



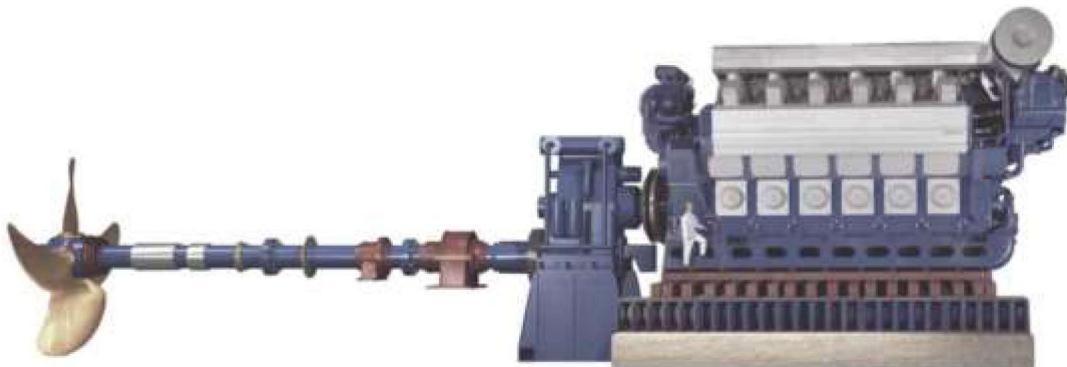
**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

Διπλωματική εργασία

**ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ**

**ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΠΡΟΩΣΗΣ**

**Research & Study of Torsional Vibrations on Shafting System**



Συγγραφέας:

Ταλιαδούρου Σπυριδούλα

A.M.: 13047

Επιβλέπων/ουσα: Ονοματεπώνυμο

Γεώργιος Λιβανός

Αιγάλεω, <2024>





**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

**Διπλωματική εργασία**

**Τίτλος Μελέτη και ανάλυση ταλαντώσεων εγκαταστάσεων πρόωσης**

**Συγγραφέας**

Σπυριδούλα Ταλιαδούρου (ΑΜ 51113047)

**Επιβλέπων/ονσα**

Γεώργιος Λιβανός Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

**Ημερομηνία εξέτασης**

23/05/2024

**Εξεταστική Επιτροπή**

Όνοματεπώνυμο,

Γ.Λιβανός Καθηγητής  
ΠΑ.Δ.Α.

Όνοματεπώνυμο,

Δ.Ν.Παγώνης Καθηγητής  
ΠΑ.Δ.Α.

Όνοματεπώνυμο,

Σ.Δημητρέλου Καθηγητής  
ΠΑ.Δ.Α.



## **ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Ο/η κάτωθι υπογεγραμμένος/η Ταλιαδούρου Σπυριδούλα του Στυλιανού, με αριθμό μητρώου 51113047 φοιτητής/τρια του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

O/H Δηλών/ούσα



Σπυριδούλα Ταλιαδούρου



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρουσία εργασίας σηματοδοτεί το τέλος των φοιτητικών σπουδών μου στο πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής στο τμήμα ναυπηγών Μηχανικών. Κάπου εδώ θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που συνεργάστηκα μαζί τους και τους ανθρώπους που με βοήθησαν να φέρω εις πέρας τις σπουδές μου.

Πρωτίστως θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή της διπλωματικής μου Γεώργιο Λίβανο, για την πίστη και την εμπιστοσύνη που έδειξε προς το πρόσωπό μου και τη δουλειά μου. Επίσης θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την απόθμενη βοήθεια που μου προσέφερε από γνώσεις αλλά και συμβουλές, οι οποίες θα με συντροφεύουν σε όλη την πορεία μου ως Ναυπηγός Μηχανικός. Οι γνώσεις του πάνω στη ναυτική μηχανολογία και φυσικά στο πεδίο των ταλαντώσεων το οποίο πραγματεύεται η παρακάτω διπλωματική εργασία έπαιξαν καθοριστικό ρόλο για την επιλογή του θέματος αλλά και την ολοκλήρωση της εργασίας. Το πιο σημαντικό στοιχείο για την υλοποίηση του έργου, απαντάτε στην ιδιαίτερη ικανότητα του για την μεταλαμπάδευση αυτής της γνώσης προς τους φοιτητές του και εμένα.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να εκφράσω προς την οικογένειά μου και την συμφοιτήτριά μου Στέλλα Μεταξινού για την στήριξή τους κατά τη διάρκεια της συγγραφής αυτής της εργασίας. Επιπλέον θα ήθελα να ευχαριστήσω τους συμφοιτητές μου Αργυρώ Πλιάτσικα και Κωνσταντίνο Αξιώτη για την ψυχολογική υποστήριξη τους κατά τη διάρκεια των σπουδών μου.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές της σχολής μας για τις γνώσεις, την βοήθεια και τις συμβουλές που μας πρόσφεραν καθώς και για τις προσπάθειές τους να ανανεώνουν τις διαλέξεις τους συνεχώς, έτσι ώστε να ενημερώνουν τους φοιτητές κατάλληλους για τα τρέχοντα ζητήματα που απασχολούν τους ναυπηγούς μηχανικούς.

**Ευχαριστώ Πολύ!**

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η εργασία αναλύει την ιστορική πορεία των κινητήρων και των μηχανών εσωτερικής καύσης, επικεντρώνοντας στη μελέτη των ταλαντώσεων. Αναφέρεται σε κατηγορίες συστημάτων προώθησης πλοίου και εξετάζει λεπτομερώς τον αξονικό σύστημα ενός πλοίου, συμπεριλαμβανομένων των μερών του στροφαλοφόρου άξονα και της έλικας. Εξετάζεται το φαινόμενο της ταλάντωσης, με ειδική αναφορά σε στρεπτικές ταλαντώσεις, πακτωμένη ατρακτό με μάζα, καθώς και συστήματα με δύο, τρεις και περισσότερες μάζες. Επιπλέον, εξετάζονται οι στρεπτικές ταλαντώσεις ενός συστήματος πολλών περιστρεφομένων μαζών, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο 'Holzer-Tolle'. Τέλος, παρουσιάζεται η αξονική μέθοδος μελέτης συστημάτων, συμπεριλαμβανομένης της αναζήτησης ιδιοσυχνοτήτων με δύο διαφορετικές μεθόδους.

## ABSTRACT

The paper explores the historical development of engines and internal combustion machines, focusing on the study of vibrations. It discusses categories of ship propulsion systems and thoroughly examines axial system design of vessels, including the components of the propeller shaft and the engine. The phenomenon of vibrations is examined, with special reference to torsional vibrations, packed flywheel with mass, self-oscillation, as well as systems with two, three or more masses. Furthermore, the torsional vibrations of a system with multiple rotating masses are investigated using the 'Holzer-Tolle' method. Finally, the axial method for studying systems is presented, including the determination of natural frequencies using two different methods.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ .....	6
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	7
ABSTRACT .....	7
ΕΙΣΑΓΩΓΗ .....	10
1. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ .....	11
1.1. ΟΙ ΠΡΩΤΟΙ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ .....	11
1.2. ΜΗΧΑΝΕΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΚΑΥΣΗΣ .....	12
1.3. Η ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ .....	15
2. ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΟΩΣΗΣ ΠΛΟΙΟΥ .....	19
2.1. ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗ .....	19
2.2. ΑΞΟΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΛΟΙΟΥ ΠΡΟΣ ΜΕΛΕΤΗ .....	21
2.2.1. ΑΡΧΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙΑΣ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟΥ ΑΞΟΝΑΣ .....	21
2.2.2. ΜΕΡΗ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟΥ ΑΞΟΝΑ .....	23
2.2.3. ΑΡΧΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙΑΣ ΕΛΙΚΑ .....	24
2.2.4. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΕΛΙΚΑΣ .....	26
3. Ο ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ .....	27
3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ .....	27
3.2. ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ .....	32
3.3. ΠΙΑΚΤΩΜΕΝΗ ΑΤΡΑΚΤΟΣ ΜΕ MAZA .....	34
3.4. ΙΔΙΟΤΑΛΑΝΤΩΣΗ .....	37
3.5. ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΜΑΖΩΝ .....	39
3.6. ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΡΙΩΝ ΜΑΖΩΝ .....	43
4. ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΟΛΛΩΝ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΩΝ ΜΑΖΩΝ .....	50
4.1. ΠΡΟΛΟΓΟΣ .....	50
4.2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ‘HOLZER – TOLLE’ .....	53
5. ΑΞΟΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΟΣ ΜΕΛΕΤΗ .....	57
ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ .....	58
ΕΥΡΕΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ .....	59

1 <sup>Η</sup> ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΥΡΕΣΗΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ .....	59
2 <sup>Η</sup> ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΥΡΕΣΗΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ .....	61
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ CAMPELL .....	68
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΛΕΤΗΣ .....	70
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ .....	70
1 <sup>ο</sup> ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ ΣΤΟ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟ ΑΞΟΝΑ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ .....	70
2 <sup>ο</sup> ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ .....	71
ΣΤΟ ΕΝΔΙΑΜΕΣΟ ΑΞΟΝΑ ΤΟΥ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ .....	71
3 <sup>ο</sup> ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ .....	71
ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ ΤΗΣ ΠΡΟΠΕΛΑΣ ΤΟΥ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ .....	71
<b>ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ- ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....</b>	<b>73</b>
ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ .....	77
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	79

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παρούσα εργασία αποτελεί μια εμβαθυμένη ανάλυση στον κόσμο των μηχανών και κινητήρων, με επίκεντρο τη μελέτη των ταλαντώσεων. Ξεκινώντας από μια ιστορική αναδρομή στους πρώτους κινητήρες και τις μηχανές εσωτερικής καύσης, εστιάζουμε στις προηγμένες κατηγορίες των συστημάτων προώθησης πλοίου.

Με λεπτομέρεια, εξετάζουμε τον αξονικό σύστημα ενός πλοίου, επεκτείνοντας τη μελέτη στα μέρη του στροφαλοφόρου άξονα και τη γεωμετρία των ελικών. Η προσοχή μας στρέφεται στο φαινόμενο της ταλάντωσης, καλύπτοντας εκτενώς τις στρεπτικές ταλαντώσεις συστημάτων με δύο τρείς ή και παραπάνω περιστρεφόμενων μαζών.

Επιπρόσθετα, εξετάζονται οι στρεπτικές ταλαντώσεις ενός συστήματος πολλών περιστρεφόμενων μαζών οι οποίες αντικατοπτρίζουν ένα αξονικό σύστημα ενός πλοίου, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο 'Holzer-Tolle'. Τέλος, παρουσιάζεται η αξονική μέθοδος μελέτης συστημάτων, συμπεριλαμβανομένης της αναζήτησης ιδιοσυχνοτήτων με δύο διαφορετικές μεθόδους.

Με αυτό τον τρόπο, η έρευνα αυτή παρέχει μια πλήρη κατανόηση των δομών και των φαινομένων που διαμορφώνουν τη λειτουργία των προηγμένων συστημάτων προώθησης πλοίου.

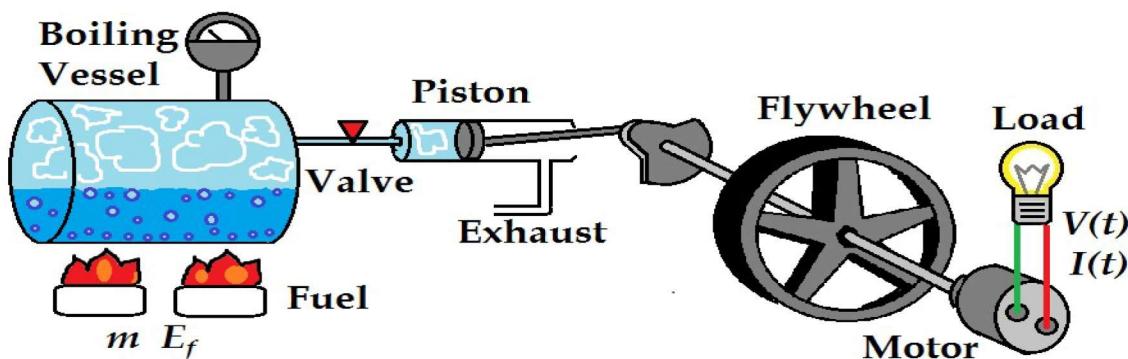
# 1. ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

## 1.1. ΟΙ ΠΡΩΤΟΙ ΚΙΝΗΤΗΡΕΣ

Το τέλος του 18ου αιώνα σηματοδοτεί το τέλος της εποχής του ιστίου ως μέσο πρόωσης των πλοίων. Τη θέση του διαδέχεται ένα νέο μέσο πρόωσης εντελώς ριζοσπαστικό για τα δεδομένα της εποχής. Οι μηχανές του ατμού κατέκλυσαν την αγορά των πλοίων τα οποία στη συνέχεια ονομάστηκαν ατμόπλοια. Στις αρχές του 19ου αιώνα έγιναν τα πρώτα βήματα προς αυτή την κατεύθυνση και πολύ γρήγορα τα εστία αντικαταστάθηκαν από τις ατμομηχανές.

Το πρώτο ατμόπλοιο ναυπηγήθηκε στη Σκωτία το 1802 και το όνομα αυτού ήταν Charlotte Dundas. Το συγκεκριμένο πλοίο, καθώς δεν είχε ανακαλυφθεί μέχρι εκείνη την εποχή η έλικα ήταν τροχήλατο. Με λίγα λόγια το μέσο προώθησης του ήταν δύο μεγάλη ατμό κινητή τροχοί που βρίσκονταν στις πλευρές του. Το σπουδαιότερο ατμόπλοιο στον κόσμο ήταν αδιαμφισβήτητα ο Τιτανικός Το οποίο ήταν επιβατηγό υπερωκεάνιο πλοίο με μήκος 269 μέτρα πλάτος 28 μέτρα και εκτόπισμα 52.310 τόνους.

Έτσι λοιπόν Για αρκετές δεκαετίες μέχρι και περίπου τις αρχές του 20ου αιώνα χρησιμοποιήθηκαν οι παλινδρομικές ατμομηχανές οι οποίες λειτουργούσαν με κυλίνδρους Όπου παλινδρομούν τα έμβολα Μετέτρεπαν την θερμική ενέργεια του ατμού σε μηχανικό έργο. Στα Θετικά στοιχεία τους Συγκαταλέγεται Η υψηλή απόδοση τους σε περιοχές χαμηλών στροφών και στα αρνητικά του συγκαταλέγεται το μεγάλο ο βάρος και ο τεράστιος όγκος τους. Έτσι δεν άργησε πολύ να έρθει μία νέα τεχνολογία αφήνοντας πίσω αυτό του είδους τις μηχανές.



Εικόνα 1 : Αρχή λειτουργείας ατμοκινητήρων

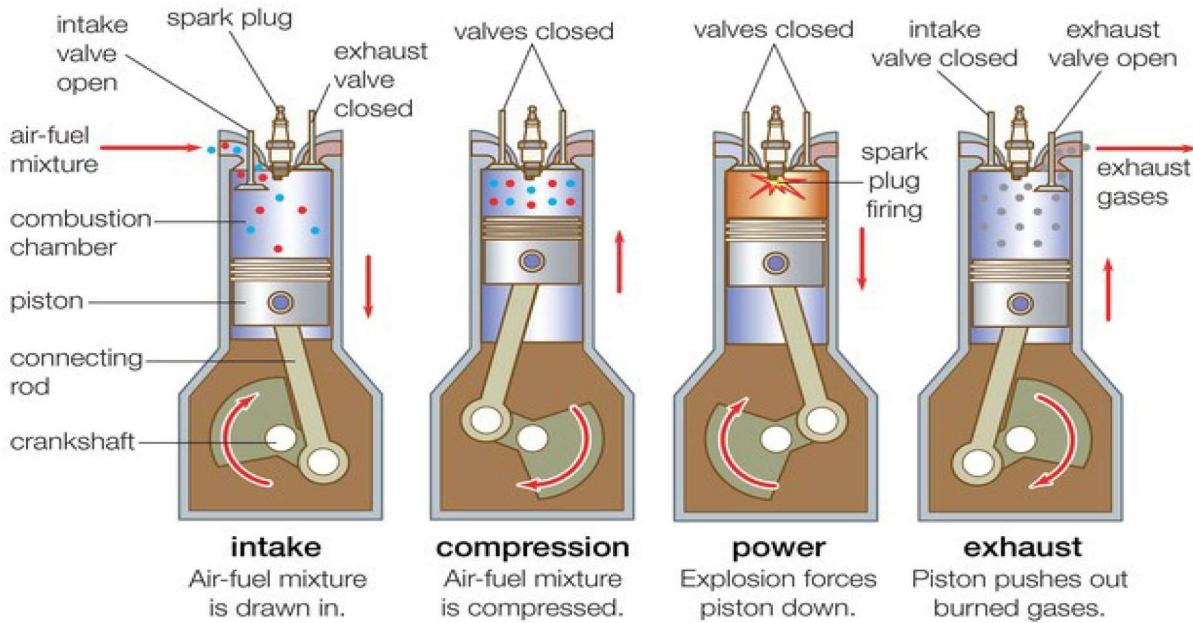
## 1.2. ΜΗΧΑΝΕΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΚΑΥΣΗΣ

Οι μηχανές εσωτερικής καύσεως κατασκευάζονται και μελετώνται για πάνω από έναν αιώνα. Τα προτερήματα τους ως προς την απόδοση μηχανικού έργου ήταν αυτά που καθόρισαν την καθιέρωσή τους στις ζωές μας και την καθημερινότητά μας. Η εξέλιξή τους ανά τα χρόνια μπορεί να εντοπιστεί στα μεγέθη τους, στο καύσιμο που χρησιμοποιείται και στις πολλαπλές νέες τεχνολογίες που έχουν αναπτυχθεί για την λειτουργία τους.

Η εξέλιξή τους προέκυψε λόγω της ανάγκης των ανθρώπων που δεν μπορούσαν να ανταπεξέλθουν οικονομικά στην αγορά πολύπλοκων ατμομηχανών. Οι ατμομηχανές στα τέλη του 19ου αιώνα είχαν σχεδόν εξαντλήσει τα περιθώρια βελτίωσης τους δημιουργώντας δημιουργώντας έτσι την άμεση ανάγκη της για απλούστερους αλλά ταυτοχρόνως και ισχυρότερους και αποδοτικότερους κινητήρες.

Αυτό οδήγησε στην μελέτη για την ανάπτυξη των εμβολοφόρων μηχανών εσωτερικής καύσης. Ο Roberts street το 1794 είχε προτείνει τη δημιουργία ενός κινητήρα ο οποίος εκμεταλλεύεται την πίεση των καυσαερίων για την κίνηση των εμβόλων με σκοπό την παραγωγή έργου. Το καύσιμο αυτού θα ήταν σε υγρή κατάσταση. Μετέπειτα το 1833 ο W.L. Wright δημιούργησε την πρώτη δίχρονη μηχανή εσωτερικής καύσης.

Έρευνες επί του θέματος και διαφόρων ειδών πειραματισμοί έγιναν σε διάφορα σημεία ανά τον κόσμο. Καθοριστική σημασία για την εξέλιξη των κινητήρων αυτών είχε ο John Ramsbottom, ο οποίος το 1854 κατασκεύασε το πρώτο ελατήριο συμπίεσης. Μέσω αυτού κατέστησε δυνατή την δημιουργία μεγάλων πιέσεων εντός του χώρου καύσης. Το ελατήριο παρείχε μια σφιχτή σφράγιση του εμβόλου στον κύλινδρο με τη χαμηλότερη δυνατή τριβή για την εποχή εκείνη. (Basshuysen, 2002)



**Εικόνα 2: Αρχή λειτουργείας μηχανών εσωτερικής καύσης**

Το 1876 ο Nikolaus August Otto υλοποιεί επιτυχώς για πρώτη φορά στην ιστορία μία τετράχρονη μηχανή εσωτερικής καύσεως. Αυτός ο κινητήρας έχει το μεγάλο πλεονέκτημα σε σχέση με τους προϋπάρχοντες βενζινοκινητήρες της εποχής ότι χρησιμοποιεί την προ συμπιεσμένη φάση του μίγματος. Ο μηχανικός Dougal Clerk ανακατασκεύασε τον τετράχρονο κινητήρα σε δίχρονο.

Το 1892 κατασκευάστηκε μία μηχανή εσωτερικής καύσεως νέας μορφής, η οποία πραγματοποιούσε την έγχυση του καυσίμου σε αέρα, ο οποίος στη συνέχεια συμπιέζονταν με αποτέλεσμα την υπερθέρμανσή του. Το αποτέλεσμα ήταν ότι η καύση ξεκινούσε χωρίς την παρουσία σπινθήρα. Αυτή η καινοτομία προσέφερε πολύ μεγαλύτερους βαθμούς εκτόνωσης, χωρίς προβλήματα κρουνστικής καύσης. Ο δημιουργός αυτής της τεχνολογίας δεν ήταν άλλος από τον Rudolf Diesel.

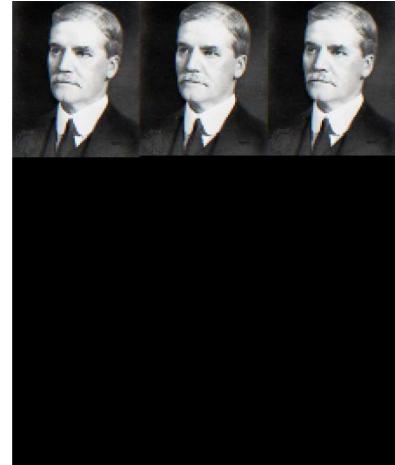
Τότε χτίστηκαν οι βάσεις πάνω στις οποίες βασίστηκαν μέχρι και οι σύγχρονοι βενζινοκινητήρες του σήμερα. Ο κινητήρας του Otto καθιερώθηκε για τα καλά και έκτοτε η ανάπτυξη και οι έρευνες κατευθύνθηκαν προς τη δημιουργία αποδοτικών μεθόδων ανάφλεξης του μείγματος καυσαερίου-αέρα. (Basshuysen, 2002)



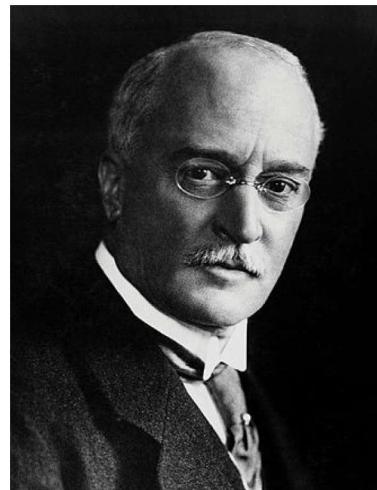
**Εικόνα 5: Nikolaus Otto**  
1832~1891 (alchetron, n.d.)



**Εικόνα 3: Dougal Clerk**  
1854~1932 (wikipedia, n.d.)



**Εικόνα 4: John Ramsbottom**  
1814~1897 (wikipedia, n.d.)



**Εικόνα 6: Rudolf Diesel**  
1858~1913 (wikipedia, n.d.)

### 1.3. Η ΜΕΛΕΤΗ ΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

Οι ταλαντώσεις είναι ένα αντικείμενο μελέτης όσον αφορά τα πλοία από τις αρχές του εικοστού πρώτου αιώνα. Το πρόβλημα των ταλαντώσεων στο αξονικό σύστημα των πλοίων ήταν μη αντιληπτό για αρκετά χρόνια με αποτέλεσμα να υπάρχουν διαφόρων ειδών ατυχήματα, φθορές και καταστροφές σε κινητήρες για τις οποίες η αιτία δεν ήταν ακριβώς ξεκάθαρη. Οι ταλαντώσεις παρότι είναι ένα φαινόμενο που θα μπορούσε να παρατηρήσει κάνεις με γυμνό μάτι στην περίπτωση των μηχανών εσωτερικής καύσεως τα πράγματα διαφέρουν.

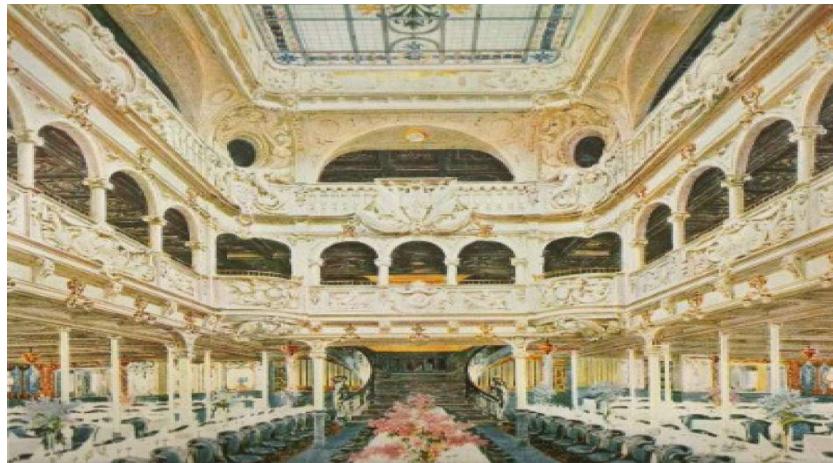
Οι κινητήρες περιλαμβάνουν ως μέρος της κανονικής καθημερινής τους λειτουργίας τις ταλαντωτικές κινήσεις, πράγμα πού στο ανθρώπινο μάτι φαντάζει ως φυσιολογική λειτουργία για τη μηχανή. Σε πολλές περιπτώσεις όμως παρότι ο κινητήρας μπορεί να κινείται στα φυσιολογικά επίπεδα στροφών, μία αύξηση ή μείωση του φορτίου, πολλές φορές προκαλούσε ταλαντώσεις, οι οποίες θα αντιστοιχούσαν σε πολύ υψηλότερα επίπεδα στροφών. αυτό αποτελούσε από μόνο του αντικείμενο μελέτης γιατί πολλές φορές αυτή η κατάσταση οδηγούσε σε επιταχυνόμενη φθορά και πρόωρη αστοχία των υλικών.

Το πλοίο SS Kaiser Wilhelm II Ήταν ατμόπλοιο express ναυπηγημένο το 1902 της εταιρείας NDL. Ήταν πολύ μεγαλύτερο από τα προηγούμενα αδελφά πλοία και στην πραγματικότητα ήταν το ήταν εκείνο που ξεπέρασε το σπουδαίο Great Eastern και είχε γερμανική προέλευση. Η μέση ταχύτητα που έπιανε ήταν 23 κόμβοι όμως δεν θεωρούνταν αρκετό για την εξυπηρέτηση των σκοπών της πλοιοκτήτριας εταιρείας.



Εικόνα 7: SS Kaiser Wilhelm II Σαλόνι (mahlerfoundation, χ.χ.)

Το μεγάλο πρόβλημα του ναυπήγημα τος αυτού ήταν οι ταλαντώσεις όταν έβγαζε ατμό μεγάλη ταχύτητα. στην προσπάθεια να διορθωθεί το επικείμενο πρόβλημα αποφασίστηκε να αλλαχθούν οι έλικες του το 1904 το οποίο έφερε ως αποτέλεσμα την σημαντική μείωση των δονήσεων και την ομαλότητα της λειτουργίας του. Έτσι λοιπόν επιτεύχθηκε η αύξηση της ταχύτητας του στους 23,5 8 κόμβους, ταχύτητα ρεκόρ για την εποχή. Αυτό το πλοίο άνηκε στην σπουδαία τετράδα the ‘four flyers’ γερμανικών σκαφών τα οποία είχαν εξαιρετική εσωτερική όσο και εξωτερική αρχιτεκτονική. (mahlerfoundation, n.d.)

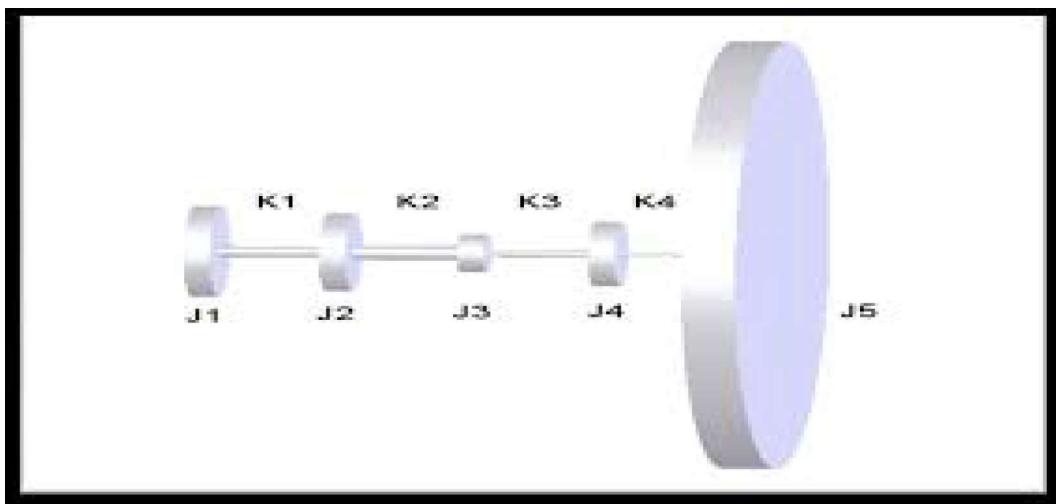


Εικόνα 8: SS Kaiser Wilhelm II Τραπεζαρία (mahlerfoundation, χ.χ.)

Το παραπάνω φανόμενο των στρεπτικών ταλαντώσεων στο πλοίο SS Kaiser Wilhelm II μελέτησε ο Frahm. Επίσης ήταν εκείνος που πρότεινε για πρώτη φορά ως λύση στις ταλαντώσεις ένα δυναμικό αποσβεστήρα το 1909. Ο δυναμικός αποσβεστήρας είναι ένα δευτερεύον σύστημα ελατήριο-μάζας, το οποίο αντιτίθεται στις δονήσεις του κυρίου συστήματος που προκαλούνται στο σημείο το οποίο έχει τοποθετηθεί.

Αντίστοιχες περιπτώσεις είχαν προκύψει πολλές εκείνη την εποχή και πλοία με αντίστοιχα προβλήματα ονομάστηκαν ‘Notorious crankshaft smashers’ διότι το κύριο αποτέλεσμα που προσπαθούσε να αντιμετωπίσουν ήταν η καταστροφή του στροφαλοφόρου άξονα του αξονικού συστήματος. πολλοί μηχανολόγοι ναυπηγοί είχαν μελετήσει τις ταλαντώσεις την εποχή εκείνη. Οι μελέτες αυτές έφεραν στο φως μία παραδοχή που είχαν κάνει σε όλες τις μελέτες του αξονικού συστήματος ενός πλοίου και αυτή δεν ήταν άλλη από την απόλυτη ακαμψία του συστήματος και την αποτελέσει του από δύο μάζες. Αυτή η παραδοχή εμπόδιζε τους ανθρώπους να αντιληφθούν το πρόβλημα των ταλαντώσεων στους κινητήρες.

Με την κατάργηση της παραπάνω παραδοχής οι μελετητές κατάλαβαν ότι το πρόβλημα πηγάζει από τις στρεπτικές ταλάντωσης του στροφαλοφόρου άξονα. Μεγάλοι μελετητές μηχανικοί της εποχής θεωρούσαν το αξονικό σύστημα ότι Αποτελείται από δύο μάζες και αυτό είχε ως σκοπό να υπολογίσει την ιδιοσυχνότητα του έτσι ώστε να αποδώσουν τις κρίσιμες ταχύτητες περιστροφής. στην πορεία μελετήθηκαν και συστήματα με περισσότερες μάζες από τους Chree Millington Και τον Holzer. (ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΑΞΟΝΙΚΟΥ, 2019)



**Εικόνα 9: Συστήμα μελέτης στρεπτικών ταλαντώσεων (ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΑΞΟΝΙΚΟΥ, 2019)**

Επιπλέον να αναφέρουμε ότι πολύ μεγάλες συνεισφορά ως προς την επίλυση του φαινομένου των ταλαντώσεων στις κατασκευές προσέφεραν οι Stodola, De Laval, Timoshenko και Mindlin, οι οποίοι συμβάλλουν στη μελέτη των δονήσεων δοκών πλακών και μεμβρανών. Κάπως έτσι, αναπτύχθηκε μία μέθοδος για την ανάλυση των ταλαντώσεων των δοκών, η οποία είναι εφαρμόσιμη στα πτερύγια των τουρμπινών. Επίσης μία από τις μελέτες τους ήταν πάνω στο φαινόμενο των ταλαντώσεων ενός μη ισορροπημένου περιστρεφόμενου δίσκου. το φαινόμενο αυτό παρατηρήθηκε λόγω αστοχίας των υλικών των αξόνων από τουρμπίνες υψηλής ταχύτητας. Με σκοπό να ξεπεραστεί το εν λόγω πρόβλημα χρησιμοποιήθηκε ένα καλάμι ψαρέματος από μπαμπού το οποίο αντικατέστησε τον άξονα για τη στερέωση του ρότορα και έτσι όχι μόνο εξαλείφθηκαν οι ταλαντώσεις ενός μη ισορροπημένου ρότορα αλλά το σύστημα κατάφερε να αντέξει και της 100.000 στροφές ανά λεπτό. (Rao)

Καθοριστικό ρόλο ως προς την σημαντικότητα των μελετών γύρω από τις στρεπτικές ταλαντώσεις έπαιξε η αστοχία των κινητήρων στα πλοία του αμερικανικού Πολεμικού Ναυτικού. Οι στρεπτικές ταλαντώσεις εμφανίστηκαν και στον στόλο των υποβρυχίων πράγμα το οποίο κατέστησε τη μελέτη του φαινομένου αναγκαία διότι η επισκευή τους ήταν εξαιρετικά κοστοβόρα και χρονοβόρα και ο αριθμός τους σε πλήθος πολύ μικρός.

Στην περίπτωση των υποβρυχίων αποδείχτηκε ότι παράρτημα απλουστευμένη εγκατάσταση πρόωσης που χρησιμοποιούσαν η αστοχία των υλικών επεκτείνονταν και πέρα από τον στροφαλοφόρο άξονα το οποίο σήμαινε ότι υπήρχαν περισσότεροι από ένας κόμβοι. Η επίλυση των ζητημάτων αυτών ήρθε μέσα από έρευνες που οδήγησαν σε αλλαγές των μαζών των ελαστικών χαρακτηριστικών του συστήματος στην σειρά της ανάφλεξης και στην πρόσθεση συσκευών απόσβεσης ταλαντώσεων.

Περίπου το 1917 η εταιρεία Royal aircraft establishment ξεκίνησε μελέτες των στρεπτικών ταλαντώσεων στους αεροπορικούς κινητήρες. Μετέπειτα μέχρι και περίπου το 1934 οι στρεπτικές ταλαντώσεις συνδέθηκαν με έμμεσο ή άμεσο τρόπο, με πολλές από τις αστοχίες που υπήρχαν σε διαφόρων ειδών κινητήρες της εποχής. Ακόμα και πλοία που για την προώθηση τους χρησιμοποιούσαν ατμοστρόβιλους και η προπέλα τους περιστρεφόταν με τη χρήση συστήματος οδοντωτών τροχών. Οι αστοχίες των υλικών και των συστημάτων αυτών αποτέλεσαν κινητήρια δύναμη για την τεταμένη μελέτη και πειράματα.

Οι μέθοδοι οι οποίοι αναπτύχθηκαν στην αεροπορική βιομηχανία είχαν πολύ μεγάλη εφαρμογή στην ναυτική μηχανολογία και στο πρόβλημα των ταλαντώσεων των κινητήρων των πλοίων. Μέσω αυτής της εξέλιξης καταφέραμε να πάρουμε πραγματικές μετρήσεις την στιγμή που η έλικα ήταν συνδεδεμένη στον κινητήρα ενώρα κανονικής λειτουργίας Στη διάρκεια μιας πτήσης, κατά αυτό τον τρόπο διαπιστώθηκε η απόκλιση που είχαν τα αποτελέσματα που έφερναν οι πειραματικές έρευνες που διεξάγονταν στα εργαστήρια. Η εικόνα που έφεραν αυτές οι μελέτες για τις συχνότητες του συντονισμού ήταν εντελώς διαφορετικές από αυτές που είχαν χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες μεθόδους.

## 2. ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΟΩΣΗΣ ΠΛΟΙΟΥ

Πριν ξεκινήσουμε την μελέτη των ταλαντώσεων γύρω από το αξονικό σύστημα ενός πλοίου θα αναλύσουμε τα μέρη από τα οποία αποτελείται καθώς και τη χρήση του καθενός από αυτά. Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να αναλύσουμε τα μέρη τα οποία λαμβάνουν μέρος στο φαινόμενο των ταλαντώσεων κατά τη λειτουργία της μηχανής και της πρόωσης του πλοίου έτσι ώστε να έχουμε μπορέσουμε να αποκτήσουμε μια καλύτερη εικόνα του προβλήματος. Τα βασικά μέρη του αξονικού συστήματος θα αναλυθούν ένα προς ένα περιγράφοντας τις λειτουργίες τους και τη συνεργασία μεταξύ τους.

### 2.1. ΚΑΤΗΓΟΡΙΟΠΟΙΗΣΗ

Για να μιλήσουμε σχετικά με τους ναυτικούς κινητήρες diesel του σήμερα θα πρέπει να κάνουμε τον εξής διαχωρισμό ως προς τον αριθμό των περιστροφών του στροφαλοφόρου αξονα έως ότου να ολοκληρωθεί ένας κύκλος λειτουργίας:

A) Δίχρονη (2X)

B) Τετράχρονη (4X)

Άλλοι τρόποι με τους οποίο μπορούμε να κατηγοριοποιήσουμε τους ναυτικούς κινητήρες σήμερα είναι τα παρακάτω:

- Κατηγοριοποίηση αναλόγως με την χρήση τους:

A) Κυρία

B) Βοηθητική

- Κατηγοριοποίηση ανάλογους με το είδος του καυσίμου

A) Αργό πετρέλαιο

E) Διπλό καύσιμο

B) Diesel Oil

Z) Αμμωνία

Γ) Αέρια καύσιμα	Η) Υδρογόνο
Δ) Φυσικό αέριο	Θ) Πυρηνική ενέργεια

- κατηγοριοποίηση αναλόγως με την ταχύτητα περιστροφής του áξονα της μηχανής

A) Άργος τροφές	Γ) Μέσοστροφές
B) Πολύ στροφές	Δ) Ταχύστροφες

- Κατηγοριοποίηση Αναλόγως την φορά περιστροφής του áξονα της μηχανής

A) Δεξιόστροφα	B) Αριστερόστροφα
Γ) Αναστρεφόμενα	

- Κατηγοριοποίηση Αναλόγως την αρχιτεκτονική της διατάξεις Των κυλίνδρων

A) Σε σειρά	B) Διάταξη V
Γ) Ακτινικά	

Και τέλος κατηγοριοποιήσει ανάλογους την μετάδοση της κίνησης στον ενδιάμεσο áξονα

A) Απευθείας μετάδοση	B) Μέσω μειωτήρα
-----------------------	------------------

Μέχρι σήμερα στα εμπορικά πλοία με μεγάλη μεταφορική ικανότητα για τα οποία το κύριο μέλημά μας δεν είναι η ταχύτητα αλλά η καλύτερη απόδοση προτιμώνται αργόστροφη κινητήρες χωρίς μειωτήρα. Το εύρος των μεγίστων στροφών συνεχούς λειτουργίας των μηχανών αυτών κυμαίνεται από συνήθως 70 έως 120 στροφές ανά λεπτό . Η κίνηση που πραγματοποιείται από το έμβολο για να χαρακτηριστεί μια μηχανή ως δίχρονη είναι από το Άνω Νεκρό Σημείο στο Κάτω Νεκρό Σημείο και από το Κάτω Νεκρό Σημείο στο Άνω Νεκρό Σημείο. Αυτές οι δύο κινήσεις είναι ένας πλήρης κύκλος λειτουργίας.

## 2.2. ΑΞΟΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΛΟΙΟΥ ΠΡΟΣ ΜΕΛΕΤΗ

Αντικείμενο Μελέτης αυτής της εργασίας είναι το αξονικό σύστημα ενός πλοίου το οποίο διαθέτει έναν και μοναδικό δίχρονο κινητήρα για κυρία την πρώση. Επίσης διαθέτει 6 κυλίνδρους σε σειρά και η κίνηση του είναι δεξιόστροφη. Επιπλέον η μέγιστη ταχύτητα στροφών συνεχούς χρήσεως είναι 116 rpm. Η κίνηση μεταδίδεται απευθείας στον άξονα της προπέλας χωρίς την μεσολάβηση μειωτήρα.

Ένα αξονικό σύστημα απευθείας μετάδοσης κίνησης σημαίνει ότι δεν χρησιμοποιεί μειωτήρα αλλά μεταδίδει την κίνηση απευθείας με αποτέλεσμα τις ίδιες τροφές που έχει ο στροφαλοφόρος άξονας να έχει και ο άξονας της προπέλας. Η λειτουργία των 2X αργόστροφων κινητήρων και ειδικά στις σύγχρονους κινητήρες που έχουν πολύ μεγάλο τον παρακάτω λόγο:

$$\lambda = \frac{\text{Διαδρομής Εμβόλου}}{\text{Διάμετρο Κυλίνδρου}}$$

η περιστροφή του άξονα της προπέλας μπορεί να γίνεται με πολύ χαμηλή ταχύτητα περιστροφής. Αυτού του είδους τα συστήματα επιλέγονται διότι η υψηλή απόδοση της προπέλας εμφανίζεται σε μικρότερες ταχύτητες περιστροφής της. Αυτό αποτελεί το μεγαλύτερο πλεονέκτημα της διότι οι 2X αργόστροφοι κινητήρες λειτουργούν μέσα στην περιοχή της βέλτιστης απόδοσης της προπέλας.

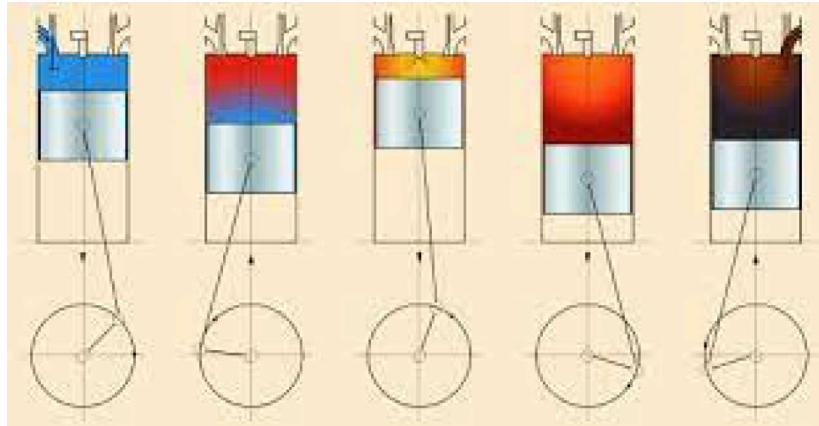
### 2.2.1. ΑΡΧΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙΑΣ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟΥ ΑΞΟΝΑΣ

Ο στροφαλοφόρος άξονας μετατρέπει με την βοήθεια των διωστήρων την ευθύγραμμη κίνηση των εμβόλων σε περιστροφική και μέσω του κιβωτίου και του διαφορικού στους τροχούς μετατρέπει τη ροπή σε κινητική ενέργεια. Έχει χαρακτηριστικό σπαστό σχήμα και αποτελείται από διαδοχικά τμήματα σχήματος Π. Είναι ένα από τα βαρύτερα και ακριβότερα τμήματα του κινητήρα. Κατασκευάζεται από σφυρήλατο χάλυβα άριστης ποιότητας και υψηλής αντοχής. Ο στροφαλοφόρος άξονας καταπονείτε από τις καμπτικές και τις στρεπτικές δυναμεις.



Εικόνα 10: Στροφαλοφόρος Αξονας Πλοίου (Bikeit, χ.χ.)

Οι δυνάμεις στρέψης είναι αυτές που αναγκάζουν τον στροφαλοφόρο να περιστρέφεται και μάλιστα παίρνουν την μεγαλύτερη τιμή, όταν η πίεση της καύσης ανέλθει στα ανώτατα επίπεδα. Οι δυνάμεις στρέψης καταπονούν περισσότερο τα σημεία όπου υπάρχουν οπές ή αγωγοί ελαίου λίπανσης στην μάζα του στροφαλοφόρου. Αν το φορτίο είναι μεγάλο στις χαμηλές στροφές (εκεί εμφανίζονται οι ισχυρότερες ταλαντώσεις του στροφαλοφόρου), τότε η καταπόνηση από στρέψη του στροφαλοφόρου είναι πολύ μεγάλη.

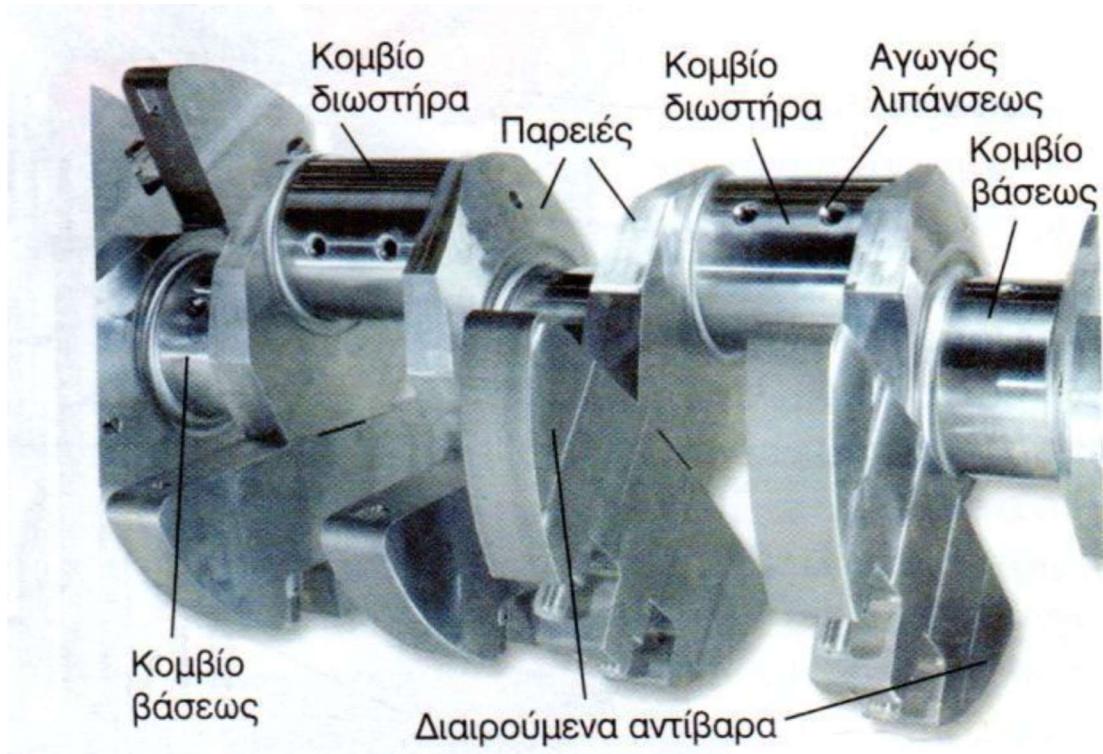


**Εικόνα 11: Σχηματική λειτουργεία εμβόλου κατά τη διάρκεια της καύσης ενός τετράχρονου κινητήρα (Μ.Ε.Κ. I, χ.χ.)**

Οι δυνάμεις κάμψεις είναι αυτές που φτάνουν στο μέγιστο οποτεδήποτε φτάνει στο μέγιστο και η πίεση μέσα στον κύλινδρο. Οι στροφαλοφόροι είναι μηχανουργικά κατεργασμένοι ώστε να αντιστέκονται στις δυνάμεις κάμψεως, οι οποίες θα είχαν σαν αποτέλεσμα την θραύση τους.

## 2.2.2. ΜΕΡΗ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟΥ ΑΞΟΝΑ

Αποτελείται από τα κύρια κομβία βάσεως (main journals) που εδράζονται στα έδρανα βάσεως της μηχανής και τα κομβία των διωστήρων (crankpin journals), τα οποία συνδέονται μεταξύ τους με τους βραχίονες, ή αλλιώς παρειές, ή μαγούλα, ή κιθάρες (web). Δύο βραχίονες μαζί με τον κομβίο του διωστήρα αποτελούν το λεγόμενο αγκώνα, ή αλλιώς στρόφαλο. Ο αριθμός των αγκώνων ισούται με τον αριθμό των κυλίνδρων. Όλοι οι αγκώνες ωστόσο δεν βρίσκονται τοποθετημένοι στο ίδιο επίπεδο. Ο στροφαλοφόρος άξονας μπορεί να είναι ολόσωμος σε μικρές μηχανές, ή διαιρούμενος σε μεγαλύτερες. Οι βραχίονες του στροφαλοφόρου άξονα φέρουν αντίβαρα (counterweights) για τη ζυγοστάθμιση των κέντρων μαζών του στροφαλοφόρου και τον παλινδρομούν των μαζών του εμβολίου και του διωστήρα. Όσο πιο πολλούς κυλίνδρους έχει ο κινητήρας, τόσο οι δυνάμεις που ασκούν οι μάζες των εμβόλων τείνουν να ελαττωθούν. Με το άκρο του στροφαλοφόρου άξονα συνδέεται ο σφονδυλος.



Εικόνα 12: Μέρη Στροφαλοφόρου Αξονα

### 2.2.3. ΑΡΧΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΕΙΑΣ ΕΛΙΚΑ

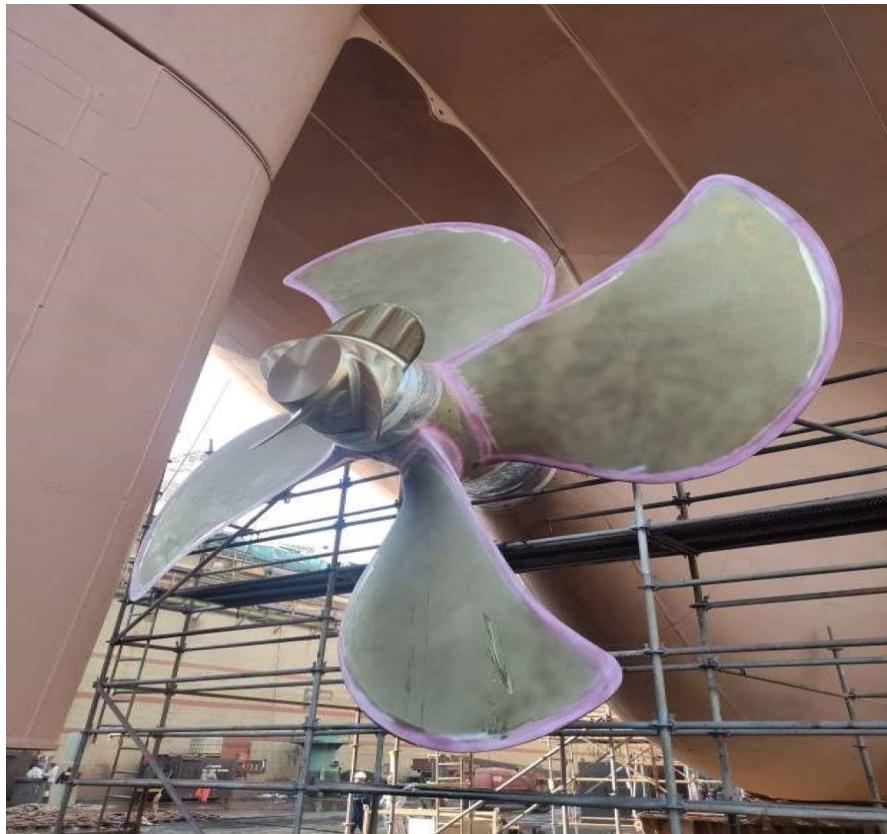
Η προπέλα ενός πλοίου είναι το εξάρτημα εκείνο που μετατρέπει την ενέργεια της περιστροφικής κίνησης πού παρέχεται μέσω του άξονα και τον στροφαλοφόρο της μηχανής σε ώση. Αυτό επιτυγχάνεται λόγω του ότι μέσω της κίνησης της η έλικα καταφέρνει να δημιουργήσει η διαφορά πίεσης μεταξύ των όψεων της.

Κάθε πτερύγιο έλικας έχει περισσότερες από μία συχνότητα συντονισμού. Η συχνότητα που διεγείρεται από τις δονήσεις ώσης είναι διαφορετική (τυπικά) από εκείνη που διεγείρεται από τις δονήσεις στρέψης.

Τα μεταλλικά πτερύγια έλικας είναι ιδιαίτερα ευαίσθητα σε καταστροφικές δονήσεις εάν διεγείρονται κοντά σε συχνότητα συντονισμού. Ένας λόγος είναι ότι ένα μεταλλικό πτερύγιο περιέχει πολύ μικρή εσωτερική απόσβεση, οπότε οι δονήσεις συντονισμού μπορούν να αποκτήσουν πλάτος πολύ γρήγορα.

Ένας άλλος λόγος είναι ότι το υλικό του πτερυγίου (συνήθως αλουμίνιο) δεν έχει όριο αντοχής σε περιβάλλον κόπωσης. Επομένως, το γεγονός ότι ένα εξάρτημα αλουμινίου έχει διανύσει x-

αριθμούς κύκλους κόπωσης δεν αποτελεί καμία εγγύηση ότι δεν θα αποτύχει κατά τους επόμενους εκατό παρόμοιους κύκλους. Οι κατασκευαστές πιστοποιημένων έλικα περνούν από



**Εικόνα 13: Έλικα πλοίου**

εκτεταμένες αναλύσεις και δοκιμές για να είναι σίγουροι ότι ένας συγκεκριμένος έλικα θα επιβιώσει στο περιβάλλον κόπωσης που παράγει ένας συγκεκριμένος κινητήρας σε ένα συγκεκριμένο αεροσκάφος. Αν το κάνετε λάθος, κομμάτια πτερυγίων θα φεύγουν από το αεροσκάφος. Είναι απλώς θέμα χρόνου.

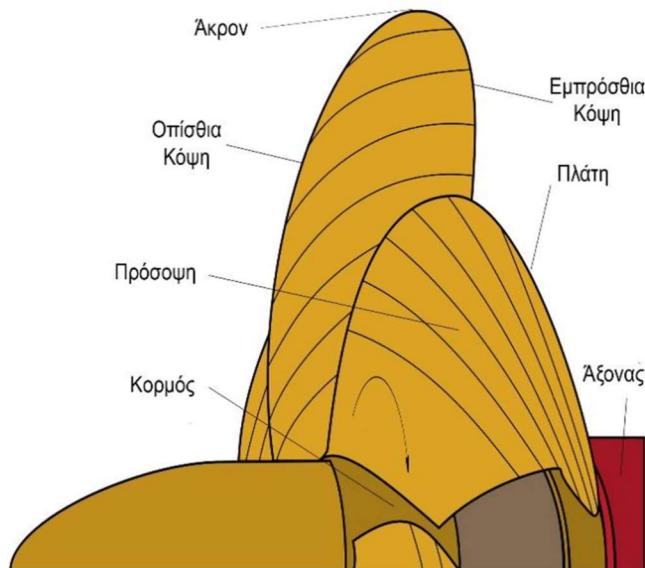
Εκτός από το ότι είναι ευαίσθητος στους κραδασμούς του κινητήρα, ένας έλικας παράγει στρεπτική διέγερση η οποία ποικίλλει ανάλογα με την ταχύτητα περιστροφής και μετατόπισης, τη στάση πτήσης, τα χαρακτηριστικά του αεροσκάφους και τις ειδικές ιδιότητες της στρεπτικής διέγερσης του κινητήρα που εφαρμόζεται στον έλικας. (E.P.I. Inc, n.d.)

#### 2.2.4. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΕΛΙΚΑΣ

Τα βασικότερα χαρακτηριστικά της προπέλας είναι η διάμετρος και το Βήμα της, το βήμα είναι η απόσταση που διανύει ολοκληρώνοντας μία πλήρη περιστροφή. Ο βαθμός απόδοσης της έλικας είναι αναλόγως με τη διάμετρο της για περισσότερη οστική δύναμη σε χαμηλές ταχύτητες επιλέγουμε προπέλες με μεγάλη διάμετρο και μικρό βήμα ενώ για υψηλότερη ταχύτητα σκεφτόμαστε ακριβώς αντίθετα.

Ωστόσο, τα μεταλλικά πτερύγια της έλικας είναι ιδιαίτερα ασυγχώρητα όταν διεγείρονται κοντά σε συχνότητα συντονισμού. Έτσι, ο σημαντικότερος λόγος για την καταστολή της διέγερσης στροφών του κινητήρα είναι η εξάλειψη των παλμικών διεγέρσεων που τροφοδοτούνται μέσω του κιβωτίου ταχυτήτων, πολλαπλασιάζονται με τη σχέση μετάδοσης και εφαρμόζονται στα πτερύγια της έλικας.

1. κορμός	2. εμπρόσθια κόψη
3. πτερύγια	4. οπίσθια κόψη
5. ρίζα πτερυγίου	6. πρόσωψη πτερυγίου
7. ακρωτηρίουν	8. πλάτη πτερυγίου



Εικόνα 14: Γεωμετρία Προπέλας (Κατσανδρή, 2016)

### 3. Ο ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

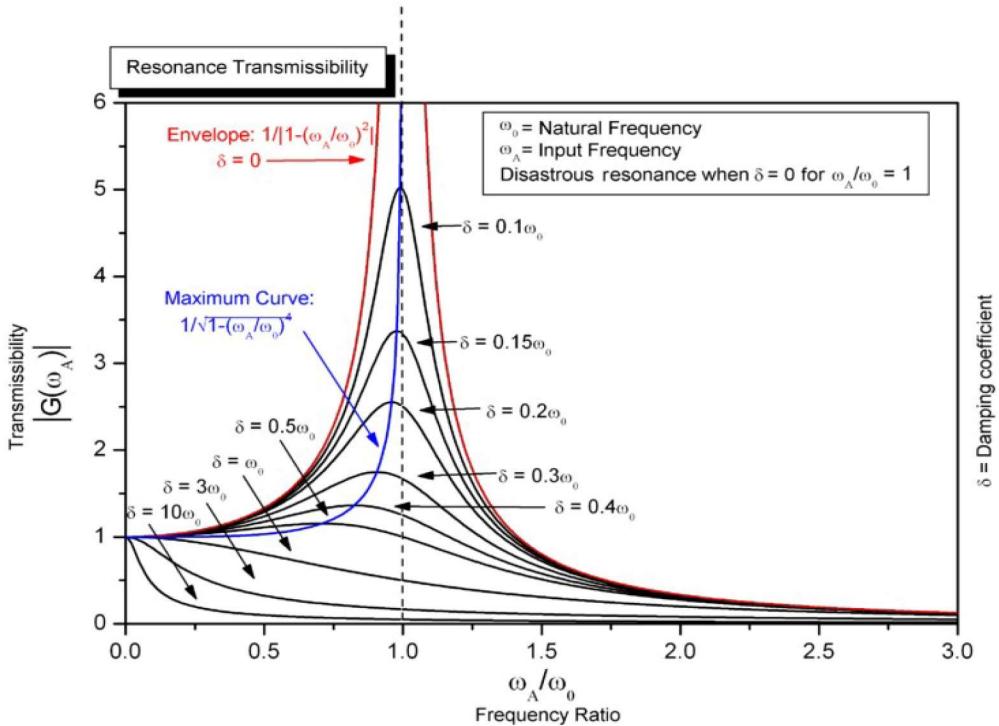
#### 3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Οι δονήσεις ή ταλαντώσεις των μηχανικών συστημάτων αποτελούν ένα από τα σημαντικότερα πεδία σπουδών σε όλη τη φυσική. σχεδόν κάθε σύστημα διαθέτει την ικανότητα να ταλαντώνεται και τα περισσότερα συστήματα μπορούν να δονούνται ελεύθερα ποικιλοτρόπως. εν γένει οι κυρίαρχες φυσικές ταλαντώσεις που παρατηρούνται των μικρών αντικειμένων είναι κυρίως γρήγορες ενώ αυτές των μεγαλύτερων αντικειμένων το πιο πιθανό είναι να είναι αργές.

Παραδείγματος χάρη τα φτερά ενός κουνουπιού έχουν την ικανότητα να δονούνται εκατοντάδες φορές το δευτερόλεπτο και να παράγουν μία ηχητική νότα. από την άλλη μετά από μία σεισμική δόνηση του πλανήτη μας η γη μπορεί να συνεχίσει να δονείται με ρυθμό περίπου μιας ταλάντωσης την ώρα.

Το κοντινότερο παράδειγμα είναι το ανθρώπινο σώμα στο οποίο εμπεριέχονται όργανα τα οποία ταλαντεύονται όπως η καρδιά η πνευμονία λες τα τύμπανα μας οι φωνητικές μας χορδές και τα λοιπά.

Κοινό χαρακτηριστικό όλων αυτών των φαινομένων είναι η περιοδικότητα. υπάρχει ένα μοτίβο κίνησης που επαναλαμβάνεται ξανά και ξανά. Αυτό το μοτίβο μπορεί να είναι απλό ή πιο περίλογο. Στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας θα ασχοληθούμε και θα αναλύσουμε τις στρεπτικές ταλαντώσεις που δημιουργούνται στο αξονικό σύστημα του πλοίου. (A.P.French, 1987).



Εικόνα 15: Χαρακτηριστικό διάγραμμα πλάτους ταλάντωσης (physicsgg.me, χ.χ.)

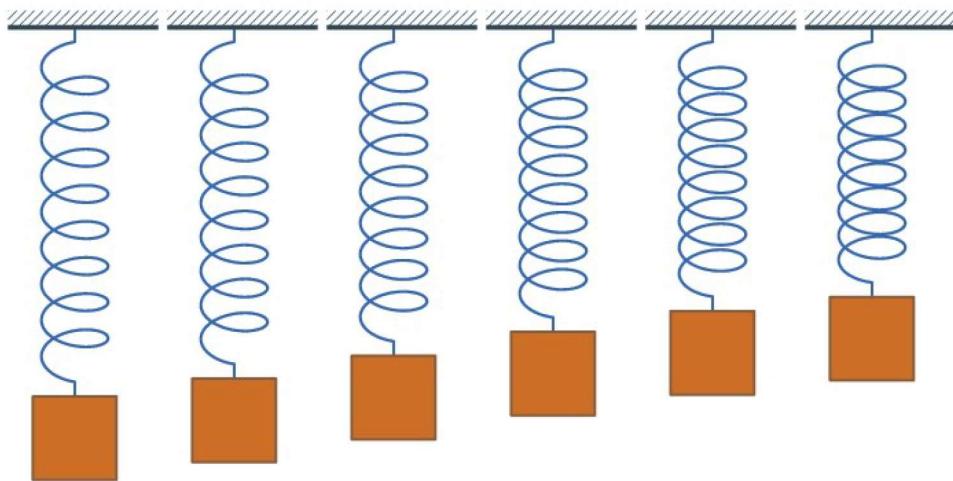
Το φαινόμενο που περιγράφεται σε ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου είναι η ταλάντωση. Ας δούμε τη διαδικασία ανάπτυξης του φαινομένου αυτού.

Ένα σύστημα μάζας-ελατηρίου αποτελείται από μια μάζα, η οποία είναι συνδεδεμένη με ένα ελατήριο. Αρχικά, η μάζα τίθεται σε μια θέση ηρεμίας, δηλαδή τη θέση όπου το σύστημα βρίσκεται σε ισορροπία και δεν υπάρχει καμία κινητική ενέργεια.

Όταν η μάζα απομακρύνεται από τη θέση ηρεμίας, η ελατηριακή δύναμη που ασκεί το ελατήριο προσπαθεί να την επαναφέρει πίσω προς τη θέση ηρεμίας. Κατά την κίνηση προς τη θέση ηρεμίας, η κινητική ενέργεια της μάζας αυξάνεται, καθώς αποκτά ταχύτητα. Ταυτόχρονα, η ελατηριακή δύναμη μετατρέπει αυτήν την κινητική ενέργεια σε δυναμική ενέργεια αποθήκευσης στο ελατήριο. Κατά συνέπεια, η μάζα αρχίζει να επιστρέφει προς τη θέση ηρεμίας.

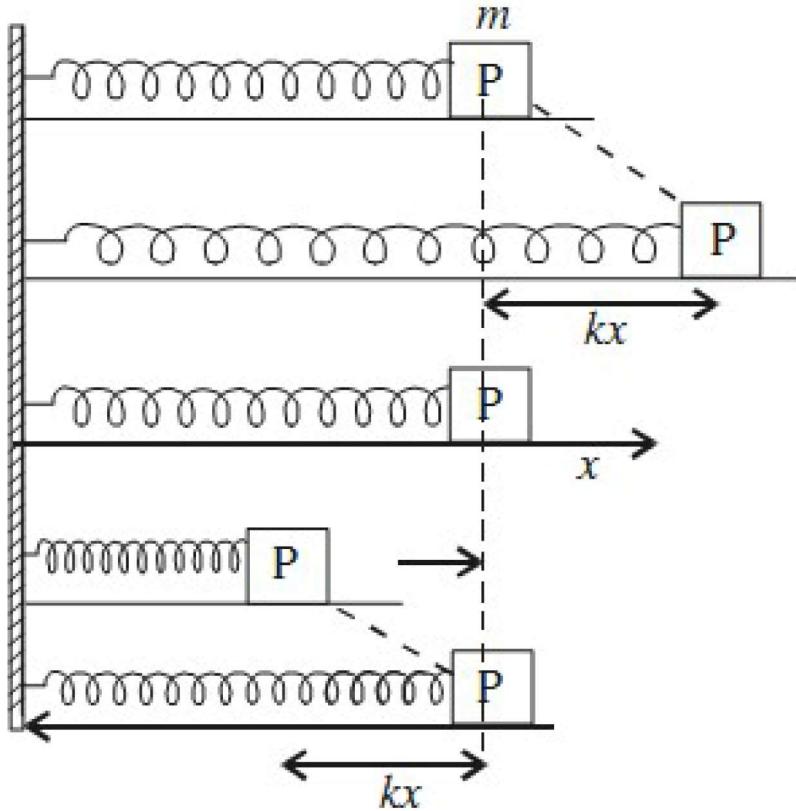
Όταν η μάζα φθάνει στη μέγιστη απόκλισή της από τη θέση ηρεμίας, η ελατηριακή δύναμη του ελατηρίου αντιστρέφει την κίνηση και αρχίζει να επιταχύνει τη μάζα προς την αντίθετη κατεύθυνση. Η κινητική ενέργεια μετατρέπεται ξανά σε δυναμική ενέργεια αποθήκευσης στο ελατήριο.

Αυτή η κίνηση προς τη μια και την άλλη κατεύθυνση συνεχίζεται με συχνότητα, αποτελώντας την ταλάντωση. Η συχνότητα της ταλάντωσης εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του συστήματος, όπως η ελαστικότητα του ελατηρίου και η μάζα του αντικειμένου. Η ταλάντωση συνεχίζεται μέχρις ότου αποσβεστεί η ενέργεια λόγω της αντίστασης αέρα ή άλλων αποσβεστικών μηχανισμών.



Εικόνα 16: Απλή αρμονική ταλάντωση συστήματος μάζας ελατηρίου (sciencebuddies, χ.χ.).

Θεωρήστε ένα ελαστικό ελατήριο σταθερής δύναμης  $k$  τοποθετημένο σε μια ομαλή οριζόντια επιφάνεια και συνδεδεμένο με ένα τεμάχιο  $P$  μάζας  $m$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι πακτωμένο σε τοίχο. Υποθέτουμε ότι η μάζα του ελατηρίου είναι αμελητέα σε σχέση με τη μάζα της μάζας  $P$ .



Εικόνα 17: Σύστημα μάζας ελατηρίου σε οριζόντια επιφάνεια (studypage, χ.χ.)

Ας υποθέσουμε ότι δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας λόγω της αντίστασης του αέρα και της τριβής. Αρχικά, όταν  $t = 0$ , η μάζα βρίσκεται σε ηρεμία και το ελατήριο είναι σε χαλαρή κατάσταση. Στη συνέχεια τραβιέται οριζόντια σε μικρή απόσταση. Καθώς το ελατήριο υφίσταται έκταση  $x$ , ασκεί μια δύναμη στη μάζα.

$$F = -k * x$$

(3.1.1)

- $F$  = η δύναμη που ασκείται στο ελατήριο
- $k$  = η σταθερά ελαστικότητας του ελατηρίου
- $x$  = η απόκλιση του ελατηρίου από τη θέση ισορροπίας.

Ο παραπάνω τύπος μας περιγράφει ότι η δύναμη που ασκείται σε ένα ελατήριο είναι ανάλογη της απόκλισης του ελατηρίου από τη θέση ισορροπίας και αντίθετης κατεύθυνσης και είναι ο νόμος του Hooke.

Η δύναμη κατευθύνεται ενάντια στην επιμήκυνση και τείνει να επαναφέρει τη μάζα στη θέση ισορροπίας της. Καθώς η μάζα επιστρέφει στην αρχική της θέση, αποκτά ταχύτητα  $V$  και συνεπώς κινητική ενέργεια είναι:

$$K = \frac{m * V^2}{2} \quad (3.1.2)$$

Λόγω της αδράνειας της κίνησης, η μάζα ξεφεύγει από τη θέση ισορροπίας και συνεχίζει να κινείται προς τα αριστερά μέχρι να φτάσει στη συγκεκριμένη θέση. Στη θέση αυτή, η μάζα δέχεται και πάλι μια δύναμη  $k * x$  που προσπαθεί να την επαναφέρει στην αρχική θέση. Με αυτόν τον τρόπο, η μάζα συνεχίζει να ταλαντώνεται γύρω από τη θέση ισορροπίας.



**Εικόνα 18: Robert Hooke (en.wikipedia, n.d.)**

Η χρονική περίοδος της ταλάντωσης εκφράζεται ως εξής:

$$T = 2 * \pi * \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.1.3)$$

➤  $k = \eta$  σταθερά ελαστικότητας του ελατηρίου

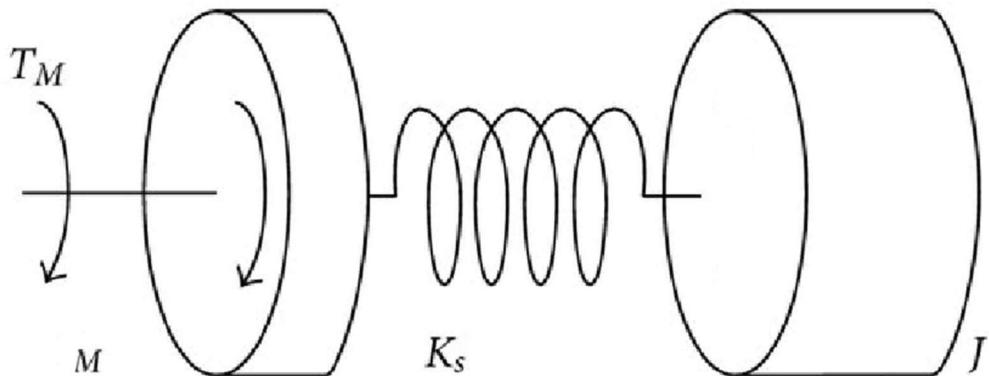
### 3.2. ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Στρεπτική ταλάντωση αναφέρεται σε ένα φαινόμενο ταλάντωσης όπου η ενέργεια μεταφέρεται από μια μορφή ενέργειας σε μια άλλη, καθώς ένα σύστημα εκτελεί κυκλικές ταλαντώσεις. Συγκεκριμένα, στη στρεπτική ταλάντωση, η κινητική ενέργεια μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια επαναφοράς μιας στρεπτικής δύναμης.

Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ένα σύστημα που αποτελείται από μια μάζα  $M$  που είναι συνδεδεμένη με ένα ελατήριο το οποίο είναι πακτωμένο σε ακίνητη μάζα  $J$  και εκτελεί ταλαντώσεις γύρω από την θέση ηρεμίας (Εικόνα 19). Καθώς η μάζα απομακρύνεται από τη θέση ηρεμίας, η ελατηριακή δύναμη προσπαθεί να την επαναφέρει πίσω.

Κατά την κίνηση προς τη θέση ηρεμίας, η κινητική ενέργεια αυξάνεται και η ελατηριακή δύναμη μετατρέπει αυτήν την κινητική ενέργεια σε δυναμική ενέργεια αποθήκευσης στο ελατήριο. Όταν η μάζα φθάνει στη μέγιστη απόκλισή της από τη θέση ηρεμίας, η κινητική ενέργεια μηδενίζεται, αλλά η ελατηριακή δύναμη συνεχίζει να την επαναφέρει πίσω προς τη θέση ηρεμίας.

Καθώς η μάζα πλησιάζει προς τη θέση ηρεμίας, η ενέργεια αποθήκευσης στο ελατήριο μετατρέπεται πίσω σε κινητική ενέργεια, επιτρέποντας στη μάζα να συνεχίσει την ταλάντωσή της προς την αντίθετη κατεύθυνση.



Εικόνα 19: Σύστημα μάζας ελατηρίου και ακίνητη μάζα που εκτελεί ταλάντωση

Αυτή η διαδικασία επαναλαμβάνεται καθώς η μάζα συνεχίζει τις ταλαντώσεις της. Κατά την κίνηση προς τη θέση ηρεμίας και μακριά από αυτήν, η ενέργεια μετατρέπεται ανάμεσα στην κινητική ενέργεια της μάζας και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. Αυτή η μετατροπή ενέργειας συνεχίζεται περιοδικά καθώς η μάζα ταλαντώνεται με ελαφρά αποσβέσεις λόγω της αντίδρασης της ελατηριακής δύναμης.

Έτσι, η στρεπτική ταλάντωση αποτελεί ένα φαινόμενο όπου η ενέργεια μετατρέπεται ανάμεσα στην κινητική ενέργεια της μάζας και τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, καθώς το σύστημα ταλαντώνεται περιοδικά γύρω από τη θέση ηρεμίας. Αυτή η μετατροπή ενέργειας είναι υπεύθυνη για τη διατήρηση της κίνησης του συστήματος καθ' όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Κατά τη διάρκεια της στρεπτικής ταλάντωσης, η μάζα εκτελεί ταλαντώσεις γύρω από τη θέση ηρεμίας της με μια σταθερή περίοδο. Η ενέργεια μετατρέπεται ανάμεσα στην κινητική ενέργεια της μάζας, όταν αυτή κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα, και στη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου, όταν απομακρύνεται περισσότερο από τη θέση ηρεμίας. Αυτή η αλληλεπίδραση μεταξύ της μάζας και του ελατηρίου συνεχίζεται μέχρις ότου απορριφθεί ή αποδοθεί όλη η ενέργεια.

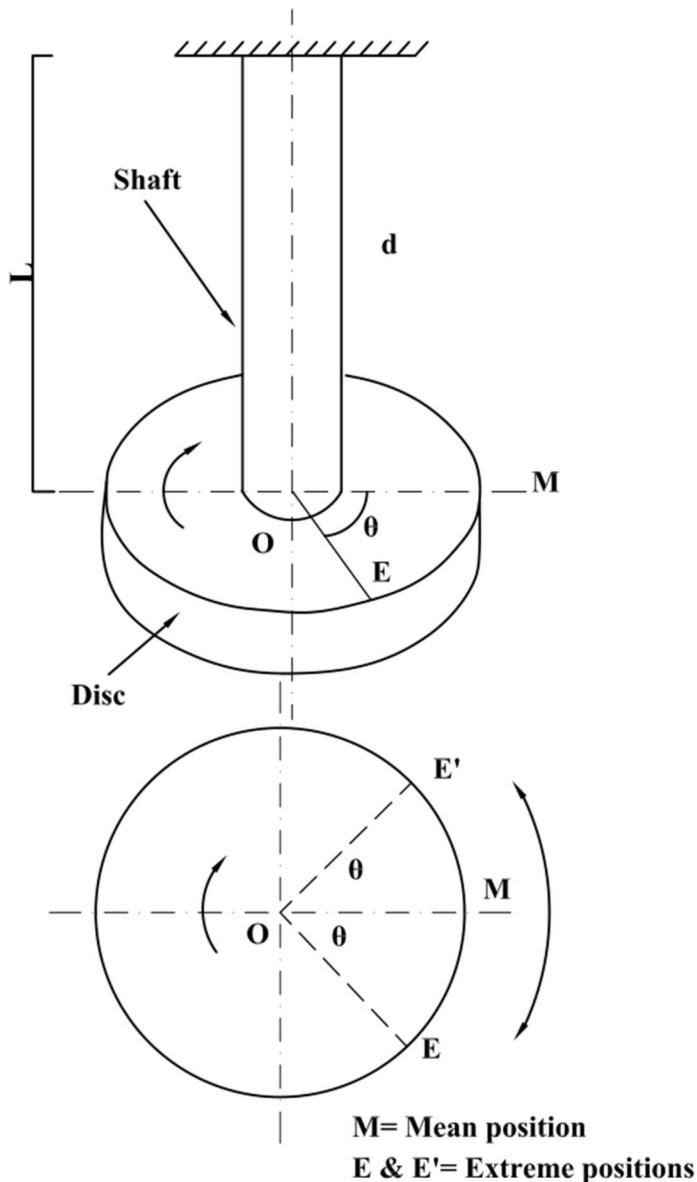
Η αιτία της δημιουργίας των στρεπτικών ροπών που αναπτύσσονται κατά τη λειτουργία ενός εμβολοφόρου κινητήρα προέρχεται από την ανομοιομορφία, σε σχέση με τον χρόνο, που παρουσιάζει η κίνηση που εκτελεί το αξονικό σύστημα του πλοίου. Μία άλλη αιτία της δημιουργίας των στρεπτικών ταλαντώσεων είναι οι αυξομειώσεις του φορτίου άρα και των ροπών που προκαλούν αυτές κατά το διάμηκες του άξονα ξεκινώντας από τον στροφαλοφόρο μέχρι και την έλικα. Στο αξονικό σύστημα ενός πλοίου παρουσιάζονται και οι δύο αιτίες.

Για τους προαναφερθέντες λόγους παρατηρούμε κατά την λειτουργία του αξονικού συστήματος την ανάπτυξη εναλλασσόμενων τάσεων κατά το διάμηκες του άξονα. Αυτή η συμπεριφορά μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα την θραύση των στοιχείων του συστήματος, ακόμη και όταν η αντοχή των υλικών είναι αρκετή για τη μεταφορά της στρεπτικής ροπής. Αυτή η συμπεριφορά εντείνεται στο μέγιστο βαθμό όταν προκύπτει η περίπτωση του συντονισμού.

Συντονισμού έχουμε όταν η συγνότητα των στρεπτικών δυνάμεων συμπίπτει με την ιδιοσυγνότητα του αξονικού συστήματος.

### 3.3. ΠΑΚΤΩΜΕΝΗ ΑΤΡΑΚΤΟΣ ΜΕ ΜΑΖΑ

Θεωρήστε έναν ομοιόμορφο άξονα αμελητέας μάζας που είναι άκαμπτα στερεωμένος στο άνω άκρο του και φέρει έναν δίσκο στο κάτω άκρο του, όπως φαίνεται στην Εικόνα 20. Αν δοθεί στον δίσκο μια στροφή γύρω από τον κατακόρυφο άξονά του και στη συνέχεια αφεθεί ελεύθερος, θα αρχίσει να συστρέφεται και να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα, κάτι που είναι γνωστό ως στρεπτικές ταλαντώσεις.

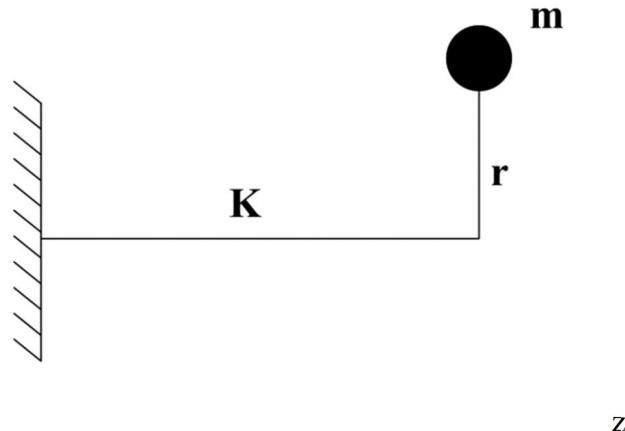


Εικόνα 20: Μάζα πακτωμένη στο άκρο ατράκτου

Μπορούμε να αντικαταστήσουμε τον σφόνδυλο ροπής αδράνειας  $I$  με μία σφαιρική μάζα  $m$  στο άκρο βραχίονα μηδενικής μάζας (Εικόνα 21), ο οποίος έχει μήκος  $r$  και έτσι ικανοποιούμε τη παρακάτω συνθήκη:

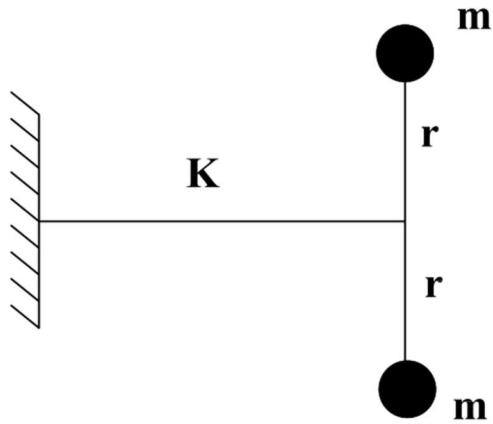
$$I = m * r^2$$

(Εξίσωση 3.3.1)



Εικόνα 21: Σύστημα μάζας βραχίονα

Για να ικανοποιήσουμε τη συνθήκη όμως θα ήταν καλύτερο στη περιφέρεια του δίσκου μηδενικής μάζας  $m$  και ακτίνας  $r$  να τοποθετούνταν δύο μάζες  $m$  (Εικόνα 22).



Εικόνα 22: Σύστημα βραχίονα και δύο μαζών

Με τον όρο ‘δυστρεπτότητα’ χαρακτηρίζουμε τη μάζα της ατράκτου την οποία θα θεωρούμε ως μηδενική για την απλοποίηση του προβλήματος:

$$K = \frac{M}{\Delta\varphi} = \frac{G * J_p}{l} \quad (3.3.2)$$

- M: Η ροπή αδράνειας που απαιτείται για να σε στραφεί το άκρο της ατράκτου κατά γωνία  $\Delta\varphi$ .
- G: Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού της ατράκτου σε διάτμηση.
- l: Το μήκος της ατράκτου.
- $J_p$ : Η πολική ροπή αδράνειας της διαδρομής της ατράκτου για κυκλική διατομή όπου εκφράζεται ως εξής:

$$J_p = \frac{\pi * d^4}{32} \quad (3.3.3)$$

- d: Η διάμετρος του άξονα.

### 3.4. ΙΔΙΟΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης, η μάζα εκτελεί κυκλική κίνηση γύρω από τη θέση ισορροπίας. Καθώς η μάζα πλησιάζει προς τη θέση ισορροπίας, η ενέργεια της ταλάντωσης μετατρέπεται πίσω σε κινητική ενέργεια, επιτρέποντας στη μάζα να συνεχίσει την ταλάντωσή της προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτή η μετατροπή ενέργειας συμβαίνει λόγω της ατράκτου που υφίσταται στρέψη, η οποία ασκεί δυνάμεις στο σύστημα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης.

Αν υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή  $t$  ασκείται στο σύστημα δύναμη  $F$  που προκαλεί γωνία της περιστροφής της μάζας  $\varphi$  τότε η δύναμη περιγράφεται ως εξής:

$$F = m * \frac{(d^2 s)}{(dt)^2} = m * r * \frac{(d^2 \varphi)}{(dt)^2} \quad (3.4.1)$$

Εξαιτίας της εκτροπής ο άξονας δέχεται ροπή η οποία εκφράζεται ως εξής:

$$M = -F * r = -m * r^2 * \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -I * \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \quad (3.4.2)$$

Όμως από τη σχέση 3.5.2.

$$M = \frac{G * J_p}{l} \varphi = K\varphi \quad (3.4.3)$$

Επομένως:

$$\begin{aligned} -I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} &= K\varphi \\ I\ddot{\varphi} + K\varphi &= 0 \end{aligned} \quad (3.4.4)$$

Η εξίσωση 3.6.4. είναι η διαφορική εξίσωση της αρμονικής ταλάντωσης. Η λύση της είναι η εξής:

$$\varphi = A \sin \omega_e t + B \cos \omega_e t = \Gamma \sin(\omega_e t + \gamma) = \Gamma \cos(\omega_e t - \delta)$$

( 3.4.5. )

Όπου:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{K}{I}}$$

( 3.4.6 )

$$\Gamma = \sqrt{A^2 + B^2}$$

Και όπου:

$$\gamma = \arctan \frac{B}{A}$$

$$\delta = \arctan \frac{A}{B}$$

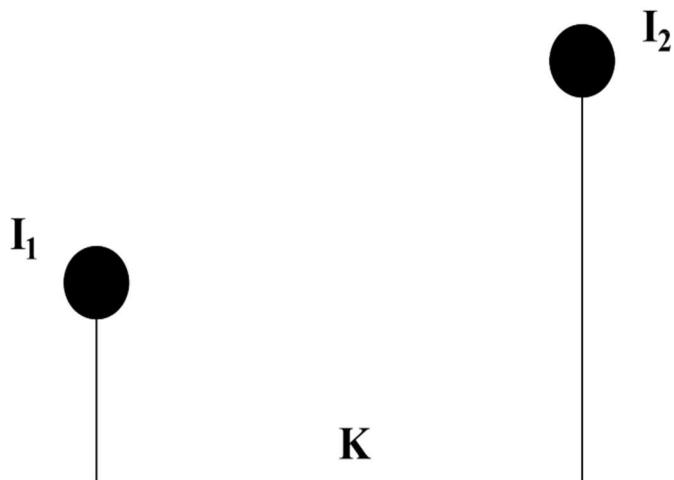
Το Α,Β είναι σταθερές που προκύπτουν από τις αρχικές συνθήκες .

### 3.5. ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΜΑΖΩΝ

Σε αυτό το μέρος της εργασίας θα μελετήσουμε το φαινόμενο που αναπτύσσεται σε ένα σύστημα που αποτελείται από δύο μάζες, μια στην αριστερή πλευρά του άξονα και μια στη δεξιά. Ορίζουμε τις μάζες ως  $I_1$  και  $I_2$ , αντίστοιχα. Ο άξονας θεωρείται αδρανής, δηλαδή δεν έχει μάζα ή διαστάσεις αλλά περιγράφεται εξ ολοκλήρου από την σταθερά  $K$ , τη δυστρεπτότητά του, που αναλύσαμε σε προηγούμενο μέρος.

Ας υποθέσουμε επίσης ότι δεν υπάρχουν εξωτερικές δυνάμεις που να επηρεάζουν το σύστημα, εκτός από την αλληλεπίδραση των μαζών μεταξύ τους και την αρχική δύναμη που προσδόθηκε στο σύστημα. Αυτή η αλληλεπίδραση μπορεί να περιγραφεί χρησιμοποιώντας τον νόμο του Hooke για τα ελατηρία όπως αναλύσαμε στα προηγούμενα.

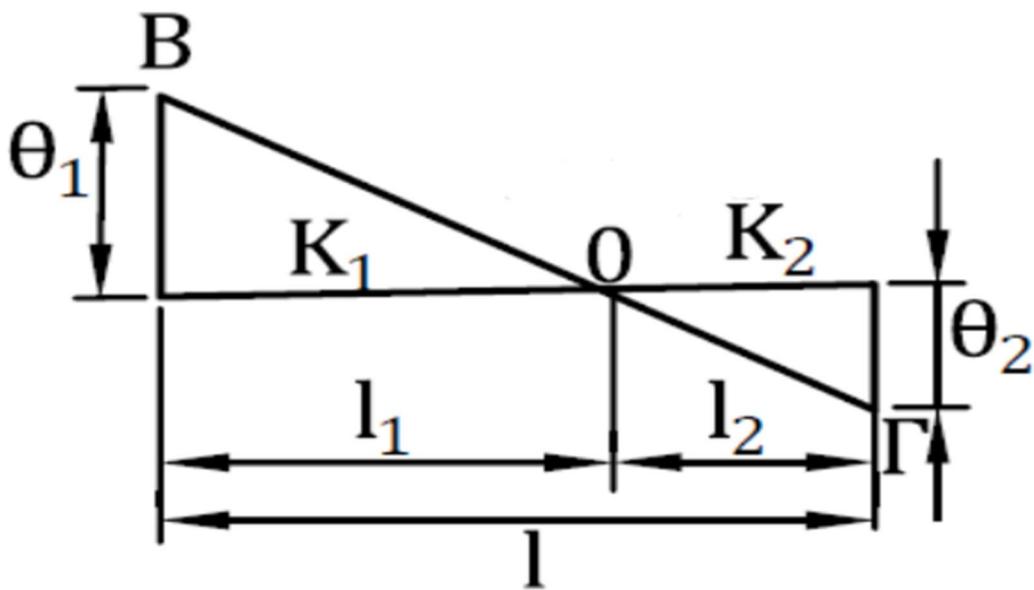
Αρχικά, ας υποθέσουμε ότι οι μάζες ξεκινούν από μια αρχική θέση ισορροπίας, όπου η εκτεταμένη θέση του συστήματος είναι μηδέν. Αρχικά, οι δύο μάζες ξεκινούν από μια αρχική θέση ισορροπίας και εκτρέπονται προς αντίθετες κατευθύνσεις. Κατά την εκτροπή, ασκούνται δυνάμεις επαναφοράς στις μάζες, προκαλώντας την εκτέλεση ταλαντώσεων.



Κάθε τμήμα της ατράκτου υφίσταται περιστροφή γύρω από τον άξονά του, κατά την εκτέλεση της ταλάντωσης. Οι περιστροφικές κινήσεις των τμημάτων είναι εκφρασμένες σε αντίθετες κατευθύνσεις, αποδίδοντας διαφορετική περιστροφική ταχύτητα σε κάθε τμήμα.

Ωστόσο, υπάρχει ένα συγκεκριμένο σημείο, γνωστό ως "κόμβος" που αντιστοιχεί στο σημείο 0 του παρακάτω σχήματος. Στο σημείο αυτό η περιστροφή εξαφανίζεται και η κίνηση γίνεται μηδενική. Ο κόμβος αντιπροσωπεύει ένα σημείο ακινησίας στο σύστημα ταλάντωσης, συμβάλλοντας στη διατήρηση της συμμετρίας και της ισορροπίας του συστήματος.

Πρέπει να σημειωθεί ότι έχουμε κόμβο όποτε η ελαστική γραμμή τέμνει τον άξονα. Θα αναλύσουμε παρακάτω το τι ακριβώς είναι η ελαστική γραμμή. Τέλος η συχνότητα του συστήματος είναι ίδια από όποια μεριά του κόμβου και αν την εξετάσουμε.



Εξετάζοντας την συχνότητα θα έχουμε τα παρακάτω:

$$f_e = \frac{1}{2\pi} \omega_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_1}{I_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G_1 J p_1}{l_1} \frac{l}{I_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2}{I_2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G_2 J p_2}{l_2} \frac{l}{I_2}}$$

( 3.5.1. )

Από τα παραπάνω προκύπτουν τα εξής:

$$l_1 I_1 = l_2 I_2 \quad \text{ή} \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

( 3.5.2 )

Η παραπάνω εξίσωση περιγράφει την θέση του κόμβου.

Αντικαθιστώντας τα παραπάνω στην εξίσωση 3.4.6 έχουμε το εξής:

$$\omega_e = \sqrt{\frac{K(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}$$

( 3.5.3. )

$$f_e = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}$$

( 3.5.4. )

Και η παραπάνω εξίσωση περιγράφει την ιδιοσυχνότητα του συστήματος.

Λόγω της ροπής που ασκείται στην άτρακτο, η οποία είναι μια στρεπτική δύναμη που δρα σε όλη τη διατομή της, παρατηρούμε μια αποκλίνουσα κίνηση των διατομών της άτρακτου από τη θέση ισορροπίας. Η έκταση της απόκλισης εξαρτάται από την απόσταση κάθε διατομής από ένα σημείο ονομαζόμενο "κόμβος".

Αν σχεδιάσουμε μια γραμμή που διέρχεται από τον κόμβο και τέμνει τις διατομές σε διάφορα σημεία, τότε αυτή η γραμμή αποτελεί μια αναπαράσταση της απόκλισης των διατομών και ονομάζεται "ελαστική γραμμή". Η ελαστική γραμμή αποτυπώνει το προφίλ των αποκλίσεων των διατομών κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων της ατράκτου.

Με αυτόν τον τρόπο, μπορούμε να οπτικοποιήσουμε την αντίδραση της ατράκτου σε αυτό το στρεπτικό φαινόμενο και να μελετήσουμε τις δυναμικές της ιδιότητες.

Έτσι λοιπόν έχουμε τα παρακάτω:

$$\frac{\theta_1}{-\theta_2} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

( 3.5.5. )

Όπου:

- $\theta_1, \theta_2$  : τα πλάτη που δίνονται από τις αρχικές συνθήκες του συστήματος.

Σύμφωνα όμως με όλα τα παραπάνω μπορούμε να περιγράψουμε το σύστημα με τις διαφορικές εξισώσεις της κίνησής του:

$$I_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} + K(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$$

$$I_2 \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial t^2} + K(\varphi_2 - \varphi_1) = 0$$

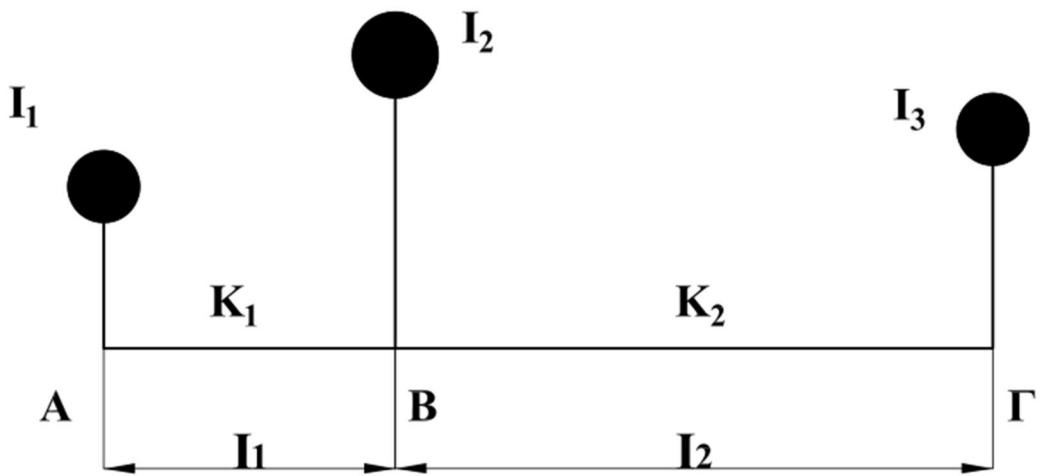
Οι παραπάνω εξισώσεις έχουν λύση:

$$\varphi_1 = \theta_1 \sin \omega t$$

$$\varphi_2 = \theta_1 \sin \omega t$$

### 3.6. ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΡΙΩΝ ΜΑΖΩΝ

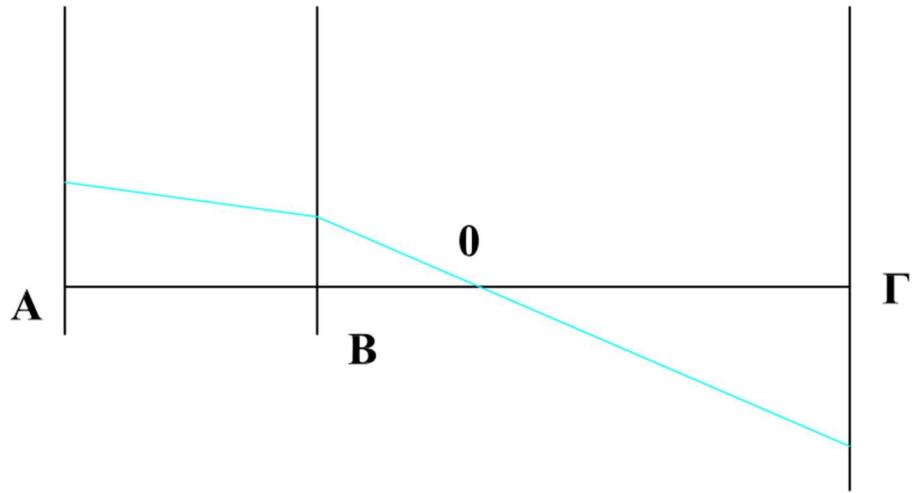
Έστω ότι έχουμε ένα σύστημα τριών μαζών οι οποίες ενώνονται πάνω σε άξονα με βραχίονες. Όπως απεικονίζεται στο επόμενο διάγραμμα. Για να επιτευχθεί στρεπτική ταλάντωση σε ένα σύστημα τριών μαζών, υπάρχουν δύο διαφορετικοί τρόποι που αναλύονται παρακάτω:



Όπου:

- $I_1, I_2, I_3$ : Οι μάζες του συστήματος
- $K_1, K_2$ : Οι δυστρεπτότητα του τμήματος του άξονα
- $l_1, l_2$ : Τα μήκη των αξόνων

A) Ο πρώτος τρόπος περιλαμβάνει τις μάζες 1 και 2 να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, ενώ η μάζα 3 κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτή η διάταξη οδηγεί σε μια ταλάντωση με έναν κόμβο μεταξύ των σημείων B και Γ, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Λόγω του ότι έχουμε έναν κόμβο η ταλάντωση αυτή ονομάζεται "ταλάντωση 1ου βαθμού".



B) Ο δεύτερος τρόπος περιλαμβάνει τις μάζες 1 και 3 να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, ενώ η μάζα 2 κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Αυτό οδηγεί σε μια ταλάντωση με δύο κόμβους, έναν μεταξύ των σημείων A και B και έναν μεταξύ των σημείων B και Γ. Οι μάζες 1, 2 και 3 φτάνουν ταυτόχρονα στην άκρη εκτροπής τους (ακραίες θέσεις) και ταυτόχρονα στη θέση ισορροπίας τους (μηδενική εκτροπή). Λόγω του ότι έχουμε δύο κόμβους η ταλάντωση αυτή ονομάζεται "ταλάντωση 2ου βαθμού".

Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν το παραπάνω σύστημα έχουν ως εξής:

$$1^H \text{MAZA: } I_1 \ddot{\varphi}_1 + K_1(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad (3.6 \ 1)$$

$$2^H \text{MAZA: } I_2 \ddot{\varphi}_2 + K_1(\varphi_2 - \varphi_1) + K_2(\varphi_2 - \varphi_3) = 0 \quad (3.6 \ 2)$$

$$3^H \text{MAZA: } I_3 \ddot{\varphi}_3 + K_2(\varphi_3 - \varphi_2) = 0 \quad (3.6 \ 3)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις έχουν λύση:

$$\varphi_1 = \theta_1 \sin \omega t$$

( 3.6.4)

$$\varphi_2 = \theta_2 \sin \omega t$$

( 3.6.5)

$$\varphi_3 = \theta_3 \sin \omega t$$

( 3.6.6)

Ο λόγος που οι παράγωγοι σε αυτό το σύστημα εμφανίζονται ως δύο τελείες αντί του κλασικού τόνου είναι διότι υποδεικνύουν ότι η παραγώγιση γίνεται ως προς την κίνηση και όχι ως προς τον χρόνο.

Στην συνέχεια παραγωγίζουμε τις λύσεις του συστήματος:

$$\varphi_1 = \theta_1 \sin \omega t \rightarrow \dot{\varphi}_1 = \omega * \theta_1 * \cos(\omega * t) \rightarrow \ddot{\varphi}_1 = -\omega^2 * \theta_1 * \sin(\omega * t)$$

( 3.6.7 )

$$\varphi_2 = \theta_2 \sin \omega t \rightarrow \dot{\varphi}_2 = \omega * \theta_2 * \cos(\omega * t) \rightarrow \ddot{\varphi}_2 = -\omega^2 * \theta_2 * \sin(\omega * t)$$

( 3.6.8 )

$$\varphi_3 = \theta_3 \sin \omega t \rightarrow \dot{\varphi}_3 = \omega * \theta_3 * \cos(\omega * t) \rightarrow \ddot{\varphi}_3 = -\omega^2 * \theta_3 * \sin(\omega * t)$$

( 3.6.9 )

Και στην συνέχεια τις αντικαθιστούμε στις διαφορικές εξισώσεις κίνησης και παίρνουμε το εξής αποτέλεσμα:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + K_1 (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \rightarrow I_1 [-\omega * \theta_1 * \sin(\omega * t)] + K_1 [(\theta_1 \sin \omega t) - (\theta_2 \sin \omega t)] = 0 \rightarrow \\ &\rightarrow I_1 * (-\omega^2 * \theta_1) + K_1 * (\theta_1 - \theta_2) = 0 \rightarrow \\ &\theta_1 (I_1 \omega^2 - K_1) + \theta_2 K_1 = 0 \end{aligned}$$

( 3.6.10 )

$$\begin{aligned}
I_2 \ddot{\varphi}_2 + K_1(\varphi_2 - \varphi_1) + K_2(\varphi_2 - \varphi_3) &= 0 \rightarrow \\
I_2[-\omega * \theta_2 * \sin(\omega * t)] + K_1[(\theta_2 \sin \omega t) - (\theta_1 \sin \omega t)] + K_2[(\theta_2 \sin \omega t) - (\theta_3 \sin \omega t)] &= 0 \\
\rightarrow -K_1 * \theta_1 + \theta_2(-I_2 * \omega^2 + K_1 + K_2) - \theta_3 * K_2 &= 0 \rightarrow \\
\boldsymbol{\theta_1 * K_1 + \theta_2 * (I_2 * \omega^2 - K_1 - K_2) + \theta_3 * K_2 = 0} \\
(3.6.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_3 \ddot{\varphi}_3 + K_2(\varphi_2 - \varphi_3) &= 0 \rightarrow \\
I_3[-\omega^2 * \theta_3 * \sin(\omega * t)] + K_2[(\theta_2 \sin \omega t) - (\theta_3 \sin \omega t)] &= 0 \rightarrow \\
I_3(-\omega^2 * \theta_3) + K_2 * (\theta_2 - \theta_3) &= 0 \rightarrow \\
\boldsymbol{\theta_2 K_2 + \theta_3 (I_3 \omega^2 - K_2) = 0} \\
(3.6.12)
\end{aligned}$$

Το παραπάνω σύστημα έχει λύση μη μηδενική ως προς τα πλάτη των ταλαντώσεων  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  μόνο όταν η ορίζουσα του πίνακα των συντελεστών του συστήματος να είναι ίση με μηδέν. Η συνθήκη αυτή οδηγεί στην  $\omega_e^2 = 0$  και σε μία δευτεροβάθμια εξίσωση ως προς  $\omega_e^2$ , με λύσεις:

$$\omega_{eI}^2 = \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^4}{4} - q} \quad (3.6.13)$$

$$\omega_{eII}^2 = \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^4}{4} - q} \quad (3.6.14)$$

Όπου:

$$p = \frac{K_1}{I_1} + \frac{K_1 + K_2}{I_2} + \frac{K_2}{I_3} \quad (3.6.15)$$

$$q = K_1 K_2 + \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 I_2 I_3} \quad (3.6.16)$$

Από τις εξισώσεις ( 3.6.10 ) ( 3.6.11 ) ( 3.6.12 ) προκύπτει ότι:

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = 1 - \frac{I_1}{K_1} \omega_e^2 \quad (3.6.17)$$

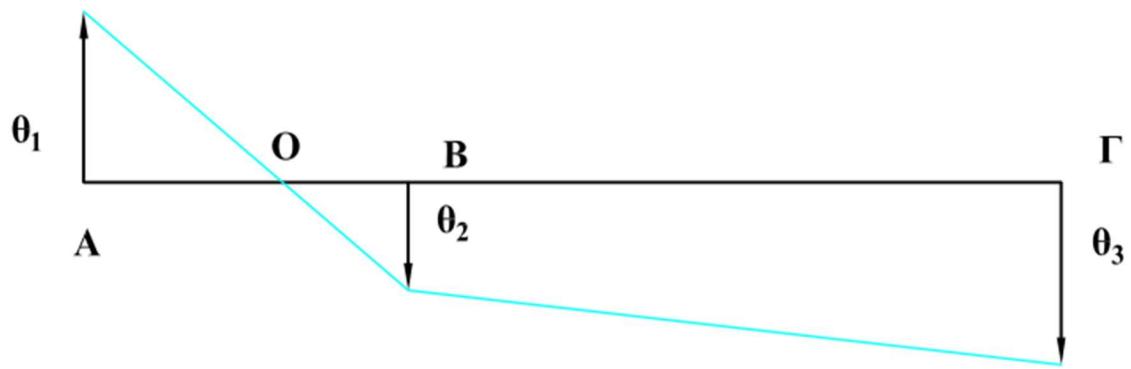
$$\frac{\theta_2}{\theta_3} = 1 - \frac{I_3}{K_2} \omega_e^2 \quad (3.6.18)$$

Από τα αυτές τις εξισώσεις καταλήγουμε στα παρακάτω:

A) Ταλάντωση πρώτου βαθμού:  $\omega = \omega_{eI}$

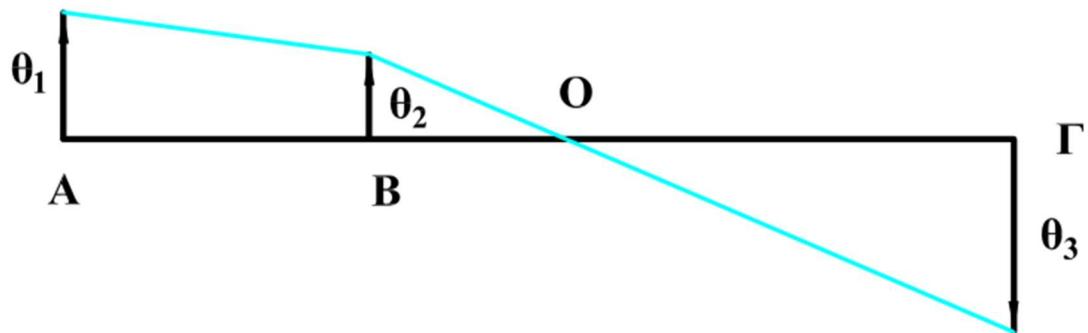
$$1. \text{ Εάν } K_2 * I_1 - K_1 * I_3 > 0 \quad \text{τότε} \quad \frac{\theta_1}{\theta_2} < 0, \frac{\theta_2}{\theta_3} > 0$$

Δηλαδή υπάρχει ένας κόμβος μεταξύ A & B όπως στο παρακάτω διάγραμμα:



2. Εάν  $K_2 * I_1 - K_1 * I_3 > 0$  τότε  $\frac{\theta_2}{\theta_1} > 0, \frac{\theta_2}{\theta_3} < 0$

Δηλαδή υπάρχει ένας κόμβος ανάμεσα στο B & Γ όπως στο παρακάτω διάγραμμα:

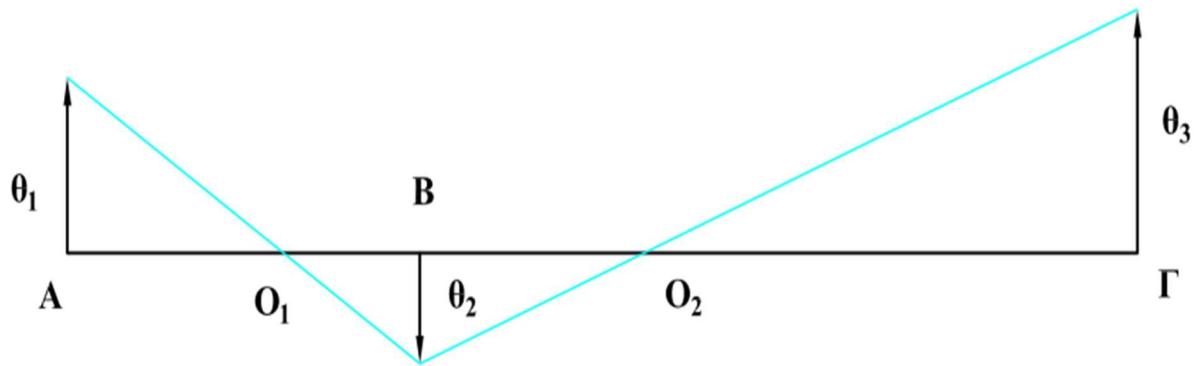


Η ταλάντωση  $1^{\circ}$  βαθμού αντιστοιχεί στη μικρότερη από τις δύο τιμές του  $\omega_e$  ( $\omega_{eI} < \omega_{eII}$ ).

B) Ταλάντωση δεύτερου βαθμού:  $\omega = \omega_{eII}$

$$\text{Είναι πάντα } \frac{\theta_2}{\theta_1} < 0, \quad \frac{\theta_2}{\theta_3} < 0$$

Δηλαδή υπάρχουν δύο κόμβοι. Ένας βρίσκεται στο τμήμα AB και ένας στο τμήμα BG όπως στο παρακάτω διάγραμμα:



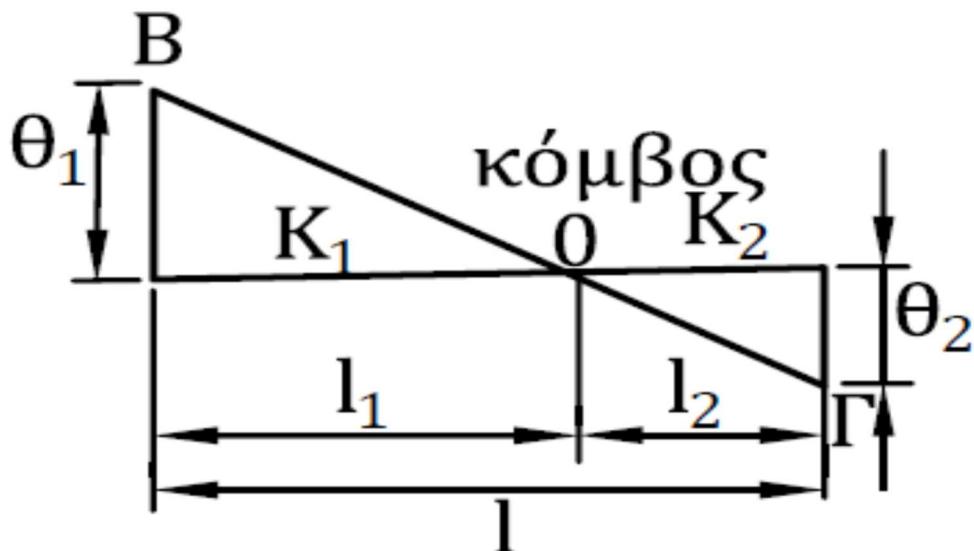
Από τα παραπάνω συμπεραίνουμε πως η τιμή του  $\omega$  καθορίζει τον βαθμό της ταλάντωσης ενώ οι σχέσεις  $\frac{\theta_2}{\theta_1}$  και  $\frac{\theta_2}{\theta_3}$  ή  $\frac{\theta_3}{\theta_1}$  καθορίζουν την μορφή της ταλάντωσης (θέση και πλήθος κόμβων).

## 4. ΣΤΡΕΠΤΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΠΟΛΛΩΝ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΩΝ ΜΑΖΩΝ

### 4.1. ΠΡΟΛΟΓΟΣ

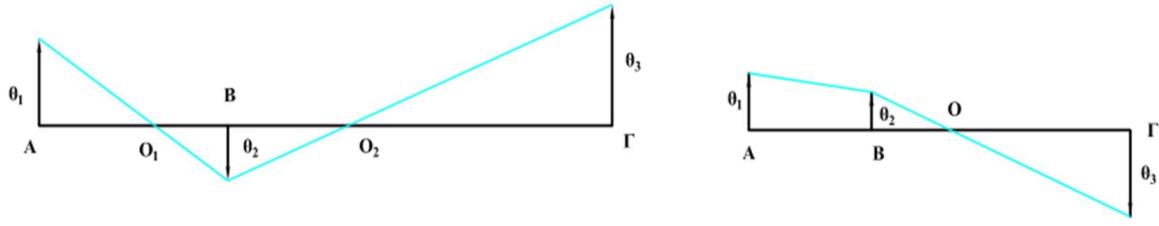
Από τα παραπάνω καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα:

1. Το αξονικό σύστημα με 2 μάζες εκδηλώνει μορφή ταλάντωσης με έναν μοναδικό κόμβο

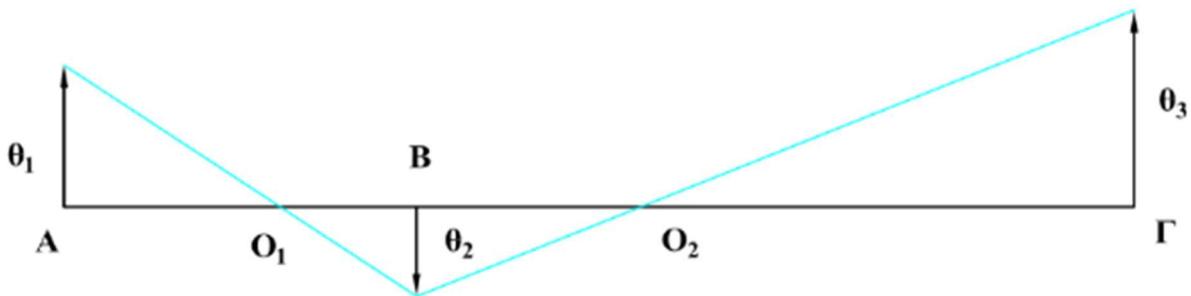


2. Το αξονικό σύστημα με 3 μάζες μπορεί να παρουσιάσει δύο διακριτές μορφές ταλαντώσεων

➤ Με έναν κόμβο



➤ Με δύο κόμβους



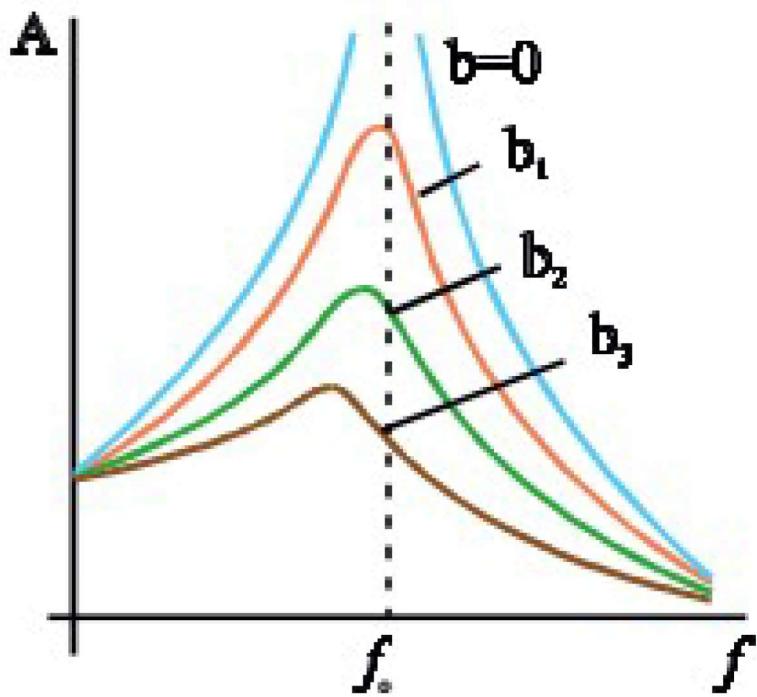
Εάν θεωρήσουμε ένα γενικότερο δυναμικό σύστημα με  $n$  μάζες, η συχνότητα ταλάντωσης ( $\omega_e$ ) καθορίζεται από μια εξίσωση  $n - 1$ <sup>ον</sup> βαθμού ως προς το  $\omega_e^2$ , η οποία δίνει  $n - 1$  διαφορετικές τιμές του  $\omega_e$ . Αυτό επιφέρει την ύπαρξη  $n - 1$  ανεξάρτητων ελευθεριών που σχετίζονται με τις στρεπτικές ταλαντώσεις του συστήματος. Επομένως, μπορούμε να εκτιμήσουμε ότι μια ταλάντωση βαθμού  $m$  θα παρουσιάζει  $m$  κόμβους, καθώς και ότι μια αύξηση του  $\omega_e$  θα οδηγήσει σε αύξηση του αριθμού των κόμβων που παρατηρούνται.

Κάτι που πρέπει να τονίσουμε είναι ότι οι ταλαντώσεις που έχουν υψηλό βαθμό δεν θεωρούνται επιβλαβείς, διότι το θετικό της περίπτωσης τους είναι, ότι έχουν μικρό πλάτος κίνησης. Το μικρό πλάτος ταλάντωσης καθιστά την ταλάντωση ασφαλή για διάφορους λόγους και κάποιοι από αυτούς αναλύονται παρακάτω:

1. Αρχικά η ενέργεια απορροφάτε ευκολότερα από το σύστημα. Όπως προαναφέραμε κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης η ενέργεια μεταφέρεται μεταξύ των μαζών του συστήματος

όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι μικρό η ενέργεια που απορροφάτε είναι επίσης μικρή με αποτέλεσμα να μην προκαλείται σημαντική φθορά στο σύστημα.

2. Επαναφορά στην ισορροπία του συστήματος συχνότερα. Όπως επίσης αναλύσαμε παραπάνω το σύστημα ταλαντώνεται γύρω από μία θέση ισορροπίας. Έτσι όταν το πλάτος της ταλάντωσης είναι αρκετά μικρό η δύναμη που πρέπει να ασκηθεί στη μάζα που ταλαντώνεται είναι επίσης μικρή και παρότι το σύστημα καταπονείται από στρεπτικές ταλαντώσεις οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό είναι μικρές.
3. Μείωση της φθοράς του συστήματος από τις ταλαντώσεις. Με τη μείωση την δυνάμεων που αναφέραμε πριν οι οποίες καταπονούν το σύστημα έχουμε και την μείωση των τάσεων αντιστοίχως που ασκούνται στα μέρη του συστήματος κατά τη διάρκεια των στρατιωτικών ταλαντώσεων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα Την μεγαλύτερη διάρκεια ζωή στον μερών του συστήματος.



Εικόνα 23: Χαρακτηριστικό διάγραμμα από διάφορα πλάτη ταλάντωσης

Σωστό θα ήταν βέβαια να αναφέρουμε ότι η ασφάλεια του συστήματος από τις στρεπτικές ταλαντώσεις που εμφανίζονται σε αυτό, δεν έχουνε ως αποκλειστική παράμετρο της ασφάλειας τους το πλάτος τους. Άλλες παράμετροι είναι η συχνότητα η διάρκεια και οι εξωτερικές δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα.

Αυτού του είδους οι παράμετροι, παρότι ο βαθμός της ταλάντωσης μπορεί να είναι μικρός, μπορούν να επιφέρουν στο σύστημα κόπωση φθορά η μείωση της ζωής των μερών του συστήματος.

## 4.2. ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΘΟΔΟΥ ‘HOLZER – TOLLE’

Όπως έχουμε προαναφέρει σε αυτή την εργασία θα αναλυθεί ένα πρόβλημα στρεπτικών ταλαντώσεων ενός αξονικού συστήματος πλοίου. Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε για την ανάλυση αυτού του φαινομένου είναι η μέθοδος του ‘HOLZER - TOLLE’

Στόχος μας είναι να προσδιορίσουμε τα πλάτη των ταλαντώσεων, κάτι το οποίο δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί, χωρίς να υπάρξουν αρχικές συνθήκες, τις οποίες να γνωρίζουμε. Ο προσδιορισμός του πλάτους της ταλάντωσης του συστήματος, έρχεται μέσα από τη συσχέτιση του πλάτους της ταλάντωσης της εκάστοτε μάζας σε σχέση με το πλάτος της ταλάντωσης της πρώτης μάζας δηλαδή:

$$\alpha_1 = \frac{\theta_1}{\theta_1}, \alpha_2 = \frac{\theta_2}{\theta_1}, \dots, \alpha_v = \frac{\theta_v}{\theta_1} \quad (4.2.1)$$

Όταν έχουμε ένα σύστημα πού αποτελείται από μάζες  $n$  στο πλήθος τότε θα έχει την εξής μορφή:

$$\alpha_1(I_1\omega_e^2 - K_1) + a_2K_1 = 0$$

.....

$$\alpha_{k-1}K_{k-1} + a_k(I_k\omega_e^2 - K_{k-1} - K_k) + a_{k+1}K_k = 0$$

$$\alpha_{\nu-1}K_{\nu-1} + \alpha_\nu(I_\nu\omega_e^2 - K_{\nu-1}) = 0$$

Από τα παραπάνω μπορούμε να παρατηρήσουμε τα ακόλουθα:

- Αθροίζοντας τις πρώτες  $K$  εξισώσεις τότε έχουμε:

$$R_k \equiv \sum_{i=1}^k a_i I_i \omega_e^2 = K_k(a_k - a_{k+1}) = 0$$

Που ισχύει για  $\kappa = 1, 2, \dots, \nu - 1$

- Αθροίζοντας όλες τις εξισώσεις οι οποίες είναι  $\nu$  στο πλήθος (όσες και οι μάζες) τότε έχουμε:

$$R_\nu \equiv \sum_{i=1}^\nu a_i I_i \omega_e^2 = 0$$

Από τα παραπάνω προκύπτει ένας τρόπος διερεύνησης των  $\alpha_i$  και  $\omega_e$  που έχεις την εξής μορφή:

$$\alpha_1 = 1$$

$$R_1 = a_1 I_1 \omega^2$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 - \frac{R_1}{K_1}$$

$$R_2 = R_1 + a_2 I_2 \omega^2$$

.....

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k - \frac{R_k}{K_k}$$

$$R_{k+1} = R_k + a_{k+1} I_{k+1} \omega^2$$

.....

.....

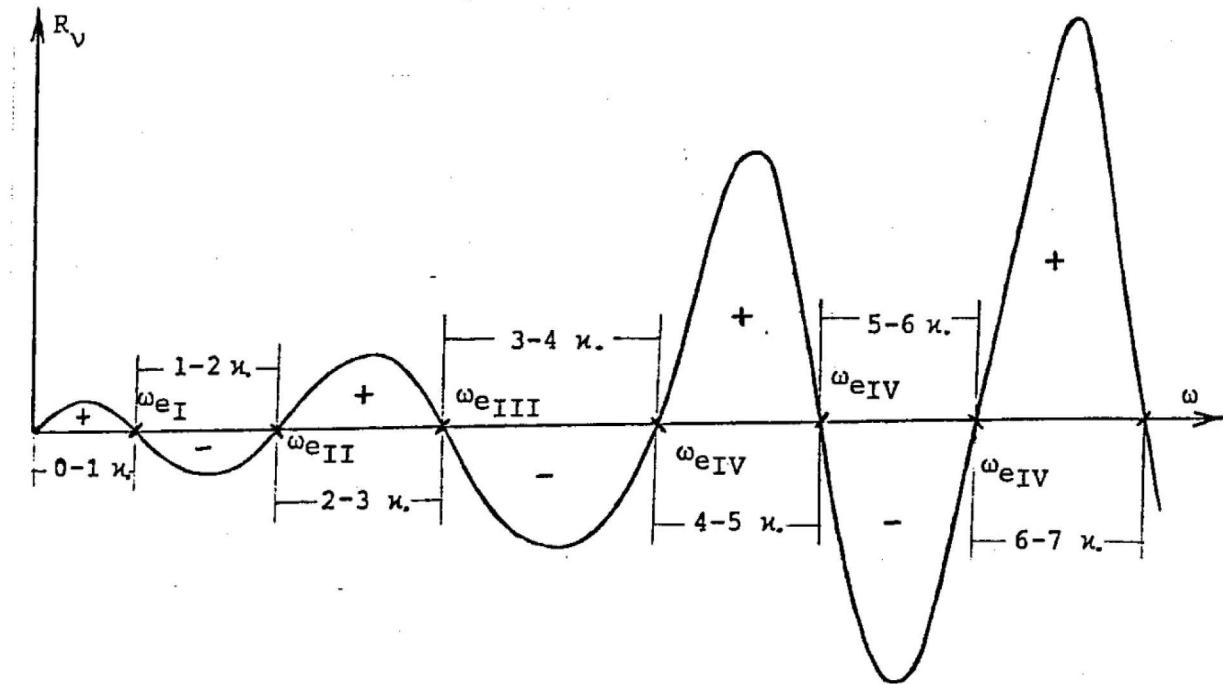
$$\alpha_{v-1} = \alpha_{v-1} - \frac{R_{v-1}}{K_{v-1}}$$

$$R_v = R_{v-1} + a_v I_v \omega^2$$

Έτσι λοιπόν δίνοντας τυχαίες τιμές στο  $\omega$  υπολογίζουμε τα  $a_i$  και  $R$  και χτίζουμε τον παρακάτω πίνακα για όλο το πλήθος των μαζών του συστήματός μας:

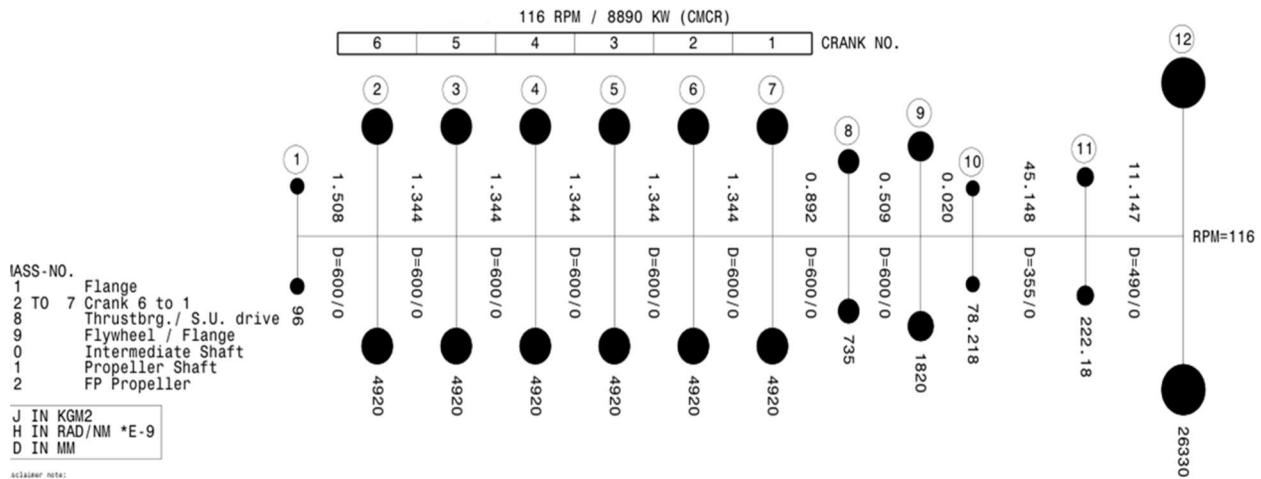
A/A	I	$I * \omega^2$	a	$\alpha * I * \omega^2$	$R = \Sigma \alpha * I * \omega^2$	K	$\Delta \alpha = \frac{R}{K}$
1			1				
2							
3							
4							
.							
.							
.							
.							
.							
v							

Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω πίνακα και επιλέγοντας μία τυχαία τιμή του ω υπολογίζουμε έτσι τα  $ai$ ,  $Rv$ . Μετά τους υπολογισμούς εάν  $Rv = 0$  τότε  $\omega = \omega_e$ , εάν όχι επαναλαμβάνονται όλοι οι υπολογισμοί επιλέγοντας για ω κάτι διαφορετικό από το προηγούμενο.



Εικόνα 24: Η μεταβολή του  $Rv$  σαν συνάρτηση του  $\omega$

## 5. ΑΞΟΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΠΡΟΣ ΜΕΛΕΤΗ



Στο παραπάνω σχήμα παρουσιάζεται το αξονικό σύστημα ενός πλοίου του οποίου οι μάζες έχουν το σχήμα σφαιρίδων και η κάθε μάζα του συστήματος αποτελείται από έναν άξονα με δύο σφαιρικές μάζες ανταλλακτικά μεταξύ τους. Όλες οι μάζες ενώνονται με έναν κεντρικό άξονα κατά το μήκος του αξονικού συστήματος.

## ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

### ENGINE

<b>Engine Type:</b>	6 Cylinder Large Bore Engine	
<b>Type:</b>	2-stroke	
<b>Cylinders No:</b>	6	in-line
<b>Bore:</b>	500	mm
<b>Stroke:</b>	2050	mm
<b>Conn. Rod ratio:</b>	0.5	
<b>Sense of rotation:</b>	clockwise	
<b>Ahead firing order:</b>	1-6-2-4-3-5	

### MINIMUM SHAFTING DIAMETERS

<b>Intermediate shaft:</b>	355	mm
<b>Propeller shaft:</b>	490	mm

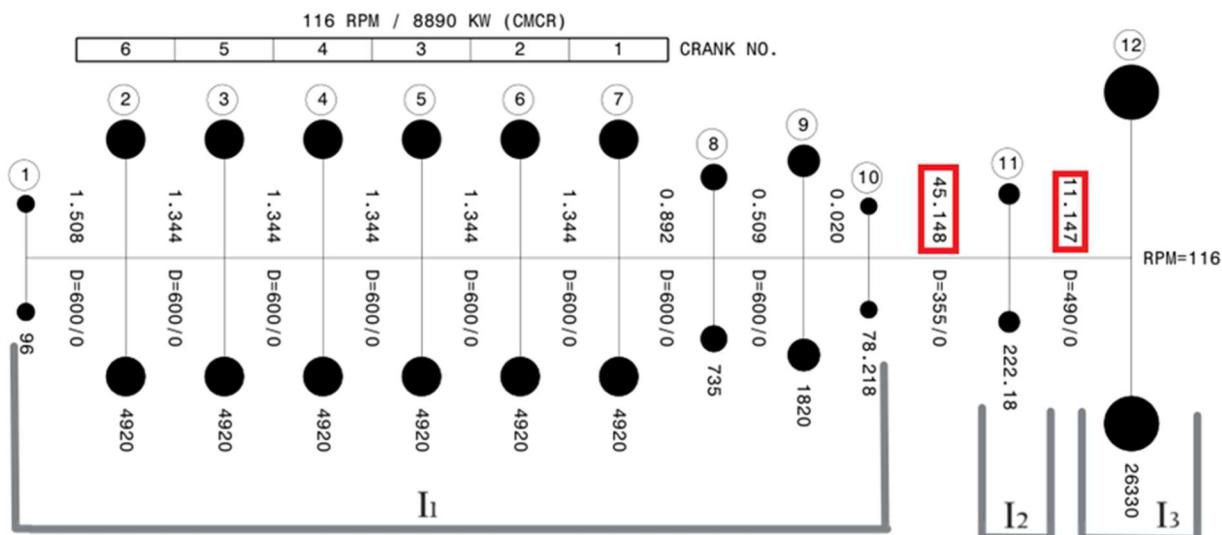
## **ΕΥΡΕΣΗ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ**

Για την μελέτη του παραπάνω αξονικού συστήματος ως προς τις ιδιοσυχνότητες χρειάστηκε να χρησιμοποιήσουμε δύο διαφορετικές μεθόδους και θα εξηγήσουμε αναλυτικότερα στη συνέχεια τον λόγο.

Οι ιδιοσυχνότητες που βρίσκουμε στην συνέχεια είναι οι εκείνες που διεγείρουν το σύστημά μας με τρόπο τέτοιο ώστε να προκαλείτε συντονισμός. Οι σημαντικότερες ιδιοσυχνότητες είναι εκείνες που διεγήρουν τις τάξεις οι οποίες έχουν τον αριθμό των κυλίνδρων και τα πολλαπλάσια του καθώς και εκείνες που έχουν τον αριθμό του πλήθους των πτερυγίων της προπέλας και τα πολλαπλάσια της.

## 1<sup>Η</sup> ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΥΡΕΣΗΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Σε αυτή την μέθοδο αναγάγαμε το σύστημα τρείς μάζες και υπολογίσαμε τις ιδιοσυχνότητες με τη χρήση των τύπων που είδαμε αναλυτικά στο κεφάλαιο 3.6. Οι μάζες χωρίστηκαν ως εξής:



**Εικόνα 25:** Αναγωγή συστήματος σε τρις μάζες.

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΣΕ ΤΡΕΙΣ ΜΑΖΕΣ

ΜΑΖΕΣ			ΣΤΑΘΕΡΑ ΕΛΑΤΗΡΙΩΝ ΣΕ ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ		
I1=	110389	[Kgr] (ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΜΑΖΩΝ 1~10)	K1=	45.1480	[(N*m)/rad]
I2=	222.18	[Kgr]	K2=	11.1470	[(N*m)/rad]
I3=	26330	[Kgr]			

$$\omega_{eI}^2 = \frac{p}{2} - \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

$$\omega_{eII}^2 = \frac{p}{2} + \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$$

Όπου :

$$p = \frac{K_1}{I_1} + \frac{(K_1 + K_2)}{I_2} + \frac{K_2}{I_3}$$

$$q = K_1 * K_2 * \left( \frac{I_1 + I_2 + I_3}{I_1 * I_2 * I_3} \right)$$

Επομένως έχουμε τα εξής αποτελέσματα:

$$\omega_{eI} = 34.97350857 \left[ \frac{rad}{sec} \right] \rightarrow \frac{30}{\pi} * 34.97350857 = 333.97 [RPM]$$

$$\omega_{eII} = 711.5720139 \left[ \frac{rad}{sec} \right] \rightarrow \frac{30}{\pi} * 711.5720139 = 6795.01 [RPM]$$

Η παραπάνω μέθοδος μας επιτρέπει τον υπολογισμό δύο βασικών ιδιοσυχνοτήτων του υπό μελέτη συστήματος, αλλά όχι του συνόλου αυτών.

## 2<sup>Η</sup> ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΥΡΕΣΗΣ ΙΔΙΟΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

Με την μέθοδο Holzer Toller θα προσπαθήσουμε να βρούμε όλες τις ιδιοσυχνότητες που διεγείρουν τις τάξεις του συστήματος. Η μέθοδος αυτή αναλύθηκε στο κεφάλαιο 4.2.

### ΔΙΑΜΟΙΡΑΣΜΟΣ ΜΑΖΩΝ ΣΕ ΣΦΑΙΡΙΚΑ ΦΟΡΤΕΙΑ

Α/Α	MAZA	ΣΤΑΘΕΡΑ ΕΛΑΤΗΡΙΩΝ ΣΕ ΣΤΡΕΠΤΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ		ΔΙΑΜΕΤΡΟΣ ΑΞΟΝΑ
		I	K	
	[Kgr]	[(N*m)/rad]		[mm]
1	96		1.5080	600
2	4920		1.3440	600
3	4920		1.3440	600
4	4920		1.3440	600
5	4920		1.3440	600
6	4920		1.3440	600
7	4920		0.8920	600
8	735		0.5090	600
9	1820		0.0200	600
10	78218		45.1480	355
11	222.18		11.1470	490
12	26330			

Έτσι εφαρμόσαμε την μέθοδο και βρήκαμε τις παρακάτω ιδιοσυχνότητες που θα παρουσιάσουμε μαζί με τις τιμές ολόκληρου του πίνακα που προκύπτει από την μέθοδο αυτή.

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 9.332E-05$		$\omega^2=$	0			RPM=	0.0009
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R= \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	8.36103E-07	1	8.36103E-07	8.361E-07	663129973.5	1.26E-15
2	4920	4.28503E-05	1	4.28503E-05	4.3686E-05	744047619	5.87E-14
3	4920	4.28503E-05	1	4.28503E-05	8.6537E-05	744047619	1.16E-13
4	4920	4.28503E-05	1	4.28503E-05	0.00012939	744047619	1.74E-13
5	4920	4.28503E-05	1	4.28503E-05	0.00017224	744047619	2.31E-13
6	4920	4.28503E-05	1	4.28503E-05	0.00021509	744047619	2.89E-13
7	4920	4.28503E-05	1	4.28503E-05	0.00025794	1121076233	2.3E-13
8	735	6.40141E-06	1	6.40141E-06	0.00026434	1964636542	1.35E-13
9	1820	1.58511E-05	1	1.58511E-05	0.00028019	500000000000	5.6E-15
10	78.218	6.81232E-07	1	6.81232E-07	0.00028087	22149375.39	1.27E-11
11	222.18	1.93506E-06	1	1.93506E-06	0.00028281	89710235.94	3.15E-12
12	26330	0.000229319	1	0.000229319	0.00051213		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 34.066452$		$\omega^2=$	1161			RPM=	325.31
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R= \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	111410.2247	1	111410.2247	111410.225	663129973.5	0.000168
2	4920	5709774.016	1	5708814.736	5820224.96	744047619	0.007822
3	4920	5709774.016	0.99	5664150.701	11484375.7	744047619	0.015435
4	4920	5709774.016	0.98	5576020.334	17060396	744047619	0.022929
5	4920	5709774.016	0.95	5445099.942	22505495.9	744047619	0.030247
6	4920	5709774.016	0.92	5272394.2	27777890.1	744047619	0.037333
7	4920	5709774.016	0.89	5059228.442	32837118.6	1121076233	0.029291
8	735	852984.5329	0.86	730814.8484	33567933.4	1964636542	0.017086
9	1820	2112152.177	0.84	1773548.371	35341481.8	500000000000	0.000707
10	78.218	90773.80163	0.84	76157.49028	35417639.3	22149375.39	1.599036
11	222.18	257845.0388	-0.76	-195976.3153	35221663	89710235.94	0.392616
12	26330	30556575.17	-1.15	-35221662.97	0		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 187.76379$		$\omega^2 = 35255$				$RPM = 1793$	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	3384503.22	1	3384503.22	3384503.22	663129973.5	0.005104
2	4920	173455790	0.9949	172570501	175955004	744047619	0.236484
3	4920	173455790	0.7584	131551064.2	307506068	744047619	0.413288
4	4920	173455790	0.3451	59863840.62	367369909	744047619	0.493745
5	4920	173455790	-0.149	-25779115.82	341590793	744047619	0.459098
6	4920	173455790	-0.608	-105412326.7	236178467	744047619	0.317424
7	4920	173455790	-0.925	-160471332.9	75707133.7	1121076233	0.067531
8	735	25912602.78	-0.993	-25722749.41	49984384.3	1964636542	0.025442
9	1820	64164540.22	-1.018	-65326904.65	-15342520.4	500000000000	-0.00031
10	78.218	2757594.509	-1.018	-2806703.187	-18149223.5	22149375.39	-0.8194
11	222.18	7833009.641	-0.198	-1554126.889	-19703350.4	89710235.94	-0.21963
12	26330	928270518.7	0.0212	19703350.43	4.1515E-05		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 361.69491$		$\omega^2 = 130823$				$RPM = 3453.9$	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	12559027.99	1	12559027.99	12559028	663129973.5	0.018939
2	4920	643650184.3	0.9811	631460084.3	644019112	744047619	0.865562
3	4920	643650184.3	0.1155	74341144.99	718360257	744047619	0.965476
4	4920	643650184.3	-0.85	-547087780	171272477	744047619	0.23019
5	4920	643650184.3	-1.08	-695249750.8	-523977273	744047619	-0.70423
6	4920	643650184.3	-0.376	-241974906.5	-765952180	744047619	-1.02944
7	4920	643650184.3	0.6535	420624165.3	-345328015	1121076233	-0.30803
8	735	96155058.02	0.9615	92456038.12	-252871977	1964636542	-0.12871
9	1820	238098238.9	1.0902	259584822.6	6712846.05	500000000000	0.000134
10	78.218	10232729.7	1.0901	11154783.14	17867629.2	22149375.39	0.806688
11	222.18	29066300.4	0.2834	8237986.398	26105615.6	89710235.94	0.290999
12	26330	3444575072	-0.008	-26105615.58	-9.2313E-06		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 517.27717$		$\omega^2 = 267576$				RPM= 4939.6	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	25687264.45	1	25687264.45	25687264.4	663129973.5	0.038736
2	4920	1316472303	0.9613	1265476912	1291164176	744047619	1.735325
3	4920	1316472303	-0.774	-1019029930	272134246	744047619	0.365748
4	4920	1316472303	-1.14	-1500527604	-1228393358	744047619	-1.65096
5	4920	1316472303	0.5112	672916395.1	-555476963	744047619	-0.74656
6	4920	1316472303	1.2577	1655743324	1100266361	744047619	1.478758
7	4920	1316472303	-0.221	-291000611.7	809265749	1121076233	0.721865
8	735	196668118.4	-0.943	-185440493.2	623825256	1964636542	0.317527
9	1820	486987721.8	-1.26	-613817760.5	10007495.8	500000000000	0.0002
10	78.218	20929233.86	-1.261	-26384187.66	-16376691.9	22149375.39	-0.73937
11	222.18	59449962.65	-0.521	-30989073.06	-47365765	89710235.94	-0.52799
12	26330	7045267426	0.0067	47365764.97	-0.00010514		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 643.5238$		$\omega^2 = 414123$				RPM= 6145.2	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	39755796.34	1	39755796.34	39755796.3	663129973.5	0.059952
2	4920	2037484562	0.94	1915333816	1955089612	744047619	2.62764
3	4920	2037484562	-1.688	-3438443014	-1483353402	744047619	-1.99363
4	4920	2037484562	0.306	623541164.5	-859812237	744047619	-1.15559
5	4920	2037484562	1.4616	2978033155	2118220918	744047619	2.846889
6	4920	2037484562	-1.385	-2822459058	-704238140	744047619	-0.9465
7	4920	2037484562	-0.439	-893987947.6	-1598226087	1121076233	-1.42562
8	735	304380315.7	0.9868	300376878.9	-1297849208	1964636542	-0.66061
9	1820	753703639	1.6475	1241690946	-56158262.9	500000000000	-0.00112
10	78.218	32391863.31	1.6486	53400437.67	-2757825.2	22149375.39	-0.12451
11	222.18	92009821.16	1.7731	163141322	160383497	89710235.94	1.787795
12	26330	10903855392	-0.015	-160383496.8	-0.00016326		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 709.14835$		$\omega^2 = 502891$				RPM= 6771.9	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	48277572.29	1	48277572.29	48277572.3	663129973.5	0.072803
2	4920	2474225580	0.9272	2294095576	2342373149	744047619	3.14815
3	4920	2474225580	-2.221	-5495136475	-3152763326	744047619	-4.23731
4	4920	2474225580	2.0164	4988933991	1836170665	744047619	2.467813
5	4920	2474225580	-0.451	-1116992984	719177681	744047619	0.966575
6	4920	2474225580	-1.418	-3508517086	-2789339406	744047619	-3.74887
7	4920	2474225580	2.3308	5767038310	2977698904	1121076233	2.656107
8	735	369625162.8	-0.325	-120224878.8	2857474025	1964636542	1.454454
9	1820	915262307.9	-1.78	-1628906880	1228567145	500000000000	0.024571
10	78.218	39335157.8	-1.804	-70971923.33	1157595222	22149375.39	52.26311
11	222.18	111732406.4	-54.07	-6041080296	-4883485075	89710235.94	-54.4362
12	26330	13241129982	0.3688	4883485075	3.4332E-05		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 736.28736$		$\omega^2 = 542119$				RPM= 7031	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	52043431	1	52043431	52043431	663129973.5	0.078481
2	4920	2667225839	0.9215	2457897970	2509941401	744047619	3.373361
3	4920	2667225839	-2.452	-6539618302	-4029676900	744047619	-5.41589
4	4920	2667225839	2.964	7905772122	3876095222	744047619	5.209472
5	4920	2667225839	-2.245	-5989066144	-2112970922	744047619	-2.83983
6	4920	2667225839	0.5944	1585409597	-527561325	744047619	-0.70904
7	4920	2667225839	1.3034	3476585863	2949024538	1121076233	2.63053
8	735	398457518.6	-1.327	-528786401.7	2420238136	1964636542	1.231901
9	1820	986656712.7	-2.559	-2524839452	-104601315	500000000000	-0.00209
10	78.218	42403469.65	-2.557	-108421121.7	-213022437	22149375.39	-9.61754
11	222.18	120448015.6	7.0606	850440593.6	637418157	89710235.94	7.1053
12	26330	14273995190	-0.045	-637418156.7	0.00016952		

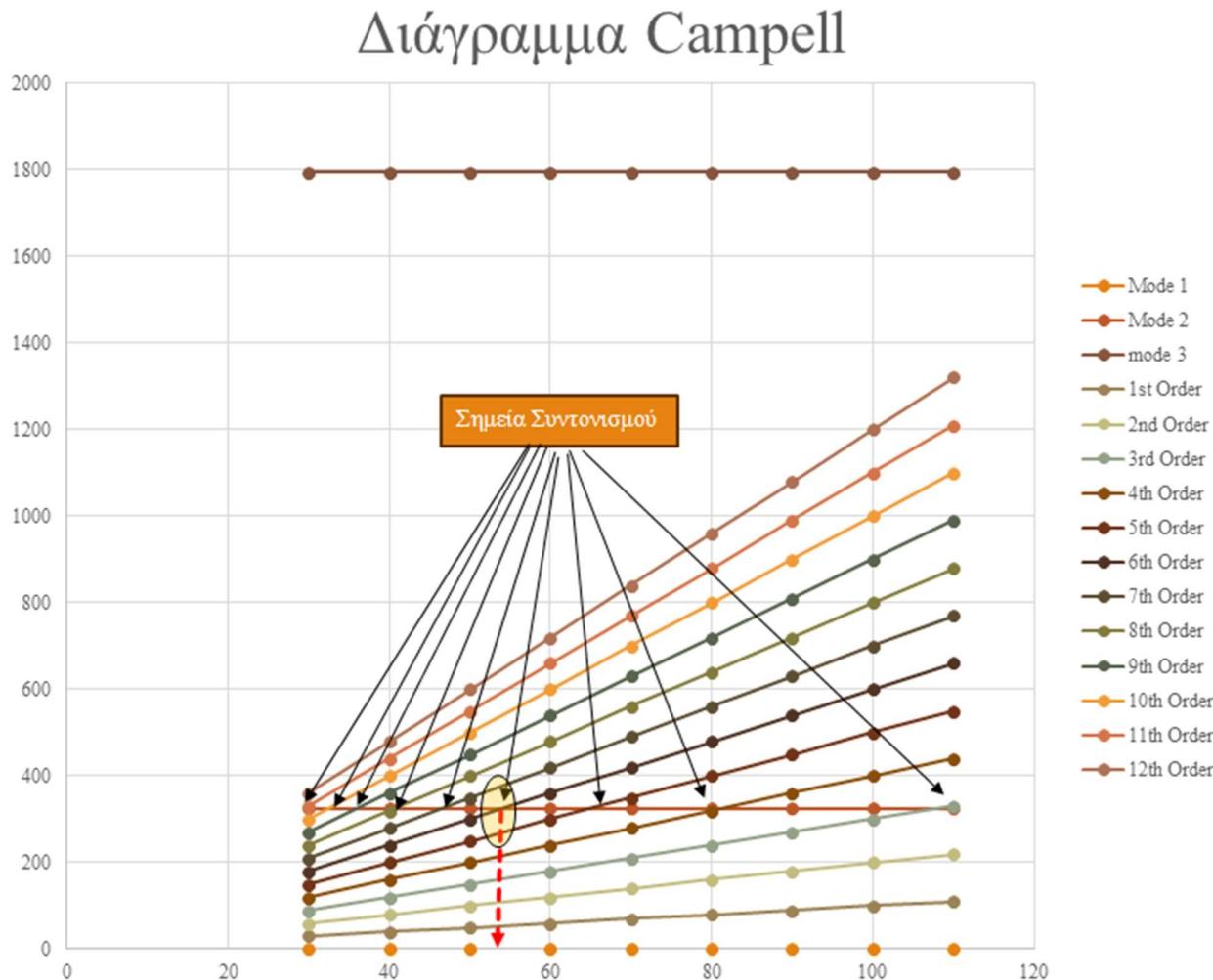
ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 785.62403$		$\omega^2 = 617205$				$RPM = 7502.2$	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha = R/K$
1	96	59251691.38	1	59251691.38	59251691.4	663129973.5	0.089352
2	4920	3036649183	0.9106	2765319870	2824571561	744047619	3.796224
3	4920	3036649183	-2.886	-8762481180	-5937909619	744047619	-7.98055
4	4920	3036649183	5.095	15471651061	9533741442	744047619	12.81335
5	4920	3036649183	-7.718	-23437993187	-1.3904E+10	744047619	-18.6873
6	4920	3036649183	10.969	33308824655	1.9405E+10	744047619	26.07975
7	4920	3036649183	-15.11	-45886214703	-2.6482E+10	1121076233	-23.6216
8	735	453645762.1	8.5108	3860897033	-2.2621E+10	1964636542	-11.514
9	1820	1123313316	20.025	22494100016	-126644744	500000000000	-0.00253
10	78.218	48276549.96	20.027	966849485.5	840204742	22149375.39	37.93356
11	222.18	137130633.2	-17.91	-2455495754	-1615291013	89710235.94	-18.0056
12	26330	16251010770	0.0994	1615291013	-0.00330138		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 2231.0302$		$\omega^2 = 5E+06$				$RPM = 21305$	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha = R/K$
1	96	477839580.1	1	477839580.1	477839580	663129973.5	0.720582
2	4920	24489278482	0.2794	6842743088	7320582668	744047619	9.838863
3	4920	24489278482	-9.559	-2.34104E+11	-2.2678E+11	744047619	-304.797
4	4920	24489278482	295.24	7.23015E+12	7.0034E+12	744047619	9412.525
5	4920	24489278482	-9117	-2.23276E+14	-2.1627E+14	744047619	-290670
6	4920	24489278482	281553	6.89503E+15	6.6788E+15	744047619	8976245
7	4920	24489278482	-9E+06	-2.12927E+17	-2.0625E+17	1121076233	-1.8E+08
8	735	3658459285	2E+08	6.41249E+17	4.35E+17	1964636542	2.21E+08
9	1820	9059042040	-5E+07	-4.17958E+17	1.7043E+16	500000000000	340857.5
10	78.218	389329752.9	-5E+07	-1.80953E+16	-1.0524E+15	22149375.39	-4.8E+07
11	222.18	1105899978	1E+06	1.14538E+15	9.2976E+13	89710235.94	1036404
12	26330	1.31057E+11	-709.4	-9.29761E+13	-19845984.8		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 25826.882$		$\omega^2 = 7E+08$				$RPM = 246629$	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	64034670951	1	64034670951	6.4035E+10	663129973.5	96.56428
2	4920	3.28178E+12	-95.56	-3.13621E+14	-3.1356E+14	744047619	-421420
3	4920	3.28178E+12	421325	1.38269E+18	1.3824E+18	744047619	1.86E+09
4	4920	3.28178E+12	-2E+09	-6.09589E+21	-6.0945E+21	744047619	-8.2E+12
5	4920	3.28178E+12	8E+12	2.6875E+25	2.6869E+25	744047619	3.61E+16
6	4920	3.28178E+12	-4E+16	-1.18484E+29	-1.1846E+29	744047619	-1.6E+20
7	4920	3.28178E+12	2E+20	5.22361E+32	5.2224E+32	1121076233	4.66E+23
8	735	4.90265E+11	-5E+23	-2.28308E+35	-2.2779E+35	1964636542	-1.2E+26
9	1820	1.21399E+12	1E+26	1.40188E+38	1.3996E+38	500000000000	2.8E+27
10	78.218	52173582213	-3E+27	-1.4002E+38	-5.9452E+34	22149375.39	-2.7E+27
11	222.18	1.482E+11	4E+23	5.94878E+34	3.601E+31	89710235.94	4.01E+23
12	26330	1.75628E+13	-4E+18	-7.70946E+31	-4.1084E+31		

ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ HOLZER - TOLLER ΓΙΑ ΠΟΛΛΕΣ ΜΑΖΕΣ							
$\omega = 2655.9547$		$\omega^2 = 7E+06$				$RPM = 25362$	
A/A	I	$I^*\omega^2$	$\alpha$	$\alpha^*I^*\omega^2$	$R = \Sigma \alpha^*I^*\omega^2$	K	$\Delta\alpha=R/K$
1	96	677193164.9	1	677193164.9	677193165	663129973.5	1.021207
2	4920	34706149699	-0.021	-736023472.3	-58830307.4	744047619	-0.07907
3	4920	34706149699	0.0579	2008120054	1949289746	744047619	2.619845
4	4920	34706149699	-2.562	-88916627252	-8.6967E+10	744047619	-116.884
5	4920	34706149699	114.32	3.96768E+12	3.8807E+12	744047619	5215.678
6	4920	34706149699	-5101	-1.77048E+14	-1.7317E+14	744047619	-232737
7	4920	34706149699	227636	7.90037E+15	7.7272E+15	1121076233	6892666
8	735	5184760169	-7E+06	-3.45566E+16	-2.6829E+16	1964636542	-1.4E+07
9	1820	12838453751	7E+06	8.97552E+16	6.2926E+16	500000000000	1258517
10	78.218	551757239.3	6E+06	3.16301E+15	6.6089E+16	22149375.39	2.98E+09
11	222.18	1567278931	-3E+09	-4.66743E+18	-4.6013E+18	89710235.94	-5.1E+10
12	26330	1.85734E+11	5E+10	8.9734E+21	8.9688E+21		

## ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ CAMPELL



Μέσα από το παραπάνω διάγραμμα που ονομάζεται *Campell* μπορούμε να γνωρίζουμε ποιες τάξεις διεγείρουν τις δυο πρώτες ιδιοσυχνότητες και σε ποιες στροφές. Οι ιδιοσυχνοτήτες βρέθηκαν από την μέθοδο Holzer Toller που αναλύσαμε παραπάνω. Η βασικότερη διέγερση του συστήματος είναι η 6ής τάξης καθώς ο κινητήρας είναι εξακύλινδρος και δίχρονος. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι η 6ή τάξη διεγείρει την 1η ιδιοσυχνότητα περίπου στις 54 rpm. Αναμένουμε λοιπόν σε αυτή την περιστροφική ταχύτητα να εμφανιστεί μεγάλο πλάτος ταλάντωσης.

N	Mode 1	Mode 2	Orders											
			1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th	9th	10th	11th	12th
30	325.311	1793.012145	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
40	325.311	1793.012145	40	80	120	160	200	240	280	320	360	400	440	480
50	325.311	1793.012145	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
60	325.311	1793.012145	60	120	180	240	300	360	420	480	540	600	660	720
70	325.311	1793.012145	70	140	210	280	350	420	490	560	630	700	770	840
80	325.311	1793.012145	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800	880	960
90	325.311	1793.012145	90	180	270	360	450	540	630	720	810	900	990	1080
100	325.311	1793.012145	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
110	325.311	1793.012145	110	220	330	440	550	660	770	880	990	1100	1210	1320

Εικόνα 26: Δεδομένα διαγράμματος Campell

No	$\omega$ [rad/sec]	Modes [RPM]
1	34.06645233	325.3106569
2	187.7637928	1793.012145
3	361.6949104	3453.931973
4	517.2771707	4939.63312
5	643.523798	6145.199607
6	709.148347	6771.867888
7	736.2873576	7031.02635
8	785.6240313	7502.156879
9	2231.030172	21304.7688
10	25826.88178	25378.1167
11	2657.590166	246628.554
12	29047.46509	277382.8592

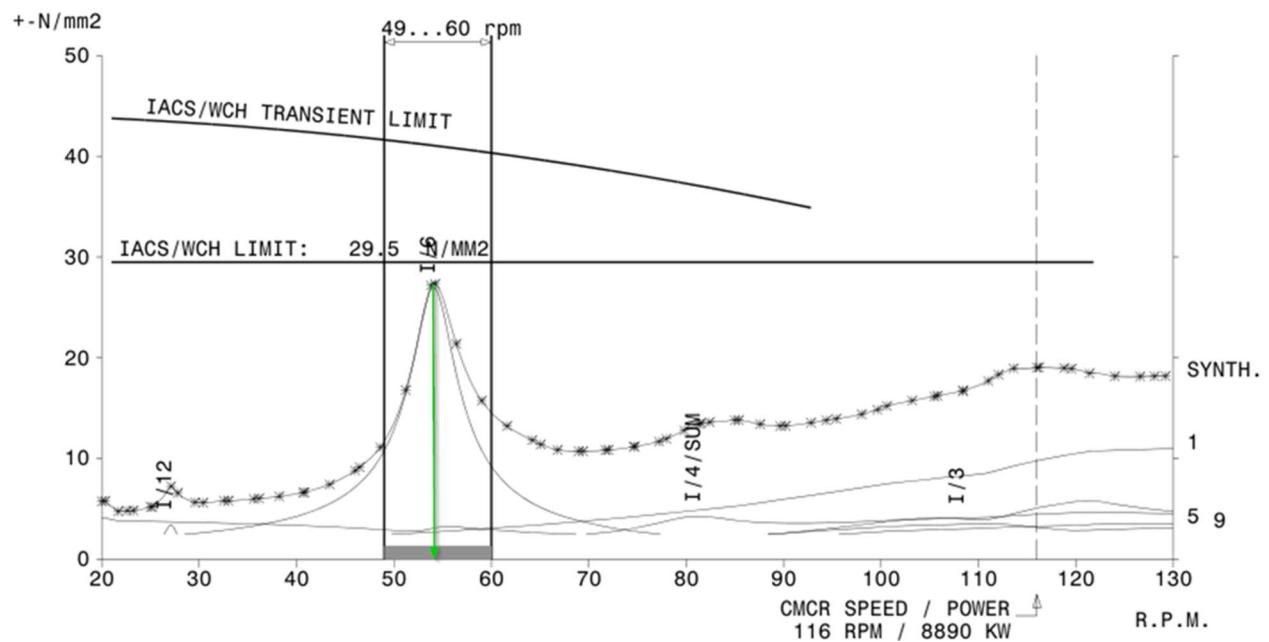
Εικόνα 27: Όλες οι ιδιοσυχνότητες

## ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΛΕΤΗΣ

Στο τελικό στάδιο της μελέτης μας θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα των μεθόδων που χρησιμοποιήσαμε με τα διαγράμματα που από την πραγματική μελέτη που διεξήχθησαν από την μελέτη που εκτέλεσε το ναυπηγείο στο αξονικό σύστημα που μελετάμε. Όπως προαναφέραμε η μελέτη που επιλέξαμε ως μέτρο σύγκρισης των αποτελεσμάτων μας αποτελεί πραγματική μελέτη αξονικού συστήματος ενός πραγματικού πλοίου.

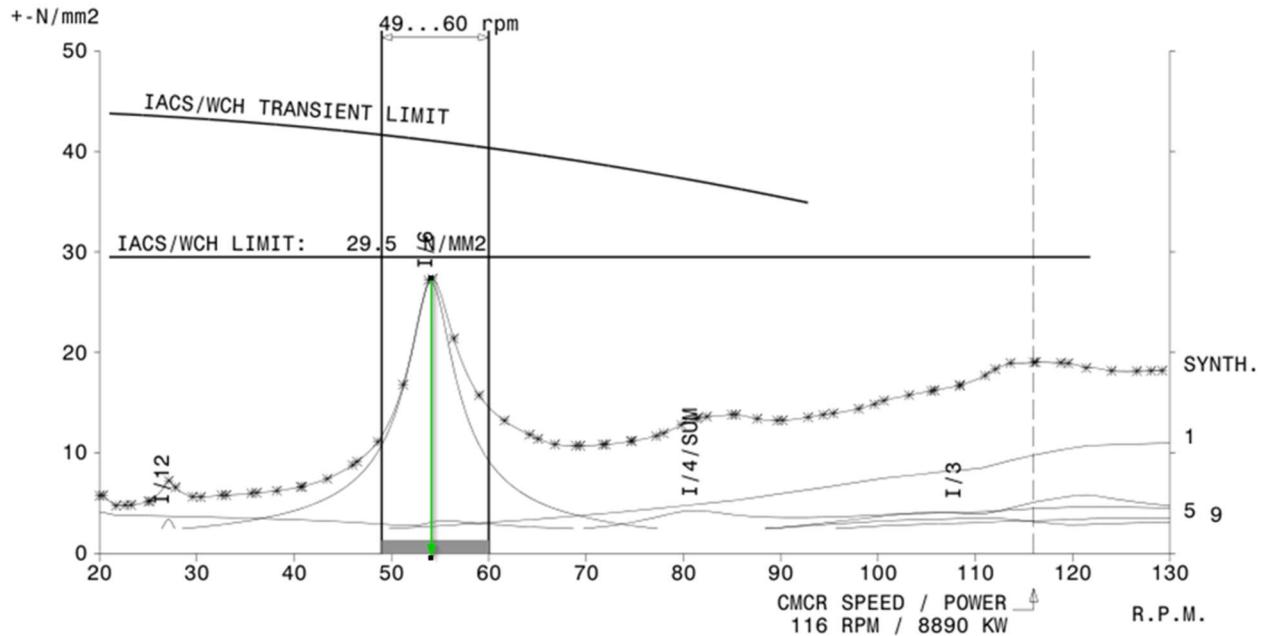
### ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

#### 1<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ ΣΤΟ ΣΤΡΟΦΑΛΟΦΟΡΟ ΑΞΟΝΑ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ



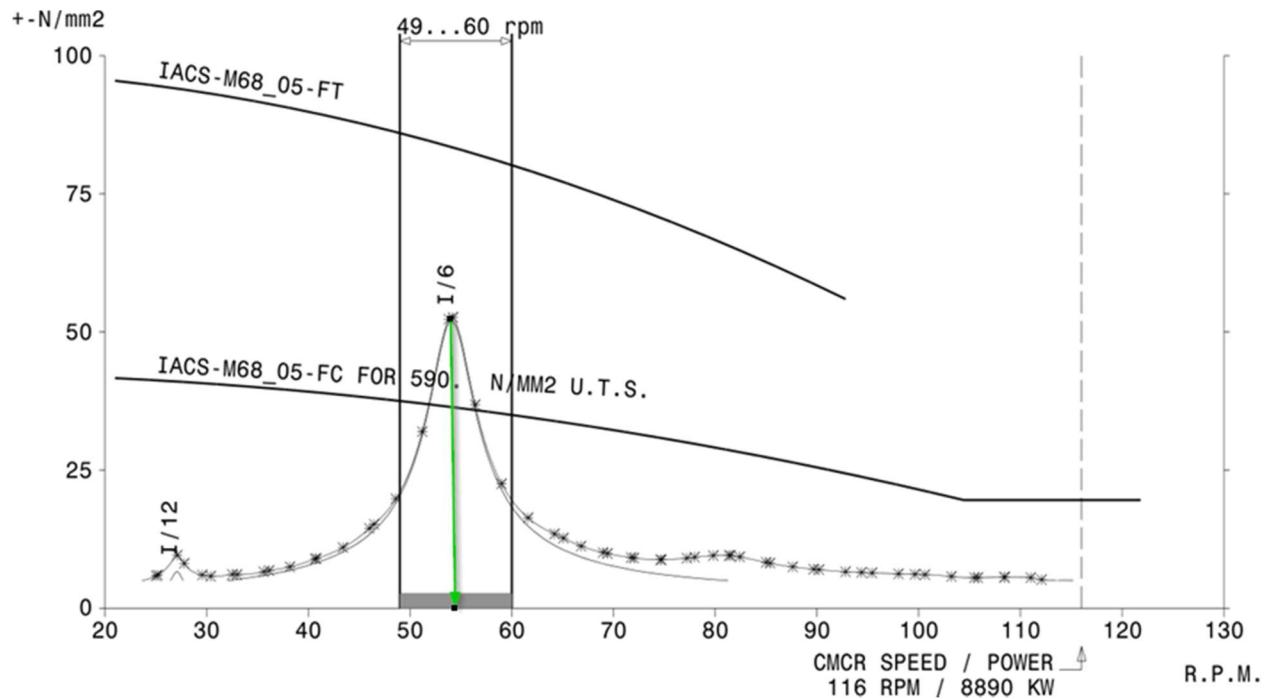
Σε αυτό το διάγραμμα βλέπουμε την τάση που αναπτύσσεται στον στροφαλοφόρο άξονα στο κομμάτι της μηχανής του αξονικού συστήματος μας, συναρτήσει των στροφών της μηχανής και βλέπουμε πως αναπτύσσεται η τάση ανάλογα την συχνότητα. Όπως ήταν αναμενόμενο και από το θεωρητικό μέρος της εργασίας, το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης (και διατμητικής τάσης) εμφανίζεται όταν ο κινητήρας λειτουργεί στις 54 rpm (δηλαδή σε εκείνη την ταχύτητα μηχανής, όπου η έκτη (6ή) τάξη διεγείρει την 1ή ιδιοσυγχρότητα).

## 2<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ ΣΤΟ ΕΝΔΙΑΜΕΣΟ ΑΞΟΝΑ ΤΟΥ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ



Σε αυτό το διάγραμμα βλέπουμε την τάση που αναπτύσσεται στον ενδιάμεσο άξονα του αξονικού συστήματός μας, συναρτήσει των στροφών της μηχανής και βλέπουμε πως αναπτύσσεται η τάση ανάλογα την συχνότητα. Όπως και προηγουμένως παρατηρούμε μέγιστο πλάτος ταλάντωσης στις  $54 \text{ rpm}$ .

## 3<sup>ο</sup> ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΤΑΣΕΩΝ ΣΥΝΕΡΤΗΣΕΙ ΤΩΝ ΣΤΡΟΦΩΝ ΣΤΟ ΑΞΟΝΑ ΤΗΣ ΠΡΟΠΕΛΑΣ ΤΟΥ ΑΞΟΝΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ



Σε αυτό το διάγραμμα βλέπουμε την τάση που αναπτύσσεται στον άξονα της προπέλας του αξονικού συστήματός μας, συναρτήσει των στροφών της μηχανής και βλέπουμε πως αναπτύσσεται η τάση ανάλογα την συχνότητα. Όπως και προηγουμένως παρατηρούμε μέγιστο πλάτος ταλάντωσης στις 54 rpm.

## ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

### ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΔΙΑΓΡΑΜΑΤΩΝ ΑΡΧΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ ΥΠΟ ΜΟΡΦΗ ΠΙΝΑΚΑ

Τάξη	RPM	Τάξη x RPM = Ιδιοσυχνότητα [RPM]
<b>12<sup>η</sup> Τάξη</b>	27	$12 * 27 = 324$
<b>6<sup>η</sup> Τάξη</b>	54	$6 * 54 = 324$
<b>4<sup>η</sup> Τάξη</b>	81	$4 * 81 = 324$

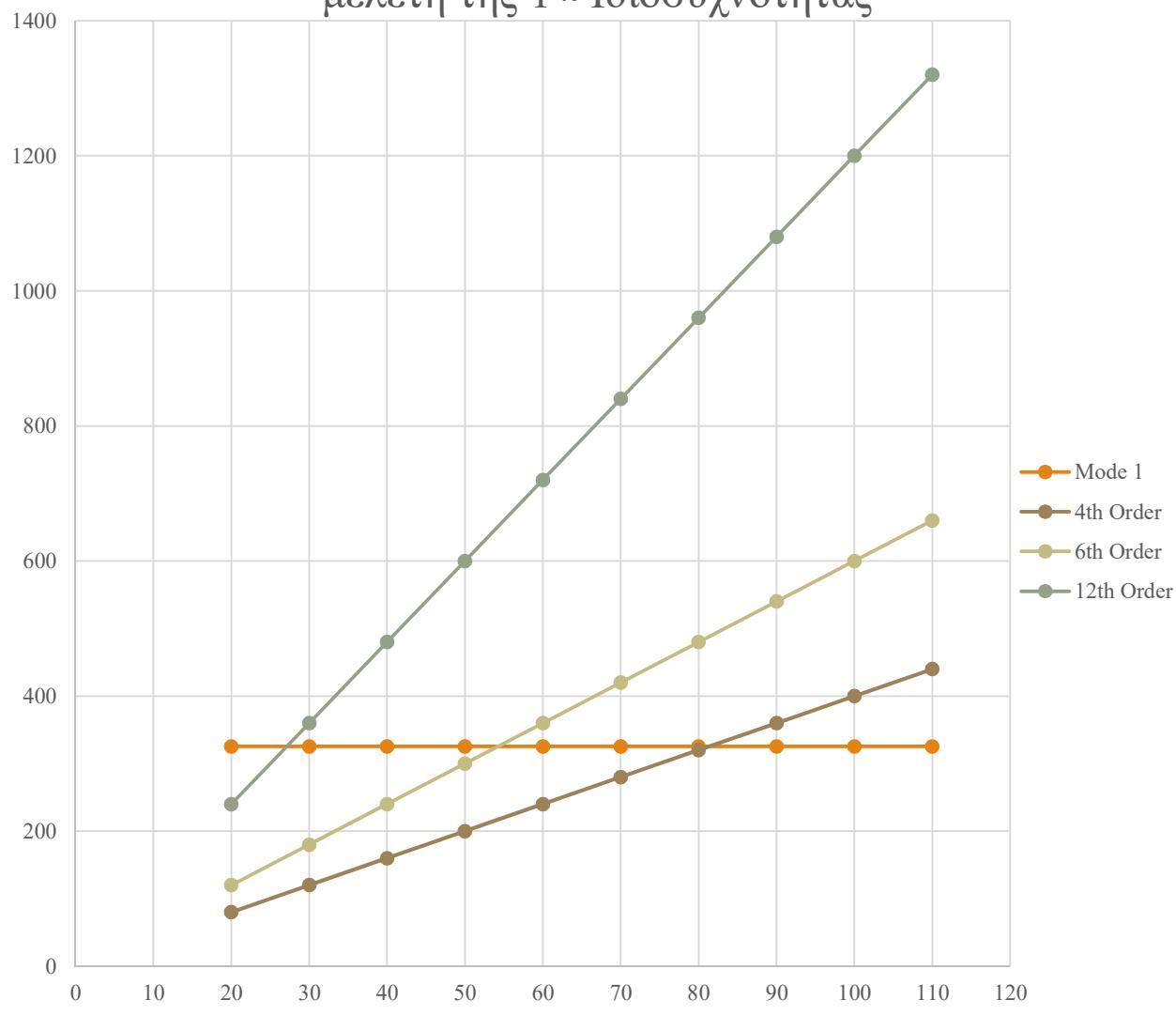
Από τα παραπάνω μπορούμε να παρατηρήσουμε/ συμπεράνουμε τα εξής:

- ❖ Παρατηρούμε τις κορυφές και βλέπουμε πως αντιστοιχούν στην ιδιοσυχνότητα την οποία έχουμε βρει και εμείς σε προηγούμενο κεφάλαιο [325 RPM].
- ❖ Παρατηρούμε ότι η πρώτη (I) ιδιοσυχνότητα διεγείρεται από τη 12<sup>η</sup>, 6<sup>η</sup>, 4<sup>η</sup> τάξη.
- ❖ Παρατηρούμε ότι το διάγραμμα Campel που πράξαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο δίνει τα ίδια αποτελέσματα με την αρχική μελέτη.
- ❖ Παρατηρούμε ότι η μελέτη αναφέρεται μόνο στην πρώτη ιδιοσυχνότητα γιατί όπως δείχνουμε και εμείς στο διάγραμμα Campell η δεύτερη ιδιοσυχνότητα δεν διεγείρεται από το εύρος των στροφών που λειτουργεί το σύστημά μας.
- ❖ Μέσα από την εργασία βλέπουμε ότι και οι δυο μεθόδους μας δίνουν σωστά αποτελέσματα αλλά η δεύτερη υπερτερεί σε ακρίβεια της πρώτης.
- ❖ Το σύστημα μας διεγείρεται στις τάξεις που αποτελούν πολλαπλάσια του πλήθους των εμβόλων .
- ❖ Το σύστημα μας διεγείρεται στις τάξεις που αποτελούν πολλαπλάσια του πλήθους των εμβόλων (6)
- ❖ Το σύστημα μας διεγείρεται στην 4<sup>η</sup> τάξη που είναι ο αριθμός των πτερυγίων της προπέλας

Παρακάτω δημιουργήσαμε ένα εμπειριστατωμένο διάγραμμα Campel και οι τιμές που χρησιμοποιούνται είναι οι τιμές που παράξαμε από την δική μας μελέτη. Στόχος αυτού του διαγράμματος είναι η εύκολη ανάγνωση του και κατά συνέπεια ευκολία σύγκρισης των τιμών με τις τιμές της αρχικής μελέτης για τον κάθε αναγνώστη αυτής της εργασίας.

N	Mode 1	Orders		
		4th	6th	12th
20	325.3107	80	120	240
30	325.3107	120	180	360
40	325.3107	160	240	480
50	325.3107	200	300	600
60	325.3107	240	360	720
70	325.3107	280	420	840
80	325.3107	320	480	960
90	325.3107	360	540	1080
100	325.3107	400	600	1200
110	325.3107	440	660	1320

## Εμπεριστατωμένο Διάγραμμα Campel για την μελέτη της 1<sup>ης</sup> Ιδιουσχνότητας





**ΤΕΛΟΣ**

**ΕΥΧΑΡΙΣΤΟΥΜΕ**

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1 : Αρχή λειτουργείας ατμοκινητήρων.....	11
Εικόνα 2: Αρχή λειτουργείας μηχανών εσωτερικής καύσης.....	13
Εικόνα 3: Dougal Clerk 1854~1932 (wikipedia, n.d.).....	14
Εικόνα 4: John Ramsbottom 1814~1897 (wikipedia, n.d.) .....	14
Εικόνα 5: Nikolaus Otto 1832~1891 (alchetron, n.d.).....	14
Εικόνα 6: Rudolf Diesel 1858~1913 (wikipedia, n.d.) .....	14
Εικόνα 7: SS Kaiser Wihelm II Σαλόνι (mahlerfoundation, χ.χ.).....	15
Εικόνα 8: SS Kaiser Wihelm II Τραπέζαρια (mahlerfoundation, χ.χ.).....	16
Εικόνα 9: Συστημα μελέτης στρεπτικών ταλαντώσεων (ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΑΞΟΝΙΚΟΥ, 2019).....	17
Εικόνα 10: Στροφαλοφόρος Άξονας Πλοίου (bikeit, χ.χ.) .....	22
Εικόνα 11: Σχηματική λειτουργεία εμβόλου κατά τη διάρκεια της καύσης ενός τετράχρονου κινητήρα (Μ.Ε.Κ. Ι, χ.χ.) .....	23
Εικόνα 12: Μέρη Στροφαλοφόρου Άξονα.....	24
Εικόνα 13: Έλικα πλοίου .....	25
Εικόνα 14: Γεωμετρία Προπέλας (Κατσανδρή, 2016) .....	26

Εικόνα 15: Χαρακτηριστικό διάγραμμα πλάτους ταλάντωσης (physicsgg.me, χ.χ.) .....	28
Εικόνα 16: Απλή αρμονική ταλάντωση συστήματος μάζας ελατηρίου (sciencebuddies, χ.χ.)....	29
Εικόνα 17: Σύστημα μάζας ελατηρίου σε οριζόντια επιφάνεια (studypage, χ.χ.) .....	30
Εικόνα 18: Robert Hooke (en.wikipedia, n.d.) .....	31
Εικόνα 19: Σύστημα μάζας ελατηρίου και ακίνητη μάζα που εκτελεί ταλάντωση.....	32
Εικόνα 20: Μάζα πακτωμένη στο άκρο ατράκτου .....	34
Εικόνα 21: Σύστημα μάζας βραχίονα .....	35
Εικόνα 22: Σύστημα βραχίονα και δύο μαζών .....	35
Εικόνα 23: Χαρακτηριστικό διάγραμμα από διάφορα πλάτη ταλάντωσης.....	52
Εικόνα 24: Η μεταβολή του Rn σαν συνάρτηση του ω .....	56
Εικόνα 25: Αναγωγή συστήματος σε τρις μάζες. ....	59
Εικόνα 26: Δεδομένα διαγράμματος Campell .....	69
Εικόνα 27: Όλες οι ιδιοσυχνότητες .....	69

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

(χ.χ.). Ανάκτηση από studypage: <https://www.studypage.in/physics/oscillations-of-a-spring-mass-system>

A.P.French. (1987). *Vibrations and waves*. Massachusett.

alchetron. (χ.χ.). Ανάκτηση από <https://alchetron.com/Nikolaus-Otto>

Basshuysen, R. v. (2002). *Internal Combustion Engine Handbook*. Germany.

bikeit. (χ.χ.). Ανάκτηση από <https://www.bikeit.gr/etairies-diafora/item/18490-afieroma-o-mikroteros-kai-o-megalyteros-kinitiras-tou-kosmou>

E.P.I. Inc. (χ.χ.). Ανάκτηση από [http://www.epi-eng.com/propeller\\_technology/propeller\\_vibration\\_issues.htm](http://www.epi-eng.com/propeller_technology/propeller_vibration_issues.htm)

en.wikipedia. (χ.χ.). Ανάκτηση από [https://en.wikipedia.org/wiki/Robert\\_Hooke](https://en.wikipedia.org/wiki/Robert_Hooke)

mahlerfoundation. (χ.χ.). Ανάκτηση από <https://mahlerfoundation.org/mahler/locations/atlantic/s-s-kaiser-wilhelm-ii/>

physicsgg.me. (χ.χ.). Ανάκτηση από <https://physicsgg.me/2013/04/07/%CE%B7-%CE%B4%CE%B9%CE%B1%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B9%CE%BA%CE%AE-%CE%B5%CE%BE%CE%AF%CF%83%CF%89%CF%83%CE%B7-%CF%84%CE%B7%CF%82-%CE%B5%CE%BE%CE%B1%CE%BD%CE%B1%CE%B3%CE%BA%CE%B1%CF%83%CE%BC%CE%AD%CE%BD/>

Rao, S. S. (χ.χ.). *Mechanical Vibrations Fifth Edition*.

sciencebuddies. (χ.χ.). Ανάκτηση από [https://www.sciencebuddies.org/science-fair-projects/project-ideas/Phys\\_p064/physics/simple-harmonic-motion-springs](https://www.sciencebuddies.org/science-fair-projects/project-ideas/Phys_p064/physics/simple-harmonic-motion-springs)

sciencebuddies. (χ.χ.). Ανάκτηση από sciencebuddies: [https://www.sciencebuddies.org/science-fair-projects/project-ideas/Phys\\_p064/physics/simple-harmonic-motion-springs](https://www.sciencebuddies.org/science-fair-projects/project-ideas/Phys_p064/physics/simple-harmonic-motion-springs)

wikipedia. (χ.χ.). Ανάκτηση από [https://en.wikipedia.org/wiki/John\\_Ramsbottom\\_%28engineer%29](https://en.wikipedia.org/wiki/John_Ramsbottom_%28engineer%29)

wikipedia. (χ.χ.). Ανάκτηση από [https://en.wikipedia.org/wiki/Dugald\\_Clerk](https://en.wikipedia.org/wiki/Dugald_Clerk)

wikipedia. (χ.χ.). Ανάκτηση από [https://en.wikipedia.org/wiki/Rudolf\\_Diesel](https://en.wikipedia.org/wiki/Rudolf_Diesel)

Wolfram Alpha. (χ.χ.). Ανάκτηση από [https://www.wolframalpha.com/input/?i=%28110389\\*%CF%87-45.1480%29\\*%5B%28222.18\\*%CF%87-56.895%29\\*%28222.18\\*%CF%87-11.1470%29-124.2556%5D-45.1480\\*%5B%2810030.98\\*%CF%87-507.7796%29\\*%5D%3D0](https://www.wolframalpha.com/input/?i=%28110389*%CF%87-45.1480%29*%5B%28222.18*%CF%87-56.895%29*%28222.18*%CF%87-11.1470%29-124.2556%5D-45.1480*%5B%2810030.98*%CF%87-507.7796%29*%5D%3D0)

Κατσανδρή, Σ. (2016). *Διπλωματική Εργασία: ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΑΙ ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΠΕΛΑΣ*. Θεσσαλονικη.

M.E.K. I. (χ.χ.). Ανάκτηση από <https://blogs.sch.gr/atkermelid/files/2013/06/%CE%9C%CE%97%CE%A7%CE%91%C E%9D%CE%95%CE%A3-%CE%A3%CE%A9%CE%A4%CE%95%CE%A1%CE%99%CE%9A%CE%97%CE%A3-%CE%9A%CE%91%CE%A5%CE%A3%CE%97%CE%A3-%CE%99-%CE%9A%CE%95%CE%A6%CE%91%CE%9B%CE%91%CE%99%CE%9F-3%CE%BF.pdf>

(2019). *ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΣΤΡΕΠΤΙΚΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ ΑΞΟΝΙΚΟΥ*. N. A. Παϊκόπουλος. Ανάκτηση από <https://dspace.lib.ntua.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/48844/Complete%20March-2018.pdf?sequence=1&isAllowed=y>