποίο είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.15.** Διανυσματικό διάγραμμα ηλεκτρικών μεγεθών σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας.

**Παρατήρηση:** Από την εικόνα (1.15) παρατηρούμε ότι το μέγεθος της παραγόμενης τάσης μίας σύγχρονης γεννήτριας εξαρτάται άμεσα από το μέγεθος του ρεύματος τυμπάνου και, μάλιστα, αυξάνεται συναρτήσει αυτού. Παράλληλα, όμως, αυξάνονται και οι πτώσεις τάσης στην ωμική αντίσταση τυμπάνου και στην σύγχρονη αντίδραση, αλλά και οι ωμικές απώλειες. Η γωνία  $\delta$  μεταξύ της παραγόμενης τάσης και της εξ επαγωγής τάσης τυμπάνου καλείται **γωνία φορτίου** και εξαρτάται άμεσα από το μέγεθος των πτώσεων τάσης στην γεννήτρια. Όσο μικρότερο μέτρο έχει, δηλαδή όσο μικρότερες είναι οι πτώσεις τάσης, τόσο περισσότερη τάση αποδίδεται στην έξοδο. Η γωνία  $\varphi$  μεταξύ της παραγόμενης τάσης και του ρεύματος τυμπάνου εξαρτάται από το είδος του φορτίου (ωμικό, επαγωγικό ή χωρητικό), είδος το οποίο, με την σειρά του, καθορίζει και την διαδοχή μεταξύ τους (προπορεία ή μεταπορεία). Συνεπώς, το **είδος του φορτίου**, αλλά και ο προσεκτικός και μεθοδευμένος **έλεγχος** του μεγέθους του ρεύματος τυμπάνου, αλλά και της γωνίας φορτίου καθορίζει άμεσα και την **απόδοση της γεννήτριας**.

Επεκτείνοντας, το ισοδύναμο τριφασικό κύκλωμα μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής, με τα ηλεκτρικά της μεγέθη εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και στην μόνιμη κατάσταση, είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.16.** Ισοδύναμο τριφασικό κύκλωμα υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής στην μόνιμη κατάσταση, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και οι φορές των ρευμάτων υποδηλώνουν λειτουργία γεννήτριας.



**1.2.7 Ισοδύναμο Κύκλωμα Μηχανής με Εκτυπότητα Διακένου στην Μόνιμη Κατάσταση**

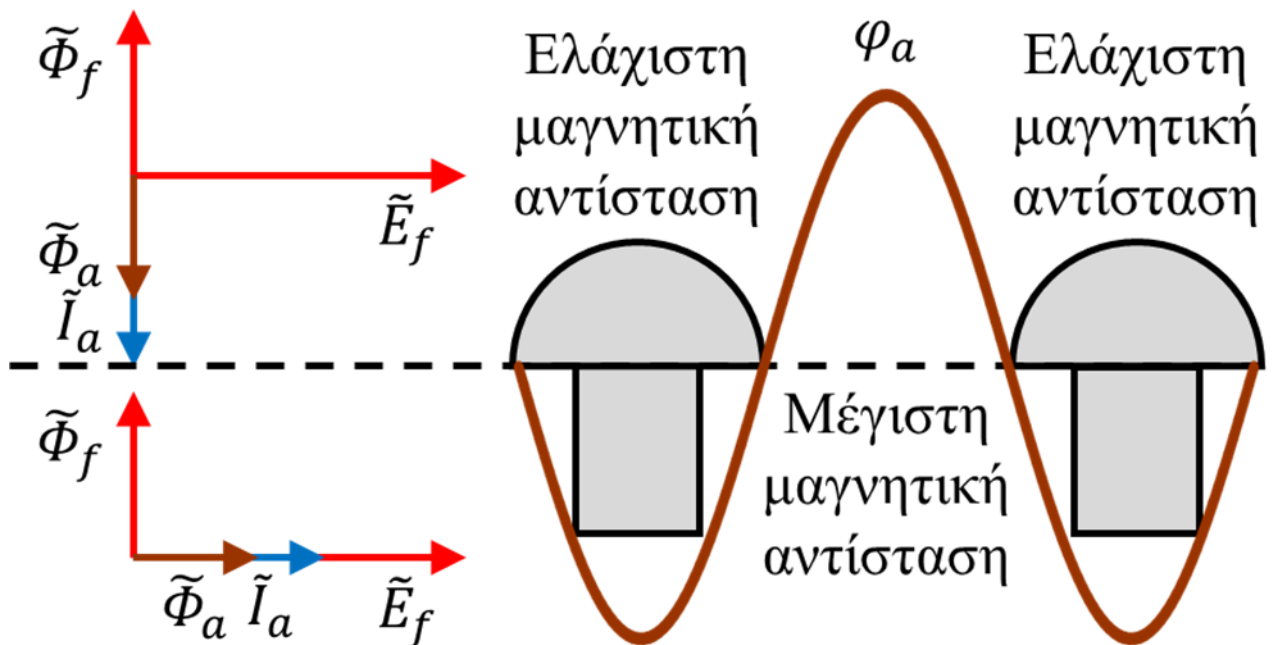
**Εκτυπότητα διακένου** (gap saliency) καλείται η ανομοιομορφία του μαγνητικού πεδίου στην περιφέρεια του διακένου, η οποία δημιουργείται εξαιτίας της κατασκευής του δρομέα. Δρομείς με εκτυπότητα δεν είναι μονάχα οι κατασκευασμένοι με έκτυπους πόλους-όπως μαρτυρά το όνομά της-αλλά και άλλων ειδών, όπως οι κυλινδρικοί με μόνιμους μαγνήτες. Στην περίπτωση όπου μία σύγχρονη μηχανή εμφανίζει εκτυπότητα διακένου, τότε οι προαναφερθείσες σχέσεις διαφοροποιούνται. Αυτό συμβαίνει, διότι η μαγνητική ροή του τυλίγματος τυμπάνου μεταβάλλεται στην περιφέρεια του διακένου, εξαιτίας της διαφορετικής μαγνητικής αντίστασης που συναντά στον δρομέα. Εξαρτάται, δηλαδή, από την γωνιακή θέση του δρομέα. Φυσικά, η ροή αυτή μεγιστοποιείται στους μαγνητικούς άξονες του δρομέα, ενώ ελαχιστοποιείται στο ενδιάμεσο μεταξύ των διαδοχικών μαγνητικών αξόνων του δρομέα. Εξαιτίας αυτής της διττής κατάστασης της ροής, προς διευκόλυνση της μελέτης μας, την αναλύουμε σε δύο συνιστώσες: η μία παράλληλη με τον μαγνητικό άξονα της μαγνητικής ροής του τυλίγματος διέγερσης, του επονομαζόμενου **ορθού άξονα** (direct axis),  $d$ , (όπου η ροή ελαχιστοποιείται) και η άλλη κάθετη σε αυτόν, η παράλληλη στον επονομαζόμενο **κάθετο άξονα** (quadrature axis),  $q$ , (όπου η ροή μεγιστοποιείται). Το ρεύμα τυμπάνου, ως συμφασικό με την μαγνητική ροή του τυλίγματος τυμπάνου, αναλύεται, αντίστοιχα, σε δύο συνιστώσες στον ορθό και στον κάθετο άξονα. Δηλαδή:

$$\tilde{I}_a = \tilde{I}_d + \tilde{I}_q \tag{1.35}$$

όπου:

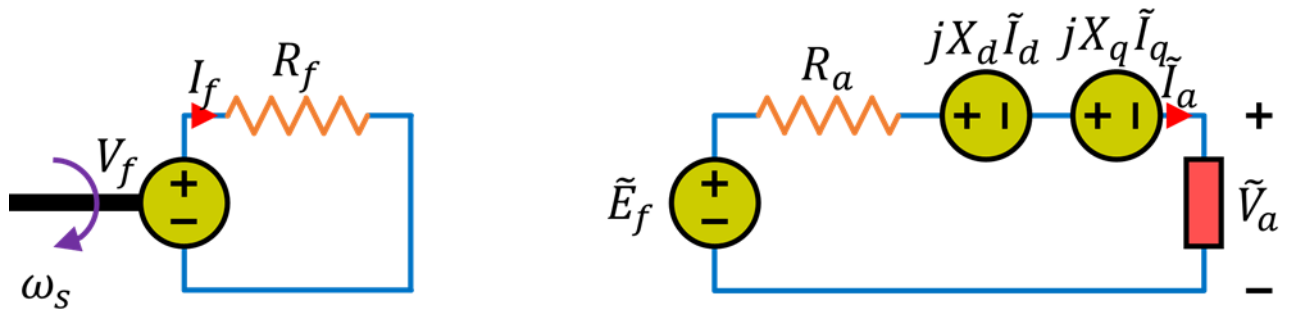
$\tilde{I}_d$  Μιγαδικό ρεύμα τυμπάνου ορθού άξονα (A)

$\tilde{I}_q$  Μιγαδικό ρεύμα τυμπάνου κάθετου άξονα (A)



**Εικόνα 1.17.** Σχεδιάγραμμα πρόσοψης δύο διαδοχικών πόλων σύγχρονης τριφασικής μηχανής με εκτυπότητα διακένου με τους άξονες των ηλεκτρικών και των μαγνητικών μεγεθών της, όπου αναδεικνύεται η εξάρτηση της μαγνητικής ροής του τυλίγματος τυμπάνου από την μαγνητική αντίσταση του δρομέα.

Όπως είναι φυσικό, κάθε συνιστώσα του ρεύματος τυμπάνου θα συναντά διαφορετική σύγχρονη αντίδραση. Συνεπώς, αναλύουμε και την σύγχρονη αντίδραση, αντίστοιχα, σε δύο επιμέρους συνιστώσες. Το ισοδύναμο κύκλωμα ανά φάση μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής με εκτυπότητα διακένου, με τα ηλεκτρικά της μεγέθη εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και στην μόνιμη κατάσταση, είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):



**Εικόνα 1.18.** Ισοδύναμο κύκλωμα ανά φάση και υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής με εκτυπότητα διακένου και στην μόνιμη κατάσταση, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα σε μιγαδική μορφή και η φορά του ρεύματος υποδηλώνει λειτουργία γεννήτριας.

### 1.2.8 Εξισώσεις Μηχανής με Εκτυπότητα Διακένου στην Μόνιμη Κατάσταση

Εκ του ισοδυναμού κυκλώματος της εικόνας (1.18) και σύμφωνα με τον **Νόμο των Τάσεων του Kirchhoff** στον βρόχο του κυκλώματος ισχύος και τον **Νόμο του Ohm** στην ωμική αντίσταση τυμπάνου και στις σύγχρονες αντιδράσεις ορθού και καθέτου άξονα, η εξίσωση μόνιμης κατάστασης μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι η εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$\tilde{E}_f = R_a \tilde{I}_a + jX_d \tilde{I}_d + jX_q \tilde{I}_q + \tilde{V}_a \quad (1.36)$$

όπου:

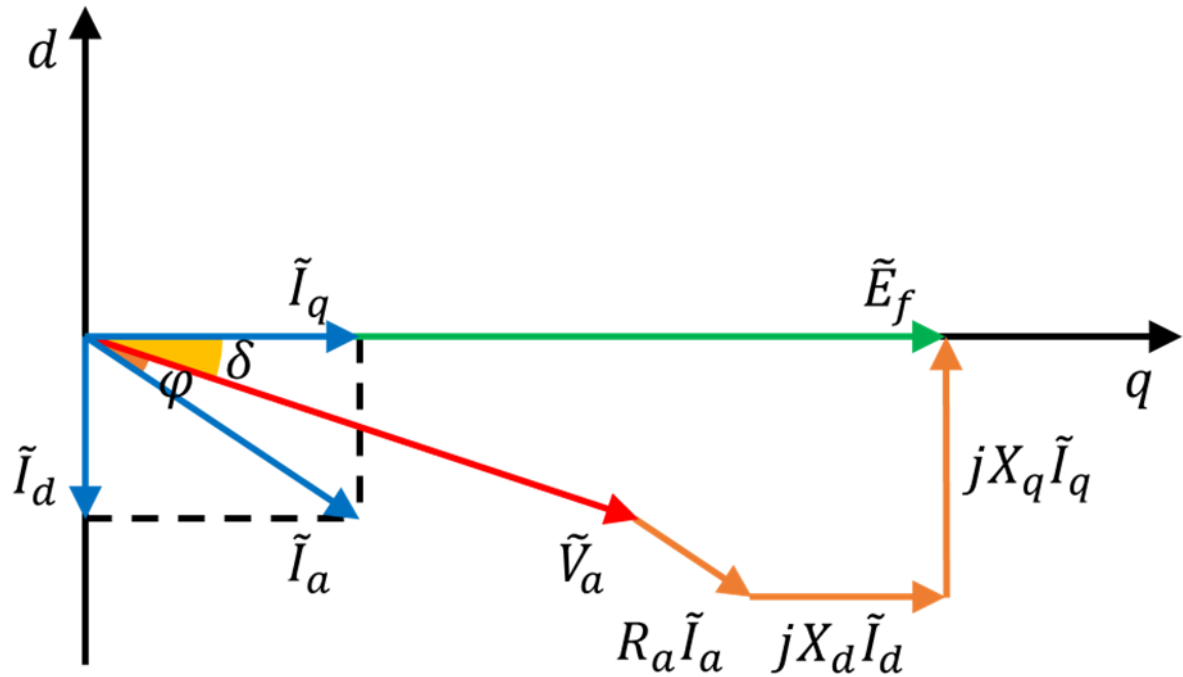
$$X_d \quad \text{Σύγχρονη αντίδραση ορθού άξονα} \quad (\Omega)$$

$$X_q \quad \text{Σύγχρονη αντίδραση καθέτου άξονα} \quad (\Omega)$$

Η εξίσωση του τυλίγματος διέγερσης παραμένει η ίδια και στην περίπτωση μηχανής με εκτυπότητα διακένου, δηλαδή (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$V_f = R_f I_f \quad (1.34)$$

Εκ της σχέσης (1.36), το διανυσματικό διάγραμμα των ηλεκτρικών μεγεθών του ισοδυνάμου κυκλώματος είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):



**Εικόνα 1.19.** Διανυσματικό διάγραμμα ηλεκτρικών μεγεθών σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας με εκτυπότητα διακένου.

**Παρατήρηση:** Από την εικόνα (1.19) παρατηρούμε ότι το μέγεθος του ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα δεν επηρεάζει το μέγεθος της εξ επαγωγής τάσης τυμπάνου, σε αντίθεση με το μέγεθος του ρεύματος ορθού άξονα.

## 1.2.9 Προσδιορισμός Παραμέτρων Ισοδυνάμου Κυκλώματος στην Μόνιμη Κατάσταση

Για την αξιοποίηση του ισοδυνάμου κυκλώματος μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής απαιτείται η γνώση των παραμέτρων της, δηλαδή η μέτρηση της ωμικής αντίστασης τυμπάνου, της σύγχρονης αντίδρασης και της εξ επαγωγής τάσης τυμπάνου. Αυτές οι μετρήσεις πραγματοποιούνται μέσω τριών δοκιμών:

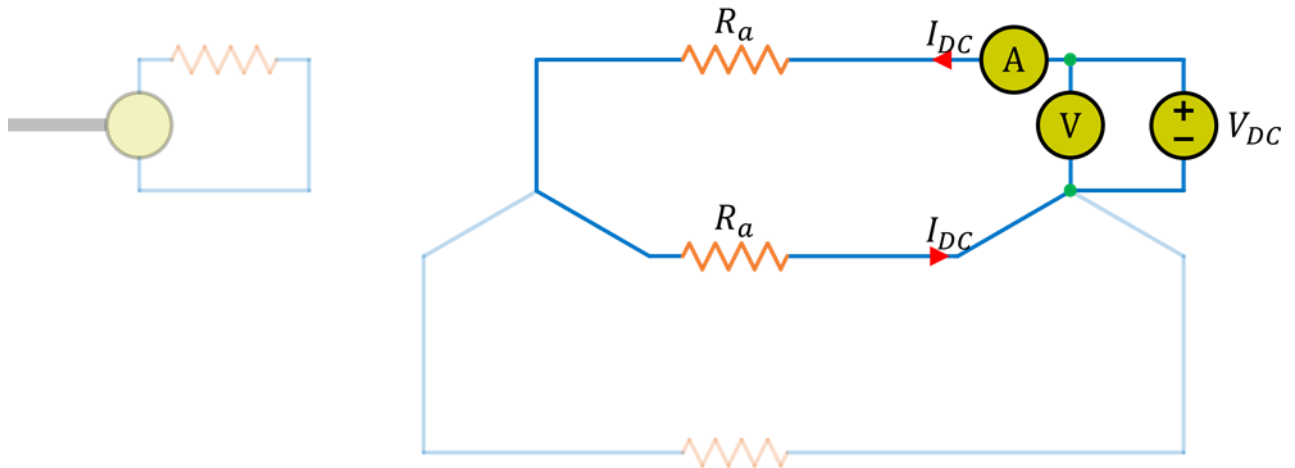
- της **δοκιμής προσδιορισμού της ωμικής αντίστασης τυμπάνου** (direct current resistance test), κατά την οποία μετράται η ωμική αντίσταση τυμπάνου.
- της **δοκιμής ανοιχτοκύκλωσης** (open-circuit test) και της **δοκιμής βραχυκύκλωσης** (short-circuit test), κατά τις οποίες μετράται η σύγχρονη αντίδραση και σχεδιάζονται η **χαρακτηριστική ανοιχτοκύκλωσης** (open-circuit characteristic, OCC) και η **χαρακτηριστική βραχυκύκλωσης** (short-circuit characteristic, SCC) της μηχανής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020).



**Εικόνα 1.20.** Το ψηφιακό πολύμετρο «EX505» της εταιρείας «EXTECH INSTRUMENTS». Ένα όργανο μέτρησης, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά την διάρκεια των μετρήσεων για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του ισοδυνάμου κυκλώματος μίας σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας.

### Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

Κατά την δοκιμή προσδιορισμού της ωμικής αντίστασης τυμπάνου, θέτουμε την μηχανή σε ακινησία. Αρχικά, συνδέουμε ένα βολτόμετρο παράλληλα με δύο εκ των τριών φάσεων του τυλίγματος τυμπάνου της μηχανής και ένα αμπερόμετρο σε σειρά με μία εκ των δύο αυτών. Έπειτα, τροφοδοτούμε με συνεχή τάση τις δύο αυτές φάσεις, τιμής τέτοιας ώστε το τροφοδοτούμενο ρεύμα να μην υπερβαίνει το ονομαστικό της μηχανής. Θεωρώντας ότι τα τυλίγματα της μηχανής είναι συνδεδεμένα σε αστέρα και ότι κάθε φάση εμφανίζει την ίδια ωμική αντίσταση, το ισοδύναμο κύκλωμα της δοκιμής αυτής είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.21.** Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης τριφασικής μηχανής κατά την δοκιμή μέτρησης ωμικής αντίστασης τυμπάνου.

Η ωμική αντίσταση τυμπάνου κάθε φάσης υπολογίζεται από την εξής σχέση:

$$R_a = \frac{1}{2} \frac{V_{DC}}{I_{DC}} \quad (1.37)$$

όπου:

$V_{DC}$  Συνεχής τάση τροφοδοσίας κατά την δοκιμή ωμικής αντίστασης τυμπάνου (V)

$I_{DC}$  Συνεχές ρεύμα τροφοδοσίας κατά την δοκιμή ωμικής αντίστασης τυμπάνου (A)

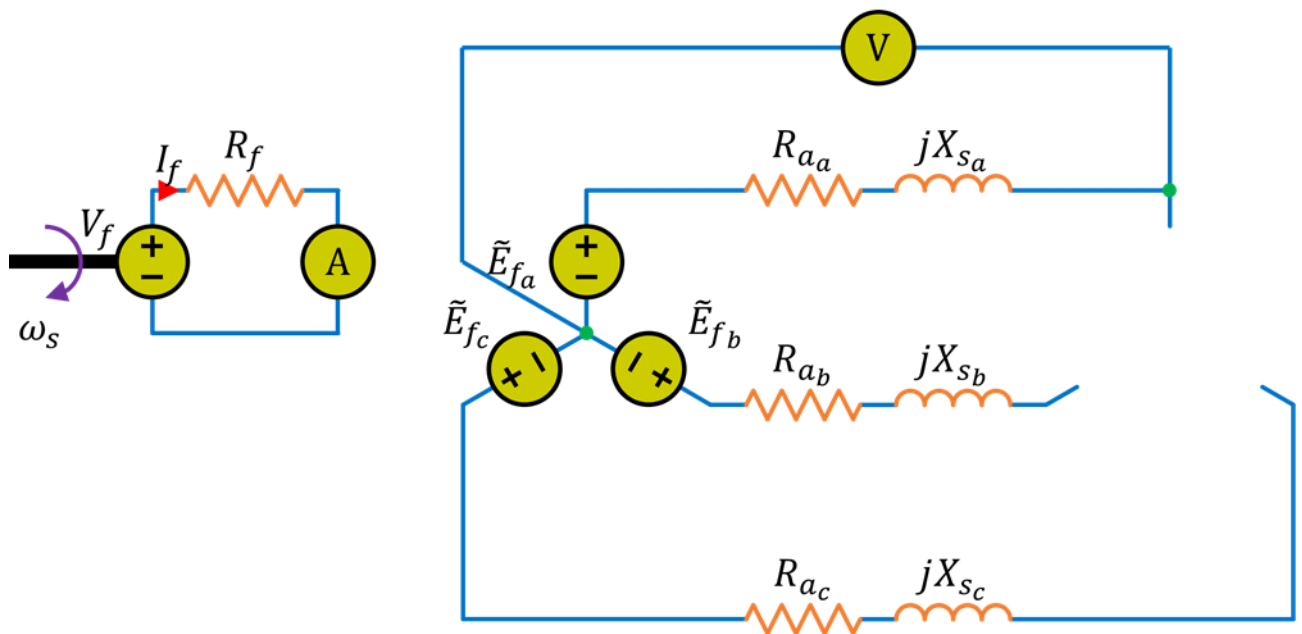
**Απόδειξη:** Σύμφωνα με τον **Νόμο του Ohm** στο κύκλωμα μεταξύ των τυχαίων φάσεων  $i$  και  $j$ , ισχύει:

$$\frac{V_{DC}}{I_{DC}} = R_{a_i} + R_{a_j} \Rightarrow \frac{V_{DC}}{I_{DC}} = R_a + R_a \Rightarrow \frac{V_{DC}}{I_{DC}} = 2R_a \Rightarrow R_a = \frac{1}{2} \frac{V_{DC}}{I_{DC}}$$

**Παρατήρηση:** Στην περίπτωση, κατά την οποία δεν θεωρούσαμε ότι κάθε φάση εμφανίζει την ίδια ωμική αντίσταση τυμπάνου, τότε θα έπρεπε να εφαρμόσουμε την δοκιμή και για τους τρεις συνδυασμούς των φάσεων, όπου θα προέκυπτε ένα **σύστημα τριών εξισώσεων με τρεις αγνώστους**, το οποίο, φυσικά, έχει λύση.

### Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

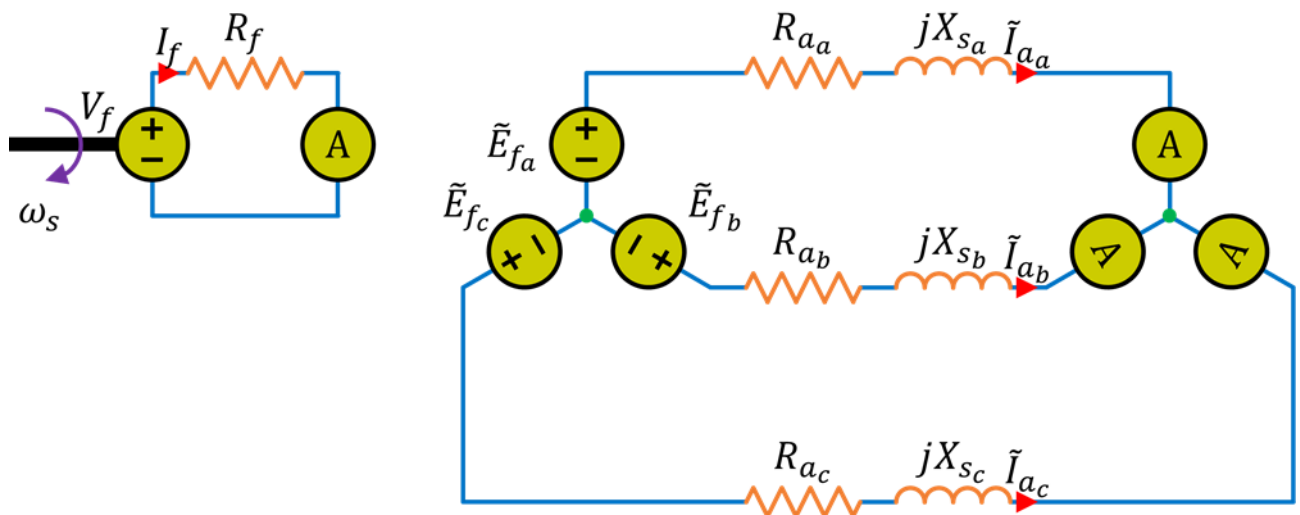
Κατά την δοκιμή ανοιχτοκύκλωσης, συνδέουμε ένα βολτόμετρο παράλληλα με το τύλιγμα μίας εκ των τριών φάσεων του τυλίγματος τυμπάνου, με το τύλιγμα τυμπάνου να είναι ανοιχτοκυκλωμένο. Αυτό το κάνουμε, ώστε το βολτόμετρο να μετρά κατευθείαν την εξ επαγωγής τάση τυμπάνου, χωρίς, δηλαδή, τις πτώσεις τάσης στο τύλιγμα τυμπάνου. Έπειτα, συνδέουμε ένα αμπερόμετρο σε σειρά με το τύλιγμα διέγερσης και το τροφοδοτούμε με συνεχή τάση. Στρέφουμε την μηχανή στην σύγχρονη ταχύτητα. Αυξάνοντας σταδιακά το ρεύμα διέγερσης, μετρούμε τόσο το ίδιο όσο και την εξ επαγωγής τάση τυμπάνου. Μετά το πέρας των μετρήσεων, σχεδιάζουμε την χαρακτηριστική ανοιχτοκύκλωσης, γνωστή και ως **καμπύλη κενού φορτίου**, η οποία είναι η γραφική παράσταση της εξ επαγωγής τάσης τυμπάνου συναρτήσεως του ρεύματος διέγερσης. Η χαρακτηριστική αυτή αποτελείται από ένα γραμμικό τμήμα, το τμήμα της **γραμμής διακένου** (air-gap line) (καθώς η εξ επαγωγής τάση τυμπάνου είναι ανάλογη του ρεύματος διέγερσης) και από ένα **τμήμα κορεσμού**, καθώς από μία τιμή και πέραν του ρεύματος διέγερσης τα σιδηρομαγνητικά υλικά της μηχανής εμφανίζουν έντονη μαγνητική αντίσταση. Θεωρώντας ότι τα τυλίγματα της μηχανής είναι συνδεδεμένα σε αστέρα, το ισοδύναμο κύκλωμα της δοκιμής ανοιχτοκύκλωσης είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.22.** Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης τριφασικής μηχανής κατά την δοκιμή ανοιχτοκύκλωσης.

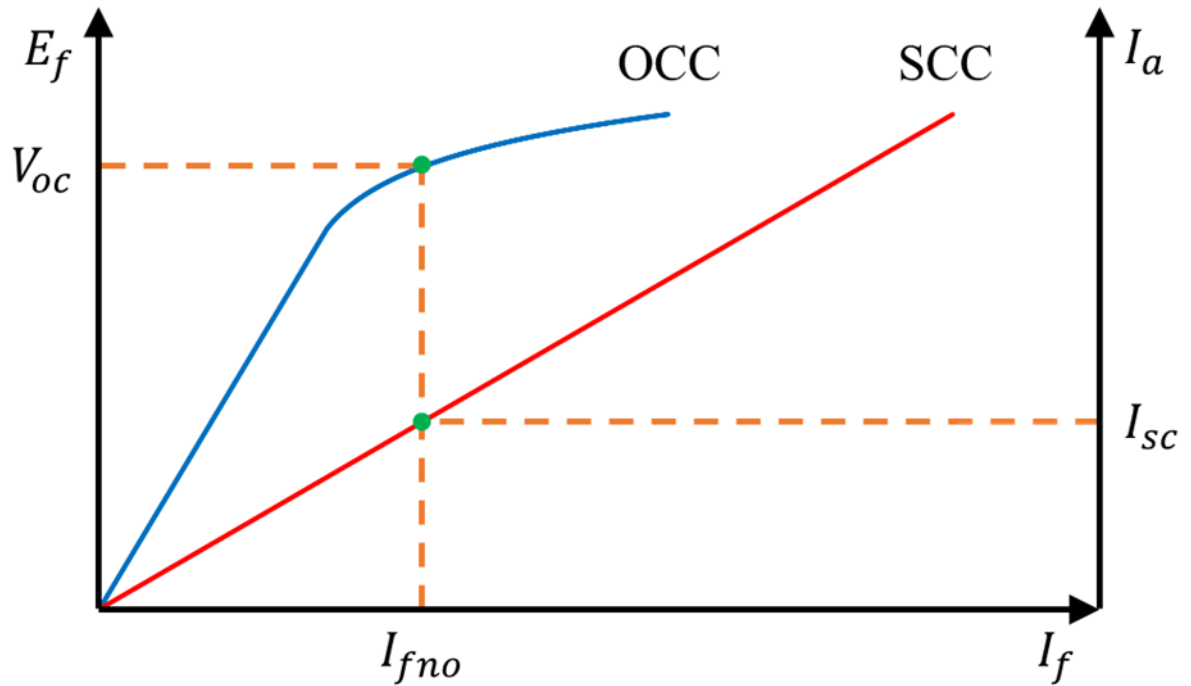
### Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

Κατά την δοκιμή βραχυκύκλωσης, συνδέουμε τρία αμπερόμετρα σε σειρά με τα τυλίγματα των τριών φάσεων του τυλίγματος τυμπάνου, με το τύλιγμα τυμπάνου να είναι βραχυκυκλωμένο. Αυτό το κάνουμε, ώστε το αμπερόμετρο να μετρά τα καθαρά παραγόμενα ρεύματα τυμπάνου, χωρίς, δηλαδή, την μεταβολή τους εξαιτίας κάποιου φορτίου. Έπειτα, συνδέουμε ένα αμπερόμετρο σε σειρά με το τύλιγμα διέγερσης και το τροφοδοτούμε με συνεχή τάση. Στρέφουμε την μηχανή στις σύγχρονες στροφές. Αυξάνοντας σταδιακά το ρεύμα διέγερσης, μετρούμε τόσο το ίδιο όσο και τα ρεύματα τυμπάνου, μέχρις ότου αυτά φθάσουν το διπλάσιο της ονομαστικής τους τιμής. Μετά το πέρας των μετρήσεων, σχεδιάζουμε την χαρακτηριστική βραχυκύκλωσης, η οποία είναι η γραφική παράσταση του ρεύματος τυμπάνου συναρτήσει του ρεύματος διέγερσης. Η χαρακτηριστική αυτή είναι γραμμική, καθώς το ρεύμα τυμπάνου είναι ανάλογο του ρεύματος διέγερσης και δεν υπάρχει εδώ το φαινόμενο του κορεσμού. Το φαινόμενο του κορεσμού δεν υπάρχει, επειδή κατά την διάρκεια της δοκιμής βραχυκύκλωσης η ωμική αντίσταση τυμπάνου είναι κατά πολύ μικρότερη της σύγχρονης αντίδρασης, με αποτέλεσμα η πτώση τάσης να προέρχεται κατά κύριο λόγο από αυτήν. Συνεπώς, το ρεύμα βραχυκύκλωσης είναι προσεγγιστικά επαγωγικό, με αποτέλεσμα να είναι απομαγνητίζον. Θεωρώντας ότι τα τυλίγματα της μηχανής είναι συνδεδεμένα σε αστέρα, το ισοδύναμο κύκλωμα της δοκιμής βραχυκύκλωσης είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.23.** Ισοδύναμο κύκλωμα σύγχρονης τριφασικής μηχανής κατά την δοκιμή βραχυκύκλωσης.

Η χαρακτηριστική ανοιχτοκύκλωσης και η χαρακτηριστική βραχυκύκλωσης είναι οι εξής (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):



**Εικόνα 1.24.** Η χαρακτηριστική ανοιχτοκύκλωσης και η χαρακτηριστική βραχυκύκλωσης με επισημασμένα τα απαραίτητα σημεία τους για τον υπολογισμό των παραμέτρων του ισοδύναμου κυκλώματος μίας σύγχρονης μηχανής.

Εκ των χαρακτηριστικών της εικόνας (1.24), εξάγεται ότι η **σύγχρονη εμπέδηση** (synchronous impedance) μίας σύγχρονης μηχανής υπολογίζεται από την εξής σχέση (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$Z_s = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} \quad (1.38)$$

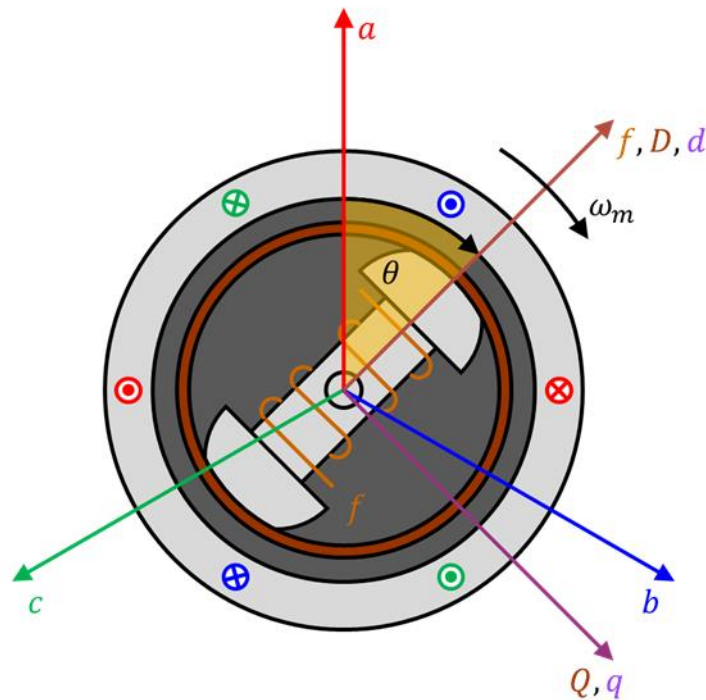
Δεδομένης της ωμικής αντίστασης τυμπάνου και της σύγχρονης εμπέδησης και σύμφωνα με το **Πυθαγόρειο Θεώρημα** (Pythagorean Theorem), η σύγχρονη αντίδραση μίας σύγχρονης μηχανής υπολογίζεται από την εξής σχέση (ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2020):

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_a^2} \quad (1.39)$$



## 1.2.10 Δυναμική Ανάλυση

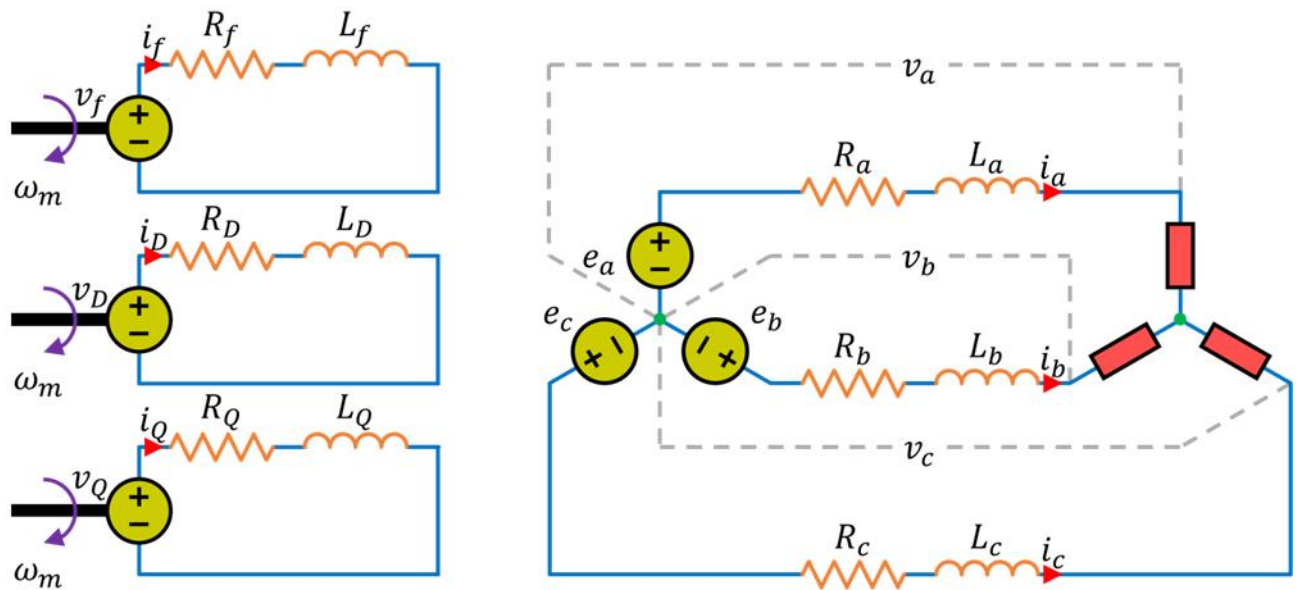
Σε αντίθεση με την ανάλυση ενός συστήματος στην μόνιμη κατάσταση, όπου τα μεγέθη του δεν υπόκεινται σε μεταβολές, η **δυναμική ανάλυση** (dynamic analysis) ενός συστήματος είναι η μελέτη της συμπεριφοράς του στην **μεταβατική κατάσταση** (transient state), δηλαδή σε καταστάσεις χρονικών μεταβολών των μεγεθών του. Στην περίπτωση μίας ηλεκτρικής μηχανής, αυτό μεταφράζεται σε μεταβολές, όπως, για παράδειγμα, κατά την διάρκεια της εκκίνησής της, απότομης μεταβολής του φορτίου της, πέδησής της κ.τ.λ. Όσον αφορά την δυναμική ανάλυση μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής, δηλαδή την ανάλυσή της στην μεταβατική κατάσταση, αυτή είναι ως εξής: Θεωρούμε ότι η μηχανή είναι διπολική και αποτελείται από το τριφασικό τύλιγμα τυμπάνου (φάσεις  $a$ ,  $b$  και  $c$ ), το τύλιγμα διέγερσης ( $f$ ) και δύο τυλίγματα απόσβεσης (damper windings) ( $D$  και  $Q$ ), των οποίων οι μαγνητικοί άξονες ( $d$  και  $q$ ), είναι στο σημείο αναφοράς (για  $\theta = 0^\circ$ ), αντίστοιχα, ο ένας παράλληλος με το διάνυσμα της φάσης  $a$  (ορθός άξονας) και ο άλλος κάθετος με αυτό (κάθετος άξονας). Τα τυλίγματα απόσβεσης είναι, ουσιαστικά, ένας κλωβός αγώγιμων μπαρών, περιμετρικά βραχυκυκλωμένων, ο οποίος περιβάλλει το τύλιγμα διέγερσης και χρησιμοποιείται για την εκκίνηση της μηχανής κατά την λειτουργία της ως κινητήρας, λειτουργώντας ως ασύγχρονη μηχανή βραχυκυκλωμένου δρομέα (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021).



**Εικόνα 1.25.** Σχεδιάγραμμα πρόσοψης διπολικής σύγχρονης τριφασικής μηχανής με τους μαγνητικούς άξονες των τυλιγμάτων της.

### Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

Η δυναμική ανάλυση θα γίνει, θεωρώντας την μηχανή να λειτουργεί ως γεννήτρια. Αυτό συνεπάγεται ότι οι φορές των ρευμάτων θα είναι προς την έξοδο των ακροδεκτών της μηχανής στο τύλιγμα τυμπάνου. Το ισοδύναμο τριφασικό κύκλωμα για την δυναμική ανάλυση μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι το εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):



**Εικόνα 1.26.** Ισοδύναμο τριφασικό κύκλωμα υπό φορτίο σύγχρονης τριφασικής μηχανής στην μεταβατική κατάσταση, όπου οι φορές των ρευμάτων υποδηλώνουν λειτουργία γεννήτριας.

Εκ του ισοδυνάμου κυκλώματος της εικόνας (1.26) και σύμφωνα με τον **Νόμο των Τάσεων του Kirchhoff** στον βρόχο των τυλιγμάτων κάθε φάσης του στάτη και των τυλιγμάτων του δρομέα και σύμφωνα με τον **Νόμο του Ohm** στις ωμικές αντιστάσεις και τον **Νόμο της Επαγωγής του Faraday** στις αυτεπαγωγές, οι εξισώσεις στην μεταβατική κατάσταση μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής είναι οι εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$v_a = -R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \quad (1.40)$$

$$v_b = -R_b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \quad (1.41)$$

$$v_c = -R_c i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} \quad (1.42)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (1.43)$$

$$v_D = R_D i_D + \frac{d\lambda_D}{dt} \quad (1.44)$$

$$v_Q = R_Q i_Q + \frac{d\lambda_Q}{dt} \quad (1.45)$$

όπου:

$v_i$  Τάση στα άκρα του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (V)

$R_i$  Ωμική αντίσταση του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (Ω)

$i_i$  Ρεύμα που διαρρέει το  $i$ -οστό τυλίγμα του στάτη ή του δρομέα (A)

$\lambda_i$  Πεπλεγμένη ροή του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (Wb)

Οι σχέσεις των πεπλεγμένων ροών των τυλιγμάτων του στάτη και του δρομέα δίνεται σε μορφή μητρών μέσω της παρακάτω σχέσης:

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \lambda_f \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

όπου:

$L_{ii}$  Αυτεπαγωγή του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (H)

$L_{ij}$  Αλληλεπαγωγή μεταξύ του  $i$ -οστού και του  $j$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (H)

Θεωρούμε ότι η μήτρα των αυτεπαγωγών και των αλληλεπαγωγών είναι **συμμετρική**, δηλαδή:

$$L_{ij} = L_{ji}, \quad i \neq j \quad (1.47)$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_f \\ v_D \\ v_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} & L_{aD} & L_{aQ} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} & L_{bD} & L_{bQ} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} & L_{cD} & L_{cQ} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} & L_{fD} & L_{fQ} \\ L_{Da} & L_{Db} & L_{Dc} & L_{Df} & L_{DD} & L_{DQ} \\ L_{Qa} & L_{Qb} & L_{Qc} & L_{Qf} & L_{QD} & L_{QQ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_a \\ -i_b \\ -i_c \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

**1.2.10.1 Αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων του στάτη**

Όσον αφορά τις αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων του στάτη, αυτές είναι εξαρτώμενες από την γωνία πολικού βήματος. Λαμβάνουν την μέγιστη τιμή τους όταν ο ορθός άξονας συμπίπτει με τον μαγνητικό άξονα της εκάστοτε φάσης και την ελάχιστη τιμή τους όταν ο κάθετος άξονας συμπίπτει με τον μαγνητικό άξονα της εκάστοτε φάσης. Είναι, δηλαδή, ανάλογες του συνημιτόνου της γωνίας πολικού βήματος. Συγκεκριμένα, δίνονται από τις εξής σχέσεις (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$L_{aa} = L_s + L_{ms} \cos(2\theta) \quad (1.49)$$

$$L_{bb} = L_s + L_{ms} \cos[2(\theta - 120^\circ)] \quad (1.50)$$

$$L_{cc} = L_s + L_{ms} \cos[2(\theta + 120^\circ)] \quad (1.51)$$

Οι τιμές των αυτεπαγωγών των τυλιγμάτων του στάτη είναι πάντα θετικές, δηλαδή:

$$L_s > L_{ms} \quad (1.52)$$

όπου:

$L_s$  Κατακόρυφη μετατόπιση των αυτεπαγωγών των τυλιγμάτων του στάτη (H)

$L_{ms}$  Πλάτος των αυτεπαγωγών και των αλληλεπαγωγών των τυλιγμάτων του στάτη (H)

**1.2.10.2 Αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη**

Όσον αφορά τις αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη, αυτές είναι, επίσης, εξαρτώμενες από την γωνία πολικού βήματος. Λαμβάνουν την μέγιστη, κατά μέτρον, τιμή τους όταν ο ορθός άξονας έχει φορέα την διχοτόμο της γωνίας μεταξύ του μαγνητικού άξονα της εκάστοτε φάσης και του αντίθετου άξονα της επόμενης, κατά σειρά, φάσης. Συγκεκριμένα, δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$L_{ab} = L_{ba} = -(M_s + L_{ms} \cos[2(\theta + 30^\circ)]) \quad (1.53)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = -(M_s + L_{ms} \cos[2(\theta - 90^\circ)]) \quad (1.54)$$

$$L_{ca} = L_{ac} = -(M_s + L_{ms} \cos[2(\theta + 150^\circ)]) \quad (1.55)$$

Οι τιμές των αλληλεπαγωγών μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη είναι πάντα αρνητικές, δηλαδή:

$$M_s > L_{ms} \quad (1.56)$$

όπου:

$M_s$  Κατακόρυφη μετατόπιση των αλληλεπαγωγών μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη (H)

**1.2.10.3 Αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων του δρομέα**

Όσον αφορά τις αυτεπαγωγές των τυλιγμάτων του δρομέα, αυτές είναι σταθερές. Συγκεκριμένα, δίνονται από τις εξής σχέσεις (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$L_{ff} = L_f \quad (1.57)$$

$$L_{DD} = L_D \quad (1.58)$$

$$L_{QQ} = L_Q \quad (1.59)$$

όπου:

$$L_f \quad \text{Σταθερή τιμή της αυτεπαγωγής του τυλίγματος διέγερσης} \quad (H)$$

$$L_D \quad \text{Σταθερή τιμή της αυτεπαγωγής του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα} \quad (H)$$

$$L_Q \quad \text{Σταθερή τιμή της αυτεπαγωγής του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα} \quad (H)$$

**1.2.10.4 Αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του δρομέα**

Όσον αφορά τις αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του δρομέα, αυτή μεταξύ του τυλίγματος διέγερσης και του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα είναι, επίσης, σταθερή, καθώς οι μαγνητικοί τους άξονες συμπίπτουν. Αντίθετα, η αλληλεπαγωγή μεταξύ του τυλίγματος διέγερσης και του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, καθώς και η αλληλεπαγωγή μεταξύ των τυλιγμάτων απόσβεσης είναι μηδενικές, καθώς οι μαγνητικοί τους άξονες είναι κάθετοι μεταξύ τους. Συγκεκριμένα, δίνονται από τις εξής σχέσεις (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$L_{fD} = L_{Df} = M_r \quad (1.60)$$

$$L_{fQ} = L_{Qf} = 0 \quad (1.61)$$

$$L_{DQ} = L_{QD} = 0 \quad (1.62)$$

όπου:

$$M_r \quad \text{Σταθερή τιμή της αλληλεπαγωγής μεταξύ του τυλίγματος διέγερσης και του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα} \quad (H)$$

**1.2.10.5 Αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του δρομέα**

Όσον αφορά τις αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του δρομέα, αυτές είναι, επίσης, εξαρτώμενες από την πολική γωνία. Συγκεκριμένα, δίνονται από τις εξής σχέσεις (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

**Αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος διέγερσης:**

$$L_{af} = L_{fa} = M_f \cos(\theta) \quad (1.63)$$

$$L_{bf} = L_{fb} = M_f \cos(\theta - 120^\circ) \quad (1.64)$$

$$L_{cf} = L_{fc} = M_f \cos(\theta + 120^\circ) \quad (1.65)$$

όπου:

$M_f$  Μέγιστη τιμή της αλληλεπαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος διέγερσης (H)

**Αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα:**

$$L_{aD} = L_{Da} = M_D \cos(\theta) \quad (1.66)$$

$$L_{bD} = L_{Db} = M_D \cos(\theta - 120^\circ) \quad (1.67)$$

$$L_{cD} = L_{Dc} = M_D \cos(\theta + 120^\circ) \quad (1.68)$$

όπου:

$M_D$  Μέγιστη τιμή της αλληλεπαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα (H)

**Αλληλεπαγωγές μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα:**

$$L_{aQ} = L_{Qa} = M_Q \cos(\theta + 90^\circ) \quad (1.69)$$

$$L_{bQ} = L_{Qb} = M_Q \cos(\theta + 90^\circ - 120^\circ) \quad (1.70)$$

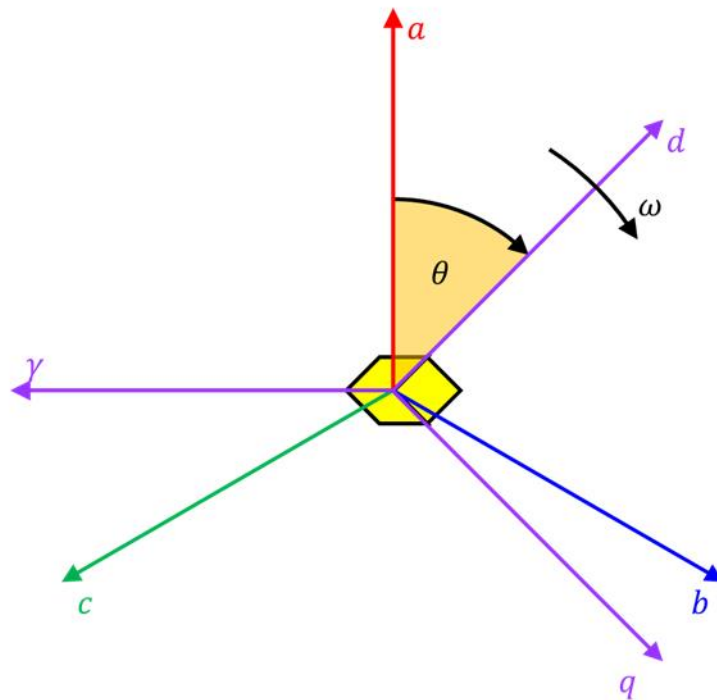
$$L_{cQ} = L_{Qc} = M_Q \cos(\theta + 90^\circ + 120^\circ) \quad (1.71)$$

όπου:

$M_Q$  Μέγιστη τιμή της αλληλεπαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα (H)

**1.2.10.6 Μετασχηματισμός Park**

Για να μπορέσουμε να μελετήσουμε με μεγαλύτερη ευχέρεια τις παραπάνω εξισώσεις, χρησιμοποιούμε τον **μετασχηματισμό Park** (Park transform), ο οποίος μετατρέπει τις γωνιακά μεταβαλλόμενες αυτεπαγωγές και αλληλεπαγωγές σε σταθερές. Συγκεκριμένα, οι γωνιακά μεταβαλλόμενες αυτεπαγωγές και αλληλεπαγωγές είναι αυτές, οι οποίες εμπλέκουν τις τρεις φάσεις,  $a$ ,  $b$  και  $c$ . Μέσω του μετασχηματισμού Park, οι εξισώσεις των τριών αυτών φάσεων μετασχηματίζονται, ώστε οι μαγνητικοί τους άξονες να συμπίπτουν με αυτών του ορθού και του καθέτου άξονα. Κατ'αυτόν τον τρόπο, οι μαγνητικοί άξονες των τυλιγμάτων του στάτη και του δρομέα δεν έχουν σχετική γωνιακή ταχύτητα περιστροφής μεταξύ τους. Οι μαγνητικοί άξονες του μετασχηματισμού Park είναι οι  $d$ ,  $q$  και  $\gamma$ , όπου ο  $\gamma$  είναι ένας μαγνητικός άξονας κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν οι  $d$  και  $q$ , με αποτέλεσμα να μην συνεισφέρει στο συνιστάμενο μαγνητικό πεδίο των  $d$  και  $q$  (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021).



**Εικόνα 1.27.** Σχεδιάγραμμα των μαγνητικών αξόνων των τυλιγμάτων μίας σύγχρονης τριφασικής μηχανής με τους μαγνητικούς άξονες του μετασχηματισμού Park.



Όπως θα διαπιστώσουμε παρακάτω, ο μετασχηματισμός Park έχει σαν αποτέλεσμα οι αυτεπαγωγές και οι αλληλεπαγωγές να είναι σταθερές ποσότητες, μετατρέποντας, έτσι, το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων σε γραμμικό με σταθερούς συντελεστές, άρα και ευκολότερα επιλύσιμο. Όπως όλοι οι μετασχηματισμοί των Μαθηματικών, έτσι και ο μετασχηματισμός Park έχει και αντίστροφο μετασχηματισμό, μέσω του οποίου επανερχόμαστε στις αρχικές ποσότητες. Οι μήτρες μετασχηματισμών Park είναι οι εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$[C] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.72)$$

$$[C]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta - 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.73)$$

όπου:

$[C]$  Μήτρα μετασχηματισμού Park (-)

$[C]^{-1}$  Αντίστροφη μήτρα μετασχηματισμού Park (-)

**Παρατήρηση:** Παρατηρούμε ότι η μήτρα του αντίστροφου μετασχηματισμού Park είναι ίση με την ανάστροφη της μήτρας μετασχηματισμού. Η μήτρα μετασχηματισμού είναι, δηλαδή, **ορθογώνια**. Όπως θα δούμε παρακάτω, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα οι σχέσεις της ενεργού ισχύος να είναι ίσες πριν και μετά τον μετασχηματισμό.

Οι αντίστοιχοι μετασχηματισμοί είναι οι εξής:

Μετασχηματισμοί τάσεων:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_\gamma \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (1.74)$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = [C]^{-1} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_\gamma \end{bmatrix} \quad (1.75)$$

Μετασχηματισμοί ρευμάτων:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1.76)$$

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [C]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} \quad (1.77)$$

Μετασχηματισμοί πεπλεγμένων ροών:

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_\gamma \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (1.78)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} = [C]^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_\gamma \end{bmatrix} \quad (1.79)$$

Μετασχηματισμός ενεργού ισχύος:

$$p_{out} = [v_a \ v_b \ v_c] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [v_d \ v_q \ v_\gamma] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} \quad (1.80)$$

όπου:

$p_{out}$  Ενεργός ισχύς εξόδου της μηχανής (H)

**Απόδειξη:**

$$p_{out} = [v_a \ v_b \ v_c] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = [[C]^{-1}]^T [v_d \ v_q \ v_\gamma] [C]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} = [[C]^T]^T [v_d \ v_q \ v_\gamma] [C]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix}$$

$$=$$

$$[C] [v_d \ v_q \ v_\gamma] [C]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} = [v_d \ v_q \ v_\gamma] [C] [C]^{-1} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} = [v_d \ v_q \ v_\gamma] [I_3] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} =$$

$$[v_d \ v_q \ v_\gamma] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix}$$

**Παρατήρηση:** Παρατηρούμε ότι οι σχέσεις της ενεργού ισχύος είναι αναλλοίωτες πριν και μετά τον μετασχηματισμό.

Η σχέση (1.48) μετασχηματίζεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_\gamma \\ v_f \\ v_D \\ v_Q \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_\gamma \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & kM_f & kM_D & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & kM_Q \\ 0 & 0 & L_\gamma & 0 & 0 & 0 \\ kM_f & 0 & 0 & L_f & M_r & 0 \\ kM_D & 0 & 0 & M_r & L_D & 0 \\ 0 & kM_Q & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_\gamma \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} 0 & -\omega L_q & 0 & 0 & 0 & -\omega kM_Q \\ \omega L_d & 0 & 0 & \omega kM_f & \omega kM_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_\gamma \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.81}$$

όπου:

$$k = \sqrt{\frac{3}{2}} \tag{1.82}$$

$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2} L_{ms} \tag{1.83}$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2} L_{ms} \tag{1.84}$$

$$L_\gamma = L_s - 2M_s \tag{1.85}$$

$$\begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & kM_f & kM_D & 0 \\ 0 & L_q & 0 & 0 & 0 & kM_Q \\ 0 & 0 & L_\gamma & 0 & 0 & 0 \\ kM_f & 0 & 0 & L_f & M_r & 0 \\ kM_D & 0 & 0 & M_r & L_D & 0 \\ 0 & kM_Q & 0 & 0 & 0 & L_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -i_d \\ -i_q \\ -i_\gamma \\ i_f \\ i_D \\ i_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_\gamma \\ \lambda_f \\ \lambda_D \\ \lambda_Q \end{bmatrix} \tag{1.86}$$

**Απόδειξη:** Η απόδειξη της σχέσης (1.81) είναι εκτενής και δεν θα γραφεί στην παρούσα εργασία. Αξίζει να σημειωθεί, ωστόσο, ότι πραγματοποιείται μέσω χρήσης ιδιοτήτων μητρών και τριγωνομετρικών ιδιοτήτων.

Εκ της σχέσης (1.86) συνεπάγονται οι εξής σχέσεις:

$$\lambda_d = -L_d i_d + kM_f i_f + kM_D i_D \quad (1.87)$$

$$\lambda_q = -L_q i_q + kM_Q i_Q \quad (1.88)$$

$$\lambda_\gamma = -L_\gamma i_\gamma \quad (1.89)$$

$$\lambda_f = -kM_f i_d + L_f i_f + M_r i_D \quad (1.90)$$

$$\lambda_D = -kM_D i_d + M_r i_f + L_D i_D \quad (1.91)$$

$$\lambda_Q = kM_Q i_q + L_Q i_Q \quad (1.92)$$

Εκ των ανωτέρω σχέσεων συνεπάγονται οι εξής σχέσεις:

$$v_d = -R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega \lambda_q \quad (1.93)$$

$$v_q = -R_b i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega \lambda_d \quad (1.94)$$

$$v_\gamma = -R_c i_\gamma + \frac{d\lambda_\gamma}{dt} \quad (1.95)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (1.96)$$

$$v_D = R_D i_D + \frac{d\lambda_D}{dt} \quad (1.97)$$

$$v_Q = R_Q i_Q + \frac{d\lambda_Q}{dt} \quad (1.98)$$

Οι μεταβλητές των αξόνων του μετασχηματισμού Park έχουν και **φυσική υπόσταση**. Συγκεκριμένα, τα ρεύματα  $i_d$  και  $i_q$  είναι τα ρεύματα, τα οποία διαρρέουν δύο **φανταστικά τυλίγματα** (fictitious coils), των οποίων το άθροισμα των εντάσεων είναι ίσο με το μέτρο του διανυσματικού αθροίσματος των ρευμάτων  $i_a$ ,  $i_b$  και  $i_c$  και των οποίων οι μαγνητικοί άξονες είναι ο ορθός και ο κάθετος άξονας, αντίστοιχα, οι οποίοι περιστρέφονται με την κυκλική συχνότητα των τριών φάσεων. Αντίθετα, το ρεύμα  $i_\gamma$  δεν εμπλέκεται σε αυτό το άθροισμα, καθώς ο μαγνητικός του άξονας είναι κάθετος στο επίπεδο που ορίζουν ο ορθός και ο κάθετος άξονας (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021).

#### Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

Στην πραγματικότητα, δεν συζευγνύονται εξ ολοκλήρου οι πεπλεγμένες ροές μεταξύ των τυλιγμάτων της μηχανής, αλλά υπεισέρχονται και κάποιες **ροές σκέδασης** (leakage fluxes), στις οποίες αντιστοιχούν **αυτεπαγωγές σκέδασης** (leakage inductances). Οι σχέσεις των πεπλεγμένων ροών παίρνουν την εξής μορφή (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$\lambda_d + L_{ld}i_d = -(L_d - L_{ld})i_d + kM_f i_f + kM_D i_D \quad (1.99)$$

$$\lambda_q + L_{lq}i_q = -(L_q - L_{lq})i_q + kM_Q i_Q \quad (1.100)$$

$$\lambda_f - L_{lf}i_f = -kM_f i_d + (L_f - L_{lf})i_f + M_r i_D \quad (1.101)$$

$$\lambda_D - L_{lD}i_D = -kM_D i_d + M_r i_f + (L_D - L_{lD})i_D \quad (1.102)$$

$$\lambda_Q - L_{lQ}i_Q = kM_Q i_q + (L_Q - L_{lQ})i_Q \quad (1.103)$$

όπου:

$L_{li}$  Αυτεπαγωγή σκέδασης του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (H)

**1.2.10.7 Ηλεκτρομαγνητική Ροπή**

Όσον αφορά την **ηλεκτρομαγνητική ροπή**, η σχέση της μπορεί να εξαχθεί από την σχέση της ηλεκτρομαγνητικής ισχύος, της οποίας η σχέση μπορεί να εξαχθεί από την ήδη γνωστή σχέση της ισχύος εξόδου, αν σε αυτήν διαχωρίσουμε την ισχύ ηλεκτρικών απωλειών και την αποθηκευμένη στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο ισχύ, θεωρώντας τις απώλειες μαγνητικής υστέρησης και δινορρευμάτων αμελητέες. Εφόσον το ρεύμα  $i_\gamma$  δεν εμπλέκεται στην ηλεκτρομηχανική μετατροπή ενέργειας, η σχέση της ηλεκτρομαγνητικής ισχύος είναι η εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$\tau_{em} = \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (1.104)$$

**Απόδειξη:**

$$p_{out} = [v_d \quad v_q \quad v_\gamma] \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} = v_d i_d + v_q i_q + v_\gamma i_\gamma = v_d i_d + v_q i_q =$$

$$\left(-R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega \lambda_q\right) i_d + \left(-R_b i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega \lambda_d\right) i_q =$$

$$-R_a i_d^2 + \frac{d\lambda_d}{dt} i_d - \omega \lambda_q i_d - R_b i_q^2 + \frac{d\lambda_q}{dt} i_q + \omega \lambda_d i_q =$$

$$\underbrace{(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \omega}_{p_{em}} + \underbrace{\left(\frac{d\lambda_d}{dt} i_d + \frac{d\lambda_q}{dt} i_q\right)}_{p_{fs}} - \underbrace{(R_a i_d^2 + R_b i_q^2)}_{p_{el}}$$

$$p_{em} = (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \omega = (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \left(\frac{P}{2} \omega_m\right) = \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \omega_m$$

$$p_{em} = \tau_{em} \omega_m \Rightarrow \tau_{em} = \frac{p_{em}}{\omega_m} \Rightarrow \tau_{em} = \frac{\left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \omega_m}{\omega_m} \Rightarrow \tau_{em} = \left(\frac{P}{2}\right) (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)$$

**Παρατήρηση:** Η ηλεκτρομαγνητική ροπή δεν παράγεται από την αλληλεπίδραση των πεπλεγμένων ροών με τα ρεύματα των ιδίων τυλιγμάτων (ορθού και καθέτου άξονα), αλλά από την αλληλεπίδραση των πεπλεγμένων ροών με τα ρεύματα των ετέρων τυλιγμάτων (ορθού με κάθετο άξονα και καθέτου με ορθό άξονα). Ο όρος θετικού προσήμου ( $\lambda_d i_q$ ) αποτελεί την **κινούσα ροπή**, ενώ ο όρος αρνητικού προσήμου ( $-\lambda_q i_d$ ) αποτελεί την **επιβραδύνουσα ροπή**.

**1.2.10.8 Ανά Μονάδα Σύστημα**

Η ύπαρξη ενός συστήματος ηλεκτρομηχανικής μετατροπής ενέργειας, όπως είναι μία σύγχρονη μηχανή, σε ένα **σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας** (electric power system), μας οδηγεί στην αναγωγή της σε ένα **ανά μονάδα σύστημα** (per-unit system). Σε ένα ανά μονάδα σύστημα, όλα τα μεγέθη είναι αδιάστατα και χαρακτηρίζονται από μία **ανά μονάδα τιμή** (per-unit value), η οποία ορίζεται ως ο λόγος της **απόλυτης τιμής** (absolute value) του μεγέθους διαιρούμενου προς μία **βασική τιμή** (base value), της οποίας η επιλογή εξαρτάται από το εκάστοτε σύστημα. Αφού γίνει η μετατροπή όλων των μεγεθών σε ανά μονάδα τιμές, δύναται η ανάλυση με τις κλασσικές μεθόδους και, τέλος, η μετατροπή των υπολογισμένων τιμών από ανά μονάδα σε απόλυτες τιμές (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021). Σε μία σύγχρονη μηχανή:

Ως **βασική τάση των τυλιγμάτων του στάτη** επιλέγεται η ονομαστική φασική τάση της μηχανής, δηλαδή η εξής:

$$V_b = V_{no} \quad (1.105)$$

όπου:

$V_b$  Βασική τάση της μηχανής (V)

$V_{no}$  Ονομαστική φασική τάση της μηχανής (V)

Ως **βασικό ρεύμα των τυλιγμάτων του στάτη** επιλέγεται το ονομαστικό ρεύμα τυμπάνου της μηχανής, δηλαδή το εξής:

$$I_b = I_{no} \quad (1.106)$$

όπου:

$I_b$  Βασικό ρεύμα της μηχανής (A)

$I_{no}$  Ονομαστικό ρεύμα τυμπάνου της μηχανής (A)

Ως **βασική κυκλική συχνότητα των τάσεων του στάτη** επιλέγεται η ονομαστική κυκλική συχνότητα της μηχανής, δηλαδή η εξής:

$$\omega_b = 2\pi f_{no} \quad (1.107)$$

όπου:

$\omega_b$  Βασική κυκλική συχνότητα της μηχανής (rad/s)

$f_{no}$  Ονομαστική συχνότητα της μηχανής (Hz)

Ως **βασική ισχύς των τυλιγμάτων του στάτη** ορίζεται η εξής:

$$S_b = V_b I_b \quad (1.108)$$

όπου:

$S_b$  Βασική ισχύς της μηχανής (VA)

Ως **βασική αντίσταση των τυλιγμάτων του στάτη** ορίζεται η εξής:

$$R_b = \frac{V_b}{I_b} \quad (1.109)$$

όπου:

$R_b$  Βασική αντίσταση της μηχανής (Ω)

Ως **βασικός χρόνος** ορίζεται ο εξής:

$$t_b = \frac{1}{\omega_b} \quad (1.110)$$

όπου:

$\omega_b$  Βασική κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου της μηχανής (rad/s)

Ως **βασική πεπλεγμένη ροή των τυλιγμάτων του στάτη** ορίζεται η εξής:

$$\lambda_b = V_b t_b \quad (1.111)$$

όπου:

$\lambda_b$  Βασική πεπλεγμένη ροή της μηχανής (Wb)

Ως **βασική αυτεπαγωγή των τυλιγμάτων του στάτη** ορίζεται η εξής:

$$L_b = \frac{\lambda_b}{I_b} \quad (1.112)$$

όπου:

$L_b$  Βασική αυτεπαγωγή της μηχανής (H)

Ως **βασική γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα** ορίζεται η εξής:

$$\omega_{mb} = \frac{2}{p} \omega_b \quad (1.113)$$

όπου:

$\omega_{mb}$  Βασική γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα (rad/s)

Ως **βασική ροπή** ορίζεται η εξής:

$$T_b = \frac{3S_b}{\omega_{mb}} \quad (1.114)$$

όπου:

$T_b$  Βασική ροπή (N · m)



Όσον αφορά την επιλογή βασικών τιμών για τα μεγέθη του δρομέα, αυτή θα γίνει βάσει της **ιδέας των ίσων πεπλεγμένων ροών** (equal flux linkages concept), κατά την οποία τα βασικά ρεύματα των τυλιγμάτων του δρομέα παράγουν την ίδια θεμελιώδη πεπλεγμένη ροή στο διάκενο της μηχανής με αυτήν των βασικών ρευμάτων του ορθού και του καθέτου άξονα. Αυτή η επιλογή γίνεται, ώστε οι βασικές τιμές των τυλιγμάτων του δρομέα να είναι, προσεγγιστικά, εγγύτερες με αυτές των τυλιγμάτων του στάτη και αυτό, εξαιτίας της μεγάλης διαφοράς στην τάξη μεγέθους της ονομαστικής ισχύος του στάτη από αυτήν του δρομέα (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021).

Ως **βασικό ρεύμα των τυλιγμάτων του ορθού και του καθέτου άξονα** επιλέγεται το βασικό ρεύμα του στάτη, δηλαδή το εξής:

$$i_d = i_q = I_b \quad (1.115)$$

Οι **βασικές ροές**, λοιπόν, συνδέονται με τις εξής σχέσεις:

$$(L_d - L_{ld})I_b = kM_f I_{fb} = kM_D I_{Db} \quad (1.116)$$

$$(L_q - L_{lq})I_b = kM_Q I_{Qb} \quad (1.117)$$

$$kM_f I_b = (L_f - L_{lf})I_{fb} = M_r I_{Db} \quad (1.118)$$

$$kM_D I_b = M_r I_{fb} = (L_D - L_{lD})I_{Db} \quad (1.119)$$

$$kM_Q I_b = (L_Q - L_{lQ})I_{Qb} \quad (1.120)$$

όπου:

$I_{fb}$  Βασικό ρεύμα διέγερσης (A)

$I_{Db}$  Βασικό ρεύμα του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα (A)

$I_{Qb}$  Βασικό ρεύμα του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα (A)

Εφόσον η βασική ισχύς πρέπει να είναι η ίδια για όλο το σύστημα της μηχανής, θα ισχύει το εξής:

$$S_b = V_b I_b = V_{ib} I_{ib} \quad (1.121)$$

όπου:

$I_{ib}$  Βασικό ρεύμα του i-οστού τυλίγματος του δρομέα (A)

$$k_f = \frac{kM_f}{L_d - L_{ld}} \quad (1.122)$$

$$k_D = \frac{kM_D}{L_d - L_{ld}} \quad (1.123)$$

$$k_Q = \frac{kM_Q}{L_q - L_{lq}} \quad (1.124)$$

**Απόδειξη:** Εκ των σχέσεων (1.116), (1.117) και (1.121) προκύπτουν τα εξής:

$$V_b I_b = V_{fb} I_{fb} \Rightarrow \frac{V_{fb}}{V_b} = \frac{I_b}{I_{fb}} = \frac{kM_f}{L_d - L_{ld}} = k_f$$

$$V_b I_b = V_{Db} I_{Db} \Rightarrow \frac{V_{Db}}{V_b} = \frac{I_b}{I_{Db}} = \frac{kM_D}{L_d - L_{ld}} = k_D$$

$$V_b I_b = V_{Qb} I_{Qb} \Rightarrow \frac{V_{Qb}}{V_b} = \frac{I_b}{I_{Qb}} = \frac{kM_Q}{L_d - L_{ld}} = k_Q$$

Ως βασικές αντιστάσεις των τυλίγμάτων του δρομέα ορίζονται οι εξής:

$$R_{fb} = k_f^2 R_b \quad (1.125)$$

$$R_{Db} = k_D^2 R_b \quad (1.126)$$

$$R_{Qb} = k_Q^2 R_b \quad (1.127)$$

όπου:

$R_{fb}$  Βασική αντίσταση του τυλίγματος διέγερσης (Ω)

$R_{Db}$  Βασική αντίσταση του τυλίγματος απόσβεσης του ορθού άξονα (Ω)

$R_{Qb}$  Βασική αντίσταση του τυλίγματος απόσβεσης του καθέτου άξονα (Ω)

**Απόδειξη:** Εκ των σχέσεων (1.109), (1.121) και της απόδειξης των σχέσεων (1.122), (1.123) και (1.124) προκύπτουν τα εξής:

$$R_{fb} = \frac{V_{fb}}{I_{fb}} = \frac{V_{fb} I_{fb}}{I_{fb} I_{fb}} = \frac{V_b I_b}{I_{fb} I_{fb}} = \frac{V_b I_b}{I_{fb} I_{fb}} = \frac{V_b}{I_{fb}} k_f = \frac{V_b}{\frac{I_b}{k_f}} k_f = \frac{V_b}{I_b} k_f^2 = R_b k_f^2 = k_f^2 R_b$$

Ομοίως, αποδεικνύονται και οι σχέσεις (1.126) και (1.127).

Ως βασικές αυτεπαγωγές των τυλίγμάτων του δρομέα ορίζονται οι εξής:

$$L_{fb} = k_f^2 L_b \quad (1.128)$$

$$L_{Db} = k_D^2 L_b \quad (1.129)$$

$$L_{Qb} = k_Q^2 L_b \quad (1.130)$$

όπου:

$L_{fb}$  Βασική αυτεπαγωγή του τυλίγματος διέγερσης (H)

$L_{Db}$  Βασική αυτεπαγωγή του τυλίγματος απόσβεσης του ορθού άξονα (H)

$L_{Qb}$  Βασική αυτεπαγωγή του τυλίγματος απόσβεσης του καθέτου άξονα (H)

**Απόδειξη:** Εκ των σχέσεων (1.111), (1.112) και της απόδειξης των σχέσεων (1.122), (1.123) και (1.124) προκύπτουν τα εξής:

$$L_{fb} = \frac{\lambda_{fb}}{I_{fb}} = \frac{V_{fb} t_b}{I_{fb}} = R_{fb} t_b = k_f^2 R_b t_b = k_f^2 \frac{V_b}{I_b} t_b = k_f^2 \frac{V_b t_b}{I_b} = k_f^2 \frac{\lambda_b}{I_b} = k_f^2 L_b$$

Ομοίως, αποδεικνύονται και οι σχέσεις (1.129) και (1.130).

Ως βασικές αλληλεπαγωγές των τυλιγμάτων του δρομέα ορίζονται οι εξής:

$$M_{fb} = k_f L_b \quad (1.131)$$

$$M_{Db} = k_D L_b \quad (1.132)$$

$$M_{Qb} = k_Q L_b \quad (1.133)$$

$$M_{rb} = k_f k_D L_b \quad (1.134)$$

όπου:

$M_{fb}$  Βασική τιμή της σταθερής τιμής της αλληλεπαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος διέγερσης (H)

$M_{Db}$  Βασική τιμή της σταθερής τιμής της αλληλεπαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα (H)

$M_{Qb}$  Βασική τιμή της σταθερής τιμής της αλληλεπαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα (H)

$M_{rb}$  Βασική τιμή της σταθερής τιμής αλληλεπαγωγής μεταξύ του τυλίγματος διέγερσης και του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα (H)

**Απόδειξη:** Εκ των σχέσεων (1.111), (1.112) και της απόδειξης των σχέσεων (1.122), (1.123) και (1.124) προκύπτουν τα εξής:

$$M_{fb} = \frac{\lambda_b}{I_{fb}} = \frac{V_b t_b}{\frac{I_b}{k_f}} = k_f \frac{V_b t_b}{I_b} = k_f \frac{\lambda_b}{I_b} = k_f L_b$$

Ομοίως, αποδεικνύονται και οι σχέσεις (1.132) και (1.133).

$$M_{rb} = \frac{\lambda_{fb}}{I_{Db}} = \frac{V_{fb} t_b}{\frac{I_b}{k_D}} = k_D \frac{V_{fb} t_b}{I_b} = k_D \frac{k_f V_b t_b}{I_b} = k_f k_D \frac{\lambda_b}{I_b} = k_f k_D L_b$$

Βάσει του ορισμού της ανά μονάδα τιμής και, έχοντας εξάγει τις βασικές τιμές του συστήματος, οι ανά μονάδα τιμές μίας σύγχρονης μηχανής είναι οι εξής:

$$R_{au} = \frac{R_a}{R_b} \quad (1.135)$$

$$R_{bu} = \frac{R_b}{R_b} \quad (1.136)$$

$$R_{cu} = \frac{R_b}{R_b} \quad (1.137)$$

$$R_{fu} = \frac{R_f}{R_{fb}} \quad (1.138)$$

$$R_{Du} = \frac{R_D}{R_{Db}} \quad (1.139)$$

$$R_{Qu} = \frac{R_Q}{R_{Qb}} \quad (1.140)$$

$$L_{du} = \frac{L_d}{L_b} \quad (1.141)$$

$$L_{qu} = \frac{L_q}{L_b} \quad (1.142)$$

$$L_{ldu} = \frac{L_{ld}}{L_b} \quad (1.143)$$

$$L_{lqu} = \frac{L_{lq}}{L_b} \quad (1.144)$$

$$L_{fqu} = \frac{L_f}{L_{fb}} \quad (1.145)$$

$$L_{Du} = \frac{L_D}{L_{Db}} \quad (1.146)$$

$$L_{Qu} = \frac{L_Q}{L_{Qb}} \quad (1.147)$$

$$L_{lfu} = \frac{L_{lf}}{L_{fb}} \quad (1.148)$$

$$L_{lDu} = \frac{L_{lD}}{L_{Db}} \quad (1.149)$$

$$L_{lQu} = \frac{L_{lQ}}{L_{Qb}} \quad (1.150)$$

$$M_{fu} = \frac{M_f}{M_{fb}} \quad (1.151)$$

$$M_{Du} = \frac{M_D}{M_{Db}} \quad (1.152)$$

$$M_{Qu} = \frac{M_Q}{M_{Qb}} \quad (1.153)$$

$$M_{ru} = \frac{M_r}{M_{rb}} \quad (1.154)$$

όπου:

$R_{iu}$  Ανά μονάδα ωμική αντίσταση του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (-)

$L_{iu}$  Ανά μονάδα αυτεπαγωγή του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (-)

$L_{liu}$  Ανά μονάδα αυτεπαγωγή σκέδασης του  $i$ -οστού τυλίγματος του στάτη ή του δρομέα (-)

$M_{iu}$  Ανά μονάδα σταθερή τιμή της αλληλεπαγωγής μεταξύ των τυλιγμάτων του στάτη και του  $i$ -οστού τυλίγματος του δρομέα (-)

$M_{ru}$  Ανά μονάδα σταθερή τιμή της αλληλεπαγωγής μεταξύ του τυλίγματος διέγερσης και του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα (-)

**Παρατήρηση:** Στην σχέση (1.136) δεν θα πρέπει να συγχέεται ο αριθμητής, ο οποίος είναι η ωμική αντίσταση τυμπάνου της φάσης  $b$  με τον παρονομαστή, ο οποίος είναι η βασική αντίσταση.

Εκ των ανωτέρω σχέσεων και των σχέσεων (1.116)-(1.120), εξάγονται οι εξής ισότητες:

$$L_{du} - L_{idu} = L_{fu} - L_{ifu} = L_{Du} - L_{iDu} = kM_{fu} = kM_{Du} = M_{ru} = L_{ADu} \quad (1.155)$$

$$L_{qu} - L_{iqu} = L_{Qu} - L_{iQu} = kM_{Qu} = L_{AQu} \quad (1.156)$$

όπου:

$L_{ADu}$  Βοηθητική ανά μονάδα αυτεπαγωγή των τυλιγμάτων του ορθού άξονα (-)

$L_{AQu}$  Βοηθητική ανά μονάδα αυτεπαγωγή των τυλιγμάτων του καθέτου άξονα (-)

### 1.2.10.9 Εξισώσεις Κατάστασης

Βάσει των ανωτέρω σχέσεων, οι σχέσεις (1.93)-(1.98) παίρνουν την εξής μορφή (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$v_{du} = -R_{au}i_{du} - \frac{1}{\omega_b} L_{ldu} \frac{di_{du}}{dt} + \frac{1}{\omega_b} L_{ADu} \frac{d(-i_{du} + i_{fu} + i_{Du})}{dt} - \frac{\omega}{\omega_b} (-L_{qu}i_{qu} + kM_{Qu}i_{Qu}) \quad (1.157)$$

$$v_{qu} = -R_{bu}i_{qu} - \frac{1}{\omega_b} L_{lqu} \frac{di_{qu}}{dt} + \frac{1}{\omega_b} L_{AQu} \frac{d(-i_{qu} + i_{Qu})}{dt} + \frac{\omega}{\omega_b} (-L_{du}i_{du} + kM_{fu}i_{fu} + kM_{Du}i_{Du}) \quad (1.158)$$

$$v_{fu} = R_{fu}i_{fu} + \frac{1}{\omega_b} L_{lfu} \frac{di_{fu}}{dt} + \frac{1}{\omega_b} L_{ADu} \frac{d(-i_{du} + i_{fu} + i_{Du})}{dt} \quad (1.159)$$

$$v_{Du} = R_{Du}i_{Du} + \frac{1}{\omega_b} L_{lDu} \frac{di_{Du}}{dt} + L_{ADu} \frac{d(-i_{du} + i_{fu} + i_{Du})}{dt} \quad (1.160)$$

$$v_{Qu} = R_{Qu}i_{Qu} + L_{lQu} \frac{di_{Qu}}{dt} + L_{ADu} \frac{d(i_{qu} + i_{Qu})}{dt} \quad (1.161)$$

Όσον αφορά το **μηχανικό μέρος** μίας σύγχρονης μηχανής, οι ανά μονάδα τιμές του είναι οι εξής:

$$\omega_u = \frac{\omega}{\omega_b} \quad (1.162)$$

$$\tau_{mu} = \frac{\tau_m}{T_b} \quad (1.163)$$

$$\tau_{emu} = \frac{\tau_{em}}{T_b} \quad (1.164)$$

όπου:

$\omega_u$  Ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου της μηχανής (-)

$\tau_{mu}$  Ανά μονάδα μηχανική ροπή στον άξονα της μηχανής (-)

$\tau_{emu}$  Ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητική ροπή της μηχανής (-)

Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

Η διαφορική εξίσωση που το περιγράφει, αμελώντας τις απώλειες λόγω ιξώδους τριβής και ελαστικότητας και για λειτουργία γεννήτριας, είναι η λεγόμενη **Εξίσωση Ταλάντωσης** (Swing Equation), δηλαδή η εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = \tau_m - \tau_{em} \quad (1.165)$$

Η παραπάνω διαφορική εξίσωση στο ανά μονάδα σύστημα παίρνει την εξής μορφή:

$$2H \frac{d\omega_u}{dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \quad (1.166)$$

όπου:

$$H = \frac{W_m}{3S_b} \quad (1.167)$$

όπου:

$$W_m = \frac{1}{2} J \left( \frac{2}{P} \omega_b \right)^2 \quad (1.168)$$

όπου:

$H$  Σταθερά αδράνειας της μηχανής (s)

$W_m$  Κινητική ενέργεια στρεφόμενων μαζών της μηχανής στην σύγχρονη ταχύτητα (J)

**Απόδειξη:**

$$\begin{aligned} J \frac{d\omega_m}{dt} = \tau_m - \tau_{em} &\Rightarrow \frac{J \frac{d\omega_m}{dt}}{T_b} = \frac{\tau_m - \tau_{em}}{T_b} \Rightarrow \frac{J \frac{d\omega_m}{dt}}{\frac{3S_b}{\omega_{mb}}} = \frac{\tau_m}{T_b} - \frac{\tau_{em}}{T_b} \Rightarrow \frac{J \omega_{mb} d\omega_m}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \Rightarrow \\ \frac{J \frac{2}{P} \omega_b d\left(\frac{2}{P}\omega\right)}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} &\Rightarrow J \frac{2 \omega_b}{P} \frac{2 d\omega}{3S_b P dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \Rightarrow J \left(\frac{2}{P}\right)^2 \frac{\omega_b d\omega}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \Rightarrow \\ J \left(\frac{2}{P}\right)^2 \frac{\omega_b d(\omega_u \omega_b)}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} &\Rightarrow J \left(\frac{2}{P}\right)^2 \frac{\omega_b \omega_b d(\omega_u)}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \Rightarrow \\ J \left(\frac{2}{P}\right)^2 \frac{\omega_b^2 d\omega_u}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} &\Rightarrow \frac{J \left(\frac{2}{P}\right)^2 \omega_b^2 d\omega_u}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \Rightarrow \\ \frac{J \left(\frac{2}{P} \omega_b\right)^2 d\omega_u}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} &\Rightarrow 2 \frac{\frac{1}{2} J \left(\frac{2}{P} \omega_b\right)^2 d\omega_u}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \Rightarrow 2 \frac{W_m d\omega_u}{3S_b dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \Rightarrow \\ 2H \frac{d\omega_u}{dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \end{aligned}$$

Οι σχέσεις (1.157)-(1.161) και (1.166) αποτελούν τις **εξισώσεις κατάστασης**, με τα αντίστοιχα ανά μονάδα ρεύματα και την ανά μονάδα κυκλική συχνότητα να αποτελούν τις μεταβλητές κατάστασης.



### 1.2.10.10 Εξισώσεις Κατάστασης ως προς τις Πεπλεγμένες Ροές

Οι εξισώσεις κατάστασης, μπορούν να εκφραστούν ως προς τις αντίστοιχες πεπλεγμένες ροές ως εξής (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$v_{du} = -R_{au}i_{du} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{du}}{dt} - \frac{\omega}{\omega_b} \lambda_{qu} \quad (1.169)$$

$$v_{qu} = -R_{bu}i_{qu} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{qu}}{dt} + \frac{\omega}{\omega_b} \lambda_{du} \quad (1.170)$$

$$v_{fu} = R_{fu}i_{fu} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{fu}}{dt} \quad (1.171)$$

$$v_{Du} = R_{Du}i_{Du} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{Du}}{dt} \quad (1.172)$$

$$v_{Qu} = R_{Qu}i_{Qu} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{Qu}}{dt} \quad (1.173)$$

Βάσει της ιδέας των ίσων πεπλεγμένων ροών, θα ισχύουν οι εξής σχέσεις:

$$\lambda_{du} + L_{idu}i_{du} = \lambda_{fu} - L_{ifu}i_{fu} = \lambda_{Du} - L_{iDu}i_{Du} = \lambda_{ADu} \quad (1.174)$$

$$\lambda_{qu} + L_{iqu}i_{qu} = \lambda_{Qu} - L_{iQu}i_{Qu} = \lambda_{AQu} \quad (1.175)$$

Εκ των ανωτέρω σχέσεων συνεπάγονται οι εξής σχέσεις:

$$i_{du} = \frac{\lambda_{ADu} - \lambda_{du}}{L_{idu}} \quad (1.176)$$

$$i_{qu} = \frac{\lambda_{AQu} - \lambda_{qu}}{L_{iqu}} \quad (1.177)$$

$$i_{fu} = \frac{\lambda_{fu} - \lambda_{ADu}}{L_{ifu}} \quad (1.178)$$

$$i_{Du} = \frac{\lambda_{Du} - \lambda_{ADu}}{L_{iDu}} \quad (1.179)$$

$$i_{Qu} = \frac{\lambda_{Qu} - \lambda_{AQu}}{L_{iQu}} \quad (1.180)$$

Εκ των σχέσεων (1.87)-(1.92), (1.155), (1.156), (1.174) και (1.175) εξάγονται οι εξής σχέσεις:

$$\lambda_{ADu} = L_{ADu}(-i_{du} + i_{fu} + i_{Du}) \quad (1.181)$$

$$\lambda_{AQu} = L_{AQu}(-i_{qu} + i_{Qu}) \quad (1.182)$$

$$\lambda_{ADu} = \left(\frac{L_{MDu}}{L_{ldu}}\right) \lambda_{du} + \left(\frac{L_{MDu}}{L_{lfu}}\right) \lambda_{fu} + \left(\frac{L_{MDu}}{L_{IDu}}\right) \lambda_{Du} \quad (1.183)$$

$$\lambda_{AQu} = \left(\frac{L_{MQu}}{L_{lqu}}\right) \lambda_{qu} + \left(\frac{L_{MQu}}{L_{lqu}}\right) \lambda_{Qu} \quad (1.184)$$

όπου:

$$\frac{1}{L_{MDu}} = \frac{1}{L_{ADu}} + \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \quad (1.185)$$

$$\frac{1}{L_{MQu}} = \frac{1}{L_{AQu}} + \frac{1}{L_{lqu}} + \frac{1}{L_{lqu}} \quad (1.186)$$

**Απόδειξη:**

$$\begin{aligned} \lambda_{ADu} &= L_{ADu}(-i_{du} + i_{fu} + i_{Du}) = L_{ADu} \left( -\frac{\lambda_{ADu} - \lambda_{du}}{L_{ldu}} + \frac{\lambda_{fu} - \lambda_{ADu}}{L_{lfu}} + \frac{\lambda_{Du} - \lambda_{ADu}}{L_{IDu}} \right) = \\ &L_{ADu} \left( -\frac{\lambda_{ADu}}{L_{ldu}} + \frac{\lambda_{du}}{L_{ldu}} + \frac{\lambda_{fu}}{L_{lfu}} - \frac{\lambda_{ADu}}{L_{lfu}} + \frac{\lambda_{Du}}{L_{IDu}} - \frac{\lambda_{ADu}}{L_{IDu}} \right) = \\ &L_{ADu} \left( -\frac{1}{L_{ldu}} \lambda_{ADu} + \frac{1}{L_{ldu}} \lambda_{du} + \frac{1}{L_{lfu}} \lambda_{fu} - \frac{1}{L_{lfu}} \lambda_{ADu} + \frac{1}{L_{IDu}} \lambda_{Du} - \frac{1}{L_{IDu}} \lambda_{ADu} \right) = \\ &L_{ADu} \left[ -\left( \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \right) \lambda_{ADu} + \frac{1}{L_{ldu}} \lambda_{du} + \frac{1}{L_{lfu}} \lambda_{fu} + \frac{1}{L_{IDu}} \lambda_{Du} \right] = \\ &-\left( \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \right) L_{ADu} \lambda_{ADu} + \frac{1}{L_{ldu}} L_{ADu} \lambda_{du} + \frac{1}{L_{lfu}} L_{ADu} \lambda_{fu} + \frac{1}{L_{IDu}} L_{ADu} \lambda_{Du} \Rightarrow \\ &\lambda_{ADu} + \left( \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \right) L_{ADu} \lambda_{ADu} = \frac{1}{L_{ldu}} L_{ADu} \lambda_{du} + \frac{1}{L_{lfu}} L_{ADu} \lambda_{fu} + \frac{1}{L_{IDu}} L_{ADu} \lambda_{Du} \Rightarrow \\ &\left[ 1 + \left( \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \right) L_{ADu} \right] \lambda_{ADu} = \frac{1}{L_{ldu}} L_{ADu} \lambda_{du} + \frac{1}{L_{lfu}} L_{ADu} \lambda_{fu} + \frac{1}{L_{IDu}} L_{ADu} \lambda_{Du} \Rightarrow \\ &\lambda_{ADu} = \frac{\frac{1}{L_{ldu}} L_{ADu}}{1 + \left( \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \right) L_{ADu}} \lambda_{du} + \frac{\frac{1}{L_{lfu}} L_{ADu}}{1 + \left( \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \right) L_{ADu}} \lambda_{fu} + \\ &\frac{\frac{1}{L_{IDu}} L_{ADu}}{1 + \left( \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{IDu}} \right) L_{ADu}} \lambda_{Du} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\lambda_{ADu} = \frac{\frac{1}{L_{ldu}}}{\frac{1}{L_{ADu}} + \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{lDu}}} \lambda_{du} + \frac{\frac{1}{L_{lfu}}}{\frac{1}{L_{ADu}} + \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{lDu}}} \lambda_{fu} +$$

$$\frac{\frac{1}{L_{lDu}}}{\frac{1}{L_{ADu}} + \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{lDu}}} \lambda_{Du} \Rightarrow$$

$$\lambda_{ADu} = \frac{\frac{1}{L_{ldu}}}{\frac{1}{L_{MDu}}} \lambda_{du} + \frac{\frac{1}{L_{lfu}}}{\frac{1}{L_{MDu}}} \lambda_{fu} + \frac{\frac{1}{L_{lDu}}}{\frac{1}{L_{MDu}}} \lambda_{Du} \Rightarrow \lambda_{ADu} = \left(\frac{L_{MDu}}{L_{ldu}}\right) \lambda_{du} + \left(\frac{L_{MDu}}{L_{lfu}}\right) \lambda_{fu} + \left(\frac{L_{MDu}}{L_{lDu}}\right) \lambda_{Du}$$

Ομοίως, αποδεικνύεται και η σχέση (1.184).

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1.176)-(1.180), (1.183) και (1.184), εξάγονται οι εξής σχέσεις:

$$i_{du} = \left(\frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} - 1\right) \frac{\lambda_{du}}{L_{ldu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} \frac{\lambda_{fu}}{L_{lfu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} \frac{\lambda_{Du}}{L_{lDu}} \quad (1.187)$$

$$i_{qu} = \left(\frac{L_{MQu}}{L_{lqu}} - 1\right) \frac{\lambda_{qu}}{L_{lqu}} + \frac{L_{MQu}}{L_{lqu}} \frac{\lambda_{Qu}}{L_{lQu}} \quad (1.188)$$

$$i_{fu} = -\frac{L_{MDu}}{L_{lfu}} \frac{\lambda_{du}}{L_{ldu}} + \left(1 - \frac{L_{MDu}}{L_{lfu}}\right) \frac{\lambda_{fu}}{L_{lfu}} - \frac{L_{MDu}}{L_{lfu}} \frac{\lambda_{Du}}{L_{lDu}} \quad (1.189)$$

$$i_{Du} = -\frac{L_{MDu}}{L_{lDu}} \frac{\lambda_{du}}{L_{ldu}} - \frac{L_{MDu}}{L_{lDu}} \frac{\lambda_{fu}}{L_{lfu}} + \left(1 - \frac{L_{MDu}}{L_{lDu}}\right) \frac{\lambda_{Du}}{L_{lDu}} \quad (1.190)$$

$$i_{Qu} = -\frac{L_{MQu}}{L_{lQu}} \frac{\lambda_{qu}}{L_{lqu}} + \left(1 - \frac{L_{MQu}}{L_{lQu}}\right) \frac{\lambda_{Qu}}{L_{lQu}} \quad (1.191)$$

**Απόδειξη:**

$$i_{du} = \frac{\lambda_{ADu} - \lambda_{du}}{L_{ldu}} = \frac{\left(\frac{L_{MDu}}{L_{ldu}}\right) \lambda_{du} + \left(\frac{L_{MDu}}{L_{lfu}}\right) \lambda_{fu} + \left(\frac{L_{MDu}}{L_{lDu}}\right) \lambda_{Du} - \lambda_{du}}{L_{ldu}} =$$

$$\frac{\left(\frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} - 1\right) \lambda_{du} + \frac{L_{MDu}}{L_{lfu}} \lambda_{fu} + \frac{L_{MDu}}{L_{lDu}} \lambda_{Du}}{L_{ldu}} = \left(\frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} - 1\right) \frac{\lambda_{du}}{L_{ldu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{lfu}} \frac{\lambda_{fu}}{L_{ldu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{lDu}} \frac{\lambda_{Du}}{L_{ldu}} =$$

$$\left(\frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} - 1\right) \frac{\lambda_{du}}{L_{ldu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} \frac{\lambda_{fu}}{L_{lfu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{ldu}} \frac{\lambda_{Du}}{L_{lDu}}$$

Ομοίως, αποδεικνύονται και οι σχέσεις (1.188)-(1.191).

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (1.187)-(1.191) στις σχέσεις (1.166) και (1.169)-(1.173) προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

$$\frac{d\lambda_{du}}{dt} = \left[ \frac{\omega_b R_{au}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \right] \lambda_{du} + (\omega) \lambda_{qu} + \left( \frac{\omega_b R_{au}}{L_{ifu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \right) \lambda_{fu} + \left( \frac{\omega_b R_{au}}{L_{IDu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \right) \lambda_{Du} + (\omega_b v_{du}) \quad (1.192)$$

$$\frac{d\lambda_{qu}}{dt} = (-\omega) \lambda_{du} + \left[ \frac{\omega_b R_{bu}}{L_{iqu}} \left( \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} - 1 \right) \right] \lambda_{qu} + \left( \frac{\omega_b R_{bu}}{L_{iqu}} \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} \right) \lambda_{qu} + (\omega_b v_{qu}) \quad (1.193)$$

$$\frac{d\lambda_{fu}}{dt} = \left( \frac{\omega_b R_{fu}}{L_{idu}} \frac{L_{MDu}}{L_{ifu}} \right) \lambda_{du} + \left[ \frac{\omega_b R_{fu}}{L_{ifu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{ifu}} - 1 \right) \right] \lambda_{fu} + \left( \frac{\omega_b R_{fu}}{L_{IDu}} \frac{L_{MDu}}{L_{ifu}} \right) \lambda_{Du} + (\omega_b v_{fu}) \quad (1.194)$$

$$\frac{d\lambda_{Du}}{dt} = \left( \frac{\omega_b R_{Du}}{L_{idu}} \frac{L_{MDu}}{L_{IDu}} \right) \lambda_{du} + \left( \frac{\omega_b R_{Du}}{L_{ifu}} \frac{L_{MDu}}{L_{IDu}} \right) \lambda_{fu} + \left[ \frac{\omega_b R_{Du}}{L_{IDu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{IDu}} - 1 \right) \right] \lambda_{Du} + (\omega_b v_{Du}) \quad (1.195)$$

$$\frac{d\lambda_{Qu}}{dt} = \left( \frac{\omega_b R_{Qu}}{L_{iqu}} \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} \right) \lambda_{qu} + \left[ \frac{\omega_b R_{Qu}}{L_{iqu}} \left( \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} - 1 \right) \right] \lambda_{qu} + (\omega_b v_{Qu}) \quad (1.196)$$

$$\frac{d\omega_u}{dt} = \left( \frac{1}{6H} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{qu} \right) \lambda_{du} + \left( -\frac{1}{6H} \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} \lambda_{du} \right) \lambda_{qu} + \left( \frac{1}{6H} \frac{L_{MDu}}{L_{ifu}} \lambda_{qu} \right) \lambda_{fu} + \left( \frac{1}{6H} \frac{L_{MDu}}{L_{IDu}} \lambda_{qu} \right) \lambda_{Du} + \left( -\frac{1}{6H} \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} \lambda_{du} \right) \lambda_{Qu} + \left( \frac{1}{2H} \tau_{mu} \right) \quad (1.197)$$

### Απόδειξη:

$$v_{du} = -R_{au} i_{du} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{du}}{dt} - \frac{\omega}{\omega_b} \lambda_{qu} \Rightarrow$$

$$v_{du} = -R_{au} \left[ \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \frac{\lambda_{du}}{L_{idu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \frac{\lambda_{fu}}{L_{ifu}} + \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \frac{\lambda_{Du}}{L_{IDu}} \right] + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{du}}{dt} - \frac{\omega}{\omega_b} \lambda_{qu} \Rightarrow$$

$$v_{du} = -R_{au} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \frac{\lambda_{du}}{L_{idu}} - R_{au} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \frac{\lambda_{fu}}{L_{ifu}} - R_{au} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \frac{\lambda_{Du}}{L_{IDu}} + \frac{1}{\omega_b} \frac{d\lambda_{du}}{dt} - \frac{\omega}{\omega_b} \lambda_{qu} \Rightarrow$$

$$\omega_b v_{du} = -\omega_b R_{au} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \frac{\lambda_{du}}{L_{idu}} - \omega_b R_{au} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \frac{\lambda_{fu}}{L_{ifu}} - \omega_b R_{au} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \frac{\lambda_{Du}}{L_{IDu}} + \frac{d\lambda_{du}}{dt} - \omega \lambda_{qu} \Rightarrow$$

$$\omega_b v_{du} = -\frac{\omega_b R_{au}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \lambda_{du} - \frac{\omega_b R_{au}}{L_{ifu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{fu} - \frac{\omega_b R_{au}}{L_{IDu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{Du} + \frac{d\lambda_{du}}{dt} - \omega \lambda_{qu} \Rightarrow$$

$$\frac{\omega_b R_{au}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \lambda_{du} + \frac{\omega_b R_{au}}{L_{ifu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{fu} + \frac{\omega_b R_{au}}{L_{IDu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{Du} + \omega \lambda_{qu} + \omega_b v_{du} = \frac{d\lambda_{du}}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{d\lambda_{du}}{dt} = \frac{\omega_b R_{au}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \lambda_{du} + \omega \lambda_{qu} + \frac{\omega_b R_{au}}{L_{ifu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{fu} + \frac{\omega_b R_{au}}{L_{IDu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{Du} + \omega_b v_{du} \Rightarrow$$

$$\frac{d\lambda_{du}}{dt} = \left[ \frac{\omega_b R_{au}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \right] \lambda_{du} + (\omega) \lambda_{qu} + \left( \frac{\omega_b R_{au}}{L_{ifu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \right) \lambda_{fu} + \left( \frac{\omega_b R_{au}}{L_{IDu}} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \right) \lambda_{Du} + (\omega_b v_{du})$$

**Παρατήρηση:** Οι σχέσεις (1.192)-(1.197) είναι ανεξάρτητες από ρεύματα και είναι εκπεφρασμένες ως προς πεπλεγμένες ροές, τάσεις, γωνιακές ταχύτητες, ωμικές αντιστάσεις και αυτεπαγωγές. Αυτό θα συμβάλλει στην μετέπειτα ποροσομοίωση.

Οι σχέσεις (1.192)-(1.197) υπό μορφή μητρών είναι οι εξής:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{du} \\ \lambda_{qu} \\ \lambda_{fu} \\ \lambda_{Du} \\ \lambda_{Qu} \\ \omega_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_b R_{au}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) & \frac{\omega_b R_{bu}}{L_{iqu}} \left( \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} - 1 \right) & \frac{\omega_b R_{au} L_{MDu}}{L_{ifu} L_{idu}} & \frac{\omega_b R_{au} L_{MDu}}{L_{idu} L_{idu}} & 0 & 0 \\ \frac{\omega_b R_{fu} L_{MDu}}{L_{idu} L_{ifu}} & 0 & \frac{\omega_b R_{fu} L_{MDu}}{L_{ifu} L_{ifu}} & \frac{\omega_b R_{fu} L_{MDu}}{L_{idu} L_{ifu}} & \frac{\omega_b R_{bu} L_{MQu}}{L_{iqu} L_{iqu}} & 0 \\ \frac{\omega_b R_{Du} L_{MDu}}{L_{idu} L_{idu}} & \frac{\omega_b R_{Qu} L_{MQu}}{L_{iqu} L_{iqu}} & \frac{\omega_b R_{Du} L_{MDu}}{L_{ifu} L_{idu}} & \frac{\omega_b R_{Du} L_{MDu}}{L_{idu} L_{idu}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{6H} \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} \lambda_{du} & 0 & 0 & \frac{\omega_b R_{Qu}}{L_{iqu}} \left( \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} - 1 \right) & 0 \\ \frac{1}{6H} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{qu} & -\frac{1}{6H} \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} \lambda_{du} & \frac{1}{6H} \frac{L_{MDu}}{L_{ifu}} \lambda_{qu} & \frac{1}{6H} \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} \lambda_{qu} & -\frac{1}{6H} \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} \lambda_{du} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.198)$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{du} \\ \lambda_{qu} \\ \lambda_{fu} \\ \lambda_{Du} \\ \lambda_{Qu} \\ \omega_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_b v_{du} \\ \omega_b v_{qu} \\ \omega_b v_{fu} \\ \omega_b v_{Du} \\ \omega_b v_{Qu} \\ \frac{1}{2H} \tau_{mu} \end{bmatrix}$$

Το παραπάνω σύστημα εξισώσεων, οργανωμένο σε μήτρες, αποτελεί τις εξισώσεις κατάστασης (state space equations), με μεταβλητές κατάστασης (state space variables) τις ανά μονάδα πεπλεγμένες ροές και την ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου και την μήτρα  $6 \times 6$  να αποτελεί τον πίνακα κατάστασης (state space matrix). Ως κατάσταση (state) ενός συστήματος ορίζεται το ελάχιστο σύνολο των μεταβλητών του, οι οποίες, μαζί με τις εισόδους του, περιγράφουν, για μία δεδομένη χρονική στιγμή, καθώς και για το χρονικό διάστημα πέραν αυτής, πλήρως την συμπεριφορά του. Οι μεταβλητές αυτές αποτελούν τις μεταβλητές κατάστασης και οι εξισώσεις μεταξύ τους τις εξισώσεις κατάστασης (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ, 2021).

### 1.2.10.11 Από την Μεταβατική στην Μόνιμη Κατάσταση

Έχοντας, ήδη, παραθέσει τόσο τις εξισώσεις μόνιμης κατάστασης όσο και τις εξισώσεις μεταβατικής κατάστασης κατά την δυναμική ανάλυση, αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχει τρόπος εξαγωγής των πρώτων από τις δεύτερες. Θεωρώντας ότι τα ρεύματα τυμπάνου είναι συμμετρικά σε ένα σύστημα ορθής ακολουθίας, ότι το ρεύμα διέγερσης είναι σταθερό και ότι τα ρεύματα των τυλιγμάτων απόσβεσης είναι μηδενικά στην μόνιμη κατάσταση, τότε δίνονται από τις εξής σχέσεις (ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ, 2021):

$$i_a = I_m \cos(\omega t + \beta) \quad (1.199)$$

$$i_b = I_m \cos(\omega t + \beta - 120^\circ) \quad (1.200)$$

$$i_c = I_m \cos(\omega t + \beta + 120^\circ) \quad (1.201)$$

$$i_f = I_f \quad (1.202)$$

$$i_D = 0 \quad (1.203)$$

$$i_Q = 0 \quad (1.204)$$

όπου:

$\beta$  Γωνία μεταξύ του ρεύματος τυμπάνου και του ορθού άξονα (°)

$I_f$  Σταθερή τιμή του ρεύματος διέγερσης (A)

Βάσει των σχέσεων (1.72), (1.76) και (1.199)-(1.201), τα αντίστοιχα ρεύματα ως προς τις μεταβλητές του μετασχηματισμού Park είναι τα εξής:

$$i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos(\beta) \quad (1.205)$$

$$i_q = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \sin(\beta) \quad (1.206)$$

$$i_\gamma = 0 \quad (1.207)$$

**Απόδειξη:**

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_\gamma \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} [i_a \cos(\theta) + i_b \cos(\theta - 120^\circ) + i_c \cos(\theta + 120^\circ)] \Rightarrow$$

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} [I_m \cos(\omega t + \beta) \cos(\theta) + I_m \cos(\omega t + \beta - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) +$$

$$I_m \cos(\omega t + \beta + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)] \Rightarrow$$

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} I_m [\cos(\omega t + \beta) \cos(\theta) + \cos(\omega t + \beta - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) +$$

$$\cos(\omega t + \beta + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)] \Rightarrow$$

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} I_m [\cos(\omega t + \beta) \cos(\theta) + \cos(\omega t + \beta - 120^\circ) \cos(\theta - 120^\circ) +$$

$$\cos(\omega t + \beta + 120^\circ) \cos(\theta + 120^\circ)] \Rightarrow$$

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} I_m \left[ \frac{\cos(\omega t + \beta + \theta) + \cos(\omega t + \beta - \theta)}{2} + \right. \\ \left. \frac{\cos(\omega t + \beta - 120^\circ + \theta - 120^\circ) + \cos(\omega t + \beta - 120^\circ - \theta + 120^\circ)}{2} + \right. \\ \left. \frac{\cos(\omega t + \beta + 120^\circ + \theta + 120^\circ) + \cos(\omega t + \beta + 120^\circ - \theta - 120^\circ)}{2} \right] \Rightarrow$$

$$i_d = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{I_m}{2} [\cos(\omega t + \beta + \theta) + \cos(\omega t + \beta - \theta) +$$

$$\cos(\omega t + \beta + \theta - 240^\circ) + \cos(\omega t + \beta - \theta) + \\ \cos(\omega t + \beta + \theta + 240^\circ) + \cos(\omega t + \beta - \theta)] \Rightarrow$$

$$i_d = \frac{1}{\sqrt{6}} I_m [\cos(\omega t + \beta + \theta) + \cos(\omega t + \beta - \theta) +$$

$$\cos(\omega t + \beta + \theta - 240^\circ) + \cos(\omega t + \beta - \theta) + \\ \cos(\omega t + \beta + \theta + 240^\circ) + \cos(\omega t + \beta - \theta)] \Rightarrow$$

$$i_d = \frac{1}{\sqrt{6}} I_m [3 \cos(\omega t + \beta - \theta) +$$

$$\cos(\omega t + \beta - \theta) + \cos(\omega t + \beta - \theta + 240^\circ) + \cos(\omega t + \beta - \theta - 240^\circ)] \Rightarrow$$

$$i_d = \frac{3}{\sqrt{6}} I_m \cos(\omega t + \beta - \theta) \Rightarrow i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos(\omega t + \beta - \theta)$$

Δεδομένου ότι το ρεύμα  $i_d$  είναι συνεχές και, θεωρώντας ότι οι μαγνητικοί άξονες  $a$  και  $d$  ταυτίζονται, τότε θα ισχύει το εξής:

$$i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos(\beta)$$

Ομοίως, αποδεικνύονται και οι σχέσεις (1.206) και (1.207).

Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας  
Ορίζουμε τα εξής ρεύματα:

$$I_d = I_{rms} \cos(\beta) \quad (1.208)$$

$$I_q = I_{rms} \sin(\beta) \quad (1.209)$$

όπου:

$$I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (1.210)$$

όπου:

$$I_{rms} \quad \text{Ενεργός τιμή των ρευμάτων του τυλίγματος τυμπάνου} \quad (A)$$

Εκ των σχέσεων (1.205), (1.206), (1.208) και (1.209), συνεπάγονται οι εξής σχέσεις:

$$i_d = \sqrt{3}I_d \quad (1.211)$$

$$i_q = \sqrt{3}I_q \quad (1.212)$$

**Απόδειξη:**

$$i_d = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \cos(\beta) = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{rms} \sqrt{2} \cos(\beta) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} I_{rms} \sqrt{2} \cos(\beta) = \sqrt{3} I_{rms} \cos(\beta) = \sqrt{3} I_d$$

$$i_q = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m \sin(\beta) = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{rms} \sqrt{2} \sin(\beta) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} I_{rms} \sqrt{2} \sin(\beta) = \sqrt{3} I_{rms} \sin(\beta) = \sqrt{3} I_q$$

Για το ρεύμα τυμπάνου στην μόνιμη κατάσταση, ισχύει η εξής σχέση:

$$\tilde{I}_a = I_d + jI_q \quad (1.213)$$

Εκ των ανωτέρω σχέσεων, οι σχέσεις (1.87), (1.88) και (1.90) είναι στην μόνιμη κατάσταση οι εξής:

$$\lambda_d = -\sqrt{3}L_d I_d + kM_f I_f \quad (1.214)$$

$$\lambda_q = -\sqrt{3}L_q I_q \quad (1.215)$$

$$\lambda_f = -\sqrt{3}kM_f I_d + L_f I_f \quad (1.216)$$



Εκ των ανωτέρω σχέσεων, οι σχέσεις (1.93), (1.94) και (1.96) είναι στην μόνιμη κατάσταση οι εξής:

$$V_d = -R_a I_d + \omega L_q I_q \quad (1.217)$$

$$V_q = -R_b I_q - \omega L_d I_d + \omega \frac{kM_f}{\sqrt{3}} I_f \quad (1.218)$$

$$V_f = R_f I_f \quad (1.219)$$

Δεδομένου ότι οι σχέσεις των επαγωγικών αντιδράσεων και της εξ επαγωγής τάσης είναι οι εξής:

$$X_d = \omega L_d \quad (1.220)$$

$$X_q = \omega L_q \quad (1.221)$$

$$E_q = \omega \frac{kM_f}{\sqrt{3}} I_f \quad (1.222)$$

Οι σχέσεις (1.217) και (1.218) παίρνουν την εξής μορφή:

$$V_d = -R_a I_d + X_q I_q \quad (1.223)$$

$$V_q = -R_b I_q - X_d I_d + E_q \quad (1.224)$$

Για την τάση τυμπάνου στην μόνιμη κατάσταση, ισχύει η εξής σχέση:

$$\tilde{V}_a = V_d + jV_q \quad (1.225)$$

Οι αντίστοιχες σχέσεις στο ανά μονάδα σύστημα είναι οι εξής:

$$I_{du} = I_{rmsu} \cos(\beta) \quad (1.226)$$

$$I_{qu} = I_{rmsu} \sin(\beta) \quad (1.227)$$

$$I_{rmsu} = \frac{I_{mu}}{\sqrt{2}} \quad (1.228)$$

$$i_{du} = \sqrt{3} I_{du} \quad (1.229)$$

$$i_{qu} = \sqrt{3} I_{qu} \quad (1.230)$$

$$\lambda_{du} = -\sqrt{3} L_{du} I_{du} + kM_{fu} I_{fu} \quad (1.231)$$

$$\lambda_{qu} = -\sqrt{3} L_{qu} I_{qu} \quad (1.232)$$

$$V_{du} = -R_{au} I_{du} + \omega_u L_{qu} I_{qu} \quad (1.233)$$

$$V_{qu} = -R_{bu}I_{qu} - \omega_u L_{du}I_{du} + \omega_u k M_{fu} I_{fu} \quad (1.234)$$

$$V_{fu} = R_{fu}I_{fu} \quad (1.235)$$

$$X_{du} = \omega_u L_{du} \quad (1.236)$$

$$X_{qu} = \omega_u L_{qu} \quad (1.237)$$

$$E_{qu} = \omega_u k M_{fu} I_{fu} \quad (1.238)$$

$$V_{du} = -R_{au}I_{du} + X_{qu}I_{qu} \quad (1.239)$$

$$V_{qu} = -R_{bu}I_{qu} - X_{du}I_{du} + E_{qu} \quad (1.240)$$

Η σχέση της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής στην μόνιμη κατάσταση είναι η εξής:

$$0 = T_{mu} - T_{emu} \quad (1.241)$$

### 1.3 Θεωρία Σφαλμάτων

Λόγω της ύπαρξης υπό τάση και ρευματοφόρων τυλιγμάτων σε μία ηλεκτρική μηχανή, υπάρχει περίπτωση να υπάρξουν σφάλματα σε αυτήν. Ως **σφάλμα** (electrical fault) ορίζεται κάθε **βραχυκύκλωμα** (short-circuit) στα τυλίγματα μίας μηχανής, δηλαδή κάθε ύπαρξη ρεύματος σε αυτά υπερμεγέθους έντασης από την ονομαστική τους. Τα σφάλματα, συνήθως, προκαλούνται από την ύπαρξη αγώγιμων δρόμων ή επαφής μεταξύ των τυλιγμάτων μίας μηχανής ή μεταξύ αυτών και της γης. Η ύπαρξη σφαλμάτων σε μία ηλεκτρική μηχανή οφείλεται, κατά κύριο λόγο, στην καταστροφή των μονώσεων της ή σε ατυχήματα λόγω εσφαλμένου χειρισμού. Η παρακάτω ανάλυση σφαλμάτων θα αφορά αποκλειστικά και μόνο μηχανές ΕΡ.

Τα σφάλματα διακρίνονται σε:

- **Συμμετρικά** (Symmetrical faults), όταν σε αυτά συμμετέχουν και οι τρεις φάσεις μίας μηχανής ΕΡ.
- **Ασύμμετρα** (Asymmetrical faults), όταν σε αυτά δεν συμμετέχουν και οι τρεις φάσεις μίας μηχανής ΕΡ (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2016).



**Εικόνα 1.28.** Σχηματική αναπαράσταση συμμετρικού σφάλματος σε μία μηχανή ΕΡ.



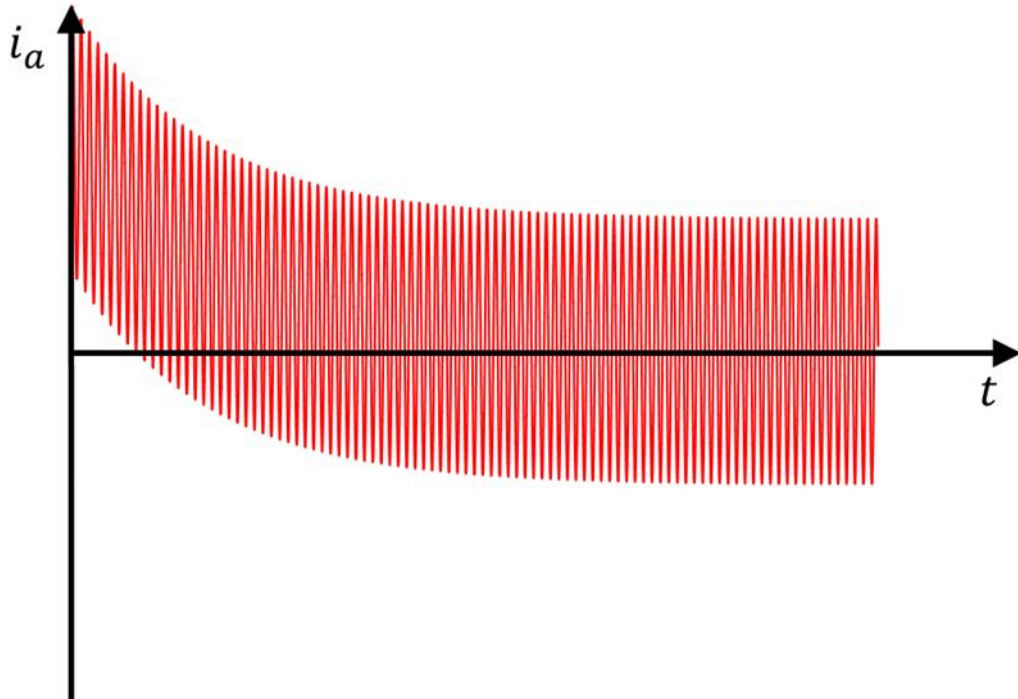
**Εικόνα 1.29.** Σχηματική αναπαράσταση ασύμμετρου σφάλματος σε μία μηχανή ΕΡ.

Τα σφάλματα είναι δυναμικά φαινόμενα, καθώς λαμβάνουν χώρα σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα (της τάξεως μερικών δεκάδων ms). Κατά την διάρκειά τους, εκτυλίσσονται υψηλές μηχανικές και θερμικές καταπονήσεις, η μη έγκυρη αντιμετώπιση των οποίων, μπορεί να προκαλέσει σοβαρές βλάβες τόσο στην ίδια την μηχανή όσο και στα συστήματα, τα οποία είναι συνδεδεμένα με αυτήν. Το αποτέλεσμα των σφαλμάτων είναι η απότομη μείωση της παρεχόμενης τάσης και, κατ'επέκτασιν, της ηλεκτρικής ισχύος, αλλά και ύπαρξης μηχανικών ταλαντώσεων στους δρομείς των μηχανών, φαινόμενα, τα οποία μπορεί να είναι, εκτός από λειτουργικώς ανεπιθύμητα, και καταστροφικά. Αν και έχουν μικρή διάρκεια, τα σφάλματα είναι σημαντικός παράγοντας στον σχεδιασμό και την υλοποίηση ενός συστήματος ηλεκτρομηχανικής μετατροπής ενέργειας, αφού απαιτούν την τοποθέτηση κατάλληλων συστημάτων προστασίας από αυτά (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2016).

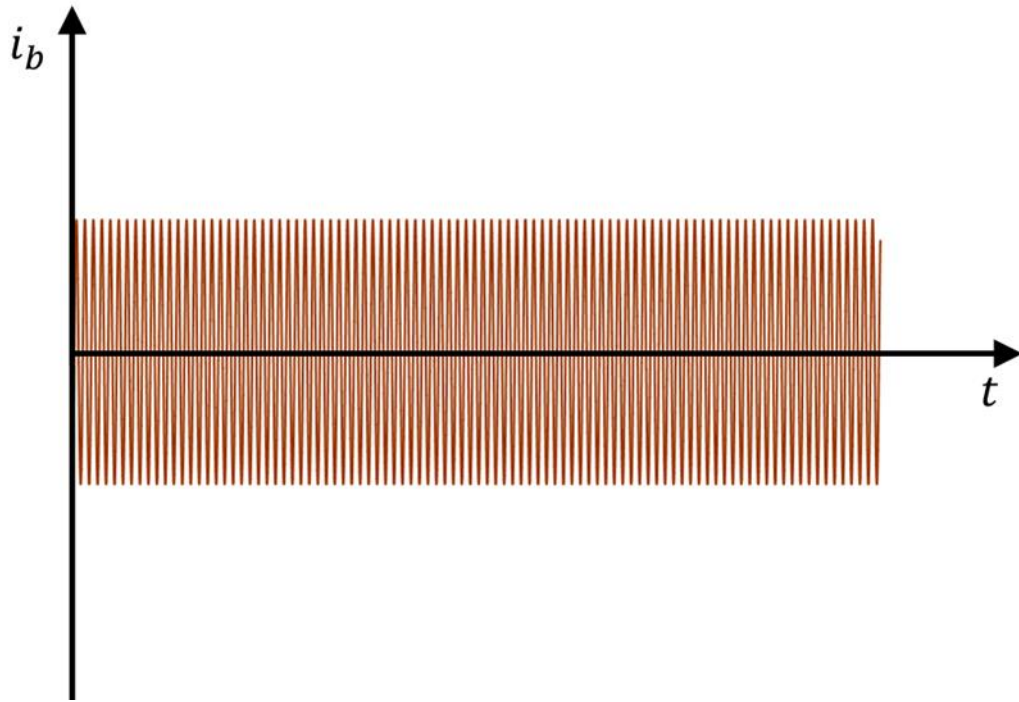
**1.3.1 Συμμετρικό Σφάλμα σε Σύγχρονη Γεννήτρια**

Ως μία σημαντική βαθμίδα των συστημάτων ηλεκτρικής ενέργειας και κεντρικού αντικειμένου της παρούσας εργασίας, είναι άξια η μελέτη σφαλμάτων σε μία σύγχρονη γεννήτρια. Το συγκεκριμένο φαινόμενο έστω ότι εκτυλίσσεται ως εξής:

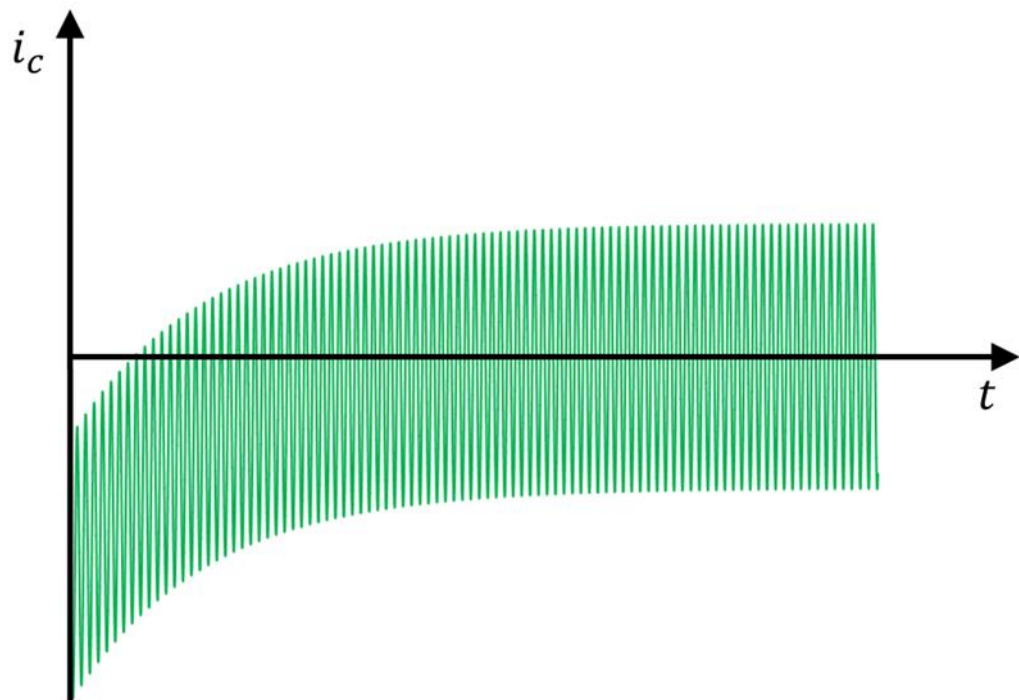
Η γεννήτρια λειτουργεί, αρχικά, υπό ονομαστικές συνθήκες. Την χρονική στιγμή  $t = 0$ , υπεισέρχεται σε αυτήν συμμετρικό σφάλμα, με τις τρεις φάσεις του τυλίγματος τυμπάνου να έρχονται σε επαφή μεταξύ τους. Οι γραφικές παραστάσεις των ρευμάτων τυμπάνου και διέγερσης κατά το σφάλμα είναι οι εξής (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2016):



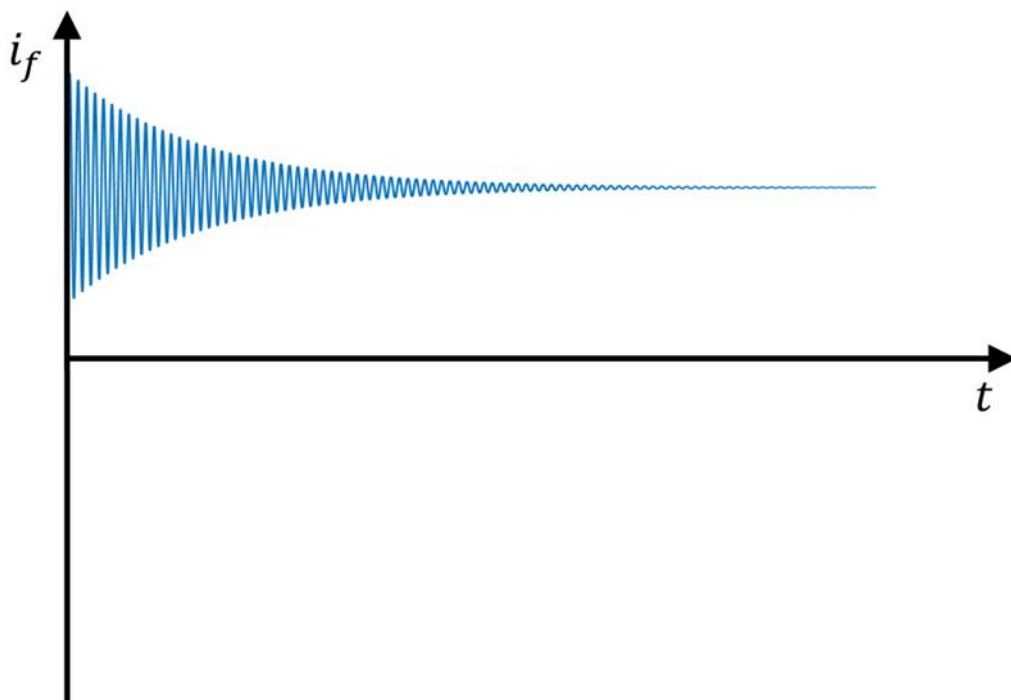
**Εικόνα 1.30.** Γραφική παράσταση του ρεύματος της φάσης  $a$  κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια.



**Εικόνα 1.31.** Γραφική παράσταση του ρεύματος της φάσης  $b$  κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια.



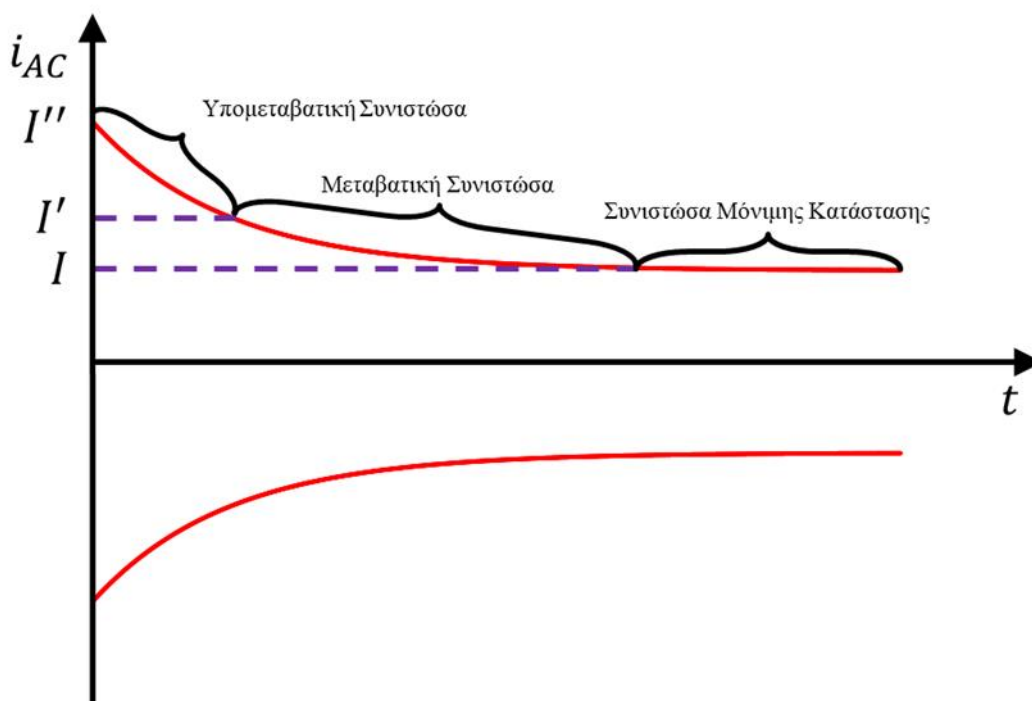
**Εικόνα 1.32.** Γραφική παράσταση του ρεύματος της φάσης  $c$  κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια.



**Εικόνα 1.33.** Γραφική παράσταση του ρεύματος διέγερσης κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια.

**Παρατήρηση:** Οι γραφικές παραστάσεις των ρευμάτων τυμπάνου φαίνεται να είναι εκθετικά αποσβεννόμενες ταλαντώσεις. Άρα, οι αναλυτικές τους σχέσεις θα εμπεριέχουν εκθετικά με αρνητικούς εκθέτες.

Οι περιβάλλουσες των ρευμάτων τυμπάνου είναι οι εξής:



**Εικόνα 1.34.** Γραφική παράσταση των περιβαλλουσών των ρευμάτων τυμπάνου κατά την διάρκεια συμμετρικού σφάλματος σε μία σύγχρονη γεννήτρια.

Οι σχέσεις των ρευμάτων τυμπάνου, από την αρχή του σφάλματος και έπειτα, αποτελούνται από δύο συνιστώσες: την **εναλλασσόμενη συνιστώσα** (AC component) και την **συνεχή συνιστώσα** (DC component), δηλαδή είναι οι εξής (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2016):

$$i_a(t) = i_{aAC}(t) + i_{aDC}(t) \quad (1.242)$$

$$i_b(t) = i_{bAC}(t) + i_{bDC}(t) \quad (1.243)$$

$$i_c(t) = i_{cAC}(t) + i_{cDC}(t) \quad (1.244)$$

όπου:

$i_i$  Ρεύμα του  $i$ -οστού τυλίγματος τυμπάνου της μηχανής κατά το σφάλμα (A)

$i_{iAC}$  Εναλλασσόμενη συνιστώσα ρεύματος της  $i$ -οστής φάσης του τυλίγματος τυμπάνου της μηχανής κατά το σφάλμα (A)

$i_{iDC}$  Συνεχής συνιστώσα ρεύματος της  $i$ -οστής φάσης του  $i$ -οστού τυλίγματος τυμπάνου της μηχανής κατά το σφάλμα (A)

Σύμφωνα με την εικόνα (1.34), οι εναλλασσόμενες συνιστώσες αναλύονται, επίσης, σε τρεις επιμέρους συνιστώσες:

- Στην **υπομεταβατική συνιστώσα** (subtransient component).
- Στην **μεταβατική συνιστώσα** (transient component).
- Στην **συνιστώσα μόνιμης κατάστασης** (steady-state component).

και είναι οι εξής:

$$i_{aAC}(t) = \left[ (I'' - I')e^{-\frac{1}{T_d''}t} + (I' - I)e^{-\frac{1}{T_d'}t} + I \right] \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) \quad (1.245)$$

$$i_{bAC}(t) = \left[ (I'' - I')e^{-\frac{1}{T_d''}t} + (I' - I)e^{-\frac{1}{T_d'}t} + I \right] \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha - 120^\circ) \quad (1.246)$$

$$i_{cAC}(t) = \left[ (I'' - I')e^{-\frac{1}{T_d''}t} + (I' - I)e^{-\frac{1}{T_d'}t} + I \right] \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha + 120^\circ) \quad (1.247)$$

όπου:

$I''$  Ενεργός τιμή ρεύματος υπομεταβατικής συνιστώσας (A)

$I'$  Ενεργός τιμή ρεύματος μεταβατικής συνιστώσας (A)

$T_d''$  Σταθερά χρόνου υπομεταβατικής συνιστώσας (s)

$I$  Ενεργός τιμή ρεύματος συνιστώσας μόνιμης κατάστασης (A)

$T_d'$  Σταθερά χρόνου μεταβατικής συνιστώσας (s)

$\alpha$  Αρχική φάση ρευμάτων τυμπάνου (°)



Λόγω της επιβολής της συνέχειας της τιμής των ρευμάτων τυμπάνου ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την εκδήλωση του σφάλματος, οι αρχικές τιμές των συνεχών συνιστωσών είναι οι εξής (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2016):

$$i_{aDC}(0^+) = -I''\sqrt{2} \sin(\alpha) \quad (1.248)$$

$$i_{bDC}(0^+) = -I''\sqrt{2} \sin(\alpha - 120^\circ) \quad (1.249)$$

$$i_{cDC}(0^+) = -I''\sqrt{2} \sin(\alpha + 120^\circ) \quad (1.250)$$

**Απόδειξη:** Συνέχεια ακριβώς πριν και ακριβώς μετά την εκδήλωση του σφάλματος, σημαίνει ισότητα μεταξύ των αντίστοιχων ρευμάτων τυμπάνου. Συγκεκριμένα:

$$i_a(0^-) = i_{aAC}(0^+) + i_{aDC}(0^+) \Rightarrow$$

$$0 = \left[ (I'' - I')e^{-\frac{1}{T_d''} \cdot 0} + (I' - I)e^{-\frac{1}{T_d'} \cdot 0} + I \right] \sqrt{2} \sin(\omega \cdot 0 + \alpha) + i_{aDC}(0^+) \Rightarrow$$

$$0 = [(I'' - I')e^0 + (I' - I)e^0 + I] \sqrt{2} \sin(\alpha) + i_{aDC}(0^+) \Rightarrow$$

$$0 = (I'' - I' + I' - I + I) \sqrt{2} \sin(\alpha) + i_{aDC}(0^+) \Rightarrow$$

$$0 = I \sqrt{2} \sin(\alpha) + i_{aDC}(0^+) \Rightarrow$$

$$i_{aDC}(0^+) = -I \sqrt{2} \sin(\alpha)$$

Ομοίως, αποδεικνύονται και οι σχέσεις (1.249) και (1.250).

Οι συνεχείς συνιστώσες φθίνουν, επίσης, εκθετικά κατά μία άλλη σταθερά χρόνου. Συνεπώς, οι σχέσεις των συνεχών συνιστωσών είναι οι εξής:

$$i_{aDC}(t) = -I''\sqrt{2} e^{-\frac{1}{T_a} t} \sin(\alpha) \quad (1.251)$$

$$i_{bDC}(t) = -I''\sqrt{2} e^{-\frac{1}{T_a} t} \sin(\alpha - 120^\circ) \quad (1.252)$$

$$i_{cDC}(t) = -I''\sqrt{2} e^{-\frac{1}{T_a} t} \sin(\alpha + 120^\circ) \quad (1.253)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1.242)-(1.247) και (1.251)-(1.253), οι σχέσεις των ρευμάτων τυμπάνου είναι οι εξής:

$$i_a(t) = \left[ (I'' - I')e^{-\frac{1}{T_d''} t} + (I' - I)e^{-\frac{1}{T_d'} t} + I \right] \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) - I''\sqrt{2} e^{-\frac{1}{T_a} t} \sin(\alpha) \quad (1.254)$$

$$i_b(t) = \left[ (I'' - I')e^{-\frac{1}{T_d''} t} + (I' - I)e^{-\frac{1}{T_d'} t} + I \right] \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha - 120^\circ) -$$

$$I''\sqrt{2} e^{-\frac{1}{T_a} t} \sin(\alpha - 120^\circ)$$

$$i_c(t) = \left[ (I'' - I')e^{-\frac{1}{T_d''} t} + (I' - I)e^{-\frac{1}{T_d'} t} + I \right] \sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha + 120^\circ) -$$

$$I''\sqrt{2} e^{-\frac{1}{T_a} t} \sin(\alpha + 120^\circ) \quad (1.256)$$

$$e_a(t) = E_{rms}\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha) \quad (1.257)$$

όπου:

$$E_{rms} \quad \text{Ενεργός τιμή εξ επαγωγής τάσης τυμπάνου} \quad (V)$$

Θεωρώντας ότι κατά την διάρκεια του σφάλματος η ωμική αντίσταση τυμπάνου είναι αμελητέα, οι αντίστοιχες ενεργές τιμές των ρευμάτων θα δίνονται από τις εξής σχέσεις:

$$I'' = \frac{E_{rms}}{X_d''} \quad (1.258)$$

$$I' = \frac{E_{rms}}{X_d'} \quad (1.259)$$

$$I = \frac{E_{rms}}{X_d} \quad (1.260)$$

όπου:

$$X_d'' \quad \text{Αντίδραση υπομεταβατικής συνιστώσας} \quad (\Omega)$$

$$X_d' \quad \text{Αντίδραση μεταβατικής συνιστώσας} \quad (\Omega)$$

$$X_d \quad \text{Αντίδραση συνιστώσας μόνιμης κατάστασης} \quad (\Omega)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1.254)-(1.256) και (1.258)-(1.260), οι σχέσεις των ρευμάτων τυμπάνου είναι οι εξής (ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, 2016):

$$i_a(t) = E_{rms}\sqrt{2} \left[ \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{1}{T_d''}t} + \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{1}{T_d'}t} + \frac{1}{X_d} \right] \sin(\omega t + \alpha) - \frac{E_{rms}\sqrt{2}}{X_d''} e^{-\frac{1}{T_a}t} \sin(\alpha) \quad (1.261)$$

$$i_b(t) = E_{rms}\sqrt{2} \left[ \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{1}{T_d''}t} + \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{1}{T_d'}t} + \frac{1}{X_d} \right] \sin(\omega t + \alpha - 120^\circ) - \frac{E_{rms}\sqrt{2}}{X_d''} e^{-\frac{1}{T_a}t} \sin(\alpha - 120^\circ) \quad (1.262)$$

$$i_c(t) = E_{rms}\sqrt{2} \left[ \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{1}{T_d''}t} + \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{1}{T_d'}t} + \frac{1}{X_d} \right] \sin(\omega t + \alpha + 120^\circ) - \frac{E_{rms}\sqrt{2}}{X_d''} e^{-\frac{1}{T_a}t} \sin(\alpha + 120^\circ) \quad (1.263)$$

## 2 Προσομοίωση

Αφού αναλύσαμε την σύγχρονη γεννήτρια τόσο στην μόνιμη όσο και στην μεταβατική κατάσταση, σε αυτό το κεφάλαιο θα υλοποιήσουμε το ισοδύναμό της σύστημα, υπό μορφή διαγράμματος βαθμίδων σε περιβάλλον προσομοίωσης και, συγκεκριμένα, στο Simulink του MATLAB, και να πραγματοποιήσουμε διάφορες εφαρμογές.

### 2.1 Διάγραμμα Βαθμίδων Σύγχρονης Γεννήτριας

Για την υλοποίηση του διαγράμματος βαθμίδων της σύγχρονης γεννήτριας, θα αξιοποιήσουμε τις εξισώσεις εκπεφρασμένες στο ανά μονάδα σύστημα. Αρχικά, θα αξιοποιήσουμε τις σχέσεις (1.72) και (1.74) μετασχηματισμού των τάσεων εξόδου στις μεταβλητές του μετασχηματισμού Park, με μηδενική την μεταβλητή  $\gamma$ , αλλά και του υπολογισμού της ισχύος εξόδου, δηλαδή της σχέσης (1.80). Έπειτα, θα αξιοποιήσουμε τις σχέσεις (1.176)-(1.180) υπολογισμού των ρευμάτων στο ανά μονάδα σύστημα και τις σχέσεις (1.183) και (1.184) υπολογισμού των βοηθητικών πεπλεγμένων ροών. Τέλος, θα αξιοποιήσουμε τις σχέσεις των πεπλεγμένων ροών (1.192)-(1.197) και, συγκεκριμένα, θα ολοκληρώσουμε τα δύο μέλη της εξίσωσης, ώστε να απομονώσουμε τις αντίστοιχες πεπλεγμένες ροές. Οι νέες σχέσεις θα είναι οι εξής:

$$\lambda_{du} = \int \left( \left[ \frac{\omega_b R_{au}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \right] \lambda_{du} + (\omega_b \omega_u) \lambda_{qu} + \left( \frac{\omega_b R_{au} L_{MDu}}{L_{ifu} L_{idu}} \right) \lambda_{fu} + \left( \frac{\omega_b R_{au} L_{MDu}}{L_{idu} L_{idu}} \right) \lambda_{Du} + (\omega_b v_{du}) \right) \quad (2.1)$$

$$\lambda_{qu} = \int \left( (-\omega_b \omega_u) \lambda_{du} + \left[ \frac{\omega_b R_{bu}}{L_{iqu}} \left( \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} - 1 \right) \right] \lambda_{qu} + \left( \frac{\omega_b R_{bu} L_{MQu}}{L_{iqu} L_{iqu}} \right) \lambda_{Qu} + (\omega_b v_{qu}) \right) \quad (2.2)$$

$$\lambda_{fu} = \int \left( \left( \frac{\omega_b R_{fu} L_{MDu}}{L_{idu} L_{ifu}} \right) \lambda_{du} + \left[ \frac{\omega_b R_{fu}}{L_{ifu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{ifu}} - 1 \right) \right] \lambda_{fu} + \left( \frac{\omega_b R_{fu} L_{MDu}}{L_{idu} L_{ifu}} \right) \lambda_{Du} + (\omega_b v_{fu}) \right) \quad (2.3)$$

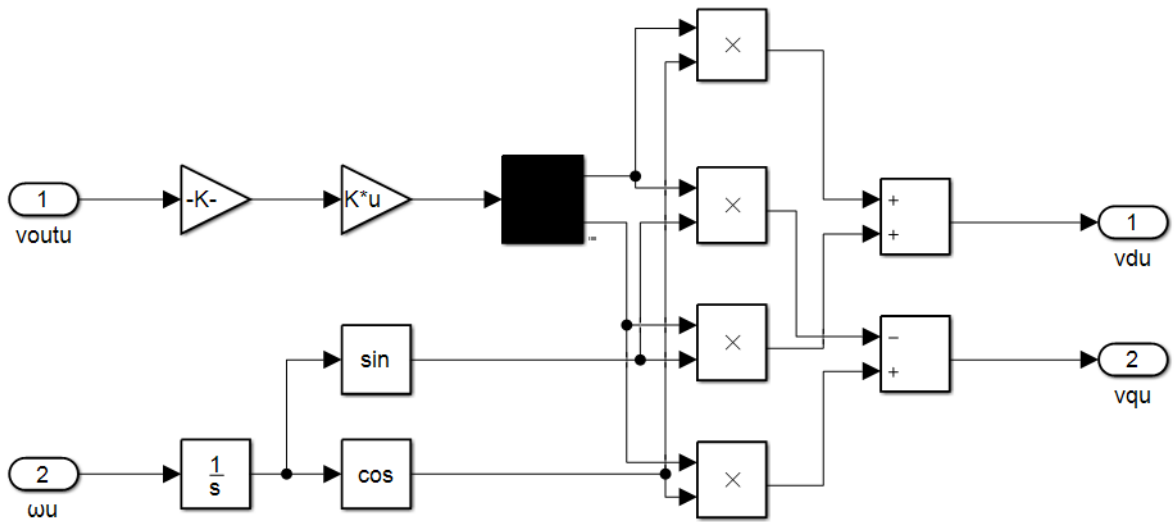
$$\lambda_{Du} = \int \left( \left( \frac{\omega_b R_{Du} L_{MDu}}{L_{idu} L_{idu}} \right) \lambda_{du} + \left( \frac{\omega_b R_{Du} L_{MDu}}{L_{ifu} L_{idu}} \right) \lambda_{fu} + \left[ \frac{\omega_b R_{Du}}{L_{idu}} \left( \frac{L_{MDu}}{L_{idu}} - 1 \right) \right] \lambda_{Du} + (\omega_b v_{Du}) \right) \quad (2.4)$$

$$\lambda_{Qu} = \int \left( \left( \frac{\omega_b R_{Qu} L_{MQu}}{L_{iqu} L_{iqu}} \right) \lambda_{qu} + \left[ \frac{\omega_b R_{Qu}}{L_{iqu}} \left( \frac{L_{MQu}}{L_{iqu}} - 1 \right) \right] \lambda_{Qu} + (\omega_b v_{Qu}) \right) \quad (2.5)$$

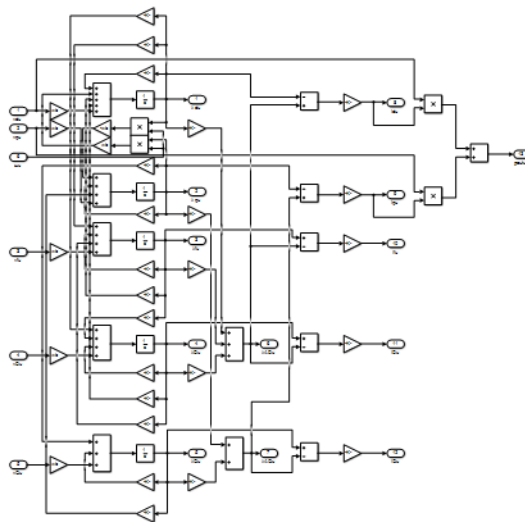
$$\omega_u = \int \left( \frac{1}{2H} \left[ \tau_{mu} + \left( -\frac{1}{3} \frac{\lambda_{AQu}}{L_{iqu}} \right) \lambda_{du} + \left( \frac{1}{3} \frac{\lambda_{ADu}}{L_{idu}} \right) \lambda_{qu} \right] \right) \quad (2.6)$$

**Παρατήρηση:** Παρατηρούμε ότι όλες οι σχέσεις αποτελούνται από ολοκληρώματα, αθροίσματα γινόμενα μεταξύ χρονικά μεταβαλλόμενων μεγεθών, αλλά και μεταξύ χρονικά μεταβαλλόμενων μεγεθών και σταθερών. Αυτό σημαίνει ότι θα χρειαστούν **ολοκληρωτές, αθροιστές, πολλαπλασιαστές και κέρδη.**

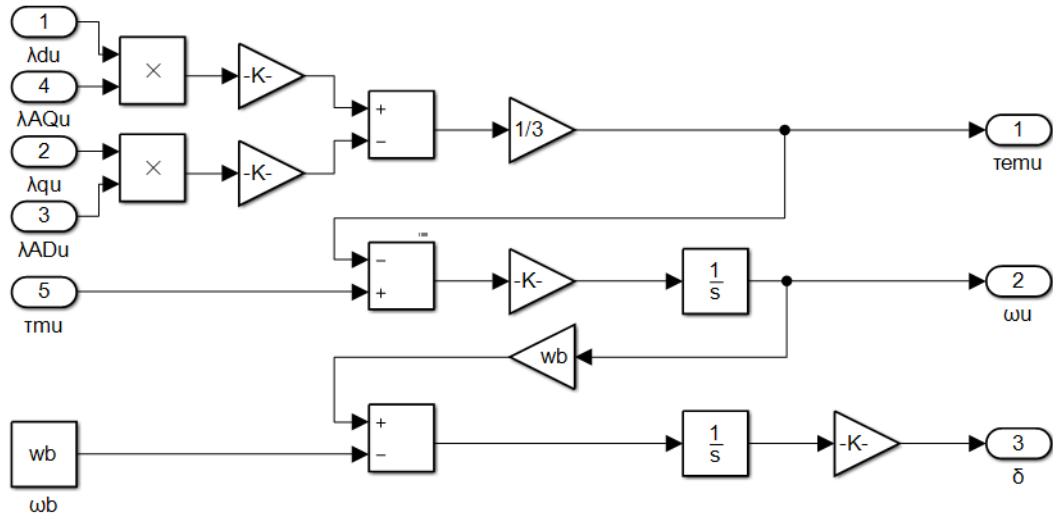
Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας  
 Τα διαγράμματα βαθμίδων είναι τα εξής:



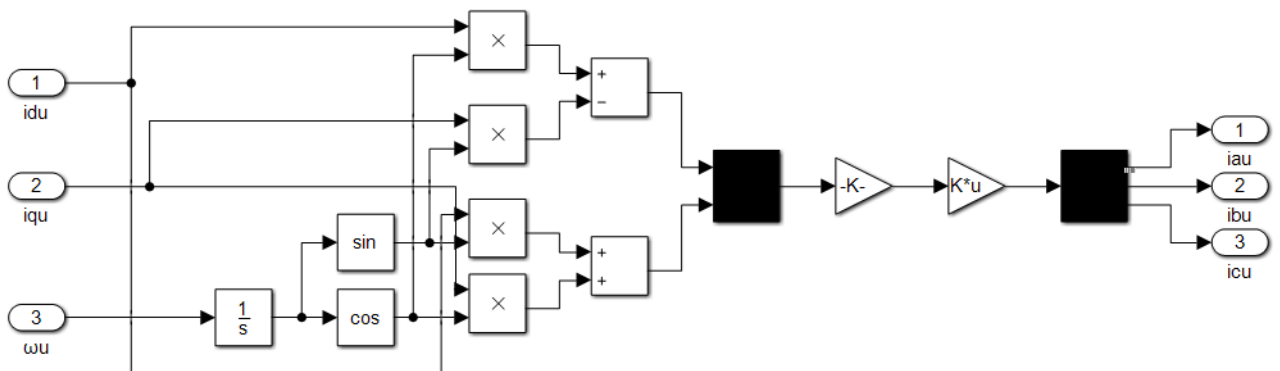
**Εικόνα 2.1.** Διάγραμμα βαθμίδων του μετασχηματισμού Park μίας σύγχρονης γεννήτριας, με μηδενισμένη την μεταβλητή  $\gamma$ , όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα.



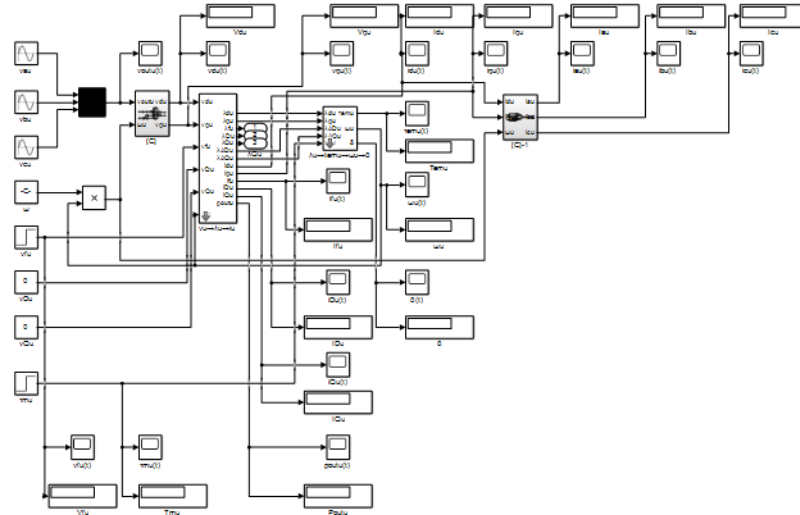
**Εικόνα 2.2.** Διάγραμμα βαθμίδων της εξαγωγής πελεγμένων ροών, ρευμάτων και ισχύος εξόδου μίας σύγχρονης γεννήτριας, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα.



**Εικόνα 2.3.** Διάγραμμα βαθμίδων της εξαγωγής της ηλεκτρομαγνητικής ροπής, της κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου και της γωνίας φορτίου μίας σύγχρονης γεννήτριας, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα.



**Εικόνα 2.4.** Διάγραμμα βαθμίδων του αντίστροφου μετασχηματισμού Park μίας σύγχρονης γεννήτριας, με μηδενισμένη την μεταβλητή  $\gamma$ , όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα.



**Εικόνα 2.5.** Διάγραμμα βαθμίδων της εισαγωγής μεταβολών στο σύστημα μίας σύγχρονης γεννήτριας και εξαγωγής γραφικών παραστάσεων και των τελικών τους τιμών, όπου τα μεγέθη είναι εκπεφρασμένα στο ανά μονάδα σύστημα.

Αφού υλοποιήσαμε το διάγραμμα βαθμίδων σε περιβάλλον προσομοίωσης, θα πρέπει να θέσουμε **αρχικές συνθήκες** στους ολοκληρωτές και τιμές στις εισόδους και στα κέρδη. Αυτές οι τιμές θα παρθούν από το σύγγραμμα «ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ» (ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ, 4<sup>η</sup> Έκδοση) του κ. Παντελή Β. Μαλατέστα και, συγκεκριμένα, από τις σελίδες 701, 702, 703, 706 και 712. Αυτές οι τιμές είναι οι εξής:

Τιμές Εισόδων Προσομοίωσης	
Είσοδος	Τιμή
$\omega$	$2\pi \cdot 60\text{rad/s}$
$v_{au}$	$\sqrt{2} \sin(2\pi \cdot 60t + \pi/2 + 0,8955)$
$v_{bu}$	$\sqrt{2} \sin(2\pi \cdot 60t + \pi/2 + 0,8955 - 2\pi/3)$
$v_{cu}$	$\sqrt{2} \sin(2\pi \cdot 60t + \pi/2 + 0,8955 + 2\pi/3)$
$v_{fu}$	0,0022
$v_{Du}$	0
$v_{Qu}$	0
$\tau_m$	1,002

**Πίνακας 2.1.** Τιμές εισόδων του διαγράμματος βαθμίδων της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

Τιμές Παραμέτρων Κερδών Προσομοίωσης	
Παράμετρος Κέρδους	Τιμή
$R_{au}$	0,001097
$R_{bu}$	0,001097
$R_{fu}$	0,000743
$R_{Du}$	0,0131
$R_{Qu}$	0,054
$L_{idu}$	0,15
$L_{iqu}$	0,15
$L_{ifu}$	0,101
$L_{iDu}$	0,056
$L_{iQu}$	0,035
$L_{MDu}$	0,0285
$L_{MQu}$	0,0278
$\omega_b$	$2\pi \cdot 60\text{rad/s}$
$H$	2,37s

**Πίνακας 2.2.** Τιμές παραμέτρων κερδών του διαγράμματος βαθμίδων της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



Αρχικές Συνθήκες Ολοκληρωτών Προσομοίωσης	
Ολοκληρωτής	Αρχική Συνθήκη
$\theta$	0rad
$\delta$	0,6824rad
$\lambda_{du}$	1,353
$\lambda_{qu}$	-1,085
$\lambda_{fu}$	1,933
$\lambda_{Du}$	1,634
$\lambda_{Qu}$	-0,9773

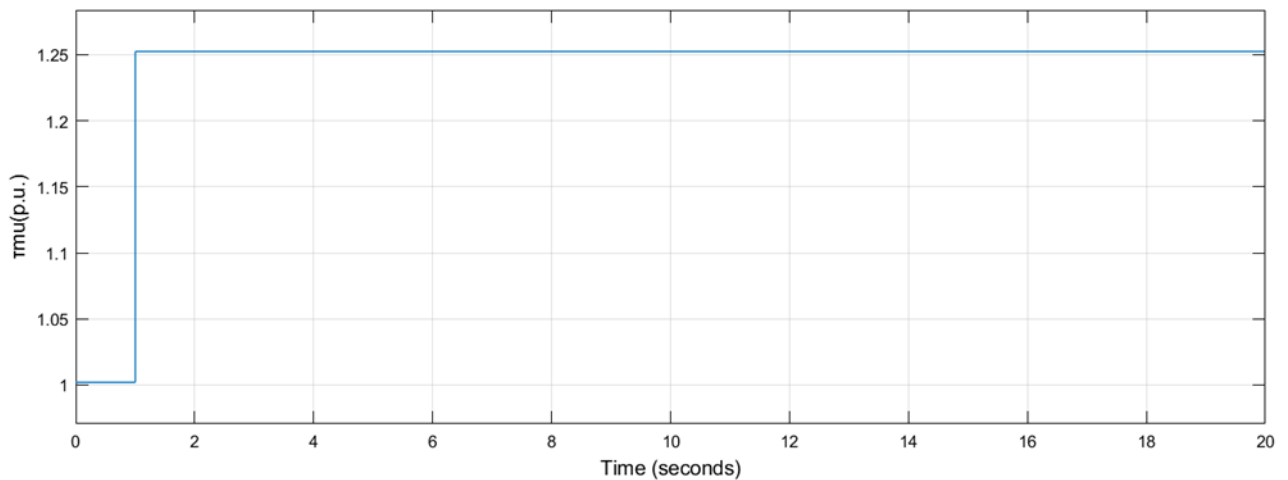
**Πίνακας 2.3.** Αρχικές συνθήκες των ολοκληρωτών του διαγράμματος βαθμίδων της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

## 2.2 Εφαρμογές

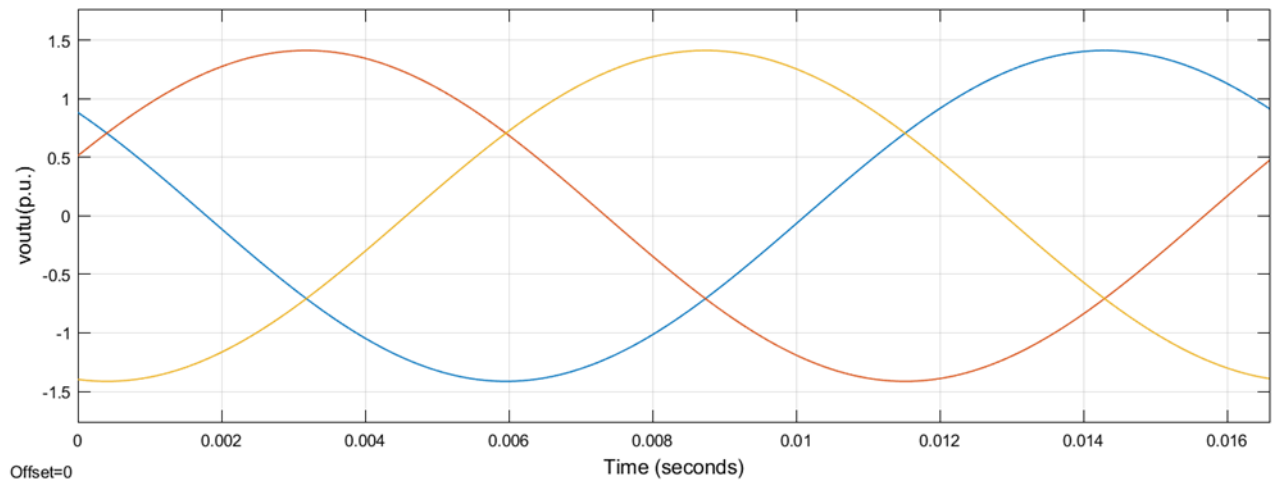
Έχοντας εισάγει τις απαραίτητες παραμέτρους στο σύστημα, μπορούμε να πραγματοποιήσουμε όποια εφαρμογή επιθυμούμε. Πριν από κάθε εφαρμογή, η γεννήτρια λειτουργεί στην μόνιμη κατάσταση στις αρχικές της συνθήκες.

### 2.2.1 Εφαρμογή 1<sup>η</sup>: Βηματική Αύξηση της Ανά Μονάδα Μηχανικής Ροπής

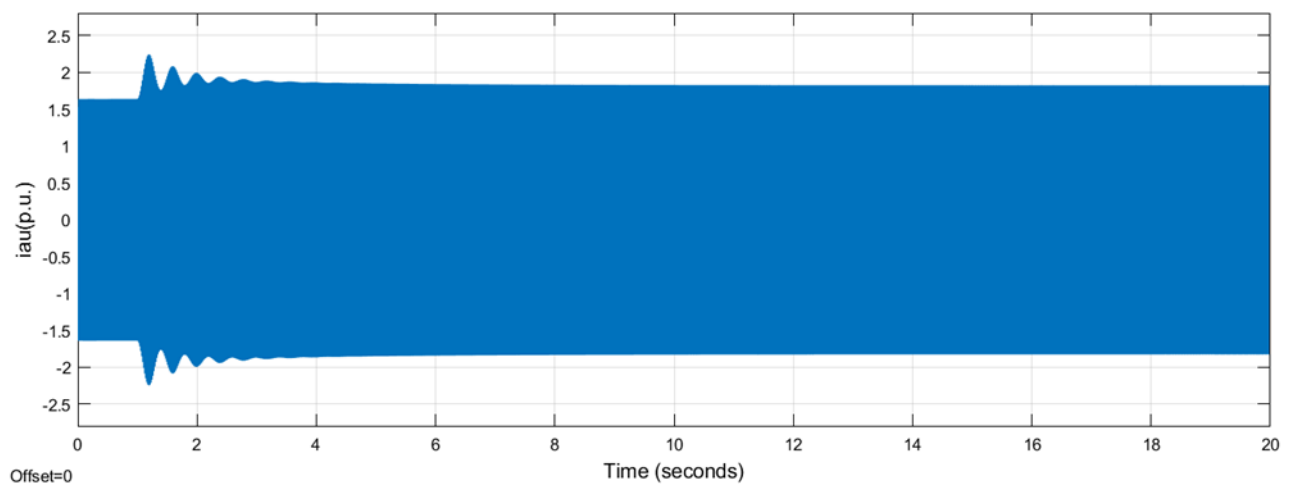
Σε αυτήν την εφαρμογή θα πραγματοποιήσουμε βηματική αύξηση της ανά μονάδα μηχανικής ροπής κατά 25% από την αρχική της τιμή, δηλαδή την  $\tau_{mu} = 1,002$ , και στην χρονική στιγμή  $t = 1s$ . Παρακάτω παρατίθενται οι αποκρίσεις για χρονική διάρκεια  $t = 20s$  και οι τελικές τιμές των διαφόρων μεταβλητών.



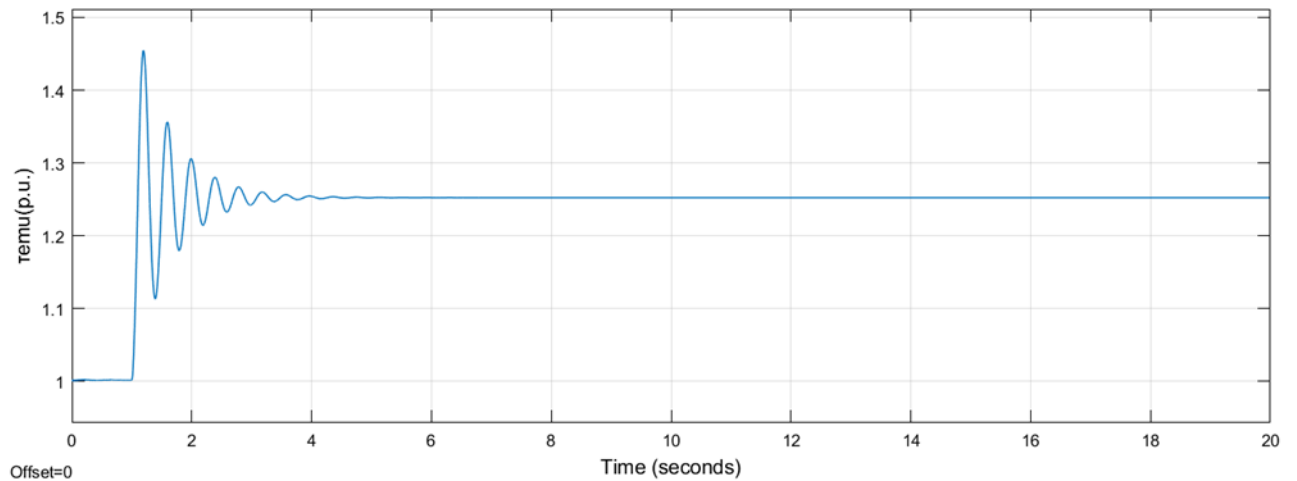
**Εικόνα 2.6.** Βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



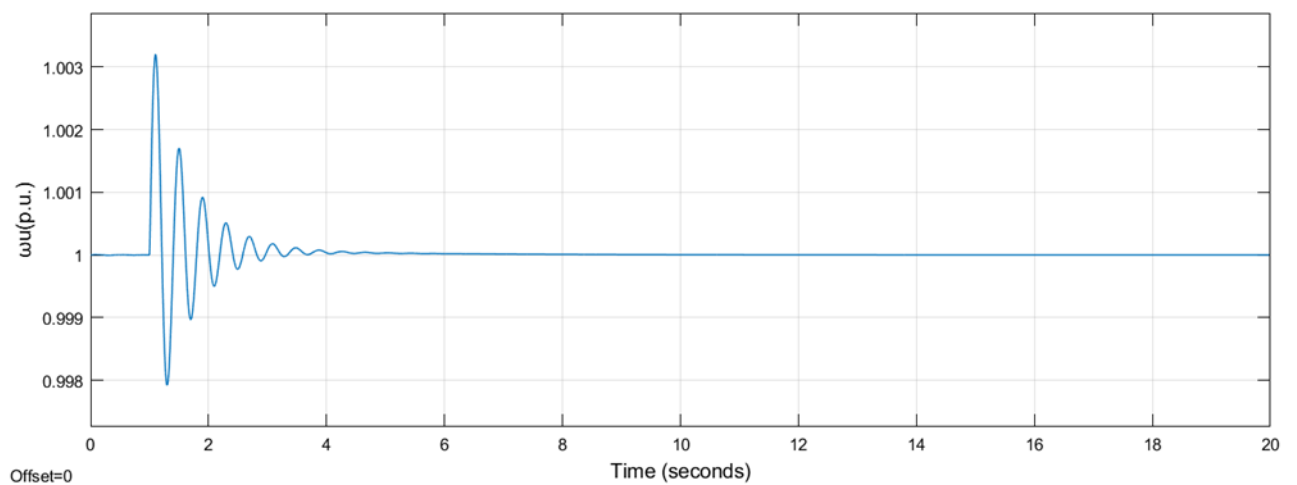
**Εικόνα 2.7.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



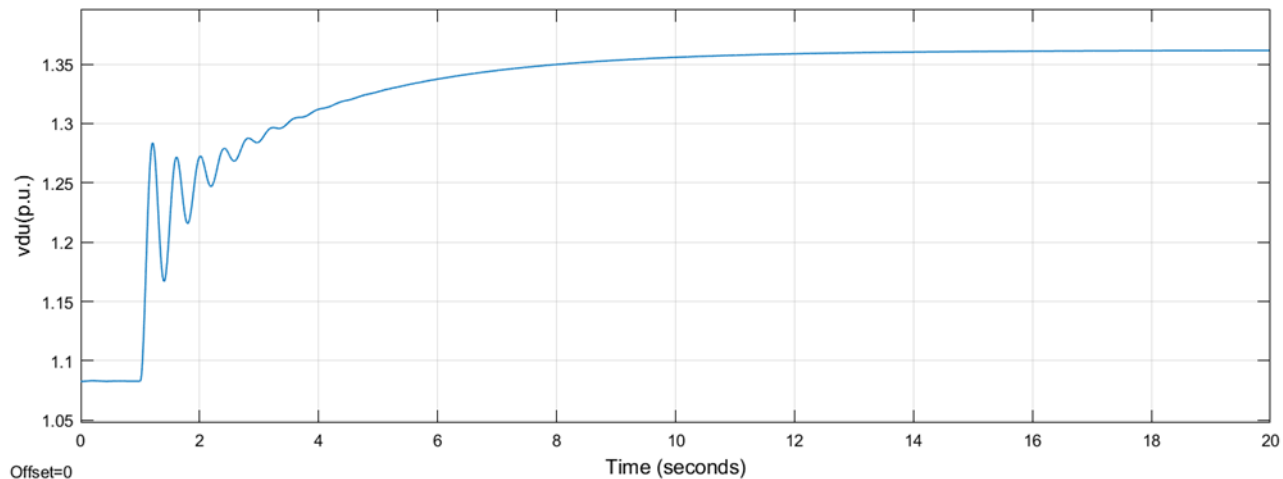
**Εικόνα 2.8.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



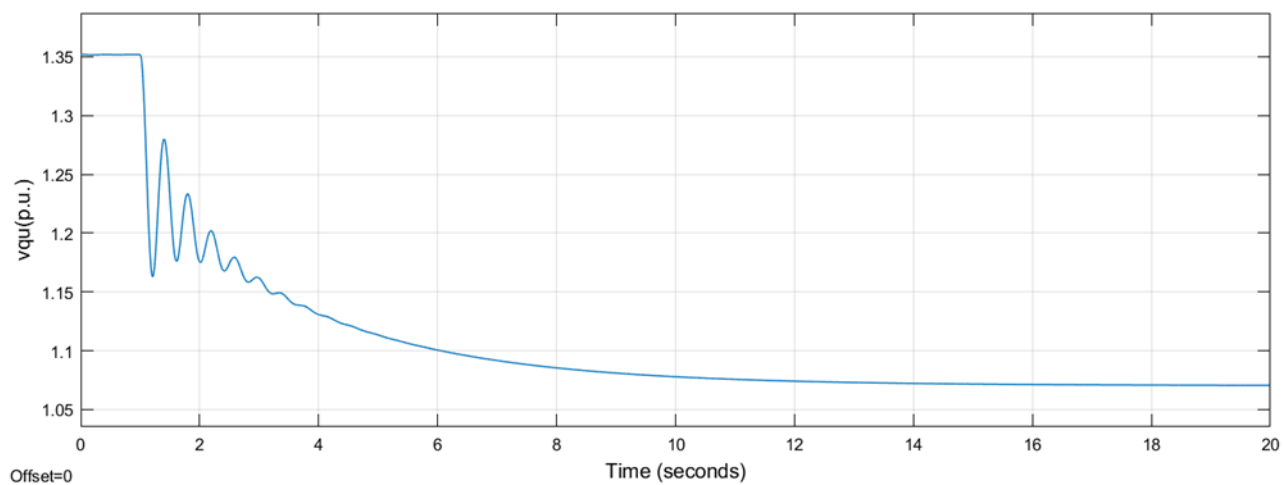
**Εικόνα 2.9.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



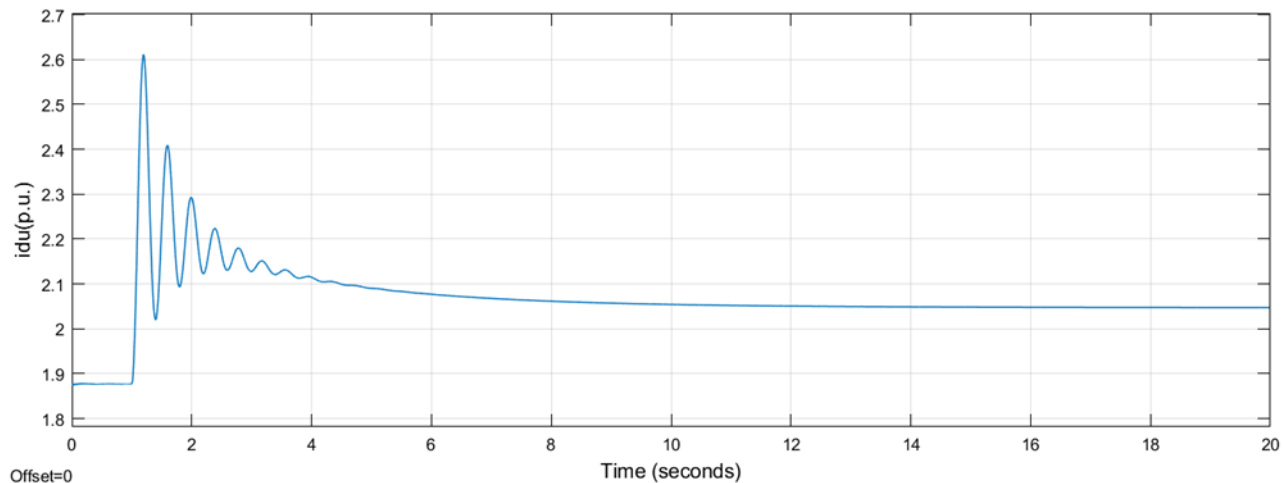
**Εικόνα 2.10.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



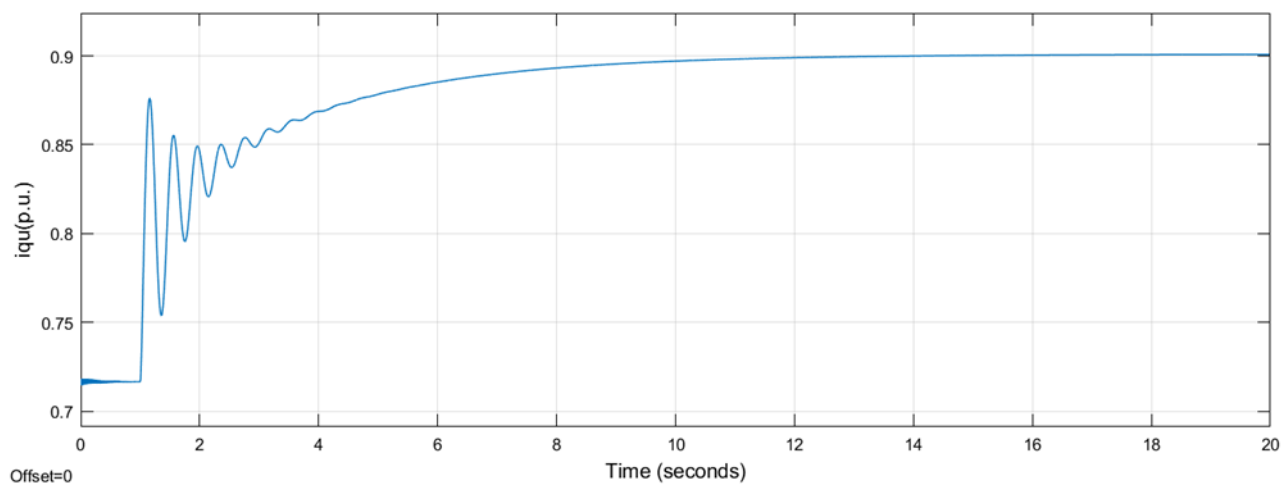
**Εικόνα 2.11.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



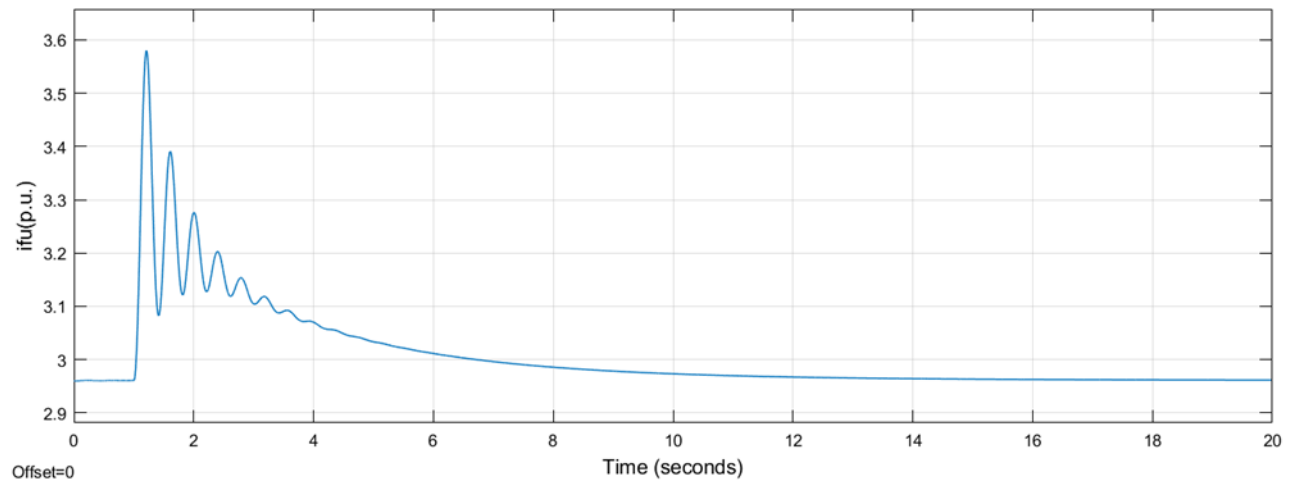
**Εικόνα 2.12.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.13.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



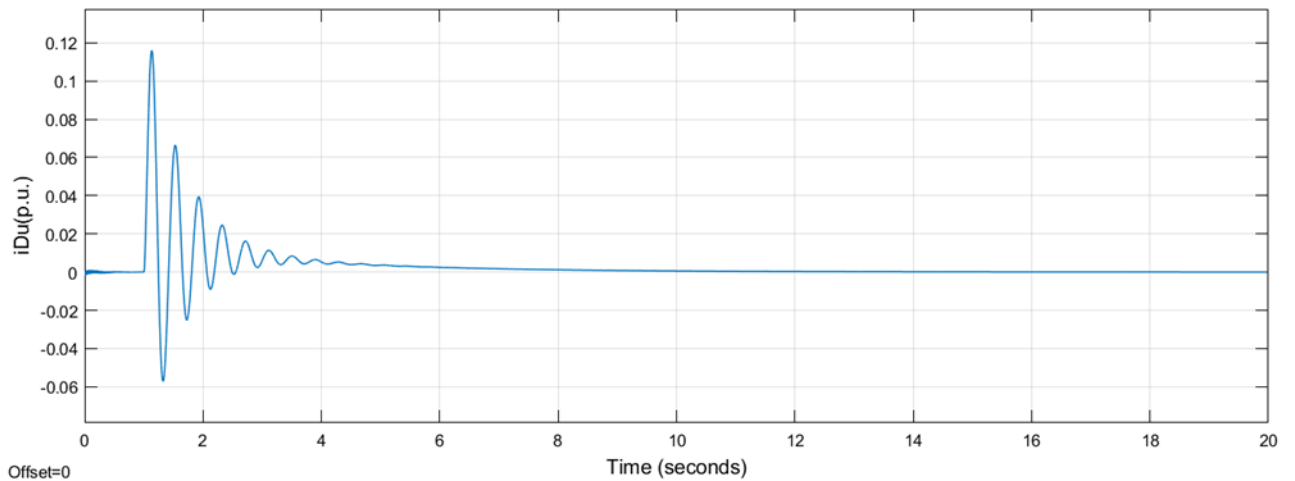
**Εικόνα 2.14.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



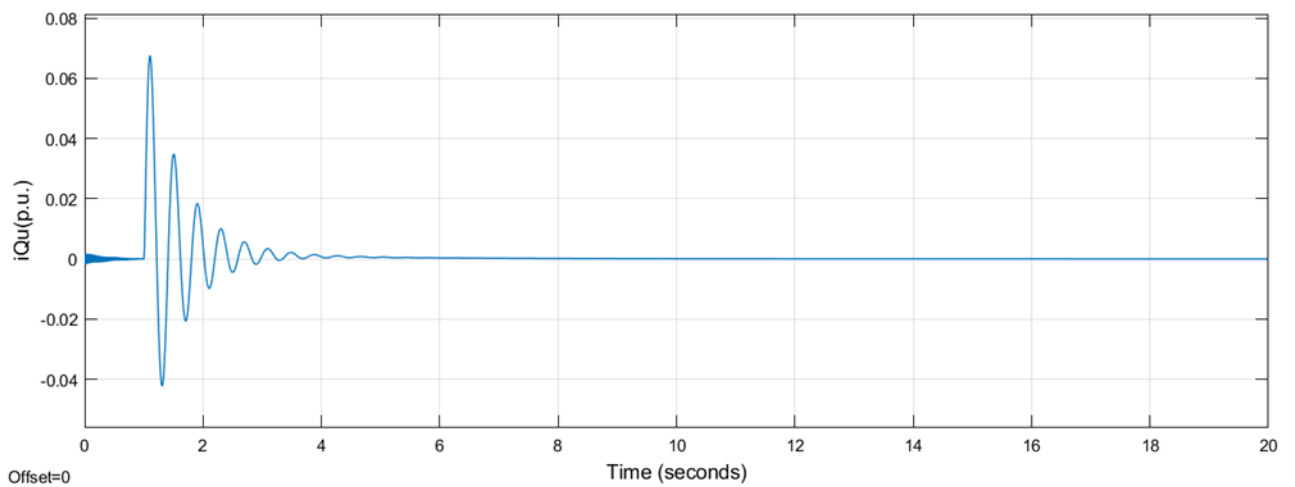
---

**Εικόνα 2.15.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

---

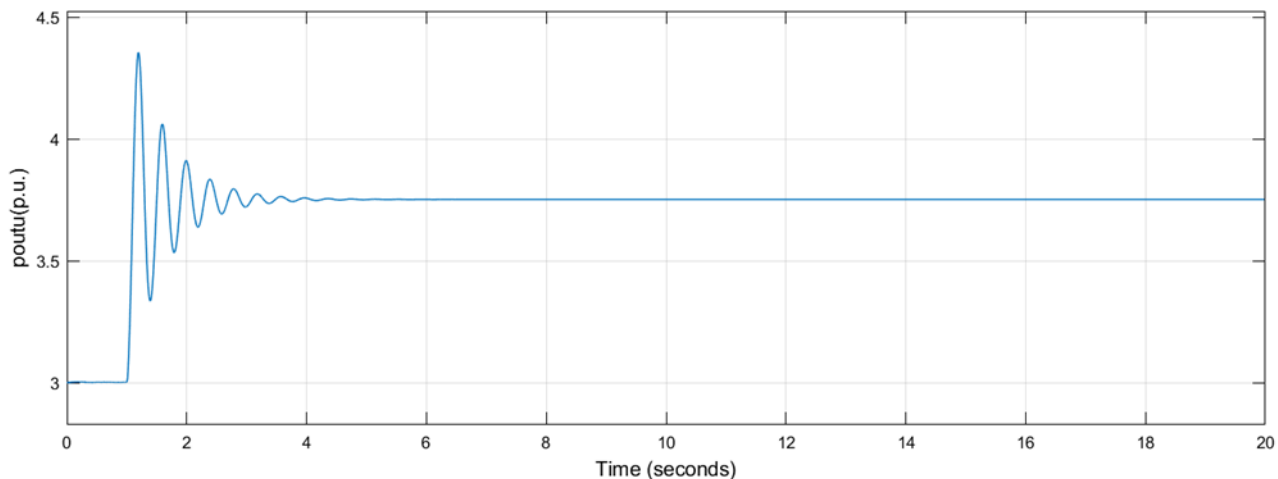


**Εικόνα 2.16.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

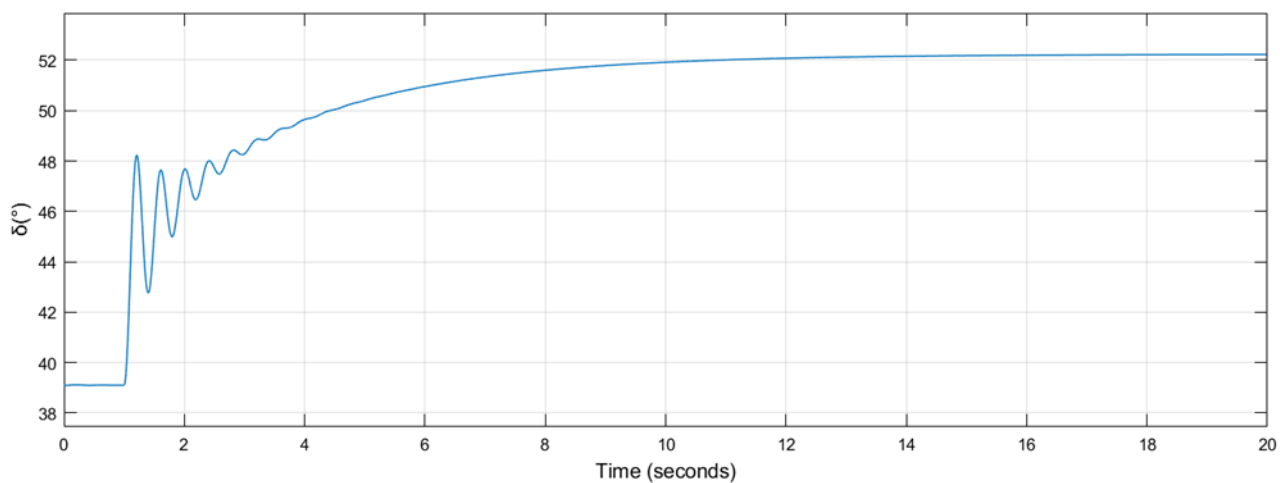


**Εικόνα 2.17.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.





**Εικόνα 2.18.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.19.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

Αρχικές και Τελικές Τιμές Μεγεθών			
Μέγεθος	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Μεταβολή
$T_{mu}$	1,002	1,252	↑
$I_{mu}$	1,638	1,826	↑
$T_{emu}$	1,001	1,253	↑
$\omega_u$	1	1	-
$V_{du}$	1,083	1,362	↑
$V_{qu}$	1,352	1,071	↓
$I_{du}$	1,874	2,047	↑
$I_{qu}$	0,7177	0,9008	↑
$I_{fu}$	2,959	2,961	~-
$I_{Du}$	-0,00196	0,00001919	~-
$I_{Qu}$	0,001203	0,000002892	~-
$P_{outu}$	2,999	3,752	↑
$\delta$	39,10°	52,23°	↑

**Πίνακας 2.4.** Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

### 2.2.1.1 Επαλήθευση Τελικών Τιμών 1<sup>ης</sup> Εφαρμογής

Για την θεωρητική επαλήθευση των τελικών τιμών της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής, δηλαδή των τιμών μόνιμης κατάστασης, θα αξιοποιήσουμε τις εξισώσεις μόνιμης κατάστασης, καθώς και άλλες προαναφερθείσες σχέσεις, με δεδομένες τις τιμές των παραμέτρων του συστήματος (πίνακας 2.2) και τις τιμές της ανά μονάδα μηχανικής ροπής ( $T_{mu}$ ) και του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού και καθέτου άξονα ( $I_{du}$  και  $I_{qu}$ ).

**Δεδομένα:**

$$R_{au} = 0,001097$$

$$R_{bu} = 0,001097$$

$$R_{fu} = 0,000743$$

$$L_{idu} = 0,15$$

$$L_{iqu} = 0,15$$

$$L_{ifu} = 0,101$$

$$L_{idu} = 0,056$$

$$L_{iqu} = 0,035$$

$$L_{MDu} = 0,0285$$

$$L_{MQu} = 0,0278$$

$$\omega_b = 2\pi \cdot 60 \text{rad/s}$$

$$H = 2,37 \text{s}$$

$$\omega = 2\pi \cdot 60 \text{rad/s}$$

$$T_{mu} = 1,252$$

$$I_{du} = 2,047$$

$$I_{qu} = 0,9008$$

**Επαλήθευση:**

$$\omega_u = \frac{\omega}{\omega_b} \Rightarrow \omega_u = \frac{2\pi \cdot 60 \text{rad/s}}{2\pi \cdot 60 \text{rad/s}} \Rightarrow \boxed{\omega_u = 1}$$

$$0 = T_{mu} - T_{emu} \Rightarrow T_{emu} = T_{mu} \Rightarrow$$

$$T_{emu} = 1,252 \cong 1,253 \text{ (πειραματικό)}$$

$$\frac{1}{L_{MQu}} = \frac{1}{L_{AQu}} + \frac{1}{L_{iqu}} + \frac{1}{L_{iqu}} \Rightarrow \frac{1}{L_{AQu}} = \frac{1}{L_{MQu}} - \frac{1}{L_{iqu}} - \frac{1}{L_{iqu}} \Rightarrow$$

$$L_{AQu} = \frac{1}{\frac{1}{L_{MQu}} - \frac{1}{L_{iqu}} - \frac{1}{L_{iqu}}} \Rightarrow L_{AQu} = \frac{1}{\frac{1}{0,0278} - \frac{1}{0,15} - \frac{1}{0,035}} \Rightarrow$$

$$\boxed{L_{AQu} = \frac{2.919}{2.140}}$$

$$L_{qu} - L_{iqu} = L_{AQu} \Rightarrow L_{qu} = L_{AQu} + L_{iqu} \Rightarrow L_{qu} = \frac{2.919}{2.140} + 0,15 \Rightarrow \boxed{L_{qu} = \frac{162}{107}}$$

$$V_{du} = -R_{au}I_{du} + \omega_u L_{qu}I_{qu} \Rightarrow V_{du} = -0,001097 \cdot 2,047 + 1 \cdot \frac{162}{107} \cdot 0,9008 \Rightarrow$$

$$V_{du} \cong 1,362 = 1,362 \text{ (πειραματικό)}$$

Δυναμική Ανάλυση Σύγχρονης Γεννήτριας

$$V_{fu} = R_{fu} I_{fu} \Rightarrow I_{fu} = \frac{V_{fu}}{R_{fu}} \Rightarrow I_{fu} = \frac{0,0022}{0,000743} \Rightarrow$$

$$I_{fu} \cong 2,961 = 2,961 \text{ (πειραματικό)}$$

$$\frac{1}{L_{MDu}} = \frac{1}{L_{ADu}} + \frac{1}{L_{ldu}} + \frac{1}{L_{lfu}} + \frac{1}{L_{lDu}} \Rightarrow \frac{1}{L_{ADu}} = \frac{1}{L_{MDu}} - \frac{1}{L_{ldu}} - \frac{1}{L_{lfu}} - \frac{1}{L_{lDu}} \Rightarrow$$

$$L_{ADu} = \frac{1}{\frac{1}{L_{MDu}} - \frac{1}{L_{ldu}} - \frac{1}{L_{lfu}} - \frac{1}{L_{lDu}}} \Rightarrow L_{ADu} = \frac{1}{\frac{1}{0,0285} - \frac{1}{0,15} - \frac{1}{0,101} - \frac{1}{0,056}} \Rightarrow$$

$$L_{ADu} = 1,508478383$$

$$L_{du} - L_{ldu} = L_{ADu} \Rightarrow L_{du} = L_{ADu} + L_{ldu} \Rightarrow L_{du} = 1,508478383 + 0,15 \Rightarrow$$

$$L_{du} = 1,658478383$$

$$kM_{fu} = L_{ADu} \Rightarrow kM_{fu} = 1,508478383$$

$$V_{qu} = -R_{bu} I_{qu} - \omega_u L_{du} I_{du} + \omega_u kM_{fu} I_{fu} \Rightarrow$$

$$V_{qu} = -0,001097 \cdot 0,9008 - 1 \cdot 1,658478383 \cdot 2,047 + 1 \cdot 1,508478383 \cdot 2,961 \Rightarrow$$

$$V_{qu} \cong 1,071 = 1,071 \text{ (πειραματικό)}$$

$$P_{out} = V_{du} I_{du} + V_{qu} I_{qu} \Rightarrow P_{out} = 1,362 \cdot 2,047 + 1,071 \cdot 0,9008 \Rightarrow$$

$$P_{out} \cong 3,753 \cong 3,752 \text{ (πειραματικό)}$$

**2.2.1.2 Σχολιασμός 1<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικά υπολογισμένες τιμές είναι, προσεγγιστικά, ίσες με τις αντίστοιχες πειραματικά εξαγόμενες. Αυτό σημαίνει ότι οι εξισώσεις μόνιμης κατάστασης επαληθεύουν τις εξισώσεις μεταβατικής κατάστασης, από τις οποίες, άλλωστε, εξήχθησαν. Όσον αφορά την ερμηνεία των μεταβολών, αυτή είναι η εξής:

Σε όλες τις γραφικά αναπαριστώμενες μεταβολές υπεισέρχονται **εκθετικά αποσβεννύμενες ταλαντώσεις**. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το σύστημα της γεννήτριας είναι τάξης **ανώτερης της 1<sup>ης</sup>**. Όλες οι μεταβλητές **συγκλίνουν** σε μία τελική τιμή, γεγονός που σημαίνει ότι σύστημα είναι **ευσταθές**. Πιο συγκεκριμένα, έχοντας σαν αναφορά τις μεταβολές της ανά μονάδα μηχανικής ροπής και των ανά μονάδα ρευμάτων ορθού και καθέτου άξονα, για τις μεταβολές των μεταβλητών παρατηρούμε τα εξής:

- Η ανά μονάδα **ηλεκτρομαγνητική ροπή** είναι ίση με την μηχανική ροπή στην μόνιμη κατάσταση και **αυξάνεται** στον ίδιο βαθμό με αυτήν. Αυτό συμβαίνει, καθώς δεν υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση, καθώς η χρονική παράγωγος της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής του δρομέα είναι μηδενική, σύμφωνα με την σχέση (1.241), εκ της οποίας συνεπάγεται η εξής σχέση:

$$T_{mu} = T_{emu} \quad (2.7)$$

- Η ανά μονάδα **τάση εξόδου ορθού άξονα αυξάνεται**. Αυτό συμβαίνει, καθώς αυτή είναι ανάλογη του ημιτόνου της γωνίας φορτίου και, αφού αυξάνεται η δεύτερη, αυξάνεται και η πρώτη, όσο, παράλληλα, το πλάτος της φασικής τάσης εξόδου παραμένει σταθερό, σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$V_{du} = V_{au} \sin(\delta) \quad (2.8)$$

- Η ανά μονάδα **τάση εξόδου καθέτου άξονα μειώνεται**. Αυτό συμβαίνει, καθώς αυτή είναι ανάλογη του συνημιτόνου της γωνίας φορτίου και, αφού αυξάνεται η δεύτερη, μειώνεται η πρώτη, όσο, παράλληλα, το πλάτος της φασικής τάσης εξόδου παραμένει σταθερό, σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$V_{qu} = V_{au} \cos(\delta) \quad (2.9)$$

- Το ανά μονάδα **ρεύμα διέγερσης** διατηρείται, προσεγγιστικά, **σταθερό**. Αυτό συμβαίνει, καθώς δεν μεταβάλλαμε την ανά μονάδα τάση διέγερσης, η οποία είναι μία από τις εισόδους του συστήματος και με την οποία είναι ανάλογο το ρεύμα διέγερσης, σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$I_{fu} = \frac{V_{fu}}{R_{fu}} \quad (2.10)$$

- Η ανά μονάδα **κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου** διατηρείται **σταθερή**. Αυτό συμβαίνει, καθώς, σύμφωνα με την μετατροπή των σχέσεων (1.233) και (1.234), από την οποία προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

$$\omega_u = \frac{V_{du} + R_{au}I_{du}}{L_{qu}I_{qu}} \quad (2.11)$$

$$\omega_u = \frac{V_{qu} + R_{bu}I_{qu}}{kM_{fu}I_{fu} - L_{du}I_{du}} \quad (2.12)$$

εφόσον οι ανά μονάδα ωμικές αντιστάσεις, αυτεπαγωγές και η αλληλεπαγωγή διατηρούνται σταθερές, οι μεταβολές των ανά μονάδα τάσεων και ρευμάτων γίνονται κατά τέτοιον τρόπο, ώστε να μην την μεταβάλουν. Σύμφωνα με την σχέση (2.11), η ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου είναι ανάλογη της ανά μονάδα φασικής τάσης εξόδου ορθού άξονα (η οποία αυξάνεται) και του ανά μονάδα ρεύματος ορθού άξονα (το οποίο, επίσης, αυξάνεται), ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη του ρεύματος εξόδου καθέτου άξονα (το οποίο, επίσης, αυξάνεται). Σύμφωνα με την σχέση (2.12), η ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου είναι ανάλογη της ανά μονάδα φασικής τάσης εξόδου καθέτου άξονα (η οποία μειώνεται), του ανά μονάδα ρεύματος καθέτου άξονα (το οποίο αυξάνεται) και του ανά μονάδα ρεύματος ορθού άξονα (το οποίο αυξάνεται), ενώ είναι αντιστρόφως ανάλογη του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης (το οποίο διατηρείται σταθερό). Για λόγους διευκόλυνσης παρατίθενται οι σχέσεις (2.11) και (2.12) με βοηθητικά βέλη ως εξής:

$$\omega_u = \frac{V_{du} \uparrow + R_{au}I_{du} \uparrow}{L_{qu}I_{qu} \uparrow} \quad (2.13)$$

$$\omega_u = \frac{V_{qu} \downarrow + R_{bu}I_{qu} \uparrow}{kM_{fu}I_{fu} (-) - L_{du}I_{du} \uparrow} \quad (2.14)$$

Συνεπώς, το να αναιρούν οι μεταβολές του παρονομαστή αυτές του αριθμητή δύναται να γίνει, αλλά πρέπει να δώσουμε και κάποια φυσική ερμηνεία του φαινομένου. Αυτή είναι η εξής: εφόσον υπάρχει ισορροπία μεταξύ της ανά μονάδα μηχανικής ροπής και της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, δεν υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση, δηλαδή δεν υπάρχει μεταβολή στην ανά μονάδα γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα, άρα και στην ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου της γεννήτριας, σύμφωνα με την εξής σχέση:

$$2H \frac{d\omega_u}{dt} = \tau_m - \tau_{em} = 0 \quad (2.15)$$

εκ της οποίας συνεπάγεται η εξής σχέση:

$$\frac{d\omega_u}{dt} = 0 \quad (2.16)$$

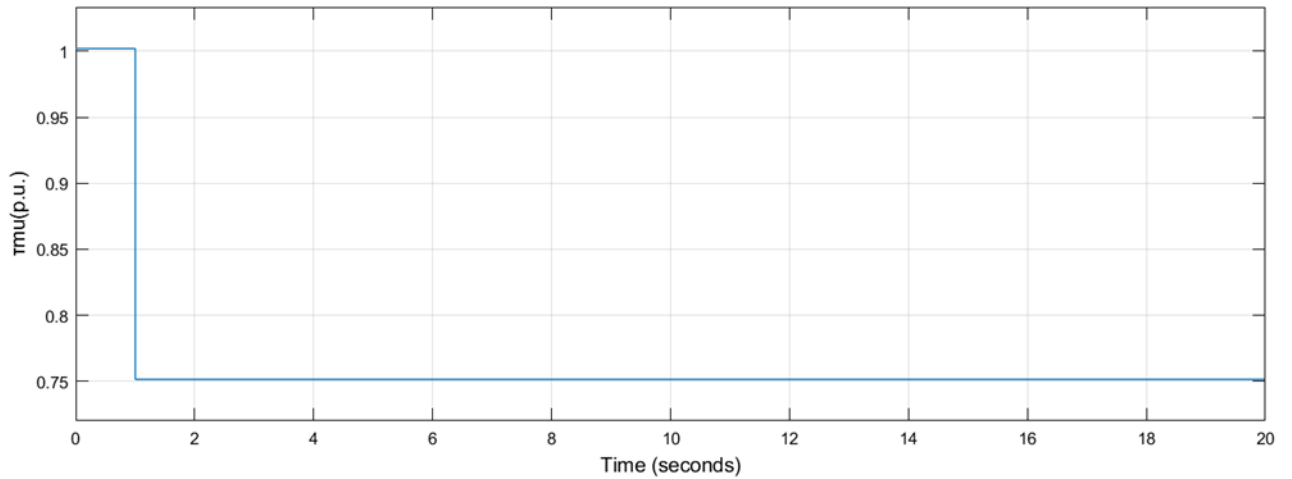
εκ της οποίας συνεπάγεται η εξής σχέση:

$$\Delta\omega_u = 0 \quad (2.17)$$

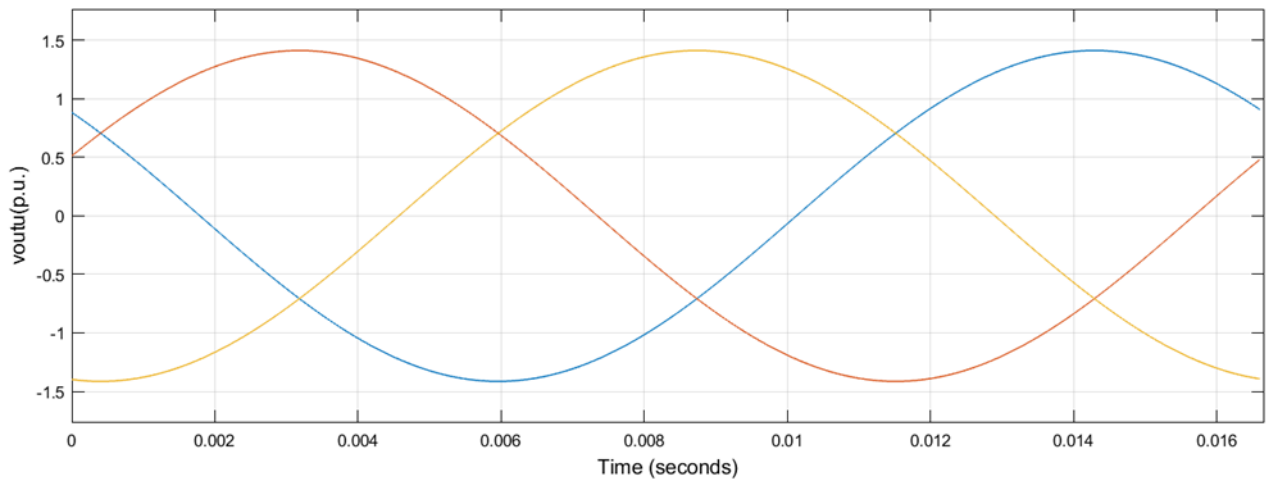
- Τα ανά μονάδα **ρεύματα των τυλιγμάτων απόσβεσης ορθού και καθέτου άξονα** παραμένουν, προσεγγιστικά, **σταθερά και ίσα με το μηδέν**. Αυτό συμβαίνει, καθώς μηδενίσαμε τις ανά μονάδα τάσεις των τυλιγμάτων απόσβεσης ορθού και καθέτου άξονα, οι οποίες είναι δύο από τις εισόδους του συστήματος. Η φυσική ερμηνεία είναι η εξής: Κατά την λειτουργία γεννήτριας μίας σύγχρονης μηχανής, τα τυλίγματα απόσβεσης είναι εκτός λειτουργίας, καθώς δεν απαιτούνται ούτε για την εκκίνησή της ούτε για την λειτουργία της στην μόνιμη κατάσταση.

**2.2.2 Εφαρμογή 2<sup>η</sup>: Βηματική Μείωση της Ανά Μονάδα Μηχανικής Ροπής**

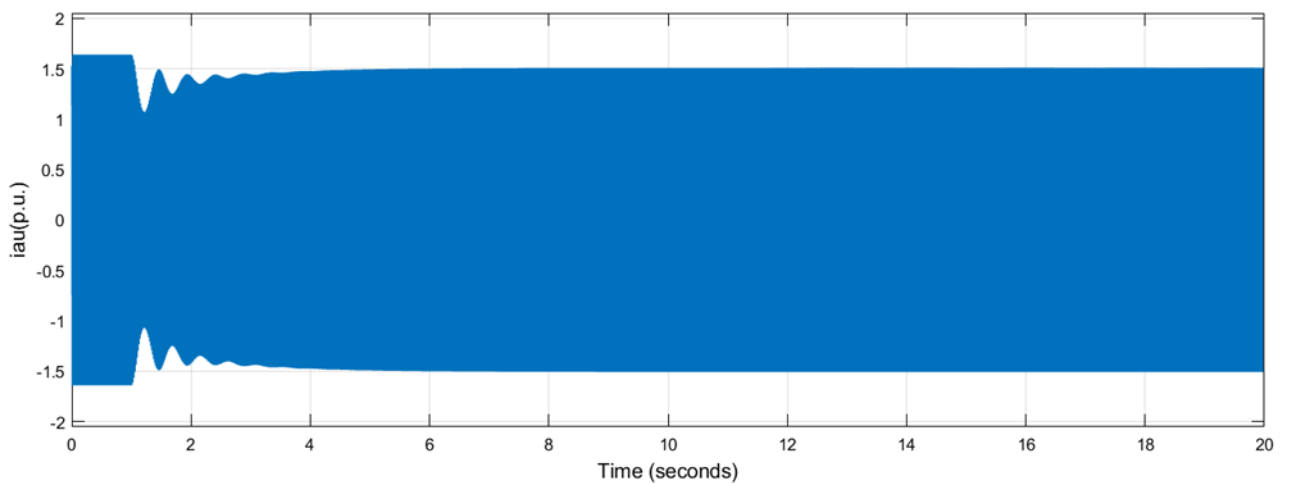
Σε αυτήν την εφαρμογή θα πραγματοποιήσουμε την αντίθετη διαδικασία της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής, δηλαδή βηματική μείωση της ανά μονάδα μηχανικής ροπής κατά 25% από την αρχική της τιμή, δηλαδή την  $\tau_{mu} = 1,002$ , και στην χρονική στιγμή  $t = 1s$ . Παρακάτω παρατίθενται οι αποκρίσεις για χρονική διάρκεια  $t = 20s$  και οι τελικές τιμές των διαφόρων μεταβλητών.



**Εικόνα 2.20.** Βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

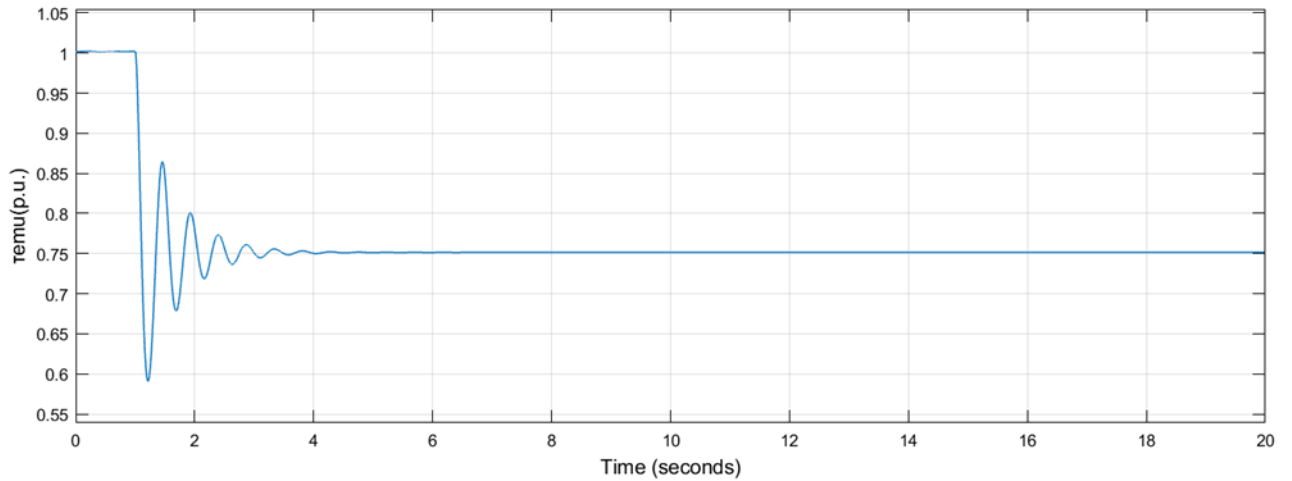


**Εικόνα 2.21.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

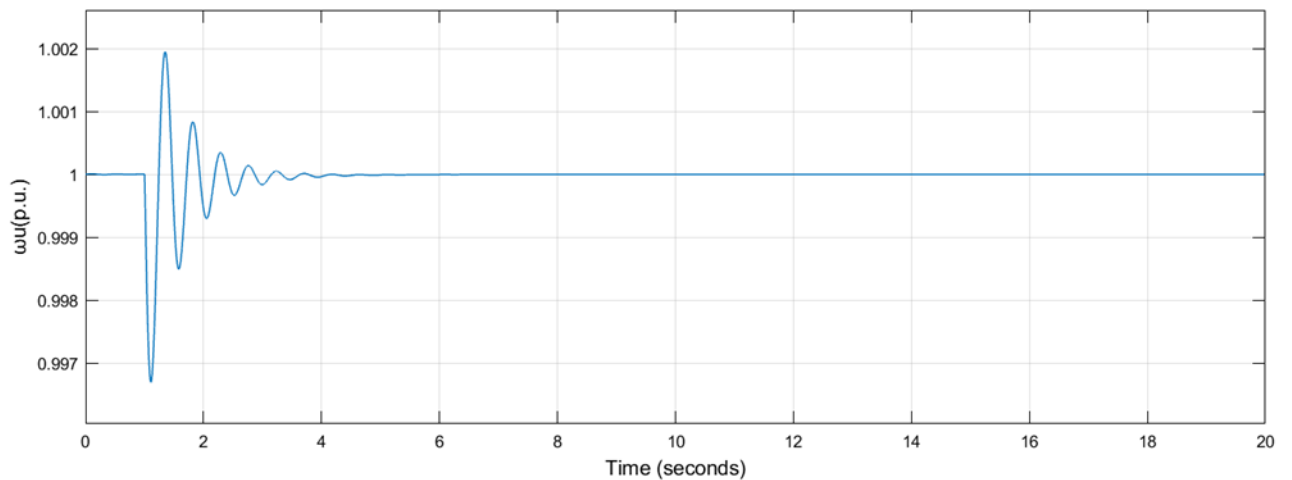


**Εικόνα 2.22.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

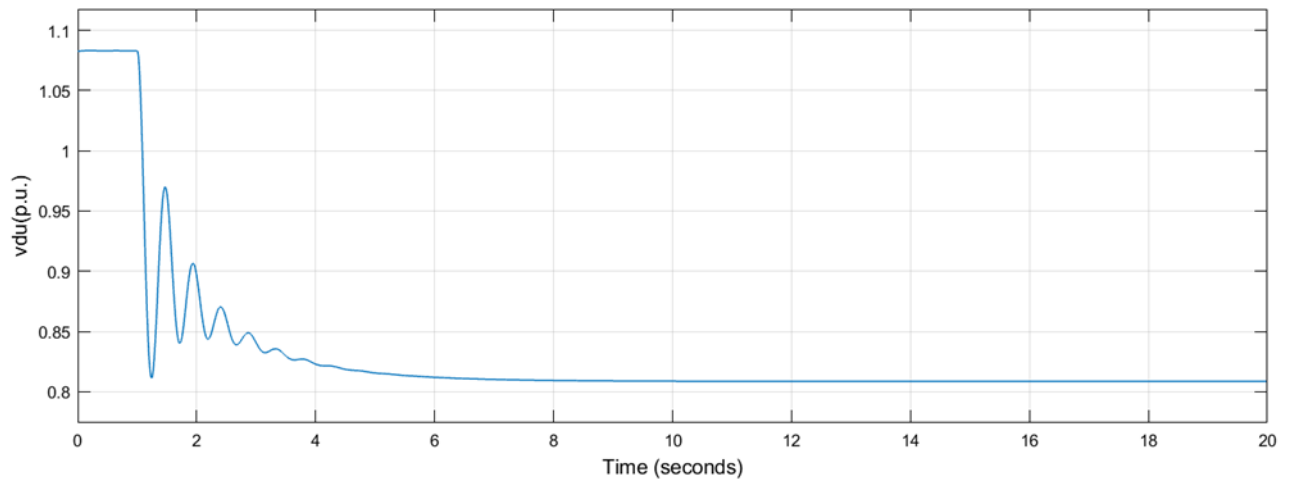




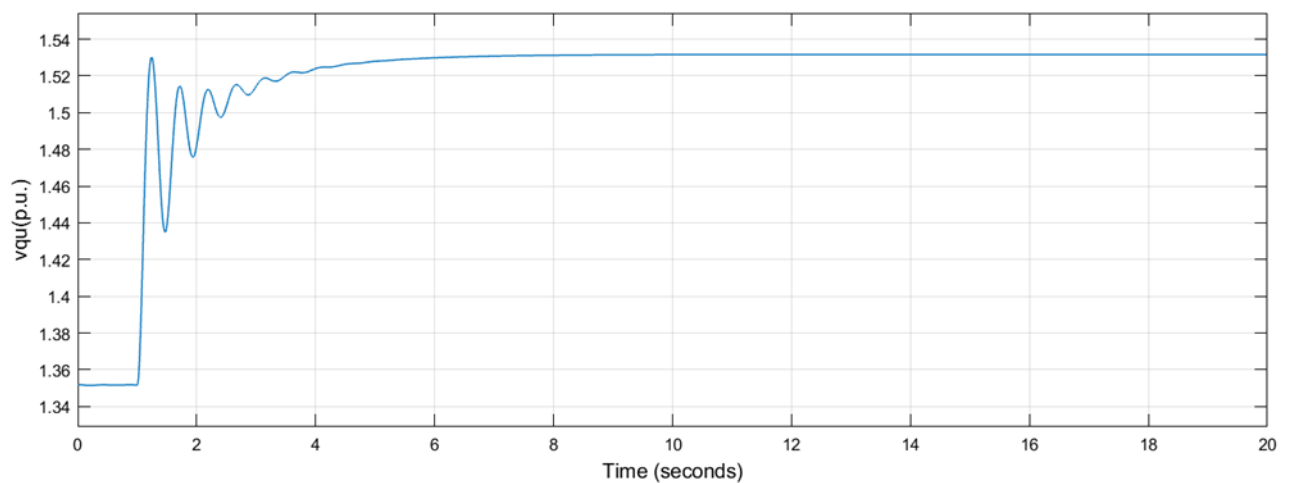
**Εικόνα 2.23.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



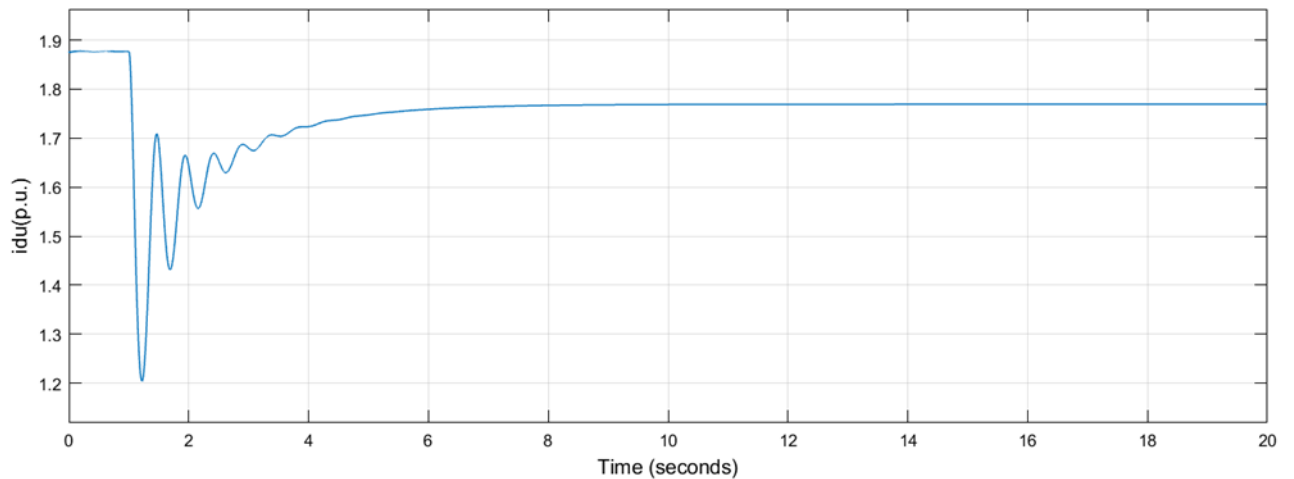
**Εικόνα 2.24.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



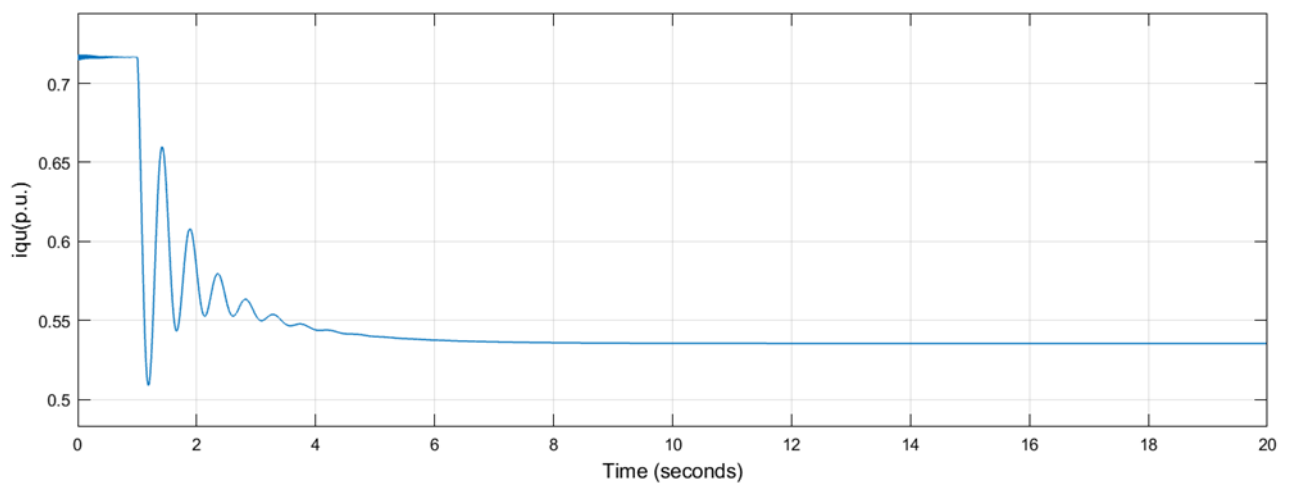
**Εικόνα 2.25.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



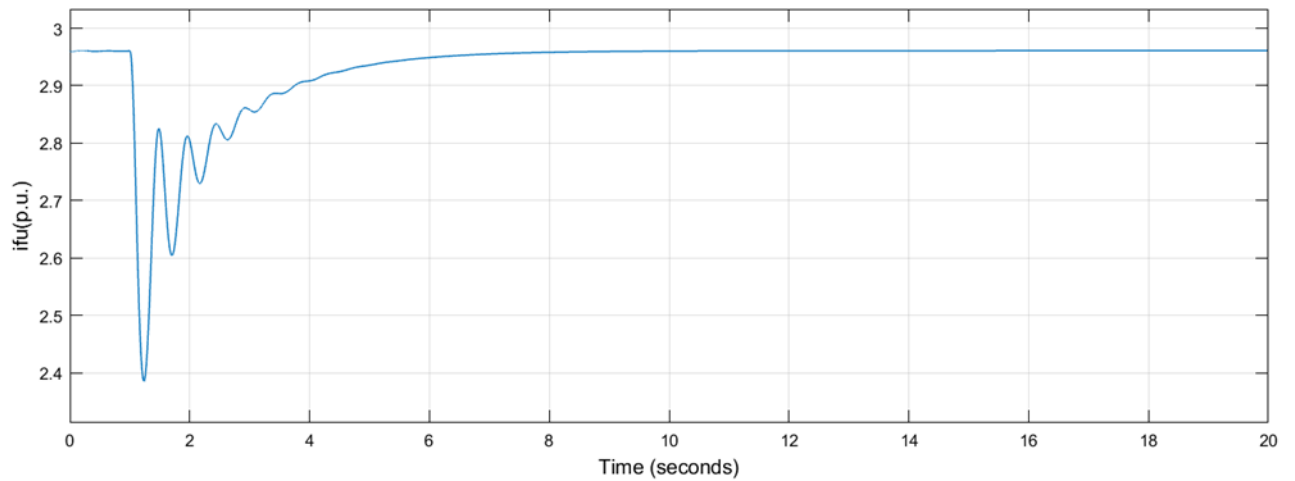
**Εικόνα 2.26.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.27.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



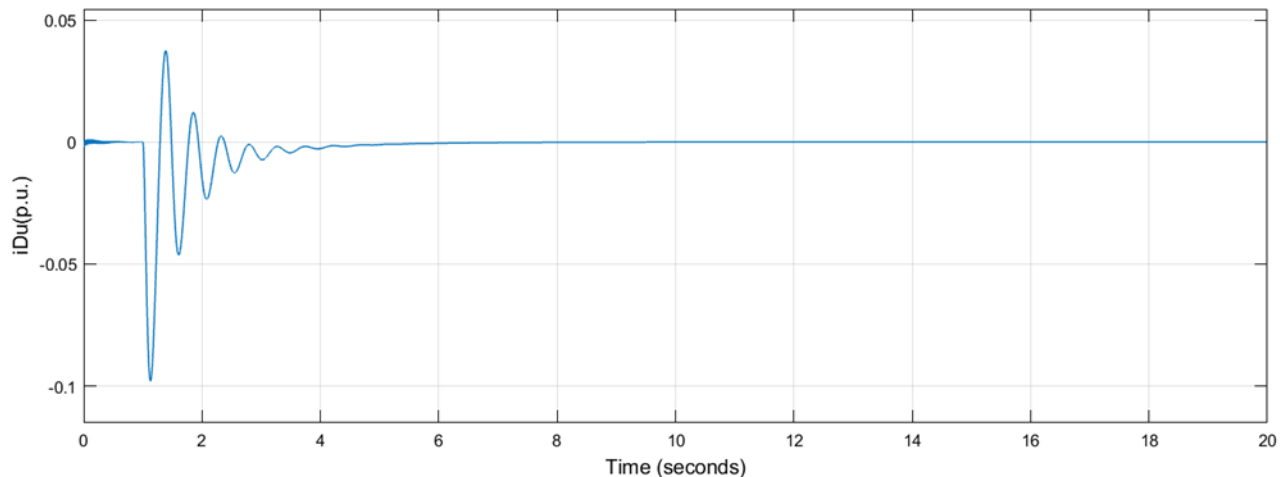
**Εικόνα 2.28.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



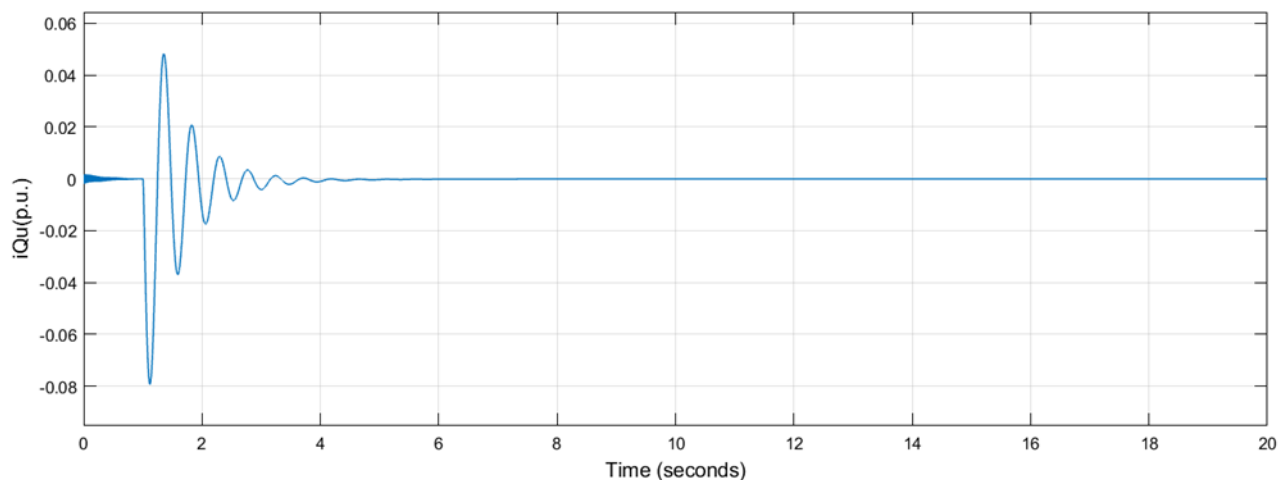
---

**Εικόνα 2.29.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

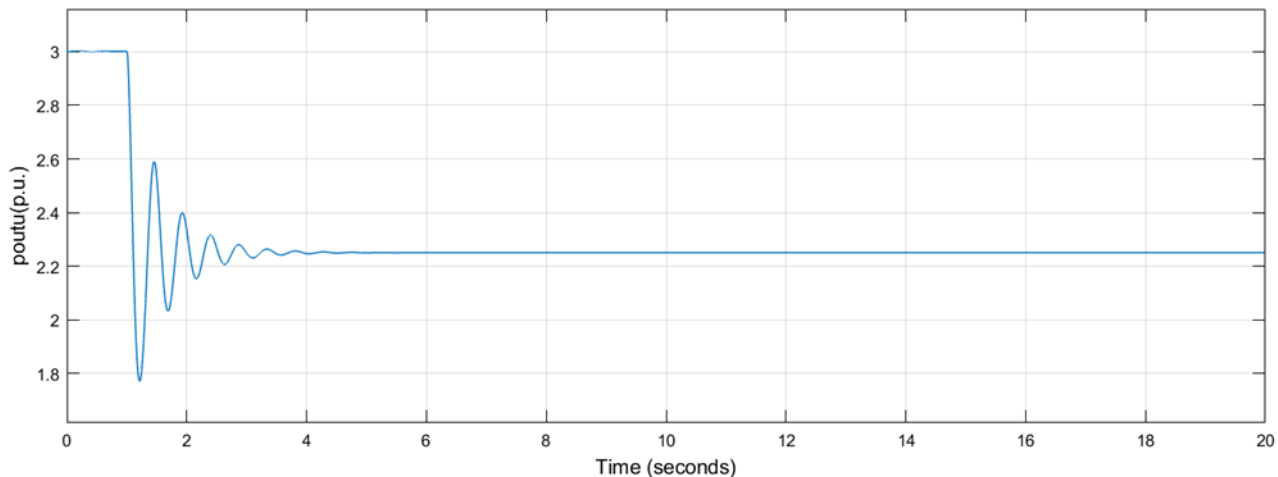
---



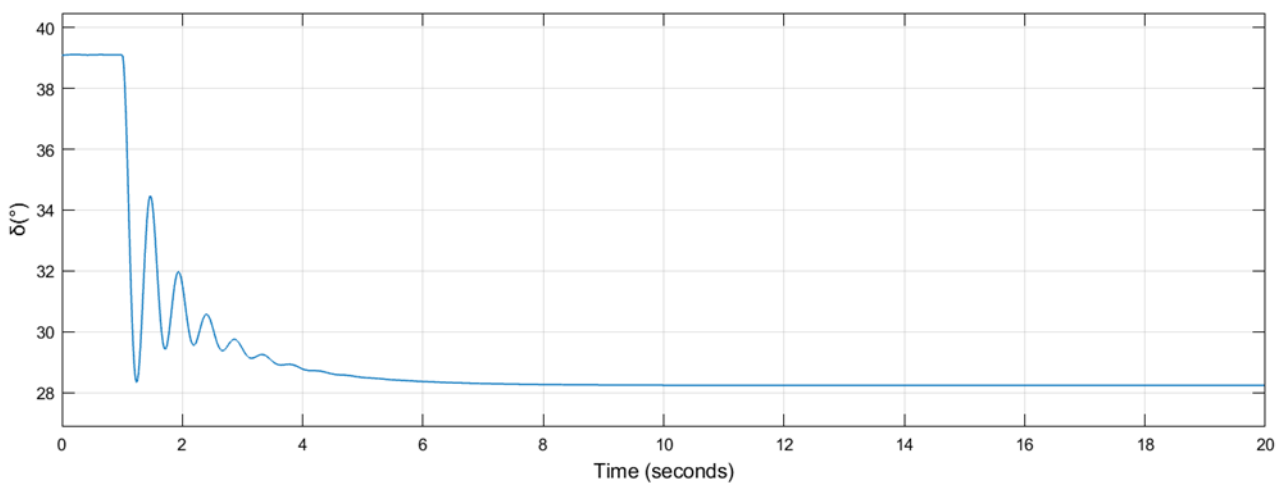
**Εικόνα 2.30.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.31.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.32.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.33.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

Αρχικές και Τελικές Τιμές Μεγεθών			
Μέγεθος	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Μεταβολή
$T_{mu}$	1,002	0,7515	↓
$I_{mu}$	1,638	1,503	↓
$T_{emu}$	1,001	0,7515	↓
$\omega_u$	1	1	-
$V_{du}$	1,083	0,8086	↓
$V_{qu}$	1,352	1,532	↑
$I_{du}$	1,874	1,769	↓
$I_{qu}$	0,7177	0,5354	↓
$I_{fu}$	2,959	2,961	~-
$I_{Du}$	-0,00196	-0,00000001642	~-
$I_{Qu}$	0,001203	-0,000000003723	~-
$P_{outu}$	2,999	2,251	↓
$\delta$	39,10°	28,24°	↓

**Πίνακας 2.5.** Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα μηχανικής ροπής στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

**2.2.2.1 Επαλήθευση Τελικών Τιμών 2<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

Για την θεωρητική επαλήθευση των τελικών τιμών της 2<sup>ης</sup> εφαρμογής, θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με αυτήν της επαλήθευσης των τελικών τιμών της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής.

**Νέα Δεδομένα:**

$$T_{mu} = 0,7515$$

$$I_{du} = 1,769$$

$$I_{qu} = 0,5354$$

**Επαλήθευση:**

$$0 = T_{mu} - T_{emu} \Rightarrow T_{emu} = T_{mu} \Rightarrow$$

$$T_{emu} = 0,7515 = 0,7515 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{du} = -R_{au}I_{du} + \omega_u L_{qu}I_{qu} \Rightarrow V_{du} = -0,001097 \cdot 1,769 + 1 \cdot \frac{162}{107} \cdot 0,5354 \Rightarrow$$

$$V_{du} \cong 0,8087 \cong 0,8086 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{fu} = R_{fu}I_{fu} \Rightarrow I_{fu} = \frac{V_{fu}}{R_{fu}} \Rightarrow I_{fu} = \frac{0,0022}{0,000743} \Rightarrow$$

$$I_{fu} \cong 2,961 = 2,961 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{qu} = -R_{bu}I_{qu} - \omega_u L_{du}I_{du} + \omega_u k M_{fu}I_{fu} \Rightarrow$$

$$V_{qu} = -0,001097 \cdot 0,5354 - 1 \cdot 1,658478383 \cdot 1,769 + 1 \cdot 1,508478383 \cdot 2,961 \Rightarrow$$

$$V_{qu} \cong 1,532 = 1,532 \text{ (πειραματικό)}$$

$$P_{out} = V_{du}I_{du} + V_{qu}I_{qu} \Rightarrow P_{out} = 0,8087 \cdot 1,769 + 1,532 \cdot 0,5354 \Rightarrow$$

$$P_{out} \cong 2,251 = 2,251 \text{ (πειραματικό)}$$

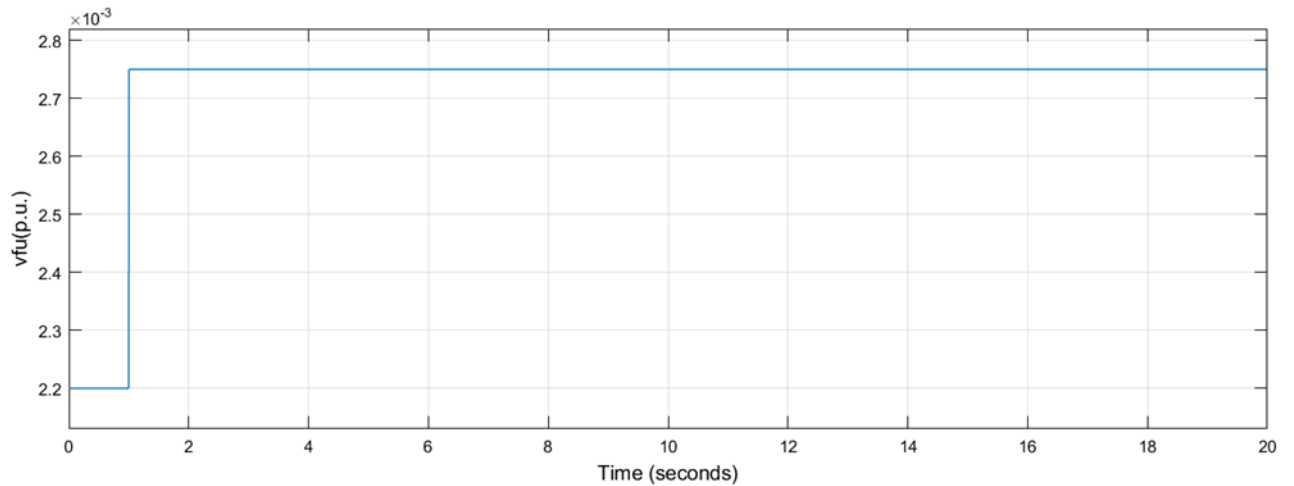
**2.2.2.2 Σχολιασμός 2<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικά υπολογισμένες τιμές είναι, ξανά, ίσες με τις αντίστοιχες πειραματικά εξαγόμενες. Αυτό σημαίνει ότι οι εξισώσεις μόνιμης κατάστασης επαληθεύουν, και πάλι, τις εξισώσεις μεταβατικής κατάστασης. Όσον αφορά την ερμηνεία των μεταβολών, οι μεταβολές είναι οι ακριβώς αντίθετες με αυτές της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής, γεγονός αναμενόμενο, αφού πραγματοποιήσαμε την ακριβώς αντίθετη μεταβολή από αυτήν.

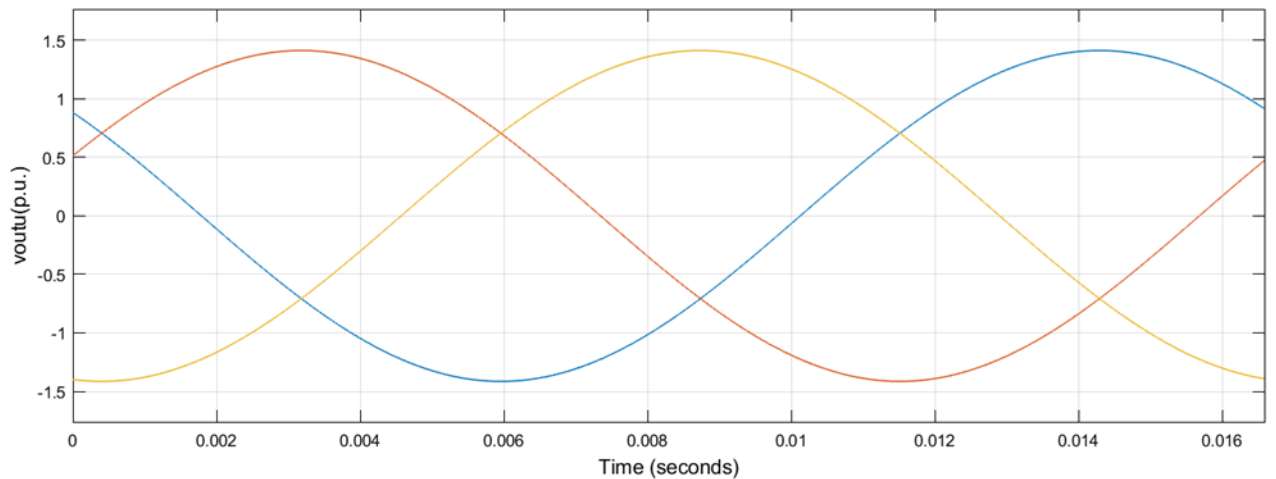


**2.2.3 Εφαρμογή 3<sup>η</sup>: Βηματική Αύξηση της Ανά Μονάδα Τάσης Διέγερσης**

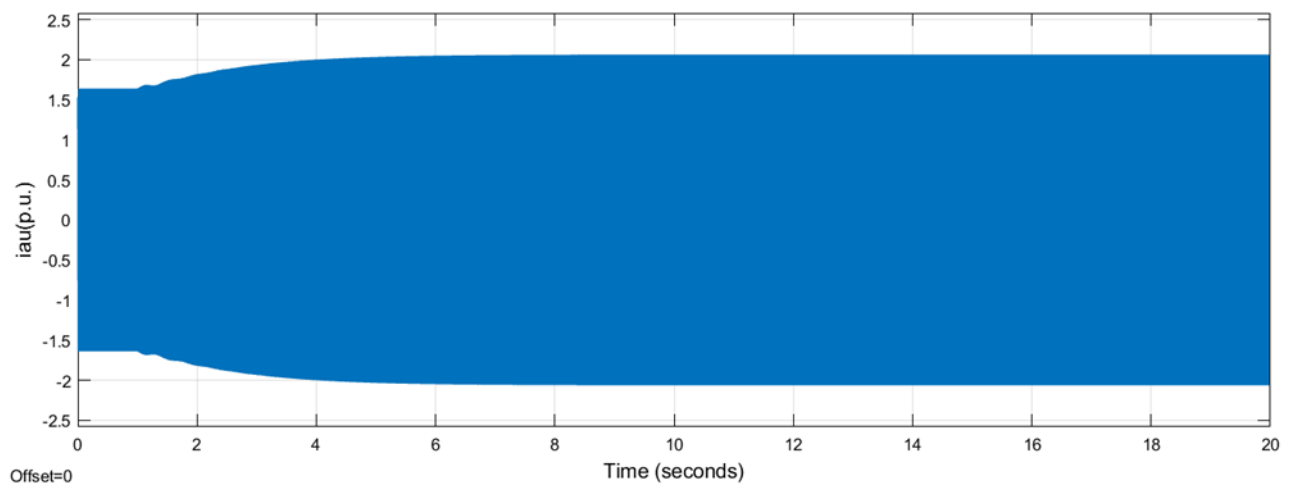
Σε αυτήν την εφαρμογή θα πραγματοποιήσουμε βηματική αύξηση της ανά μονάδα τάσης διέγερσης κατά 25% από την αρχική της τιμή, δηλαδή την  $v_{fu} = 0,0022$ , και στην χρονική στιγμή  $t = 1s$ . Παρακάτω παρατίθενται οι αποκρίσεις για χρονική διάρκεια  $t = 20s$  και οι τελικές τιμές των διαφόρων μεταβλητών.



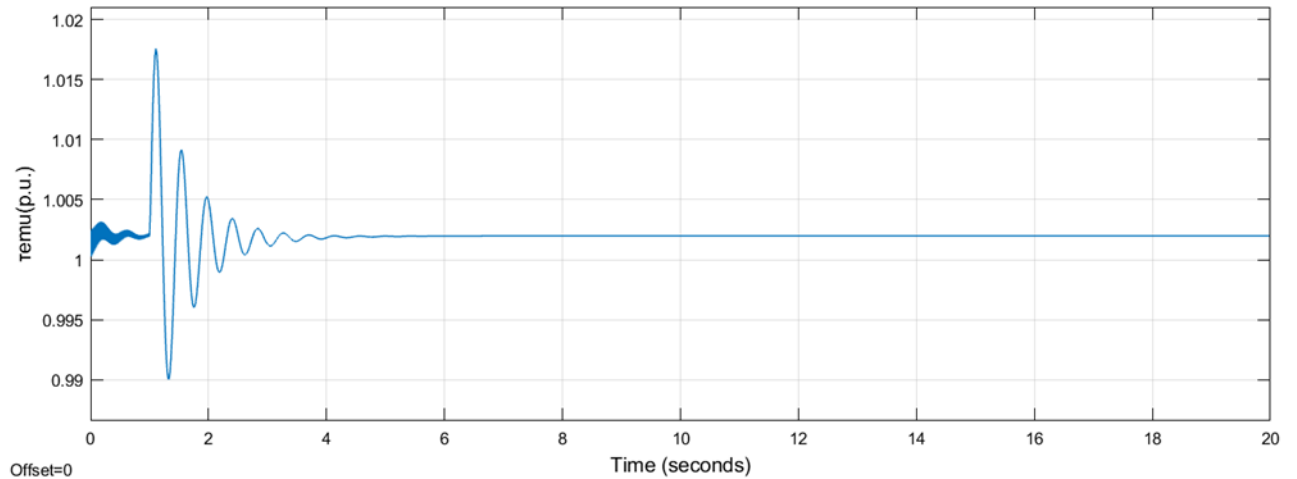
**Εικόνα 2.34.** Βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



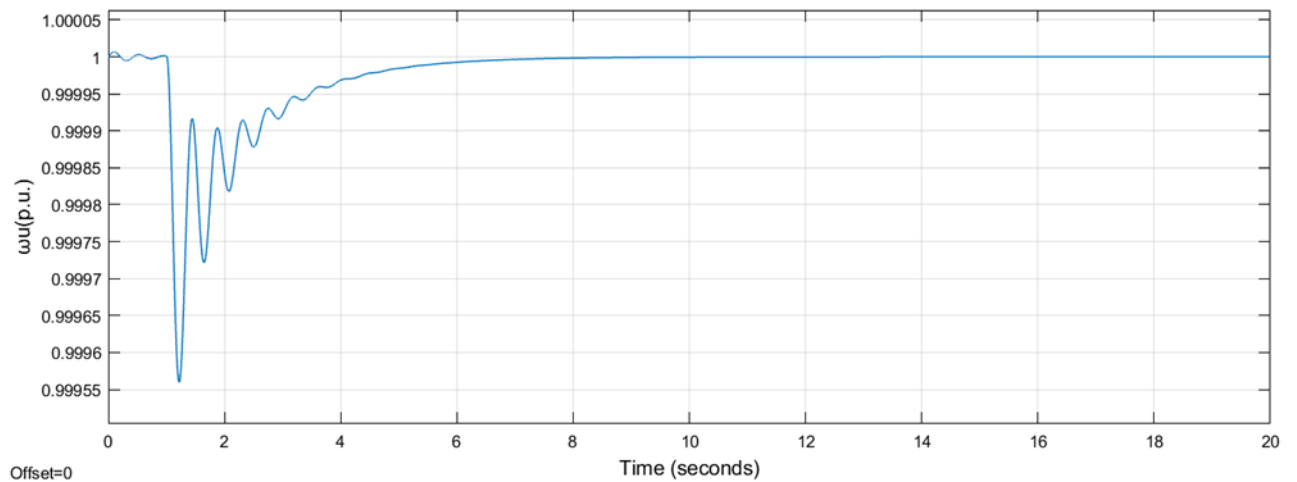
**Εικόνα 2.35.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



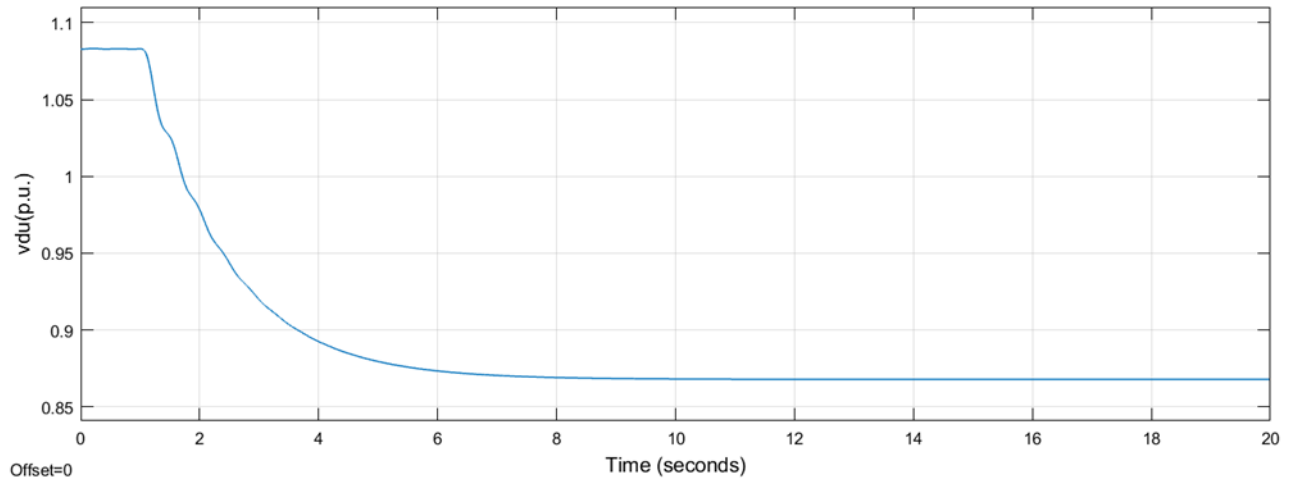
**Εικόνα 2.36.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



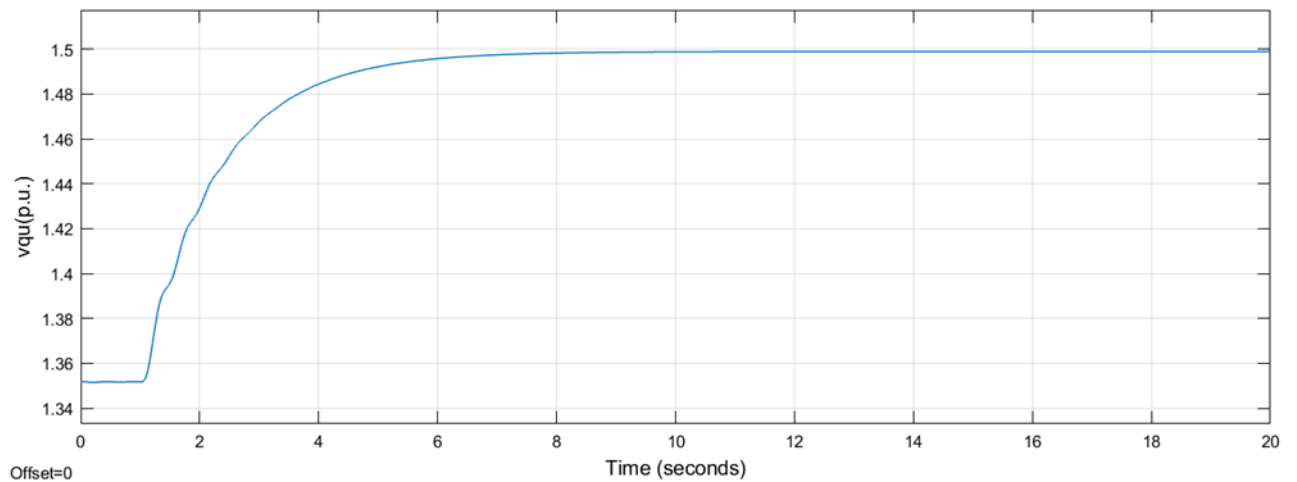
**Εικόνα 2.37.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



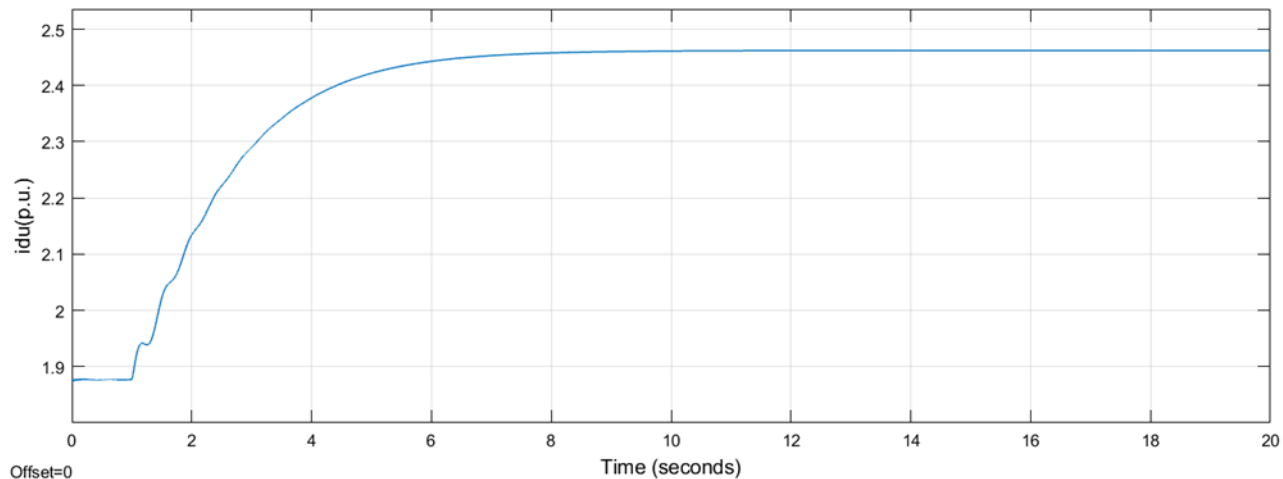
**Εικόνα 2.38.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



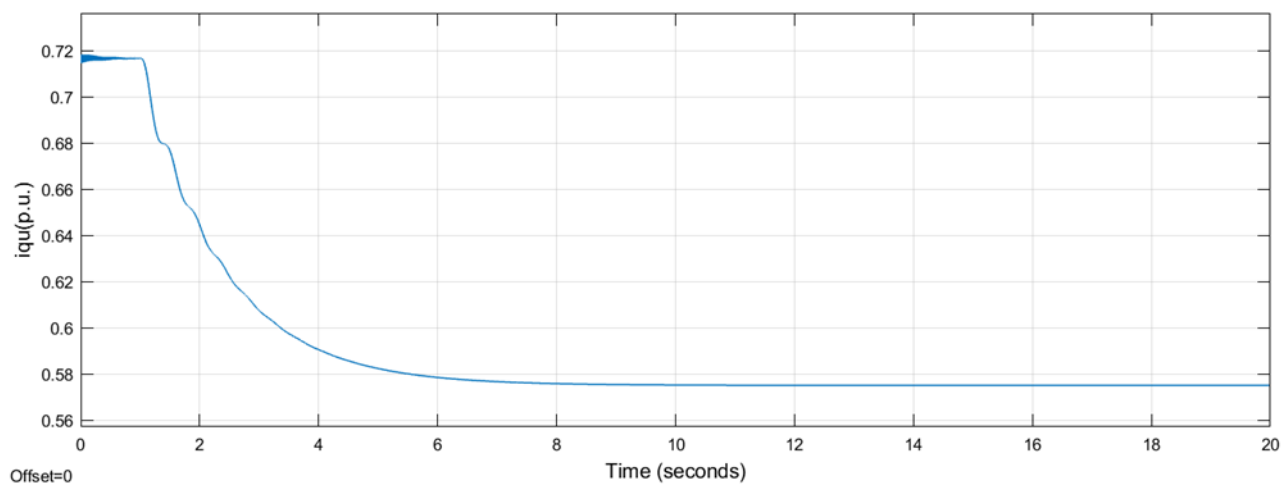
**Εικόνα 2.39.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{ s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



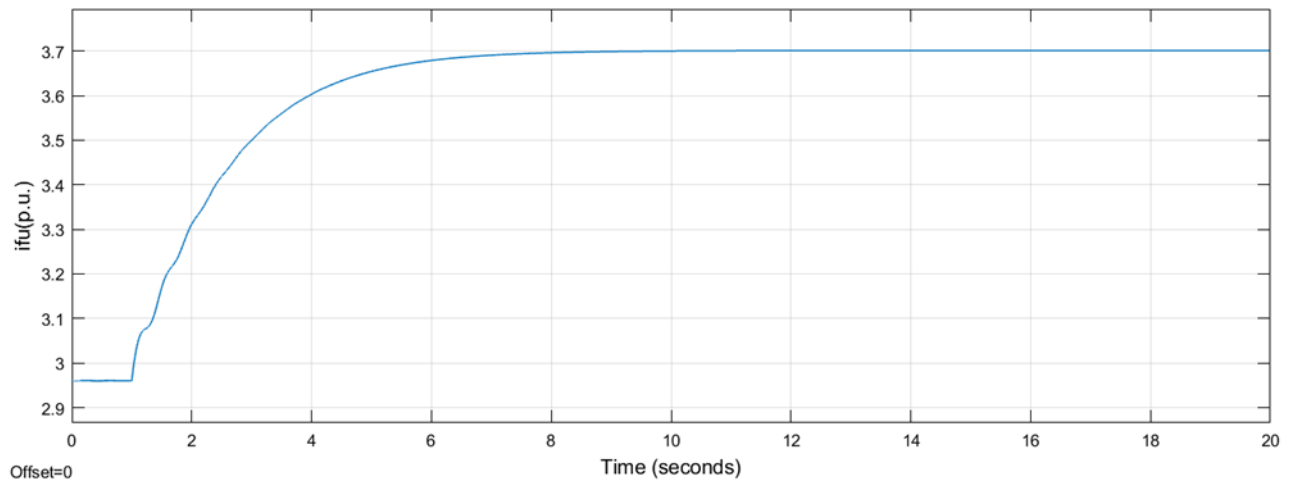
**Εικόνα 2.40.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{ s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.41.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



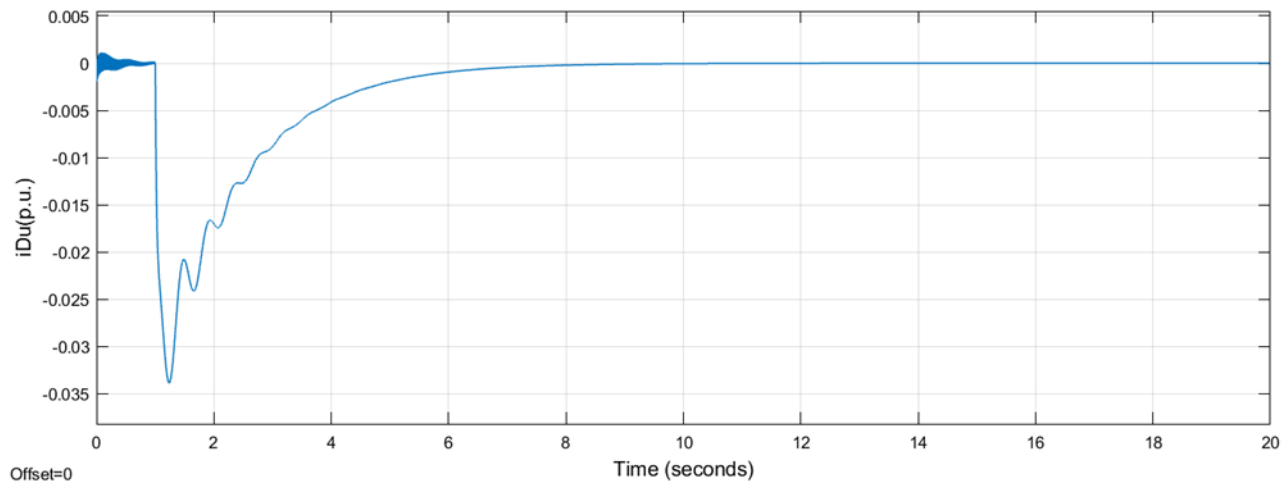
**Εικόνα 2.42.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



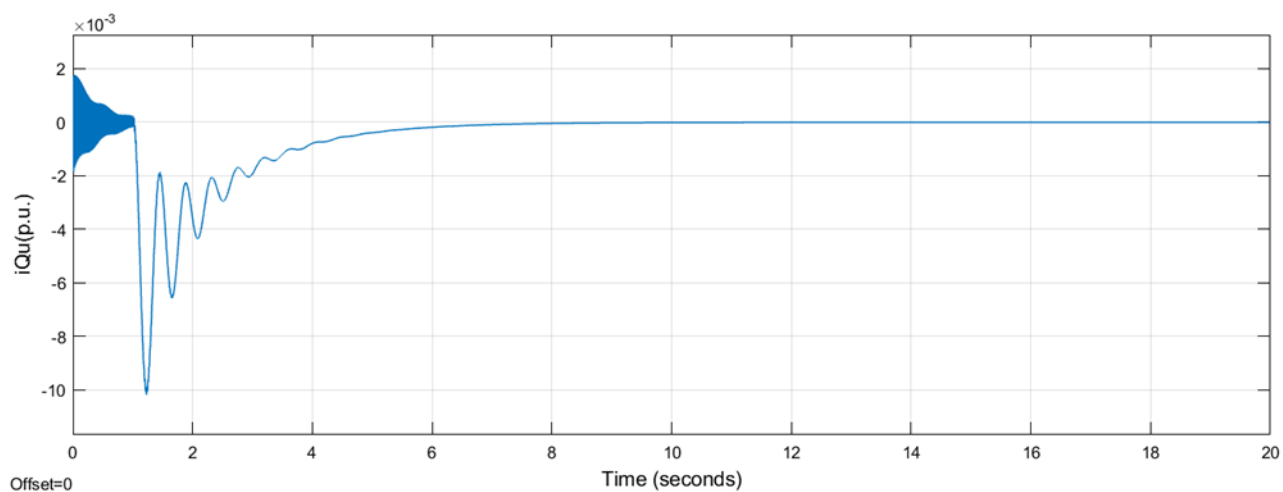
---

**Εικόνα 2.43.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

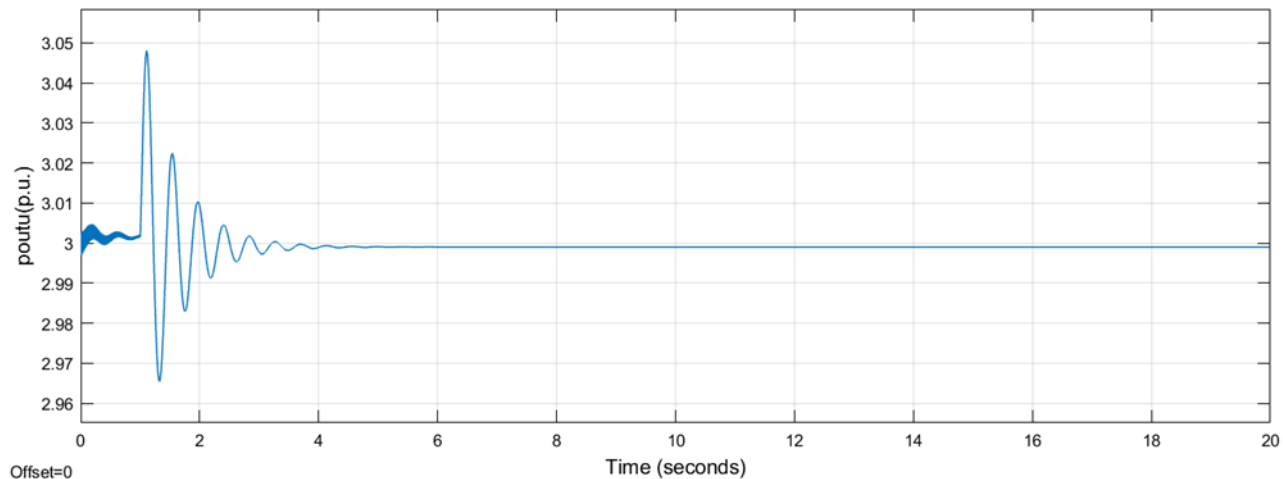
---



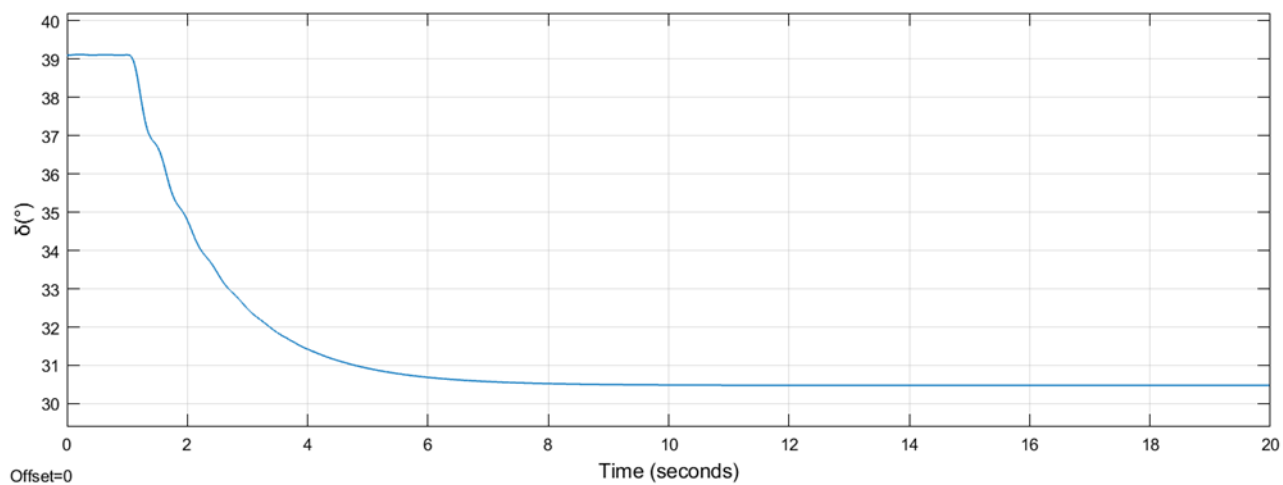
**Εικόνα 2.44.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.45.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.46.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.47.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



Αρχικές και Τελικές Τιμές Μεγεθών			
Μέγεθος	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Μεταβολή
$V_{fu}$	0,0022	0,00275	↑
$I_{mu}$	1,638	2,060	↑
$T_{emu}$	1,002	1,002	-
$\omega_u$	1	1	-
$V_{du}$	1,083	0,8679	↓
$V_{qu}$	1,352	1,499	↑
$I_{du}$	1,874	2,462	↑
$I_{qu}$	0,7177	0,575	↓
$I_{fu}$	2,959	3,701	↑
$I_{Du}$	-0,00196	-0,00000002448	~-
$I_{Qu}$	0,001203	-0,000000002060	~-
$P_{outu}$	2,999	2,999	-
$\delta$	39,10°	30,48°	↓

**Πίνακας 2.6.** Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική αύξηση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

### 2.2.3.1 Επαλήθευση Τελικών Τιμών 3<sup>ης</sup> Εφαρμογής

Για την θεωρητική επαλήθευση των τελικών τιμών της 3<sup>ης</sup> εφαρμογής, θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με αυτήν της επαλήθευσης των τελικών τιμών της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής.

**Νέα Δεδομένα:**

$$V_{fu} = 0,00275$$

$$I_{du} = 2,462$$

$$I_{qu} = 0,575$$

**Επαλήθευση:**

$$V_{du} = -R_{au}I_{du} + \omega_u L_{qu}I_{qu} \Rightarrow V_{du} = -0,001097 \cdot 2,462 + 1 \cdot \frac{162}{107} \cdot 0,575 \Rightarrow$$

$$V_{du} \cong 0,8679 = 0,8679 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{fu} = R_{fu}I_{fu} \Rightarrow I_{fu} = \frac{V_{fu}}{R_{fu}} \Rightarrow I_{fu} = \frac{0,00275}{0,000743} \Rightarrow$$

$$I_{fu} \cong 3,701 = 3,701 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{qu} = -R_{bu}I_{qu} - \omega_u L_{du}I_{du} + \omega_u k M_{fu}I_{fu} \Rightarrow$$

$$V_{qu} = -0,001097 \cdot 0,575 - 1 \cdot 1,658478383 \cdot 2,462 + 1 \cdot 1,508478383 \cdot 3,701 \Rightarrow$$

$$V_{qu} \cong 1,499 = 1,499 \text{ (πειραματικό)}$$

$$P_{out} = V_{du}I_{du} + V_{qu}I_{qu} \Rightarrow P_{out} = 0,8679 \cdot 2,462 + 1,499 \cdot 0,575 \Rightarrow$$

$$P_{out} \cong 2,999 = 2,999 \text{ (πειραματικό)}$$

**2.2.3.2 Σχολιασμός 3<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

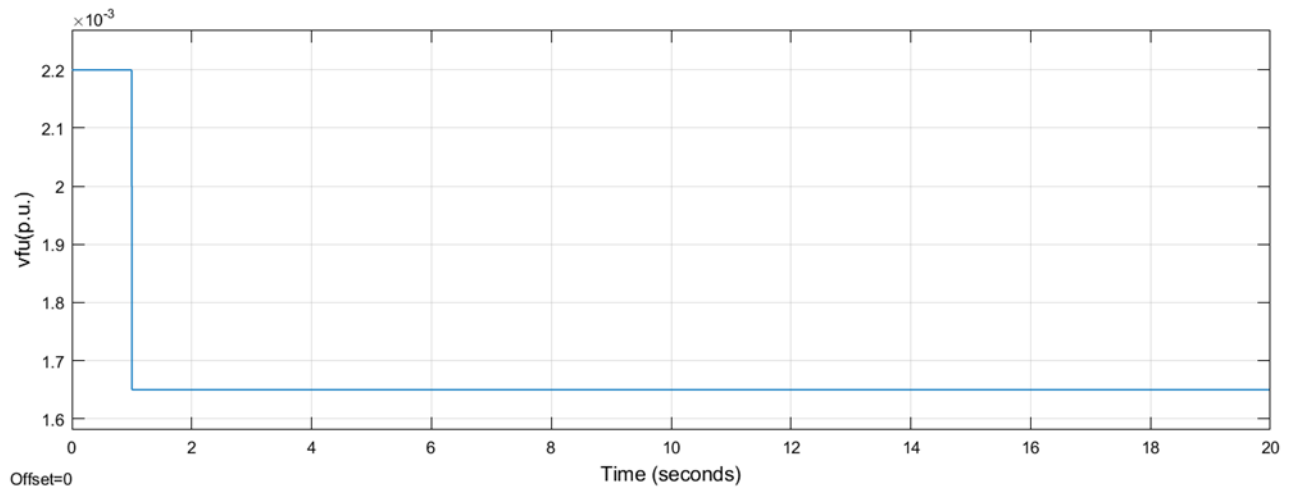
Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικά υπολογισμένες τιμές είναι, ξανά, ίσες με τις αντίστοιχες πειραματικά εξαγόμενες. Αυτό σημαίνει ότι οι εξισώσεις μόνιμης κατάστασης επαληθεύουν, και πάλι, τις εξισώσεις μεταβατικής κατάστασης. Όσον αφορά την ερμηνεία των μεταβολών, αυτή είναι η εξής:

Σε μερικές από τις γραφικά αναπαριστώμενες μεταβολές υπεισέρχονται, και πάλι, **εκθετικά αποσβεννόμενες ταλαντώσεις**. Παρ'όλα αυτά, σε μερικές άλλες μεταβολές παρατηρείται ότι οι μεταβλητές συγκλίνουν στην τελική τους τιμή μετά από **υπεραπόσβεση**, δηλαδή προσομοιάζουν με μεταβλητές ενός συστήματος 1<sup>ης</sup> τάξης. Αυτό συμβαίνει, καθώς η απόκριση της κάθε μίας από τις επιμέρους μεταβλητές εξαρτάται, αφενός μεν, από το είδος της διαταραχής, αλλά αφετέρου από τη δυναμική της ίδιας της μεταβλητής και της εξάρτησης της από τις υπόλοιπες μεταβλητές που συνθέτουν το σύστημα. Όλες οι μεταβλητές **συγκλίνουν** σε μία τελική τιμή, γεγονός που σημαίνει ότι το σύστημα είναι, και πάλι, **ευσταθές**. Πιο συγκεκριμένα, έχοντας σαν αναφορά τις μεταβολές της ανά μονάδα τάσης διέγερσης και των ανά μονάδα ρευμάτων ορθού και καθέτου άξονα, για τις μεταβολές των μεταβλητών παρατηρούμε τα εξής:

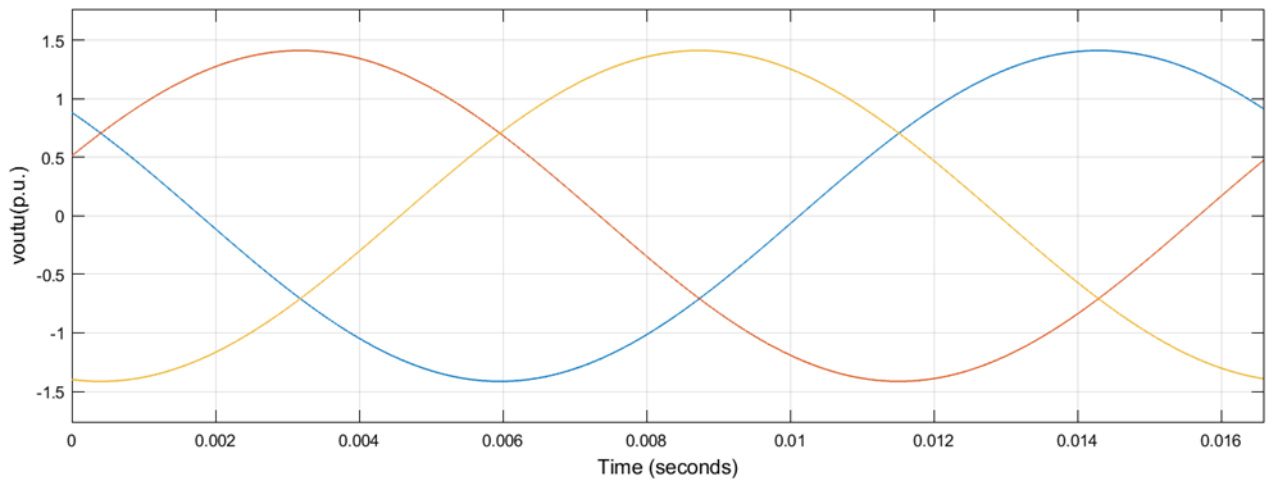
- Η ανά μονάδα **ηλεκτρομαγνητική ροπή** παραμένει **σταθερή** στην μόνιμη κατάσταση και ίση με την μηχανική ροπή. Αυτό συμβαίνει για τον ίδιο λόγο, τον οποίο αναλύσαμε στον σχολιασμό της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής, σύμφωνα με την σχέση (2.7).
- Η ανά μονάδα **τάση εξόδου ορθού άξονα μειώνεται**. Αυτό συμβαίνει, καθώς αυτή είναι ανάλογη του ημιτόνου της γωνίας φορτίου και, αφού μειώνεται η δεύτερη, μειώνεται και η πρώτη, όσο, παράλληλα, το πλάτος της φασικής τάσης εξόδου παραμένει σταθερό, σύμφωνα με την σχέση (2.8).
- Η ανά μονάδα **τάση εξόδου καθέτου άξονα αυξάνεται**. Αυτό συμβαίνει, καθώς αυτή είναι ανάλογη του συνημιτόνου της γωνίας φορτίου και, αφού μειώνεται η δεύτερη, αυξάνεται η πρώτη, όσο, παράλληλα, το πλάτος της φασικής τάσης εξόδου παραμένει σταθερό, σύμφωνα με την σχέση (2.9).
- Το ανά μονάδα **ρεύμα διέγερσης αυξάνεται**. Αυτό συμβαίνει, καθώς αυξήσαμε την ανά μονάδα τάση διέγερσης, η οποία είναι μία από τις εισόδους του συστήματος και με την οποία είναι ανάλογο το ρεύμα διέγερσης, σύμφωνα με την σχέση (2.10).
- Η ανά μονάδα **κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου** διατηρείται **σταθερή**. Αυτό συμβαίνει για τον ίδιο λόγο, τον οποίο αναλύσαμε στον σχολιασμό της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής, σύμφωνα με τις σχέσεις (2.11), (2.12) και (2.15)-(2.17).
- Τα ανά μονάδα **ρεύματα των τυλιγμάτων απόσβεσης ορθού και καθέτου άξονα** παραμένουν, προσεγγιστικά, **σταθερά και ίσα με το μηδέν**. Αυτό συμβαίνει για τον ίδιο λόγο, τον οποίο αναλύσαμε στον σχολιασμό της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής.

**2.2.4 Εφαρμογή 4<sup>η</sup>: Βηματική Μείωση της Ανά Μονάδα Τάσης Διέγερσης**

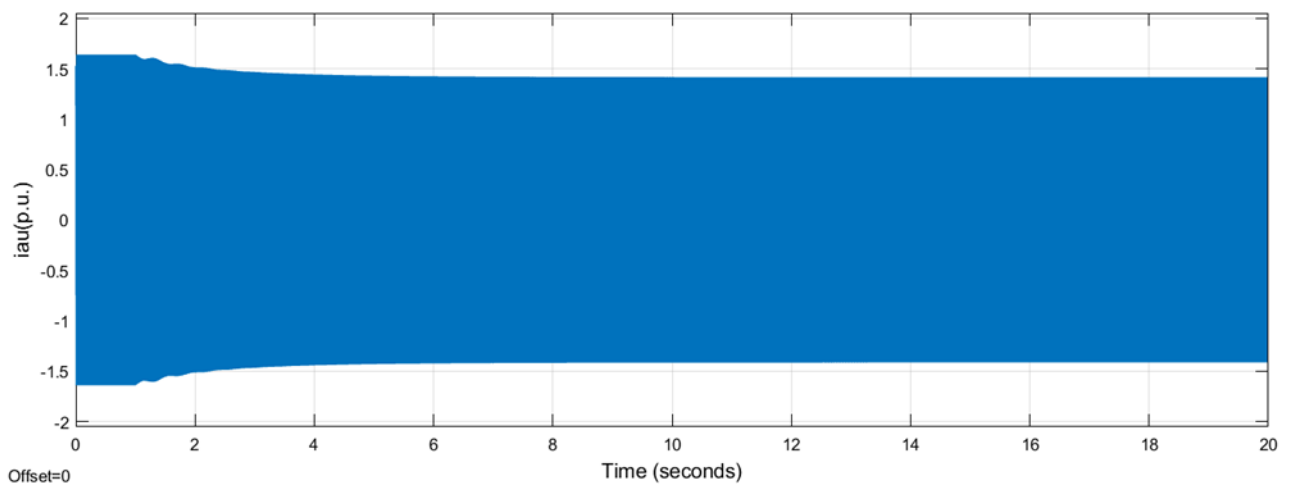
Σε αυτήν την εφαρμογή θα πραγματοποιήσουμε την αντίθετη διαδικασία της 3<sup>ης</sup> εφαρμογής, δηλαδή βηματική μείωση της ανά μονάδα τάσης διέγερσης κατά 25% από την αρχική της τιμή, δηλαδή την  $v_{fu} = 0,0022$ , και στην χρονική στιγμή  $t = 1s$ . Παρακάτω παρατίθενται οι αποκρίσεις για χρονική διάρκεια  $t = 20s$  και οι τελικές τιμές των διαφόρων μεταβλητών.



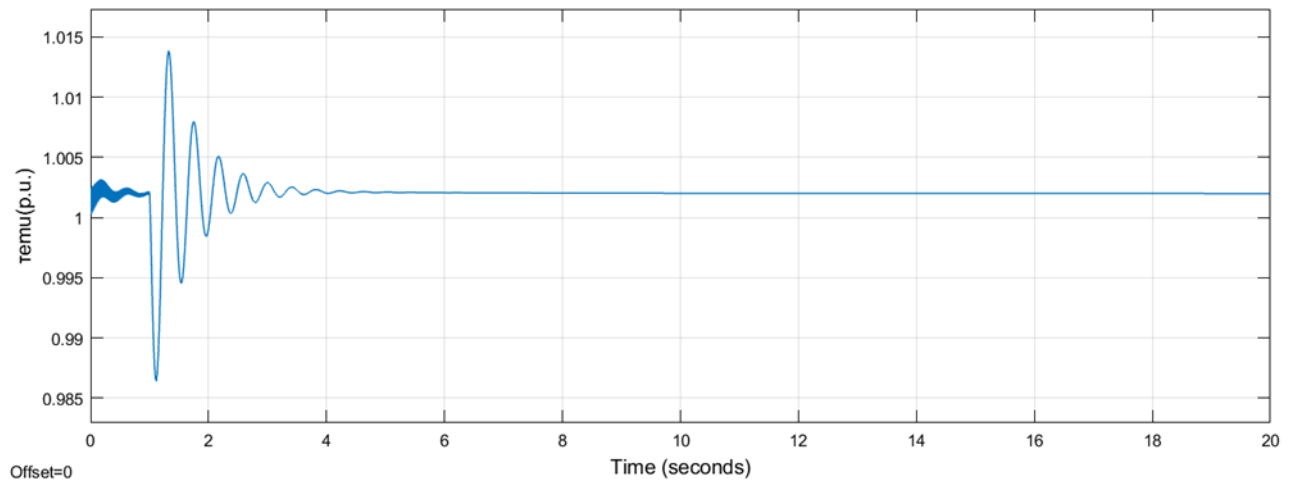
**Εικόνα 2.48.** Βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



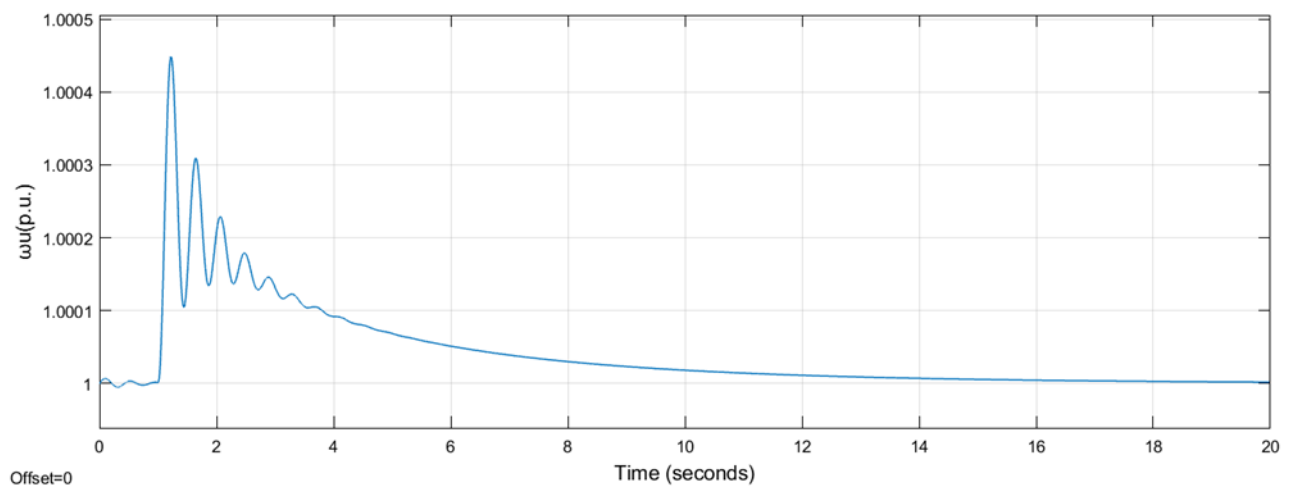
**Εικόνα 2.49.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



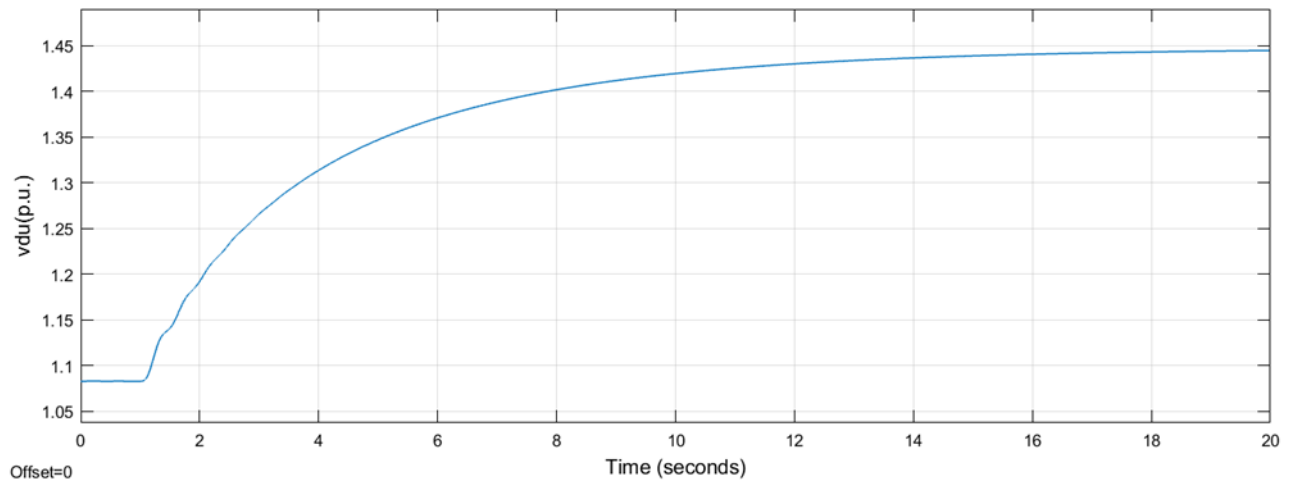
**Εικόνα 2.50.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



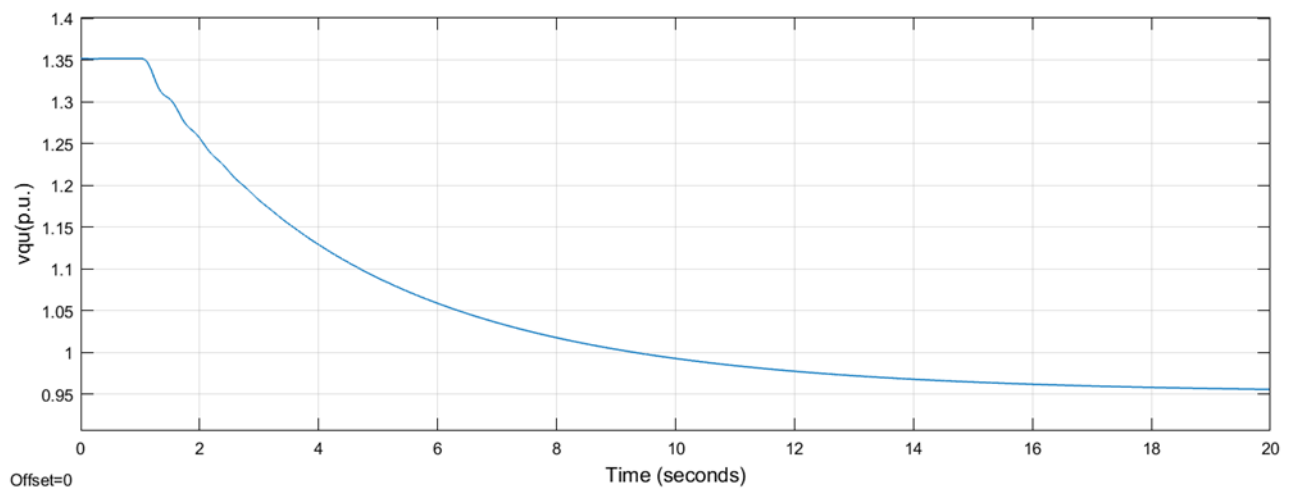
**Εικόνα 2.51.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$ s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



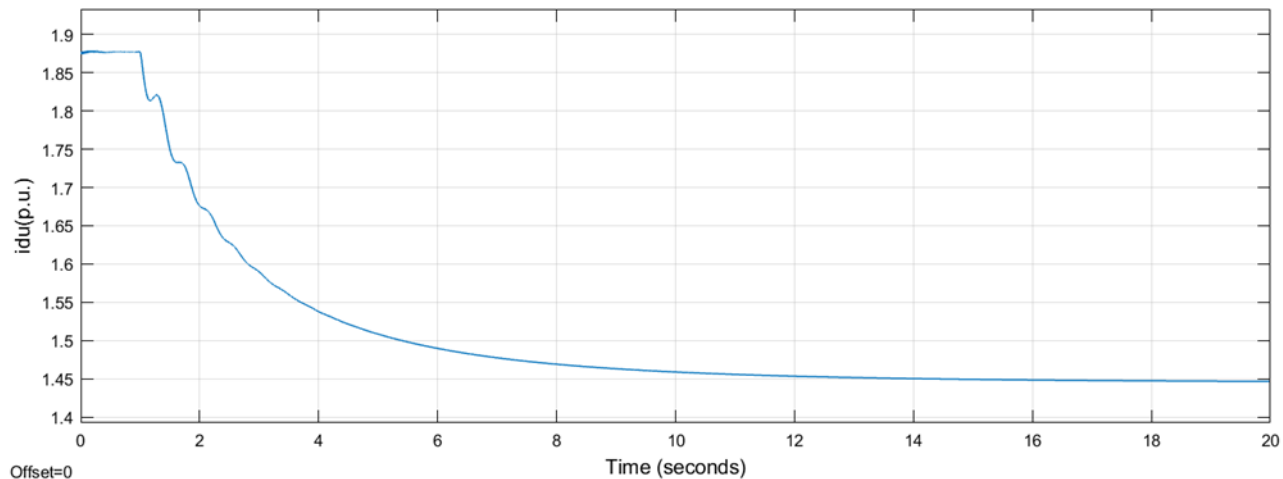
**Εικόνα 2.52.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$ s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



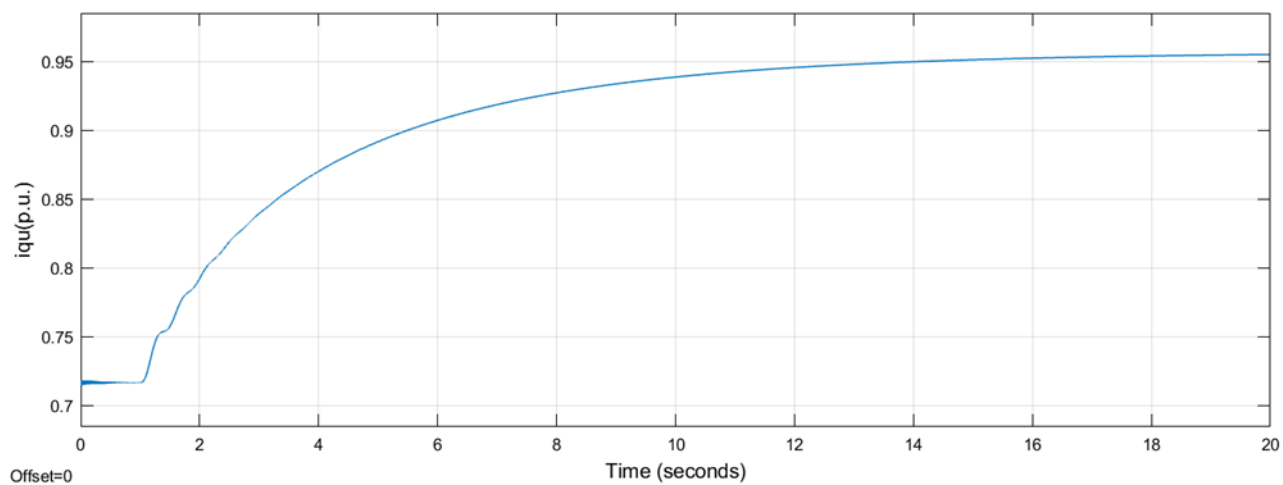
**Εικόνα 2.53.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.54.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

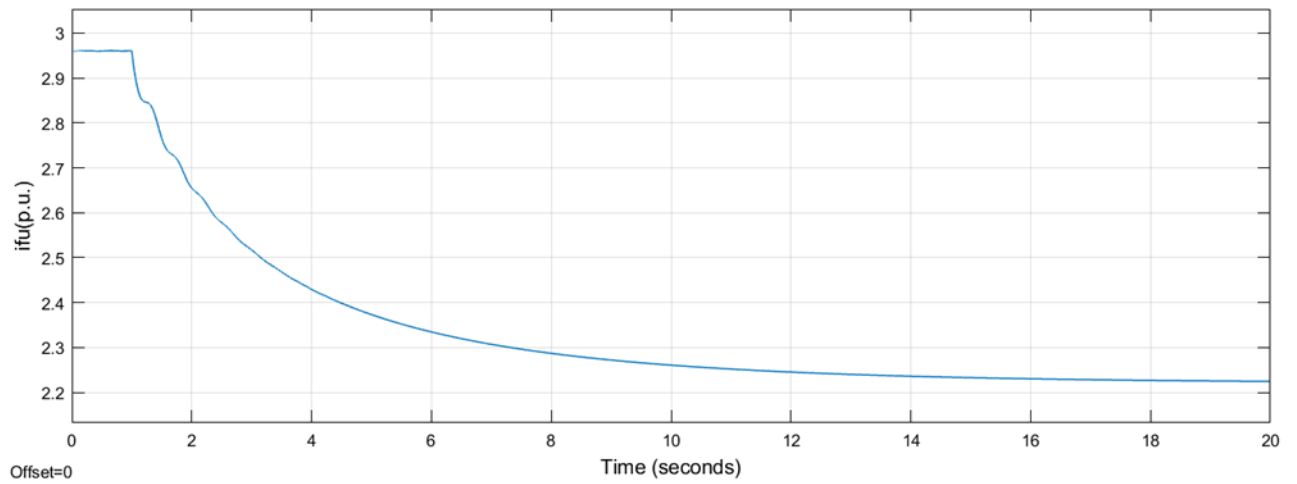


**Εικόνα 2.55.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.56.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

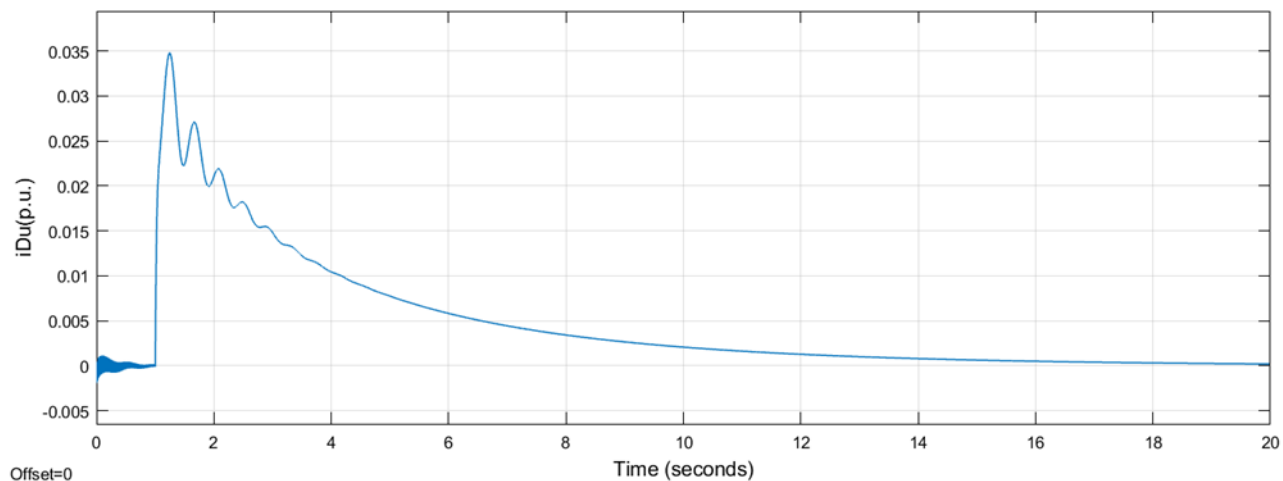




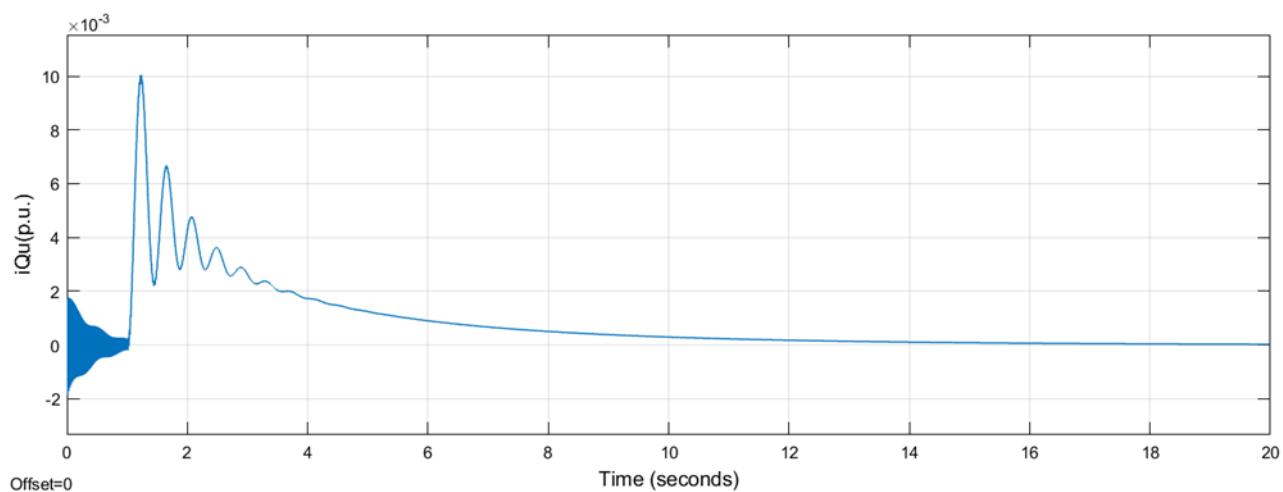
---

**Εικόνα 2.57.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

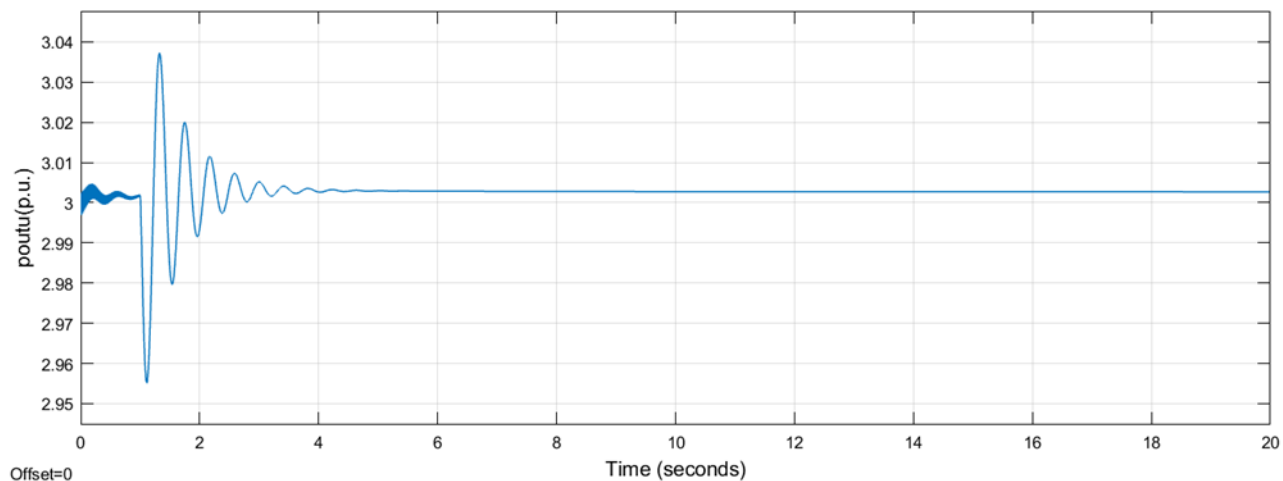
---



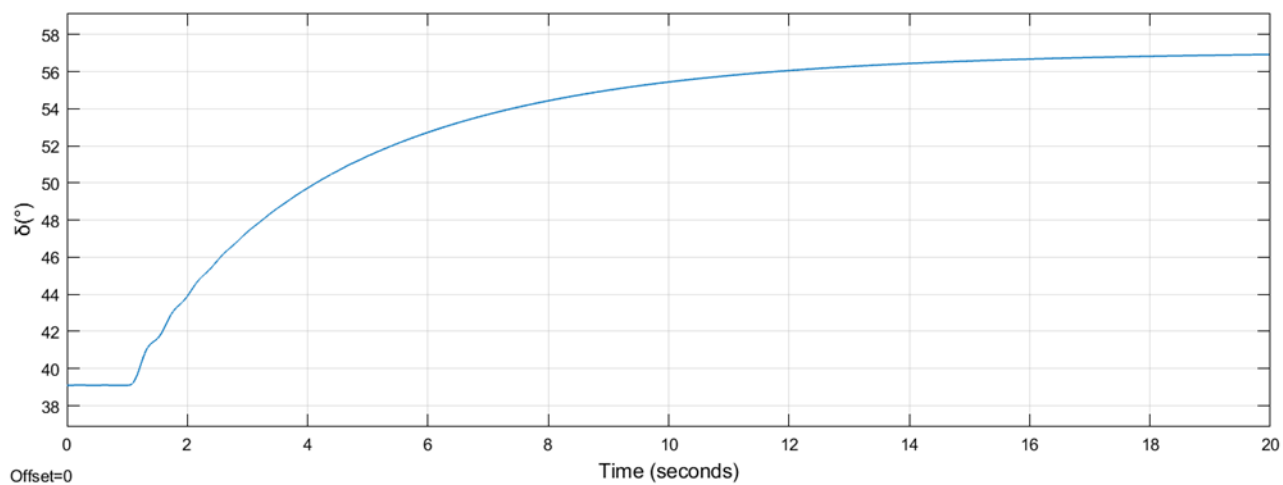
**Εικόνα 2.58.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.59.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1\text{s}$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.60.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.61.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

Αρχικές και Τελικές Τιμές Μεγεθών			
Μέγεθος	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Μεταβολή
$V_{fu}$	0,0022	0,00165	↓
$I_{mu}$	1,638	1,415	↓
$T_{emu}$	1,002	1,002	-
$\omega_u$	1	1	-
$V_{du}$	1,083	1,445	↑
$V_{qu}$	1,352	0,9556	↓
$I_{du}$	1,874	1,447	↓
$I_{qu}$	0,7177	0,9552	↑
$I_{fu}$	2,959	2,225	↓
$I_{Du}$	-0,00196	0,0001989	~-
$I_{Qu}$	0,001203	0,00002754	~-
$P_{outu}$	2,999	3,003	~-
$\delta$	39,10°	56,92°	↑

**Πίνακας 2.7.** Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για βηματική μείωση κατά 25% της ανά μονάδα τάσης διέγερσης στην χρονική στιγμή  $t = 1s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

**2.2.4.1 Επαλήθευση Τελικών Τιμών 4<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

Για την θεωρητική επαλήθευση των τελικών τιμών της 4<sup>ης</sup> εφαρμογής, θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με αυτήν της επαλήθευσης των τελικών τιμών της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής.

**Νέα Δεδομένα:**

$$V_{fu} = 0,00165$$

$$I_{du} = 1,447$$

$$I_{qu} = 0,9552$$

**Επαλήθευση:**

$$V_{du} = -R_{au}I_{du} + \omega_u L_{qu}I_{qu} \Rightarrow V_{du} = -0,001097 \cdot 1,447 + 1 \cdot \frac{162}{107} \cdot 0,9552 \Rightarrow$$

$$V_{du} \cong 1,445 = 1,445 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{fu} = R_{fu}I_{fu} \Rightarrow I_{fu} = \frac{V_{fu}}{R_{fu}} \Rightarrow I_{fu} = \frac{0,00165}{0,000743} \Rightarrow$$

$$I_{fu} \cong 2,221 \cong 2,225 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{qu} = -R_{bu}I_{qu} - \omega_u L_{du}I_{du} + \omega_u k M_{fu}I_{fu} \Rightarrow$$

$$V_{qu} = -0,001097 \cdot 0,9552 - 1 \cdot 1,658478383 \cdot 1,447 + 1 \cdot 1,508478383 \cdot 2,221 \Rightarrow$$

$$V_{qu} \cong 0,9495 \cong 0,9556 \text{ (πειραματικό)}$$

$$P_{out} = V_{du}I_{du} + V_{qu}I_{qu} \Rightarrow P_{out} = 1,445 \cdot 1,447 + 0,9495 \cdot 0,9552 \Rightarrow$$

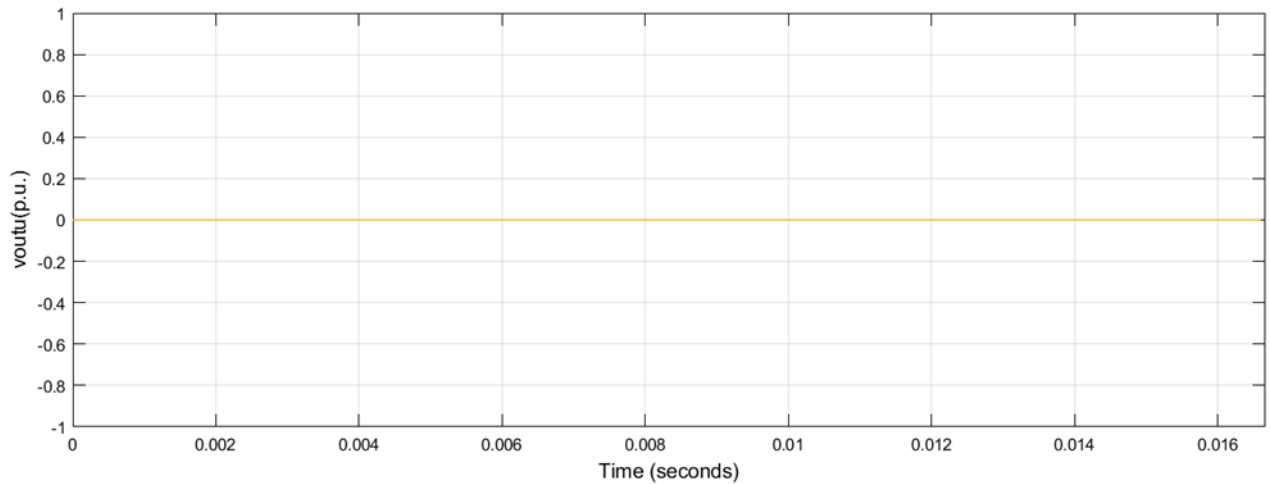
$$P_{out} \cong 2,998 \cong 3,003 \text{ (πειραματικό)}$$

**2.2.4.2 Σχολιασμός 4<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

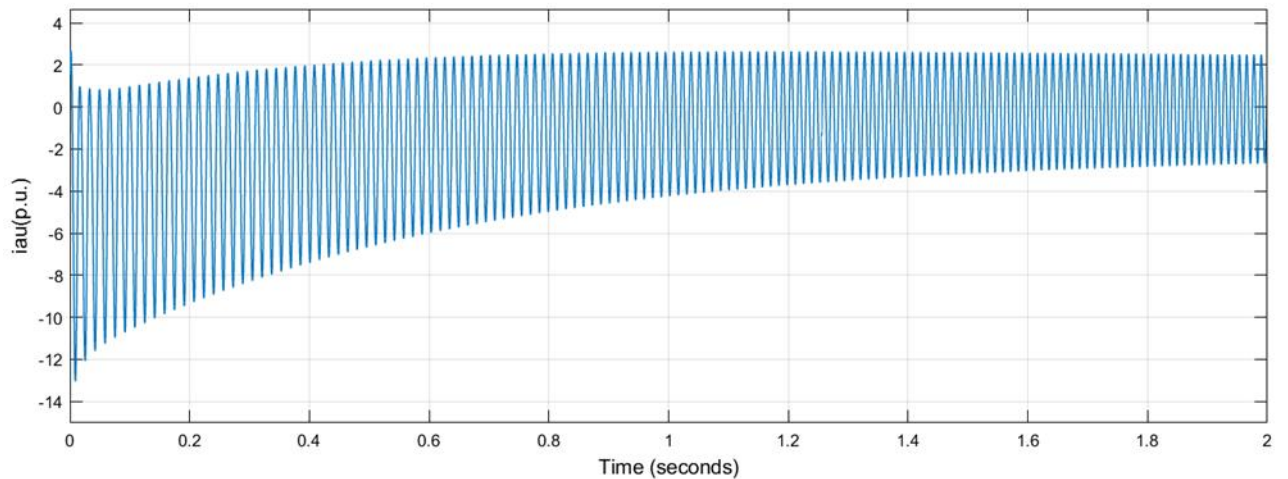
Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικά υπολογισμένες τιμές είναι, ξανά, ίσες με τις αντίστοιχες πειραματικά εξαγόμενες. Αυτό σημαίνει ότι οι εξισώσεις μόνιμης κατάστασης επαληθεύουν, και πάλι, τις εξισώσεις μεταβατικής κατάστασης. Όσον αφορά την ερμηνεία των μεταβολών, οι μεταβολές είναι οι ακριβώς αντίθετες με αυτές της 3<sup>ης</sup> εφαρμογής, γεγονός αναμενόμενο, αφού πραγματοποιήσαμε την ακριβώς αντίθετη μεταβολή από αυτήν.

**2.2.5 Εφαρμογή 5<sup>η</sup>: Συμμετρικό Σφάλμα στους Ακροδέκτες**

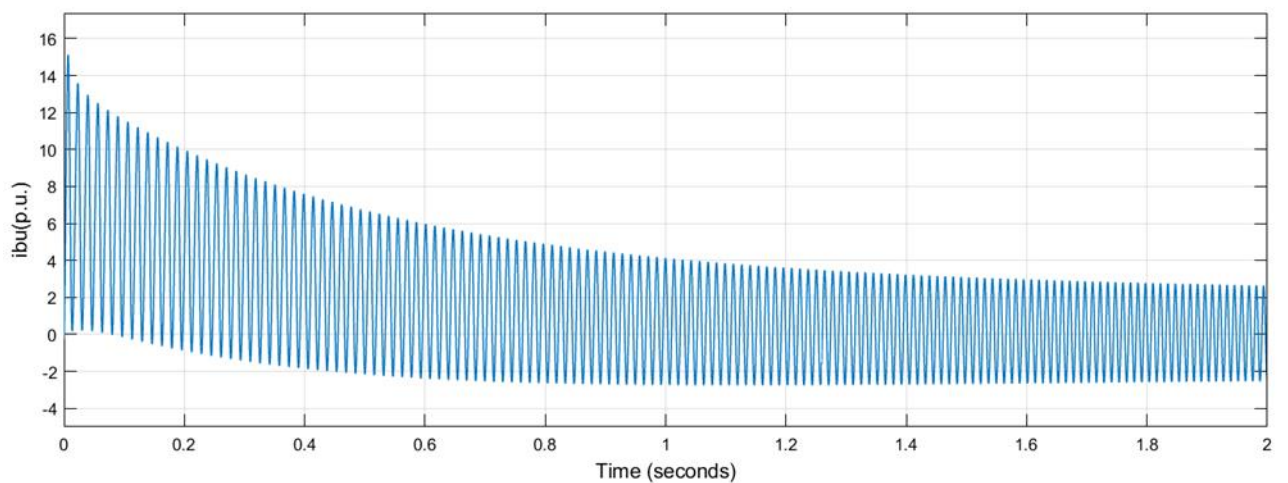
Σε αυτήν την εφαρμογή θα πραγματοποιήσουμε συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες της γεννήτριας, δηλαδή θα μηδενίσουμε την ανά μονάδα τάση εξόδου στην χρονική στιγμή  $t = 0s$ . Παρακάτω παρατίθενται οι αποκρίσεις για χρονική διάρκεια  $t = 20s$  και οι τελικές τιμές των διαφόρων μεταβλητών.



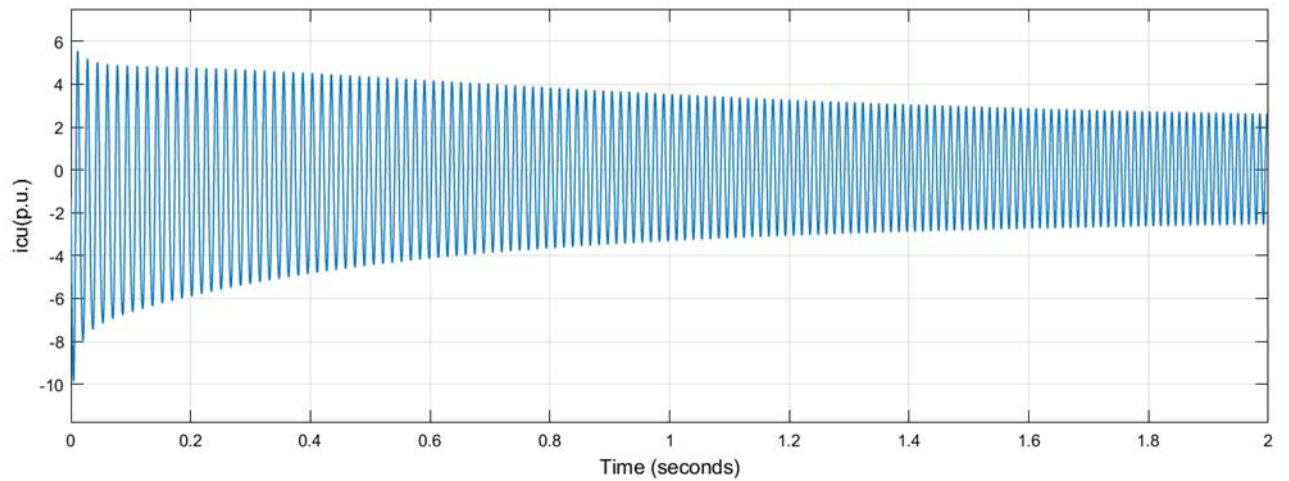
**Εικόνα 2.62.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.63.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $a$ , για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.64.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $b$ , για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0$  s της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

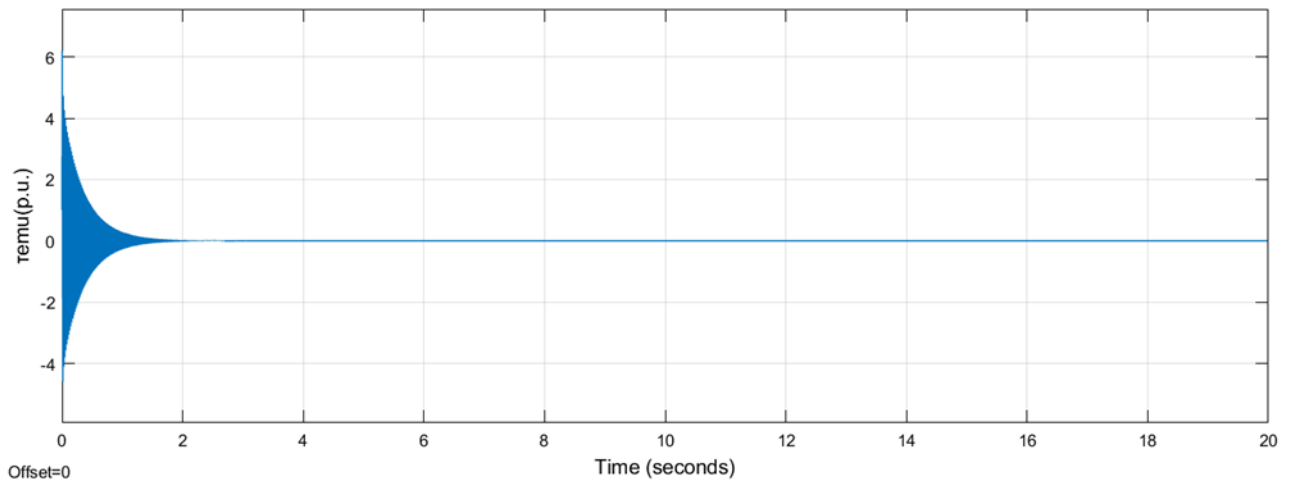


---

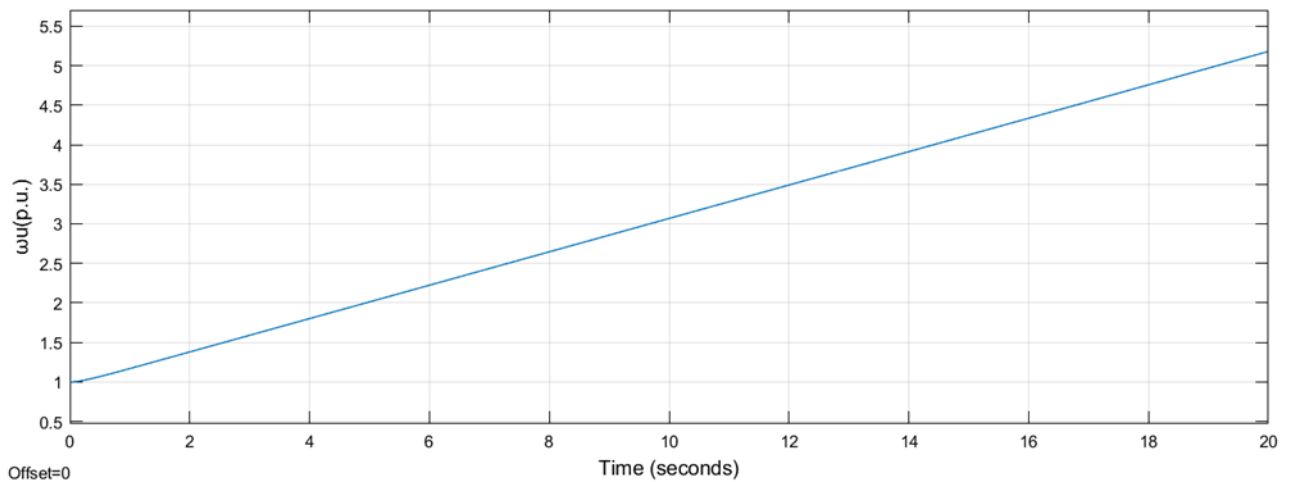
**Εικόνα 2.65.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος εξόδου της φάσης  $c$ , για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

---

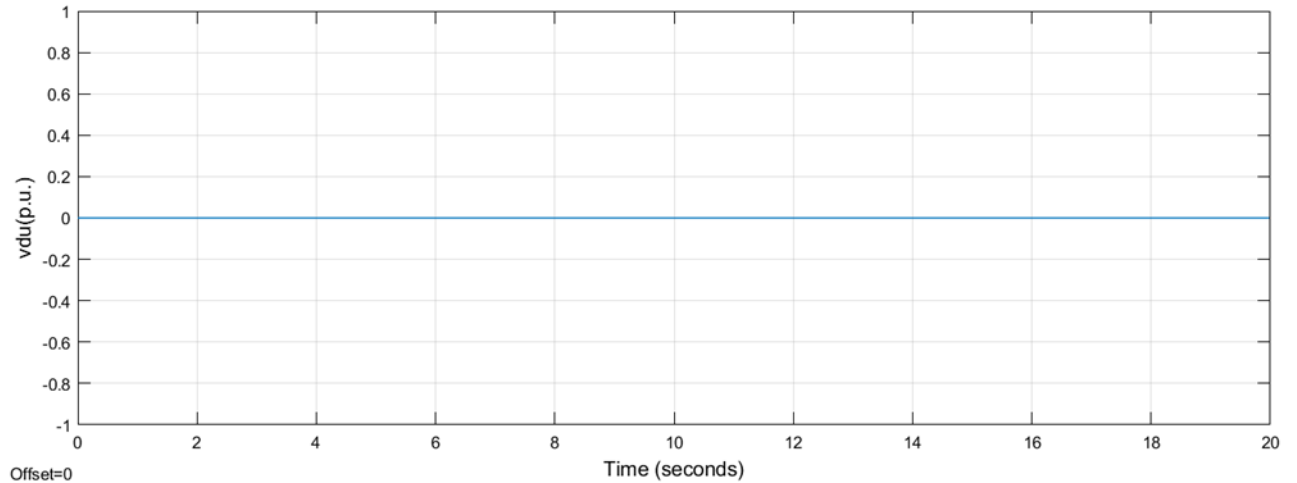




**Εικόνα 2.66.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητικής ροπής, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



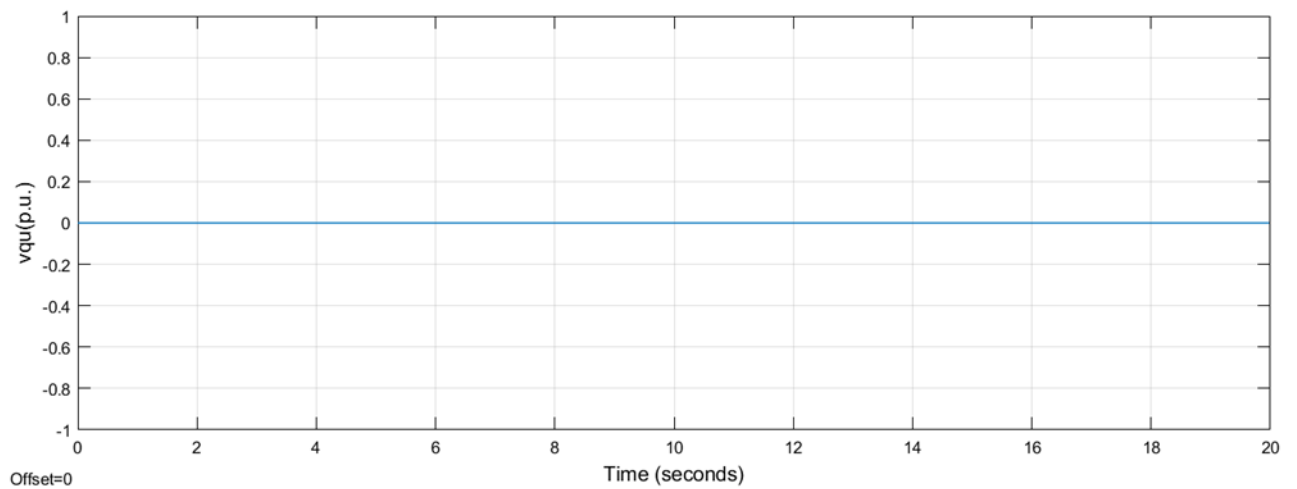
**Εικόνα 2.67.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα κυκλικής συχνότητας της τάσης εξόδου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



---

**Εικόνα 2.68.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

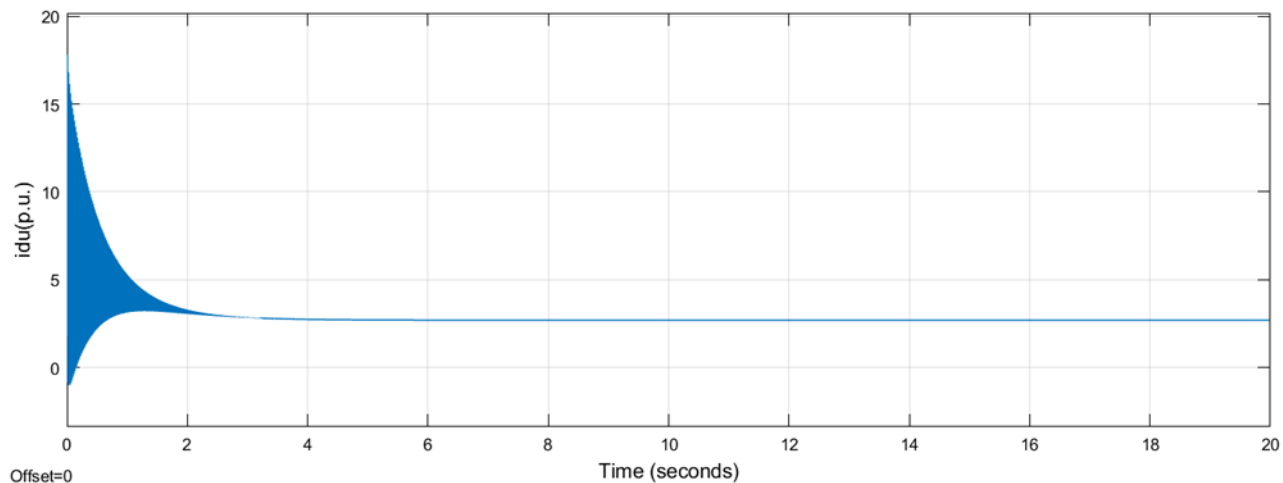
---



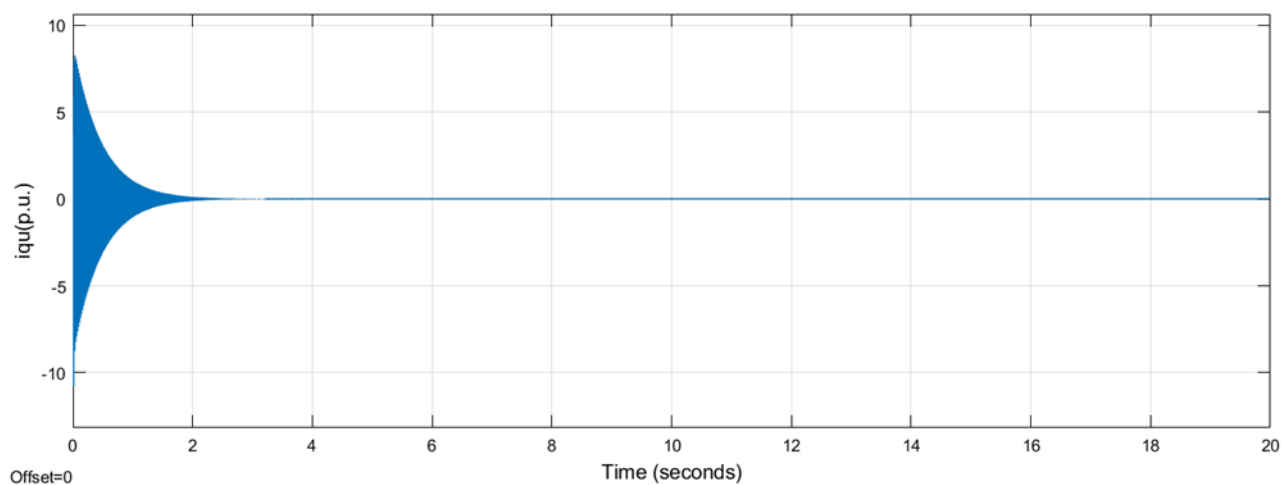
---

**Εικόνα 2.69.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα τάσης εξόδου καθέτου άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

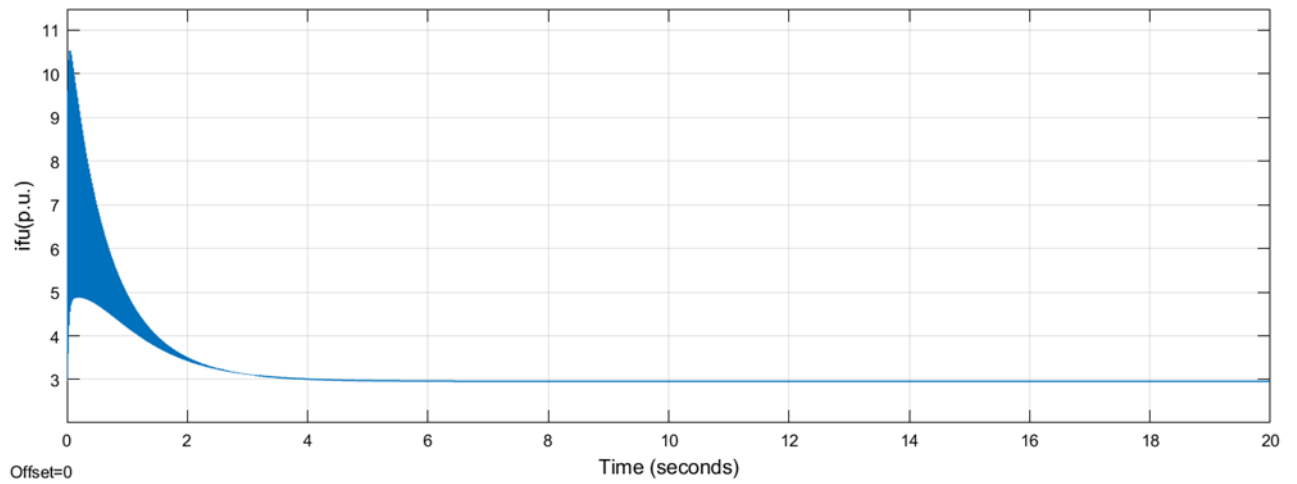
---



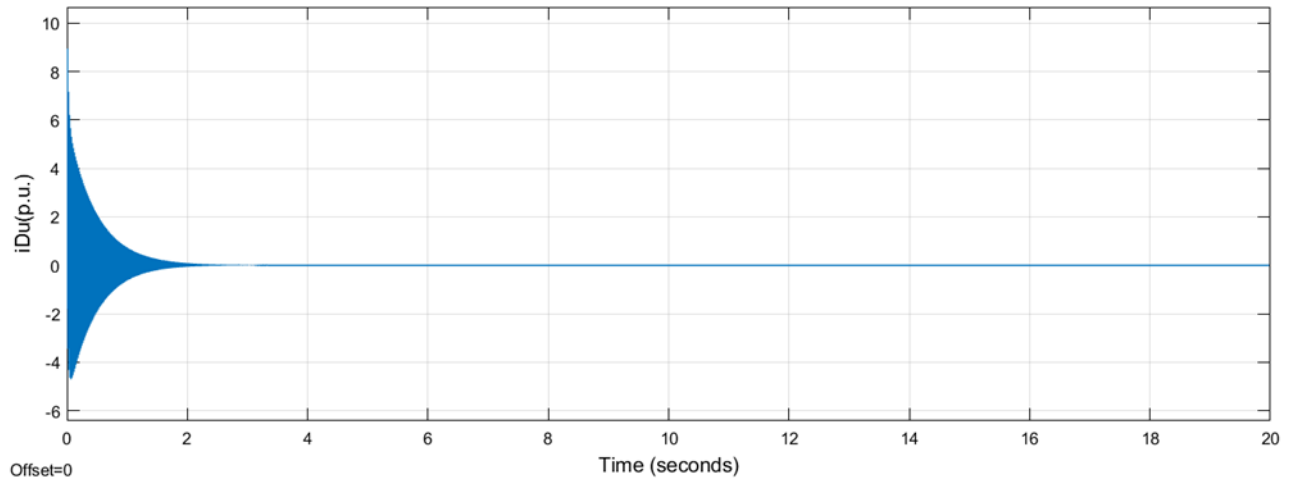
**Εικόνα 2.70.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου ορθού άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



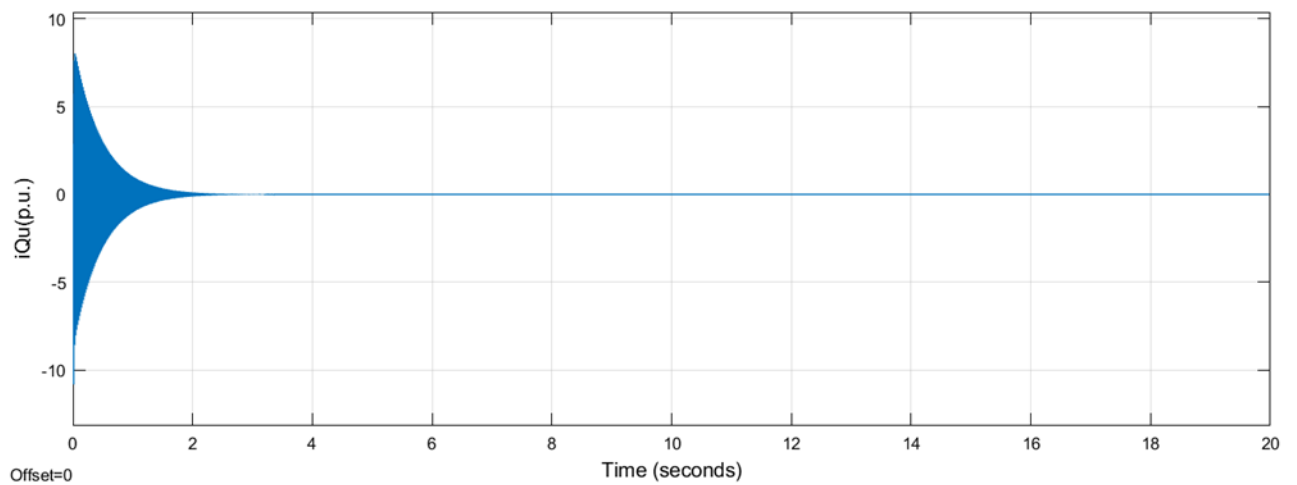
**Εικόνα 2.71.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος τυμπάνου καθέτου άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



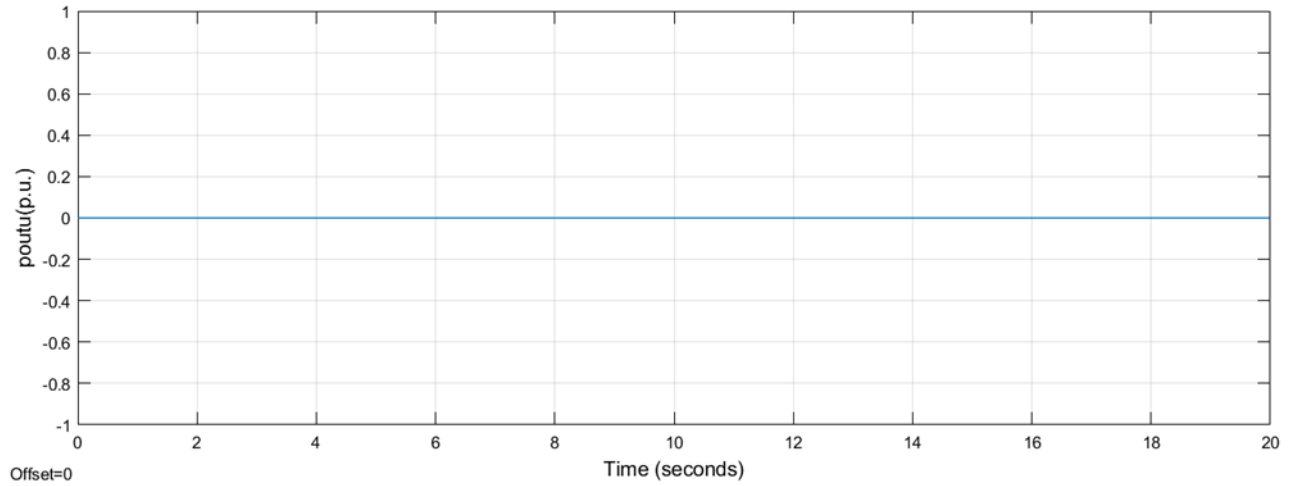
**Εικόνα 2.72.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος διέγερσης, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



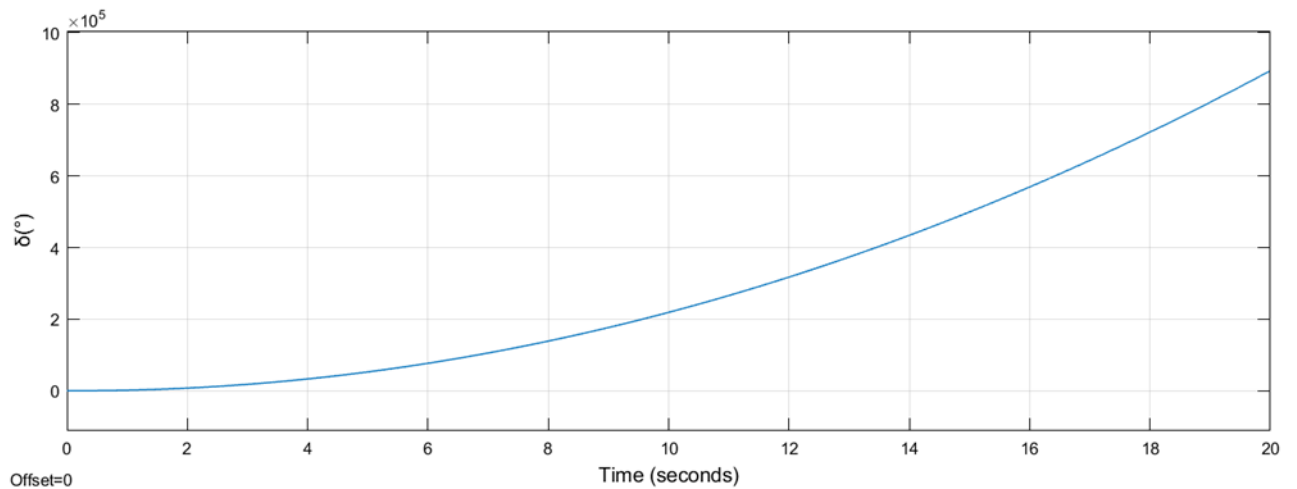
**Εικόνα 2.73.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης ορθού άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.74.** Χρονική μεταβολή του ανά μονάδα ρεύματος του τυλίγματος απόσβεσης καθέτου άξονα, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.75.** Χρονική μεταβολή της ανά μονάδα ισχύος εξόδου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.



**Εικόνα 2.76.** Χρονική μεταβολή γωνίας φορτίου, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

Αρχικές και Τελικές Τιμές Μεγεθών			
Μέγεθος	Αρχική Τιμή	Τελική Τιμή	Μεταβολή
$I_{amu}$	1,530	2,054	↑
$I_{bmu}$	0,2576	2,185	↑
$I_{cmu}$	1,273	2,175	↑
$T_{emu}$	1,001	0,0005123	↓↓
$\omega_u$	1	5,177	↑↑
$V_{du}$	0	0	-
$V_{qu}$	0	0	-
$I_{du}$	1,874	2,693	↑
$I_{qu}$	0,7177	0,0003757	↓↓
$I_{fu}$	2,959	2,961	~-
$I_{Du}$	-0,00196	0,000000001002	~-
$I_{Qu}$	0,001203	-0,00000103	~-
$P_{outu}$	0	0	~-
$\delta$	39,10°	894.100°	↑↑

**Πίνακας 2.8.** Αρχικές και τελικές τιμές των ανά μονάδα μεγεθών, για συμμετρικό σφάλμα στους ακροδέκτες στην χρονική στιγμή  $t = 0s$  της προσομοιωμένης σύγχρονης γεννήτριας στο πρόγραμμα Simulink του MATLAB.

**2.2.5.1 Επαλήθευση Τελικών Τιμών 5<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

Για την θεωρητική επαλήθευση των τελικών τιμών της 5<sup>ης</sup> εφαρμογής, θα ακολουθήσουμε την ίδια διαδικασία με αυτήν της επαλήθευσης των τελικών τιμών της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής.

**Νέα Δεδομένα:**

$$\omega_u = 5,177$$

$$V_{fu} = 0,0022$$

$$I_{du} = 2,693$$

$$I_{qu} = 0,0003757$$

**Επαλήθευση:**

$$V_{du} = -R_{au}I_{du} + \omega_u L_{qu}I_{qu} \Rightarrow V_{du} = -0,001097 \cdot 2,693 + 5,177 \cdot \frac{162}{107} \cdot 0,0003757 \Rightarrow$$

$$V_{du} \cong -0,000009456 \cong 0 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{fu} = R_{fu}I_{fu} \Rightarrow I_{fu} = \frac{V_{fu}}{R_{fu}} \Rightarrow I_{fu} = \frac{0,0022}{0,000743} \Rightarrow$$

$$I_{fu} \cong 2,961 = 2,961 \text{ (πειραματικό)}$$

$$V_{qu} = -R_{bu}I_{qu} - \omega_u L_{du}I_{du} + \omega_u k M_{fu}I_{fu} \Rightarrow$$

$$V_{qu} = -0,001097 \cdot 0,0003757 - 5,177 \cdot 1,658478383 \cdot 2,693 + 5,177 \cdot 1,508478383 \cdot 2,961 \Rightarrow$$

$$V_{qu} \cong 0,001668 \cong 0 \text{ (πειραματικό)}$$

$$P_{out} = V_{du}I_{du} + V_{qu}I_{qu} \Rightarrow P_{out} = -0,000009456 \cdot 2,693 + 0,001668 \cdot 0,0003757 \Rightarrow$$

$$P_{out} \cong -0,00002484 \cong 0 \text{ (πειραματικό)}$$



**2.2.5.2 Σχολιασμός 5<sup>ης</sup> Εφαρμογής**

Παρατηρούμε ότι οι θεωρητικά υπολογισμένες τιμές είναι, προσεγγιστικά, ίσες με τις αντίστοιχες πειραματικά εξαγόμενες. Αυτό σημαίνει ότι οι εξισώσεις μόνιμης κατάστασης επαληθεύουν, και πάλι, τις εξισώσεις μεταβατικής κατάστασης. Όσον αφορά την ερμηνεία των μεταβολών, αυτή είναι η εξής:

Στις περισσότερες από τις γραφικά αναπαριστώμενες μεταβολές υπεισέρχονται **εκθετικά αποσβεννόμενες ταλαντώσεις**. Αυτό οφείλεται στην φύση ενός σφάλματος, την οποία αναδείξαμε στην αντίστοιχη ενότητα της θεωρίας σφαλμάτων. Σε αντίθεση με τις περισσότερες μεταβλητές, οι οποίες συγκλίνουν σε μία τελική τιμή, υπάρχουν μερικές μεταβλητές, όπως η ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου και η γωνία φορτίου, οι οποίες **αποκλίνουν** και αυξάνονται με το πέρασμα του χρόνου. Αυτό το γεγονός που σημαίνει ότι μερικά υποσυστήματα του συστήματος είναι ευσταθή, ενώ άλλα **ασταθή**. Πιο συγκεκριμένα, για τις μεταβολές των μεταβλητών παρατηρούμε τα εξής:

- Η ανά μονάδα **ηλεκτρομαγνητική ροπή μειώνεται** κατά πολύ και **τείνει να μηδενισθεί**. Αυτό συμβαίνει, καθώς υπάρχει γωνιακή επιτάχυνση, καθώς η ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου αυξάνεται. Αυτό σημαίνει ότι η ανά μονάδα ηλεκτρομαγνητική ροπή πρέπει να εξισορροπήσει την εξής προαναφερθείσα σχέση:

$$2H \frac{d\omega_u}{dt} = \tau_{mu} - \tau_{emu} \quad (1.166)$$

- Η ανά μονάδα **τάση εξόδου ορθού άξονα** παραμένει **σταθερή και ίση με το μηδέν**. Αυτό συμβαίνει, καθώς αυτή είναι ανάλογη της ανά μονάδα τάσης εξόδου και, αφού μηδενίζεται η δεύτερη, μηδενίζεται και η πρώτη, παρ'όλο που, παράλληλα, η γωνία φορτίου αυξάνεται, σύμφωνα με την εξής προαναφερθείσα σχέση:

$$V_{du} = V_{au} \sin(\delta) \quad (2.8)$$

- Η ανά μονάδα **τάση εξόδου καθέτου άξονα** παραμένει **σταθερή και ίση με το μηδέν**. Αυτό συμβαίνει, για αντίστοιχο λόγο με αυτόν της μεταβολής της ανά μονάδα τάσης εξόδου ορθού άξονα, σύμφωνα με την εξής προαναφερθείσα σχέση:

$$V_{qu} = V_{au} \cos(\delta) \quad (2.9)$$

- Το ανά μονάδα **ρεύμα διέγερσης** διατηρείται, προσεγγιστικά, **σταθερό**. Αυτό συμβαίνει, καθώς δεν μεταβάλλαμε την ανά μονάδα τάση διέγερσης, η οποία είναι μία από τις εισόδους του συστήματος και με την οποία είναι ανάλογο το ρεύμα διέγερσης, σύμφωνα με την εξής προαναφερθείσα σχέση:

$$I_{fu} = \frac{V_{fu}}{R_{fu}} \quad (2.10)$$

Άλλωστε, το σφάλμα έγινε στους ακροδέκτες της γεννήτριας, δηλαδή στο κύκλωμα του τυλίγματος τυμπάνου, το οποίο είναι ανεξάρτητο από αυτό της διέγερσης.

- Η ανά μονάδα **κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου αυξάνεται** κατά πολύ και **τείνει να απειρισθεί**. Αυτό συμβαίνει, καθώς, σύμφωνα με τις εξής προαναφερθείσες σχέσεις:

$$\omega_u = \frac{V_{du} + R_{au}I_{du}}{L_{qu}I_{qu}} \quad (2.11)$$

$$\omega_u = \frac{V_{qu} + R_{bu}I_{qu}}{kM_{fu}I_{fu} - L_{du}I_{du}} \quad (2.12)$$

εφόσον ισχύουν οι αναλογίες, οι οποίες έχουν αναφερθεί στον σχολιασμό της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής και, δεδομένων των μεταβολών, οι οποίες παρατίθενται με βοηθητικά βέλη ως εξής:

$$\omega_u = \frac{V_{du}(0) + R_{au}I_{du} \uparrow}{L_{qu}I_{qu} \downarrow \downarrow} \quad (2.18)$$

$$\omega_u = \frac{V_{qu}(0) + R_{bu}I_{qu} \downarrow \downarrow}{kM_{fu}I_{fu}(-) - L_{du}I_{du} \uparrow} \quad (2.19)$$

οι μεταβολές των ανά μονάδα ρευμάτων ορθού και καθέτου άξονα επιφέρουν ριζική αύξηση στην ανά μονάδα κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου.

- Τα ανά μονάδα **ρεύματα των τυλιγμάτων απόσβεσης ορθού και καθέτου άξονα** παραμένουν, προσεγγιστικά, **σταθερά και ίσα με το μηδέν**. Αυτό συμβαίνει για τον ίδιο λόγο, τον οποίο αναλύσαμε στον σχολιασμό της 1<sup>ης</sup> εφαρμογής.

### 3 Συμπεράσματα

Τα συμπεράσματα, τα οποία εξάγουμε μετά το πέρας της παρούσας εργασίας είναι τα εξής:

- Οι εξισώσεις μόνιμης κατάστασης επαλήθευσαν τις τελικές τιμές των μεταβλητών μετά τα μεταβατικά φαινόμενα, κατά την προσομοίωση, και τα φαινόμενα αυτά μπόρεσαν να εξηγηθούν μέσω αυτών των εξισώσεων. Συνεπώς, η **προσομοίωση** ήταν **επιτυχής**.
- Στην συντριπτική πλειοψηφία τους, οι μεταβλητές συγκλίνουν σε μία τελική τιμή μετά από εκθετικά αποσβεννύμενες ταλαντώσεις. Αυτό σημαίνει ότι το **σύστημα** μίας σύγχρονης τριφασικής γεννήτριας είναι ανωτέρας της **1<sup>ης</sup> τάξης** και **ευσταθές**. Αυτό το χαρακτηριστικό του αναιρείται σε ορισμένες των περιπτώσεων, καθώς η απόκριση της εκάστοτε μεταβλητής εξαρτάται από την δυναμική της ίδιας της μεταβλητής, αλλά και από το είδος της διαταραχής.
- Η κυκλική συχνότητα της τάσης εξόδου και, συνεπώς, η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του δρομέα της γεννήτριας, παρατηρήθηκε σε πολλές των περιπτώσεων, και ιδιαίτερα στην προσομοίωση του συμμετρικού σφάλματος, να υπερβαίνει κατά πολύ την αρχική της τιμή. Παρατηρήθηκε, δηλαδή το φαινόμενο της **υπερτάχυνσης**. Αυτό το φαινόμενο είναι ανεπιθύμητο σε οποιαδήποτε ηλεκτρική μηχανή, καθώς μπορεί να προκαλέσει, εκτός από υπερθέρμανση, και φυγόκεντρες δυνάμεις στον δρομέα, η δράση των οποίων μπορεί να καταστρέψει την μηχανή. Για την αποφυγή τέτοιων φαινομένων απαιτείται η εγκατάσταση ενός συστήματος αποτροπής υπερταχύνσεων, όπως ενός ελεγκτή ή περιοριστή ταχύτητας ή ενός συστήματος διακοπής λειτουργίας έκτακτης ανάγκης, καθώς και η προσεκτική επιλογή γεννήτριας, κατάλληλης, ώστε να υποστηρίζει το επιθυμητό φορτίο.
- Κατά την προσομοίωση συμμετρικού σφάλματος, δηλαδή του τριφασικού **βραχυκυκλώματος**, στους ακροδέκτες της γεννήτριας, παρατηρήθηκε, όπως ήταν αναμενόμενο, η απότομη αύξηση των ρευμάτων του τυλίγματος τυμπάνου. Αυτό το φαινόμενο είναι ανεπιθύμητο σε οποιαδήποτε ηλεκτρική μηχανή, καθώς μπορεί να θέσει σε κίνδυνο τον ίδιο τον χειριστή, αλλά και να προκαλέσει καταστροφή των μονώσεων της μηχανής, θέτωντας, έτσι, την ίδια την μηχανή σε μη λειτουργική κατάσταση. Για την αποφυγή τέτοιων φαινομένων απαιτείται τακτική συντήρηση της μόνωσης των τυλιγμάτων, εγκατάσταση προστατευτικών ηλεκτρονόμων και διακοπών ισχύος, αλλά και προστατευτικού συστήματος από τις περιβαλλοντικές συνθήκες. Ιδιαίτερα, για το προσωπικό χειρισμού, απαιτείται η τακτική εκπαίδευση για ετοιμότητα σε τέτοια φαινόμενα, η οποία να περιλαμβάνει επιλογή κατάλληλου ρουχισμού προστασίας και διαδικασίες για γρήγορη απομόνωση της γεννήτριας σε περίπτωση σφάλματος.

## Βιβλιογραφία – Αναφορές - Διαδικτυακές Πηγές

- (2016). Στο Π. Β. Μαλατέστας, **ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ** (2η εκδ., σ. 776). Αθήνα: ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.
- (2020). Στο Π. Β. Μαλατέστας, & Μ. Α. Τερζή, **ΗΛΕΚΤΡΟΜΗΧΑΝΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ** (2η εκδ., σ. 598). Αθήνα: ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.
- (2021). Στο Π. Β. Μαλατέστας, **ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ** (4η εκδ., σ. 799). Αθήνα: ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.
- (2021). Στο Π. Β. Μαλατέστας, **ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ** (4η εκδ., σ. 699). Αθήνα: ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.
- (2021). Στο Π. Β. Μαλατέστας, **ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ** (2η εκδ., σ. 828). Αθήνα: ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.
- (2022). Στο Π. Β. Μαλατέστας, **ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ** (1η εκδ., σ. 350). Αθήνα: ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ.