



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική Εργασία

Ισοδύναμο Πλάτος Συνεργαζόμενου Ελάσματος

Effective Breadth of Stiffened Plating

Συγγραφέας:

Γεώργιος Κ. Κυπαρίσσης

A.M.: 19393005

Επιβλέπων: Δρ. Μηχ. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης

Αιγάλεω, 2024



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική εργασία

Ισοδύναμο Πλάτος Συνεργαζόμενου Ελάσματος

Συγγραφέας

Γεώργιος Κ. Κυπαρίσσης (Α.Μ.: 19393005)

Επιβλέπων

Αλέξανδρος Θεοδουλίδης,

Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Ημερομηνία εξέτασης

28/06/2024

Εξεταστική Επιτροπή

Αλέξανδρος Θεοδουλίδης,

Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Ιωάννης Γ. Τίγκας,

Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Θωμάς Π. Μαζαράκος,

Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

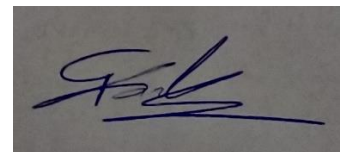
ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Γεώργιος Κ. Κυπαρίσσης του Κωνσταντίνου, με αριθμό μητρώου 19393005 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

Ο Δηλών



Γεώργιος Κ. Κυπαρίσσης

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλλαν στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Ευχαριστώ θερμά τον Επιβλέποντα Καθηγητή Δρ. Μιχ. Αλέξανδρο Θεοδουλίδη, για την άψογη συνεργασία μας όλο αυτό το διάστημα. Η συνεχής επικοινωνία, οι υποδείξεις, οι διορθώσεις αλλά και οι γνώσεις που μου προσέφερε μέσω του διδακτικού του έργου αποτέλεσαν βασικούς παράγοντες που οδήγησαν στην περάτωση του συγκεκριμένου εγχειρήματος.

Επίσης, ευχαριστώ από καρδιάς όλους όσους πίστεψαν σε εμένα και ιδίως την οικογένειά μου η οποία με την αμέριστη αγάπη, την ακλόνητη εμπιστοσύνη και την συνεχή στήριξή της καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου με βοήθησε να πραγματοποιήσω τον στόχο μου.

Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με την σημασία του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος. Αρχικά, θα αναφερθούν οι Θεμελιώδεις Αρχές της Μηχανικής που χρειάζονται για την κατανόηση της συγκεκριμένης έννοιας, δηλαδή το φαινόμενο της κάμψης ενισχυμένων ελασμάτων και της υστέρησης λόγω διάτμησης. Επίσης, αντικείμενο της εργασίας είναι η ανασκόπηση και η συγκριτική αξιολόγηση των σχετικών απαιτήσεων των Κοινών Κατασκευαστικών Κανονισμών, των σημαντικότερων Νηογνώμωνων που αποτελούν μέλη του *IACS* και του πειραματικού τύπου που προκύπτει από την εργασία του Ι. Γ. Τίγκα και Α. Θεοδουλίδη. Επίσης, θα γίνει χρήση και του σχετικού διαγράμματος του *Schade*. Οι απαιτήσεις αυτές θα συγκριθούν με μία συστηματική αριθμητική διερεύνηση με την χρήση του προγράμματος *Ansys*, το οποίο βασίζεται στην Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, θα γίνει η συστηματική μελέτη ενός μοντέλου αποτελούμενο από ένα συνεργαζόμενο έλασμα και πέντε (5) διαμήκη ενισχυτικά. Σκοπός είναι να αλλάξουν κάποιες βασικές παράμετροι του προβλήματος (μήκος κατασκευής, πάχος ελάσματος, στηρίξεις, φορτία, είδος ενισχυτικών κ.λ.π) ώστε να γίνει αντιληπτός ο τρόπος μεταβολής του ισοδύναμου πλάτους για το κεντρικό ενισχυτικό της κατασκευής. Τα αποτελέσματα του προγράμματος θα συγκριθούν με τους αντίστοιχους κανονισμούς και το διάγραμμα του *Schade*, τα οποία θα μας οδηγήσουν στα κατάλληλα αποτελέσματα και συμπεράσματα.

Λέξεις – Κλειδιά: Ισοδύναμο Πλάτος, Συνεργαζόμενο – Ενισχυμένο Έλασμα, Κεντρικό Ενισχυτικό, Κανονισμοί Νηογνώμωνων, Κοινοί Κατασκευαστικοί Κανονισμοί, Διάγραμμα *Schade*, Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Πρόγραμμα *Ansys*

Abstract

This diploma thesis deals with the importance of the effective breadth of stiffened plating. First, the Fundamental Principles of Mechanics needed to understand the specific concept, namely the phenomenon of bending of stiffened plates and shear lag, will be mentioned. Also, the subject of the work is the review and comparative evaluation of the relevant requirements of the Common Structural Rules, the most important Classification Societies who are members of IACS and the experimental formula resulting from the work of I. G. Tigkas and A. Theodoulides. Also, the relevant Schade's diagram will be used. These requirements will be compared with a systematic numerical investigation using the Ansys program, which is based on the Finite Element Method. More specifically, the systematic study of a model consisting of a cooperating plate and five (5) longitudinal stiffeners will be done. The purpose is to change some basic parameters of the problem (length, plate thickness, supports, loads, type of stiffeners, etc.) in order to understand the way of changing the effective breadth for the central stiffener of the structure. The results of the program will be compared with the respective regulations and Schade's diagram, which will lead us to the appropriate results and conclusions.

Key Words: *Effective Breadth, Cooperating – Stiffened Plating, Central Stiffener, Regulations of Classification Societies, Common Structural Rules, Schade's Diagram, Finite Element Method, Ansys Program*

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1: Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΝΗΟΓΝΩΜΟΝΑ.....	1
Κεφάλαιο 2: ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΝΩΣΗ ΝΗΟΓΝΩΜΟΝΩΝ (<i>INTERNATIONAL ASSOCIATION OF CLASSIFICATION SOCIETIES – IACS</i>).....	2
Κεφάλαιο 3: ΚΟΙΝΟΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΙ (<i>COMMON STRUCTURAL RULES – CSR</i>).....	5
3.1 Εφαρμογή των <i>Common Structural Rules (CSR)</i>	6
3.2 Σχεδιασμός Καταστάσεων Φόρτωσης (<i>Design Load Scenarios</i>).....	9
3.3 Στατιστική Μέθοδος Σχεδιασμού.....	10
3.4 <i>Hold Mass Curves</i>	10
3.5 Υπολογισμός <i>Shear Flow</i>	11
Κεφάλαιο 4: ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ.....	13
4.1 Κάμψη.....	13
4.1.1 Απλή Θεωρία Κάμψης (<i>Simple Beam Theory</i>).....	13
4.1.2 Καμπύλη Τάσης – Παραμόρφωσης (<i>Stress – Strain Curve</i>).....	14
4.1.3 Κριτήριο <i>Von Mises</i>	15
4.2 Κάμψη ενισχυμένων ελασμάτων.....	16
4.2.1 Ανισοτροπία.....	16
4.2.2 Βασικές Σχέσεις.....	17
4.2.3 Κατευθυντικές Δυσκαμψίες.....	19
4.2.4 Μέθοδος <i>Navier</i>	19
4.2.5 Διαγράμματα <i>Schade</i>	20
4.3 Διάτμηση.....	26
4.3.1 Δοκός με Συμπαγή Ορθογωνική Διατομή.....	27
4.3.2 Διατομή με Κλειστά Κελιά.....	29
4.3.3 Κέντρο Διάτμησης.....	30

4.3.4	Υστέρηση λόγω Διάτμησης (<i>Shear Lag</i>)	30
4.4	Ισοδύναμο Πλάτος Συνεργαζόμενου Ελάσματος	32
4.4.1	<i>Effective Width</i>	35
4.4.2	Ισοδύναμο Πλάτος & Κανονισμοί.....	36
Κεφάλαιο 5: ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ		44
5.1	Ιστορική Αναδρομή	44
5.2	Βασικές Αρχές	46
5.2.1	Βασικά Βήματα Μεθόδου	46
5.2.2	Φορτίσεις, Μετατοπίσεις, Μητρώο Δυσκαμψίας	47
5.2.3	Συναρτήσεις σχήματος (<i>Shape Functions</i>).....	48
5.2.4	Γεωμετρία.....	49
5.2.5	Διακριτοποίηση – Κατασκευή Πλέγματος.....	49
5.2.6	Ιδιότητες Υλικών	51
5.2.7	Τελικοί Έλεγχοι.....	52
5.3	Στοιχείο Δοκός (<i>Beam Element</i>).....	52
5.4	Διδιάστατο Στοιχείο (<i>Shell ή Plate Element</i>)	56
5.5	Βελτιστοποίηση Κατασκευών	59
5.6	Πρόγραμμα <i>Ansys</i>	60
5.7	Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων & <i>Common Structural Rules (CSR)</i>	61
5.7.1	Είδη Μοντέλων.....	62
5.7.2	Είδη Στοιχείων.....	63
5.7.3	Μοντέλο Τριών Αμπαριών (<i>Coarse Model</i>)	64
5.7.4	Οριακές Συνθήκες.....	65
5.7.5	Φορτίσεις.....	66
5.7.6	Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων	67
5.7.7	Λεπτομερές Μοντέλο (<i>Fine Model</i>)	68
5.7.8	Πολύ Λεπτομερές Μοντέλο (<i>Very Fine Model</i>).....	69

Κεφάλαιο 6: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Τ’	70
6.1 Αρχικό Μοντέλο	70
6.1.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων	71
6.1.2 Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	79
6.2 Αλλαγή στήριξης του μοντέλου	92
6.2.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων	92
6.2.2 Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	93
6.3 Αλλαγή φορτίου του μοντέλου	98
6.3.1 Απλά εδρασμένη κατασκευή – Παρουσίαση αποτελεσμάτων	99
6.3.2 Απλά εδρασμένη κατασκευή – Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους	101
6.3.3 Πακτωμένη κατασκευή – Παρουσίαση αποτελεσμάτων	106
6.3.4 Πακτωμένη κατασκευή – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	107
6.4 Αλλαγή πάχους του ελάσματος	113
6.4.1 Πάχος ελάσματος 10 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων	114
6.4.2 Πάχος ελάσματος 10 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	115
6.4.3 Πάχος ελάσματος 20 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων	120
6.4.4 Πάχος ελάσματος 20 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	121
6.5 Αλλαγή μήκους του μοντέλου	127
6.5.1 Μήκος μοντέλου 2500 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων	129
6.5.2 Μήκος μοντέλου 2500 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	130
6.5.3 Μήκος μοντέλου 7500 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων	136
6.5.4 Μήκος μοντέλου 7500 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	137
Κεφάλαιο 7: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Γ’	143
7.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων	144
7.2 Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	145
Κεφάλαιο 8: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Γ’	152
8.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων	153

8.2	Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους	156
	Κεφάλαιο 9: ΤΕΛΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ	162
9.1	Συγκεντρωτικοί πίνακες	162
9.2	Συγκριτικά διαγράμματα κατανομής ορθών τάσεων	164
	Κεφάλαιο 10: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	170
	Κεφάλαιο 11: ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	172
	Κεφάλαιο 12: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	173
	Παράρτημα 1: ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ	178
	Παράρτημα 2: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Τ’	180
	Παράρτημα 3: ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΟΡΘΩΝ ΤΑΣΕΩΝ	189

Κεφάλαιο 1: Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΝΗΟΓΝΩΜΟΝΑ

Οι Νηογνώμονες (γνωστοί και ως «Κλάση») είναι μη κυβερνητικοί, ιδιωτικοί οργανισμοί που έχουν ως βασικό στόχο την παροχή τεχνικών υπηρεσιών στο ναυτιλιακό χώρο σε θέματα αποφυγής περιβαλλοντικής ρύπανσης και θαλάσσιας ασφάλειας. Κύριο μέλημα όλων των Νηογνώμωνων είναι η πιστοποίηση του βαθμού αξιοπλοΐας, που επιτυγχάνεται μέσω λειτουργικών, νομικών και τεχνικών απαιτήσεων με τις οποίες τα πλοία είναι απαραίτητο να συμμορφώνονται. Έτσι, εκδίδουν πιστοποιητικά και μπορούν να κάνουν την ταξινόμηση (*Classification*) των πλοίων.

Οι κανονισμοί παράγονται μέσω στατιστικών και εμπειρικών δεδομένων που προκύπτουν από τα πλοία που διαχειρίζεται ο κάθε Νηογνώμονας. Κάθε κλάση μπορεί να έχει τους δικούς κανονισμούς και κανόνες, αλλά προς αποφυγή της ανταγωνιστικότητας, η οποία θα μπορούσε να επιφέρει αρνητικά αποτελέσματα στην ασφάλεια των πλοίων, και την εδραίωση της αντικειμενικότητας, κάθε κλάση ακολουθεί μία κοινή πολιτική. Η συνεργασία μεταξύ τους είναι απαραίτητη ώστε τα πλοία να είναι αξιόπλοα και ταυτόχρονα να ικανοποιούνται τα συμφέροντα της ναυτιλίας και όλων των φορέων αυτής (ναυπηγεία, πλοιοκτήτες, λιμενικές αρχές κ.λ.π).

Κεφάλαιο 2: ΔΙΕΘΝΗΣ ΕΝΩΣΗ ΝΗΟΓΝΩΜΟΝΩΝ (INTERNATIONAL ASSOCIATION OF CLASSIFICATION SOCIETIES – IACS)

Η διεθνής Ένωση Νηογνώμωνων (IACS) αποτελεί ένα μη κυβερνητικό οργανισμό αποτελούμενο από δώδεκα μέλη. Πάνω από το 90% του παγκόσμιου στόλου πρέπει να ικανοποιεί της απαιτήσεις που ορίζουν οι Νηογνώμονες του IACS.

Τα σημερινά μέλη του IACS είναι τα παρακάτω: (*International Association of Classification Societies – IACS*)

1. *American Bureau of Shipping (ABS)* – Αμερικάνικος Νηογνώμονας
2. *Bureau Veritas (BV)* – Γαλλικός Νηογνώμονας
3. *China Classification Society (CCS)* – Κινέζικος Νηογνώμονας
4. *Croatian Register of Shipping (CRS)* – Κροατικός Νηογνώμονας
5. *Det Norske Veritas & Germanischer Lloyd (DNV GL)* – Νορβηγικός & Γερμανικός Νηογνώμονας
6. *Indian Register of Shipping (IRClass)* – Ινδικός Νηογνώμονας
7. *Korean Register (KR)* – Κορεάτικος Νηογνώμονας
8. *Lloyd’s Register (LR)* – Βρετανικός Νηογνώμονας
9. *Nippon Kaiji Kyokai (ClassNK)* – Ιαπωνικός Νηογνώμονας
10. *Polish Register of Shipping (PRS)* – Πολωνικός Νηογνώμονας
11. *RINA Services S.p.A (RINA)* – Ιταλικός Νηογνώμονας
12. *Turk Loydu (TURK LOYDU)* – Τούρκικος Νηογνώμονας



ABS
American Bureau of Shipping
www.eagle.org
abs-worldhq@eagle.org



BV
Bureau Veritas
www.veristar.com
veristarinfo@bureauveritas.com



CCS
China Classification Society
www.ccs.org.cn/ccswzen/
ccs@ccs.org.cn



Croatian Register of Shipping

CRS
Croatian Register of Shipping
www.crs.hr
iacs@crs.hr



DNV

www.dnv.com
iacs@dnv.com



IRCLASS
Indian Register of Shipping

IRS
Indian Register of Shipping
www.irclass.org
ho@irclass.org



KR
Korean Register
www.krs.co.kr
krsiacs@krs.co.kr



LR
Lloyd's Register
www.lr.org
Lloydsreg@lr.org

ClassNK

NK
Nippon Kaiji Kyokai
www.classnk.or.jp
xad@classnk.or.jp



PRS
Polish Register of Shipping
www.prs.pl
iacs@prs.pl



RINA
RINA Services S.p.A.
www.rina.org
info@rina.org



TÜRK LOYDU

TÜRK LOYDU
www.turkloydu.org
info@turkloydu.org

Εικόνα 2.1: Μέλη Νηογνωμόνων του IACS (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Θα πρέπει να αναφέρουμε πως μέχρι πρότινος μέλος του IACS ήταν και ο Ρωσικός Νηογνώμονας (*Russian Maritime Register of Shipping – RMRS*). Όμως, λόγω των κυρώσεων που επιβλήθηκαν από το Ηνωμένο Βασίλειο, έδρα της Διεθνής Ένωσης Νηογνωμόνων, μετά της εξελίξεις στην Ουκρανία, αποφασίστηκε η απόσυρσή του. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Η Διεθνής Ένωση Νηογνωμόνων άρχισε να παρουσιάζεται από το 1930 μέσω της Διεθνούς Σύμβασης Γραμμής Φόρτωσης (*International Load Line Convention*), όπου αποδείχθηκε για πρώτη φορά η σημαντικότητα της συνεργασίας των κλάσεων. Το 1939 με πρωτοβουλία του Ιταλικού Νηογνώμονα, αποφασίστηκε η περαιτέρω συνεργασία μεταξύ του Αμερικάνικου, Γαλλικού, Γερμανικού, Ιαπωνικού, Βρετανικού και Νορβηγικού Νηογνώμονα. Ακολούθησε

ένα ακόμα μεγάλο συνέδριο το 1955, όπου οδήγησε στην δημιουργία κοινών επιτροπών για συγκεκριμένα θέματα. Τελικά, το 1968 δημιουργήθηκε και επίσημα η Διεθνής Ένωση Νηογνώμωνων, η οποία αρχικά απαρτιζόταν από τα επτά (7) μέλη που αναφέρθηκαν. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Ο ρόλος του *IACS* στον ναυτιλιακό χώρο είναι να: (*International Association of Classification Societies – IACS*)

- Θεσπίζει τις ελάχιστες τεχνικές προδιαγραφές των πλοίων όσο αναφορά τον σχεδιασμό, την κατασκευή, την συντήρηση και την επιθεώρηση αυτών.
- Βελτιώνει την ασφάλεια στη θάλασσα και προλαμβάνει την θαλάσσια ρύπανση.
- Διασφαλίζει την διατήρηση υψηλών επαγγελματικών προτύπων και επαγγελματικής ακεραιότητας μέσω του *Quality System Certification Scheme (QSCS)*, με το οποίο πρέπει να συμμορφώνονται όλα τα μέλη του.

Είναι σημαντικό να αναφερθεί πως ο *IACS* είναι αναγνωρισμένος ως ο κύριος τεχνικός σύμβουλος του *IMO (International Marine Organization)*.

Κεφάλαιο 3: ΚΟΙΝΟΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΟΙ ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΙ (COMMON STRUCTURAL RULES – CSR)

Την κινητήριος δύναμη για τις Νηογνώμονες αποτελούσε η ανταγωνιστικότητα για καινοτομία. Λόγω των προβλημάτων που προέκυπτε από αυτό, και ιδιαίτερα μετά από μία σειρά ατυχημάτων κατά την δεκαετία του 1990, ήταν δεδομένο ότι ο ναυτιλιακός χώρος έπρεπε να υιοθετήσει κοινά πρότυπα ναυπήγησης. (Hughes, 2010)

Η θέσπιση των *Common Structural Rules (CSR)* βασίστηκε στην ανάγκη ανάπτυξης ενός ενιαίου συνόλου κατασκευαστικών κανονισμών ώστε να υπάρχει μία κοινή λογική σχεδίασης, και να μην εξαρτάται από τους κανονισμούς του εκάστοτε νηογνώμονα, όπως συνέβαινε παλαιότερα. Έτσι, στις 14 Δεκεμβρίου 2005 αποφασίστηκε ομόφωνα από το συμβούλιο του *IACS* η υιοθέτηση των Κοινών Κατασκευαστικών Κανονισμών (*CSR*), με την εφαρμογή τους να χρονολογείται από 1 Απριλίου 2006 εδραιώνοντας κατ' αυτό τον τρόπο ένα ασφαλέστερο και πληρέστερο επίπεδο κατασκευής των πλοίων, βασισμένο πάντα στις Αρχές της Μηχανικής. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Οι συγκεκριμένοι κανονισμοί ισχύουν για πλοία μεταφοράς χύδην φορτίου (*Common Structural Rules for Bulk Carrier – CSR-BC*) και για δεξαμενόπλοια διπλού τοιχώματος (*Common Structural Rules for Oil Tankers – CSR-OT*). Οι κανονισμοί εισήγαγαν ένα αυστηρότερο επίπεδο ελάχιστων απαιτήσεων για την αντοχή του πλοίου σε κόπωση (*Fatigue Assessment*), για τον υπολογισμό του ορίου διάβρωσης (*Corrosion Addition*) και για τον προσδιορισμό των διαστάσεων των κατασκευαστικών στοιχείων (*Prescriptive Scantling Requirements*), αλλά και την κατασκευή με την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Οι προηγούμενες απαιτήσεις αναθεωρήθηκαν και τροποποιήθηκαν ώστε να συμφωνούν με το νέο επίπεδο των *CSR*. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Τα δύο σύνολα των κανονισμών (*CSR-BC & CSR-OT*) αρχικά δημιουργήθηκαν ανεξάρτητα, όμως στην συνέχεια ο *IACS* για να επιτευχθεί η συνέπεια και να αποφευχθούν οι παραλλαγές μεταξύ των κανονισμών αποφάσισε να τους εναρμονίσει. Έτσι, την 1^η Ιουλίου 2015, οι κανονισμοί αποτελούσαν ένα ενιαίο σύνολο (*Common Structural Rules–Harmonized – CSR-H*) που απαρτιζόταν από δύο μέρη. Το 1^ο μέρος παρέχει κοινές απαιτήσεις τόσο για πλοία μεταφοράς χύδην φορτίου και δεξαμενόπλοιων διπλού τοιχώματος, ενώ το 2^ο μέρος παρέχει πρόσθετες εξειδικευμένες απαιτήσεις για τα πλοία τύπου *Bulk Carrier* ή τα πλοία τύπου *Double Hull Oil Tankers*. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Η Διεθνής Ένωση Νηογνομόνων μέσω του *IACS CSR Knowledge Center (KC)* υλοποίησε το πρόγραμμα συντήρησης των κανονισμών *CSR-OT* και *CSR-BC*. Μέσω του *CSR KC* υπάρχει η δυνατότητα να δημοσιεύονται όλες οι ερωτήσεις και απαντήσεις στην ιστοσελίδα του οργανισμού προκειμένου να βοηθήσουν στην ομοιόμορφη και συνεπή εφαρμογή των κανονισμών από όλα τα μέλη του *IACS*. Επίσης, αυτό το «Κέντρο Γνώσης» λειτουργεί και ως αποθετήριο ερωτήσεων, παρατηρήσεων και σχολίων των κανονισμών που και αυτά με την σειρά τους συμβάλλουν στην εξέλιξη και διατήρηση των *CSR* οδηγώντας σε ακόμη πιο εύστοχες απαιτήσεις. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

3.1 Εφαρμογή των *Common Structural Rules (CSR)*

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω τα *CSR* χωρίζονται σε δύο βασικά μέρη:

1. Γενικές απαιτήσεις κύτους για όλους τους τύπους πλοίων (*BC & D-H OT*)
2. Ειδικές απαιτήσεις ανάλογα τον τύπο πλοίου

Το κάθε μέρος είναι δομημένο σε αναλυτικά κεφάλαια (*Chapters*) που το καθένα από αυτά περιγράφει με αναλυτικό τρόπο το αντικείμενο που πραγματεύεται.

Συγκεκριμένα, τα κεφάλαια στο 1^ο μέρος των *CSR* είναι τα εξής:

- Κεφάλαιο 1: Γενικές Αρχές Κανονισμών
- Κεφάλαιο 2: Σχεδιασμός Γενικής Διάταξης
- Κεφάλαιο 3: Αρχές Κατασκευαστικού Σχεδιασμού
- Κεφάλαιο 4: Φορτία
- Κεφάλαιο 5: Αντοχή Γάστρας ως Δοκός (Διαμήκης Αντοχή)
- Κεφάλαιο 6: Τοπική Διαστασιολόγηση Γάστρας (Τοπική/ Εγκάρσια Αντοχή)
- Κεφάλαιο 7: Άμεση Ανάλυση Αντοχής
- Κεφάλαιο 8: Λυγισμός
- Κεφάλαιο 9: Κόπωση
- Κεφάλαιο 10: Λοιπές Κατασκευαστικές Δομές
- Κεφάλαιο 11: Υπερκατασκευή, Καταστρώματα, Εξοπλισμός Γάστρας
- Κεφάλαιο 12: Κατασκευή
- Κεφάλαιο 13: Κριτήρια Ανανέωσης

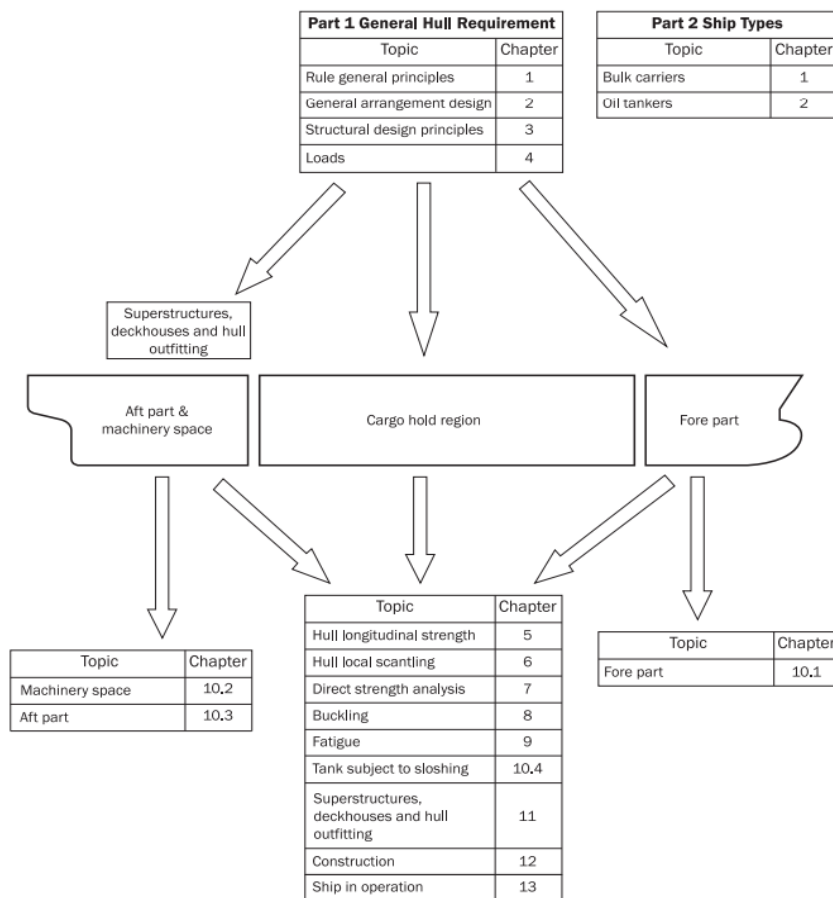
Οι διατάξεις των κεφαλαίων 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 12, 13 και η ενότητα 4 του κεφαλαίου 10 εφαρμόζονται καθ' όλο το μήκος του πλοίου, ενώ τα Κεφάλαια 7, 9, 10 (πέραν της ενότητας

4) και 11 ορίζουν το δικό τους πεδίο εφαρμογής. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Τα κεφάλαια του 2^{ου} μέρους των *CSR* είναι τα παρακάτω:

- Κεφάλαιο 1: Πλοία Μεταφοράς Χύδην Φορτίου (*Bulk Carriers*)
- Κεφάλαιο 2: Δεξαμενόπλοια Μεταφοράς Πετρελαίου (*Oil Tankers*)

Στην παρακάτω εικόνα φαίνονται οι κανονισμοί με τους οποίους θα πρέπει να συμμορφώνεται το κάθε μέρος του πλοίου:



Εικόνα 3.1: Τα μέρη του πλοίου και η συμμόρφωση αυτών με τα αντίστοιχα κεφάλαια των κανονισμών *CSR* (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Τα μέρη που διαιρείται το πλοίο για την εφαρμογή των κανονισμών είναι:

- Μπροστινό Μέρος (*Fore Part*)
- Πίσω μέρος (*Aft Part*)
- Χώρος Μηχανοστασίου (*Machinery Space*)
- Χώρος Φορτίου (*Cargo Hold Region*)
- Υπερκατασκευές & Υπερστεγάσματα (*Superstructures*)

Οι Κοινοί Κατασκευαστικοί Κανονισμοί (CSR) εφαρμόζονται σε:

- Πλοία μεταφοράς χύδην φορτίου (*Bulk Carrier*) και δεξαμενόπλοια διπλού τοιχώματος (*Double Hull Oil Tankers*)
- Αυτοπροωθούμενα πλοία χωρίς περιορισμούς πλοήγησης
 - «Χωρίς περιορισμούς πλοήγησης» σημαίνει ότι το πλοίο έχει την δυνατότητα πλεύσης σε οποιοδήποτε ωκεανό και εποχή, με τον μόνο περιορισμό να είναι η λειτουργία του πλοίου σε πάγο. (*International Association of Classification Societies – IACS*)
- Πλοία με συμβόλαιο κατασκευής από 1 Ιουλίου 2015
 - «Συμβόλαιο κατασκευής» θεωρείται η ημερομηνία που υπογράφεται η σύμβαση κατασκευής του πλοίου ανάμεσα σε ναυπηγείο και πλοιοκτήτη. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Επίσης, τα CSR εφαρμόζονται σε πλοία των οποίων η κατασκευή είναι από συγκολλημένες κατασκευές χάλυβα, με την κατασκευή να είναι εγκάρσια ή διαμήκης και να περιλαμβάνει ενδιάμεσους νομείς και εγκάρσιες φρακτές. (*International Association of Classification Societies – IACS*)

Οι βασικές τεχνικές προϋποθέσεις για να ισχύουν οι κανονισμοί CSR είναι:

- *Bulk Carrier* με μήκος μεγαλύτερο των 90 (m)
- *Oil Tankers* με μήκος μεγαλύτερο των 150 (m)
- Η μορφολογία των πλοίων πρέπει να ακολουθεί τους περιορισμούς των $L < 500$ (m), $C_B > 0.6$, $L/B > 5$, $B/D < 2.5$
- Η σχεδίαση γίνεται με την θεώρηση ότι το πλοίο πλέει στον Βόρειο Ατλαντικό Ωκεανό
- Η πυκνότητα του νερού είναι $\rho = 1.025$ (t/m^3)
- Η διάρκεια ζωής του πλοίου ανέρχεται στα 25 έτη
- Δεν λαμβάνονται υπόψη η ανάπτυξη θερμικών τάσεων, οι επιδράσεις του ανέμου και των θαλάσσιων ρευμάτων και οι φορτίσεις λόγω πάγου

Δύο βασικές υποθέσεις που πρέπει να ακολουθούνται κατά την σχεδίαση ενός πλοίου με βάση τους Κοινούς Κατασκευαστικούς Κανονισμούς (CSR) είναι:

- Η θέση του μηχανοστασίου να είναι προς την πρόμνη των δεξαμενών
- Να υπάρχουν διπύθμενα

Να τονίσουμε πως παρότι τα *CSR* εφαρμόζονται για τα *Bulk Carriers*, υπάρχουν κάποια πλοία που ταξινομούνται ως *Bulk Carriers* αλλά δεν είναι απαραίτητο να ακολουθούν τις συγκεκριμένες απαιτήσεις. Τέτοια πλοία είναι τα *Ore-Bulk-Oil (OBO) Carriers* (μεταφορά διαφορετικών φορτίων), αυτά που μεταφέρουν ξυλεία ή παρόμοιο φορτίο, τα *Combination Carriers* (μεταφορά υγρού/ ξηρού φορτίου), αυτά που έχουν εγκαταστάσεις για αυτόματη εκφόρτωση και τέλος τα *Bulk Carriers* που μεταφέρουν φορτίο χαμηλής πυκνότητας (το βάρος του δεν ξεπερνάει τους 10 τόνους). (*Marine Insight*, 2019)

3.2 Σχεδιασμός Καταστάσεων Φόρτωσης (*Design Load Scenarios*)

Οι κανονισμοί *CSR-H* μελετούν τις διάφορες καταστάσεις φόρτωσης ενός πλοίου. Τα παρακάτω σενάρια ισχύουν για *Bulk Carrier* και *Oil Tankers*. Πιο συγκεκριμένα, οι καταστάσεις αυτές είναι: (*Marine Insight*, 2019)

- *Static Load Scenario*: Το πλοίο στην συγκεκριμένη περίπτωση βρίσκεται στο λιμάνι ή αγκυροβολημένο ώστε να φορτώσει. Η κατάσταση αυτή είναι ανεξάρτητη από τον χρόνο.
- *Static and Dynamic Load Scenario*: Στην δεδομένη κατάσταση, το πλοίο βρίσκεται στην θάλασσα. Οι δυνάμεις που δέχεται το πλοίο χωρίζονται σε δύο μέρη. Είναι οι στατικές οι οποίες είναι από το φορτίο του (εμφάνιση υδροστατικών πιέσεων) και οι δυναμικές που δημιουργούνται λόγω των κυματισμών. Η συγκεκριμένη κατάσταση είναι συναρτήσεως του χρόνου. Να τονίσουμε πως οι παλαιοί κανονισμοί δεν συμπεριλάμβαναν την μεταβλητή του χρόνου για τα δυναμικά φορτία που δεχόταν το πλοίο, γεγονός που κάνει πλέον την μελέτη πολύ πιο ρεαλιστική.
- *Impact Load Scenario*: Γίνεται χρήση εμπειρικών μεθόδων με τις οποίες μπορούν να υπολογιστούν διάφορα είδη καταπονήσεων που δέχεται το πλοίο με μεγάλη συχνότητα καθώς βρίσκεται στην θάλασσα.
- *Sloshing Load Scenario*: Είναι η κατάσταση κατά την οποία υπάρχει κίνηση ρευστού που βρίσκεται μέσα σε δεξαμενή.
- *Fatigue Load Scenario*: Το συγκεκριμένο σενάριο πραγματεύεται την αστοχία της κατασκευής λόγω κόπωσης. Χρησιμοποιούνται μέθοδοι που περιλαμβάνουν καμπύλες *S-N*, τον κανόνα *Palmgren – Miner’s* και μία μακροπρόθεσμη καμπύλη κατανομής της πίεσης για την ανάπτυξη κόπωσης.

Σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις έχει διευκρινιστεί το επιτρεπτό όριο φόρτωσης.

3.3 Στατιστική Μέθοδος Σχεδιασμού

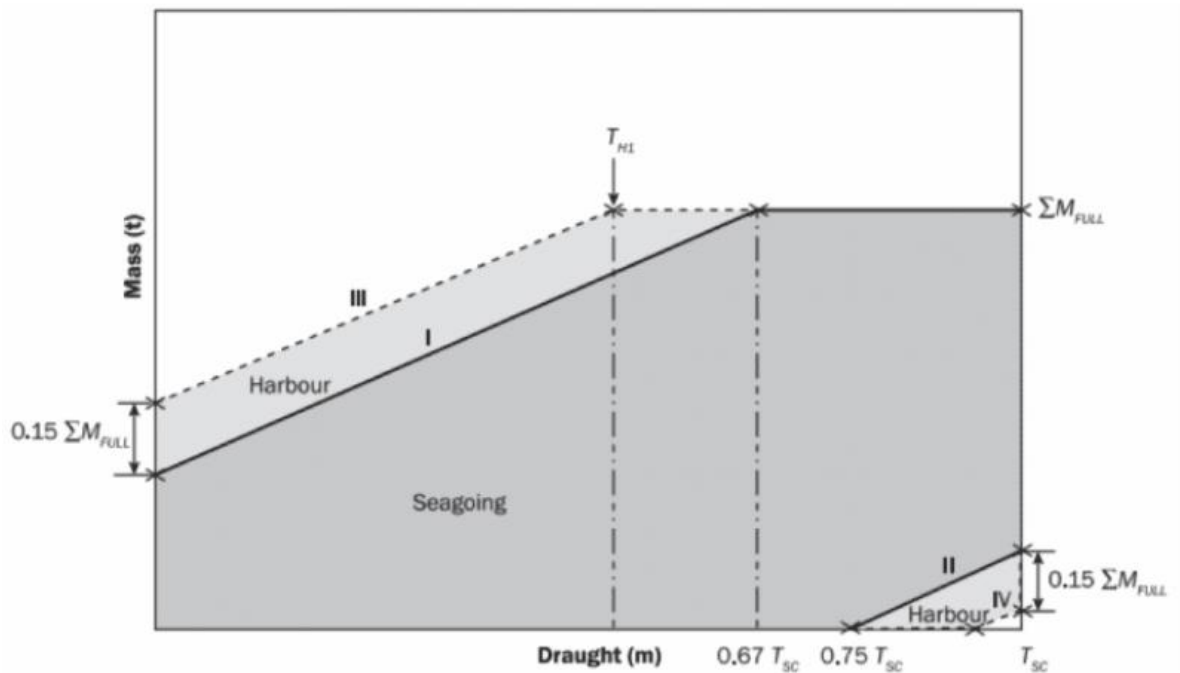
Ο προσδιορισμός της πιθανότητας αστοχίας στους νέους εναρμονισμένους κανονισμούς *CSR* βασίζεται στην χρήση στατιστικών μεθόδων, σε αντίθεση με παλαιότερα όπου η αντοχή του πλοίου υπολογιζόταν με βάση εμπειρικές μελέτες. (*Marine Insight*, 2019)

Οι στατιστικές μεθοδολογίες που ακολουθούν τα *CSR* είναι: (*Marine Insight*, 2019)

- *Allowable Stress Design (ASD)* ή *Working Stress Design (WSD)*: Η συγκεκριμένη μέθοδος χρησιμοποιεί συντελεστή ασφαλείας για τον υπολογισμό του μέγιστου φορτίου. Θα πρέπει η δύναμη και η αντίσταση της κατασκευής να είναι μεγαλύτερες από τις τιμές των πιέσεων και του φορτίου. Χρησιμοποιείται σε όλες τις καταστάσεις φόρτωσης.
- *Partial Safety Factor (PSF)* ή *Load and Resistance Factored Design Method (LRFD)*: Είναι μία εξελιγμένη μεθοδολογία για την μελέτη αντοχής της κατασκευής και την μοντελοποίηση των φορτίων, βασισμένη στην μέθοδο *ASD*. Η βασική διαφορά με την προηγούμενη μέθοδο είναι ότι γίνεται πρόσθεση όλων των παραγόμενων φορτίων τα οποία δεν πρέπει να ξεπερνούν την αντοχή του πλοίου.

3.4 *Hold Mass Curves*

Ο συγκεκριμένος κανονισμός ισχύει για πλοία άνω των 150 (*m*) και περιγράφει την διαδικασία με την οποία προσδιορίζεται η μέγιστη και η ελάχιστη ποσότητα φορτίου σε κάθε αμπάρι ως συνάρτηση του βυθίσματος στο μέσο της συγκεκριμένης δεξαμενής. Επίσης, μελετά και την περίπτωση φόρτωσης δύο συνεχόμενων αμπαριών. Τα αποτελέσματα αυτά είναι απαραίτητα να αναφέρονται στο εγχειρίδιο φόρτωσης του πλοίου.



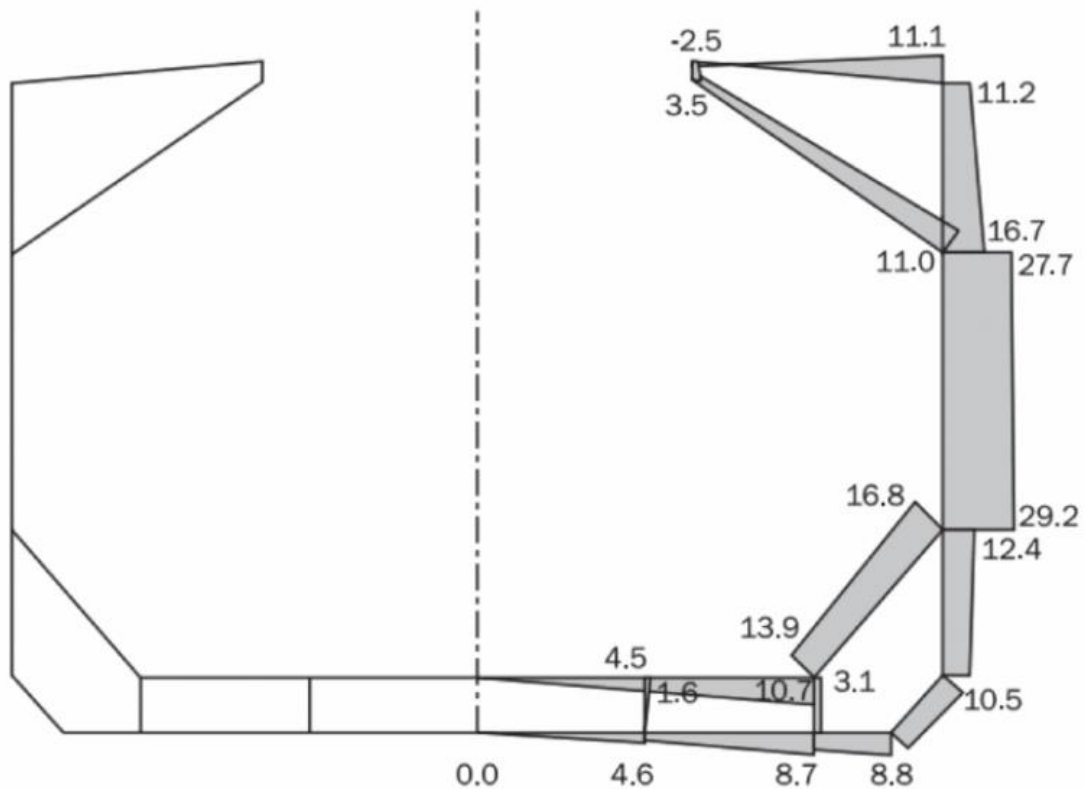
Εικόνα 3.2: Hold Mass Curve για Bulk Carrier (Πηγή: <https://www.marineinsight.com/>)

3.5 Υπολογισμός Shear Flow

Ο υπολογισμός του *Shear Flow* (ροή διάτμησης) είναι σημαντικός διότι όταν η γάστρα του πλοίου υπόκειται σε διαμήκη ροπή κάμψης, θα πρέπει να μελετηθεί και η κατεύθυνση της ροής διάτμησης διότι έχουμε δημιουργία τάσεων σε κάθε τμήμα της γάστρας. (*Marine Insight*, 2019)

Η διαμήκης ροπή κάμψης είναι βασική παράμετρος για την διαστασιολόγηση των διαμήκων κατασκευαστικών μελών, ενώ οι τάσεις για τα ενισχυτικά. (*Marine Insight*, 2019)

Παλαιότερα, ενώ γινόταν ο υπολογισμός των τάσεων, δεν λαμβανόταν υπόψιν η ροή διάτμησης. Πλέον, μέσω της μελέτης μεμονωμένων εγκάρσιων τμημάτων γίνεται ο υπολογισμός του *Shear Flow* σε κάθε κατασκευαστικό μέλος ξεχωριστά, δημιουργώντας έτσι το διάγραμμα ροής καθαρής διάτμησης. (*Marine Insight*, 2019)



Εικόνα 3.3: Διάγραμμα ροής καθαρής διάτμησης σε μέση τομή ενός Bulk Carrier (Πηγή: <https://www.marineinsight.com/>)

Συμπερασματικά, οι Εναρμονισμένοι Κοινοί Κατασκευαστικοί Κανονισμοί (CSR-H) βρίσκονται στο *Level II*, με το *Level I* να είναι οι κανονισμοί που εφαρμοζόντουσαν παλαιότερα. Στόχος είναι οι CSR να ανέλθουν στο *Level III*, δηλαδή την εφαρμογή αντίστοιχων κανονισμών και για τους υπόλοιπους τύπους πλοίων, πέραν των *Bulk Carriers* και *Oil Tankers*.

Κεφάλαιο 4: ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

Το παρόν κεφάλαιο πραγματεύεται τις Βασικές Αρχές Μηχανικής οι οποίες θα μας απασχολήσουν στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας. Πιο συγκεκριμένα, θα αναλύσουμε την κάμψη ελασμάτων με ενισχυτικά (ορθοτροπικά), την έννοια της διάτμησης, την υστέρηση σε διάτμηση αλλά και την έννοια του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος, που αποτελεί και το βασικό αντικείμενο της εργασίας.

4.1 Κάμψη

Η εφαρμογή κάθετων δυνάμεων ή ροπών σε ένα μακρόστενο σώμα προκαλεί εφελκυσμό από την μία πλευρά του (κάτω ίνα) και θλίψη από την άλλη (πάνω ίνα). Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται κάμψη και μπορεί να προκαλέσει ελαστική ή πλαστική παραμόρφωση ή ακόμα και θραύση της κατασκευής.

4.1.1 Απλή Θεωρία Κάμψης (*Simple Beam Theory*)

Οι προϋποθέσεις για να ισχύει η Απλή Θεωρία της Κάμψης (*Simple Beam Theory*) είναι οι παρακάτω: (Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδοουλίδης)

- Πρισματική δοκός (μεγάλο παράλληλο τμήμα/ ομοιόμορφες τομές)
- Οι εγκάρσιες παραμορφώσεις είναι αμελητέες
- Οι επίπεδες τομές παραμένουν επίπεδες
- Το υλικό είναι ελαστικό
- Το μέτρο ελαστικότητας του υλικού είναι ίδιο σε εφελκυσμό και θλίψη
- Δεν υπάρχει αλληλεπίδραση των καμπτικών παραμορφώσεων/ τάσεων με τις διατμητικές

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την απλή θεωρία κάμψης είναι οι παρακάτω:

$$\bullet \quad q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} \quad (4.1)$$

$$\checkmark \quad Q = \int q * dx \quad (4.2)$$

$$\checkmark \quad M = \int Q * dx \quad (4.3)$$

$$\bullet \quad \sigma_x = \frac{M(x)}{I} * Z = \frac{M(x)}{SM} \quad (4.4)$$

$$\checkmark \quad M(x) = EI * \frac{d^2w}{dx^2} \quad (4.5)$$

- ✓ q : Φορτίο ανά τρέχον μέτρο [N/m]
- ✓ Q : Διατμητική δύναμη [N]
- ✓ M : Καμπτική ροπή [$N*m$]
- ✓ w : Βέλος κάμψης [m]
- ✓ I : Ροπή αδράνειας διατομής [m^4]
- ✓ SM : Ροπή αντίστασης διατομής [m^3]
- ✓ E : Μέτρο ελαστικότητας υλικού [Pa]

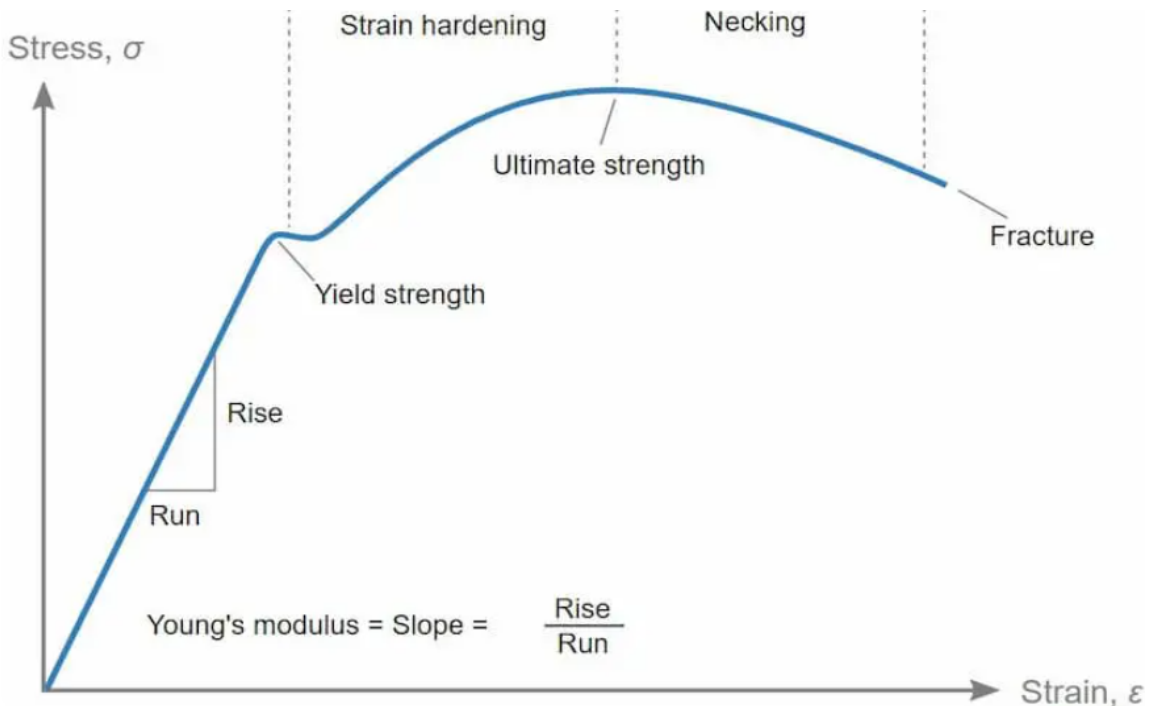
Η θέση του ουδέτερου άξονα υπολογίζεται από τον τύπο: $\int_A E(z) * z * dA = 0$ (4.6)

Στην περίπτωση που η διατομή αποτελείται από ένα υλικό, τότε ο παραπάνω τύπος γίνεται:

$$\int_A z * dA = 0 \quad (4.7)$$

4.1.2 Καμπύλη Τάσης – Παραμόρφωσης (*Stress – Strain Curve*)

Η συγκεκριμένη καμπύλη περιγράφει την διαδικασία με την οποία το υλικό παραμορφώνεται με την αύξηση της εφαρμοζόμενης τάσης. Πιο συγκεκριμένα, η μορφή αυτής της καμπύλης είναι:



Εικόνα 4.1: Καμπύλη Τάσης – Παραμόρφωσης (Πηγή: <https://fractory.com/>)

- Ελαστική παραμόρφωση: Είναι η περιοχή που το υλικό δεν δέχεται μόνιμες παραμορφώσεις, δηλαδή η ενέργεια του υλικού δεν «χάνεται». Πάνω από το συγκεκριμένο όριο η παραμόρφωση του υλικού είναι μόνιμη, δηλαδή είμαστε στην

πλαστική περιοχή παραμόρφωσης. Αυτό συμβαίνει διότι έχουμε ξεπεράσει την αντοχή του υλικού έναντι διαρροής, γνωστό και ως *Yield Strength* (σ_Y). Λόγω της γραμμικής σχέσης τάσης – παραμόρφωσης στην συγκεκριμένη περιοχή, υπολογίζεται το μέτρο ελαστικότητας του υλικού (*Young's Modulus*) που είναι ίσο με $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$. (4.8)

- Πλαστική παραμόρφωση: Βρισκόμαστε στην περιοχή που οι εφαρμοζόμενες τάσεις είναι μεγαλύτερες από την τάση διαρροής του υλικού, και οι παραμορφώσεις είναι μόνιμες, δηλαδή ένα μέρος της παραμόρφωσης είναι μη αναστρέψιμο. Σημαντικά σημεία στην πλαστική περιοχή παραμόρφωσης αποτελούν η μέγιστη αντοχή του υλικού (*Ultimate Strength*) όπου παρατηρείται σημαντική μείωση της διατομής και το σημείο θραύσης του υλικού (*Fracture*).

4.1.3 Κριτήριο *Von Mises*

Το κριτήριο διαρροής *Von Mises* αποτελεί ένα κριτήριο αστοχίας. Κατά την θεώρηση του *Von Mises* ισχύει ότι: «Η διαρροή ενός όλκιμου υλικού που βρίσκεται υπό την επίδραση σύνθετης εντατικής κατάστασης αρχίζει, όταν η στροφική ενέργεια, η οποία αναπτύσσεται από αυτή την εντατική κατάσταση, γίνει ίση με την αντίστοιχη στροφική ενέργεια που αναπτύσσεται κατά την διαρροή του υλικού από καθαρό εφελκυσμό». (Θεωρίες αστοχίας υλικών υπό σύνθετη καταπόνηση, Σ.Κ. Κουρκούλης). Η στροφική ενέργεια είναι η ενέργεια λόγω της οποίας αλλάζει το σχήμα του παραμορφωμένου σώματος, και όχι ο όγκος αυτού.

Ο τύπος που περιγράφει το κριτήριο διαρροής *Von Mises* για τρισδιάστατη εντατική κατάσταση είναι:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]} \quad (4.9)$$

Ο τύπος που περιγράφει το κριτήριο διαρροής *Von Mises* για διδιάστατη εντατική κατάσταση είναι:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx} * \sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2} \quad (4.10)$$

Οι παραπάνω τύποι χρησιμοποιούνται σε πολλά εδάφια της μηχανικής και σε προγράμματα που χρησιμοποιούν την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Επομένως, το κριτήριο απόδοσης *Von Mises* χρησιμοποιείται κυρίως για όλκιμα υλικά και σημαίνει πως αν η τιμή της τάσης *Von Mises* είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη τιμή τάσης που μπορεί να λάβει το υλικό, γνωστή και ως τάση διαρροής (*yield*), το υλικό θα διαρρεύσει.

Δηλαδή, ισχύει ότι το υλικό διαρρέει αν: $\sigma_{VM} \geq \sigma_Y$. (4.11)

4.2 Κάμψη ενισχυμένων ελασμάτων

Το συνηθέστερο δομικό στοιχείο της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου είναι οι ενισχυμένες πλάκες (ελάσματα). Οι μέγιστες τάσεις εμφανίζονται στις φλάντζες των ενισχυτικών, χωρίς αυτό να σημαίνει πως αποκλείεται να παρουσιαστούν και στο έλασμα. (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Η μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων είναι:

- Ορθοτροπική Θεωρία Ελασμάτων
- Θεώρηση Δοκών σε Ελαστική Έδραση
- Θεωρία Πλέγματος (*Grillage Method*)
- Πεπερασμένα Στοιχεία

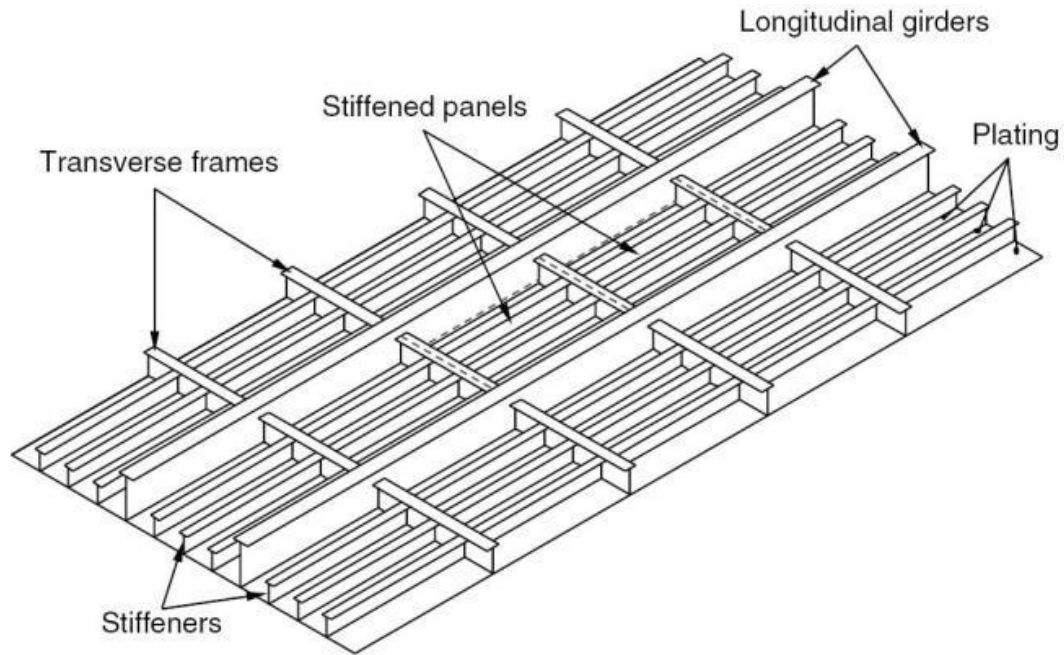
4.2.1 Ανισοτροπία

Μία από τις βασικές υποθέσεις του *Kirchoff* για την μελέτη του προβλήματος της κάμψης ελασμάτων είναι ότι το υλικό παρουσιάζει «ισοτροπική» συμπεριφορά, δηλαδή έχει ίδιες ιδιότητες προς όλες τις κατευθύνσεις. Στην καθημερινότητα, όμως, η συγκεκριμένη υπόθεση καταργείται. Παρατηρούνται δύο βασικά είδη ανισοτροπίας:

- Η κατασκευαστική ανισοτροπία λόγω κατασκευαστικής διαμόρφωσης (για παράδειγμα τα ενισχυμένα ελάσματα)
- Η φυσική ανισοτροπία του υλικού (για παράδειγμα το ξύλο)

Όταν υπάρχει ανισοτροπία υλικού σε τρεις κάθετες κατευθύνσεις (ή σε δύο εάν είμαστε στο επίπεδο) ορίζεται η «ορθοτροπικότητα» του υλικού. Η κάμψη ορθοτροπικών ελασμάτων (θεωρία μικρών μετατοπίσεων) είναι η λογική στην οποία στηρίζεται η κάμψη των ενισχυμένων ελασμάτων. Το ορθοτροπικό έλασμα είναι η βασική δομική μονάδα ναυπήγησης των πλοίων.

Να τονίσουμε πως η θεωρία των ορθοτροπικών πλακών παράγει πιο σωστά αποτελέσματα στην περίπτωση ομοιόμορφων ενισχυτικών με σχετικά μικρές ισαποστάσεις.



Εικόνα 4.2: Ενισχυμένο Έλασμα (Πηγή: *Effect of location and orientation of two short dents on ultimate compressive strength of a thin square steel plate*, A.V. Raviprakash, P. Bala, A. Natarajan, 2012)

4.2.2 Βασικές Σχέσεις

Αν θεωρήσουμε διδιάστατη εντατική κατάσταση (ανισοτροπία υλικού σε δύο κατευθύνσεις) και ότι οι ορθοτροπικοί άξονες ταυτίζονται με τους Ox και Oy , τότε οι σχέσεις της θεωρίας ελαστικότητας γράφονται στην εξής μορφή: (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

$$\bullet \quad \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_y * \frac{\sigma_y}{E_y} \quad (4.12)$$

$$\bullet \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_x * \frac{\sigma_x}{E_x} \quad (4.13)$$

$$\bullet \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (4.14)$$

$$\bullet \quad G \sim \frac{\sqrt{E_x * E_y}}{2(1 + \sqrt{\nu_x * \nu_y})} \quad (4.15)$$

$$\bullet \quad \text{Θεώρημα Betti: } \frac{\nu_x}{E_x} = \frac{\nu_y}{E_y} \quad (4.16)$$

Με την κατάλληλη επίλυση των παραπάνω σχέσεων αλλά και την εισαγωγή της καμπυλότητας προκύπτουν οι εξής τύποι:

- Γάσεις

$$\checkmark \sigma_x = -\frac{E_x}{1-\nu_x\nu_y} * \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) * z \quad (4.17)$$

$$\checkmark \sigma_y = -\frac{E_y}{1-\nu_x\nu_y} * \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) * z \quad (4.18)$$

$$\checkmark \tau_{xy} = -2G * z * \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4.19)$$

- Καμπτικές ροπές

$$\checkmark M_x = -\left[D_x * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{xy} * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (4.20)$$

$$\checkmark M_y = -\left[D_y * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{yx} * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (4.21)$$

$$\checkmark M_{xy} = -2D_s * \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4.22)$$

Όπου:

$$\diamond D_x = \frac{E_x * t^3}{12(1-\nu_x\nu_y)} \quad (4.23)$$

$$\diamond D_y = \frac{E_y * t^3}{12(1-\nu_x\nu_y)} \quad (4.24)$$

$$\diamond D_{xy} = \frac{E_x * \nu_y * t^3}{12(1-\nu_x\nu_y)} \quad (4.25)$$

$$\diamond D_{yx} = \frac{E_y * \nu_x * t^3}{12(1-\nu_x\nu_y)} \quad (4.26)$$

$$\diamond D_s = \frac{G * t^3}{12} \quad (4.27)$$

- Τέμνουσες δυνάμεις

$$\checkmark Q_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left[D_x * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + H * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (4.28)$$

$$\checkmark Q_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left[H * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_y * \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (4.29)$$

Όπου:

$$\diamond H = 2D_s + D_{xy} \quad (4.30)$$

Η κάμψη μίας ορθοτροπικής πλάκας περιγράφεται από την ακόλουθη βασική εξίσωση, η οποία ισχύει τόσο για την «φυσική» όσο και για την «κατασκευαστική» ορθοτροπικότητα:

$$p(x, y) = D_x * \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H * \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y * \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \quad (4.31)$$

4.2.3 Κατευθυντικές Δυσκαμψίες

Έστω ένα ενισχυμένο έλασμα με ισαπέχοντα ενισχυτικά στις δύο εγκάρσιες κατευθύνσεις: (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδοουλίδης, 2024)

$$\bullet \quad D_x = \frac{E * t^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E' * I_1}{b_1} \quad (4.32)$$

$$\bullet \quad D_y = \frac{E * t^3}{12(1-\nu^2)} + \frac{E' * I_2}{a_1} \quad (4.33)$$

$$\bullet \quad H = \frac{E * t^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4.34)$$

Όπου:

- ✓ t : Πάχος ελάσματος [m]
- ✓ E : Μέτρο ελαστικότητας ελάσματος [Pa]
- ✓ ν : Λόγος Poisson ελάσματος [-]
- ✓ E' : Μέτρο ελαστικότητας ενισχυτικών [Pa]
- ✓ I_1 : Ροπή αδράνειας κάθε ενισχυτικού παράλληλου στον άξονα Ox [m^4]
- ✓ I_2 : Ροπή αδράνειας κάθε ενισχυτικού παράλληλου στον άξονα Oy [m^4]
- ✓ b_1 : Ισαπόσταση ενισχυτικών παράλληλα στον άξονα Ox [m]
- ✓ a_1 : Ισαπόσταση ενισχυτικών παράλληλα στον άξονα Oy [m]

4.2.4 Μέθοδος Navier

Σκοπός είναι επίλυση της βασικής εξίσωσης $p(x, y)$ με την μέθοδο Navier για ένα ενισχυμένο έλασμα που είναι απλά εδρασμένο περιμετρικά.

Έστω οι ακόλουθες αναπαραστάσεις για το φορτίο $p(x, y)$ και το βέλος κάμψης $w(x, y)$:

$$\bullet \quad p(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} * \sin \frac{m\pi x}{a} * \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4.35)$$

$$\bullet \quad w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} * \sin \frac{m\pi x}{a} * \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (4.36)$$

Με την εισαγωγή των παραπάνω αναπαραστάσεων στην βασική εξίσωση και θεωρώντας ορθογωνική πλάκα η οποία φορτίζεται με ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο $p(x, y) = p_o$, η λύση γράφεται στην μορφή:

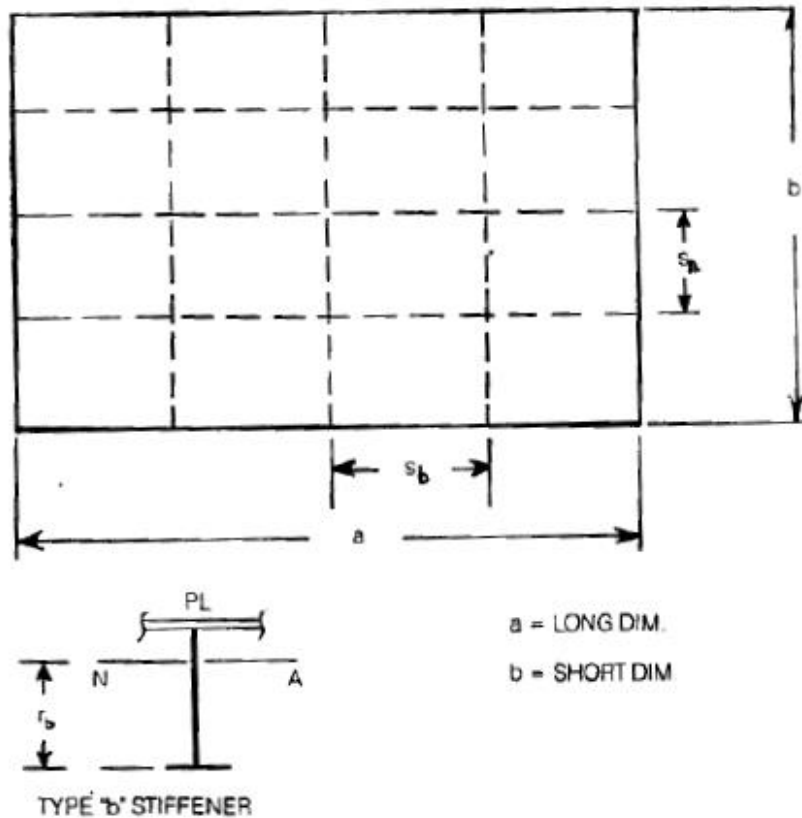
$$w(x, y) = \frac{16p_o}{\pi^6} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a} * \sin \frac{n\pi y}{b}}{mn \left[D_x * \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2H * \left(\frac{m}{a}\right)^2 * \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_y * \left(\frac{n}{b}\right)^4 \right]} \quad (4.37)$$

4.2.5 Διαγράμματα *Schade*

Ο *Schade* το 1941, βασισμένος στην θεωρία των ορθοτροπικών πλακών δημιούργησε μία σειρά διαγραμμάτων με χρήση των οποίων γίνεται να υπολογισθούν εύκολα οι μέγιστες τάσεις και μετατοπίσεις που εμφανίζονται σε μία ενισχυμένη πλάκα στην οποία εφαρμόζεται ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο κάθετο φορτίο. (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Οι βασικοί συμβολισμοί που χρησιμοποιούνται είναι:

- ✓ p : Ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο (πίεση)
- ✓ a (b): Μήκος (Πλάτος) πλάκας
- ✓ S_a (S_b): Ισαπόσταση των μακριών (κοντών) ενισχυτικών
- ✓ I_{na} (I_{nb}): Ροπή αδράνειας, συμπεριλαμβανομένου και του ισοδύναμου πλάτους ελάσματος, των μακριών (κοντών) επαναλαμβανόμενων ενισχυτικών (εκτός του κεντρικού ενισχυτικού που μπορεί να είναι μεγαλύτερο)
- ✓ I_{pa} (I_{pb}): Ροπή αδράνειας του ισοδύναμου πλάτους ελάσματος που συνεργάζεται με τα μακριά (κοντά) ενισχυτικά
- ✓ I_a (I_b): Ροπή αδράνειας του κεντρικού μακριού (κοντού) ενισχυτικού συμπεριλαμβανομένου του ισοδύναμου πλάτους του συνεργαζόμενου ελάσματος
- ✓ A_a (A_b): Το εμβαδόν διατομής του *web* του κεντρικού μακριού (κοντού) ενισχυτικού
- ✓ r_a (r_b): Απόσταση από τον ουδέτερο άξονα του κεντρικού μακριού (κοντού) ενισχυτικού της εξωτερικής ίνας

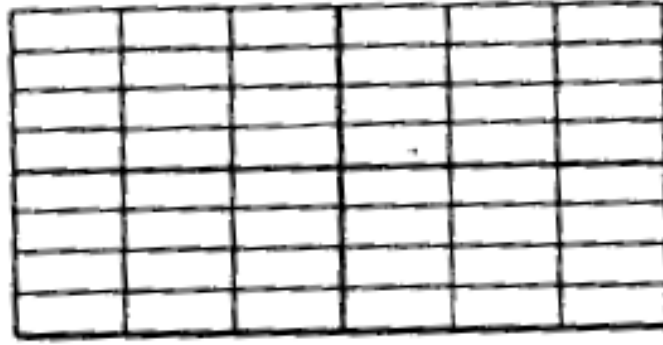


Εικόνα 4.3: Βασικές διαστάσεις – συμβολισμοί σε μία ενισχυμένη πλάκα (Πηγή: *Design Curves for Cross – Stiffened Plating, Schade, 1941*)

Οι τύποι ενίσχυσης που μελετούν τα διαγράμματα του *Schade* και το τυπολόγιο που χρειάζεται για τον υπολογισμό των απαραίτητων παραμέτρων βάση των οποίων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα κατάλληλα διαγράμματα παρουσιάζονται παρακάτω: (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

- Type A: Cross – Stiffening

Είναι δύο ομάδες από καθέτως τεμνόμενα ενισχυτικά. Το κεντρικό ενισχυτικό της κάθε ομάδας μπορεί να είναι μεγαλύτερο από τα υπόλοιπα ενισχυτικά της ομάδας.



Εικόνα 4.4: Cross – Stiffening ενισχυμένη πλάκα (Πηγή: Design Curves for Cross – Stiffened Plating, Schade, 1941)

$$\checkmark \quad i_a = \frac{I_{na}}{S_a} + 2 \left(\frac{I_a - I_{na}}{b} \right) \quad (4.38)$$

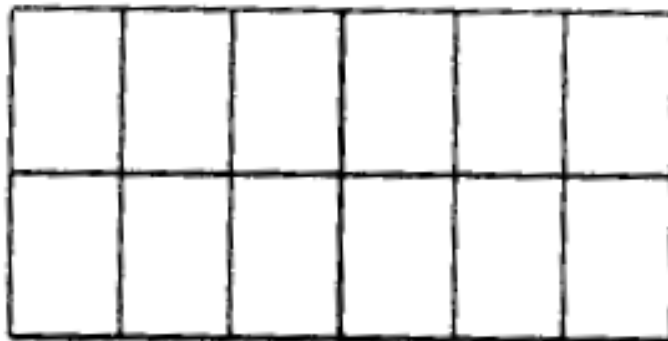
$$\checkmark \quad i_b = \frac{I_{nb}}{S_b} + 2 \left(\frac{I_b - I_{nb}}{a} \right) \quad (4.39)$$

$$\checkmark \quad \rho = \frac{a}{b} * \sqrt[4]{\frac{i_b}{i_a}} \quad (4.40)$$

$$\checkmark \quad \eta = \sqrt{\frac{I_{pa}}{I_{na}} * \frac{I_{pb}}{I_{nb}}} \quad (4.41)$$

- Type B: Modified Cross – Stiffening

Είναι μία ομάδα από επαναλαμβανόμενα ενισχυτικά και ένα μόνο κεντρικό ενισχυτικό στην κάθετη κατεύθυνση. Το κεντρικό ενισχυτικό της ομάδας των επαναλαμβανόμενων ενισχυτικών μπορεί να είναι μεγαλύτερο από τα υπόλοιπα ενισχυτικά της ομάδας.



Εικόνα 4.5: Modified Cross – Stiffening ενισχυμένη πλάκα (Πηγή: Design Curves for Cross – Stiffened Plating, Schade, 1941)

$$\checkmark \quad i_a = 2 \frac{I_a}{b} \quad (4.42)$$

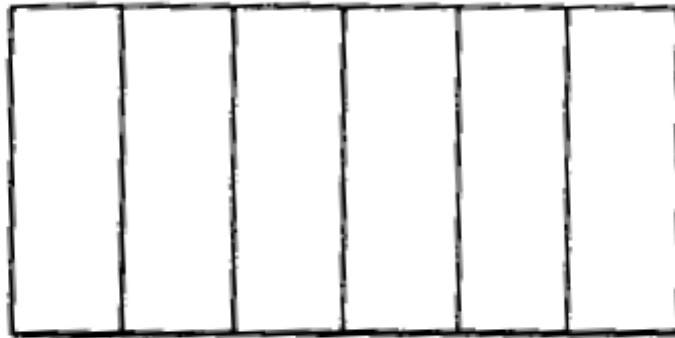
$$\checkmark i_b = \frac{I_{nb}}{S_b} + 2 \left(\frac{I_b - I_{nb}}{a} \right) \quad (4.43)$$

$$\checkmark \rho = \frac{a}{b} * \sqrt[4]{\frac{i_b}{i_a}} \quad (4.44)$$

$$\checkmark \eta = 0.124 \sqrt{\frac{I_{pb}^2}{I_a * I_{nb}} * \frac{b}{S_b}} \quad (4.45)$$

- Type C: Single Stiffening

Είναι μόνο μία ομάδα από επαναλαμβανόμενα ενισχυτικά σε μία κατεύθυνση.



Εικόνα 4.6: Single Stiffening ενισχυμένη πλάκα (Πηγή: Design Curves for Cross – Stiffened Plating, Schade, 1941)

$$\checkmark i_a = 0 \quad (4.46)$$

$$\checkmark i_b = \frac{I_{nb}}{S_b} \quad (4.47)$$

$$\checkmark \rho = \infty \quad (4.48)$$

$$\checkmark \eta = \text{απροσδιόριστο} \quad (4.49)$$

- Type D: Unstiffened Plate

Έλασμα χωρίς ενισχυτικά (Ισοτροπικό έλασμα)



Εικόνα 4.7: Μη ενισχυμένη πλάκα (Πηγή: Design Curves for Cross – Stiffened Plating, Schade, 1941)

$$\checkmark i_a = i_b = \frac{t^3}{12(1-\mu^2)} \quad (4.50)$$

$$\checkmark \rho = \frac{a}{b} \quad (4.51)$$

$$\checkmark \eta = 1.0 \quad (4.52)$$

Ενδεικτικά, κάποια από τα διαγράμματα του Schade είναι τα εξής:

- Μετατόπιση στο κέντρο του ελάσματος

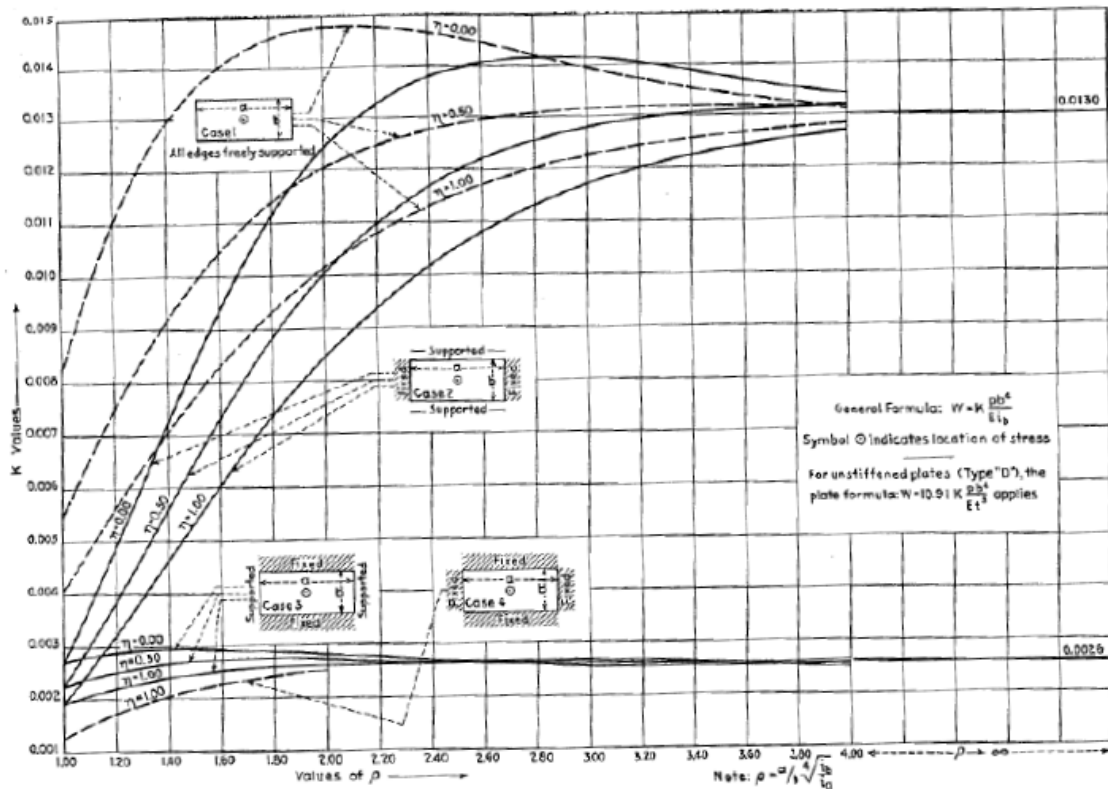


Fig. 44 Plate deflection at center of panel (Schade, 1941)

Εικόνα 4.8: Μετατόπιση στο κέντρο του ελάσματος για διαφορετικές περιπτώσεις στήριξης (Πηγή: *Design Curves for Cross – Stiffened Plating, Schade, 1941*)

- Τάση στο έλασμα κατά τη διαμήκη διεύθυνση

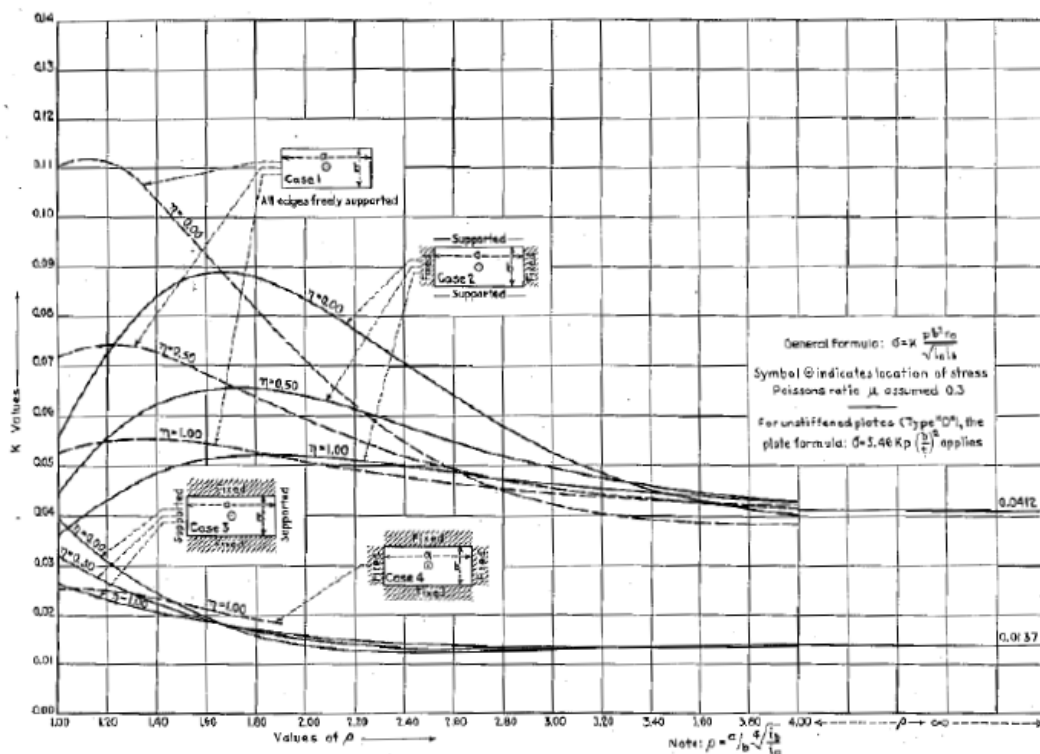


FIG. 2.—FIELD BENDING STRESS IN PLATING IN LONG DIRECTION

Εικόνα 4.9: Τάση στο έλασμα κατά τη διαμήκη διεύθυνση για διαφορετικές περιπτώσεις στήριξης (Πηγή: *Design Curves for Cross – Stiffened Plating*, Schade, 1941)

Αντίστοιχα διαγράμματα υπάρχουν για την τάση του ελάσματος κατά την εγκάρσια διεύθυνση και στα σημεία στήριξης.

- Τάση στη φλάντζα των διαμήκων ενισχυτικών

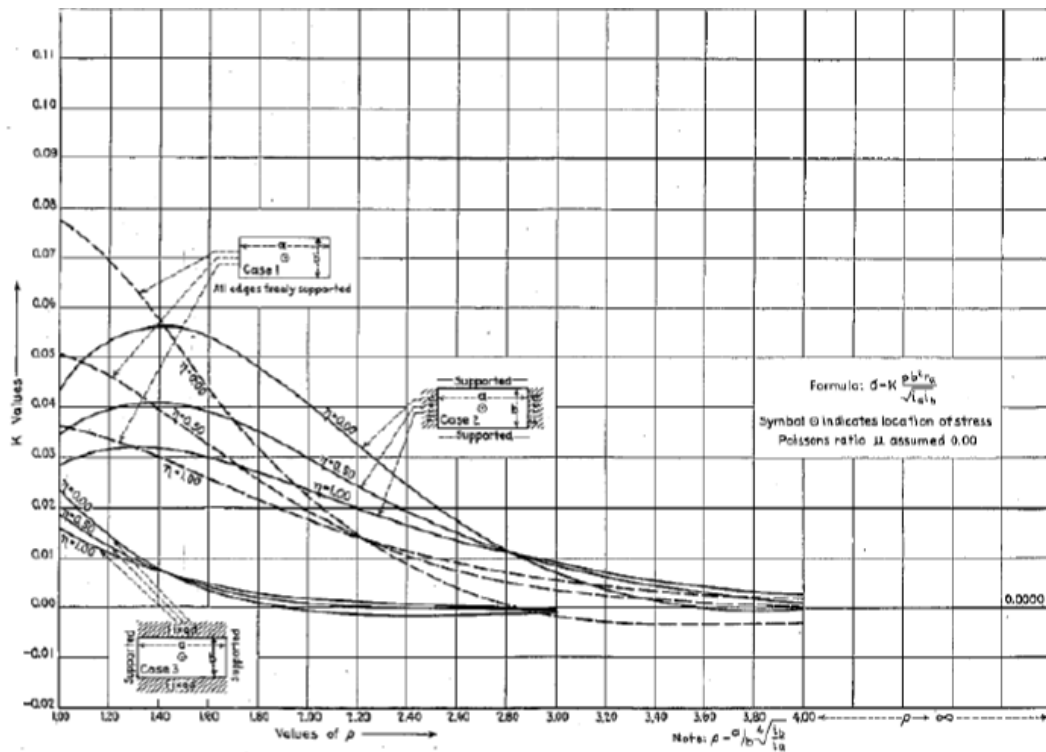


FIG. 3.—FIELD BENDING STRESS IN FREE FLANGES IN LONG DIRECTION

Εικόνα 4.10: Τάση στη φλάντζα των διαμήκων ενισχυτικών για διαφορετικές περιπτώσεις στήριξης (Πηγή: *Design Curves for Cross – Stiffened Plating*, Schade, 1941)

Αντίστοιχα διαγράμματα υπάρχουν για την τάση στην φλάντζα των εγκάρσιων ενισχυτικών και στα σημεία στήριξης.

4.3 Διάτμηση

Η ύπαρξη διατμητικών τάσεων οφείλεται στην διατμητική δύναμη $Q(x)$.

Από την ισορροπία δυνάμεων κατά την διαμήκη διεύθυνση προκύπτει ότι: (Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

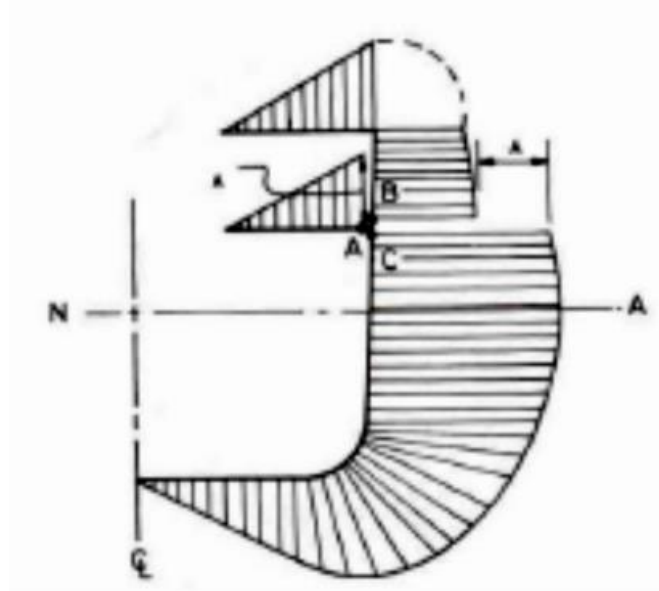
$$\bullet \quad \tau(s) = \frac{Q * m(s)}{t(s) * I} \quad (4.53)$$

$$\bullet \quad m(s) \equiv \int_0^s y * t(s) * ds \quad (4.54)$$

Όπου:

- ✓ $m(s)$: Στατική ροπή ως προς τον ουδέτερο άξονα (*neutral axis*) του τμήματος της διατομής από το ανοικτό άκρο έως το σημείο υπολογισμού της διατμητικής τάσης. Το ολοκλήρωμα $m(s)$ μηδενίζεται (ελαχιστοποιείται) στα ανοιχτά άκρα, ενώ μεγιστοποιείται στον ουδέτερο άξονα.

- ✓ Τα μεγέθη I και Q αφορούν όλη την διατομή και είναι σταθερά.
- ✓ Τα μεγέθη t και m είναι συναρτήσεις της απόστασης από το ανοικτό άκρο (s).
- ✓ Το γινόμενο ($t*\tau$) ονομάζεται διατμητική ροή



Εικόνα 4.11: Παράδειγμα κατανομής διατμητικών τάσεων στα πλευρά του πλοίου (Πηγή: Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

4.3.1 Δοκός με Συμπαγή Ορθογωνική Διατομή

Η κατανομή διατμητικών τάσεων σε δοκό με συμπαγή ορθογωνική διατομή είναι: (Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

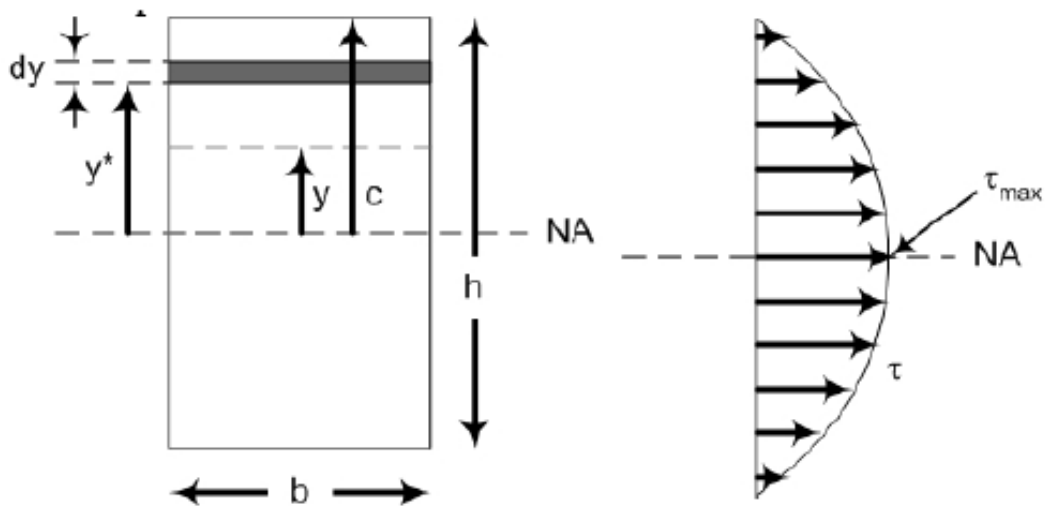
$$\tau(y) = \frac{Q(x)*m(y)}{b*l} \quad (4.55)$$

Όπου:

$$m(y) = \int_y^c y^* * dA = \int_y^c y^* * b * dy \quad (4.56)$$

Ισχύει ότι: $m \rightarrow 0$ όταν $y \rightarrow c$ και $m \rightarrow \max$ όταν $y \rightarrow 0$

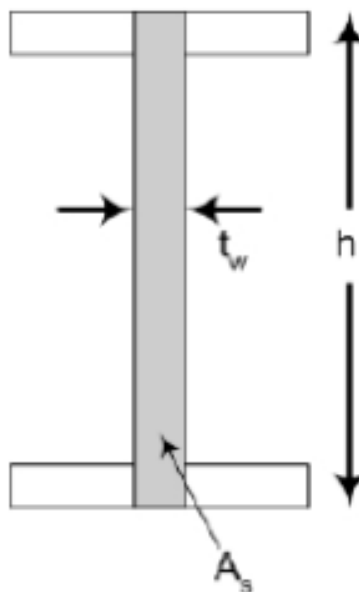
$$\tau_{max} = \frac{3}{2} * \frac{Q}{b*h} = \frac{3}{2} * \frac{Q}{A_S} \quad (4.57)$$



Εικόνα 4.12: Κατανομή διατμητικών τάσεων σε δοκό με συμπαγή ορθογωνική διατομή (Πηγή: Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Σε περίπτωση που μελετάμε σχήματα με σημαντικά κατακόρυφα στοιχεία (για παράδειγμα δοκάρια σχήματος L , I , T), ο υπολογισμός των διατμητικών τάσεων λαμβάνει υπόψιν το εμβαδόν (A_s) μόνο των κατακόρυφων στοιχείων (*webs*).

$$A_s = t_w * h \quad (4.58)$$



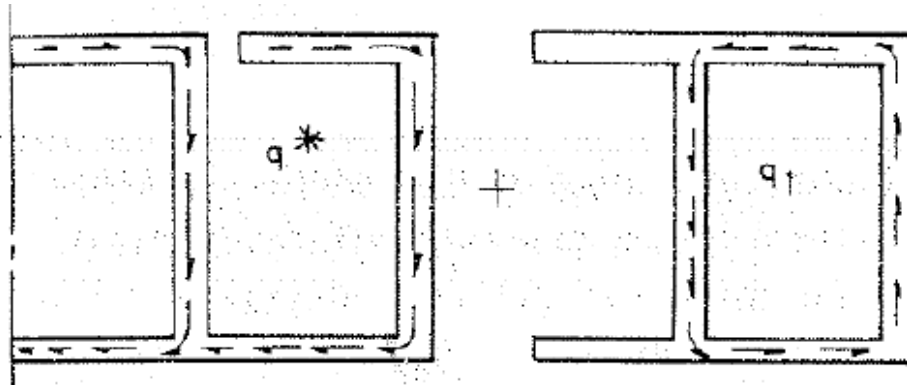
Εικόνα 4.13: Εμβαδόν (A_s) σε σχήματα με σημαντικά κατακόρυφα στοιχεία (Πηγή: Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Η ακριβής κατανομή των διατμητικών τάσεων χρήζει ειδικού υπολογισμού, αφού δεν κατανέμονται εξίσου σε όλα τα στοιχεία της διατομής.

4.3.2 Διατομή με Κλειστά Κελιά

Η επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος βασίζεται στο συμβιβαστό των παραμορφώσεων. Το πρόβλημα είναι στατικά απροσδιόριστο εφόσον δεν γνωρίζουμε το ποσοστό της διατμητικής ροής στους κλάδους λόγω των κόμβων.

Για αυτό τον λόγο θεωρούμε ένα «τεχνητό άνοιγμα» στους κόμβους, μετατρέποντάς την διατομή σε ανοικτή. Έτσι, το πρόβλημα γίνεται στατικά προσδιορισμένο.



Εικόνα 4.14: Κλειστή (δεξιά) και ανοικτή διατομή (αριστερά) με «τεχνητό άνοιγμα» (Πηγή: Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Θεωρούμε πως στην ανοικτή διατομή, δημιουργείται μία διατμητική ροή (q^*). Η συγκεκριμένη ροή πρέπει να διορθωθεί με την πρόσθεση της σταθερής διατμητικής ροής (q) του κλειστού κελιού. Αυτή την διαδικασία ακολουθούμε για όσα κλειστά κελιά έχουμε να μελετήσουμε.

Η σταθερή διατμητική ροή (q) των κλειστών κελιών υπολογίζεται με βάση το συμβιβαστό των παραμορφώσεων, το οποίο επιβάλλει σε όλα τα θεωρηθέντα «τεχνητά ανοίγματα» παράλληλη σχετική μετακίνηση των δύο πλευρών του ανοίγματος, δηλαδή μηδενική ολίσθηση. Η διατμητική ροή (q^*) υπολογίζεται με την διαδικασία των ανοικτών διατομών. (Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Η συνολική διατμητική ροή, μέσω της οποίας υπολογίζονται οι διατμητικές τάσεις (τ), είναι:

$$q = q^* + \sum_{i=1}^N q_i \quad (4.59)$$

Όπου (N) είναι ο αριθμός των κλειστών κελιών.

Η ολίσθηση σε μία κλειστή λεπτότοιχη διατομή που δέχεται διάτμηση είναι:

$$slip = \frac{1}{G} \oint \tau * ds = \frac{1}{G} \oint \frac{q}{t} * ds \quad (4.60)$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί να εφαρμοστεί σε όσα κλειστά κελιά μελετάμε.

4.3.3 Κέντρο Διάτμησης

Κέντρο διάτμησης μίας διατομής ονομάζεται το σημείο στο οποίο η άσκηση της τέμνουσας δύναμης (Q) δεν προκαλεί στρεπτική ροπή στην διατομή. Δηλαδή, είναι το σημείο ως προς το οποίο η ροπή στρέψης (οφείλεται στην τέμνουσα δύναμη Q) είναι ίση με την ροπή της δύναμης που προκύπτει ως συνισταμένη των διατμητικών τάσεων που αναπτύσσονται στην διατομή λόγω της (Q).

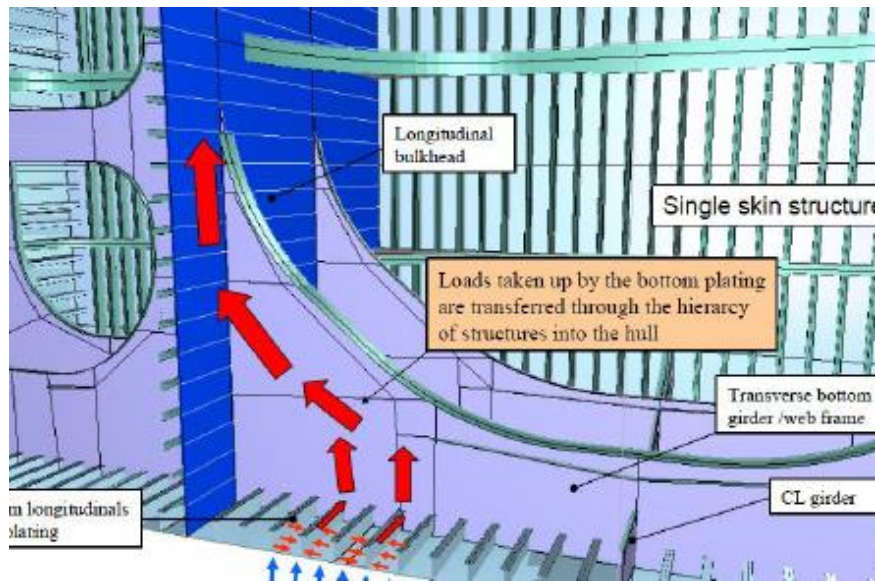
Αν η διατομή έχει δύο άξονες συμμετρίας, το κέντρο διάτμησης ταυτίζεται με το κέντρο επιφάνειας της διατομής, ενώ αν έχει έναν άξονα συμμετρίας, το κέντρο διάτμησης βρίσκεται πάνω στον άξονα συμμετρίας.

4.3.4 Υστέρηση λόγω Διάτμησης (*Shear Lag*)

Η Απλή Θεωρία της Κάμψης υποθέτει ότι «οι επίπεδες τομές παραμένουν επίπεδες και κατά συνέπεια η κατανομή των ορθών τάσεων λόγω κάμψης είναι γραμμική με σημείο μηδενισμού τον ουδέτερο άξονα». (Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδοουλίδης, 2024)

Η κάμψη στα πλοία οφείλεται σε κατακόρυφα φορτία κατά μήκος του πλοίου – δοκού. Επομένως, ποτέ δεν υπάρχει μόνο καμπτική ροπή, δηλαδή καθαρή κάμψη. Οι κατακόρυφες φορτίσεις παραλαμβάνονται κυρίως από τα κατακόρυφα στοιχεία (*webs*). Τα κατακόρυφα φορτία μεταφέρονται αυτόματα και παραλαμβάνονται από κατακόρυφα ελάσματα (διαμήκεις φρακτές και πλευρές) παρότι ασκούνται κυρίως στον πυθμένα και στο κατάστρωμα.

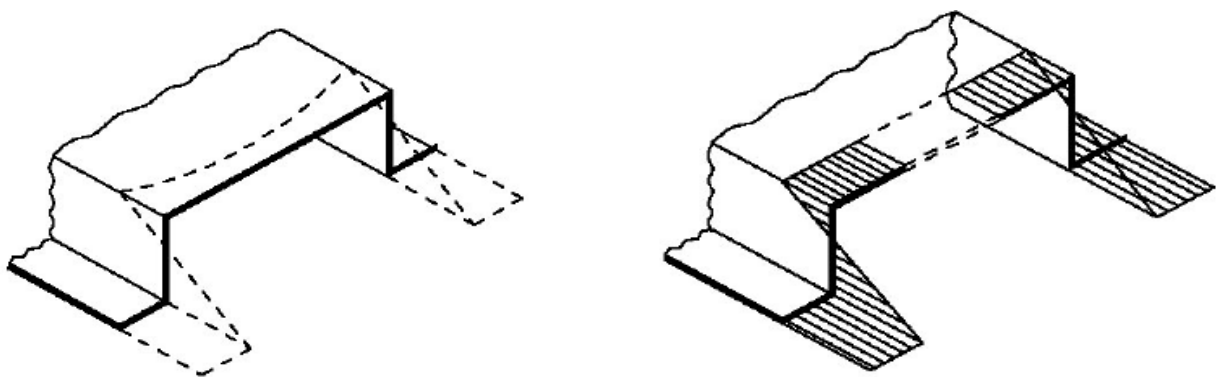
Επομένως, τα κατακόρυφα στοιχεία (*webs*) είναι αυτά που καμπυλώνονται. Επειδή ο κορμός και το πέλμα πρέπει να έχουν στην ένωσή τους κοινές παραμορφώσεις «συμπαράσύρονται» και τα οριζόντια στοιχεία (*flanges*) εφόσον είναι άρρηκτα συνδεδεμένα (συγκόλληση) με τα κατακόρυφα στοιχεία. Η παραμόρφωση των οριζόντιων στοιχείων οφείλεται στην διάτμηση.



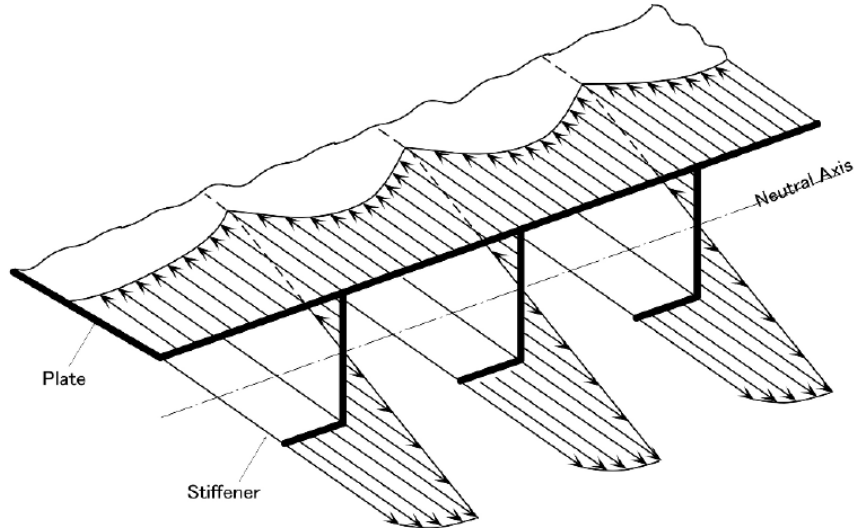
Εικόνα 4.15: Μεταφορά φορτίσεων από τα κατακόρυφα (κορμός – web) στα οριζόντια στοιχεία (φλάντζα – flange) (Πηγή: *Hull Structure*, DNV, 2016)

Η ανάπτυξη διατμητικών παραμορφώσεων παραβιάζει την Απλή Θεωρία της Κάμψης με αποτέλεσμα την αλλοίωση της κατανομής των τάσεων. (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Όσο πιο κοντά βρισκόμαστε στο σημείο τομής των κατακόρυφων και οριζόντιων στοιχείων, η παραμόρφωση των οριζόντιων στοιχείων μεγιστοποιείται. Λόγω αυτού, η κατανομή των ορθών τάσεων στις φλάντζες είναι ανομοιόμορφη και «υστερεί» στα σημεία που είναι μακριά από το σημείο τομής των φλαντζών με τα κατακόρυφα στοιχεία (κορμός). Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται «Υστέρηση λόγω Διάτμησης». (Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)



Εικόνα 4.16: Πραγματική (αριστερά) και ιδεατή (δεξιά) κατανομή ορθών τάσεων (Πηγή: *Διαμήκης Αντοχή Πλοίου*, Α. Θεοδουλίδης, 2024)



Εικόνα 4.17: Πραγματική κατανομή καμπτικών τάσεων (Πηγή: Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

4.4 Ισοδύναμο Πλάτος Συνεργαζόμενου Ελάσματος

Ισοδύναμο πλάτος ελάσματος (b_e) είναι το πλάτος υποθετικού ελάσματος ίδιου πάχους, στο οποίο αν κατανεμηθεί ομοιόμορφα η μέγιστη τάση (σ_{max}) θα φέρει το ίδιο συνολικό φορτίο όπως και το πραγματικό. Με άλλα λόγια, είναι το πλάτος του ελάσματος το οποίο όταν χρησιμοποιηθεί στον υπολογισμό της ροπής αδράνειας δίνει την σωστή τάση στο σημείο τομής της φλάντζας με το κατακόρυφο έλασμα, σύμφωνα με την απλή θεωρία της κάμψης. (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Το ισοδύναμο πλάτος ορίζεται από την σχέση:

$$b_e * \sigma_{max} * t = t * \int_0^b \sigma_x * dz \Rightarrow b_e = \frac{1}{\sigma_{max}} * \int_0^b \sigma_x * dz \quad (4.61)$$

Όπου (σ_{max}) είναι τιμή της τάσης που προκύπτει από την Απλή Θεωρία της Κάμψης για την αντίστοιχη θέση. Δίνεται από τον τύπο:

$$\sigma_{max} = \frac{M_y * z_{max}}{I_e} \quad (4.62)$$

Για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους είναι απαραίτητη η γνώση της ακριβούς (πραγματικής) κατανομής της τάσης (σ_x) κατά την κατεύθυνση (Oz), δηλαδή κατά το πλάτος. Η εν λόγω κατανομή αποκτάται μέσω μίας περίπλοκης μαθηματικής ανάλυσης, η οποία δεν εξυπηρετεί τις ανάγκες του πρακτικού σχεδιασμού.

Το πεδίο της (σ_x) εξαρτάται από τις ακόλουθες παραμέτρους: (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Κ. Ανυφαντής, 2020)

- Τη γραμμική κατανομή του φορτίου στη δοκό
- Το λόγο πλάτους πέλματος με το μήκος δοκού
- Τη σχέση των διαστάσεων των επιμέρους στοιχείων της διατομής
- Τις συνοριακές συνθήκες στα άκρα της δοκού
- Τη θέση του ενδιαφέροντος κατά το μήκος της δοκού
- Το είδος της διατομής



Εικόνα 4.18: Ισοδύναμο Πλάτος Συνεργαζόμενου Ελάσματος (Πηγή: *On the Modeling of Ship Stiffened Panels Subjected to Uniform Pressure Loads*)

Ο *Schade*, το 1951, μελέτησε τον υπολογισμό της ακριβούς κατανομής των τάσεων υπολογίζοντας την αντίστοιχη συνάρτηση τάσης $\varphi(x, y)$, γνωστή και ως *Airy Stress Function*. Η συγκεκριμένη συνάρτηση ικανοποιεί εξ' ορισμού τις εξής συνθήκες: (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

$$\checkmark \quad \sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \quad (4.63)$$

$$\checkmark \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \quad (4.64)$$

$$\checkmark \quad \tau = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \quad (4.65)$$

Οι παραμορφώσεις έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\checkmark \quad \varepsilon_x = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \nu * \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) \quad (4.66)$$

$$\checkmark \quad \varepsilon_y = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \nu * \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \right) \quad (4.67)$$

$$\checkmark \quad \gamma = -\frac{1}{G} * \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \quad (4.68)$$

Αν εισάγουμε τις παραπάνω εκφράσεις στην εξίσωση του συμβιβαστού των παραμορφώσεων προκύπτει η εξίσωση:

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0 \quad (4.69)$$

Η παραπάνω εξίσωση επιλύθηκε από τον Schade μέσω της ακόλουθης αναπαράστασης:

$$\varphi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(y) * \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (4.70)$$

Έτσι, προκύπτει μία συνήθης διαφορική εξίσωση με άγνωστη συνάρτηση την $f_n(y)$.

Ο Schade επίλυσε την εξίσωση για διάφορες περιπτώσεις στήριξης και φόρτισης. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να προκύψει μία σειρά χρήσιμων διαγραμμάτων που βοηθούν στον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους στις αντίστοιχες περιπτώσεις που μελετήθηκαν. (Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Τα διαγράμματα αυτά χρησιμοποιούν ως δεδομένα: (Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

- L_0/b
 - ✓ b : Πραγματικό πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος. Μπορεί να ταυτιστεί και με την ισαπόσταση των ενισχυτικών (s).
 - ✓ L_0 : Απόσταση μεταξύ των διαδοχικών σημείων μηδενισμού της καμπύλης καμπτικών ροπών. Είναι ξεχωριστό για κάθε φόρτιση/ έδραση. Για απλά εδρασμένες δοκούς η απόσταση αυτή ισούται με το μήκος της δοκού (ή του ενισχυμένου ελάσματος). Για άλλες περιπτώσεις στήριξης απαιτείται ο αναλυτικός υπολογισμός της κατανομής της καμπτικής ροπής.

Αποδεικνύεται ότι:

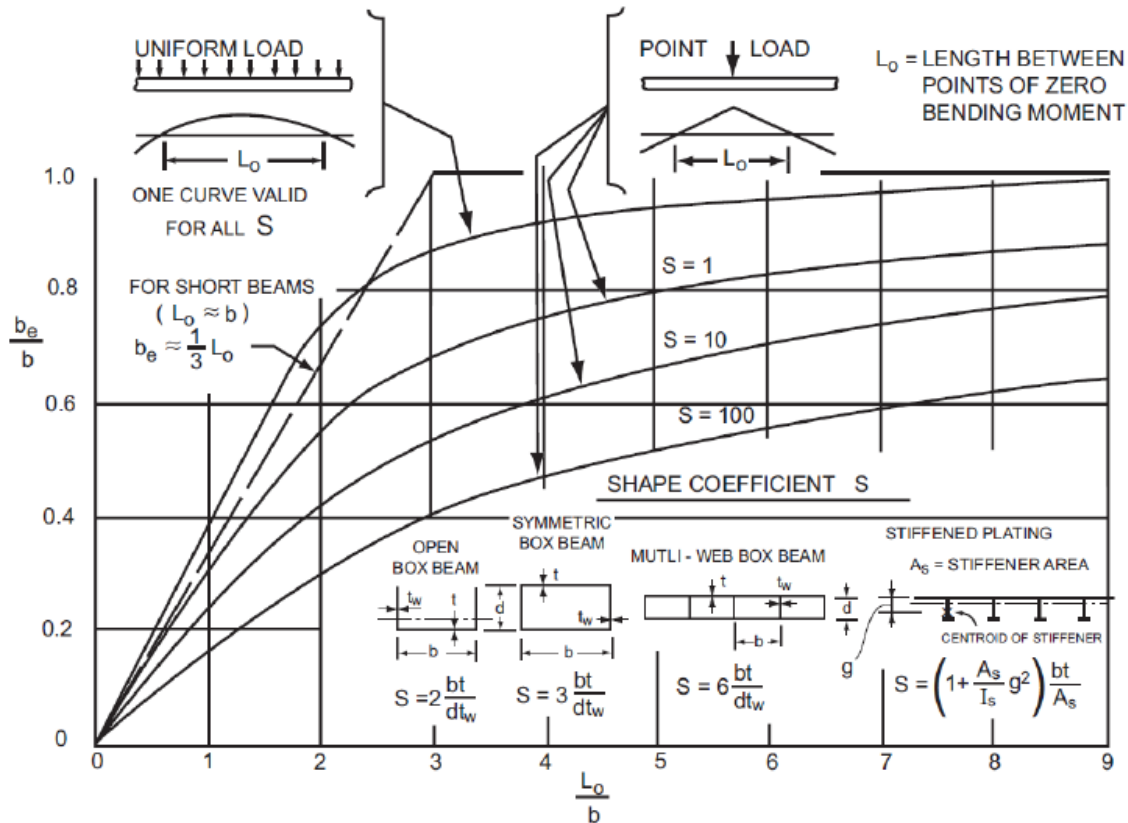
Οριακή Συνθήκη	Έδραση/ Αρθρωση	Πάκτωση
L_0	L	L/2

Πίνακας 4.1: L_0 για διαφορετικές οριακές συνθήκες (Πηγή: <https://testbook.com/>)

Ο παραπάνω πίνακας αναφέρεται σε στηρίξεις που είναι και από τις δύο πλευρές της κατασκευής.

- Συντελεστές σχήματος (*Shape Coefficient, S*) που εξαρτώνται από την γεωμετρία του ενισχυμένου ελάσματος ή του δοκαριού.

Τα διαγράμματα παράγουν αποτελέσματα της μορφής b_e/b για τις περιπτώσεις συγκεντρωμένης φόρτισης (*Point Load*) ή ομοιόμορφα κατανεμημένης φόρτισης (*Uniform Load*).



Εικόνα 4.19: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος (Πηγή: *The Effective Breadth of Stiffened Plating Under Bending Loads, Schade, 1951*)

4.4.1 Effective Width

Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να διευκρινίσουμε ότι στους κανονισμούς υπάρχει η έννοια του “*Effective Width*”. Η συγκεκριμένη έννοια αναφέρεται ξανά σε ένα ισοδύναμο πλάτος ενός ελάσματος, το οποίο όμως δεν υπολογίζεται λόγω του φαινομένου της υστέρησης σε διάτμηση (*Shear Lag*) που αναλύθηκε παραπάνω, αλλά εξετάζεται το φαινόμενο του λυγισμού. Πιο συγκεκριμένα, τα ενισχυμένα ελάσματα μπορούν να δεχτούν επιπλέον φορτίσεις μετά τον λυγισμό. Έτσι, ο σχεδιαστής μελετά και αξιολογεί την αντοχή των πλακών στην μεταλυγισμική περιοχή μέσω της έννοιας του “*Effective Width*”. (*Determination of Effective Breadth and Effective Width of Stiffened Plates by Finite Strip Analyses, X. Wang & F. G. Rammerstorfer, 1996*)

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας, δεν θα μελετηθούν φαινόμενα λυγισμού, επομένως ούτε και η έννοια του *Effective Width*. Επομένως, όποτε αναφέρεται η

έννοια του Ισοδύναμου Πλάτους (Συνεργαζόμενου) Ελάσματος πάντοτε σημαίνει “*Effective Breadth*”.

4.4.2 Ισοδύναμο Πλάτος & Κανονισμοί

Σε αυτό το υποκεφάλαιο θα μελετήσουμε τους διάφορους εμπειρικούς (ως επί το πλείστον) τύπους που αναφέρονται στους Κανονισμούς των Νηογνώμωνων σχετικά με τον υπολογισμό του Ισοδύναμου Πλάτους (*Effective Breadth*) Συνεργαζόμενου Ελάσματος.

Αρχικά, θα αναφερθούν οι αντίστοιχοι τύποι των Εναρμονισμένων Κοινών Κατασκευαστικών Κανονισμών (*CSR – H*) και ύστερα κάποιων βασικών Νηογνώμωνων που αποτελούν μέλη του *IACS*. Συγκεκριμένα, θα μας απασχολήσουν οι κανονισμοί του Νορβηγικού και Γερμανικού Νηογνώμονα (*DNV GL*), του Αμερικάνικου Νηογνώμονα (*ABS*) και του Βρετανικού Νηογνώμονα (*LR*). Να τονίσουμε πως οι κανονισμοί που θα αναλυθούν βρίσκονται στην πιο πρόσφατη και ανανεωμένη έκδοσή τους (2023 – 2024). Οι ειδικές περιπτώσεις που αναφέρονται στους κανονισμούς δεν θα μελετηθούν.

Επίσης, θα μελετηθεί και ο πειραματικός τύπος για το ισοδύναμο πλάτος που προκύπτει από την εργασία του Ι. Γ. Τίγκα και Α. Θεοδουλίδη (*On the effective breadth of plating, 2012*) για τον Ελληνικό Νηογνώμονα (*Hellenic Register of Shipping – HRS*).

Τέλος, θα πρέπει να επισημάνουμε πως το ισοδύναμο πλάτος σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις αναφέρεται στον έλεγχο διαρροής (*Yielding Check*). Οι τύποι διαφοροποιούνται σε περίπτωση λυγισμού (*Buckling Check*) και κόπωσης (*Fatigue Check*), τα οποία φαινόμενα δεν θα αποτελέσουν αντικείμενο μελέτης της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

- **Harmonized Common Structural Rules (CSR – H)** (*Part 1, Chapter 3, Section 7, 1.3*) (<https://iacs.org.uk/>)

✓ Ενισχυτικά (Stiffeners)

Το ισοδύναμο πλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος σε (*mm*) για τον έλεγχο διαρροής των ενισχυτικών είναι:

- Αν το έλασμα εκτείνεται και από τις δύο (2) πλευρές του ενισχυτικού:

$$b_{eff} = \min(200l; s) \quad (4.71)$$

- Αν το έλασμα εκτείνεται μόνο από την μία (1) πλευρά του ενισχυτικού:

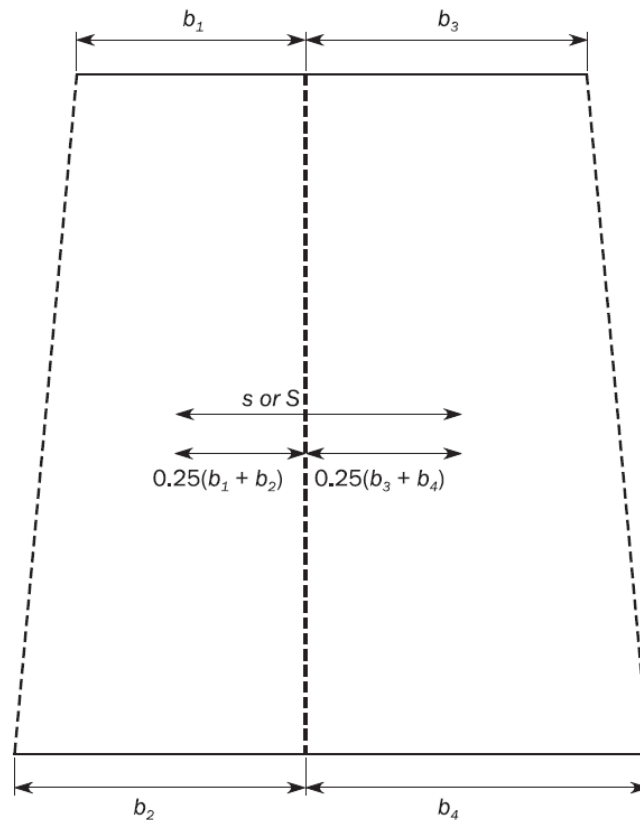
$$b_{eff} = \min(100l; 0.5s) \quad (4.72)$$

Όπου:

l : Ανυποστήρικτο μήκος του ενισχυτικού μεταξύ των στηρίξεών του σε (m)

s : Μέση ισαπόσταση μεταξύ των ενισχυτικών σε (mm), η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$S = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}{4} \quad (4.73)$$



Εικόνα 4.20: Αποστάσεις για υπολογισμό του (s) ή/ και του (S) (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

- ❖ Αν το καθαρό πάχος του συνεργαζόμενου ελάσματος είναι μικρότερο από 8 (mm), το ισοδύναμο πλάτος δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερο από 600 (mm).
- ✓ Κύρια (Πρωτεύοντα) Στοιχεία Στήριξης (Primary Supporting Members, PSM)
Το ισοδύναμο πλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος σε (m) για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας (*Moment of Inertia*) ή/ και του Συντελεστή Διατομής (*Section Modulus*) των Κύριων Στοιχείων (*Primary Supporting Members*) υπό την επίδραση ομοιόμορφου φορτίου είναι:

➤ Αν $\frac{l_{bag}}{s\sqrt{3}} \geq 1.0$:

$$b_{eff} = S * \min \left[\frac{1.12}{1 + \frac{1.75}{\left(\frac{l_{bdg}}{S\sqrt{3}}\right)^{1.6}}}; 1.0 \right] \quad (4.74)$$

➤ Αν $\frac{l_{bdg}}{S\sqrt{3}} < 1.0$:

$$b_{eff} = 0.407 \frac{l_{bdg}}{\sqrt{3}} \quad (4.75)$$

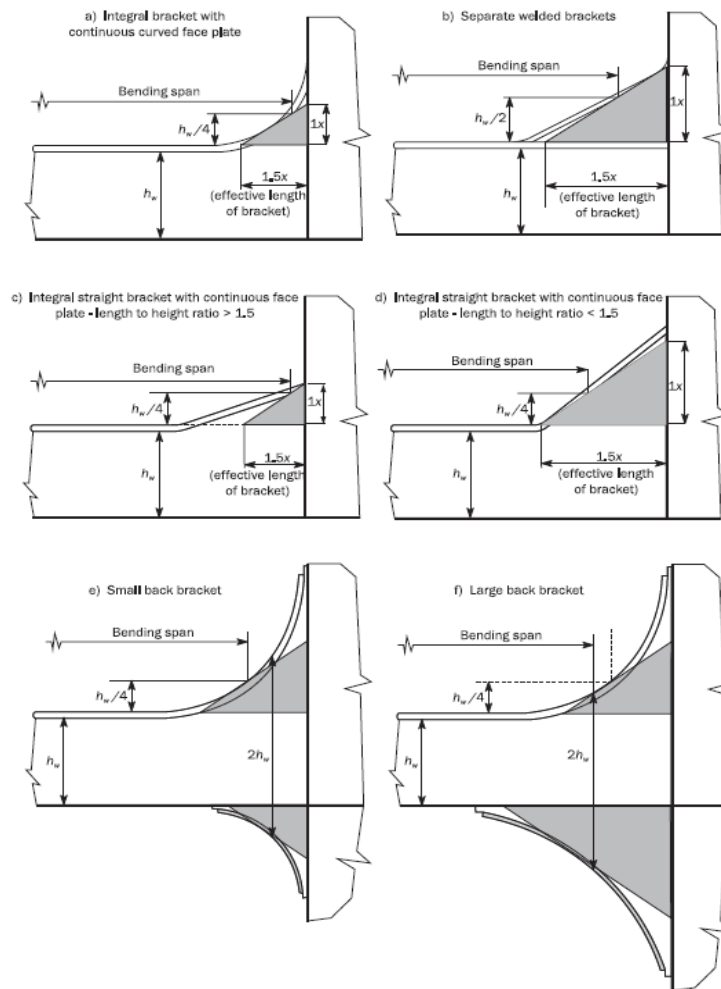
Όπου:

S : Μέση ισαπόσταση μεταξύ των *Primary Supporting Members* σε (mm) (βλ. Εικόνα 4.20), η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$S = \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4}{4} \quad (4.76)$$

l_{bdg} : *Effective Bending Span* σε (m)

- ❖ Αν δεν υπάρχουν μπρακέτα (*brackets*), ισούται με το μήκος του στοιχείου μεταξύ των στηρίξεων αυτού. Αν υπάρχουν μπρακέτα, το θεωρούμε μικρότερο από το μήκος του στοιχείου.
- ❖ Κάποιες επιπλέον περιπτώσεις του l_{bdg} φαίνονται παρακάτω:



Εικόνα 4.21: *Effective Bending Span (l_{bdg}) για πρωτεύοντα στοιχεία (Primary Supporting Members) (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)*

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας θα μας απασχολήσουν μόνο τα ενισχυτικά (*stiffeners*) και συγκεκριμένα η περίπτωση που το έλασμα εκτείνεται και από τις δύο (2) πλευρές του ενισχυτικού.

- **American Bureau of Shipping (ABS)** (Part 3, Chapter 1, Section 2, 7.1) (<https://ww2.eagle.org/en.html>)

$$b_{eff} = \min(0.5b; 0.33l) \quad (4.77)$$

Όπου:

b : Πραγματικό πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος σε (m)

l : Ανυποστήρικτο μήκος του ενισχυτικού ή του PSM μεταξύ των στηρίξεών του σε (m)

- **Det Norske Veritas & Germanischer Lloyd (DNV GL)** (Part 3, Chapter 3, Section 7, 1.3) (<https://www.dnv.com/>)

Οι κανονισμοί του συγκεκριμένου Νηογνώμονα έχουν υιοθετήσει την λογική των Εναρμονισμένων Κοινών Κατασκευαστικών Κανονισμών (*CSR – H*) τόσο για τα ενισχυτικά (*stiffeners*) όσο και για τα *Primary Supporting Members (PSM)*. Τα *CSR – H* έχουν αναλυθεί παραπάνω.

Όπως αναφέρθηκε και στα *CSR – H*, θα ασχοληθούμε μόνο με ενισχυτικά που το έλασμα τους εκτείνεται και από τις δύο (2) πλευρές τους.

- **Lloyd’s Register (LR)** (Part 3, Chapter 3, Section 3, 3.2) (<https://www.lr.org/en/>)

Στους συγκεκριμένους κανονισμούς το ισοδύναμο πλάτος (b_{eff}) προκύπτει ως το γινόμενο του πραγματικού πλάτους (b) με έναν συντελεστή (f) (*Load bearing plating factor*) ο οποίος ισούται με:

$$f = 0.3 \left(\frac{l}{b} \right)^{2/3} \quad (4.78)$$

$$b_{eff} = f * b \quad (4.79)$$

Όπου:

b : Πραγματικό πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος σε (m)

l : Ανυποστήρικτο μήκος του ενισχυτικού ή του *PSM* μεταξύ των στηρίξεών του σε (m)

Οι τιμές που παίρνει ο συγκεκριμένος συντελεστής (f) φαίνονται στην παρακάτω εικόνα – πίνακα:

$\frac{l}{b}$	f	$\frac{l}{b}$	f
0,5	0,19	3,5	0,69
1,0	0,30	4,0	0,76
1,5	0,39	4,5	0,82
2,0	0,48	5,0	0,88
2,5	0,55	5,5	0,94
3,0	0,62	6 and above	1,00

Εικόνα 4.22: Load Bearing Plating Factor (Πηγή: <https://www.lr.org/en/>)

Να τονίσουμε πως ο συντελεστής (f) δεν δύναται να δεχτεί τιμές μεγαλύτερες της μονάδας (1). Επίσης, αν ο λόγος $\left(\frac{l}{b}\right)$ δεν αντιστοιχεί σε κάποια τιμή του παραπάνω πίνακα, θα πρέπει να γίνει γραμμική παρεμβολή για την εύρεση του συντελεστή (f).

- **On the effective breadth of plating** (I. G. Tigkas & A. Theodoulides, HRS, 2012)

Ο τελικός τύπος που προκύπτει από την συγκεκριμένη εργασία με την βοήθεια της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων είναι:

$$\frac{b_{eff}}{b} = 1 - e^{-0.4l/b} \quad (4.80)$$

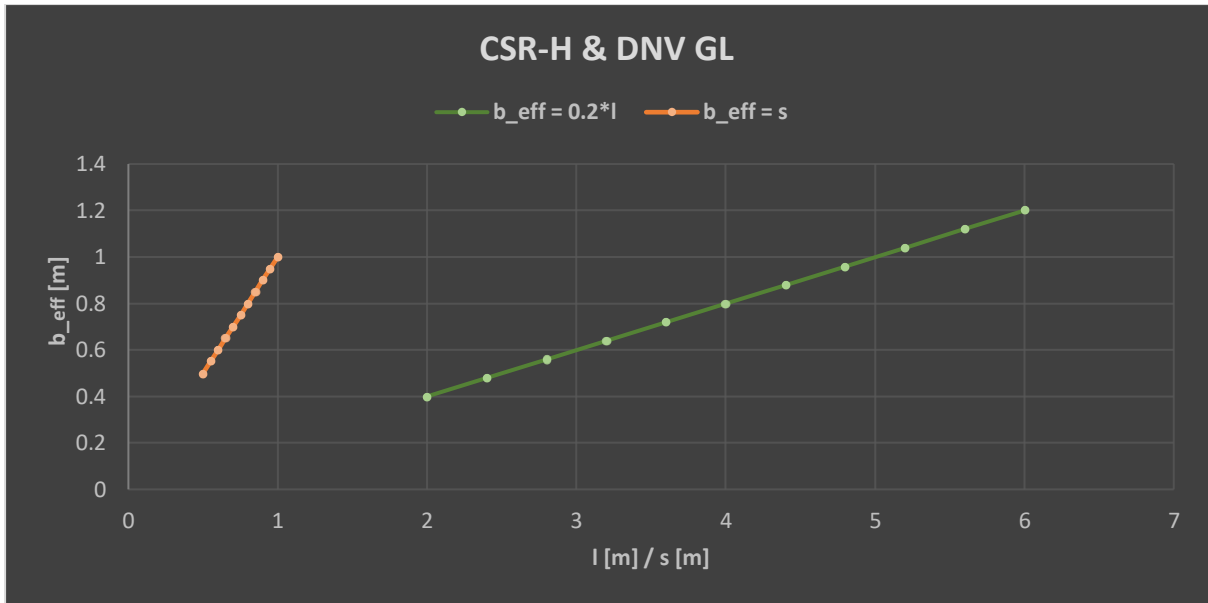
Όπου:

b : Πραγματικό πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος σε (m)

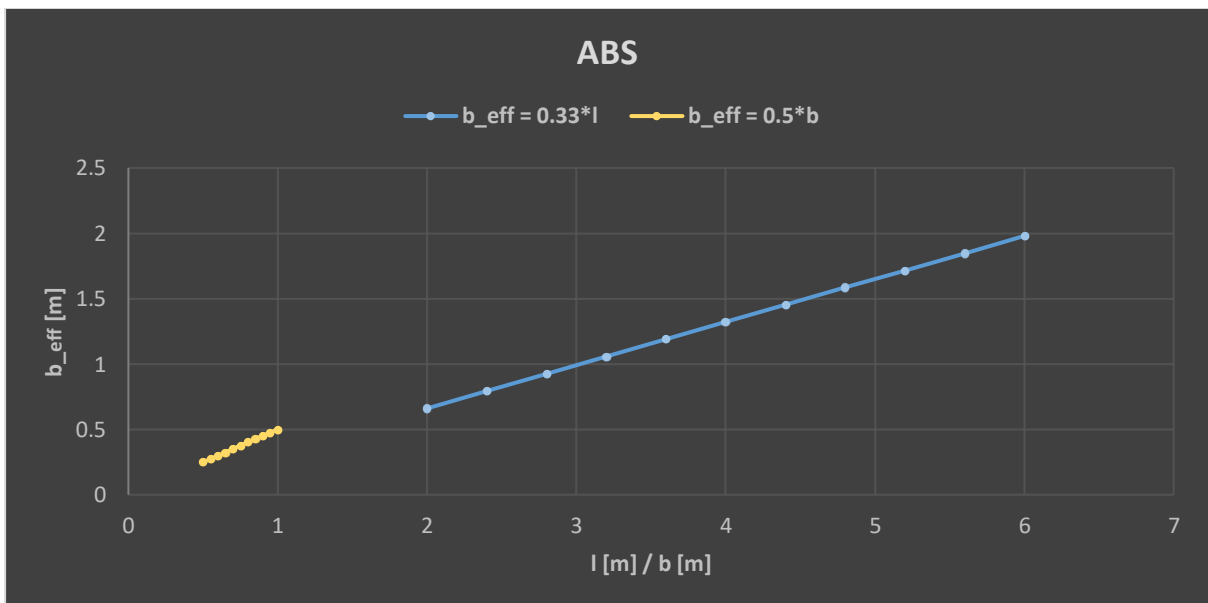
l : Ανυποστήρικτο μήκος του ενισχυτικού ή του *PSM* μεταξύ των στηρίξεών του σε (m)

Παρακάτω ακολουθούν τα διαγράμματα στα οποία φαίνεται η εκάστοτε καμπύλη που προκύπτει από τους τύπους των νηογνωμόνων που αναφέρθηκαν.

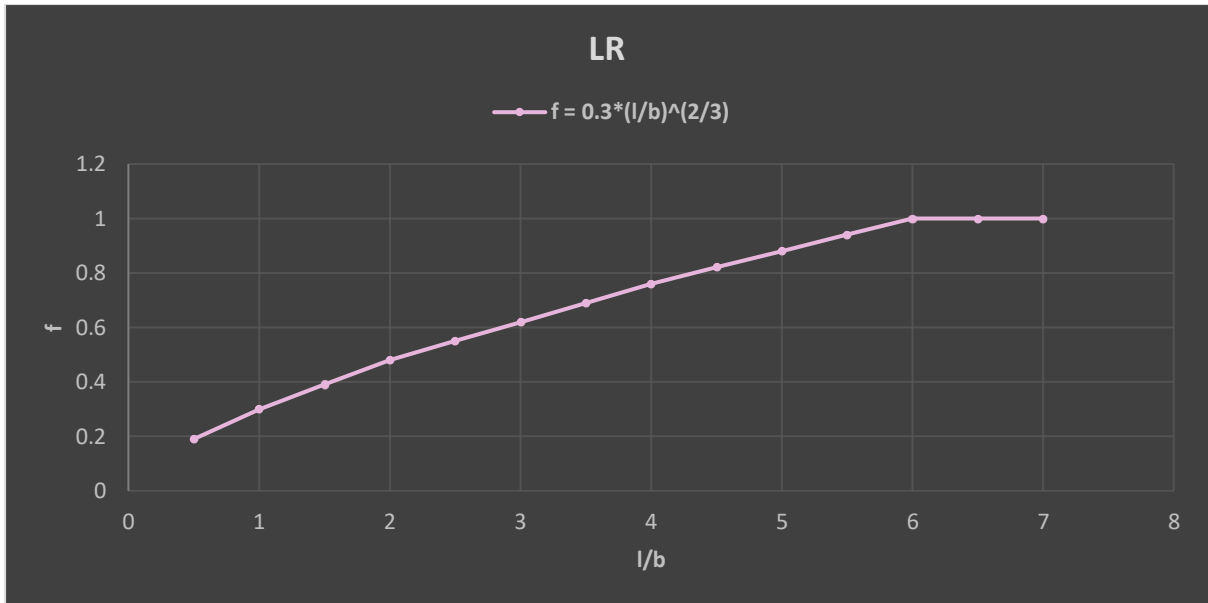
Να τονίσουμε πως η τυπική τιμή του ανυποστήρικτου μήκους του ενισχυτικού (l) είναι 2800 mm ενώ το πραγματικό πλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος (b) είναι 700 mm με $\frac{l}{b} = 4$.



Γράφημα 4.1: Καμπύλες των CSR – H και DNV GL (2 περιπτώσεις)



Γράφημα 4.2: Καμπύλες του ABS (2 περιπτώσεις)



Γράφημα 4.3: Καμπύλη του LR



Γράφημα 4.4: Καμπύλη του HRS (On the effective breadth of plating)

Κεφάλαιο 5: ΜΕΘΟΔΟΣ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων χρησιμοποιείται κυρίως από τους μηχανικούς για την επίλυση κατασκευαστικών προβλημάτων. Βρίσκει εφαρμογή σε πολλούς κλάδους της επιστημονικής κοινότητας πέραν της μηχανικής, όπως η ιατρική, η εμβιομηχανική κ.α. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Τα Πεπερασμένα Στοιχεία αποτελούν μία αριθμητική μέθοδο η οποία είναι ιδιαίτερα χρήσιμη σε προβλήματα με σύνθετη γεωμετρία, με πολύπλοκη φόρτιση ή με σύνθετες μηχανικές ιδιότητες. Αυτό συμβαίνει διότι, συνήθως, σε τέτοιου είδους προβλήματα η αναλυτική μαθηματική λύση είναι αδύνατο να βρεθεί εφόσον η επίλυση των κανονικών και μερικών διαφορικών εξισώσεων που θα προκύψουν είναι ακατόρθωτο να λυθούν λόγω της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Για αυτό, λοιπόν, βασιζόμαστε σε αριθμητικές επιλύσεις, με τα Πεπερασμένα Στοιχεία να αποτελούν μία από τις πιο εξελιγμένες και «ακριβείς» προσεγγιστικές μεθόδους.

Οι πιο συνηθισμένες αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στην Μηχανική είναι: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

- Μέθοδος Πεπερασμένων Διαφορών
- Μέθοδος Πεπερασμένων Όγκων
- Μέθοδος Συνοριακών Εξισώσεων
- Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

5.1 Ιστορική Αναδρομή

Η πρώτη επιστημονική προσέγγιση που έγινε και ήταν παρόμοια με τα Πεπερασμένα Στοιχεία είναι αυτή του Αρχιμήδη με την προσπάθεια του να υπολογίσει τον άρρητο αριθμό « π ». Τα πρώτα μαθηματικά έγγραφα που ασχολούνται με το συγκεκριμένο αντικείμενο ανήκουν στο έργο του *Schellbach* και χρονολογούνται το 1851. Προς τα τέλη του 1800 αναπτύχθηκε μία μεθοδολογία για την πρόβλεψη της φυσικής αντίδρασης απλών δομών από τον *Lord Rayleigh*, η οποία επεκτάθηκε από τον *Walter Ritz* που δημιούργησε την μέθοδο *Rayleigh Ritz*. (Πεπερασμένα Στοιχεία, Δρ. Πασχάλης Κ. Γκότσης, 2013)

Λόγω της ανάγκης των μηχανικών σε διάφορους βιομηχανικούς κλάδους να επιλύουν προβλήματα με μη αναλυτικές λύσεις, η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων αναπτύχθηκε περαιτέρω. Η πρώτη επίσημη διατύπωση της μεθόδου έγινε το 1941 και αποδίδεται στον *Alexander Hrennikoff*, όπου ένα συνεχές ελαστικό μέσο αναπαρίσταται από ένα πεπερασμένο αριθμό δοκών και ράβδων. Ο *Richard Courant*, το 1942, συνέχισε την συγκεκριμένη έρευνα. Μεγαλύτερα συστήματα εξισώσεων ήταν δυνατό να λυθούν από το 1950 μέσω πρωτόγονων υπολογιστικών μηχανών. (Πεπερασμένα Στοιχεία, Δρ. Πασχάλης Κ. Γκότσης, 2013)

Η θεμελίωση των Πεπερασμένων Στοιχείων έγινε από τον Ιωάννη Αργύρη το 1955, ο οποίος συσχέτισε διαφορετικές ισοδύναμες θεωρήσεις. Η δεκαετία του 1960 ήταν η έναρξη της εμπορικής χρήσης των Πεπερασμένων Στοιχείων, εφόσον οι ψηφιακοί υπολογιστές εμφανίστηκαν και έδωσαν την δυνατότητα χιλιάδων λειτουργιών ανά δευτερόλεπτο. Ο *Dr. Ray Clough* επινόησε και χρησιμοποίησε τον όρο «Πεπερασμένα Στοιχεία» για πρώτη φορά σε δημοσίευσή του. Λίγα χρόνια αργότερα, το 1965 πραγματοποιήθηκε το 1^ο συνέδριο που πραγματευόταν το αντικείμενο της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων. Το 1967, ο *Zienkiewicz* εκδίδει το πρώτο επιστημονικό βιβλίο με θέμα την συγκεκριμένο μέθοδο. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Την δεκαετία του 1970 υπήρχε εξέλιξη στην ανάπτυξη των υπολογιστών, με αποτέλεσμα την εμφάνιση κάποιων σχετικών προγραμμάτων, τα οποία φυσικά βρίσκονταν σε πολύ αρχικό στάδιο. Τέτοια προγράμματα ήταν το *NASTRAN*, το *ABAQUS* και το *ANSYS*. Ωστόσο, η μέθοδος αποτελούσε μέχρι τότε ένα εργαλείο για πιο απλούς χρήστες και όχι για πραγματική έρευνα στην βελτίωση των κατασκευών και των υλικών. Την δεκαετία του 1980, οι γραφικοί επεξεργαστές έκαναν την εμφάνιση τους, γεγονός που βοήθησε τους μηχανικούς να σταματήσουν την μελέτη πινάκων και να εξετάζουν χρωματιστά περιγράμματα τάσης και παραμόρφωσης. Αυτή η παραστατική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων ήταν ο λόγος για τον οποίο εξετάστηκε σοβαρά η ενσωμάτωση των Πεπερασμένων Στοιχείων κατά τον σχεδιασμό μίας κατασκευής. Επίσης, η μέθοδος διείσδυσε και σε άλλους επιστημονικούς κλάδους, όπως η μετάδοση θερμότητας, ο ηλεκτρομαγνητισμός, η μηχανική ρευστών κ.α. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Η ευρεία διάδοση της μεθόδου έγινε την δεκαετία του 1990 λόγω της ραγδαίας ανάπτυξης των υπολογιστικών συστημάτων. Εξαιρετικά δύσκολα μοντέλα μπορούσαν πλέον να επιλυθούν

μέσω υπερυπολογιστών “*Desk Side*” σε ένα αρκετά ικανοποιητικό χρόνο. Σήμερα, σκοπός είναι η μέθοδος να γίνει φιλική απέναντι στον χρήστη αλλά και το σχεδιαστικό περιβάλλον των προγραμμάτων να βελτιωθεί και να εξελιχθεί. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

5.2 Βασικές Αρχές

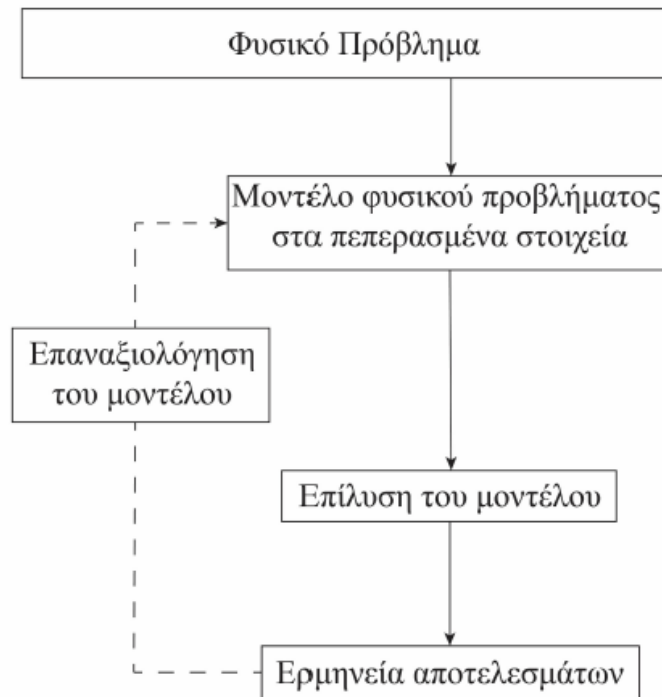
Πρόδρομος των Πεπερασμένων Στοιχείων αποτέλεσε η Μητρική Ανάλυση. Η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων ασχολείται με γραμμικά (ελαστικό πεδίο που ισχύει η θεωρία των μικρών μετατοπίσεων) αλλά και μη γραμμικά προβλήματα.

Η μέθοδος είναι αριθμητική και επιλύει προβλήματα συνοριακών τιμών, γνωστά και ως πεδιακά προβλήματα, αφού ο σκοπός είναι η εύρεση μίας συνάρτησης σε μία έκταση ενός πεδίου. Ο όρος «πεδίο» σημαίνει ο χώρος για τον οποίο εξετάζουμε το πρόβλημα (στερεό σώμα, ρευστό κ.λ.π). (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

5.2.1 Βασικά Βήματα Μεθόδου

Τα βήματα που θα πρέπει να ακολουθήσουμε για την επίλυση ενός προβλήματος με την αριθμητική μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων είναι: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

1. Διακριτοποίηση του συνεχούς μέσου
2. Επιλογή συναρτήσεων σχήματος (*Shape Functions*)
3. Κατασκευή μητρώου δυσκαμψίας στοιχείου
4. Κατασκευή συνολικού μητρώου δυσκαμψίας
5. Κατασκευή διανύσματος φορτίσεων
6. Υλοποίηση οριακών συνθηκών
7. Επίλυση του γραμμικού συστήματος εξισώσεων
8. Υπολογισμός τάσεων – παραμορφώσεων



Εικόνα 5.1: Διαδικασία επίλυσης με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

5.2.2 Φορτίσεις, Μετατοπίσεις, Μητρώο Δυσκαμψίας

Το υπό εξέταση πεδίο διακριτοποιείται σε ένα πεπερασμένο αριθμό στοιχείων (*elements*). Τα στοιχεία συνδέονται μέσω ειδικών σημείων που ονομάζονται κόμβοι (*nodes*). Η άγνωστη πεδιακή συνάρτηση εκφράζεται συναρτήσει των κομβικών τιμών των στοιχείων. Στους κόμβους των στοιχείων ασκούνται δυνάμεις και ροπές και λόγω αυτών θα υπολογιστούν οι αντίστοιχες μετατοπίσεις. Για να επιλυθεί το συγκεκριμένο ζήτημα, γίνεται χρήση των βασικών εξισώσεων μηχανικής (εξισώσεις ισορροπίας δυνάμεων και ροπών, καταστατικές εξισώσεις, συμβιβαστό των παραμορφώσεων) και γίνεται η μοντελοποίηση της μηχανικής συμπεριφοράς των στοιχείων.

Η μετατοπίσεις των κόμβων θα εκφραστούν συναρτήσει των φορτίσεων που ασκούνται σε αυτούς. Η σχέση που ισχύει είναι της μορφής:

$$\{F\} = [K] * \{U\} \quad (5.1)$$

Όπου:

- ✓ $\{F\}$: Ο πίνακας – στήλη που περιλαμβάνει τις δυνάμεις.
- ✓ $\{U\}$: Ο πίνακας – στήλη που περιλαμβάνει τις μετατοπίσεις. Είναι ο άγνωστος του προβλήματος (συνήθως).

- ✓ $[K]$: Το ολικό μητρώο δυσκαμψίας. Αποτελεί έναν τετραγωνικό πίνακα διαστάσεων $[n \times n]$.

n : Ο συνολικός βαθμός ελευθερίας του συστήματος (*Degrees of Freedom – DOF*). Είναι το γινόμενο των βαθμών ελευθερίας του κάθε στοιχείου επί τον συνολικό αριθμό των στοιχείων του συστήματος.

- ❖ Ο βαθμός ελευθερίας ενός στοιχείου είναι το γινόμενο του αριθμού των κόμβων του επί τον αριθμό των τιμών που μπορεί να πάρει η πεδιακή μεταβλητή σε κάθε κόμβο. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Η επίλυση του συστήματος με την χρήση των βασικών αρχών της γραμμικής άλγεβρας θα προσδιορίσει τις μετατοπίσεις μέσω της ακόλουθης εξίσωσης:

$$\{U\} = [K]^{-1} * \{F\} \quad (5.2)$$

Εφόσον οι μετατοπίσεις είναι γνωστές, μπορούμε να υπολογίσουμε τις αντιδράσεις στα σημεία στήριξης, τις παραμορφώσεις και τις τάσεις.

5.2.3 Συναρτήσεις σχήματος (*Shape Functions*)

Οι συναρτήσεις σχήματος (*Shape Functions*) ή συναρτήσεις παρεμβολής (*Interpolation Functions*) είναι, συνήθως, συναρτήσεις πολυωνυμικής μορφής των ανεξάρτητων μεταβλητών και έχουν σκοπό την ικανοποίηση συγκεκριμένων απαιτήσεων στους κόμβους. Οι συναρτήσεις σχήματος είναι γνωστές συναρτήσεις των ανεξάρτητων μεταβλητών. Πρακτικά, βοηθούν να κατανοήσουμε τί συμβαίνει σε ένα οποιοδήποτε σημείο του στοιχείου, δηλαδή περιγράφουν την κατανομή της πεδιακής μεταβλητής σε κάθε εσωτερικό σημείο του στοιχείου. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Σε πολλά προγράμματα που χρησιμοποιούν την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων δίνεται η δυνατότητα αλλαγής της τάξης των συναρτήσεων σχήματος (γραμμική, κυβική). Όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη της συνάρτησης σχήματος τόσο πιο λεπτομερής και ακριβής είναι η πλεγματοποίηση της κατασκευής (εξηγείται παρακάτω) με αποτέλεσμα να την προσεγγίζει καλύτερα. Φυσικά, αυτό σημαίνει πως ο υπολογιστικός φόρτος αυξάνεται.

Να τονίσουμε πως η διαφορά της γραμμικής συνάρτησης σχήματος με την κυβική εντοπίζεται στο γεγονός ότι στην κυβική συνάρτηση στο στοιχείο προσθέτουμε επιπλέον κόμβο (*node*)

στην μέση του στοιχείου (αυξημένη ακρίβεια), σε σχέση με την γραμμική όπου το *element* έχει κόμβους μόνο στα άκρα του.

5.2.4 Γεωμετρία

Η αρχή της μεθόδου βασίζεται στην κατασκευή της γεωμετρίας, η οποία περιγράφει το σχήμα του υπό μελέτη προβλήματος. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Η γεωμετρία μπορεί να είναι:

- Καμπύλες (*Curves – 1D*)
- Επιφάνειες (*Surfaces – 2D*)
- Όγκοι (*Volumes – 3D*)

Οι τρόποι δημιουργίας της γεωμετρίας είναι: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

- *Bottom – Up*: Αρχικά δημιουργούνται σημεία, ύστερα γραμμές που τα ενώνουν, μετά επιφάνειες που ενώνουν τις γραμμές, και τέλος γίνεται η σύνδεση των επιφανειών για δημιουργία όγκων.
- *Top – Down*: Γίνεται προσέγγιση από το γενικό στο ειδικό. Οι τομές κατασκευάζονται από λογικές εργασίες σε θεμελιώδη σχήματα (κύλινδροι, σφαίρες κ.α).

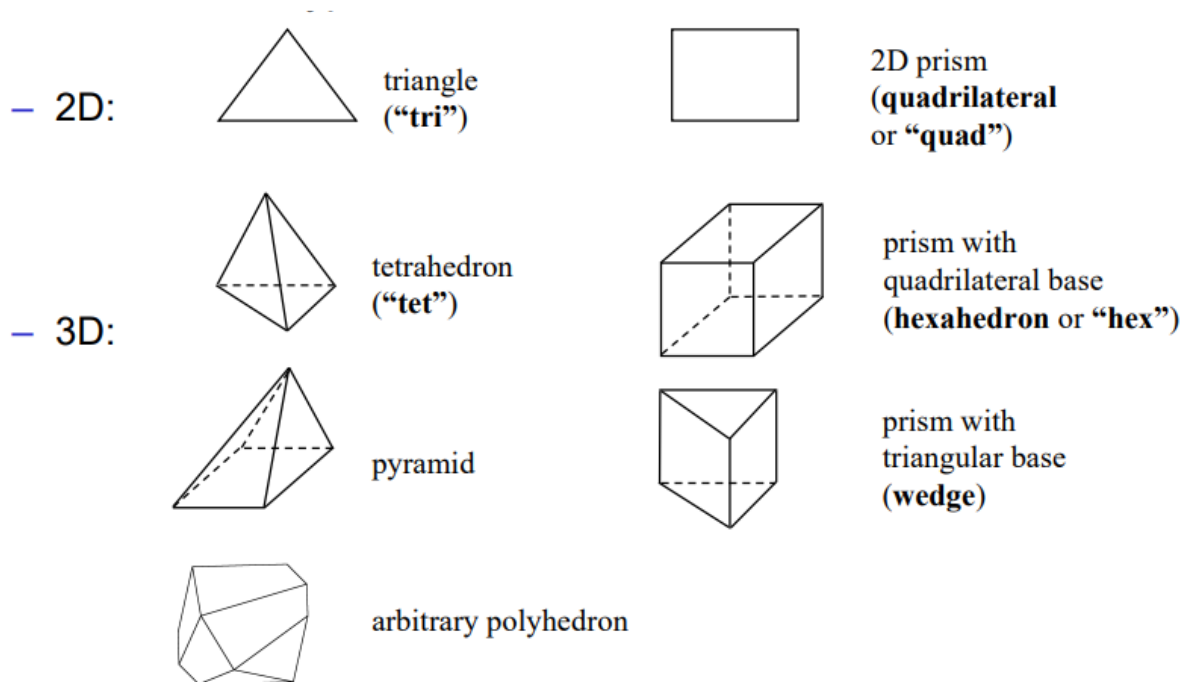
Να τονίσουμε πως η γεωμετρία μπορεί να δημιουργηθεί σε κάποιο σχεδιαστικό εργαλείο (κυρίως για *Top – Down* δημιουργία γεωμετρίας), αλλά και από τον ίδιο τον προ-επεξεργαστή του λογισμικού (κυρίως για *Bottom – Up* δημιουργία γεωμετρίας). (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

5.2.5 Διακριτοποίηση – Κατασκευή Πλέγματος

Μέσω της διαδικασίας της διακριτοποίησης ορίζονται τα στοιχεία που θα χρησιμοποιηθούν για να επιλυθεί το πεδιακό πρόβλημα. Ουσιαστικά, μετατρέπει το συνεχές μέσο σε μία διακριτή αναπαράσταση της γεωμετρίας του. Κατ' αυτό τον τρόπο δημιουργείται το πλέγμα (*Mesh*) του υπό μελέτη προβλήματος. Η ομαδοποίηση των στοιχείων σε ζώνες βοηθά στην εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών.

Να τονίσουμε πως οι συνοριακές συνθήκες (φορτίσεις και στηρίξεις) είναι απαραίτητες στην επίλυση του προβλήματος ώστε το ολικό μητρώο δυσκαμψίας να είναι αντιστρέψιμο. Σε διαφορετική περίπτωση το πρόβλημα θεωρείται ιδιόμορφο και δεν επιλύεται.

Η επιλογή του είδους του στοιχείου που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την διακριτοποίηση εξαρτάται από τον τύπο του προβλήματος και τις δυνατότητες του επιλυτή. Τα στοιχεία μπορεί να είναι γραμμικά (1D προβλήματα), τριγωνικά (2D προβλήματα) ή τετραεδρικά (3D προβλήματα). Επίσης, μπορεί να γίνει συνδυασμός των ειδών των στοιχείων κατά την διακριτοποίηση ενός προβλήματος. Η αύξηση της πολυπλοκότητας του στοιχείου σημαίνει πιο ακριβές και λεπτομερές πλέγμα (καλύτερη προσέγγιση της υπό μελέτη κατασκευής) αλλά ταυτόχρονα και αύξηση του υπολογιστικού φόρτου (αντίστοιχα με την αύξηση τάξης των συναρτήσεων σχήματος).



Εικόνα 5.2: Είδη Στοιχείων (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

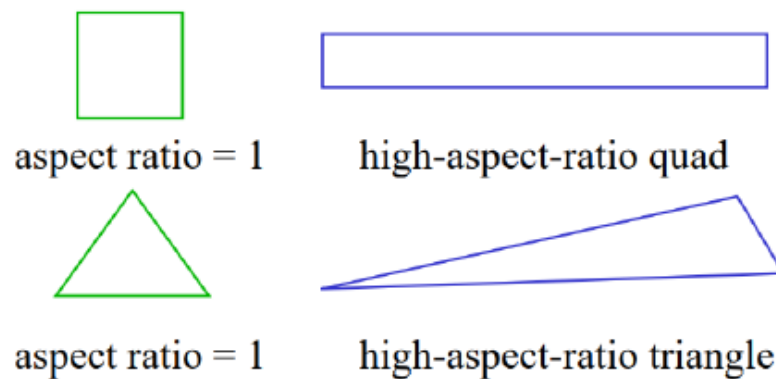
Η πυκνότητα του πλέγματος δεν είναι απαραίτητο να είναι ίδια καθ’ όλη την έκταση του χωρίου. Όσο αυξάνεται η πυκνότητα της διακριτοποίησης επιτυγχάνεται μεγαλύτερη ακρίβεια της λύσης. Βέβαια, για να γνωρίζουμε αν το πλέγμα χρήζει πυκνώσης είναι απαραίτητη η γνώση και της αναλυτικής λύσης (Αρχές Μηχανικής κ.λ.π). (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Τα σημεία στα οποία είναι απαραίτητο το πλέγμα να είναι πυκνωμένο είναι:

- Σημεία άσκησης φορτίων
- Σημεία γεωμετρικής ασυνέχειας
- Σημεία στήριξης (συγκεντρωμένα φορτία)
- Γενικά, «ευαίσθητα» σημεία της κατασκευής

Τα βασικά κριτήρια ελέγχου της ποιότητας της διακριτοποίησης είναι:

- Στρέβλωση (Skewness): Βασίζεται στην απόκλιση από το ορθογώνιο τετράπλευρο. Εφαρμόζεται σε όλους τους τύπους στοιχείων.
- Ομαλότητα (Smoothness): Η αλλαγή μεγέθους των στοιχείων πρέπει να γίνεται ομαλά και να μην είναι μεγάλη.
- Λόγος διαστάσεων (Aspect Ratio): Είναι ο λόγος του μήκους της μεγάλης πλευράς προς το μήκος της μικρής πλευράς. Ιδανικά, βρίσκεται κοντά στην τιμή της μονάδας (1), δηλαδή η διακριτοποίηση γίνεται με τετράγωνα ή ισόπλευρα τρίγωνα.



Εικόνα 5.3: Λόγος διαστάσεων στοιχείου (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ. Δραγατογιάννης)

5.2.6 Ιδιότητες Υλικών

Ο καθορισμός των υλικών κατασκευής του αντικειμένου που μελετάται αποτελεί ένα από τα αρχικά στάδια της προσομοίωσης.

Οι παράμετροι που πρέπει να παρθούν υπόψιν κατά την επιλογή των κατάλληλων υλικών είναι:

- Μέτρο ελαστικότητας
- Ειδικό βάρος
- Λόγος *Poisson*
- Συντελεστής θερμικής διαστολής
- Πυκνότητα (καθορίζεται η μάζα των δομικών στοιχείων)

Είναι σημαντικό σε περίπτωση που ένα αντικείμενο αποτελείται από παραπάνω από ένα (1) υλικό, να δημιουργηθούν επιπλέον κόμβοι στο πλέγμα στα σημεία αλλαγής μεταξύ των υλικών. Επίσης, κάθε στοιχείο αποτελείται μόνο από ένα (1) υλικό. Προσέχουμε στην εισαγωγή ιδιοτήτων ορθότροπων, ανισότροπων και σύνθετων υλικών.

Τέλος, θα πρέπει να γίνεται έλεγχος για ύπαρξη κόμβων που συμπίπτουν (*coincident nodes*), οι οποίοι στην συνέχεια θα πρέπει να συγχωνευτούν (*merge*). Σε διαφορετική περίπτωση, η απαιτούμενη υπολογιστική ισχύς θα αυξηθεί χωρίς να είναι απαραίτητο για την επίλυση του προβλήματος. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης)

5.2.7 Τελικοί Έλεγχοι

Ύστερα από την επίλυση ενός προβλήματος με Πεπερασμένα Στοιχεία, ακολουθεί ένα εξίσου σημαντικό βήμα, το οποίο είναι ο έλεγχος και η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Αυτά που οπωσδήποτε θα πρέπει να ελέγχουν είναι: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης)

- Το παραμορφωμένο σώμα
- Οι αναπτυσσόμενες τάσεις (κατά *Von Mises* με *Fringe Plot*) ώστε να βρεθούν τα κρίσιμα σημεία της κατασκευής
- Τυχόν σημεία που παρουσιάζουν «παράξενη» συμπεριφορά (μεγάλες μετατοπίσεις κ.λ.π)

Για να γνωρίζουμε στην πραγματικότητα αν η λύση των Πεπερασμένων Στοιχείων (και γενικά των αριθμητικών λύσεων) είναι έγκυρη και ακριβής θα χρειαστεί να βρεθεί και η αναλυτική λύση του προβλήματος (μέσω διάφορων Αρχών της Μηχανικής κ.λ.π) και να γίνουν οι κατάλληλες συγκρίσεις ώστε να αποφανθούμε ποιος είναι ο καταλληλότερος τρόπος αριθμητικής επίλυσης που προσεγγίζει καλύτερα το πραγματικό πρόβλημα. Επίσης, δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι κάθε υπολογιστικό πρόγραμμα φέρει και έναν συντελεστή σφάλματος στα αποτελέσματά του.

5.3 Στοιχείο Δοκός (*Beam Element*)

Το στοιχείο Δοκός (*Beam Element*) είναι από τα βασικά στοιχεία που χρησιμοποιούνται στην μοντελοποίηση ναυπηγικών κατασκευών, εφόσον περιγράφουν με ακρίβεια την συμπεριφορά των ενισχυτικών. Για αυτό το λόγο, θα γίνει μία περαιτέρω ανάλυση σχετικά με το συγκεκριμένο *element*.

Το συγκεκριμένο στοιχείο αποτελεί έναν όγκο (V) (σε αντίθεση με το στοιχείο ράβδος που αποτελεί μία επιφάνεια (A)) που έχει την δυνατότητα να λάβει γραμμικά (αξονικά) φορτία και καμπτικές ροπές, με αποτέλεσμα να παρουσιάζονται οι αντίστοιχες βυθίσεις, στροφές και μετατοπίσεις.

Η βασική διαφορική εξίσωση που περιγράφει την εφαρμοζόμενη ροπή στο στοιχείο δοκού είναι:
(Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ.
Δραγατογιάννης)

$$E * I_z * \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -M(x) \quad (5.3)$$

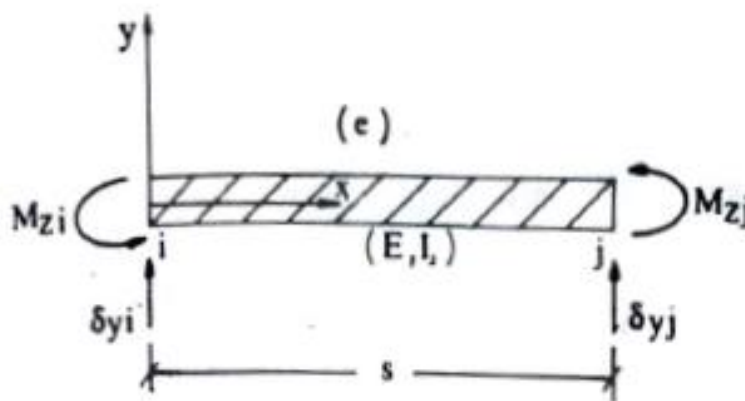
Επομένως, το βέλος κάμψης δίνεται από μία σχέση της μορφής:

$$y(x) = \delta_y(x) = a_1 + a_2 * x + a_3 * x^2 + a_4 * x^3 \quad (5.4)$$

Η στρόφιξη δίνεται από τις σχέσεις:

$$\checkmark \theta_{zi} = \frac{d\delta_{yi}}{dx} \quad (5.5)$$

$$\checkmark \theta_{zj} = \frac{d\delta_{yj}}{dx} \quad (5.6)$$



Εικόνα 5.4: Στοιχείο Δοκός (Beam Element) (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ.
Δραγατογιάννης, 2024)

Αν $0 \leq \xi = \frac{x}{s} \leq 1$ (κανονικοποιημένο σύστημα με (s) να είναι το μήκος της δοκού) και εφαρμόζοντας τις οριακές συνθήκες (δύο στρόφιξες και δύο βυθίσεις, δηλαδή συνολικά τέσσερις οριακές συνθήκες), το βέλος κάμψης γίνεται:

$$\delta_y(x) = (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3) * \delta_{yi} + \xi^2(3 - 2\xi) * \delta_{yj} + s\xi(1 - 2\xi + \xi^2) * \theta_{zi} + s\xi^2(\xi - 1) * \theta_{zj} \quad (5.7)$$

Η ύπαρξη αξονικής δύναμης σημαίνει:

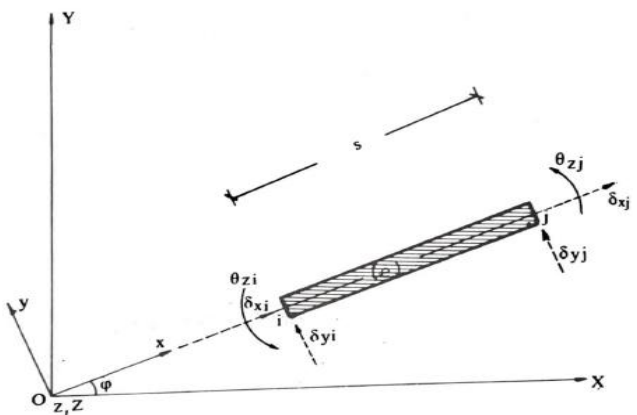
$$\delta_x(x) = (1 - \xi) * \delta_{xi} + \xi * \delta_{xj} \quad (5.8)$$

Τελικά, καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση πινάκων, η οποία περιγράφει την συμπεριφορά της δοκού:

$$\begin{Bmatrix} \delta_x(x) \\ \delta_y(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\xi & 0 & 0 & \xi & 0 & 0 \\ 0 & 1-3\xi^2+2\xi^3 & s\xi(1-2\xi+\xi^2) & 0 & \xi^2(3-2\xi) & s\xi^2(\xi-1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ \delta_{xj} \\ \delta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix}$$

Εικόνα 5.5: Εξίσωση πινάκων για την δοκό (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ. Δραγατογιάννης)

Είναι ιδιαίτερα σημαντική η γωνία της δοκού (φ) από το τοπικό στο καθολικό σύστημα, διότι το μητρώο δυσκαμψίας (στο καθολικό σύστημα) είναι συνάρτηση αυτής της γωνίας. Αν $l = \cos\varphi$ (5.9) και $m = \sin\varphi$ (5.10), τότε ο πίνακας στροφής της δοκού, μέσω του οποίου γίνεται ο μετασχηματισμός ανάμεσα στα δύο συστήματα (τοπικό και καθολικό), δίνεται παρακάτω:



$$\begin{Bmatrix} \delta_{xi} \\ \delta_{yi} \\ \theta_{zi} \\ \delta_{xj} \\ \delta_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m & l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_{zi} \\ u_j \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix}$$

Εικόνα 5.6: Πίνακας Στροφής Στοιχείου Δοκού (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ. Δραγατογιάννης)

Τέλος, φαίνεται πως τα μητρώα δυσκαμψίας περιέχουν και το αξονικό φορτίο και τις ροπές που εφαρμόζονται στο στοιχείο. Να επισημάνουμε πως το (A) στο μητρώο ακαμψίας συμβολίζει το εμβαδόν της διατομής της δοκού, η οποία διατομή αν παραμένει σταθερή, το (A) μπορεί να εξαλειφθεί από τον πίνακα. Αν η διατομή παραμένει σταθερή σημαίνει πως δεν ασκείται κάποιο αξονικό (γραμμικό) φορτίο.

5.4 Διδιάστατο Στοιχείο (*Shell ή Plate Element*)

Όπως και το στοιχείο δοκός, έτσι και το διδιάστατο στοιχείο βοηθά στην μοντελοποίηση των ναυπηγικών κατασκευών, εφόσον περιγράφει με αρκετά ακριβή τρόπο την συμπεριφορά των ελασμάτων σταθερού πάχους. Θα χρησιμοποιηθεί και στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία.

Μία επίπεδη κατασκευή υποδιαιρείται με την βοήθεια ιδεατών γραμμών σε ένα αριθμό τριγωνικών στοιχείων. Τα τριγωνικά στοιχεία συνδέονται μεταξύ τους μέσω των κόμβων. Κάθε τριγωνικό στοιχείο έχει τρεις κόμβους (i, j, m) όπου καθένας από αυτούς έχει συντεταγμένες κατά την διεύθυνση (x) και (y) (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Δ. Δραγατογιάννης, 2024). Δηλαδή ο κάθε κόμβος έχει δύο βαθμούς ελευθερίας, επομένως, ο συνολικός βαθμός ελευθερίας του συστήματος είναι έξι (6).

Η μετατόπιση (q) έχει δύο συνιστώσες, την (u) κατά την διεύθυνση (x) και την (v) κατά την διεύθυνση (y) .

$$q(x, y) = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

Το διάνυσμα των μετατοπίσεων των κόμβων (i, j, m) του κάθε τριγωνικού στοιχείου συμβολίζεται με (q^e) .

$$q^e = \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \\ q_m \end{Bmatrix} \quad (5.12)$$

Εκφράζουμε τις μετατοπίσεις (u) και (v) με την βοήθεια πολυωνυμικών συναρτήσεων, όπου η τελική τους μορφή (λόγω των τριών κόμβων (i, j, m)) είναι:

$$\checkmark \quad u(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y \quad (5.13)$$

$$\checkmark \quad v(x, y) = b_1 + b_2x + b_3y \quad (5.14)$$

Οι παραπάνω σχέσεις με την βοήθεια της μητρικής ανάλυσης γίνονται:

$$q(x, y) = M(x, y) * a \Rightarrow \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{Bmatrix} \quad (5.15)$$

Το πεδίο των παραμορφώσεων του διδιάστατου στοιχείου είναι:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

Με τις κατάλληλες παραγωγίσεις προκύπτει ότι: $\varepsilon = B * q^e$ (5.17)

Όπου:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} y_{jm} & 0 & y_{mi} & 0 & y_{ij} & 0 \\ 0 & x_{mj} & 0 & x_{im} & 0 & x_{ji} \\ x_{mj} & y_{jm} & x_{im} & y_{mi} & x_{ji} & y_{ij} \end{bmatrix}$$

Εικόνα 5.9: Πίνακας (B) (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ. Δραγατογιάννης)

Το πεδίο των τάσεων του διδιάστατου στοιχείου στην περίπτωση επίπεδης ελαστικότητας είναι:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.18)$$

Οι τάσεις συνδέονται με τις παραμορφώσεις μέσω της σχέσης: $\sigma = D * \varepsilon$ (5.19)

Όπου: $D = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$: Στην ουσία είναι ο νόμος *Hooke* (η μορφή του προσαρμόζεται

ανάλογα την περίπτωση φόρτισης). (5.20)

$$k^e = \frac{Et}{4A^e(1-\nu^2)}$$

$$\begin{bmatrix} \left(x_{jm}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{mj}^2\right) & & & & \\ \frac{1}{2(1-\nu)}x_{mj}y_{jm} & \left(x_{mj}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}y_{jm}^2\right) & & & \\ \left(y_{jm}y_{mi} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{mj}x_{mi}\right) & \left(\frac{\nu}{(1-\nu)}x_{mj}y_{mi} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{im}x_{jm}\right) & \left(y_{mi}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{im}^2\right) & & \\ \left(\frac{\nu}{(1-\nu)}x_{im}y_{jm} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{mj}y_{mi}\right) & \left(x_{im}y_{mj} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}y_{jm}y_{mi}\right) & \frac{1}{2(1-\nu)}x_{im}y_{mi} & \left(x_{mi}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}y_{mi}^2\right) & \\ \left(y_{ij}y_{jm} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{mj}x_{ji}\right) & \left(\frac{\nu}{(1-\nu)}x_{mj}y_{ij} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{ji}y_{jm}\right) & \left(y_{ij}y_{mi} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{im}x_{ji}\right) & \left(\frac{\nu}{(1-\nu)}x_{im}y_{ij} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{ji}y_{mi}\right) & \left(y_{ij}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{ji}^2\right) \\ \left(\frac{\nu}{(1-\nu)}x_{ji}y_{jm} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}y_{ij}x_{mj}\right) & \left(x_{ji}x_{mj} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}y_{jm}y_{ij}\right) & \left(\frac{\nu}{(1-\nu)}x_{ji}y_{mi} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}x_{im}y_{ij}\right) & \left(x_{im}x_{ji} + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}y_{mi}y_{ij}\right) & \frac{1}{2(1-\nu)}x_{ji}y_{ij} & \left(x_{ji}^2 + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}y_{ij}^2\right) \end{bmatrix}$$

συμμετρικό

Εικόνα 5.13: Μητρώο δυσκαμψίας για επίπεδη παραμορφωσιακή κατάσταση (Πηγή: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων, Δ. Δραγατογιάννης, 2024)

Τα μητρώα ακαμψίας $[k^e]$ είναι συμμετρικά (και στις δύο περιπτώσεις) για αυτό έχουν διατηρηθεί μόνο οι όροι που βρίσκονται κάτω από την κύρια διαγώνιο. Επίσης, παρατηρούμε πως τα μητρώα δυσκαμψίας είναι διαστάσεων $[6 \times 6]$, το οποίο είναι λογικό, αφού ο βαθμός ελευθερίας του συστήματος είναι έξι (6).

5.5 Βελτιστοποίηση Κατασκευών

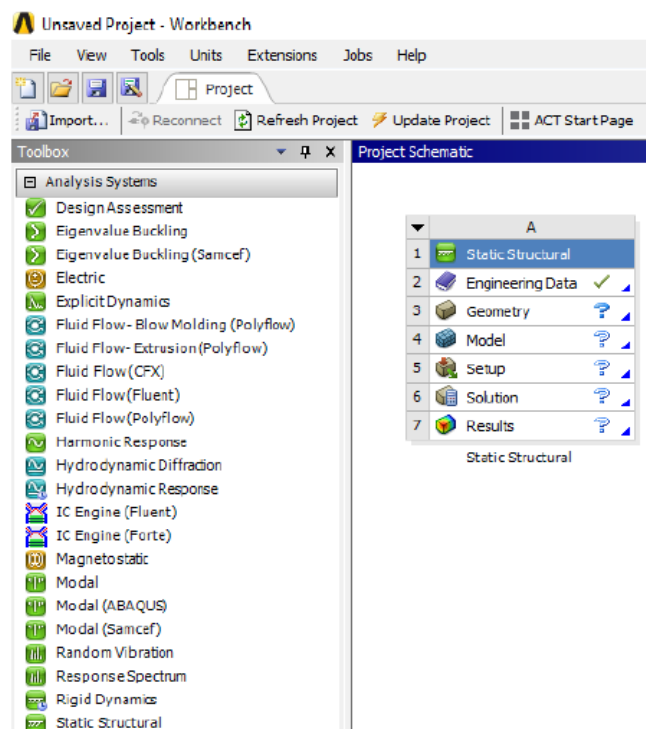
Μέσω της διαδικασίας βελτιστοποίησης προσδιορίζεται ο βέλτιστος σχεδιασμός μίας κατασκευής. Ανάλογα το πρόγραμμα χρησιμοποιείται ο κατάλληλος αλγόριθμος (επαναληπτική διαδικασία), ο οποίος καθορίζει κάποιες παραμέτρους. Αυτές μπορούν να ταξινομηθούν στις εξής κατηγορίες: (*Chapter 10 – Introduction to Optimization Design, Indiana University*)

- **Objective Function (Αντικειμενική Συνάρτηση):** Είναι η ποσότητα την οποία ελαχιστοποιούμε (ή μεγιστοποιήσουμε) για την εύρεση της βέλτιστης σχεδίασης.
- **State Variables (Μεταβλητές Κατάστασης):** Αποτελούν εξαρτημένες ποσότητες που υπολογίζονται μέσω της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων. Πρακτικά αποτελούν περιορισμούς στον σχεδιασμό της κατασκευής καθορίζοντας ένα μέγιστο ή/ και ένα ελάχιστο όριο. Στο περιβάλλον του πλοίου, τέτοιου είδους περιορισμοί είναι οι κανονισμοί (αντοχή μεταλλικής κατασκευής, επαρκής ευστάθεια κ.λ.π).
- **Design Variables (Σχεδιαστικές Μεταβλητές):** Αποτελούν ανεξάρτητες ποσότητες οι οποίες μεταβάλλονται κατάλληλα με σκοπό την βέλτιστη σχεδίαση της κατασκευής (πάντα ως προς κάποιο (ή κάποια) κριτήριο). Συνήθως υπάρχει ένα μέγιστο και ένα ελάχιστο όριο.

5.6 Πρόγραμμα Ansys

Το πρόγραμμα *Ansys* είναι ένα σχεδιαστικό πρόγραμμα το οποίο είναι ευρέως γνωστό για την επίλυση προβλημάτων η οποία είναι βασισμένη στην Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Χρησιμοποιείται κατά κόρον από τον κλάδο της Μηχανικής.

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας θα γίνει χρήση του *Ansys*, και συγκεκριμένα του *Ansys Workbench*, με το οποίο θα παραχθούν τα κατάλληλα αποτελέσματα και θα συγκριθούν οι αντίστοιχοι κανονισμοί των Νηογνομόνων όπως και το αντίστοιχο διάγραμμα του *Schade* (θα αναλυθεί παρακάτω η ακριβής διαδικασία).



Εικόνα 5.14: Ansys Workbench (Πηγή: <https://www.ansys.com/>)

Η βασική μεθοδολογία που ακολουθούμε στο *Ansys Workbench* αποτελείται από τα εξής βήματα:

1. Τύπος Ανάλυσης: Καθορίζεται ανάλογα τον τύπο του προβλήματος που μελετάται (υδροδυναμικό, στατικό, δυναμικό κ.λ.π).
2. Δεδομένα Ανάλυσης (*Engineering Data*): Καθορίζεται το υλικό (ή τα υλικά) της υπό μελέτη κατασκευής.
3. Γεωμετρία (*Geometry*): Η γεωμετρία του αντικειμένου μπορεί να δημιουργηθεί είτε με το ίδιο το πρόγραμμα είτε με την βοήθεια ενός άλλου σχεδιαστικού προγράμματος (για παράδειγμα το πρόγραμμα *Rhinoceros*).

4. Μοντέλο (Model): Γίνεται η διακριτοποίηση – δημιουργία του πλέγματος της κατασκευής. Το πρόγραμμα δίνει την δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν διαφορετικά είδη στοιχείων (τριγωνικά, τετραεδρικά κ.α) και διαφορετικές τάξεις συνάρτησης σχήματος (γραμμική, κυβική).
5. Συνοριακές Συνθήκες (Setup): Γίνεται η εφαρμογή των φορτίσεων της κατασκευής και των στηρίξεών της.
6. Επίλυση (Solution): Γίνεται επίλυση του προβλήματος βασισμένη στην μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.
7. Αποτελέσματα (Results): Βλέπουμε την παραμόρφωση του σώματος, τις αναπτυσσόμενες τάσεις (κατά *Von Mises*), τις αντιδράσεις των στηρίξεων κ.α. Μέσω αυτών των αποτελεσμάτων μπορούμε να αποφανθούμε για τυχόν αλλαγές στην υπό μελέτη κατασκευή.

5.7 Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων & *Common Structural Rules (CSR)*

Οι κανονισμοί των νηογνομόνων δεν έκαναν υποχρεωτική την χρήση των Πεπερασμένων Στοιχείων παλαιότερα. Χρησιμοποιούνταν προαιρετικά σε συγκεκριμένες περιπτώσεις, όπως: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης)

- Μελέτη τοπικής αντοχής σε εδάφια που οι κανονισμοί αδυνατούσαν να προδιαγράψουν την λύση με ακριβή και λεπτομερή τρόπο.
- Πρωτοποριακοί σχεδιασμοί που δεν καλύπτονταν από τους υφιστάμενους κανονισμούς.
- Επιβεβαίωση των κανονισμών σε ειδικές περιπτώσεις.

Η θέσπιση των Κοινών Κατασκευαστικών Κανονισμών καθιστά υποχρεωτική, για πρώτη φορά, την χρήση της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων κατά την σχεδίαση των πλοίων μεταφοράς χύδην φορτίου (*Bulk Carrier*) και δεξαμενόπλοιων (*Oil Tankers*) με μήκος μεγαλύτερο των 150 (m). Η χρήση της μεθόδου στους κανονισμούς *CSR* προδιαγράφεται στα κεφάλαια 7, 8 και 9 του 1^{ου} μέρους και ελέγχουν την μεταλλική κατασκευή σε διαρροή (*yielding*), λυγισμό (*buckling*) και κόπωση (*fatigue*). (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Chapter 7:	Direct Strength Analysis
Chapter 8:	Buckling.....
Chapter 9:	Fatigue.....

Εικόνα 5.15: Κεφάλαια για χρήση της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων στους κανονισμούς CSR
(Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Η χρήση της μεθόδου μπορεί να επιφέρει μόνο αύξηση των απαιτήσεων και δεν επιτρέπεται οι περιγραφικές απαιτήσεις των κανονισμών να μειωθούν λόγω των αποτελεσμάτων των Πεπερασμένων Στοιχείων. Επομένως, η μέθοδος χρησιμοποιείται για επιβεβαίωση (*verification*) του σχεδιασμού της μεταλλικής κατασκευής του πλοίου, όπου αρχικά υπολογίζεται με βάση τις περιγραφικές απαιτήσεις (*prescriptive requirements*) των CSR. Αρκετοί μεγάλοι νηογνώμονες έχουν αναπτύξει λογισμικά ώστε να είναι σύμφωνοι με τους εναρμονισμένους κανονισμούς (CSR-H). (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

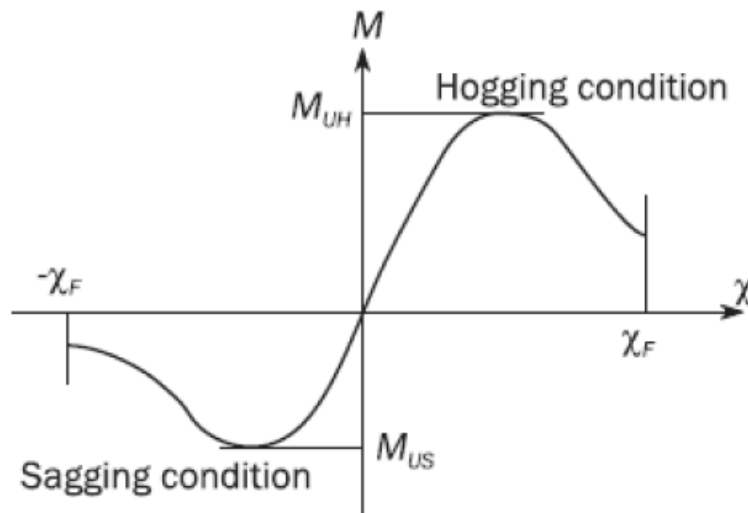
5.7.1 Είδη Μοντέλων

Οι κανονισμοί απαιτούν την χρήση της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων σε τρία επίπεδα: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

1. ***Coarse Model***: Είναι το μοντέλο τριών διαδοχικών αμπαριών. Τα αποτελέσματα μας ενδιαφέρουν μόνο για το μεσαίο αμπάρι. Θα κατασκευαστούν τόσα *Coarse Models* όσες είναι και οι συνολικές δεξαμενές του υπό μελέτη πλοίου. Το μέγιστο μέγεθος του στοιχείου (*element*) στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι η ισαπόσταση των διαμήκων ενισχυτικών ($S = 700-800 \text{ (mm)}$). Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται για την μελέτη λυγισμού και διαρροής.
2. ***Fine Model***: Είναι λεπτομερής ανάλυση σε περιοχές συγκέντρωσης τάσεων. Οι συγκεκριμένες περιοχές διευκρινίζονται και αναλύονται από τους κανονισμούς. Το μέγιστο μέγεθος του στοιχείου στο συγκεκριμένο μοντέλο είναι $50 \text{ (mm)} \times 50 \text{ (mm)}$. Το μοντέλο αυτό χρησιμοποιείται για την μελέτη λυγισμού και διαρροής.
3. ***Very Fine Model***: Ιδιαίτερα λεπτομερής ανάλυση σε κατασκευαστικές λεπτομέρειες (*Hot Spots*) που προσδιορίζονται και επιβάλλονται από τους κανονισμούς για την μελέτη έναντι κόπωσης. Το μέγιστο επιτρεπτό μέγεθος του στοιχείου στο

συγκεκριμένο μοντέλο είναι το πάχος του ελάσματος μειωμένο κατά το 50% της προσαύξης αυτού λόγω διάβρωσης ($t_{n-50} \times t_{n-50}$).

Όλα τα παραπάνω μοντέλα εφαρμόζουν την γραμμική ανάλυση. Η χρήση της μη γραμμικής ανάλυσης δεν επιβάλλεται από τους κανονισμούς αλλά προτείνεται ως εναλλακτική μέθοδος υπολογισμού της μέγιστης αντοχής του πλοίου (*Ultimate Strength*, M_{UH} , M_{US}). Βέβαια, το συγκεκριμένο ζήτημα είναι ακόμα υπό μελέτη και είναι αρκετά χρονοβόρο. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδοουλίδης, 2024)



Εικόνα 5.16: Καμπύλη καμπτικής ροπής (M) – Καμπυλότητας πλοίου (χ) (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

5.7.2 Είδη Στοιχείων

Τα είδη των στοιχείων (*elements*) που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των παραπάνω μοντέλων είναι:

1. **Rod (ή Truss) Element:** Το συγκεκριμένο στοιχείο μπορεί να λάβει μόνο γραμμικές (αξονικές) φορτίσεις. Ένα τέτοιο παράδειγμα στο περιβάλλον του πλοίου αποτελούν τα υποστυλώματα (*pillars*).
2. **Beam Element:** Το συγκεκριμένο στοιχείο μπορεί να λάβει γραμμικές (αξονικές) φορτίσεις και καμπτικές ροπές. Ένα τέτοιο παράδειγμα στο περιβάλλον του πλοίου αποτελούν τα ενισχυτικά.
3. **Shell (ή Plate) Element:** Αποτελεί ένα διδιάστατο στοιχείο με σταθερό πάχος. Χρησιμοποιείται συνήθως για την περιγραφή ελασμάτων.

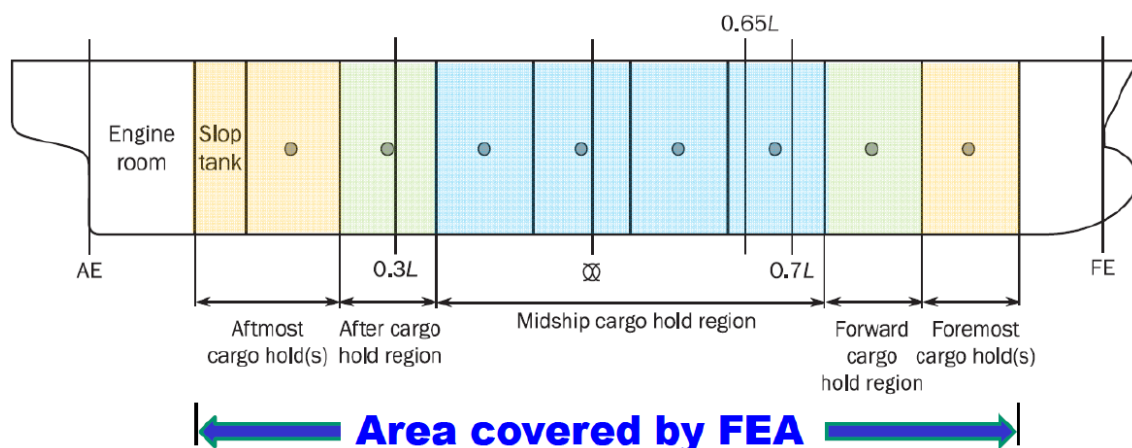
Να τονίσουμε πως τα Πεπερασμένα Στοιχεία των *CSR* δεν χρησιμοποιούν *Solid Elements* για την περιγραφή των μοντέλων διότι:

- Το πάχος των ελασμάτων είναι ιδιαίτερα μικρό σε σύγκριση με τις άλλες διαστάσεις τους.
- Δεν θα επιτευχθεί Λόγος Διαστάσεων (*Aspect Ratio*) κοντά στην μονάδα (1).
- Θα χρειαστούν πολύ μικρού μεγέθους *elements* για την περιγραφή των μοντέλων, με αποτέλεσμα την αισθητή αύξηση της υπολογιστικής ισχύος, άρα και του απαιτούμενου χρόνου.

5.7.3 Μοντέλο Τριών Αμπαριών (*Coarse Model*)

Το *Coarse Model* εκτείνεται κατά το:

- Διάμηκες: Μήκος τριών αμπαριών. Συμπεριλαμβάνονται και οι ακραίες φρακτές.
- Εγκάρσιο: Καθ' όλο το πλάτος (λαμβάνονται υπόψιν ασύμμετρα φορτία).
- Κατακόρυφο: Έως το κύριο κατάστρωμα, συμπεριλαμβανομένων και των βασικών κατασκευαστικών στοιχείων που βρίσκονται πάνω σε αυτό.



Εικόνα 5.17: Έκταση περιοχής μοντελοποίησης του Coarse Model (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Η προραία και πρυμναία δεξαμενή είναι ιδιαίτερες περιπτώσεις. Για αυτό τον λόγο κατασκευάζονται ειδικά μοντέλα που εκτείνονται στο χώρο της προραίας δεξαμενής έρματος και τον χώρο του μηχανοστασίου αντίστοιχα. Σε αυτή την περίπτωση, γίνονται κάποιες γεωμετρικές απλοποιήσεις για την επέκταση του μοντέλου πέραν του χώρου φορτίου. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

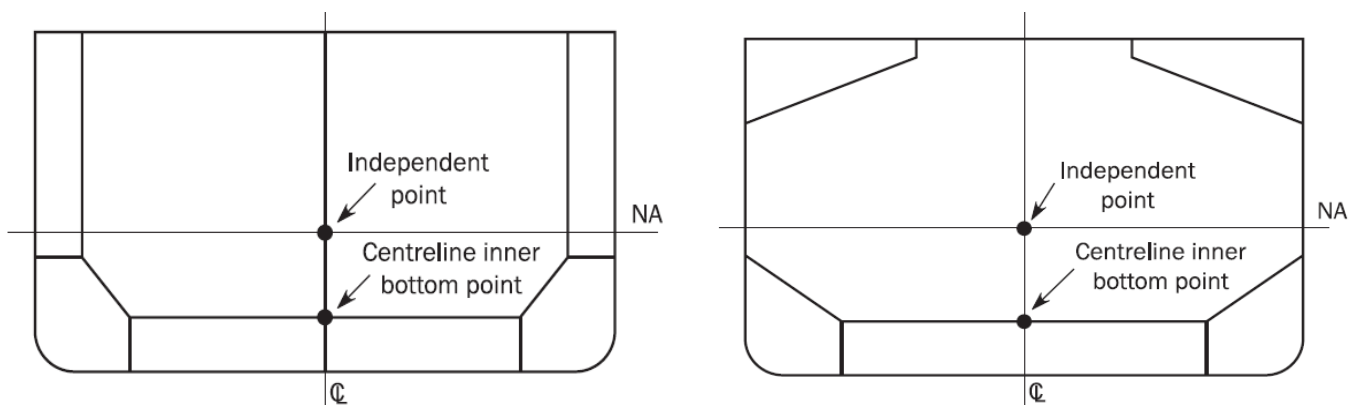
Κάποια επιπλέον χαρακτηριστικά του *Coarse Model* είναι:

- Ο λόγος των πλευρών του στοιχείου σε περιοχές «ενδιαφέροντος» (εμφάνιση υψηλών τάσεων) θα πρέπει να είναι ίσος με ένα (1). Επίσης, δεν θα πρέπει να ξεπερνάει σε καμία περίπτωση το τρία (3).

- Τα τριγωνικά στοιχεία θα πρέπει να περιορίζονται και να χρησιμοποιούνται μόνο σε περίπλοκες γεωμετρίες.
- Στην περιοχή των ανοιγμάτων στα διαφράγματα (*webs*), θα πρέπει να υπάρχει πυκνό πλέγμα ώστε να προσεγγιστεί ικανοποιητικά η πολυπλοκότητα της γεωμετρίας. Τα ανοίγματα των εδρών (ανθρωποθυρίδες), λόγω μικρότερου μεγέθους, δεν είναι απαραίτητο να μοντελοποιηθούν. Γενικά, οι κανονισμοί προσδιορίζουν με λεπτομέρεια ποια είναι τα ανοίγματα που θα πρέπει να μοντελοποιούνται ανάλογα το μέγεθός τους και τον τρόπο που θα πρέπει να γίνει.
- Θα πρέπει να γίνεται χρήση τουλάχιστον τριών *elements* καθ' ύψος των εδρών και των σταθμίδων του διπυθμένου.

5.7.4 Οριακές Συνθήκες

Οι οριακές συνθήκες στις ακραίες εγκάρσιες διατομές του μοντέλου των τριών αμπαριών αποτελούνται από άκαμπτη σύνδεση όλων των περιφερειακών κόμβων της διατομής με ένα «ανεξάρτητο σημείο» (*Independent Point*). Τα διαμήκη στοιχεία της διατομής συνδέονται με το *Independent Point* στην τομή του ουδέτερου άξονα (*Neutral Axis*) με την κατακόρυφη γραμμή που ορίζει η *Centreline*. Οι οριακές συνθήκες (περιστροφές «θ» και μετατοπίσεις «δ») περιγράφονται αναλυτικά στους κανονισμούς. (*Harmonized Common Structural Rules – CSR-H, International Association of Classification Societies – IACS*)



Εικόνα 5.18: *Independent Point* σε εγκάρσια διατομή ενός *Double Hull Oil Tanker* (αριστερά) και ενός *Bulk Carrier* (δεξιά) (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Location	Translation			Rotation		
	δ_x	δ_y	δ_z	θ_x	θ_y	θ_z
Aft End						
Independent point	-	Fix	Fix	M_{T-end}	-	-
Cross section	-	Rigid link	Rigid link	Rigid link	-	-
	End beam, see [2.5.4]					
Fore End						
Independent point	-	Fix	Fix	Fix	-	-
Intersection of centreline and inner bottom	Fix	-	-	-	-	-
Cross section	-	Rigid link	Rigid link	Rigid link	-	-
	End beam, see [2.5.4]					
Note 1: [-] means no constraint applied (free).						
Note 2: See Figure 17.						

Εικόνα 5.19: Εφαρμογή οριακών συνθηκών (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Ειδική περίπτωση αποτελούν οι οριακές συνθήκες που εφαρμόζονται στο πρωαίο μοντέλο.

5.7.5 Φορτίσεις

Οι φορτίσεις που ασκούνται ταυτόχρονα στα μοντέλα είναι οι ακόλουθες: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

✓ Στατικές Φορτίσεις

- Βάρος μεταλλικής κατασκευής μειωμένο κατά το 50% της προβλεπόμενης φθοράς λόγω διάβρωσης των ενισχυτικών και των ελασμάτων
- Εξωτερικές υδροστατικές πιέσεις λόγω θάλασσας
- Βάρος φορτίου και έρματος

✓ Δυναμικές Φορτίσεις

- Δυναμικά φορτία λόγω λιμναζόντων νερών στο κατάστρωμα (*Green Seas*)
- Δυναμικές φορτίσεις λόγω φορτίου και έρματος
- Εξωτερικές δυναμικές πιέσεις λόγω κυματισμών

Στους κανονισμούς περιγράφονται με ακρίβεια οι σχέσεις και οι καταστάσεις φόρτωσης βάση των οποίων υπολογίζονται όλες οι παραπάνω φορτίσεις.

Παρότι λαμβάνονται υπόψιν τα αποτελέσματα των Πεπερασμένων Στοιχείων μόνο για την μεσαία δεξαμενή (κεντρικό διαμέρισμα), στις ακραίες διατομές του μοντέλου επιβάλλονται διορθωτικές καμπτικές ροπές και διατμητικές δυνάμεις (*adjustments*) σύμφωνα με τους κανονισμούς ώστε οι καμπύλες των καμπτικών ροπών και των τεμνουσών δυνάμεων κατά

μήκος του μοντέλου να είναι όμοιες με αυτές του πλοίου – δοκού. (*Harmonized Common Structural Rules – CSR-H, International Association of Classification Societies – IACS*)

Τελικά, ύστερα από τις απαραίτητες διορθώσεις, ανάμεσα σε πλοίο και μοντέλο πρέπει να ταυτίζονται: (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

- Διατμητική δύναμη
- Οριζόντια και κατακόρυφη καμπτική ροπή
- Στρεπτική ροπή

5.7.6 Αξιολόγηση Αποτελεσμάτων

Το μοντέλο των τριών αμπαρίων (*Coarse Model*) μπορεί να παραγάγει αποτελέσματα για έλεγχο της μεταλλικής κατασκευής σε διαρροή και λυγισμό (αντίστοιχα και το *Fine Model*).

- Συντελεστής χρήσης έναντι διαρροής (*Yield Usage Factor*): $\lambda_y \leq \lambda_{yperm}$ (5.21)

Όπου:

- ❖ $\lambda_y = \frac{\sigma_{vm}}{R_Y}$ για *Shell Elements* (Ελάσματα) (5.22)

- ❖ $\lambda_y = \frac{|\sigma_{axial}|}{R_Y}$ για *Rod* ή *Beam Elements* (Υποστηλώματα ή Ενισχυτικά) (5.23)

- ❖ λ_{yperm} : Καθορίζεται ανάλογα το κατασκευαστικό στοιχείο και το είδος της φόρτισης (στατική/ δυναμική)

- ❖ $\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x * \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}$: Τάση *Von Mises* σε $\frac{N}{mm^2}$ (5.24)

- ❖ σ_{axial} : Αξονική τάση σε $\frac{N}{mm^2}$

- ❖ R_Y : Τάση διαρροής υλικού σε $\frac{N}{mm^2}$

- Συντελεστής χρήσης έναντι λυγισμού (*Buckling Usage Factor*): $\eta < \eta_{perm}$ (τέτοιας μορφής ανάλογα το συγκεκριμένο κριτήριο αποδοχής). (5.25)

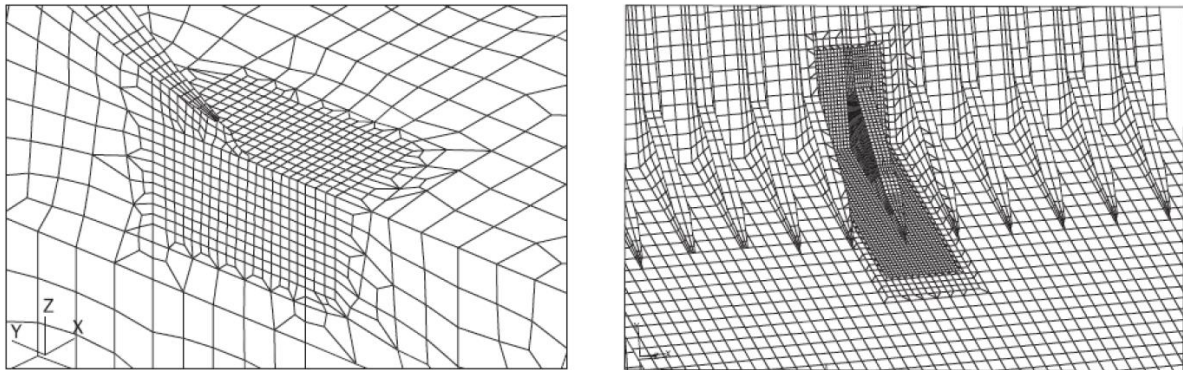
Τα κατασκευαστικά στοιχεία που πρέπει να ελέγχονται σε λυγισμό με διαφορετικά κριτήρια αποδοχής (*SP-A, SP-B, UP-A, UP-B* κ.λ.π) είναι:

- ❖ Ενισχυτικά
- ❖ Πτυχωτές φρακτές
- ❖ Κολώνες
- ❖ Ενισχυμένα και μη ενισχυμένα ελάσματα

5.7.7 Λεπτομερές Μοντέλο (*Fine Model*)

Το συγκεκριμένο μοντέλο, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, δημιουργείται όταν παρουσιάζονται υψηλές τάσεις σε συγκεκριμένες περιοχές του *Coarse Model*. Οι περιοχές αυτές διευκρινίζονται από τους κανονισμούς.

Το *Fine Model* μπορεί να είναι είτε ξεχωριστό μοντέλο ή να επιλεγεί η αντίστοιχη περιοχή του μοντέλου των τριών αμπαριών και να γίνει η απαραίτητη τοπική πύκνωση του πλέγματος. Το μοντέλο αυτό πρέπει να έχει τουλάχιστον δέκα στοιχεία (*elements*) προς κάθε κατεύθυνση, η μετάβαση από το αραιό στο πυκνό πλέγμα (*transition zone*) να είναι ομαλή και να γίνεται η χρήση διδιάστατων στοιχείων (*shell elements*) αποφεύγοντας τα τριγωνικά στοιχεία. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)



Εικόνα 5.20: Παραδείγματα κατασκευής *Fine Model* (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Να τονίσουμε σε αυτό το σημείο πως πέραν των υποχρεωτικών περιοχών δημιουργίας λεπτομερούς μοντέλου, οι κανονισμοί απαιτούν την κατασκευή *Fine Model* σε εκείνες τις περιοχές που δεν ικανοποιούνται τα *Screening Criteria*: $\lambda_{sc} \leq \lambda_{scperm}$ (5.26)

Όπου:

- λ_{sc} : Συντελεστής *Screening*, ο οποίος υπολογίζεται συναρτήσει των τάσεων που υπολογίστηκαν στο *Coarse Model*.
- λ_{scperm} : Επιτρεπτός συντελεστής *Screening*, ο οποίος καθορίζεται αναλυτικά στους κανονισμούς.

Το κριτήριο που πρέπει να ελέγξουμε στο *Fine Model* είναι: $\lambda_f \leq \lambda_{fperm}$ (5.27)

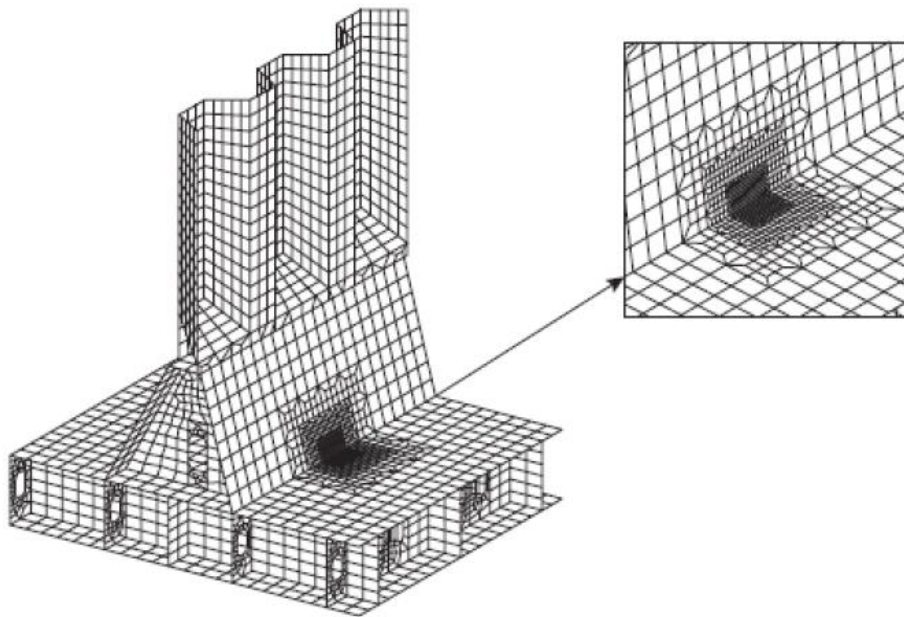
Όπου:

- $\lambda_f = \frac{\sigma_{vm}}{R_Y}$: Συντελεστής χρήσης *Fine Mesh* (5.28)

- λ_{fperm} : Επιτρεπτός συντελεστής χρήσης *Fine Mesh*, ο οποίος εξαρτάται από το αν το έλασμα είναι συγκολλημένο ή όχι και από το είδος της φόρτισης (στατική/ δυναμική). Είναι συνάρτηση του συντελεστή κοπώσεως (f_f).

5.7.8 Πολύ Λεπτομερές Μοντέλο (*Very Fine Model*)

Με την χρήση του συγκεκριμένου μοντέλου γίνεται ο έλεγχος της μεταλλικής κατασκευής έναντι κόπωσης. Οι περιοχές εφαρμογής του *Very Fine Model* (*Hot Spots*: σημεία με ιδιαίτερα μεγάλη συγκέντρωση τάσεων) είναι συγκεκριμένες και προσδιορίζονται από τους κανονισμούς.



Εικόνα 5.21: Παράδειγμα κατασκευής *Very Fine Model* (Πηγή: <https://iacs.org.uk/>)

Με βάση τα αποτελέσματα των Πεπερασμένων Στοιχείων, την χρήση καμπυλών $S-N$, και την εφαρμογή μοντέλων πρόβλεψης διάρκειας ζωής έναντι κόπωσης, υπολογίζεται η διάρκεια ζωής των επίμαχων σημείων της κατασκευής, με ελάχιστο όριο τα 25 έτη. (Εφαρμογές Πεπερασμένων Στοιχείων στην Ναυπηγική και στη Θαλάσσια Τεχνολογία, Α. Θεοδουλίδης, 2024)

Κεφάλαιο 6: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Τ’

Η πρώτη περίπτωση που θα μελετήσουμε το ισοδύναμο πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος μέσω αριθμητικής επίλυσης είναι ένα μοντέλο που αποτελείται από ένα (1) συνεργαζόμενο έλασμα και πέντε (5) διαμήκη ενισχυτικά τύπου ‘Τ’.

Στην συγκεκριμένη κατασκευή θα γίνουν αλλαγές σε κάποιες βασικές παραμέτρους όπως είναι το μήκος και το πάχος του ελάσματος, την κατεύθυνση του φορτίου και το είδος των στηρίξεών του. Κάθε αλλαγή που αποκλίνει από την διαδικασία δημιουργίας του βασικού μοντέλου (βλ. Παράρτημα 2) θα αναφέρεται στην εκάστοτε περίπτωση μελέτης. Αυτές οι αλλαγές θα μας βοηθήσουν στην κατανόηση της μεταβολής του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος.

Ο στόχος της συγκεκριμένης διαδικασίας είναι μέσω του προγράμματος *Ansys* να βρεθεί η κατανομή των ορθών τάσεων (σ_x) κατά την εγκάρσια διεύθυνση, η οποία θα προσεγγιστεί μέσω ενός κατάλληλου πολυωνύμου, το ολοκλήρωμα του οποίου θα μας δώσει το ισοδύναμο πλάτος της συγκεκριμένης κατασκευής μέσω κάποιων βασικών υπολογισμών. Η μελέτη αναφέρεται μόνο στο κεντρικό ενισχυτικό του μοντέλου και στο μέσο της κατασκευής κατά το διάμηκες. Επίσης κατά την κατακόρυφη διεύθυνση βρισκόμαστε πάνω στο συνεργαζόμενο έλασμα, δηλαδή $z = 0 \text{ m}$.

Το ισοδύναμο πλάτος που προκύπτει από την αριθμητική επίλυση θα συγκριθεί με τους τύπους των Νηογνωμόνων που αναφέρθηκαν παραπάνω όπως και με το διάγραμμα του *Schade* για την εύρεση του ισοδύναμου πλάτους και θα προκύψουν τα κατάλληλα συμπεράσματα. Επίσης, θα συγκριθούν και κάποιες περιπτώσεις της αριθμητικής επίλυσης του *Ansys* μεταξύ τους.

6.1 Αρχικό Μοντέλο

Οι διαστάσεις του βασικού (αρχικού) μοντέλου αναγράφονται παρακάτω:

- Συνεργαζόμενο Έλασμα: $5000 \text{ mm (l)} \times 3500 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$
- Ισαπόσταση Ενισχυτικών (b ή s): $700 \text{ mm (5} \times 700 \text{ mm} = 3500 \text{ mm)}$
- Φλάντζα ενισχυτικού: $150 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$
- Κορμός ενισχυτικού: $300 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$

Να τονίσουμε πως στο μοντέλο δεν υπάρχουν αγκώνες στήριξης.

Η γεωμετρία του μοντέλου θα δημιουργηθεί μέσω του σχεδιαστικού προγράμματος *Rhinoceros 6*. (<https://www.rhino3d.com/>)

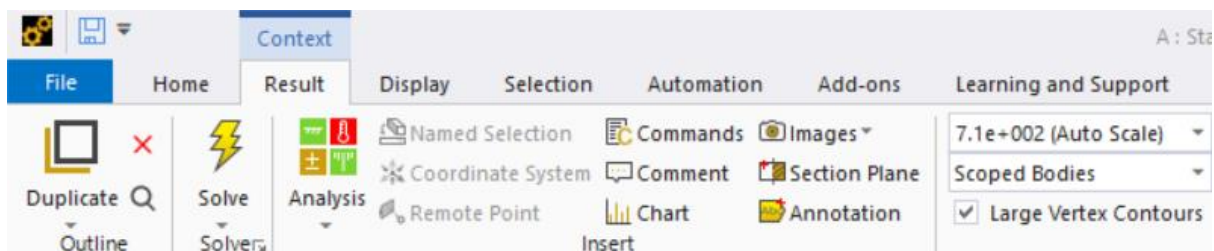
Η αναλυτική διαδικασία που ακολουθήσαμε για την δημιουργία της αρχικής γεωμετρίας στο *Rhinoceros 6* αλλά και οι κατάλληλες ρυθμίσεις που έγιναν στο *Ansys Workbench* αναλύονται στο Παράρτημα 2. Όλες οι περιπτώσεις των μοντέλων που θα μελετηθούν έχουν ως βάση την συγκεκριμένη διαδικασία. Οποιαδήποτε επιπλέον αλλαγή θα αναφέρεται στην εκάστοτε περίπτωση.

6.1.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν για αρχή είναι το *Normal Stress* και *Shear Stress*. Η εισαγωγή αυτών των αποτελεσμάτων γίνεται μέσω του *Solution* → *Insert* → *Stress*.

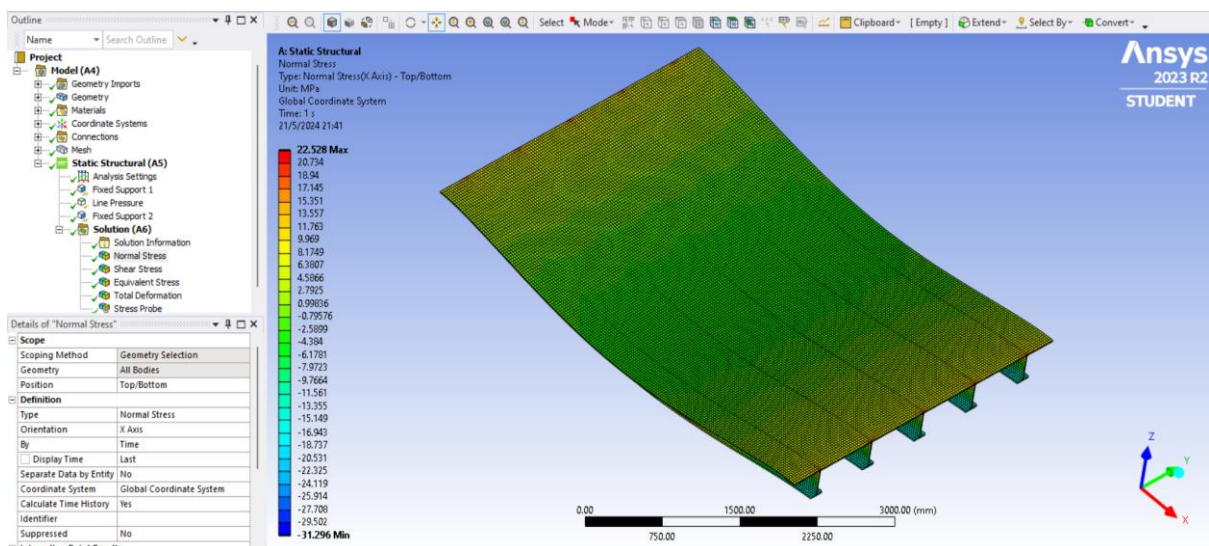
Επίσης, με τον ίδιο τρόπο θα εισάγουμε στα αποτελέσματα και την τάση *Von Mises (Equivalent Stress)* όπως και την συνολική παραμόρφωση της κατασκευής (*Total Deformation*).

Όλα τα αποτελέσματα θα παρουσιαστούν σε *Auto Scale (7.1 e+002)*. Αυτή η ρύθμιση θα γίνει μέσω του *Result*.

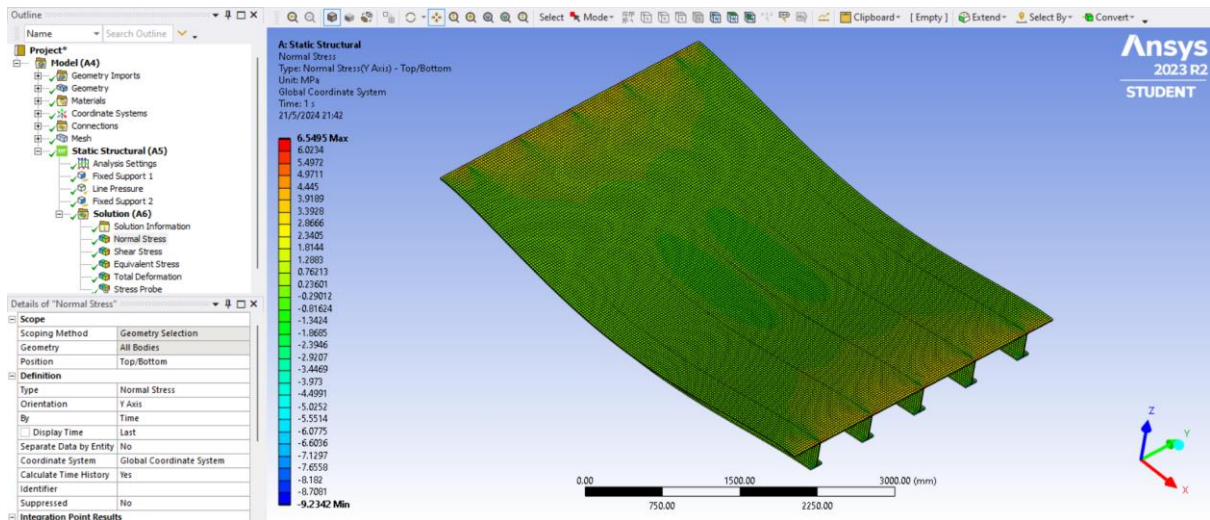


Εικόνα 6.1: Auto Scale (Πηγή: Ansys Workbench)

Παρακάτω φαίνονται οι τάσεις που αναφέρθηκαν σε όλες τις κατευθύνσεις:



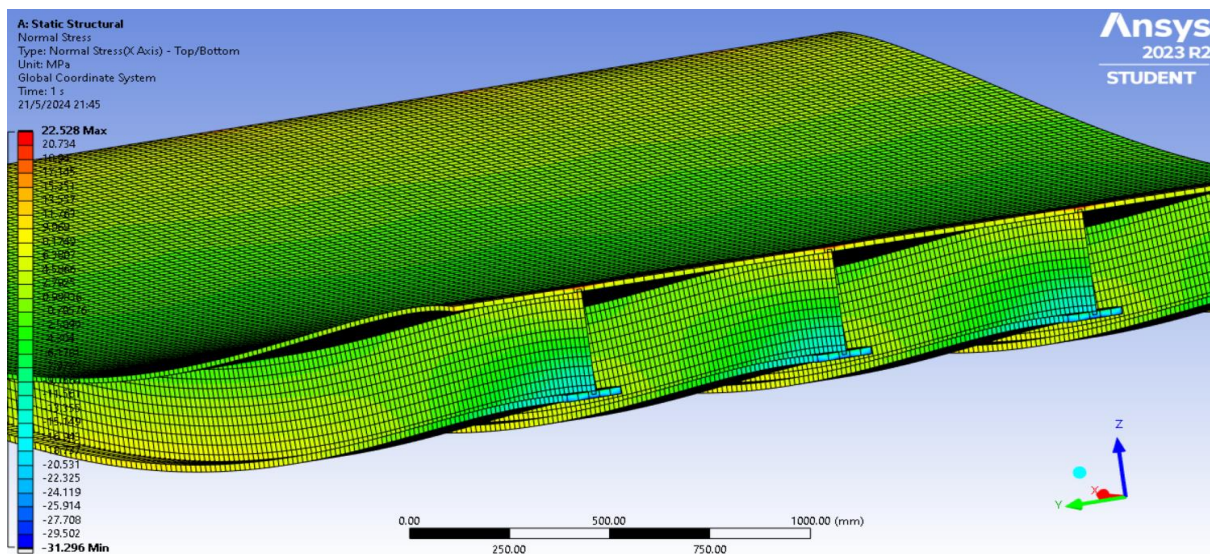
Εικόνα 6.2: Normal Stress – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)



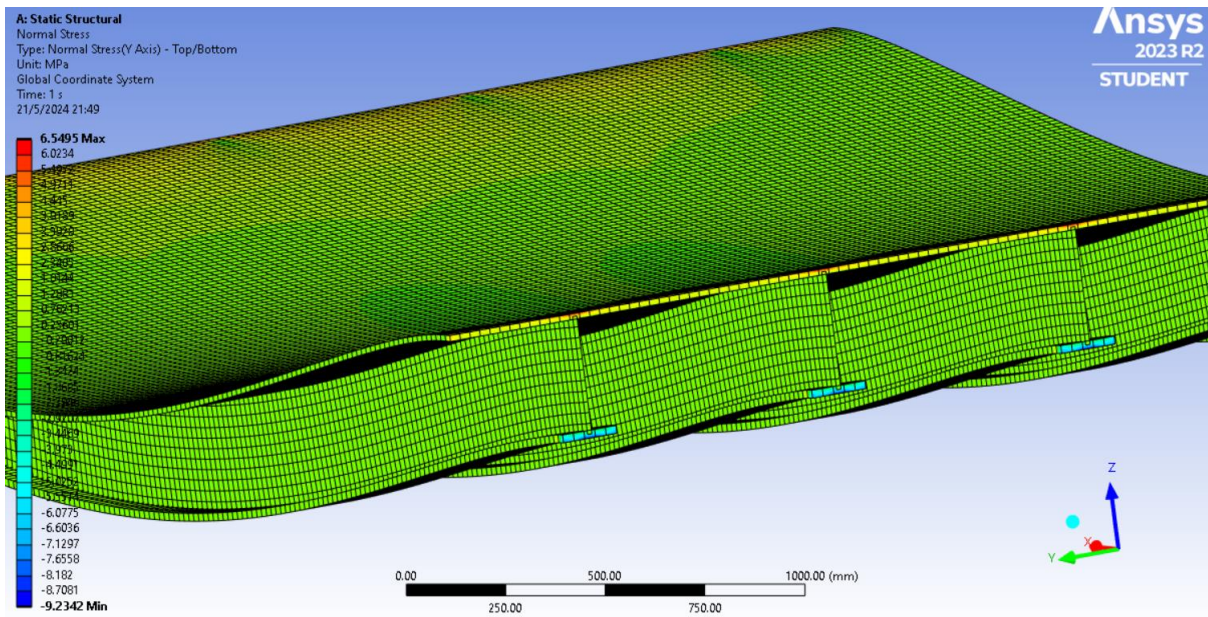
Εικόνα 6.3: Normal Stress – Y Axis (Πηγή: Ansys Workbench)

Παρατηρούμε πως και στις δύο (2) παραπάνω περιπτώσεις η μέγιστη ορθή τάση βρίσκεται στα σημεία σύνδεσης του συνεργαζόμενου ελάσματος με τον κορμό των ενισχυτικών (πάνω στο συνεργαζόμενο έλασμα), ενώ η ελάχιστη βρίσκεται στην περιοχή του σημείου σύνδεσης του κορμού με την φλάντζα (πάνω στην φλάντζα). Οι ακραίες αυτές τιμές εντοπίζονται στις πακτώσεις της εγκάρσιας διατομής του μοντέλου.

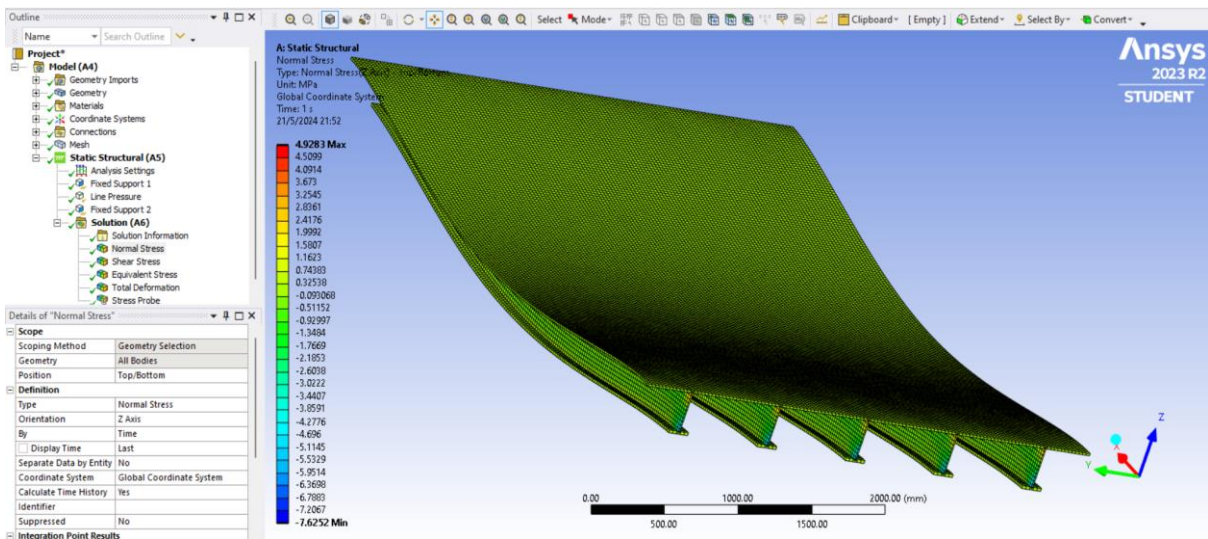
Να τονίσουμε πως η ελάχιστη τάση κατά απόλυτη τιμή μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την μέγιστη (όπως συμβαίνει στις παραπάνω περιπτώσεις). Δηλαδή, η ελάχιστη τάση σημαίνει η μέγιστη αρνητική τάση. Ο όρος «μέγιστη τάση» και «ελάχιστη τάση» χρησιμοποιείται με την ίδια λογική που παρουσιάζονται οι τάσεις στο πρόγραμμα Ansys. Το σχόλιο αυτό ισχύει για όλες τις περιπτώσεις που μελετάμε παρακάτω και αναφέρεται μόνο για τα *Normal* και *Shear Stresses*. Το *Equivalent (Von Mises) Stress* δέχεται μόνο θετικές τιμές.



Εικόνα 6.4: Normal Stress – X Axis σε zoom (Πηγή: Ansys Workbench)

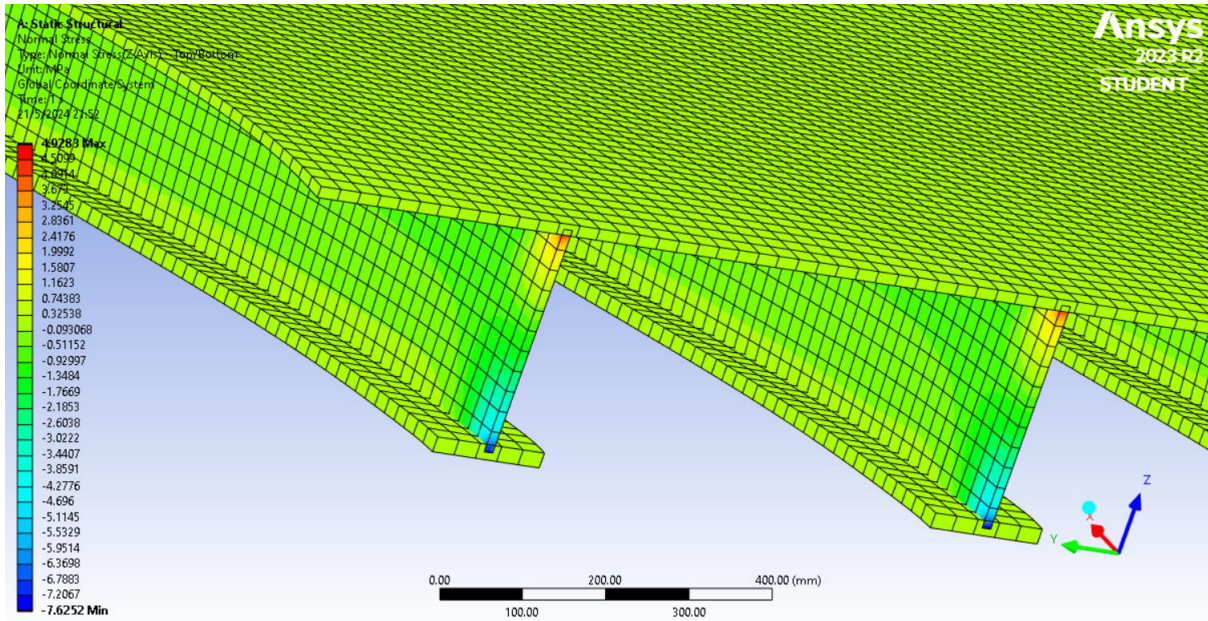


Εικόνα 6.5: Normal Stress – Y Axis σε zoom (Πηγή: Ansys Workbench)

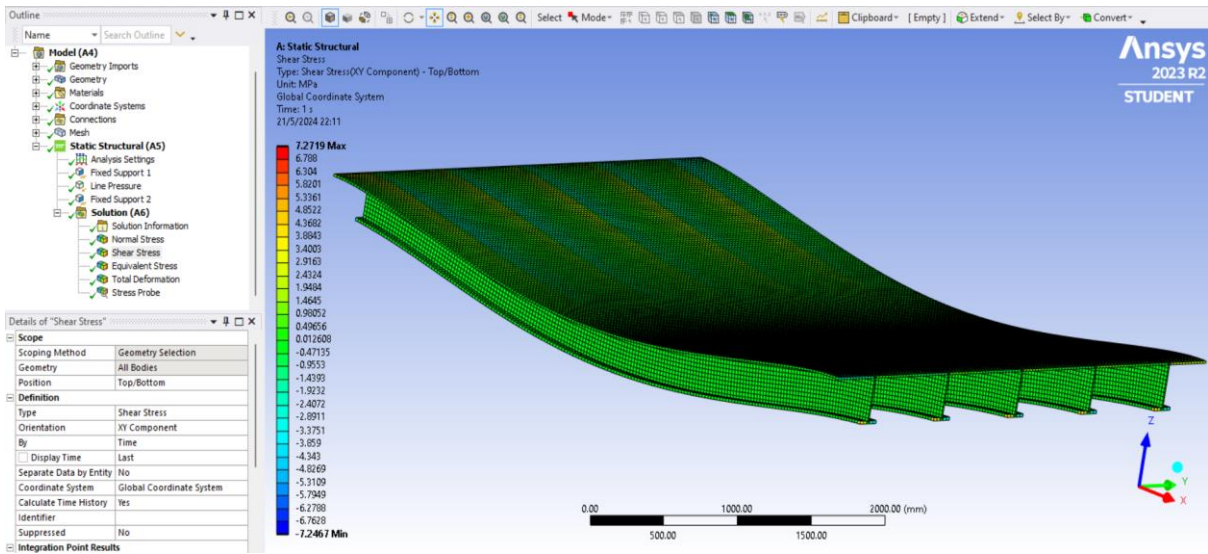


Εικόνα 6.6: Normal Stress – Z Axis (Πηγή: Ansys Workbench)

Κατά την διεύθυνση (z) το συνεργαζόμενο έλασμα και η φλάντζα των ενισχυτικών παρουσιάζει μία μέση τάση, ενώ στον κορμό των ενισχυτικών συναντώνται οι ακραίες τιμές των ορθών τάσεων. Συγκεκριμένα, στο πάνω μέρος του κορμού έχουμε την μέγιστη τάση ενώ στο κάτω μέρος έχουμε την ελάχιστη τάση. Οι ακραίες αυτές τιμές εντοπίζονται στις πακτώσεις της εγκάρσιας διατομής του μοντέλου.

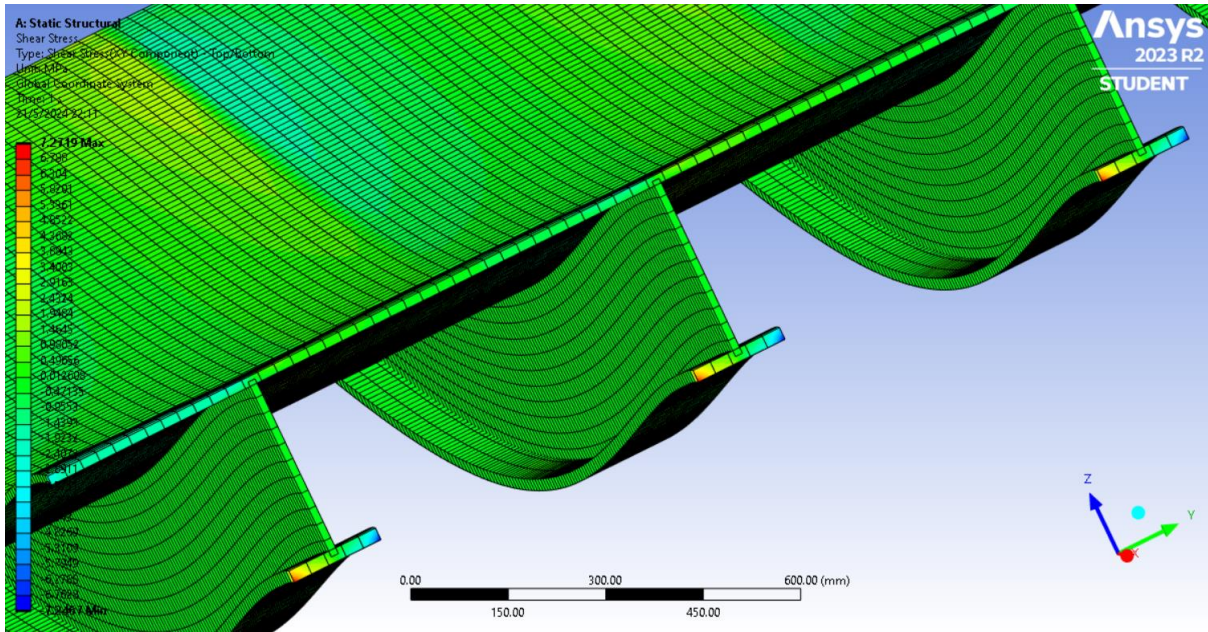


Εικόνα 6.7: Normal Stress – Z Axis σε zoom (Πηγή: Ansys Workbench)

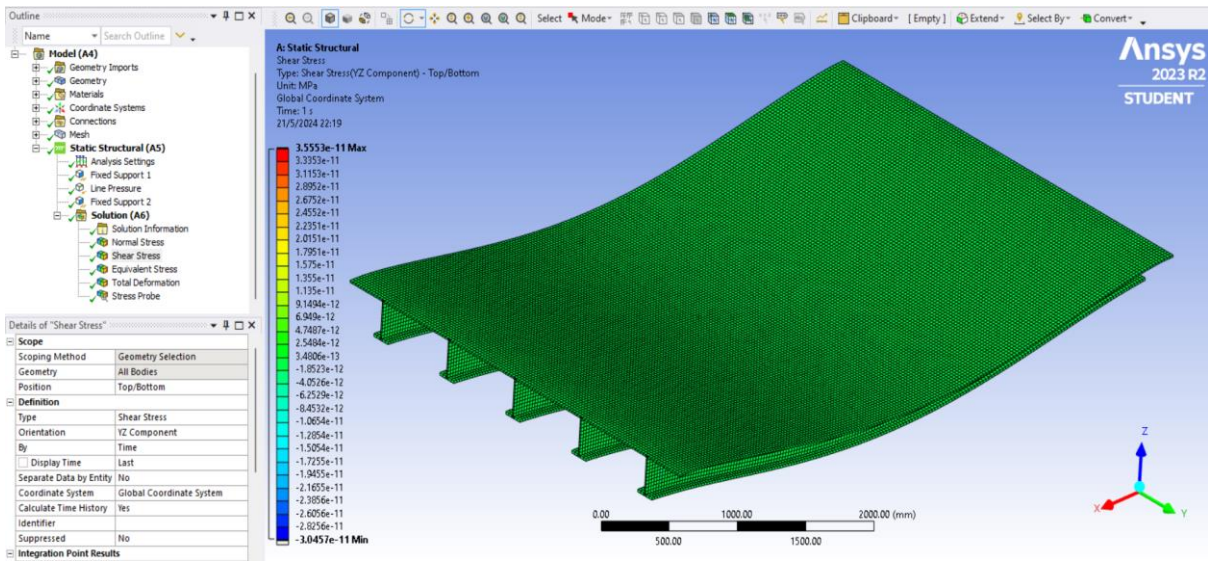


Εικόνα 6.8: Shear Stress – XY Component (Πηγή: Ansys Workbench)

Οι μέγιστες και οι ελάχιστες διατμητικές τάσεις κατά XY εμφανίζονται στις πακτώσεις της κατασκευής και συγκεκριμένα πάνω στην φλάντζα των ενισχυτικών.

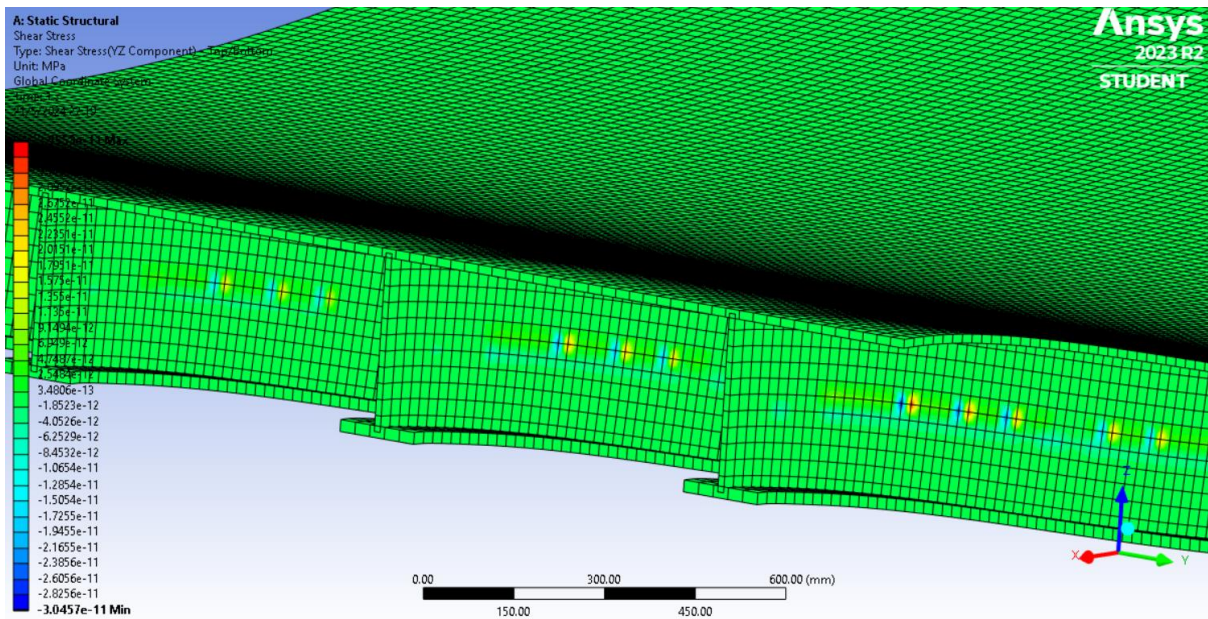


Εικόνα 6.9: Shear Stress – XY Component σε zoom (Πηγή: Ansys Workbench)

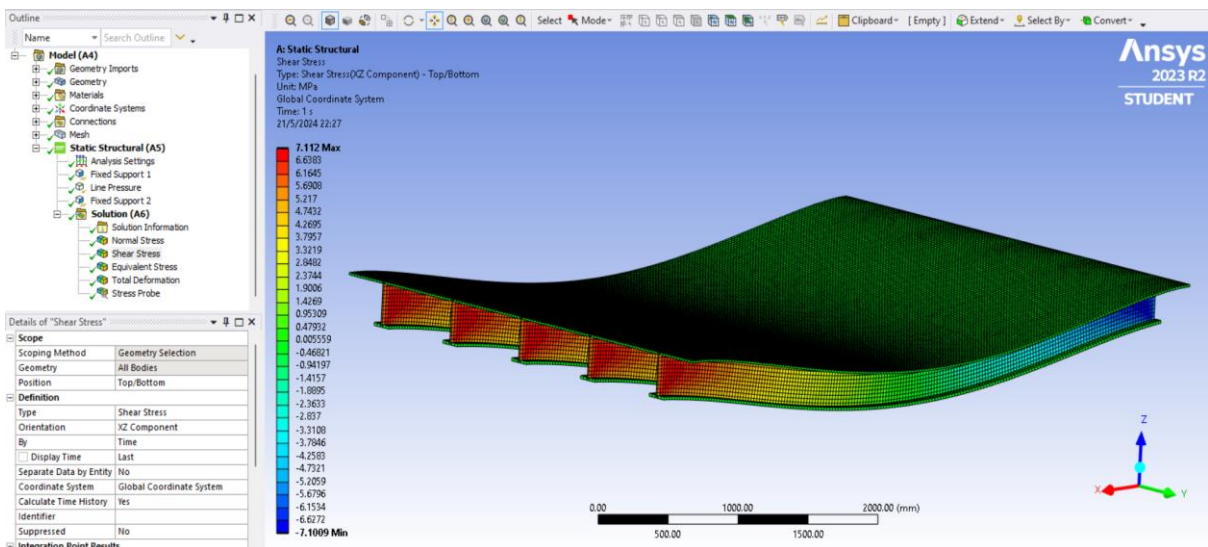


Εικόνα 6.10: Shear Stress – YZ Component (Πηγή: Ansys Workbench)

Οι μέγιστες και οι ελάχιστες διαμητικές τάσεις κατά YZ εντοπίζονται στους κορμούς κάποιων ενισχυτικών. Γενικά στην κατασκευή επικρατεί μία μέση τιμή τάσεων σε αυτή την κατεύθυνση.

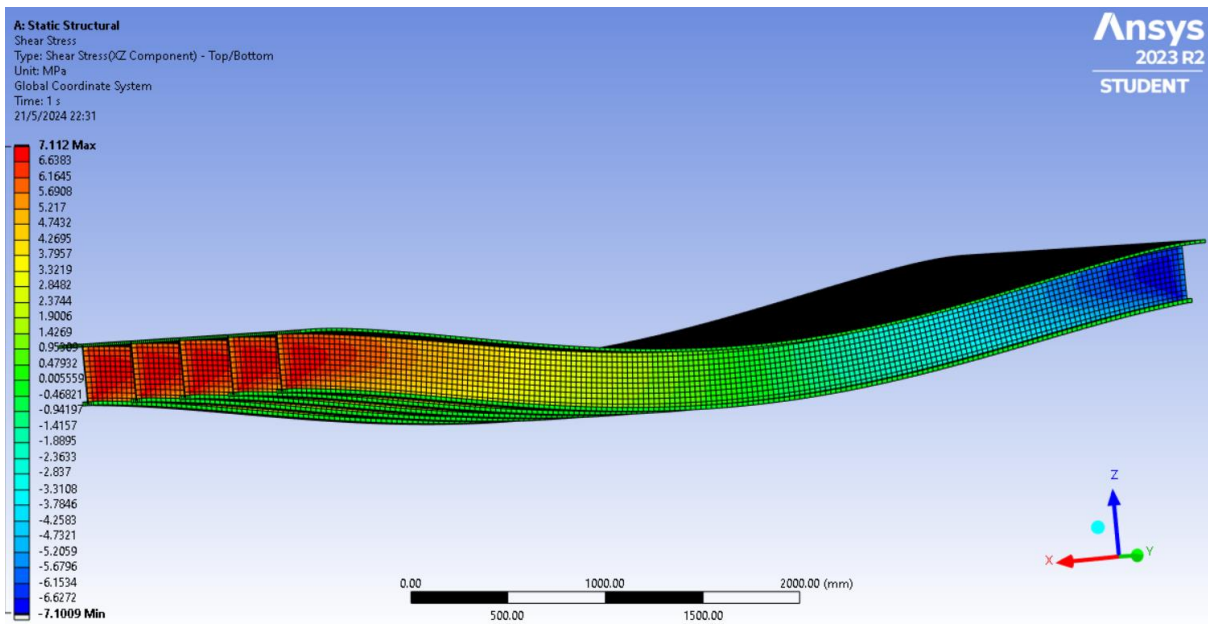


Εικόνα 6.11: Shear Stress – YZ Component σε zoom (Πηγή: Ansys Workbench)

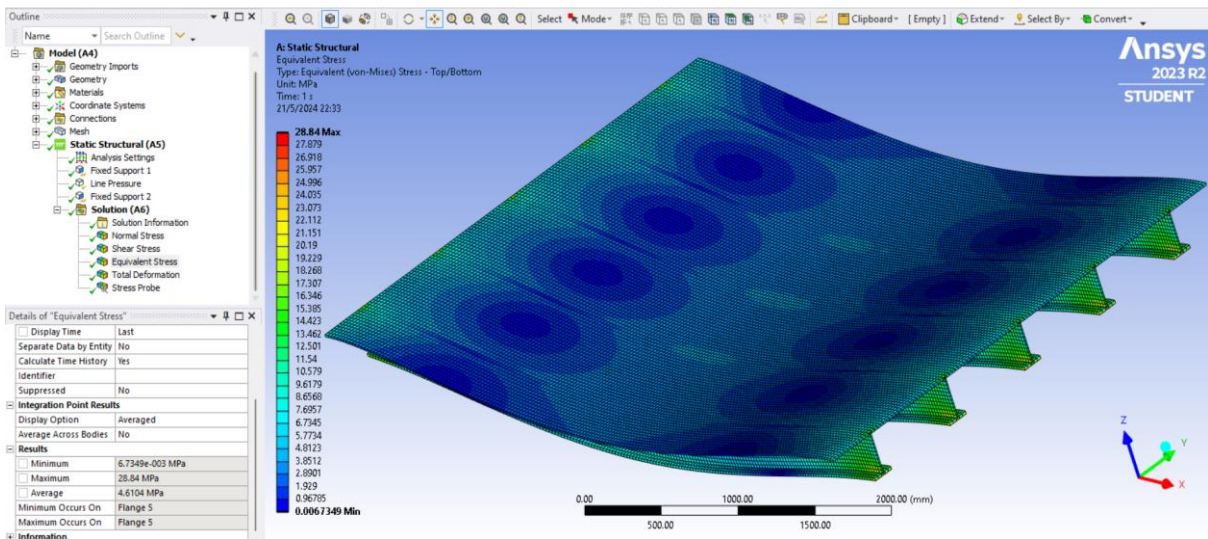


Εικόνα 6.12: Shear Stress – XZ Component (Πηγή: Ansys Workbench)

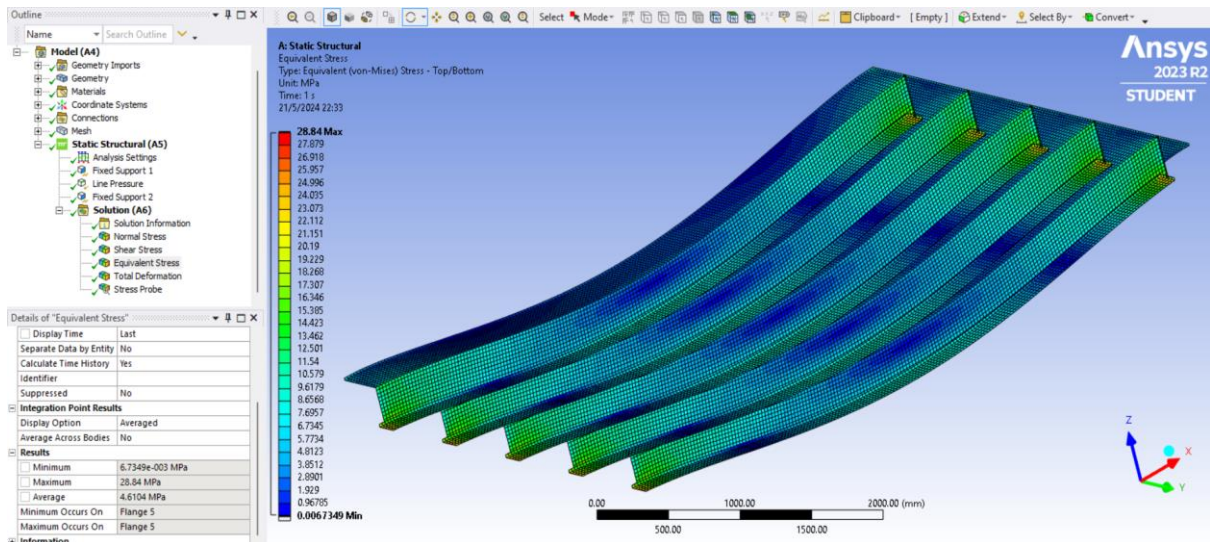
Παρατηρούμε πως οι μέγιστες και ελάχιστες διατμητικές τάσεις κατά XZ εμφανίζονται στις πακτώσεις των κορμών των ενισχυτικών. Στις φλάντζες και στο έλασμα επικρατεί μία μέση τάση.



Εικόνα 6.13: Shear Stress – XZ Component σε zoom (Πηγή: Ansys Workbench)



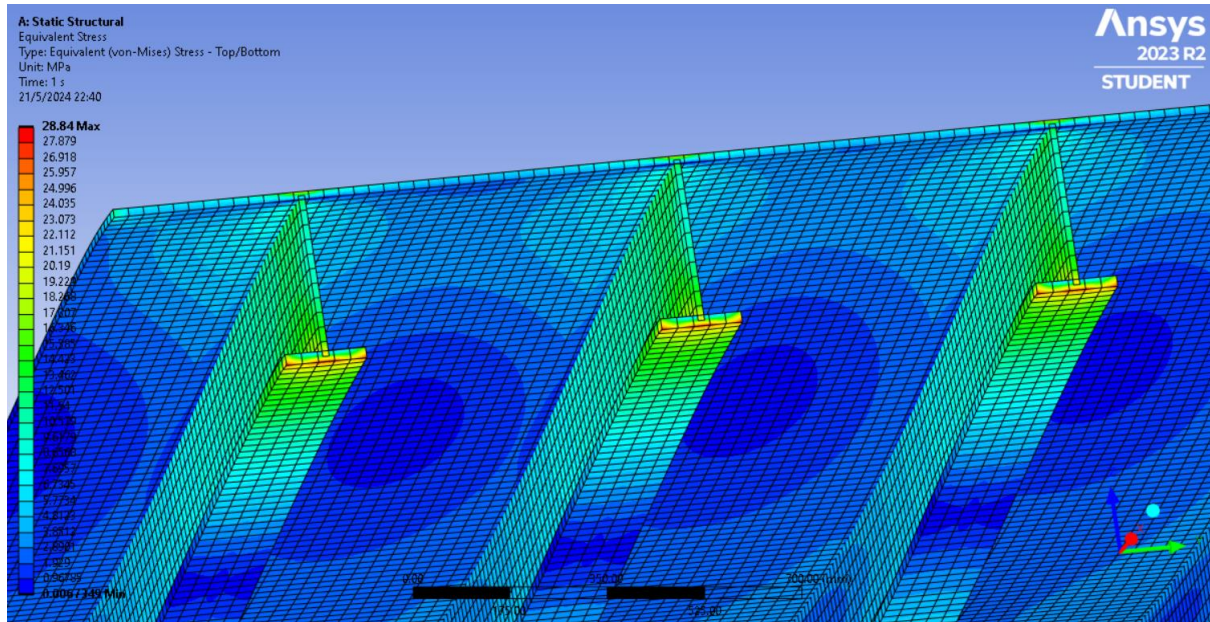
Εικόνα 6.14: Equivalent (Von Mises) Stress (από πάνω) (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.15: Equivalent (Von Mises) Stress (από κάτω) (Πηγή: Ansys Workbench)

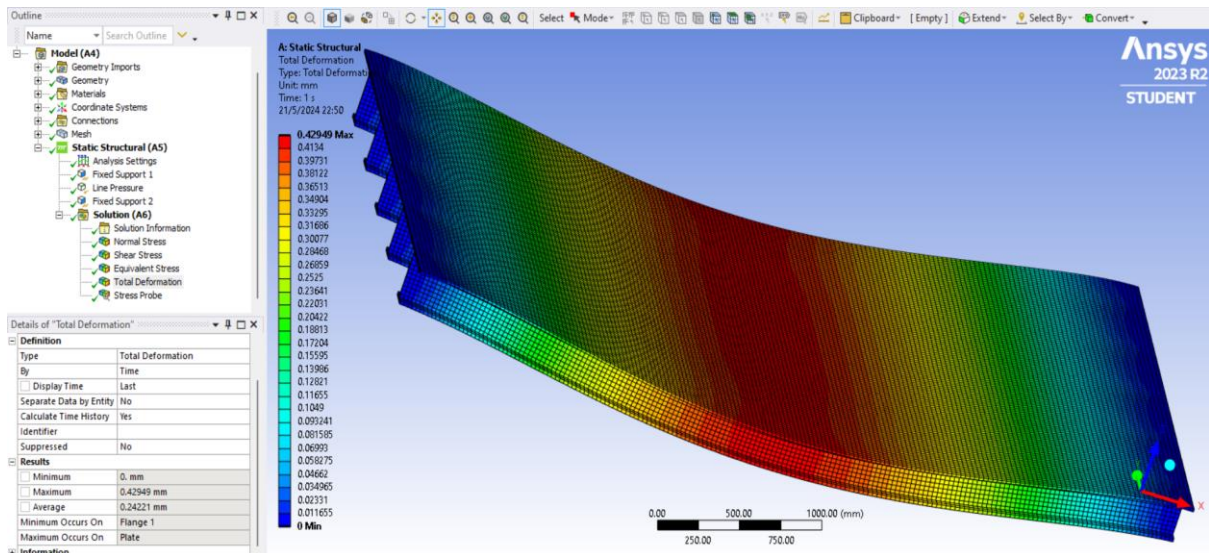
Η μέγιστη τάση *Von Mises* συναντάται στην πάκτωση των φλαντζών των ενισχυτικών με την τιμή της να ανέρχεται σε $\sigma_{VM} = 28.84 \text{ MPa}$. Προφανώς η κατασκευή δεν αστοχεί εφόσον το υλικό κατασκευής έχει όριο διαρροής $\sigma_Y = 235 \text{ MPa}$, και επομένως ισχύει ότι $\sigma_Y > \sigma_{VM}$.

Στο συνεργαζόμενο έλασμα παρατηρούμε ότι επικρατεί μία ελάχιστη τάση, ενώ στα υπόλοιπα μέρη της κατασκευής μία μέση τιμή της τάσης.



Εικόνα 6.16: Equivalent (Von Mises) Stress σε zoom (Πηγή: Ansys Workbench)

Η συνολική παραμόρφωση (*Total Deformation*) του μοντέλου παρουσιάζεται παρακάτω:



Εικόνα 6.17: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Παρατηρούμε πως η μέγιστη παραμόρφωση του σώματος εντοπίζεται στο μέσο της κατασκευής κατά το διάμηκες και η τιμή της ανέρχεται στα 0.42949 mm . Συγκεκριμένα, εντοπίζεται πάνω στο συνεργαζόμενο έλασμα (*plate*). Οι ελάχιστες παραμορφώσεις (0 mm), όπως ήταν αναμενόμενο, βρίσκονται στις πακτώσεις της κατασκευής.

Στα επόμενα μοντέλα θα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μόνο για *Normal Stress – X Axis*, για *Equivalent Stress* και για *Total Deformation* τα οποία είναι τα πιο σημαντικά από όλα τα παραπάνω. Στο συγκεκριμένο αρχικό μοντέλο αναφέρθηκαν και σχολιάστηκαν όλα για λόγους πληρότητας της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας.

6.1.2 Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το ισοδύναμο πλάτος που αντιστοιχεί στο κεντρικό ενισχυτικό θα πρέπει να βρούμε την κατανομή των ορθών τάσεων (σ_x , *Normal Stress – X Axis*).

Η κατανομή των τάσεων (σ_x) κατά πλάτος (κατά το εγκάρσιο) θα εκτείνεται κατά το μισό της ισαπόστασης των ενισχυτικών εκατέρωθεν του κεντρικού ενισχυτικού, δηλαδή 350 mm αριστερά και 350 mm δεξιά, ή με άλλα λόγια το πραγματικό πλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος του κεντρικού ενισχυτικού της κατασκευής είναι ίσο με $b = 700 \text{ mm}$, το οποίο ισούται με την ισαπόσταση των ενισχυτικών (s).

Στην απόσταση αυτή των 700 mm θα πρέπει να βρεθούν κάποια σημεία μέσω του προγράμματος *Ansys* που να «δείχνουν» την τάση (σ_x) στα συγκεκριμένα σημεία. Το σύνολο αυτών των σημείων θα μας δώσει την δυνατότητα να δημιουργήσουμε μία καμπύλη σε ένα διάγραμμα $\sigma_x = f(b)$. Η καμπύλη αυτή μέσω του προγράμματος *Excel* θα προσεγγιστεί από

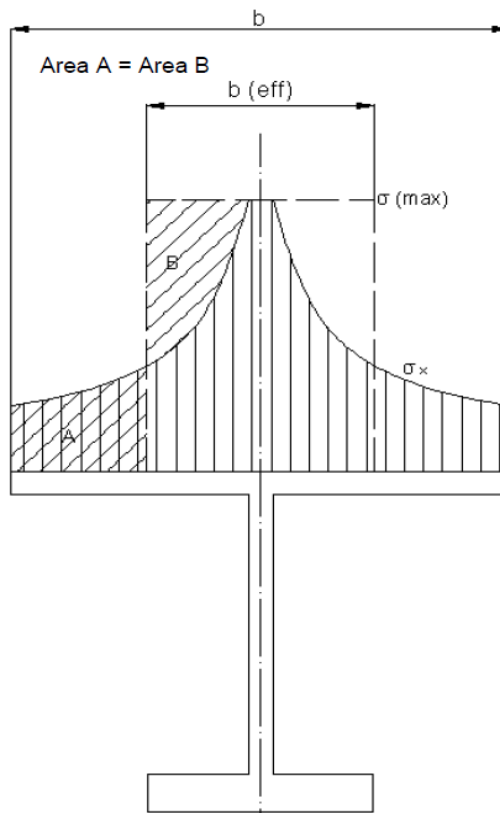
ένα κατάλληλο πολυώνυμο $f(x)$ (με $R^2 \rightarrow I$) του οποίου το ορισμένο ολοκλήρωμα (που στην ουσία αποτελεί ένα εμβαδόν (E)) θα ισούται με:

$$\int_0^{700} f(x) = E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{\int_0^{700} f(x)}{\sigma_{max}} \quad (6.1)$$

Όπου: σ_{max} είναι η μέγιστη τάση (σ_x) που εντοπίζεται στην απόσταση των 700 mm . Το σημείο εφαρμογής αυτής της τάσης κατά το εγκάρσιο (η διάσταση των 3.5 m) αναμένεται να είναι ακριβώς πάνω στο σημείο σύνδεσης του κορμού του κεντρικού ενισχυτικού με το συνεργαζόμενο έλασμα. Αυτό συμβαίνει λόγω της υστέρησης σε διάτμηση (*Shear Lag*).

Μέσω της παραπάνω σχέση είναι δυνατό να βρούμε το ισοδύναμο πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος για το κεντρικό ενισχυτικό της κατασκευής.

Η λογική του παραπάνω τύπου περιγράφεται από το κάτωθι σχήμα:



Εικόνα 6.18: Υπολογισμός του ισοδύναμου πλάτους ($E = \sigma_{max} * b_e$) (Πηγή: *On the effective breadth of plating*, A. Θεοδοουλίδης, HRS)

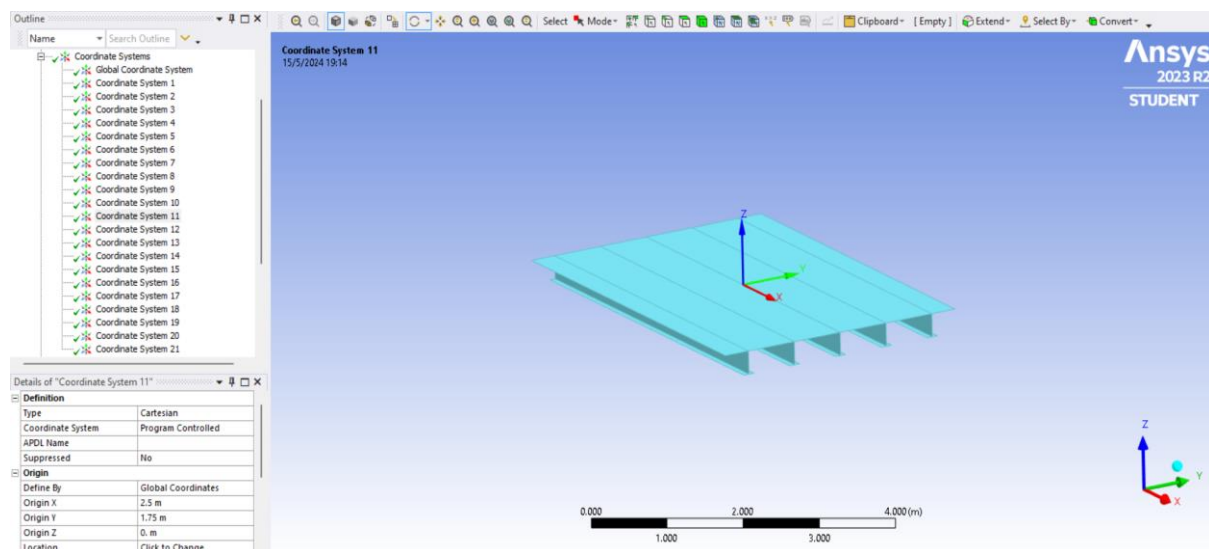
Να τονίσουμε εδώ πως οι υπολογισμοί αναφέρονται μόνο στο κεντρικό ενισχυτικό διότι όσο μετακινούμαστε προς τα άκρα της κατασκευής τα αποτελέσματα δεν είναι τόσο ομοιόμορφα. Για τον ίδιο λόγο κατά το διάμηκες (η διάσταση των 5 m) θεωρούμε ότι βρισκόμαστε στο μέσο

της κατασκευής (δηλαδή στα 2.5 m). Η ανομοιομορφία των αποτελεσμάτων οφείλεται στην εφαρμογή των οριακών συνθηκών (στηρίζεις της κατασκευής).

Η εισαγωγή των κατάλληλων σημείων (*probes*) στο πρόγραμμα *Ansys* θα γίνει μέσω του *Coordinate Systems* → *Insert* → *Coordinate System*. Ουσιαστικά, εισάγουμε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων για κάθε σημείο που έχει ως αρχή αξόνων το εκάστοτε σημείο. Για αυτό το λόγο θα πρέπει να ορίσουμε τις συντεταγμένες (x, y, z) για κάθε σημείο. Η ρύθμιση αυτή γίνεται μέσω του *Origin* → *Define By* → *Global Coordinates*.

Όπως αναφέρεται παραπάνω η απόσταση αριστερά και δεξιά του κεντρικού ενισχυτικού (κατά το εγκάρσιο) που θα μας απασχολήσει είναι 350 mm από κάθε μεριά. Στην κάθε μεριά θα εισάγουμε δέκα (10) σημεία σε ισαποστάσεις (0.035 m), επομένως θα δημιουργηθούν συνολικά εικοσιένα (21) σημεία (20 σημεία δεξιά και αριστερά και 1 σημείο στην μέση της απόστασης των 700 mm , το οποίο βρίσκεται ακριβώς πάνω στο σημείο σύνδεσης του κεντρικού ενισχυτικού (του κορμού του) με το συνεργαζόμενο έλασμα και εκεί αναμένεται να υπάρχει η μέγιστη τάση (σ_x)) για τα οποία θα βρούμε την τάση (σ_x). Κατά το διάμηκες τα σημεία θα έχουν σταθερή συντεταγμένη ίση με $x = 2.5\text{ m}$ (στο μέσο της κατασκευής), όπως και κατά το κατακόρυφο $z = 0\text{ m}$ (επάνω στο συνεργαζόμενο έλασμα).

Ενδεικτικά, στην παρακάτω εικόνα φαίνεται ένα από τα σημεία που δημιουργήσαμε:

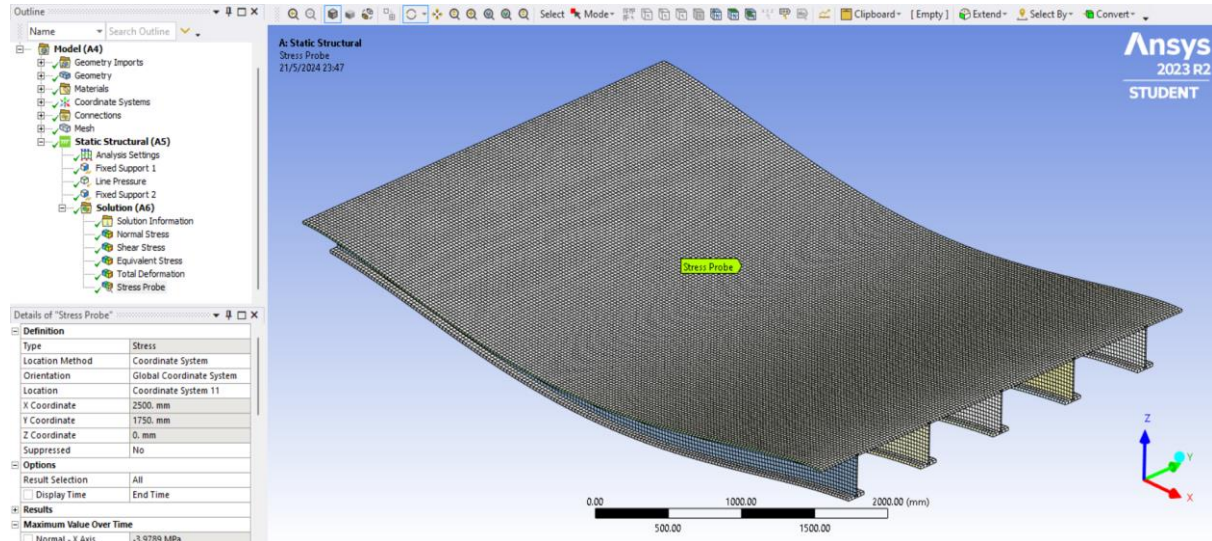


Εικόνα 6.19: Δημιουργία σημείου για εύρεση σ_x (Πηγή: *Ansys Workbench*)

Εφόσον δημιουργήθηκαν τα απαραίτητα σημεία «ενδιαφέροντος», πρέπει να παραχθούν τα κατάλληλα αποτελέσματα για αυτά, δηλαδή να βρεθούν οι τάσεις *Normal Stress – X Axis*. Αυτό θα γίνει μέσω του *Solution* → *Insert* → *Probe* → *Stress* και θα επαναληφθεί για κάθε σημείο. Στις ρυθμίσεις που προκύπτουν επιλέγουμε το *Coordinate System* στο *Location*

Method και στο Location το κάθε σημείο που δημιουργήσαμε (Coordinate System (n)). Από τα αποτελέσματα που προκύπτουν μας ενδιαφέρει το Normal – X Axis στο Maximum Value Over Time.

Ενδεικτικά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για ένα από τα σημεία που δημιουργήσαμε:



Εικόνα 6.20: Stress Probe – Normal – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)

Τα αποτελέσματα των ορθών τάσεων (σ_x) παρατηρούμε πως έχουν αρνητική τιμή. Αυτό είναι απολύτως φυσιολογικό εφόσον το φορτίο (Line Pressure) που έχει εφαρμοστεί στα σημεία σύνδεσης του ελάσματος με τους κορμούς των ενισχυτικών έχει κατεύθυνση αντίθετη από τα θετικά του άξονα z'z, επομένως αποτελεί ένα θλιπτικό φορτίο. Για λόγους απλούστευσης θα παρθεί η απόλυτη τιμή των τάσεων χωρίς φυσικά αυτό να επηρεάζει τα παρακάτω αποτελέσματα.

Στον παρακάτω συγκεντρωτικό πίνακα φαίνονται οι συντεταγμένες του κάθε κόμβου και η τάση (σ_x) κατά απόλυτη τιμή που εφαρμόζεται σε αυτόν:

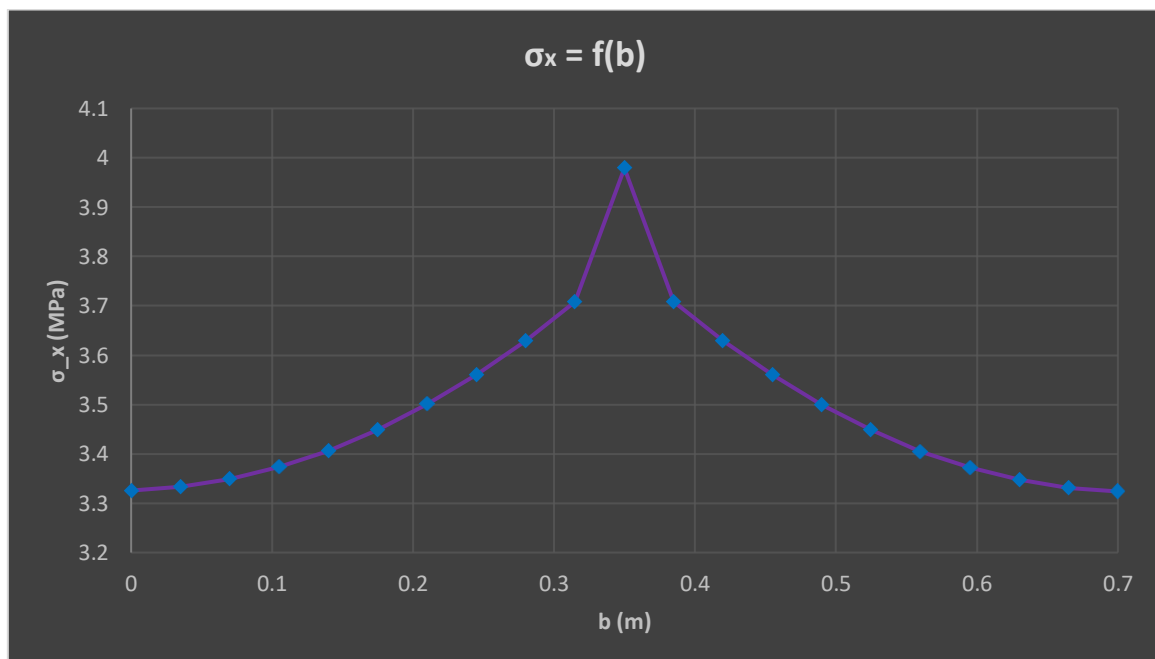
Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	3.3259
2	2.5	1.435	0.035	0	3.333
3	2.5	1.47	0.07	0	3.3487
4	2.5	1.505	0.105	0	3.373
5	2.5	1.54	0.14	0	3.406
6	2.5	1.575	0.175	0	3.449
7	2.5	1.61	0.21	0	3.5006
8	2.5	1.645	0.245	0	3.5608
9	2.5	1.68	0.28	0	3.6294
10	2.5	1.715	0.315	0	3.7088
11	2.5	1.75	0.35	0	3.9789

12	2.5	1.785	0.385	0	3.7089
13	2.5	1.82	0.42	0	3.6294
14	2.5	1.855	0.455	0	3.5606
15	2.5	1.89	0.49	0	3.5001
16	2.5	1.925	0.525	0	3.4483
17	2.5	1.96	0.56	0	3.4051
18	2.5	1.995	0.595	0	3.3718
19	2.5	2.03	0.63	0	3.3473
20	2.5	2.065	0.665	0	3.3313
21	2.5	2.1	0.7	0	3.3238

Πίνακας 6.1: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Η στήλη του πίνακα [$b = y - 1.4$] βοηθά στην δημιουργία της καμπύλης $\sigma_x = f(b)$ και έχει σκοπό να φαίνεται ξεκάθαρα στον άξονα $x'x$ το πραγματικό πλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος.

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

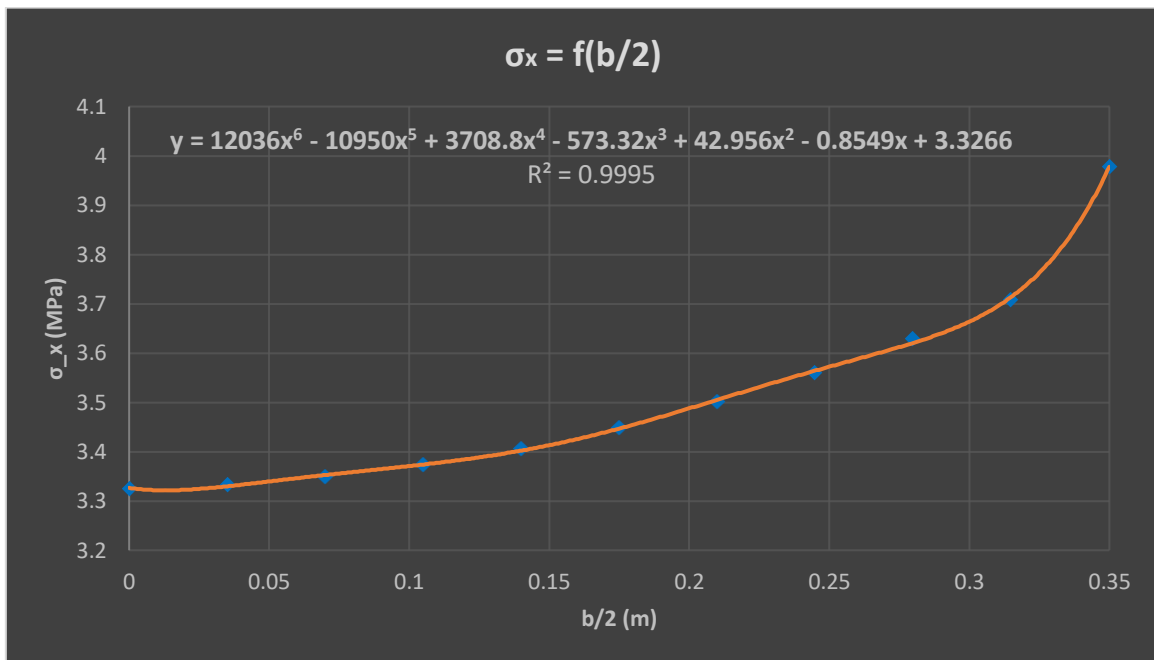


Γράφημα 6.1: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

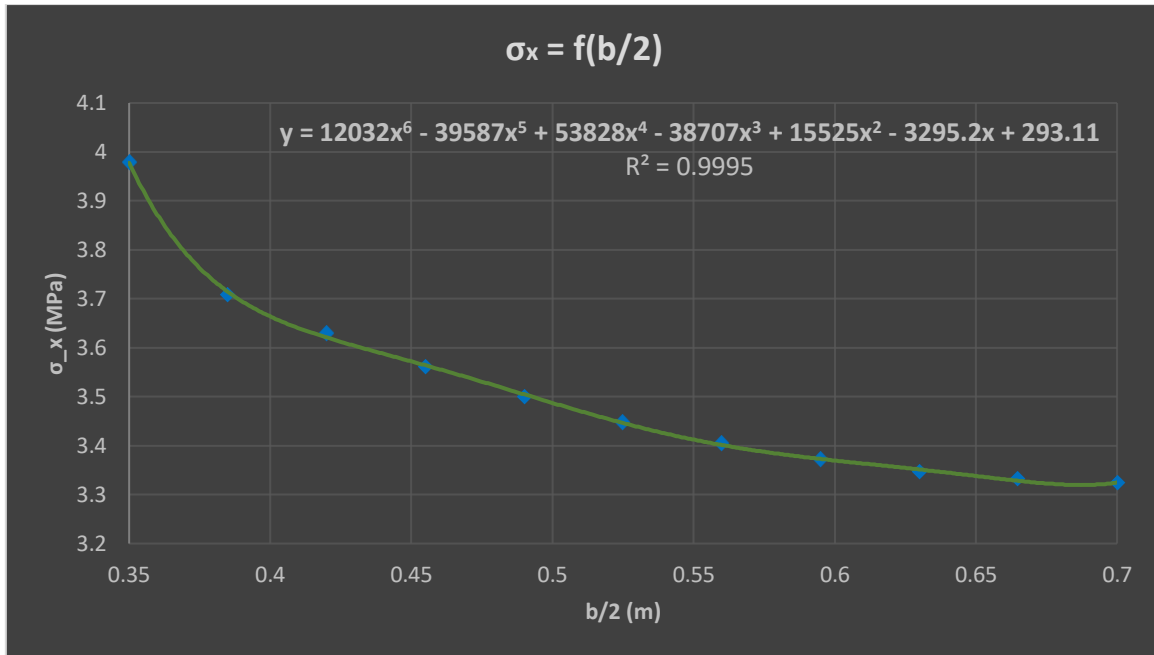
Παρατηρούμε στην παραπάνω καμπύλη πως η μέγιστη ορθή τάση (σ_{max}) βρίσκεται στην μέση της απόστασης των 700 mm, δηλαδή στο σημείο σύνδεσης του κεντρικού ενισχυτικού με το συνεργαζόμενο έλασμα (όπως ήταν αναμενόμενο, οι λόγοι αναφέρονται παραπάνω). Η τιμή της ανέρχεται σε $\sigma_{max} = 3.9789 \text{ MPa}$ (κατά απόλυτη τιμή).

Η καμπύλη που προκύπτει θα χωριστεί σε δύο (2) καμπύλες ώστε να προσεγγιστεί με πιο ακριβή τρόπο από δύο (2) αντίστοιχα πολυώνυμα (αν δεν την «χωρίζαμε» θα υπήρχαν αρκετά μεγάλες αποκλίσεις στην προσέγγιση του πολυωνύμου). Η μία καμπύλη θα αναφέρεται στο αριστερό πραγματικό ημιπλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος του κεντρικού ενισχυτικού της κατασκευής (δηλαδή: $b/2 = 350 \text{ mm}$), ενώ η άλλη στο δεξί ημιπλάτος.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 6.2: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους Σ.Ε (b)



Γράφημα 6.3: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E (b)$

Παρατηρούμε από τα δύο (2) παραπάνω γραφήματα πως τα πολυώνυμα που προσεγγίζουν τις καμπύλες είναι 6^ο βαθμού (που είναι και ο μέγιστος βαθμός πολυωνύμου του προγράμματος Excel). Το άθροισμα των δύο ορισμένων ολοκληρωμάτων των παραπάνω πολυωνύμων θα μας βοηθήσει να βρούμε το ισοδύναμο πλάτος του συνεργαζόμενου ελάσματος.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων φαίνεται αναλυτικά παρακάτω: (Symbolab)

✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = \int_0^{0.35} (12036 * x^6 - 10950 * x^5 + 3708.8 * x^4 - 573.32 * x^3 + 42.956 * x^2 - 0.8549 * x + 3.3266) dx \leftrightarrow$$

$$S_1 = 1.10626 - 3.35483 + 3.89586 - 2.15084 + 0.61391 - 0.05236 + 1.16431 \leftrightarrow$$

$$S_1 = 1.22231 \text{ MPa} * m \quad (6.2)$$

✓ Δεξί πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = \int_{0.35}^{0.7} (12032 * x^6 - 39587 * x^5 + 53828 * x^4 - 38707 * x^3 + 15525 * x^2 - 3295.2 * x + 293.11) dx \leftrightarrow$$

$$S_2 = 140.44937 - 764.0999 + 1752.83144 - 2178.17594 + 1553.14687 - 605.493 + 102.5885 \leftrightarrow$$

$$S_2 = 1.24732 \text{ MPa} * m \quad (6.3)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 2.46963 \text{ MPa} * m \quad (6.4)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{2.46963}{3.9789} \leftrightarrow$$

$$\mathbf{b_e = 0.621 \text{ m} = 621 \text{ mm}} \quad (6.5)$$

Αφού προέκυψε το ισοδύναμο πλάτος με την αριθμητική επίλυση, θα εφαρμόσουμε τα δεδομένα της κατασκευής στους τύπους των Νηογνώμωνων που προαναφέρθηκαν ώστε να δούμε ποιος προσεγγίζει καλύτερα το αριθμητικό αποτέλεσμα.

Υπενθυμίζουμε ότι οι τύποι υπολογισμού του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος για τους Νηογνώμονες που αναφέραμε, συγκεντρωτικά είναι:

- CSR – H & DNV GL: $b_{eff} = \min(200l; s)$ (6.6)

- ABS: $b_{eff} = \min(0.5b; 0.33l)$ (6.7)

- LR: $b_{eff} = f * b$ με $f = 0.3 \left(\frac{l}{b}\right)^{2/3}$ (6.8)

- HRS: $\frac{b_{eff}}{b} = 1 - e^{-0.4l/b}$ (6.9)

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

- ✓ $l = 5000 \text{ mm}$ (6.10)

- ✓ $b = s = 700 \text{ mm}$ (6.11)

Έτσι, εφαρμόζοντας τα παραπάνω δεδομένα στους τύπους των Νηογνώμωνων, προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:

- CSR – H & DNV GL: $b_{eff} = \min(200 * 5; 700) = 700 \text{ mm}$ (6.12)

- ABS: $b_{eff} = \min(0.5 * 0.7; 0.33 * 5) = 350 \text{ mm}$ (6.13)

- LR: $f = 0.3 \left(\frac{5}{0.7}\right)^{2/3} = 1$, επομένως $b_{eff} = 1 * 700 = 700 \text{ mm}$ (6.14)

- HRS: $\frac{b_{eff}}{0.7} = 1 - e^{-0.4*5/0.7} = 659.797 \text{ mm} \cong 660 \text{ mm}$ (6.15)

Παρακάτω παρουσιάζονται συγκεντρωτικά τα αποτελέσματα:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR - H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

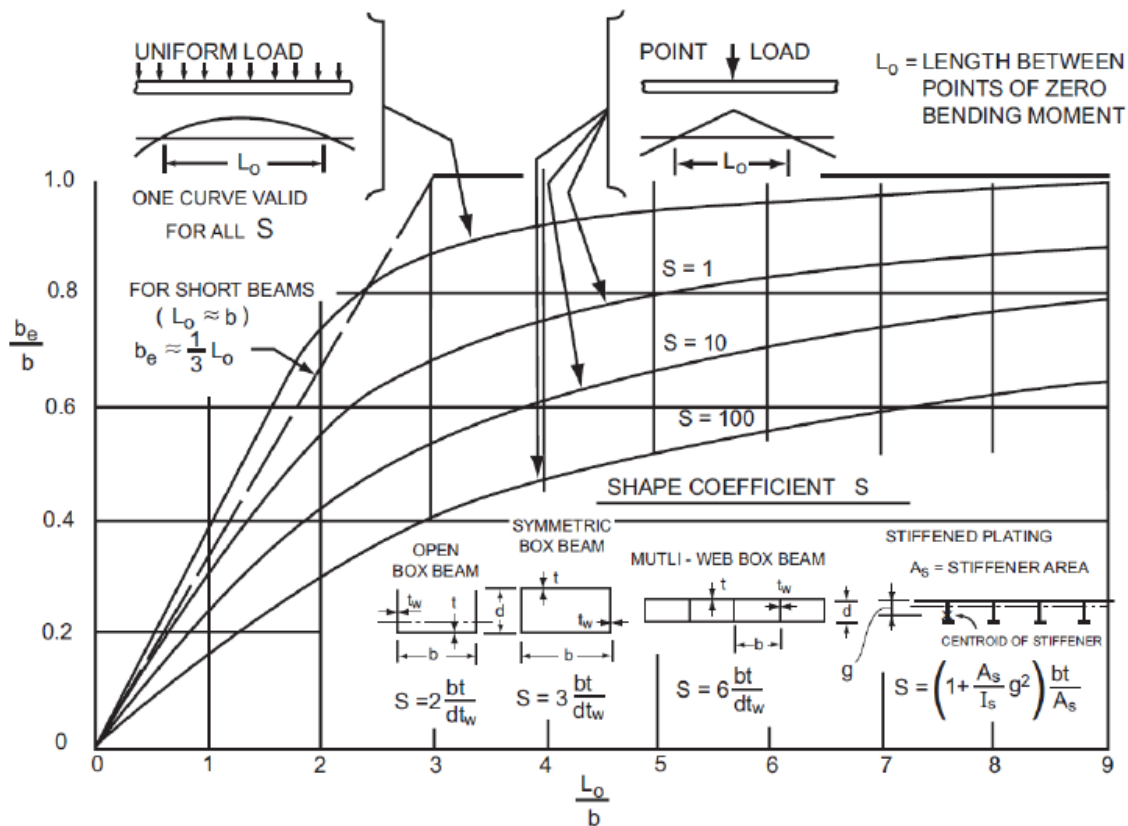
Πίνακας 6.2: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Παρατηρούμε πως ανάμεσα στους τύπους των διάφορων Νηογνομόνων που μελετάμε, υπάρχει αρκετά μεγάλη διαφορά στο αποτέλεσμα του ισοδύναμου πλάτους με τον τύπο του *ABS* σε σύγκριση με τους υπόλοιπους.

Συγκρίνοντας το ισοδύναμο πλάτος που προκύπτει από την αριθμητική επίλυση ($b_e = 621 \text{ mm}$) με τους μαθηματικούς τύπους των Νηογνομόνων μπορούμε να αποφανθούμε ότι ο τύπος του *American Bureau of Shipping (ABS)* έχει αρκετά μεγάλη απόκλιση από το αποτέλεσμα του προγράμματος *Ansys* (λαμβάνει σχεδόν το μισό ισοδύναμο πλάτος), ενώ ο τύπος του *Hellenic Register of Shipping (HRS)* προσεγγίζει ιδιαίτερα ικανοποιητικά το αποτέλεσμα που βρέθηκε μέσω της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων. Βέβαια, θα πρέπει να τονίσουμε πως η φόρμουλα του *HRS* προκύπτει και αυτή από πειράματα που έγιναν με βάση την ίδια μέθοδο, όποτε ήταν αναμενόμενο τα δύο αυτά αποτελέσματα να είναι κοντινά σε τιμές.

Το ισοδύναμο πλάτος που υπολογίζουν τα *Harmonized Common Structural Rules (CSR – H)*, ο *Lloyd's Register (LR)* και ο *Det Norske Veritas & Germanischer Lloyd (DNV GL)* παρατηρούμε πως έχει μία αξιοσημείωτη διαφορά με τα 621 mm που υπολογίσαμε, η οποία ανέρχεται στα 79 mm ($700 \text{ mm} - 621 \text{ mm}$). Παρόλα αυτά, η απόκλιση δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη. Όμως θα πρέπει να τονίσουμε πως οι συγκεκριμένοι τύποι (*CSR – H*, *LR*, *DNV GL*) στην δεδομένη περίπτωση λαμβάνουν το ισοδύναμο πλάτος ίσο με το πραγματικό (700 mm), γεγονός που εντέλει δεν «προσφέρει» ιδιαίτερα στους υπολογισμούς και κυρίως στον διαχωρισμό της έννοιας του πραγματικού με του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος. Το σχόλιο αυτό, βέβαια, ισχύει μόνο για την δεδομένη κατασκευή (μοντέλο) με τις συγκεκριμένες διαστάσεις.

Τώρα θα γίνει οι σύγκριση των παραπάνω αποτελεσμάτων με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους, το οποίο έχει αναφερθεί στο θεωρητικό υπόβαθρο. Παρακάτω ξανά παρουσιάζονται κάποια βασικά στοιχεία του διαγράμματος αυτού:



Εικόνα 6.21: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος (Πηγή: *The Effective Breadth of Stiffened Plating Under Bending Loads, Schade*)

Όπου:

- L_o/b
 - ✓ b : Πραγματικό πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος. Μπορεί να ταυτιστεί και με την ισάποσταση των ενισχυτικών (s).
 - ✓ L_o : Απόσταση μεταξύ των διαδοχικών σημείων μηδενισμού της καμπύλης καμπτικών ροπών. Είναι ξεχωριστό για κάθε φόρτιση/ έδραση. Για απλά εδρασμένες δοκούς η απόσταση αυτή ισούται με το μήκος της δοκού (ή του ενισχυμένου ελάσματος). Για άλλες περιπτώσεις στήριξης απαιτείται ο αναλυτικός υπολογισμός της κατανομής της καμπτικής ροπής.

Αποδεικνύεται ότι:

Οριακή Συνθήκη	Έδραση/ Άρθρωση	Πάκτωση
L_0	L	L/2

Πίνακας 6.3: L_0 για διαφορετικές οριακές συνθήκες (Πηγή: <https://testbook.com/>)

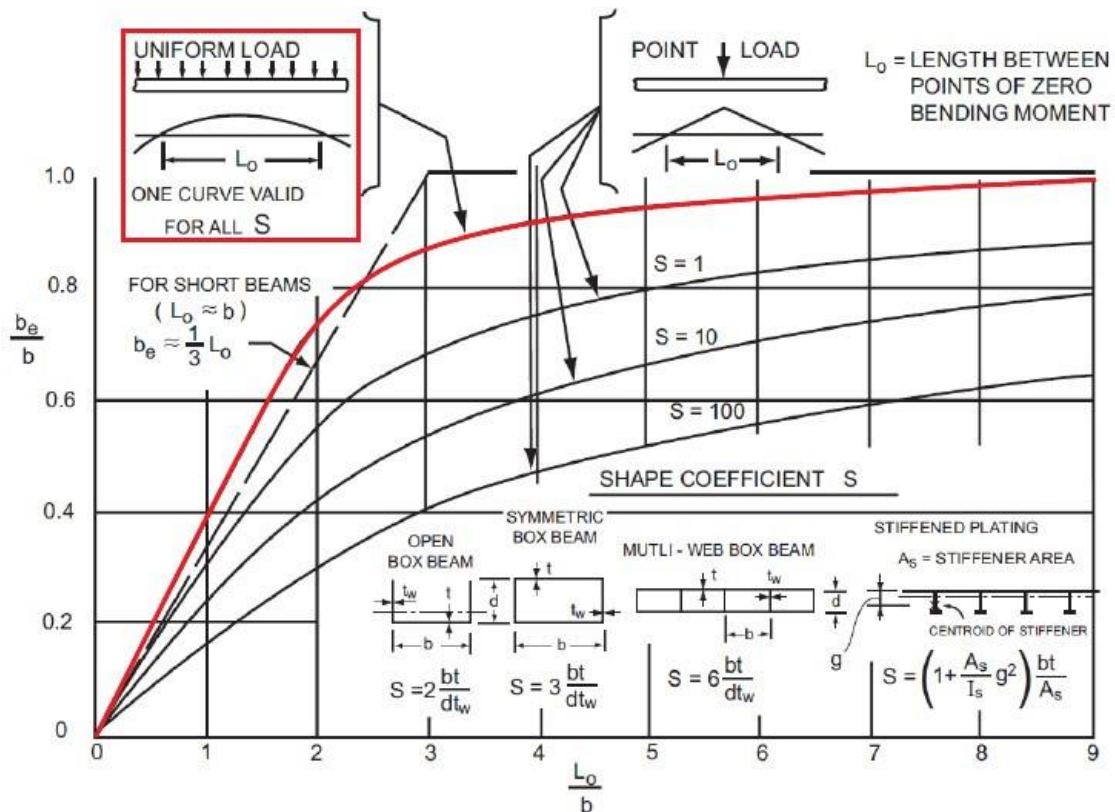
Ο παραπάνω πίνακας αναφέρεται σε στηρίξεις που είναι και από τις δύο πλευρές της κατασκευής.

- Συντελεστές σχήματος (*Shape Coefficient, S*) που εξαρτώνται από την γεωμετρία του ενισχυμένου ελάσματος ή του δοκαριού.

Τα διαγράμματα παράγουν αποτελέσματα της μορφής b_e/b για τις περιπτώσεις συγκεντρωμένης φόρτισης (*Point Load*) ή ομοιόμορφα κατανεμημένης φόρτισης (*Uniform Load*).

Στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας αναφερόμαστε μόνο σε ομοιόμορφα κατανεμημένη φόρτιση (*Line Pressure*) για όλες τις περιπτώσεις που θα μελετηθούν. Λόγω αυτού, δεν απαιτείται η μελέτη του συντελεστή σχήματος (*S*) γιατί η καμπύλη που αναφέρεται σε ομοιόμορφα κατανεμημένη φόρτιση είναι έγκυρη για κάθε τέτοιο συντελεστή. Επίσης, δεν ισχύει σε καμία περίπτωση ότι $L_0 \approx b$, επομένως και η καμπύλη που αναφέρεται σε “*Short Beams*” δεν θα μας απασχολήσει.

Επομένως, η καμπύλη που μας ενδιαφέρει στο συγκεκριμένο διάγραμμα σε όλες τις περιπτώσεις που θα μελετήσουμε είναι η παρακάτω:



Εικόνα 6.22: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Καμπύλη «ενδιαφέροντος» (Πηγή: *The Effective Breadth of Stiffened Plating Under Bending Loads, Schade*)

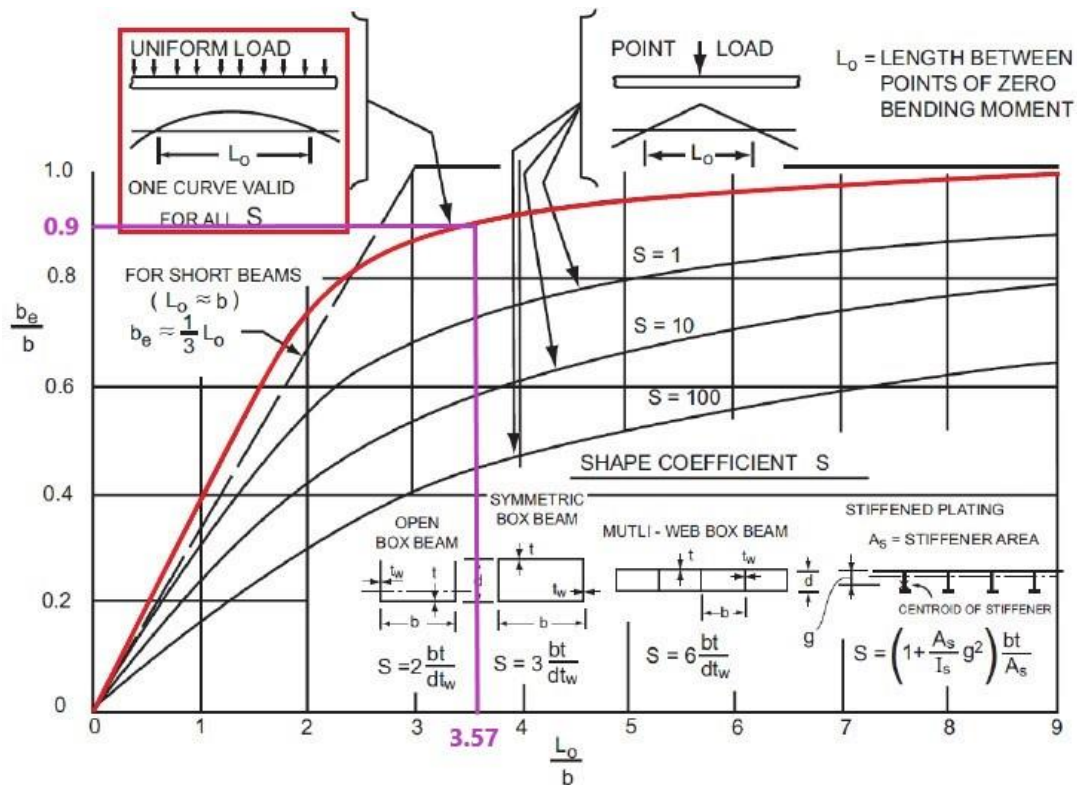
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.16)$$

$$\checkmark \quad L_0 = \frac{L}{2} = \frac{5000}{2} = 2500 \text{ mm} \text{ (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (6.17)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_0}{b} = 3.57 \quad (6.18)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.23: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 1 (Αρχικό Μοντέλο) (Πηγή: Paint 3D)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.9. Άρα:

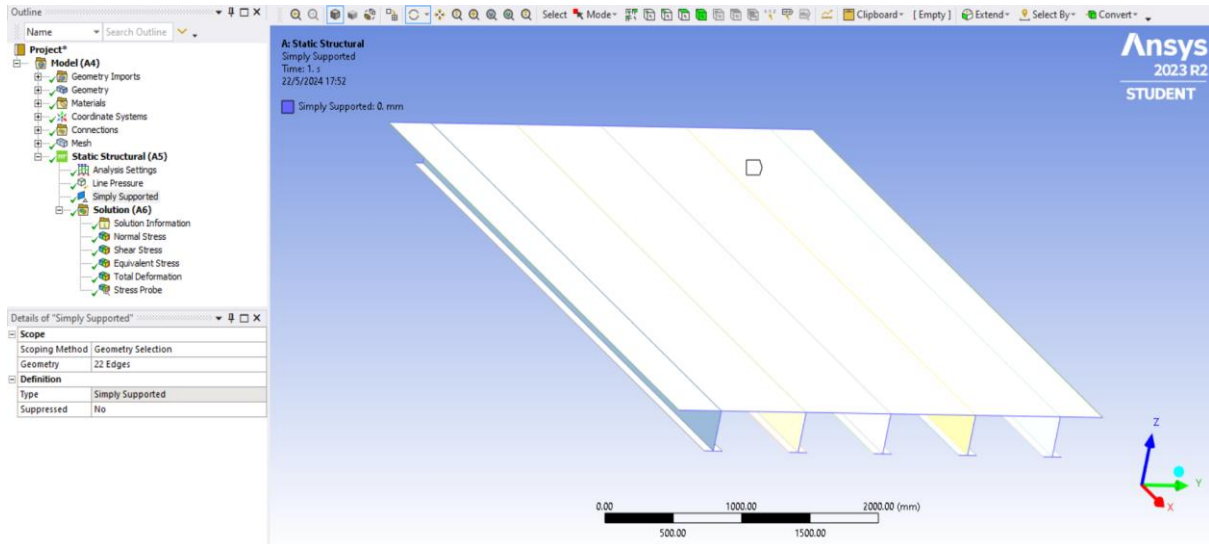
$$b_e = 0.9 * 700 \leftrightarrow b_e = 630 \text{ mm} \quad (6.19)$$

Να τονίσουμε ότι επειδή πρόκειται για ένα διάγραμμα είναι αναμενόμενο να υπάρχουν ανακρίβειες στα αποτελέσματα που παράγονται.

Από το αποτέλεσμα του διαγράμματος (630 mm) γίνεται αντιληπτό ότι η αριθμητική επίλυση του προγράμματος Ansys (621 mm) βρίσκεται ιδιαίτερα κοντά σε αυτό το αποτέλεσμα. Αυτό επαληθεύει και ότι η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε στο πρόγραμμα ήταν σωστή. Επίσης, ο HRS είναι ο Νηογνώμονας του οποίου το αποτέλεσμα (660 mm) είναι το πιο κοντινό με το διάγραμμα (και με το πρόγραμμα, όπως αναφέρθηκε παραπάνω), και ο ABS έχει την σημαντικότερη απόκλιση (350 mm). Οι υπόλοιποι τρεις (3) Νηογνώμονες (CSR – H, LR, DNV GL) θεωρούν ένα ισοδύναμο πλάτος ίσο με το πραγματικό (700 mm), το οποίο παρουσιάζει μία σχετικά μεγάλη διαφορά από το διάγραμμα ίση με 70 mm (700 mm – 630 mm).

6.2 Αλλαγή στήριξης του μοντέλου

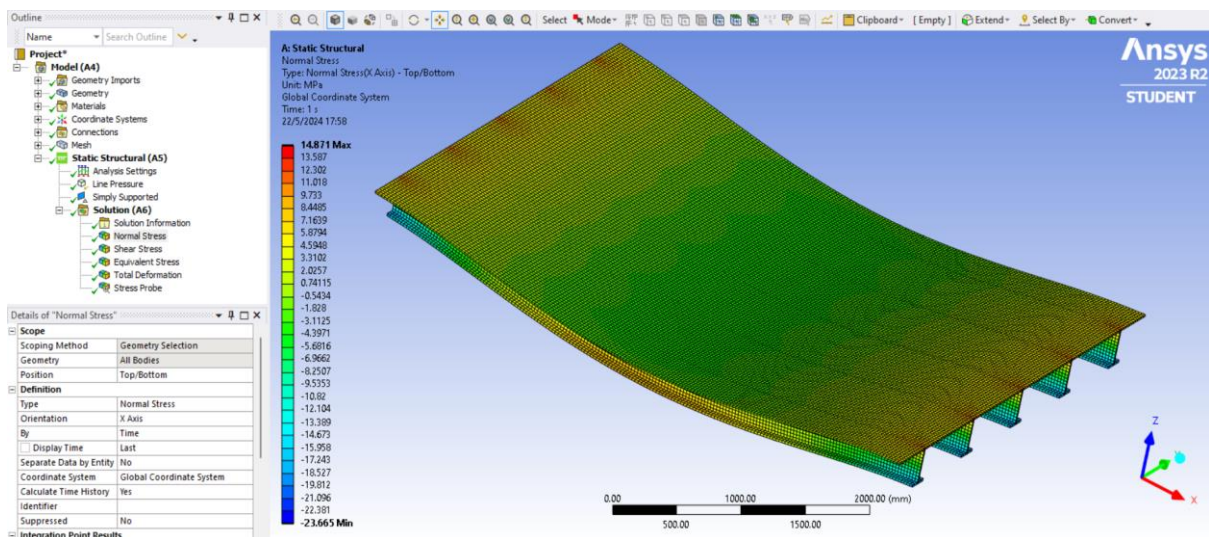
Στο παρόν υποκεφάλαιο θα αλλάξουμε την στήριξη του αρχικού μοντέλου. Πιο συγκεκριμένα, αντί της πάκτωσης (*Fixed Support*) θα στηριχθεί μέσω απλής έδρασης (*Simply Supported*). Παρακάτω φαίνεται η συγκεκριμένη αλλαγή:



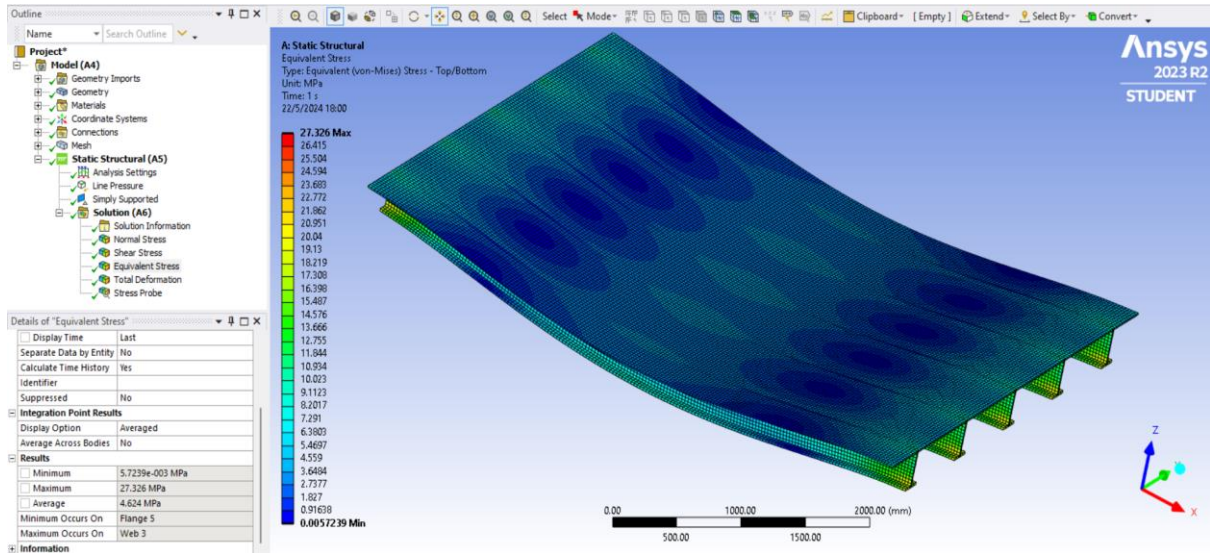
Εικόνα 6.24: Αλλαγή στήριξης σε *Simply Supported* (Πηγή: Ansys Workbench)

6.2.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

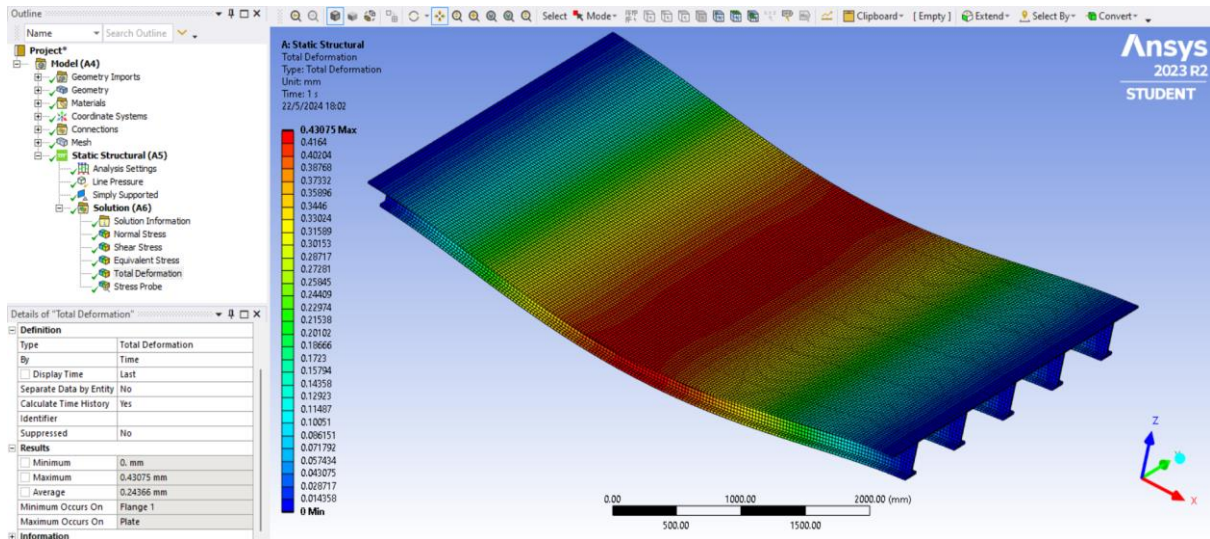
Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 6.25: *Normal Stress – X Axis* (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.26: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.27: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι αντίστοιχης λογικής με το αρχικό μοντέλο. Φυσικά, τα αριθμητικά αποτελέσματα διαφοροποιούνται (λίγο).

6.2.2 Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

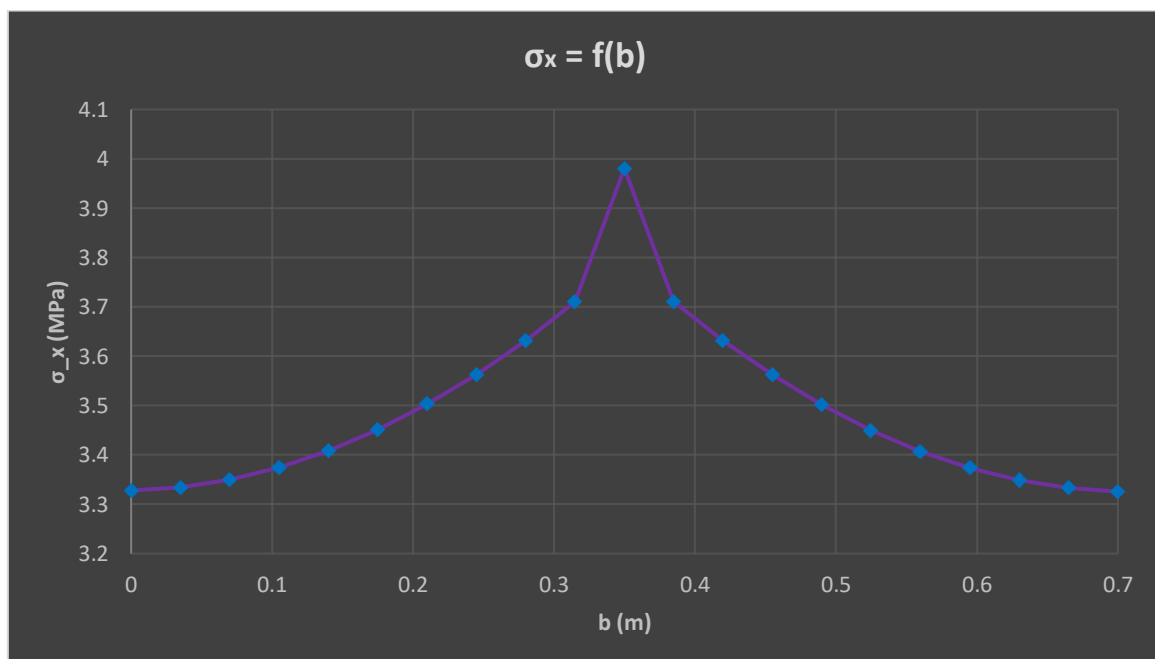
Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο παραμένει θλιπτικό, επομένως στον πίνακα αναγράφεται η απόλυτη τιμή των τάσεων.

Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	3.3276
2	2.5	1.435	0.035	0	3.3347

3	2.5	1.47	0.07	0	3.3504
4	2.5	1.505	0.105	0	3.3748
5	2.5	1.54	0.14	0	3.4077
6	2.5	1.575	0.175	0	3.4507
7	2.5	1.61	0.21	0	3.5023
8	2.5	1.645	0.245	0	3.5626
9	2.5	1.68	0.28	0	3.6311
10	2.5	1.715	0.315	0	3.7105
11	2.5	1.75	0.35	0	3.9806
12	2.5	1.785	0.385	0	3.7106
13	2.5	1.82	0.42	0	3.6311
14	2.5	1.855	0.455	0	3.5624
15	2.5	1.89	0.49	0	3.5018
16	2.5	1.925	0.525	0	3.45
17	2.5	1.96	0.56	0	3.4068
18	2.5	1.995	0.595	0	3.3736
19	2.5	2.03	0.63	0	3.349
20	2.5	2.065	0.665	0	3.333
21	2.5	2.1	0.7	0	3.3255

Πίνακας 6.4: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

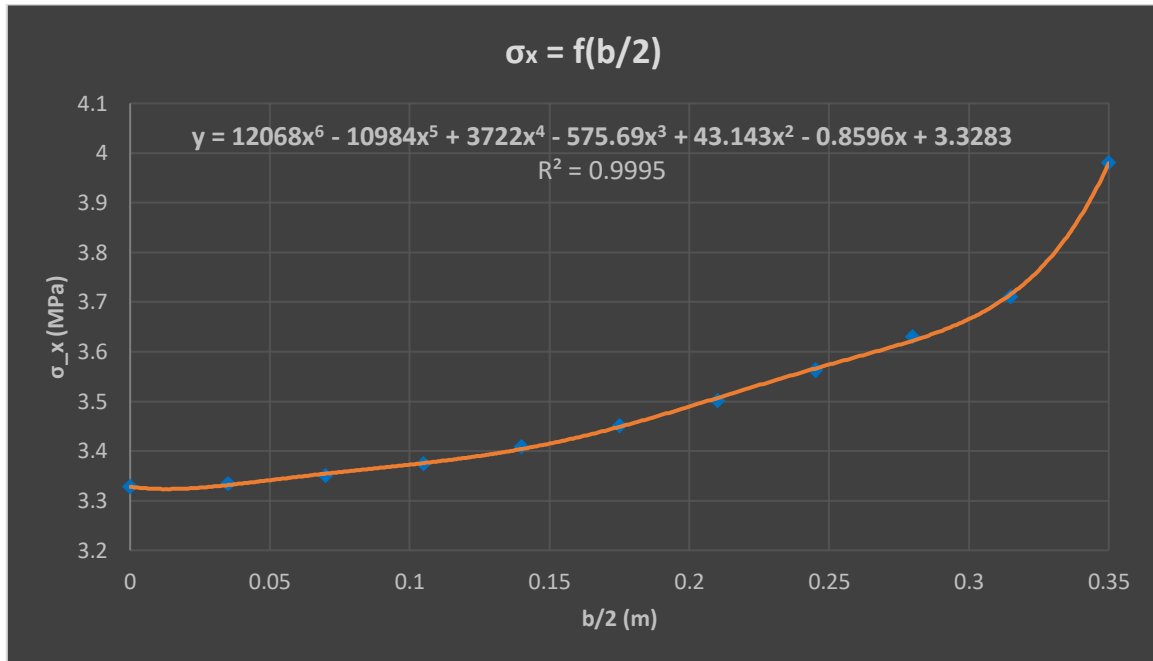


Γράφημα 6.4: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

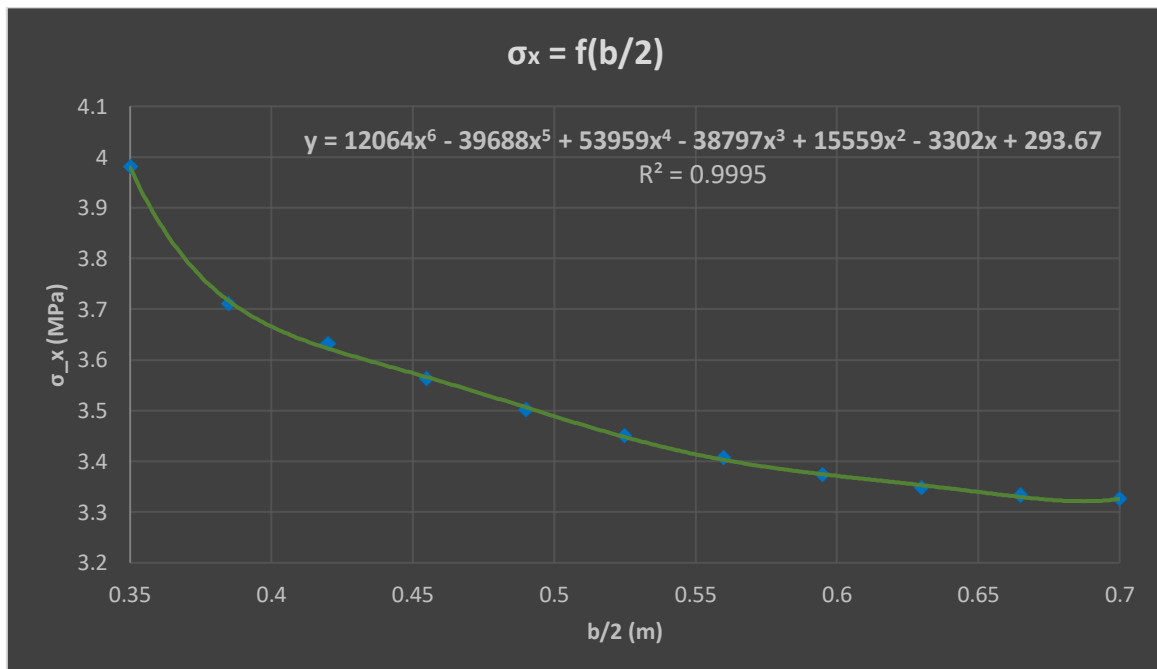
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι ακριβώς ίδιας μορφής με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 3.9806 \text{ MPa}$ (κατά απόλυτη τιμή) και

βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 6.5: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)



Γράφημα 6.6: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμο 6^ο βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 1.22278 \text{ MPa} * m \quad (6.20)$$

✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 1.22051 \text{ MPa} * m \quad (6.21)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 2.44329 \text{ MPa} * m \quad (6.22)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{2.44329}{3.9806} \leftrightarrow$$

$$b_e = 0.614 \text{ m} = 614 \text{ mm} \quad (6.23)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνομώνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

✓ $l = 5000 \text{ mm}$ (6.24)

✓ $b = s = 700 \text{ mm}$ (6.25)

Τα δεδομένα αυτά είναι ίδια και για το αρχικό μοντέλο, επομένως τα αποτελέσματα από τους κανονισμούς των Νηογνομώνων παραμένουν ίδια και παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR – H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

Πίνακας 6.5: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

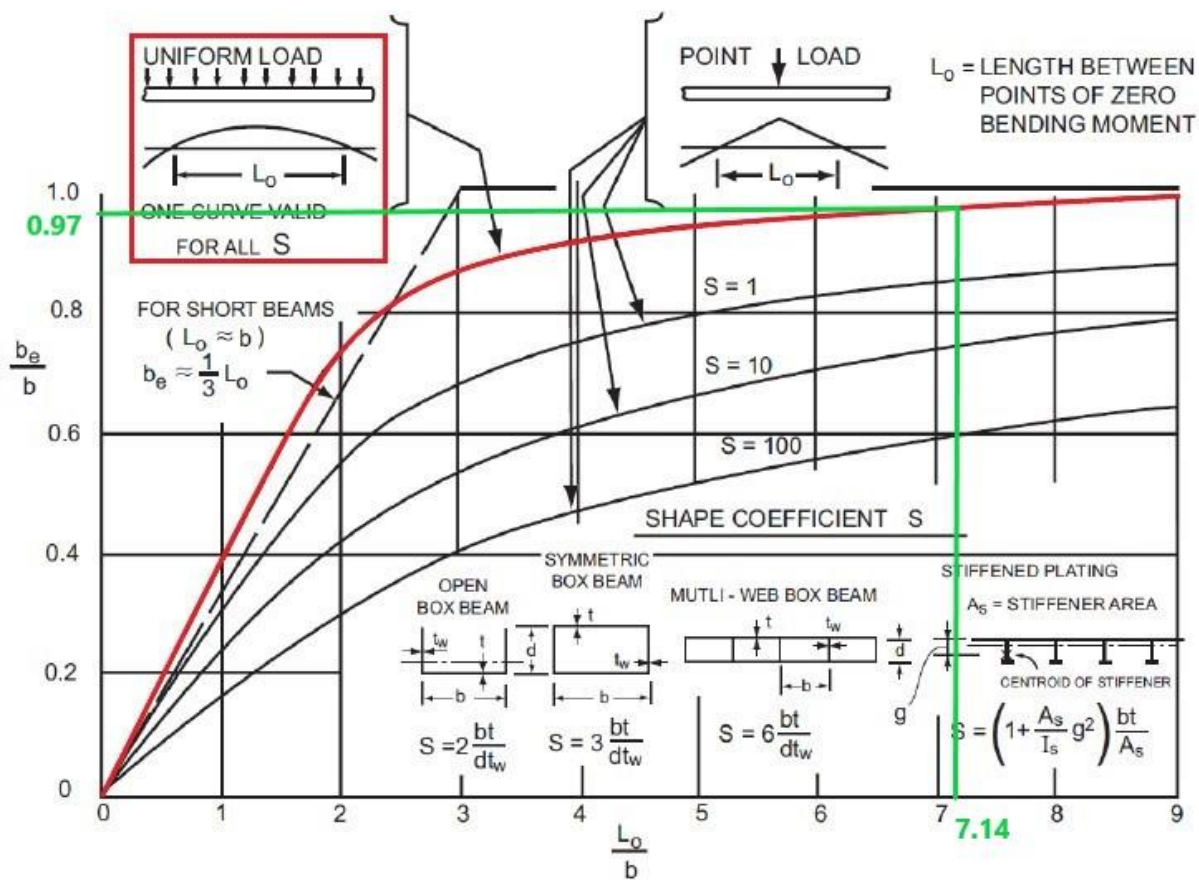
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.26)$$

$$\checkmark \quad L_0 = L = 5000 \text{ mm} \text{ (Απλή έδραση – Simply Supported)} \quad (6.27)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_0}{b} = 7.14 \quad (6.28)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.28: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 2 (Απλή έδραση) (Πηγή: *Paint 3D*)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.97. Άρα:

$$b_e = 0.97 * 700 \leftrightarrow b_e = 679 \text{ mm} \quad (6.29)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Συμπερασματικά, στην συγκεκριμένη περίπτωση βλέπουμε πως το αριθμητικό αποτέλεσμα του προγράμματος *Ansys* αποκλίνει περισσότερο από το ισοδύναμο πλάτος που προκύπτει από τους Νηογνώμονες (εξαιρούμε τον *ABS* ο οποίος σε κάθε περίπτωση έχει ιδιαίτερα μεγάλη απόκλιση) αλλά και από το διάγραμμα του *Schade*.

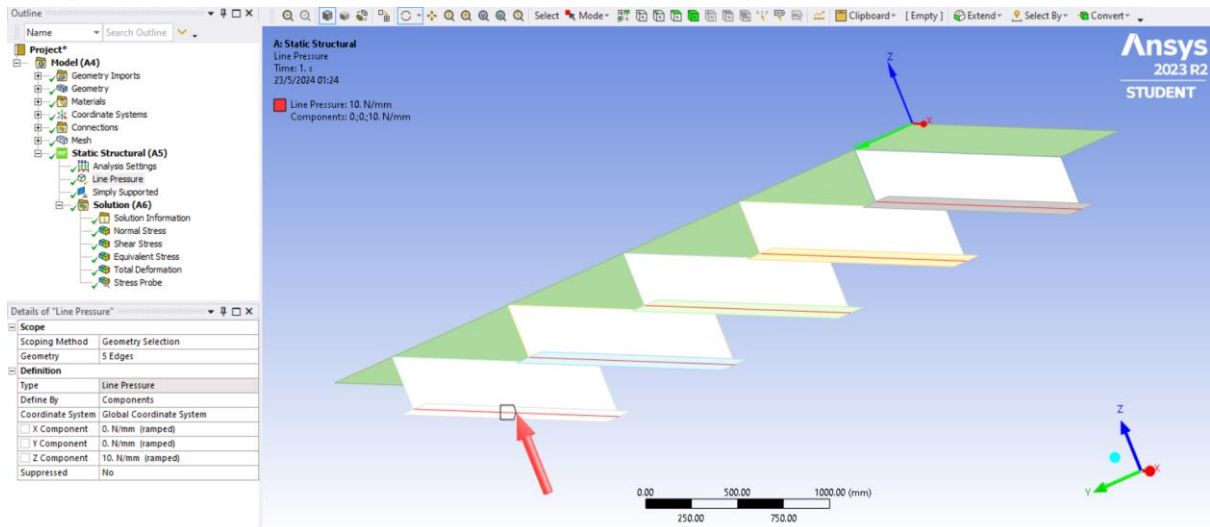
Το ισοδύναμο πλάτος με τις απλές εδράσεις παρατηρούμε ότι στο αποτέλεσμα της αριθμητικής επίλυσης μειώνεται λίγο σε σχέση με τις πακτώσεις (συγκεκριμένα κατά 7 mm). Αυτό που θα μπορούσαμε να αποφανθούμε με την σύγκριση του αρχικού μοντέλου και της 2^{ης} περίπτωσης (με τις απλές εδράσεις) είναι ότι με τις πακτώσεις το πρόγραμμα προσεγγίζει με πιο ακριβή τρόπο το ισοδύναμο πλάτος, για αυτό είναι και πιο κοντά αριθμητικά με τα υπόλοιπα αποτελέσματα (Νηογνώμονες και διάγραμμα *Schade*) στην αρχική κατασκευή.

Επίσης, αλλάζοντας τις στηρίξεις της κατασκευής σε απλές εδράσεις γίνεται φανερό ότι το αποτέλεσμα του διαγράμματος είναι αρκετά πιο κοντά στα νούμερα που προκύπτουν από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων (εξαιρώντας τον *ABS*), σε σύγκριση με την 1^η περίπτωση (αρχικό μοντέλο).

6.3 Αλλαγή φορτίου του μοντέλου

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα μεταβάλλουμε το σημείο εφαρμογής του ομοιόμορφα κατανεμημένου κατακόρυφου φορτίου (*Line Pressure*) αλλά και την κατεύθυνση του. Πιο συγκεκριμένα, το *Line Pressure* θα ασκηθεί στο σημείο τομής (*edge*) της φλάντζας και του κορμού για κάθε ενισχυτικό, επομένως θα αποτελεί ένα εφελκυστικό φορτίο. Επίσης η κατεύθυνσή του θα είναι πλέον στα θετικά του άξονα $z'z$. Η τιμή της *Line Pressure* θα παραμείνει ίδια κατά απόλυτη τιμή (10 N/mm).

Παρακάτω φαίνεται η αλλαγή του φορτίου στο μοντέλο:

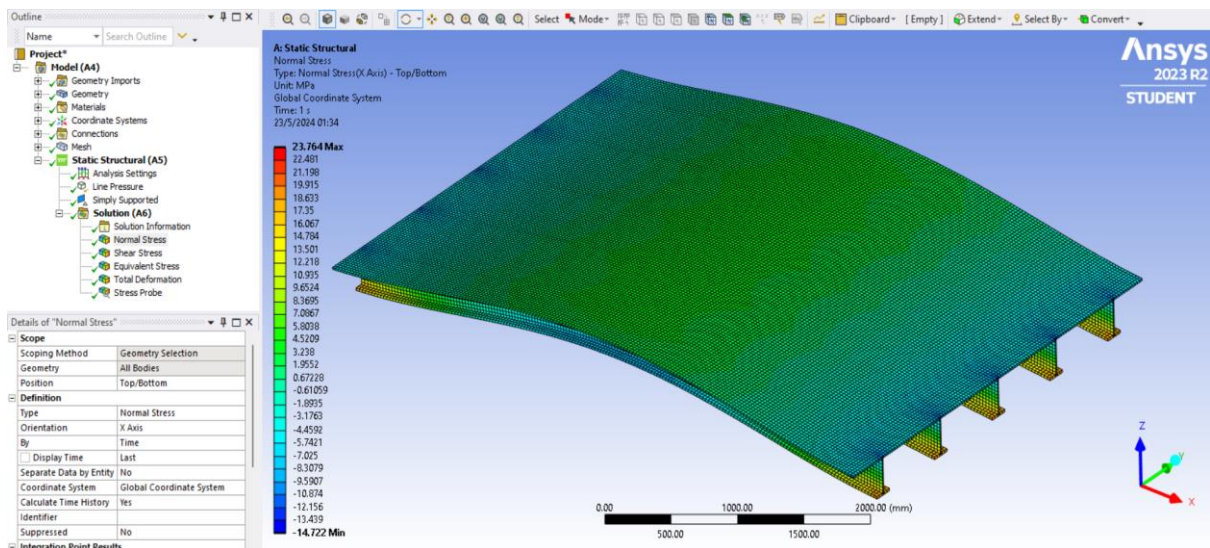


Εικόνα 6.29: Εφαρμογή του μοιόμορφα κατανομημένου φορτίου (Line Pressure) στα σημεία σύνδεσης φλάντζας και κορμού (Πηγή: Ansys Workbench)

Την συγκεκριμένη αλλαγή θα την μελετήσουμε τόσο για την περίπτωση της απλά εδρασμένης (*Simply Supported*) κατασκευής όσο και για την περίπτωση της πακτωμένης (*Fixed Support*) κατασκευής. Οι στηρίξεις της κατασκευής αλλάζουν όπως έχουν αναφερθεί παραπάνω.

6.3.1 Απλά εδρασμένη κατασκευή – Παρουσίαση αποτελεσμάτων

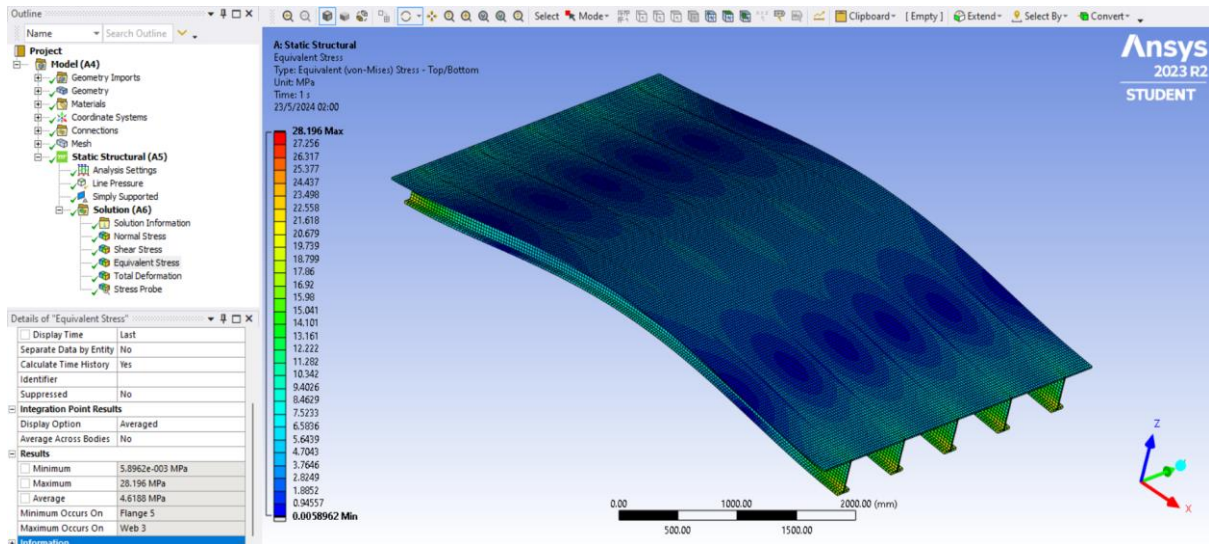
Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 6.30: Normal Stress – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)

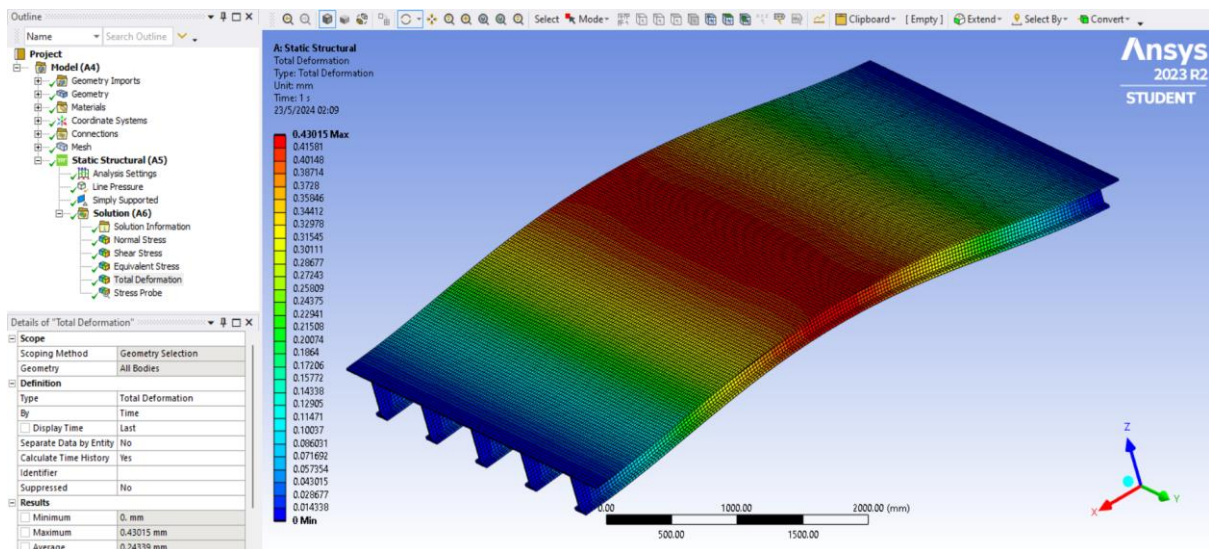
Αρχικά παρατηρούμε ότι στο συγκεκριμένο μοντέλο το συνεργαζόμενο έλασμα εφελκύεται, ενώ στις προηγούμενες περιπτώσεις θλιβόταν.

Γενικά στην κατασκευή επικρατεί μία μέση έως μικρή τιμή ορθών τάσεων (σ_x). Εκεί που παρατηρείται η μέγιστη τιμή είναι στις απλές εδράσεις των σημείων τομής φλαντζών και κορμών, ενώ η ελάχιστη παρατηρείται στις απλές εδράσεις των σημείων τομής κορμών και ελάσματος.



Εικόνα 6.31: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)

Στο έλασμα επικρατεί μία ελάχιστη ισοδύναμη τάση, ενώ στα ενισχυτικά μία μέση τιμή αυτής. Η μέγιστη ισοδύναμη τάση παρατηρείται στην απλή έδραση των κορμών και συγκεκριμένα στο σημείο που συνδέεται με την φλάντζα των ενισχυτικών. Η τιμή της είναι $\sigma_{VM}^{max} = 28.196 \text{ MPa}$, η οποία τάση προφανώς είναι μικρότερη από το όριο διαρροής του υλικού ($\sigma_Y = 235 \text{ MPa}$), επομένως η κατασκευή δεν αστοχεί.



Εικόνα 6.32: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Στα εδρασμένα άκρα της κατασκευής η παραμόρφωση, όπως είναι λογικό, είναι μηδενική. Η μέγιστη παραμόρφωση συναντάται στο κέντρο (κατά το διάμηκες) του μοντέλου και είναι ίση με 0.43015 mm .

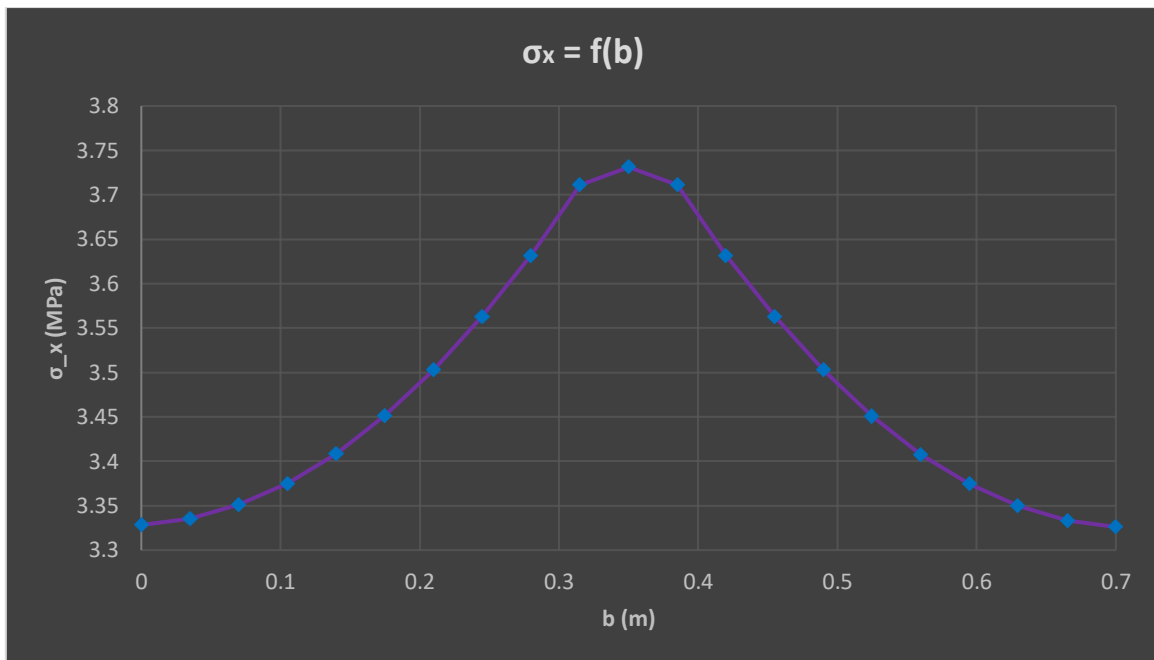
6.3.2 Απλά εδρασμένη κατασκευή – Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους

Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι εφελκυστικό, επομένως στον πίνακα αναγράφεται η πραγματική τιμή των τάσεων (η οποία είναι θετική).

Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	3.3282
2	2.5	1.435	0.035	0	3.3353
3	2.5	1.47	0.07	0	3.351
4	2.5	1.505	0.105	0	3.3753
5	2.5	1.54	0.14	0	3.4083
6	2.5	1.575	0.175	0	3.4513
7	2.5	1.61	0.21	0	3.5029
8	2.5	1.645	0.245	0	3.5632
9	2.5	1.68	0.28	0	3.6317
10	2.5	1.715	0.315	0	3.7111
11	2.5	1.75	0.35	0	3.7312
12	2.5	1.785	0.385	0	3.7112
13	2.5	1.82	0.42	0	3.6317
14	2.5	1.855	0.455	0	3.5629
15	2.5	1.89	0.49	0	3.5024
16	2.5	1.925	0.525	0	3.4506
17	2.5	1.96	0.56	0	3.4074
18	2.5	1.995	0.595	0	3.3741
19	2.5	2.03	0.63	0	3.3496
20	2.5	2.065	0.665	0	3.3336
21	2.5	2.1	0.7	0	3.3261

Πίνακας 6.6: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

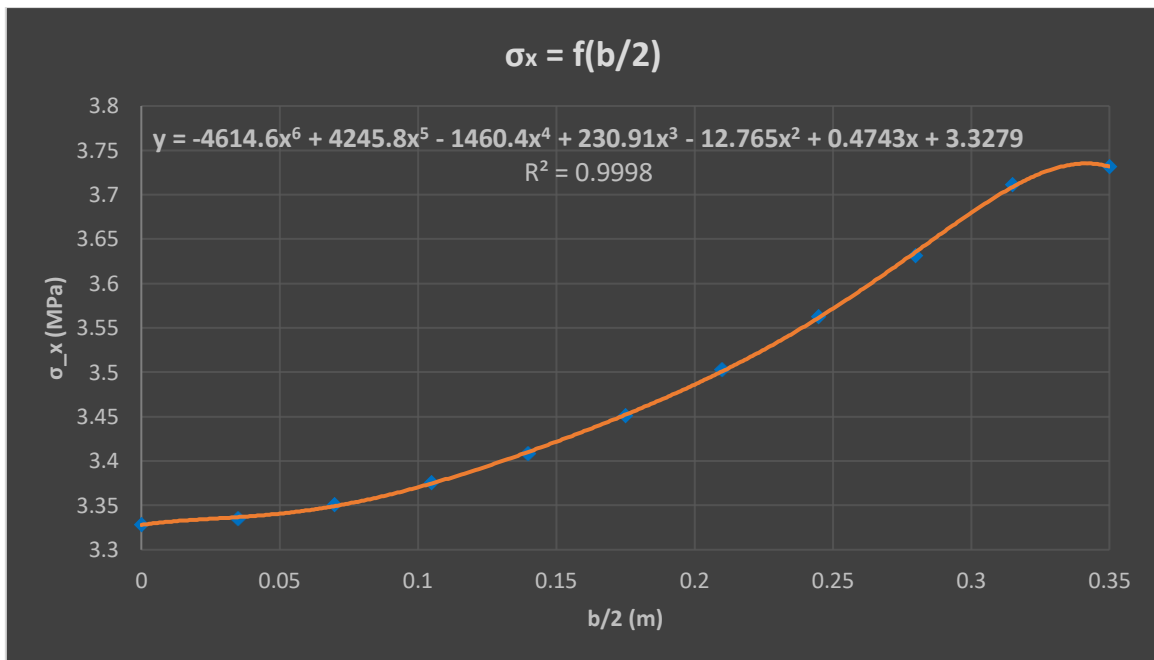


Γράφημα 6.7: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους $\Sigma.E$ (b)

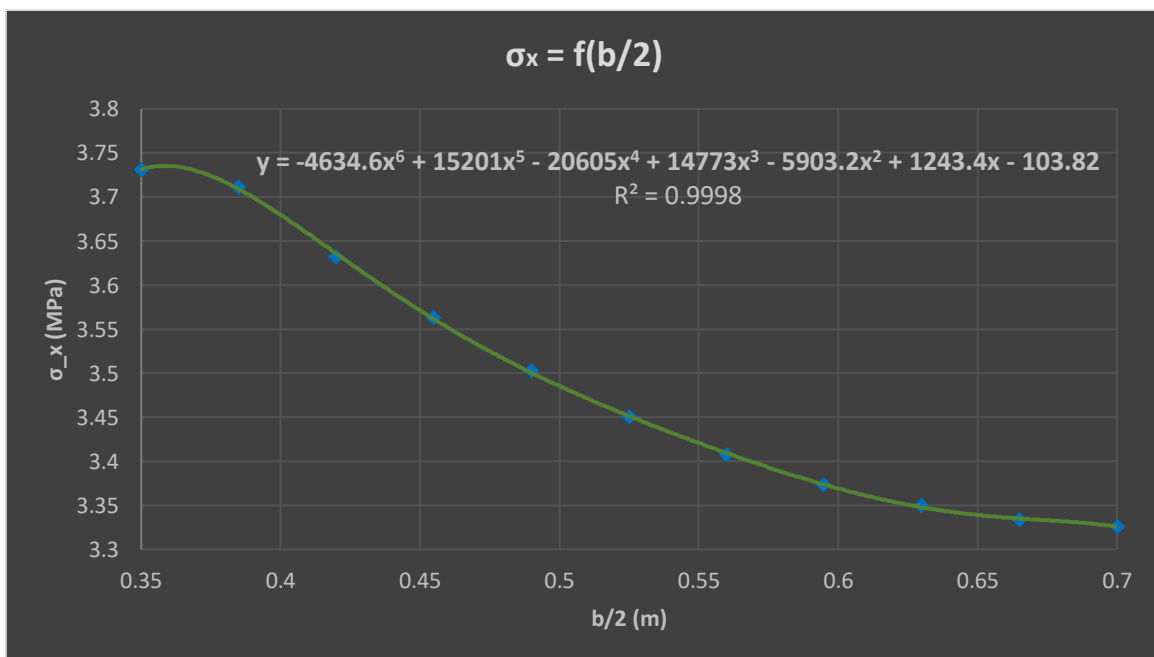
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι παρόμοιας μορφής με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 3.7312 \text{ MPa}$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Η διαφορά αυτής της κατανομής σε σύγκριση με τα άλλα δύο μοντέλα που μελετήσαμε είναι ότι είναι πιο ομαλή στο σημείο της μεγιστοποίησης της τάσης ($b = 0.35 \text{ m}$). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μπορεί να προσεγγιστεί ολόκληρη η καμπύλη από ένα πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού. Παρόλα αυτά επειδή η προσέγγιση δεν ήταν η καλύτερη δυνατή και για να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή ακρίβεια στην εύρεση του ισοδύναμου πλάτους η καμπύλη και πάλι θα χωριστεί σε δύο (2) τμήματα (αριστερό και δεξιό πραγματικό ημιπλάτος) όπως συνέβη και στις παραπάνω περιπτώσεις που μελετήθηκαν.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 6.8: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)



Γράφημα 6.9: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 1.22027 \text{ MPa} * m \quad (6.30)$$

✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 1.23394 \text{ MPa} * m \quad (6.31)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 2.45421 \text{ MPa} * m \quad (6.32)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{2.45421}{3.7312} \leftrightarrow$$
$$b_e = 0.658 \text{ m} = 658 \text{ mm} \quad (6.33)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$✓ \quad l = 5000 \text{ mm} \quad (6.34)$$

$$✓ \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.35)$$

Τα δεδομένα αυτά είναι ίδια και για το αρχικό μοντέλο, επομένως τα αποτελέσματα από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων παραμένουν ίδια και παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR – H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

Πίνακας 6.7: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

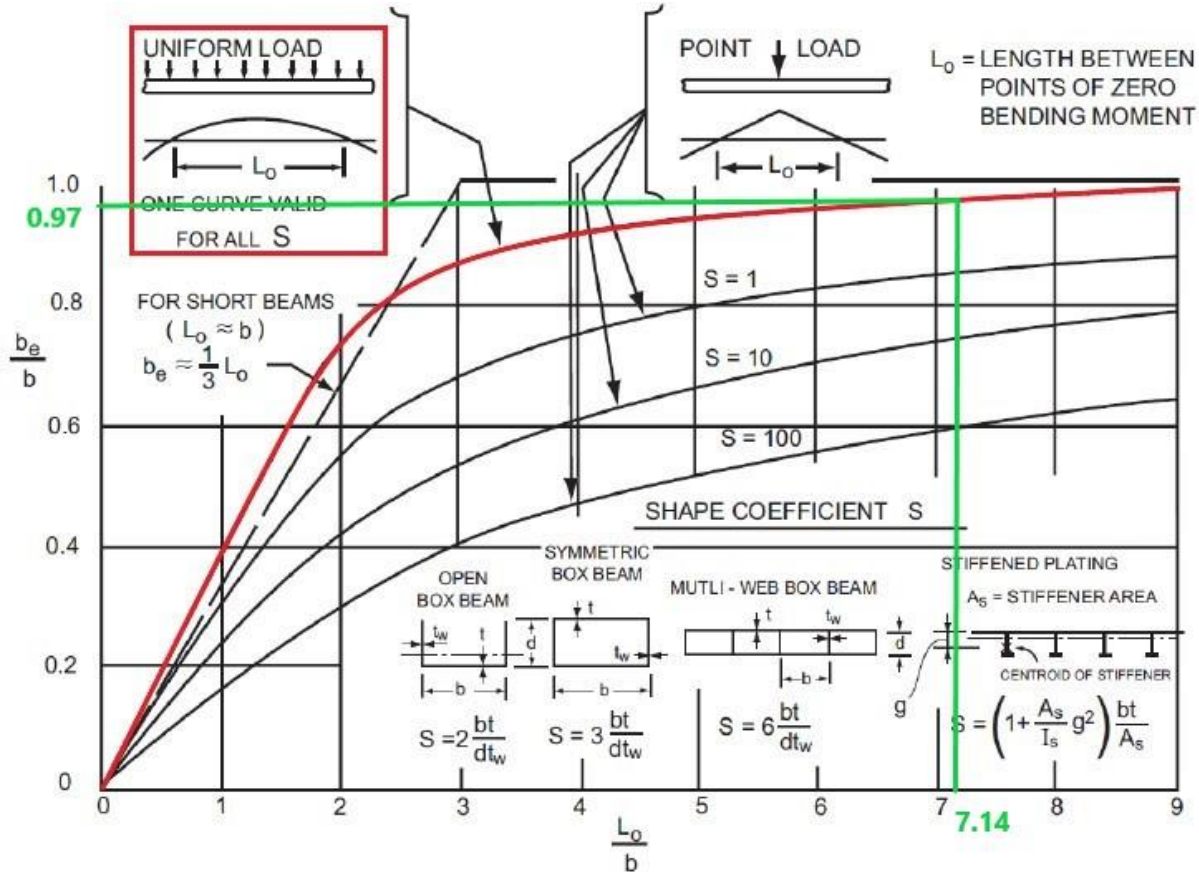
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.36)$$

$$\checkmark \quad L_0 = L = 5000 \text{ mm} \text{ (Απλή έδραση – Simply Supported)} \quad (6.37)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_0}{b} = 7.14 \quad (6.38)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.33: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 3 (Εφελκυστικό φορτίο & Απλή έδραση) (Πηγή: *Paint 3D*)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.97. Άρα:

$$b_e = 0.97 * 700 \leftrightarrow b_e = 679 \text{ mm} \quad (6.39)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Παρατηρούμε στην συγκεκριμένη περίπτωση πως το αποτέλεσμα της αριθμητικής επίλυσης με την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (658 mm) βρίσκεται αρκετά κοντά στα αποτελέσματα των κανονισμών των Νηογνομένων (εξαιρουμένου πάντα του ισοδύναμου πλάτους του ABS) και σχεδόν ταυτίζεται με το ισοδύναμο πλάτος που προκύπτει από την φόρμουλα του HRS (660 mm).

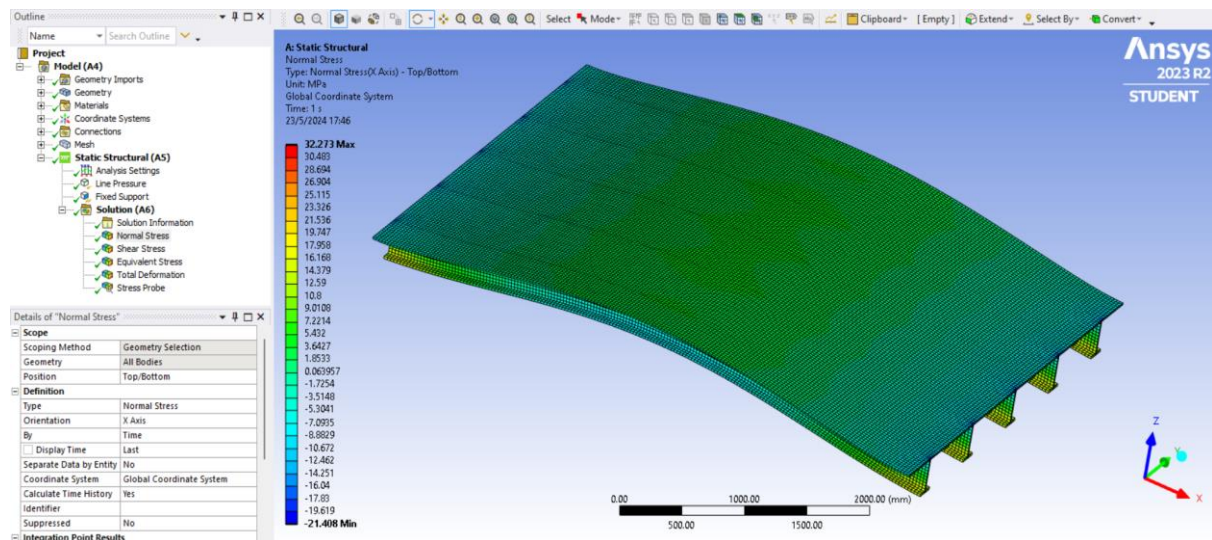
Το ισοδύναμο πλάτος που προκύπτει από το διάγραμμα του *Schade* (679 mm) βρίσκεται αρκετά κοντά με αυτό του προγράμματος *Ansys*. Επίσης οι τύποι των Νηγωνιμώνων (χωρίς αυτόν του *ABS*) βρίσκονται κοντά αριθμητικά με το διάγραμμα. Τα παραπάνω αποδεικνύουν την σωστή πορεία υπολογισμών σε κάθε μεθοδολογία (διάγραμμα, κανονισμοί, πρόγραμμα).

Συγκρίνοντας τις περιπτώσεις μοντέλων που μελετήθηκαν μέσω του *Ansys* μέχρι στιγμής, παρατηρούμε πως το εφελκυστικό φορτίο αυξάνει αρκετά το ισοδύναμο πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος (αύξηση της τάξης των 40 mm).

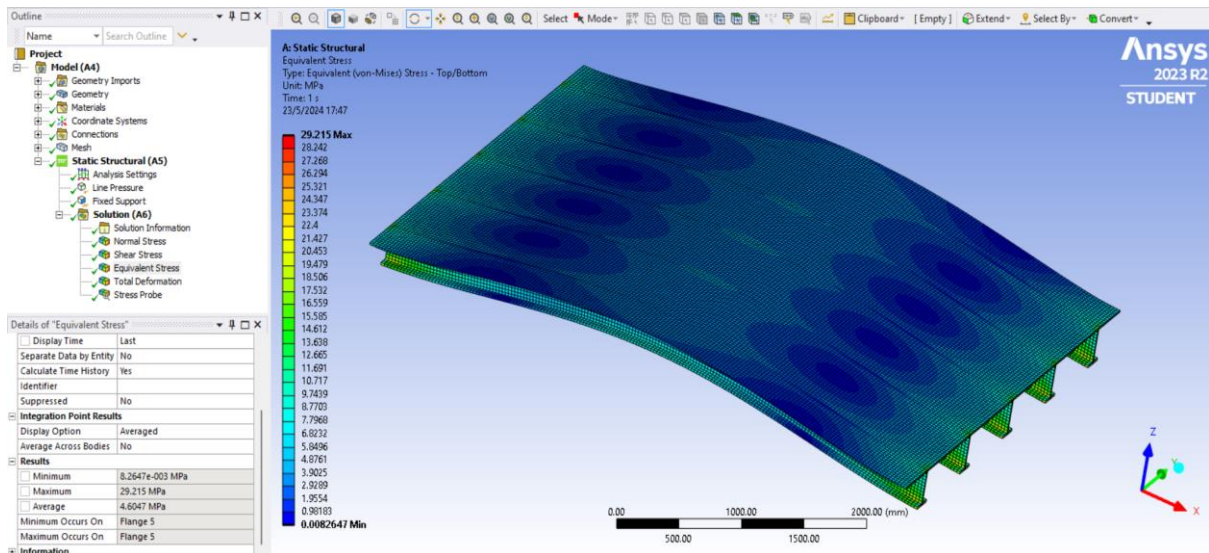
Να τονίσουμε εδώ πως το πρόγραμμα *Ansys* λαμβάνει υπόψιν κάθε παράμετρο για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους (διαστάσεις κατασκευής, είδος στηρίξεων, κατεύθυνση και είδος φορτίου και άλλα που θα μελετήσουμε παρακάτω) ενώ το διάγραμμα του *Schade* δεν λαμβάνει στους υπολογισμούς την κατεύθυνση του φορτίου (παρά μόνο το είδος του), για αυτό και το αποτέλεσμα του διαγράμματος είναι ίδιο με την 2^η περίπτωση μοντέλου (που είχαμε θλιπτικό φορτίο). Επίσης, οι τύποι των κανονισμών είναι συναρτήσει μόνο των διαστάσεων του μοντέλου (*l*, *b*, *s*) και για αυτό σε όλα τα μοντέλα που μελετήθηκαν μέχρι στιγμής δεν αλλάζουν τα αποτελέσματά τους.

6.3.3 Πακτωμένη κατασκευή – Παρουσίαση αποτελεσμάτων

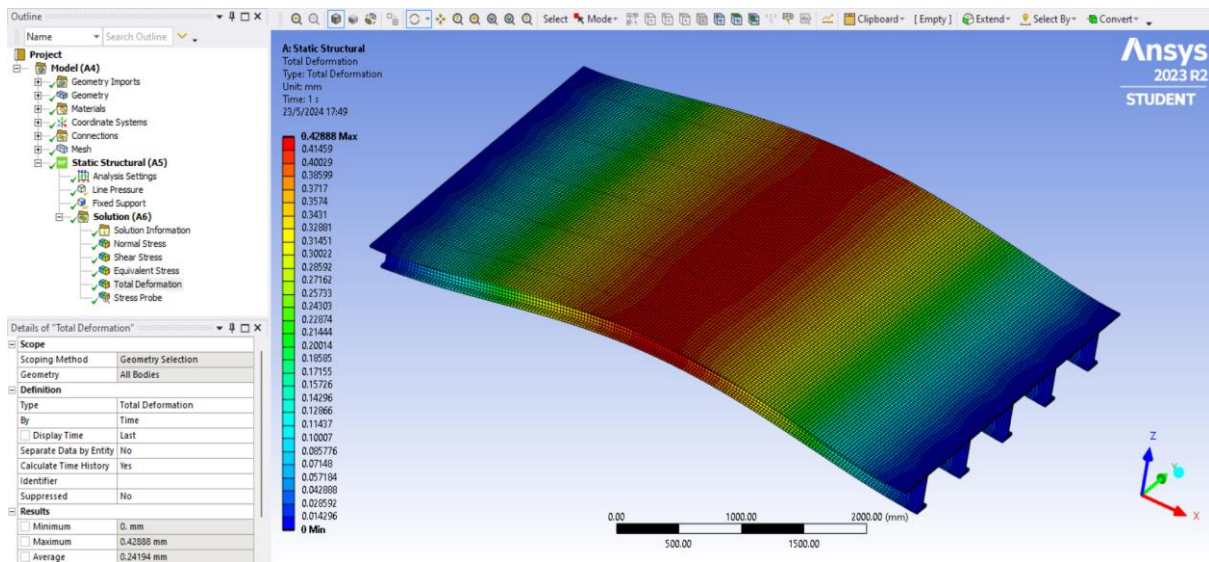
Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 6.34: *Normal Stress – X Axis* (Πηγή: *Ansys Workbench*)



Εικόνα 6.35: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.36: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι αντίστοιχης λογικής με αυτά της απλά εδρασμένης κατασκευής, με την βασική διαφορά να εντοπίζεται στις λίγο μεγαλύτερες μέγιστες τάσεις και στην ελάχιστα μικρότερη μέγιστη παραμόρφωση που παρουσιάζει η πακτωμένη κατασκευή, το οποίο είναι φυσιολογικό λόγω της ύπαρξης πακτώσεων (*Fixed Support*).

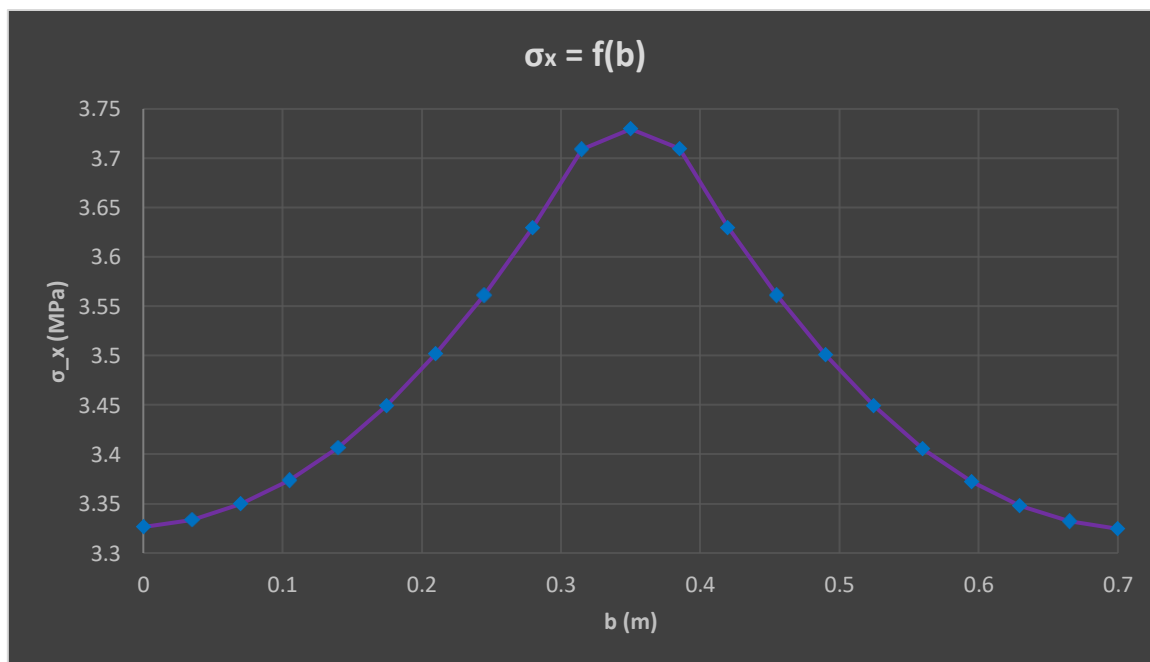
6.3.4 Πακτωμένη κατασκευή – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε και εδώ τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι εφελκυστικό, όπως και πριν στην απλά εδρασμένη κατασκευή, επομένως στον πίνακα αναγράφεται η πραγματική τιμή των τάσεων (η οποία είναι θετική).

Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	3.3266
2	2.5	1.435	0.035	0	3.3337
3	2.5	1.47	0.07	0	3.3494
4	2.5	1.505	0.105	0	3.3737
5	2.5	1.54	0.14	0	3.4067
6	2.5	1.575	0.175	0	3.4497
7	2.5	1.61	0.21	0	3.5013
8	2.5	1.645	0.245	0	3.5615
9	2.5	1.68	0.28	0	3.63
10	2.5	1.715	0.315	0	3.7094
11	2.5	1.75	0.35	0	3.7296
12	2.5	1.785	0.385	0	3.7095
13	2.5	1.82	0.42	0	3.63
14	2.5	1.855	0.455	0	3.5613
15	2.5	1.89	0.49	0	3.5008
16	2.5	1.925	0.525	0	3.449
17	2.5	1.96	0.56	0	3.4057
18	2.5	1.995	0.595	0	3.3725
19	2.5	2.03	0.63	0	3.348
20	2.5	2.065	0.665	0	3.3319
21	2.5	2.1	0.7	0	3.3245

Πίνακας 6.8: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

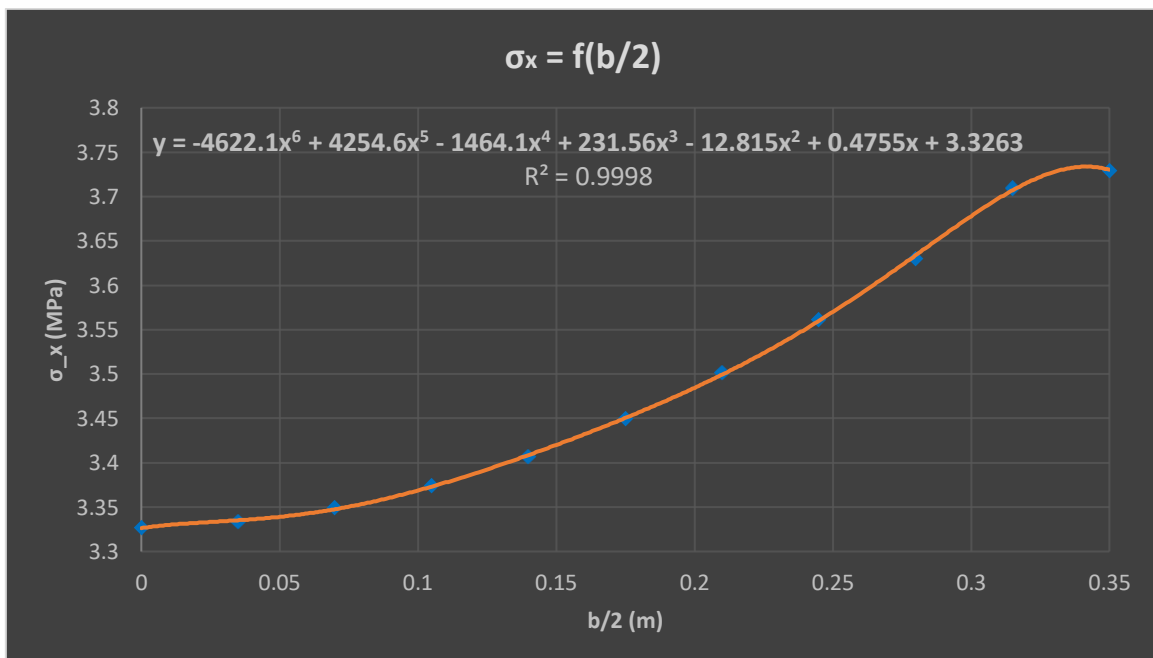


Γράφημα 6.10: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

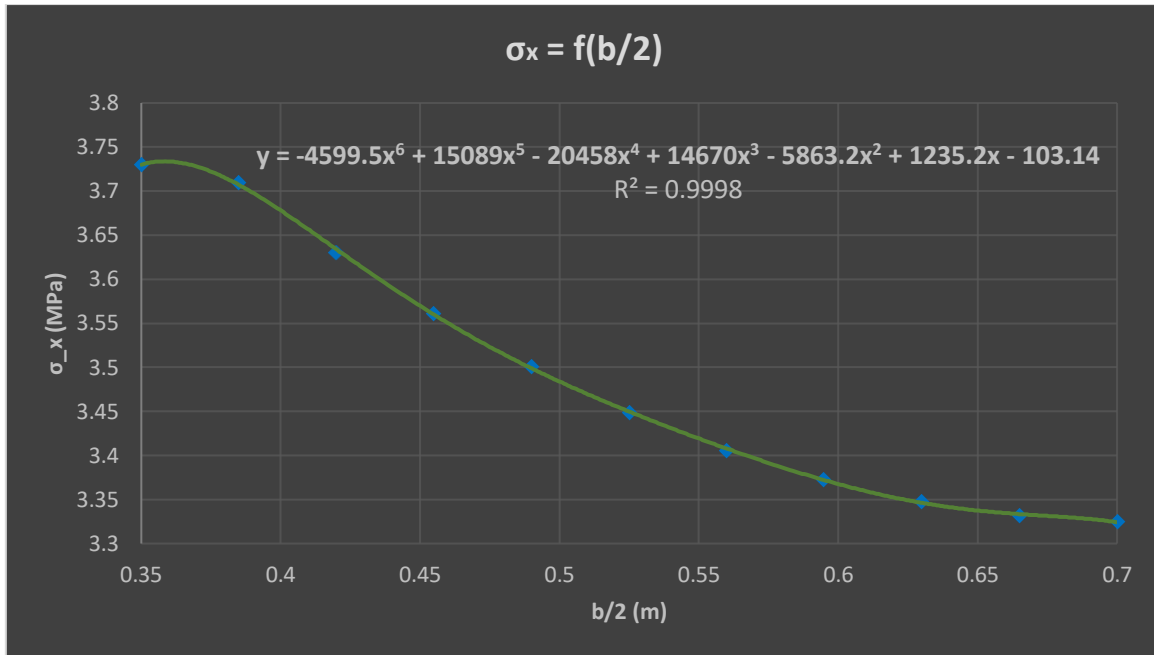
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι παρόμοιας μορφής με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 3.7296 \text{ MPa}$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Και εδώ παρατηρούμε ότι η κατανομή των ορθών τάσεων είναι πιο ομαλή στο σημείο της μεγιστοποίησης της τάσης ($b = 0.35 \text{ m}$). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μπορεί να προσεγγιστεί ολόκληρη η καμπύλη από ένα πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού. Παρόλα αυτά, όπως έχει διευκρινιστεί και στην απλά εδρασμένη κατασκευή (πάντα με εφελκυστικό φορτίο), για λόγους ακρίβειας των υπολογισμών θα χωριστεί δύο (2) τμήματα.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 6.11: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους Σ.Ε (b)



Γράφημα 6.12: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια που προσφέρει το πρόγραμμα *Excel*.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

- ✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 1.21962 \text{ MPa} * m \quad (6.40)$$

- ✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 1.20545 \text{ MPa} * m \quad (6.41)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 2.42507 \text{ MPa} * m \quad (6.42)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{2.42507}{3.7296} \leftrightarrow$$

$$b_e = 0.650 \text{ m} = 650 \text{ mm} \quad (6.43)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark l = 5000 \text{ mm} \quad (6.44)$$

$$\checkmark b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.45)$$

Τα δεδομένα αυτά είναι ίδια και για το αρχικό μοντέλο, επομένως τα αποτελέσματα από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων παραμένουν ίδια και παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω:

Νηογνώμονας	be [mm]
CSR – H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

Πίνακας 6.9: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

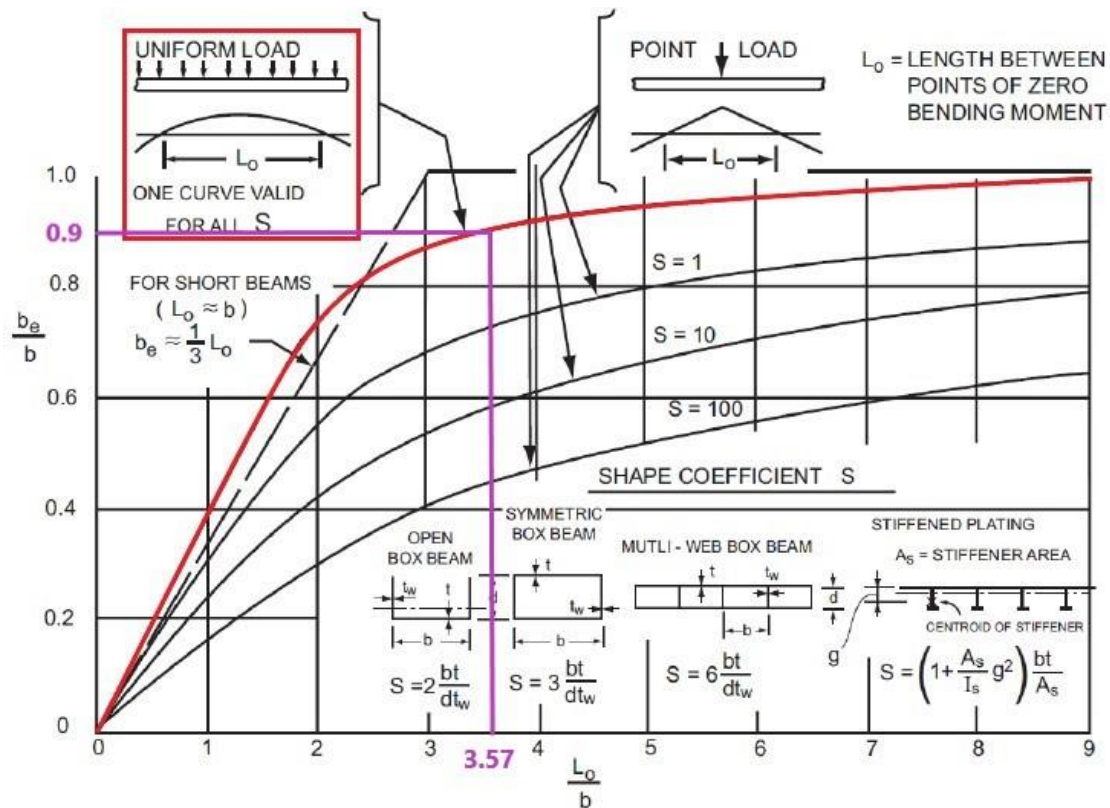
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.46)$$

$$\checkmark L_0 = \frac{L}{2} = 2500 \text{ mm} \text{ (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (6.47)$$

$$\checkmark \frac{L_0}{b} = 3.57 \quad (6.48)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.37: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 4 (Εφελκυστικό φορτίο & Πάκτωση) (Πηγή: Paint 3D)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.9. Άρα:

$$b_e = 0.9 * 700 \leftrightarrow b_e = 630 \text{ mm} \quad (6.49)$$

Εανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Στην δεδομένη περίπτωση βλέπουμε πως το αποτέλεσμα του προγράμματος είναι σχετικά κοντά αριθμητικά με τους Νηογνώμονες, όπως επίσης και με το διάγραμμα, με τις αποκλίσεις να μην είναι αξιοσημείωτες (χωρίς να συμπεριλαμβάνεται ο ABS). Και πάλι, ο HRS έχει το πιο κοντινό αποτέλεσμα με το πρόγραμμα Ansys.

Αντίστοιχα οι κανονισμοί των Νηογνώμωνων (πέραν του ABS) θεωρούν ένα ισοδύναμο πλάτος παρόμοιο με αυτό του διαγράμματος. Και εδώ, η φόρμουλα του HRS βρίσκεται αρκετά κοντά στο αποτέλεσμα που παράγεται μέσω του διαγράμματος του Schade. Να σημειώσουμε πως ακόμα μία φορά τα αποτελέσματα των κανονισμών παραμένουν ίδια, εφόσον δεν εξαρτώνται από το φορτίο και τις στηρίξεις, δηλαδή τις οριακές συνθήκες της κατασκευής. Βέβαια, η εξάρτηση των κανονισμών των Νηογνώμωνων μόνο από την γεωμετρία της κατασκευής πιθανόν αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση του χρόνου που απαιτούν οι υπολογισμοί.

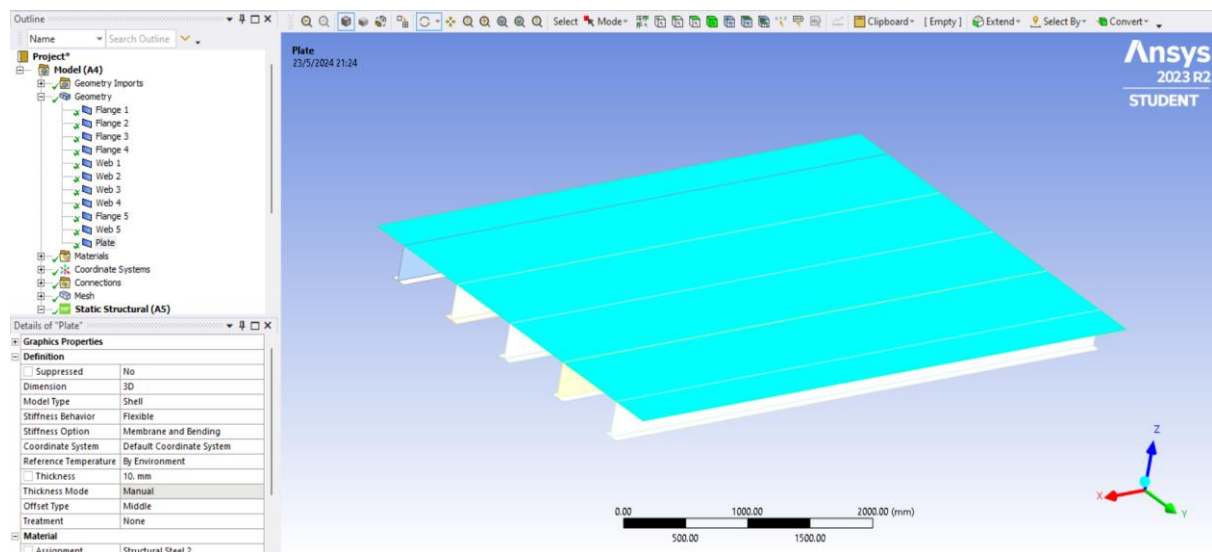
Συγκρίνοντας την συγκεκριμένη περίπτωση με τα υπόλοιπα τρία (3) μοντέλα που μελετήθηκαν παραπάνω (αναφερόμενοι στα αποτελέσματα που προκύπτουν από το πρόγραμμα *Ansys*), μπορούμε να σημειώσουμε ότι με δεδομένο το θλιπτικό φορτίο η αλλαγή των στηρίξεων της κατασκευής από πάκτωση σε απλή έδραση οδήγησε στην μείωση του ισοδύναμου πλάτους (από 621 mm σε 614 mm αντίστοιχα), ενώ με δεδομένο το εφελκυστικό φορτίο η αλλαγή των στηρίξεων από πάκτωση σε απλή έδραση οδήγησε στην αύξηση του ισοδύναμου πλάτους (από 650 mm σε 658 mm αντίστοιχα).

6.4 Αλλαγή πάχους του ελάσματος

Στο παρόν κεφάλαιο θα μεταβληθεί το πάχος του ελάσματος. Πιο συγκεκριμένα θα εξετάσουμε τις περιπτώσεις για $t_{plate} = 10\text{ mm}$ και για $t_{plate} = 20\text{ mm}$.

Οι οριακές συνθήκες της κατασκευής είναι αυτές του αρχικού μοντέλου, δηλαδή εφαρμόζεται *Line Pressure* στην σύνδεση του ελάσματος και των κορμών (θλιπτικό φορτίο) και η κατασκευή είναι κατάλληλα πακτωμένη (όπως έχουμε εξηγήσει).

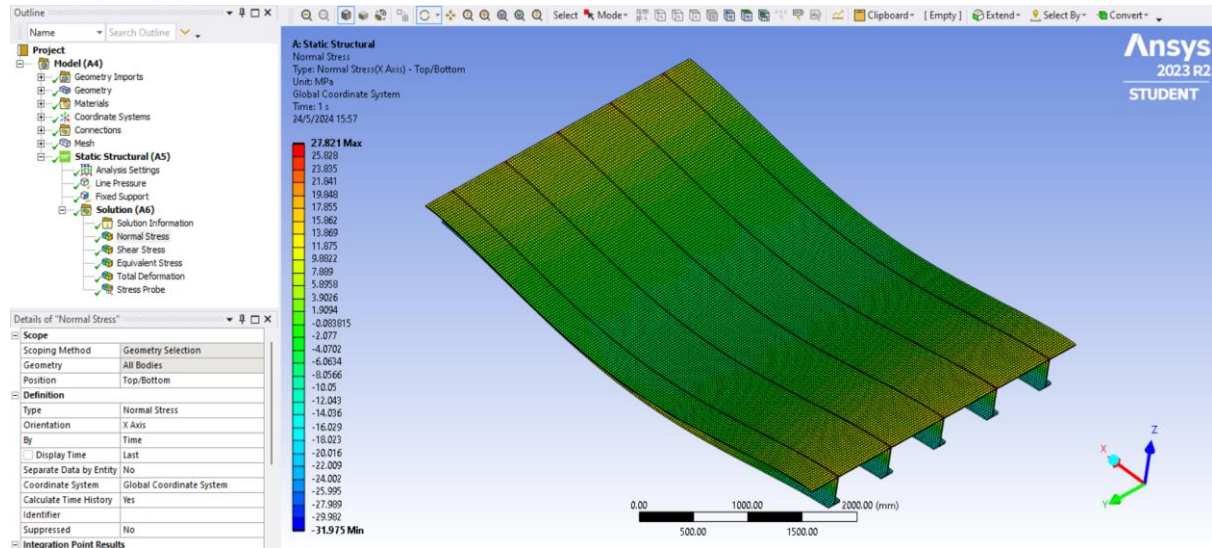
Παρακάτω φαίνεται η μείωση του πάχους του ελάσματος (*plate*) από 15 mm σε 10 mm . Με αντίστοιχο τρόπο κάνουμε και την αύξηση του πάχους σε 20 mm .



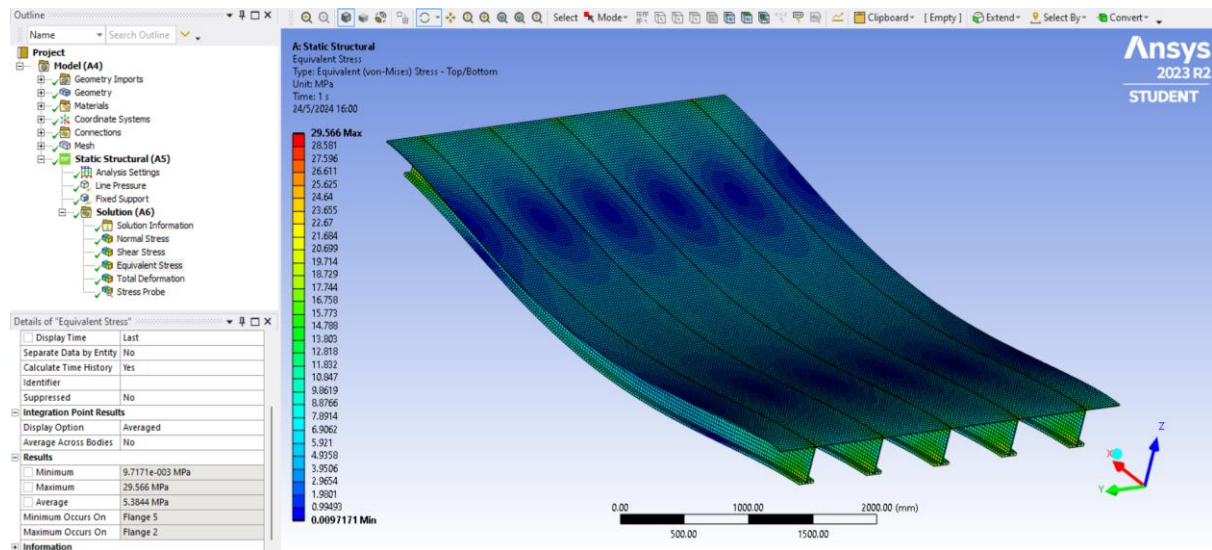
Εικόνα 6.38: Μείωση του πάχους σε 10 mm

6.4.1 Πάχος ελάσματος 10 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων

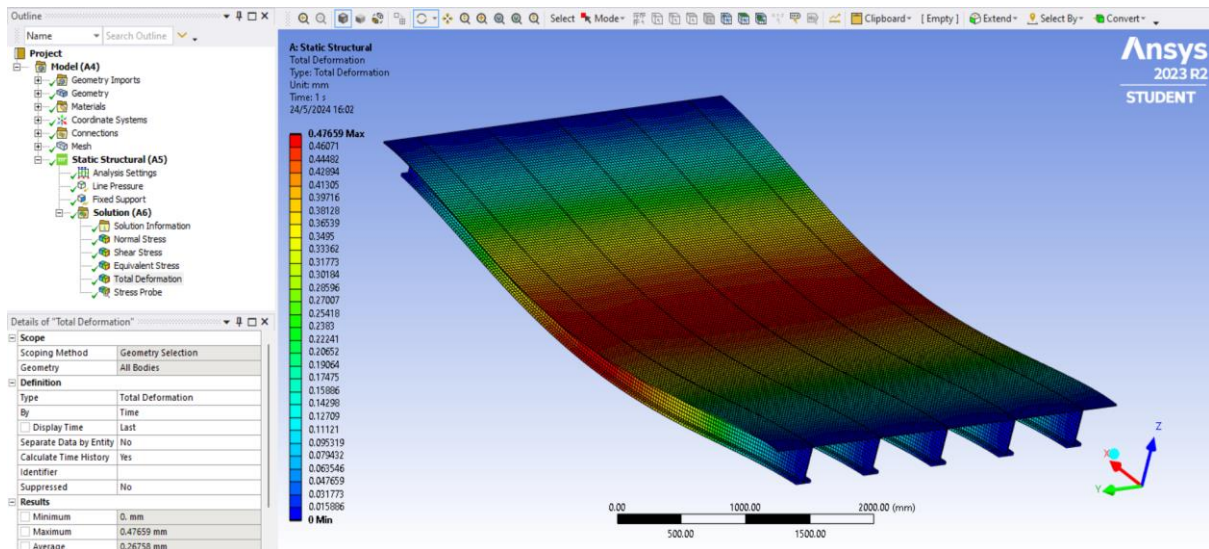
Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 6.39: Normal Stress – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.40: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.41: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι ακριβώς ίδιας λογικής με αυτά του αρχικού μοντέλου, όπως ήταν αναμενόμενο αφού το μόνο αλλάζει ουσιαστικά είναι το πάχος του ελάσματος (μείωση). Λόγω αυτού η μόνη διαφορά εντοπίζεται στις μεγαλύτερες τάσεις και παραμορφώσεις της συγκεκριμένης κατασκευής σε σύγκριση με την αρχική.

6.4.2 Πάχος ελάσματος 10 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε και εδώ τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι θλιπτικό επομένως στον πίνακα αναγράφεται η απόλυτη τιμή των τάσεων.

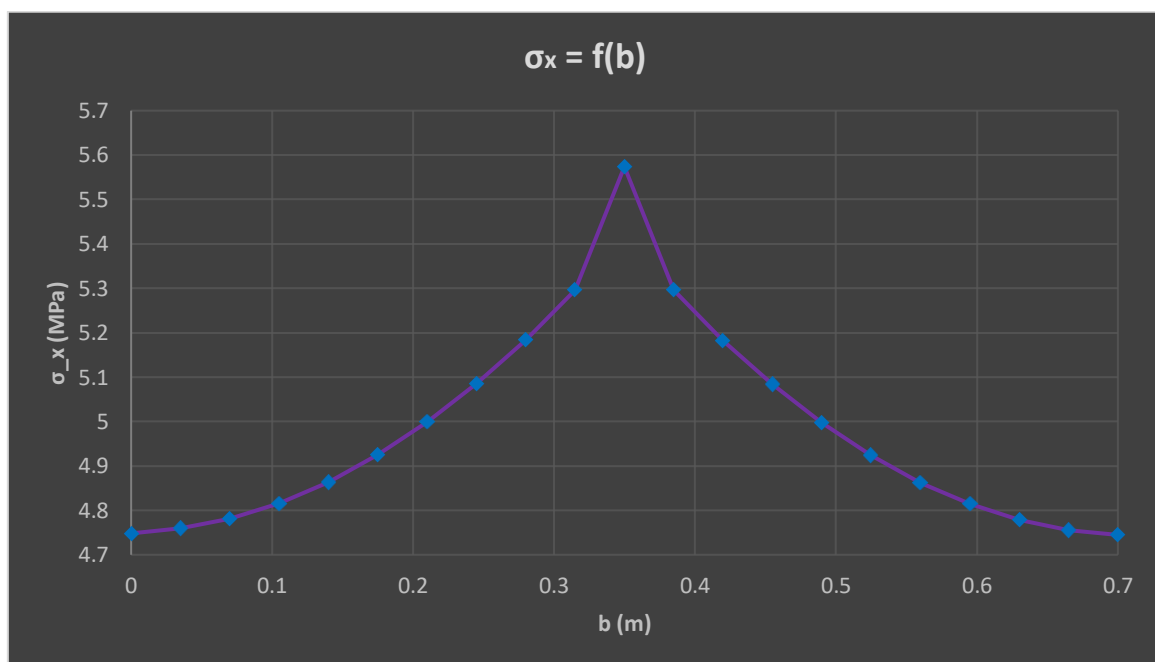
Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	4.7488
2	2.5	1.435	0.035	0	4.759
3	2.5	1.47	0.07	0	4.7815
4	2.5	1.505	0.105	0	4.8163
5	2.5	1.54	0.14	0	4.8634
6	2.5	1.575	0.175	0	4.9249
7	2.5	1.61	0.21	0	4.9988
8	2.5	1.645	0.245	0	5.0849
9	2.5	1.68	0.28	0	5.1828
10	2.5	1.715	0.315	0	5.296
11	2.5	1.75	0.35	0	5.5738
12	2.5	1.785	0.385	0	5.2961
13	2.5	1.82	0.42	0	5.1827
14	2.5	1.855	0.455	0	5.0844
15	2.5	1.89	0.49	0	4.9978
16	2.5	1.925	0.525	0	4.9236
17	2.5	1.96	0.56	0	4.8616

18	2.5	1.995	0.595	0	4.814
19	2.5	2.03	0.63	0	4.7787
20	2.5	2.065	0.665	0	4.7556
21	2.5	2.1	0.7	0	4.7447

Πίνακας 6.10: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Παρατηρούμε απευθείας πως με την μείωση του πάχους ελάσματος οι τάσεις των σημείων «ενδιαφέροντος» είναι μεγαλύτερες από όλα τα προηγούμενα μοντέλα που μελετήσαμε.

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

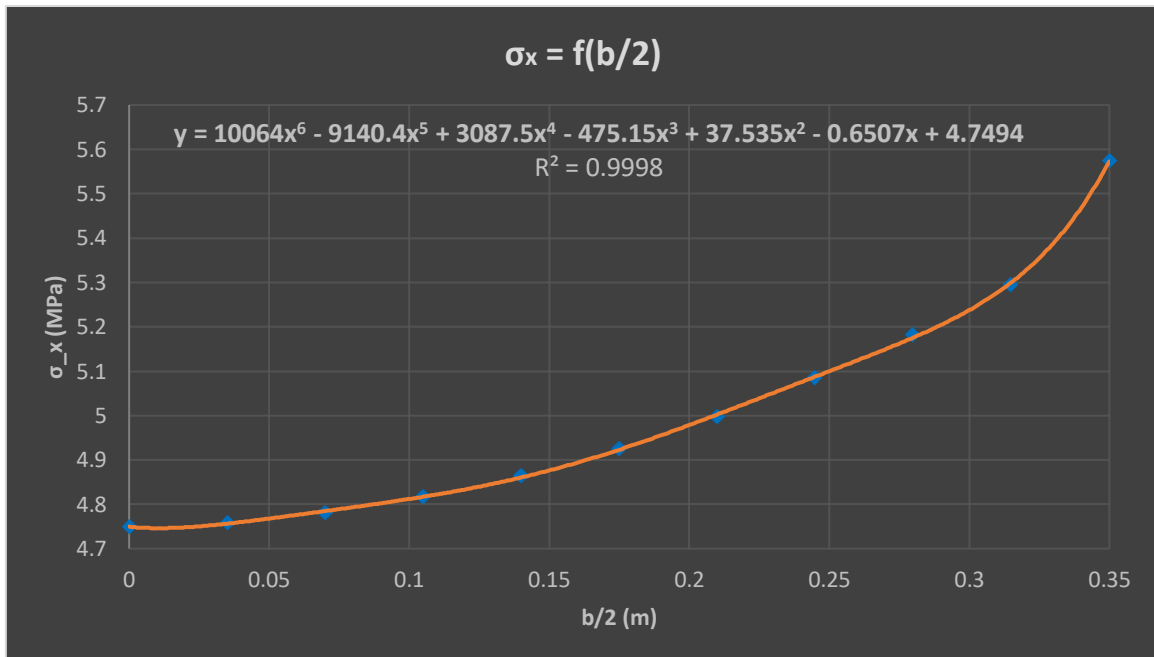


Γράφημα 6.13: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

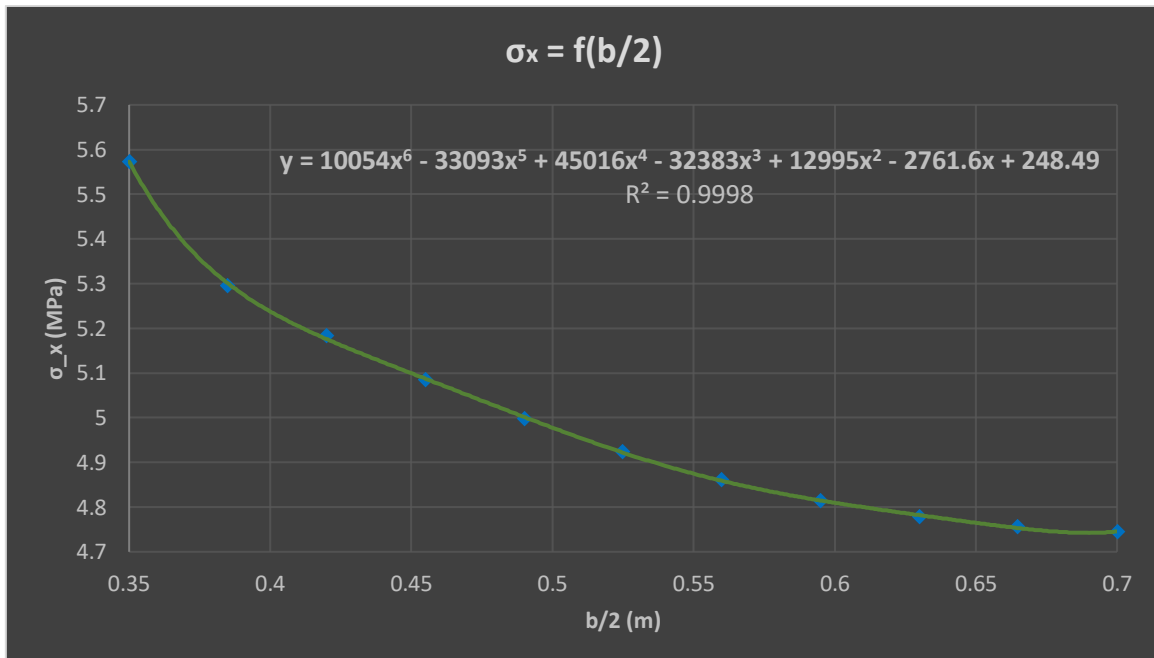
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι παρόμοιας μορφής με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 5.5738 \text{ MPa}$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Παρατηρούμε ότι με την αλλαγή του φορτίου από εφελκυστικό σε θλιπτικό, η διαμόρφωση που παρουσιάζει η κατανομή των τάσεων στο μέσο του πραγματικού πλάτους ($b = 0.35 \text{ m}$) είναι αρκετά πιο απότομη σε σύγκριση με το εφελκυστικό φορτίο. Αυτό πιθανόν να οφείλεται στο γεγονός ότι με την εφαρμογή θλιπτικού φορτίου εντείνεται το φαινόμενο της υστέρησης σε διάτμηση (*Shear Lag*).

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 6.14: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)



Γράφημα 6.15: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια που προσφέρει το πρόγραμμα *Excel*.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

- ✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 1.74414 \text{ MPa} * m \quad (6.50)$$

- ✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 1.75366 \text{ MPa} * m \quad (6.51)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 3.4978 \text{ MPa} * m \quad (6.52)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{3.4978}{5.5738} \leftrightarrow$$

$$b_e = 0.628 \text{ m} = 628 \text{ mm} \quad (6.53)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

- ✓ $l = 5000 \text{ mm}$ (6.54)

- ✓ $b = s = 700 \text{ mm}$ (6.55)

Τα δεδομένα αυτά είναι ίδια και για το αρχικό μοντέλο, επομένως τα αποτελέσματα από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων παραμένουν ίδια και παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR – H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

Πίνακας 6.11: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

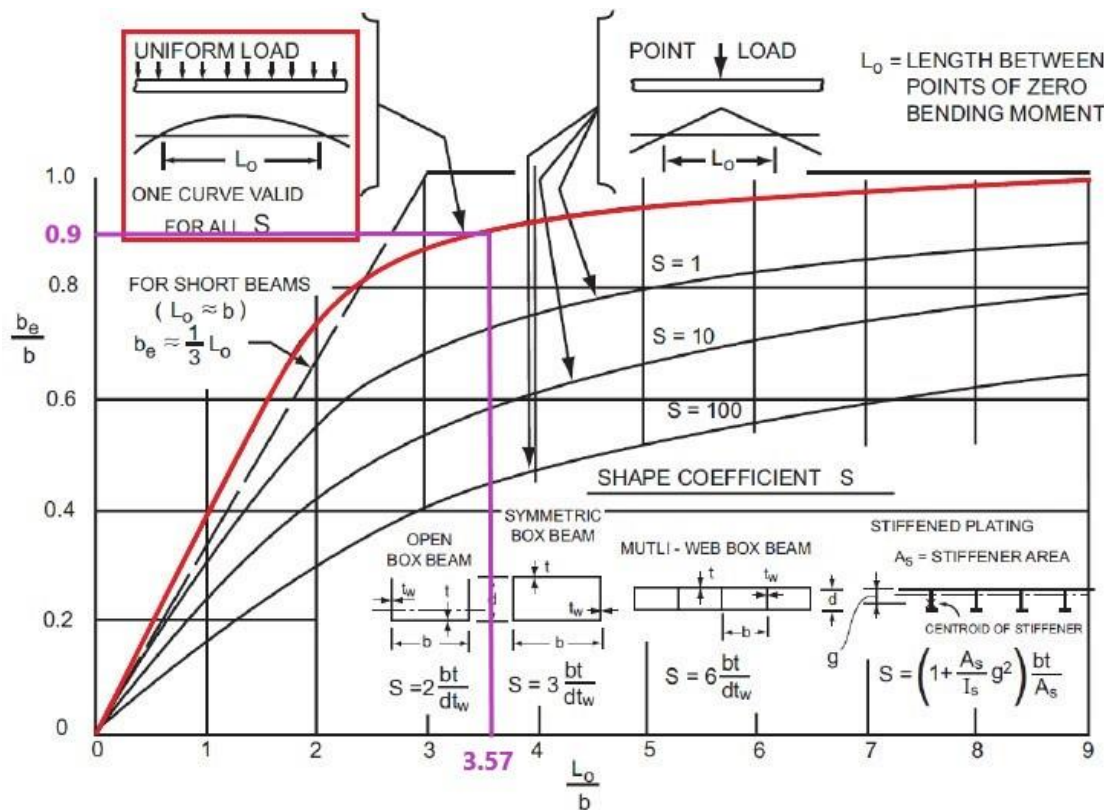
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.56)$$

$$\checkmark \quad L_o = \frac{L}{2} = 2500 \text{ mm (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (6.57)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_o}{b} = 3.57 \quad (6.58)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.42: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 5 (Μείωση πάχους ελάσματος) (Πηγή: *Paint 3D*)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.9. Άρα:

$$b_e = 0.9 * 700 \leftrightarrow b_e = 630 \text{ mm} \quad (6.59)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Στην δεδομένη περίπτωση βλέπουμε πως το αποτέλεσμα του προγράμματος είναι σχετικά κοντά αριθμητικά με τους Νηογνώμονες με τις αποκλίσεις να μην είναι αξιοσημείωτες (χωρίς

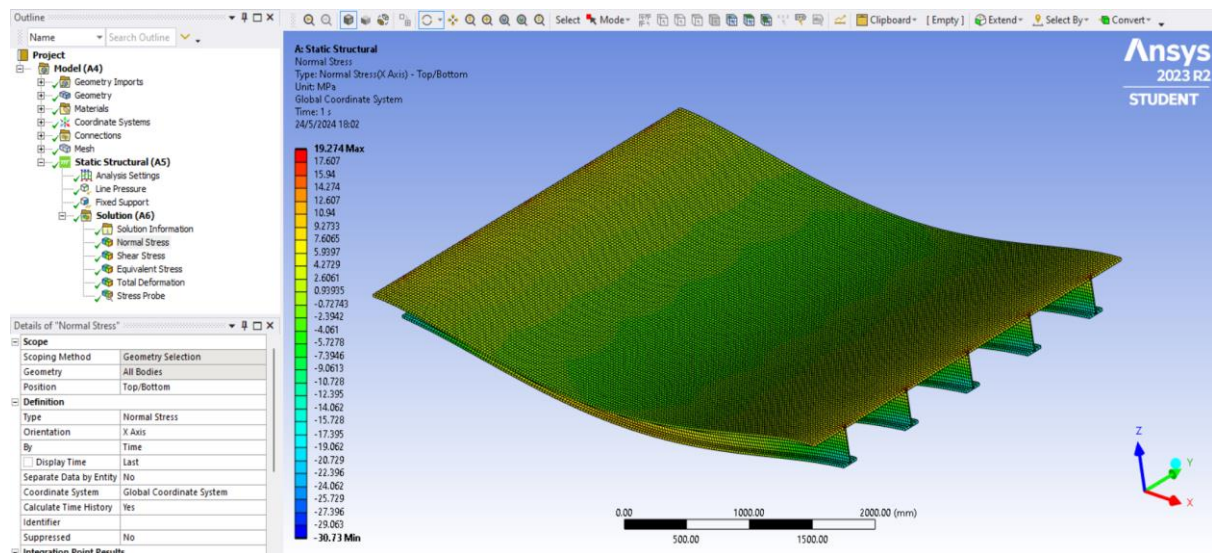
να συμπεριλαμβάνεται ο ABS). Και πάλι, ο HRS έχει το πιο κοντινό αποτέλεσμα με το πρόγραμμα Ansys. Επίσης, ανάμεσα σε Ansys και διάγραμμα παρατηρούμε ότι τα αποτελέσματα σχεδόν ταυτίζονται.

Αντίστοιχα οι κανονισμοί των Νηογνομώνων (πέραν του ABS) θεωρούν ένα ισοδύναμο πλάτος παρόμοιο με αυτό του διαγράμματος. Και εδώ, η φόρμουλα του HRS βρίσκεται αρκετά κοντά στο αποτέλεσμα που παράγεται μέσω του διαγράμματος του Schade. Να σημειώσουμε πως ακόμα μία φορά τα αποτελέσματα των κανονισμών παραμένουν ίδια, εφόσον δεν εξαρτώνται από το πάχος των ελασμάτων ή των ενισχυτικών της κατασκευής. Το ίδιο ισχύει και για το διάγραμμα του Schade.

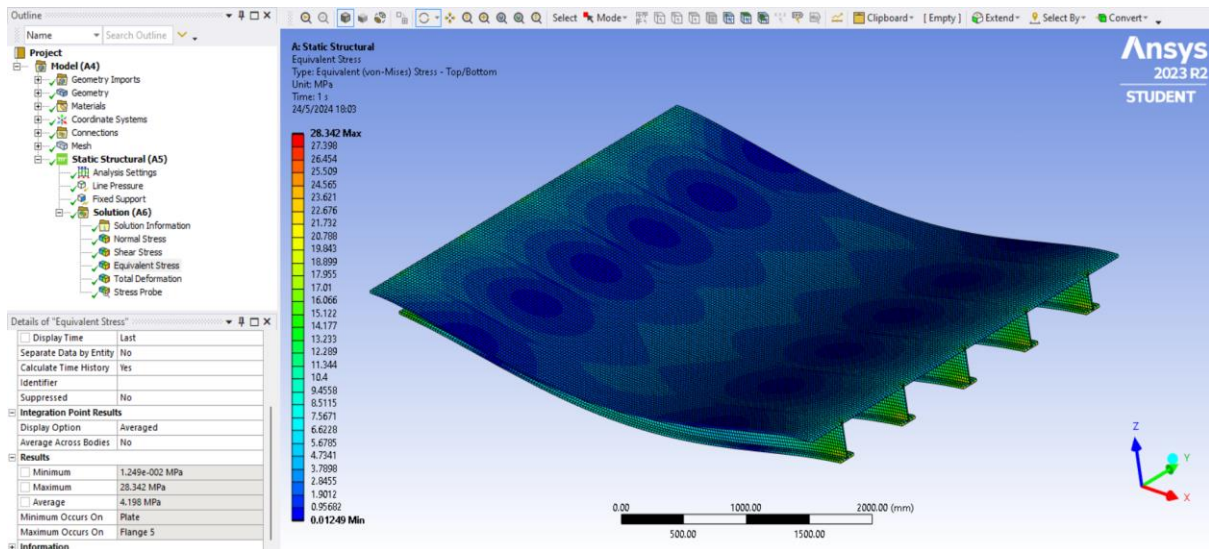
Συγκρίνοντας την συγκεκριμένη περίπτωση με το αρχικό μοντέλο (είναι η μόνη κατασκευή που μπορεί να συγκριθεί εφόσον η μοναδική διαφορά τους είναι το πάχος του ελάσματος) παρατηρούμε πως η μείωση του πάχους του συνεργαζόμενου ελάσματος αυξάνει το ισοδύναμο πλάτος. Συγκεκριμένα η μείωση 5 mm πάχους (από 15 mm σε 10 mm) οδήγησε σε αύξηση 7 mm ισοδύναμου πλάτους (από 621 mm σε 628 mm). Αυτό το γεγονός οφείλεται στην αύξηση των τάσεων με την μείωση του πάχους ελάσματος.

6.4.3 Πάχος ελάσματος 20 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων

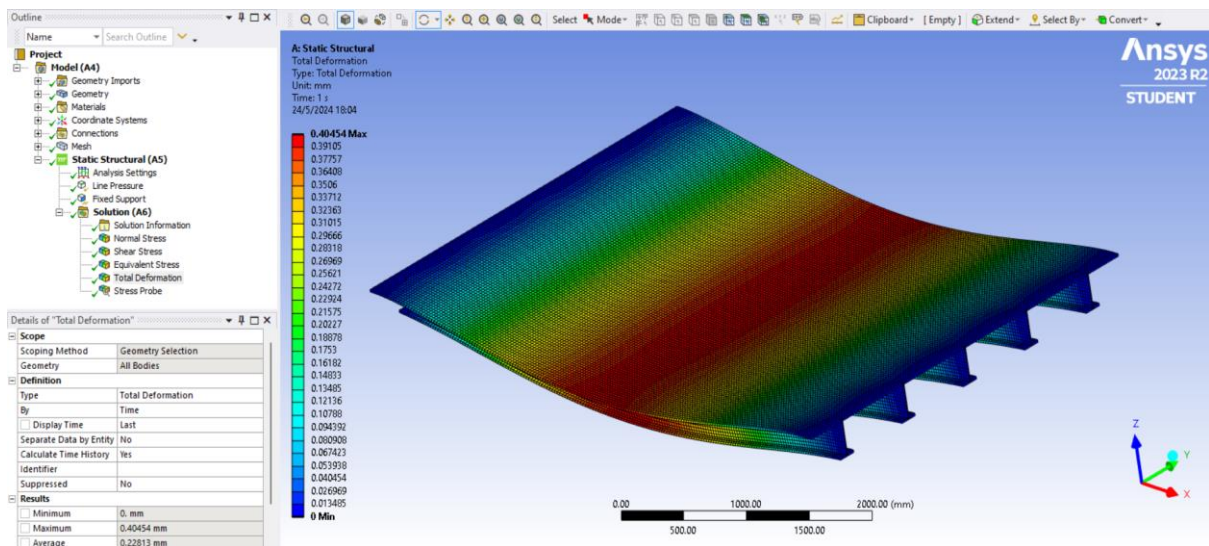
Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 6.43: Normal Stress – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.44: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.45: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι ακριβώς ίδιας λογικής με αυτά του αρχικού μοντέλου, όπως ήταν αναμενόμενο αφού το μόνο αλλάζει ουσιαστικά είναι το πάχος του ελάσματος (αύξηση). Λόγω αυτού η μόνη διαφορά εντοπίζεται στις μικρότερες τάσεις και παραμορφώσεις της συγκεκριμένης κατασκευής σε σύγκριση με την αρχική.

6.4.4 Πάχος ελάσματος 20 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

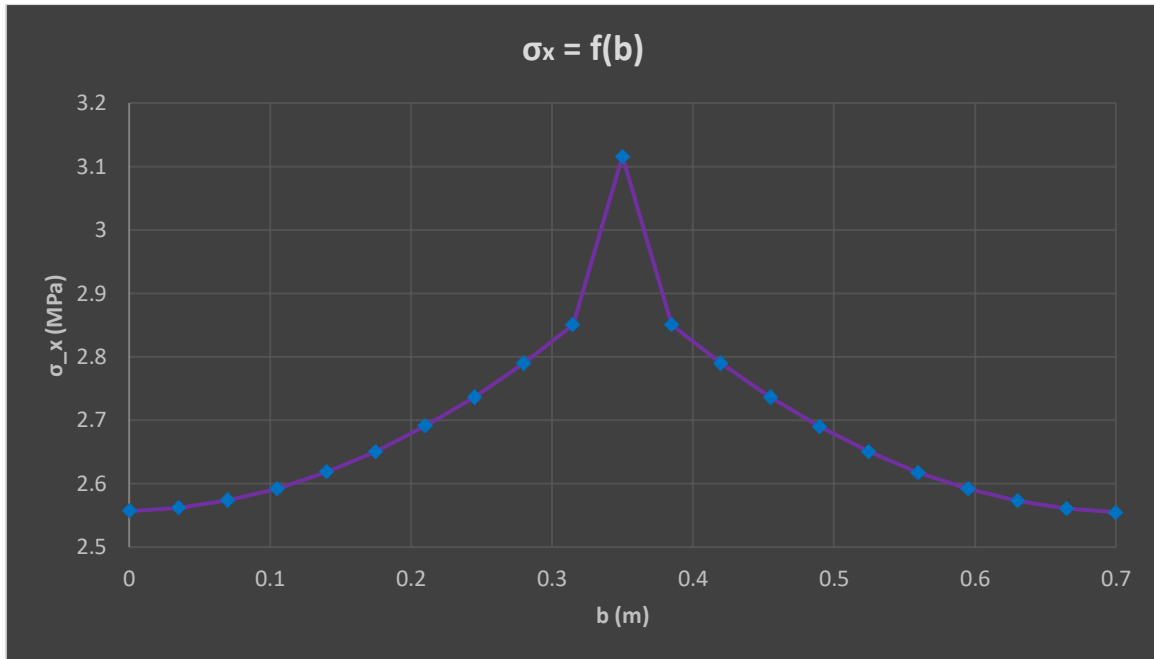
Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε και εδώ τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι θλιπτικό επομένως στον πίνακα αναγράφεται η απόλυτη τιμή των τάσεων.

Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	2.5563
2	2.5	1.435	0.035	0	2.5617
3	2.5	1.47	0.07	0	2.5738
4	2.5	1.505	0.105	0	2.5925
5	2.5	1.54	0.14	0	2.6178
6	2.5	1.575	0.175	0	2.6508
7	2.5	1.61	0.21	0	2.6905
8	2.5	1.645	0.245	0	2.7368
9	2.5	1.68	0.28	0	2.7895
10	2.5	1.715	0.315	0	2.8506
11	2.5	1.75	0.35	0	3.1162
12	2.5	1.785	0.385	0	2.8507
13	2.5	1.82	0.42	0	2.7896
14	2.5	1.855	0.455	0	2.7367
15	2.5	1.89	0.49	0	2.6902
16	2.5	1.925	0.525	0	2.6504
17	2.5	1.96	0.56	0	2.6173
18	2.5	1.995	0.595	0	2.5918
19	2.5	2.03	0.63	0	2.5729
20	2.5	2.065	0.665	0	2.5607
21	2.5	2.1	0.7	0	2.555

Πίνακας 6.12: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Παρατηρούμε απευθείας πως με την αύξηση του πάχους ελάσματος οι τάσεις των σημείων «ενδιαφέροντος» είναι μικρότερες από όλα τα προηγούμενα μοντέλα που μελετήσαμε.

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

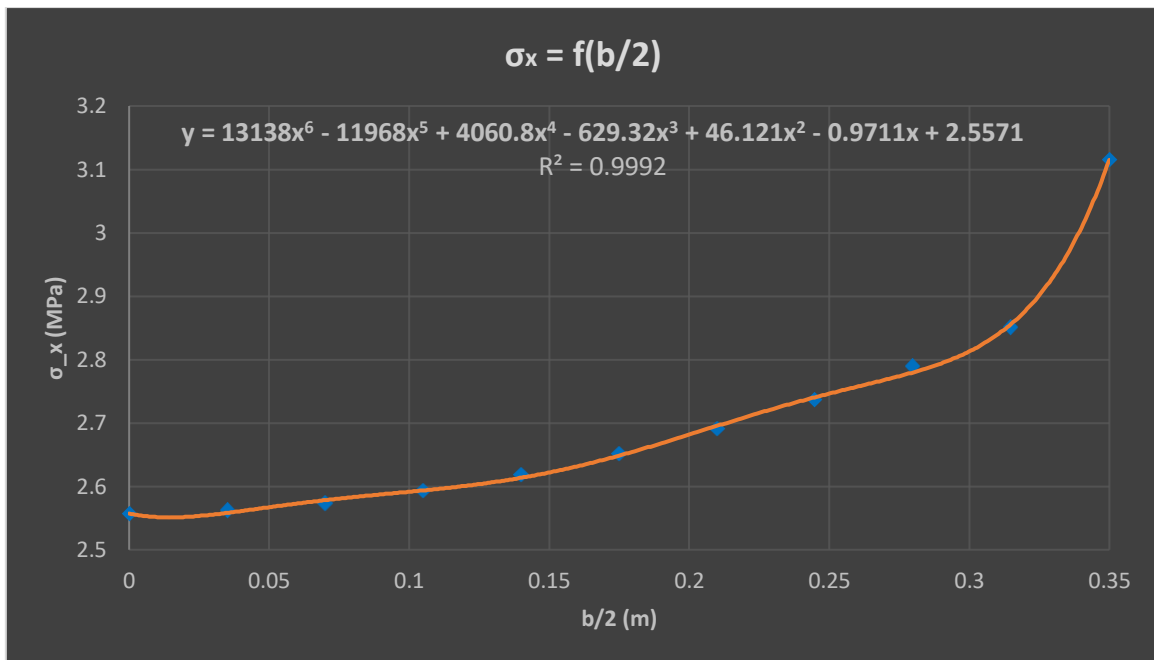


Γράφημα 6.16: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους $\Sigma.E$ (b)

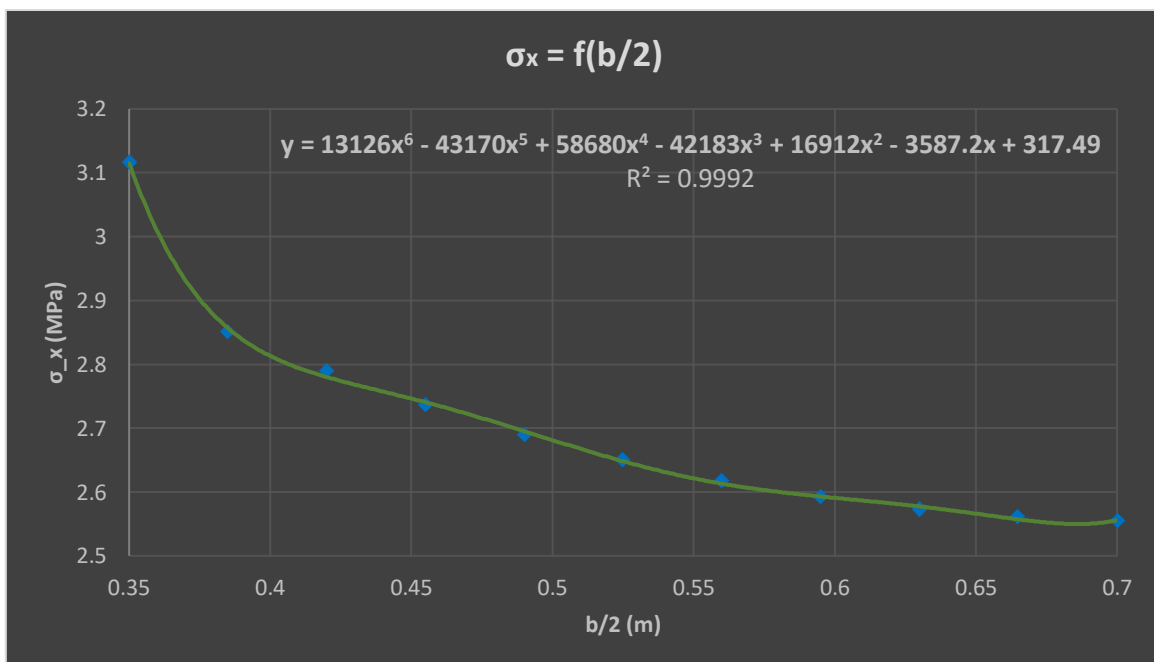
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι παρόμοιας μορφής με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 3.1162 \text{ MPa}$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Παρατηρούμε ότι με την αλλαγή του φορτίου από εφελκυστικό σε θλιπτικό, η διαμόρφωση που παρουσιάζει η κατανομή των τάσεων στο μέσο του πραγματικού πλάτους ($b = 0.35 \text{ m}$) είναι αρκετά πιο απότομη σε σύγκριση με το εφελκυστικό φορτίο (όπως είπαμε και παραπάνω).

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 6.17: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)



Γράφημα 6.18: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμα 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια που προσφέρει το πρόγραμμα *Excel*.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

- ✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 0.94016 \text{ MPa} * m \quad (6.60)$$

- ✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 0.88698 \text{ MPa} * m \quad (6.61)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 1.82714 \text{ MPa} * m \quad (6.62)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{1.82714}{3.1162} \leftrightarrow$$

$$b_e = 0.586 \text{ m} = 586 \text{ mm} \quad (6.63)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

- ✓ $l = 5000 \text{ mm}$ (6.64)

- ✓ $b = s = 700 \text{ mm}$ (6.65)

Τα δεδομένα αυτά είναι ίδια και για το αρχικό μοντέλο, επομένως τα αποτελέσματα από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων παραμένουν ίδια και παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR – H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

Πίνακας 6.13: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

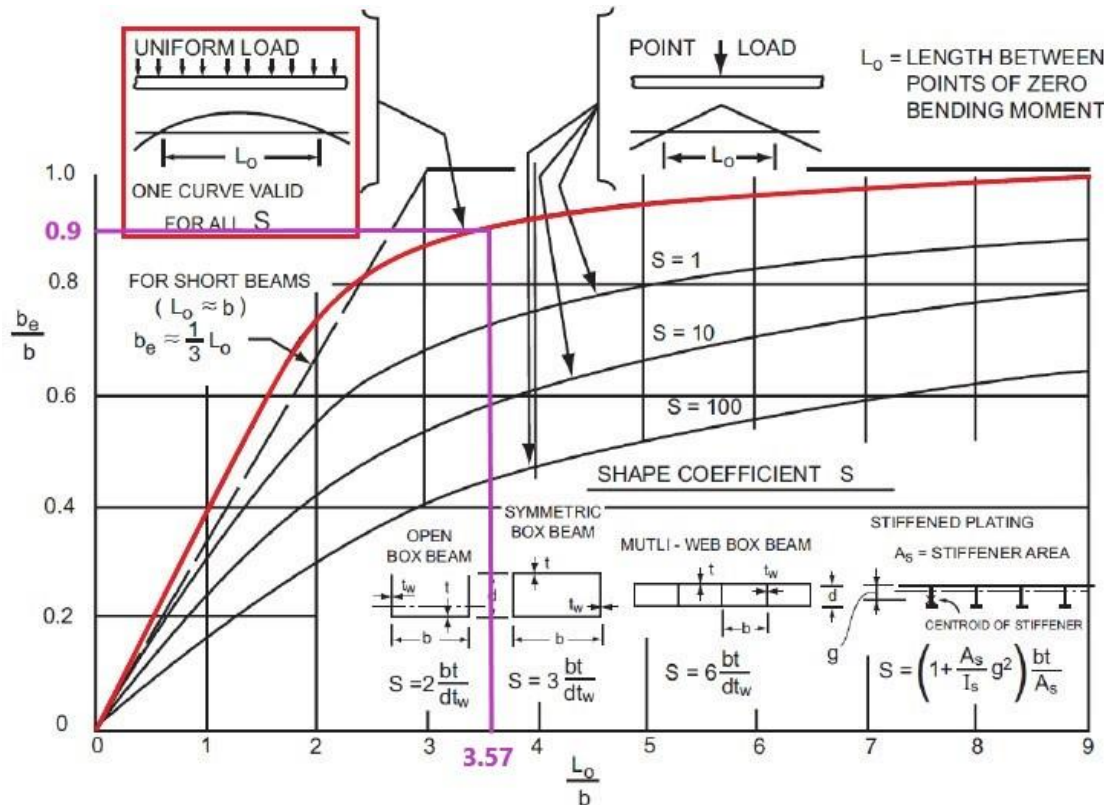
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.66)$$

$$\checkmark \quad L_o = \frac{L}{2} = 2500 \text{ mm (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (6.67)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_o}{b} = 3.57 \quad (6.68)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.46: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 6 (Αύξηση πάχους ελάσματος) (Πηγή: *Paint 3D*)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.9. Άρα:

$$b_e = 0.9 * 700 \leftrightarrow b_e = 630 \text{ mm} \quad (6.69)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Στην δεδομένη περίπτωση που μελετάμε παρατηρούμε πως το αποτέλεσμα από το πρόγραμμα *Ansys* αποκλίνει αισθητά από το ισοδύναμο πλάτος του κάθε Νηογνώμονα, με την μικρότερη απόκλιση να σημειώνει το αποτέλεσμα του *HRS*. Όσο αναφορά το διάγραμμα, οι αποκλίσεις

πάλι είναι αισθητές σε σύγκριση με την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων αλλά όχι τόσο μεγάλες όσο με τους Νηογνώμονες που αναφέραμε προηγουμένως.

Αντίστοιχα οι κανονισμοί των Νηογνώμωνων (πέραν του *ABS*) θεωρούν ένα ισοδύναμο πλάτος παρόμοιο με αυτό του διαγράμματος, εννοείται πάντα με αποκλίσεις. Και εδώ, η φόρμουλα του *HRS* βρίσκεται αρκετά κοντά στο αποτέλεσμα που παράγεται μέσω του διαγράμματος του *Schade*. Να σημειώσουμε πως ακόμα μία φορά τα αποτελέσματα των κανονισμών παραμένουν ίδια, εφόσον δεν εξαρτώνται από το πάχος των ελασμάτων ή των ενισχυτικών της κατασκευής. Το ίδιο ισχύει και για το διάγραμμα του *Schade*.

Συγκρίνοντας την συγκεκριμένη περίπτωση με το αρχικό μοντέλο παρατηρούμε πως η αύξηση του πάχους του συνεργαζόμενου ελάσματος μειώνει σημαντικά το ισοδύναμο πλάτος. Συγκεκριμένα η αύξηση 5 mm πάχους (από 15 mm σε 20 mm) οδήγησε σε μείωση 35 mm ισοδύναμου πλάτους (από 621 mm σε 586 mm). Αυτό το γεγονός οφείλεται στην μείωση των τάσεων με την αύξηση του πάχους ελάσματος. Συγκρίνοντας το παρόν μοντέλο (20 mm πάχους) με το προηγούμενο (10 mm πάχους), τα σχόλια παραμένουν ίδια με αυτά που αναφέρθηκαν παραπάνω απλώς οι διαφορές είναι ακόμα πιο αισθητές.

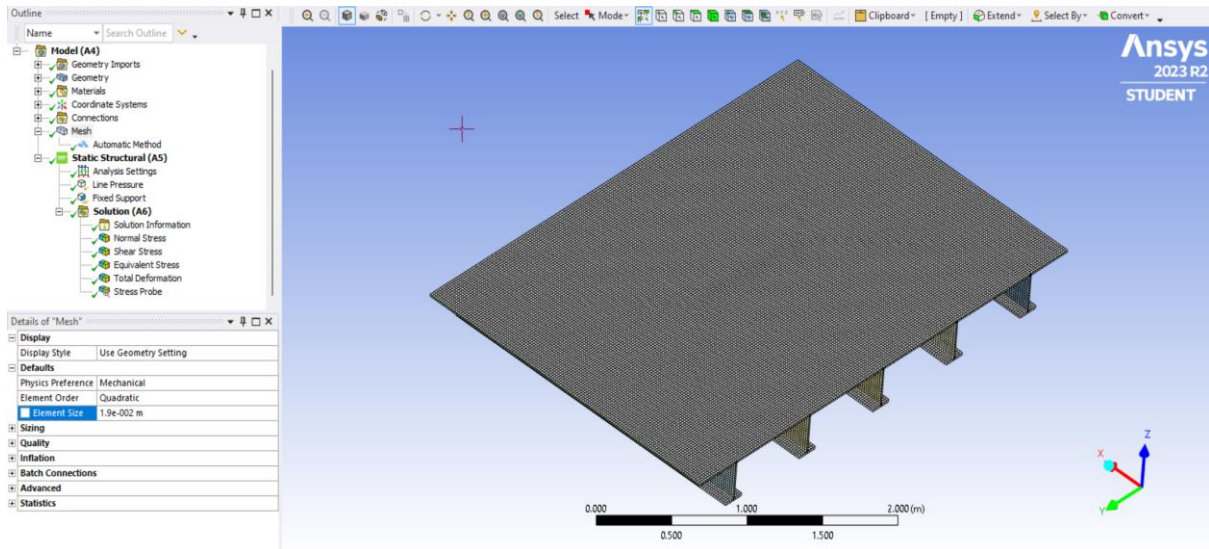
Αξίζει να σημειωθεί πως η αύξηση του πάχους ελάσματος οδήγησε σε ιδιαίτερα μεγάλη μείωση του ισοδύναμου πλάτους (35 mm μείωση) σε σύγκριση με την μείωση του πάχους που οδήγησε σε μία μικρή αύξηση του ισοδύναμου πλάτους (7 mm αύξηση).

6.5 Αλλαγή μήκους του μοντέλου

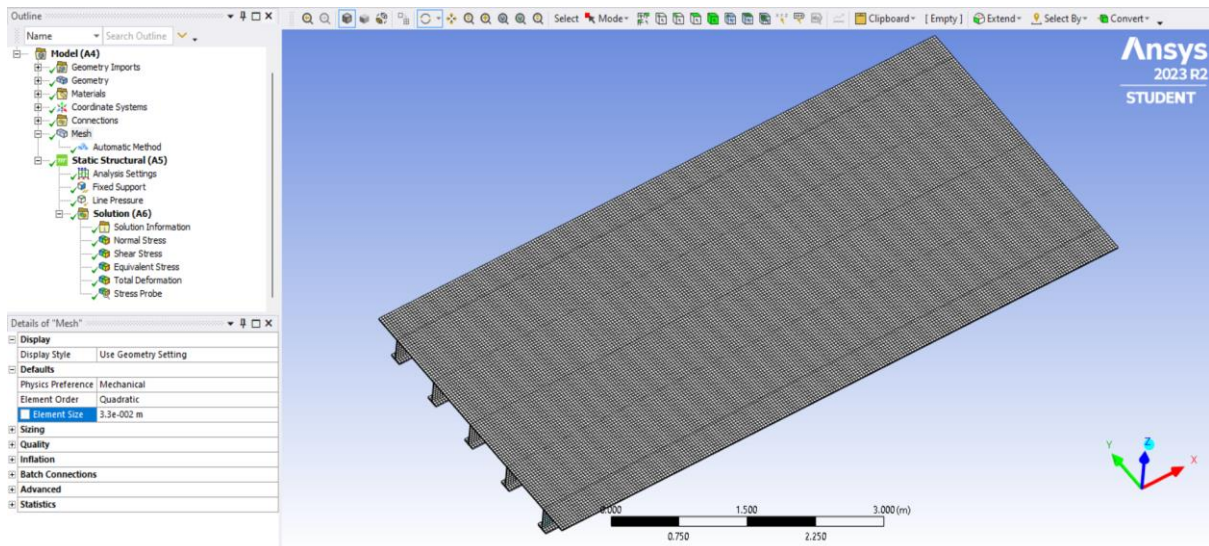
Τώρα θα μεταβάλλουμε το μήκος του μοντέλου κατά το διάμηκες. Πιο συγκεκριμένα, θα ασχοληθούμε με το μήκος του μοντέλου να είναι ίσο με $l_1 = 2500 \text{ mm}$ και $l_2 = 7500 \text{ mm}$. Η υπόλοιπη γεωμετρία του μοντέλου θα παραμείνει ίδια, όπως επίσης και οι οριακές συνθήκες στο πρόγραμμα *Ansys* (πάκτωση κατά την εγκάρσια διεύθυνση της κατασκευής και ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο (θλιπτικό) φορτίο στην σύνδεση ελάσματος και κορμών).

Η αλλαγή του μήκους της κατασκευής θα γίνει μέσω του σχεδιαστικού προγράμματος *Rhinoceros 6* με τις ίδιες οδηγίες που έχουν δοθεί για το αρχικό μοντέλο (βλ. Παράρτημα 2). Επίσης, στο πρόγραμμα *Ansys* θα παραμείνουν όλα αμετάβλητα σε σύγκριση με την διαδικασία που ακολουθήσαμε στο αρχικό μοντέλο, με τις μοναδικές διαφορές να είναι η συντεταγμένη (x) των σημείων «ενδιαφέροντος» (εφόσον αλλάζουμε το μήκος) και το μέγεθος των στοιχείων (*element size*) του πλέγματος. Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά την αλλαγή της

συντεταγμένης (x), για $l_1 = 2500 \text{ mm}$ προκύπτει $x_1 = 1250 \text{ mm}$ και για $l_2 = 7500 \text{ mm}$ προκύπτει $x_2 = 3750 \text{ mm}$ (δηλαδή στην μέση του εκάστοτε μοντέλου κατά το διάμηκες). Η αλλαγή του *element size* γίνεται με βάση το ελάχιστο μέγεθος στοιχείου που μπορεί να δεχτεί η εκπαιδευτική άδεια του Ansys για το κάθε μοντέλο που μελετάμε ώστε να προκύψουν τα ακριβέστερα δυνατά αποτελέσματα. Έτσι, προκύπτει ότι για $l_1 = 2500 \text{ mm}$ το μέγεθος στοιχείου ανέρχεται στα 0.019 m , ενώ για $l_2 = 7500 \text{ mm}$ το μέγεθος στοιχείου είναι ίσο με 0.033 m .



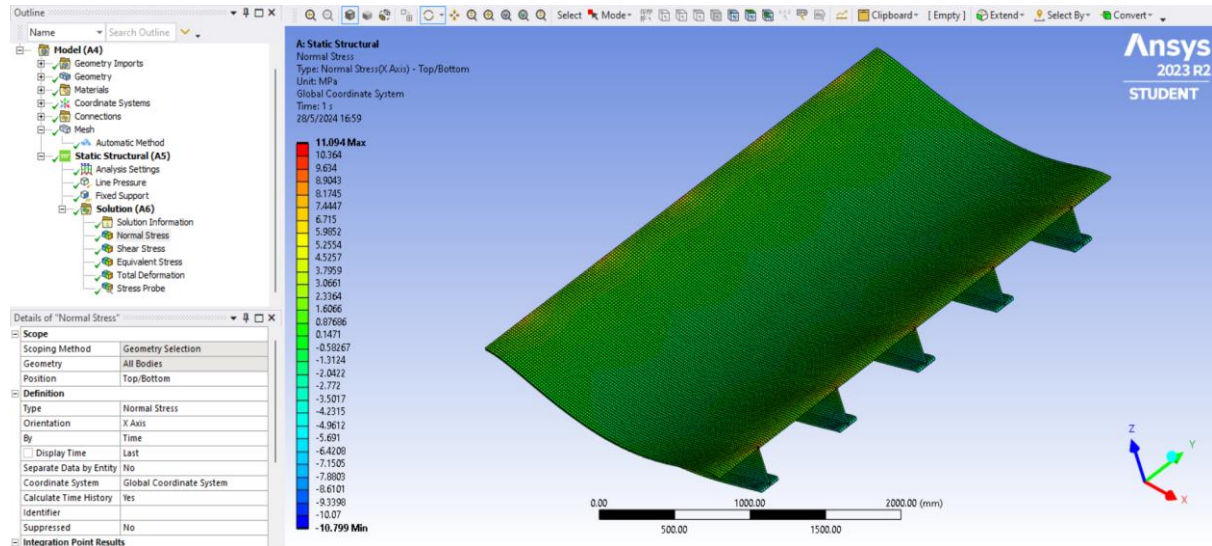
Εικόνα 6.47: Πλέγμα μοντέλου με $l_1 = 2500 \text{ mm}$ (Πηγή: Ansys Workbench)



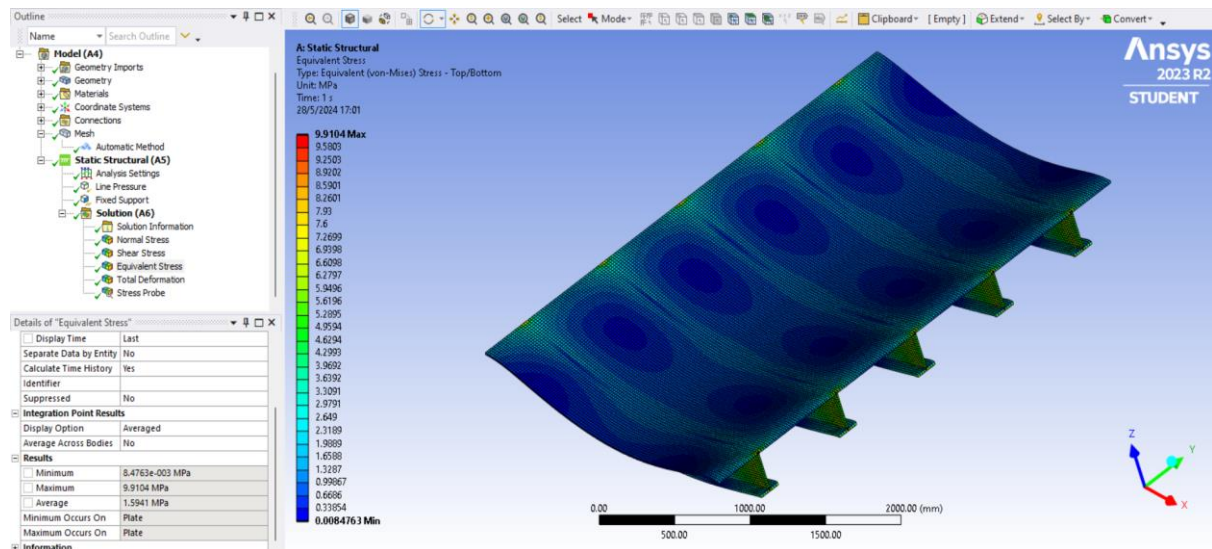
Εικόνα 6.48: Πλέγμα μοντέλου με $l_2 = 7500 \text{ mm}$ (Πηγή: Ansys Workbench)

6.5.1 Μήκος μοντέλου 2500 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων

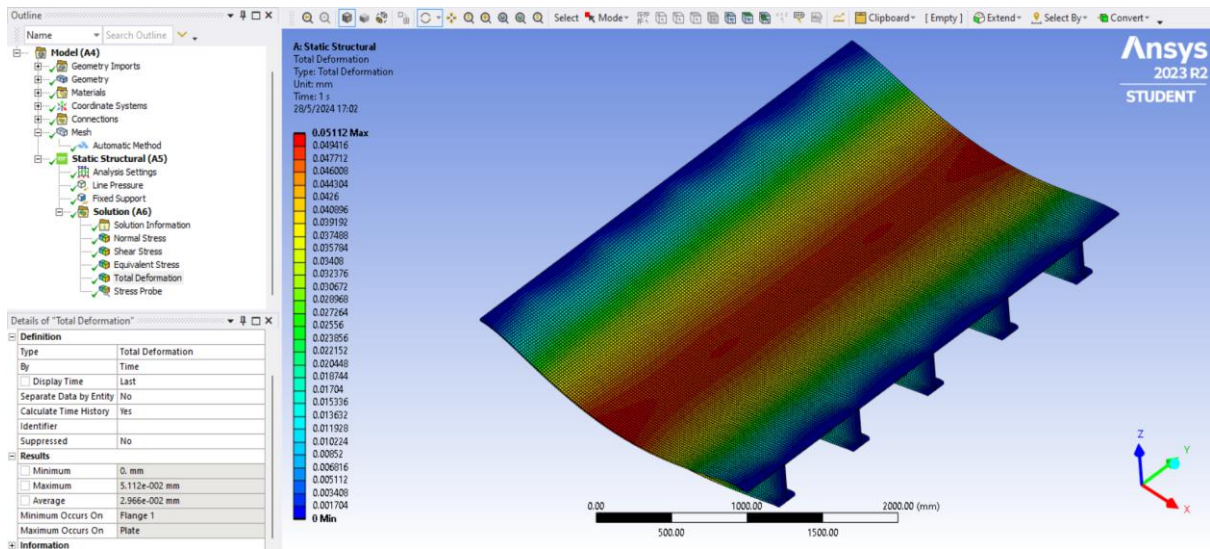
Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 6.49: Normal Stress – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.50: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.51: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι αντίστοιχης λογικής με αυτά αρχικού μοντέλου (η μόνη διαφοροποίησή τους είναι η αλλαγή του μήκους), με την βασική διαφορά να εντοπίζεται στις αισθητά μικρότερες τάσεις και στην εξαιρετικά μικρή παραμόρφωση (0.05112 mm) του μοντέλου των 2.5 m . Βέβαια αυτή η διαφορά δικαιολογείται εφόσον το μοντέλο κατά μήκος είναι το μισό του αρχικού (με το ίδιο πλάτος) αλλά αντίστοιχα ενισχυμένο με αυτό.

6.5.2 Μήκος μοντέλου 2500 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

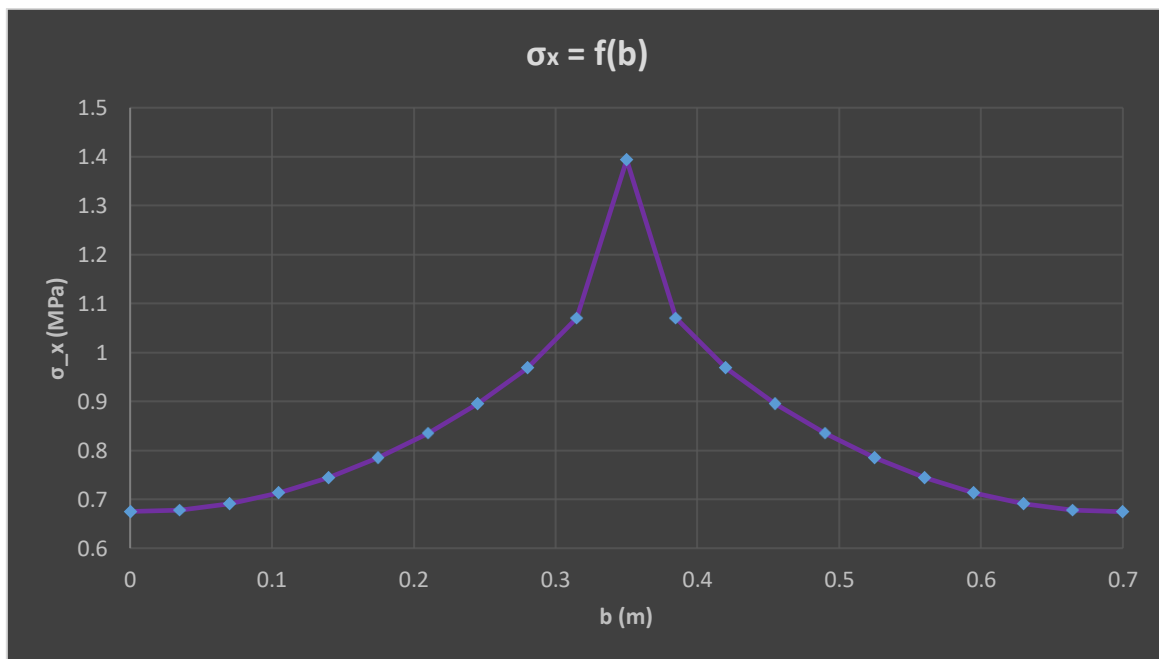
Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε και εδώ τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι θλιπτικό, όπως και στην αρχική κατασκευή, επομένως στον πίνακα αναγράφεται η απόλυτη τιμή των τάσεων.

Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	1.25	1.4	0	0	0.67463
2	1.25	1.435	0.035	0	0.67827
3	1.25	1.47	0.07	0	0.69104
4	1.25	1.505	0.105	0	0.71294
5	1.25	1.54	0.14	0	0.74416
6	1.25	1.575	0.175	0	0.78492
7	1.25	1.61	0.21	0	0.83513
8	1.25	1.645	0.245	0	0.89531
9	1.25	1.68	0.28	0	0.96763
10	1.25	1.715	0.315	0	1.0704
11	1.25	1.75	0.35	0	1.3935
12	1.25	1.785	0.385	0	1.0705
13	1.25	1.82	0.42	0	0.96765
14	1.25	1.855	0.455	0	0.89532
15	1.25	1.89	0.49	0	0.83512

16	1.25	1.925	0.525	0	0.7849
17	1.25	1.96	0.56	0	0.74412
18	1.25	1.995	0.595	0	0.71294
19	1.25	2.03	0.63	0	0.69104
20	1.25	2.065	0.665	0	0.67827
21	1.25	2.1	0.7	0	0.67462

Πίνακας 6.14: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

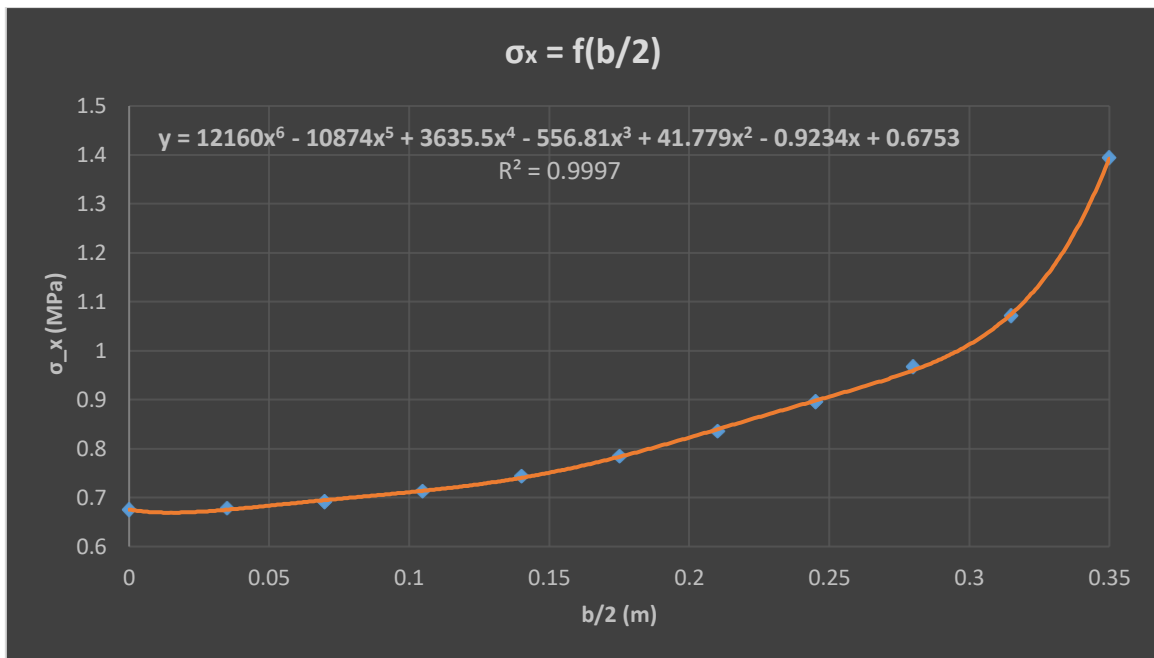


Γράφημα 6.19: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

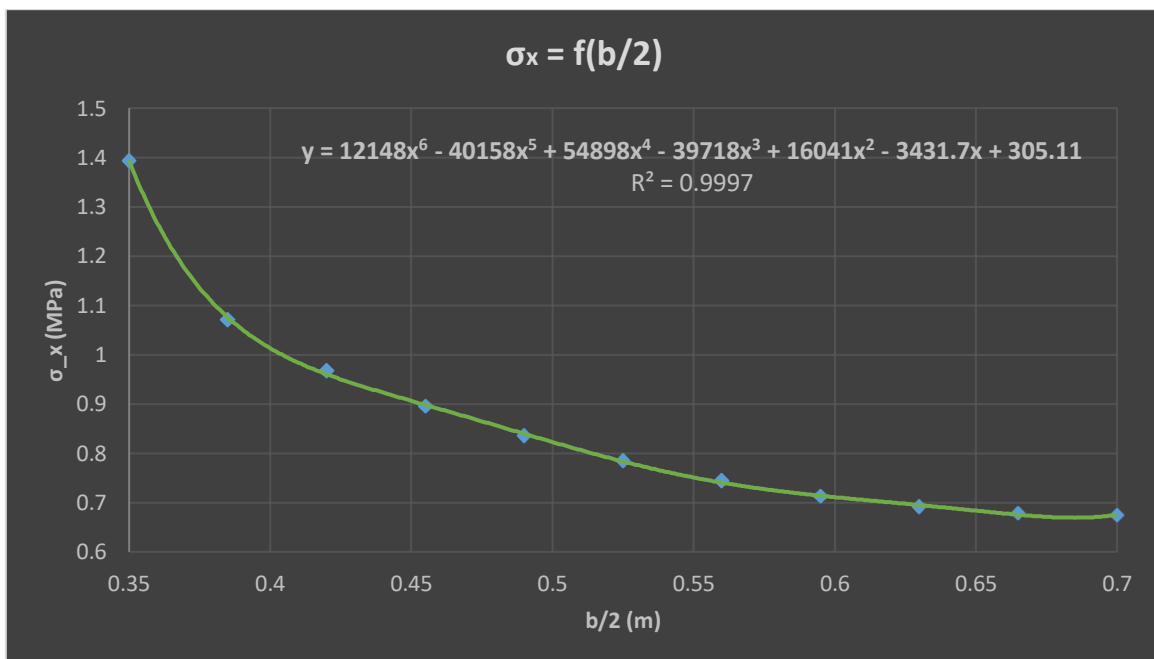
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι παρόμοιας μορφής με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 1.3935 \text{ MPa}$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Να τονίσουμε ξανά πως οι τάσεις είναι αισθητά μικρότερες σε σύγκριση με το αρχικό μοντέλο.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow I$):



Γράφημα 6.20: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους Σ.Ε (b)



Γράφημα 6.21: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους Σ.Ε (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμα 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια που προσφέρει το πρόγραμμα *Excel*.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 0.29296 \text{ MPa} * m \quad (6.70)$$

✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 0.27026 \text{ MPa} * m \quad (6.71)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 0.56322 \text{ MPa} * m \quad (6.72)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{0.56322}{1.3935} \leftrightarrow$$

$$\mathbf{b_e = 0.404 m = 404 mm} \quad (6.73)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνομένων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark l = 2500 \text{ mm} \quad (6.74)$$

$$\checkmark b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.75)$$

Τα δεδομένα αυτά διαφοροποιούνται από το αρχικό μοντέλο (λόγω της μείωσης του μήκους), επομένως παρακάτω ακολουθεί ο υπολογισμός του ισοδύναμου πλάτους με βάση την φόρμουλα του εκάστοτε Νηογνώμονα σύμφωνα με τα τωρινά δεδομένα της κατασκευής:

- CSR – H & DNV GL: $b_{eff} = \min(200 * 2.5; 700) = 500 \text{ mm}$ (6.76)

- ABS: $b_{eff} = \min(0.5 * 0.7; 0.33 * 2.5) = 350 \text{ mm}$ (6.77)

- LR: $f = 0.3 \left(\frac{2.5}{0.7}\right)^{2/3} = 0.701$, επομένως $b_{eff} = 0.701 * 700 = 490.7 \text{ mm} \cong$
491 mm (6.78)

- HRS: $\frac{b_{eff}}{0.7} = 1 - e^{-0.4 * 2.5 / 0.7} = 532.244 \text{ mm} \cong 532 \text{ mm}$ (6.79)

Παρακάτω ακολουθεί ο συγκεντρωτικός πίνακας με τις τιμές των Νηογνώμωνων:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR - H	500
DNV GL	500
ABS	350
LR	491
HRS	532

Πίνακας 6.15: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

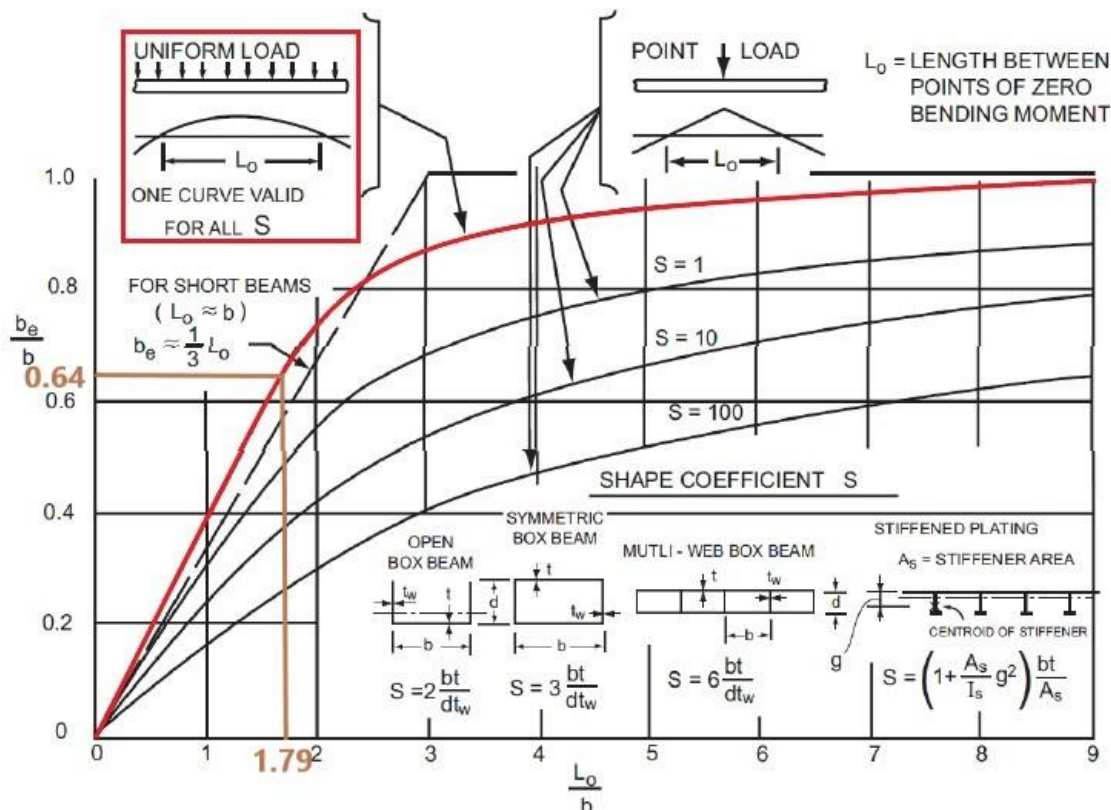
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.80)$$

$$\checkmark \quad L_o = \frac{L}{2} = 1250 \text{ mm} \text{ (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (6.81)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_o}{b} = 1.79 \quad (6.82)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.52: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 7 (Μείωση μήκους κατασκευής) (Πηγή: *Paint 3D*)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.64. Άρα:

$$b_e = 0.64 * 700 \leftrightarrow b_e = 448 \text{ mm} \quad (6.83)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Παρατηρούμε πως το αποτέλεσμα του προγράμματος *Ansys* βρίσκεται αρκετά κοντά αριθμητικά με το αποτέλεσμα του *ABS*, ενώ την μεγαλύτερη απόκλιση την σημειώνει ο *HRS*. Επίσης, η μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων θεωρεί ένα ισοδύναμο πλάτος κοντινό σε αυτό του διαγράμματος του *Schade*.

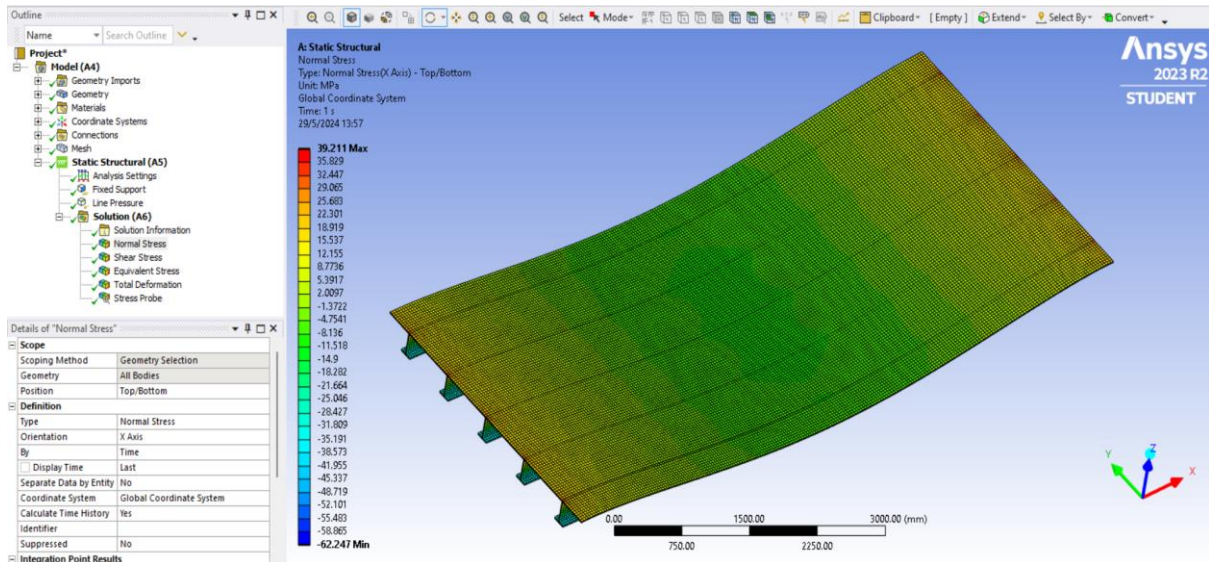
Αξιοσημείωτο είναι πως σύμφωνα με το παραπάνω σχόλιο (για τους Νηογνώμονες) μπορούμε να αποφανθούμε ότι ο τύπος του *ABS* (ο οποίος πάντα απέκλινε ιδιαίτερα από τα υπόλοιπα αποτελέσματα για μήκος μοντέλου ίσο με 5 m) παράγει σχετικά έγκυρα αποτελέσματα για λιγότερο μακρόστενες κατασκευές (μειωμένος λόγος l/b). Αντίστοιχα, ο *HRS* πιθανόν να έχει πιο σωστά αποτελέσματα για πιο μακρόστενα μοντέλα (κάτι που δεν είναι το συγκεκριμένο μοντέλο). Βέβαια, για να σιγουρέψουμε το συγκεκριμένο συμπέρασμα θα πρέπει να μελετήσουμε και το επόμενο μοντέλο των 7.5 m μήκους, όπως και θα γίνει.

Όσον αφορά τους Νηογνώμονες και το διάγραμμα, τα αποτελέσματα είναι κοντινά με την μικρότερη απόκλιση από το διάγραμμα να την παρουσιάζει ο *LR* και την μεγαλύτερη ο *ABS*. Να τονίσουμε πως ο τελευταίος είχε την μικρότερη αριθμητική απόκλιση από το πρόγραμμα.

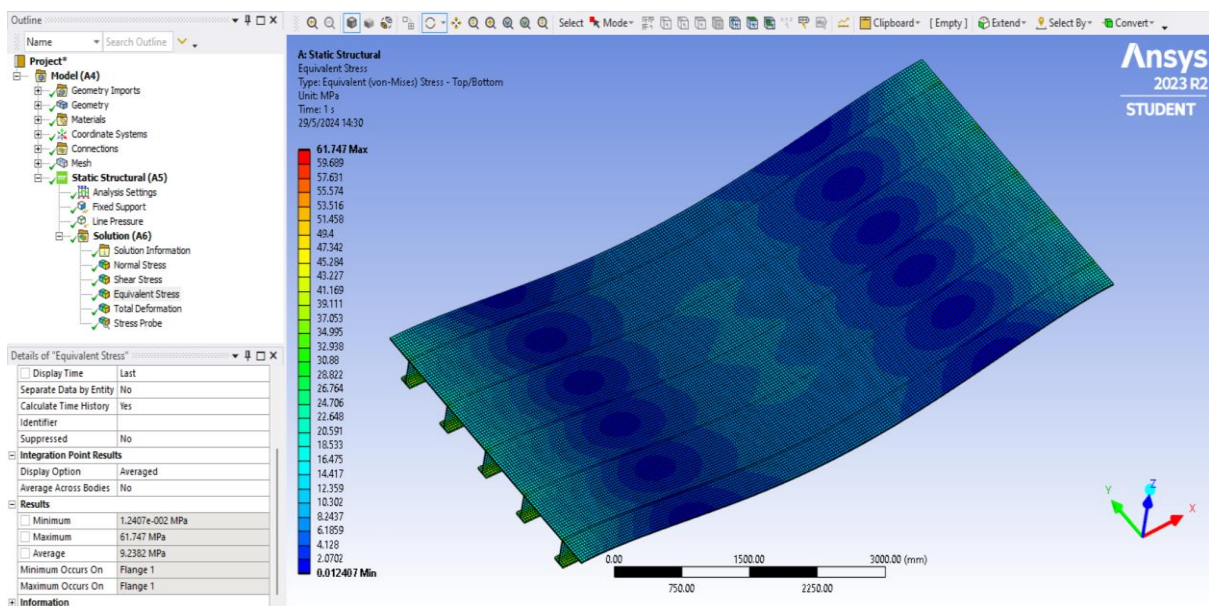
Συγκρίνοντάς το παρόν μοντέλο με το αρχικό παρατηρούμε πως σε κάθε μεθοδολογία εύρεσης ισοδύναμου πλάτους (*Ansys*, Νηογνώμονες (εξαιρώντας τον *ABS*), διάγραμμα) το ισοδύναμο πλάτος έχει μειωθεί αισθητά. Συγκεκριμένα, για μείωση μήκους από 5 m σε 2.5 m σημειώθηκε μείωση ισοδύναμου πλάτους ίση με 217 mm (621 mm – 404 mm) (η μείωση αναφέρεται στα αντίστοιχα αποτελέσματα του προγράμματος *Ansys*). Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι με την μείωση του μήκους οδηγηθήκαμε σε αισθητά μικρότερες τάσεις και παραμορφώσεις (πάντα με την άσκηση του ίδιου φορτίου).

6.5.3 Μήκος μοντέλου 7500 mm – Παρουσίαση αποτελεσμάτων

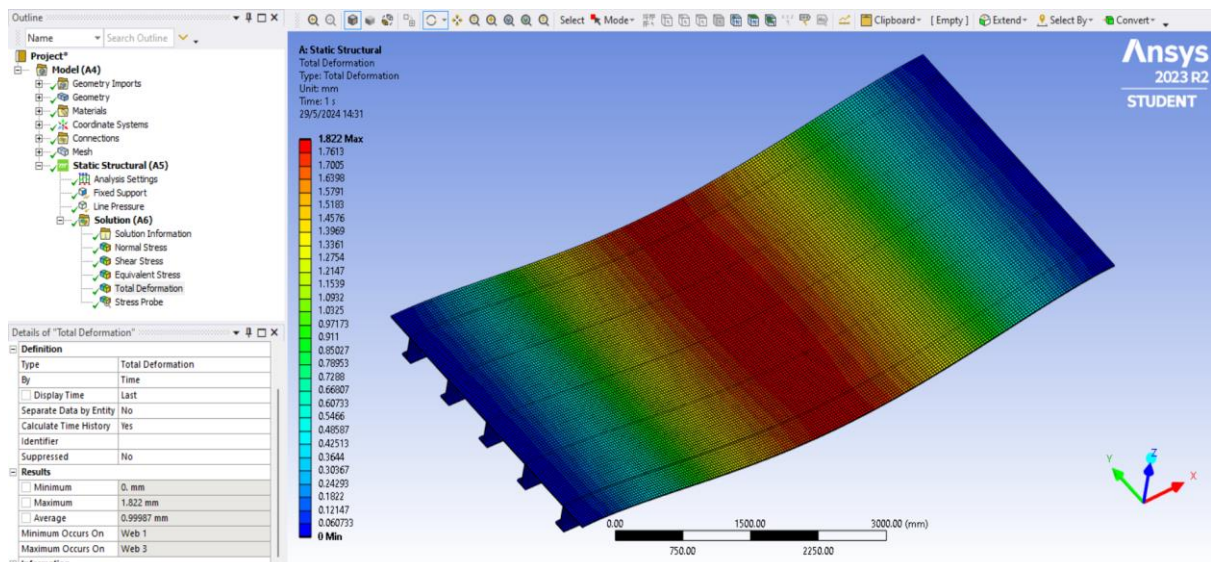
Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 6.53: Normal Stress – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.54: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα 6.55: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Τα παραπάνω αποτελέσματα είναι αντίστοιχης λογικής με αυτά αρχικού μοντέλου (η μόνη διαφοροποίησή τους είναι η αλλαγή του μήκους), με την βασική διαφορά να εντοπίζεται στις αισθητά μεγαλύτερες τάσεις (σχεδόν διπλάσιες) και στην μεγάλη παραμόρφωση (1.822 mm) του μοντέλου των 7.5 m. Βέβαια αυτή η διαφορά δικαιολογείται εφόσον το μοντέλο κατά μήκος είναι μιάμιση φορά το αρχικό (με το ίδιο πλάτος) αλλά αντίστοιχα ενισχυμένο με αυτό. Επίσης, ανάμεσα στο μοντέλο των 2.5 m και 7.5 m, ισχύουν τα ίδια με πάνω, απλώς οι διαφορές είναι εξαιρετικά πιο αισθητές.

6.5.4 Μήκος μοντέλου 7500 mm – Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

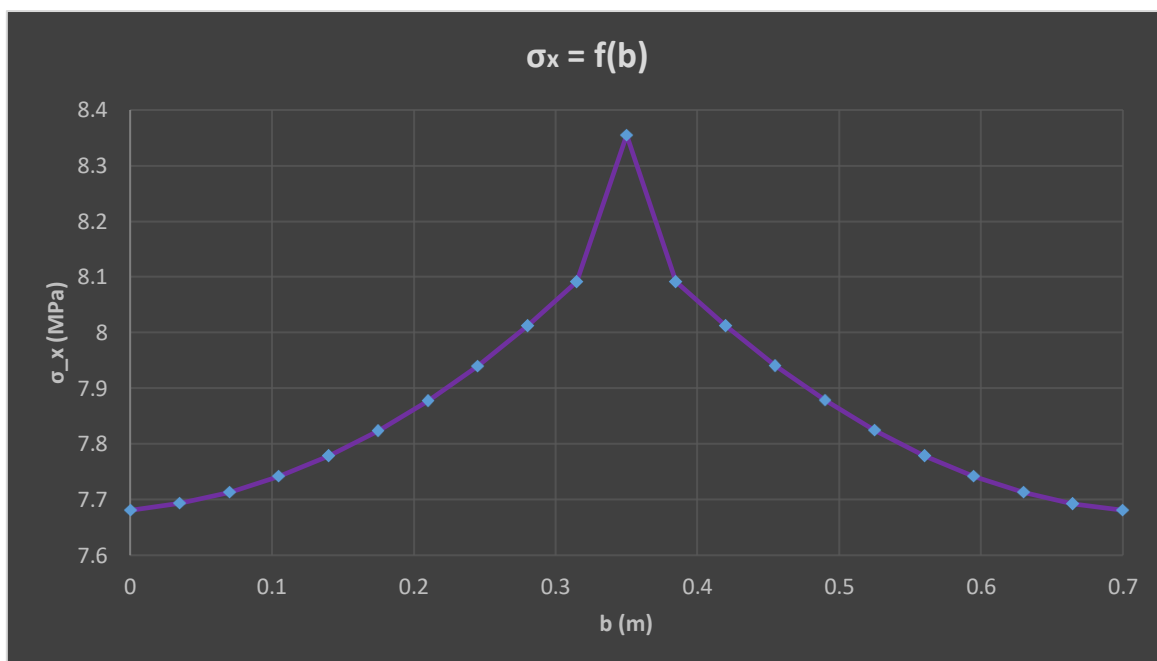
Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε και εδώ τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι θλιπτικό, όπως και στην αρχική κατασκευή, επομένως στον πίνακα αναγράφεται η απόλυτη τιμή των τάσεων.

Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σx) [MPa]
1	3.75	1.4	0	0	7.6813
2	3.75	1.435	0.035	0	7.693
3	3.75	1.47	0.07	0	7.713
4	3.75	1.505	0.105	0	7.7415
5	3.75	1.54	0.14	0	7.7784
6	3.75	1.575	0.175	0	7.8237
7	3.75	1.61	0.21	0	7.8776
8	3.75	1.645	0.245	0	7.9399
9	3.75	1.68	0.28	0	8.0115
10	3.75	1.715	0.315	0	8.0918
11	3.75	1.75	0.35	0	8.355
12	3.75	1.785	0.385	0	8.0917

13	3.75	1.82	0.42	0	8.0119
14	3.75	1.855	0.455	0	7.9405
15	3.75	1.89	0.49	0	7.8782
16	3.75	1.925	0.525	0	7.8242
17	3.75	1.96	0.56	0	7.7787
18	3.75	1.995	0.595	0	7.7417
19	3.75	2.03	0.63	0	7.7131
20	3.75	2.065	0.665	0	7.6928
21	3.75	2.1	0.7	0	7.681

Πίνακας 6.16: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

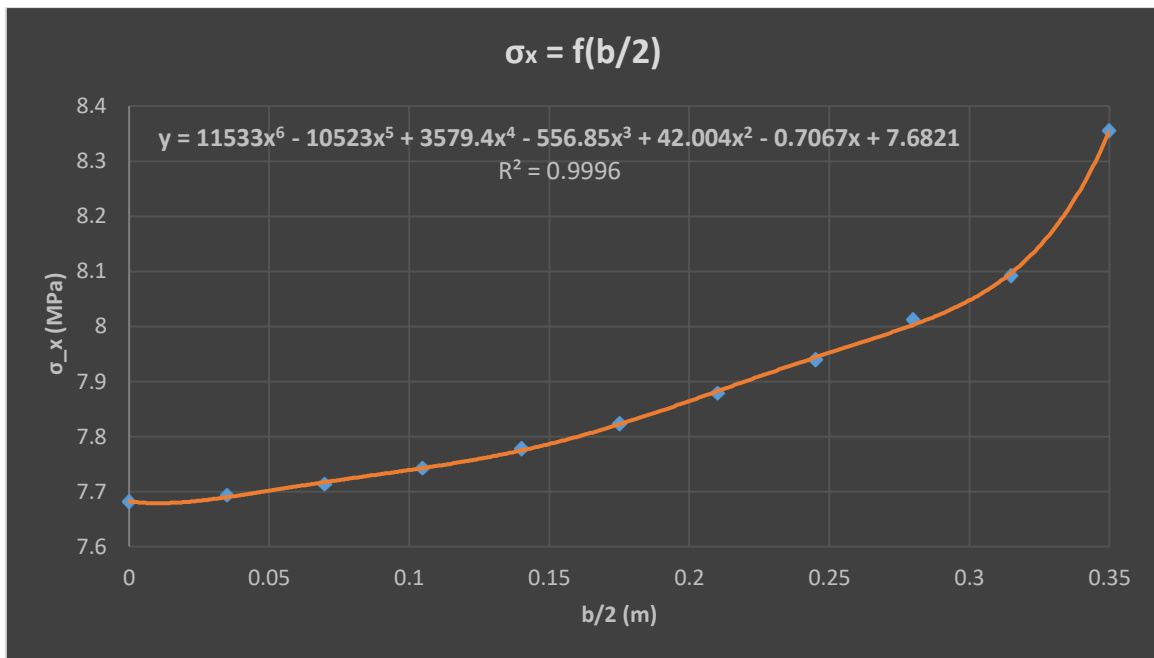


Γράφημα 6.22: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

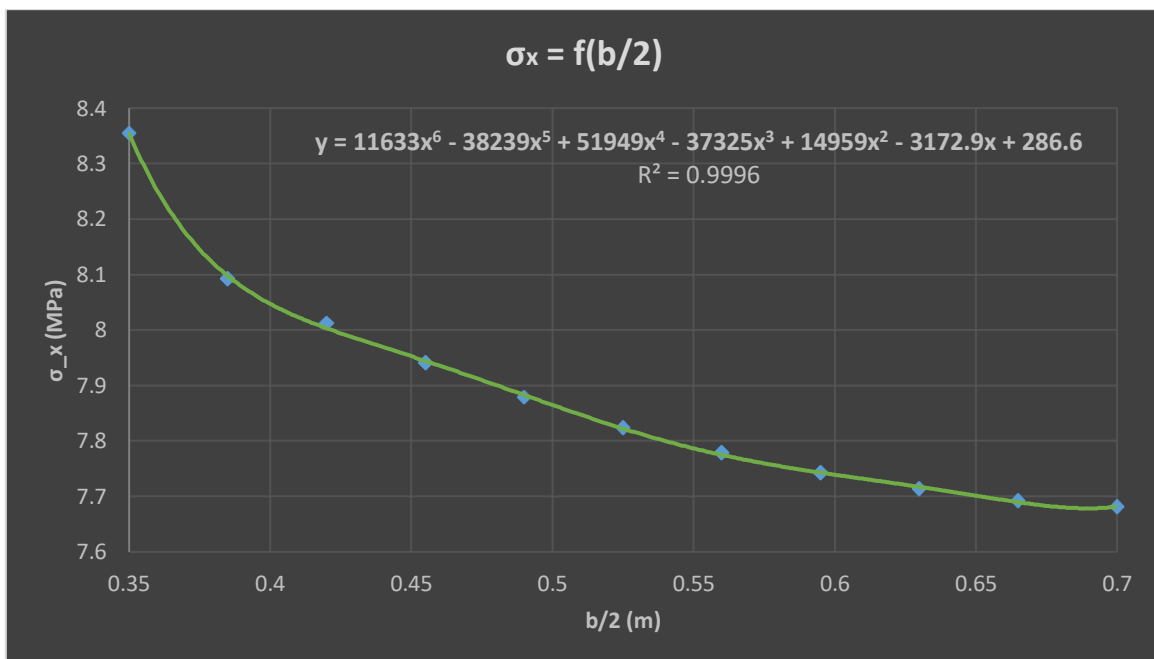
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι παρόμοιας μορφής με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 8.355 \text{ MPa}$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Να τονίσουμε ξανά πως οι τάσεις είναι αισθητά μεγαλύτερες σε σύγκριση με το αρχικό μοντέλο.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 6.23: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)



Γράφημα 6.24: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E$ (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμα 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια που προσφέρει το πρόγραμμα *Excel*.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 2.75265 \text{ MPa} * m \quad (6.84)$$

✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 2.76211 \text{ MPa} * m \quad (6.85)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 5.51476 \text{ MPa} * m \quad (6.86)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{5.51476}{8.355} \leftrightarrow$$

$$\mathbf{b_e = 0.660 \text{ m} = 660 \text{ mm}} \quad (6.87)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογωμόνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

✓ $l = 7500 \text{ mm}$ (6.88)

✓ $b = s = 700 \text{ mm}$ (6.89)

Τα δεδομένα αυτά διαφοροποιούνται από το αρχικό μοντέλο (λόγω της αύξησης του μήκους), επομένως παρακάτω ακολουθεί ο υπολογισμός του ισοδύναμου πλάτους με βάση την φόρμουλα του εκάστοτε Νηογώμονα σύμφωνα με τα τωρινά δεδομένα της κατασκευής:

- CSR – H & DNV GL: $b_{eff} = \min(200 * 7.5; 700) = 700 \text{ mm}$ (6.90)

- ABS: $b_{eff} = \min(0.5 * 0.7; 0.33 * 7.5) = 350 \text{ mm}$ (6.91)

- LR: $f = 0.3 \left(\frac{7.5}{0.7}\right)^{2/3} = 1$, επομένως $b_{eff} = 1 * 700 = 700 \text{ mm}$ (6.92)

- HRS: $\frac{b_{eff}}{0.7} = 1 - e^{-0.4 * 7.5 / 0.7} = 690.365 \text{ mm} \cong 690 \text{ mm}$ (6.93)

Παρακάτω ακολουθεί ο συγκεντρωτικός πίνακας με τις τιμές των Νηογνώμωνων:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR - H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	690

Πίνακας 6.17: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

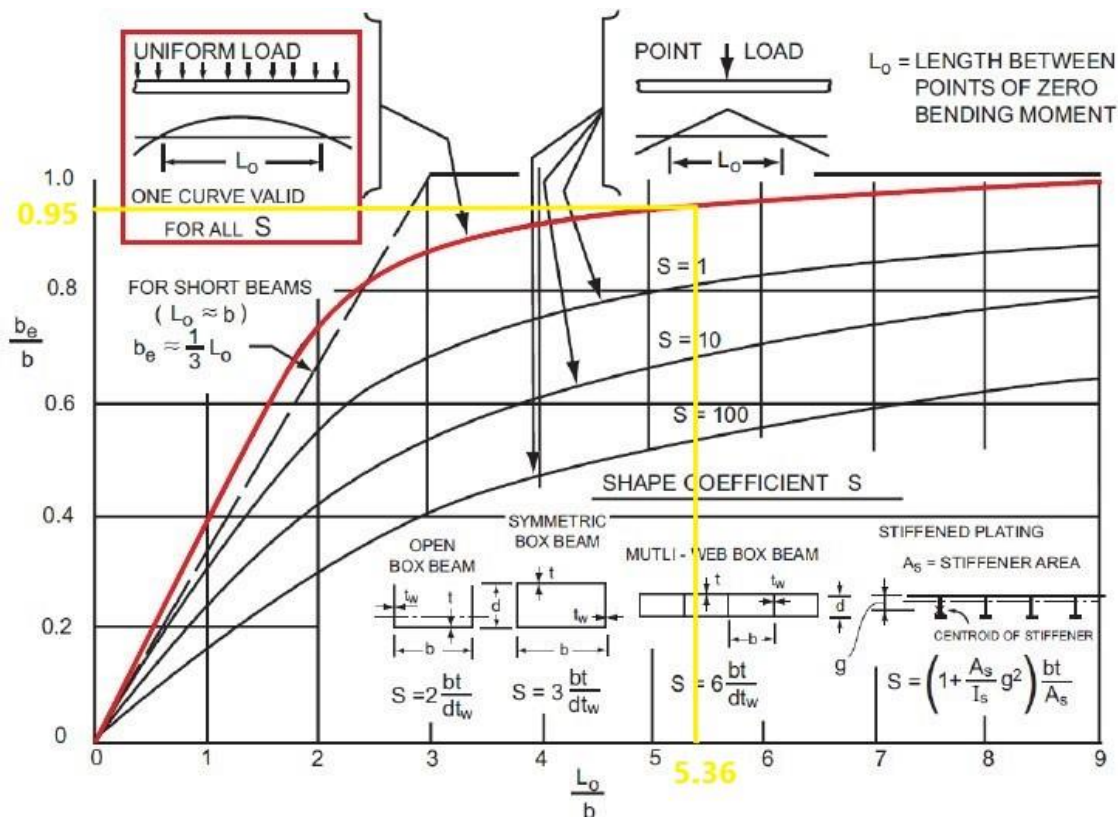
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (6.94)$$

$$\checkmark \quad L_0 = \frac{L}{2} = 3750 \text{ mm} \text{ (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (6.95)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_0}{b} = 5.36 \quad (6.96)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 6.56: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 8 (Αύξηση μήκους κατασκευής) (Πηγή: *Paint 3D*)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.95. Άρα:

$$b_e = 0.95 * 700 \leftrightarrow b_e = 665 \text{ mm} \quad (6.97)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Παρατηρούμε πως το αποτέλεσμα του προγράμματος βρίσκεται αρκετά κοντά στο ισοδύναμο πλάτος που παράγουν οι φόρμουλες των Νηογνωμόνων (εξαιρώντας τον *ABS*) με την μικρότερη απόκλιση να την παρουσιάζει το αποτέλεσμα του *HRS*. Επίσης, ανάμεσα σε διάγραμμα και πρόγραμμα το αποτέλεσμα σχεδόν ταυτίζεται.

Στην προηγούμενη περίπτωση μελέτης (μοντέλο μήκους 2.5 m) σημειώσαμε πως είναι πιθανό ο τύπος του *ABS* να παράγει σωστά αποτελέσματα για λιγότερο μακρόστενες κατασκευές, ενώ η φόρμουλα του *HRS* βγάζει ακριβή αποτελέσματα για πιο μακρόστενες κατασκευές (όπως είναι η συγκεκριμένη περίπτωση των 7.5 m). Το σχόλιο αυτό επαληθεύεται και με την μελέτη της συγκεκριμένης περίπτωσης, εφόσον βλέπουμε ότι ο *ABS* υποδεικνύει σχεδόν το μισό ισοδύναμο πλάτος που παράγει το πρόγραμμα, επομένως το αποτέλεσμά του δεν είναι έγκυρο. Αντίθετα, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η αριθμητική απόκλιση του *HRS* από την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων είναι αρκετά μικρή.

Όσον αφορά το διάγραμμα του *Schade* και τα αποτελέσματα των Νηογνωμόνων, μπορούμε να αποφανθούμε ότι παρουσιάζουν αρκετά μικρές αποκλίσεις, ιδιαίτερα αν συγκρίνουμε το διάγραμμα με τον *HRS*. Ο *ABS* προφανώς εξαιρείται.

Είναι αξιοσημείωτο ότι συγκρίνοντας τα αποτελέσματα των Νηογνωμόνων του αρχικού μοντέλου με την τωρινή περίπτωση μελέτης, βλέπουμε ότι πέραν του *HRS*, οι υπόλοιποι Νηογνώμονες παράγουν ίδιο ισοδύναμο πλάτος. Επομένως η αύξηση του μήκους μίας κατασκευής δεν επηρεάζει ιδιαίτερα τα αποτελέσματα των Νηογνωμόνων σε σύγκριση με την μείωση του μήκους που μελετήσαμε παραπάνω (και τα αποτελέσματα σε σύγκριση με την αρχική περίπτωση ήταν αρκετά διαφορετικά).

Τέλος, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του προγράμματος *Ansys* του αρχικού μοντέλου με το τωρινό παρατηρούμε μία αύξηση του ισοδύναμου πλάτους ίση με 39 mm (660 mm – 621 mm). Η αύξηση αυτή οφείλεται στην αντίστοιχη αύξηση των τάσεων και παραμορφώσεων. Να τονίσουμε πως η μείωση των 2.5 m μήκους οδήγησε σε εξαιρετικά μεγάλη μείωση του ισοδύναμου πλάτους (217 mm), ενώ η αύξηση μήκους κατά 2.5 m παράγει ένα μεγαλύτερο ισοδύναμο πλάτος, αλλά σε καμία περίπτωση με όχι τόσο έντονη διαφορά.

Κεφάλαιο 7: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Γ’

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο θα αλλάξουμε τον τύπο των ενισχυτικών της κατασκευής. Συγκεκριμένα, αντί των ‘Τ’ ενισχυτικών που είχαμε σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις πλέον θα έχουμε ‘Γ’ διαμόρφωσης ενισχυτικά, δηλαδή ουσιαστικά απλές λάμες.

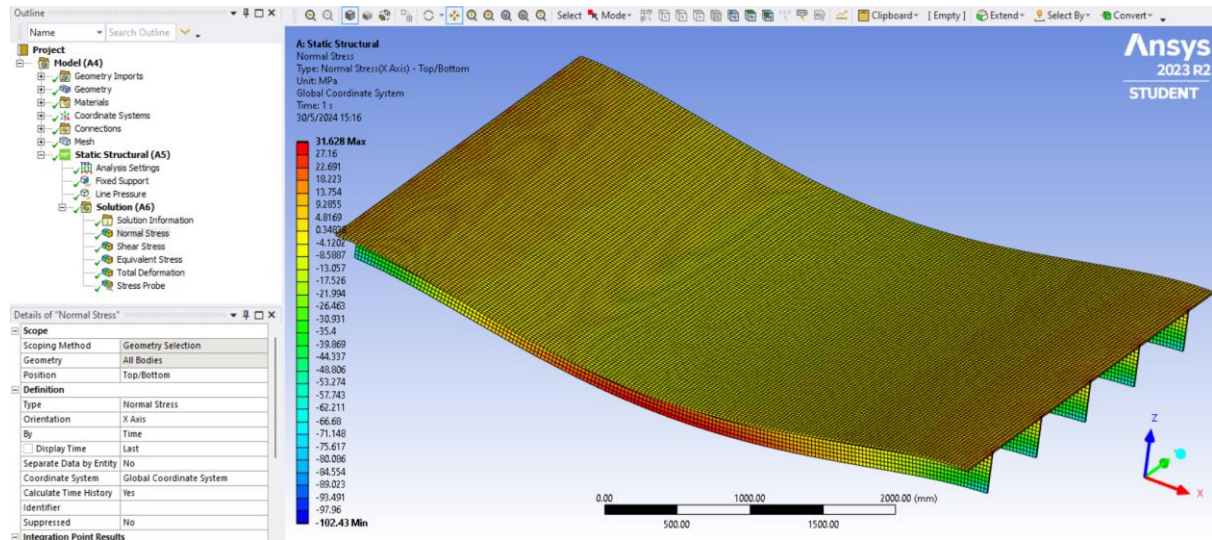
Η διαδικασία που ακολουθήσαμε στο σχεδιαστικό πρόγραμμα *Rhinoceros 6* ήταν ακριβώς ίδια με αυτή του αρχικού μοντέλου με την μόνη διαφορά ότι δεν σχεδιάσαμε τις φλάντζες των ενισχυτικών. Να τονίσουμε πως οι διαστάσεις της απλής λάμιας είναι ίδιες με αυτές του κορμού του ενισχυτικού τύπου ‘Τ’.

Επίσης, η διαδικασία που έγινε στο πρόγραμμα *Ansys* είναι και αυτή ακριβώς ίδια με αυτή της αρχικής κατασκευής με την μόνη διαφορά να είναι πως πλέον δεν έχουμε συνδέσεις (*contacts*) ανάμεσα σε κορμούς και φλάντζες, αφού οι φλάντζες δεν υπάρχουν. Η στήριξη της κατασκευής, το εφαρμοζόμενο φορτίο και οτιδήποτε άλλο είναι ίδιο με το αρχικό μοντέλο.

Να τονίσουμε πως κρατήσαμε όλη την διαδικασία ίδια (με την μόνη διαφορά να είναι η αφαίρεση των φλαντζών από τα ‘Τ’ ενισχυτικά μετατρέποντάς τα αυτόματα σε ‘Γ’ ενισχυτικά) ώστε να καταλάβουμε πως μεταβάλλεται το ισοδύναμο πλάτος αλλάζοντας την διαμόρφωση των ενισχυτικών. Αν μεταβάλλαμε και κάποιον άλλον παράγοντα, τα αποτελέσματα δεν θα ήταν ξεκάθαρα ώστε να αποφανθούμε πως ακριβώς επηρεάζεται το b_{eff} από την διαμόρφωση των ενισχυτικών της κατασκευής. Το ίδιο ισχύει και για τα ενισχυτικά τύπου ‘Γ’ που θα μελετήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο της εργασίας.

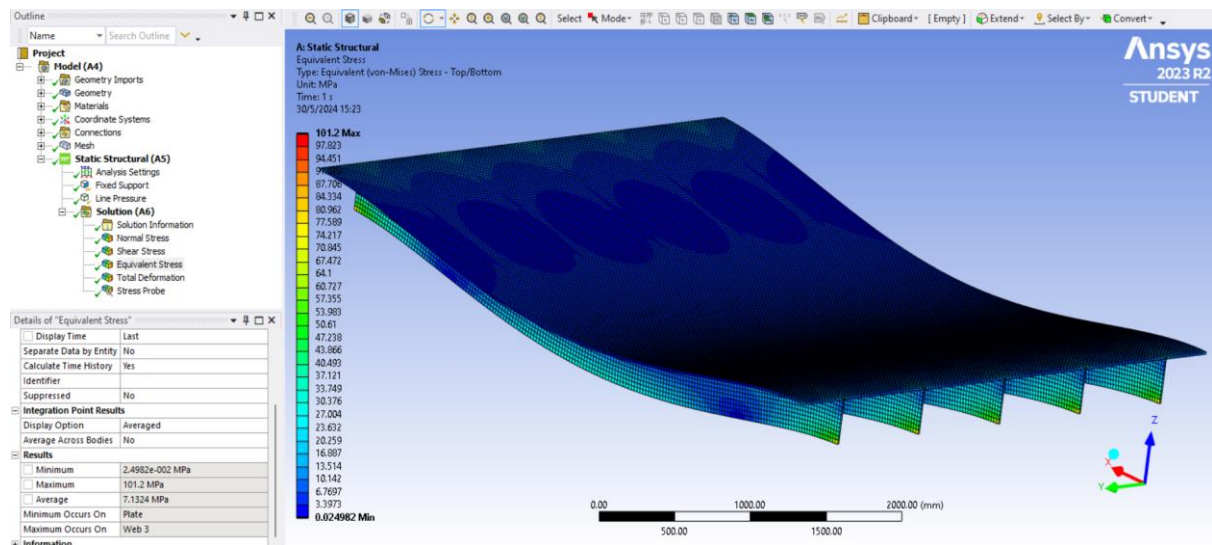
7.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 7.1: Normal Stress – X Axis (Πηγή: Ansys Workbench)

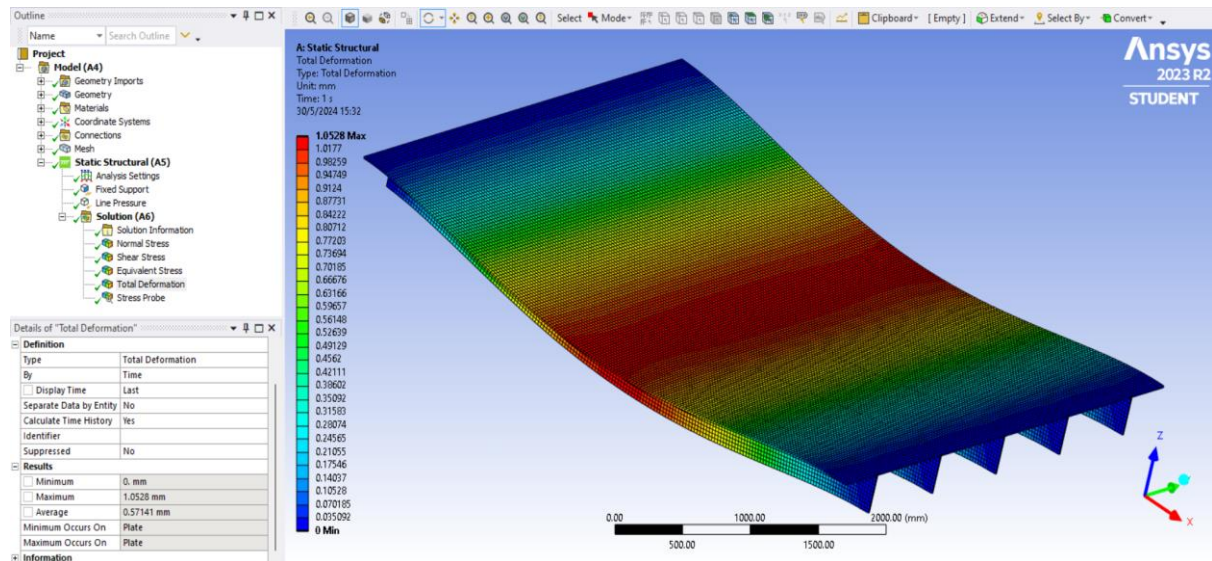
Παρατηρούμε πως η μέγιστη (θετικές) τάσεις εντοπίζονται στο μέσο των ενισχυτικών κατά το διάμεκες. Επίσης, οι ελάχιστες τάσεις (στην ουσία οι μέγιστες αρνητικές τάσεις) παρουσιάζονται στο κάτω μέρος των απλών λαμών στο σημείο της πάκτωσής τους.



Εικόνα 7.2: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)

Παρατηρούμε πως γενικά στην κατασκευή επικρατεί μία ελάχιστη ισοδύναμη τάση, κυρίως πάνω στο συνεργαζόμενο έλασμα. Η μέγιστη ισοδύναμη τάση εντοπίζεται στο κάτω σημείο της πάκτωσης των ενισχυτικών. Η τιμή της ανέρχεται σε $\sigma_{VM}^{max} = 101.2 \text{ MPa}$, η οποία είναι

σχετικά μεγάλη αλλά σίγουρα η κατασκευή δεν αστοχεί, αφού το σημείο αστοχίας του υλικού είναι $\sigma_y = 235 \text{ MPa}$, τιμή υπερδιπλάσια από την μέγιστη ισοδύναμη τάση.



Εικόνα 7.3: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Η μέγιστη παραμόρφωση, όπως ήταν αναμενόμενο, εντοπίζεται στο μέσο του ελάσματος και η τιμή ανέρχεται σε 1.0528 mm . Οι ελάχιστες (μηδενικές) παραμορφώσεις βρίσκονται στα σημεία της πάκτωσης της κατασκευής.

Παρατηρούμε πως σε σύγκριση με το αρχικό μοντέλο, η αφαίρεση των φλαντζών οδήγησε σε αισθητά μεγαλύτερες τάσεις και παραμορφώσεις.

7.2 Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε και εδώ τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι θλιπτικό επομένως στον πίνακα αναγράφεται η απόλυτη τιμή των τάσεων.

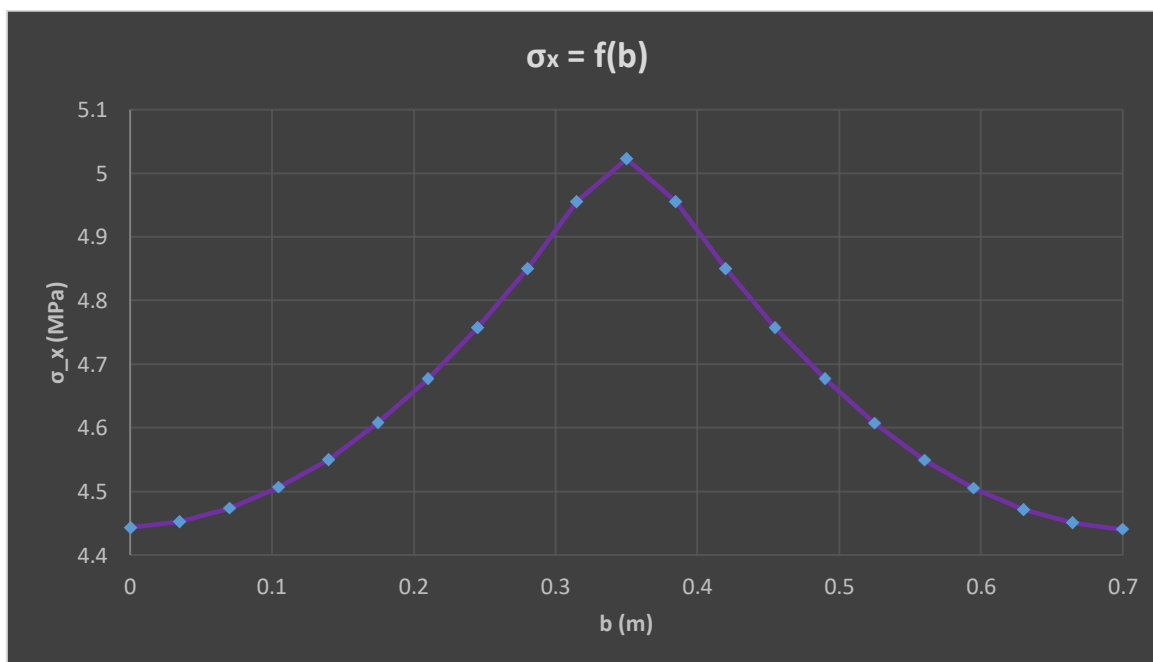
Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	4.4427
2	2.5	1.435	0.035	0	4.4524
3	2.5	1.47	0.07	0	4.4735
4	2.5	1.505	0.105	0	4.5061
5	2.5	1.54	0.14	0	4.5503
6	2.5	1.575	0.175	0	4.6079
7	2.5	1.61	0.21	0	4.677
8	2.5	1.645	0.245	0	4.7576
9	2.5	1.68	0.28	0	4.8493

10	2.5	1.715	0.315	0	4.9555
11	2.5	1.75	0.35	0	5.0224
12	2.5	1.785	0.385	0	4.9556
13	2.5	1.82	0.42	0	4.8493
14	2.5	1.855	0.455	0	4.7573
15	2.5	1.89	0.49	0	4.6763
16	2.5	1.925	0.525	0	4.6069
17	2.5	1.96	0.56	0	4.549
18	2.5	1.995	0.595	0	4.5045
19	2.5	2.03	0.63	0	4.4715
20	2.5	2.065	0.665	0	4.45
21	2.5	2.1	0.7	0	4.4399

Πίνακας 7.1: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Βλέπουμε πως οι αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις είναι μεγαλύτερες από αυτές του αρχικού μοντέλου.

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

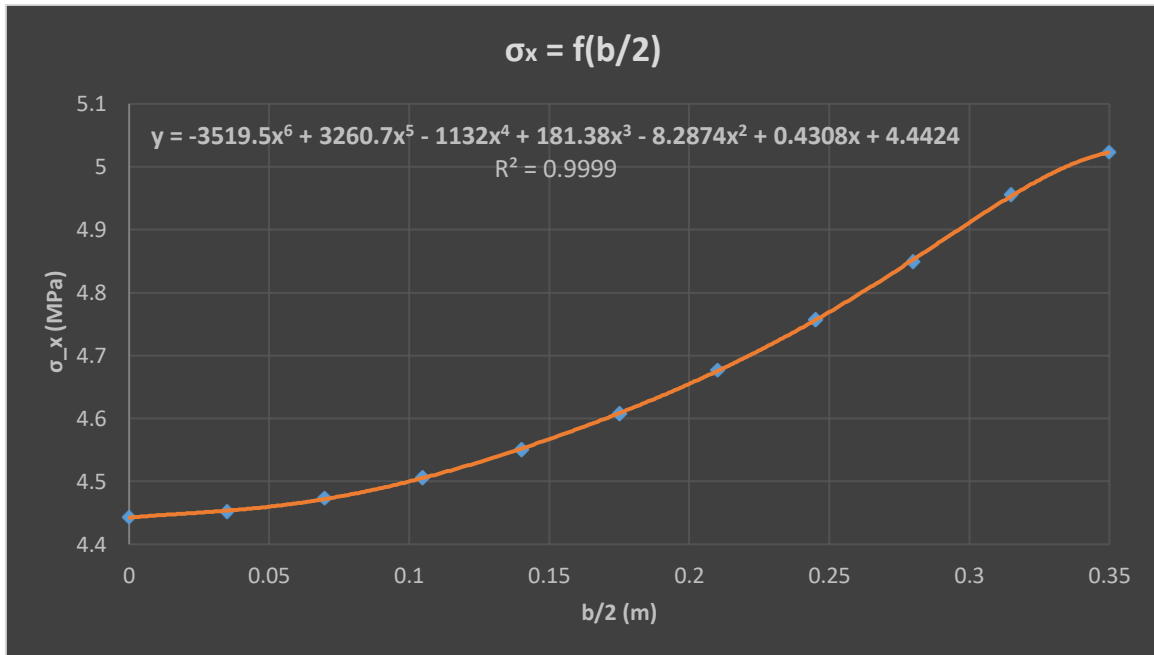


Γράφημα 7.1: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

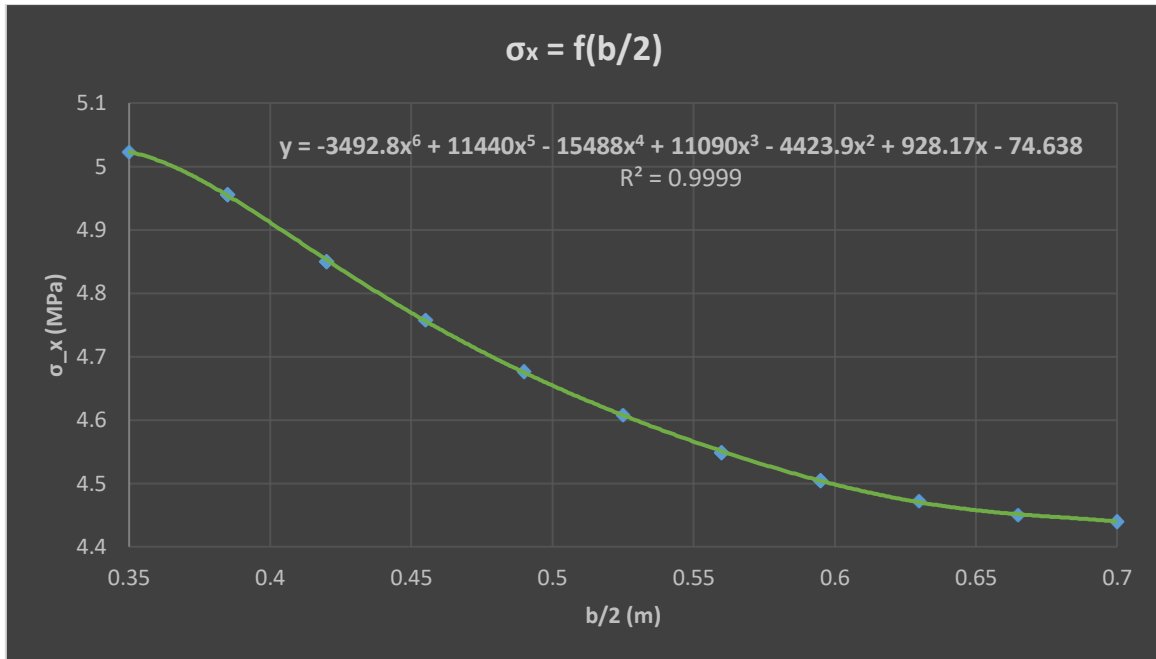
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι πιο ομαλής μορφής σε σύγκριση με αυτή του αρχικού μοντέλου. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 5.0224 \text{ MPa}$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Μία αισθητή διαφορά της παραπάνω καμπύλης με αυτή της αρχικής κατασκευής είναι ότι στο σημείο σύνδεσης του συνεργαζόμενου ελάσματος με το ενισχυτικό τύπου 'Γ' δεν παρουσιάζεται τόσο έντονη κορύφωση όσο με το ενισχυτικό τύπου 'Τ'. Ο λόγος που συμβαίνει αυτό είναι η ύπαρξη των φλαντζών.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 7.2: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους Σ.Ε (b)



Γράφημα 7.3: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους $\Sigma.E (b)$

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια που προσφέρει το πρόγραμμα *Excel*.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

- ✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 1.62966 \text{ MPa} * m \quad (7.1)$$

- ✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 1.62263 \text{ MPa} * m \quad (7.2)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 3.25229 \text{ MPa} * m \quad (7.3)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{3.25229}{5.0224} \leftrightarrow$$

$$b_e = 0.648 \text{ m} = 648 \text{ mm} \quad (7.4)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνώνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark l = 5000 \text{ mm} \quad (7.5)$$

$$\checkmark b = s = 700 \text{ mm} \quad (7.6)$$

Τα δεδομένα αυτά είναι ίδια και για το αρχικό μοντέλο, επομένως τα αποτελέσματα από τους κανονισμούς των Νηογνώνων παραμένουν ίδια και παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω:

Νηογνώμονας	be [mm]
CSR – H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

Πίνακας 7.2: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

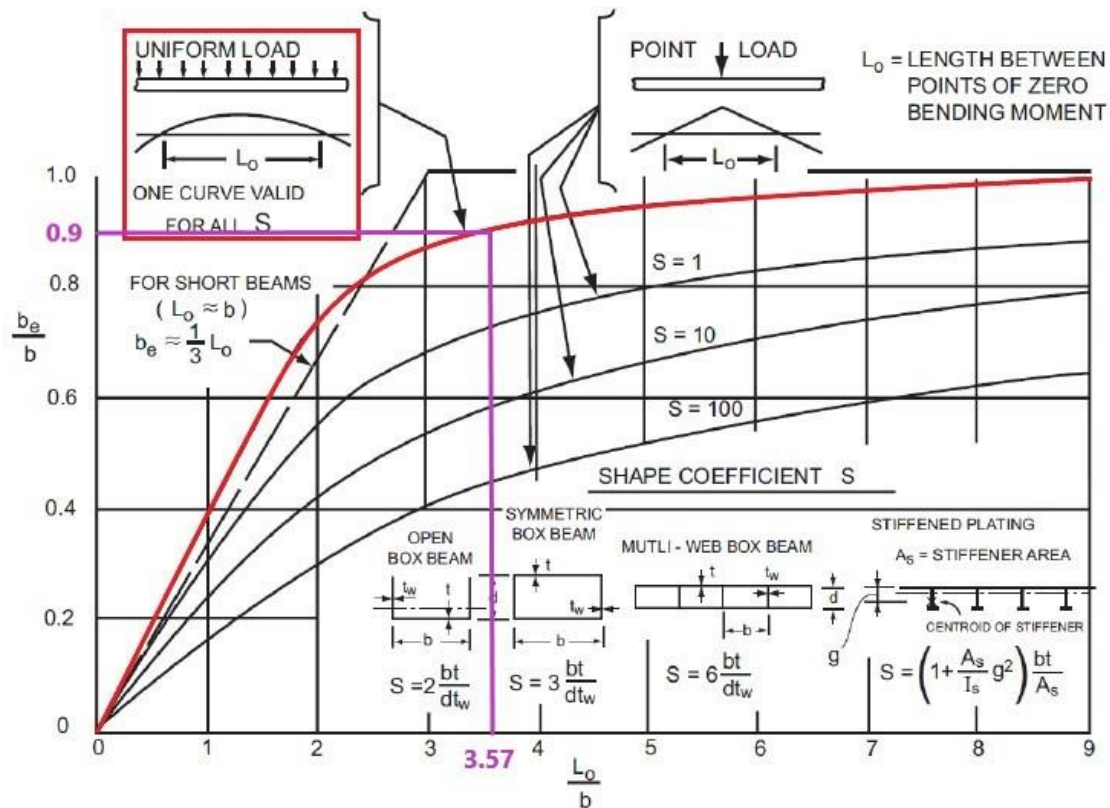
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark b = s = 700 \text{ mm} \quad (7.7)$$

$$\checkmark L_0 = \frac{l}{2} = 2500 \text{ mm} \text{ (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (7.8)$$

$$\checkmark \frac{L_0}{b} = 3.57 \quad (7.9)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 7.4: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 9 (Μοντέλο με 'I' ενισχυτικά)
(Πηγή: Paint 3D)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.9. Άρα:

$$b_e = 0.9 * 700 \leftrightarrow b_e = 630 \text{ mm} \quad (7.10)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Το αποτέλεσμα του προγράμματος είναι αρκετά κοντά με αυτά των Νηογνωμόνων (εξαιρώντας τον ABS), με τον HRS να παρουσιάζει μία ελάχιστη απόκλιση από το Ansys. Επίσης, το διάγραμμα παράγει ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα με μικρή απόκλιση από την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Ανάμεσα σε διάγραμμα και Νηογνώμονες, βλέπουμε πως υπάρχουν μικρές αριθμητικές διαφορές, ιδιαίτερα σε σύγκριση με τον HRS. Ο ABS δεν συμπεριλαμβάνεται στην σύγκριση.

Αξιοσημείωτο είναι πως τόσο διάγραμμα του Schade όσο και οι φόρμουλες των Νηογνωμόνων που μελετάμε δεν εξαρτώνται από την διαμόρφωση των ενισχυτικών και για αυτό τον λόγο τα αποτελέσματά τους παραμένουν ίδια με αυτά του αρχικού μοντέλου.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του *Ansys* (το τωρινό με το αρχικό μοντέλο) γίνεται αντιληπτό πως η αφαίρεση των φλαντζών, και άρα η δημιουργία ενισχυτικών τύπου 'I', οδήγησε σε μεγαλύτερο ισοδύναμο πλάτος κατά 27 mm ($648\text{ mm} - 621\text{ mm}$). Αυτό οφείλεται στις μεγαλύτερες αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις στο έλασμα με τις απλές λάμες.

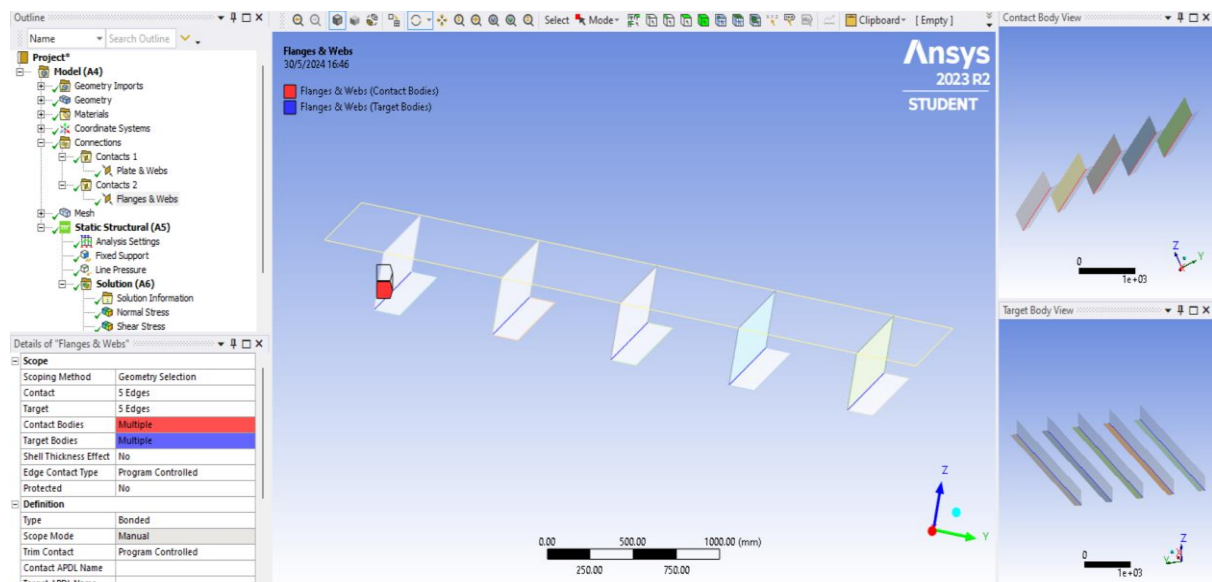
Κεφάλαιο 8: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Γ’

Η τελευταία περίπτωση που θα μελετήσουμε στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι η κατασκευή μοντέλου με ενισχυτικά τύπου ‘Γ’. Η διαδικασία που ακολουθήσαμε κατά βάση είναι ίδια με αυτή του αρχικού μοντέλου. Οι διαφοροποιήσεις τονίζονται παρακάτω.

Στο πρόγραμμα *Rhinoceros* 6 χρησιμοποιήσαμε την εντολή *Move* ώστε να μετακινήσουμε τις φλάντζες των ενισχυτικών στις άκρες των κορμών. Πιο συγκεκριμένα, επιλέγοντας την αριστερή μεριά των φλάντζων, τις μετακινήσαμε κατά 0.075 m (μισό μήκος φλάντζας) δεξιά. Έτσι, προκύπτει η διαμόρφωση των ενισχυτικών τύπου ‘Γ’, τα οποία έχουν ακριβώς ίδιες διαστάσεις με τα ενισχυτικά τύπου ‘Τ’.

Η διατήρηση των ίδιων διαστάσεων (και γενικά της ίδιας μεθοδολογίας όσο είναι δυνατόν) συμβαίνει για την αμεσότερη και σωστότερη σύγκριση ανάμεσα στα μοντέλα με διαφορετικές διαμορφώσεις ενισχυτικών.

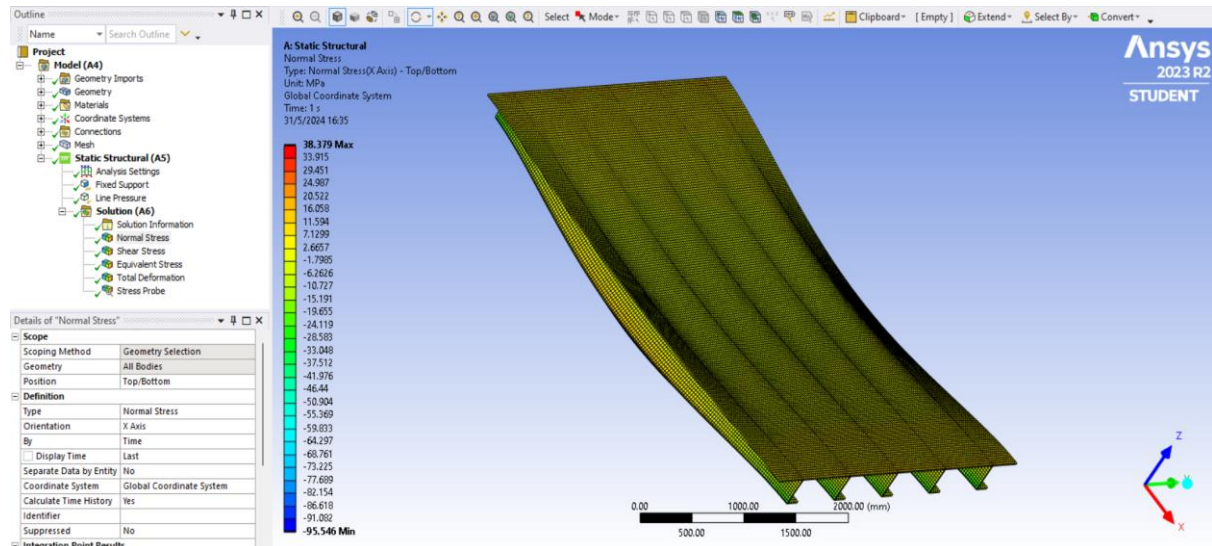
Στο πρόγραμμα *Ansys* έπρεπε να αλλάξουμε την σύνδεση (*contact*) ανάμεσα σε κορμό και φλάντζα. Πιο συγκεκριμένα, συνδέσαμε την άκρη (*edge*) της κάθε φλάντζας με την άκρη του αντίστοιχου κορμού.



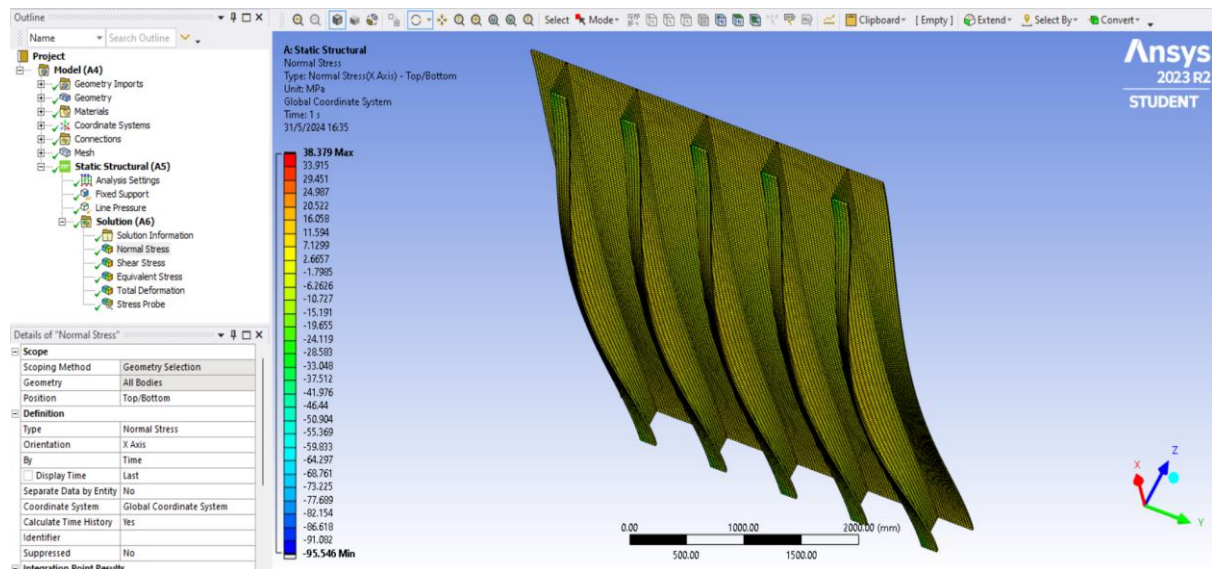
Εικόνα 8.1: Σύνδεση κορμών και φλάντζων (Πηγή: Ansys Workbench)

8.1 Παρουσίαση αποτελεσμάτων

Τα αποτελέσματα που θα μας απασχολήσουν και εδώ είναι το *Normal Stress – X Axis*, το *Equivalent (Von Mises) Stress* και το *Total Deformation*.



Εικόνα 8.2: Normal Stress – X Axis (πάνω) (Πηγή: Ansys Workbench)

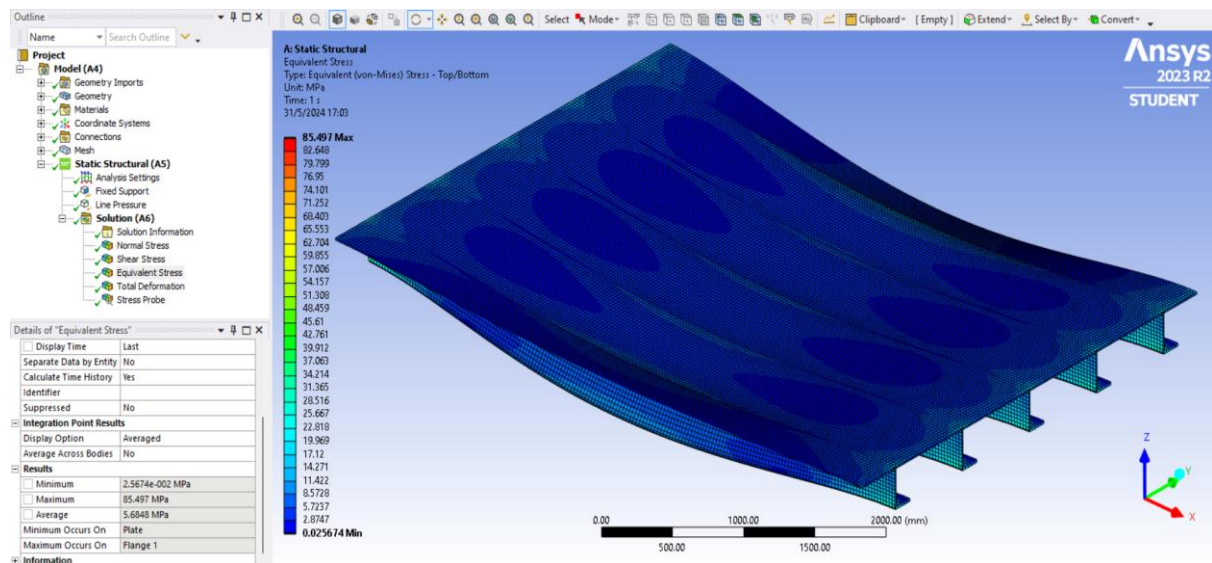


Εικόνα 8.3: Normal Stress – X Axis (κάτω) (Πηγή: Ansys Workbench)

Σύμφωνα με τις παραπάνω εικόνες παρατηρούμε ότι στην κατασκευή επικρατεί μία μέση έως υψηλή ορθή τάση. Η μέγιστη θετική τάση εντοπίζεται στην σύνδεση κορμών και φλαντζών στο σημείο της πάκτωσής τους. Η ελάχιστη τάση (μέγιστη αρνητική τάση) βρίσκεται στο ίδιο σημείο, αλλά από την άλλη μεριά της κατασκευής.

Είναι αξιοσημείωτη η τελική διαμόρφωση των ενισχυτικών τύπου ‘Γ’ (βλ. *Εικόνα 8.3*) και συγκεκριμένα η καμπύλωση που παρουσιάζουν οι φλάντζες και οι κορμοί τους κατά το διάμηκες του μοντέλου. Αυτό συμβαίνει λόγω του φαινομένου του στρεπτικού λυγισμού.

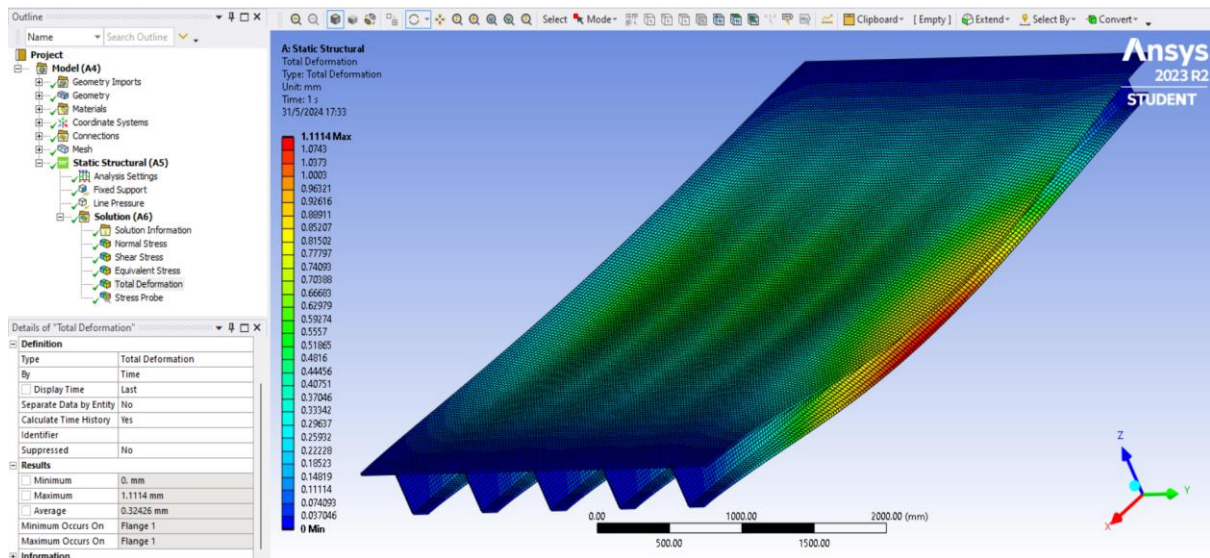
Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της συγκεκριμένης περίπτωσης με το αρχικό μοντέλο, είναι ξεκάθαρο ότι οι τάσεις είναι αυξημένες με ενισχυτικά τύπου ‘Γ’. Η κατασκευή με ενισχυτικά τύπου ‘Γ’ παρουσιάζει παρόμοιες τάσεις με το παρόν μοντέλο.



Εικόνα 8.4: Equivalent (Von Mises) Stress (Πηγή: Ansys Workbench)

Παρατηρούμε ότι επικρατεί μία ελάχιστη ισοδύναμη τάση σχεδόν σε όλο το μοντέλο. Το σημείο μεγιστοποίησης βρίσκεται στην πιο δεξιά φλάντζα (βλ. *Εικόνα 8.4*) και συγκεκριμένα στην σύνδεσή της με τον αντίστοιχο κορμό στο σημείο της πάκτωσής τους. Η τιμή της ανέρχεται σε $\sigma_{VM}^{max} = 85.497 \text{ MPa}$. Προφανώς, η κατασκευή δεν αστοχεί.

Συγκρίνοντας το συγκεκριμένο μοντέλο με την αρχική κατασκευή (ενισχυτικά τύπου ‘Τ’) παρατηρούμε ότι η μέγιστη ισοδύναμη τάση είναι πολύ μεγαλύτερη με τα ‘Γ’ ενισχυτικά. Η κατασκευή με τα ‘Γ’ ενισχυτικά παρουσιάζει μεγαλύτερη μέγιστη τάση από το παρόν μοντέλο.



Εικόνα 8.5: Total Deformation (Πηγή: Ansys Workbench)

Η μέγιστη παραμόρφωση παρατηρείται στην πιο δεξιά φλάντζα του ελάσματος (βλ. Εικόνα 8.5) και η τιμή ανέρχεται σε 1.1114 mm . Οι ελάχιστες (μηδενικές) παραμορφώσεις προφανώς βρίσκονται στις πακτώσεις της κατασκευής.

Να τονίσουμε πως σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις μοντέλων που μελετήσαμε η μέγιστη παραμόρφωση πάντοτε εντοπιζόταν στο μέσο του ελάσματος, ενώ εδώ βρίσκεται στο μέσο της πιο δεξιά φλάντζας ενός ενισχυτικού.

Επομένως, η σύγκριση της παραμόρφωσης της συγκεκριμένης κατασκευής με τις άλλες δύο (2) περιπτώσεις ('T' και 'I' ενισχυτικά) είναι άτοπη εφόσον δεν υπάρχει παρόμοια κατανομή πάνω στην κατασκευή. Παρόλα αυτά, αριθμητικά το αποτέλεσμα της συγκεκριμένης κατασκευής βρίσκεται κοντά με αυτό του μοντέλου με 'I' ενισχυτικά και είναι αρκετά πιο μεγάλο από αυτό του μοντέλου με 'T' ενισχυτικά.

Θα μπορούσαμε να πούμε πως αν ο σκοπός της κατασκευής είναι να μην εντοπίζεται η μέγιστη παραμόρφωση στο μέσο του συνεργαζόμενου ελάσματος, τα ενισχυτικά τύπου 'Γ' είναι κατάλληλα.

8.2 Εύρεση Ισοδύναμου Πλάτους

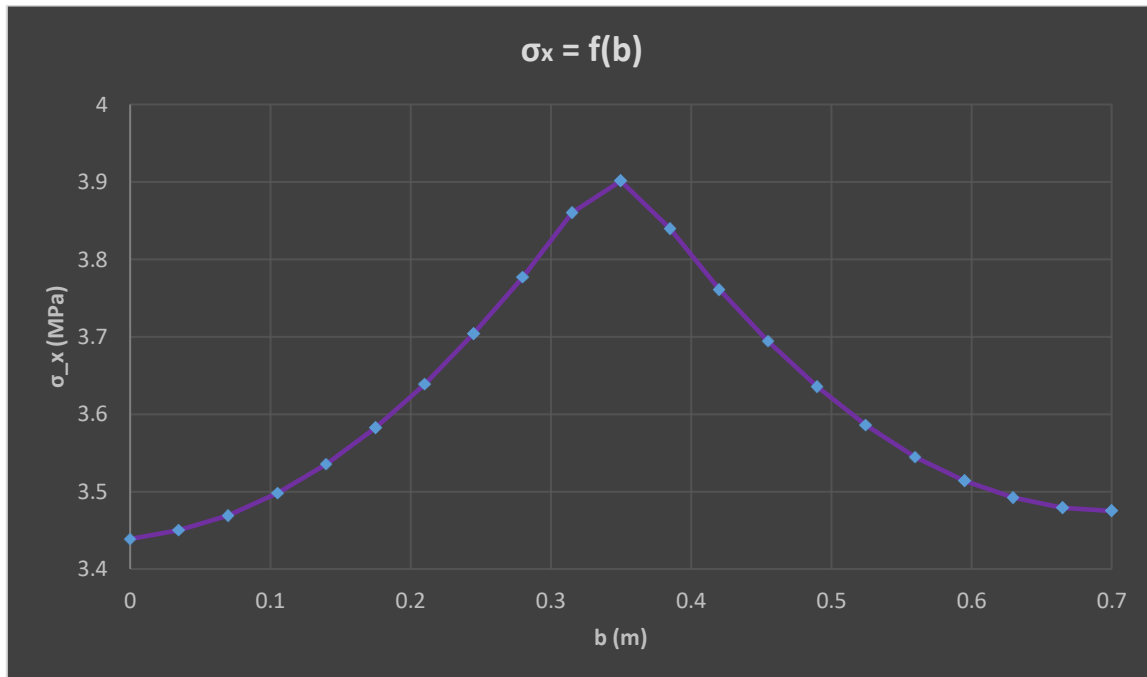
Με την ίδια διαδικασία που έχει αναφερθεί στο αρχικό μοντέλο, συμπληρώνουμε και εδώ τον νέο πίνακα για να δημιουργήσουμε την κατάλληλη καμπύλη. Το φορτίο είναι θλιπτικό επομένως στον πίνακα αναγράφεται η απόλυτη τιμή των τάσεων.

Κόμβοι	x (l) [m]	y [m]	b = y - 1.4 [m]	z [m]	Τάση (σ_x) [MPa]
1	2.5	1.4	0	0	3.4387
2	2.5	1.435	0.035	0	3.4497
3	2.5	1.47	0.07	0	3.4694
4	2.5	1.505	0.105	0	3.4979
5	2.5	1.54	0.14	0	3.535
6	2.5	1.575	0.175	0	3.5824
7	2.5	1.61	0.21	0	3.6386
8	2.5	1.645	0.245	0	3.7036
9	2.5	1.68	0.28	0	3.777
10	2.5	1.715	0.315	0	3.8606
11	2.5	1.75	0.35	0	3.9012
12	2.5	1.785	0.385	0	3.8397
13	2.5	1.82	0.42	0	3.7607
14	2.5	1.855	0.455	0	3.6937
15	2.5	1.89	0.49	0	3.635
16	2.5	1.925	0.525	0	3.5853
17	2.5	1.96	0.56	0	3.5444
18	2.5	1.995	0.595	0	3.5138
19	2.5	2.03	0.63	0	3.4921
20	2.5	2.065	0.665	0	3.4793
21	2.5	2.1	0.7	0	3.4753

Πίνακας 8.1: Συντεταγμένες και τάσεις σημείων

Οι αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις στο συγκεκριμένο μοντέλο βρίσκονται κοντά αριθμητικά με αυτές της κατασκευής με 'T' ενισχυτικά (αρχικό μοντέλο). Η κατασκευή με 'I' ενισχυτικά παρουσιάζει μεγαλύτερες αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις γύρω από το κεντρικό ενισχυτικό.

Η καμπύλη της κατανομής των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b) φαίνεται παρακάτω:

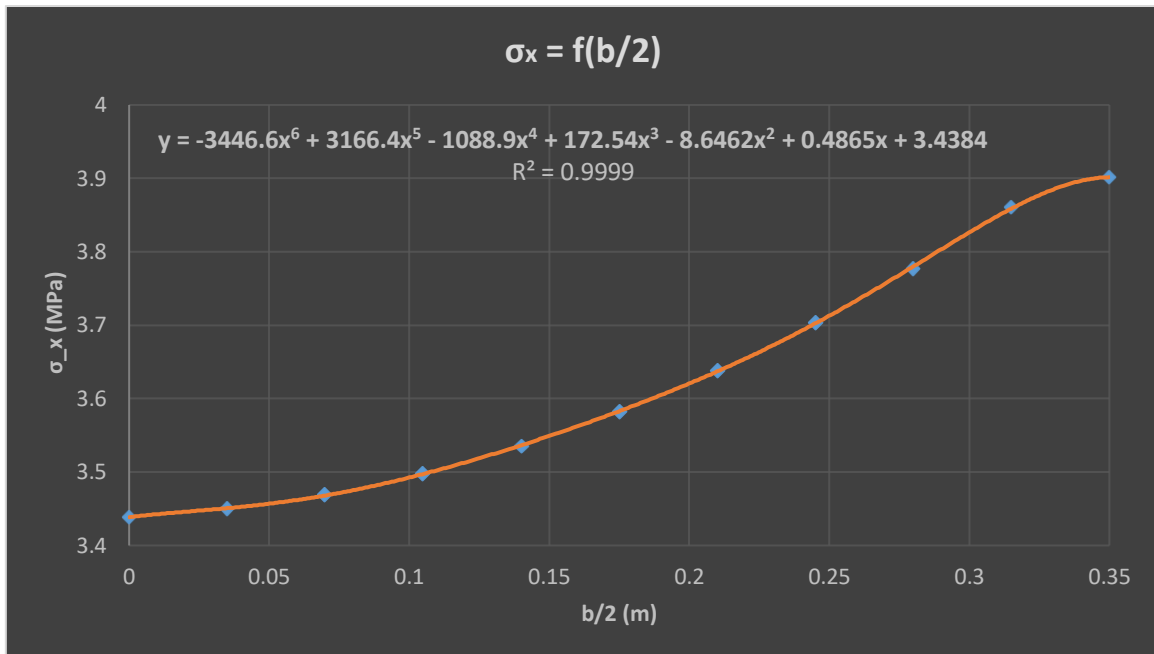


Γράφημα 8.1: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε (b)

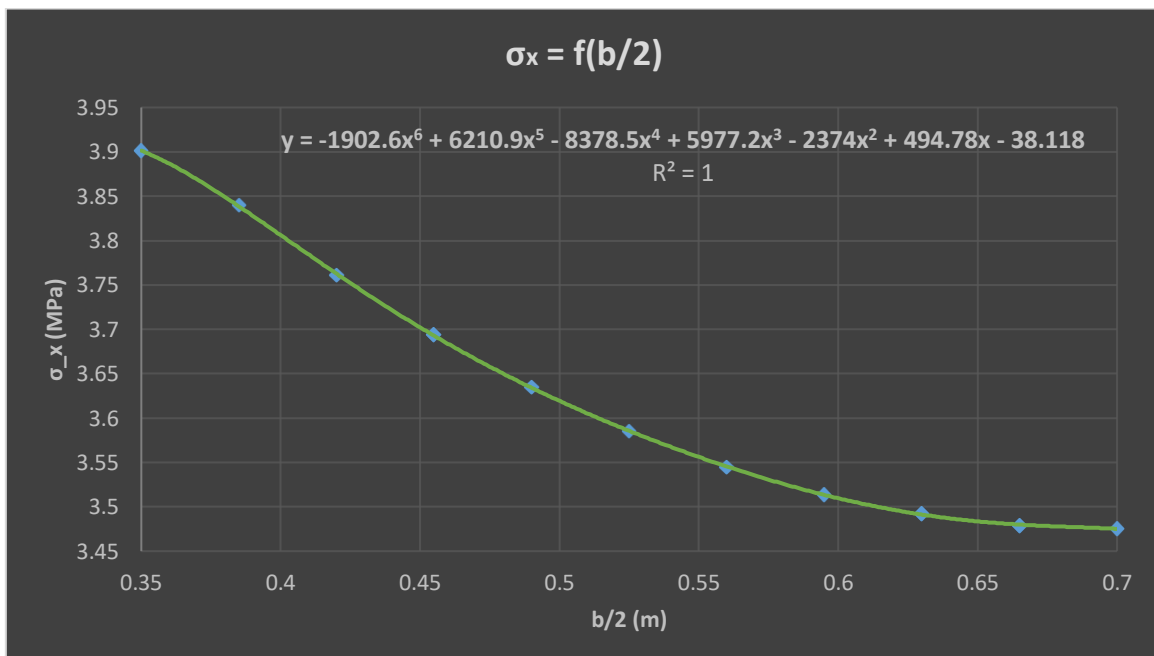
Παρατηρούμε ότι η παραπάνω καμπύλη είναι πιο ομαλής μορφής σε σύγκριση με αυτή του αρχικού μοντέλου και παρόμοιας μορφής με αυτή που προκύπτει για την κατασκευή με 'Γ' ενισχυτικά. Η μέγιστη τάση είναι ίση με $\sigma_{max} = 3.9012 MPa$ και βρίσκεται στο σημείο σύνδεσης του ελάσματος με το κεντρικό ενισχυτικό, όπως ήταν αναμενόμενο.

Είναι σημαντικό να τονίσουμε πως η παραπάνω καμπύλη δεν παρουσιάζει έντονη κορύφωση στο σημείο της σύνδεσης του κορμού και της φλάντζας του κεντρικού ενισχυτικού παρότι στην δεδομένη κατασκευή υπάρχουν φλάντζες (σε αντίθεση με τα 'Γ' ενισχυτικά). Επίσης, βλέπουμε πως το αριστερό μέρος της καμπύλης δεν είναι απόλυτα ίδιο σε σχέση με το δεξιό μέρος, σε αντίθεση με τις υπόλοιπες περιπτώσεις που μελετήσαμε.

Παρακάτω φαίνονται οι καμπύλες $\sigma_x = f(b/2)$ και τα πολυώνυμα που τις προσεγγίζουν με τον πιο ακριβή τρόπο ($R^2 \rightarrow 1$):



Γράφημα 8.2: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού αριστερού ημιπλάτους Σ.Ε (b)



Γράφημα 8.3: Καμπύλη κατανομής ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσεως του πραγματικού δεξιού ημιπλάτους Σ.Ε (b)

Και σε αυτή την περίπτωση προσεγγίζουμε την κατανομή των ορθών τάσεων με πολυώνυμο 6^{ου} βαθμού (βλ. πάνω στα γραφήματα) ώστε να έχουμε την μέγιστη δυνατή ακρίβεια που προσφέρει το πρόγραμμα *Excel*.

Η επίλυση των ολοκληρωμάτων (ίδια λογική με το αρχικό μοντέλο) δίνει τα εξής αποτελέσματα: (*Symbolab*)

- ✓ Αριστερό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_1 = 1.26646 \text{ MPa} * m \quad (8.1)$$

- ✓ Δεξιό πραγματικό ημιπλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος

$$S_2 = 1.27184 \text{ MPa} * m \quad (8.2)$$

Το άθροισμα των δύο (2) ολοκληρωμάτων ισούται με:

$$S = S_1 + S_2 \leftrightarrow S = 2.5383 \text{ MPa} * m \quad (8.3)$$

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το ολοκλήρωμα (S) ουσιαστικά είναι ένα εμβαδό (E) το οποίο ισούται με:

$$E = \sigma_{max} * b_e \leftrightarrow b_e = \frac{E}{\sigma_{max}} \leftrightarrow b_e = \frac{2.5383}{3.9012} \leftrightarrow$$

$$b_e = 0.651 \text{ m} = 651 \text{ mm} \quad (8.4)$$

Στην συνέχεια ακολουθεί ο υπολογισμός των τύπων από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων που μελετάμε.

Για την συγκεκριμένη κατασκευή ισχύει ότι:

- ✓ $l = 5000 \text{ mm}$ (8.5)

- ✓ $b = s = 700 \text{ mm}$ (8.6)

Τα δεδομένα αυτά είναι ίδια και για το αρχικό μοντέλο, επομένως τα αποτελέσματα από τους κανονισμούς των Νηογνώμωνων παραμένουν ίδια και παρουσιάζονται συγκεντρωτικά παρακάτω:

Νηογνώμονας	b_e [mm]
CSR – H	700
DNV GL	700
ABS	350
LR	700
HRS	660

Πίνακας 8.2: Ισοδύναμο πλάτος σύμφωνα με τους Νηογνώμονες

Τώρα θα ασχοληθούμε με το διάγραμμα του *Schade* για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους.

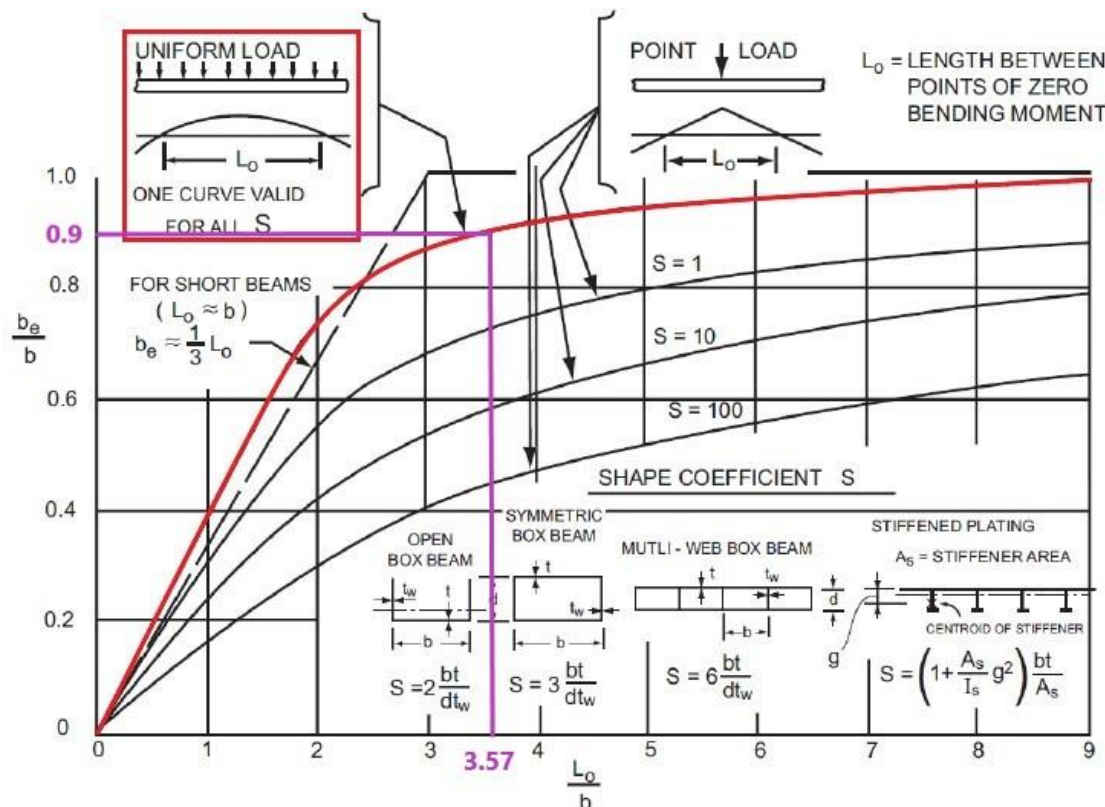
Για την δεδομένη κατασκευή ισχύει ότι:

$$\checkmark \quad b = s = 700 \text{ mm} \quad (8.7)$$

$$\checkmark \quad L_o = \frac{L}{2} = 2500 \text{ mm} \text{ (Πάκτωση – Fixed Support)} \quad (8.8)$$

$$\checkmark \quad \frac{L_o}{b} = 3.57 \quad (8.9)$$

Με την βοήθεια του προγράμματος *Paint 3D*, προκύπτει ότι:



Εικόνα 8.6: Υπολογισμός Ισοδύναμου Πλάτους Ελάσματος – Περίπτωση 10 (Μοντέλο με 'Γ' ενισχυτικά) (Πηγή: *Paint 3D*)

Παρατηρούμε ότι από το διάγραμμα ο λόγος $\frac{b_e}{b}$ είναι ίσος με 0.9. Άρα:

$$b_e = 0.9 * 700 \leftrightarrow b_e = 630 \text{ mm} \quad (8.10)$$

Ξανά τονίζουμε πως επειδή το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από διάγραμμα μπορεί να έχει σχετικά μεγάλο σφάλμα.

Το αποτέλεσμα του προγράμματος είναι αρκετά κοντά με αυτά των Νηογνωμόνων (εξαιρώντας τον *ABS*), με τον *HRS* να παρουσιάζει μία ελάχιστη απόκλιση από το *Ansys*.

Επίσης, το διάγραμμα παράγει ένα ικανοποιητικό αποτέλεσμα με μικρή απόκλιση από την μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων.

Ανάμεσα σε διάγραμμα και Νηογνώμονες, βλέπουμε πως υπάρχουν μικρές αριθμητικές διαφορές, ιδιαίτερα σε σύγκριση με τον *HRS*. Ο *ABS* δεν συμπεριλαμβάνεται στην σύγκριση.

Όπως αναφέρθηκε και πριν, τόσο διάγραμμα του *Schade* όσο και οι φόρμουλες των Νηογνωμόνων που μελετάμε δεν εξαρτώνται από την διαμόρφωση των ενισχυτικών και για αυτό τον λόγο τα αποτελέσματά τους παραμένουν και εδώ ίδια με αυτά του αρχικού μοντέλου (‘Τ’ ενισχυτικά) αλλά και της κατασκευής με ‘Γ’ ενισχυτικά.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα του *Ansys* (το τωρινό με το αρχικό μοντέλο) γίνεται αντιληπτό ότι η μετακίνηση των φλαντζών στις άκρες των κορμών (δηλαδή από ‘Τ’ ενισχυτικά σε ‘Γ’ ενισχυτικά) οδήγησε στην αύξηση του ισοδύναμου πλάτους κατά 30 mm ($651\text{ mm} - 621\text{ mm}$). Αντίθετα, συγκρίνοντας τις τελευταίες δύο (2) περιπτώσεις (‘Γ’ και ‘Γ’ ενισχυτικά) παρατηρούμε πως το ισοδύναμο πλάτος είναι σχεδόν ίδιο παρά την παρουσία φλαντζών στα ‘Γ’ ενισχυτικά, με την διαφορά τους να ανέρχεται μόλις στα 3 mm ($651\text{ mm} - 648\text{ mm}$).

Κεφάλαιο 9: ΤΕΛΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Υπενθυμίζουμε πάλι πως ο βασικός στόχος της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι να γίνει αντιληπτός ο τρόπος με τον οποίο μεταβάλλεται το ισοδύναμο πλάτος (b_{eff}) αλλάζοντας κάποιες βασικές παραμέτρους της υπό μελέτη κατασκευής (μήκος, πάχος ελάσματος, στηρίξεις, φορτίο, είδος ενισχυτικών).

9.1 Συγκεντρωτικοί πίνακες

Για να γίνει πιο φανερός αυτός ο τρόπος μεταβολής παρακάτω παρουσιάζεται ένας συγκεντρωτικός πίνακας με όλα τα τελικά αποτελέσματα του ισοδύναμου πλάτους σε κάθε περίπτωση που μελετήσαμε (δέκα (10) σε σύνολο).

A/A	Περίπτωση μελέτης	CSR - H	DVL GL	ABS	LR	HRS	Schade	Ansys
a	Μοντέλο με 'Γ' ενισχυτικά							
1	Θλιπτικό φορτίο - Πάκτωση	700	700	350	700	660	630	621
2	Θλιπτικό φορτίο - Απλή έδραση	700	700	350	700	660	679	614
3	Εφελκυστικό φορτίο - Πάκτωση	700	700	350	700	660	630	650
4	Εφελκυστικό φορτίο - Απλή έδραση	700	700	350	700	660	679	658
5	Πάχος ελάσματος 10 mm	700	700	350	700	660	630	628
6	Πάχος ελάσματος 20 mm	700	700	350	700	660	630	586
7	Μήκος μοντέλου 2.5 m	500	500	350	491	532	448	404
8	Μήκος μοντέλου 7.5 m	700	700	350	700	690	665	660
b	Μοντέλο με 'Ι' ενισχυτικά	700	700	350	700	660	630	648
c	Μοντέλο με 'Γ' ενισχυτικά	700	700	350	700	660	630	651

Πίνακας 9.1: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων ισοδύναμου πλάτους (b_{eff})

Να τονίσουμε πως όλα τα παραπάνω αποτελέσματα του ισοδύναμου πλάτους είναι εκφρασμένα σε (mm).

Σε πολλές περιπτώσεις, μας ενδιαφέρει περισσότερο ο λόγος του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος προς το πραγματικό πλάτος, δηλαδή το b_{eff}/b . Το πραγματικό πλάτος (b) σε κάθε περίπτωση που μελετήσαμε παραμένει σταθερό και ίσο με 700 mm . Παρακάτω παρουσιάζεται ο πίνακας με τα τελικά αποτελέσματα εκφρασμένα σύμφωνα με τον παραπάνω λόγο.

A/A	Περίπτωση μελέτης	CSR - H	DVL GL	ABS	LR	HRS	Schade	Ansys
a	Μοντέλο με 'Τ' ενισχυτικά							
1	Θλιπτικό φορτίο - Πάκτωση	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.900	0.887
2	Θλιπτικό φορτίο - Απλή έδραση	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.970	0.877
3	Εφελκυστικό φορτίο - Πάκτωση	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.900	0.929
4	Εφελκυστικό φορτίο - Απλή έδραση	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.970	0.940
5	Πάχος ελάσματος 10 mm	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.900	0.897
6	Πάχος ελάσματος 20 mm	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.900	0.837
7	Μήκος μοντέλου 2.5 m	0.714	0.714	0.500	0.701	0.760	0.640	0.577
8	Μήκος μοντέλου 7.5 m	1.000	1.000	0.500	1.000	0.986	0.950	0.943
b	Μοντέλο με 'Ι' ενισχυτικά	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.900	0.926
c	Μοντέλο με 'Γ' ενισχυτικά	1.000	1.000	0.500	1.000	0.943	0.900	0.930

Πίνακας 9.2: Συγκεντρωτικός πίνακας αποτελεσμάτων b_{eff}/b

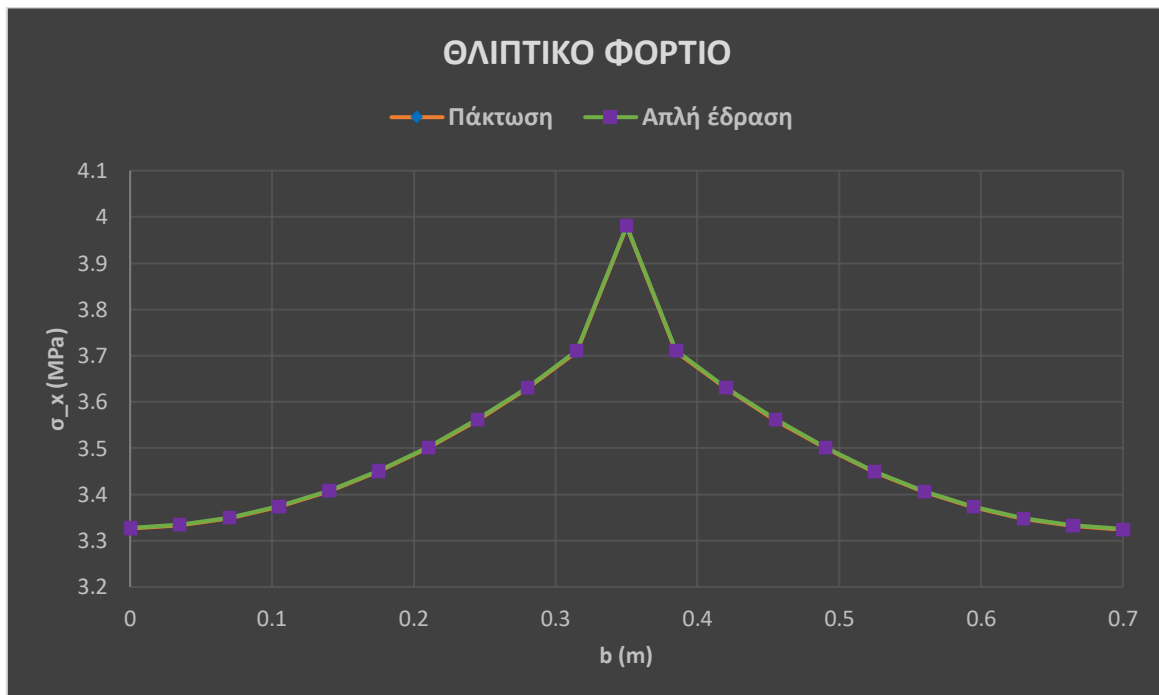
Παρατηρούμε πως σε καμία περίπτωση ο λόγος b_{eff}/b δεν ξεπερνάει την μονάδα (1). Αυτό είναι απολύτως φυσιολογικό, ιδιαίτερα αν αναλογιστούμε τον ορισμό του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος (βλ. Παράγραφο 4.4 & Εικόνα 6.18).

9.2 Συγκριτικά διαγράμματα κατανομής ορθών τάσεων

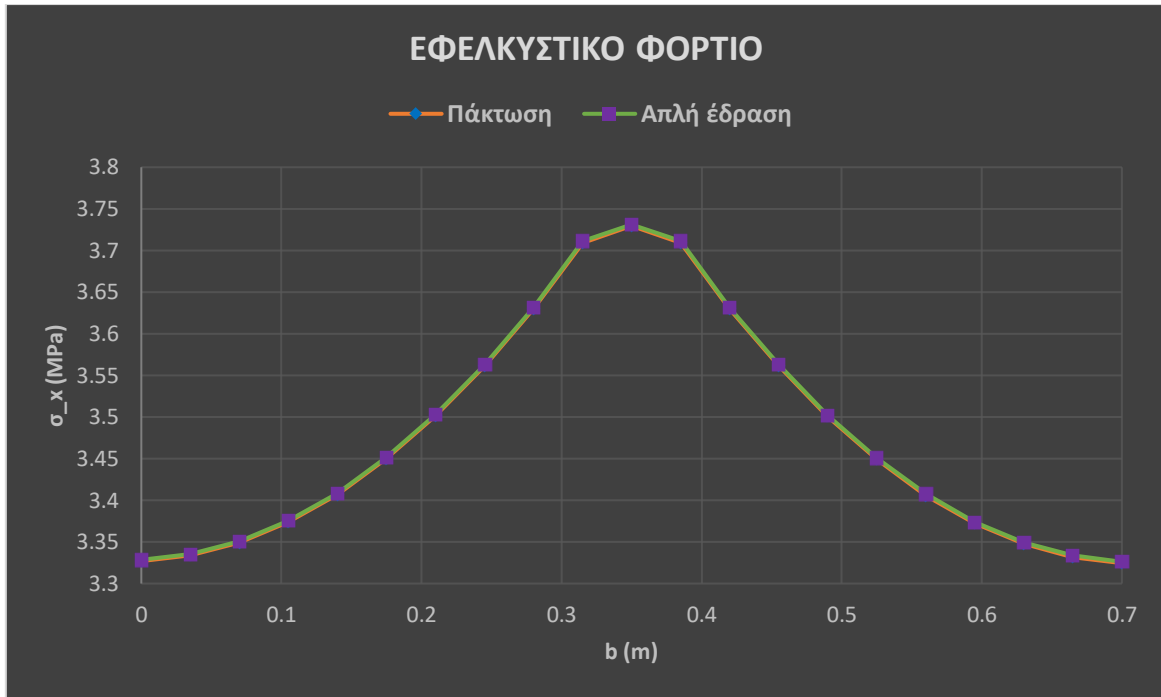
Ιδιαίτερα σημαντικό είναι να παρατηρήσουμε το τρόπο με τον οποίο διαφοροποιείται η κατανομή των ορθών τάσεων (σ_x) συναρτήσει του πραγματικού πλάτους Σ.Ε αλλάζοντας μία παράμετρο του προβλήματος μέσω του προγράμματος *Ansys*. Παρακάτω ακολουθούν τα διαγράμματα $\sigma_x = f(b)$ στα οποία φαίνονται οι διαφορετικές καμπύλες της κατανομής των τάσεων με την αλλαγή της εκάστοτε παραμέτρου (μήκος μοντέλου, πάχος ελάσματος, στηρίξεις μοντέλου κ.λ.π).

Να τονίσουμε πως για να είναι έγκυρη η σύγκριση θα πρέπει να μεταβάλλεται μόνο μία (1) παράμετρος του προβλήματος κάθε φορά. Διαφορετικά, η σύγκριση είναι άτοπη εφόσον τα αποτελέσματα δεν είναι ξεκάθαρα.

- Αλλαγή της στήριξης



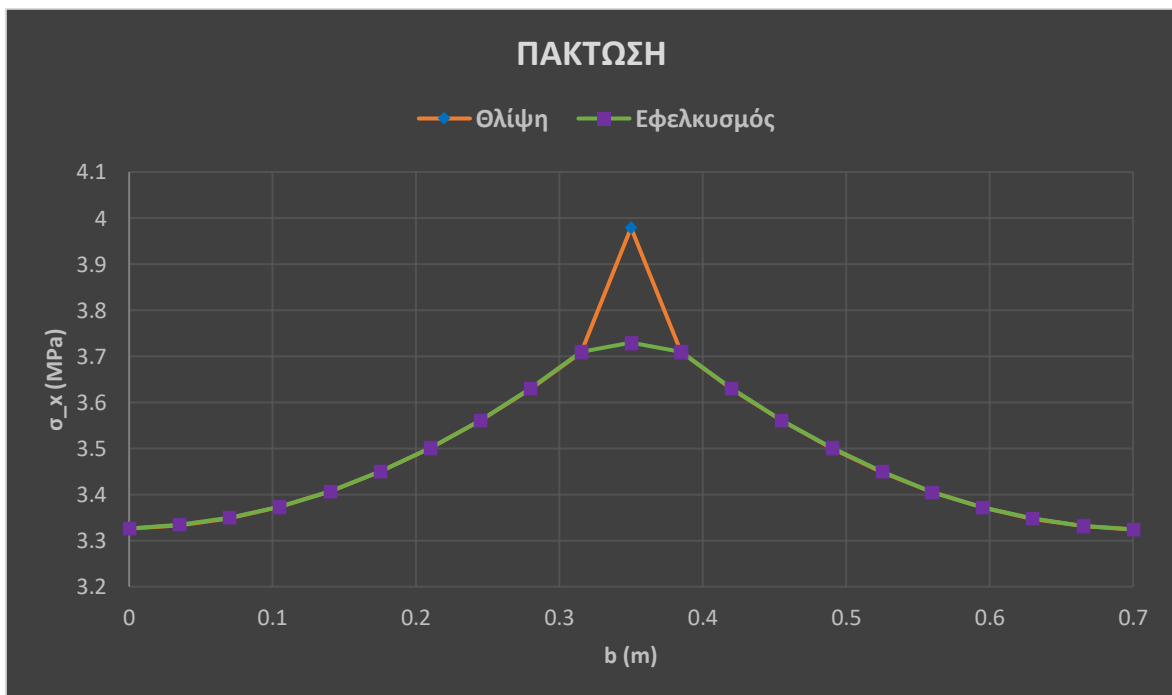
Γράφημα 9.1: Αλλαγή στήριξης του μοντέλου με θλιπτικό φορτίο



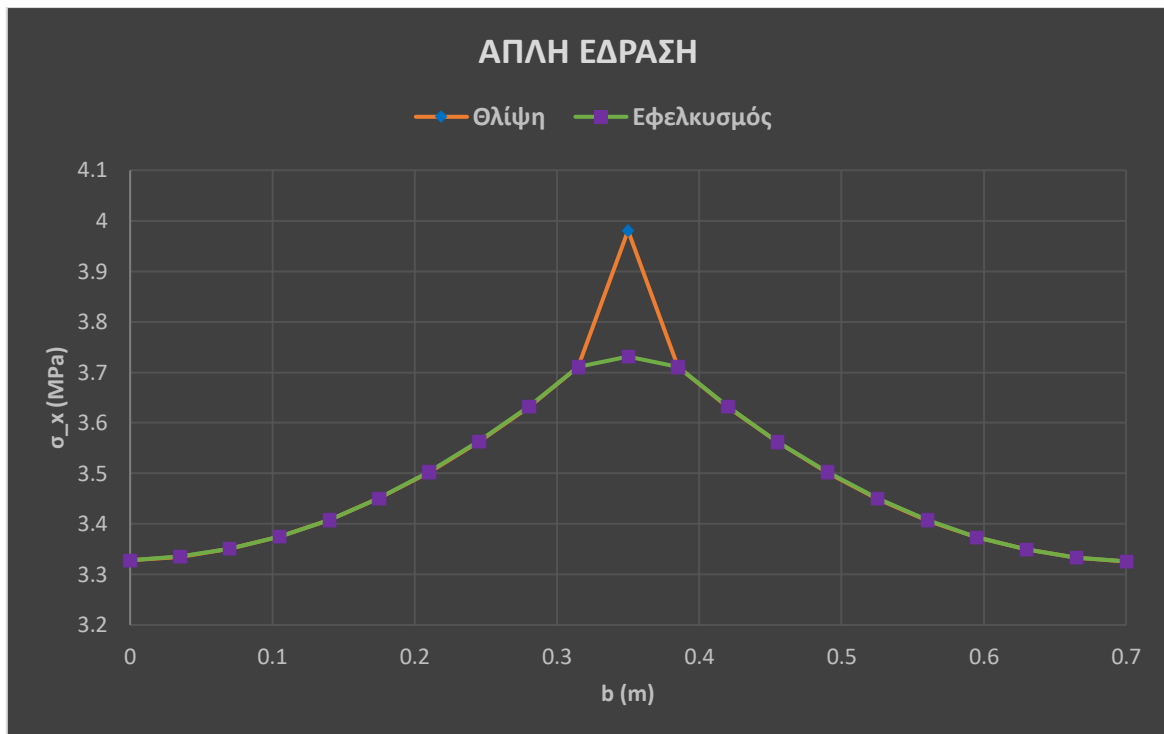
Γράφημα 9.2: Αλλαγή στήριξης του μοντέλου με εφελκυστικό φορτίο

Παρατηρούμε πως με την αλλαγή της στήριξης του μοντέλου (απλή έδραση ή πάκτωση) η κατανομή των τάσεων παραμένει σχεδόν ίδια και για τα δύο (2) είδη φορτίου (θλιπτικό και εφελκυστικό φορτίο). Για αυτό τον λόγο στα παραπάνω γραφήματα φαίνεται σαν να υπάρχει μόνο μία (1) καμπύλη.

- Αλλαγή του φορτίου



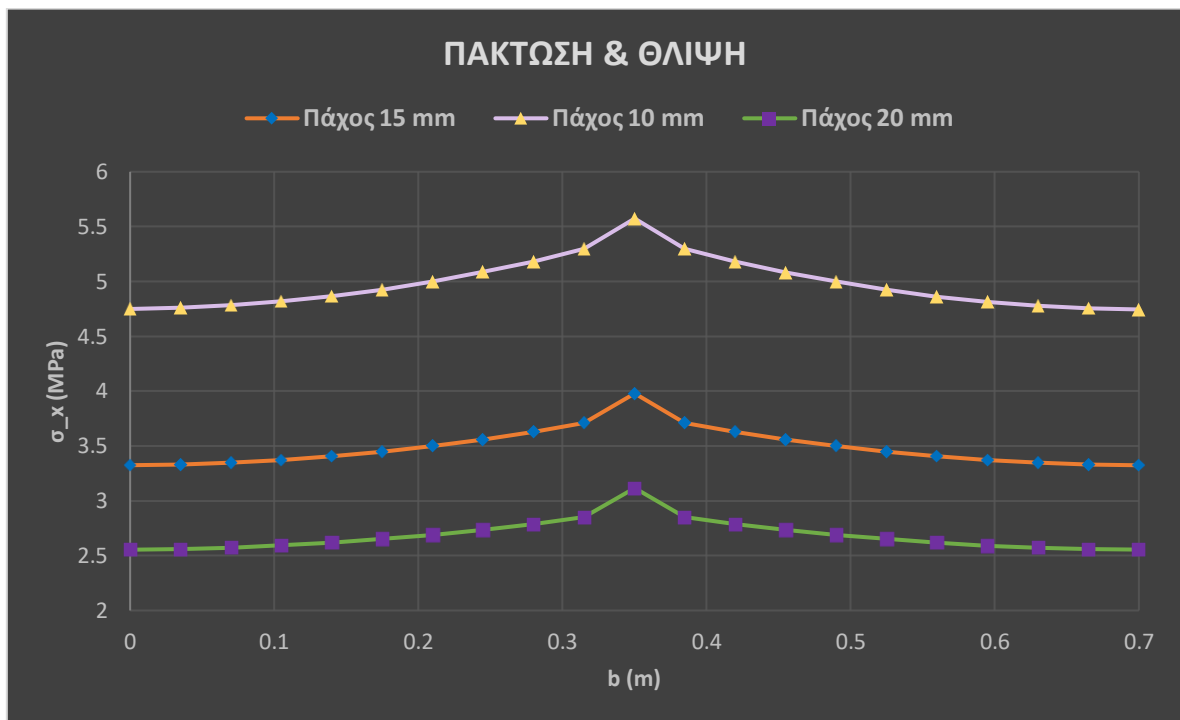
Γράφημα 9.3: Αλλαγή φορτίου του μοντέλου με πάκτωση



Γράφημα 9.4: Αλλαγή φορτίου του μοντέλου με απλή έδραση

Παρατηρούμε πως με την αλλαγή του φορτίου (θλιπτικό ή εφελκυστικό φορτίο) η κατανομή των τάσεων αλλάζει στο σημείο σύνδεσης του συνεργαζόμενου ελάσματος και του κεντρικού ενισχυτικού. Πιο συγκεκριμένα, με την εφαρμογή θλιπτικού φορτίου η τάση στο προαναφερόμενο σημείο σύνδεσης μεγιστοποιείται πιο απότομα και αποκτά μεγαλύτερη τιμή σε σύγκριση με το εφελκυστικό φορτίο. Το σχόλιο αυτό ισχύει τόσο για την πάκτωση όσο και για την απλή έδραση.

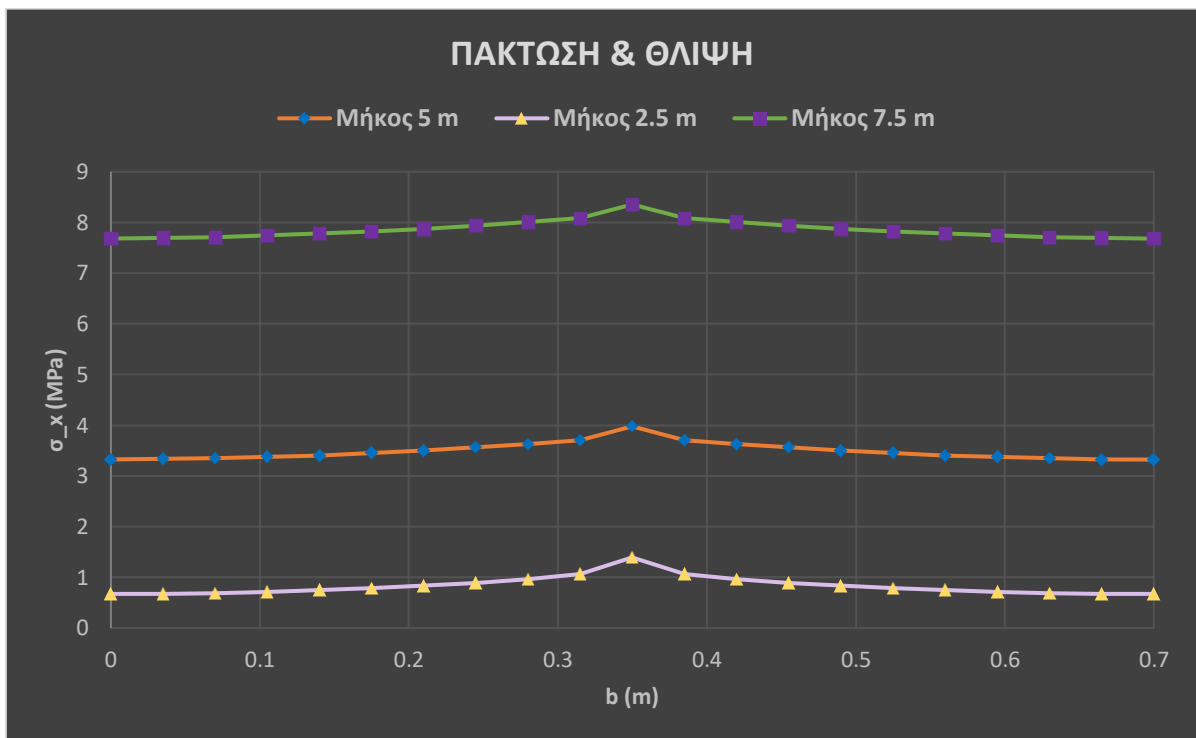
- Αλλαγή του πάχους ελάσματος



Γράφημα 9.5: Αλλαγή πάχους ελάσματος του μοντέλου

Παρατηρούμε πως με την μείωση του πάχους του συνεργαζόμενου ελάσματος οι τάσεις αυξάνονται. Η μορφή της κατανομής των τάσεων παραμένει ίδια. Να τονίσουμε πως σε όλες τις περιπτώσεις το εφαρμοζόμενο φορτίο είναι θλιπτικό και η κατασκευή είναι πακτωμένη κατά το εγκάρσιο.

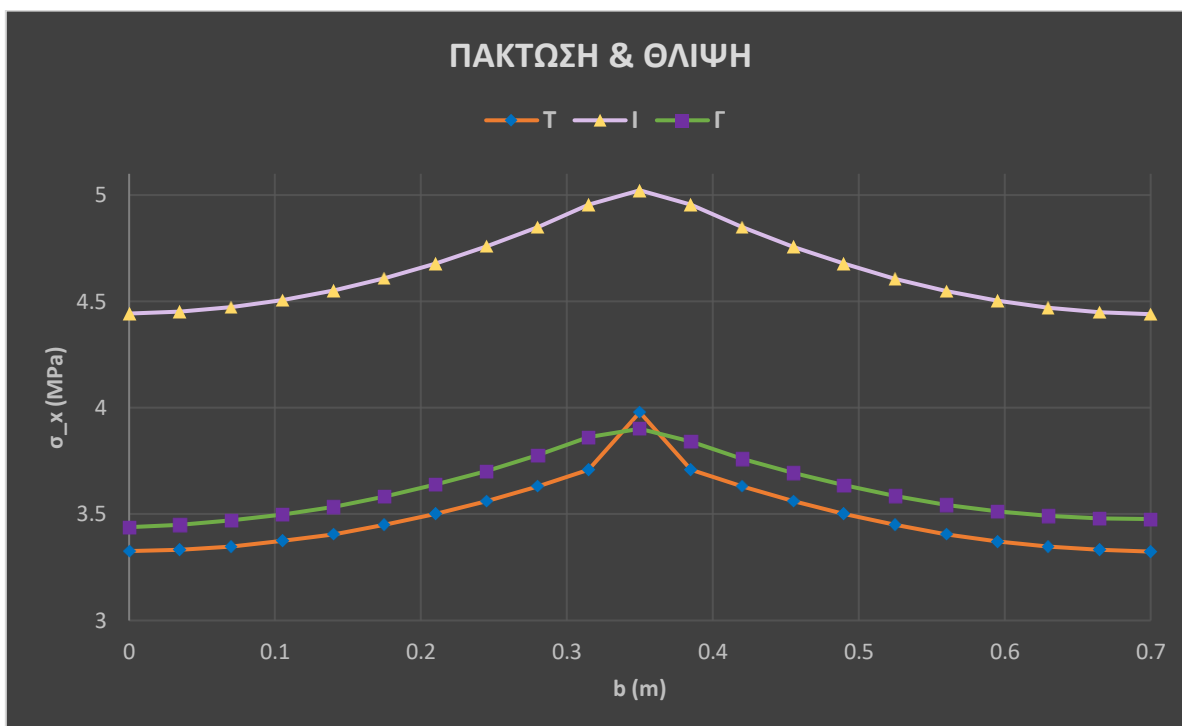
- Αλλαγή του μήκους



Γράφημα 9.6: Αλλαγή μήκους του μοντέλου

Παρατηρούμε πως με την αύξηση του μήκους του μοντέλου οι αναπτυσσόμενες ορθές τάσεις αυξάνονται. Η μορφή της κατανομής των τάσεων παραμένει ίδια. Να τονίσουμε πως σε όλες τις περιπτώσεις το εφαρμοζόμενο φορτίο είναι θλιπτικό και η κατασκευή είναι πακτωμένη κατά το εγκάρσιο.

- Αλλαγή του τύπου ενισχυτικών



Γράφημα 9.7: Αλλαγή τύπου ενισχυτικών του μοντέλου

Από το παραπάνω διάγραμμα φαίνεται πως τα ενισχυτικά τύπου 'I' αναπτύσσουν τις μεγαλύτερες ορθές τάσεις ενώ τα ενισχυτικά τύπου 'T' τις μικρότερες. Στην κατασκευή με 'Γ' ενισχυτικά αναπτύσσονται ορθές τάσεις που αριθμητικά βρίσκονται κοντά με τα 'T' διαμόρφωσης ενισχυτικά. Επίσης, η κατανομή των τάσεων σε 'I' και 'Γ' ενισχυτικά είναι πιο ομαλή, ενώ με τα 'T' ενισχυτικά παρουσιάζει πιο έντονη κορύφωση στο σημείο σύνδεσης ελάσματος και κεντρικού ενισχυτικού. Να τονίσουμε πως και εδώ σε όλες τις περιπτώσεις το εφαρμοζόμενο φορτίο είναι θλιπτικό και η κατασκευή είναι πακτωμένη κατά το εγκάρσιο.

Κεφάλαιο 10: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από όλες τις περιπτώσεις που μελετήθηκαν στα πλαίσια της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας, τα σημαντικότερα συμπεράσματα – σχόλια όσο αφορά τους τρόπους εύρεσης του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος που χρησιμοποιήθηκαν (Νηογνώμονες, διάγραμμα, πρόγραμμα) βρίσκονται παρακάτω:

- Οι τύποι των Νηογνώμων που μελετήσαμε για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους (*CSR – H, DNV GL, LR, ABS, HRS*) εξαρτώνται μόνο από τις γεωμετρικές διαστάσεις της κατασκευής (*l, b, s*) και όχι από το είδος του φορτίου ή τις στηρίξεις του υπό μελέτη μοντέλου. Αυτό πιθανόν να συμβαίνει για την ελαχιστοποίηση του χρόνου υπολογισμών. Στον αντίποδα, τα αποτελέσματα ίσως να μην είναι πάντοτε απόλυτα έγκυρα.
- Το διάγραμμα του *Schade* που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους δεν λαμβάνει υπόψιν την κατεύθυνση του φορτίου (παρά μόνο το είδος του), το πάχος του συνεργαζόμενου ελάσματος ή των ενισχυτικών όπως και την διαμόρφωση των ενισχύσεων (T, I, Γ ενισχυτικά).
- Το πρόγραμμα *Ansys* λαμβάνει υπόψιν οποιαδήποτε παράμετρο του προβλήματος στον υπολογισμό του ισοδύναμου πλάτους (μήκος μοντέλου, είδος στηρίξεων, κατεύθυνση φορτίου, διαμόρφωση ενισχυτικών, πάχος συνεργαζόμενου ελάσματος κ.λ.π). Αυτός είναι και ο λόγος που σε καμία περίπτωση μελέτης το αποτέλεσμα του προγράμματος δεν ταυτίζεται με κάποιο άλλο μοντέλο, σε αντίθεση με το διάγραμμα του *Schade* και τις φόρμουλες των Νηογνώμων, όπου η ταύτιση των αποτελεσμάτων είναι συχνή.
- Ο τύπος του *ABS* παράγει έγκυρα αποτελέσματα μόνο για λιγότερο μακρόστενες κατασκευές (μειωμένος λόγος l/b). Σε κάθε άλλη περίπτωση το αποτέλεσμά του έχει ιδιαίτερα μεγάλη απόκλιση. Αντίθετα, η φόρμουλα του *HRS* προσεγγίζει ικανοποιητικά το ισοδύναμο πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος, ειδικά για πιο μακρόστενα μοντέλα (αυξημένος λόγος l/b).
- Η αύξηση του μήκους του μοντέλου δεν μεταβάλλει ιδιαίτερα τα αποτελέσματα που παράγουν οι τύποι των Νηογνώμων, σε αντίθεση με την μείωση αυτού όπου οι φόρμουλες παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές με τα αποτελέσματα του αρχικού μήκους της κατασκευής.

Επίσης, όσο αφορά τον τρόπο μεταβολής του ισοδύναμου πλάτους μπορούμε συμπερασματικά να ισχυριστούμε τα κάτωθι:

- Η εφαρμογή εφελκυστικού φορτίου (πάντα αναφερόμενοι στο συνεργαζόμενο έλασμα) αυξάνει το ισοδύναμο πλάτος σε σύγκριση με την εφαρμογή θλιπτικού φορτίου.
- Με δεδομένο το θλιπτικό φορτίο, η απλή έδραση μειώνει το ισοδύναμο πλάτος σε σύγκριση με την πάκτωση.
- Με δεδομένο το εφελκυστικό φορτίο, η απλή έδραση αυξάνει το ισοδύναμο πλάτος σε σύγκριση με την πάκτωση.
- Η μείωση του πάχους συνεργαζόμενου ελάσματος οδηγεί σε αύξηση του ισοδύναμου πλάτους λόγω της αύξησης των αναπτυσσόμενων ορθών τάσεων. Αντίθετα, η αύξηση του πάχους οδηγεί σε ιδιαίτερα μεγάλη μείωση των αντίστοιχων τάσεων, και άρα σε μεγάλη μείωση του ισοδύναμου πλάτους.
- Η μείωση του μήκους της κατασκευής οδηγεί σε ιδιαίτερα μεγάλη μείωση του ισοδύναμου πλάτους λόγω των πολύ μικρών ορθών τάσεων, ενώ η αύξηση του μήκους του μοντέλου παράγει μεγαλύτερες τάσεις και άρα μεγαλύτερο ισοδύναμο πλάτος συνεργαζόμενου ελάσματος.
- Η ενίσχυση της κατασκευής με απλές λάμες ('I' ενισχυτικά) οδηγεί σε αύξηση των ορθών τάσεων σε σύγκριση με τα 'T' ενισχυτικά, επομένως παράγει μεγαλύτερο ισοδύναμο πλάτος.
- Η ενίσχυση της κατασκευής με 'Γ' ενισχυτικά παράγει μεγαλύτερο ισοδύναμο πλάτος σε σύγκριση με το μοντέλο που είναι ενισχυμένο με 'T' διαμόρφωσης ενισχυτικά.
- Η κατασκευή με 'I' ενισχυτικά παράγει σχεδόν ίδιο ισοδύναμο πλάτος με αυτή που έχει 'Γ' ενισχυτικά.

Να τονίσουμε πως τα παραπάνω συμπεράσματα που αναφέρονται στον τρόπο μεταβολής του ισοδύναμου πλάτους βασίζονται κυρίως στα αποτελέσματα του προγράμματος *Ansys*, διότι το διάγραμμα του *Schade* όπως και οι φόρμουλες των Νηογνωμόνων δεν λαμβάνουν υπόψιν κάθε παράμετρο για τον υπολογισμό του (b_{eff}), όπως ήδη έχουμε αναφέρει, και επομένως τα αποτελέσματά τους δεν είναι ακριβή σε κάθε περίπτωση.

Κεφάλαιο 11: ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Στα πλαίσια μίας άλλης διπλωματικής εργασίας που θα ασχολείται με το ίδιο αντικείμενο ή ακόμα σε μία εργασία μεταπτυχιακού επιπέδου θα μπορούσε να γίνει μία πιο ενδελεχής και εκτενής έρευνα γύρω από την μεταβολή του ισοδύναμου πλάτους συνεργαζόμενου ελάσματος. Πιο συγκεκριμένα, αυτή η επιπλέον έρευνα θα μπορούσε να περιλαμβάνει:

- ✓ Την δημιουργία των κατασκευών με τρισδιάστατα στοιχεία (*3D Elements*) αντί των διδιάστατων στοιχείων (*Shell Elements*). Αυτό, βέβαια, θα απαιτούσε πολύ μεγαλύτερη υπολογιστική ισχύ και πιθανόν η εκπαιδευτική άδεια του *Ansys* να μην επιτρέπει την λύση ενός τέτοιου προβλήματος.
- ✓ Την σύγκριση των αποτελεσμάτων της μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων με διαφορετικά προγράμματα. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε μαζί με το *Ansys* και το πρόγραμμα *Solidworks*. Αυτό θα βοηθούσε να γίνει αντιληπτό πως ενώ τα προγράμματα βασίζονται στην ίδια μεθοδολογία είναι πιθανό να παράγουν (λίγο) διαφορετικά αποτελέσματα.
- ✓ Την μελέτη περισσότερων περιπτώσεων μοντέλων ώστε τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα να είναι ακόμη πιο αντικειμενικά. Συγκεκριμένα, θα μπορούσε να γίνει η αλλαγή του μήκους του μοντέλου για περισσότερες τιμές, το πάχος του ελάσματος αντίστοιχα, όπως και να δοκιμαστούν και άλλες οριακές συνθήκες (εφαρμοζόμενα φορτία και στηρίξεις κατασκευής). Επίσης, θα ήταν ενδιαφέρον να μεταβληθεί το πάχος του κορμού ή της φλάντζας των ενισχυτικών για να παρατηρήσουμε πώς αυτή η αλλαγή μεταβάλλει το ισοδύναμο πλάτος. Τέλος, παρά την δυσκολότερη μοντελοποίησή τους, σίγουρα αξίζει η δημιουργία μίας κατασκευής με βολβολάμες για ενισχυτικά.
- ✓ Την δημιουργία περισσότερων σημείων «ενδιαφέροντος» ώστε να έχουμε μία πιο ακριβή κατανομή ορθών τάσεων και άρα ένα πιο έγκυρο αποτέλεσμα για το ισοδύναμο πλάτος.
- ✓ Την μελέτη περισσότερων τύπων από Νηογνώμονες.
- ✓ Την αναλυτική επίλυση του προβλήματος.

Κεφάλαιο 12: ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Έντυπη

1. D. Boote – D. Mascia, *On the Effective Breadth of Stiffened Platings*, *Ocean Engineering*, Vol. 18, No. 6, pp. 567-592 (1991)
DOI: [https://doi.org/10.1016/0029-8018\(91\)90010-N](https://doi.org/10.1016/0029-8018(91)90010-N)
2. Hughes O.F., *Ship structural design*, John Wiley & Sons (1983)
3. I. G. Tigkas – A. Theodoulides, *On the Effective Breadth of Plating*, *Research & Rule Development Department, Hellenic Register of Shipping, Piraeus, Greece* (2012)
4. Krauthammer T. – Ventsel E., *Thin Plates and Shells: Theory: Analysis and Applications*, CRC Press (2001)
DOI: <https://doi.org/10.1201/9780203908723>
5. Mohamed Shama, *Buckling of Ship Structures* (2013)
DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-17961-7>
6. Schade H.A., *The effective Breadth of Stiffened Plating Under Bending Loads*, *Trans. of SNAME*, Vol. 59 (1951)
7. Timoshenko S., *Strength of Materials – Part II – Advanced Theory and Problems (Second Edition)*, D. Van Nostrand Inc. (1947)
[https://k102.khai.edu/files/mechanics-of-materials/Timoshenko%20S.P.%20-%20Strength%20of%20Materials.%20Parts%20II%20-%20Advanced%20Theory%20and%20Problems%20\(1947\).pdf](https://k102.khai.edu/files/mechanics-of-materials/Timoshenko%20S.P.%20-%20Strength%20of%20Materials.%20Parts%20II%20-%20Advanced%20Theory%20and%20Problems%20(1947).pdf)
8. Timoshenko S. – Woinowsky Krieger S., *Theory of Plates and Shells*, Mc Graw Hill Book Company (1959)
https://www.cap-recifal.com/ccs_files/articles/cuveaqual_denisio/Timoshenko_-_Theory_of_plates_and_shells.pdf

9. X. Wang – F.G Rammerstorfer, *Determination of effective breadth and effective width of stiffened plates by finite strip analyses*, *Thin-Walled Structures*, Vol. 26, No. 4, pp. 261-286 (1996)
DOI: [https://doi.org/10.1016/0263-8231\(96\)00028-6](https://doi.org/10.1016/0263-8231(96)00028-6)
10. Young W.C. – Budynas R.G., *Roark's Formulas for Stress and Strain (Seventh Edition)*, McGraw Hill (1989)
<https://jackson.engr.tamu.edu/wp-content/uploads/sites/229/2023/03/Roarks-formulas-for-stress-and-strain.pdf>
11. Γεώργιος Ι. Τσαμοσφύρος – Ευστάθιος Ε. Θεοτόκογλου, *Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων Ι* (2005)
12. Δρ. Πασχάλης Κ. Γκότσης, *Πεπερασμένα Στοιχεία* (2013)
<https://ziti.gr/wp-content/uploads/2020/01/gkotsis-pasxalis-peperasmena-stoixeia.pdf>
13. Σ. Κ. Κουρκούλης, *Θεωρίες αστοχίας υλικών υπό σύνθετη καταπόνηση*, 18 – Κεφάλαιο Δ, Σελ. 154 – 162
https://www.sapkasgeorge.gr/books/Emviomixaniki_Emfitevmaton_SS/4-D-KEFALAIO/18D.pdf

Διαδικτυακή

14. Alwardoss Velayutham Raviprakash – Prabu Bala – Alagumurthi Natarajan, *Effect of location and orientation of two short dents on ultimate compressive strength of a thin square steel plate* (2012), Ημερομηνία ανάκτησης: 23/4/2024
https://www.researchgate.net/publication/236176984_Effect_of_location_and_orientation_of_two_short_dents_on_ultimate_compressive_strength_of_a_thin_square_steel_plate
15. *American Bureau of Shipping (ABS), Rules and Guides (2024), Part 3, Chapter 1, Section 2, 7.1*, Ημερομηνία ανάκτησης: 23/4/2024
https://ww2.eagle.org/content/dam/eagle/rules-and-guides/current/conventional_ocean_service/4-rules-for-building-and-classing-steel-vessels-for-service-on-rivers-and-intracoastal-waterways-2024/4-river-rules-jan24.pdf

16. *Andreas Velling, Stress – Strain Curve* (2020), Ημερομηνία ανάκτησης: 21/4/2024
<https://fractory.com/stress-strain-curve/>
17. *Ansys Workbench*, Ημερομηνία ανάκτησης: 30/4/2024
<https://www.ansys.com/products/ansys-workbench>
18. *Bulent Erkmen – Burak Talha Kilic, Determination of Effective Breadth Width of Steel Plate-Stiffener Based on Nonlinear FE Analysis* (2019), Ημερομηνία ανάκτησης: 22/4/2024
<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/cepa.1141>
19. *Det Norske Veritas & Germanischer Lloyd (DNV GL), Rules and Standards* (2023), *Part 3, Chapter 3, Section 7, 1.3*, Ημερομηνία ανάκτησης: 25/4/2024
<https://standards.dnv.com/explorer/document/7AD7E71890A742BCA891FD567076D75C/24>
20. *E. L. Platypodis, K. N. Anyfantis, On the Modeling of Ship Stiffened Panels Subjected to Uniform Pressure Loads* (2022), Ημερομηνία ανάκτησης: 18/4/2024
DOI: <https://doi.org/10.3390/applmech3010010>
21. *Harmonized Common Structural Rules (CSR – H)* (2024), *Part 1, Chapter 3, Section 7, 1.3*, Ημερομηνία ανάκτησης: 20/4/2024
<https://iacs.s3.af-south-1.amazonaws.com/wp-content/uploads/2024/03/18145737/CSR-H-01-JAN-2024.pdf>
22. *Indiana University, Chapter 10 – Introduction to Optimization Design*, Ημερομηνία ανάκτησης: 23/4/2024
<https://pdesign.sitehost.iu.edu/me360/ch10.pdf>
23. *International Association of Classification Societies (IACS)*, Ημερομηνία ανάκτησης: 20/4/2024
<https://iacs.org.uk/>

24. *Lloyd's Register (LR), Rules, Regulations and Standards for Ships (2023), Part 3, Chapter 3, Section 3, 3.2*, Ημερομηνία ανάκτησης: 24/4/2024
<https://r4s.oneocean.com/regulation/page/264641>
25. *Paint 3D, Microsoft*, Ημερομηνία ανάκτησης: 22/5/2024
<https://apps.microsoft.com/detail/9nblggh5fv99?rtc=1&hl=el-gr&gl=GR>
26. *Rhinoceros 6*, Ημερομηνία ανάκτησης: 28/4/2024
<https://www.rhino3d.com/>
27. *Soumya Chakraborty, 9 New Aspects of IACS Harmonized Common Structural Rules (CSR) For Ships (2019)*, Ημερομηνία ανάκτησης: 23/4/2024
<https://www.marineinsight.com/naval-architecture/9-new-aspects-of-iacs-harmonised-common-structural-rules-csr-for-ships/>
28. *Symbolab*, Ημερομηνία ανάκτησης: 16/5/2024
<https://www.symbolab.com/>
29. *Value of the Effective Length*, Ημερομηνία ανάκτησης: 22/5/2024
<https://testbook.com/question-answer/effective-length-of-a-column-is-the-length-between-5e8870baf60d5d02db164ad0>
30. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης – Δημήτριος Δραγατογιάννης, Εφαρμογή της Μεθόδου των Πεπερασμένων Στοιχείων στη Ναυπηγική και τη Θαλάσσια Τεχνολογία, Ημερομηνία ανάκτησης: 18/4/2024
<https://eclass.uniwa.gr/courses/NA194/>
31. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, Διαμήκης Αντοχή Πλοίου, Ημερομηνία ανάκτησης: 18/4/2024
<https://eclass.uniwa.gr/courses/NA187/>
32. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, Κανονισμοί Νηογνωμόνων, Ημερομηνία ανάκτησης: 18/4/2024
<https://eclass.uniwa.gr/courses/NA204/>

33. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, Στατική Ανάλυση Ναυπηγικών Κατασκευών, Ημερομηνία ανάκτησης: 18/4/2024

<https://eclass.uniwa.gr/courses/NA205/>

34. Κωνσταντίνος Ν. Ανυφαντής, Στατική Ναυπηγικών Κατασκευών (Πανεπιστημιακές Σημειώσεις), Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο (Ε.Μ.Π), Αθήνα (2020), Ημερομηνία ανάκτησης: 20/4/2024

<https://docplayer.gr/220037847-Statiki-naypigikon-kataskeyon.html>

Παράρτημα 1: ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ

Σε αυτό το παράρτημα ακολουθούν οι πίνακες με τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν ώστε να δημιουργηθούν οι καμπύλες για το ισοδύναμο πλάτος σε κάθε τύπο των Νηογνομόνων που μελετήσαμε.

CSR-H & DNV GL

1st Case		2nd Case	
$x = l$ [m]	$b_{eff} = 0.2 * l$	$x = s$ [m]	$b_{eff} = s$
2	0.4	0.5	0.5
2.4	0.48	0.55	0.55
2.8	0.56	0.6	0.6
3.2	0.64	0.65	0.65
3.6	0.72	0.7	0.7
4	0.8	0.75	0.75
4.4	0.88	0.8	0.8
4.8	0.96	0.85	0.85
5.2	1.04	0.9	0.9
5.6	1.12	0.95	0.95
6	1.2	1	1

Πίνακας ΠΙ.1: Τιμές για CSR – H και DNV GL (2 περιπτώσεις)

ABS

1st Case		2nd Case	
$x = l$ [m]	$b_{eff} = 0.33 * l$	$x = b$ [m]	$b_{eff} = 0.5 * b$
2	0.66	0.5	0.25
2.4	0.792	0.55	0.275
2.8	0.924	0.6	0.3
3.2	1.056	0.65	0.325
3.6	1.188	0.7	0.35
4	1.32	0.75	0.375
4.4	1.452	0.8	0.4
4.8	1.584	0.85	0.425
5.2	1.716	0.9	0.45
5.6	1.848	0.95	0.475
6	1.98	1	0.5

Πίνακας ΠΙ.2: Τιμές για ABS (2 περιπτώσεις)

LR

$f = 0.3 \cdot (l/b)^{2/3}$	
$x = l/b$	$y = f$
0.5	0.19
1	0.3
1.5	0.39
2	0.48
2.5	0.55
3	0.62
3.5	0.69
4	0.76
4.5	0.82
5	0.88
5.5	0.94
6	1
6.5	1
7	1

Πίνακας III.3: Τιμές για LR

HRS

$b_{eff}/b = 1 - e^{-0.4l/b}$	
$x = l/b$	$y = b_{eff}/b$
0.5	0.18
1	0.33
1.5	0.45
2	0.55
2.5	0.63
3	0.70
3.5	0.75
4	0.80
4.5	0.83
5	0.86
5.5	0.89
6	0.91
6.5	0.93
7	0.94

Πίνακας III.4: Τιμές για HRS (On the effective breadth of plating)

Παράρτημα 2: ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΑ ΤΥΠΟΥ ‘Τ’

Στο συγκεκριμένο παράρτημα γίνεται αναλυτική επεξήγηση της διαδικασίας που ακολουθήσαμε για την δημιουργία του μοντέλου με πέντε (5) διαμήκη ενισχυτικά τύπου ‘Τ’.

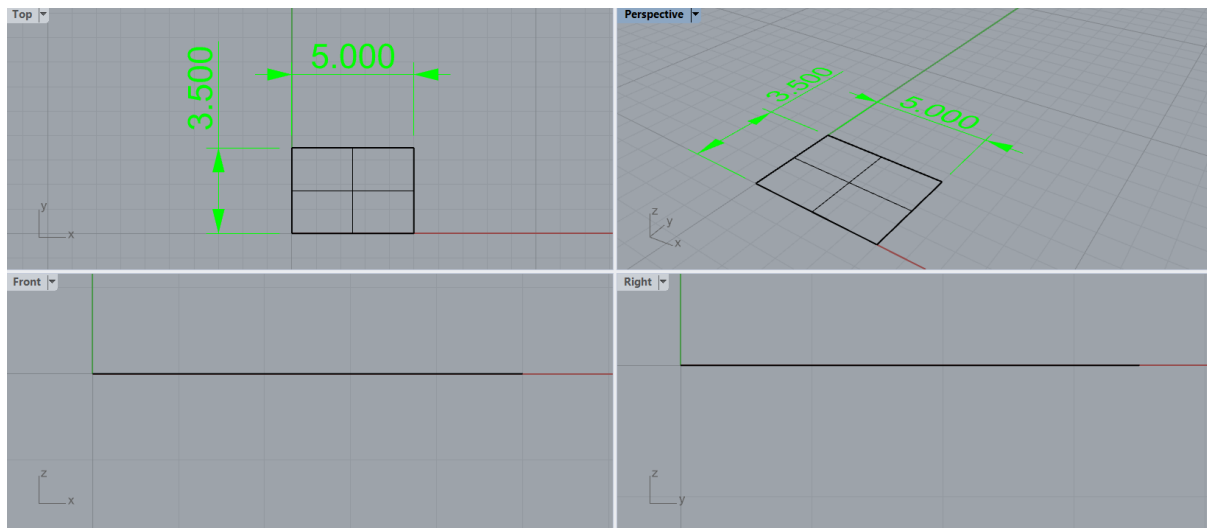
Υπενθυμίζεται ότι οι διαστάσεις του μοντέλου είναι:

- Συνεργαζόμενο Έλασμα: 5000 mm (l) x 3500 mm x 15 mm
- Ισαπόσταση Ενισχυτικών (b ή s): 700 mm ($5 \times 700\text{ mm} = 3500\text{ mm}$)
- Φλάντζα ενισχυτικού: 150 mm x 20 mm
- Κορμός ενισχυτικού: 300 mm x 12 mm

Αρχικά, η γεωμετρία του μοντέλου δημιουργήθηκε με την βοήθεια του προγράμματος *Rhinoceros 6*. Σε αυτό το σημείο να τονίσουμε πως δεν θα μας απασχολήσουν τα πάχη του ελάσματος και των ενισχυτικών (θα εισαχθούν αργότερα στο πρόγραμμα *Ansys*).

Η γεωμετρία του απλού ορθογωνικού ελάσματος δημιουργήθηκε μέσω της εντολής *Rectangular plane: Corner to corner*. Έτσι δημιουργούμε την κατάλληλη επιφάνεια του ελάσματος με τις επιθυμητές διαστάσεις (5 m x 3.5 m).

Το αποτέλεσμα της γεωμετρίας του ελάσματος φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

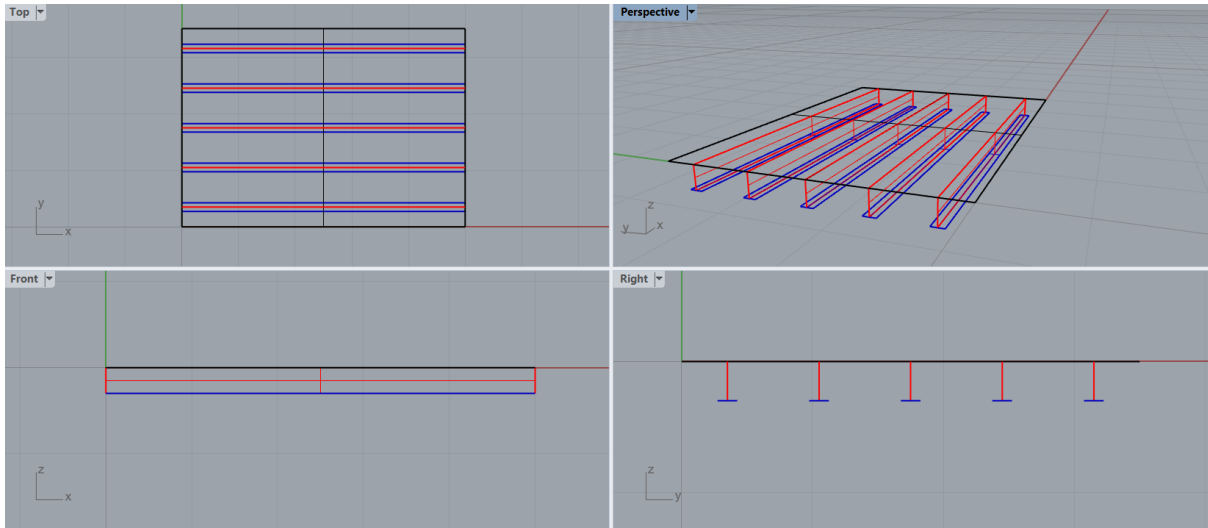


Εικόνα Π2.1: Γεωμετρία απλού ορθογωνικού ελάσματος (Πηγή: *Rhino 6*)

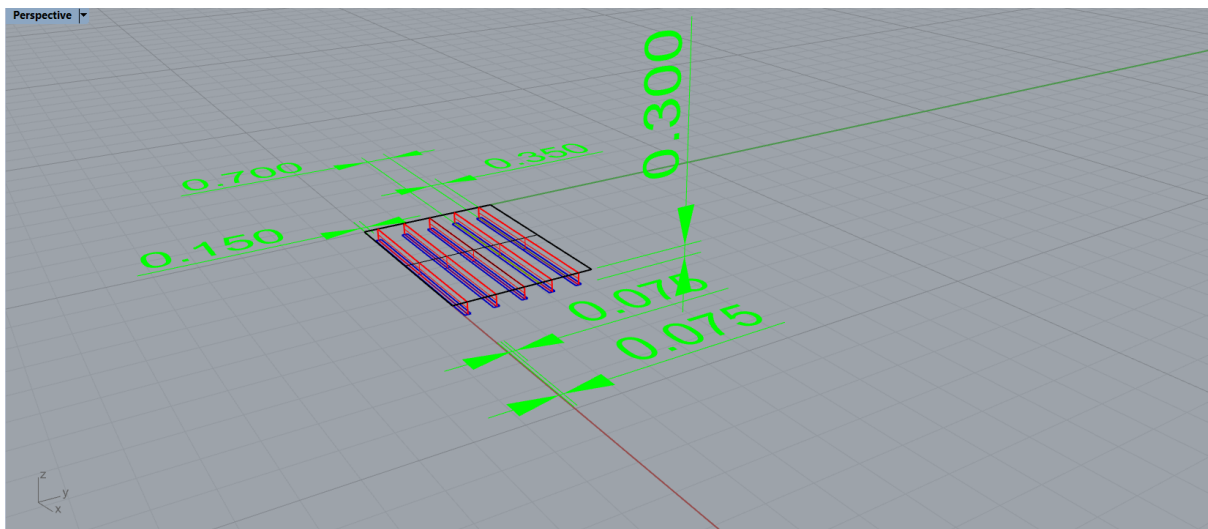
Στην συνέχεια πρέπει να ενισχύσουμε το συγκεκριμένο έλασμα με πέντε (5) διαμήκη ενισχυτικά τύπου ‘Τ’. Πρώτα δημιουργούμε τον κορμό του ενισχυτικού και στην συνέχεια την φλάντζα του. Η δημιουργία τόσο του κορμού όσο και της φλάντζας έγινε μέσω της εντολής *Rectangular plane: 3 points*.

Αφού δημιουργήσουμε το 1^ο ενισχυτικό τύπου 'T' χρησιμοποιούμε την εντολή *Array* ώστε να δημιουργηθούν ακόμα τέσσερα (4) (συνολικά πέντε (5)) διαμήκη ενισχυτικά με την μεταξύ τους ισαπόσταση να είναι ίση με 700 mm .

Παρακάτω φαίνεται η τελική διαμόρφωση της υπό μελέτη κατασκευής με κάποιες βασικές διαστάσεις αυτής:



Εικόνα Π2.2: Γεωμετρία ενισχυμένου ελάσματος με πέντε (5) διαμήκη ενισχυτικά τύπου 'T' (Πηγή: Rhino 6)



Εικόνα Π2.3: Βασικές διαστάσεις κατασκευής (Πηγή: Rhino 6)

Να τονίσουμε πως οι αναγραφόμενες διαστάσεις είναι σε μέτρα (m).

Στην συνέχεια, θα χρησιμοποιήσουμε το πρόγραμμα *Ansys Workbench* και συγκεκριμένα το *Static Structural*.

Εφόσον αναφερόμαστε σε ναυπηγική κατασκευή θα χρησιμοποιήσουμε ως υλικό τον κοινό ναυπηγικό χάλυβα. Το νέο υλικό θα το ορίσουμε μέσω του *Engineering Data* και θα το ονομάσουμε *Structural Steel 2*. Αφού επιλέξουμε το *Isotropic Elasticity* από το μενού *Linear Elastic* θα ορίσουμε τις εξής ιδιότητες στο νέο υλικό (κοινός ναυπηγικός χάλυβας):

- Μέτρο ελαστικότητας (*Young's Modulus*): $E = 207 \text{ GPa}$ (Π2.1)

- Λόγος Poisson (*Poisson's Ratio*): $\nu = 0.3$ (Π2.2)

Παρακάτω φαίνονται τα βασικά χαρακτηριστικά του νέου υλικού:

Properties of Outline Row 4: Structural Steel 2			
	A	B	C
1	Property	Value	Unit
2	Material Field Variables	Table	
3	Isotropic Elasticity		
4	Derive from	Young's ...	
5	Young's Modulus	2.07E+11	Pa
6	Poisson's Ratio	0.3	
7	Bulk Modulus	1.725E+11	Pa
8	Shear Modulus	7.9615E+10	Pa

Εικόνα Π2.4: Ιδιότητες *Structural Steel 2* (κοινός ναυπηγικός χάλυβας) (Πηγή: *Ansys Workbench*)

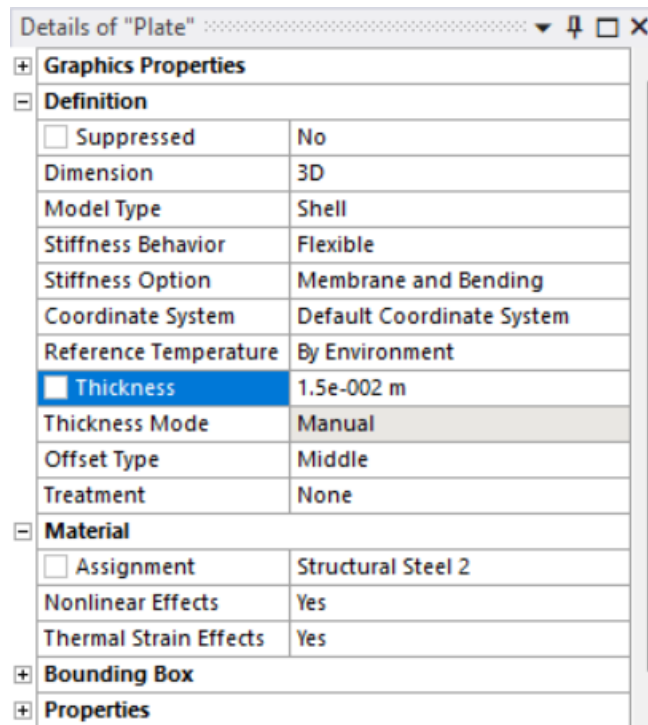
Επίσης, το όριο διαρροής (*Tensile Yield Strength*) του συγκεκριμένου υλικού είναι:

$$\sigma_y = 235 \text{ MPa} \quad (\text{Π2.3})$$

Μέσω του *Replace Geometry* θα εισάγουμε την γεωμετρία που δημιουργήσαμε στο πρόγραμμα *Rhinoceros 6*. Είναι σημαντικό το πρόγραμμα *Ansys* να μοντελοποιήσει την κατασκευή με επιφάνειες. Αυτό θα γίνει εφόσον και στο πρόγραμμα *Rhinoceros 6* χρησιμοποιήσαμε επιφάνειες (*Rectangular plane*) για την δημιουργία όλων των «κομματιών» της κατασκευής.

Ανοίγουμε το *Model* και εμφανίζεται η κατασκευή που δημιουργήσαμε. Το πρώτο βήμα που θα πρέπει να κάνουμε είναι να ορίσουμε το πάχος (*thickness*) της φλάντζας (20 mm), το πάχος του κορμού (12 mm) και το πάχος του ελάσματος (15 mm). Το δεύτερο βήμα είναι να ορίσουμε το υλικό κατασκευής σε *Structural Steel 2* για όλα τα μέρη του μοντέλου (έλασμα, κορμοί, φλάντζες).

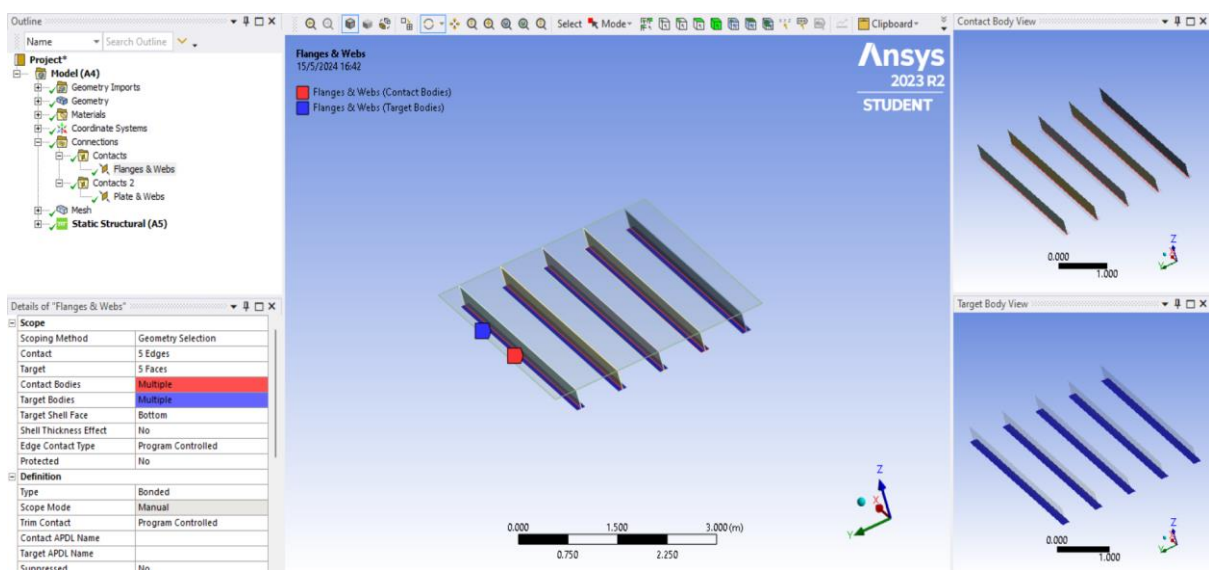
Παρακάτω φαίνεται ενδεικτικά ο ορισμός του πάχους και του υλικού για το έλασμα (*plate*) της κατασκευής:



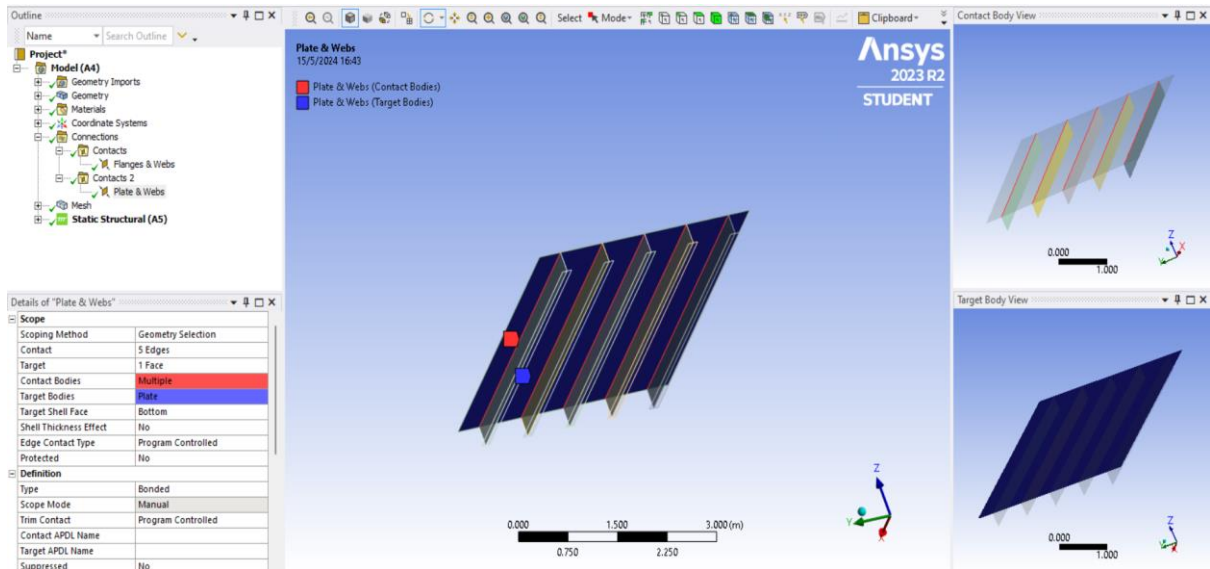
Εικόνα Π2.5: Πάχος και υλικό ελάσματος (Πηγή: Ansys Workbench)

Επειδή οι κορμοί των ενισχυτικών με το έλασμα δεν είναι συνδεδεμένα μεταξύ τους όπως και οι κορμοί με τις φλάντζες των ενισχυτικών (από το πρόγραμμα *Rhino*) θα πρέπει να δημιουργήσουμε την κατάλληλη σύνδεση (*bonded*). Αυτό θα γίνει μέσω του *Connections* → *Insert* → *Manual Contact Region*. Έτσι, θα συνδέσουμε τις κάτω άκρες (*edges*) των κορμών με την κάτω (*bottom*) επιφάνεια (*face*) των φλαντζών αλλά και τις πάνω άκρες των κορμών με την κάτω (*bottom*) επιφάνεια του ελάσματος.

Παρακάτω φαίνονται οι κατάλληλες συνδέσεις της κατασκευής:



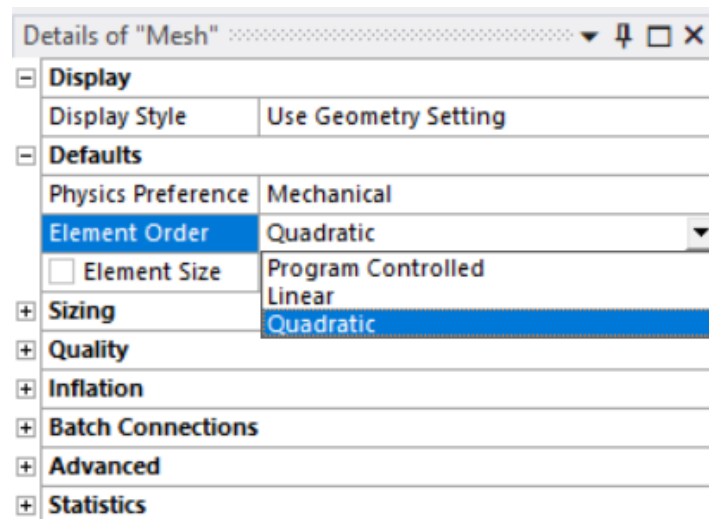
Εικόνα Π2.6: Σύνδεση φλαντζών και κορμών (Πηγή: Ansys Workbench)



Εικόνα Π2.7: Σύνδεση ελάσματος και κορμών (Πηγή: Ansys Workbench)

Εν συνεχεία θα πρέπει να δημιουργήσουμε το πλέγμα (*mesh*) του μοντέλου. Επειδή η κατασκευή έχει αρκετές γωνίες θα επιλέξουμε ένα μεγαλύτερης πολυπλοκότητας πλέγμα για πιο ακριβή και έγκυρα αποτελέσματα.

Αυτό θα γίνει, αρχικά, επιλέγοντας μεγαλύτερη τάξη συνάρτησης σχήματος και συγκεκριμένα την κυβική (*Quadratic*). Η αλλαγή αυτή θα γίνει μέσω των ρυθμίσεων του *Mesh* επιλέγοντας στο *Element Order* την επιθυμητή τάξη συνάρτησης.

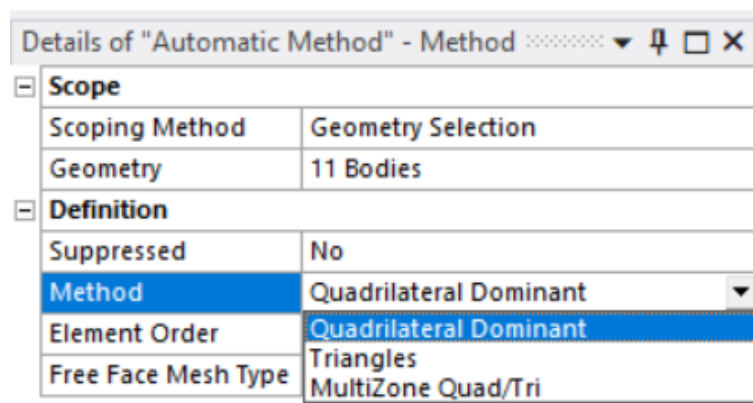


Εικόνα Π2.8: Κυβική τάξη συνάρτησης σχήματος (Πηγή: Ansys Workbench)

Η διαφορά της γραμμικής (*Linear*) συνάρτησης σχήματος από την κυβική είναι ότι στην κυβική συνάρτηση στο στοιχείο προσθέτουμε επιπλέον κόμβο (*node*) στην μέση του στοιχείου (αυξημένη ακρίβεια), σε σχέση με την γραμμική όπου το *element* έχει κόμβους μόνο στα άκρα του.

Να τονίσουμε σε αυτό το σημείο πως για να γνωρίζουμε αν τα αποτελέσματα της αριθμητικής επίλυσης είναι πραγματικά έγκυρα θα πρέπει να βρούμε την αναλυτική λύση του προβλήματος, κάτι που στα πλαίσια της δεδομένης εργασίας δεν συμβαίνει.

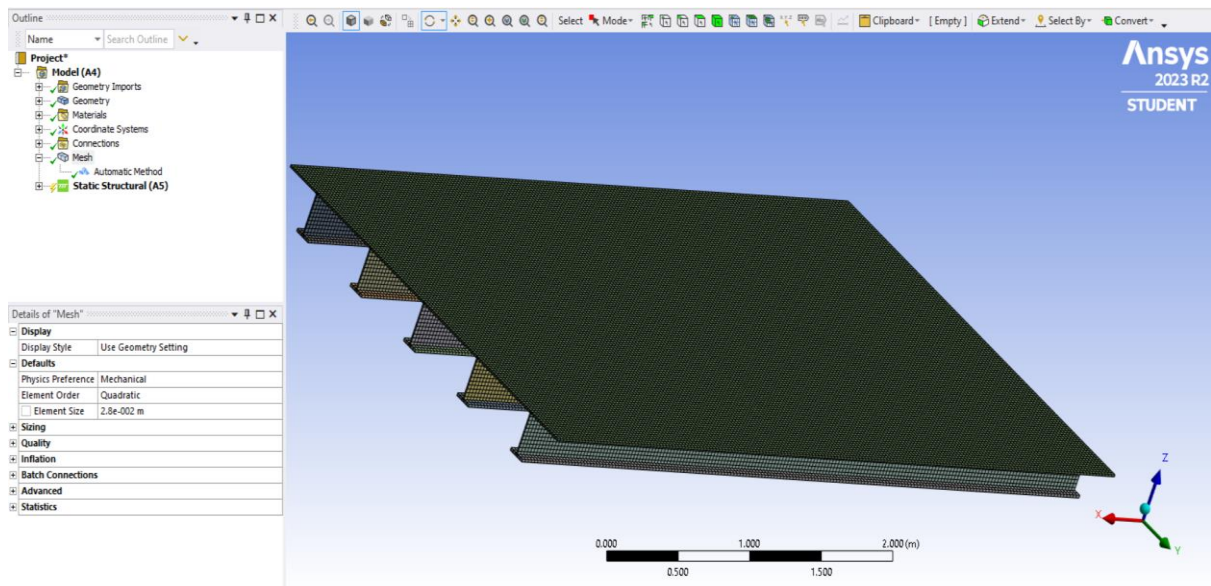
Η αύξηση της πολυπλοκότητας του πλέγματος θα επιτευχθεί και με την αλλαγή του είδους των στοιχείων. Στην συγκεκριμένη περίπτωση θα επιλέξουμε τα τετραεδρικά στοιχεία (*Quadrilateral Dominant*). Η αλλαγή αυτή θα γίνει μέσω των ρυθμίσεων του *Mesh* και συγκεκριμένα μέσω του *Insert* → *Method*, όπου από εκεί (αφού επιλέξουμε ως γεωμετρία όλη την κατασκευή) επιλέγουμε από το *Method* το επιθυμητό είδος στοιχείου.



Εικόνα Π2.9: Τετραεδρικό στοιχείο (Πηγή: Ansys Workbench)

Επίσης, θα μειώσουμε όσο το δυνατόν περισσότερο γίνεται το μέγεθος των στοιχείων (*Element Size*) ώστε να έχουμε το πυκνότερο πλέγμα που γίνεται για πιο ακριβή αποτελέσματα. Η αλλαγή αυτή θα γίνει μέσω των ρυθμίσεων του *Mesh*. Το ελάχιστο μέγεθος στοιχείου που μπορούσε να δεχτεί η εκπαιδευτική άδεια του *Ansys* για το συγκεκριμένο μοντέλο ήταν *0.028 m*. Αν το μέγεθος αλλάξει θα αναφερθεί στην εκάστοτε περίπτωση μελέτης.

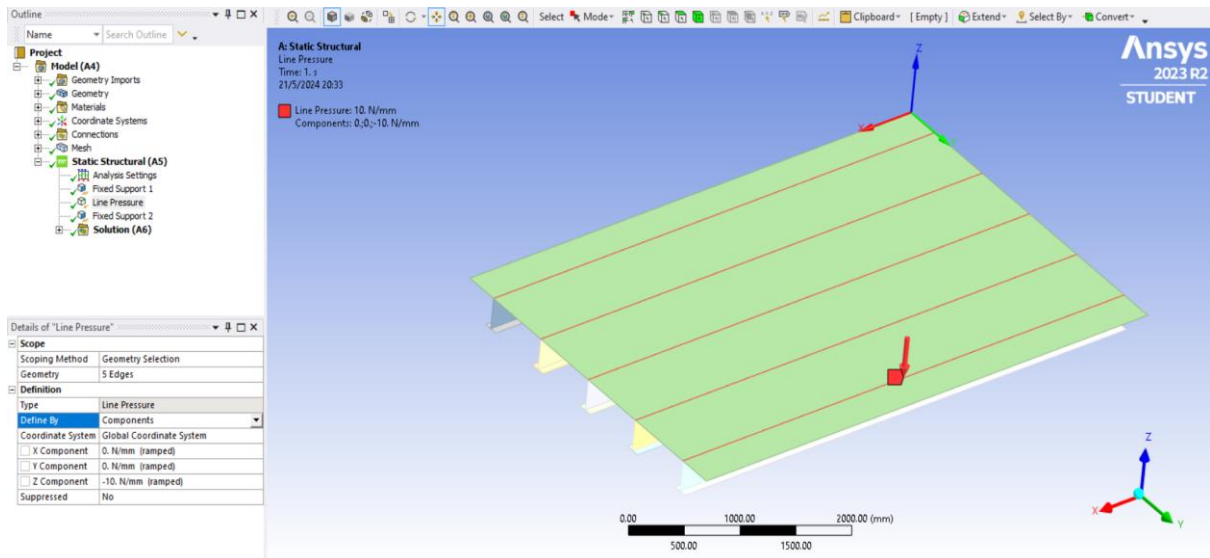
Αφού κάναμε τις κατάλληλες ρυθμίσεις πλέον είμαστε σε θέση να δημιουργήσουμε το πλέγμα της κατασκευής, το οποίο φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα Π2.10: Πλέγμα μοντέλου (Πηγή: Ansys Workbench)

Πλέον, μπορούμε να εφαρμόσουμε τις οριακές συνθήκες της κατασκευής. Να τονίσουμε σε αυτό το σημείο ότι οι οριακές συνθήκες θα μεταβληθούν στις διάφορες περιπτώσεις που θα μελετήσουμε. Κάθε αλλαγή θα αναφέρεται στην εκάστοτε περίπτωση. Παρακάτω παρουσιάζονται οι οριακές συνθήκες της 1^{ης} υπό μελέτη περίπτωσης (αρχικό μοντέλο).

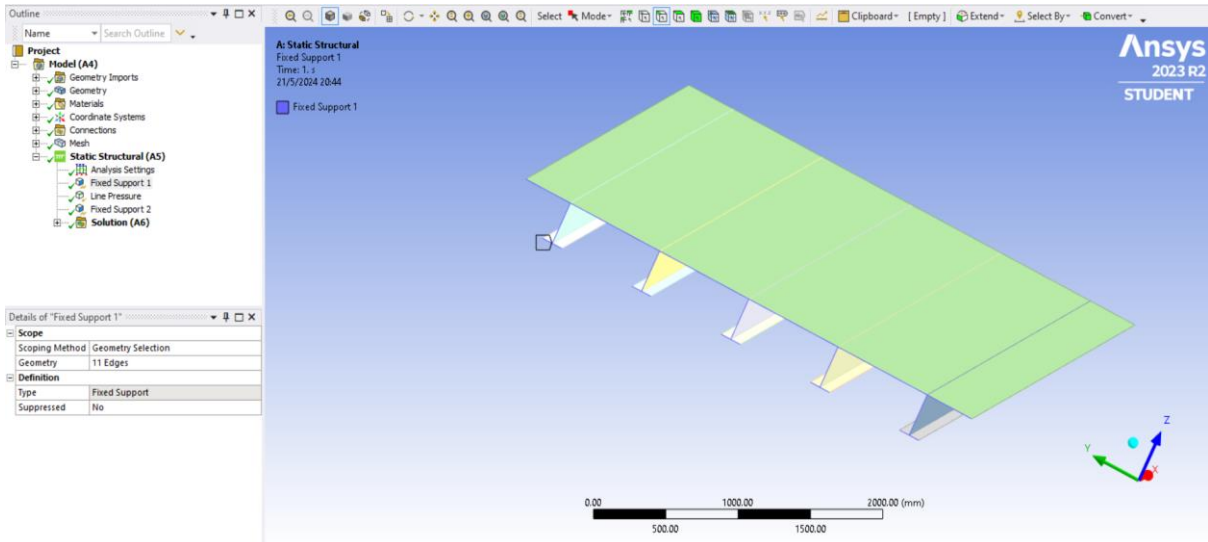
Εφαρμόζουμε ένα ομοιόμορφα κατανεμημένο κατακόρυφο φορτίο (*Line Pressure*) στα σημεία σύνδεσης του ελάσματος με τους κορμούς των ενισχυτικών. Η τιμή του συγκεκριμένου φορτίου ανέρχεται στα -10 N/mm (θλιπτικό φορτίο) και ασκείται μόνο κατά τον z ' z άξονα. Η ρύθμιση για την άσκηση του φορτίου σε συγκεκριμένους άξονες γίνεται μέσω του *Define By* → *Components*.



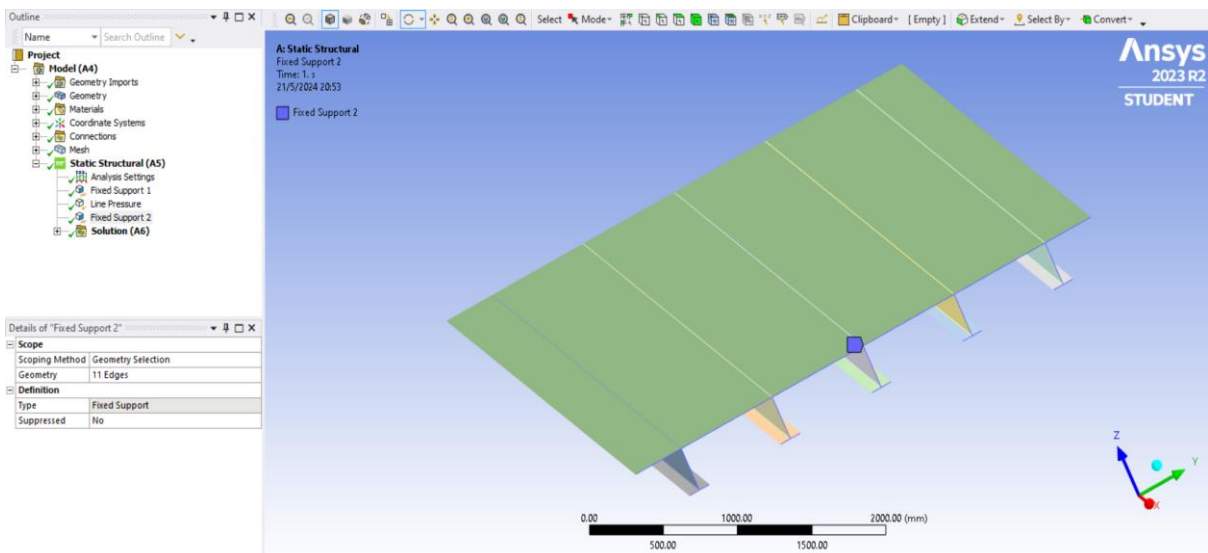
Εικόνα Π2.11: Εφαρμογή του ομοιόμορφα κατανομημένου κατακόρυφου φορτίου (*Line Pressure*) στα σημεία σύνδεσης ελάσματος και κορμών (Πηγή: *Ansys Workbench*)

Ο λόγος που εφαρμόζουμε *Line Pressure* στα συγκεκριμένα σημεία σύνδεσης και όχι *Pressure* (πίεση) σε όλη την επιφάνεια του ελάσματος είναι για να αποφευχθούν οι αυλακώσεις που αναμένεται να κάνει το συνεργαζόμενο έλασμα ανάμεσα στις ισαποστάσεις των ενισχυτικών. Με άλλα λόγια, με αυτό τον τρόπο προσπαθούμε να αποφύγουμε δευτερογενείς παράγοντες που ενδεχομένως να κάνουν τα αποτελέσματα πιο περίπλοκα και έτσι να οδηγηθούμε σε κάποιο λάθος.

Επίσης, πακτώνουμε (*Fixed Support*) όλη την εγκάρσια διατομή της κατασκευής και από τις δύο πλευρές. Η εγκάρσια διατομή περιλαμβάνει την άκρη (*edge*) του ελάσματος κατά την διάσταση των 3.5 m, τις άκρες των κορμών και τις άκρες των φλαντζών.



*Εικόνα Π2.12: Πάκτωση της εγκάρσιας διατομής της κατασκευής (1^η πλευρά – Fixed Support 1)
(Πηγή: Ansys Workbench)*



*Εικόνα Π2.13: Πάκτωση της εγκάρσιας διατομής της κατασκευής (2^η πλευρά – Fixed Support 2)
(Πηγή: Ansys Workbench)*

Παράρτημα 3: ΣΥΓΚΡΙΤΙΚΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΑ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΟΡΘΩΝ ΤΑΣΕΩΝ

Σε αυτό το παράρτημα φαίνονται οι πίνακες οι χρησιμοποιήθηκαν ώστε να δημιουργηθούν οι κατάλληλες καμπύλες στα συγκριτικά διαγράμματα ορθών τάσεων που έχουν αναφερθεί παραπάνω.

- Αλλαγή της στήριξης

ΘΛΙΨΗ		ΘΛΙΨΗ	
Πάκτωση		Απλή έδραση	
x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]
0	3.3259	0	3.3276
0.035	3.333	0.035	3.3347
0.07	3.3487	0.07	3.3504
0.105	3.373	0.105	3.3748
0.14	3.406	0.14	3.4077
0.175	3.449	0.175	3.4507
0.21	3.5006	0.21	3.5023
0.245	3.5608	0.245	3.5626
0.28	3.6294	0.28	3.6311
0.315	3.7088	0.315	3.7105
0.35	3.9789	0.35	3.9806
0.385	3.7089	0.385	3.7106
0.42	3.6294	0.42	3.6311
0.455	3.5606	0.455	3.5624
0.49	3.5001	0.49	3.5018
0.525	3.4483	0.525	3.45
0.56	3.4051	0.56	3.4068
0.595	3.3718	0.595	3.3736
0.63	3.3473	0.63	3.349
0.665	3.3313	0.665	3.333
0.7	3.3238	0.7	3.3255

Πίνακας Π3.1: Αλλαγή στήριξης του μοντέλου με θλιπτικό φορτίο

ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ		ΕΦΕΛΚΥΣΜΟΣ	
Πάκτωση		Απλή έδραση	
x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]
0	3.3266	0	3.3282
0.035	3.3337	0.035	3.3353
0.07	3.3494	0.07	3.351
0.105	3.3737	0.105	3.3753

0.14	3.4067	0.14	3.4083
0.175	3.4497	0.175	3.4513
0.21	3.5013	0.21	3.5029
0.245	3.5615	0.245	3.5632
0.28	3.63	0.28	3.6317
0.315	3.7094	0.315	3.7111
0.35	3.7296	0.35	3.7312
0.385	3.7095	0.385	3.7112
0.42	3.63	0.42	3.6317
0.455	3.5613	0.455	3.5629
0.49	3.5008	0.49	3.5024
0.525	3.449	0.525	3.4506
0.56	3.4057	0.56	3.4074
0.595	3.3725	0.595	3.3741
0.63	3.348	0.63	3.3496
0.665	3.3319	0.665	3.3336
0.7	3.3245	0.7	3.3261

Πίνακας Π3.2: Αλλαγή στήριξης του μοντέλου με εφελκυστικό φορτίο

- Αλλαγή του φορτίου

ΠΑΚΤΩΣΗ		ΠΑΚΤΩΣΗ	
Θλίψη		Εφελκυσμός	
x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]
0	3.3259	0	3.3266
0.035	3.333	0.035	3.3337
0.07	3.3487	0.07	3.3494
0.105	3.373	0.105	3.3737
0.14	3.406	0.14	3.4067
0.175	3.449	0.175	3.4497
0.21	3.5006	0.21	3.5013
0.245	3.5608	0.245	3.5615
0.28	3.6294	0.28	3.63
0.315	3.7088	0.315	3.7094
0.35	3.9789	0.35	3.7296
0.385	3.7089	0.385	3.7095
0.42	3.6294	0.42	3.63
0.455	3.5606	0.455	3.5613
0.49	3.5001	0.49	3.5008
0.525	3.4483	0.525	3.449
0.56	3.4051	0.56	3.4057
0.595	3.3718	0.595	3.3725
0.63	3.3473	0.63	3.348
0.665	3.3313	0.665	3.3319
0.7	3.3238	0.7	3.3245

Πίνακας Π3.3: Αλλαγή φορτίου του μοντέλου με πάκτωση

ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ		ΑΠΛΗ ΕΔΡΑΣΗ	
Θλίψη		Εφελκυσμός	
x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]
0	3.3276	0	3.3282
0.035	3.3347	0.035	3.3353
0.07	3.3504	0.07	3.351
0.105	3.3748	0.105	3.3753
0.14	3.4077	0.14	3.4083
0.175	3.4507	0.175	3.4513
0.21	3.5023	0.21	3.5029
0.245	3.5626	0.245	3.5632
0.28	3.6311	0.28	3.6317
0.315	3.7105	0.315	3.7111
0.35	3.9806	0.35	3.7312
0.385	3.7106	0.385	3.7112
0.42	3.6311	0.42	3.6317
0.455	3.5624	0.455	3.5629
0.49	3.5018	0.49	3.5024
0.525	3.45	0.525	3.4506
0.56	3.4068	0.56	3.4074
0.595	3.3736	0.595	3.3741
0.63	3.349	0.63	3.3496
0.665	3.333	0.665	3.3336
0.7	3.3255	0.7	3.3261

Πίνακας Π3.4: Αλλαγή φορτίου του μοντέλου με απλή έδραση

- Αλλαγή του πάχους ελάσματος

ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ		ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ		ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ	
Πάχος 15 mm		Πάχος 10 mm		Πάχος 20 mm	
x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]
0	3.3259	0	4.7488	0	2.5563
0.035	3.333	0.035	4.759	0.035	2.5617
0.07	3.3487	0.07	4.7815	0.07	2.5738
0.105	3.373	0.105	4.8163	0.105	2.5925
0.14	3.406	0.14	4.8634	0.14	2.6178
0.175	3.449	0.175	4.9249	0.175	2.6508
0.21	3.5006	0.21	4.9988	0.21	2.6905
0.245	3.5608	0.245	5.0849	0.245	2.7368
0.28	3.6294	0.28	5.1828	0.28	2.7895
0.315	3.7088	0.315	5.296	0.315	2.8506
0.35	3.9789	0.35	5.5738	0.35	3.1162
0.385	3.7089	0.385	5.2961	0.385	2.8507
0.42	3.6294	0.42	5.1827	0.42	2.7896

0.455	3.5606	0.455	5.0844	0.455	2.7367
0.49	3.5001	0.49	4.9978	0.49	2.6902
0.525	3.4483	0.525	4.9236	0.525	2.6504
0.56	3.4051	0.56	4.8616	0.56	2.6173
0.595	3.3718	0.595	4.814	0.595	2.5918
0.63	3.3473	0.63	4.7787	0.63	2.5729
0.665	3.3313	0.665	4.7556	0.665	2.5607
0.7	3.3238	0.7	4.7447	0.7	2.555

Πίνακας Π3.5: Αλλαγή πάχους ελάσματος του μοντέλου

- Αλλαγή του μήκους

ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ		ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ		ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ	
Μήκος 5 m		Μήκος 2.5 m		Μήκος 7.5 m	
x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σ _x) [MPa]
0	3.3259	0	0.67463	0	7.6813
0.035	3.333	0.035	0.67827	0.035	7.693
0.07	3.3487	0.07	0.69104	0.07	7.713
0.105	3.373	0.105	0.71294	0.105	7.7415
0.14	3.406	0.14	0.74416	0.14	7.7784
0.175	3.449	0.175	0.78492	0.175	7.8237
0.21	3.5006	0.21	0.83513	0.21	7.8776
0.245	3.5608	0.245	0.89531	0.245	7.9399
0.28	3.6294	0.28	0.96763	0.28	8.0115
0.315	3.7088	0.315	1.0704	0.315	8.0918
0.35	3.9789	0.35	1.3935	0.35	8.355
0.385	3.7089	0.385	1.0705	0.385	8.0917
0.42	3.6294	0.42	0.96765	0.42	8.0119
0.455	3.5606	0.455	0.89532	0.455	7.9405
0.49	3.5001	0.49	0.83512	0.49	7.8782
0.525	3.4483	0.525	0.7849	0.525	7.8242
0.56	3.4051	0.56	0.74412	0.56	7.7787
0.595	3.3718	0.595	0.71294	0.595	7.7417
0.63	3.3473	0.63	0.69104	0.63	7.7131
0.665	3.3313	0.665	0.67827	0.665	7.6928
0.7	3.3238	0.7	0.67462	0.7	7.681

Πίνακας Π3.6: Αλλαγή μήκους του μοντέλου

- Αλλαγή του τύπου ενισχυτικών

ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ		ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ		ΠΑΚΤΩΣΗ & ΘΛΙΨΗ	
Τ		Ι		Γ	
x'x (b) [m]	γ'γ (σx) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σx) [MPa]	x'x (b) [m]	γ'γ (σx) [MPa]
0	3.3259	0	4.4427	0	3.4387
0.035	3.333	0.035	4.4524	0.035	3.4497
0.07	3.3487	0.07	4.4735	0.07	3.4694
0.105	3.373	0.105	4.5061	0.105	3.4979
0.14	3.406	0.14	4.5503	0.14	3.535
0.175	3.449	0.175	4.6079	0.175	3.5824
0.21	3.5006	0.21	4.677	0.21	3.6386
0.245	3.5608	0.245	4.7576	0.245	3.7036
0.28	3.6294	0.28	4.8493	0.28	3.777
0.315	3.7088	0.315	4.9555	0.315	3.8606
0.35	3.9789	0.35	5.0224	0.35	3.9012
0.385	3.7089	0.385	4.9556	0.385	3.8397
0.42	3.6294	0.42	4.8493	0.42	3.7607
0.455	3.5606	0.455	4.7573	0.455	3.6937
0.49	3.5001	0.49	4.6763	0.49	3.635
0.525	3.4483	0.525	4.6069	0.525	3.5853
0.56	3.4051	0.56	4.549	0.56	3.5444
0.595	3.3718	0.595	4.5045	0.595	3.5138
0.63	3.3473	0.63	4.4715	0.63	3.4921
0.665	3.3313	0.665	4.45	0.665	3.4793
0.7	3.3238	0.7	4.4399	0.7	3.4753

Πίνακας Π3.7: Αλλαγή τύπου ενισχυτικών του μοντέλου