



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

**Χρήση Μεθόδων Βελτιστοποίησης Τοπολογίας στη Μελέτη
Αντοχής Ναυπηγικών Κατασκευών**

**Use of Topology Optimization Methods in the Strength Study of
Marine Structures**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΑΓΑΘΟΥ ΓΕΡΑΣΙΜΟΥ

A.M.: 51114001

Επιβλέπων: Δρ. Μηχ. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης
Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Αθήνα, 2024

Η σελίδα αυτή είναι σκόπιμα λευκή.



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Χρήση Μεθόδων Βελτιστοποίησης Τοπολογίας στη Μελέτη Αντοχής Ναυπηγικών Κατασκευών

Use of Topology Optimization Methods in the Strength Study of Marine Structures

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

ΑΓΑΘΟΥ ΓΕΡΑΣΙΜΟΥ

A.M.: 51114001

Επιβλέπων: Δρ. Μηχ. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης
Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

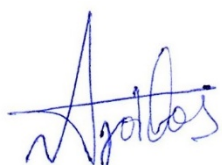
Εγκρίθηκε από την τριμελή επιτροπή στις 25/07/2024.

Κωνσταντίνος Πολίτης
Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Δημήτριος Μητσούδης
Αναπληρωτής Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Αλέξανδρος Θεοδουλίδης
Επίκουρος Καθηγητής ΠΑ.Δ.Α.

Αθήνα, 2024

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Athanasios'.

ΑΓΑΘΟΣ ΓΕΡΑΣΙΜΟΣ
Διπλωματούχος Ναυπηγός Μηχανικός ΠΑ.Δ.Α.

© 2024 – All rights reserved

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Αγάθος Γεράσιμος του Ιωάννη, με αριθμό μητρώου 51114001 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

Ο Δηλών



Αγάθος Γεράσιμος

Στον παππού μου Λάμπρο και στη γιαγιά μου Βασιλική,
ως το ελάχιστο δείγμα ευγνωμοσύνης.

Ευχαριστίες

Με τη συγγραφή της Διπλωματικής Εργασίας ολοκληρώνεται η φοίτησή μου στο τμήμα Ναυπηγών Μηχανικών της Σχολής Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής. Ως εκ τούτου, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Θεοδουλίδη Αλέξανδρο για την ευκαιρία που μου έδωσε, ώστε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο θέμα, για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και τη βοήθειά του. Ακόμη, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την υποστήριξη και την υπομονή τους. Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου για την ενσυναίσθησή τους, καθώς δεν ήταν λίγες οι φορές που χρειάστηκε να αναβάλλω τις συναντήσεις μας, ώστε να επιταχύνω την διεκπεραίωση της εργασίας.

Περίληψη

Η βελτιστοποίηση είναι η διαδικασία της εκλογής του καλύτερου αποτελέσματος μεταξύ άλλων, ικανοποιώντας παράλληλα συγκεκριμένες συνθήκες. Στους τομείς της επιστήμης υπάρχουν διάφορα είδη βελτιστοποίησης αναλόγως το πεδίο εφαρμογής της (προγραμματισμός, βιολογία, χημεία). Στο πεδίο της μηχανικής, οι διαρκώς αναδυόμενες απαιτήσεις της κοινωνίας για αποδοτικότερα προϊόντα, έχουν οδηγήσει τους μηχανικούς στην αναζήτηση εκείνων των διαδικασιών που βοηθούν στη βελτιστοποίηση των σχεδίων νέων και ήδη υπαρχόντων αγαθών. Στη ναυπηγική, οι μηχανικοί αναζητούν τη βέλτιστη γεωμετρία ενός πλοίου, ώστε να ικανοποιούνται οι απαιτήσεις του πλοιοκτήτη. Συνήθως, αυτές αφορούν την υδροδυναμική του αντίστασης, τη δυναμική του συμπεριφορά στους κυματισμούς, τις ελκτικές του ικανότητες, την αντοχή του κτλ. Αναφορικά με την τελευταία, αυτή βασίζεται στο βέλτιστο σχεδιασμό των κατασκευαστικών στοιχείων του πλοίου. Μέχρι στιγμής, η γεωμετρία τους προέκυπτε είτε βελτιστοποιώντας το σχήμα τους είτε το μέγεθός τους. Παρ' όλα αυτά, υπάρχει και η δυνατότητα της βελτιστοποίησης της τοπολογίας τους. Στην παρούσα εργασία δείχνουμε ότι μπορούν να παραχθούν υλοποιήσιμα αποτελέσματα μέσω της εφαρμογής της σε κατασκευαστικό στοιχείο πλοίου τύπου bulk carrier. Όμως, πρώτου φθάσουμε σε αυτό το σημείο, αρχικά, κάνουμε μία αναδρομή στο παρελθόν της μεθόδου, αναφέρουμε κάποιες εφαρμογές της στη ναυπηγική και παρουσιάζουμε τις μεθόδους που την αποτελούν. Στη συνέχεια, περιγράφουμε συνοπτικά ορισμένες από αυτές, όπως τη Homogenization Method, τη Soft Kill Option (SKO), τη Evolutionary Structural Optimization (ESO) και επικεντρωνόμαστε στη Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP), την οποία χρησιμοποιούμε μέσω του λογισμικού SolidWorks®. Για την εξαγωγή του επιθυμητού αποτελέσματος, ακολουθείται μια διαδικασία αποτελούμενη από πολλαπλά στάδια. Τέλος, εκ των αποτελεσμάτων γίνονται παρατηρήσεις και διατυπώνονται σχετικά συμπεράσματα.

Λέξεις κλειδιά: Βελτιστοποίηση, Τοπολογία, SKO, ESO, SIMP, Αντοχή Πλοίου, Ναυπηγική

Abstract

Optimization is the process of choosing the best result, among others, while satisfying specific conditions. In the field of science there are various types of optimization depending on the scope of application (programming, biology, chemistry). In the field of engineering, the society's constantly emerging demands for more efficient products, have led engineers to the search for those processes that help in the optimization of new and already existing goods. In maritime industry, the naval architects and marine engineers of a ship seeking the optimum geometry, that corresponds to shipowners demands. Usually, these demands concern the ships hydrodynamic resistance, dynamic response in waves, maneuverability, strength etc. With regard to latter, it's based on the optimal design of ship's structural components. Until now, their geometry arose either by shape or size optimization. However, there is also the possibility of optimizing their topology. In this thesis, we show that implementable results produced by applying it to a bulk carrier ship structural element. However, before we reach that point, first we take a look back on the past of the method, mention some of its application in naval architecture and marine engineering and present the methods that comprise it. Next, we briefly describe some of the topology optimization methods such as Homogenization Method, Soft Kill Option (SKO), Evolutionary Structural Optimization (ESO) and focus on the Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP), which we use through SolidWorks® software. To obtain the desired results a procedure consisting of multiple steps is followed. Finally, based on the results, we do observations followed by relevant conclusions.

Key words: Optimization, Topology, SKO, ESO, SIMP, Ship's Strength, Naval Architecture and Marine Engineering

Περιεχόμενα

1	Πρόλογος	1
2	Ιστορική Αναδρομή	4
3	Εισαγωγή	7
3.1	Τοπολογία.....	7
3.2	Σχεδιαστική Βελτιστοποίηση	8
3.3	Τα Στάδια της Σχεδιαστικής Βελτιστοποίησης.....	9
3.4	Δομική Βελτιστοποίηση (Structural Optimization)	10
3.4.1	Βελτιστοποίηση Μεγέθους (Size Optimization)	11
3.4.2	Βελτιστοποίηση Σχήματος (Shape Optimization).....	13
3.4.3	Βελτιστοποίηση Τοπολογίας (Topology Optimization).....	14
3.5	Η Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας στη Ναυπηγική.....	17
4	Ορισμός Μοντέλου Σχεδιαστικής Βελτιστοποίησης	26
4.1	Μοντέλο Σχεδιαστικής Βελτιστοποίησης (Optimization Design Model).....	26
4.2	Σχεδιαστικές Μεταβλητές (Design Variables).....	27
4.3	Αντικειμενική Συνάρτηση (Objective Function)	28
4.4	Σχεδιαστικοί Περιορισμοί (Design Constraints).....	29
	Ενδεικτικοί περιορισμοί.....	29
	Σχεδιαστικός Χώρος (Design Space).....	30
	Σχεδιαστικό Σημείο (Design Point)	30
	Σύνορο Περιορισμού (Constraint Boundary).....	30
	Εφικτό Σχεδιαστικό Χωρίο (Feasible Design Point)	30
	Ανέφικτο Σχεδιαστικό Σημείο (Infeasible Design Point)	30
	Εφικτή Περιοχή (Feasible Region)	30
	Ανέφικτη Περιοχή (Infeasible Region).....	30
	Ενεργή Περιοχή (Active Constraint).....	31
5	Μέθοδοι Τοπολογικής Βελτιστοποίησης	32
5.1	Homogenization Method	32
5.1.1	Κελιά με Ορθογώνιο Εσωτερικό Κενό (Rectangular Microscale Voids) ...	35
5.1.2	Κελιά Ταξινομημένου Στρωματικού Υλικού (Ranked Layered Material Cells)	38
5.2	Soft Kill Option (SKO)	46
5.3	Evolutionary Structural Optimization (ESO).....	49
6	Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)	53
6.1	Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας.....	53
6.1.1	Αρχικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας	53
6.1.2	Σκοπός της Μεθόδου SIMP.....	57
6.1.3	Τεχνητή Πυκνότητα ρ	58
6.1.4	Σχήμα Παρεμβολής Υλικού	61
6.1.5	Τελικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας.....	65
	Αντικειμενική Συνάρτηση.....	65
	Σχεδιαστικοί Περιορισμοί.....	66
6.1.6	Ανάλυση Ευαισθησίας.....	67
6.1.7	Μέθοδος Επίλυσης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης.....	69
6.1.8	Προβλήματα κατά τη Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας	71
	6.1.8.1 Εξάρτηση Αποτελεσμάτων από το Μέγεθος του Πλέγματος	71
	Φίλτρο Ευαισθησίας.....	72

6.1.8.2	Πρόβλημα Σκακιέρας.....	74
6.2	Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Μάζας	76
6.3	Ροή Λειτουργίας της Μεθόδου SIMP	78
6.3.1	Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας.....	78
	Ορισμός Σχεδιαστικού Χώρου (Design Domain Definition)	78
	Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Analysis – FEA) ...	78
	Ανάλυση Ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)	78
	Φίλτρο Ευαισθησίας (Sensitivity Filter)	79
	Εφαρμογή Μεθόδου Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria Method – OC) – Ενημέρωση Σχεδιαστικών Μεταβλητών (Update Design Variables)	79
	Έλεγχος Ικανοποίησης Περιορισμών.....	79
	Σχεδιασμός Τοπολογίας (Topology Design).....	79
7	Δομικά Στοιχεία ενός Πλοίου Bulk Carrier	81
8	Αντικείμενο Μελέτης.....	83
8.1	Στηρίξεις και Φορτίσεις	87
8.1.1	Φορτίο λόγω Βάρους του Εμπορεύματος.....	87
8.1.2	Φορτίο λόγω Υδροστατικής Πίεσης.....	92
9	Βελτιστοποίηση Τοπολογίας με το Λογισμικό SolidWorks®	97
9.1	Σχεδιασμός του Ελάσματος.....	97
9.2	Στατική Μελέτη του Ελάσματος.....	99
9.2.1	Υλικό	99
9.2.2	Στηρίξεις και Φορτίσεις.....	100
9.2.3	Πλέγμα.....	101
9.3	Μελέτη Λυγισμού του Ελάσματος.....	101
9.3.1	Πλέγμα.....	102
9.4	Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας του Ελάσματος.....	103
9.4.1	Στόχοι και Σχεδιαστικοί Περιορισμοί	103
	Αντικειμενική Συνάρτηση.....	103
	Σχεδιαστικοί Περιορισμοί.....	103
9.4.2	Κατασκευαστικοί Περιορισμοί.....	105
	Add Preserved Region.....	105
	Specify Thickness Control	106
	Specify De–mold Direction.....	106
	Specify Symmetry Plane(s).....	107
	9.4.2.1 Κριτήρια Επιλογής Κατασκευαστικών Περιορισμών	107
	Διατήρηση Υλικού επί της Επιφανείας του Περιγράμματος	107
	Διατήρηση Υλικού στην Περιοχή των Ανοιγμάτων	108
	Συμμετρία.....	110
9.4.3	Πλέγμα.....	112
9.4.4	Μορφές Αποτελεσμάτων.....	113
	Σχήμα Κατανομής του Υλικού του Ελάσματος.....	114
	Εξομαλυμένο Πλέγμα	115
9.5	Σχεδιασμός του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος.....	116
	Graphics body	116
	Solid body	116
	Surface body.....	116
9.6	Στατική Μελέτη του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	120
9.6.1	Στηρίξεις και Φορτίσεις.....	120

9.6.2	Πλέγμα.....	121
9.7	Μελέτη Λυγισμού του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	122
9.7.1	Πλέγμα.....	122
9.8	Ενίσχυση του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος έναντι Λυγισμού	123
9.9	Στατική Μελέτη του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος.....	128
9.9.1	Στηρίξεις και Φορτίσεις.....	128
9.9.2	Πλέγμα.....	129
9.10	Μελέτη Λυγισμού του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	130
9.10.1	Πλέγμα.....	130
9.11	Μελέτη Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος.....	131
9.11.1	Σχεδιασμός της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος.....	131
9.11.2	Στατική Μελέτη της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος.....	132
9.11.2.1	Υλικό.....	132
9.11.2.2	Στηρίξεις και Φορτίσεις	133
9.11.3	Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος	134
9.11.3.1	Στόχοι και Σχεδιαστικοί Περιορισμοί	134
9.11.3.2	Κατασκευαστικοί Περιορισμοί	135
	Διατήρηση Υλικού επί της Επιφανείας του Περιγράμματος	135
	Διατήρηση Υλικού στην Περιοχή των Ανοιγμάτων	136
	Συμμετρία.....	136
9.11.3.3	Πλέγμα	137
9.12	Διερεύνηση Αριθμητικών Παραμέτρων.....	138
9.12.1	Ρυθμίσεις Επιλυτή (Solver Settings)	138
9.12.2	Ρυθμίσεις Διατηρητέων Περιοχών (Preserved Region Settings)	138
9.12.3	Μέγεθος Πλέγματος	138
	Πρώτη Περίπτωση Δοκιμών	138
	Δεύτερη Περίπτωση Δοκιμών.....	139
	Use inplane effect.....	139
	Use soft spring to stabilize model	139
	Use inertia relief.....	140
10	Αποτελέσματα Πλέγματος 50 mm	141
10.1	Στατική Μελέτη του Ελάσματος	141
10.2	Μελέτη Λυγισμού του Ελάσματος.....	143
10.3	Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας του Ελάσματος.....	144
10.4	Στατική Μελέτη του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	148
10.5	Μελέτη Λυγισμού του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος.....	150
10.6	Στατική Μελέτη του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος.....	152
10.7	Μελέτη Λυγισμού του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	154
10.8	Στατική Μελέτη της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος.....	156
10.9	Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος.....	158
11	Αποτελέσματα Πλέγματος 25 mm	161
11.1	Στατική Μελέτη του Ελάσματος	161
11.2	Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας του Ελάσματος.....	163
11.3	Στατική Μελέτη της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος.....	166
11.4	Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος.....	168
12	Αποτελέσματα Δεύτερης Περίπτωσης Δοκιμών	169
12.1	Use inplane effect & Use inertia relief.....	169
12.2	Use soft spring to stabilize model	169

13 Παρατηρήσεις	171
13.1 Πρώτη Περίπτωση Δοκιμών	171
13.1.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος	171
13.1.1.1 Μελέτες Στατικής και Ανιτισμού	171
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	171
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	171
13.1.1.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας	171
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	171
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	172
13.1.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος.....	175
13.1.2.1 Μελέτες Στατικής	175
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	175
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	175
13.1.2.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας	175
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	175
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	176
13.2 Δεύτερη Περίπτωση Δοκιμών	177
13.2.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος	177
13.2.1.1 Μελέτη Βελτιστοποίησης Τοπολογίας.....	177
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	177
Use soft spring to stabilize model	177
13.3 Γενικές Παρατηρήσεις	178
Πλέγμα Βελτιστοποίησης Τοπολογίας.....	178
Κατανομή Υλικού	178
Πρόβλημα Σκακιάρας.....	178
Βάρος Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και Ενισχυμένου	
Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	178
Σύγκριση μεταξύ Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και	
Ενισχυμένου Αρχικού Ελάσματος της Δεύτερης Εκδοχής.....	178
Χρόνοι	184
Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Διαφορετικό	
Μέγεθος Πλέγματος.....	184
Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Κοινό Μέγεθος	
Πλέγματος	184
14 Συμπεράσματα – Προτάσεις	185
14.1 Πρώτη Περίπτωση Δοκιμών	185
14.1.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος	185
14.1.1.1 Μελέτες Στατικής και Ανιτισμού	185
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	185
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	185
14.1.1.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας	185
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	185
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	186
14.1.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος.....	187
14.1.2.1 Μελέτες Στατικής	187
Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	187
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	187
14.1.2.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας	187
Μέγεθος Πλέγματος 25 mm.....	187
14.2 Δεύτερη Περίπτωση Δοκιμών	188

14.2.1	Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος	188
	14.2.1.1 Μελέτη Βελτιστοποίησης Τοπολογίας.....	188
	Μέγεθος Πλέγματος 50 mm.....	188
	Use soft spring to stabilize model	188
	Use inertia relief.....	188
14.3	Γενικά Συμπεράσματα.....	189
	Πλέγμα Βελτιστοποίησης Τοπολογίας.....	189
	Πρόβλημα Σκακίερας.....	189
	Βάρος Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και Ενισχυμένου	
	Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	189
	Σύγκριση μεταξύ Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και	
	Ενισχυμένου Αρχικού Ελάσματος της Δεύτερης Εκδοχής.....	190
	Επιλογή Εκδοχής Ελάσματος.....	190
	Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Διαφορετικό	
	Μέγεθος Πλέγματος.....	190
	Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Κοινό Μέγεθος	
	Πλέγματος	190
14.4	Προτάσεις.....	191
Παράρτημα Α:	Υδροστατική Πίεση	193
Παράρτημα Β:	Διαδικασίες Εξαγωγής του Βέλτιστου Σχεδίου	202
	B.1 Σχεδιασμός του Ελάσματος.....	202
	B.2 Στατική Μελέτη του Ελάσματος	222
	B.3 Μελέτη Λυγισμού του Ελάσματος.....	237
	B.4 Βελτιστοποίηση Τοπολογίας του Ελάσματος.....	244
	B.5 Σχεδιασμός του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος	256
	B.6 Ενίσχυση του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος Έναντι Λυγισμού	271
Παράρτημα Γ:	Επιπρόσθετα Αποτελέσματα	284
	Γ.1 Αποτελέσματα για Μέγεθος Πλέγματος 50 mm	284
	Γ.1.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος	284
	Γ.1.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος.....	288
	Γ.2 Αποτελέσματα για Μέγεθος Πλέγματος 25 mm	289
	Γ.2.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος	289
	Γ.2.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος.....	290
Παράρτημα Δ:	Αρχή Ελαχίστης Ολικής Δυναμικής Ενέργειας.....	291
Βιβλιογραφία		I

Συντομογραφίες

SKO	Soft Kill Option
ESO	Evolutionary Structural Optimization
BESO	Bi-directional Evolutionary Structural Optimization
SIMP	Solid Isotropic Material with Penalization
SFMD	Simultaneous Failure Mode Design
FSD	Fully Stressed Design
FEM	Finite Element Method
CONLIN	Convex Linearization Method
MMA	Method of Moving Asymptotes
FSI	Fluid Structure Interaction
CAD	Computer-Aided Design
CAE	Computer-Aided Engineering
CAM	Computer-Aided Manufacturing
OC	Optimality Criteria Methods
CAO	Computer-Aided Optimization
SERA	Sequential Element Rejection and Admission
ITD	Isolines/Isosurfaces Topology Design
RAMP	Rational Approximation of Material Properties
OMP	Optimal Microstructure with Penalization
NOM	Non-Optimal Microstructures
DDP	Dual Discrete Programming
AESO	Additive Evolutionary Structural Optimization
xFEM	Extended Finite Element Method
DSC	Deformable Simplicial Complex
VLCC	Very Large Crude Carrier
HCSR	Harmonised Common Structural Rules
TSHD	Trailing Suction Hopper Dredger
MBESO	Modified Bi-directional Evolutionary Structural Optimization
FEA	Finite Element Analysis
SLP	Successive Linear Programming
HTWF	Hopper Transverse Web Frame
BFS	Buckling Factor of Safety
FS	Factor of Safety
RAM	Random Access Memory

Κατάλογος Συμβόλων

ΕΝΟΤΗΤΕΣ ΥΠΟΕΝΟΤΗΤΕΣ	ΣΥΜΒΟΛΑ	ΕΡΜΗΝΕΙΑ
4.1	$\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ $f(d_1, d_2, \dots, d_n)$ $g_i(d_1, d_2, \dots, d_n)$ $h_j(d_1, d_2, \dots, d_n)$ d_k d_k^l d_k^u $g_i(d_1, d_2, \dots, d_n) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_i$ $h_j(d_1, d_2, \dots, d_n) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_e$ $d_k^l \leq d_k \leq d_k^u, \quad k = 1, 2, \dots, n$	<p>το διάνυσμα των σχεδιαστικών μεταβλητών, το οποίο ορίζεται κατά το σχεδιασμό</p> <p>η αντικειμενική συνάρτηση, η οποία επιθυμούμε να ελαχιστοποιηθεί</p> <p>η πρώτη συνάρτηση σχεδιαστικού περιορισμού</p> <p>η δεύτερη συνάρτηση σχεδιαστικού περιορισμού</p> <p>η σχεδιαστική μεταβλητή</p> <p>το κατώτερο όριο της σχεδιαστικής μεταβλητής</p> <p>το ανώτερο όριο της σχεδιαστικής μεταβλητής</p> <p>οι συνθήκες περιορισμού</p>
4.2	ℓ b h t $\mathbf{d}(\ell, b, h, t)$	<p>το μήκος κελύφους σχήματος κύβου [m]</p> <p>το πλάτος κελύφους σχήματος κύβου [m]</p> <p>το ύψος κελύφους σχήματος κύβου [m]</p> <p>το πάχος κελύφους σχήματος κύβου [m]</p> <p>η σχεδιαστική εκδοχή ενός αντικειμένου που προκύπτει από το συνδυασμό των σχεδιαστικών μεταβλητών του ℓ, b, h και t (γεωμετρικά χαρακτηριστικά)</p>
5.1	Ω	ο σχεδιαστικός χώρος του αρχικού αντικειμένου (ο χώρος που καταλαμβάνει η κατασκευή)

	\mathbf{x}	το διάνυσμα θέσης κάθε σημείου του Ω ($\mathbf{x} \in \Omega$)
	$E_{ijkl}(\mathbf{x})$	ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ [MPa]
	$\rho(\mathbf{x})$	η τεχνητή πυκνότητα σε κάθε σημείο του Ω
	E_{ijkl}^0	ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας του υλικού κατασκευής του αντικειμένου [MPa]
	Ω_{mat}	ο σχεδιαστικός χώρος του βελτιστοποιημένου αντικειμένου
	$V(\Omega_{\text{mat}})$	ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου [m ³]
	$V(\Omega)$	ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του αρχικού αντικειμένου [m ³]
5.1.1	$(1-a)$	το μήκος του κενού σε κελί με ορθογώνιο εσωτερικό κενό
	$(1-b)$	το πλάτος του κενού σε κελί με ορθογώνιο εσωτερικό κενό
	θ	ο προσανατολισμός του κελιού με ορθογώνιο εσωτερικό κενό [deg]
	A_{κ}	το εμβαδόν του κελιού
5.1.2	A_o	το εμβαδόν της οπής
	a	το μήκος της πρώτης κύριας στρώσης κελιού με ταξινομημένο στρωματικό υλικό
	b	το πλάτος του υλικού της δευτερεύουσας στρώσης κελιού με ταξινομημένο στρωματικό υλικό
	S_1, S_2	τα υλικά που εμπεριέχονται στα κελιά με ταξινομημένα

	στρωματικά υλικά S_1 και S_2
a	το μήκος της πρώτης κύριας στρώσης κελιού με ταξινομημένα στρωματικά υλικά S_1 και S_2
b	το πλάτος της δευτερεύουσας στρώσης με υλικό S_1
c	το συνολικό πλάτος των δευτερευουσών στρώσεων με υλικά S_1 και S_2 , αντίστοιχα
$A_{S_1}^{R_1}$	το εμβαδόν του υλικού S_1 της πρώτης κύριας στρώσης
$A_{S_1}^{R_2}$	το εμβαδόν του υλικού S_1 του δεύτερης τάξης υλικού (Rank-2)
$A_{S_2}^{R_2}$	το εμβαδόν του υλικού S_2 του δεύτερης τάξης υλικού (Rank-2)
E_e	το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]
ρ_e	η τεχνητή πυκνότητα σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος
E_e^0	το μέτρο ελαστικότητας ιστροπικού υλικού σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]
a_e, b_e, c_e, θ_e	οι διαστάσεις και ο προσανατολισμός του κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος
N	το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος
\mathbf{u}	το συνολικό διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων της κατασκευής [m]
$\Pi(\mathbf{u})$	η δυναμική ενέργεια της κατασκευής λόγω της μετατόπισης \mathbf{u} [J]

	v_e	ο όγκος του κάθε, γεμάτου με υλικό, στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος [m ³]
5.2	E_e^{i+1}	το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος στην επόμενη επανάληψη, $i + 1$ [MPa]
	E_e^i	το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος στην τρέχουσα επανάληψη, i [MPa]
	s	ο όρος κλιμάκωσης (πάντα θετικός με τυπική τιμή το 10 ³)
	σ_e^i	η τάση von Mises σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος στην τρέχουσα επανάληψη, i [MPa]
	σ_{ref}	η τάση αναφοράς (ορίζεται αυθαίρετα ή με βάση κάποιον συγκεκριμένο στόχο αντοχής) [MPa]
	N_e	το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος
	N_i	το πλήθος των επαναλήψεων
	E_{min}	η ελάχιστη τιμή του E_e^{i+1} [MPa]
	E_{max}	η μέγιστη τιμή του E_e^{i+1} [MPa]
5.3	σ_{vM}	η τάση von Mises [MPa]
	σ_{xx}	οι αξονικές τάσεις με διεύθυνση x [MPa]
	σ_{yy}	οι αξονικές τάσεις με διεύθυνση y [MPa]
	τ_{xy}	οι διατμητικές τάσεις που είναι κάθετες στον άξονα

		x , με διεύθυνση y
		[MPa]
	σ_e^{vM}	η τάση von Mises σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]
	RR_s	ο λόγος απόρριψης (Rejection Ratio) για την τρέχουσα σταθερή κατάσταση
	σ_{vM}^{max}	η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises της κατασκευής [MPa]
	s	η τρέχουσα σταθερή κατάσταση (steady state)
	N_e	το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος
	N_s	το πλήθος των επαναλήψεων
	RR_{s+1}	ο λόγος απόρριψης (Rejection Ratio) για την επόμενη σταθερή κατάσταση
	ER	ο λόγος εξέλιξης (Evolutionary Ratio)
	RR_0	ο αρχικός λόγος απόρριψης με τυπική τιμή 1 % (0,01)
	f	το μέγιστο ποσοστό διατήρησης του αρχικού όγκου του αντικειμένου [%]
6.1.1	Ω	ο σχεδιαστικός χώρος του αρχικού αντικειμένου (ο χώρος που καταλαμβάνει η κατασκευή)
	\mathbf{x}	το διάνυσμα θέσης κάθε σημείου του Ω ($\mathbf{x} \in \Omega$)
	Γ	το σύνορο της κατασκευής, για το οποίο ισχύει ότι $\Gamma \equiv \partial\Omega$
	Γ_u	το τμήμα του Γ , στο οποίο υπάρχει στήριξη
	Γ_t	το τμήμα του Γ , στο οποίο ασκούνται οι

	<p>επιφανειακές τάσεις $(\Gamma_t \subseteq \Gamma)$</p>
$\alpha(\mathbf{u}, \mathbf{v})$	<p>η διγραμμική μορφή ενέργειας (energy bilinear form) [J]</p>
$E_{ijkl}(\mathbf{x})$	<p>ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ [MPa]</p>
$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u})$	<p>ο τανυστής των ορθών και διατμητικών τροπών</p>
$\varepsilon_{kl}(\mathbf{v})$	<p>οι συνιστώσες του τανυστή των ορθών και διατμητικών τροπών</p>
\mathbf{u}	<p>η μετατόπιση που προκαλούν οι επιφανειακές τάσεις στην κατασκευή [m]</p>
\mathbf{v}	<p>μια μικρή τυχαία μεταβολή της \mathbf{u} [m]</p>
$l(\mathbf{v})$	<p>η γραμμική μορφή του φορτίου (load linear form) [J]</p>
\mathbf{f}	<p>το βάρος της κατασκευής (body force) [N]</p>
\mathbf{t}	<p>οι επιφανειακές τάσεις (surface traction) $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$</p>
$l(\mathbf{u})$	<p>η ενδοτικότητα (compliance) ή η ενέργεια παραμόρφωσης (strain energy) (το εξωτερικό έργο) που παράγεται λόγω των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα [J]</p>
$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v})$	<p>η εξίσωση ισορροπίας σε μεταβλητή μορφή (weak – variational form)</p>
U	<p>ο χώρος των κινητικών αποδεκτών μετατοπίσεων</p>
\mathbf{E}_{ad}	<p>το σύνολο εκείνων των τανυστών του μέτρου ελαστικότητας που φέρουν τις ιδιότητες του</p>

	$q(\mathbf{x})$	ισοτροπικού υλικού της κατασκευής και του κενού ένας αδιάστατος όρος
	E_{ijkl}^0	ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας του υλικού κατασκευής του αντικειμένου [MPa]
	Ω_{mat}	ο σχεδιαστικός χώρος του βελτιστοποιημένου αντικειμένου
	$V(\Omega_{\text{mat}})$	ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου [m ³]
	$V(\Omega)$	ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του αρχικού αντικειμένου [m ³]
6.1.3	$\rho(\mathbf{x})$	η τεχνητή πυκνότητα σε κάθε σημείο του Ω
	ρ_e	η τεχνητή πυκνότητα σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος
	N	το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος
	p	ο όρος ποινής (penalty factor)
	ρ_{min}	η ελάχιστη τιμή της τεχνητής πυκνότητας (τυπική τιμή 10^{-3})
6.1.4	E_e	το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]
	E_e^0	το μέτρο ελαστικότητας ισοτροπικού υλικού σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]
	v_e	ο όγκος του κάθε, γεμάτου με υλικό, στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος [m ³]

	$\mathbf{F}^T \mathbf{u}$	η ενδοτικότητα της κατασκευής (compliance) [J]
	\mathbf{F}	το συνολικό διάνυσμα των κομβικών δυνάμεων που δρουν στην κατασκευή [N]
	\mathbf{u}	το συνολικό διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων της κατασκευής [m]
	\mathbf{K}	το συνολικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$
	\mathbf{K}_e	το μητρώο ακαμψίας κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$
	\mathbf{K}_e^0	το μητρώο ακαμψίας του στερεού στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$
6.1.5	\mathbf{u}_e	το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος [m]
	$\boldsymbol{\rho}$	το διάνυσμα των σχεδιαστικών μεταβλητών ρ_e , για το οποίο ισχύει ότι $\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N)$
	g	η συνάρτηση περιορισμού του όγκου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου
	f	το μέγιστο ποσοστό διατήρησης του αρχικού όγκου του αντικειμένου [%]
6.1.6	$\frac{\partial C}{\partial \rho_e}$	η ευαισθησία της ενδοτικότητας κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος

	λ	ένα διάνυσμα του πολλαπλασιαστή Lagrange
6.1.7	ρ_e^{k+1}	η σχεδιαστική μεταβλητή στην επόμενη επανάληψη, $k + 1$
	ρ_e^k	η σχεδιαστική μεταβλητή στην τρέχουσα επανάληψη, k
	N_k	το πλήθος των επαναλήψεων
	m	ένα θετικό όριο κίνησης (move-limit), το οποίο ισούται με 0,2
	η	ο συντελεστής αριθμητικής απόσβεσης, ο οποίος ισούται με 0,5
	λ	ο πολλαπλασιαστής Lagrange που προσδιορίζεται από τη μέθοδο του Newton
	B_e	το αρνητικό πηλίκο της ευαισθησίας της ενδοτικότητας προς την ευαισθησία της συνάρτησης περιορισμού g
6.1.8	N_e	το πλήθος των γειτονικών στοιχείων i του στοιχείου e
	$\text{dist}(e, i)$	η απόσταση των κέντρων των στοιχείων e και i
	N	το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος
	r_{\min}	η ακτίνα του φίλτρου ευαισθησίας [m]
	\widehat{H}_i	η σταθμισμένη συνάρτηση
	$\frac{\widehat{\partial C}}{\partial \rho_e}$	η φιλτραρισμένη ευαισθησία της ενδοτικότητας κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος
	ρ_i	η πυκνότητα των γειτονικών στοιχείων i του στοιχείου ενδιαφέροντος e

	$\frac{\partial C}{\partial \rho_i}$	η ευαισθησία της ενδοτικότητας των γειτονικών στοιχείων i του υπολογιστικού πλέγματος
6.2	σ_e^{vM}	η τάση von Mises σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]
	σ_{yield}	η τάση διαρροής του υλικού [MPa]
	$\frac{\partial V}{\partial \rho_e}$	η ευαισθησία του όγκου κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος
	$\frac{\partial g}{\partial \rho_e}$	η ευαισθησία της συνάρτησης περιορισμού g κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος
	$\widehat{\frac{\partial V}{\partial \rho_e}}$	η ευαισθησία του όγκου κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος
	$\frac{\partial V}{\partial \rho_i}$	η ευαισθησία του όγκου των γειτονικών στοιχείων i του υπολογιστικού πλέγματος
8.1.1	b_{ibp}	το πλάτος του ελάσματος του εσωτερικού πυθμένα [m]
	b_{sp}	το πλάτος του κεκλιμένου ελάσματος της κάτω πλευρικής δεξαμενής [m]
	b_{Σ}	το συνολικό πλάτος επιφανείας του κατανεμημένου βάρους του εμπορεύματος [m]
	L_{ch}	το μήκος του αμπαριού [m]
	F_c	το βάρος του εμπορεύματος [N]
	M_{HD}	η μάζα του εμπορεύματος [kg]
	q_c	το κατανεμημένο φορτίο του εμπορεύματος $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

	A_{ch}	το εμβαδόν του αμπαριού [m ²]
	F_{HTWF}	η δύναμη που ασκείται στο hopper transverse web frame [N]
	A_{HTWF}	το εμβαδόν του κεκλιμένου ελάσματος μήκους L_{sp} [m ²]
	L_{sp}	το μήκος του κεκλιμένου ελάσματος [m]
8.1.2	p_{total}	η κατανομή του συνολικού υδροστατικού φορτίου [N/m ²]
	p_i	η κατανομή της υδροστατικής πίεσης σε κάθε λωρίδα πλάτους b_p [N/m ²]
	N	ο αριθμός των λωριδών πλάτους b_p
	L_{hp}	το μήκος του περιβλήματος που εφάπτεται με το HTWF (η απόσταση μεταξύ των νομέων) [m]
	b_p	το πάχος του ελάσματος hopper transverse web frame [m]
9.4.1	f	το μέγιστο ποσοστό διατήρησης του αρχικού όγκου του αντικειμένου [%]
	$1 - f$	το ελάχιστο ποσοστό μείωσης του αρχικού όγκου του αντικειμένου [%]
	m	η μάζα ενός αντικειμένου [Kg]
	ρ	η πυκνότητα ενός υλικού [Kg/m ³]

	σ_{vM}^{\max}	η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας [MPa]
	σ_{vM}^{per}	η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας [MPa]
	$\sigma_{vM_i}^{\max}$	η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises του αρχικού ελάσματος [MPa]
9.4.2	H	το ύψος του ανοίγματος του διαμήκους ενισχυτικού επί του ελάσματος [mm]
	h_{\max}	το μέγιστο ύψος του διαμήκους ενισχυτικού [mm]
	r	η άνω ακτίνα του ανοίγματος του ενισχυτικού επί του ελάσματος [mm]
9.8	d_1	η απόσταση μεταξύ του εσωτερικού συνόρου και της διαγώνιας πλευράς του εξωτερικού συνόρου [mm]
	d_2	το ύψος H του ανοίγματος του διαμήκους ενισχυτικού επί του ελάσματος [mm]
	d_3	η απόσταση μεταξύ του εσωτερικού συνόρου και της center line του ενισχυτικού [mm]
	d_4	η απόσταση μεταξύ του συνόρου του ανοίγματος του διαμήκους ενισχυτικού και της center line του ενισχυτικού [mm]
	D	η απόσταση μεταξύ της διαγώνιας πλευράς του εξωτερικού συνόρου και

Παράρτημα A:	dx, dy, dz	της center line του ενισχυτικού [mm]
	dV	οι διαστάσεις διαφορικού στοιχείου ρευστού [m]
	dm	ο όγκος διαφορικού στοιχείου ρευστού [m ³]
	dF_B	η μάζα διαφορικού στοιχείου ρευστού [kg]
	$p(x)$	το βάρος διαφορικού στοιχείου ρευστού [N]
	$p(y)$	η πίεση του διαφορικού στοιχείου στη διεύθυνση x
	$p(z)$	η πίεση του διαφορικού στοιχείου στη διεύθυνση y
	p_A, p_F	η πίεση του διαφορικού στοιχείου στη διεύθυνση z
	p_L, p_R	η πίεση στην οπίσθια και εμπρόσθια πλευρά του διαφορικού στοιχείου ρευστού
	p_D, p_U	η πίεση στην αριστερή και δεξιά πλευρά του διαφορικού στοιχείου ρευστού
	dF	η πίεση στην κάτω και άνω πλευρά του διαφορικού στοιχείου ρευστού
	dA	η δύναμη σε κάθε διεύθυνση του διαφορικού στοιχείου ρευστού [N]
	dF_A, dF_F	η επιφάνεια της κάθε έδρας του διαφορικού στοιχείου ρευστού [m ²]
	dF_L, dF_R	η δύναμη στην οπίσθια και εμπρόσθια πλευρά του διαφορικού στοιχείου ρευστού [N]
		η δύναμη στην αριστερή και δεξιά πλευρά του διαφορικού στοιχείου ρευστού [N]

	$d\mathbf{F}_D, d\mathbf{F}_U$	η δύναμη στην κάτω και άνω πλευρά του διαφορικού στοιχείου ρευστού [N]
	a_x, a_y, a_z	η επιτάχυνση του ρευστού σε κάθε διεύθυνση του διαφορικού στοιχείου ρευστού $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
	p	η υδροστατική πίεση $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$
	p_0, p_{atm}	η ατμοσφαιρική πίεση $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$
	ρ	η πυκνότητα του νερού $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
	g	η επιτάχυνση της βαρύτητας $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
	h	η απόσταση από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού [m]
Παράρτημα Β: B.1	R	η ακτίνα ελάσματος στην περιοχή των παρατροπιδίων
	$p(x, y, z)$	η υδροστατική πίεση $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$
	P	ο συντελεστής της $F(x, y, z) \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right]$
	$F(x, y, z)$	η συνάρτηση κατανομής υδροστατικής πίεσης στο καρτεσιανό επίπεδο [m]
Παράρτημα Δ:	Ω	ο χώρος που καταλαμβάνει γραμμικά ελαστική κατασκευή
	Γ	το σύνορο της κατασκευής
	Γ^h	το τμήμα του Γ , στο οποίο υπάρχει στήριξη

Γ^s	το τμήμα του Γ , στο οποίο ασκούνται οι επιφανειακές τάσεις
\mathbf{f}^b	το βάρος της κατασκευής (body force) [N]
\mathbf{f}^s	οι επιφανειακές τάσεις (surface traction) $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$
\mathbf{u}	η μετατόπιση που προκαλούν οι επιφανειακές τάσεις στην κατασκευή [m]
$W^b(\mathbf{u})$	το έργο που παράγει το βάρος της κατασκευής [J]
$W^s(\mathbf{u})$	το έργο που παράγουν οι επιφανειακές τάσεις [J]
$W(\mathbf{u})$	το άθροισμα των $W^b(\mathbf{u})$ και $W^s(\mathbf{u})$ (το συνολικό έργο) [J]
N	το πλήθος των διαστάσεων του χώρου
$\Pi(\mathbf{u})$	η δυναμική ενέργεια λόγω της μετατόπισης \mathbf{u} [J]
$U(\mathbf{u})$	η ενέργεια παραμόρφωσης λόγω της μετατόπισης \mathbf{u} [J]
$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$	το διάνυσμα των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]
\mathbf{C}	το μέτρο ελαστικότητας [MPa]
$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$	το διάνυσμα των τροπών
$\sigma_{ij}(\mathbf{u})$	ο τανυστής των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]
C_{ijkl}	ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας [MPa]
$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u})$	ο τανυστής των ορθών και διατμητικών τροπών
$\varepsilon_{kl}(\mathbf{u})$	οι συνιστώσες του τανυστή των ορθών και διατμητικών τροπών

$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) + \mathbf{f}^b = 0$	η εξίσωση ισορροπίας των δυνάμεων που ασκούνται στην κατασκευή
$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$	η απόκλιση των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]
$\mathbf{u} = 0$	η συνοριακή συνθήκη της μετατόπισης
$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}^s$	η συνοριακή συνθήκη των επιφανειακών τάσεων
$\boldsymbol{\sigma}$	το διάνυσμα των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]
\mathbf{n}	το εξωτερικό μοναδιαίο διάνυσμα
$\delta \mathbf{u} = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}) \equiv \bar{\mathbf{u}}$	μια μικρή τυχαία διαταραχή (μικρή μεταβολή) [m]
τ	ένας μικρός όρος
$\mathbf{u} + \tau \bar{\mathbf{u}}$	η κατάσταση της διαταραχής (perturbed state)
$\Pi(\mathbf{w})$	η δυναμική ενέργεια της κατασκευής λόγω της μετατόπισης \mathbf{w} [J]
$\Pi(\mathbf{u} + \tau \bar{\mathbf{u}})$	η δυναμική ενέργεια στην κατάσταση $\mathbf{u} + \tau \bar{\mathbf{u}}$ [J]
$\delta \Pi(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$	η μεταβολή της Π στη \mathbf{u} με κατεύθυνση $\bar{\mathbf{u}}$
$\delta \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$	η μεταβολή του διανύσματος των ορθών και διατμητικών τάσεων
$\delta \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$	η μεταβολή του τανυστή των ορθών και διατμητικών τροπών
$\delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$	η μεταβολή της ενέργειας παραμόρφωσης
$\delta W(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$	η μεταβολή του συνολικού έργου
$a(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$	η διγραμμική μορφή της ενέργειας (energy bilinear form) [J]
$l(\bar{\mathbf{u}})$	η γραμμική μορφή του φορτίου (load linear form) [J]

Κατάλογος Εικόνων

Εικόνα 3.1.1: Το σχήμα τετραγώνου, κύκλου και ∞ (Apon., n.d.).	7
Εικόνα 3.3.1: Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας βελτιστοποίησης (Πολίτης, 2020).	9
Εικόνα 3.4.1.1: Οι e_p, e_s, h_a, e_t και e_a είναι οι σχεδιαστικές μεταβλητές που ορίζει ο χρήστης (Zhang, et al., 2016).	12
Εικόνα 3.4.1.2: (A) Οι διαστάσεις της μέσης τομής του προβόλου ως σχεδιαστικές μεταβλητές (B) Το εμβαδόν διατομής των φορέων του δικτύωματος ως σχεδιαστική μεταβλητή (Querin, et al., 2017).	12
Εικόνα 3.4.1.3: Οι κατηγορίες δομικής βελτιστοποίησης: a) Βελτιστοποίηση Μεγέθους (Size Optimization) b) Βελτιστοποίηση Σχήματος (Shape Optimization) c) Βελτιστοποίηση Τοπολογίας (Topology Optimization) (Bendsøe & Sigmund, 2004).	13
Εικόνα 3.4.2.1: Με διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζεται το βελτιστοποιημένο σύνορο της κατασκευής, το οποίο μπορεί να εκφραστεί είτε από μία άγνωστη εξίσωση $f(x, y)$, είτε από σημεία ελέγχου, των οποίων οι θέσεις είναι άγνωστες και μπορούν να κινηθούν επί της εικονιζομένης καμπύλης (Querin, et al., 2017).	14
Εικόνα 3.4.2.2: Αριστερά: Το αρχικό σχέδιο της κατασκευής Δεξιά: Το βελτιστοποιημένο σχέδιο της κατασκευής (Zhang, et al., 2016).	14
Εικόνα 3.4.3.1: (A) Η αρχική τοπολογία (B) Η τελική τοπολογία (Querin, et al., 2017).	15
Εικόνα 3.5.1: Ο σχεδιαστικός χώρος για την τοπολογική βελτιστοποίηση (Leidenfrost, 2015).	17
Εικόνα 3.5.2: Αριστερά: Η οργανική δομή της γάστρας Δεξιά: Η οργανική δομή της γάστρας, του κυρίως καταστρώματος και των φρακτών (Leidenfrost, 2015).	17
Εικόνα 3.5.3: Οι σχεδιαστικοί χώροι εντός της δεξαμενής του VLCC (Qiu, et al., 2016).	18
Εικόνα 3.5.4: Αριστερά: Οι σχεδιαστικοί χώροι των ενισχυμένων νομέων Δεξιά: Οι σχεδιαστικοί χώροι των οριζοντίων ενισχυτικών (Qiu, et al., 2016).	19
Εικόνα 3.5.5: Αριστερά: Το αποτέλεσμα της μεθόδου SIMP Δεξιά: Το κατασκευαστικό σχέδιο του αποτελέσματος της μεθόδου SIMP (Qiu, et al., 2016).	19
Εικόνα 3.5.6: Αριστερά: Το αποτέλεσμα της μεθόδου BESO Δεξιά: Το κατασκευαστικό σχέδιο του αποτελέσματος της μεθόδου BESO (Qiu, et al., 2016).	19
Εικόνα 3.5.7: Αριστερά: Τα αποτελέσματα των μεθόδων SIMP και BESO Δεξιά: Το κοινό κατασκευαστικό σχέδιο των αποτελεσμάτων των μεθόδων SIMP και BESO (Qiu, et al., 2016).	20
Εικόνα 3.5.8: Αριστερά: Κατασκευαστικό σχέδιο βασισμένο σε τοπολογική μελέτη μέσης τομής πετρελαιοφόρου Aframax Δεξιά: Τυπική μέση τομή πετρελαιοφόρου Aframax (Qiu, et al., 2016).	20
Εικόνα 3.5.9: (A) Βάση εγκατάστασης εξοπλισμού πριν την τοπολογική βελτιστοποίηση (σχεδιαστικός χώρος) (B) Βελτιστοποιημένη βάση εγκατάστασης εξοπλισμού (Zhang, et al., 2019).	21
Εικόνα 3.5.10: (A) Μέση τομή βυθοκόρου (B) Απλοποιημένη μορφή μέσης τομής βυθοκόρου (σχεδιαστικός χώρος) (Vuijk, 2020).	22
Εικόνα 3.5.11: Βελτιστοποιημένη τοπολογία μέσης τομής βυθοκόρου (Vuijk, 2020).	22
Εικόνα 3.5.12: Το μέσο τμήμα του πλοίου (Bos, 2021).	23
Εικόνα 3.5.13: (A) Η απλοποιημένη εκδοχή του μέσου τμήματος του πλοίου (σχεδιαστικός χώρος) (B) Η βελτιστοποιημένη τοπολογία του μέσου τμήματος του πλοίου (Bos, 2021).	24
Εικόνα 3.5.14: (A) Εγκάρσια υδατοστεγής φρακτή (σχεδιαστικός χώρος) (B) Βελτιστοποιημένη εγκάρσια υδατοστεγής φρακτή (Islam & Paul, 2021).	25

Εικόνα 4.2.1: Κέλυφος σχήματος κύβου και διαστάσεων (ℓ, b, h, t) (Πολίτης, 2020).	27
Εικόνα 4.3.1: Γραφική παράσταση ελαχιστοποίησης της $f(x)$ και μεγιστοποίησης της $-f(x)$ (Rao, 2009).	28
Εικόνα 4.4.1: Οπτικοποίηση της διαδικασίας της βελτιστοποίησης (Πολίτης, 2020).	29
Εικόνα 5.1.1: Τμήμα πορώδους δομής δύο διαστάσεων. Οι κατακόρυφες και οριζόντιες γραμμές σχηματίζουν τα κελιά, εντός των οποίων υπάρχει υλικό και κενό. Σε αυτό το σημείο, το σχήμα των οπών επιλέχθηκε τυχαία τετράγωνο.	34
Εικόνα 5.1.1.1: Κελιά με άνοιγμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου στις δύο (Αριστερά) και στις τρεις (Δεξιά) διαστάσεις.	35
Εικόνα 5.1.2.1: Κελιά με περιοδικώς καταναμημένα ορθογώνια παραλληλόγραμμα ανοίγματα.	38
Εικόνα 5.1.2.2: Κελιά ταξινομημένου στρωματικού υλικού στις τρεις διαστάσεις.	39
Εικόνα 5.1.2.3: Κελιά ταξινομημένων στρωματικών υλικών S_1 και S_2	40
Εικόνα 5.1.2.4: Κελιά ταξινομημένων στρωματικών υλικών S_1 και S_2 στις τρεις διαστάσεις.	41
Εικόνα 5.1.2.5: Κελί των S_1 και S_2	42
Εικόνα 5.2.1: Ακτινογραφία δοκιδωτής δομής άνω άκρου μοιριαίου οστού (Parkinson & Fazzalari, 2012).	48
Εικόνα 5.2.2: Τοπολογική βελτιστοποίηση γέφυρας με τη μέθοδο SKO (Pawlyn, 2019).	48
Εικόνα 5.3.1: Σχεδιαστικός χώρος (αρχικό αντικείμενο) (Xie & Steven, 1997).	51
Εικόνα 5.3.2: Κατασκευή τύπου Michell (Xie & Steven, 1997).	52
Εικόνα 5.3.3: Οι σταθερές καταστάσεις της εξελικτικής διαδικασίας (Xie & Steven, 1993). 52	
Εικόνα 6.1.1.1: a) Δισδιάστατο ή τρισδιάστατο αντικείμενο χώρου Ω και συνόρου Γ , με στήριξη, ασκούμενη δύναμη \mathbf{f} και ελκτικό φορτίο \mathbf{t} b) Ορθογωνικό αντικείμενο πριν τη βελτιστοποίηση c) Ορθογωνικό αντικείμενο μετά τη βελτιστοποίηση (Bendsøe & Sigmund, 2004).	53
Εικόνα 6.1.3.1: Αριστερά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση 0–1 Δεξιά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση Black–White.	59
Εικόνα 6.1.3.2: Αριστερά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση 0 & 1 Δεξιά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση Black & White.	60
Εικόνα 6.1.8.1.1: Βελτιστοποιημένη τοπολογία με a) 2.700, b) 4.800 και c) 17.200 στοιχεία (Bendsøe & Sigmund, 2004).	71
Εικόνα 6.1.8.1.2: Περιοχή φίλτρου.	72
Εικόνα 6.1.8.1.3: Εφαρμογή του φίλτρου ευαισθησίας για πλήθος b) 300, c) 600, d) 4.800, e) 10.800 και f) 19.200 στοιχείων (Bendsøe & Sigmund, 2004).	74
Εικόνα 6.1.8.2.1: Το πρόβλημα της σκακιέρας σε αραιό (Πάνω) και πυκνό (Κάτω) πλέγμα (FE-DESIGN GmbH, 2014).	75
Εικόνα 6.1.8.2.2: Το πρόβλημα της σκακιέρας σε αραιό b) και πυκνό c) πλέγμα για πακτωμένη δοκό (Bendsøe & Sigmund, 2004).	75
Εικόνα 6.3.1.1: Το διάγραμμα ροής της μεθόδου SIMP για το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας (Βασισμένο στο αντίστοιχο διάγραμμα των (Bendsøe & Sigmund, 2004)).	80
Εικόνα 7.1: Δομική διαμόρφωση αμπαριού bulk carrier με μονό πλευρικό έλασμα (Gibson, 2017).	81
Εικόνα 7.2: Εγκάρσια τομή πλοίου τύπου bulk carrier (IACS, 2020).	82
Εικόνα 8.1: Τμήμα περιβλήματος της γάστρας.	84

Εικόνα 8.2: Μέση τομή πλοίου τύπου bulk carrier (Θεοδουλίδης, 2017).....	85
Εικόνα 8.3: Hopper Transverse Web Frame.....	86
Εικόνα 8.1.1.1: Οι διαστάσεις του διπυθμένου και των κάτω πλευρικών δεξαμενών (Θεοδουλίδης, 2017).....	88
Εικόνα 8.1.1.2: Το περίγραμμα του αμπαριού (Θεοδουλίδης, 2017).....	89
Εικόνα 8.1.2.1: Το κόκκινο περίγραμμα περικλείει το έλασμα της γάστρας, το οποίο μεταφέρει συγκεντρωμένο το υδροστατικό φορτίο στο έλασμα HTWF.....	93
Εικόνα 8.1.2.2: Η κατανομή του υδροστατικού φορτίου.....	95
Εικόνα 8.1.2.3: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του ελάσματος.....	96
Εικόνα 9.1.1: Το μηχανολογικό σχέδιο του ελάσματος.....	98
Εικόνα 9.1.2: Η τρισδιάστατη όψη του ελάσματος.....	98
Εικόνα 9.2.2.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του τρισδιάστατου ελάσματος.....	100
Εικόνα 9.2.3.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη του ελάσματος.....	101
Εικόνα 9.3.1.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη λυγισμού του ελάσματος.....	102
Εικόνα 9.4.2.1: Επιλεγμένες περιοχές προς εξαίρεση από τη μελέτη της τοπολογίας.....	105
Εικόνα 9.4.2.2: Βελτιστοποιημένη τοπολογία εξαρτήματος με (Αριστερά) και χωρίς (Δεξιά) προσδιορισμό ελαχίστου πάχους (FE-DESIGN GmbH, 2014).....	106
Εικόνα 9.4.2.3: Αποτέλεσμα τοπολογικής βελτιστοποίησης με γνώμονα την κατασκευή αντικειμένου μέσω χύτευσης (Dassault Systemes, 2021).....	106
Εικόνα 9.4.2.4: Επίπεδο συμμετρίας (Dassault Systemes, 2021).....	107
Εικόνα 9.4.2.1.1: Η επιφάνεια του περιγράμματος του ελάσματος.....	107
Εικόνα 9.4.2.1.2: Ανοίγματα διαμηκών ενισχυτικών με διαφορετικά collar plates (Θεοδουλίδης, 2017).....	110
Εικόνα 9.4.2.1.3: Η περιοχή των ανοιγμάτων των διαμηκών ενισχυτικών του ελάσματος (κίτρινο χρώμα).....	110
Εικόνα 9.4.2.1.4: Επίπεδο συμμετρίας του ελάσματος.....	111
Εικόνα 9.4.3.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη τοπολογίας του ελάσματος.....	112
Εικόνα 9.4.4.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.....	113
Εικόνα 9.4.4.2: Το εξομαλυμένο πλέγμα.....	113
Εικόνα 9.4.4.3: Η αντιστοίχιση των τιμών της τεχνητής πυκνότητας με χρώματα.....	114
Εικόνα 9.4.4.4: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$	115
Εικόνα 9.4.4.5: Αριστερά: Κατανομή του υλικού Δεξιά: Εξομαλυμένο πλέγμα.....	115
Εικόνα 9.5.1: Το αποτέλεσμα της μεθόδου βελτιστοποίησης της τοπολογίας SIMP.....	117
Εικόνα 9.5.2: Η τρισδιάστατη όψη του βελτιστοποιημένου ελάσματος.....	117
Εικόνα 9.5.3: Το σχέδιο με τις διαστάσεις των fillets των ανοιγμάτων του βελτιστοποιημένου ελάσματος.....	119
Εικόνα 9.6.1.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του βελτιστοποιημένου ελάσματος.....	120
Εικόνα 9.6.2.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη του βελτιστοποιημένου ελάσματος.....	121
Εικόνα 9.7.1.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη λυγισμού του βελτιστοποιημένου ελάσματος.....	122
Εικόνα 9.8.1: Οι διαστάσεις στην περιοχή των ανοιγμάτων των διαμηκών ενισχυτικών.....	124
Εικόνα 9.8.2: Πάνω: Έλασμα με κεντρικά ανοίγματα Κάτω: Έλασμα χωρίς κεντρικά ανοίγματα.....	125

Εικόνα 9.8.3: Το σχέδιο με τις διαστάσεις των ενισχυτικών του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.	126
Εικόνα 9.8.4: Ενισχυτικά FB 100 X 12 (9).	126
Εικόνα 9.8.5: Ενισχυτικά FB 100 X 12 (9) από διαφορετική οπτική γωνία.	127
Εικόνα 9.9.1.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.	128
Εικόνα 9.9.2.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.	129
Εικόνα 9.10.1.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη λυγισμού του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.	130
Εικόνα 9.11.1.1: Το σχέδιο της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	131
Εικόνα 9.11.1.2: Η τρισδιάστατη όψη της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	132
Εικόνα 9.11.2.2.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	133
Εικόνα 9.11.2.2.2: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	133
Εικόνα 9.11.3.2.1: Η επιφάνεια του εξωτερικού συνόρου της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	135
Εικόνα 9.11.3.2.2: Η περιοχή των ανοιγμάτων των διαμηκών ενισχυτικών της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (κίτρινο χρώμα).	136
Εικόνα 9.11.3.2.3: Επίπεδο συμμετρίας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	136
Εικόνα 9.11.3.3.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη τοπολογίας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	137
Εικόνα 10.1.1: Τάσεις von Mises του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	141
Εικόνα 10.1.2: Τάσεις von Mises του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).	141
Εικόνα 10.1.3: Παραμόρφωση του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y	142
Εικόνα 10.1.4: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z	142
Εικόνα 10.2.1: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	143
Εικόνα 10.2.2: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z (οπίσθια κύρια πλευρά).	143
Εικόνα 10.2.3: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z	144
Εικόνα 10.3.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.	145
Εικόνα 10.3.2: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$	146
Εικόνα 10.3.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα.	146
Εικόνα 10.4.1: Τάσεις von Mises του βελτιστοποιημένου ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	148
Εικόνα 10.4.2: Τάσεις von Mises του βελτιστοποιημένου ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).	148
Εικόνα 10.4.3: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στις διευθύνσεις x και y	149
Εικόνα 10.4.4: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z	149
Εικόνα 10.5.1: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	150
Εικόνα 10.5.2: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (οπίσθια κύρια πλευρά).	150
Εικόνα 10.5.3: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z	151
Εικόνα 10.6.1: Τάσεις von Mises του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	152

Εικόνα 10.6.2: Τάσεις von Mises του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).	152
Εικόνα 10.6.3: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στις διευθύνσεις x και y	153
Εικόνα 10.6.4: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z	153
Εικόνα 10.7.1: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	154
Εικόνα 10.7.2: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (οπίσθια κύρια πλευρά).	154
Εικόνα 10.7.3: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z	155
Εικόνα 10.8.1: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	156
Εικόνα 10.8.2: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).	156
Εικόνα 10.8.3: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y	157
Εικόνα 10.8.4: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στη διεύθυνση z	157
Εικόνα 10.9.1: Η κατανομή του υλικού της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	158
Εικόνα 10.9.2: Η κατανομή του υλικού της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$	159
Εικόνα 10.9.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.	159
Εικόνα 11.1.1: Τάσεις von Mises του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	161
Εικόνα 11.1.2: Τάσεις von Mises του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).	161
Εικόνα 11.1.3: Παραμόρφωση του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y	162
Εικόνα 11.1.4: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z	162
Εικόνα 11.2.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.	163
Εικόνα 11.2.2: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$	164
Εικόνα 11.2.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα.	164
Εικόνα 11.3.1: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).	166
Εικόνα 11.3.2: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).	166
Εικόνα 11.3.3: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y	167
Εικόνα 11.3.4: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στη διεύθυνση z	167
Εικόνα 12.2.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.	169
Εικόνα 12.2.2: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$	170
Εικόνα 12.2.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα.	170
Εικόνα 13.1.1.2.1: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής του ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm, σταθερό $(1 - f) = 50 \%$ και μεταβλητό σ_{VM}^{per}	173

Εικόνα 13.1.1.2.2: Σύγκριση αποτελεσμάτων για $(1-f) = 10\%$, $\sigma_{VM}^{per} = 200$ MPa και μεγέθη πλέγματος 50 mm (Αριστερά) και 25 mm (Δεξιά).	174
Εικόνα 13.1.1.2.3: Σύγκριση αποτελεσμάτων για $(1-f) = 20\%$, $\sigma_{VM}^{per} = 200$ MPa και μεγέθη πλέγματος 50 mm (Αριστερά) και 25 mm (Δεξιά).	174
Εικόνα 13.2.1.1.1: Αριστερά: Βέλτιστη τοπολογία με ενεργοποιημένη την επιλογή Use soft spring to stabilize model Δεξιά: Βέλτιστη τοπολογία του ίδιου ελάσματος με απενεργοποιημένη την επιλογή Use soft spring to stabilize model.	177
Εικόνα 13.3.1: Ενισχυμένο αρχικό έλασμα της δεύτερης εκδοχής.	179
Εικόνα 13.3.2: Ενισχυμένο αρχικό έλασμα της δεύτερης εκδοχής από διαφορετική οπτική γωνία.	180
Εικόνα 13.3.3: Τάσεις von Mises του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής (οπίσθια κύρια πλευρά).	180
Εικόνα 13.3.4: Παραμόρφωση του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής στη διεύθυνση z και BFS .	181
Εικόνα 13.3.5: Σύγκριση των τάσεων von Mises του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (Πάνω) με του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής (Κάτω).	182
Εικόνα 13.3.6: Σύγκριση των παραμορφώσεων του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (Πάνω) με του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής (Κάτω) στη διεύθυνση z και των BFS .	183
Εικόνα 14.4.1: Επισημάνση των ανοιγμάτων των διαμηκών ενισχυτικών του HTWF.	191
Εικόνα 14.4.2: Αριστερά: Ονοματολογία κατασκευαστικών στοιχείων πηδαλίου (Χατζηκωνσταντής, 2017) Δεξιά: Τρισδιάστατη απεικόνιση κατασκευαστικών στοιχείων πηδαλίου (Kongsberg, 2024).	192
Εικόνα 14.4.3: Κατασκευαστικά στοιχεία πλοίου (MARINO CONSULTING, 2023).	192
Εικόνα A.1: Διαφορικό στοιχείο ρευστού.	193
Εικόνα A.2: Σχήμα αποστάσεων μεταξύ των αντιδιαμετρικών πλευρών του διαφορικού στοιχείου.	195
Εικόνα A.3: Ελεύθερη επιφάνεια νερού και σημείο ανάπτυξης υδροστατικής πίεσης.	201
Εικόνα B.1.1: Δημιουργία νέου σχεδίου.	202
Εικόνα B.1.2: Δημιουργία νέου κομματιού.	203
Εικόνα B.1.3: Επιλογή του επιπέδου και του εργαλείου σχεδίασης.	203
Εικόνα B.1.4: Ενεργοποίηση του εργαλείου σχεδίασης κύκλου.	204
Εικόνα B.1.5: Τοποθέτηση του κέντρου του κύκλου.	204
Εικόνα B.1.6: Σχεδιασμός και ορισμός της ακτίνας του κύκλου.	205
Εικόνα B.1.7: Επιλογή του εργαλείου τοποθέτησης σημείου.	205
Εικόνα B.1.8: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων του πρώτου σημείου.	206
Εικόνα B.1.9: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων του δεύτερου σημείου.	206
Εικόνα B.1.10: Επιλογή του εικονιδίου σχεδίασης γραμμής.	207
Εικόνα B.1.11: Σχεδίαση της κατακόρυφης πλευράς (vertical side) του ελάσματος.	207
Εικόνα B.1.12: Σχεδίαση της πλευράς του πυθμένα (bottom side) του ελάσματος.	208
Εικόνα B.1.13: Ενεργοποίηση του εργαλείου κοπής γραμμών.	208
Εικόνα B.1.14: Κοπή του εσωτερικού τμήματος του κύκλου.	209
Εικόνα B.1.15: Επιλογή του εργαλείου τοποθέτησης σημείου.	209
Εικόνα B.1.16: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων του τρίτου σημείου.	210
Εικόνα B.1.17: Επιλογή του εργαλείου σχεδίασης γραμμής.	210

Εικόνα B.1.18: Ένωση μεταξύ του δευτέρου και του τρίτου σημείου.....	211
Εικόνα B.1.19: Ένωση μεταξύ του τρίτου και του πρώτου σημείου.....	211
Εικόνα B.1.20: Ενεργοποίηση του εικονιδίου τοποθέτησης σημείου.....	212
Εικόνα B.1.21: Τοποθέτηση του τετάρτου σημείου στο επίπεδο.....	212
Εικόνα B.1.22: Επιλογή του εργαλείου ορισμού διαστάσεων.....	213
Εικόνα B.1.23: Ορισμός της απόστασης μεταξύ του τετάρτου και του πρώτου σημείου.....	213
Εικόνα B.1.24: Ορισμός των διαστάσεων των υπολοίπων χαρακτηριστικών του σχεδίου.....	214
Εικόνα B.1.25: Επιλογή του εργαλείου εξώθησης βάσης.....	214
Εικόνα B.1.26: Ανάπτυξη της επιφανείας επί της διεύθυνσης z	215
Εικόνα B.1.27: Επιλογή της επιφανείας της κεκλιμένης πλευράς (sloping side) ως επιφάνεια σχεδίασης.....	215
Εικόνα B.1.28: Επιλογή του εργαλείου σχεδίασης γραμμής.....	216
Εικόνα B.1.29: Ένωση των δύο κυρίων πλευρών του ελάσματος.....	216
Εικόνα B.1.30: Εύρεση και χρήση του εργαλείου διαχωριστικής γραμμής.....	217
Εικόνα B.1.31: Κοπή της επιφανείας της κεκλιμένης πλευράς (sloping side) σε δύο τμήματα.....	217
Εικόνα B.1.32: Οι δύο επιφάνειες που προκύπτουν.....	218
Εικόνα B.1.33: Επιλογή του εργαλείου τρισδιάστατης σχεδίασης.....	218
Εικόνα B.1.34: Ενεργοποίηση του εργαλείου τοποθέτησης σημείου.....	219
Εικόνα B.1.35: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων της αρχής του νέου συστήματος αξόνων.....	219
Εικόνα B.1.36: Εισαγωγή του νέου συστήματος συντεταγμένων.....	220
Εικόνα B.1.37: Ορισμός της θέσης και της θετικής φοράς του νέου συστήματος συντεταγμένων.....	220
Εικόνα B.1.38: Το νέο σύστημα συντεταγμένων.....	221
Εικόνα B.2.1: Επιλογή εικονιδίου ενεργοποίησης προσομοιώσεων.....	222
Εικόνα B.2.2: Ενεργοποίηση της εντολής εκκίνησης της νέας μελέτης.....	222
Εικόνα B.2.3: Επιλογή του εργαλείου εκκίνησης της στατικής μελέτης.....	223
Εικόνα B.2.4: Ενεργοποίηση της εντολής εισαγωγής υλικού.....	223
Εικόνα B.2.5: Παράθυρο εισαγωγής υλικού.....	224
Εικόνα B.2.6: Επιλογή του εικονιδίου για τον ορισμό των πλευρών των στηρίξεων.....	224
Εικόνα B.2.7: Επιλογή των επιφανειών των στηρίξεων.....	225
Εικόνα B.2.8: Πλευρές των στηρίξεων.....	225
Εικόνα B.2.9: Άνοιγμα του περιβάλλοντος ορισμού των δευτερευουσών συνθηκών στήριξης.....	226
Εικόνα B.2.10: Επιλογή των επιφανειών των φορτίσεων.....	227
Εικόνα B.2.11: Επιλογή του επιπέδου αναφοράς.....	227
Εικόνα B.2.12: Διεύθυνση παραμόρφωσης του ελάσματος.....	228
Εικόνα B.2.13: Διεύθυνση παραμόρφωσης του ελάσματος από διαφορετική οπτική γωνία.....	228
Εικόνα B.2.14: Άνοιγμα του περιβάλλοντος προσδιορισμού της δύναμης του εμπορεύματος.....	229
Εικόνα B.2.15: Επιλογή της επιφανείας φόρτισης και εισαγωγή του μέτρου της δύναμης του εμπορεύματος.....	229
Εικόνα B.2.16: Κατανεμημένο φορτίο λόγω της δύναμης του εμπορεύματος.....	230
Εικόνα B.2.17: Ενεργοποίηση του εργαλείου εισαγωγής της υδροστατικής πίεσης.....	230
Εικόνα B.2.18: Επιλογή τμημάτων επιφανείας και ορισμός του μέτρου της υδροστατικής πίεσης.....	231
Εικόνα B.2.19: Δήλωση συστήματος συντεταγμένων.....	231
Εικόνα B.2.20: Εισαγωγή της συνάρτησης κατανομής της υδροστατικής πίεσης.....	232

Εικόνα B.2.21: Τελικές ρυθμίσεις.	233
Εικόνα B.2.22: Κατανομή της υδροστατικής πίεσης.....	233
Εικόνα B.2.23: Επιλογή του εργαλείου δημιουργίας του πλέγματος.	234
Εικόνα B.2.24: Ορισμός των παραμέτρων του πλέγματος.....	234
Εικόνα B.2.25: Δημιουργία του πλέγματος.	235
Εικόνα B.2.26: Πλέγμα, στηρίξεις και φορτία.	235
Εικόνα B.2.27: Εκκίνηση τρεξίματος.	236
Εικόνα B.2.28: Κατάσταση τρεξίματος.....	236
Εικόνα B.3.1: Ενεργοποίηση της εντολής έναρξης της νέας μελέτης.	237
Εικόνα B.3.2: Επιλογή του εικονιδίου ενεργοποίησης της μελέτης λυγισμού.....	237
Εικόνα B.3.3: Αντιγραφή του υλικού από το παράθυρο της στατικής μελέτης.....	238
Εικόνα B.3.4: Επικόλληση του υλικού στη μελέτη του λυγισμού.	238
Εικόνα B.3.5: Αντιγραφή των στηρίξεων.....	239
Εικόνα B.3.6: Επικόλληση των στηρίξεων.....	239
Εικόνα B.3.7: Αντιγραφή των φορτίσεων.	240
Εικόνα B.3.8: Επικόλληση των φορτίσεων.	240
Εικόνα B.3.9: Ενεργοποίηση της εντολής δημιουργίας του πλέγματος.	241
Εικόνα B.3.10: Ορισμός των παραμέτρων του πλέγματος.....	241
Εικόνα B.3.11: Δημιουργία του πλέγματος.	242
Εικόνα B.3.12: Πλέγμα, στηρίξεις και φορτία.	242
Εικόνα B.3.13: Εκκίνηση τρεξίματος.	243
Εικόνα B.3.14: Κατάσταση τρεξίματος.....	243
Εικόνα B.4.1: Επιλογή της εντολής εκκίνησης της νέας μελέτης.	244
Εικόνα B.4.2: Επιλογή του εικονιδίου ενεργοποίησης της μελέτης βελτιστοποίησης.....	244
Εικόνα B.4.3: Αντιγραφή του υλικού από τη μελέτη του λυγισμού.	245
Εικόνα B.4.4: Επικόλληση του υλικού στη μελέτη της τοπολογίας.....	245
Εικόνα B.4.5: Αντιγραφή των στηρίξεων.....	246
Εικόνα B.4.6: Επικόλληση των στηρίξεων.....	246
Εικόνα B.4.7: Αντιγραφή των φορτίσεων.	247
Εικόνα B.4.8: Επικόλληση των φορτίσεων.	247
Εικόνα B.4.9: Ενεργοποίηση της επιλογής Minimize Mass	248
Εικόνα B.4.10: Εισαγωγή περιορισμών.....	248
Εικόνα B.4.11: Ενεργοποίηση της εντολής διατήρησης περιοχών.....	249
Εικόνα B.4.12: Εισαγωγή των επιφανειών του συνόρου της κατασκευής.....	249
Εικόνα B.4.13: Εισαγωγή της τιμής του βάθους της διατηρητέας περιοχής.	250
Εικόνα B.4.14: Ενεργοποίηση της εντολής εισαγωγής του επιπέδου συμμετρίας.....	250
Εικόνα B.4.15: Εισαγωγή της επιφανείας συμμετρίας.	251
Εικόνα B.4.16: Επιλογή του εργαλείου δημιουργίας του πλέγματος.....	251
Εικόνα B.4.17: Ορισμός των παραμέτρων του πλέγματος.....	252
Εικόνα B.4.18: Κατασκευή του πλέγματος.	252
Εικόνα B.4.19: Πλέγμα, στηρίξεις και φορτία.	253
Εικόνα B.4.20: Επιλογή της εντολής για την εκτέλεση του τελικού τρεξίματος.	253
Εικόνα B.4.21: Κατάσταση τρεξίματος.	254
Εικόνα B.4.22: Ενεργοποίηση αποτελεσμάτων.....	254
Εικόνα B.4.23: Σχήμα βέλτιστης κατανομής υλικού.....	255
Εικόνα B.4.24: Εξομαλυμένο πλέγμα.....	255
Εικόνα B.5.1: Ενεργοποίηση εικονιδίου εξαγωγής εξομαλυμένου πλέγματος.	256
Εικόνα B.5.2: Περιβάλλον εξαγωγής εξομαλυμένου πλέγματος.	256
Εικόνα B.5.3: Επιλογή του επιπέδου σχεδίασης.....	257
Εικόνα B.5.4: Ενεργοποίηση της εντολής σχεδίασης.....	257

Εικόνα B.5.5: Επιλογή του εικονιδίου σχεδίασης κύκλου.	258
Εικόνα B.5.6: Τοποθέτηση του κέντρου του κύκλου στην αρχή των αξόνων.	258
Εικόνα B.5.7: Δημιουργία του κύκλου και ορισμός της τιμής της ακτίνας του.	259
Εικόνα B.5.8: Ενεργοποίηση της εντολής σχεδίασης γραμμής.	259
Εικόνα B.5.9: Σχεδίαση της κατακόρυφης πλευράς (vertical side) του ελάσματος.	260
Εικόνα B.5.10: Δημιουργία της κεκλιμένης πλευράς (sloping side).	260
Εικόνα B.5.11: Δημιουργία της εσωτερικής κατακόρυφης πλευράς (inner vertical side). ...	261
Εικόνα B.5.12: Δημιουργία της πλευράς του πυθμένα (bottom side).	261
Εικόνα B.5.13: Επιλογή του εργαλείου κοπής γραμμών.	262
Εικόνα B.5.14: Διαγραφή του εσωτερικού τμήματος του κύκλου.	262
Εικόνα B.5.15: Επιλογή του εικονιδίου προβολής γραμμής.	263
Εικόνα B.5.16: Επιλογή της κεκλιμένης πλευράς (sloping side).	263
Εικόνα B.5.17: Προεπισκόπηση του εσωτερικού συνόρου.	264
Εικόνα B.5.18: Τελική μορφή του εσωτερικού συνόρου.	264
Εικόνα B.5.19: Ενεργοποίηση της εντολής σχεδίασης γραμμής.	265
Εικόνα B.5.20: Σχεδίαση της δεύτερης πλευράς του πρώτου ανοίγματος.	265
Εικόνα B.5.21: Σχεδίαση της τρίτης πλευράς του πρώτου ανοίγματος.	266
Εικόνα B.5.22: Επιλογή του εργαλείου κοπής γραμμών και διαγραφή αυτών.	267
Εικόνα B.5.23: Ενεργοποίηση της εντολής Sketch Fillet.	267
Εικόνα B.5.24: Σχεδίαση του πρώτου fillet.	268
Εικόνα B.5.25: Σχεδίαση του δεύτερου fillet.	268
Εικόνα B.5.26: Σχεδίαση του τρίτου fillet.	269
Εικόνα B.5.27: Σχεδίαση του τετάρτου fillet.	269
Εικόνα B.5.28: Σχέδιο βελτιστοποιημένου ελάσματος.	270
Εικόνα B.5.29: Τρισδιάστατο μοντέλο ελάσματος και νέο σύστημα συντεταγμένων.	270
Εικόνα B.6.1: Ενεργοποίηση του εικονιδίου επεξεργασίας σχεδίου.	271
Εικόνα B.6.2: Επιλογή της πρώτης ζητούμενης οπής.	271
Εικόνα B.6.3: Επιλογή της δεύτερης ζητούμενης οπής.	272
Εικόνα B.6.4: Επιλογή της εντολής σχεδίασης.	272
Εικόνα B.6.5: Ενεργοποίηση του εικονιδίου προβολής γραμμής.	273
Εικόνα B.6.6: Επιλογή της διαγωνίου πλευράς.	273
Εικόνα B.6.7: Χρήση της εντολής προβολής γραμμής.	274
Εικόνα B.6.8: Επιλογή πλευρών εξωτερικού συνόρου.	274
Εικόνα B.6.9: Εισαγωγή της τιμής της απόστασης του προβεβλημένου συνόρου από το βασικό.	275
Εικόνα B.6.10: Επιλογή εργαλείου προέκτασης γραμμών.	275
Εικόνα B.6.11: Προέκταση διαγώνιας γραμμής προς την εσωτερική κατακόρυφη πλευρά (αριστερή).	276
Εικόνα B.6.12: Προέκταση διαγώνιας γραμμής προς την εξωτερική κατακόρυφη πλευρά (δεξιά).	276
Εικόνα B.6.13: Επιλογή και μετατροπή της διαγώνιας γραμμής σε κατασκευαστική.	277
Εικόνα B.6.14: Ενεργοποίηση της εντολής προβολής γραμμής.	277
Εικόνα B.6.15: Ορισμός παραμέτρων.	278
Εικόνα B.6.16: Προεπισκόπηση του πάχους του ενισχυτικού.	278
Εικόνα B.6.17: Ενεργοποίηση εικονιδίου κοπής γραμμών.	279
Εικόνα B.6.18: Διαγραφή δεξιάς πλευράς ενισχυτικού.	279
Εικόνα B.6.19: Ενεργοποίηση εικονιδίου επιμήκυνσης γραμμών.	280
Εικόνα B.6.20: Προέκταση αριστερής πλευράς ενισχυτικού.	280
Εικόνα B.6.21: Επιλογή της εντολής κοπής γραμμών.	281
Εικόνα B.6.22: Επιλογή της γραμμής, άνωθεν του ενισχυτικού, προς διαγραφή.	281

Εικόνα Β.6.23: Επιλογή της γραμμής, εκατέρωθεν του ενισχυτικού, προς διαγραφή.	282
Εικόνα Β.6.24: Επιλογή εντολής εξώθησης βάσης.	282
Εικόνα Β.6.25: Επιλογή του εσωτερικού τμήματος του ενισχυτικού.....	283
Εικόνα Β.6.26: Προεπισκόπηση της εξώθησης βάσης του ενισχυτικού.	283
Εικόνα Γ.1.1.1: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 200 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %).....	284
Εικόνα Γ.1.1.2: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 150 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %).....	285
Εικόνα Γ.1.1.3: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 100 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %).....	286
Εικόνα Γ.1.1.4: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 50 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %).....	287
Εικόνα Γ.1.2.1: Αποτελέσματα δεύτερης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 37,6 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 215 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 37,6 % , Κάτω και Αριστερά: 30 % , Πάνω και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Δεξιά: 10 %).....	288
Εικόνα Γ.2.1.1: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 25 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 200 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %).....	289
Εικόνα Γ.2.2.1: Αποτελέσματα δεύτερης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 25 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 37,6 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 215 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 37,6 % , Κάτω και Αριστερά: 30 % , Πάνω και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Δεξιά: 10 %).....	290
Εικόνα Δ.1: Κατασκευή χώρου Ω και συνόρου Γ με στήριξη, ασκούμενη δύναμη f^b και κατανεμημένο φορτίο f^s (Choi & Kim, 2005).	291

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 3.4.3.1: Ταξινόμηση μεθόδων τοπολογικής βελτιστοποίησης (Tyfloroulos, et al., 2018).	16
Πίνακας 8.1.1.1: Σενάρια φόρτωσης αμπαριών.....	89
Πίνακας 9.1.1: Οι διαστάσεις του ελάσματος.....	97
Πίνακας 9.2.1.1: Τεχνικά χαρακτηριστικά plain carbon steel.	99
Πίνακας 9.2.2.1: Τα είδη και οι τιμές των εφαρμοσμένων φορτίων.	100
Πίνακας 9.3.1: Η ερμηνεία των πιθανών τιμών του συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού (Dassault Systemes, 2022).	102
Πίνακας 9.4.1.1: Πίνακας είκοσι δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 50 mm	104
Πίνακας 9.4.1.2: Πίνακας πέντε δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 25 mm	105
Πίνακας 9.4.2.1.1: Οι διαστάσεις των διαμηκών ενισχυτικών (Θεοδουλίδης, 2017).	108
Πίνακας 9.4.2.1.2: Οι διαστάσεις των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των ανοιγμάτων	109
Πίνακας 9.5.1: Σημεία ευθειών και καμπυλών.....	118
Πίνακας 9.5.2: Σημεία τόξων.....	119
Πίνακας 9.11.3.1.1: Πίνακας τεσσάρων δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 50 mm	134
Πίνακας 9.11.3.1.2: Πίνακας τεσσάρων δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 25 mm	135
Πίνακας 9.12.3.1: Τεχνικά χαρακτηριστικά υπολογιστή.....	139
Πίνακας 10.3.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό.	145
Πίνακας 10.3.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$	145
Πίνακας 10.3.3: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης, μελέτης λυγισμού και τοπολογίας του ελάσματος.	147
Πίνακας 10.5.1: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης λυγισμού του βελτιστοποιημένου ελάσματος.....	151
Πίνακας 10.7.1: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης λυγισμού του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.....	155
Πίνακας 10.7.2: Σύγκριση των μεγίστων αναπτυσσομένων τάσεων, των συντελεστών ασφαλείας έναντι λυγισμού και των μαζών μεταξύ των τριών φάσεων του ελάσματος.....	155
Πίνακας 10.9.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό.	158
Πίνακας 10.9.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$	158
Πίνακας 10.9.3: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης τοπολογίας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.....	160
Πίνακας 11.2.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό.	163
Πίνακας 11.2.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$	163
Πίνακας 11.2.3: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης τοπολογίας του ελάσματος.....	165
Πίνακας 11.4.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό.	168
Πίνακας 11.4.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$	168

Πίνακας 13.1.2.2.1: Συγκριτικός πίνακας μαζών πρώτης και δεύτερης εκδοχής ελάσματος για τα αποτελέσματα μεγέθους πλέγματος 50 mm	176
Πίνακας 13.3.1: Σύγκριση των μαζών μεταξύ ελασμάτων.....	179
Πίνακας 13.3.2: Χρόνοι παραγωγής πλεγμάτων και εκτέλεσης μελετών για μεγέθη στοιχείων 50 mm και 25 mm που αφορούν τις δύο σχεδιαστικές εκδοχές του προς μελέτη ελάσματος. Οι χρόνοι της τοπολογίας για την πρώτη και δεύτερη εκδοχή, αφορούν τα αποτελέσματα που επιλέχθηκαν και παρουσιάζονται στις ενότητες 10.3, 10.9, 11.2 και 11.4.....	184
Πίνακας 14.2.1.1.1: Μάζες πρώτης εκδοχής του ελάσματος με ενεργοποιημένη και μη ενεργοποιημένη την επιλογή Use soft spring to stabilize model.....	188
Πίνακας B.1.1: Οι συντεταγμένες των τριών πρώτων σημείων του συνόρου του ελάσματος.....	205
Πίνακας B.1.2: Οι συντεταγμένες του σημείου του νέου συστήματος αξόνων.	219
Πίνακας B.5.1: Οι ακτίνες των τεσσάρων πρώτων fillets.	268

1 Πρόλογος

Το πρόβλημα που επιθυμούμε να λύσουμε, είναι η μείωση του βάρους ενός ναυπηγήματος επεμβαίνοντας στο σχεδιασμό των κατασκευαστικών του στοιχείων.

Ο σκοπός μας είναι να εφαρμόσουμε μία από τις μεθόδους βελτιστοποίησης της τοπολογίας κατά το στάδιο της μελέτης αντοχής δομικού στοιχείου της μέσης τομής πλοίου τύπου bulk carrier.

Οι στόχοι της εργασίας είναι να μάθουμε για την ιστορική εξέλιξη της τοπολογικής βελτιστοποίησης και την αξιοποίησή της στην επιστήμη της ναυπηγικής. Ακόμη, ενημερωνόμαστε για ορισμένες από τις μεθόδους αυτού του είδους δομικής βελτιστοποίησης και επικεντρωνόμαστε σε εκείνη με την οποία θα μελετήσουμε το προαναφερθέν εξάρτημα. Επιπλέον, διερευνούμε το βέλτιστο σχέδιο χρησιμοποιώντας κατάλληλο λογισμικό και μαθαίνουμε τα βήματα διεξαγωγής τέτοιων μελετών με το συγκεκριμένο πρόγραμμα. Ο τελικός στόχος είναι η παρατήρηση των αποτελεσμάτων και η εξαγωγή συμπερασμάτων γι' αυτά, για την εφαρμογή της μεθόδου, αλλά και όλης της σχεδιαστικής διαδικασίας.

Η μεθοδολογία προσέγγισης της εργασίας είναι η ακόλουθη. Αρχικά, κάνουμε μια αναφορά στις μεθόδους βελτιστοποίησης της τοπολογίας. Έπειτα, εστιάζουμε την προσοχή μας στη θεωρία της μεθόδου που θα χρησιμοποιηθεί για την επίλυση του προβλήματος. Ύστερα, σχεδιάζουμε το προς μελέτη αντικείμενο και θέτουμε τις στηρίξεις και τις φορτίσεις του εντός του λογισμικού. Κατόπιν θέτουμε το σκοπό, το στόχο και τους περιορισμούς (σχεδιαστικούς και κατασκευαστικούς) και πραγματοποιούμε την προσομοίωση που θα μας οδηγήσει στο βέλτιστο αποτέλεσμα. Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκαν πολλαπλές προσομοιώσεις για διαφορετικούς σχεδιαστικούς περιορισμούς μέχρις ότου καταλήξουμε στο βέλτιστο.

Δια μέσου της χρήσης των μεθόδων βελτιστοποίησης της τοπολογίας στη μελέτη αντοχής ναυπηγικών κατασκευών γίνεται γνωστό στην κοινότητα των ναυπηγών ότι υπάρχει εναλλακτικός τρόπος σχεδιασμού των δομικών στοιχείων ενός πλοίου, ο οποίος οδηγεί σε υλοποιήσιμα αποτελέσματα. Αποτελέσματα που συμβάλλουν στη μείωση του βάρους του κενού σκάφους (lightship) και στην αύξηση της μεταφορικής του ικανότητας (deadweight).

Σύντομη Παρουσίαση των Κεφαλαίων της Εργασίας

Κεφάλαιο 2: Ιστορική Αναδρομή

Σε αυτό το κεφάλαιο περιγράφεται η ιστορική εξέλιξη της βελτιστοποίησης της τοπολογίας μέχρι σήμερα.

Κεφάλαιο 3: Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο της εισαγωγής, γίνεται μια περιγραφή του όρου της τοπολογίας και στη συνέχεια αναφερόμαστε στην έννοια της σχεδιαστικής βελτιστοποίησης, αλλά και στα στάδια της. Έπειτα, μεταβαίνουμε στο μέρος της δομικής βελτιστοποίησης ως μία από τις κατηγορίες της σχεδιαστικής βελτιστοποίησης και περιγράφουμε τα είδη που την αποτελούν. Κλείνοντας, το κεφάλαιο τρία παρουσιάζουμε ορισμένες από τις εφαρμογές της βελτιστοποίησης της τοπολογίας στη ναυπηγική βιομηχανία.

Κεφάλαιο 4: Ορισμός Μοντέλου Σχεδιαστικής Βελτιστοποίησης

Στο τέταρτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η θεωρία της διαδικασίας της σχεδιαστικής βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, αναφερόμαστε στις επιμέρους έννοιες από τις οποίες αποτελείται, όπως οι σχεδιαστικές μεταβλητές, η αντικειμενική συνάρτηση, οι σχεδιαστικοί περιορισμοί, ο σχεδιαστικός χώρος κλπ.

Κεφάλαιο 5: Μέθοδοι Τοπολογικής Βελτιστοποίησης

Στο κεφάλαιο πέντε, περιγράφεται συνοπτικά η λειτουργία κάποιων μεθόδων βελτιστοποίησης της τοπολογίας, όπως η Homogenization Method, η Soft Kill Option και η ESO.

Κεφάλαιο 6: Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)

Μετά το κεφάλαιο των μεθόδων τοπολογικής βελτιστοποίησης, επικεντρωνόμαστε στη μέθοδο SIMP ως μία από αυτές και η μόνη που εφαρμόζει το λογισμικό που χρησιμοποιήσαμε. Συγκεκριμένα, αναφερόμαστε στα στοιχεία και στον τρόπο λειτουργίας της.

Κεφάλαιο 7: Δομικά Στοιχεία ενός Πλοίου Bulk Carrier

Στο έβδομο κεφάλαιο αναφερόμαστε στα δομικά στοιχεία της γάστρας ενός πλοίου bulk carrier, τα οποία είναι απαραίτητα για τον προσδιορισμό της θέσης, των φορτίσεων και των στηρίξεων του υπό μελέτη αντικειμένου.

Κεφάλαιο 8: Αντικείμενο Μελέτης

Σε αυτό το κεφάλαιο, δίνεται η ακριβής θέση του ελάσματος που θα μελετηθεί, προσδιορίζονται οι στηρίξεις και υπολογίζονται τα φορτία που ασκούνται σε αυτό.

Κεφάλαιο 9: Βελτιστοποίηση Τοπολογίας με το Λογισμικό SolidWorks®

Εφόσον έχουν προσδιοριστεί η θέση, οι στηρίξεις και τα φορτία, στο ένατο κεφάλαιο, πραγματοποιείται ο σχεδιασμός του τελικού βελτιστοποιημένου ελάσματος (ενισχυμένο βελτιστοποιημένο έλασμα) μετά από μία σειρά ενεργειών με τη χρήση του λογισμικού SolidWorks®. Αναλυτικότερα, ολόκληρη η διαδικασία ξεκινάει με το σχεδιασμό του αντικειμένου που μας ενδιαφέρει και ακολουθεί η στατική μελέτη και η μελέτη λυγισμού, ώστε να αποκτήσουμε πληροφορίες σχετικά με την αντοχή του. Έπειτα, διεξάγεται η μελέτη της τοπολογίας, αφού πρώτα καθοριστούν οι στόχοι και οι περιορισμοί (σχεδιαστικοί και κατασκευαστικοί). Μετά από την ολοκλήρωσή της, σχεδιάζουμε τη βελτιστοποιημένη εκδοχή του αρχικού ελάσματος βασισμένοι στο αποτέλεσμα της παραπάνω μελέτης. Το αντικείμενο που προκύπτει υποβάλλεται σε εκ νέου μελέτη στατικής και λυγισμού, ώστε να επιβεβαιωθεί ότι ικανοποιεί τα αντίστοιχα κριτήρια. Επειδή, παρατηρήθηκε μη ικανοποίηση των ορίων του συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού, τοποθετήθηκαν ενισχυτικά (stiffeners) στην οπίσθια πλευρά του. Κατόπιν δοκιμάστηκε, ξανά, η επίδοση του ενισχυμένου, αυτή τη φορά, βελτιστοποιημένου ελάσματος για τη διασφάλιση της αυξημένης αντοχής του. Η παραπάνω διαδικασία επαναλαμβάνεται και για μια δεύτερη εκδοχή του ελάσματος. Τέλος, γίνεται μια διερεύνηση αριθμητικών παραμέτρων που αφορούν την επιρροή ορισμένων ρυθμίσεων του προγράμματος κατά τη μελέτη της τοπολογίας.

Κεφάλαια 10 & 11: Αποτελέσματα Πλέγματος 50 mm και 25 mm

Στα κεφάλαια δέκα και έντεκα παρουσιάζονται όλα τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις μελέτες αντοχής και τοπολογίας των δύο σχεδιαστικών εκδοχών του ελάσματος για μεγέθη πλέγματος 50 mm και 25 mm.

Κεφάλαιο 12: Αποτελέσματα Δεύτερης Περίπτωσης Δοκιμών

Στο δωδέκατο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μετά από τη διερεύνηση ορισμένων αριθμητικών παραμέτρων του κεφαλαίου εννέα.

Κεφάλαιο 13: Παρατηρήσεις

Βασισμένοι στα αποτελέσματα των τριών προηγούμενων κεφαλαίων, γίνονται παρατηρήσεις σχετικά με τη μέθοδο της βελτιστοποίησης της τοπολογίας που

χρησιμοποιήθηκε από το SolidWorks, για τα αποτελέσματα της πρώτης και δεύτερης εκδοχής (σχεδιαστικής εκδοχής), αλλά και για τις αριθμητικές παραμέτρους που διερευνήθηκαν.

Κεφάλαιο 14: Συμπεράσματα

Στο τελευταίο κεφάλαιο, διατυπώνονται συμπεράσματα, τα οποία στηρίζονται στις παρατηρήσεις του προηγούμενου κεφαλαίου.

2 Ιστορική Αναδρομή

Το σημείο εκκίνησης της τοπολογικής βελτιστοποίησης δεν είναι ξεκάθαρο, με αποτέλεσμα να μη μπορεί να προσδιοριστεί η ακριβής ημερομηνία έναρξής της. Ωστόσο, η δουλειά του (Maxwell, 1870), θεωρήθηκε ως η πρώτη δημόσια εργασία επί αυτού του είδους βελτιστοποίησης. Έπειτα, ακολούθησε ο (Michell, 1904), ο οποίος δημοσίευσε τριαντατέσσερα χρόνια αργότερα, μια γενίκευση του έργου του Maxwell. Αυτός έδωσε την πρώτη λύση για τη δομική βελτιστοποίηση που σχετιζόταν με την εύρεση της βέλτιστης διάταξης ενός δικτύωματος, το οποίο βρισκόταν σε κατάσταση μονής φόρτισης με περιορισμό ότι η αξονική τάση κάθε ράβδου δεν θα ξεπερνούσε ένα ορισμένο όριο και εδραίωσε κανόνες για την τοπολογική βελτιστοποίηση των δικτυωμάτων. Οι Maxwell και Michell, μέσα από τα έργα τους, κατάφεραν να βρουν κλειστής μορφής λύσεις.

Το 1942, ο (Kazinczy, 1942) διερεύνησε την ελαχιστοποίηση του όγκου των δικτυωμάτων από τη σκοπιά του οικονομικού σχεδιασμού και διερεύνησε το πρόβλημα των υπερστατικών δικτυωμάτων υπό συνθήκες πολλαπλής φόρτισης, ενώ ήταν ο πρώτος που έθιξε το θέμα της ασφάλειας και της αξιοπιστίας.

Στα χρόνια που ακολούθησαν μετά το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, παρουσιάστηκε ραγδαία ανάπτυξη της αεροναυπηγικής βιομηχανίας. Εντός αυτής, κρίθηκε επιτακτική η ανάγκη της αντιμετώπισης ορισμένων τεχνολογικών προκλήσεων, όπως η σχεδίαση ελαφριών δομών, οι οποίες θα μείωναν το βάρος των αεροπλάνων, κρίσιμο παράγοντα για τον καθορισμό της χωρητικότητας, της ελκτικότητας και της επιχειρησιακής ακτίνας τους. Αυτή η κατάσταση ώθησε τις κοινότητες των ακαδημαϊκών και των μηχανικών προς την έρευνα του βέλτιστου σχεδιασμού που θα έπρεπε να έχουν τα κατασκευαστικά στοιχεία ενός αεροσκάφους, ώστε να ικανοποιούνται ορισμένες απαιτήσεις. Την ίδια χρονική περίοδο, αναπτύχθηκαν και οι μέθοδοι τοπολογικής βελτιστοποίησης Simultaneous Failure Mode Design (SFMD) και Fully Stressed Design (FSD), από τον (Shanley, 1952) για το σχεδιασμό των ενισχυμένων στοιχείων των πτητικών μέσων.

Το 1955 και τα χρόνια γύρω από αυτό αποκαλέστηκαν ως η χρυσή εποχή του σχεδιασμού που σχετίζεται με τη βέλτιστη διάταξη των δικτυωμάτων. Σημαντικές δημοσιεύσεις αποτέλεσαν αυτές των (Sved, 1954) και (Barta, 1957). Η δουλειά του πρώτου μπορεί να θεωρηθεί ως το σημείο εκκίνησης των σχεδίων ελάχιστου όγκου και περιορισμένης τάσης, ενώ η εργασία του δεύτερου σχετίζεται με σχέδια δικτυωμάτων ελάχιστου όγκου.

Στη συνέχεια, μελετήθηκαν από τους (Drucker & Shield, 1957), (Mróz, 1958), (Prager & Shield, 1968) σχέδια ελαχίστου βάρους για διαφορετικού τύπου κατασκευές με τα αποτελέσματά τους να συμβάλλουν στην κατανόηση της βελτιστοποίησης πολυπλοκότερων προβλημάτων. Παρά τις μελέτες επί της τοπολογικής βελτιστοποίησης σε δικτυωτές κατασκευές, αυξημένη ερευνητική δραστηριότητα της Θεωρίας Διάταξης (Layout Theory) έλαβε χώρα κατά τη διάρκεια της δεκαετίας 1960 – 1970.

Το 1963, προτάθηκαν από τον (Shield, 1963), μέθοδοι βέλτιστου σχεδιασμού για την εφαρμογή πολλαπλών φορτίων. Κατά τη δεκαετία του 1970, με έναυσμα σχετικούς περιορισμούς ακαμψίας των κατασκευών, χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της μαθηματικής βελτιστοποίησης των πολλαπλασιαστών Lagrange, με σκοπό την ανάπτυξη των Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria) για διακριτοποιημένες κατασκευές. Εβδομήντα χρόνια μετά τη δημοσίευση του Michell, ο (Rozvany, 1972) πήρε τους κανόνες του Michell και τους εφήρμοσε σε συστήματα αποτελούμενα από δοκούς αναπτύσσοντας το πρώτο θεωρητικό υπόβαθρο της τοπολογικής βελτιστοποίησης με το όνομα Θεωρία Βέλτιστης Διάταξης (Optimal Layout Theory) (Prager & Rozvany, 1977). Έπειτα από ένα χρόνο, οι (Rossow & Taylor, 1973) βασισμένοι στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Elements Method – FEM) επεξεργάστηκαν την πρώτη αριθμητική διαδικασία τοπολογικής βελτιστοποίησης.

Ωστόσο, σημαντική πρόοδος στη θεωρία και στις εφαρμογές των μεθόδων της τοπολογικής βελτιστοποίησης σημειώθηκε κατά τη δεκαετία του 1980. Το 1986, οι (Fleury & Braibant, 1986) παρουσίασαν μια Μέθοδο Γραμμικού Μαθηματικού Προγραμματισμού, την Convex Linearization Method (CONLIN), για επίλυση προβλημάτων δομικής βελτιστοποίησης. Αμέσως μετά, το 1987, αναπτύχθηκε από τον (Svanberg, 1987) ακόμα μια μέθοδος λύσης για την αντιμετώπιση μη-γραμμικών προβλημάτων τοπολογικής βελτιστοποίησης λαμβάνοντας υπόψιν τα χαρακτηριστικά του προβλήματος, τις σχεδιαστικές μεταβλητές και τους ανάλογους περιορισμούς. Αυτή βασίζονταν στην CONLIN, ονομάστηκε Μέθοδος Κινουμένων Ασύμπτωτων (Method of Moving Asymptotes – MMA) και αποτέλεσε ένα από τα συνηθέστερα εργαλεία στην τοπολογική βελτιστοποίηση.

Το 1988, οι (Bendsøe & Kikuchi, 1988) διατύπωσαν τη μέθοδο κατανομής υλικού για την τοπολογική βελτιστοποίηση οποιουδήποτε αντικειμένου ως ένα υπολογιστικό εργαλείο. Αυτή ονομάστηκε Homogenization Method και αποτέλεσε τον προκάτοχο της μεθόδου Solid Isotropic Material with Panelization (SIMP). Αυτή προτάθηκε και διερευνήθηκε από τον (Bendsøe, 1989) και χρησιμοποιήθηκε σε μεγάλο βαθμό από τους (Rozvany & Zhou, 1990), με τον τελευταίο να δίνει το όνομά της.

Η τοπολογική βελτιστοποίηση έχει μελετηθεί εξαντλητικά από αρκετούς ερευνητές στον κόσμο, οι οποίοι έχουν αναπτύξει διάφορες μεθόδους τοπολογικής βελτιστοποίησης, ενισχύοντας την αποδοτικότητα των κατασκευών για πολλαπλές εφαρμογές στην επιστήμη της μηχανικής. Μεταξύ αυτών, βρίσκονται η Evolutionary Structural Optimization (ESO) και η Bi-directional Evolutionary Structural Optimization (BESO) όπου διαφορετικά ονομάζονται και «Hard-Kill» μέθοδοι. Η πρώτη από τις δύο, είναι η πιο διάσημη μέθοδος με συνολικό αριθμό δημοσιεύσεων που ξεπερνάει τις εκατό.

Το 1993, οι (Hajela, et al., 1993), για την παραγωγή βέλτιστων δομικών τοπολογιών, πρότειναν τους γενετικούς αλγορίθμους ως έναν επιπρόσθετο τρόπο επίλυσης προβλημάτων τοπολογικής βελτιστοποίησης.

Στη δημοσίευση των (Duysinx & Bendsøe, 1998), χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος MMA για την επίλυση ενός προβλήματος τοπολογικής βελτιστοποίησης με στόχο την ελαχιστοποίηση του βάρους λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς που αφορούσαν τις τοπικές τάσεις.

Το 1999, οι (Yang, et al., 1999) έκαναν την πρώτη μελέτη στη μέθοδο BESO για βελτιστοποίηση της ακαμψίας.

Τα τελευταία τριάντα χρόνια, η τοπολογική βελτιστοποίηση αποτελεί μια περιοχή έντονης έρευνας και ανάπτυξης, η οποία βοήθησε μέσω αρκετών δημοσιεύσεων, στην έκδοση πολλών συγγραμμάτων και στην πρακτική εφαρμογή ορισμένων μεθόδων, όπως η SIMP και η BESO. Συγκεκριμένα, ο Helder Rodrigues μαζί με ορισμένους συνεργάτες του εφήρμοσαν τη μέθοδο SIMP στην εμβιομηχανική (Coelho, et al., 2011), σε επίπεδο μακροκλίμακας και μικροκλίμακας (Rodrigues, et al., 2002) και στη βελτιστοποίηση πιεζοηλεκτρικών ιδιοτήτων (Jayachandran, et al., 2010). Όμως, η εφαρμογή της SIMP για την επίτευξη της τοπολογικής βελτιστοποίησης δεν σταμάτησε εκεί.

Το 2011, οι (Kreissl, et al., 2011) έλυσαν ένα πρόβλημα τοπολογικής βελτιστοποίησης Fluid Structure Interaction (FSI), με σκοπό την εύρεση της βέλτιστης εσωτερικής διάταξης που θα έπρεπε να είχε το σχεδιαστικό χωρίο μιας ρευστομηχανικής διάταξης (fluidic device). Σε αυτήν τη δημοσίευση προσπάθησαν, μέσω της κατανομής του υλικού της, να βρουν εκείνη την τοπολογία, η οποία αφενός θα είχε τα βέλτιστα δομικά χαρακτηριστικά και αφετέρου θα επέτρεπε τη βέλτιστη ροή ρευστού στο εσωτερικό της. Οι προσεγγίσεις που χρησιμοποιήθηκαν ήταν μια ανάλυση FSI βασιμμένη σε μοντέλα Navier–Stokes και μη-γραμμικής μηχανικής στερεών σωμάτων, το σχήμα παρεμβολής της SIMP με δομικές και ροϊκές παραμέτρους και η ανάλυση ευαισθησίας με τη Συμπληρωματική Μέθοδο (Adjoint Method). Τέσσερα χρόνια νωρίτερα, οι (Pingen, et al., 2007) είχαν λύσει ένα παρόμοιο πρόβλημα.

Τέλος, δύο αξιοσημείωτες εφαρμογές της τοπολογικής βελτιστοποίησης είναι αυτή των (Lee & Kikuchi, 2010) σε ηλεκτρολογικό εξοπλισμό και των (Lee, et al., 2010) στην αυτοκινητοβιομηχανία το 2010. Η τελευταία, αποτέλεσε τον ακρογωνιαίο λίθο για την εισαγωγή της τοπολογικής βελτιστοποίησης στην αυτοκινητοβιομηχανία από τον Kikuchi λόγω της θέσης του στην εταιρεία Toyota.

3 Εισαγωγή

3.1 Τοπολογία

Η τοπολογία είναι ο κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με τις διατηρητέες ιδιότητες των γεωμετρικών αντικειμένων ενώ αυτά υπόκεινται σε οποιαδήποτε μορφή παραμόρφωσης, όπως τέντωμα, συστροφή, τσαλάκωμα και κάμψη. Δηλαδή, έχουμε διατήρηση των ιδιοτήτων τους, χωρίς να δημιουργούνται ή/και να κλείνουν οπές, να σκίζονται, να ενώνονται ή/και να παρεμβάλλονται τα μέρη τους το ένα μέσα στο άλλο (Wikipedia, 2021). Ορισμένες φορές αποκαλείται και Rubber-sheet Geometry, καθώς το αντικείμενο παραμορφώνεται σαν ελαστικό υλικό χωρίς να θραύεται (Anon., n.d.).

Ένα παράδειγμα που θα μπορούσαμε να παραθέσουμε, είναι η τοπολογική ισοδυναμία μεταξύ του τετραγώνου, του κύκλου και του σχήματος ∞ . Συγκεκριμένα, αν διαθέταμε ένα τετράγωνο και υποθέταμε ότι το σύνορό του είναι ελαστικό, τότε θα μπορούσε να λάβει το σχήμα του κύκλου. Σε αυτήν την περίπτωση λέμε ότι το τετράγωνο είναι τοπολογικά ισοδύναμο με τον κύκλο, σε αντίθεση με το σχήμα ∞ , το οποίο δεν μπορεί να μετασχηματιστεί σε κύκλο. Ο λόγος είναι ότι θα πρέπει είτε να ενωθούν οι δύο του οπές σε μία, είτε να κλείσει η μία από τις δύο. Επειδή και στις δύο περιπτώσεις κάνουμε τροποποιητικές ενέργειες οι οποίες δεν είναι αποδεκτές σύμφωνα με τον ορισμό της τοπολογίας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το σχήμα ∞ δεν μπορεί να γίνει κύκλος και άρα δεν είναι τοπολογικά ισοδύναμο με αυτόν (Anon., n.d.).



Εικόνα 3.1.1: Το σχήμα τετραγώνου, κύκλου και ∞ (Anon., n.d.).

3.2 Σχεδιαστική Βελτιστοποίηση

Σε γενικό πλαίσιο, η διαδικασία της βελτιστοποίησης δεν είναι απαραίτητη μόνο στους κλάδους της επιστήμης και της τεχνολογίας, αλλά εμφανίζεται και στην καθημερινή ζωή του ανθρώπου. Χαρακτηριστικό παράδειγμα μπορεί να αποτελέσει η αγορά ενός αυτοκινήτου. Σε αυτήν την περίπτωση ο καταναλωτής αναζητάει το βέλτιστο όχημα, το οποίο ικανοποιεί τις απαιτήσεις του (ιπποδύναμη, ασφάλεια, κατανάλωση καυσίμου κτλ.) με βασικό περιορισμό ότι η τιμή του δεν θα πρέπει να ξεπερνάει τις οικονομικές του δυνατότητες (Πολίτης, 2020).

Στο ευρύ φάσμα των δραστηριοτήτων του μηχανικού, η σχεδιαστική βελτιστοποίηση είναι μια διαδικασία, η οποία εφαρμόζεται, για την παραγωγή ενός πλήθους πιθανών σχεδιαστικών συνδυασμών και για τη διαλογή εκείνου του σχεδίου που ικανοποιεί τους, ορισμένους από τους μηχανικούς, περιορισμούς. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιείται κατά το στάδιο του σχεδιασμού και της κατασκευής οποιουδήποτε μηχανικού συστήματος. Καθ' όλη την πορεία της, θα πρέπει να ληφθούν ορισμένες αποφάσεις, οι οποίες αφορούν είτε την ελαχιστοποίηση της προσπάθειας που απαιτείται, ώστε να επιτευχθεί ο απώτερος σκοπός, είτε τη μεγιστοποίηση του επιθυμητού οφέλους (Rao, 2009). Με την ελαχιστοποίηση της προσπάθειας, θα μπορούσαμε να αναφερθούμε στη μείωση της σχεδιαστικής πολυπλοκότητας ενός προϊόντος, ώστε να απλοποιείται η διαδικασία κατασκευής του. Ενώ, η μεγιστοποίηση του επιθυμητού οφέλους, θα μπορούσε να σχετίζεται με το κατάλληλο σχέδιο, το οποίο θα επέτρεπε την αύξηση της αντοχής μειώνοντας παράλληλα τη μάζα του.

Με το πέρασμα του χρόνου, η βελτιστοποίηση αναδείχθηκε ένα από τα κυριότερα εργαλεία για τους μηχανικούς. Μέχρι και σήμερα θεωρείται ένα φθινό και ευέλικτο μέσο για την εξαγωγή ικανοποιητικών αποτελεσμάτων, με εκτενή εφαρμογή σε ποικίλους βιομηχανικούς τομείς (Πολίτης, 2020). Συγκεκριμένα, οι κατηγορίες της βελτιστοποίησης είναι εισηγμένες στη βιομηχανία μηχανολογικών εξαρτημάτων, στην αεροναυπηγική βιομηχανία, στην αυτοκινητοβιομηχανία, στη ναυπηγική βιομηχανία και στη βιομηχανία παρασκευής χημικών και ηλεκτρονικών ειδών.

Ορισμένες από τις κατηγορίες της σχεδιαστικής βελτιστοποίησης που έχουν ενταχθεί στη βιομηχανία είναι οι εξής (Wikipedia, 2021):

- Structural Optimization
- Inverse Optimization
- Processing Planning
- Electromagnetic Optimization
- Space Mapping
- Aggressive Space Mapping
- Yield-driven Design
- Optimization Exploiting Surrogates

Παράλληλα, παρατηρείται άνοδος της τεχνολογίας των υπολογιστών στους τομείς της ταχύτητας επεξεργασίας δεδομένων, αλλά και της εκτέλεσης πλήθους υπολογισμών. Από το παρελθόν μέχρι και το παρόν, η εξέλιξη αυτή θέτει συνεχώς τις βάσεις για την όσο το δυνατόν καλύτερη συγχώνευση της σχεδιαστικής βελτιστοποίησης με διάφορα λογισμικά προγράμματα σχεδίασης, μελέτης και κατασκευής (CAD/CAE/CAM), όπως τα Adams, Nastran και OptiStruct (Πολίτης, 2020).

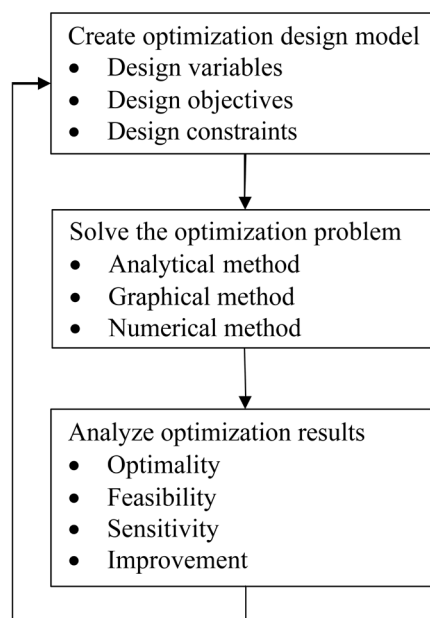
3.3 Τα Στάδια της Σχεδιαστικής Βελτιστοποίησης

Η διαδικασία της βελτιστοποίησης αποτελείται από τρία στάδια, τα οποία θα πρέπει να πραγματοποιηθούν από οποιονδήποτε μηχανικό, προκειμένου να λάβει το επιθυμητό αποτέλεσμα. Το πρώτο είναι η δημιουργία του μοντέλου βελτιστοποίησης, το δεύτερο η επίλυσή του και το τρίτο η ύστερη ανάλυσή του.

Το πρώτο βήμα αποκαλείται μοντελοποίηση της βελτιστοποίησης και είναι το σημαντικότερο και πιο χρονοβόρο. Στο σημείο αυτό, δημιουργείται ένα μοντέλο βελτιστοποίησης, διατυπωμένο μαθηματικά, λαμβάνοντας υπόψη το αντικείμενο που επιθυμούμε να βελτιστοποιήσουμε, τις σχεδιαστικές μεταβλητές, οι οποίες θα παράγουν τη βέλτιστη γεωμετρία και τις απαιτήσεις που θα πρέπει να ικανοποιούνται.

Το δεύτερο βήμα είναι η επίλυση του μοντέλου βελτιστοποίησης, που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο στάδιο, χρησιμοποιώντας κατάλληλες μεθόδους, όπως η αναλυτική, η γραφική και η αριθμητική.

Το τρίτο βήμα αφορά τις αναλύσεις που υποχρεούνται να κάνουν οι σχεδιαστές επί του αποτελέσματος, προκειμένου να εξετάσουν εάν το παραγόμενο σχέδιο είναι λογικό, το βέλτιστο δυνατό και εφικτό. Ύστερα, ελέγχεται ποιες είναι οι πιο σημαντικές μεταβλητές σχεδιασμού για τις επιδόσεις του και τέλος, εξετάζεται το ενδεχόμενο της περαιτέρω βελτίωσης αυτού, μέσω της τροποποίησης του μοντέλου που αναπτύσσεται στο πρώτο βήμα. Σε κάθε περίπτωση, αν το αποτέλεσμα δεν είναι ικανοποιητικό τότε οι σχεδιαστές επιστρέφουν στην αρχή της διαδικασίας επεμβαίνοντας στο μοντέλο βελτιστοποίησης, ώστε να επιλυθεί ξανά. Στη συνέχεια, ακολουθεί πάλι το τρίτο βήμα με την εκ νέου ανάλυση του αποτελέσματος. Η διαδικασία έχει επαναληπτικό χαρακτήρα, καθώς μπορεί να εφαρμοστεί όσες φορές χρειάζεται με στόχο την επίτευξη του επιθυμητού σκοπού. Στο ακόλουθο διάγραμμα ροής παρουσιάζεται μία γενική εικόνα της εξέλιξης της διαδικασίας (Πολίτης, 2020).



Εικόνα 3.3.1: Το διάγραμμα ροής της διαδικασίας βελτιστοποίησης (Πολίτης, 2020).

3.4 Δομική Βελτιστοποίηση (Structural Optimization)

Αναφέρθηκε στην ενότητα 3.2 ότι, μία από τις κατηγορίες σχεδιαστικής βελτιστοποίησης που έχει ενταχθεί στη βιομηχανία είναι η Δομική Βελτιστοποίηση (Structural Optimization) όπου στο χώρο της μηχανικής, αποτελεί προϊόν σύζευξης του τομέα των μαθηματικών, της φυσικής και της τεχνολογίας (Xie & Steven, 1997). Αναγνωρίζεται ως η οικονομικά αποδοτικότερη κατηγορία (Xie & Steven, 1993) και είναι ιδιαίτερα απαιτητική από τη στιγμή που ο μηχανικός καλείται να αναπτύξει αλγορίθμους με σκοπό την παραγωγή της βέλτιστης γεωμετρίας και στόχο την ικανοποίηση των απαιτήσεων της οποιασδήποτε δομικής εφαρμογής. Επιπλέον, είναι σημαντική, διότι μπορεί να παράγει χαμηλού κόστους, ελαφριές και παράλληλα υψηλών επιδόσεων δομές, αναγκαίες σε περιπτώσεις όπου το περιβαλλοντικό αποτύπωμα λαμβάνεται σοβαρά υπόψη, οι υλικοί πόροι είναι περιορισμένοι και ο τεχνολογικός ανταγωνισμός παρουσιάζει σημαντική αύξηση (Huang & Xie, 2010).

Όπως αναφέραμε παραπάνω, η κατηγορία της δομικής βελτιστοποίησης χαρακτηρίζεται ως η πιο δύσκολη μεταξύ άλλων. Αυτό δεν οφείλεται μόνο στη δημιουργία των κατάλληλων αλγορίθμων, αλλά και στη μαθηματική πολυπλοκότητα που τη διακατέχει. Ένα παράδειγμα αυτής θα μπορούσε να αποτελέσει η θεωρία των πολλαπλασιαστών Lagrange, οι οποίοι βρίσκουν εφαρμογή σε μία από τις μεθόδους βελτιστοποίησης της τοπολογίας, τη SIMP, με κύριο στόχο να συμβάλει στην εξαγωγή του βέλτιστου σχεδιαστικού αποτελέσματος.

Ως εκ τούτου, από τις αρχές του 1970 και για τα επόμενα είκοσι έτη, αυτή η διαδικασία βελτιστοποίησης προκαλούσε το ενδιαφέρον μόνο της παγκόσμιας ακαδημαϊκής κοινότητας (Xie & Steven, 1997). Παρ' όλα αυτά, ορισμένοι ικανοί αναλυτές της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Elements Method – FEM) θέλησαν να εφαρμόσουν τις μεθόδους της δομικής βελτιστοποίησης (Xie & Steven, 1997) στη μελέτη και το σχεδιασμό των προϊόντων της βιομηχανικής παραγωγής. Παράλληλα, η συνεχώς εξελισσόμενη τεχνολογία των υπολογιστών σε επίπεδο ταχύτητας επεξεργασίας δεδομένων τα τελευταία τεσσαράκοντα χρόνια μαζί με τη ραγδαία βελτίωση των αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται στις μεθόδους της δομικής βελτιστοποίησης, αναζωπύρωσαν το ενδιαφέρον πολλών χρηστών της. Συνεπώς, όλο και περισσότεροι επιστήμονες, μηχανικοί και αρχιτέκτονες άρχισαν να πειραματίζονται και να επωφελούνται από αυτήν (Huang & Xie, 2010), (Xie & Steven, 1997). Έτσι, η αυξημένη ζήτησή της έθεσε τις βάσεις για την περαιτέρω καλυτέρευση των κωδίκων και για τη δημιουργία ευκολότερων, αποδοτικότερων, φθηνότερων και πιο αξιόπιστων λογισμικών προγραμμάτων.

Η δομική βελτιστοποίηση έχει ως στόχο, την αύξηση της επίδοσης ενός υπάρχοντος αντικείμενου, το οποίο στηρίζεται με έναν ή περισσότερους από τους γνωστούς τρόπους (αρθρώσεις, κυλήσεις, πακτώσεις, εδράσεις) και φορτίζεται υπό την επιβολή κατανεμημένων φορτίων ή/και δυνάμεων. Ουσιαστικά, η διαδικασία προσπαθεί να παράγει μία νέα γεωμετρία δια μέσου της βέλτιστης κατανομής μάζας (Querin, et al., 2017) εντός ενός ορισμένου σχεδιαστικού χώρου. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, λαμβάνει υπόψη της τους τρόπους και τα σημεία στήριξης και φόρτισης, όπως και τις συνθήκες περιορισμού που έχουν οριστεί από το χρήστη κατά τη διάρκεια της διατύπωσης του προβλήματος.

Ορισμένες από τις συνθήκες είναι:

- Η ελαχιστοποίηση της συνολικής μάζας του αρχικού στερεού αντικειμένου.
- Η αύξηση της ακαμψίας του στερεού (Querin, et al., 2017).
- Η μείωση των μεγίστων αναπτυσσομένων τάσεων (Querin, et al., 2017).
- Ο περιορισμός της μέγιστης παραμόρφωσης.
- Η διατήρηση του συντελεστή ασφαλείας πάνω από το ελάχιστο όριο.
- Η αλλαγή των ιδιοσυχνοτήτων της κατασκευής (Querin, et al., 2017).
- Η αύξηση του συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού.
- Το παραχθέν σχέδιο θα πρέπει να έχει την κατάλληλη γεωμετρία, ώστε να μπορεί να κατασκευαστεί τόσο με τις κανονικές όσο και με τις εξελιγμένες μεθόδους, αλλά και τους τρόπους που διαθέτει η κάθε βιομηχανία.

Η κατηγορία της δομικής βελτιστοποίησης αποτελείται από τρία είδη, όπως φαίνεται και στην Εικόνα 3.4.1.3:

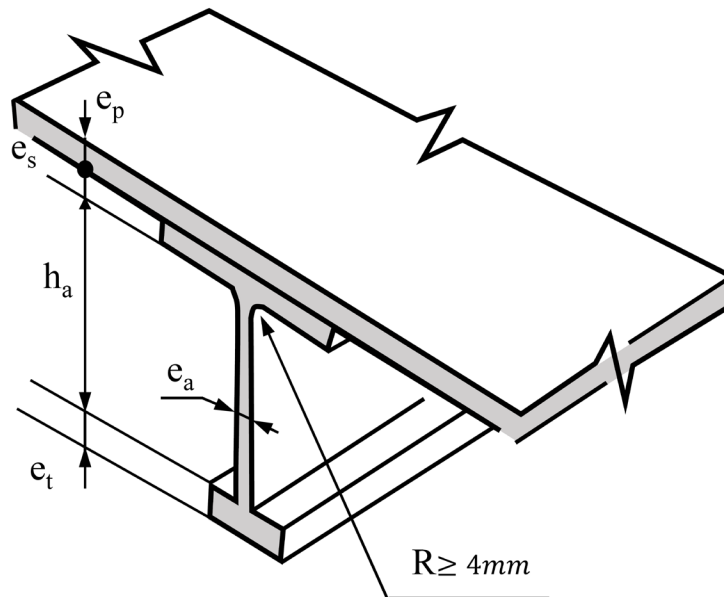
- Βελτιστοποίηση Μεγέθους (Size Optimization)
- Βελτιστοποίηση Σχήματος (Shape Optimization)
- Βελτιστοποίηση Τοπολογίας (Topology Optimization)

3.4.1 Βελτιστοποίηση Μεγέθους (Size Optimization)

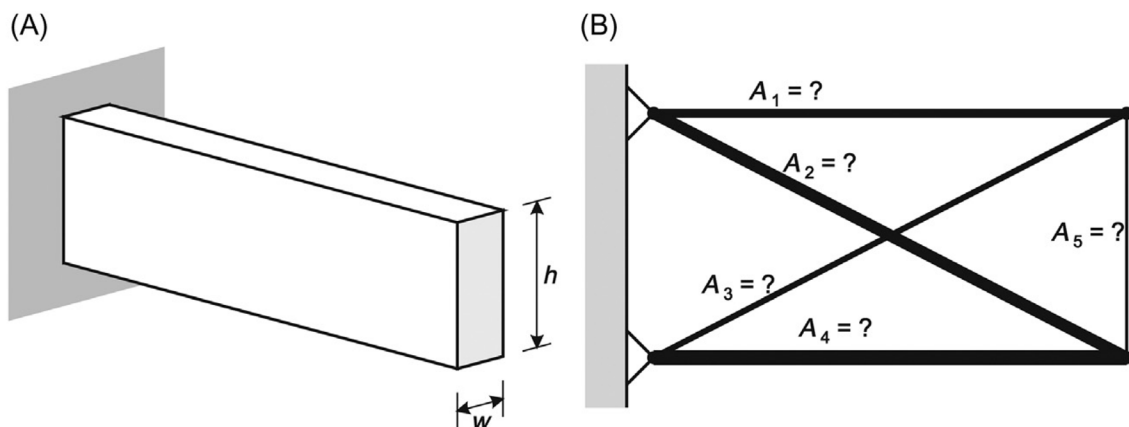
Η Βελτιστοποίηση Μεγέθους (Size Optimization) είναι το πρώτο είδος δομικής βελτιστοποίησης, η οποία χρησιμοποιήθηκε και χρησιμοποιείται για την αύξηση της επίδοσης των κατασκευών, ενώ αποτελεί τον ευκολότερο (Huang & Xie, 2010) και δημοφιλέστερο τρόπο σχεδιασμού στην κοινότητα των μηχανικών (Zhang, et al., 2016). Ο στόχος της είναι η συνεχής αλλαγή των τιμών των σχεδιαστικών μεταβλητών του προβλήματος, όπως στην ενότητα 4.2, δια μέσου μιας επαναληπτικής διαδικασίας, με σκοπό την εύρεση των βέλτιστων μεγεθών της γεωμετρίας. Οι σχεδιαστικές μεταβλητές καθορίζονται από το χρήστη και αναπαριστούν συγκεκριμένες από τις διαστάσεις του προς μελέτη αντικειμένου, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.4.1.1. Ενδεικτικά, κάποιες από αυτές μπορεί να είναι:

- Το πάχος ενός ελάσματος ή ενός ενισχυτικού.
- Οι διαστάσεις της μέσης τομής μίας δοκού ή ενός προβόλου, όπως στην Εικόνα 3.4.1.2(A).
- Οι διαστάσεις της διατομής των τμημάτων ενός δικτύωματος ή ενός πλαισίου.

Από τη στιγμή που μεταβάλλονται οι διαστάσεις της διατομής ενός οποιουδήποτε αντικειμένου, μεταβάλλεται και το εμβαδόν της, καθιστώντας το κατά αυτόν τον τρόπο ως μία ακόμη σχεδιαστική μεταβλητή, όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 3.4.1.2(B).



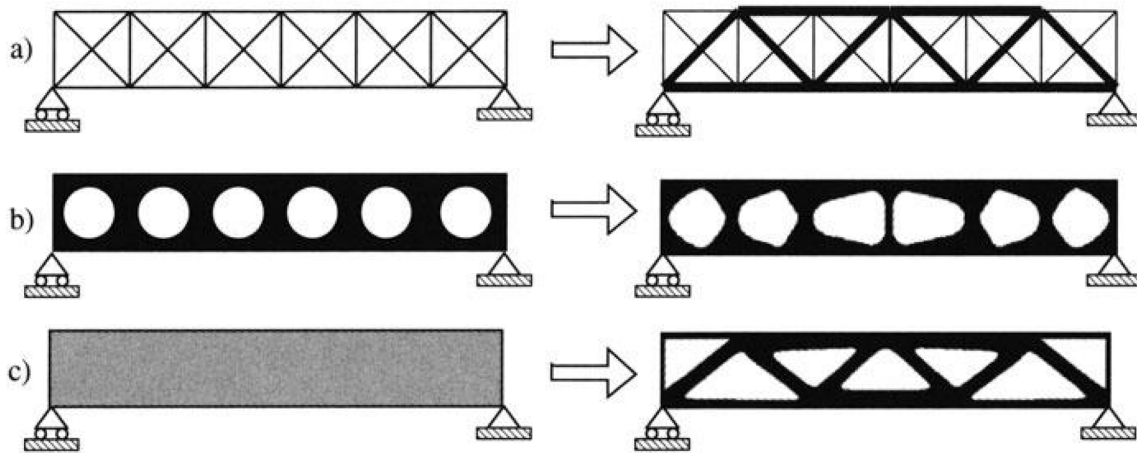
Εικόνα 3.4.1.1: Οι e_p , e_s , h_a , e_t και e_a είναι οι σχεδιαστικές μεταβλητές που ορίζει ο χρήστης (Zhang, et al., 2016).



Εικόνα 3.4.1.2: (A) Οι διαστάσεις της μέσης τομής του προβόλου ως σχεδιαστικές μεταβλητές | (B) Το εμβαδόν διατομής των φορέων του δικτύματος ως σχεδιαστική μεταβλητή (Querin, et al., 2017).

Πέραν των μεταβλητών, ο σχεδιαστής θα πρέπει να ορίσει και κάποιες περιοριστικές συνθήκες, οι οποίες δεν θα επιτρέπουν στη μέθοδο να αλλοιώνει ορισμένα από τα χαρακτηριστικά της εκάστοτε κατασκευής, όπως το μήκος, το σχήμα και τον αριθμό των εξαρτημάτων της. Συγκεκριμένα, για την εύρεση της άριστης γεωμετρίας μίας δοκού, η διαδικασία θα αλλάζει τις τιμές των διαστάσεων της μέσης τομής, μέχρις ότου εντοπίσει τις βέλτιστες που θα ικανοποιούν τα κριτήρια του σχεδιαστή, ενώ δε θα επηρεάζει το μήκος και το σχήμα της. Κάποια από αυτά τα κριτήρια μπορεί να είναι η ελαχιστοποίηση ορισμένων φυσικών μεγεθών, όπως η μέγιστη τάση ή η μέγιστη παραμόρφωση. Σε ό,τι αφορά τη βελτιστοποίηση ενός δικτύματος, η διαδικασία θα αλλάζει την τιμή του εμβαδού της διατομής κάθε ράβδου του, με στόχο την ικανοποίηση των ίδιων κριτηρίων με τη δοκό, χωρίς να αλλάζει το πλήθος και το μήκος τους. Συνεπώς, στη βελτιστοποίηση μεγέθους, ο μηχανικός έχει, ως δεδομένο το σχήμα και το μήκος της προς μελέτη κατασκευής, αλλά δε γνωρίζει τις εγκάρσιες διαστάσεις των εξαρτημάτων από τα οποία αυτή απαρτίζεται. Το συμπέρασμα που προκύπτει από αυτή τη διαδικασία είναι ότι τη χρησιμοποιούμε, όταν ξέρουμε το σχήμα του βελτιστοποιημένου αντικειμένου και ψάχνουμε το μέγεθος του.

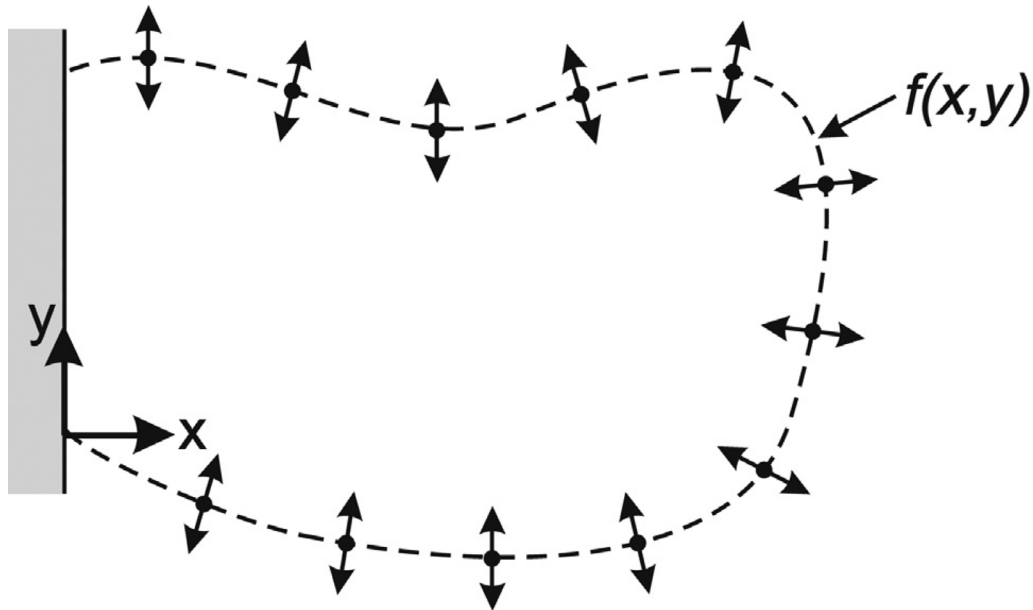
Στην Εικόνα 3.4.1.3a), παρατηρούμε την αλλαγή που έχει πραγματοποιήσει η μέθοδος της βελτιστοποίησης σχήματος στο εμβαδόν ορισμένων ράβδων, χωρίς να έχει επηρεάσει το πλήθος τους. Αριστερά βλέπουμε το αρχικό σχέδιο και δεξιά το βελτιστοποιημένο.



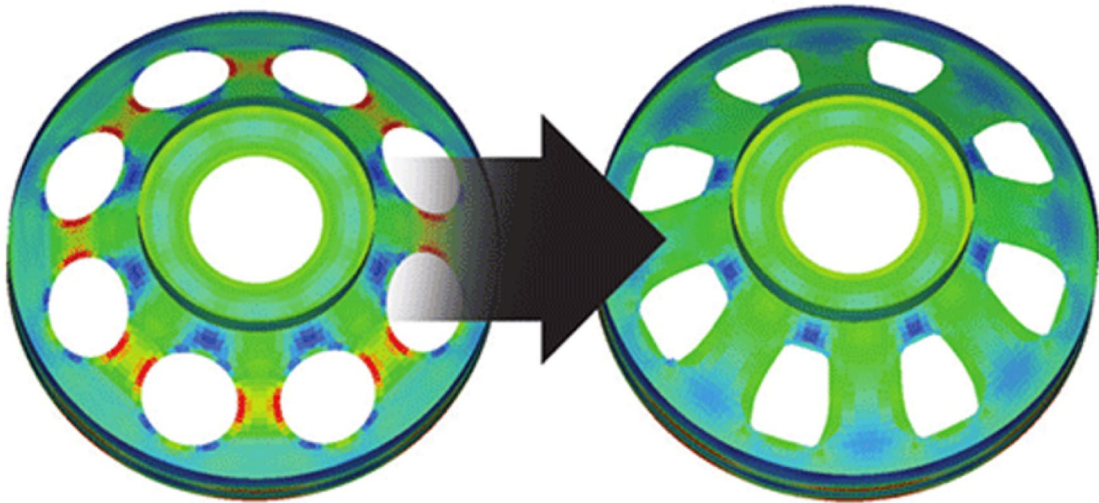
Εικόνα 3.4.1.3: Οι κατηγορίες δομικής βελτιστοποίησης: a) Βελτιστοποίηση Μεγέθους (Size Optimization) b) Βελτιστοποίηση Σχήματος (Shape Optimization) c) Βελτιστοποίηση Τοπολογίας (Topology Optimization) (Bendsøe & Sigmund, 2004).

3.4.2 Βελτιστοποίηση Σχήματος (Shape Optimization)

Η Βελτιστοποίηση Σχήματος (Shape Optimization) είναι το δεύτερο είδος δομικής βελτιστοποίησης, η οποία έχει ως στόχο τη συνεχή αλλαγή των σχεδιαστικών μεταβλητών, με κύριο σκοπό τον προσδιορισμό του σχήματος κάθε είδους συνόρου που διαθέτει το προς μελέτη αντικείμενο. Το σύνορο μπορεί να βρίσκεται είτε εντός του χώρου του εξαρτήματος με τη μορφή μίας ή περισσοτέρων οπών (Εικόνα 3.4.1.3b)), είτε να αποτελεί το εξωτερικό του περίγραμμα. Επιπλέον, η αναπαράστασή του μπορεί να γίνει είτε από μία άγνωστη συνάρτηση, είτε από ένα σύνολο σημείων, των οποίων οι θέσεις είναι άγνωστες, όπως φαίνεται στην Εικόνα 3.4.2.1 (Querín, et al., 2017). Καθώς οι τιμές των σχεδιαστικών μεταβλητών αλλάζουν, το σχήμα της κατασκευής τροποποιείται, μέχρις ότου να ικανοποιηθούν τα κριτήρια, τα οποία έχουν οριστεί από το μελετητή. Αυτά μπορεί να αφορούν τη βελτίωση των τοπικών επιδόσεων συγκεκριμένων περιοχών, όπως η κατανομή των τάσεων (Zhang, et al., 2016). Στην Εικόνα 3.4.2.2 παρατηρείται ότι περιμετρικά των κυκλικών ανοιγμάτων παρουσιάζεται η μεγαλύτερη καταπόνηση της κατασκευής. Συνεπώς, με κριτήριο τη βελτίωση της κατανομής των τάσεων για την ανακούφιση αυτών των περιοχών, έχει τροποποιηθεί το σχήμα του συνόρου κάθε οπής. Ένα ακόμη παράδειγμα της βελτιστοποίησης σχήματος αποτελεί η αλλαγή που παρατηρείται στην Εικόνα 3.4.1.3b). Άρα, χρησιμοποιούμε αυτή τη διαδικασία, όταν γνωρίζουμε το μέγεθος του τελικού αντικειμένου, αλλά δε γνωρίζουμε το βελτιστοποιημένο του σχήμα.



Εικόνα 3.4.2.1: Με διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζεται το βελτιστοποιημένο σύνορο της κατασκευής, το οποίο μπορεί να εκφραστεί είτε από μία άγνωστη εξίσωση $f(x, y)$, είτε από σημεία ελέγχου, των οποίων οι θέσεις είναι άγνωστες και μπορούν να κινηθούν επί της εικονιζομένης καμπύλης (Querin, et al., 2017).



Εικόνα 3.4.2.2: Αριστερά: Το αρχικό σχέδιο της κατασκευής | Δεξιά: Το βελτιστοποιημένο σχέδιο της κατασκευής (Zhang, et al., 2016).

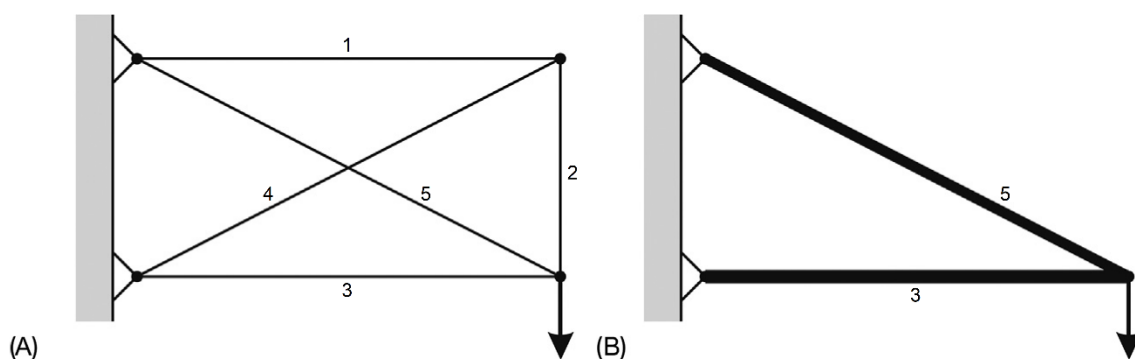
3.4.3 Βελτιστοποίηση Τοπολογίας (Topology Optimization)

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε μία από τις προηγούμενες διαδικασίες θα πρέπει κάθε φορά να γνωρίζουμε είτε το μέγεθος είτε το σχήμα του βελτιστοποιημένου αντικειμένου. Στην περίπτωση όπου δεν έχουμε κανένα στοιχείο από τα δύο, αλλά ξέρουμε τα εφαρμοζόμενα φορτία, τις συνθήκες στήριξης, τον όγκο του αρχικού και του τελικού αντικειμένου και ορισμένους κατασκευαστικούς περιορισμούς, επιλέγουμε την εφαρμογή της τοπολογικής βελτιστοποίησης.

Αυτό το είδος δομικής βελτιστοποίησης, χρησιμοποιείται στο πλαίσιο του προκαταρκτικού σχεδιασμού για τη βελτιστοποίηση των συνολικών επιδόσεων της κατασκευής, όπως η ακαμψία, η μάζα, οι τάσεις και οι ιδιοσυχνότητες μέσω της κατάλληλης κατανομής του υλικού της. Έτσι, αποτρέπει το σχεδιαστή από το να μαντεύει το βέλτιστο σχέδιο που θα πρέπει να έχει το αντικείμενό του.

Τα δύο χαρακτηριστικά που τη διαφοροποιούν από τις άλλες διαδικασίες είναι αφενός η ελαστικότητα του υλικού, η οποία μεταβάλλεται από σημείο σε σημείο και εκφράζεται συναρτήσει της πυκνότητάς του και αφετέρου η δυνατότητα προσθαφαίρεσης υλικού σε/από διάφορες περιοχές της κατασκευής. Συγκεκριμένα, ο σκοπός της είναι να δημιουργήσει τη βέλτιστη τοπολογία του υπό μελέτη αντικειμένου, χρησιμοποιώντας το δεύτερο χαρακτηριστικό της. Έτσι, δημιουργεί μοτίβα μεταξύ στερεών και κενών περιοχών, τα οποία σχηματίζουν τη γεωμετρία που ικανοποιεί, τους ορισμένους από το μελετητή, στόχους και περιορισμούς.

Η βελτιστοποίηση της τοπολογίας μπορεί να εφαρμοστεί είτε σε διακριτές κατασκευές (discrete structures), όπως δικτυώματα είτε σε κατασκευές συνεχούς μέσου (continuum structures), όπως ελάσματα. Σε κάθε κατηγορία, η διαδικασία πραγματοποιείται μέσω των συνεχών αλλαγών των τιμών των σχεδιαστικών μεταβλητών, μέχρις ότου βρεθούν οι ιδανικότερες. Στην περίπτωση των διακριτών κατασκευών (δικτυώματα), η σχεδιαστική μεταβλητή αντιπροσωπεύεται από το εμβαδόν της εγκάρσιας τομής κάθε ράβδου, η οποία μπορεί να παίρνει τιμές μεγαλύτερες είτε και ίσες του μηδενός. Για παράδειγμα, αν υποθέσουμε ότι όλοι οι ράβδοι στην Εικόνα 3.4.3.1(A) έχουν εμβαδόν διατομής ίσο με A και μετά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης αυτό γίνεται μηδέν για τους ένα, δύο, τέσσερα και $2A$ για τους τρία και πέντε, τότε μεταβαίνουμε από την αρχική τοπολογία (Εικόνα 3.4.3.1(A)) στην τελική (Εικόνα 3.4.3.1(B)). Από την άλλη πλευρά, όταν η ίδια διαδικασία εφαρμόζεται σε κατασκευές συνεχούς μέσου (ελάσματα), η σχεδιαστική μεταβλητή διαφοροποιείται ανάλογα με το πλήθος των διαστάσεων του αντικειμένου. Στις δύο διαστάσεις (2D)¹, το ρόλο αυτής παίζει το πάχος του ελάσματος, ο μηδενισμός του οποίου καθορίζει τον αριθμό και το σχήμα των οπών που δημιουργούνται. Στις τρεις διαστάσεις (3D) επιτυγχάνεται το ίδιο αποτέλεσμα, αλλά με σχεδιαστική μεταβλητή έναν αδιάστατο συντελεστή που μοιάζει με το φυσικό μέγεθος της πυκνότητας και μπορεί να ελαττώνει την τιμή του έως το μηδέν, αφαιρώντας, κάθε φορά, την ανάλογη ποσότητα υλικού.



Εικόνα 3.4.3.1: (A) Η αρχική τοπολογία | (B) Η τελική τοπολογία (Querin, et al., 2017).

¹ Οι κατασκευές συνεχούς μέσου αποτελούν τρισδιάστατα αντικείμενα. Ωστόσο, σε ορισμένες από αυτές, επειδή το πλάτος είναι πολύ μικρότερο των υπολοίπων διαστάσεων, θεωρούνται δισδιάστατες.

Σύμφωνα με τους (Huang & Xie, 2010), η τοπολογική βελτιστοποίηση συνεχούς μέσου είναι τεχνικά η πιο προκλητική και συνάμα η πιο οικονομικά αποδοτική μέθοδος, ενώ το εύρος εφαρμογής της κυμαίνεται από μεγάλης κλίμακας κατασκευές (γέφυρες, οχήματα, αεροσκάφη και πλοία) έως και μικρο/νανοδομές.

Το είδος της τοπολογικής βελτιστοποίησης αποτελείται από διάφορες μεθόδους, οι οποίες ταξινομούνται σε δύο βασικές ομάδες. Στις Μεθόδους Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria Methods – OC) και στις Ευρετικές ή Διαισθητικές Μεθόδους (Heuristic or Intuitive Methods).

Οι μέθοδοι κριτηρίων βελτιστοποίησης είναι οι παρακάτω τέσσερις, ικανοποιούν κριτήρια σχετικά με τη συμπεριφορά της εκάστοτε κατασκευής και ενδείκνυνται για προβλήματα με μεγάλο αριθμό σχεδιαστικών μεταβλητών και μικρό πλήθος περιορισμών.

- Homogenization Method
- Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)
- Level Set Method
- Growth Method for Truss Structures

Σύμφωνα με (Querin, et al., 2017), οι Ευρετικές Μέθοδοι (Heuristic or Intuitive Methods) είναι οι ακόλουθες και προκύπτουν είτε διαισθητικά είτε από την παρατήρηση βιολογικών συστημάτων. Σε κάθε περίπτωση, δίνουν αποδοτικές λύσεις χωρίς να εγγυώνται τα βέλτιστα αποτελέσματα.

- Fully Stressed Design (FSD)
- Computer–Aided Optimization (CAO)
- Soft Kill Option (SKO)
- Evolutionary Structural Optimization (ESO)
- Bi–directional Evolutionary Structural Optimization (BESO)
- Sequential Element Rejection and Admission (SERA)
- Isolines/Isosurfaces Topology Design (ITD)

Σε ό,τι αφορά την κατηγοριοποίηση των μεθόδων τοπολογικής βελτιστοποίησης, αυτές μπορούν να ταξινομηθούν (Πίνακας 3.4.3.1) σε εκείνες που βασίζονται στα στοιχεία του πλέγματος (element–based), στις διακριτές (discrete) και στις συνδυαστικές (combined), ανάλογα με τον αλγόριθμο που χρησιμοποιούν.

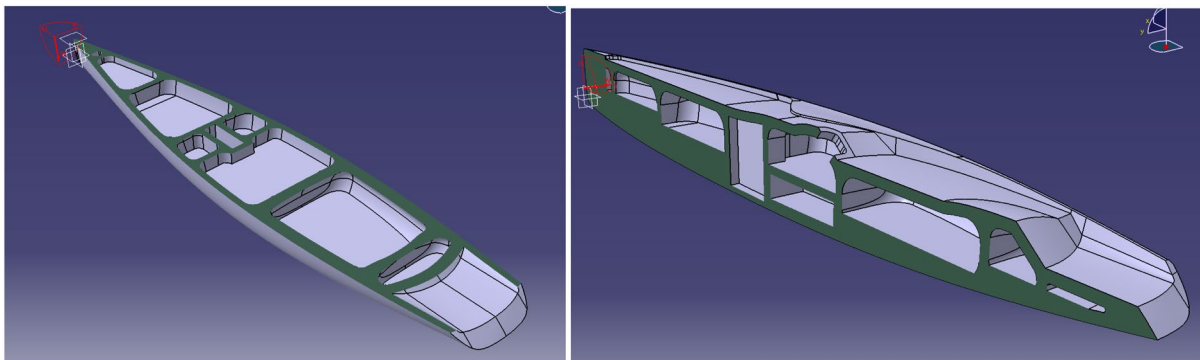
Category	Element–based	Density–based	SIMP
			RAMP
			OMP
			NOM
			DDP
	The Bubble–method		
	Level Set		
	Phase Field		
	Discrete	ESO	
		AESO	
		BESO	
	Combined	xFEM	
DSC			

Πίνακας 3.4.3.1: Ταξινόμηση μεθόδων τοπολογικής βελτιστοποίησης (Tyfloroulos, et al., 2018).

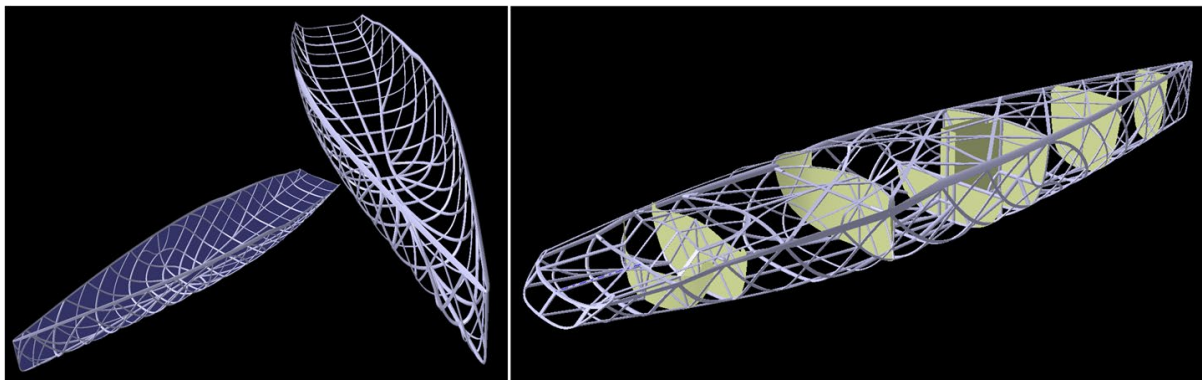
Στην παρούσα εργασία, για τη μελέτη του ελάσματος που θα δούμε παρακάτω, επιλέγουμε από όλες τις μεθόδους τοπολογικής βελτιστοποίησης τη SIMP. Οι λόγοι είναι ότι αφενός έχει υψηλή αποτελεσματικότητα σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών και αφετέρου ο κώδικάς της έχει ενταχθεί στα περισσότερα λογισμικά λόγω της αποδοτικότητας και της απλότητάς του.

3.5 Η Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας στη Ναυπηγική

Ο (Leidenfrost, 2015), εφαρμόζοντας τη μέθοδο τοπολογικής βελτιστοποίησης SIMP, κατάφερε να δώσει στο σκελετό ενός ιστιοφόρου σκάφους μια ελαφριά δικτυωτή δομή (οργανική μορφή) (Εικόνα 3.5.2) με στόχο τη μείωση της ενδοτικότητας (αύξηση ακαμψίας) του. Ο σκοπός αυτής της μελέτης ήταν η απομάκρυνση των υψηλών τάσεων από μια συγκεκριμένη περιοχή της γάστρας, η οποία έφερε παράθυρα μεγάλου μεγέθους για λόγους αναψυχής. Για τη διεξαγωγή της μελέτης, ο ερευνητής όρισε ως σχεδιαστικούς χώρους το τοίχωμα της γάστρας, το κυρίως κατάστρωμα (main deck), το υπόφραγμα (tween deck) και τις υδατοστεγείς φρακτές της (watertight bulkheads). Τα φορτία που εφαρμόστηκαν στην κατασκευή προέρχονταν από τα σχοινιά στήριξης του καταρτιού, από την κατανομή του βάρους του σκάφους και από την κατανομή της άντωσης του όταν αυτό κινείται υπό κλίση 30° σε πρωαίο κυματισμό. Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων, ο ερευνητής όρισε τους κατάλληλους περιορισμούς και προχώρησε στην εκπόνηση της μελέτης. Αυτοί αφορούσαν το ποσοστό όγκου της τελικής τοπολογίας, το επίπεδο συμμετρίας, την παραμόρφωση και τις τάσεις σε κατάστρωμα και πυθμένα. Τέλος, μέσω της παρακάτω εικόνας (Εικόνα 3.5.2) αποδείχθηκε ότι, είναι δυνατή η ανάπτυξη των δομικών μερών της γάστρας του ιστιοπλοϊκού με τέτοιο τρόπο, που από τη μία η τοπολογία τους να θυμίζει τις οργανικές δομές της φύσης και από την άλλη να ικανοποιεί τα όρια αντοχής της.

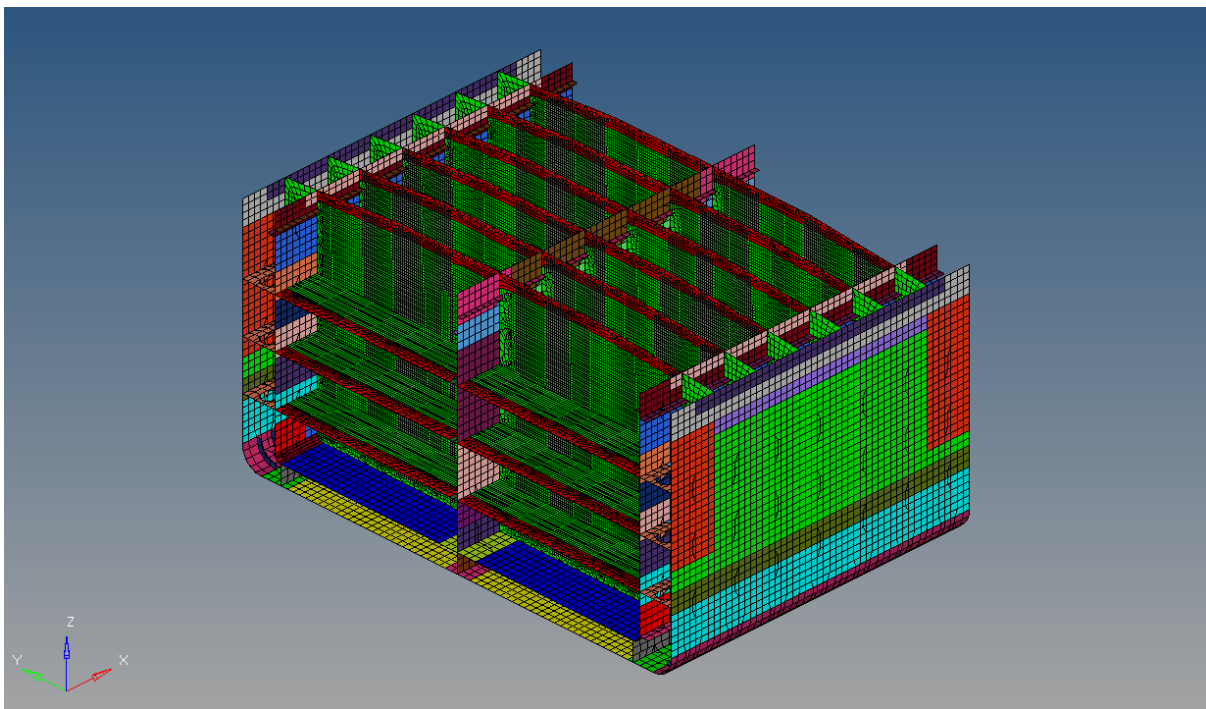


Εικόνα 3.5.1: Ο σχεδιαστικός χώρος για την τοπολογική βελτιστοποίηση (Leidenfrost, 2015).

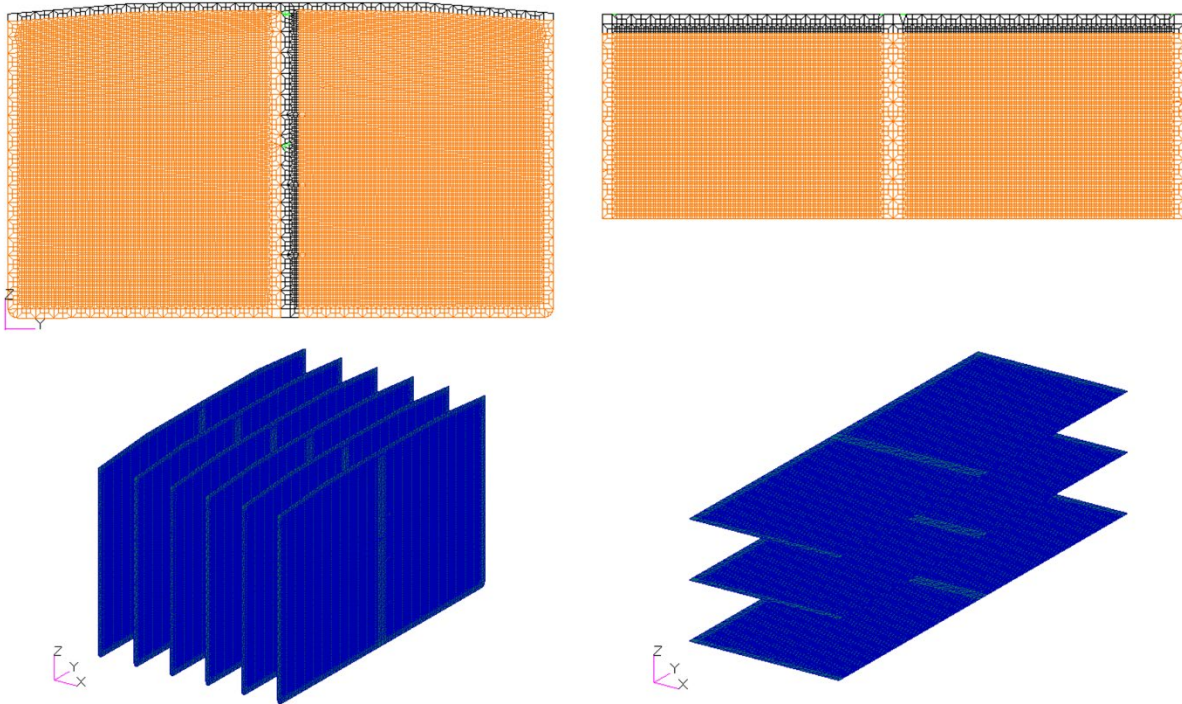


Εικόνα 3.5.2: Αριστερά: Η οργανική δομή της γάστρας | Δεξιά: Η οργανική δομή της γάστρας, του κυρίως καταστρώματος και των φρακτών (Leidenfrost, 2015).

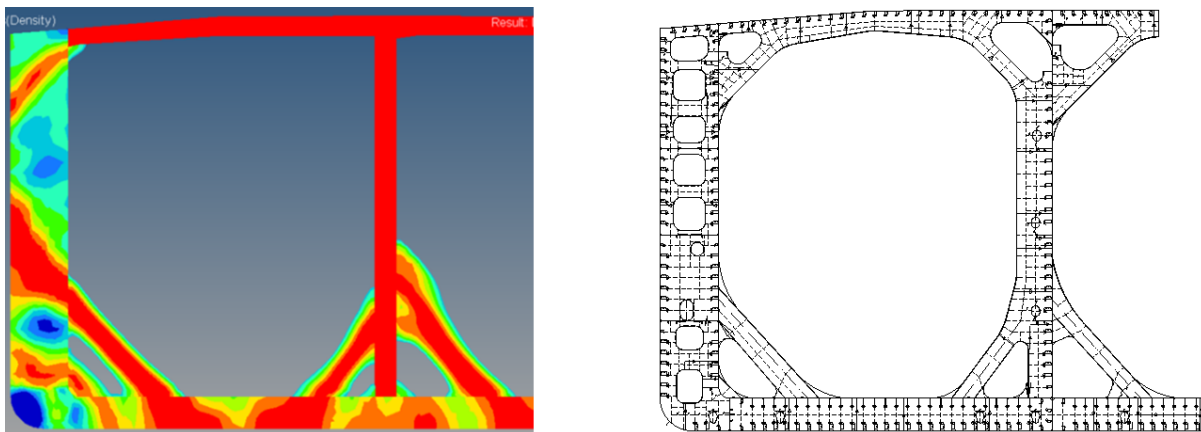
Οι (Qiu, et al., 2016), στη δημοσίευσή τους, χρησιμοποιώντας χωριστά τις μεθόδους SIMP και BESO, βελτιστοποίησαν την τοπολογία των πρωτεύοντων ενισχυτικών στοιχείων μίας από τις δεξαμενές φορτίου ενός πλοίου τύπου VLCC, με στόχο την ελαχιστοποίηση της μάζας της. Εξαιτίας του πλήθους των υπολογιστικών δεδομένων, τα οποία οφείλονται στο μεγάλο όγκο του μοντέλου, αλλά και στον επαναληπτικό χαρακτήρα της μεθόδου, αφαιρέθηκαν ορισμένα ενισχυτικά στοιχεία, ώστε να μειωθεί ο χρόνος επίλυσης. Έτσι, τα αντικείμενα προς βελτιστοποίηση ήταν οι ενισχυμένοι νομείς (web frames) και τα οριζόντια ενισχυτικά (horizontal girders). Στη συνέχεια, για την επίλυση του προβλήματος, ορίστηκε στο επίπεδο του καθενός ένας σχεδιαστικός χώρος (Εικόνα 3.5.4), το υπολογιστικό πλέγμα του οποίου έφερε το υλικό κατασκευής των πρωτεύοντων ενισχυτικών. Στην Εικόνα 3.5.3 μπορούμε να δούμε τους εννέα σχεδιαστικούς χώρους με σκούρο πράσινο χρώμα στο εσωτερικό της δεξαμενής του VLCC. Έπειτα, εφαρμόστηκαν οι συννοριακές συνθήκες σύμφωνα με τους Εναρμονισμένους Κοινούς Κανονισμούς της Διεθνούς Ένωσης Νηογνομόνων (Harmonised Common Structural Rules – HCSR), οι περιορισμοί (τάσης όπως προδιαγράφονται από τους HCSR και διατήρησης όγκου σε ποσοστά από 13 % έως 50 %) και ορίστηκαν οι συνθήκες φόρτισης ακολουθώντας τα πρότυπα των νηογνομόνων (HCSR). Τα αποτελέσματα που δημιουργήθηκαν από τις μεθόδους SIMP και BESO για τους εγκαρσίους και οριζοντίους σχεδιαστικούς χώρους είναι αυτά που βλέπουμε στο αριστερό τμήμα των ακόλουθων εικόνων (Εικόνα 3.5.5, Εικόνα 3.5.6, Εικόνα 3.5.7). Ύστερα, με βάση αυτά, δημιουργήθηκαν οι βελτιστοποιημένοι ενισχυμένοι νομείς και τα οριζόντια ενισχυτικά, των οποίων τα κατασκευαστικά σχέδια φαίνονται στο δεξί τμήμα των προαναφερθέντων εικόνων. Ως προς το σχήμα τους, οι ενισχυμένοι νομείς στο σύνορο της δεξαμενής φέρουν στοιχεία σχήματος «Κ» ενώ στην περιοχή του διπλού τοιχώματος και του διπυθμένου η δομή τους είναι συνεχής με εξαίρεση ορισμένες οπές. Ομοίως, η γεωμετρία των οριζοντίων ενισχυτικών έχει αντίστοιχη μορφή. Η ελάττωση του βάρους που επιτεύχθηκε στη δεξαμενή είναι 12,2 % και 11,6 % με την εφαρμογή των SIMP και BESO αντιστοίχως. Οι ερευνητές δε σταμάτησαν σε αυτήν τη μελέτη, αλλά βασισμένοι στη διαδικασία της τοπολογικής βελτιστοποίησης και στην εμπειρία που απέκτησαν, προχώρησαν σε αντίστοιχη μελέτη για δεξαμενόπλοιο Aframax τα αποτελέσματα της οποίας φαίνονται στην Εικόνα 3.5.8.



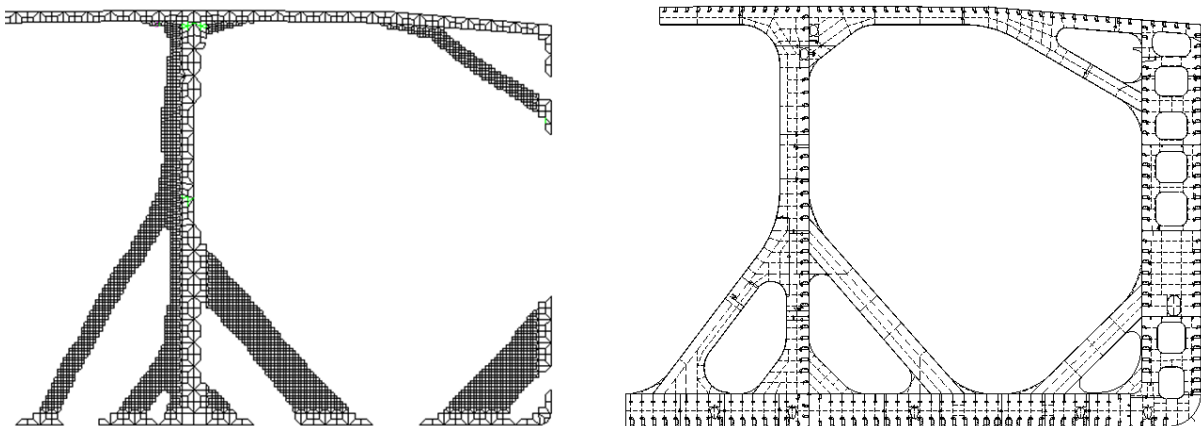
Εικόνα 3.5.3: Οι σχεδιαστικοί χώροι εντός της δεξαμενής του VLCC (Qiu, et al., 2016).



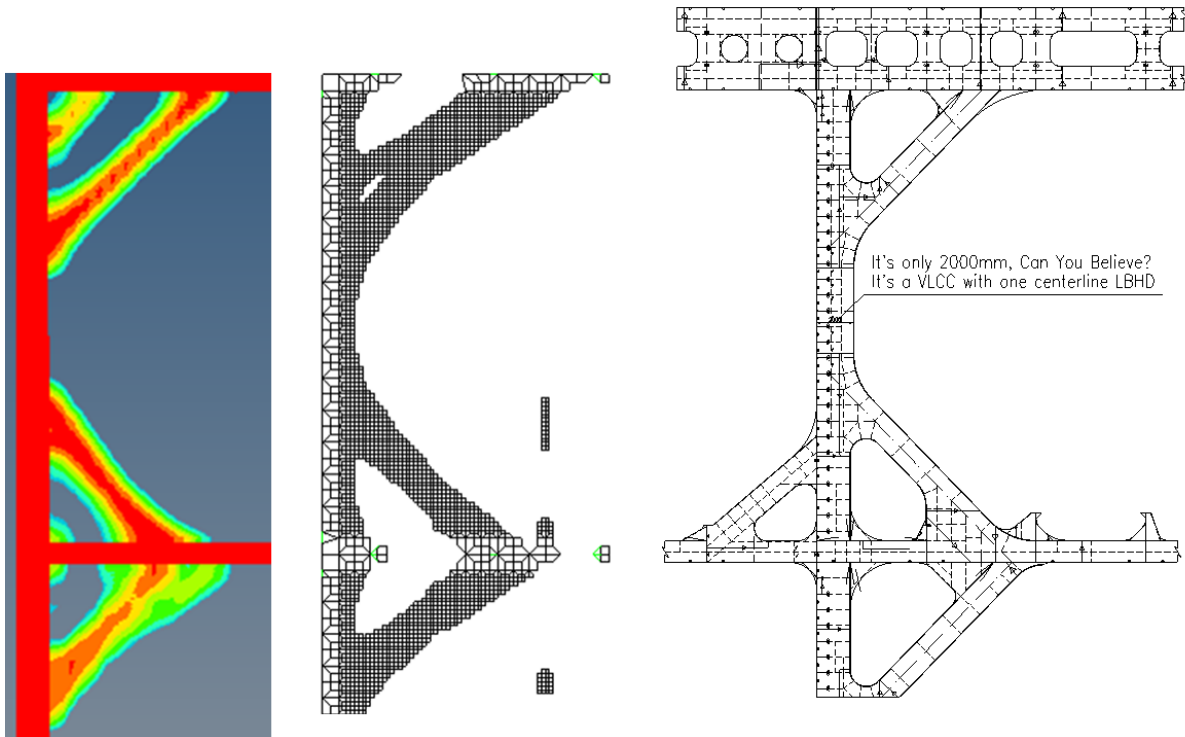
Εικόνα 3.5.4: Αριστερά: Οι σχεδιαστικοί χώροι των ενισχυμένων νομέων | Δεξιά: Οι σχεδιαστικοί χώροι των οριζοντίων ενισχυτικών (Qiu, et al., 2016).



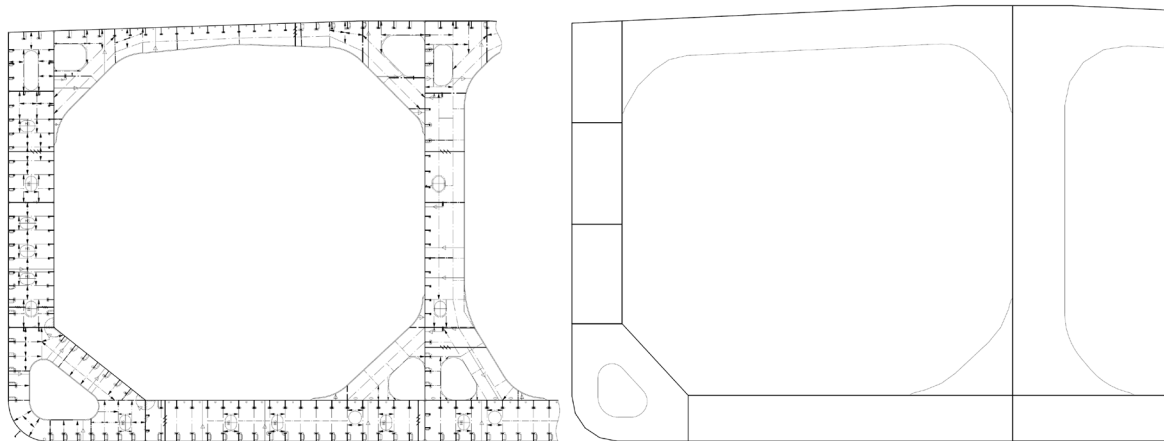
Εικόνα 3.5.5: Αριστερά: Το αποτέλεσμα της μεθόδου SIMP | Δεξιά: Το κατασκευαστικό σχέδιο του αποτελέσματος της μεθόδου SIMP (Qiu, et al., 2016).



Εικόνα 3.5.6: Αριστερά: Το αποτέλεσμα της μεθόδου BESO | Δεξιά: Το κατασκευαστικό σχέδιο του αποτελέσματος της μεθόδου BESO (Qiu, et al., 2016).

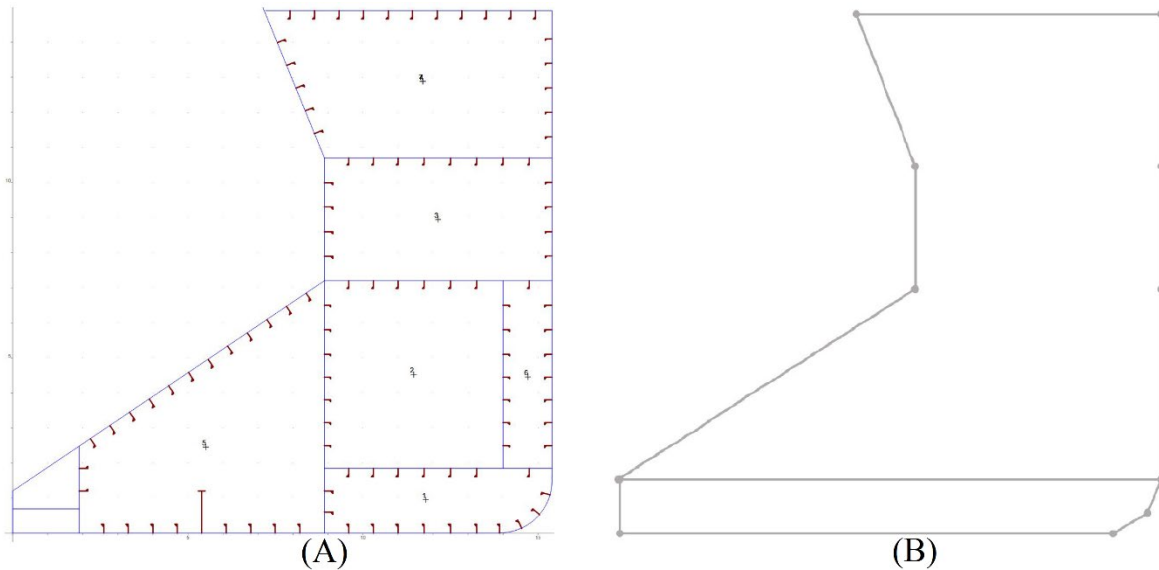


Εικόνα 3.5.7: Αριστερά: Τα αποτελέσματα των μεθόδων SIMP και BESO | Δεξιά: Το κοινό κατασκευαστικό σχέδιο των αποτελεσμάτων των μεθόδων SIMP και BESO (Qiu, et al., 2016).

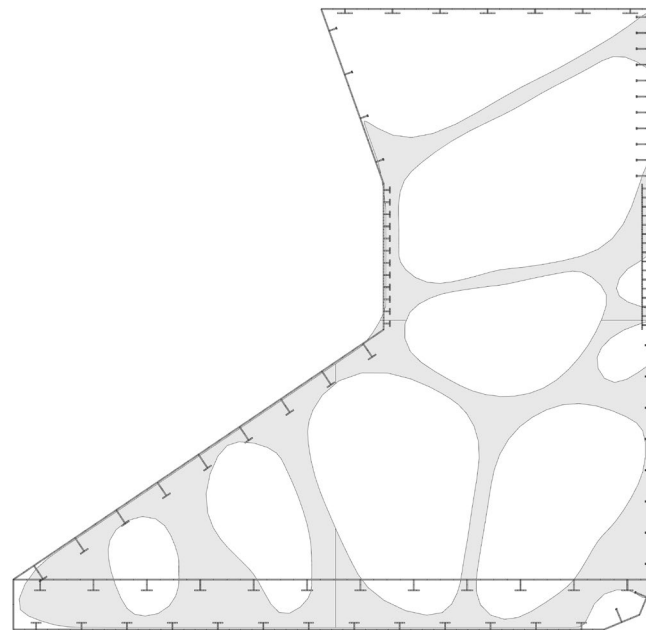


Εικόνα 3.5.8: Αριστερά: Κατασκευαστικό σχέδιο βασισμένο σε τοπολογική μελέτη μέσης τομής πετρελαιοφόρου Aframax | Δεξιά: Τυπική μέση τομή πετρελαιοφόρου Aframax (Qiu, et al., 2016).

Μια ακόμη εφαρμογή της τοπολογικής βελτιστοποίησης γίνεται στη δημοσίευση των (Zhang, et al., 2019), οι οποίοι πραγματοποιούν σχετική μελέτη για βάση εγκατάστασης συγκεκριμένου συστήματος πάνω σε πλοίο (ship pedestal). Αυτή η κατασκευή πέραν του βασικού ρόλου στήριξης που παρέχει, συμβάλλει και στην αποτροπή της ζημιάς του εξοπλισμού από κραδασμούς και δονήσεις. Ο λόγος για την επιλογή αυτού του τρόπου ανάπτυξης της, οφείλεται στο γεγονός ότι οι υπάρχουσες εμπειρικές μέθοδοι σχεδίασης ενός τέτοιου εξαρτήματος οδηγούν σε συντηρητικά και ογκώδη αποτελέσματα. Οι μελετητές εφαρμόζοντας τη μέθοδο SIMP επιχείρησαν να βελτιώσουν την αντικραδαμική της επίδοση και να μειώσουν το βάρος της. Αρχικά, όρισαν ως στόχο την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας (αντικειμενική συνάρτηση) και ως σχεδιαστικό χώρο αυτό που φαίνεται στην Εικόνα 3.5.9(A). Έπειτα, άσκησαν κατακόρυφο κραδασμικό φορτίο επί της κατασκευής, το οποίο ορίζεται από το πρότυπο GJB1060.1-91 και έθεσαν τις συνοριακές συνθήκες μαζί με



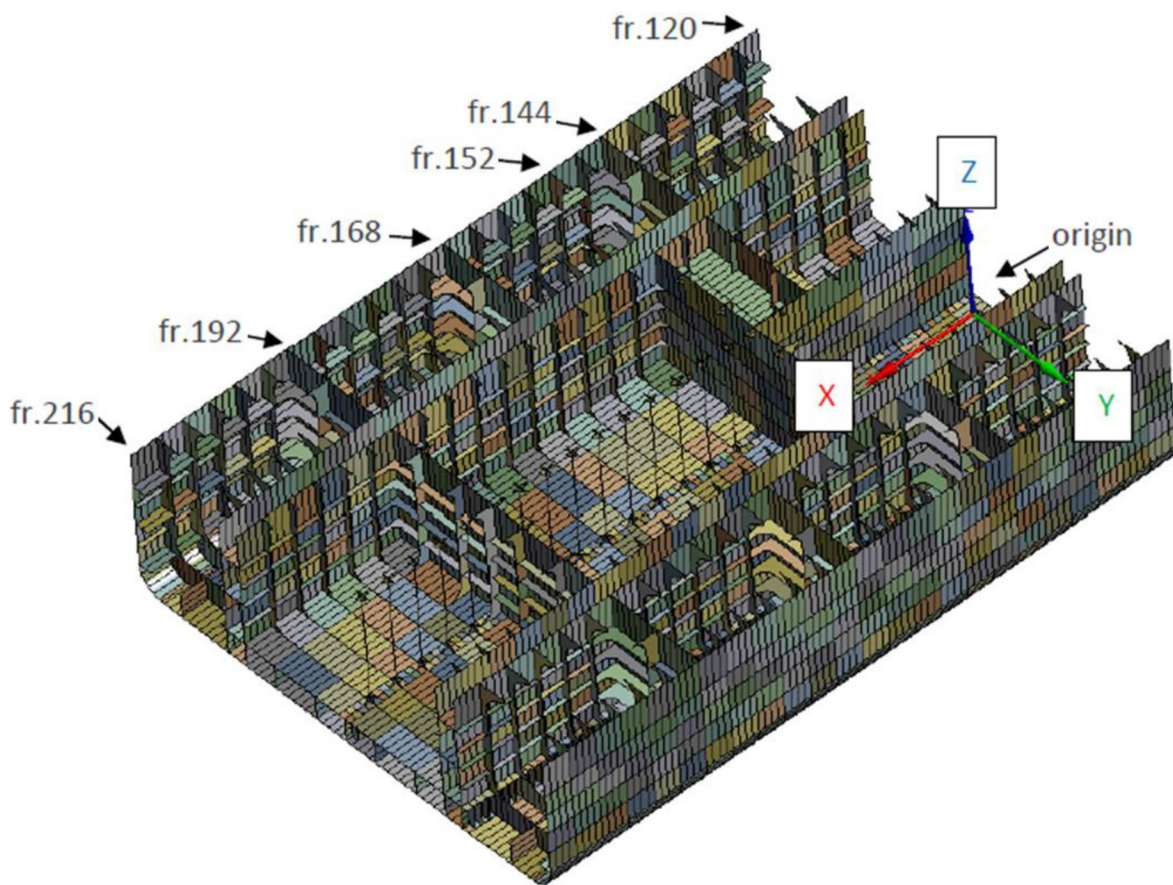
Εικόνα 3.5.10: (A) Μέση τομή βυθοκόρου | (B) Απλοποιημένη μορφή μέσης τομής βυθοκόρου (σχεδιαστικός χώρος) (Vuijk, 2020).



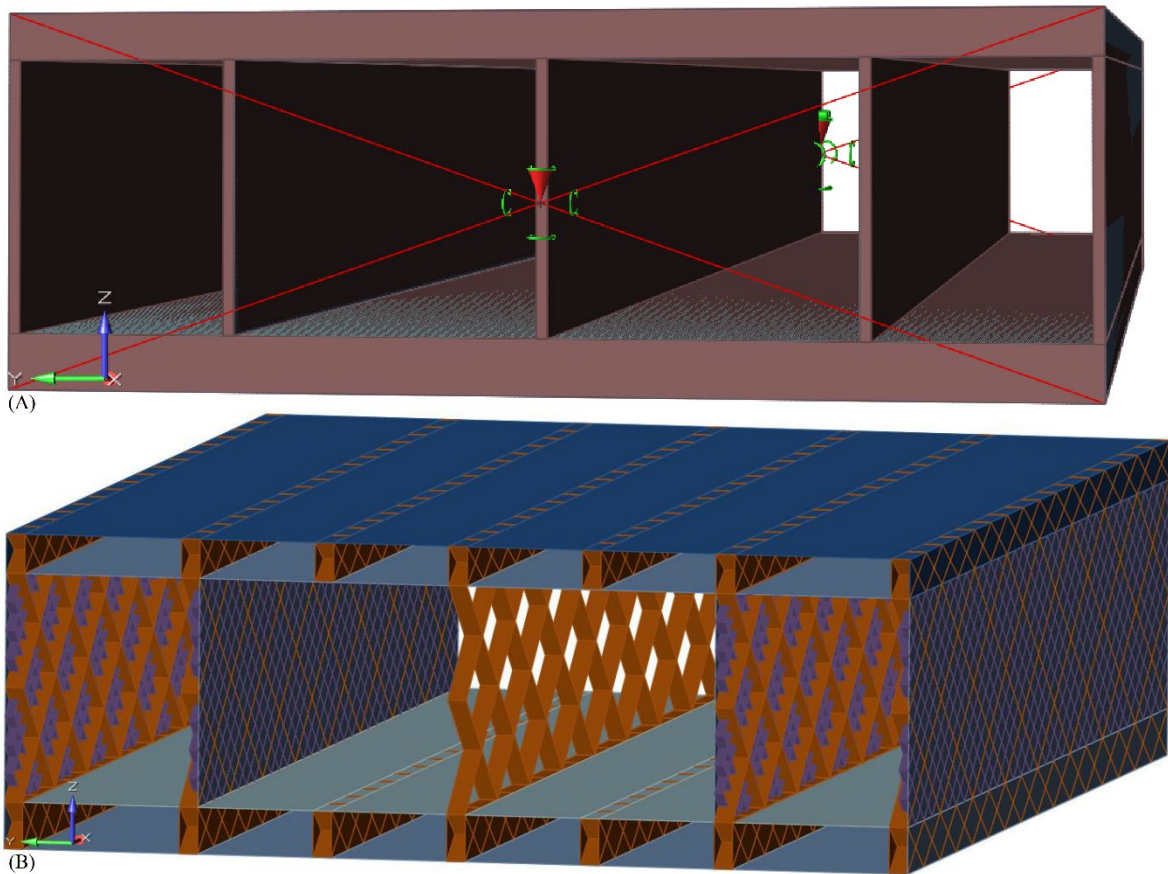
Εικόνα 3.5.11: Βελτιστοποιημένη τοπολογία μέσης τομής βυθοκόρου (Vuijk, 2020).

Ο (Bos, 2021) εκπονώντας μία μελέτη τοπολογικής βελτιστοποίησης μέσω της μεθόδου SIMP για το μέσο τμήμα ενός πλοίου υψηλής ανυψωτικής ικανότητας και εγκατάστασης για υπεράκτιες κατασκευές (Offshore Heavy Lift DP3 Installation Vessel), προσπάθησε να τροποποιήσει το σχήμα της εν λόγω κατασκευής δημιουργώντας μια γεωμετρία αφενός μειωμένου βάρους και αφετέρου υλοποιήσιμη από κομμένα χαλύβδινα ελάσματα που ένα σύγχρονο ναυπηγείο μπορεί να παράξει. Ο ίδιος, ορίζοντας ως σχεδιαστικό χώρο μια απλοποιημένη εκδοχή (Εικόνα 3.5.13(A)) του πραγματικού τμήματος του πλοίου (Εικόνα 3.5.12) μετά από την αφαίρεση των δομικών στοιχείων, των ενισχυτικών και των εγκαρσίων υδατοστεγών φρακτών του, αφήνοντας μόνο τα ελάσματα του διπλού καταστρώματος και πυθμένα, αλλά και δύο διαμήκεις υδατοστεγείς φρακτές, θέτοντας τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες, τους κατάλληλους περιορισμούς και τα φορτία που θα δεχόταν το συγκεκριμένο τμήμα του πλοίου από το εμπόρευμα και το θαλάσσιο περιβάλλον, κατέληξε σε μία δομή

αποτελούμενη από τμήματα σχήματος «X» 45° (Εικόνα 3.5.13(B)), τα οποία ήταν εξαιρετικά αποδοτικά στη διαχείριση διατμητικών φορτίων, με το βάρος της συνολικής κατασκευής να σημειώνει μείωση κατά 2,4 %.

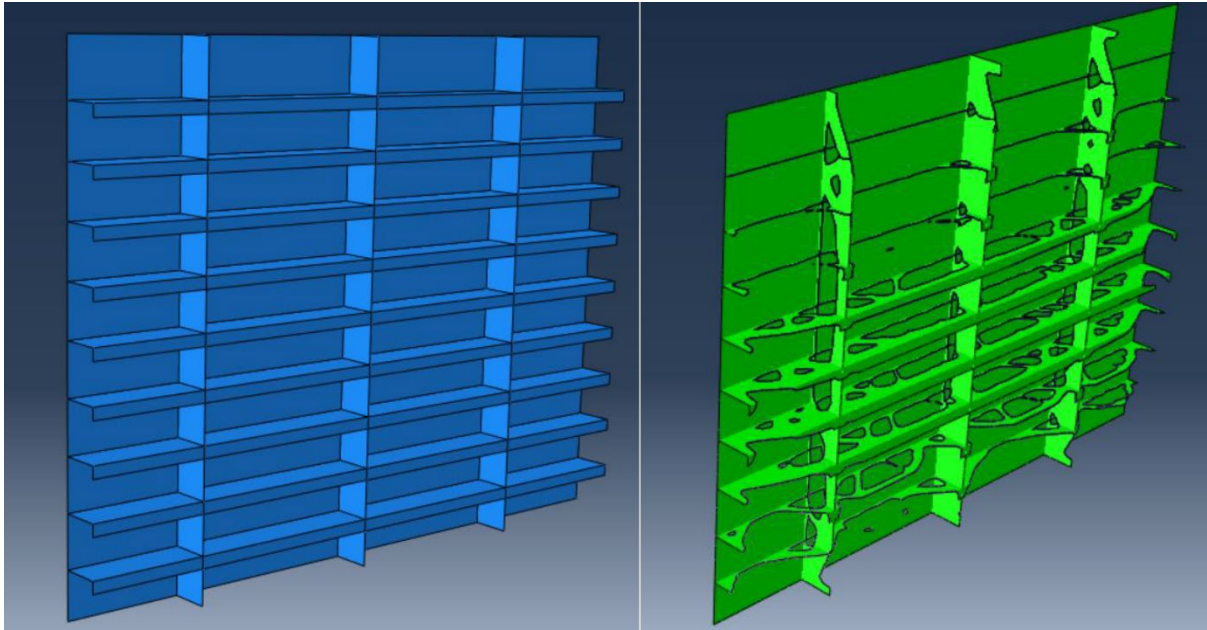


Εικόνα 3.5.12: Το μέσο τμήμα του πλοίου (Bos, 2021).



Εικόνα 3.5.13: (Α) Η απλοποιημένη εκδοχή του μέσου τμήματος του πλοίου (σχεδιαστικός χώρος) | (Β) Η βελτιστοποιημένη τοπολογία του μέσου τμήματος του πλοίου (Bos, 2021).

Οι (Islam & Paul, 2021) παρουσιάζουν στη δημοσίευσή τους τη διαδικασία και τα αποτελέσματα της μεθόδου τοπολογικής βελτιστοποίησης SIMP που εφήρμοσαν, ώστε να μειώσουν τον όγκο και κατ' επέκταση τη μάζα μιας εγκάρσιας υδατοστεγής φρακτής ενός δεξαμενοπλοίου μεταφοράς πετρελαίου. Στο λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε, ορίστηκε ως στόχος η ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας και ως σχεδιαστικό χώρο όλη η φρακτή (Εικόνα 3.5.14). Στη συνέχεια, εφαρμόστηκε το υδροστατικό φορτίο επί της μίας πλευράς της κατασκευής και ορίστηκαν οι κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Πριν την έναρξη της λύσης του προβλήματος, τέθηκαν δύο περιορισμοί που αφορούσαν το ποσοστό διατήρησης του όγκου και τη μέγιστη τάση. Από τις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν, οι ερευνητές κατέληξαν στην τοπολογία που φαίνεται στην Εικόνα 3.5.14(B), η οποία είναι κατά 45 % ελαφρύτερη από την αρχική.



Εικόνα 3.5.14: (Α) Εγκάρσια υδατοστεγής φρακτή (σχεδιαστικός χώρος) | (Β) Βελτιστοποιημένη εγκάρσια υδατοστεγής φρακτή (Islam & Paul, 2021).

4 Ορισμός Μοντέλου Σχεδιαστικής Βελτιστοποίησης

4.1 Μοντέλο Σχεδιαστικής Βελτιστοποίησης (Optimization Design Model)

Το μοντέλο βελτιστοποίησης δίνεται από το σχήμα (4.1.1).

$$\begin{aligned}
 & \underset{\mathbf{d}}{\text{minimize}} && f(d_1, d_2, \dots, d_n) \\
 & \text{subject to :} && \\
 & && g_i(d_1, d_2, \dots, d_n) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_i \\
 & && h_j(d_1, d_2, \dots, d_n) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n_e \\
 & && d_k^l \leq d_k \leq d_k^u, \quad k = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

Όπου,

$\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$: το διάνυσμα των σχεδιαστικών μεταβλητών, το οποίο ορίζεται κατά το σχεδιασμό

$f(d_1, d_2, \dots, d_n)$: η αντικειμενική συνάρτηση, η οποία επιθυμούμε να ελαχιστοποιηθεί

$g_i(d_1, d_2, \dots, d_n)$: η πρώτη συνάρτηση σχεδιαστικού περιορισμού

$h_j(d_1, d_2, \dots, d_n)$: η δεύτερη συνάρτηση σχεδιαστικού περιορισμού

d_k : η σχεδιαστική μεταβλητή

d_k^l : το κατώτερο όριο της σχεδιαστικής μεταβλητής

d_k^u : το ανώτερο όριο της σχεδιαστικής μεταβλητής

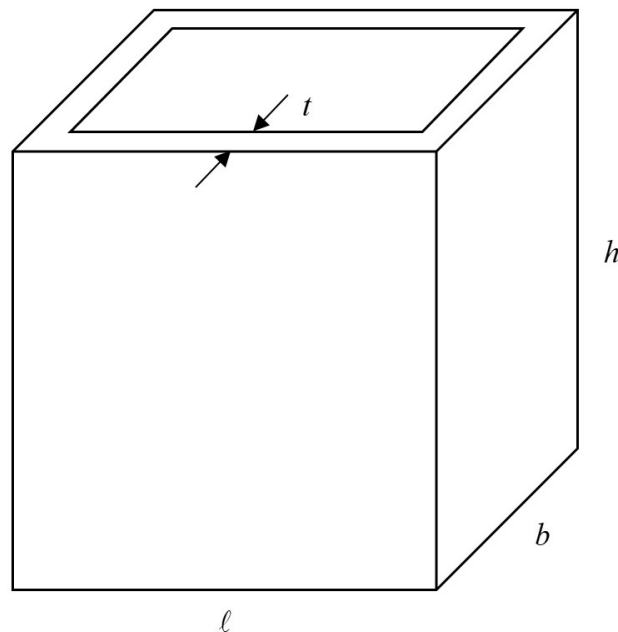
Συνεπώς, πρέπει να βρεθεί το βέλτιστο σύνολο σχεδιαστικών μεταβλητών \mathbf{d} εντός του διαστήματος που ορίζουν τα άκρα d_k^l και d_k^u , το οποίο ελαχιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση f και ταυτόχρονα ικανοποιεί τους περιορισμούς (συνθήκες) $g_i \leq 0$ και $h_j = 0$ (Πολίτης, 2020).

4.2 Σχεδιαστικές Μεταβλητές (Design Variables)

Οι σχεδιαστικές μεταβλητές ή μεταβλητές ελέγχου καθορίζονται από τον σχεδιαστή και διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην επίλυση του προβλήματος της βελτιστοποίησης. Ο λόγος είναι, ότι ένα σχέδιο αποτελείται από ένα πλήθος τέτοιων μεταβλητών και η οποιαδήποτε αλλαγή αυτών επηρεάζει το τελικό αποτέλεσμα. Δηλαδή, διαφορετικοί συνδυασμοί σχεδιαστικών μεταβλητών δημιουργούν διαφορετικές σχεδιαστικές εκδοχές του ίδιου αντικειμένου (Πολίτης, 2020).

Παραδείγματος χάρη, αν θέλαμε να βελτιστοποιήσουμε ένα κέλυφος σχήματος κύβου με μήκος ℓ , πλάτος b , ύψος h και πάχος τοιχωμάτων t , για λόγους αντοχής ή ελαχιστοποίησης της επιφάνειάς του, τότε θα μπορούσαμε να παράγουμε αρκετές διαφορετικές εκδοχές αλλάζοντας τις μεταβλητές (ℓ, b, h, t) . Ορισμένες από αυτές θα μπορούσαν να ήταν οι εξής:

	$\mathbf{d}(\ell, b, h, t)$
Εκδοχή 1 ^η	$\mathbf{d}_1(30, 9, 4, 1)$
Εκδοχή 2 ^η	$\mathbf{d}_2(80.9, 12, 9, 3)$
Εκδοχή 3 ^η	$\mathbf{d}_3(120, 20, 10, 7)$
Εκδοχή 4 ^η	$\mathbf{d}_4(200, 40, 17, 9)$



Εικόνα 4.2.1: Κέλυφος σχήματος κύβου και διαστάσεων (ℓ, b, h, t) (Πολίτης, 2020).

4.4 Σχεδιαστικοί Περιορισμοί (Design Constraints)

Κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης, ο σχεδιαστής καθορίζοντας τις σχεδιαστικές μεταβλητές και την αντικειμενική συνάρτηση, παράγει ένα σύνολο από διαφορετικά σχέδια, τα οποία θα πρέπει να περιορίσει. Ο τρόπος μείωσης του εύρους τους γίνεται από τις απαιτήσεις που ο ίδιος θέτει. Αυτές εκφράζονται μέσω συγκεκριμένων περιορισμών², οι οποίοι διατυπώνονται από συνθήκες που γράφονται είτε σε μορφή ισότητας είτε ανισότητας. Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι περιορισμοί δεν πρέπει να παραβιαστούν. Αντιθέτως, η αντικειμενική συνάρτηση ελαχιστοποιείται ή μεγιστοποιείται προκειμένου να παραχθεί το βέλτιστο αποτέλεσμα (Πολίτης, 2020).

Συναρτήσεις Περιορισμών:

$$g_i(d_1, d_2, \dots, d_n) \quad h_j(d_1, d_2, \dots, d_n)$$

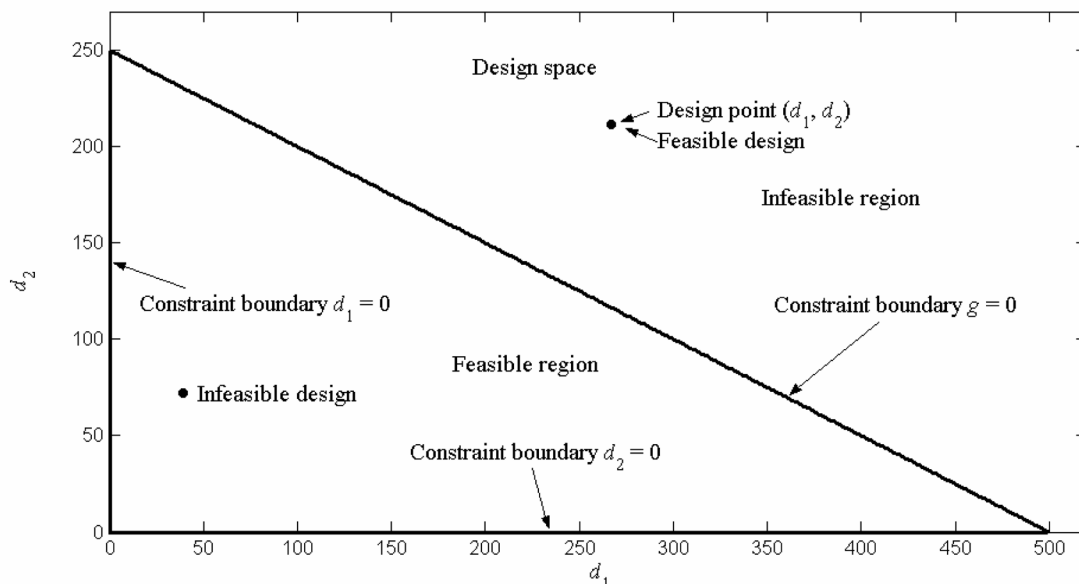
Σχεδιαστικοί Περιορισμοί:

$$g_i(d_1, d_2, \dots, d_n) \leq 0 \quad h_j(d_1, d_2, \dots, d_n) = 0 \quad (4.4.1)$$

Ενδεικτικοί περιορισμοί

- Το μέγιστο βέλος κάμψης θα πρέπει να είναι μικρότερο από μία επιτρεπόμενη τιμή.
- Ο συνολικός όγκος του αντικειμένου δεν θα πρέπει να ξεπερνάει κάποιο ορισμένο όριο.
- Η τιμή της μεγίστης τάσης δεν θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από κάποια επιτρεπόμενη.

Η Εικόνα 4.4.1 παρουσιάζει όλα τα στοιχεία που βρίσκονται στη διαδικασία της βελτιστοποίησης.



Εικόνα 4.4.1: Οπτικοποίηση της διαδικασίας της βελτιστοποίησης (Πολίτης, 2020).

² Οι σχεδιαστικοί περιορισμοί διατυπώνονται από τις σχεδιαστικές συνθήκες, οι οποίες εκφράζουν τις σχέσεις που ισχύουν για τις συναρτήσεις περιορισμού.

Σχεδιαστικός Χώρος (Design Space)

Ο σχεδιαστικός χώρος (design space) είναι η περιοχή, η οποία αποτελείται από τις σχεδιαστικές μεταβλητές d_1, d_2, \dots, d_n . Στη συγκεκριμένη περίπτωση αυτές είναι οι d_1 και d_2 , συνεπώς ο χώρος είναι δύο διαστάσεων. Θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι οι d_1 και d_2 αντιπροσωπεύουν τις διαστάσεις ℓ και b του δοχείου κυβικού σχήματος, για το οποίο έγινε αναφορά παραπάνω.

Σχεδιαστικό Σημείο (Design Point)

Το σχεδιαστικό σημείο (design point) είναι το σχέδιο, το οποίο θα προκύψει από το συνδυασμό των μεταβλητών d_1, d_2, \dots, d_n . Αν οι μεταβλητές είναι πλήθους n , ο χώρος είναι n διαστάσεων και τότε το σημείο συμβολίζεται με $\mathbf{d}(d_1, d_2, \dots, d_n)$. Στην περίπτωση του δισδιάστατου χώρου το σημείο γράφεται ως $\mathbf{d}(d_1, d_2)$.

Σύνορο Περιορισμού (Constraint Boundary)

Ο χώρος, μέσα στον οποίο ικανοποιείται η συνθήκη $g_i(d_1, d_2, \dots, d_n) \leq 0$, περικλείεται από ένα σύνορο, το οποίο ονομάζεται σύνορο περιορισμού (constraint boundary) και επί αυτού ισχύει $g_i(d_1, d_2, \dots, d_n) = 0$. Για δισδιάστατο χώρο, εντός της περιοχής του θα ίσχυε $g_i(d_1, d_2) \leq 0$ και στο όριο του $g_i(d_1, d_2) = 0$. Ο τελευταίος περιορισμός, στην παραπάνω γραφική παράσταση, παρουσιάζεται ως $g = 0$.

Εφικτό Σχεδιαστικό Χωριό (Feasible Design Point)

Εάν ένα σχεδιαστικό σημείο $\mathbf{d}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ ικανοποιεί τους παρακάτω περιορισμούς

$$\begin{aligned} g_i(d_1, d_2, \dots, d_n) &\leq 0, & i &= 1, 2, \dots, n_i \\ h_j(d_1, d_2, \dots, d_n) &= 0, & j &= 1, 2, \dots, n_j \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

και

$$d_k^l \leq d_k \leq d_k^u, \quad k = 1, 2, \dots, n_k$$

ονομάζεται εφικτό σχεδιαστικό σημείο (feasible design point).

Ανέφικτο Σχεδιαστικό Σημείο (Infeasible Design Point)

Το σχεδιαστικό σημείο, το οποίο παραβιάζει τουλάχιστον έναν από τους περιορισμούς (4.4.1), καλείται ανέφικτο σχεδιαστικό σημείο (infeasible design point).

Εφικτή Περιοχή (Feasible Region)

Εφικτή περιοχή (feasible region) ονομάζεται ο χώρος, ο οποίος συγκροτείται από εφικτά σχεδιαστικά σημεία.

Ανέφικτη Περιοχή (Infeasible Region)

Ανέφικτη περιοχή (infeasible region) ονομάζεται ο χώρος, ο οποίος συγκροτείται από ανέφικτα σχεδιαστικά σημεία.

Ενεργή Περιοχή (Active Constraint)

Όταν μία συνάρτηση περιορισμού αγγίζει την οριακή της τιμή σε ένα σχεδιαστικό σημείο, δηλαδή όταν η συνθήκη $g_i(\mathbf{d}) \leq 0$ στο σχεδιαστικό σημείο \mathbf{d} γίνει $g_i(\mathbf{d}) = 0$, τότε αποκαλείται ενεργός περιορισμός (active constraint).

5 Μέθοδοι Τοπολογικής Βελτιστοποίησης

Στην υποενότητα 3.4.3 της εισαγωγής, αναφερθήκαμε στην τοπολογική βελτιστοποίηση, στις μεθόδους της καθώς και στην ταξινόμησή τους. Σε αυτό το κεφάλαιο, θα περιγράψουμε εν συντομία τη λειτουργία που έχουν ορισμένες από αυτές.

5.1 Homogenization Method

Η διαδικασία της τοπολογικής βελτιστοποίησης σκοπεύει στη δημιουργία της βέλτιστης γεωμετρίας ενός αντικειμένου, μέσω της κατάλληλης κατανομής του ιστροπικού υλικού του. Δηλαδή, αν υποθέσουμε ότι ο χώρος που καταλαμβάνει το εξάρτημα είναι ο $\Omega \in \mathbb{R}^3$, τότε το πρόβλημα που πρέπει να λυθεί είναι η εύρεση εκείνων των τιμών του τανυστή του μέτρου ελαστικότητας E_{ijkl} σε κάθε σημείο του σχεδιαστικού χώρου Ω , οι οποίες θα ελαχιστοποιούν ή μεγιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση (στόχος) χωρίς να παραβιάζουν τους περιορισμούς του μελετητή. Ωστόσο, επειδή ισχύει η σχέση (5.1.1) η κατανομή του υλικού καθορίζεται από την τιμή που λαμβάνει η $\rho(\mathbf{x})$. Ως εκ τούτου, η σχεδιαστική μεταβλητή του προβλήματος είναι η πυκνότητα.

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x}) E_{ijkl}^0 \quad (5.1.1)$$

Όπου,

\mathbf{x} : το διάνυσμα θέσης κάθε σημείου του Ω ($\mathbf{x} \in \Omega$)

$E_{ijkl}(\mathbf{x})$: ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ [MPa]

$\rho(\mathbf{x})$: η τεχνητή πυκνότητα σε κάθε σημείο του Ω

E_{ijkl}^0 : ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας του υλικού κατασκευής του αντικειμένου [MPa]

Όπως θα αναφερθεί και στη μέθοδο SIMP, η πυκνότητα δεν αντιπροσωπεύει το γνωστό φυσικό μέγεθος με μονάδα μέτρησης $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$, αλλά εκφράζει το ποσοστό (τεχνητή πυκνότητα) του υλικού που υπάρχει σε κάθε σημείο του σχεδιαστικού χώρου με τη χρήση δύο αριθμών. Συγκεκριμένα, στις περιοχές όπου η $\rho(\mathbf{x})$ παίρνει την τιμή μηδέν, δημιουργείται κενό, ενώ σε εκείνες όπου η $\rho(\mathbf{x})$ παίρνει την τιμή ένα, τοποθετείται υλικό. Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να αναφέρουμε, ότι ανεξαρτήτως της αντικειμενικής συνάρτησης, ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου Ω_{mat} , $V(\Omega_{\text{mat}})$ δεν θα πρέπει να είναι μεγαλύτερος από εκείνον του σχεδιαστικού χώρου του αρχικού αντικειμένου Ω , $V(\Omega)$.

Δηλαδή, θα πρέπει να ισχύει ότι

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) d\Omega \leq V(\Omega). \quad (5.1.2)$$

Όπου,

$V(\Omega_{\text{mat}})$: ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου $[\text{m}^3]$

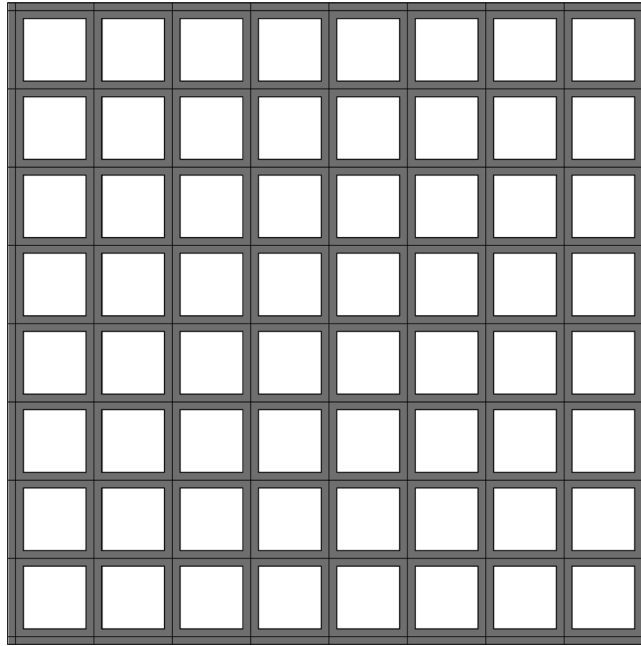
$V(\Omega)$: ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του αρχικού αντικειμένου $[\text{m}^3]$

Σε επίπεδο υπολογιστικής εφαρμογής, τα $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ και $\rho(\mathbf{x})$ συμβολίζονται με E_e και ρ_e και αντιστοιχούν σε κάθε ένα από τα στοιχεία (elements) e του υπολογιστικού πλέγματος που προηγουμένως, έχουν δημιουργηθεί στο στάδιο της διακριτοποίησης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM). Ακόμη, θα πρέπει να συμπληρώσουμε ότι το παραπάνω πρόβλημα ακεραίων τιμών (0/1) συνοδεύεται από δύο μειονεκτήματα. Το πρώτο είναι η αστάθεια που χαρακτηρίζει την επίλυση του, λόγω της χρήσης αλγορίθμων διακριτής βελτιστοποίησης. Ενώ το δεύτερο αφορά την έλλειψη ύπαρξης λύσεων. Το τελευταίο είναι ένα σοβαρό πρόβλημα, το οποίο δεν προκύπτει μόνο σε θεωρητικό επίπεδο, αλλά και κατά τις υπολογιστικές εφαρμογές. Συγκεκριμένα, καθιστά τις αριθμητικές μεθόδους επίλυσης αναξιόπιστες, εξαιτίας της ευαισθησίας που παρουσιάζουν τα υπολογιστικά αποτελέσματα στο μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος.

Για να γίνει εφικτή η επίλυση του προαναφερθέντος προβλήματος, θεωρούμε ότι η προς μελέτη κατασκευή αποτελείται από ένα συνθετικό υλικό που συγκροτείται από άπειρο πλήθος μικροσπές, περιοδικώς κατανεμημένες σε όλο το Ω , δημιουργώντας μια πορώδη δομή (πορώδες σώμα – cellular body). Αυτή η τακτική αφενός μεταφέρει το πρόβλημα κατανομής μάζας από το επίπεδο της μακροκλίμακας στο επίπεδο της μικροκλίμακας και αφετέρου το μετατρέπει σε ένα πρόβλημα συνεχών τιμών (0–1). Δηλαδή, στις περιοχές όπου η $\rho(\mathbf{x}) = 0$ υπάρχει κενό, σε εκείνες όπου η $\rho(\mathbf{x}) = 1$ τοποθετείται υλικό, ενώ σε αυτές που ισχύει ότι $0 < \rho(\mathbf{x}) < 1$, έχουμε συνύπαρξη κενού και υλικού σε συγκεκριμένη αναλογία.

Οι μικροσπές βρίσκονται στο εσωτερικό κυβικών περιοχών που ονομάζονται κελιά και η συνύπαρξή τους με το υλικό εντός αυτών σχηματίζει δομές σε επίπεδο μικροκλίμακας, οι οποίες αποκαλούνται μικροδομές (Εικόνα 5.1.1). Επειδή, οι περιοχές του χώρου έχουν χωριστεί σε κελιά, η τεχνητή πυκνότητα $\rho(\mathbf{x})$ θα εκφράζει το ποσοστό του υλικού που φέρει κάθε κελί. Επιπλέον, ο αριθμός και η διάταξη των μικροσπών χωρίζουν τις μικροδομές στις ακόλουθες δύο κατηγορίες.

- Κελιά με Εσωτερικό Κενό (Rectangular Microscale Voids)
- Κελιά Ταξινομημένου Στρωματικού Υλικού (Ranked Layered Material Cells)

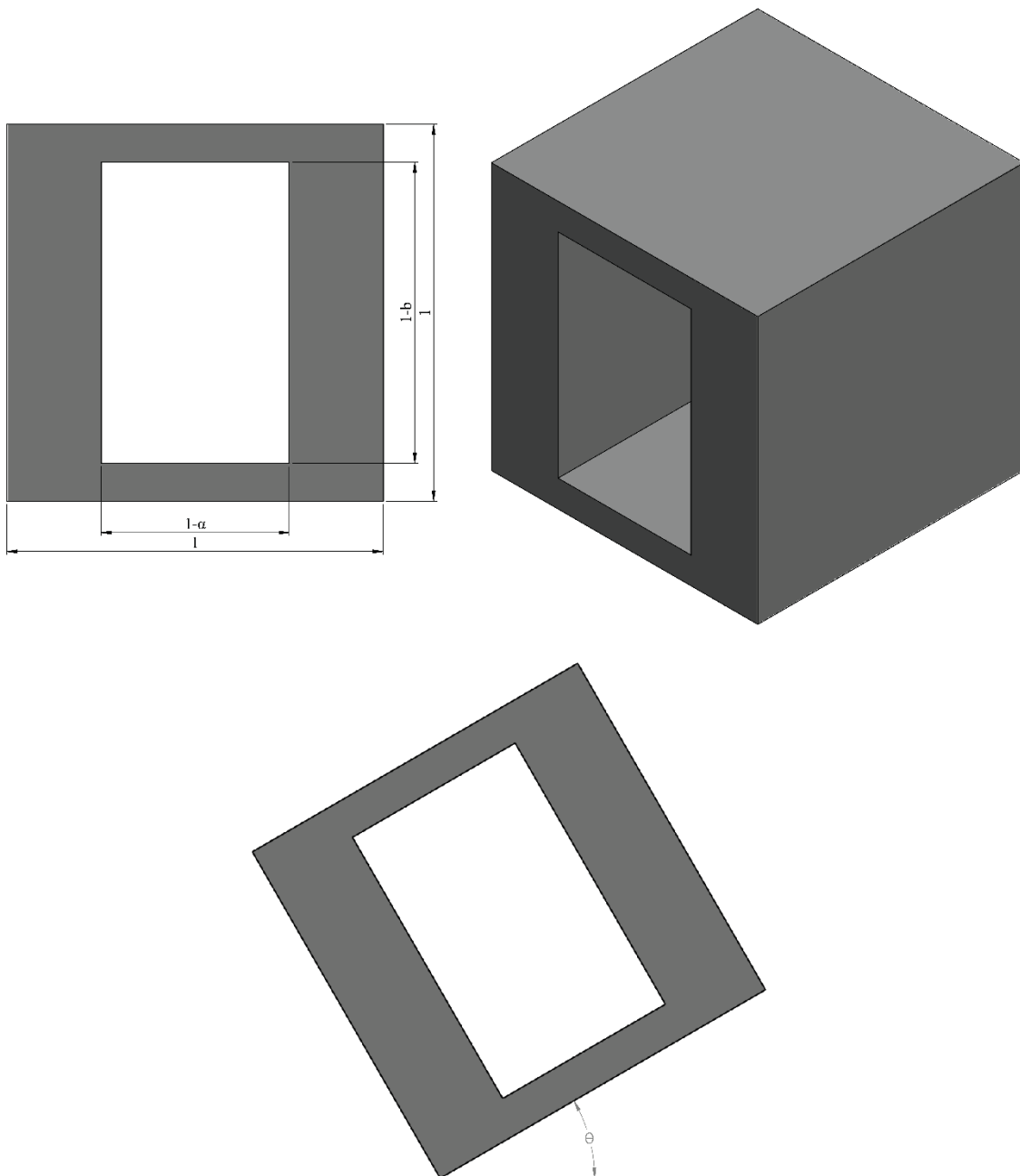


Εικόνα 5.1.1: Τμήμα πορώδους δομής δύο διαστάσεων. Οι κατακόρυφες και οριζόντιες γραμμές σχηματίζουν τα κελιά, εντός των οποίων υπάρχει υλικό και κενό. Σε αυτό το σημείο, το σχήμα των οπών επιλέχθηκε τυχαία τετράγωνο.

Τέλος, όλα τα κελιά είναι τριών ίσων διαστάσεων, επομένως η κατανομή του υλικού σε αυτά μπορεί να πραγματοποιηθεί αρχικά στις δύο διαστάσεις τους και ύστερα, η διάταξη που θα έχει σχηματιστεί να επεκταθεί στην τρίτη. Επομένως, η τεχνητή πυκνότητα θα εκφράζει το ποσοστό του υλικού που φέρει η επιφάνειά του κάθε κελιού. Αυτή η στρατηγική ακολουθείται στις δύο επόμενες κατηγορίες μικροδομών.

5.1.1 Κελιά με Ορθογώνιο Εσωτερικό Κενό (Rectangular Microscale Voids)

Αυτή η κατηγορία μικροδομής αποτελείται από ένα άνοιγμα σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου, το οποίο είναι τοποθετημένο στο κέντρο κάθε κελιού. Στις τρεις διαστάσεις, τα ορθογώνια κελιά έχουν σχήμα κύβου, όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 5.1.1.1. Το καθένα είναι τετράγωνο διαστάσεων (1×1) , προσανατολισμού θ , με την οπή στο κέντρο του να έχει μήκος $(1-a)$ και πλάτος $(1-b)$. Επειδή, το κελί και η μικροδομή συγκροτούν μια μονάδα δε μπορούν να περιστραφούν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο, συνεπώς έχουν κοινό προσανατολισμό.



Εικόνα 5.1.1.1: Κελιά με άνοιγμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου στις δύο (Αριστερά) και στις τρεις (Δεξιά) διαστάσεις.

Οι γεωμετρικές παράμετροι a , b και θ αποτελούν τις σχεδιαστικές μεταβλητές του προβλήματος και, εκτός της θ , λαμβάνουν τις τιμές που ανήκουν στο διάστημα $[0,1]$, καθορίζοντας το μέγεθος και το σχήμα της οπής. Ως εκ τούτου, το κενό έχει την ικανότητα να καλύπτει μέχρι και όλο το εύρος του κελιού. Αυτή η δυνατότητα της οπής είναι ο λόγος για την επιλογή του ορθογωνίου παραλληλογράμμου ως τη γεωμετρία του ανοίγματος. Σύμφωνα με τα παραπάνω, η εισαγωγή των γεωμετρικών παραμέτρων a , b και θ μετατρέπει το πρόβλημα της τοπολογίας σε ένα πρόβλημα μεγέθους.

Λαμβάνοντας υπόψη τα όσα έχουν διατυπωθεί, η μεταβολή των a και b είναι ο εσωτερικός μηχανισμός που ορίζει το μέγεθος της $\rho(\mathbf{x})$. Αναλυτικότερα, το ποσοστό του υλικού που καλύπτει την επιφάνεια του κελιού ισοδυναμεί με το εμβαδόν της. Ακόμη, αν υποθέσουμε ότι ολόκληρο το κελί φέρει υλικό, τότε η αφαίρεση της επιφανείας της οπής από την επιφάνεια του κελιού θα οδηγήσει στη σχέση υπολογισμού της $\rho(\mathbf{x})$.

$$\rho(\mathbf{x}) = A_{\kappa} - A_0 \quad (5.1.1.1)$$

Όπου,

A_{κ} : το εμβαδόν του κελιού

A_0 : το εμβαδόν της οπής

$$A_{\kappa} = 1 \quad (5.1.1.2)$$

$$A_0 = (1-a)(1-b). \quad (5.1.1.3)$$

Με αντικατάσταση στην (5.1.1.1)

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{x}) &= 1 - [(1-a)(1-b)] \\ &= 1 - (1-b-a+ab) \\ &= 1-1+b+a-ab \end{aligned}$$

προκύπτει ότι

$$\rho(\mathbf{x}) = b + a - ab. \quad (5.1.1.4)$$

Αντικαθιστώντας τον τελευταίο τύπο στη σχέση που δίνει τον όγκο του χώρου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) d\Omega \quad (5.1.1.5)$$

προκύπτει ότι

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} (b + a - ab) d\Omega. \quad (5.1.1.6)$$

Αντίστοιχα, η συνθήκη (5.1.2) γίνεται

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} (b + a - ab) d\Omega \leq V(\Omega). \quad (5.1.1.7)$$

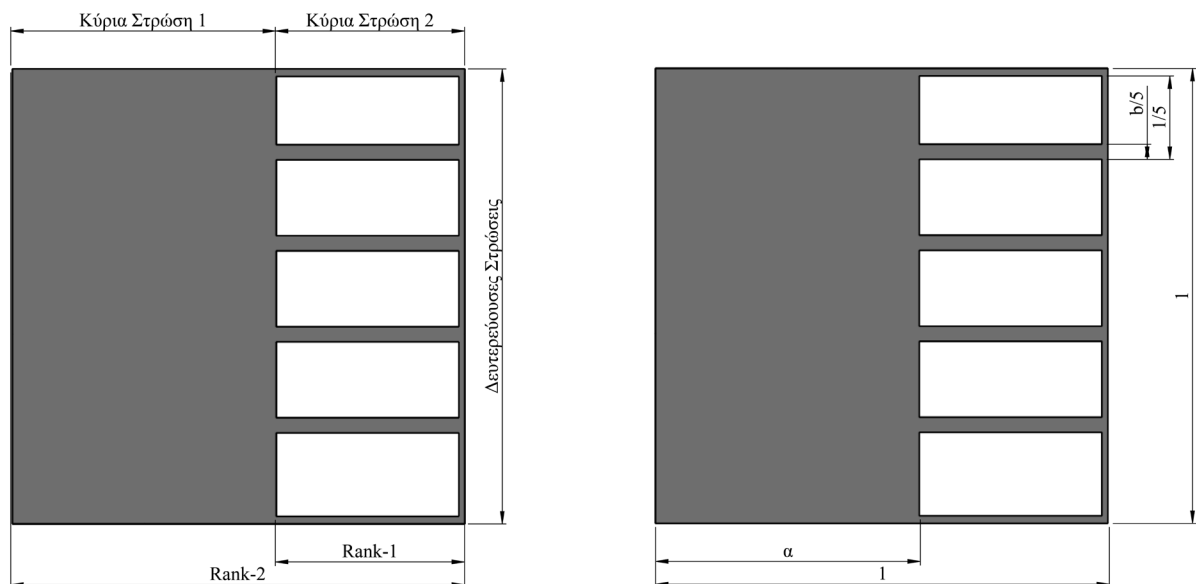
Όπως παρατηρούμε, η τεχνητή πυκνότητα δεν εκφράζεται συναρτήσει της θ . Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι ο προσανατολισμός του κελιού και κατεπέκταση της οπής δεν επηρεάζει το μέγεθος της, αλλά τον τανυστή του μέτρου ελαστικότητάς $E_{ijkl}(\mathbf{x})$. Ουσιαστικά, ο E_{ijkl} εξαρτάται από τις σχεδιαστικές μεταβλητές a , b και θ .

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = f(a, b, \theta) \quad (5.1.1.8)$$

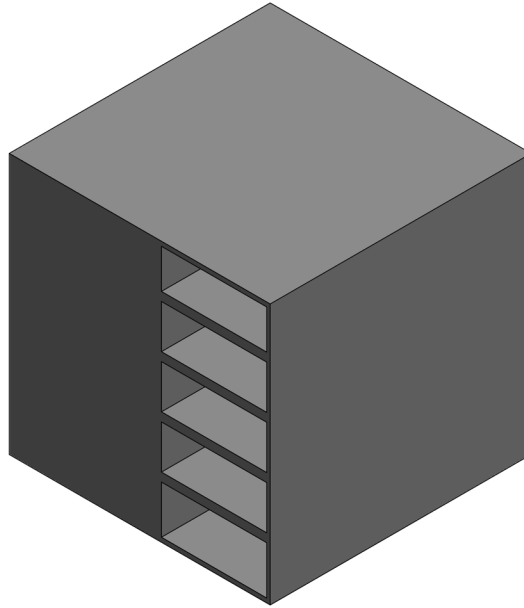
5.1.2 Κελιά Ταξινομημένου Στρωματικού Υλικού (Ranked Layered Material Cells)

Η δεύτερη κατηγορία μικροδομής φέρει ορθογώνιες παραλληλόγραμμα οπές, περιοδικώς κατανομημένες εντός του κάθε κελιού, οι οποίες σχηματίζουν διαφορετικά υλικά και κενά. Συγκεκριμένα, το κάθε κελί έχει διαστάσεις (1×1) και η μικροδομή του αποτελείται από τα πρώτης (Rank-1) και δεύτερης τάξης (Rank-2) υλικά. Το δεύτερο καταλαμβάνει όλο το χώρο του κελιού και συγκροτείται από δύο κύριες στρώσεις. Η πρώτη περιέχει άκαμπτο υλικό και έχει μήκος a ενώ η δεύτερη αποτελείται από το πρώτης τάξης υλικό. Σχετικά με το Rank-1, πρέπει να αναφέρουμε ότι είναι συνθετικό, καθώς σχηματίζεται από εναλλασσόμενη τοποθέτηση δευτερευουσών στρώσεων στερεού και κενού. Κάθε ζεύγος αυτών συγκροτεί ένα τμήμα.

Σύμφωνα με την Εικόνα 5.1.2.1, οι στρώσεις του πρώτης τάξης υλικού είναι κάθετες με την Κύρια Στρώση 1 και το μήκος τους είναι μικρότερο από αυτό της τελευταίας. Επιπροσθέτως, γνωρίζοντας ότι το πλάτος του κάθε κελιού ισοδυναμεί με 1, το πλάτος του κάθε τμήματος θα είναι $\frac{1}{5}$ και της κάθε δευτερεύουσας στρώσης στερεού $\frac{b}{5}$. Εντελώς αντίστοιχα με την προηγούμενη κατηγορία μικροδομής, η τεχνητή πυκνότητα υπολογίζεται από τη σχέση (5.1.1.1).



Εικόνα 5.1.2.1: Κελιά με περιοδικώς κατανομημένα ορθογώνια παραλληλόγραμμα ανοίγματα.



Εικόνα 5.1.2.2: Κελιά ταξινομημένου στρωματικού υλικού στις τρεις διαστάσεις.

Σε αυτήν την περίπτωση, τα εμβαδά δίνονται ως ακολούθως,

$$A_{\kappa} = 1 \quad (5.1.2.1)$$

και

$$\begin{aligned} A_o &= \left[(1-a) \left(\frac{1}{5} - \frac{b}{5} \right) \right] 5 \\ &= (1-a)(1-b) \\ &= 1 - a - b + ab \\ A_o &= 1 - a - b + ab. \end{aligned} \quad (5.1.2.2)$$

Με αντικατάσταση αυτών στην (5.1.1.1), προκύπτει ότι

$$\rho(\mathbf{x}) = b + a - ab. \quad (5.1.2.3)$$

Εισάγοντας τον τελευταίο τύπο στις σχέσεις (5.1.1.5) και (5.1.2), λαμβάνουμε ότι

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} (b + a - ab) d\Omega \quad (5.1.2.4)$$

και ότι

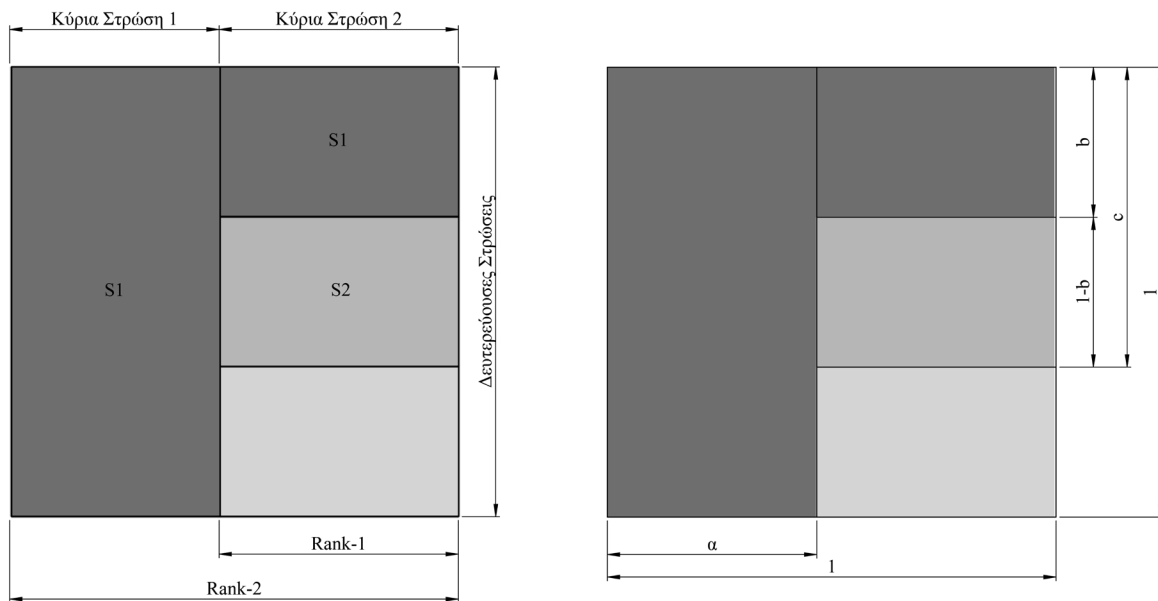
$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} (b + a - ab) d\Omega \leq V(\Omega). \quad (5.1.2.5)$$

Αντίστοιχα με την πρώτη κατηγορία μικροδομής, ο τανυστής του μέτρου ελαστικότητας $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ κάθε κελιού εκφράζεται συναρτήσει των a , b και θ .

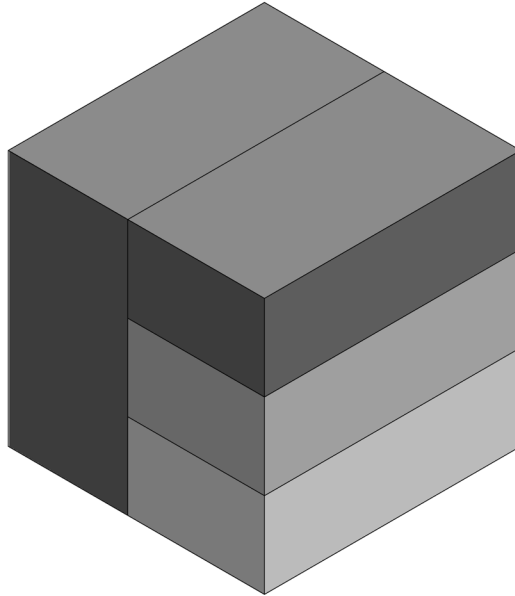
$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = f(a, b, \theta) \tag{5.1.2.6}$$

Στην ίδια κατηγορία μικροδομής, μπορούμε να συναντήσουμε ακόμη μια διάταξη μεταξύ υλικού και κενού, η οποία είναι διαφορετική της προηγούμενης ως προς το πλήθος των υλικών και των στρώσεων. Σε αυτή, το κάθε κελί έχει επίσης διάσταση (1×1) και η μικροδομή του αποτελείται από τα υλικά πρώτης (Rank-1) και δεύτερης τάξης (Rank-2). Το δεύτερης τάξης υλικό πληροί εξολοκλήρου το κελί και συγκροτείται από δύο κύριες στρώσεις. Η πρώτη έχει μήκος a και περιέχει το άκαμπτο υλικό S_1 ενώ η δεύτερη αποτελείται από το πρώτης τάξης υλικό. Το Rank-1 παράγεται από την παράλληλη τοποθέτηση τριών διαφορετικών υλικών κατά φθίνουσα σειρά ακαμψίας, με κάθε ένα να επάγεται σε μία δευτερεύουσα στρώση. Η πρώτη από αυτές έχει πλάτος b και εμπεριέχει το S_1 , η δεύτερη με πλάτος $(1-b)$ περιλαμβάνει το S_2 και η τρίτη ενέχει το τελευταίο και εύκαμπτο (πολύ μαλακό) υλικό, το οποίο αντιπροσωπεύει το κενό εντός του κελιού. Τώρα, αν αθροίσουμε τις δύο πρώτες, το πλάτος που θα προκύψει θα ισοδυναμεί με c .

Στην Εικόνα 5.1.2.3 παρατηρούμε την τοποθέτηση των διαφορετικών υλικών που περιεγράφηκαν παραπάνω. Ακόμη, βλέπουμε ότι οι δευτερεύουσες στρώσεις είναι κάθετες στην κύρια στρώση 1, όπως και στην προηγούμενη διάταξη.



Εικόνα 5.1.2.3: Κελιά ταξινομημένων στρωματικών υλικών S_1 και S_2 .



Εικόνα 5.1.2.4: Κελιά ταξινομημένων στρωματικών υλικών S_1 και S_2 στις τρεις διαστάσεις.

Έχοντας ορίσει τις διαστάσεις όλων των στρώσεων της μικροδομής, μπορούμε να ορίσουμε τον τύπο της τεχνητής πυκνότητας. Για τον υπολογισμό της $\rho(\mathbf{x})$, ακολουθούμε την τακτική της άθροισης των επιφανειών των υλικών S_1 και S_2 . Η μέθοδος της αφαίρεσης του εμβαδού του κενού από το εμβαδόν του κελιού που χρησιμοποιήθηκε στις δύο προηγούμενες μικροδομές, αποφεύγεται. Ο λόγος είναι, ότι δε μπορούμε να θεωρήσουμε ολόκληρο το κελί καλυμμένο από υλικό, καθώς δε γνωρίζουμε πιο από τα δύο υλικά (S_1, S_2) γεμίζει την σπή. Το εμβαδόν του S_1 της κύριας στρώσης 1 δίνεται από τη σχέση

$$A_{S_1}^{R_1} = 1 \cdot a = a, \quad (5.1.2.7)$$

ενώ το εμβαδόν του S_1 του Rank-2 υλικού από τη

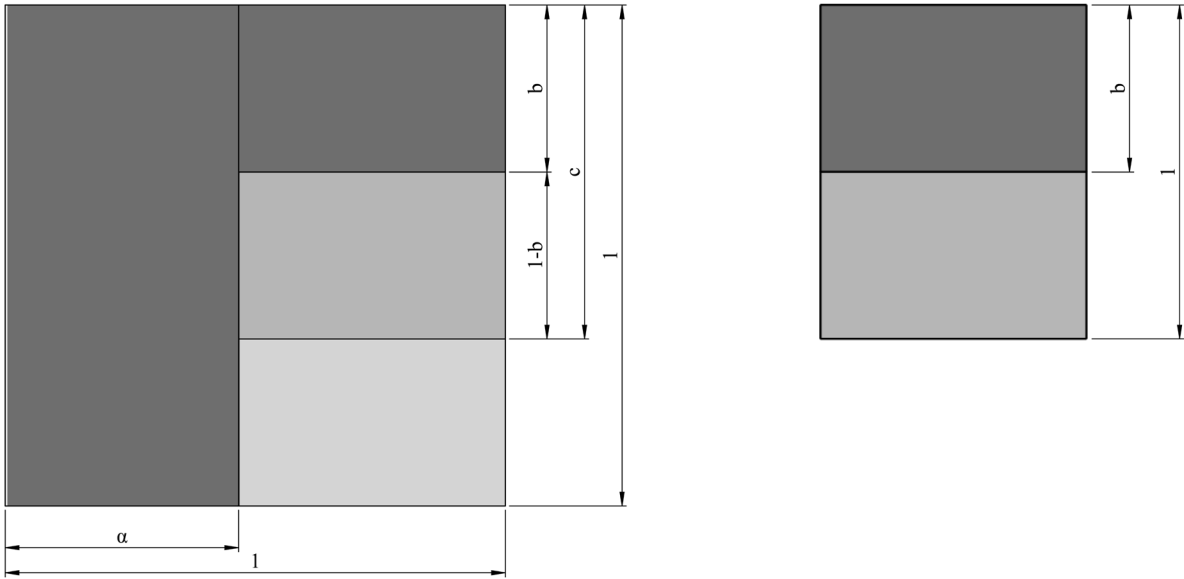
$$A_{S_1}^{R_2} = (1-a)b. \quad (5.1.2.8)$$

Επιπλέον, το εμβαδόν του S_2 του Rank-2 υλικού προκύπτει από τον τύπο

$$A_{S_2}^{R_2} = (1-a)(1-b). \quad (5.1.2.9)$$

Από την Εικόνα 5.1.2.5, παρατηρούμε ότι τα S_1 και S_2 βρίσκονται σε ένα δικό τους κελί, δημιουργώντας ένα συνθετικό υλικό. Αυτό σημαίνει, ότι το άθροισμα των πλατών των στρώσεών τους θα δίνει αποτέλεσμα 1. Ωστόσο, όταν αυτός ο συνδυασμός αποτελεί μέρος του Rank-2 υλικού, έχει πλάτος c . Ο λόγος που το c δεν ισοδυναμεί με τη μονάδα, οφείλεται στο ότι οι διαστάσεις b και $(1-b)$ δεν αποτελούν μόνο μέρος του συνολικού πλάτους του κελιού στην Εικόνα 5.1.2.5, αλλά και μέρος ολόκληρου του πλάτους του Rank-2 υλικού. Επιπροσθέτως, εφόσον ισχύει ότι το πλάτος του Rank-2 είναι ίσο με τη μονάδα, ότι το πλάτος των S_1 και S_2 ίσο με c και ότι το πλάτος του κενού ίσο $(1-c)$, τότε για να ισοδυναμεί το άθροισμά τους με ένα, θα πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τα b και $(1-b)$ με το c . Με αυτήν την κίνηση παίρνουμε ένα μέρος (ποσοστό) από κάθε ένα από τα παραπάνω πλάτη. Δηλαδή,

$$bc + (1-b)c + (1-c) = 1. \quad (5.1.2.10)$$



Εικόνα 5.1.2.5: Κελί των S_1 και S_2 .

Για την επαλήθευση της τελευταίας σχέσης, μπορούμε να αντικαταστήσουμε τυχαίες τιμές σε αυτή, οι οποίες ανήκουν στο εύρος $[0,1]$. Έστω, ότι $b = 0,7$ και $c = 0,3$. Αν τα τοποθετήσουμε στην (5.1.2.10), προκύπτει ότι η ισότητα ισχύει.

$$\begin{aligned} 0,7 \cdot 0,3 + (1 - 0,7)0,3 + (1 - 0,3) &= 1 \Leftrightarrow \\ 0,21 + 0,09 + 0,7 &= 1 \Leftrightarrow \\ 0,30 + 0,7 &= 1 \Leftrightarrow \\ 1 &= 1 \end{aligned}$$

Αν δοκιμάσουμε να αντικαταστήσουμε τις ίδιες τιμές στην (5.1.2.10), αλλά χωρίς να έχουν πολλαπλασιαστεί τα πλάτη b και $(1-b)$ με το c , θα λάβουμε ότι

$$\begin{aligned} b + (1-b) + (1-c) &= 0,7 + 0,3 + 0,7 \\ &= 1,0 + 0,7 \\ &= 1,7 \end{aligned}$$

Συνεπώς,

$$b + (1-b) + (1-c) \neq 1.$$

Έτσι, τα εμβαδά $A_{S_1}^{R_2}$ και $A_{S_2}^{R_2}$ θα δίνονται από τις σχέσεις (5.1.2.11) και (5.1.2.12), ενώ η τεχνική πυκνότητα θα δίνεται από την έκφραση (5.1.2.14).

$$A_{S_1}^{R_2} = a + (1-a)bc \quad (5.1.2.11)$$

$$A_{S_2}^{R_2} = (1-a)(1-b)c \quad (5.1.2.12)$$

$$\rho(\mathbf{x}) = A_{S_1}^{R_1} + A_{S_1}^{R_2} + A_{S_2}^{R_2} \quad (5.1.2.13)$$

$$\rho(\mathbf{x}) = a + (1-a)bc + (1-a)(1-b)c \quad (5.1.2.14)$$

Ομοίως με τις προηγούμενες περιπτώσεις, για τον υπολογισμό του όγκου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου και της συνθήκης (5.1.2), αντικαθιστούμε τον τύπο (5.1.2.14) στις (5.1.1.5) και (5.1.2). Οι σχέσεις που προκύπτουν είναι οι ακόλουθες δύο.

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} [a + (1-a)bc + (1-a)(1-b)c] d\Omega \quad (5.1.2.15)$$

και

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} [a + (1-a)bc + (1-a)(1-b)c] d\Omega \leq V(\Omega). \quad (5.1.2.16)$$

Τέλος, ο τανυστής του μέτρου ελαστικότητας $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ κάθε κελιού εκφράζεται συναρτήσει των a , b , c και θ .

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = f(a, b, c, \theta) \quad (5.1.2.17)$$

Αναφορικά με το υλικό που χρησιμοποιείται για το στερεό μέρος κάθε είδους μικροδομής, θα πρέπει να σημειωθεί ότι είναι ισοτροπικό. Ωστόσο, λόγω της ικανότητας του κελιού να αλλάζει τον προσανατολισμό του, όλο το υλικό του πορώδους σώματος είναι ορθοτροπικό.

Η υπολογιστική εφαρμογή της μεθόδου ομογενοποίησης, γίνεται μέσω της χρήσης της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM). Συγκεκριμένα, κατά το στάδιο της διακριτοποίησης κάθε στοιχείο του υπολογιστικού πλέγματος του σχεδιαστικού Ω αναπαριστά κάθε κελί. Δηλαδή, οι μικροδομές που βρίσκονται μέσα στα κελιά, τώρα θα βρίσκονται μέσα στα στοιχεία. Ως εκ τούτου, η τεχνητή πυκνότητα $\rho(\mathbf{x})$, ο τανυστής του μέτρου ελαστικότητας $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ και οι διαστάσεις των στρώσεων a , b , c μαζί με τον προσανατολισμό του κάθε κελιού θ , θα συμβολίζονται ως E_e , ρ_e , a_e , b_e , c_e και θ_e για κάθε στοιχείο. Συνεπώς, για το μέτρο ελαστικότητας κάθε στοιχείου θα ισχύει ότι

$$E_e = \rho_e E_e^0 \quad (5.1.2.18)$$

με

$$\rho_e = \begin{cases} 0, \text{ κενό} \\ 1, \text{ υλικό} \\ (0,1), \text{ πορώδες σώμα} \end{cases}, \quad e = 1, 2, \dots, N. \quad (5.1.2.19)$$

Όπου,

E_e : το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]

ρ_e : η τεχνητή πυκνότητα σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος

E_e^0 : το μέτρο ελαστικότητας ιστροπικού υλικού σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]

a_e, b_e, c_e, θ_e : οι διαστάσεις και ο προσανατολισμός του κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος

N : το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος

Αντίστοιχα, η ρ_e της πρώτης και της δεύτερης κατηγορίας μικροδομών θα δίνεται από τη σχέση

$$\rho_e = b_e + a_e - a_e b_e, \quad (5.1.2.20)$$

ενώ της τελευταίας από τον τύπο

$$\rho_e = a_e + (1 - a_e) b_e c_e + (1 - a_e) (1 - b_e) c_e. \quad (5.1.2.21)$$

Επιπλέον, αν υποθέσουμε ότι ο όγκος του κάθε, γεμάτου με υλικό, στοιχείου e συμβολίζεται με v_e , τότε το γινόμενο $\rho_e v_e$ θα εκφράζει το ποσοστό του όγκου v_e που αποτελείται από στερεό υλικό. Επομένως, ο συνολικός όγκος του Ω_{mat} θα δίνεται από τον τύπο (5.1.2.22) και η συνθήκη (5.1.2) θα μετασχηματιστεί στη σχέση (5.1.2.23).

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e \quad (5.1.2.22)$$

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e \leq V(\Omega) \quad (5.1.2.23)$$

Αντικαθιστώντας τους τύπους (5.1.2.20) και (5.1.2.21) στις σχέσεις (5.1.2.22) και (5.1.2.23) θα λάβουμε τις ακόλουθες τέσσερις εκφράσεις.

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N (b_e + a_e - a_e b_e) v_e \quad (5.1.2.24)$$

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N [a_e + (1 - a_e) b_e c_e + (1 - a_e) (1 - b_e) c_e] v_e \quad (5.1.2.25)$$

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N (b_e + a_e - a_e b_e) v_e \leq V(\Omega) \quad (5.1.2.26)$$

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N [a_e + (1 - a_e) b_e c_e + (1 - a_e) (1 - b_e) c_e] v_e \leq V(\Omega) \quad (5.1.2.27)$$

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, το πρόβλημα βελτιστοποίησης της τοπολογίας με βάση τη Homogenization Method, έγκειται στον υπολογισμό των τιμών των σχεδιαστικών μεταβλητών, οι οποίες θα μειώνουν την ενδοτικότητα (μεγιστοποιούν την ακαμψία) της κατασκευής, κάτι το οποίο είναι ισοδύναμο με την εύρεση της μέγιστης δυναμικής ενέργειας και θα ικανοποιούν ορισμένες σχεδιαστικές συνθήκες. Το σχήμα (5.1.2.28) αφορά την πρώτη κατηγορία μικροδομής ενώ το δεύτερο (5.1.2.29) τις δύο διατάξεις της δεύτερης κατηγορίας μικροδομών.

$$\max_{a_e, b_e, \theta_e} \Pi(\mathbf{u})$$

subject to :

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^N (b_e + a_e - a_e b) v_e &\leq V, \quad e = 1, 2, \dots, N \\ a_e - 1 &\leq 0 \\ -a_e &\leq 0 \\ b_e - 1 &\leq 0 \\ -b_e &\leq 0 \end{aligned} \quad (5.1.2.28)$$

$$\max_{a_e, b_e, c_e, \theta_e} \Pi(\mathbf{u})$$

subject to :

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^N [a_e + (1 - a_e) b_e c_e + (1 - a_e)(1 - b_e) c_e] v_e &\leq V, \quad e = 1, 2, \dots, N \\ a_e - 1 &\leq 0 \\ -a_e &\leq 0 \\ b_e - 1 &\leq 0 \\ -b_e &\leq 0 \\ c_e - 1 &\leq 0 \\ -c_e &\leq 0 \end{aligned} \quad (5.1.2.29)$$

Όπου,

\mathbf{u} : το συνολικό διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων της κατασκευής [m]

$\Pi(\mathbf{u})$: η δυναμική ενέργεια της κατασκευής λόγω της μετατόπισης \mathbf{u} [J]

v_e : ο όγκος του κάθε, γεμάτου με υλικό, στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος [m³]

5.2 Soft Kill Option (SKO)

Η Soft Kill Option (SKO) είναι μια βιοεμπνευσμένη (bio-inspired) μέθοδος τοπολογικής βελτιστοποίησης, η οποία μιμείται τη διαδικασία φυσικής ανάπτυξης των οστών και συγκεκριμένα το στάδιο της ανοργανοποίησης (μεταλλοποίησης της μήτρας) τους.

Η διαδικασία της ανοργανοποίησης συμβάλλει στη δημιουργία σκληρών και ελαφριών σκελετικών οστών, μέσω του έργου των οστεοβλαστών. Αυτοί μεταβάλλουν το μέγεθος, το σχήμα και την πυκνότητα των οστών, λόγω της ευαισθησίας τους απέναντι στις μηχανικές φορτίσεις. Συγκεκριμένα, στις περιοχές των οστών όπου αναπτύσσονται υψηλές τάσεις, τα οστικά κύτταρα συσσωρεύουν υλικό, για να τις ενδυναμώνουν ενώ σε εκείνες όπου εμφανίζονται χαμηλές τάσεις το αφαιρούν, ώστε να τις αποδυναμώνουν. Έτσι παράγεται μια δομή αποτελούμενη από μικρές δοκούς (δοκίδες) (trabeculae).

Με ανάλογο τρόπο, η SKO προσπαθεί να ενισχύσει τα μέρη της κατασκευής, μεταβάλλοντας τις τιμές του μέτρου ελαστικότητας τους βασίζομενη στο μέτρο των τάσεων. Ο σκοπός της μεθόδου είναι ο βέλτιστος διαμοιρασμός υλικού, ο οποίος θα παράγει μια ομοιόμορφη κατανομή τάσεων.

Αναλυτικότερα, η μέθοδος αποτελείται από τα ακόλουθα βήματα. Πρώτα, ορίζεται ο σχεδιαστικός χώρος (αντικείμενο), στον οποίο θα πραγματοποιηθεί η τοπολογική βελτιστοποίηση, τα φορτία και οι συνοριακές συνθήκες του. Στη συνέχεια, εφαρμόζεται η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (FEM) για τον υπολογισμό της τάσης σε κάθε στοιχείο του υπολογιστικού πλέγματος, με την προϋπόθεση ότι όλα τα στοιχεία έχουν την ίδια ακαμψία (ίδιο μέτρο ελαστικότητας). Έπειτα, λαμβάνοντας υπόψιν την κατανομή των τάσεων από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (Finite Elements Analysis – FEA), χρησιμοποιείται η σχέση (5.2.1) για τον καθορισμό της τιμής του μέτρου ελαστικότητας σε καθένα από τα στοιχεία.

$$E_e^{i+1} = E_e^i + s(\sigma_e^i - \sigma_{\text{ref}}), \quad e = 1, 2, \dots, N_e, \quad i = 1, 2, \dots, N_i \quad (5.2.1)$$

Όπου,

E_e^{i+1} : το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος στην επόμενη επανάληψη, $i + 1$ [MPa]

E_e^i : το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος στην τρέχουσα επανάληψη, i [MPa]

s : ο όρος κλιμάκωσης (πάντα θετικός με τυπική τιμή το 10^3)

σ_e^i : η τάση von Mises σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος στην τρέχουσα επανάληψη, i [MPa]

σ_{ref} : η τάση αναφοράς (ορίζεται αυθαίρετα ή με βάση κάποιον συγκεκριμένο στόχο αντοχής) [MPa]

N_e : το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος

N_i : το πλήθος των επαναλήψεων

και για την τιμή της E_e^{i+1} ισχύει ότι

$$E_{\min} \leq E_e^{i+1} \leq E_{\max} \quad (5.2.2)$$

με

$$E_{\min} = \frac{E_{\max}}{10^3}. \quad (5.2.3)$$

Όπου,

E_{\min} : η ελάχιστη τιμή του E_e^{i+1} [MPa]

E_{\max} : η μέγιστη τιμή του E_e^{i+1} [MPa]

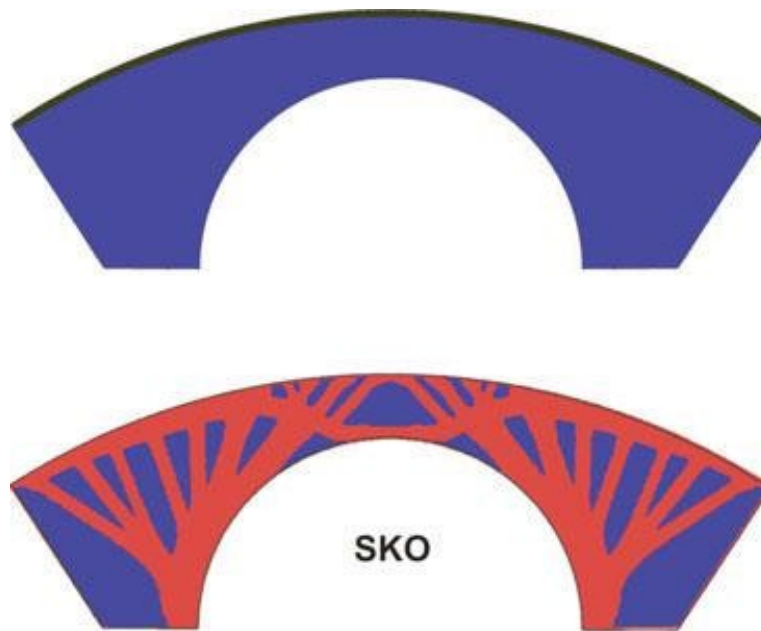
Ο όρος s μιμείται την ταχύτητα ανάπτυξης του οστού και η διαφορά $(\sigma_e^i - \sigma_{\text{ref}})$ αποτελεί την κατάσταση καταπόνησης του στοιχείου. Εφόσον, τα E_e^i και σ_e^i λαμβάνονται ως δεδομένα από κάθε τρέχουσα επανάληψη και το σ_{ref} είναι σταθερό, τότε σύμφωνα με την (5.2.1), η αυξομείωση του $(\sigma_e^i - \sigma_{\text{ref}})$ προκαλεί την αντίστοιχη μεταβολή στη διαφορά $(E_e^{i+1} - E_e^i)$. Συγκεκριμένα, αν το $\sigma_e^i > \sigma_{\text{ref}}$, τότε το $\sigma_e^i - \sigma_{\text{ref}} > 0$ και το μέτρο ελαστικότητας θα αυξάνεται $(E_e^{i+1} > E_e^i)$. Αν όμως, το $\sigma_e^i < \sigma_{\text{ref}}$ τότε το $\sigma_e^i - \sigma_{\text{ref}} < 0$ και το μέτρο ελαστικότητας θα μειώνεται $(E_e^{i+1} < E_e^i)$. Στην πρώτη περίπτωση όπου οι περιοχές είναι καταπονημένες, η μέθοδος κάνει το υλικό δύσκαμπτο μέσω της τοπικής συσσώρευσης υλικού (προσθήκη υλικού), ενώ στη δεύτερη περίπτωση όπου οι περιοχές καταπονούνται λιγότερο, η SKO «σκοτώνει» το υλικό (αφαίρεση υλικού), δηλαδή το μετατρέπει σε εύκαμπτο. Παρατηρώντας τον όρο $(\sigma_e^i - \sigma_{\text{ref}})$, βλέπουμε ότι η διαφορά τους επηρεάζεται σημαντικά από την τιμή του σ_{ref} . Συνεπώς, η μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας και κατ' επέκταση η προσθαφαίρεση υλικού, εξαρτώνται επίσης από το σ_{ref} . Άρα, η τάση αναφοράς ελέγχει τον όγκο του υλικού που πρέπει να μείνει στο σχεδιαστικό χώρο μετά το πέρας της τοπολογικής μελέτης.

Η επανάληψη του δευτέρου και του τρίτου βήματος γίνεται μέχρις ότου υπάρξει έντονη διαφορά μεταξύ των περιοχών που χαρακτηρίζονται από υψηλό μέτρο ελαστικότητας και εκείνων με χαμηλό.

Τέλος, λόγω της ταυτόχρονης εξάρτησής του μέτρου ελαστικότητας από τους όρους της κλιμάκωσης και της κατάστασης καταπόνησης (stress state), ο έλεγχος για τη σύγκλιση της μεθόδου καθίσταται πολύπλοκος.



Εικόνα 5.2.1: Ακτινογραφία δοκιδωτής δομής άνω άκρου μοιριαίου οστού (Parkinson & Fazzalari, 2012).



Εικόνα 5.2.2: Τοπολογική βελτιστοποίηση γέφυρας με τη μέθοδο SKO (Pawlyn, 2019).

5.3 Evolutionary Structural Optimization (ESO)

Η μέθοδος ESO είναι από τις πιο δημοφιλείς τεχνικές τοπολογικής βελτιστοποίησης και ένα χρήσιμο εργαλείο για τους μηχανικούς, οι οποίοι αναζητούν το βέλτιστο σχήμα που θα πρέπει να έχει μια δομή, ώστε να αυξηθεί η απόδοση της, κυρίως κατά το στάδιο της προκαταρκτικής σχεδίασης (concept design).

Ο σκοπός της είναι η βελτιστοποίηση του σχήματος ενός αντικειμένου δια μέσου μιας εξελικτικής διαδικασίας, κατά την οποία πραγματοποιείται σταδιακή αφαίρεση αναποτελεσματικού υλικού από την κατασκευή, απενεργοποιώντας (αδρανοποιώντας) συγκεκριμένα στοιχεία του υπολογιστικού πλέγματος.

Αναλυτικότερα, η μέθοδος ESO αποτελείται από τις ακόλουθες ενέργειες. Αρχικά, ορίζεται ο σχεδιαστικός χώρος (μοντελοποίηση της κατασκευής) και στη συνέχεια πραγματοποιείται η διαδικασία της διακριτοποίησης με τη χρήση της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων (FEM). Ύστερα, δηλώνεται το υλικό του αντικειμένου, θέτονται όλες οι συνοριακές συνθήκες και εφαρμόζονται τα φορτία. Στη συνέχεια, πραγματοποιείται ο υπολογισμός των τάσεων von Mises σε κάθε στοιχείο του υπολογιστικού πλέγματος, διεξάγοντας μια ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων (FEA). Για τα προβλήματα επίπεδης τάσης που αφορούν ιστροπικά υλικά, η σχέση υπολογισμού των τάσεων von Mises δίνεται από τον τύπο

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - 2\sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2} . \quad (5.3.1)$$

Όπου,

σ_{vM} : η τάση von Mises [MPa]

σ_{xx} : οι αξονικές τάσεις με διεύθυνση x [MPa]

σ_{yy} : οι αξονικές τάσεις με διεύθυνση y [MPa]

τ_{xy} : οι διατμητικές τάσεις που είναι κάθετες στον άξονα x , με διεύθυνση y [MPa]

Ακολούθως, η μέθοδος ελέγχει αν χρησιμοποιείται αποδοτικά το υλικό της κατασκευής σε όλες τις περιοχές της (σε όλη την έκτασή της). Ιδανικά, η τάση σε κάθε στοιχείο του υπολογιστικού πλέγματος θα πρέπει να πλησιάζει το ασφαλές επίπεδο (μέγιστη επιτρεπόμενη τάση). Στα σημεία όπου δε συμβαίνει αυτό, έχουμε αναποτελεσματική χρήση του υλικού, δηλαδή η ύπαρξή του δεν είναι απαραίτητη, επομένως αφαιρείται. Η σταδιακή αφαίρεση υλικού οδηγεί σε όλο και πιο ομοιόμορφη κατανομή του επιπέδου της τάσης στις νέες τοπολογίες. Για τη διαδικασία της αφαίρεσης, εισάγεται το κριτήριο απόρριψης υλικού (rejection criterion), το οποίο εκφράζεται από τον τύπο (5.3.2) και ο έλεγχός του γίνεται επαναληπτικά.

$$\sigma_e^{vM} < RR_s \sigma_{vM}^{\max}, \quad e = 1, 2, \dots, N_e, \quad s = 1, 2, \dots, N_s \quad (5.3.2)$$

Όπου,

σ_e^{vM} : η τάση von Mises σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]

RR_s : ο λόγος απόρριψης (Rejection Ratio) για την τρέχουσα σταθερή κατάσταση

σ_{vM}^{\max} : η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises της κατασκευής [MPa]

s : η τρέχουσα σταθερή κατάσταση (steady state)

N_e : το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος

N_s : το πλήθος των επαναλήψεων

Συγκεκριμένα, για την πρώτη σταθερή κατάσταση ($s = 1$), ο αλγόριθμος υπολογίζει το γινόμενο $RR_s \sigma_{vM}^{\max}$ και κατόπιν ελέγχει αν ικανοποιείται η σχέση (5.3.2) σε κάθε στοιχείο. Αν ναι, τότε η μέθοδος απενεργοποιεί το εν λόγω στοιχείο. Αυτός ο βρόγχος επανάληψης πραγματοποιείται μέχρις ότου να μην υπάρχει στοιχείο που να ικανοποιεί την (5.3.2) για το τρέχον RR_s . Σε αυτήν τη φάση, λέμε ότι το αντικείμενο έχει φτάσει σε μια σταθερή κατάσταση s . Στο στάδιο αυτό, εισάγεται ο όρος του λόγου εξέλιξης (Evolutionary Ratio), ο οποίος θα μεταβάλλει το λόγο απόρριψης σύμφωνα με τη (5.3.3).

$$RR_{s+1} = RR_s + ER \quad (5.3.3)$$

Όπου,

RR_{s+1} : ο λόγος απόρριψης (Rejection Ratio) για την επόμενη σταθερή κατάσταση

ER : ο λόγος εξέλιξης (Evolutionary Ratio)

Έπειτα, επαναλαμβάνεται η διαδικασία της ανάλυσης των πεπερασμένων στοιχείων και ο έλεγχος για την ικανοποίηση της (5.3.2) με δεδομένο το νέο λόγο απόρριψης, μέχρις ότου να επιτευχθεί μια νέα σταθερή κατάσταση.

Όπως παρατηρούμε, αυτή η διαδικασία για να μπορεί να οριστεί απαιτεί τον προσδιορισμό των τιμών των δύο παραμέτρων της. Η μία παράμετρος είναι ο αρχικός λόγος απόρριψης RR_0 με αρχική τιμή 1% (0,01) και η δεύτερη, ο λόγος εξέλιξης με τυπική τιμή, επίσης, 1% (0,01). Η επιλογή αυτών των αριθμών, αφενός αφήνεται στην κρίση του έμπειρου μηχανικού και αφετέρου εξαρτάται από το είδος της κατασκευής. Παραδείγματος χάρη, αν κατά την επίτευξη της πρώτης επανάληψης ή σταθερής κατάστασης έχει αφαιρεθεί αρκετό υλικό, τότε η διαδικασία θα πρέπει να πραγματοποιηθεί από την αρχή με αρκετά χαμηλότερες τιμές είτε για το RR_0 είτε για το ER .

Η εξελικτική διαδικασία για τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας, λόγω της σχέσης (5.3.3), δεν δύναται να σταματήσει σε κανένα από τα σχέδια (αποτελέσματα) που θα προκύψουν, με αποτέλεσμα η μέγιστη τάση σ_{vM}^{\max} να ξεπεράσει κάποια στιγμή την τάση διαρροής. Για το λόγο ότι, η μέθοδος δε διαθέτει κάποιον περιορισμό που να αφορά τη μέγιστη τάση σε σχέση με την τάση διαρροής του υλικού, μα ούτε την ποσότητα του όγκου του τελικού αντικειμένου, ο μηχανικός θα πρέπει να στηριχθεί στην εμπειρία του, ώστε να επιλέξει την κατάλληλη τιμή του RR ($RR = 25\%$ ή $0,25$), στην οποία θα σταματήσει η μέθοδος και η σ_{vM}^{\max} δεν θα ξεπερνάει την τάση διαρροής του υλικού σ_{yield} . Σε αυτήν την περίπτωση, ο αλγόριθμος σταματάει όταν δεν υπάρχουν στοιχεία, των οποίων η τάση von Mises είναι μικρότερη από 25% της μεγίστης, δηλαδή

$$\sigma_e^{vM} < 0,25 \sigma_{vM}^{\max} \quad (5.3.4)$$

Εναλλακτικά, ο περιορισμός μπορεί να σχετίζεται με την ποσότητα του όγκου του τελικού αντικειμένου. Σε αυτήν την περίπτωση, θα πρέπει να ικανοποιείται η συνθήκη (5.3.5).

$$V(\Omega_{mat}) \leq fV(\Omega) \quad (5.3.5)$$

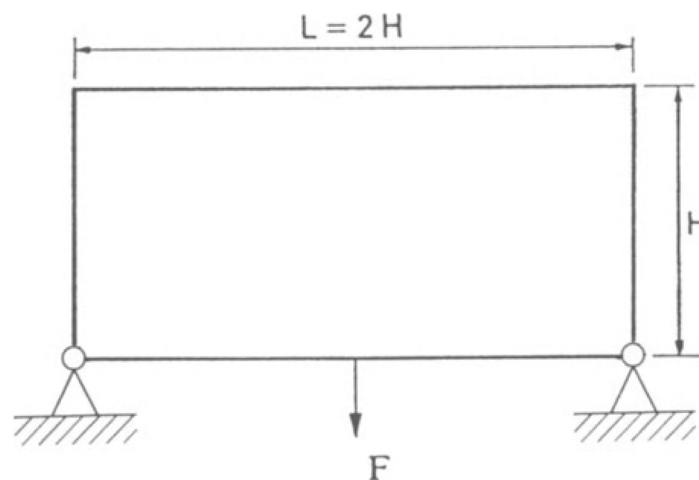
Όπου,

f : το μέγιστο ποσοστό διατήρησης του αρχικού όγκου του αντικείμενου [%]

Ακόμη, θα πρέπει να σημειωθεί ότι, το σχέδιο κάθε σταθερής κατάστασης μπορεί να αποτελέσει λύση του προβλήματος. Ιδανικά, η τελική κατασκευή θα πρέπει να μετατραπεί σε ένα πλήρως φορτισμένο σχέδιο όπου κάθε σημείο της έχει φτάσει στη μέγιστη αντοχή του (Xie & Steven, 1997).

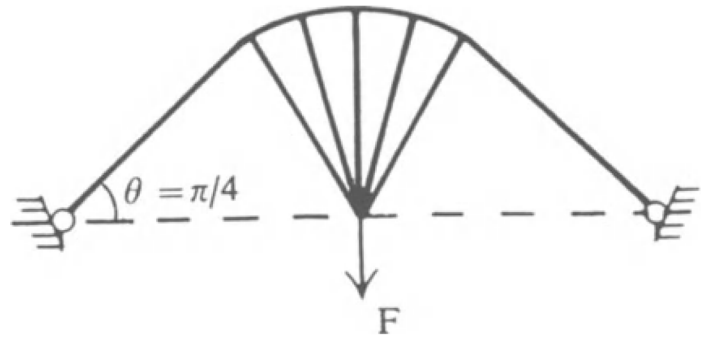
Στην Εικόνα 5.3.3, παρουσιάζονται οι σταθερές καταστάσεις, από τις οποίες διέρχεται το αρχικό αντικείμενο (Εικόνα 5.3.1) κινούμενο προς το βέλτιστο σχήμα. Η εξελικτική διαδικασία ξεκινάει με αρχικό $RR_0 = 1\%$ και $ER = 0,5\%$. Τα αποτελέσματα που βλέπουμε αφορούν τις τιμές $RR = 5\%$, $RR = 10\%$, $RR = 15\%$, $RR = 20\%$ και $RR = 25\%$. Επειδή θέλουμε η διαδικασία να σταματήσει όταν $RR = 25\%$, η πέμπτη τοπολογία αποτελεί τη βέλτιστη. Επιπρόσθετα, στη συγκεκριμένη μέθοδο θα μπορούσαν να εφαρμοστούν εναλλακτικά, περιορισμοί ακαμψίας, συχνοτήτων και φορτίου λυγισμού με κάθε έναν από αυτούς να αντιστοιχεί με την εφαρμογή διαφορετικού κριτηρίου απόρριψης υλικού.

Τέλος, λαμβάνοντας υπόψιν τη βέλτιστη τοπολογία (Εικόνα 5.3.3(e)) και την κατασκευή τύπου Michell (Εικόνα 5.3.2), παρατηρούμε ότι αυτές οι δύο συμφωνούν σε αξιοσημείωτο βαθμό. Συγκεκριμένα, η πρώτη ομοιότητα αφορά το σχήμα των δύο κατασκευών, το οποίο αποτελείται από ένα κεντρικό τόξωτο τμήμα και από δύο διαγώνια. Η δεύτερη αφορά την περιοχή ανάμεσα στο τόξο και στο σημείο εφαρμογής της δύναμης όπου και στα δύο αποτελέσματα υπάρχουν σχεδόν ίδιας διάταξης και σχεδόν ίδιου αριθμού ράβδοι³. Η τρίτη και τελευταία ομοιότητα σχετίζεται με τη γωνία θ , η οποία είναι ίση με $\frac{\pi}{4}$ τόσο στη μία δομή (Εικόνα 5.3.2) όσο και στην άλλη (Εικόνα 5.3.3).

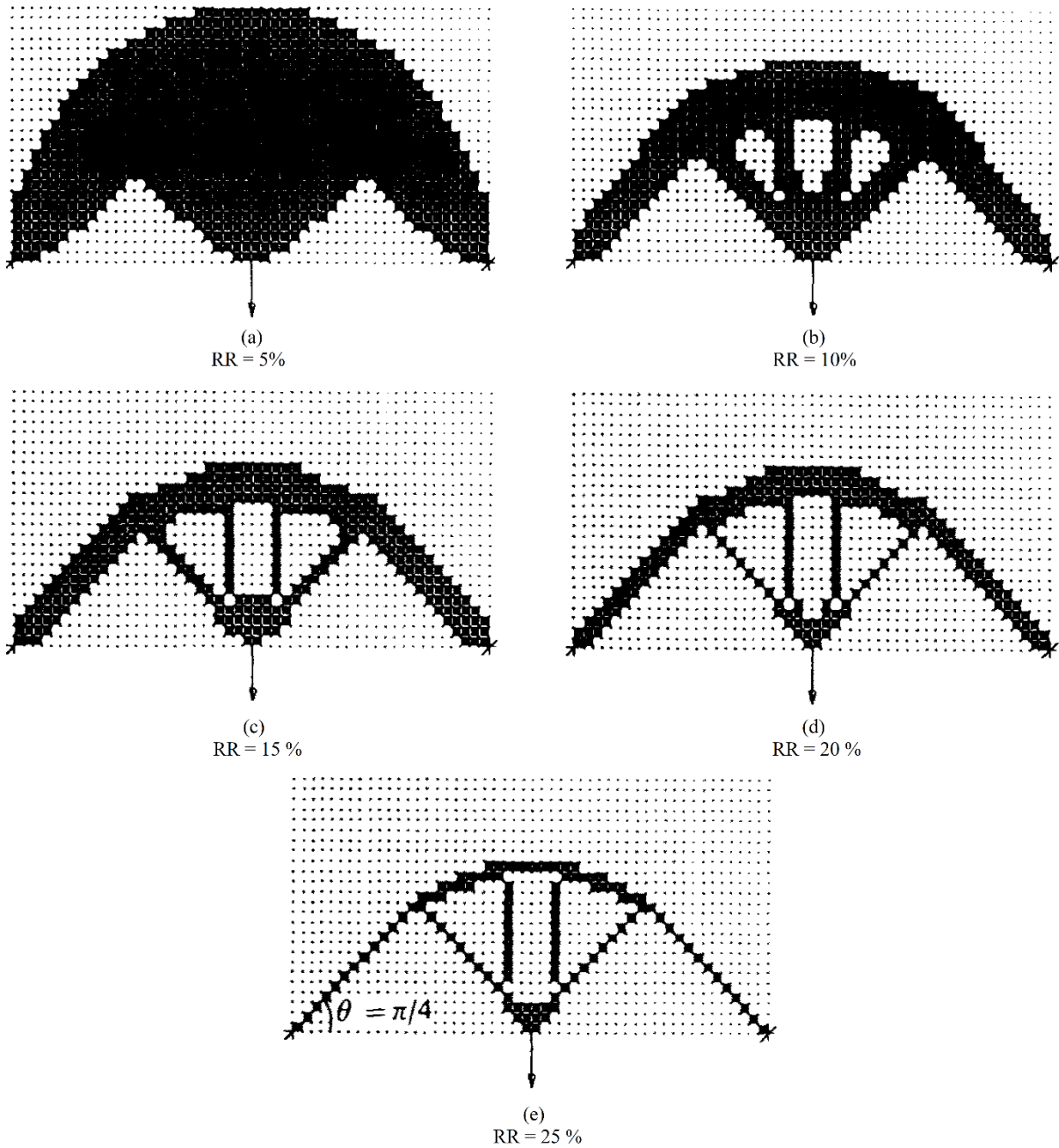


Εικόνα 5.3.1: Σχεδιαστικός χώρος (αρχικό αντικείμενο) (Xie & Steven, 1997).

³ Από τη στιγμή που η βέλτιστη τοπολογία της κατασκευής είναι τύπου Michell (δικτύωμα), τότε αυτό αποτελείται από ράβδους.



Εικόνα 5.3.2: Κατασκευή τύπου Michell (Xie & Steven, 1997).



Εικόνα 5.3.3: Οι σταθερές καταστάσεις της εξελικτικής διαδικασίας (Xie & Steven, 1993).

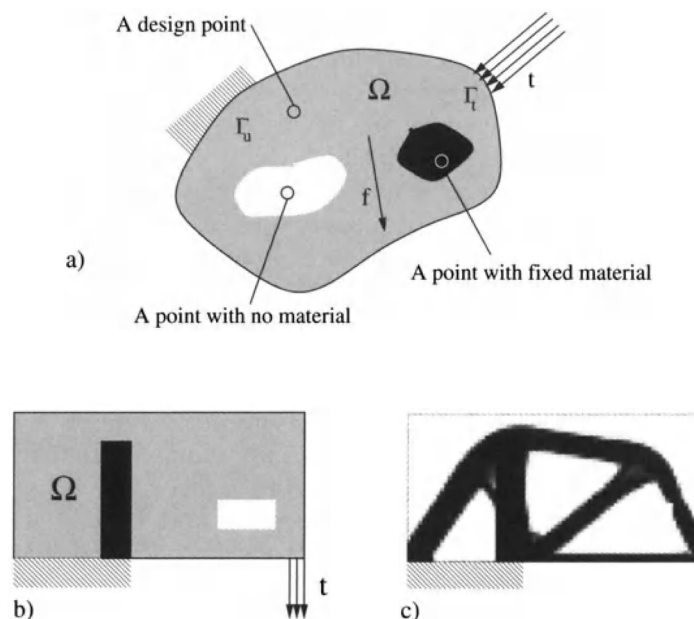
6 Solid Isotropic Material with Penalization (SIMP)

Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναλύσουμε κάθε βήμα που αποτελεί τη μέθοδο SIMP, θα συνθέσουμε τη μαθηματική έκφραση του προβλήματος που καλείται να λύσει και θα περιγράψουμε τη ροή λειτουργίας της.

6.1 Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας

Κατά τη διαδικασία της τοπολογικής βελτιστοποίησης, το πρόβλημα που πρέπει να λυθεί αφορά την κατανομή του υλικού μιας κατασκευής εντός του χώρου που αυτή καταλαμβάνει, μέσω του υπολογισμού των σχεδιαστικών μεταβλητών του. Αυτές θα πρέπει να λαμβάνουν τις βέλτιστες τιμές, έτσι ώστε να ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση (ενδοτικότητα, μάζα, τάσεις, ιδιοσυχνότητα κτλ.) και συγχρόνως να ικανοποιούν ορισμένους περιορισμούς (σχεδιαστικοί και κατασκευαστικοί). Στην παρούσα ενότητα, θα επικεντρωθούμε στην διατύπωση του αρχικού προβλήματος ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας και στη συνέχεια, εισάγοντας τη μέθοδο SIMP για την επίλυσή του, θα σχηματίσουμε την τελική μορφή του.

6.1.1 Αρχικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας



Εικόνα 6.1.1.1: a) Δισδιάστατο ή τρισδιάστατο αντικείμενο χώρου Ω και συνόρου Γ , με στήριξη, ασκούμενη δύναμη \mathbf{f} και ελκτικό φορτίο \mathbf{t} b) Ορθογωνικό αντικείμενο πριν τη βελτιστοποίηση c) Ορθογωνικό αντικείμενο μετά τη βελτιστοποίηση (Bendsøe & Sigmund, 2004).

Αν υποθέσουμε ότι διαθέτουμε ένα ελαστικό αντικείμενο ιστροπικού υλικού (Εικόνα 6.1.1.1a)), το οποίο καταλαμβάνει χώρο Ω στις δύο ($\Omega \in \mathbf{R}^2$) ή στις τρεις ($\Omega \in \mathbf{R}^3$) διαστάσεις, συνόρου Γ , το οποίο στηρίζεται στο Γ_u και ότι σε αυτό ασκείται η δύναμη του βάρους του \mathbf{f} και οι επιφανειακές τάσεις \mathbf{t} στο Γ_t , τότε είναι δυνατό να επιτευχθεί η κατάλληλη κατανομή υλικού που θα οδηγήσει στη βέλτιστη τοπολογία, μέσω του υπολογισμού των τιμών $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ σε κάθε σημείο του σώματος.

Επιπλέον, αν θεωρήσουμε ως $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \{u_1, u_2, u_3\}^T \forall \mathbf{x} \in \Omega$ την παραμόρφωση/μετατόπιση που προκαλούν οι \mathbf{t} στην κατασκευή και ως \mathbf{v} μια μικρή τυχαία μεταβολή της \mathbf{u} , τότε εισάγοντας τις σχέσεις της διγραμμικής μορφής ενέργειας (6.1.1.1) και της γραμμικής μορφής φορτίου (6.1.1.2), μπορούμε να διατυπώσουμε το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας (6.1.1.4), μέσω της επίλυσης του οποίου οδηγούμαστε στη βέλτιστη τοπολογία της κατασκευής. Εδώ, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι, μετά τη μετατόπιση \mathbf{u} , το σώμα βρίσκεται σε κατάσταση ισοροπίας.

$$\alpha(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \iint_{\Omega} E_{ijkl}(\mathbf{x}) \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon_{kl}(\mathbf{v}) d\Omega \quad (6.1.1.1)$$

$$l(\mathbf{v}) = \iint_{\Omega} \mathbf{v}^T \mathbf{f} d\Omega + \int_{\Gamma_t} \mathbf{v}^T \mathbf{t} d\Gamma \quad (6.1.1.2)$$

με

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (6.1.1.3)$$

Όπου,

Ω : ο σχεδιαστικός χώρος του αρχικού αντικειμένου (ο χώρος που καταλαμβάνει η κατασκευή)

\mathbf{x} : το διάνυσμα θέσης κάθε σημείου του Ω ($\mathbf{x} \in \Omega$)

Γ : το σύνορο της κατασκευής, για το οποίο ισχύει ότι $\Gamma \equiv \partial\Omega$

Γ_u : το τμήμα του Γ , στο οποίο υπάρχει στήριξη

Γ_t : το τμήμα του Γ , στο οποίο ασκούνται οι επιφανειακές τάσεις ($\Gamma_t \subseteq \Gamma$)

$\alpha(\mathbf{u}, \mathbf{v})$: η διγραμμική μορφή ενέργειας (energy bilinear form) [J]

$E_{ijkl}(\mathbf{x})$: ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας $\forall \mathbf{x} \in \Omega$ [MPa]

$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u})$: ο τανυστής των ορθών και διατμητικών τροπών

$\varepsilon_{kl}(\mathbf{v})$: οι συνιστώσες του τανυστή των ορθών και διατμητικών τροπών

\mathbf{u} : η μετατόπιση που προκαλούν οι επιφανειακές τάσεις στην κατασκευή [m]

\mathbf{v} : μια μικρή τυχαία μεταβολή της \mathbf{u} [m]

$l(\mathbf{v})$: η γραμμική μορφή του φορτίου (load linear form) [J]

\mathbf{f} : το βάρος της κατασκευής (body force) [N]

\mathbf{t} : οι επιφανειακές τάσεις (surface traction) $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{u} \in U, E} l(\mathbf{u}) \\ & \text{subject to :} \end{aligned} \quad (6.1.1.4)$$

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in U \text{ και με } E \in \mathbf{E}_{\text{ad}}$$

Όπου,

$l(\mathbf{u})$: η ενδοτικότητα (compliance) ή η ενέργεια παραμόρφωσης (strain energy) (το εξωτερικό έργο) που παράγεται λόγω των εξωτερικών δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα [J]

$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v})$: η εξίσωση ισορροπίας σε μεταβλητή μορφή (weak – variational form)

U : ο χώρος των κινητικώς αποδεκτών μετατοπίσεων

\mathbf{E}_{ad} : το σύνολο εκείνων των τανυστών του μέτρου ελαστικότητας που φέρουν τις ιδιότητες του ιστροπικού υλικού της κατασκευής και του κενού

Η ενδοτικότητα έχει την αντίστροφη σημασία της ακαμψίας μιας κατασκευής. Επομένως, η μείωσή της ισοδυναμεί με λιγότερο εύκαμπτη (δυσκαμπτότερη) κατασκευή.

Αναλυτικότερα, η λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας έγκειται στην εύρεση των τιμών $E_{ijkl}(\mathbf{x})$, οι οποίες μέσω της συνθήκης (6.1.1.5) οδηγούν στον υπολογισμό εκείνων των \mathbf{u} που ελαχιστοποιούν την $l(\mathbf{u})$, εξάγοντας τη βέλτιστη τοπολογία. Μάλιστα, επειδή η μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης εξαρτάται από τη \mathbf{u} και αυτή με τη σειρά της από τη μεταβολή του $E_{ijkl}(\mathbf{x})$, αυτό καθιστά την τελευταία ως τη μόνη σχεδιαστική μεταβλητή του προβλήματος.

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v}) \quad (6.1.1.5)$$

Κατά τη διαδικασία κατανομής υλικού στο χώρο Ω , μας ενδιαφέρει ποια από τα σημεία \mathbf{x} του μέσου θα αποτελούν μέρος της κατασκευής. Συγκεκριμένα, στα \mathbf{x} όπου ο $E_{ijkl}(\mathbf{x}) = 0$ θα αφαιρείται υλικό, ενώ όπου ο $E_{ijkl}(\mathbf{x}) = E_{ijkl}^0$ αυτό θα προστίθεται. Το σύνολο των σημείων που θα φέρουν υλικό θα σχηματίζουν το χώρο $\Omega_{\text{mat}} \subseteq \Omega$.

Σε αυτό το σημείο, αν εισάγουμε τον αδιάστατο όρο $q(\mathbf{x})$, ο οποίος μπορεί να λαμβάνει τις τιμές 0 ή 1, μπορούμε να καθορίσουμε σε ποια \mathbf{x} θα αποσπάται υλικό και σε ποια θα τοποθετείται, μέσω της σχέσης (6.1.1.6).

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = q(\mathbf{x}) E_{ijkl}^0 \quad (6.1.1.6)$$

$$\text{με } q(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \text{αν } \mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega_{\text{mat}} \\ 1, & \text{αν } \mathbf{x} \in \Omega_{\text{mat}} \end{cases} \quad (6.1.1.7)$$

Η εξάρτηση του $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ από τον όρο $q(\mathbf{x})$, ορίζει τον τελευταίο ως την πλέον σχεδιαστική μεταβλητή του προβλήματος (6.1.1.4).

Για να περιοριστεί η έκταση της βελτιστοποιημένης κατασκευής, ορίζουμε τον σχεδιαστικό περιορισμό (6.1.1.8). Σύμφωνα με αυτόν, ο όγκος του βελτιστοποιημένου αντικειμένου δεν θα πρέπει να υπερβαίνει αυτόν του αρχικού.

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} q(\mathbf{x}) d\Omega \leq V(\Omega) \quad (6.1.1.8)$$

Θα πρέπει να συμπληρωθεί ότι, κάποιος μπορεί να μεγαλώσει το πλήθος των περιορισμών, αυξάνοντας τον αριθμό των σχεδιαστικών και τοποθετώντας κατασκευαστικούς.

Έστω λοιπόν ότι έχουμε την κατασκευή που φαίνεται στην Εικόνα 6.1.1.1b) σχεδιαστικού χώρου Ω (design domain) που στηρίζεται στο τμήμα Γ_u του συνόρου της $\partial\Omega$, η οποία φορτίζεται από τη δύναμη του βάρους της \mathbf{f} και από τις επιφανειακές τάσεις \mathbf{t} στην περιοχή Γ_t . Αν επιθυμούμε την εξαγωγή της βέλτιστης τοπολογίας της με σχεδιαστικό περιορισμό αυτόν που εκφράζεται από τη σχέση (6.1.1.8) και με κατασκευαστικούς περιορισμούς τη διατήρηση του υλικού στην περιοχή μαύρου χρώματος και του κενού (περιοχή λευκού χρώματος), τότε το πρόβλημα που θα πρέπει να λυθεί είναι το ακόλουθο.

$$\min_{\mathbf{u} \in U, q} l(\mathbf{u})$$

subject to :

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in U \text{ και με } E \in \mathbf{E}_{\text{ad}}$$

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = q(\mathbf{x}) E_{ijkl}^0 \quad (6.1.1.9)$$

$$\int_{\Omega} q(\mathbf{x}) d\Omega \leq V(\Omega), \quad q(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \text{αν } \mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega_{\text{mat}} \\ 1, & \text{αν } \mathbf{x} \in \Omega_{\text{mat}} \end{cases}$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

Όπου,

E_{ijkl}^0 : ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας του υλικού κατασκευής του αντικειμένου [MPa]

Ω_{mat} : ο σχεδιαστικός χώρος του βελτιστοποιημένου αντικειμένου

$V(\Omega_{\text{mat}})$: ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του βελτιστοποιημένου αντικειμένου [m^3]

$V(\Omega)$: ο όγκος του σχεδιαστικού χώρου του αρχικού αντικειμένου [m^3]

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί : τάσεις, παραμορφώσεις, μετατοπίσεις, ποσότητα όγκου

Κατασκευαστικοί Περιορισμοί : Αφορούν τη διατήρηση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών ορισμένων περιοχών του σχεδιαστικού χώρου (σύνορα οπών, πάχη τοιχωμάτων). Επιπλέον, σε αυτήν την κατηγορία περιορισμών, λαμβάνεται υπόψιν ο τρόπος κατασκευής του βελτιστοποιημένου αντικειμένου (χύτευση, απότμηση, σφυρηλάτηση, αφαίρεση, διάτρηση κτλ.) και ορίζονται περιορισμοί συμμετρίας και ελαχίστου μεγέθους για κάποιες περιοχές του αντικειμένου.

Στο (6.1.1.9) αναζητώνται οι ακέραιες τιμές (0 ή 1) της σχεδιαστικής μεταβλητής $q(\mathbf{x})$, οι οποίες μέσω των (6.1.1.6) και (6.1.1.5), οδηγούν στον υπολογισμό των κατάλληλων \mathbf{u} που ελαχιστοποιούν την αντικειμενική συνάρτηση (ενδοτικότητα), χωρίς να παραβιάζουν τους σχεδιαστικούς και κατασκευαστικούς περιορισμούς του προβλήματος.

6.1.2 Σκοπός της Μεθόδου SIMP

Η διαδικασία βελτιστοποίησης της τοπολογίας μιας κατασκευής (π.χ. Εικόνα 6.1.1.1b)) προκύπτει από την επίλυση του προβλήματος ακεραίων τιμών (6.1.1.9). Σύμφωνα με τους (Bendsøe & Sigmund, 2004), για να πραγματοποιηθεί αυτός ο σκοπός, θα πρέπει να γίνουν δύο ενέργειες. Η πρώτη, αφορά τη μετατροπή του προηγούμενου προβλήματος σε ένα πρόβλημα συνεχών τιμών όπου η σχεδιαστική μεταβλητή θα ορίζεται σε όλο το διάστημα $[0,1]$. Η δεύτερη είναι η εισαγωγή ενός όρου ποινής (penalty factor), ο οποίος θα εξαλείφει τις ενδιάμεσες τιμές της σχεδιαστικής μεταβλητής στα σημεία της κατασκευής \mathbf{x} όπου αυτές εμφανίζονται. Οι προηγούμενες ενέργειες αποτελούν τα χαρακτηριστικά της μεθόδου βελτιστοποίησης SIMP.

Η SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) αποτελεί την πιο διαδεδομένη, εφαρμοσμένη και αποδοτική μέθοδο τοπολογικής βελτιστοποίησης. Ο σκοπός της είναι η βελτιστοποίηση της τοπολογίας μιας κατασκευής μέσω της κατανομής του ιστροπικού υλικού της.

6.1.3 Τεχνητή Πυκνότητα ρ

Η εισαγωγή της μεθόδου SIMP δεν αλλάζει μόνο το πεδίο ορισμού της σχεδιαστικής μεταβλητής του προβλήματος βελτιστοποίησης (6.1.1.9), αλλά και το όνομά της. Εφ' εξής, η $q(\mathbf{x})$ θα αποκαλείται «πυκνότητα», θα συμβολίζεται με $\rho(\mathbf{x})$ και θα λαμβάνει τις τιμές του διαστήματος $[0,1]$.

Η «πυκνότητα» δεν έχει την έννοια του γνωστού φυσικού μεγέθους με μονάδα μέτρησης $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$, αλλά εκφράζει το ποσοστό τοις εκατό [%] του υλικού που υπάρχει σε κάθε σημείο \mathbf{x} του σχεδιαστικού χώρου Ω . Ως εκ τούτου, από εδώ και πέρα, η $\rho(\mathbf{x})$ θα αποκαλείται τεχνητή πυκνότητα (artificial density). Αυτός είναι και ο λόγος που στη βιβλιογραφία η μέθοδος SIMP χαρακτηρίζεται και ως μέθοδος πυκνότητας (density-based method).

Ανάλογα με την τιμή που λαμβάνει η σχεδιαστική μεταβλητή πραγματοποιείται η κατανομή του υλικού του αντικειμένου. Για την ακρίβεια, αν σε κάποιο σημείο ισχύει ότι $\rho(\mathbf{x}) = 0$, τότε εκεί δημιουργείται κενό, αν όμως η $\rho(\mathbf{x}) = 1$, τότε τοποθετείται υλικό και αν $\rho(\mathbf{x}) \in (0,1)$, τότε σε εκείνο το σημείο συνυπάρχουν κενό και στερεό σε συγκεκριμένη αναλογία. Μετά το πέρας της βελτιστοποίησης, τα σημεία όπου $\rho(\mathbf{x}) \in (0,1]$ σχηματίζουν το χώρο $\Omega_{\text{mat}} \subseteq \Omega$ της βελτιστοποιημένης κατασκευής.

$$\rho(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, & \text{αν } \mathbf{x} \in \Omega \setminus \Omega_{\text{mat}} \\ 1, & \text{αν } \mathbf{x} \in \Omega_{\text{mat}} \end{cases} \quad (6.1.3.1)$$

και

$$0 < \rho(\mathbf{x}) < 1, \text{ αν } \mathbf{x} \in \Omega_{\text{mat}}$$

Αν επιθυμούμε να λύσουμε το πρόβλημα συνεχών τιμών (6.1.4.10) σε επίπεδο υπολογιστικής μηχανικής, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method – FEM). Κατά την εφαρμογή της, η κατασκευή χωρίζεται σε έναν πεπερασμένο αριθμό στοιχείων (elements) (διακριτοποίηση), τα οποία αντιπροσωπεύουν τα σημεία του μέσου $\mathbf{x} \in \Omega$. Ως εκ τούτου, η τεχνητή πυκνότητα θα συμβολίζεται με ρ_e .

$$\rho_e = \begin{cases} 0, & \text{αν } e \in \Omega \setminus \Omega_{\text{mat}} \\ 1, & \text{αν } e \in \Omega_{\text{mat}} \end{cases} \quad (6.1.3.2)$$

και

$$0 < \rho_e < 1, \text{ αν } e \in \Omega_{\text{mat}}, \quad e = 1, 2, \dots, N$$

Όπου,

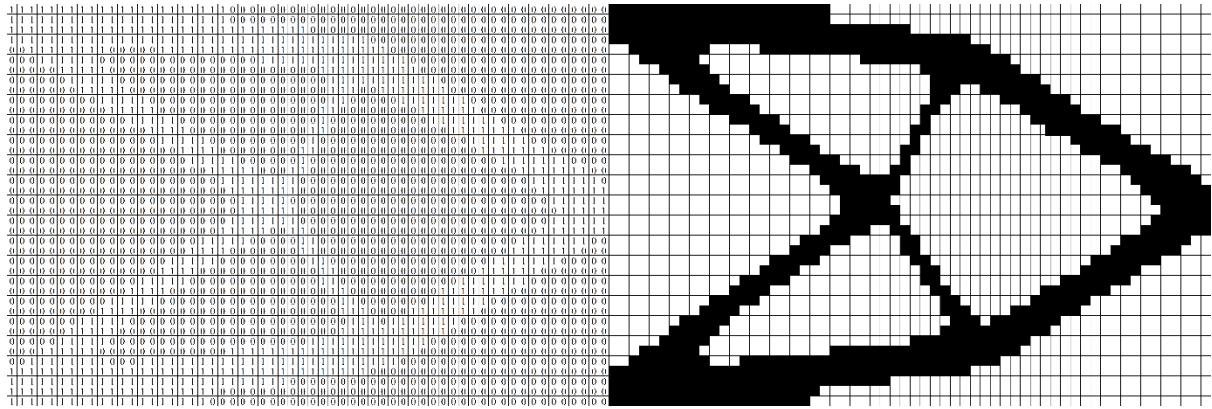
N : το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος

Τώρα ένας τρόπος να οπτικοποιήσουμε την κατανομή υλικού, που πραγματοποιεί η διαδικασία της τοπολογικής βελτιστοποίησης, είναι να αντιστοιχίσουμε με λευκό χρώμα τα κελιά όπου $\rho_e = 0$ (κενό) και με μαύρο εκείνα όπου $\rho_e = 1$ (υλικό). Για τα στοιχεία όπου $\rho_e \in (0,1)$ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αποχρώσεις του γκρι. Το αποτέλεσμα που θα προκύψει είναι αυτό που βλέπουμε στην Εικόνα 6.1.3.1. Λόγω αυτού του χρωματισμού, το πρόβλημα συνεχών τιμών $(0-1)$ ονομάζεται και Black-White Problem. Μάλιστα, αν προβούμε στην ίδια αντιστοίχιση και για το πρόβλημα ακεραίων τιμών $(0/1)$ (ή αλλιώς Black & White), το αποτέλεσμα που θα παραχθεί θα είναι αυτό που φαίνεται στην Εικόνα 6.1.3.2.

Ο σκοπός της μεθόδου SIMP είναι να επιτύχει μια κατανομή υλικού, μέσω της οποίας η βέλτιστη τοπολογία που θα σχηματιστεί θα αποτελείται μόνο από στοιχεία του πλέγματος όπου $\rho_e = 1$ (Εικόνα 6.1.3.2). Για να πραγματοποιηθεί αυτό, εισάγεται στο πρόβλημα ο όρος ποινής (penalty factor) p . Η μεταβλητή $p \in \mathbb{N} - \{0,1\}$ και είναι ένα αδιάστατο μέγεθος που έχει ως σκοπό τη μείωση του πλήθους των γκρι περιοχών. Για να υλοποιηθεί αυτό, η τεχνητή πυκνότητα υψώνεται στον όρο ποινής και έτσι όλες οι ενδιάμεσες τιμές $\rho(\mathbf{x}) \in (0,1)$ τείνουν στο μηδέν. Όσο περισσότερο αυξάνεται ο όρος p τόσο φθίνει ο αριθμός των γκρι σημείων (στοιχείων). Για σημαντικά υψηλό όρο ποινής, προκύπτουν τοπολογίες αποτελούμενες σχεδόν εξολοκλήρου από στοιχεία με υλικό ($\rho(\mathbf{x}) = 1$). Αν στο πρόβλημα της τοπολογίας έχει οριστεί συνθήκη περιορισμού του τελικού όγκου, ενδείκνυται η χρήση $p \geq 3$. Επειδή, έχει προκύψει ο όρος $\rho(\mathbf{x})^p$, η $\rho(\mathbf{x}) > 0$. Συνεπώς, ορίζεται μια ελάχιστη τιμή κοντά στο μηδέν, η οποία αντιπροσωπεύει το κενό. Συνήθως, στις εφαρμογές θέτεται $\rho_{\min} = 10^{-3}$.



Εικόνα 6.1.3.1: Αριστερά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση 0-1 | Δεξιά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση Black-White.



Εικόνα 6.1.3.2: Αριστερά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση 0 & 1 | Δεξιά: Η βέλτιστη τοπολογία σε αναπαράσταση Black & White.

6.1.4 Σχήμα Παρεμβολής Υλικού

Η κατανομή του υλικού μέσω της μεταβολή της $\rho(\mathbf{x})$, ισοδυναμεί με τον υπολογισμό της τιμής του $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ σε κάθε $\mathbf{x} \in \Omega$, μέσω της σχέσης (6.1.4.1).

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})^p E_{ijkl}^0 \quad (6.1.4.1)$$

Όπου, για το $\rho(\mathbf{x})$ ισχύει ότι

$$0 < \rho_{\min} \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1, \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (6.1.4.2)$$

και για το $E_{ijkl}(\mathbf{x})$ ότι

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \approx 0, & \text{αν } \rho(\mathbf{x}) = \rho_{\min} \\ E_{ijkl}^0, & \text{αν } \rho(\mathbf{x}) = 1 \\ \rho(\mathbf{x})^p E_{ijkl}^0, & \text{αν } \rho_{\min} < \rho(\mathbf{x}) < 1 \end{cases} . \quad (6.1.4.3)$$

Μετά το πέρας της διαδικασίας κατανομής υλικού, ο όγκος της βελτιστοποιημένης τοπολογίας, $V(\Omega_{\text{mat}})$ δεν θα πρέπει να υπερβαίνει αυτόν της αρχικής κατασκευής, $V(\Omega)$. Αυτή η αναγκαιότητα, εκφράζεται μέσω της συνθήκης (6.1.4.4).

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) d\Omega \leq V(\Omega) \quad (6.1.4.4)$$

Σε όρους πεπερασμένων στοιχείων, η σχέση (6.1.4.1) γράφεται

$$E_e = \rho_e^p E_e^0. \quad (6.1.4.5)$$

Όπου,

E_e : το μέτρο ελαστικότητας σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]

E_e^0 : το μέτρο ελαστικότητας ιστροπικού υλικού σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]

Για την ρ_e ισχύει ότι

$$0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, 2, \dots, N \quad (6.1.4.6)$$

και για το E_e ότι

$$E_e = \begin{cases} \approx 0, & \text{αν } \rho_e = \rho_{\min} \\ E_e^0, & \text{αν } \rho_e = 1 \\ \rho_e^p E_e^0, & \text{αν } \rho_{\min} < \rho_e < 1 \end{cases} . \quad (6.1.4.7)$$

Τώρα, αν υποθέσουμε ότι ο όγκος του κάθε, γεμάτου με υλικό, στοιχείου e συμβολίζεται με v_e , τότε το γινόμενο $\rho_e v_e$ θα εκφράζει σε τι ποσοστό ο v_e θα αποτελείται από υλικό. Συνεπώς, ο όγκος του Ω_{mat} θα δίνεται από τον τύπο

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e \quad (6.1.4.8)$$

και ο σχεδιαστικός περιορισμός (6.1.4.4) θα μετασχηματιστεί στον

$$V(\Omega_{\text{mat}}) = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e \leq V(\Omega). \quad (6.1.4.9)$$

Όπου,

v_e : ο όγκος του κάθε, γεμάτου με υλικό, στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος
 $[m^3]$

Μετά τις αλλαγές που επέφερε η μέθοδος SIMP στο πρόβλημα (6.1.1.9), αυτό μετατρέπεται στο σχήμα (6.1.4.10).

$$\min_{\mathbf{u} \in U, \rho} l(\mathbf{u})$$

subject to :

$$a(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = l(\mathbf{v}), \quad \forall \mathbf{v} \in U \text{ και με } E \in \mathbf{E}_{\text{ad}}$$

$$E_{ijkl}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})^p E_{ijkl}^0 \quad (6.1.4.10)$$

$$\int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) d\Omega \leq V(\Omega), \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1, \quad \mathbf{x} \in \Omega$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

Σύμφωνα με αυτό, αναζητώνται οι τιμές της $\rho(\mathbf{x}) \in [\rho_{\min}, 1]$, οι οποίες μέσω των (6.1.4.1) και (6.1.1.5) θα προσδιορίζουν εκείνες τις \mathbf{u} που θα ελαχιστοποιούν την ενδοτικότητα και θα ικανοποιούν τους σχεδιαστικούς και κατασκευαστικούς περιορισμούς του προβλήματος.

Αντίστοιχα, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων, η μορφή του προβλήματος (6.1.4.10) γίνεται

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{u}, \rho_e} \mathbf{F}^T \mathbf{u} \\ & \text{subject to :} \\ & \mathbf{K}(E_e) \mathbf{u} = \mathbf{F}, \quad \mu\epsilon E_e \in \mathbf{E}_{\text{ad}} \\ & \sum_{e=1}^N \rho_e v_e \leq V(\Omega), \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (6.1.4.11)$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί
Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

Όπου,

$\mathbf{F}^T \mathbf{u}$: η ενδοτικότητα της κατασκευής (compliance) [J]

\mathbf{F} : το συνολικό διάνυσμα των κομβικών δυνάμεων που δρουν στην κατασκευή [N]

\mathbf{u} : το συνολικό διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων της κατασκευής [m]

\mathbf{K} : το συνολικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$

Το μητρώο ακαμψίας κάθε στοιχείου του υπολογιστικού πλέγματος, \mathbf{K}_e , εξάγεται από την τιμή του μέτρου ελαστικότητας E_e . Συνεπώς, για τον υπολογισμό του μητρώου ακαμψίας όλης της κατασκευής χρησιμοποιούμε τον τύπο (6.1.4.12).

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \mathbf{K}_e(E_e) \quad (6.1.4.12)$$

Αντίστοιχα με τον τύπο (6.1.4.5), μπορούμε να εκφράσουμε και το μητρώο ακαμψίας κάθε στοιχείου, \mathbf{K}_e συναρτήσει του ρ_e^p μέσω της σχέσης (6.1.4.13).

$$\mathbf{K}_e = \rho_e^p \mathbf{K}_e^0 \quad (6.1.4.13)$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστώντας την (6.1.4.13) στην (6.1.4.12), προκύπτει η (6.1.4.14).

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \rho_e^p \mathbf{K}_e^0 \quad (6.1.4.14)$$

Όπου,

\mathbf{K}_e : το μητρώο ακαμψίας κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$

\mathbf{K}_e^0 : το μητρώο ακαμψίας του στερεού στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$

Στο πρόβλημα (6.1.4.14), αναζητάται ο προσδιορισμός των τιμών της ρ_e , οι οποίες από την εξίσωση ισορροπίας $\mathbf{K}(E_e)\mathbf{u} = \mathbf{F}$ παράγουν τις \mathbf{u} που ελαχιστοποιούν την ενδοτικότητα και ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς.

6.1.5 Τελικό Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας

Αντικειμενική Συνάρτηση

Στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας C , γνωρίζουμε ότι

$$C = \mathbf{F}^T \mathbf{u}, \quad (6.1.5.1)$$

ότι θα πρέπει να ικανοποιείται η εξίσωση

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (6.1.5.2)$$

και ότι αν αντικαταστήσουμε στην (6.1.5.1) την (6.1.5.2) θα προκύψει η (6.1.5.3).

$$\begin{aligned} C &= \mathbf{F}^T \mathbf{u} = (\mathbf{K} \mathbf{u})^T \mathbf{u} = \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \\ C &= \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (6.1.5.3)$$

Αντικαθιστώντας στην τελευταία σχέση τον τύπο που μας δίνει το συνολικό μητρώο ακαμψίας της κατασκευής, \mathbf{K} , (6.1.4.14), καταλήγουμε στον τύπο (6.1.5.4).

$$C = \mathbf{u}^T \sum_{e=1}^N \rho_e^p \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u} \quad (6.1.5.4)$$

Ωστόσο, επειδή η ενδοτικότητα αφορά το σύνολο των στοιχείων που συγκροτούν το πλέγμα της κατασκευής, η (6.1.5.4) γίνεται

$$C = \sum_{e=1}^N \rho_e^p \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e. \quad (6.1.5.5)$$

Όπου,

\mathbf{u}_e : το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος [m]

Επιπλέον, γνωρίζουμε από τον τύπο (6.1.4.14) ότι το μητρώο ακαμψίας της κατασκευής εξαρτάται από τη σχεδιαστική μεταβλητή ρ_e . Δηλαδή,

$$\mathbf{K} = f(\rho_e). \quad (6.1.5.6)$$

Ακόμη, λύνοντας την εξίσωση ισοροπίας ως προς \mathbf{u}

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F} \quad (6.1.5.7)$$

παρατηρούμε ότι

$$\mathbf{u} = f(\mathbf{K}(\rho_e)). \quad (6.1.5.8)$$

Άρα,

$$C = f(\mathbf{u}(\rho_e), \mathbf{K}(\rho_e)). \quad (6.1.5.9)$$

Συνεπώς, η ενδοτικότητα εξαρτάται από την τεχνητή πυκνότητα ρ_e . Δηλαδή,

$$C(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{e=1}^N \rho_e^p \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e. \quad (6.1.5.10)$$

Όπου,

$\boldsymbol{\rho}$: το διάνυσμα των σχεδιαστικών μεταβλητών ρ_e , για το οποίο ισχύει ότι

$$\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N)$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Σε ό,τι αφορά τους σχεδιαστικούς περιορισμούς του προβλήματός, αν επιθυμούμε ο όγκος του βελτιστοποιημένου αντικειμένου να μην υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο ποσοστό του όγκου του αρχικού αντικειμένου, τότε ορίζουμε μία συνάρτηση περιορισμού g , βασισμένοι στη σχέση (6.1.4.9), για την οποία θα ισχύει η συνθήκη

$$g(\rho_e) = \frac{\sum_{e=1}^N \rho_e^p v_e}{V(\Omega)} - f \leq 0. \quad (6.1.5.11)$$

Όπου,

f : το μέγιστο ποσοστό διατήρησης του αρχικού όγκου του αντικειμένου [%]

Μέσω του περιορισμού του όγκου της κατασκευής, περιορίζουμε και την τελική ποσότητα της μάζας του.

Λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, η τελική μορφή του προβλήματος ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας με σκοπό τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας, (6.1.4.11), θα δίνεται από το σχήμα (6.1.5.12).

$$\min_{\boldsymbol{\rho}} C(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} = \sum_{e=1}^N \rho_e^p \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e$$

subject to :

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{F}$$

$$g(\rho_e) = \frac{\sum_{e=1}^N \rho_e^p v_e}{V(\Omega)} - f \leq 0, \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, 2, \dots, N \quad (6.1.5.12)$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

6.1.6 Ανάλυση Ευαισθησίας

Η ανάλυση της ευαισθησίας είναι ένα απαραίτητο βήμα που υπεισέρχεται στη μέθοδο της επίλυσης του τελικού προβλήματος ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας. Αυτή, εκφράζει τη μεταβολή της ενδοτικότητας κάθε στοιχείου ως προς τη μεταβολή της σχεδιαστικής μεταβλητής του. Δηλαδή, δηλώνει πόσο ευαίσθητη είναι η ενδοτικότητα στην αλλαγή της τεχνητής πυκνότητας. Η ευαισθησία ορίζεται ως η μερική παράγωγος της C ως προς τη σχεδιαστική μεταβλητή ρ_e .

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = \frac{\partial}{\partial \rho_e} (\mathbf{F}^T \mathbf{u}) = \frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial \rho_e} \mathbf{u} + \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e}$$

άρα,

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = \frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial \rho_e} \mathbf{u} + \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e}. \quad (6.1.6.1)$$

Επειδή, η δύναμη \mathbf{F} δεν εξαρτάται από την ρ_e , προκύπτει ότι

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \rho_e} = 0 \text{ και } \frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial \rho_e} = 0. \quad (6.1.6.2)$$

Επομένως, μένει να υπολογίσουμε τον όρο

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e}. \quad (6.1.6.3)$$

Γι' αυτόν θα χρησιμοποιήσουμε τη Συμπληρωματική Μέθοδο (Adjoint Method), με την οποία θα εισάγουμε ένα διάνυσμα λ του πολλαπλασιαστή Lagrange λ στην εξίσωση της ενδοτικότητας (6.1.5.1) προσθέτοντάς της τον όρο

$$\lambda^T (\mathbf{F} - \mathbf{K}\mathbf{u}). \quad (6.1.6.4)$$

Συνεπώς, θα έχουμε ότι

$$C = \mathbf{F}^T \mathbf{u} + \lambda^T (\mathbf{F} - \mathbf{K}\mathbf{u}). \quad (6.1.6.5)$$

Υστερα, παραγωγίζουμε την (6.1.6.5) ως προς ρ_e και καταλήγουμε στην (6.1.6.6).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial}{\partial \rho_e} \left(\mathbf{F}^T \mathbf{u} + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{F} - \mathbf{K} \mathbf{u}) \right) \\
&= \frac{\partial \mathbf{F}^T}{\partial \rho_e} \mathbf{u} + \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} + \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}^T}{\partial \rho_e} (\mathbf{F} - \mathbf{K} \mathbf{u}) + \boldsymbol{\lambda}^T \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \rho_e} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u} - \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} \right) \\
&\stackrel{(6.1.6.2)}{=} \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} - \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u} - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} \\
&\stackrel{(6.1.5.2)}{=} \mathbf{F}^T \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} - \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u} - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} \\
\frac{\partial C}{\partial \rho_e} &= \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e} \left(\mathbf{F}^T - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{K} \right) - \boldsymbol{\lambda}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u} \tag{6.1.6.6}
\end{aligned}$$

Για να διώξουμε τον όρο $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho_e}$, το $\boldsymbol{\lambda}$ θα πρέπει να λάβει τέτοια τιμή, ώστε να ικανοποιείται η

$$\mathbf{F}^T - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{K} = 0. \tag{6.1.6.7}$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (6.1.5.2) και (6.1.6.7) παρατηρούμε ότι $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{u}$. Άρα, η (6.1.6.6) γίνεται η (6.1.6.8).

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = -\mathbf{u}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \rho_e} \mathbf{u} \tag{6.1.6.8}$$

Επειδή, η ανάλυση της ευαισθησίας αφορά το κάθε στοιχείο e , η προηγούμενη σχέση γράφεται ως

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = -\mathbf{u}_e^T \frac{\partial \mathbf{K}_e}{\partial \rho_e} \mathbf{u}_e. \tag{6.1.6.9}$$

Επομένως, αν αντικαταστήσουμε στην (6.1.6.9) την (6.1.4.13) θα προκύψει η (6.1.6.10).

$$\frac{\partial C}{\partial \rho_e} = -p \rho_e^{p-1} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e \tag{6.1.6.10}$$

Σε αυτό το σημείο, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι, το πλιν στον τύπο (6.1.6.10) δηλώνει την αρνητική μεταβολή (μείωση) της ενδοτικότητας ως προς τη μεταβολή της τεχνητής πυκνότητας. Μάλιστα, παρατηρούμε ότι η αύξηση της ρ_e (προσθήκη υλικού) οδηγεί στην μείωση της ενδοτικότητας. Αυτό είναι κάτι το αναμενόμενο από τη στιγμή που ο στόχος της μεθόδου είναι η ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας (μεγιστοποίηση της ακαμψίας).

6.1.7 Μέθοδος Επίλυσης του Προβλήματος Βελτιστοποίησης

Η επίλυση του τελικού προβλήματος ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας έγκειται στον προσδιορισμό της τεχνητής πυκνότητας ρ_e για κάθε στοιχείο του πλέγματος. Αυτή η διαδικασία προσδιορισμού της τιμής της σχεδιαστικής μεταβλητής, πραγματοποιείται επαναληπτικά μέχρις ότου να παραχθεί η βέλτιστη τοπολογία, η οποία θα ικανοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση (στόχο) και παράλληλα όλους τους περιορισμούς. Η διαδικασία της επίλυσης μπορεί να πραγματοποιηθεί από διάφορες μεθόδους, όπως η Μέθοδος Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria Method – OC), η Μέθοδος Σειριακού Γραμμικού Προγραμματισμού (Sequential Linear Programming Method – SLP) είτε η Μέθοδος Κινουμένων Ασύμπτωτων (Method of Moving Asymptotes – MMA). Συνήθως, στα προβλήματα της δομικής βελτιστοποίησης χρησιμοποιείται η Μέθοδος των Κριτηρίων Βελτιστοποίησης. Σύμφωνα με αυτή, για τον υπολογισμό της τεχνητής πυκνότητας χρησιμοποιείται το ακόλουθο σχήμα.

$$\rho_e^{k+1} = \begin{cases} \max(\rho_{\min}, \rho_e^k - m) & \text{αν } \rho_e^k B_e^\eta \leq \max(\rho_{\min}, \rho_e^k - m) \\ \min(1, \rho_e^k + m) & \text{αν } \min(1, \rho_e^k + m) \leq \rho_e^k B_e^\eta \\ \rho_e^k B_e^\eta & \text{αλλιώς} \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, N_k \quad (6.1.7.1)$$

Όπου,

ρ_e^{k+1} : η σχεδιαστική μεταβλητή στην επόμενη επανάληψη, $k + 1$

ρ_e^k : η σχεδιαστική μεταβλητή στην τρέχουσα επανάληψη, k

N_k : το πλήθος των επαναλήψεων

m : ένα θετικό όριο κίνησης (move-limit), το οποίο ισούται με 0,2

η : ο συντελεστής αριθμητικής απόσβεσης, ο οποίος ισούται με 0,5

Οι μεταβλητές m και η ελέγχουν τις αλλαγές που προκύπτουν σε κάθε επανάληψη. Αν και οι τυπικές τους τιμές είναι οι 0,2 και 0,5, αντιστοίχως, μπορούν να μεταβληθούν για την αποδοτικότητα της μεθόδου. Ο όρος B_e δίνεται από τη σχέση (6.1.7.2).

$$B_e = -\frac{\frac{\partial C}{\partial \rho_e}}{\lambda \frac{\partial g}{\partial \rho_e}} \quad (6.1.7.2)$$

Όπου,

λ : ο πολλαπλασιαστής Lagrange που προσδιορίζεται από τη μέθοδο του Newton

Γνωρίζουμε από το σχήμα (6.1.5.12) ότι

$$g(\rho_e) = \frac{\sum_{e=1}^N \rho_e V_e}{V(\Omega)} - f \quad (6.1.7.3)$$

συνεπώς,

$$\frac{\partial g}{\partial \rho_e} = \frac{\sum_{e=1}^N v_e}{V(\Omega)}. \quad (6.1.7.4)$$

Όμως,

$$V(\Omega) = \sum_{e=1}^N v_e \quad (6.1.7.5)$$

άρα,

$$\frac{\partial g}{\partial \rho_e} = 1. \quad (6.1.7.6)$$

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις (6.1.6.10) και (6.1.7.6) στην (6.1.7.2), προκύπτει η σχέση (6.1.7.7).

$$B_e = -\frac{\frac{\partial C}{\partial \rho_e} \quad (6.1.6.10)}{\lambda \frac{\partial g}{\partial \rho_e} \quad (6.1.7.6)} = \frac{-p \rho_e^{p-1} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e}{\lambda} = \lambda^{-1} p \rho_e^{p-1} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e$$

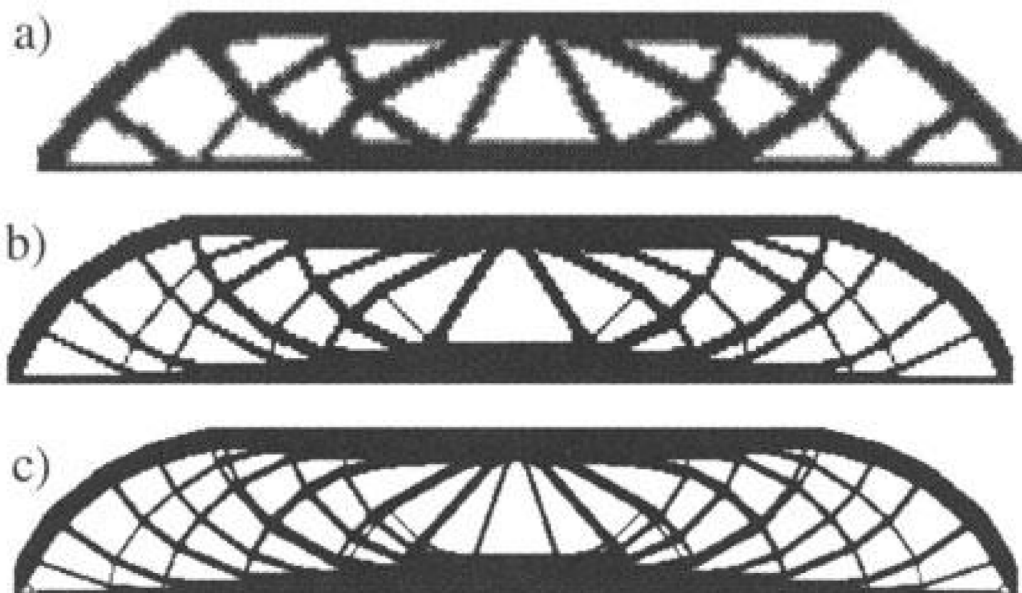
$$B_e = \lambda^{-1} p \rho_e^{p-1} \mathbf{u}_e^T \mathbf{K}_e^0 \mathbf{u}_e \quad (6.1.7.7)$$

6.1.8 Προβλήματα κατά τη Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας

Κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης της τοπολογίας εμφανίζονται δύο ειδών προβλήματα, των οποίων η επίλυση είναι απαραίτητη, ώστε να προκύπτουν λογικά και υλοποιήσιμα αποτελέσματα. Το ένα είναι η εξάρτηση των αποτελεσμάτων από το μέγεθος του πλέγματος και το άλλο είναι το πρόβλημα της σκακιάρας.

6.1.8.1 Εξάρτηση Αποτελεσμάτων από το Μέγεθος του Πλέγματος

Επιλύοντας το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας, παρατηρούμε ότι καθώς το πλέγμα γίνεται πυκνότερο, τα κενά της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας αυξάνονται. Όσο, περισσότερο αναπτύσσεται το πλήθος των κελιών τόσο περισσότερα ανοίγματα δημιουργούνται στο τελικό σχέδιο, παράγοντας κατά αυτόν τον τρόπο μία λεπτή δομή εντός του τελικού αντικειμένου. Ωστόσο, το ιδανικό θα ήταν να μην υπάρχει εξάρτηση της λύσης από το μέγεθος του πλέγματος. Δηλαδή, αυτό που επιθυμούμε είναι να πυκνώνουμε το πλέγμα του σχεδιαστικού χώρου για όσο το δυνατόν καλύτερη μοντελοποίηση της κατασκευής, χωρίς να οδηγούμαστε σε μια διαφορετική και συνάμα λεπτομερέστερη γεωμετρία. Η προαναφερθείσα αριθμητική αστάθεια γίνεται ορατή από τα αποτελέσματα που περιέχει η Εικόνα 6.1.8.1.1 για διακριτοποίηση πλέγματος με 2.700, 4.800 και 17.200 στοιχεία.



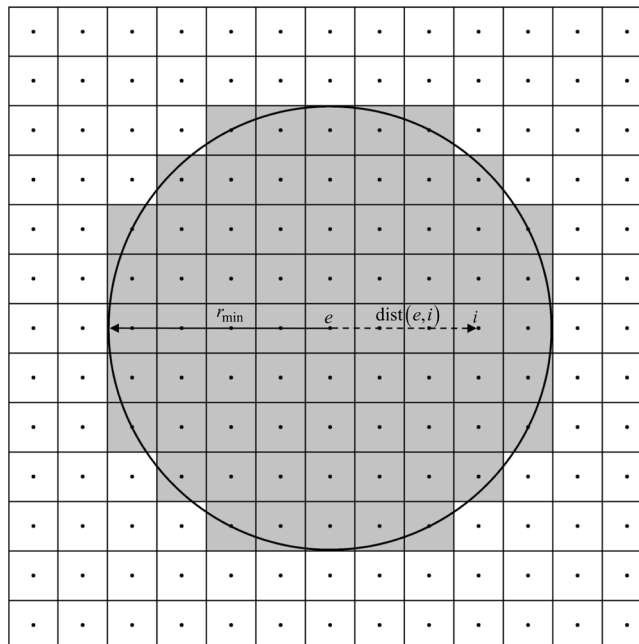
Εικόνα 6.1.8.1.1: Βελτιστοποιημένη τοπολογία με a) 2.700, b) 4.800 και c) 17.200 στοιχεία (Bendsøe & Sigmund, 2004).

Σύμφωνα με τους (Bendsøe & Sigmund, 2004), για να παράγουμε λύσεις, οι οποίες είναι ανεξάρτητες από το μέγεθος του πλέγματος, θα πρέπει να εφαρμόσουμε το φίλτρο ευαισθησίας, αποκλείοντας την πιθανότητα για δημιουργία λεπτομερέστερων σχεδίων.

Φίλτρο Ευαισθησίας

Η υπολογιστική εμπειρία που έχει αποκτηθεί από ένα πλήθος εφαρμογών έχει δείξει, ότι μία αρκετά αποδοτική μέθοδος για την εξαγωγή λύσεων ανεξαρτήτων του μεγέθους του πλέγματος, είναι η εφαρμογή του φίλτρου ευαισθησίας. Επιπλέον, θα πρέπει να αναφέρουμε, ότι αφενός αυτή είναι δημοφιλής σε ένα ευρύ ακαδημαϊκό επίπεδο και αφετέρου ότι έχει ενσωματωθεί στα περισσότερα εμπορικά προγράμματα. Επιπροσθέτως, βρίσκει εφαρμογή σε δισδιάστατα και τρισδιάστατα προβλήματα, στα οποία εφαρμόζονται στοιχεία από πολλαπλές περιοχές της φυσικής και περιλαμβάνονται πάνω από είκοσι περιορισμοί. Ακόμη, έχει αποδειχθεί ως ένα ικανότατο εργαλείο για τη σχεδίαση σημαντικά μεγάλου μεγέθους κατασκευών. Το φίλτρο ευαισθησίας αποτελεί ένα αμιγώς ευρετικό δημιούργημα, αυξάνει ελαφρώς τον υπολογιστικό χρόνο και μπορεί να εισαχθεί στο πρόβλημα της τοπολογικής βελτιστοποίησης χωρίς να αυξήσει την πολυπλοκότητά του.

Ο βασικός σκοπός αυτής της μεθόδου είναι να τροποποιήσει την ευαισθησία κάθε στοιχείου e χρησιμοποιώντας το σταθμισμένο μέσο όρο των ευαισθησιών των γειτονικών του στοιχείων.



Εικόνα 6.1.8.1.2: Περιοχή φίλτρου.

Συγκεκριμένα, αν συμβολίσουμε με e το στοιχείο, του οποίου την ευαισθησία θέλουμε να φιλτράρουμε, με i όλα τα στοιχεία του πλέγματος και με r_{\min} την ακτίνα του κύκλου που έχει κέντρο το κέντρο του στοιχείου e , τότε τα γειτονικά του στοιχεία N_e είναι εκείνα, για τα οποία ισχύει ότι

$$N_e = \{i \in N \mid \text{dist}(e,i) \leq r_{\min}\}, \quad e = 1, 2, \dots, N. \quad (6.1.8.1.1)$$

Όπου,

N_e : το πλήθος των γειτονικών στοιχείων i του στοιχείου e

$\text{dist}(e,i)$: η απόσταση των κέντρων των στοιχείων e και i [m]

N : το πλήθος των στοιχείων του υπολογιστικού πλέγματος

r_{\min} : η ακτίνα του φίλτρου ευαισθησίας [m]

Στην Εικόνα 6.1.8.1.2, ο κύκλος με ακτίνα r_{\min} αναπαριστά την περιοχή που εφαρμόζεται το φίλτρο και δεν επηρεάζεται από τη μεταβολή του μεγέθους του πλέγματος. Με γκρι χρώμα συμβολίζονται όλα τα γειτονικά στοιχεία i του στοιχείου ενδιαφέροντος e , τα οποία υπάρχουν εντός της r_{\min} .

Επιπλέον, αν εισάγουμε την έννοια της σταθμισμένης συνάρτησης \widehat{H}_i , η οποία δίνεται από τη σχέση

$$\widehat{H}_i = r_{\min} - \text{dist}(e, i), \quad (6.1.8.1.2)$$

τότε μπορούμε να αναπτύξουμε τον τύπο υπολογισμού της φιλτραρισμένης ευαισθησίας της ενδοτικότητας κάθε στοιχείου e του υπολογιστικού πλέγματος (6.1.8.1.3).

$$\frac{\widehat{\partial C}}{\partial \rho_e} = \frac{1}{\rho_e \sum_{i=1}^{N_e} \widehat{H}_i} \sum_{i=1}^{N_e} \widehat{H}_i \rho_i \frac{\partial C}{\partial \rho_i}. \quad (6.1.8.1.3)$$

Όπου,

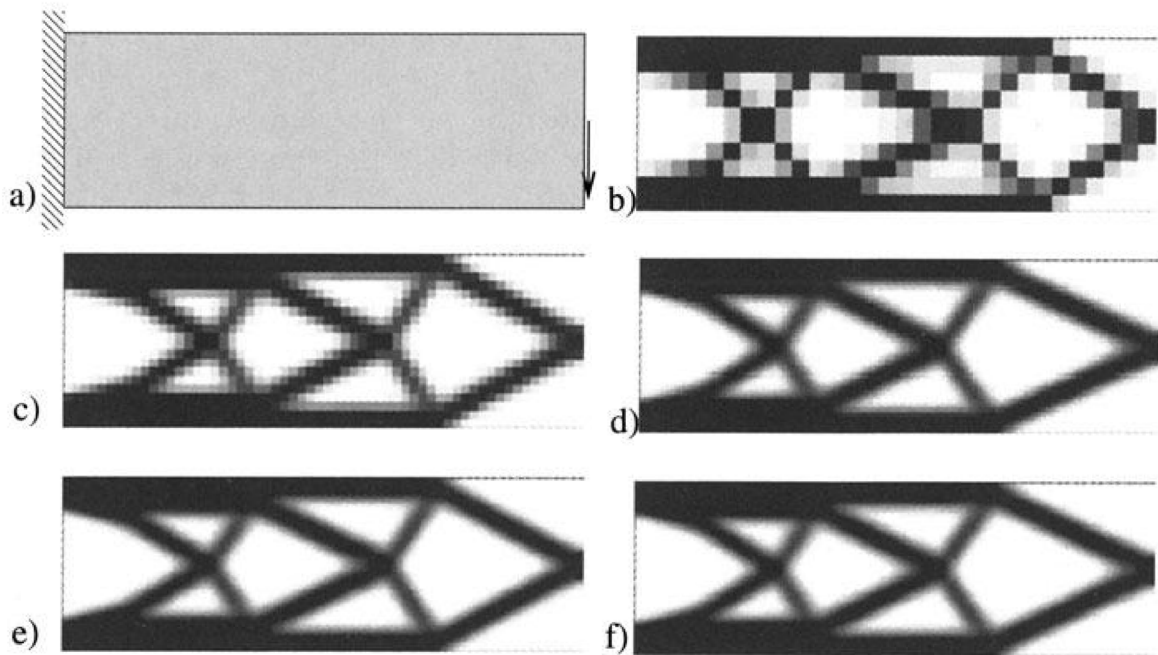
ρ_i : η πυκνότητα των γειτονικών στοιχείων i του στοιχείου ενδιαφέροντος e

$\frac{\partial C}{\partial \rho_i}$: η ευαισθησία της ενδοτικότητας των γειτονικών στοιχείων i του υπολογιστικού πλέγματος

Η \widehat{H}_i ισοδυναμεί με μηδέν όταν βρίσκεται εκτός της περιοχής του φίλτρου. Επιπροσθέτως, αν $r_{\min} \rightarrow 0$, η ευαισθησία (6.1.8.1.3) συγκλίνει στην πραγματική ευαισθησία, ενώ αν $r_{\min} \rightarrow \infty$, όλες οι ευαισθησίες γίνονται ίσες μεταξύ τους, κάτι το οποίο έχει ως αποτέλεσμα την ομοιόμορφη κατανομή του υλικού.

Στη διαδικασία της βελτιστοποίησης, επειδή το παραπάνω φίλτρο εφαρμόζεται μετά τη μελέτη της ευαισθησίας, ο όρος $\frac{\widehat{\partial C}}{\partial \rho_e}$ αντικαθιστά τον $\frac{\partial C}{\partial \rho_e}$ κατά την εφαρμογή της Μεθόδου των Κριτηρίων Βελτιστοποίησης.

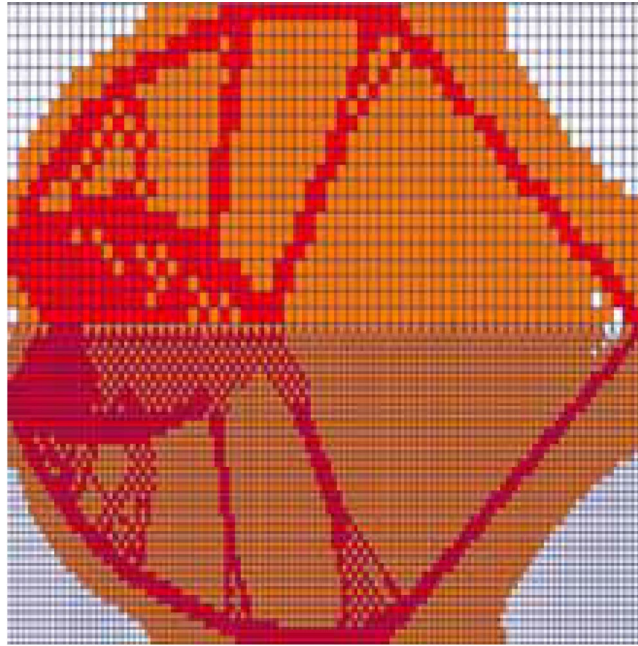
Στην Εικόνα 6.1.8.1.3 παρατηρούμε την αποτελεσματική εφαρμογή του φίλτρου, το οποίο εμποδίζει την τροποποίηση της τελικής τοπολογίας κατά την αύξηση του πλήθους των στοιχείων του πλέγματος.



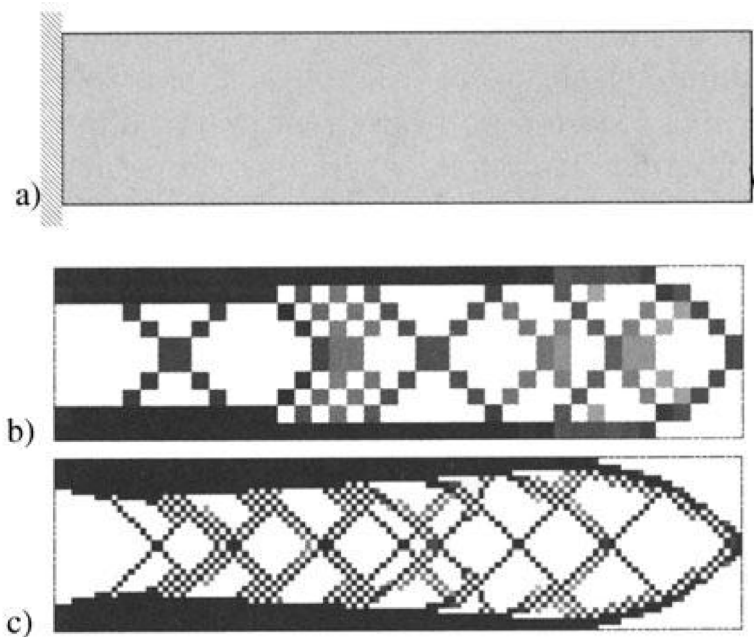
Εικόνα 6.1.8.1.3: Εφαρμογή του φίλτρου ευαισθησίας για πλήθος b) 300, c) 600, d) 4.800, e) 10.800 και f) 19.200 στοιχείων (Bendsøe & Sigmund, 2004).

6.1.8.2 Πρόβλημα Σκακιέρας

Πέραν του προβλήματος της εξάρτησης των αποτελεσμάτων από τη διακριτοποίηση, παρατηρείται στο τελικό σχέδιο και μια εναλλαγή μεταξύ στερεών και κενών στοιχείων, η οποία δημιουργεί σε ορισμένα σημεία μια εικόνα που θυμίζει σκακιέρα. Αυτή η εικόνα ονομάζεται πρόβλημα σκακιέρας, εξαρτάται από την πυκνωση του πλέγματος και οφείλεται στην κακή αναπαράσταση της ακαμψίας μέσω της χρήσης των πεπερασμένων στοιχείων. Στις εικόνες που ακολουθούν, από τη μία παρατηρούμε το μοτίβο του προβλήματος και από την άλλη την εξάρτησή του από τον αριθμό των στοιχείων. Όσο αυξάνεται το πλήθος των κελιών τόσο πιο έντονο γίνεται το μοτίβο στο χώρο.



Εικόνα 6.1.8.2.1: Το πρόβλημα της σκακιέρας σε αραιό (Πάνω) και πυκνό (Κάτω) πλέγμα (FE-DESIGN GmbH, 2014).



Εικόνα 6.1.8.2.2: Το πρόβλημα της σκακιέρας σε αραιό b) και πυκνό c) πλέγμα για πακτωμένη δοκό (Bendsøe & Sigmund, 2004).

Μια αρκετά αποτελεσματική μέθοδος για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος είναι η εφαρμογή του φίλτρου ευαισθησίας, όπως ακριβώς αυτό έχει οριστεί από τη σχέση (6.1.8.1.3).

6.2 Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Μάζας

Στην ενότητα 6.1 είχαμε ως σκοπό την βελτιστοποίηση της τοπολογίας ενός αντικειμένου υπολογίζοντας τις βέλτιστες τιμές της ρ_e σε κάθε στοιχείο του πλέγματος, με κύριο στόχο την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητάς της κατασκευής. Αυτή η προσέγγιση ονομάστηκε πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας. Σε αυτήν την ενότητα θα εισάγουμε μια νέα προσέγγιση, μέσω της οποίας θα πετυχαίνουμε τον ίδιο σκοπό με την προηγούμενη, αλλά με στόχο την ελαχιστοποίηση της μάζας της προς μελέτη κατασκευής. Αυτήν την προσέγγιση την ονομάζουμε πρόβλημα ελαχιστοποίησης μάζας και στο σχήμα (6.2.1) παρουσιάζεται η αντικειμενική συνάρτηση μαζί με τους περιορισμούς που τη συγκροτούν.

$$\min_{\boldsymbol{\rho}} V(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e$$

subject to :

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}$$

$$g(\rho_e) = \frac{\sum_{e=1}^N \rho_e v_e}{V(\Omega)} - f \leq 0, \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, 2, \dots, N \quad (6.2.1)$$

$$h(\rho_e) = \frac{\sigma_e^{\text{vM}}}{\sigma_{\text{yield}}} - \rho_e^p \leq 0$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

Όπου,

σ_e^{vM} : η τάση von Mises σε κάθε στοιχείο e του υπολογιστικού πλέγματος [MPa]

σ_{yield} : η τάση διαρροής του υλικού [MPa]

Η τάση σ_{vM} διατυπώνεται μέσω του κριτηρίου von Mises από την ακόλουθη σχέση.

$$\sigma_{\text{vM}} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 \right] + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (6.2.2)$$

Η επίλυση αυτού του προβλήματος δε διαφέρει πολύ από εκείνο της ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας. Δηλαδή, χρησιμοποιούμε ξανά τη Μέθοδο των Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria Method – OC), μέσω της οποίας υπολογίζουμε τη σχεδιαστική μεταβλητή ρ_e από το σχήμα (6.1.7.1). Σε αυτήν την περίπτωση ο όρος B_e , δίνεται από τη σχέση (6.2.3).

$$B_e = \frac{\frac{\partial V}{\partial \rho_e}}{\lambda \frac{\partial g}{\partial \rho_e}} \quad (6.2.3)$$

Η αριθμητική αστάθεια της εξάρτησης των αποτελεσμάτων από το μέγεθος του πλέγματος και της εμφάνισης του προβλήματος της σκακιέρας, παρουσιάζονται και στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης της μάζας. Για την αντιμετώπισή τους εφαρμόζεται το φίλτρο ευαισθησίας, το οποίο στη συγκεκριμένη περίπτωση δίνεται από τη σχέση (6.2.4).

$$\frac{\widehat{\partial V}}{\partial \rho_e} = \frac{1}{\rho_e \sum_{i=1}^{N_e} \widehat{H}_i} \sum_{i=1}^{N_e} \widehat{H}_i \rho_i \frac{\partial V}{\partial \rho_i} \quad (6.2.4)$$

6.3 Ροή Λειτουργίας της Μεθόδου SIMP

6.3.1 Πρόβλημα Ελαχιστοποίησης της Ενδοτικότητας

Έχοντας αναφέρει παραπάνω τα στοιχεία που συγκροτούν τη μέθοδο SIMP και το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας, μπορούμε να συνεχίσουμε με την περιγραφή των βημάτων που συγκροτούν τη ροή λειτουργίας της.

Βήμα 1. Ορισμός Σχεδιαστικού Χώρου (Design Domain Definition)

Βήμα 2. Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Analysis – FEA)

Βήμα 3. Ανάλυση Ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Βήμα 4. Φίλτρο Ευαισθησίας (Sensitivity Filter)

Βήμα 5. Εφαρμογή Μεθόδου Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria Method – OC) – Ενημέρωση Σχεδιαστικών Μεταβλητών (Update Design Variables)

Βήμα 6. Έλεγχος Ικανοποίησης Περιορισμών

Βήμα 7. Σχεδιασμός Τοπολογίας (Topology Design)

Ορισμός Σχεδιαστικού Χώρου (Design Domain Definition)

Πριν την έναρξη της τοπολογικής βελτιστοποίησης, σχεδιάζεται το προς μελέτη εξάρτημα με τη χρήση λογισμικού Computer Aided Design (CAD) και εισάγεται στο περιβάλλον βελτιστοποίησης της τοπολογίας. Εκεί, ορίζεται ο σχεδιαστικός χώρος του προβλήματος και επιλέγονται εκείνες οι περιοχές, στις οποίες πρέπει να διατηρηθεί το υλικό ή τα κενά της κατασκευής.

Ανάλυση Πεπερασμένων Στοιχείων (Finite Element Analysis – FEA)

Έπειτα, ακολουθεί η διαδικασία της διακριτοποίησης του μοντέλου, κατά τη διάρκεια της οποίας δημιουργείται ένα πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων. Αυτό παραμένει αμετάβλητο κατά την FEA και είναι το ίδιο και για την τοπολογική μελέτη. Στη συνέχεια, δεδομένων των τιμών της ρ_e , υπολογίζεται το μητρώο ακαμψίας κάθε στοιχείου e , \mathbf{K}_e μέσω της σχέσης (6.1.4.13) και κατόπιν, το διάνυσμα των κομβικών μετατοπίσεων κάθε στοιχείου e , \mathbf{u}_e .

Ανάλυση Ευαισθησίας (Sensitivity Analysis)

Ο κώδικας λαμβάνοντας υπόψη τα \mathbf{K}_e και \mathbf{u}_e , συνεχίζει με τον υπολογισμό της ενδοτικότητας του μοντέλου μέσω του τύπου (6.1.5.10) και εξετάζει τη μεταβολή αυτής ως προς τη μεταβολή της ρ_e σε κάθε στοιχείο του πλέγματος, αξιοποιώντας τη σχέση (6.1.6.10).

Φίλτρο Ευαισθησίας (Sensitivity Filter)

Για να εξαλειφθούν το πρόβλημα της σκακιάρας και της εξάρτησης των αποτελεσμάτων από το μέγεθος του πλέγματος, εφαρμόζεται το φίλτρο ευαισθησίας (6.1.8.1.3). Σε αυτό το στάδιο του αλγορίθμου και για κάθε επανάληψη, οι τιμές του όρου $\frac{\widehat{\partial C}}{\partial \rho_e}$ αντικαθιστούν εκείνες του $\frac{\partial C}{\partial \rho_e}$.

Εφαρμογή Μεθόδου Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria Method – OC) – Ενημέρωση Σχεδιαστικών Μεταβλητών (Update Design Variables)

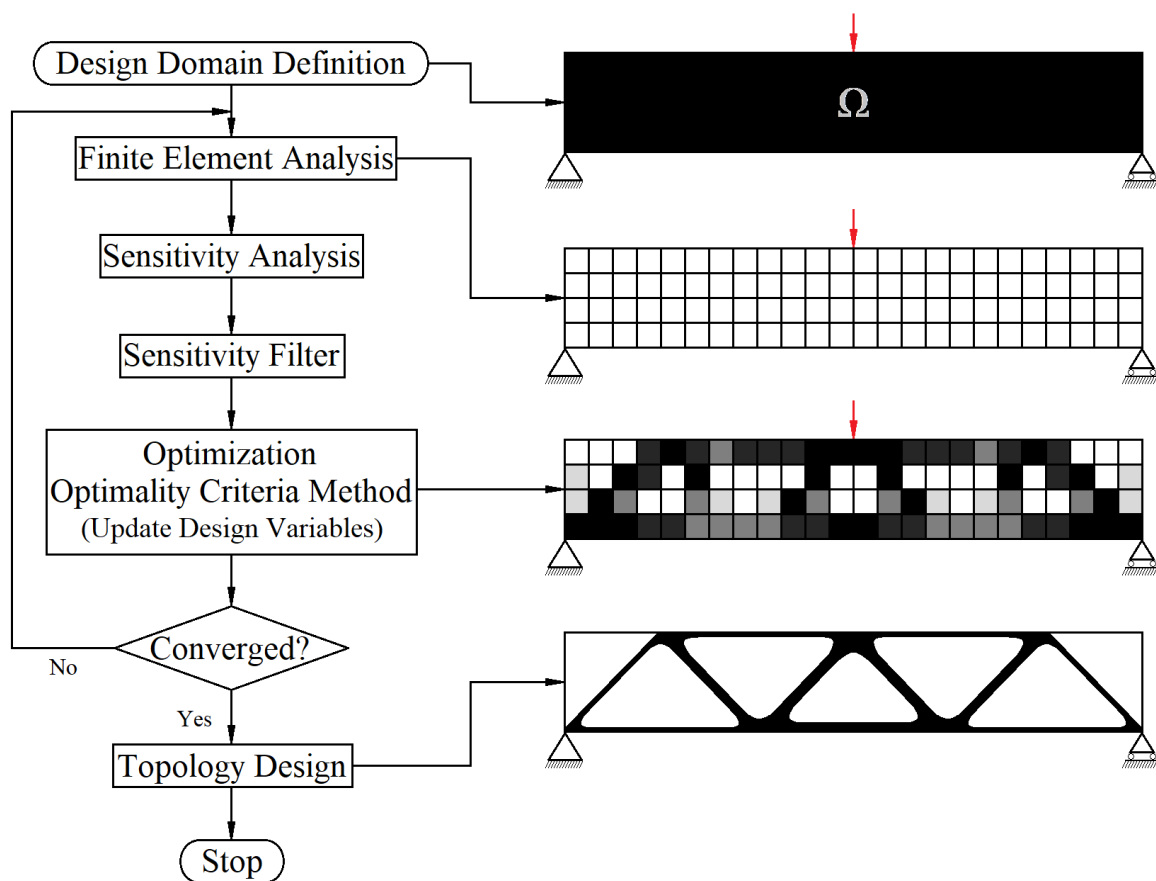
Αφού εφαρμοστεί το προαναφερθέν φίλτρο, ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί τη Μέθοδο Κριτηρίων Βελτιστοποίησης (Optimality Criteria Method – OC) για τον υπολογισμό της νέας τιμής της τεχνητής πυκνότητας ρ_e^{k+1} . Στη συνέχεια, με αυτές αντικαθιστά τις ρ_e^k (ενημέρωση σχεδιαστικής μεταβλητής) επιτυγχάνοντας νέα κατανομή υλικού σε κάθε επανάληψη.

Έλεγχος Ικανοποίησης Περιορισμών

Έπειτα, ο αλγόριθμος ελέγχει αν η παραχθείσα τοπολογία ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς του προβλήματος που έχει ορίσει ο χρήστης.

Σχεδιασμός Τοπολογίας (Topology Design)

Αν οι περιορισμοί ικανοποιούνται, το πρόγραμμα σταματάει την επαναληπτική διαδικασία και σχεδιάζει την τρέχουσα γεωμετρία. Σε αντίθετη περίπτωση, ο κώδικας λαμβάνει ως δεδομένο τις τιμές της ρ_e του κάθε στοιχείου και επαναλαμβάνει τα βήματα 2–7 μέχρις ότου ικανοποιηθούν οι περιορισμοί. Στην παρακάτω εικόνα παρουσιάζονται όλα τα παραπάνω στάδια σε μορφή διαγράμματος ροής.

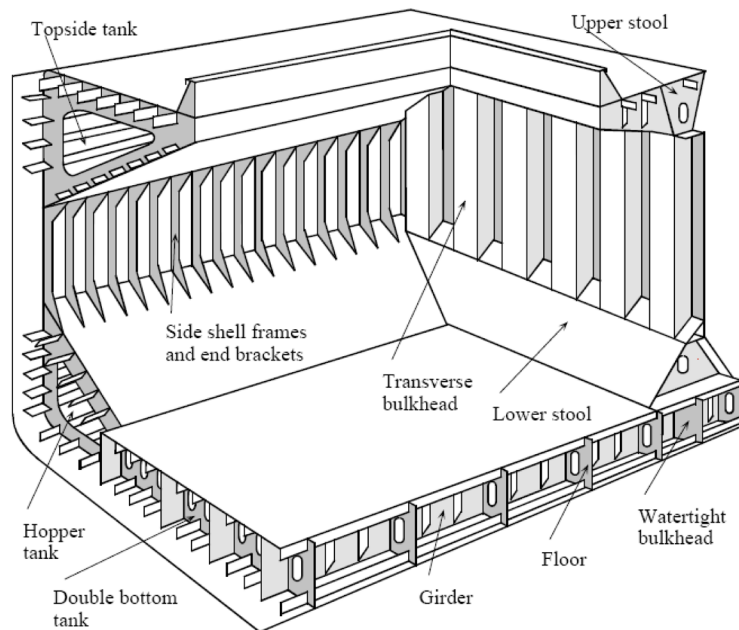


Εικόνα 6.3.1.1: Το διάγραμμα ροής της μεθόδου SIMP για το πρόβλημα ελαχιστοποίησης της ενδοτικότητας (Βασισμένο στο αντίστοιχο διάγραμμα των (Bendsøe & Sigmund, 2004)).

7 Δομικά Στοιχεία ενός Πλοίου Bulk Carrier

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα αναφερθούμε στα δομικά στοιχεία, τα οποία συγκροτούν τη γάστρα ενός πλοίου τύπου bulk carrier. Ο σκοπός μας είναι να παρουσιάσουμε τις αρμοδιότητές τους, αλλά και την ακριβή τους τοποθεσία, μέσω εικόνων.

Σύμφωνα με τον (IACS, 2020), αυτού του είδους πλοία φέρουν ένα κατάστρωμα (single deck), άνω και κάτω πλευρικές δεξαμενές (topside and hopper tanks), νομείς (side shell frames), διπλό πυθμένα (double bottom) και τα ανοίγματα των αμπαριών (hatches), όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 7.1.



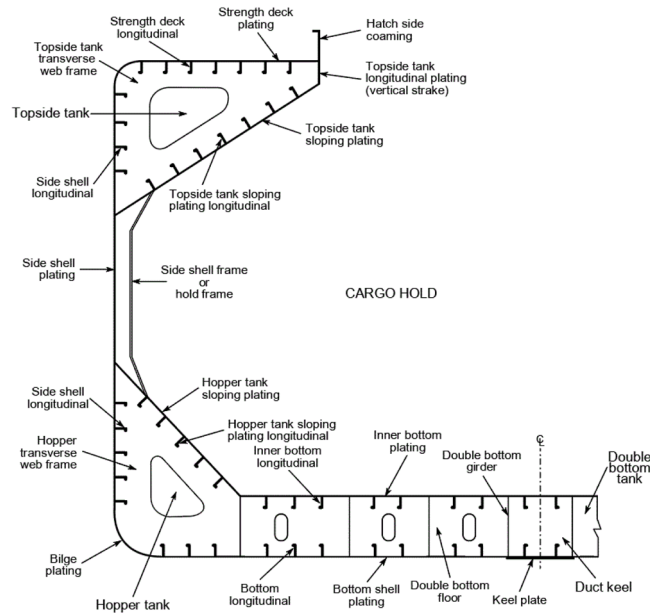
Εικόνα 7.1: Δομική διαμόρφωση αμπαριού bulk carrier με μονό πλευρικό έλασμα (Gibson, 2017).

Σχετικά με τις κατηγορίες των δομικών στοιχείων του πλοίου, αυτά χωρίζονται σε πρωτεύοντα και δευτερεύοντα. Σύμφωνα με τις Εικόνα 7.1 και Εικόνα 7.2, τα πρωτεύοντα είναι τα παρακάτω.

- Έδρες (Floors)
- Σταθμίδες (Girders)
- Κάτω Πλευρικά Τμήματα Εγκαρσίων Ενισχυμένων Νομέων (Hopper Transverse Web Frames)
- Κύριοι Νομείς/Νομείς Χώρου Φορτίου (Side Shell Frames/Hold Frames)
- Άνω Πλευρικά Τμήματα Εγκαρσίων Ενισχυμένων Νομέων (Topside Tank Transverse Web Frames)

Ενώ, σύμφωνα με την Εικόνα 7.2, τα δευτερεύοντα είναι τα ακόλουθα:

- Διαμήκη Ενισχυτικά Πυθμένα (Bottom Longitudinals)
- Διαμήκη Ενισχυτικά Εσωτερικού Πυθμένα (Inner Bottom Longitudinals)
- Διαμήκη Ενισχυτικά Κεκλιμένου Ελάσματος Κάτω Πλευρικής Δεξαμενής (Hopper Tank Sloping Plating Longitudinals)
- Διαμήκη Ενισχυτικά Πλευρικού Τοιχώματος (Side Shell Longitudinals)
- Διαμήκη Ενισχυτικά Κεκλιμένου Ελάσματος Άνω Πλευρικής Δεξαμενής (Topside Tank Sloping Plating Longitudinals)
- Διαμήκη Ενισχυτικά Καταστρώματος Αντοχής (Strength Deck Longitudinals)



Εικόνα 7.2: Εγκάρσια τομή πλοίου τύπου bulk carrier (IACS, 2020).

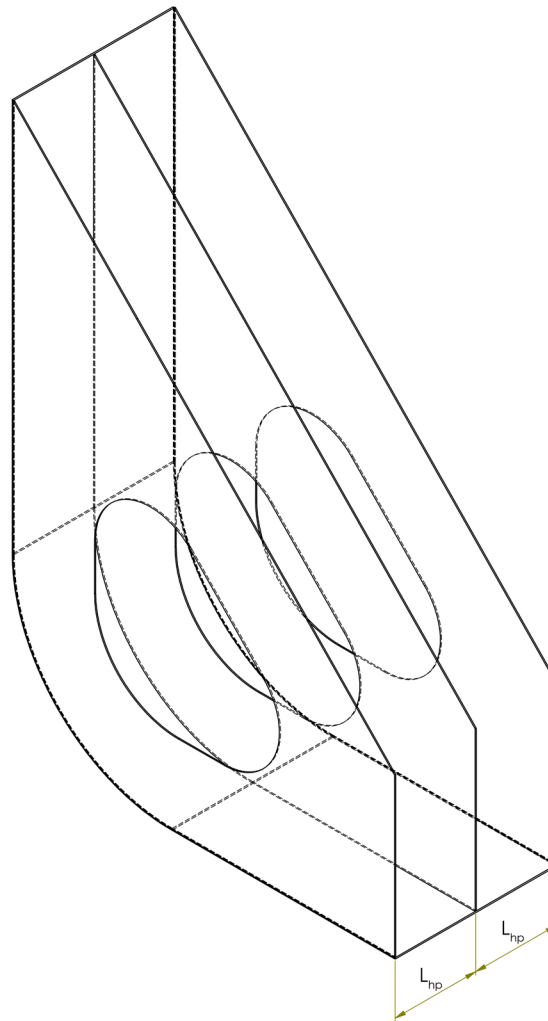
Σε ό,τι αφορά τη λειτουργία των δευτερευόντων, γνωρίζουμε ότι έχουν δύο ιδιότητες. Η πρώτη είναι η στήριξη των ελασμάτων bottom shell, inner bottom, side shell, hopper tank sloping, topside tank sloping, strength deck και transverse bulkheads, επί των οποίων αναπτύσσονται στατικά και δυναμικά φορτία πίεσης που δημιουργούνται από τα εμπορεύματα, από τα καύσιμα, από το έρμα και από το θαλάσσιο περιβάλλον. Ενώ η δεύτερη είναι η μεταφορά αυτών των φορτίων στα πρωτεύοντα δομικά στοιχεία του πλοίου.

8 Αντικείμενο Μελέτης

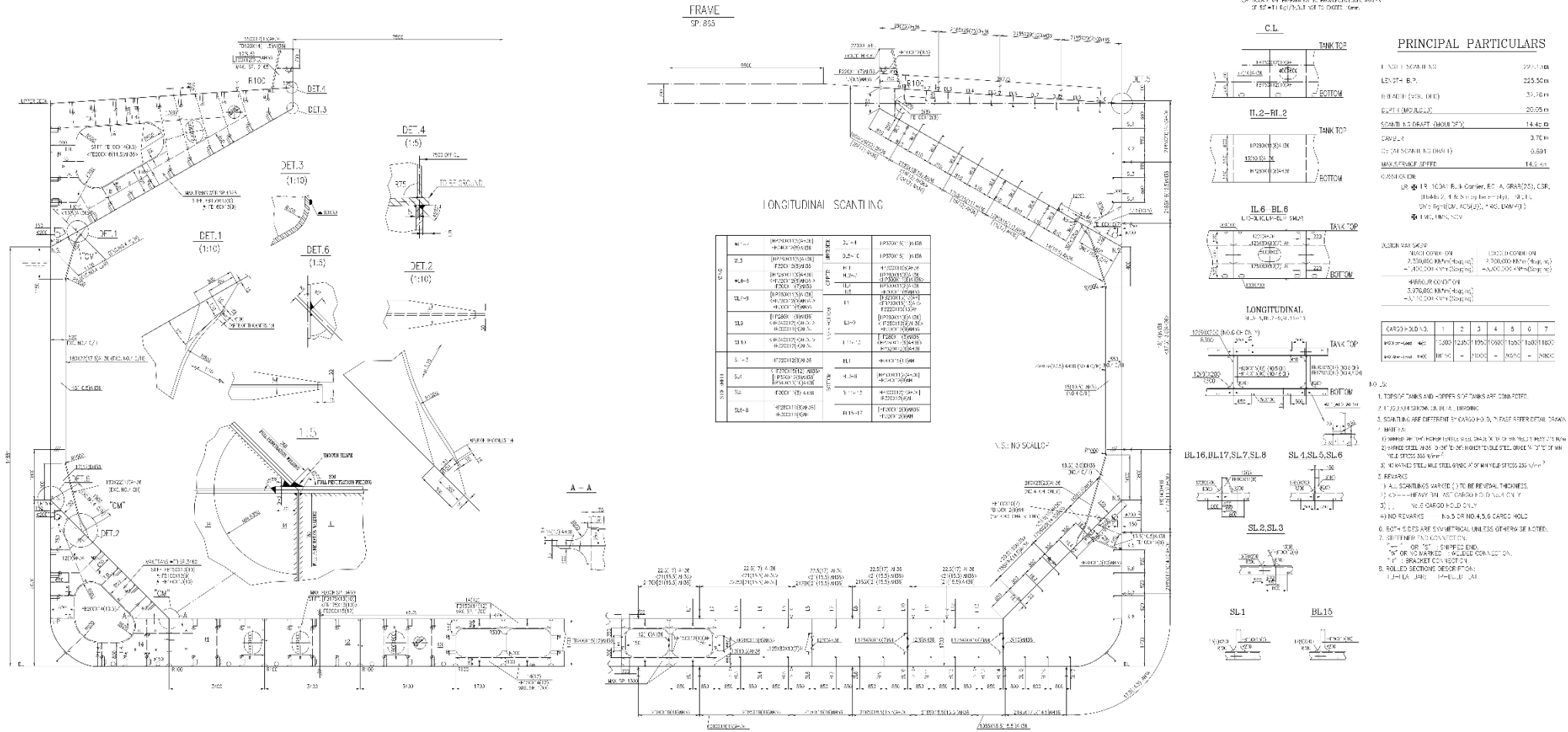
Όπως παρατηρήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, ένα πλοίο αποτελείται από αρκετά δομικά στοιχεία, τα οποία υπόκεινται σε πολλών ειδών καταπονήσεις (π.χ. κάμψη, στρέψη, λυγισμό) κατά τη διάρκεια της ζωής τους. Για να εξασφαλίσουν οι ναυπηγοί ότι ο σχεδιασμός τους είναι ο βέλτιστος δυνατός και ότι ικανοποιεί όλα τα κριτήρια αντοχής που απαιτούν οι κανονισμοί των νηογνωμόνων, θα πρέπει πάντα να διεξάγονται οι αντίστοιχες μελέτες με τη χρήση λογισμικών προγραμμάτων. Στην παρούσα εργασία, θα επικεντρωθούμε στον προσδιορισμό της γεωμετρίας ενός από τα ελάσματα που φέρει το πλοίο, μέσω της εφαρμογής μίας από τις μεθόδους βελτιστοποίησης της τοπολογίας, τη SIMP που αναλύθηκε στο κεφάλαιο 6. Συγκεκριμένα, σε αυτό το κεφάλαιο, θα ορίσουμε τα σημεία στήριξής του ελάσματος, τα είδη των φορτίων που ασκούνται επί αυτού και κατόπιν θα υπολογίσουμε τις τιμές τους.

Το αντικείμενο, για το οποίο γίνεται λόγος είναι το κάτω πλευρικό τμήμα εγκαρσίου ενισχυμένου νομέα (hopper transverse web frame) που φαίνεται στην Εικόνα 8.3 και το οποίο συναντάται στη μέση τομή φορτηγών πλοίων τύπου bulk carrier. Βρίσκεται εσωτερικά της κάτω πλευρικής δεξαμενής (hopper tank), είναι τμήμα του ενισχυμένου εγκαρσίου νομέα (transverse web frame), συνδέεται με την έδρα του διπυθμένου (double bottom floor) και με το άνω πλευρικό τμήμα του εγκαρσίου ενισχυμένου νομέα (topside tank transverse web frame) μέσω του κυρίου νομέα (side shell frame/hold frame). Επιπλέον, αποτελείται από μία εξωτερική και από μία εσωτερική επιφάνεια, όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 8.3. Η πρώτη εφάπτεται με το έλασμα της πλευρικής σταθμίδας (double bottom girder), με το έλασμα του περιβλήματος του πυθμένα (bottom shell plating), με το έλασμα της περιοχής των παρατροπιδίων (bilge plating), με το πλευρικό έλασμα της γάστρας του πλοίου (side shell plating) και παράλληλα, ενώνει αυτά με το κεκλιμένο έλασμα της κάτω πλευρικής δεξαμενής (hopper tank sloping plating), το οποίο, με τη σειρά του, εφάπτεται με την εσωτερική επιφάνεια του hopper transverse web frame. Το δεύτερο, το τρίτο και το τέταρτο έλασμα συγκροτούν ένα ενιαίο τμήμα του περιβλήματος της γάστρας που αναπτύσσεται κατά το διαμήκη άξονά της, έχει συνολικό μήκος ίσο με την απόσταση των νομέων L_{hp} , όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 8.1 και βρίσκεται κάτω από την ίσαλο γραμμή του πλοίου.

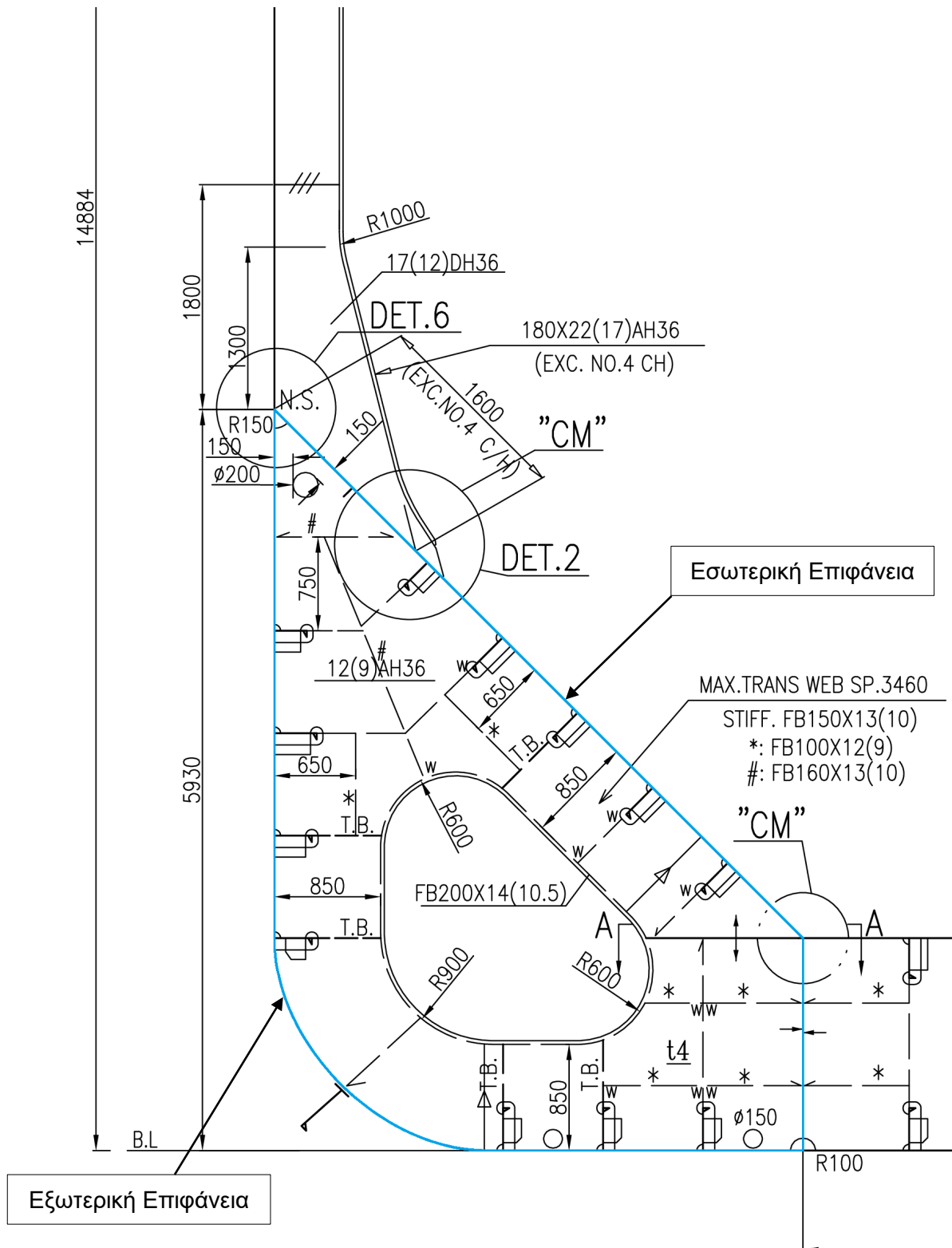
Επιπροσθέτως, η κατασκευή ενδιαφέροντος φέρει ανοίγματα στις δύο κύριες πλευρές της, ώστε να περνούν μέσω αυτών τα διαμήκη ενισχυτικά του πλοίου (longitudinals). Ακόμη, για την περαιτέρω ενίσχυση της αντοχής της έναντι λυγισμού, έχουν τοποθετηθεί ενισχυτικά (stiffeners) σε διάφορες θέσεις κάθετα επί της οπίσθιας κύριας πλευράς της. Τα σημεία εγκατάστασής τους παρουσιάζονται με διακεκομμένες γραμμές στην Εικόνα 8.3.



Εικόνα 8.1: Τμήμα περιβλήματος της γάστρας.



Εικόνα 8.2: Μέση τομή πλοίου τύπου bulk carrier (Θεοδουλίδης, 2017).



Εικόνα 8.3: Hopper Transverse Web Frame.⁴

⁴ Η Εικόνα 8.3 έχει προκύψει μετά από επεξεργασία του σχεδίου που βρίσκεται στην Εικόνα 8.2.

8.1 Στηρίξεις και Φορτίσεις

Πριν τη διεξαγωγή οποιασδήποτε μελέτης, είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τις καταπονήσεις, τις οποίες υφίστανται το υπό εξέταση αντικείμενο, αλλά και τα είδη των φορτίσεων που τις προκαλούν.

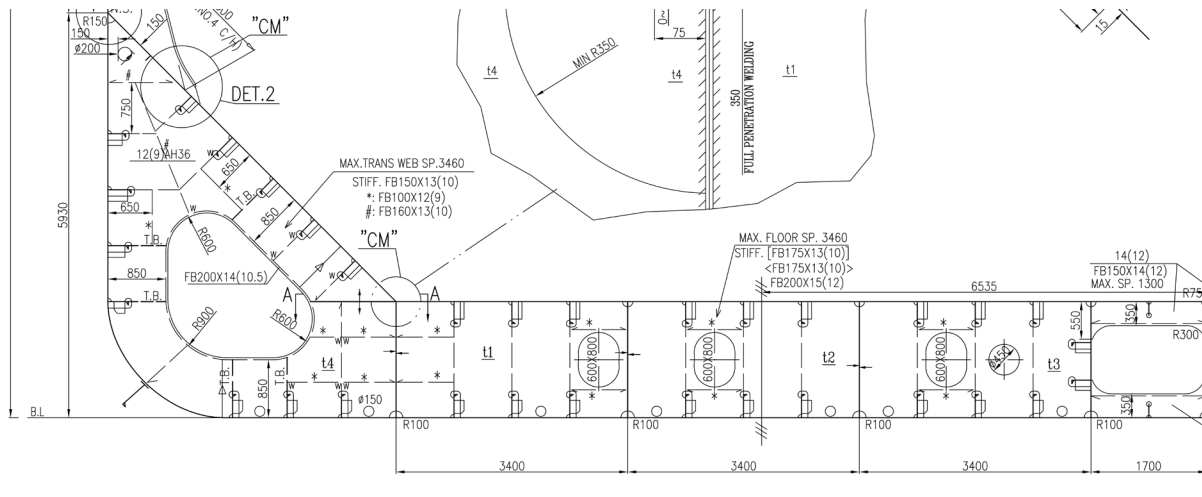
Σε ό,τι αφορά τις στηρίξεις του, τις ορίζουμε σε δύο τοποθεσίες. Η πρώτη βρίσκεται στο σημείο της ένωσης του κεκλιμένου ελάσματος της κάτω πλευρικής δεξαμενής (hopper tank sloping plating) με τον κύριο νομέα (side sell frame/hold frame) και η δεύτερη στο σημείο που βρίσκεται η πλευρική διαδοκίδα (double bottom girder), όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 8.1.2.3.

Σε επίπεδο φορτίσεων, η κατασκευή δέχεται δύο τύπους, οι οποίοι παρουσιάζονται, επίσης, στην Εικόνα 8.1.2.3. Ο πρώτος είναι το φορτίο λόγω του βάρους του εμπορεύματος και ο δεύτερος, λόγω της υδροστατικής πίεσης.

8.1.1 Φορτίο λόγω Βάρους του Εμπορεύματος

Όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 7.1, το βάρος του φορτίου εντός του αμπαριού κατανέμεται στην επιφάνεια του ελάσματος του εσωτερικού πυθμένα (inner bottom plating) και στις επιφάνειες των διαγωνίων ελασμάτων των κάτω πλευρικών δεξαμενών (hopper tank sloping platings). Ωστόσο, επειδή η εσωτερική επιφάνεια του hopper transverse web frame εφάπτεται με το διαγώνιο έλασμα, όπως παρατηρείται στην ίδια εικόνα, ενδιαφερόμαστε για τον προσδιορισμό του φορτίου μόνο σε εκείνη την περιοχή.

Για τον υπολογισμό του, βασιζόμαστε στις πληροφορίες που λαμβάνουμε από την Εικόνα 8.1.1.1 και από την Εικόνα 8.3. Από το σχέδιο της πρώτης, υπολογίζουμε το πλάτος του ελάσματος του εσωτερικού πυθμένα και από το σχέδιο της δεύτερης, υπολογίζουμε το πλάτος του κεκλιμένου ελάσματος της κάτω πλευρικής δεξαμενής.



Εικόνα 8.1.1.1: Οι διαστάσεις του διπυθμένου και των κάτω πλευρικών δεξαμενών (Θεοδουλίδης, 2017).

$$b_{ibp} = [(3 \cdot 3,400) + 1,700] = 11,900 \text{ m} \quad b_{sp} = 3.985,920 \text{ mm} = 3,986 \text{ m} \quad (8.1.1.1)$$

Όπου,

b_{ibp} : το πλάτος του ελάσματος του εσωτερικού πυθμένα [m]

b_{sp} : το πλάτος του κεκλιμένου ελάσματος της κάτω πλευρικής δεξαμενής [m]

Επομένως, το συνολικό πλάτος της επιφανείας, επί της οποίας κατανέμεται το βάρος του εμπορεύματος, δίνεται από την παρακάτω σχέση.

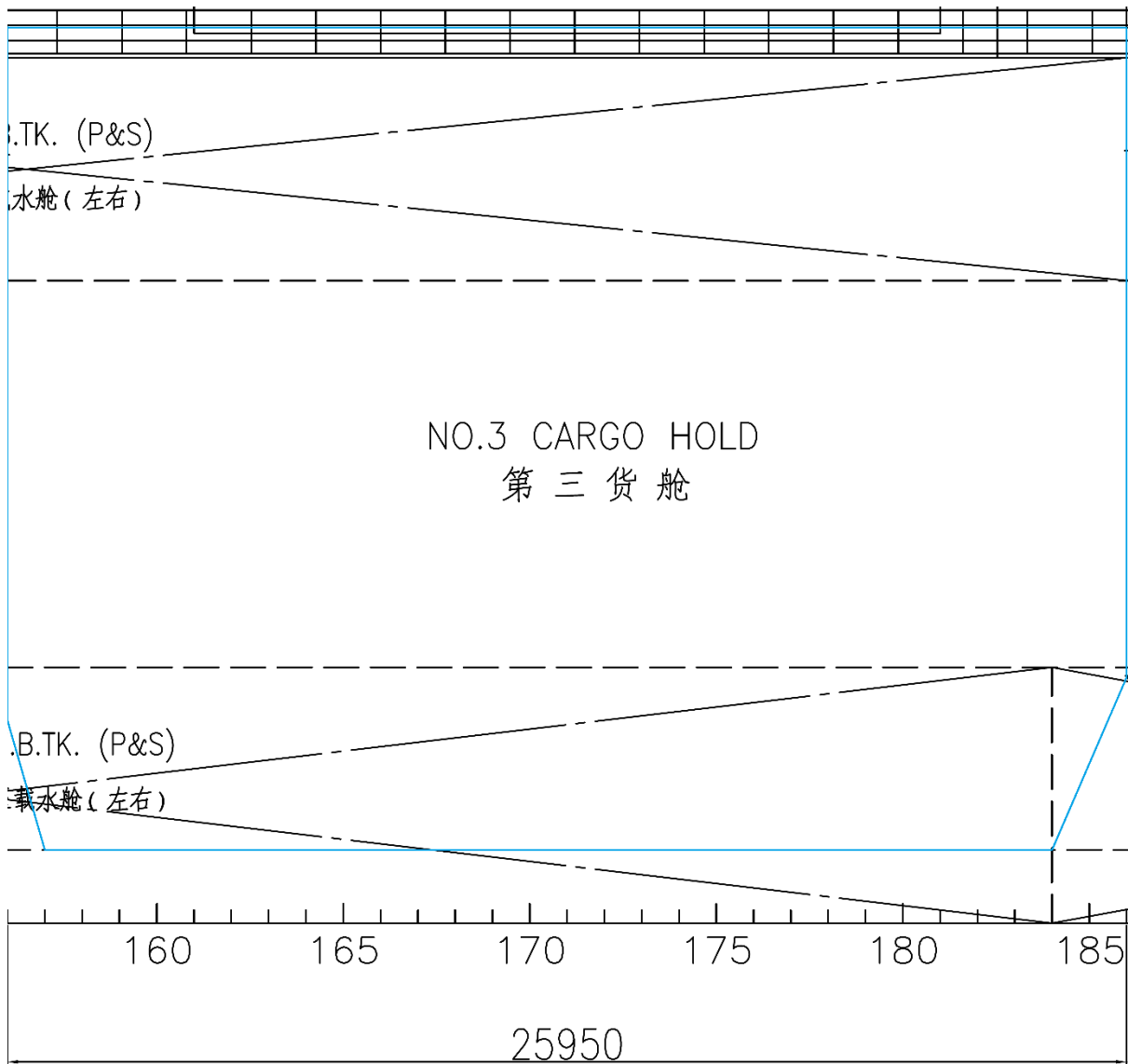
$$b_{\Sigma} = 2(b_{ibp} + b_{sp}) \quad (8.1.1.2)$$

Όπου,

b_{Σ} : το συνολικό πλάτος επιφανείας του κατανεμημένου βάρους του εμπορεύματος [m]

Μετά από την αντικατάσταση των b_{ibp} και b_{sp} στην (8.1.1.2), προκύπτει ότι

$$b_{\Sigma} = 31,772 \text{ m} . \quad (8.1.1.3)$$



Εικόνα 8.1.1.2: Το περίγραμμα του αμπαριού (Θεοδουλίδης, 2017).

Από την Εικόνα 8.1.1.2, γνωρίζουμε ότι το μήκος του αμπαριού είναι

$$L_{ch} = 25.950 \text{ mm} = 25,950 \text{ m} \quad (8.1.1.4)$$

και από την Εικόνα 8.2, λαμβάνουμε τον παρακάτω πίνακα στοιχείων.

CARGO HOLD NO.	1	2	3	4	5	6	7
MAX Hom – Load M_H	10.300	12.350	11.950	10.600	11.550	11.500	11.800
MAX Alter – Load M_{HD}	18.150	–	21.000	–	20.250	–	20.800

Πίνακας 8.1.1.1: Σενάρια φόρτωσης αμπαριών.

Για το αμπάρι Νο. 3, επιλέγουμε το δεύτερο σενάριο φόρτωσης. Συνεπώς,

$$M_{HD} = 21.000 \text{ tn} .$$

Επιπλέον, γνωρίζουμε ότι

$$1 \text{ tn} = 1.000 \text{ kg}$$

επομένως,

$$M_{HD} = 21.000.000 \text{ kg} . \quad (8.1.1.5)$$

Στη συνέχεια, υπολογίζουμε το βάρος που ασκεί το εμπόρευμα στο αμπάρι μέσω της (8.1.1.6).

$$F_c = 9,81M_{HD} \quad (8.1.1.6)$$

$$F_c = 206.010.000 \text{ N} \quad (8.1.1.7)$$

Όπου,

F_c : το βάρος του εμπορεύματος [N]

M_{HD} : η μάζα του εμπορεύματος [kg]

Για τον υπολογισμό του κατανεμημένου φορτίου του βάρους του εμπορεύματος, χρησιμοποιούμε τον τύπο

$$q_c = \frac{F_c}{A_{ch}} . \quad (8.1.1.8)$$

Όπου,

q_c : το κατανεμημένο φορτίο του εμπορεύματος $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

A_{ch} : το εμβαδόν του αμπαριού $[\text{m}^2]$

με

$$A_{ch} = b_{\Sigma} L_{ch} . \quad (8.1.1.9)$$

Με αντικατάσταση της (8.1.1.9) στην (8.1.1.8), προκύπτει ότι

$$q_c = \frac{F_c}{b_{\Sigma} L_{ch}} . \quad (8.1.1.10)$$

Κάνοντας τις πράξεις στην (8.1.1.10) καταλήγουμε στο ότι

$$q_c = 249.865,673 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} . \quad (8.1.1.11)$$

Κατόπιν, υπολογίζουμε τη δύναμη, την οποία θα παραλάβει η εσωτερική επιφάνεια του hopper transverse web frame από το διαγώνιο έλασμα του αμπαριού. Επειδή, το έλασμα που μελετάμε συνδέεται με ένα τμήμα του περιβλήματος της γάστρας μήκους L , από το οποίο δέχεται συγκεντρωμένο υδροστατικό φορτίο, το αντίστοιχο μήκος του κεκλιμένου ελάσματος, πάνω στο οποίο θα κατανεμηθεί η δύναμη από το εμπόρευμα, θα είναι του ίδιου μήκους L . Για τον υπολογισμό της, θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο (8.1.1.12).

$$F_{\text{HTWF}} = q_c A_{\text{HTWF}} \quad (8.1.1.12)$$

Όπου,

F_{HTWF} : η δύναμη που ασκείται στο hopper transverse web frame [N]

A_{HTWF} : το εμβαδόν του κεκλιμένου ελάσματος μήκους L_{sp} [m²]

με

$$A_{\text{HTWF}} = b_{\text{sp}} L_{\text{sp}} \cdot \quad (8.1.1.13)$$

Όπου,

L_{sp} : το μήκος του κεκλιμένου ελάσματος [m]

Από τις (8.1.1.12) και (8.1.1.13), λαμβάνουμε την

$$F_{\text{HTWF}} = q_c b_{\text{sp}} L_{\text{sp}} \quad (8.1.1.14)$$

και με αντικατάσταση των

$$q_c = 249.865,673 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad b_{\text{sp}} = 3,986 \text{ m} \quad L_{\text{sp}} = 0,865 \text{ m}, \quad (8.1.1.15)$$

προκύπτει ότι η δύναμη λόγω της μάζας του εμπορεύματος είναι

$$F_{\text{HTWF}} = 861.509,355 \text{ N}. \quad (8.1.1.16)$$

8.1.2 Φορτίο λόγω Υδροστατικής Πίεσης

Σύμφωνα με την Εικόνα 8.1.2.2, η υδροστατική πίεση ξεκινάει να δημιουργείται από το σημείο της ελεύθερης επιφανείας του νερού, σε ήρεμη κατάσταση θάλασσας, συνεχίζει έως τον πυθμένα του πλοίου και μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά από τη (A.37). Επειδή η περιοχή της γάστρας που εφάπτεται με την εξωτερική επιφάνεια του ελάσματος, αποτελεί μέρος του βυθισμένου τμήματος του περιβλήματος του πλοίου, ασκείται επί αυτής η υδροστατική πίεση.

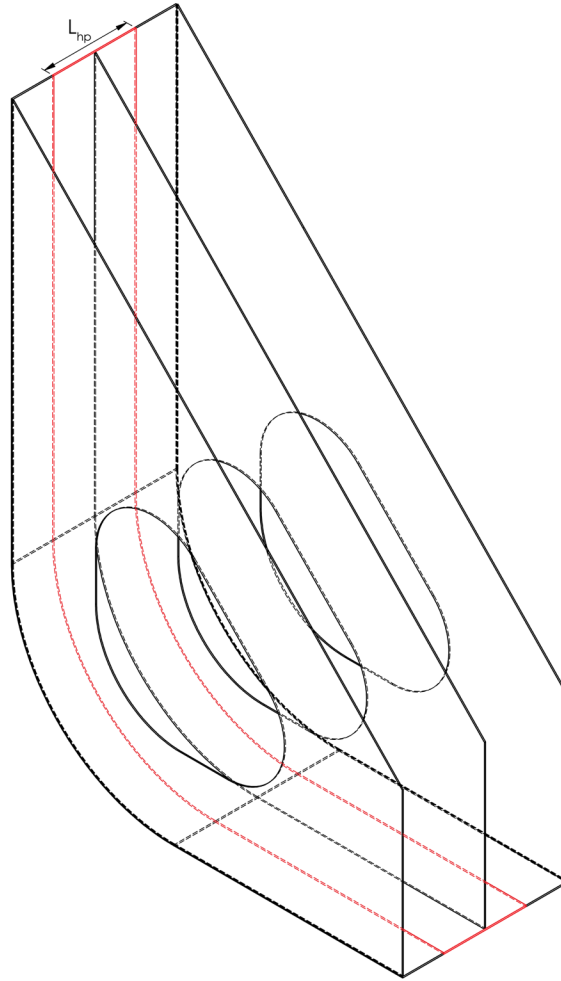
Θεωρώντας ότι

$$p_0 = 0, \quad (8.1.2.1)$$

η εξίσωση (A.37) γίνεται

$$p = \rho gh. \quad (8.1.2.2)$$

Η (8.1.2.2) εκφράζει την κατανομή του υδροστατικού φορτίου επί του περιβλήματος του πλοίου, που σχηματίζεται από το κόκκινο περίγραμμα στην Εικόνα 8.1.2.1, αν αυτό είχε μήκος όσο και το πάχος του ελάσματος που μελετάμε. Ωστόσο, εμείς επιθυμούμε την κατανομή του συνολικού υδροστατικού φορτίου που δρα συγκεντρωμένο στην εξωτερική επιφάνεια του ελάσματος HTWF (Hopper Transverse Web Frame) και το οποίο προκύπτει από το άθροισμα των κατανομών της υδροστατικής πίεσης καθ' όλο το μήκος L_{hp} , όπως μπορούμε να δούμε και στην Εικόνα 8.1.2.1.



Εικόνα 8.1.2.1: Το κόκκινο περίγραμμα περικλείει το έλασμα της γάστρας, το οποίο μεταφέρει συγκεντρωμένο το υδροστατικό φορτίο στο έλασμα HTWF.

Άρα, θα πρέπει να προσθέσουμε όλες τις λωρίδες πλάτους b_p μεταξύ των νομέων.

$$\begin{aligned}
 p_{\text{total}} &= \sum_{i=1}^N p_i \\
 &= p_1 + p_2 + \dots + p_N \\
 &= Np \\
 p_{\text{total}} &= Np \tag{8.1.2.3}
 \end{aligned}$$

με

$$N = \frac{L_{\text{hp}}}{b_p} \tag{8.1.2.4}$$

Όπου,

p_{total} : η κατανομή του συνολικού υδροστατικού φορτίου $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

p_i : η κατανομή της υδροστατικής πίεσης σε κάθε λωρίδα πλάτους b_p $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

N : ο αριθμός των λωριδών πλάτους b_p

L_{hp} : το μήκος του περιβλήματος που εφάπτεται με το ΗΤWF (η απόσταση μεταξύ των νομέων) [m]

b_p : το πάχος του ελάσματος hopper transverse web frame [m]

Αντικαθιστώντας τις (8.1.2.2) και (8.1.2.4) στην (8.1.2.3), προκύπτει η (8.1.2.5).

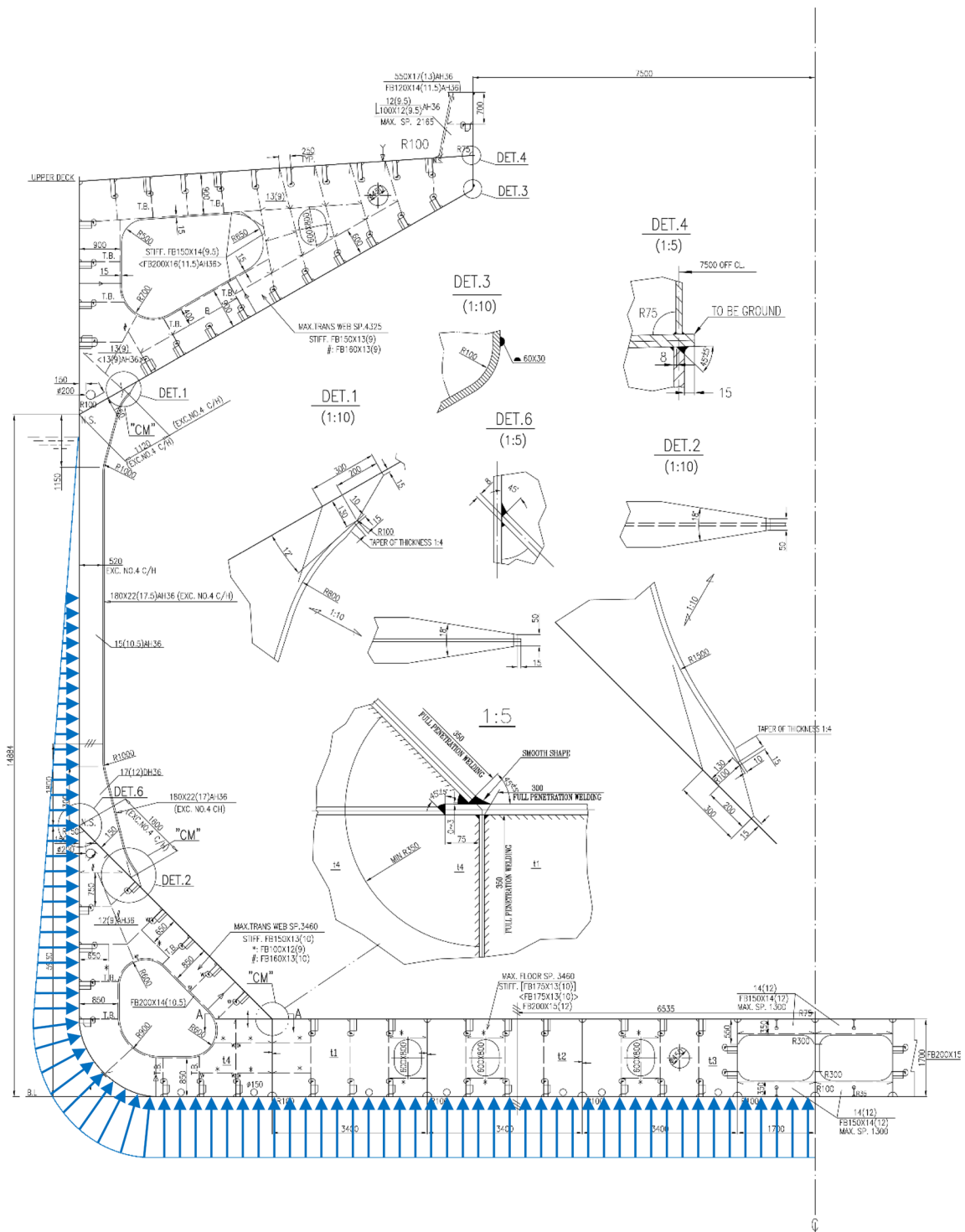
$$p_{\text{total}} = \frac{L_{\text{hp}}}{b_p} \rho g h \quad (8.1.2.5)$$

Από το σχέδιο στην Εικόνα 8.2, γνωρίζουμε ότι

$$L_{\text{hp}} = 0,865 \text{ m} \quad b_p = 0,012 \text{ m} \quad \rho = 1.025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}. \quad (8.1.2.6)$$

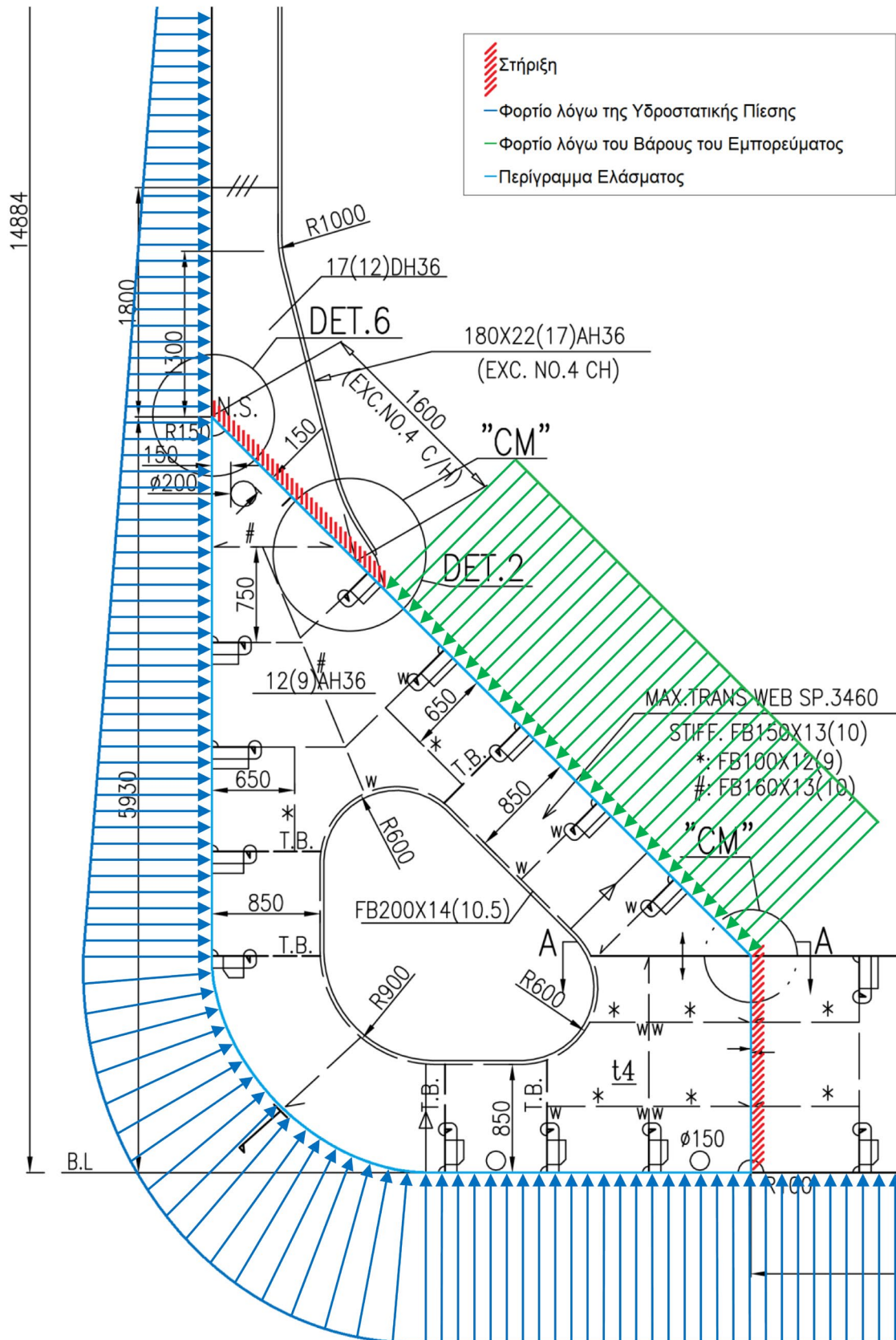
Επομένως, με αντικατάσταση αυτών στην (8.1.2.5), έχουμε ότι

$$p_{\text{total}} = 724.812,586 h. \quad (8.1.2.7)$$



Εικόνα 8.1.2.2: Η κατανομή του υδροστατικού φορτίου.⁵

⁵ Η Εικόνα 8.1.2.2 έχει προκύψει μετά από επεξεργασία του σχεδίου που βρίσκεται στην Εικόνα 8.2.



Εικόνα 8.1.2.3: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του ελάσματος.⁶

⁶ Η Εικόνα 8.1.2.3 έχει προκύψει μετά από επεξεργασία του σχεδίου που βρίσκεται στην Εικόνα 8.2.

9 Βελτιστοποίηση Τοπολογίας με το Λογισμικό SolidWorks®

Σε αυτό το κεφάλαιο, θα αναφέρουμε τις διαδικασίες που πραγματοποιούνται μέσω του λογισμικού πακέτου SolidWorks®, με σκοπό την εξαγωγή της βέλτιστης τοπολογίας των δύο σχεδιαστικών εκδοχών του ελάσματος HTWF. Για την πρώτη (Εικόνα 9.1.1) θα εκτελέσουμε τις παρακάτω δέκα διαδικασίες, το περιεχόμενό των οποίων αναλύεται σε κάθε μία από τις ακόλουθες ενότητες. Από αυτές, οι μελέτες 2, 3, 4, 6, 7, 9 και 10 θα πραγματοποιηθούν για μέγεθος πλέγματος 50 mm, ενώ οι 2 και 4 θα εκπονηθούν για μέγεθος πλέγματος 25 mm. Σε ό,τι αφορά τη δεύτερη (Εικόνα 9.11.1.1) θα περιοριστούμε μόνο στις διαδικασίες 1, 2, 4 και για τα δύο μεγέθη πλέγματος.

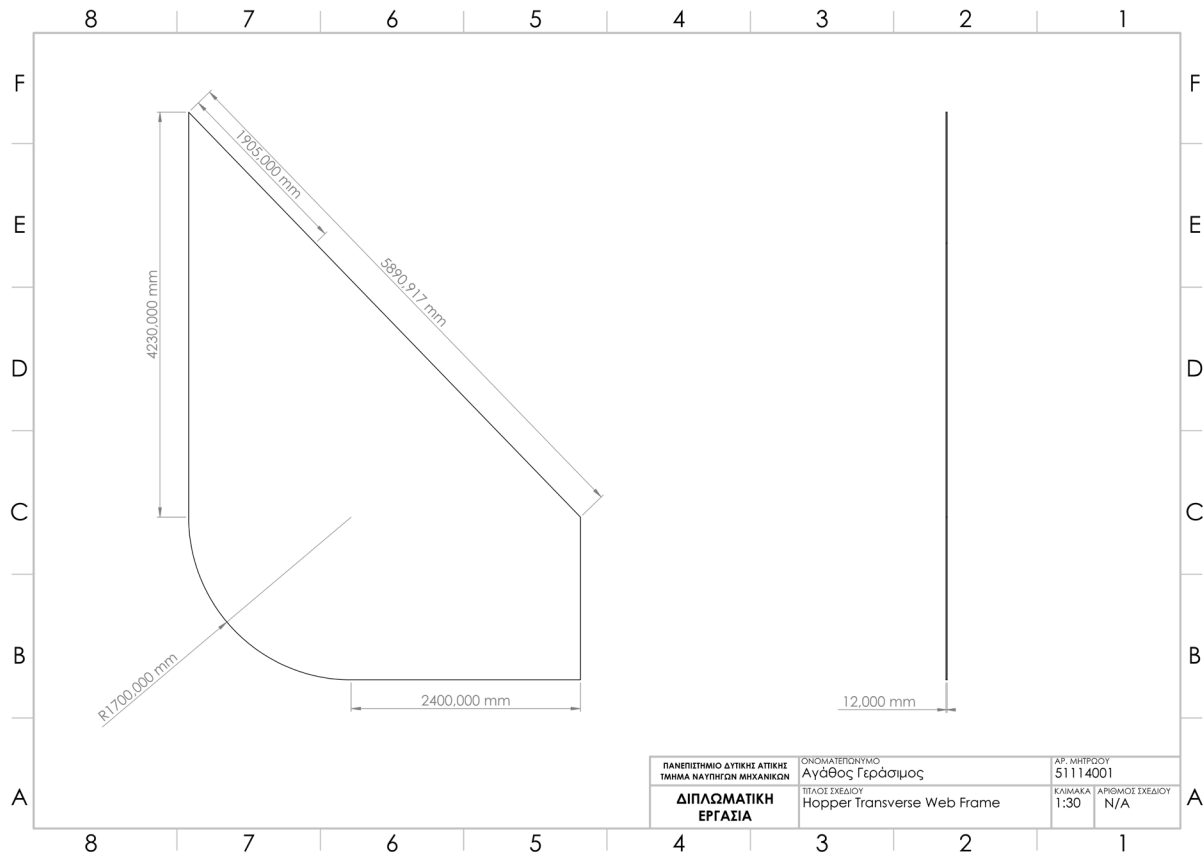
1. Σχεδιασμός του Ελάσματος
2. Στατική Μελέτη του Ελάσματος
3. Μελέτη Λυγισμού του Ελάσματος
4. Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας του Ελάσματος
5. Σχεδιασμός του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος
6. Στατική Μελέτη του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος
7. Μελέτη Λυγισμού του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος
8. Ενίσχυση του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος έναντι Λυγισμού
9. Στατική Μελέτη του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος
10. Μελέτη Λυγισμού του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

9.1 Σχεδιασμός του Ελάσματος

Αρχικά, ακολουθώντας τις διαστάσεις που λαμβάνουμε από την Εικόνα 8.2 και από την Εικόνα 8.3 προκύπτει ο Πίνακας 9.1.1, στον οποίο συγκεντρώνονται όλα τα απαραίτητα στοιχεία για το σχεδιασμό του HTWF. Έπειτα, χρησιμοποιώντας τα εργαλεία του σχεδιαστικού περιβάλλοντος του λογισμικού, δημιουργούμε το τρισδιάστατο μοντέλο και το μηχανολογικό σχέδιο του ελάσματος, όπως περιγράφεται αναλυτικά στην ενότητα Β.1.

Πλευρές	Διαστάσεις [mm]
Κατακόρυφη Πλευρά (Vertical Side)	4.230,000
Πλευρά Παρατροπιδίων (Bilge Side)	1.700,000
Πλευρά Πυθμένα (Bottom Side)	2.400,000
Εσωτερική Πλευρά (Inner Side)	1.700,000
Κεκλιμένη Πλευρά (Sloping Side)	5.890,917
Κεκλιμένη Πλευρά Στήριξης (Fixture Sloping Side)	1.905,000

Πίνακας 9.1.1: Οι διαστάσεις του ελάσματος.



Εικόνα 9.1.1: Το μηχανολογικό σχέδιο του ελάσματος.



Εικόνα 9.1.2: Η τρισδιάστατη όψη του ελάσματος.

Κατόπιν, ανοίγοντας το περιβάλλον SOLIDWORKS Simulation που βλέπουμε στην Εικόνα Β.2.1, ξεκινάμε την εκπόνηση των τριών πρώτων μελετών.

9.2 Στατική Μελέτη του Ελάσματος

Η πρώτη μελέτη που πραγματοποιούμε είναι της στατικής. Μέσω αυτής, ο σκοπός μας είναι να λάβουμε γνώση σχετικά με τη συμπεριφορά του ελάσματος μετά από την επιβολή των φορτίων που υπολογίζονται στις υποενότητες 8.1.1, 8.1.2 και φαίνονται στην Εικόνα 8.1.2.3. Η επιθυμητή πληροφορία είναι η τιμή της μέγιστης αναπτυσσομένης τάσης. Οι λόγοι, για τους οποίους την επιζητούμε είναι, αφενός για να ορίσουμε τον αντίστοιχο περιορισμό που το βελτιστοποιημένο έλασμα θα πρέπει να ικανοποιεί και αφετέρου για τη σύγκριση αυτής με τις ανάλογές της, οι οποίες θα προκύψουν από τις όμοιες μελέτες του σχεδιασμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (ενότητα 9.5) και του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος έναντι λυγισμού (ενότητα 9.8). Η τελευταία ενέργεια θα μας δείξει αν η στατική αντοχή του αντικειμένου έχει βελτιωθεί. Όλη η διαδικασία αυτής της μελέτης περιγράφεται αναλυτικά στην ενότητα Β.2.

9.2.1 Υλικό

Για αρχή, θα πρέπει να ορίσουμε το υλικό, από το οποίο κατασκευάζεται το προς μελέτη αντικείμενο. Στην παρούσα μελέτη, επιλέγουμε το plain carbon steel, του οποίου τα τεχνικά χαρακτηριστικά παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα.

Ιδιότητες	Τιμές	Μονάδες Μέτρησης
Μέτρο Ελαστικότητας	210.000	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
Λόγος Poisson	0,280	N / A
Μέτρο Διάτμησης	79.000	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
Πυκνότητα	7.800	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
Μέγιστη Τάση	399,826	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
Τάση Διαρροής	220,594	$\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
Συντελεστής Θερμικής Διαστολής	$1,3 \cdot 10^{-5}$	$\left[\frac{1}{\text{K}} \right]$
Συντελεστής Θερμικής Αγωγιμότητα	43	$\left[\frac{\text{W}}{\text{m K}} \right]$
Ειδική Θερμότητα	440	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$

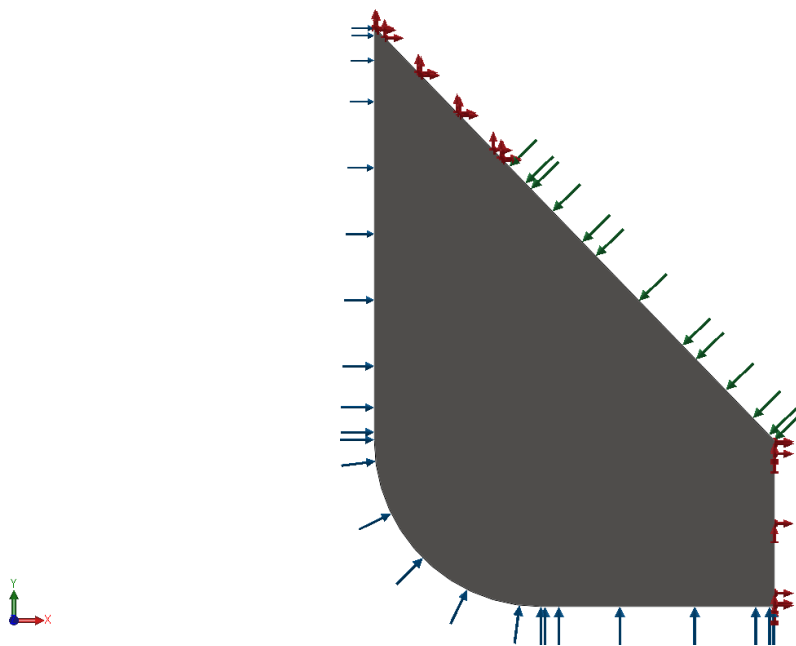
Πίνακας 9.2.1.1: Τεχνικά χαρακτηριστικά plain carbon steel.

9.2.2 Στηρίξεις και Φορτίσεις

Στη συνέχεια, θα πρέπει να ορίσουμε τις επιφάνειες, οι οποίες θα φέρουν τις στηρίξεις και τις επιφάνειες που θα δέχονται τα φορτία, όπως αυτές παρουσιάζονται στην Εικόνα 8.1.2.3. Ο Πίνακας 9.2.2.1 συγκεντρώνει τα ήδη και τις τιμές των φορτίων που μας απασχολούν.

Φορτία	Τιμές	Μονάδες Μέτρησης
Φορτίο λόγω του Βάρους του Εμπορεύματος	861.509,355	[N]
Φορτίο λόγω της Υδροστατικής Πίεσης	724.812,586 <i>h</i>	$\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

Πίνακας 9.2.2.1: Τα είδη και οι τιμές των εφαρμοσμένων φορτίων.

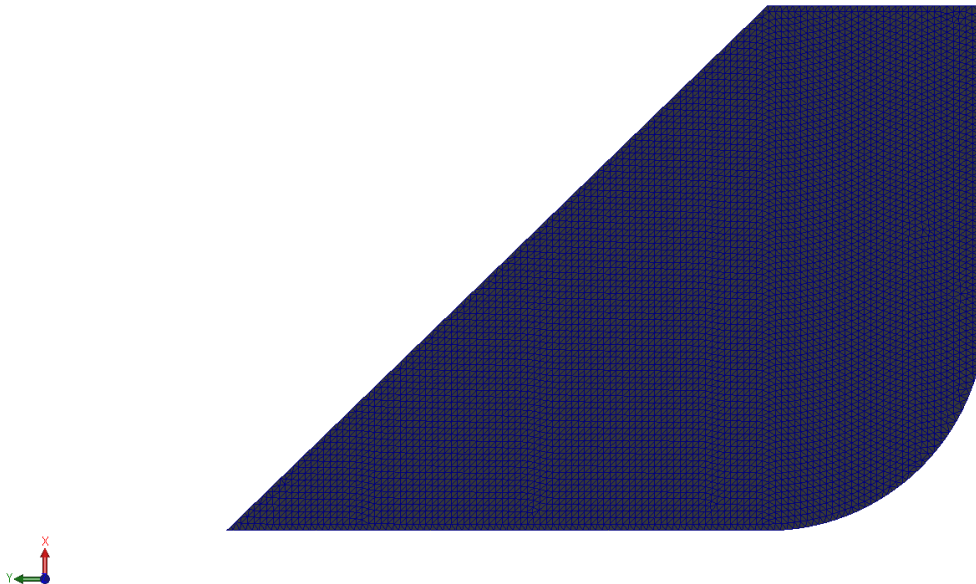


Εικόνα 9.2.2.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του τρισδιάστατου ελάσματος.

9.2.3 Πλέγμα

Ύστερα, για τη διαδικασία της διακριτοποίησης, επιλέγουμε πλέγμα τριγωνικών στοιχείων και ορίζουμε το μέγεθός τους στα 50 mm. Το αποτέλεσμα που παράγεται είναι αυτό που φαίνεται στην Εικόνα 9.2.3.1.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: STATIC(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.2.3.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη του ελάσματος.

Οι τάσεις και οι παραμορφώσεις από τη στατική μελέτη παρουσιάζονται στην ενότητα των αποτελεσμάτων 10.1.

9.3 Μελέτη Λυγισμού του Ελάσματος

Με την εκπόνηση αυτής της μελέτης, ελέγχουμε αν στο έλασμα θα παρουσιαστεί το φαινόμενο του λυγισμού μετά από την επιβολή των φορτίων που χρησιμοποιήθηκαν στη στατική μελέτη. Συγκεκριμένα, για την εξαγωγή του σωστού συμπεράσματος, υπολογίζουμε, μέσω του λογισμικού πακέτου, το συντελεστή ασφαλείας (BFS ή FS – Buckling Factor of Safety ή Factor of Safety) και κατόπιν, εντοπίζουμε σε ποιο από τα διαστήματα της πρώτης στήλης που δείχνει ο Πίνακας 9.3.1 ανήκει. Η διαδικασία της μελέτης του λυγισμού περιγράφεται βήμα – βήμα στην ενότητα Β.3.

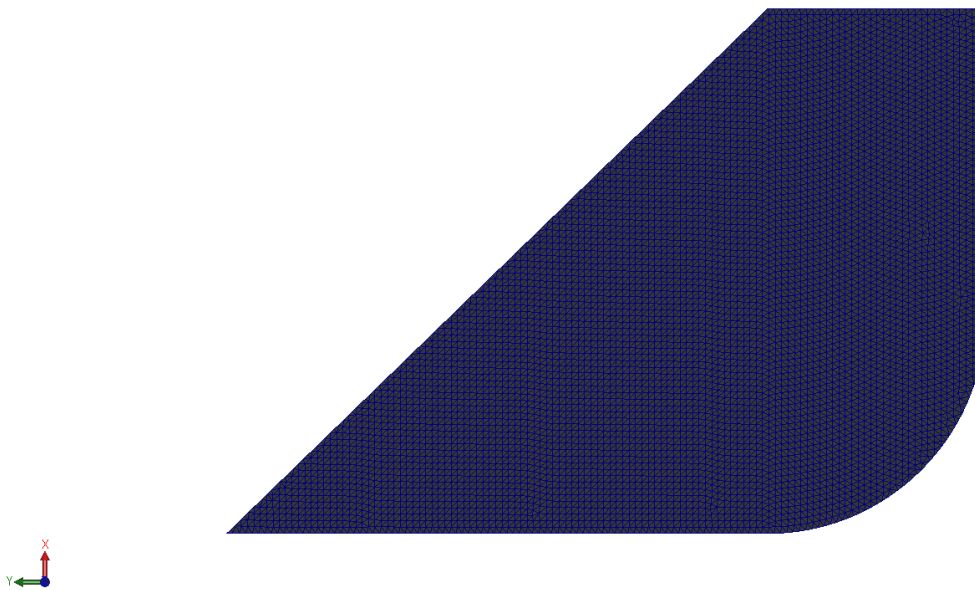
<i>BFS</i>	Κατάσταση Λυγισμού
$1 < BFS$	Δεν προβλέπεται λυγισμός
$0 < BFS < 1$	Προβλέπεται λυγισμός
$BFS = 1$	Προβλέπεται λυγισμός
$BFS = -1$	Δεν προβλέπεται λυγισμός
$-1 < BFS < 0$	Δεν προβλέπεται λυγισμός
$BFS < -1$	Δεν προβλέπεται λυγισμός

Πίνακας 9.3.1: Η ερμηνεία των πιθανών τιμών του συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού (Dassault Systemes, 2022).

Το υλικό, οι στηρίξεις και οι φορτίσεις, τα οποία ορίστηκαν στη στατική μελέτη, εξακολουθούν να ισχύουν και στη μελέτη του λυγισμού.

9.3.1 Πλέγμα

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: BUCKLING(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.3.1.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη λυγισμού του ελάσματος.

Ο συντελεστής ασφαλείας *BFS* και η παραμόρφωση του ελάσματος από τη μελέτη του λυγισμού εμφανίζονται στην ενότητα 10.2.

9.4 Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας του Ελάσματος

Στο κεφάλαιο 6 αναφέραμε ότι, για τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας οποιουδήποτε αντικειμένου, έχουμε δύο ειδών προσεγγίσεις. Η μία έχει ως στόχο την ελαχιστοποίηση της ενδοτικότητας (6.1.5.12) και η άλλη την ελαχιστοποίηση της μάζας (6.2.1). Για τη μελέτη μας, ενώ το λογισμικό SolidWorks® έχει τη δυνατότητα υλοποίησης και των δύο προσεγγίσεων μέσω του επιλυτή SIMULIA® Tosca Structure.topology, εμείς θα χρησιμοποιήσουμε τη δεύτερη.

Η διαδικασία της μελέτης της τοπολογίας περιγράφεται αναλυτικά στην ενότητα Β.4.

Το υλικό, οι στηρίξεις και οι φορτίσεις, τα οποία ορίστηκαν στις μελέτες της στατικής και του λυγισμού, εξακολουθούν να ισχύουν και στη μελέτη της τοπολογίας.

9.4.1 Στόχοι και Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Αντικειμενική Συνάρτηση

Ο στόχος της μελέτης είναι η ελαχιστοποίηση του όγκου (της μάζας) του ελάσματος που μελετάμε. Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση είναι η

$$V(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e. \quad (9.4.1.1)$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Οι περιορισμοί που ορίζουμε είναι δύο ειδών. Ο πρώτος, αφορά την ποσότητα του όγκου (της μάζας) που επιθυμούμε να διαθέτει το τελικό σχέδιο και εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση.

$$\frac{\sum_{e=1}^N \rho_e v_e}{V(\Omega)} \leq f \quad (9.4.1.2)$$

Όπου,

f : το μέγιστο ποσοστό διατήρησης του αρχικού όγκου του αντικειμένου [%]

Σύμφωνα με αυτόν, ο αλγόριθμος προσπαθεί να διατηρήσει τον όγκο της αρχικής κατασκευής έως ένα ποσοστό f . Δηλαδή, το πρόγραμμα αφαιρεί υλικό σε ποσοστό τουλάχιστον $(1-f)$ του όγκου του αρχικού αντικειμένου. Η τιμή του $(1-f)$ καθορίζεται από το μελετητή και εισάγεται στο λογισμικό με τον τρόπο που φαίνεται στην Εικόνα Β.4.10. Είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι, μέσω της μείωσης του όγκου επιτυγχάνεται και η μείωση της μάζας. Από τη στιγμή που η μέθοδος έχει υπολογίσει την τελική ποσότητα όγκου, εφαρμόζοντας τη σχέση

$$m = \rho V \quad (9.4.1.3)$$

υπολογίζει και την τελική ποσότητα της μάζας.

Ο δεύτερος περιορισμός αφορά την τάση von Mises σε κάθε στοιχείο του πλέγματος της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας και εκφράζεται από την ακόλουθη σχέση, σύμφωνα με τους (Bendsøe & Sigmund, 2004).

$$\frac{\sigma_e^{vM}}{\sigma_{yield}} \leq \rho_e^p \quad (9.4.1.4)$$

Ωστόσο, επειδή το λογισμικό ζητάει τον ορισμό της μέγιστης επιτρεπομένης τάσης von Mises που επιθυμούμε να αναπτυχθεί από τη νέα τοπολογία, η προηγούμενη σχέση αντικαθίσταται από την ακόλουθη.

$$\sigma_{vM}^{max} \leq \sigma_{vM}^{per} \quad (9.4.1.5)$$

Όπου,

σ_{vM}^{max} : η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας [MPa]

σ_{vM}^{per} : η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises της βελτιστοποιημένης γεωμετρίας [MPa]

Έχοντας προσδιορίσει το στόχο και τους περιορισμούς του προβλήματος, το επόμενο βήμα είναι να εισάγουμε τις τιμές του $(1-f)$ και της σ_{vM}^{per} . Για την εξαγωγή του βέλτιστου σχήματος με τον ιδανικότερο συνδυασμό μάζας και αντοχής, δοκιμάστηκαν τα πέντε ποσοστά μείωσης μάζας σε αντιστοιχία με τις τέσσερις τιμές της μέγιστης επιτρεπομένης τάσης που περιέχει ο Πίνακας 9.4.1.1. Οι τιμές της σ_{vM}^{per} επιλέγονται με βάση τη μέγιστη τάση von Mises που προκύπτει από τη στατική μελέτη του αρχικού ελάσματος, $\sigma_{vM_i}^{max}$, όπως αυτή παρατηρείται στην Εικόνα 10.1.1. Συγκεκριμένα, επειδή για το αρχικό έλασμα ισχύει ότι $\sigma_{vM_i}^{max} = 127,700$ MPa, φροντίζουμε η $\sigma_{vM}^{per} > \sigma_{vM_i}^{max}$. Παράλληλα, για το λόγο ότι επιθυμούμε $\sigma_{vM}^{per} < \sigma_{yield}$, επιλέγουμε ως ανώτερη τιμή της σ_{vM}^{per} τα 200 MPa. Για τη μελέτη της συμπεριφοράς της μεθόδου SIMP, πέραν της τιμής των 200 MPa, δοκιμάζονται και οι τιμές των 150 MPa, των 100 MPa και των 50 MPa. Όπως αναφέραμε και στην εισαγωγή αυτού του κεφαλαίου, τα τρεξίματα αφορούν τα μεγέθη πλέγματος 50 mm και 25 mm. Σχετικά με τις δοκιμές των 25 mm, επιλέχθηκαν ως μέγιστη επιτρεπόμενη τάση μόνο τα 200 MPa. Ο λόγος είναι ότι, από τη μία επιθυμούμε την εξάντληση σχεδόν όλης της αντοχής του υλικού πριν το σημείο διαρροής του και από την άλλη τη σύγκριση των αποτελεσμάτων ανάμεσα στα 50 mm και στα 25 mm για κοινό σ_{vM}^{per} .

Όπως αναφέραμε και στη θεωρία, για να μπορεί η βελτιστοποιημένη γεωμετρία να είναι αποδεκτή, θα πρέπει να ικανοποιεί τους περιορισμούς (9.4.1.2) και (9.4.1.5).

Πλέγμα 50 mm					
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]	10	20	30	40	50
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	200	200	200	200	200
	150	150	150	150	150
	100	100	100	100	100
	50	50	50	50	50

Πίνακας 9.4.1.1: Πίνακας είκοσι δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 50 mm.

Πλέγμα 25 mm					
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]	10	20	30	40	50
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	200	200	200	200	200

Πίνακας 9.4.1.2: Πίνακας πέντε δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 25 mm .

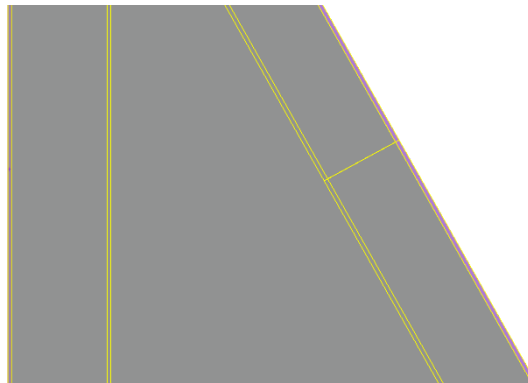
9.4.2 Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

Στη συνέχεια, προτού προχωρήσουμε στη δημιουργία του πλέγματος, θα πρέπει να ορίσουμε τις κατάλληλες κατασκευαστικές περιοριστικές συνθήκες. Το συγκεκριμένο βήμα δεν είναι πάντα αναγκαίο. Ωστόσο, αυτή η δυνατότητα παρέχεται στους χρήστες του λογισμικού στην περίπτωση όπου το εξάρτημα, το οποίο χρήζει βελτιστοποίησης θα πρέπει, τελικώς, να έχει τέτοια γεωμετρία που να μπορεί να παραχθεί από συγκεκριμένα μέσα (εργαλειομηχανές).

Σύμφωνα με την (Dassault Systemes, 2021) και με την Εικόνα B.4.11, το πρόγραμμα, παρέχει τα παρακάτω τέσσερα είδη κατασκευαστικών περιορισμών προς επιλογή.

Add Preserved Region

Δίνει τη δυνατότητα της επιλογής των περιοχών του αντικειμένου, τις οποίες ο μελετητής δεν επιθυμεί να συμπεριλάβει στη μελέτη της τοπολογίας.



Εικόνα 9.4.2.1: Επιλεγμένες περιοχές προς εξαίρεση από τη μελέτη της τοπολογίας.

Specify Thickness Control

Μετά τη λήξη της μελέτης της τοπολογικής βελτιστοποίησης, ορισμένα αποτελέσματα εμφανίζουν σε κάποια σημεία της κατασκευής δικτυωτές μικροδομές, οι οποίες είναι είτε αδύνατον είτε δύσκολο να κατασκευαστούν από τις σύγχρονες εργαλειομηχανές. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, το λογισμικό επιτρέπει στο σχεδιαστή τη δήλωση του ελαχίστου πάχους που θα πρέπει να έχουν εκείνες οι περιοχές στο τελικό αποτέλεσμα.



Εικόνα 9.4.2.2: Βελτιστοποιημένη τοπολογία εξαρτήματος με (Αριστερά) και χωρίς (Δεξιά) προσδιορισμό ελαχίστου πάχους (FE-DESIGN GmbH, 2014).

Specify De-mold Direction

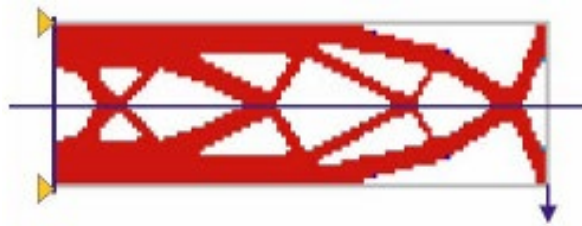
Μέσω αυτής της επιλογής, όταν ο αλγόριθμος αφαιρεί όλο το υλικό από κάποιο στοιχείο του υπολογιστικού πλέγματος που μελετάει, αφαιρεί και όλα τα στοιχεία που βρίσκονται εμπρός και πίσω από αυτό. Έτσι, εξασφαλίζεται ότι το παραχθέν αντικείμενο θα μπορεί να κατασκευαστεί μέσω της διαδικασίας της χύτευσης.



Εικόνα 9.4.2.3: Αποτέλεσμα τοπολογικής βελτιστοποίησης με γνώμονα την κατασκευή αντικειμένου μέσω χύτευσης (Dassault Systemes, 2021).

Specify Symmetry Plane(s)

Αυτός ο περιορισμός αναγκάζει το αποτέλεσμα της μελέτης να είναι συμμετρικό ως προς ένα ή περισσότερα επίπεδα.



Εικόνα 9.4.2.4: Επίπεδο συμμετρίας (Dassault Systemes, 2021).

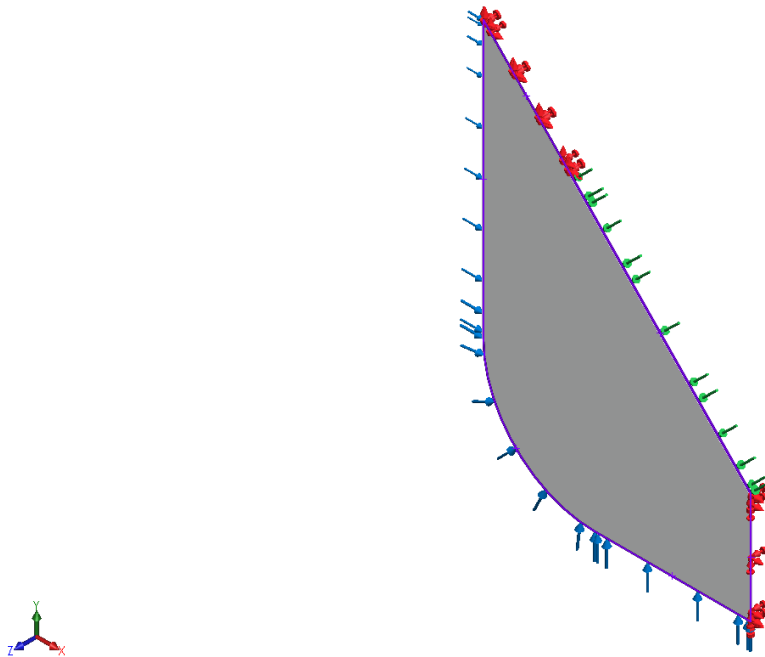
Για να μπορέσουμε να αποφανθούμε σχετικά με το ποιοι από τους παραπάνω περιορισμούς είναι απαραίτητοι, θα πρέπει να σκεφτούμε τα εξής:

1. Αν πρέπει να διακριθούν ορισμένες περιοχές, από τις οποίες δεν επιθυμούμε την αφαίρεση υλικού.
2. Αν υπάρχουν σημεία της κατασκευής, το πάχος των οποίων θα πρέπει να είναι συγκεκριμένο.
3. Τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η κατασκευή του προς μελέτη αντικειμένου.

9.4.2.1 Κριτήρια Επιλογής Κατασκευαστικών Περιορισμών

Διατήρηση Υλικού επί της Επιφανείας του Περιγράμματος

Στην περίπτωση που μελετάμε, η επιφάνεια του περιγράμματος του HTWF (Εικόνα 8.3), αφενός εφάπτεται με τα ελάσματα που αναφέρονται στην εισαγωγή του κεφαλαίου 9 και αφετέρου φέρει τις στηρίξεις και τις φορτίσεις που παρατηρούμε στην Εικόνα 8.1.2.3. Γι' αυτούς τους λόγους, επιθυμούμε να μη γίνει αφαίρεση του υλικού από αυτές τις περιοχές. Στην Εικόνα 9.4.2.1.1, με μωβ χρώμα συμβολίζεται η προαναφερθείσα επιφάνεια.



Εικόνα 9.4.2.1.1: Η επιφάνεια του περιγράμματος του ελάσματος.

Διατήρηση Υλικού στην Περιοχή των Ανοιγμάτων

Πέραν της διατήρησης της μάζας στα προαναφερθέντα τμήματα, επιθυμούμε τη μη απόσπαση υλικού στο χώρο όπου βρίσκονται τα ανοίγματα, από τα οποία περνούν τα διαμήκη ενισχυτικά του πλοίου. Σε αυτήν την περίπτωση, θα πρέπει να υπολογίσουμε και να ορίσουμε το βάθος της περιοχής των οπών, σύμφωνα με τα γεωμετρικά τους χαρακτηριστικά. Από το σχέδιο του HTWF που φαίνεται στην Εικόνα 8.3, με μπλε περίγραμμα, γνωρίζουμε ότι όλα τα διαμήκη ενισχυτικά περνούν μέσα από ανοίγματα, τα οποία φέρουν μία από τις δύο κατηγορίες collar plate (Εικόνα 9.4.2.1.2). Τα collar plates είναι τμήματα ελάσματος, τα οποία τοποθετούνται στα σημεία που εμφανίζονται μεγάλες τάσεις και κατηγοριοποιούνται σε υδατοστεγή και μη υδατοστεγή. Στην Εικόνα 9.4.2.1.2 και τα δύο collar plates είναι μη υδατοστεγή.

Επιπλέον, από το δεξί μέρος του σχεδίου στην Εικόνα 8.2 λαμβάνουμε γνώση σχετικά με τα ονόματα των ενισχυτικών που μας απασχολούν και από τον κεντρικό πίνακα του ίδιου σχεδίου μαθαίνουμε τις διαστάσεις τους. Ο ακόλουθος πίνακας περιέχει τα διαγώνια διαμήκη ενισχυτικά, τα πλευρικά και τα διαμήκη ενισχυτικά του πυθμένα. Από αυτά, εκείνα που περνούν από τις οπές του προς μελέτη ελάσματος, επισημαίνονται με υπογράμμιση γκρι χρώματος.

HOPPER	HL1	HP 300 X11(8) AH 36
	HL 2 ~ 3	HP 280 X11(8) AH 36 〈HP 300 X11(8) AH 36〉
	HL 4	HP 300 X11(8) AH 36
	HL 5	HP 300 X11(8) AH 36
SIDE	SL1 ~ 3	HP 320 X12(8) AH 36
	SL 4	〈HP 370 X15(12) AH 36〉 [HP 320 X12(9) AH 36] HP 340 X13(10) AH 36
	SL5	HP 300 X11(8) AH 36
	SL 6 ~ 8	[HP 280 X11(8) AH 36] HP 300 X11(8) AH
	BL1	FB 200 X15(13) AH
BOTTOM	BL 3 ~ 9	[HP 300 X11(8) AH 36] HP 320 X12(9) AH
	BL11 ~ 13	[HP 300 X12(9) AH 36] HP 320 X12(9) AH
	BL15 ~ 17	[HP 300 X12(9) AH 36] HP 320 X12(9) AH

Πίνακας 9.4.2.1.1: Οι διαστάσεις των διαμηκών ενισχυτικών (Θεοδοουλίδης, 2017).

Επιπροσθέτως, ο Πίνακας 9.4.2.1.2 του εγχειριδίου με τις κατασκευαστικές λεπτομέρειες της γάστρας του πλοίου, περιέχει τις διαστάσεις των ανοιγμάτων της παρακάτω εικόνας.

h	R	r	a	e
$h \leq 150$	KS10	25	35	0
$150 < h < 200$	35	25	35	35
$200 \leq h < 250$	35	25	55	35
$250 \leq h < 300$	50	35	60	50
$h \geq 300$	50	35	70	50

Πίνακας 9.4.2.1.2: Οι διαστάσεις των γεωμετρικών χαρακτηριστικών των ανοιγμάτων (Θεοδουλίδης, 2017).

Συνεπώς, έχοντας συλλέξει τις απαραίτητες πληροφορίες από τους προηγούμενους δύο πίνακες, μπορούμε να συνεχίσουμε με τον υπολογισμό του βάθους της περιοχής. Επειδή, για ορισμένα από τα ενισχυτικά που μας ενδιαφέρουν, έχουμε δύο επιλογές ως προς τις διαστάσεις τους, εμείς επιλέγουμε τις εκδοχές, οι οποίες είναι κατασκευασμένες από χάλυβα υψηλής αντοχής AH 36. Έτσι, το ύψος h αυτών θα λαμβάνει τις τιμές που ανήκουν στο διάστημα $[200, 300]$. Για να μπορέσουμε να υπολογίσουμε το ύψος του ανοίγματος H , θα πρέπει να επιλέξουμε μία τιμή για την άνω ακτίνα r . Από το προαναφερθέν διάστημα του h , για να μπορέσουμε να καλύψουμε όλο το εύρος των τιμών, επιλέγουμε τη μέγιστη τιμή. Άρα,

$$h_{\max} = 300 \text{ mm} . \quad (9.4.2.1.1)$$

Στη συνέχεια, θέτουμε ως τιμή της r εκείνη που αντιστοιχεί στο h_{\max} , όπως ορίζει ο Πίνακας 9.4.2.1.2. Επομένως,

$$r = 35 \text{ mm} \quad (9.4.2.1.2)$$

και

$$H = h_{\max} + r . \quad (9.4.2.1.3)$$

Οπου,

H : το ύψος του ανοίγματος του διαμήκους ενισχυτικού επί του ελάσματος [mm]

h_{\max} : το μέγιστο ύψος του διαμήκους ενισχυτικού [mm]

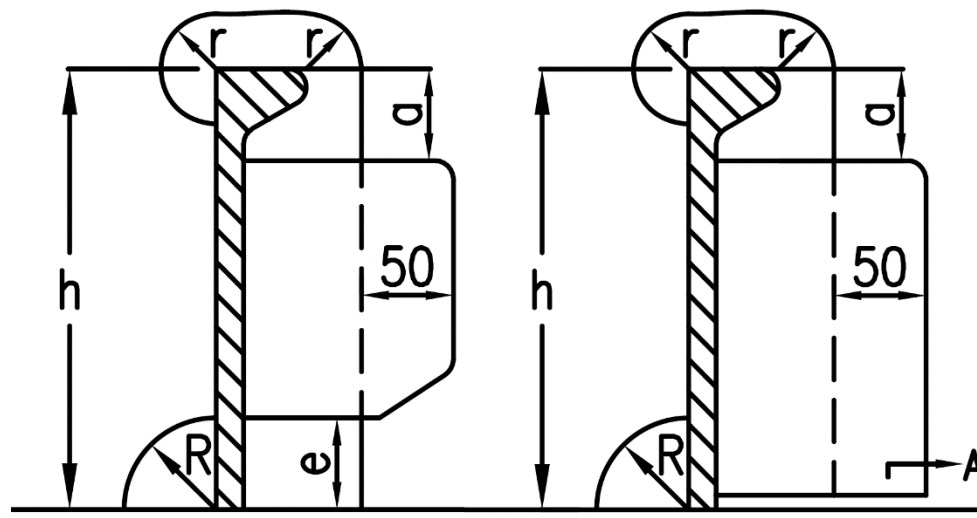
r : η άνω ακτίνα του ανοίγματος του ενισχυτικού επί του ελάσματος [mm]

Με αντικατάσταση των h_{\max} και r στην (9.4.2.1.3), προκύπτει ότι

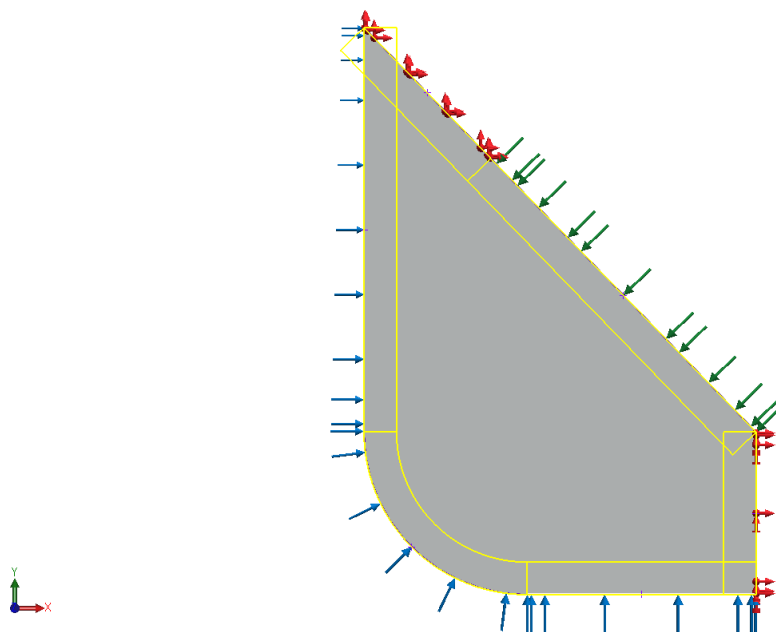
$$H = 335 \text{ mm} . \quad (9.4.2.1.4)$$

Για λόγους πιθανής, μελλοντικής ενίσχυσης αφήνουμε ένα περιθώριο 5 mm . Ως εκ τούτου, η τιμή του βάθους της περιοχής των διαμηκών ενισχυτικών H' θα είναι

$$H' = 340 \text{ mm} . \quad (9.4.2.1.5)$$



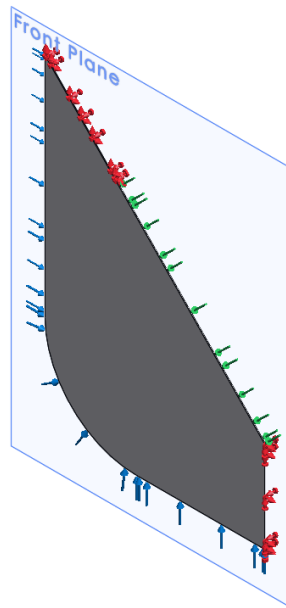
Εικόνα 9.4.2.1.2: Ανοίγματα διαμηκών ενισχυτικών με διαφορετικά collar plates (Θεοδουλίδης, 2017).



Εικόνα 9.4.2.1.3: Η περιοχή των ανοιγμάτων των διαμηκών ενισχυτικών του ελάσματος (κίτρινο χρώμα).

Συμμετρία

Τέλος, θα πρέπει να αναλογιστούμε τις μεθόδους κοπής και μορφοποίησης ελασμάτων που παρέχει η ναυπηγική βιομηχανία και με βάση αυτές, να ορίσουμε τους όποιους κατασκευαστικούς περιορισμούς πριν την έναρξη της βελτιστοποίησης της τοπολογίας. Στη δική μας περίπτωση, λαμβάνοντας υπόψη ότι, αφενός τα περισσότερα ναυπηγεία δε χρησιμοποιούν τρισδιάστατους εκτυπωτές μετάλλου και αφετέρου ότι δεν επιθυμούμε την αύξηση της κατασκευαστικής προσπάθειας, ορίζουμε τον εξής περιορισμό. Απαιτούμε από το λογισμικό να μας εξάγει ένα συμμετρικό αποτέλεσμα περί του επιπέδου, το οποίο σχηματίζεται από τους άξονες x και y , όπως φαίνεται στην Εικόνα 9.4.2.1.4.



Εικόνα 9.4.2.1.4: Επίπεδο συμμετρίας του ελάσματος.

Συνεπώς, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω κριτήρια, επιλέγουμε τους εξής δύο από τους τέσσερις κατασκευαστικούς περιορισμούς, Add Preserved Region και Specify Symmetry Plane(s).

Τέλος, σύμφωνα με τους στόχους και τους περιορισμούς που αναφέρθηκαν παραπάνω, η μορφή του προβλήματος (6.2.1) που θα έλυνε το λογισμικό, μετατρέπεται στην (9.4.2.1.6).

$$\min_{\rho} V(\rho) = \sum_{e=1}^N \rho_e v_e$$

subject to :

$$\mathbf{Ku} = \mathbf{F}$$

$$g(\rho_e) = \frac{\sum_{e=1}^N \rho_e v_e}{V} - f \leq 0, \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e = 1, 2, \dots, N \quad (9.4.2.1.6)$$

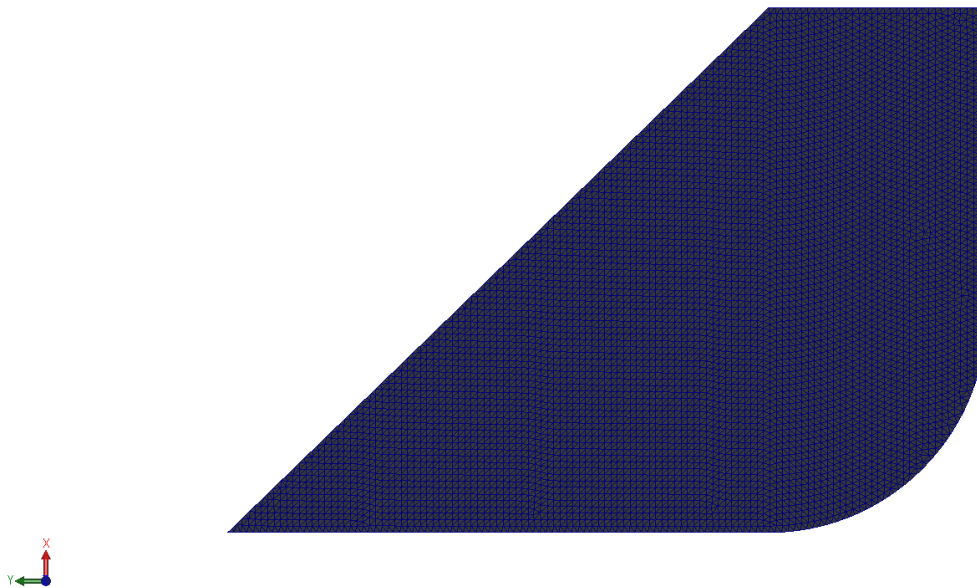
$$h(\rho_e) = \frac{\sigma_{vM}^{\max}}{\sigma_{vM}^{\text{per}}} - 1 \leq 0$$

Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

9.4.3 Πλέγμα

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



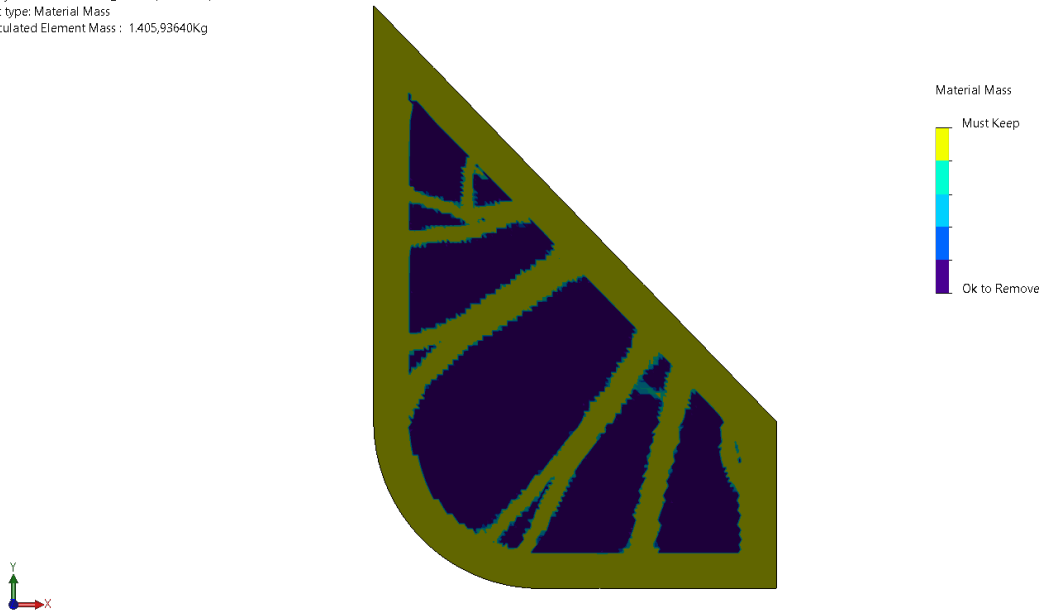
Εικόνα 9.4.3.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη τοπολογίας του ελάσματος.

Η κατανομή του υλικού στα στοιχεία του υπολογιστικού πλέγματος και η τιμή-στόχος της, παρουσιάζονται στην ενότητα των αποτελεσμάτων 10.3.

9.4.4 Μορφές Αποτελεσμάτων

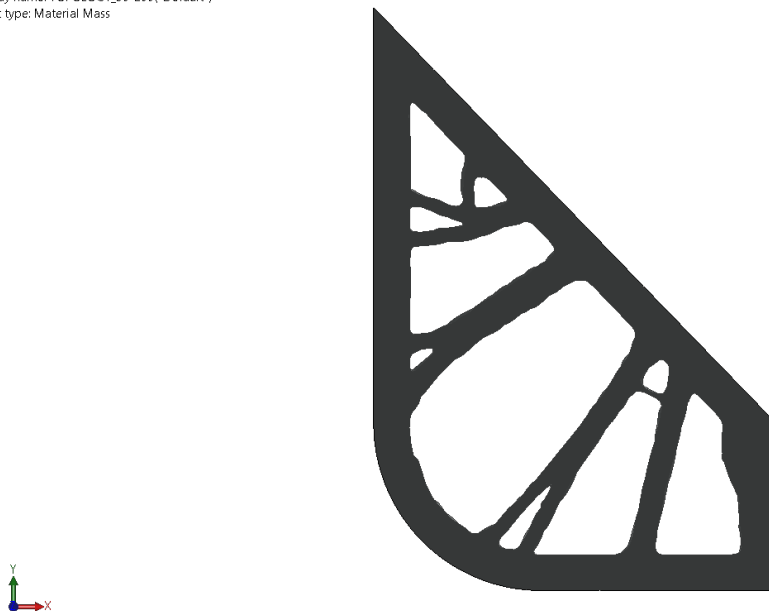
Σχετικά με τα αποτελέσματα, η διαδικασία μας παράγει δύο είδη. Το πρώτο μας δείχνει την κατανομή του υλικού του ελάσματος, όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 9.4.4.1 και το δεύτερο αποτελεί ένα εξομαλυμένο πλέγμα, το οποίο βλέπουμε στην Εικόνα 9.4.4.2.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
Plot type: Material Mass
Calculated Element Mass: 1.405,93640Kg



Εικόνα 9.4.4.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
Plot type: Material Mass



Εικόνα 9.4.4.2: Το εξομαλυμένο πλέγμα.

Σχήμα Κατανομής του Υλικού του Ελάσματος

Το σχήμα που παρατηρούμε στην Εικόνα 9.4.4.1, παρουσιάζει την κατανομή του υλικού που έχει πραγματοποιήσει ο κώδικας της μεθόδου βελτιστοποίησης της τοπολογίας SIMP. Συγκεκριμένα, σύμφωνα με τη θεωρία, την οποία αναλύσαμε στο κεφάλαιο 6, ο αλγόριθμος κατανέμει τις τιμές της τεχνητής πυκνότητας ρ_e και κατ' επέκταση τη μάζα του υλικού σε κάθε κελί του πλέγματος, δημιουργώντας κατ' αυτόν τον τρόπο το τελικό σχέδιο. Επιπλέον, γνωρίζουμε ότι αυτές οι τιμές, κυμαίνονται εντός του διαστήματος $[0,01,1]$. Αυτή η αριθμητική διακύμανση αναπαρίσταται με τα χρώματα που φαίνονται στην Εικόνα 9.4.4.3. Επιπροσθέτως, ακολουθώντας τις οδηγίες της (Dassault Systemes, 2021), το λογισμικό υποθέτει τα παρακάτω.

Τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει ότι

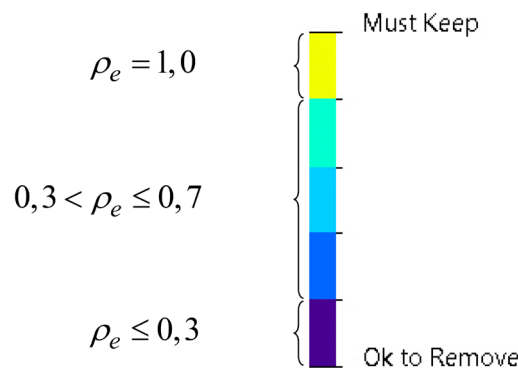
$$\rho_e \leq 0,3 \quad (9.4.4.1)$$

δεν θεωρούνται ως στερεά, δεν συμμετέχουν στη συνολική ακαμψία του αντικειμένου και έτσι αφαιρούνται από αυτό. Από την άλλη πλευρά, τα στοιχεία, στα οποία ισχύει ότι

$$0,7 \leq \rho_e \leq 1,0 \quad (9.4.4.2)$$

εκλαμβάνονται ως στερεά, συνεισφέρουν στο μεγαλύτερο μέρος της συνολικής ακαμψίας του ελάσματος και ως εκ τούτου, διατηρούνται άθικτα στο τελικό σχέδιο⁷.

Επομένως, αναφορικά με την αναπαράσταση της αριθμητικής διακύμανσης των τιμών της τεχνητής πυκνότητας από τα χρώματα, ισχύει η αντιστοίχιση που παρουσιάζεται στην ακόλουθη εικόνα.

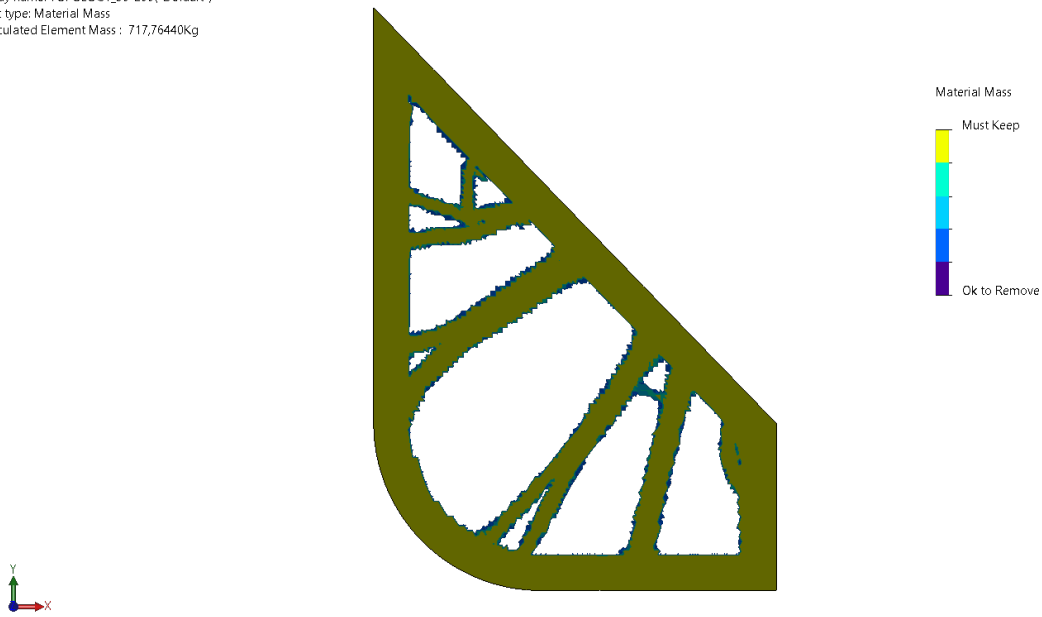


Εικόνα 9.4.4.3: Η αντιστοίχιση των τιμών της τεχνητής πυκνότητας με χρώματα.

Συνεπώς, η γεωμετρία που θα προκύψει, θα είναι αυτή στην Εικόνα 9.4.4.4.

⁷ Με τον όρο τελικό σχέδιο, εννοούμε το βελτιστοποιημένο σχέδιο που παράγει η μέθοδος SIMP.

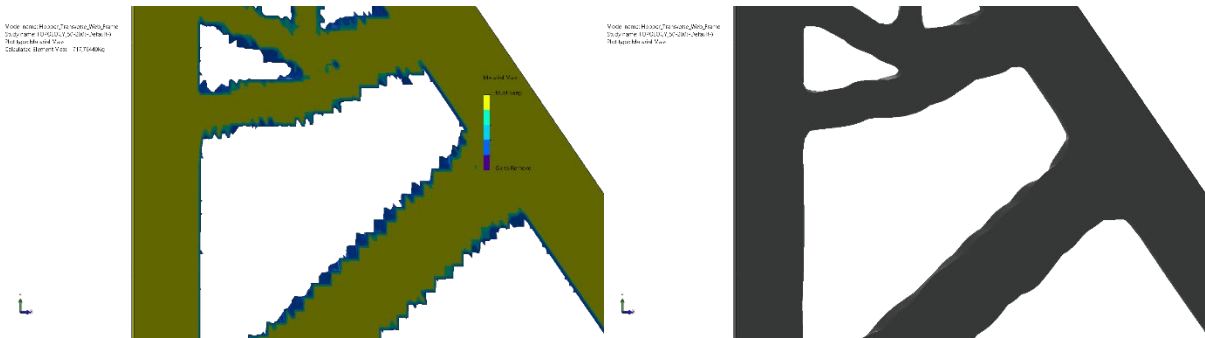
Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
 Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 717,76440Kg



Εικόνα 9.4.4.4: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$.

Εξομαλυμένο Πλέγμα

Για την εξαγωγή αυτού του αποτελέσματος, το λογισμικό βασίζεται στο σχήμα κατανομής του υλικού και παράγει ένα ομαλό πλέγμα αφαιρώντας ή τροποποιώντας εκείνα τα στοιχεία που δημιουργούν οδοντωτές και αιχμηρές γωνίες, όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 9.4.4.5.



Εικόνα 9.4.4.5: Αριστερά: Κατανομή του υλικού | Δεξιά: Εξομαλυμένο πλέγμα.

9.5 Σχεδιασμός του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Έχοντας ολοκληρώσει τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας, συνεχίζουμε με το επόμενο βήμα, το οποίο είναι η σχεδίαση της γεωμετρίας του ελάσματος χρησιμοποιώντας ως οδηγό στοιχείο το σχήμα του εξομαλυμένου πλέγματος που προέκυψε από την προηγούμενη μελέτη. Για το σχεδιασμό του βελτιστοποιημένου ελάσματος, μπορούμε να ανατρέξουμε στην ενότητα B.5. Σε αυτήν περιγράφεται ο τρόπος σχεδιασμού του εσωτερικού συνόρου και των ανοιγμάτων του. Επειδή, οι ενέργειες που έγιναν είναι όμοιες για κάθε μία από τις οπές, γίνεται λόγος μόνο για την πρώτη από αυτές. Παρ' όλα αυτά, για να καλυφθεί η έλλειψη γεωμετρικών πληροφοριών που υπάρχει στην B.5, παρέχεται ο Πίνακας 9.5.1, ο Πίνακας 9.5.2 και το σχέδιο στην Εικόνα 9.5.3.

Αρχικά, λαμβάνοντας υπόψη ότι το αντικείμενο θα κατασκευαστεί με τις συνήθεις τεχνικές που διαθέτουν τα ναυπηγεία και όχι με τρισδιάστατους εκτυπωτές μετάλλου, απλοποιούμε το σχήμα του φροντίζοντας το νέο σχέδιο, αφενός να φέρει τα ίδια γεωμετρικά χαρακτηριστικά με αυτό και αφετέρου να μη μεταβάλλει σημαντικά τη μάζα του.

Προτού ξεκινήσουμε αυτή τη διαδικασία, θα πρέπει να εξάγουμε το αποτέλεσμα της τοπολογικής μελέτης (εξομαλυμένο πλέγμα) σε κατάλληλη μορφή προς επεξεργασία. Για να πραγματοποιήσουμε αυτήν την ενέργεια, σύμφωνα με (Dassault Systemes, 2021), το SolidWorks® μας παρέχει τις παρακάτω τρεις επιλογές.

Graphics body

Το πρόγραμμα εξάγει το εξομαλυμένο πλέγμα του μοντέλου που υπάρχει στην Εικόνα 9.4.4.2, σε μορφή αναπαράστασης της γεωμετρίας του συνόρου (boundary geometry representation). Ουσιαστικά, παράγει ένα τρισδιάστατο πλέγμα, αποτελούμενο από τριγωνικά στοιχεία, των οποίων οι κόμβοι μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως σχεδιαστικά σημεία. Συνεπώς, μπορούμε επί αυτού να δημιουργήσουμε το επιθυμητό, απλοποιημένο σχέδιο.

Solid body

Το λογισμικό εξάγει το εξομαλυμένο πλέγμα του μοντέλου σε μορφή στερεού σώματος, το οποίο μπορεί να κατασκευαστεί από τρισδιάστατο εκτυπωτή, χωρίς να έχει υποστεί κάποια τροποποίηση σε προηγούμενο στάδιο.

Surface body

Το λογισμικό εξάγει μόνο τη γεωμετρία της επιφανείας του εξομαλυμένου πλέγματος.

Όπως αναφέραμε στην αρχή αυτής της ενότητας, επιλέγουμε την εξαγωγή του Graphics body. Κατόπιν, χρησιμοποιούμε τα εργαλεία που μας παρέχει το λογισμικό πακέτο και προσπαθούμε να δημιουργήσουμε ένα σχέδιο προσεγγίζοντας το σχήμα και το μέγεθος των συνόρων των είδη υπαρχόντων ανοιγμάτων του μοντέλου. Άρα, κινούμαστε από τη γεωμετρία, στην οποία έχει καταλήξει η μέθοδος της βελτιστοποίησης της τοπολογίας SIMP, προς το μοντέλο του βελτιστοποιημένου ελάσματος HTWF, όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα 9.5.1 και στην Εικόνα 9.5.2 αντίστοιχα.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
Plot type: Material Mass



Εικόνα 9.5.1: Το αποτέλεσμα της μεθόδου βελτιστοποίησης της τοπολογίας SIMP.



Εικόνα 9.5.2: Η τρισδιάστατη όψη του βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Ο Πίνακας 9.5.1 περιέχει τα σημεία, σύμφωνα με τα οποία σχεδιάζονται οι ευθείες και οι καμπύλες που σχηματίζουν τα σύνορα των ανοιγμάτων του ελάσματος, όπως μπορούμε να δούμε στο παρακάτω σχέδιο (Εικόνα 9.5.3). Επιπροσθέτως, υπάρχει και ο Πίνακας 9.5.2 που περιέχει τα σημεία, τα οποία σχηματίζουν τα δύο τόξα του έκτου ανοίγματος. Επιπλέον, στο ίδιο σχέδιο παρουσιάζονται οι διαστάσεις των fillets και των τόξων των προαναφερθέντων συνόρων.

Ανοίγματα	x [mm]	y [mm]	Ανοίγματα	x [mm]	y [mm]
1	-1.339,988	3.341,304	7	-479,583	-1.251,227
	-776,172	2.759,612		202,436	-464,877
	-776,172	2.166,150		-254,346	-1.315,628
	-1.339,988	2.371,362		-84,393	-1.337,328
2	-1.339,988	2.243,660	8	315,666	-592,222
	-728,559	2.021,119		670,324	-48,222
	-1.339,988	1.935,188		969,951	345,713
3	-676,172	2.505,883	9	1.247,912	-254,346
	-530,242	2.505,883		869,026	-1.339,988
	-289,073	2.257,067		1.007,313	394,836
	-676,172	2.190,377		1.230,943	688,856
4	-1.339,988	1.779,891	10	1.334,702	581,807
	-745,444	1.853,668		1.262,264	282,865
	-99,605	2.061,592		1.546,696	363,092
	192,744	1.759,974		1.812,295	89,071
	-1.119,988	907,609		1.852,673	-34,609
	-1.339,988	907,609		1.841,359	-114,653
5	-1.339,988	688,856	1.841,597	-258,600	
	-1.216,854	750,859	1.880,109	-440,402	
	-1.053,399	762,349	1.932,809	-584,535	
	-1.339,988	517,183	2.001,947	-733,612	
6	336,010	1.445,210	2.039,988	-901,506	
	497,834	1.445,210	2.039,988	-1.339,988	
	1.018,913	907,609	1.131,175	-1.339,988	
	407,984	-29,475			
	-860,487	668,317			

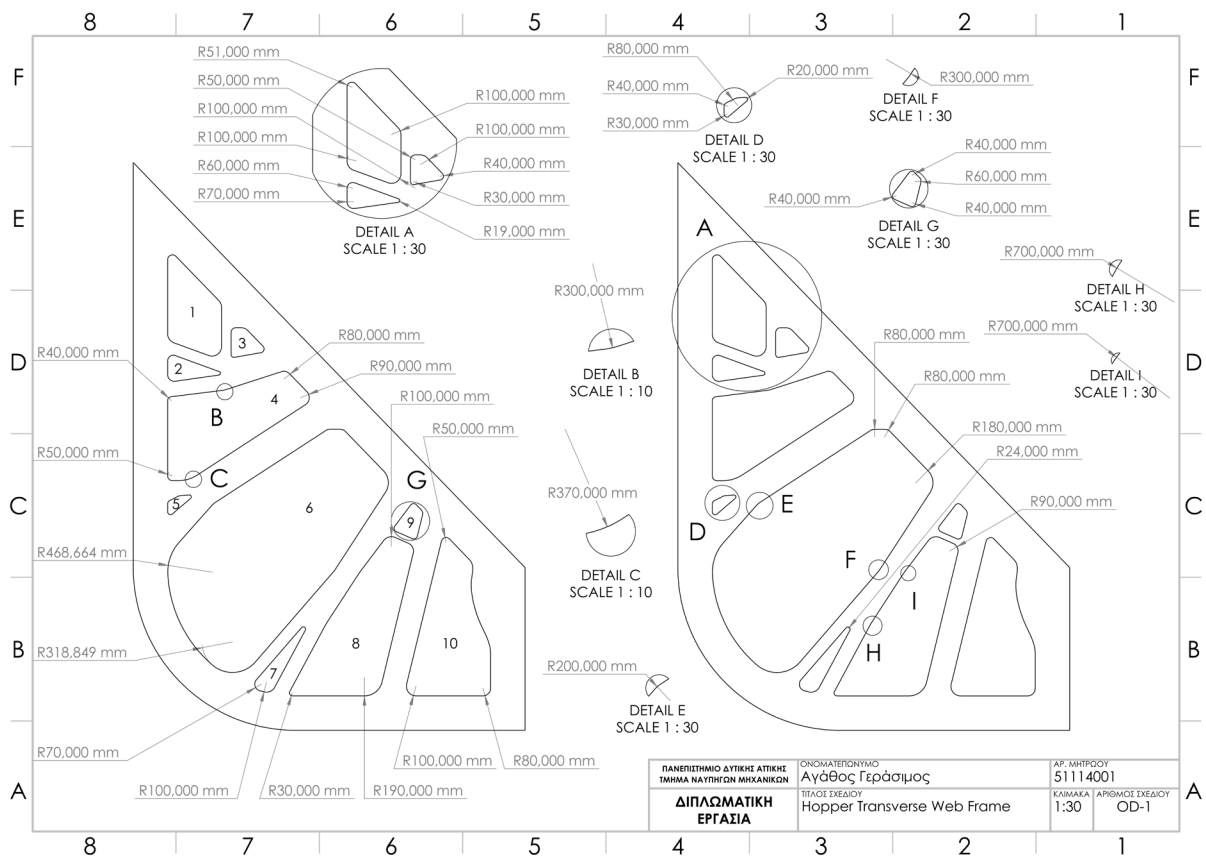
Πίνακας 9.5.1: Σημεία ευθειών και καμπυλών.

Ανοίγματα	Γραμμή	Σημεία	x [mm]	y [mm]
6	Πρώτο Τόξο	Πρώτο	-421,614	-985,982
		Κεντρικό	-662,487	-777,068
		Δεύτερο	-869,348	-1.019,706
	Δεύτερο Τόξο	Πρώτο	-1.337,934	-74,160
		Κεντρικό	-869,989	-48,222
		Δεύτερο	-1.220,432	262,961

Πίνακας 9.5.2: Σημεία τόξων.

Σχετικά με τη σχεδίαση του δεκάτου ανοίγματος, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι τα σημεία που βρίσκονται εντός γκρι πλαισίου (Πίνακας 9.5.1) ενώνονται με καμπύλη γραμμής spline.

Τέλος, σε ό,τι αφορά την ακόλουθη εικόνα, οι αριθμοί εντός των ανοιγμάτων αποτελούν την αρίθμηση αυτών.



Εικόνα 9.5.3: Το σχέδιο με τις διαστάσεις των fillets των ανοιγμάτων του βελτιστοποιημένου ελάσματος.

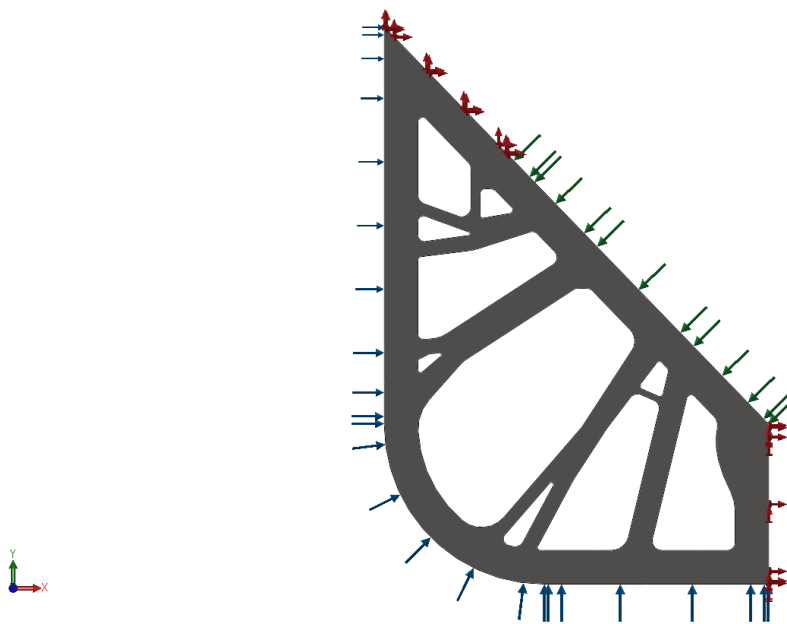
9.6 Στατική Μελέτη του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Για να ελέγξουμε ότι η γεωμετρία του σχεδιασμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος, εξακολουθεί να ικανοποιεί τον περιορισμό της μέγιστης επιτρεπομένης τάσης που είχαμε ορίσει στη διαδικασία της μεθόδου SIMP, αλλά και ότι η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση δεν ξεπερνάει την τάση διαρροής του υλικού, πραγματοποιούμε ακόμη μία στατική μελέτη. Η διαδικασία της αποτελείται από τα ίδια βήματα που ακολουθήθηκαν στην ενότητα 9.2. Άρα μπορούμε να ανατρέξουμε στην αναλυτική περιγραφή της ενότητας Β.2.

Το υλικό του αντικειμένου είναι το ίδιο με τις προηγούμενες μελέτες.

9.6.1 Στηρίξεις και Φορτίσεις

Τα σημεία εφαρμογής των στηρίξεων και των φορτίσεων παρουσιάζονται στην Εικόνα 9.6.1.1, ενώ ο Πίνακας 9.2.2.1 περιέχει τα είδη και τις τιμές τους.

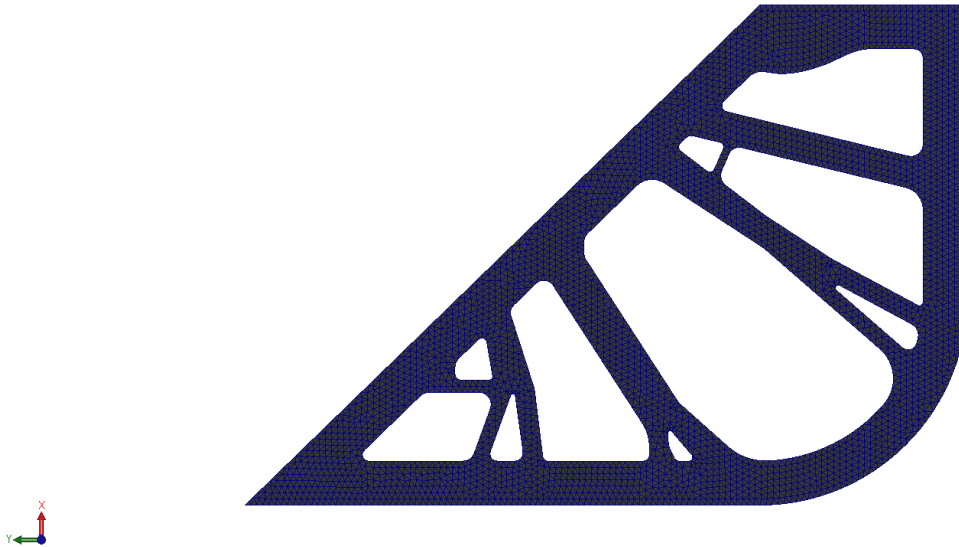


Εικόνα 9.6.1.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του βελτιστοποιημένου ελάσματος.

9.6.2 Πλέγμα

Για τη διαδικασία της διακριτοποίησης, εφαρμόζουμε το ίδιο πλέγμα με αυτό των προηγούμενων μελετών. Το αποτέλεσμα που παράγεται είναι αυτό που φαίνεται Εικόνα 9.6.2.1.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
Study name: STATIC(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.6.2.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη του βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Τα αποτελέσματα αυτής της στατικής μελέτης υπάρχουν στην ενότητα 10.4.

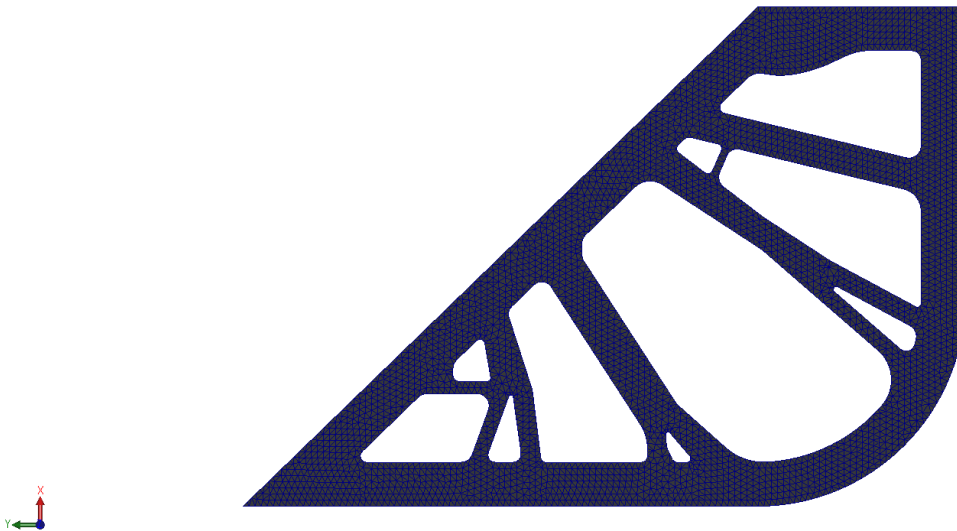
9.7 Μελέτη Λυγισμού του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Η μελέτη λυγισμού πραγματοποιείται, ώστε να υπολογιστεί η τιμή του συντελεστή ασφαλείας (BFS ή FS – Buckling Factor of Safety ή Factor of Safety), όπως και στον ανάλογο προηγούμενο υπολογισμό (Ενότητα 9.3). Ύστερα, εντοπίζεται σε ποιο από τα διαστήματα που περιέχει ο Πίνακας 9.3.1 ανήκει αυτή η τιμή και έτσι πληροφορούμαστε αν στο συγκεκριμένο σχέδιο θα παρουσιαστεί λυγισμός. Διασταυρώνοντας αυτήν την πληροφορία με την αντίστοιχη της ενότητας 9.3, μπορούμε να αποφανθούμε για το αν η κατασκευή απαιτεί περεταίρω ενίσχυση έναντι του εν λόγω φαινομένου. Οι ενέργειες που απαιτούνται είναι οι ίδιες με εκείνες που πραγματοποιήθηκαν στην πρώτη όμοια μελέτη. Επομένως, μπορούμε να ακολουθήσουμε την πορεία εργασίας που παρουσιάζεται στην ενότητα Β.3.

Το υλικό, οι στηρίξεις, οι φορτίσεις και τα σημεία εφαρμογής αυτών είναι κοινά με την προηγούμενη στατική μελέτη.

9.7.1 Πλέγμα

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
Study name: BUCKLING(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.7.1.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη λυγισμού του βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Όπως και στην προηγούμενη μελέτη λυγισμού, τα αντίστοιχα αποτελέσματα εκθέτονται στην ενότητα 10.5.

9.8 Ενίσχυση του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος έναντι Λυγισμού

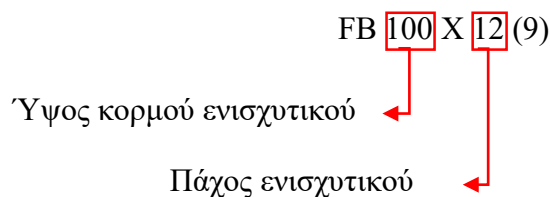
Εξετάζοντας τα αποτελέσματα των τελευταίων δύο μελετών που αφορούν το βελτιστοποιημένο έλασμα της ενότητας 9.5, καταλήγουμε στις εξής δύο παρατηρήσεις. Η πρώτη αφορά τη στατική μελέτη. Σε αυτή, βλέπουμε ότι η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises δεν ξεπερνά την τάση διαρροής, συνεπώς το έλασμα δε χρήζει περαιτέρω ενίσχυσης. Ωστόσο, η δεύτερη παρατήρηση αφορά τη μελέτη λυγισμού, στην οποία εντοπίζουμε ότι ο συντελεστής ασφαλείας *BFS* λαμβάνει τιμή, αρκετά χαμηλότερη από εκείνη του αρχικού ελάσματος. Συγκεκριμένα, ο

$$BFS = 0,134, \quad (9.8.1)$$

πράγμα που τον τοποθετεί στο διάστημα

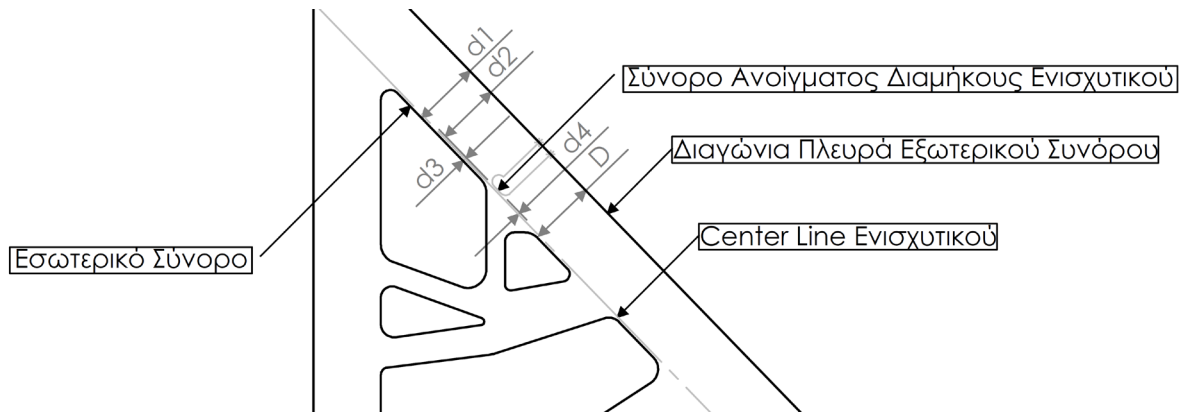
$$0 < BFS < 1. \quad (9.8.2)$$

Για το λόγο ότι εμείς επιθυμούμε την αύξηση αυτού του συντελεστή, ενισχύουμε το εν λόγω έλασμα προσθέτοντάς του τα ενισχυτικά που συμβολίζονται με αστερίσκο (*) στην Εικόνα 8.3. Η τοποθέτησή τους γίνεται στην οπίσθια κύρια πλευρά του HTWF, όπως φαίνεται στην ίδια εικόνα. Αυτά είναι τα FB 100 X 12 (9) και η διαδικασία σχεδιασμού τους περιγράφεται στην ενότητα B.6.



Από την Εικόνα 9.8.3, λαμβάνουμε γνώση σχετικά με τον αριθμό, την ακριβή θέση και τις διαστάσεις των παραπάνω ενισχυτικών.

Σχετικά με τον προσδιορισμό της θέσης του διαγώνιου ενισχυτικού, θα πρέπει να εργαστούμε λαμβάνοντας υπόψη την περιοχή των ανοιγμάτων των διαμηκών ενισχυτικών, ώστε η τοποθέτησή του να μην εμποδίζει τη διέλευση αυτών. Εστιάζοντας την προσοχή μας στην περιοχή έδρασής του, ορίζουμε τις διαστάσεις που παρουσιάζονται στην Εικόνα 9.8.1 και βάση αυτών υπολογίζουμε την απόστασή του, D , από τη διαγώνια πλευρά του εξωτερικού συνόρου του ελάσματος.



Εικόνα 9.8.1: Οι διαστάσεις στην περιοχή των ανοιγμάτων των διαμήκων ενισχυτικών.

d_1 : η απόσταση μεταξύ του εσωτερικού συνόρου και της διαγώνιας πλευράς του εξωτερικού συνόρου [mm]

d_2 : το ύψος H του ανοίγματος του διαμήκους ενισχυτικού επί του ελάσματος [mm]

d_3 : η απόσταση μεταξύ του εσωτερικού συνόρου και της center line του ενισχυτικού [mm]

d_4 : η απόσταση μεταξύ του συνόρου του ανοίγματος του διαμήκους ενισχυτικού και της center line του ενισχυτικού [mm]

D : η απόσταση μεταξύ της διαγώνιας πλευράς του εξωτερικού συνόρου και της center line του ενισχυτικού [mm]

$$d_1 = 360,000 \text{ mm} \quad (9.8.3)$$

$$d_2 = H = 335,000 \text{ mm} \quad (9.8.4)$$

$$d_3 = d_1 - d_2 \quad (9.8.5)$$

$$d_4 = \frac{d_3}{2} \quad (9.8.6)$$

$$D = d_2 + d_4 \quad (9.8.7)$$

Αντικαθιστώντας πρώτα την (9.8.6) στην (9.8.7) και ύστερα την (9.8.5), προκύπτει η (9.8.8).

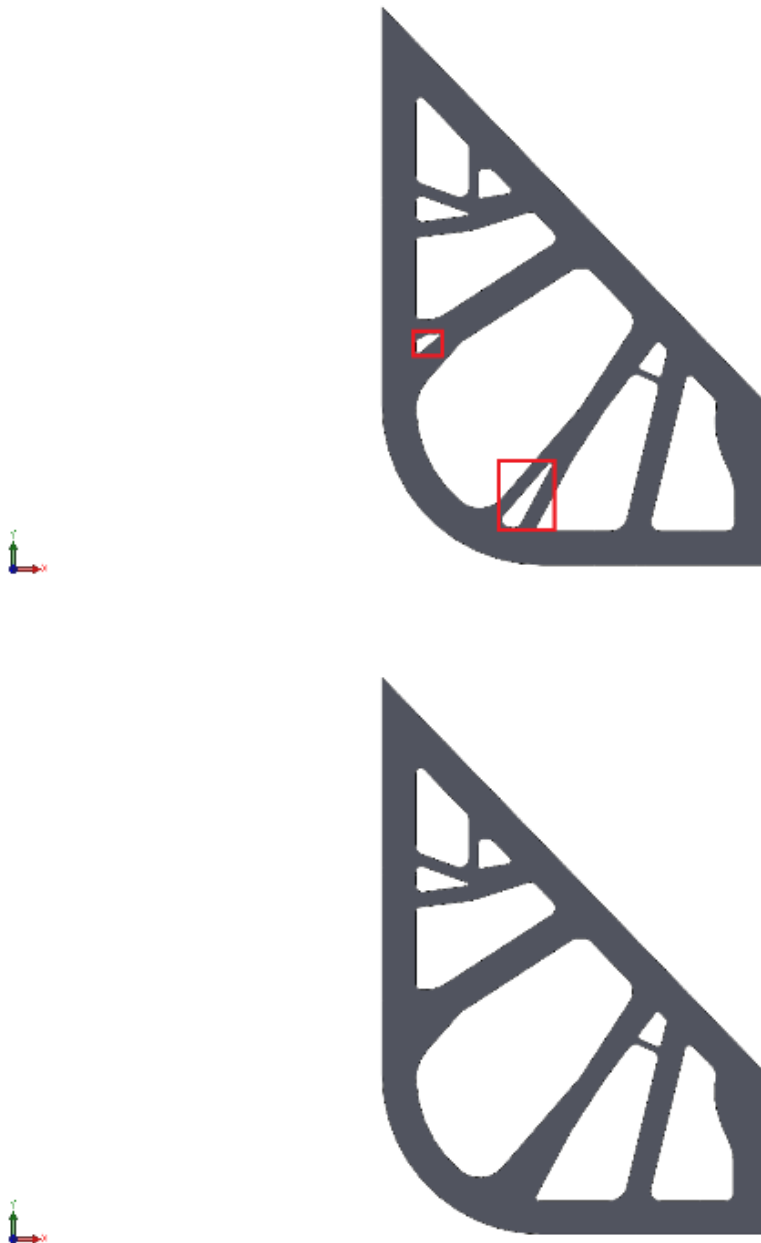
$$D = d_2 + \left(\frac{d_1 - d_2}{2} \right) \quad (9.8.8)$$

Άρα,

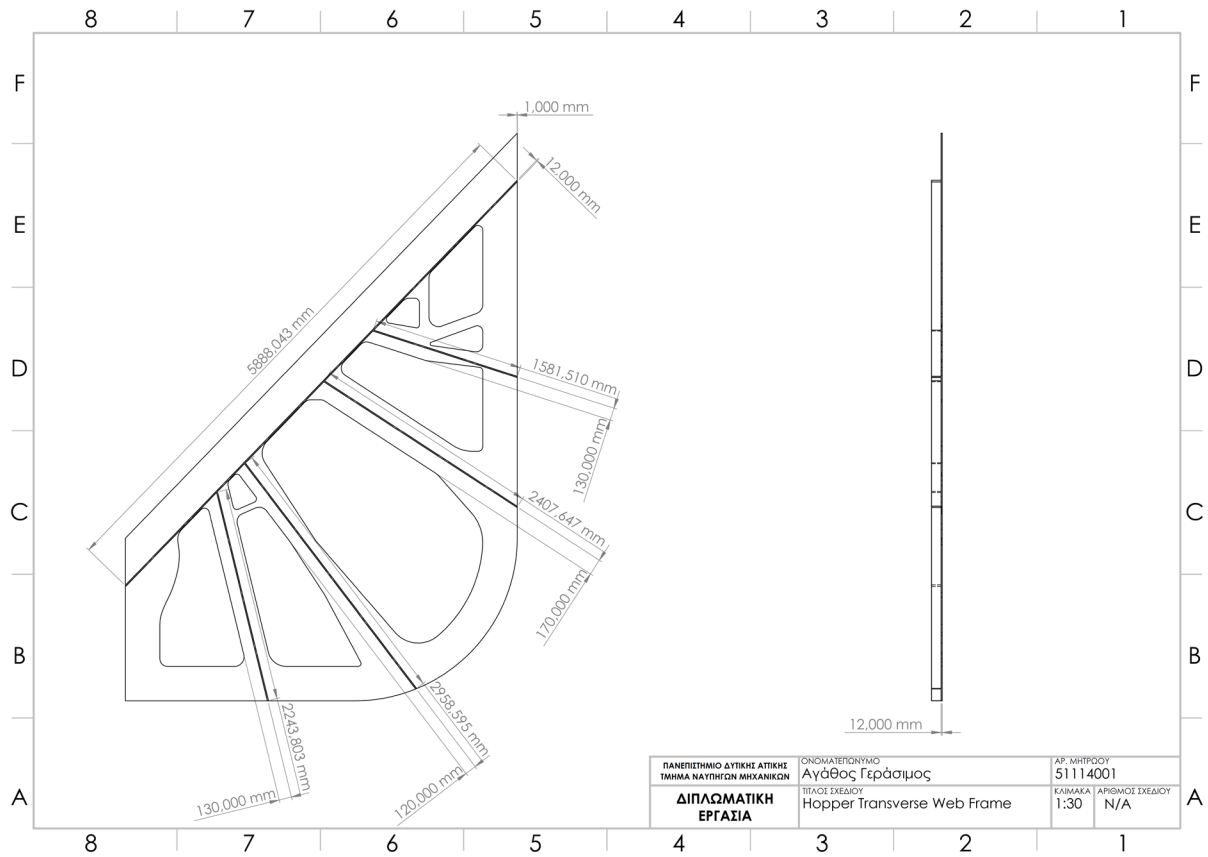
$$D = 347,500 \text{ mm} . \quad (9.8.9)$$

Αναφορικά με τις θέσεις των υπολοίπων ενισχυτικών, αυτές έχουν οριστεί στα κέντρα των περιοχών του HTWF, οι οποίες καταπονούνται περισσότερο από το λυγισμό, όπως φαίνεται στην Εικόνα 10.5.1, στην Εικόνα 10.5.2 και στην Εικόνα 10.5.3.

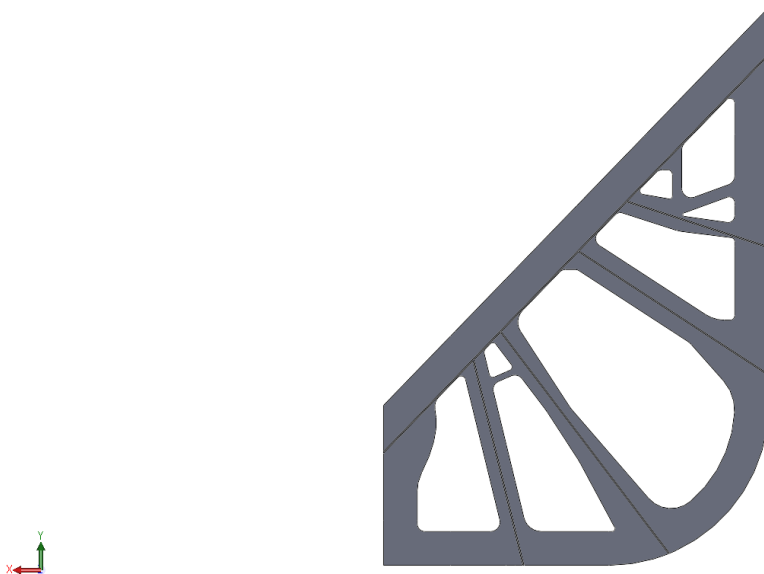
Εν συνεχεία, παρατηρούμε ότι από τα τέσσερα κεντρικά ενισχυτικά, τα δύο περνούν από θέσεις όπου υπάρχουν τα ανοίγματα που βλέπουμε, εντός των κόκκινων πλαισίων, στην Εικόνα 9.8.2. Για το λόγο ότι αυτή η διάταξη εμποδίζει τη συγκόλληση του ελάσματος με τα ενισχυτικά, προχωρήσαμε στην αφαίρεση αυτών των οπών. Επομένως, σύμφωνα με την Εικόνα 9.8.2, μεταφερόμαστε από τη γεωμετρία του πάνω αντικειμένου, σε αυτήν του κάτω.



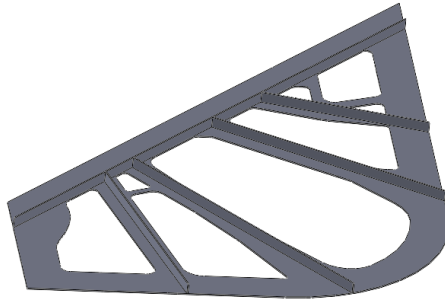
Εικόνα 9.8.2: Πάνω: Έλασμα με κεντρικά ανοίγματα | Κάτω: Έλασμα χωρίς κεντρικά ανοίγματα.



Εικόνα 9.8.3: Το σχέδιο με τις διαστάσεις των ενισχυτικών του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.



Εικόνα 9.8.4: Ενισχυτικά FB 100 X 12 (9).



Εικόνα 9.8.5: Ενισχυτικά FB 100 X 12 (9) από διαφορετική οπτική γωνία.

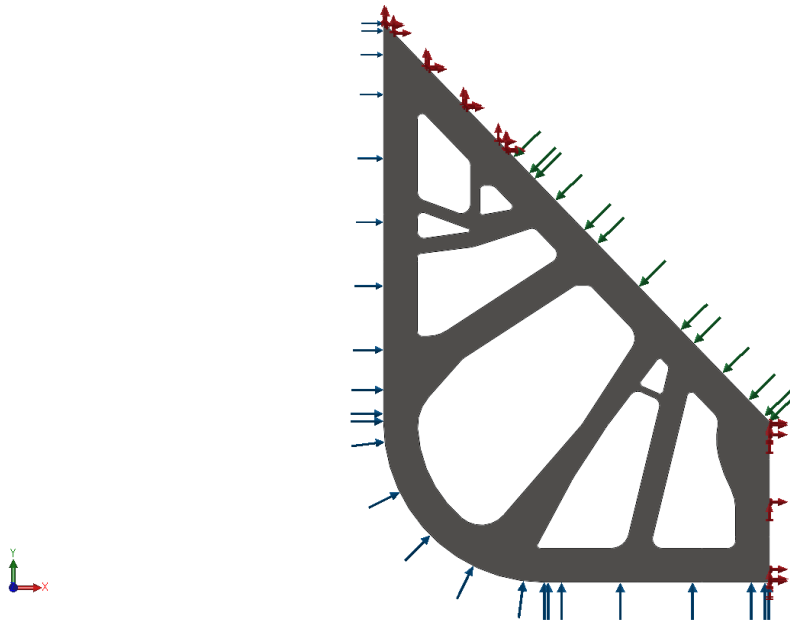
9.9 Στατική Μελέτη του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Έχοντας ενισχύσει την κατασκευή με την τοποθέτηση των νεύρων, τα οποία φαίνονται στην Εικόνα 9.8.4 και στην Εικόνα 9.8.5, συνεχίζουμε με τον έλεγχο της στατικής αντοχής της. Ο σκοπός μας είναι η σύγκριση της μέγιστης αναπτυσσομένης τάσης της με τη μέγιστη επιτρεπόμενη τάση που είχαμε ορίσει στη διαδικασία της μεθόδου SIMP, αλλά και με την τάση διαρροής του υλικού. Η πορεία εργασίας που ακολουθήθηκε είναι η ίδια με εκείνη της ενότητας 9.2 και περιγράφεται στην ενότητα Β.2.

Το υλικό, οι στηρίξεις, οι φορτίσεις και τα σημεία εφαρμογής τους παραμένουν ίδια με εκείνα της ενότητας 9.6.

9.9.1 Στηρίξεις και Φορτίσεις

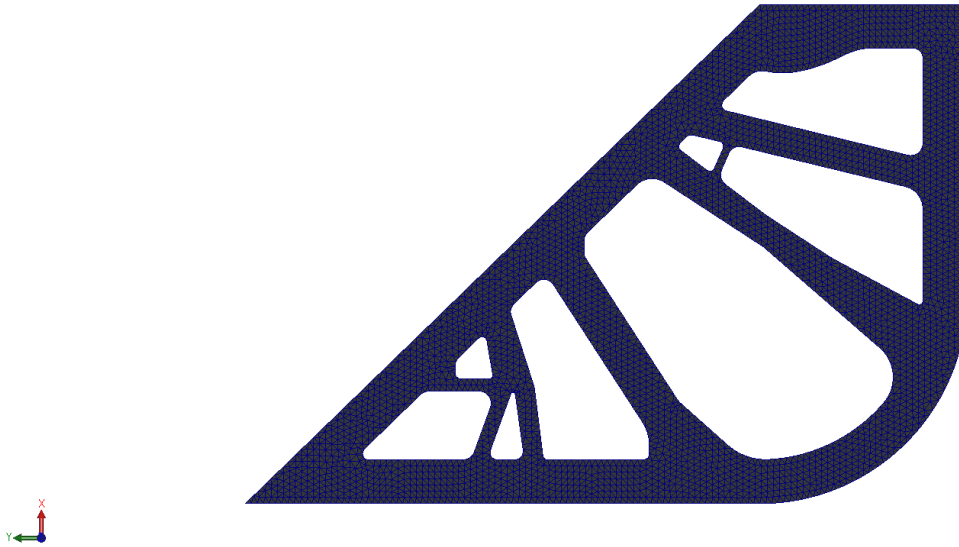
Τα σημεία εφαρμογής των στηρίξεων και των φορτίσεων παρουσιάζονται στην Εικόνα 9.9.1.1, ενώ ο Πίνακας 9.2.2.1 περιέχει τα είδη και τις τιμές τους.



Εικόνα 9.9.1.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.

9.9.2 Πλέγμα

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
Study name: STATIC(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.9.2.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Τα αποτελέσματα αυτής της διαδικασίας, είναι καταγεγραμμένα στο κεφάλαιο 10 και συγκεκριμένα στην ενότητα 10.6.

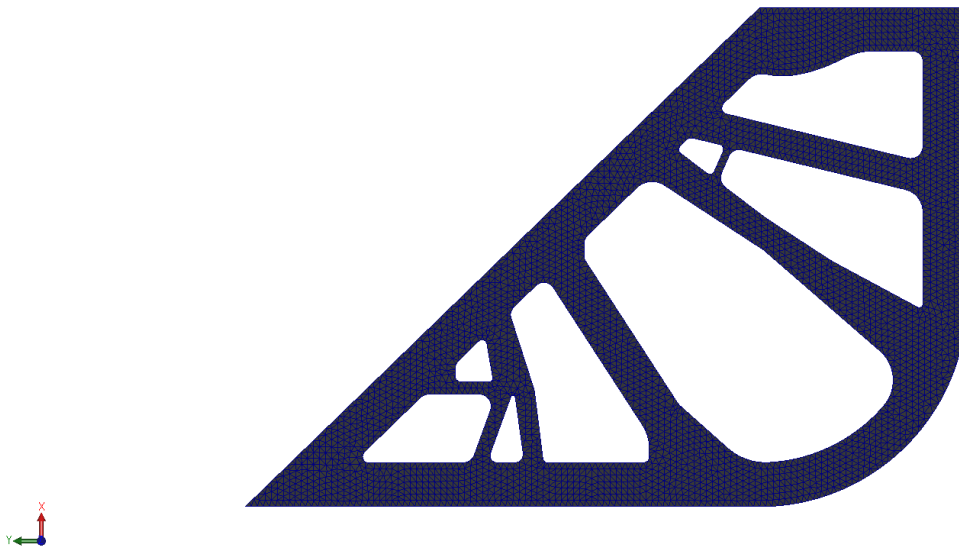
9.10 Μελέτη Λυγισμού του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Ο λόγος, για την υλοποίηση αυτής της μελέτης, είναι για να ελέγξουμε αν τα ενισχυτικά βελτίωσαν την αντοχή της κατασκευής έναντι λυγισμού, σε σχέση με το βελτιστοποιημένο σχήμα του ελάσματος. Η μελέτη λυγισμού δε διαφέρει από τις αντίστοιχες προηγούμενες, συνεπώς τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα ίδια με εκείνα της ενότητας Β.3.

Το υλικό, οι στηρίξεις, οι φορτίσεις και τα σημεία εφαρμογής αυτών είναι ίδια με αυτά της ενότητας 9.7.

9.10.1 Πλέγμα

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
Study name: BUCKLING(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.10.1.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη λυγισμού του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Ο συντελεστής ασφαλείας καταγράφεται στα αποτελέσματα της ενότητας 10.7.

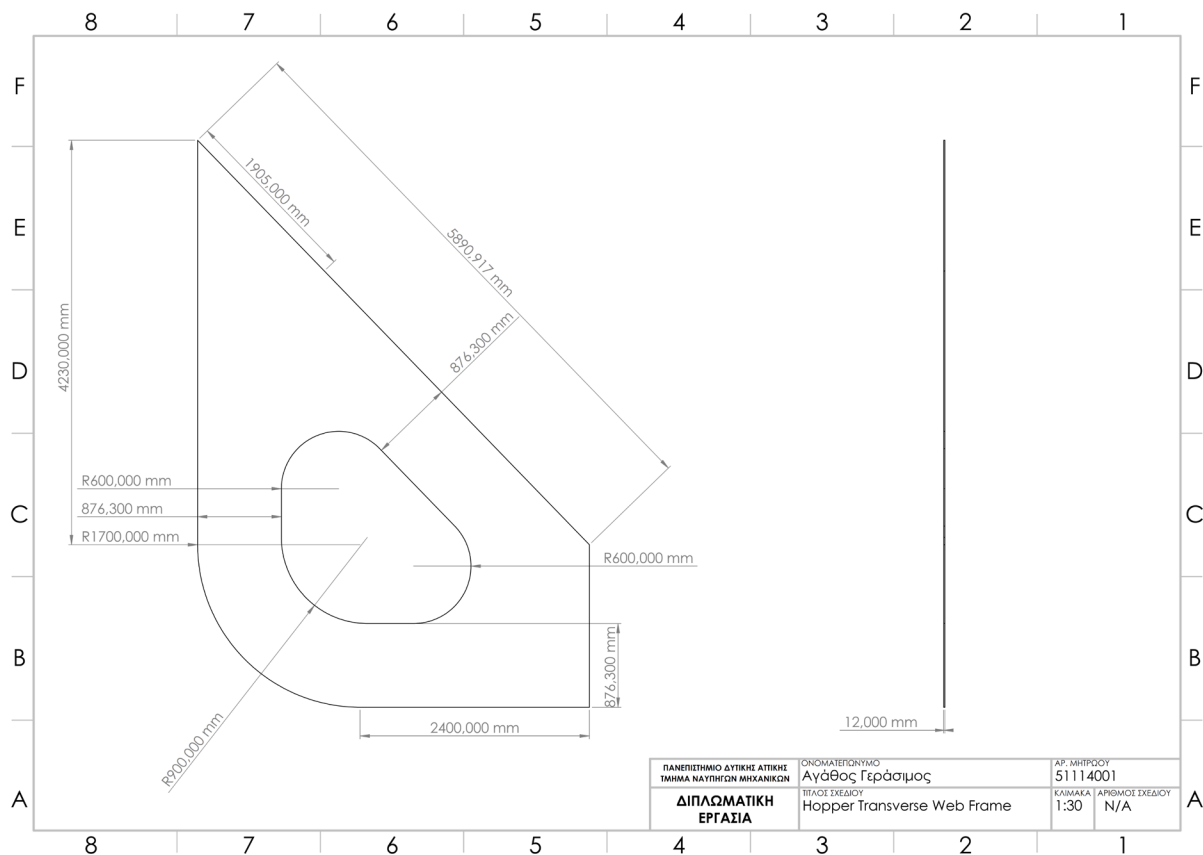
9.11 Μελέτη Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Στις προηγούμενες ενότητες περιγράψαμε όλες τις διαδικασίες που πραγματοποιήθηκαν προκειμένου να διεξάγουμε τη μελέτη τοπολογίας και έπειτα να παράγουμε το βέλτιστο σχέδιο της πρώτης εκδοχής (σχεδιαστικής εκδοχής) του ελάσματος HTWF. Παρ' όλα αυτά, εμείς ενδιαφερόμαστε για μία εκ νέου μελέτη τοπολογίας, η οποία θα αφορά τη δεύτερη εκδοχή (σχεδιαστική εκδοχή) του ίδιου αντικειμένου, όπως αυτή παρουσιάζεται στην Εικόνα 9.11.1.1.

Στις παρακάτω υποενότητες, θα περιγραφούν οι ίδιες διαδικασίες με την πρώτη εκδοχή του ελάσματος, με τη διαφορά ότι σε αυτήν την περίπτωση ενδιαφερόμαστε μόνο για τα αποτελέσματα της στατικής και τοπολογικής μελέτης. Συνεπώς, το φάσμα των ενεργειών μας θα περιοριστεί αναλόγως.

9.11.1 Σχεδιασμός της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Για τη δημιουργία της εκδοχής του ελάσματος που παρουσιάζεται στην Εικόνα 9.11.1.1, χρησιμοποιούμε τα ίδια σχεδιαστικά εργαλεία με εκείνα που περιγράφονται στην ενότητα Β.1.



Εικόνα 9.11.1.1: Το σχέδιο της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.



Εικόνα 9.11.1.2: Η τρισδιάστατη όψη της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

9.11.2 Στατική Μελέτη της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Σε ό,τι αφορά τη στατική μελέτη της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος, αυτή δε διαφέρει από τις αντίστοιχες προηγούμενες. Ο στόχος της είναι να υπολογίσει τη μέγιστη τάση von Mises που αναπτύσσεται από το έλασμα, ώστε να οριστεί ο αντίστοιχος περιορισμός που το βελτιστοποιημένο έλασμα δεν θα παραβιάσει. Τα βήματα για την πραγματοποίησή της είναι εκείνα της ενότητας Β.2.

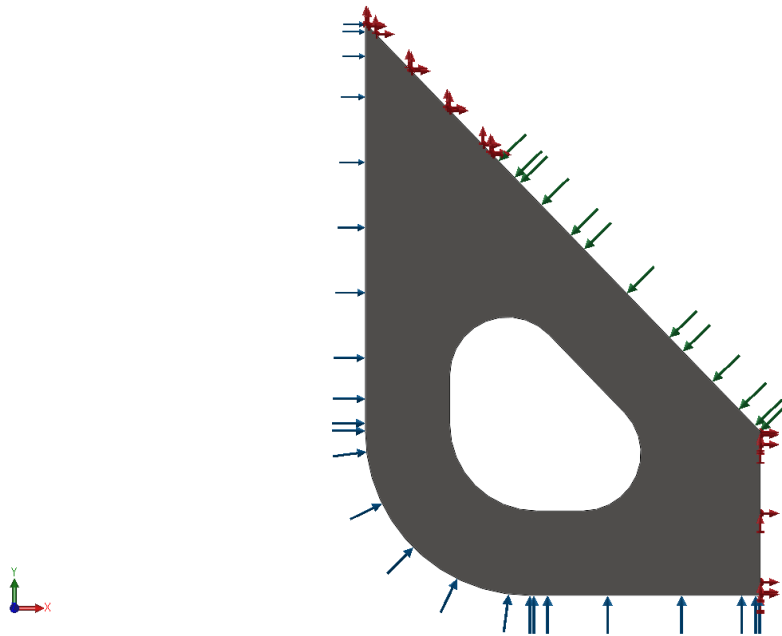
Όπως και στην ενότητα 9.2 έτσι και σε αυτήν, πριν την εκκίνηση των υπολογισμών θα πρέπει να ορίσουμε το υλικό, τις στηρίξεις, τις φορτίσεις, τις επιφάνειες επί των οποίων αυτές εφαρμόζονται αλλά και το κατάλληλο πλέγμα.

9.11.2.1 Υλικό

Η δεύτερη εκδοχή του ελάσματος μοιράζεται το ίδιο υλικό (plain carbon steel) με την πρώτη και ο Πίνακας 9.2.1.1, περιέχει όλα τα τεχνικά χαρακτηριστικά του.

9.11.2.2 Στηρίξεις και Φορτίσεις

Σε ό,τι αφορά τις επιφάνειες των στηρίξεων και των φορτίσεων, όπως μπορούμε να δούμε και στην Εικόνα 9.11.2.2.1, αυτές παραμένουν αμετάβλητες και σε αυτήν τη μορφή του ελάσματος. Ο Πίνακας 9.2.2.1 περιέχει τα είδη των φορτίσεων και τις τιμές τους.



Εικόνα 9.11.2.2.1: Οι στηρίξεις και οι φορτίσεις της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

Η διακριτοποίηση έγινε από τριγωνικά στοιχεία 50 mm .

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_50
Study name: STATIC(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.11.2.2.2: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη στατική μελέτη της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

9.11.3 Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Όπως στην πρώτη εκδοχή του ελάσματος, έτσι και σε αυτήν, αναζητούμε τη βέλτιστη κατανομή του υλικού εντός του νέου σχεδιαστικού χώρου για κοινές στηρίξεις και φορτίσεις. Η εξαγωγή της βέλτιστης τοπολογίας θα πραγματοποιηθεί, ξανά, με τη μέθοδο SIMP αφού προηγουμένως ορίσουμε τους απαραίτητους στόχους και περιορισμούς.

9.11.3.1 Στόχοι και Σχεδιαστικοί Περιορισμοί

Ο στόχος κατά τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος και οι περιορισμοί που θα πρέπει να ικανοποιούνται από τη βελτιστοποιημένη γεωμετρία είναι οι ίδιοι με την πρώτη εκδοχή, εκτός από τον περιορισμό της τάσης. Συγκεκριμένα, από τη στατική μελέτη προέκυψε ότι η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση von Mises είναι $\sigma_{vM_i}^{\max} = 213,400 \text{ MPa}$.

Συνεπώς, στις προσομοιώσεις δοκιμάστηκαν τα ποσοστά μείωσης μάζας $(1-f)$ για μέγιστη επιτρεπόμενη τάση $\sigma_{vM}^{\text{per}} = 215 \text{ MPa}$ (Πίνακας 9.11.3.1.1). Ο λόγος που επιλέξαμε την τελευταία τιμή ως την μέγιστη επιτρεπόμενη τάση, οφείλεται στο γεγονός ότι βρίσκεται μεταξύ των $213,400 \text{ MPa}$ και της τάσης διαρροής του υλικού 220 MPa . Οι δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν, έγιναν για μεγέθη πλέγματος 50 mm και 25 mm .

Για το λόγο ότι αυτή η σχεδιαστική εκδοχή φέρει οπή, η μάζα της ($1.126,630 \text{ Kg}$) είναι μειωμένη συγκριτικά με αυτή της πρώτης ($1.405,990 \text{ Kg}$). Επομένως, για να ζυγίζει η τελική κατασκευή όσο η βελτιστοποιημένη γεωμετρία της πρώτης εκδοχής ($702,995 \text{ Kg}$), το ποσοστό μείωσης της μάζας $(1-f)$ θα είναι ίσο με $37,6 \%$. Συγκεκριμένα, εμείς γνωρίζουμε ότι η δεύτερη εκδοχή είναι η πρώτη μετά από αφαίρεση εκείνης της ποσότητας υλικού που σχηματίζει την οπή στο κέντρο της. Σύμφωνα με τον ακόλουθο υπολογισμό αυτή η ποσότητα υλικού ισοδυναμεί με $279,360 \text{ Kg}$.

$$1.405,990 - 1.126,630 = 279,360 \text{ Kg}$$

Συνεπώς, για να πετύχουμε τα $702,995 \text{ Kg}$ θα πρέπει από τα $1.126,630 \text{ Kg}$ να αφαιρέσουμε τα $423,635 \text{ Kg}$

$$1.126,630 - 702,995 = 423,635 \text{ Kg}$$

δηλαδή, το $37,6 \%$.

$$\frac{423,635}{1.126,630} = 0,376 \rightarrow 37,6 \%$$

Άρα, με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνουμε 50% μείωση στη μάζα της δεύτερης εκδοχής, συμπεριλαμβανομένης της αρχικής απουσίας υλικού, λόγω της υπάρχουσας οπής.

Πλέγμα 50 mm				
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]	10	20	30	37,6
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	215	215	215	215

Πίνακας 9.11.3.1.1: Πίνακας τεσσάρων δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 50 mm .

Πλέγμα 25 mm				
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]	10	20	30	37,6
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	215	215	215	215

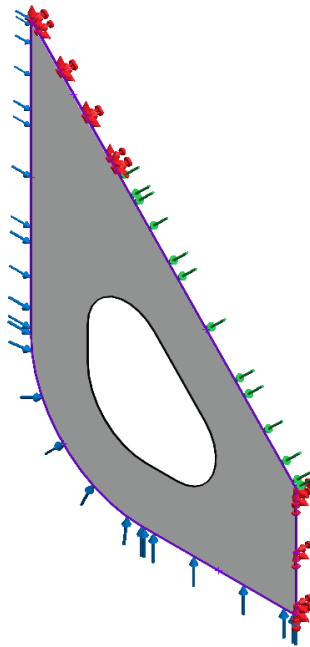
Πίνακας 9.11.3.1.2: Πίνακας τεσσάρων δοκιμών για μέγεθος πλέγματος 25 mm .

9.11.3.2 Κατασκευαστικοί Περιορισμοί

Οι κατασκευαστικοί περιορισμοί της δεύτερης εκδοχής του HTWF, είναι κοινοί με εκείνους της πρώτης.

Διατήρηση Υλικού επί της Επιφανείας του Περιγράμματος

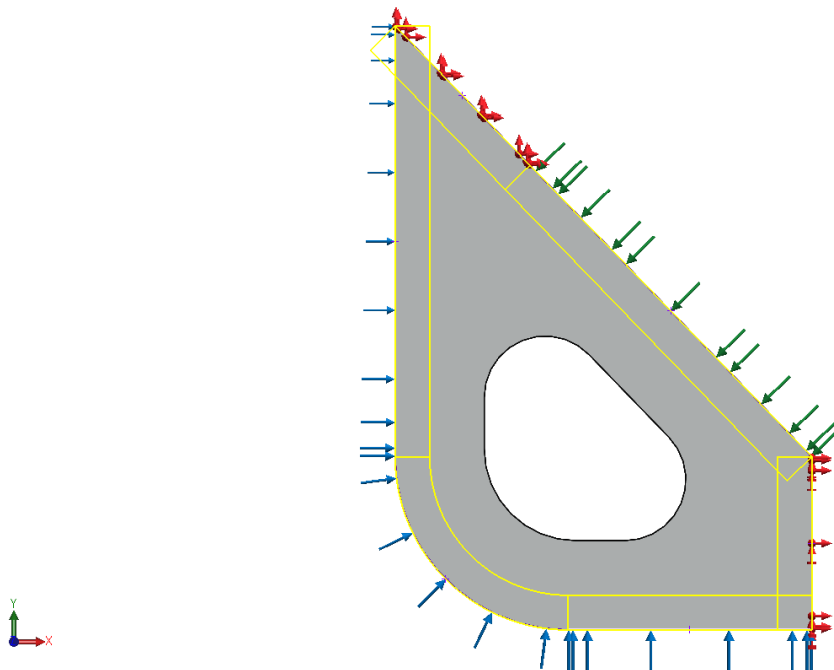
Ομοίως με την περίπτωση του πρώτου ελάσματος, ορίζουμε τη διατήρηση του υλικού στην επιφάνεια του εξωτερικού συνόρου. Η επιλεγμένη περιοχή παρουσιάζεται με μωβ χρώμα στην εικόνα που ακολουθεί. Παρατηρούμε ότι δεν έχουμε επιλέξει την επιφάνεια του εσωτερικού συνόρου, διότι δεν έρχεται σε επαφή με κανένα άλλο κατασκευαστικό στοιχείο του πλοίου και επί αυτής δεν εφαρμόζονται στηρίξεις και φορτία.



Εικόνα 9.11.3.2.1: Η επιφάνεια του εξωτερικού συνόρου της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

Διατήρηση Υλικού στην Περιοχή των Ανοιγμάτων

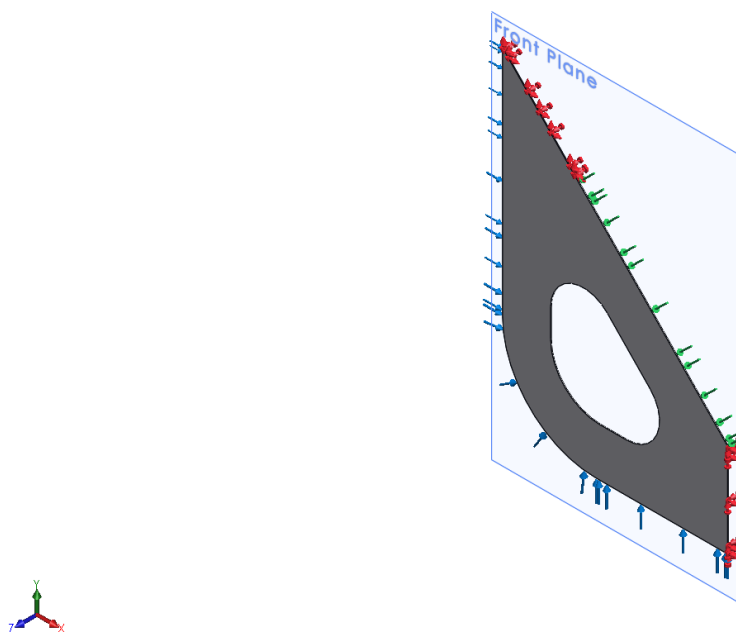
Για τον ορισμό της περιοχής των ανοιγμάτων, όπου και επιθυμούμε τη διατήρηση του υλικού, υπολογίζουμε το βάθος της, όπως στην 9.4.2.1.



Εικόνα 9.11.3.2.2: Η περιοχή των ανοιγμάτων των διαμηκών ενισχυτικών της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (κίτρινο χρώμα).

Συμμετρία

Για την εξαγωγή συμμετρικών αποτελεσμάτων ως προς το επίπεδο XY , εργαζόμαστε όμοια με το πρώτο σχέδιο και ορίζουμε ως επίπεδο αυτό, το οποίο φαίνεται στην Εικόνα 9.11.3.2.3.



Εικόνα 9.11.3.2.3: Επίπεδο συμμετρίας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

9.11.3.3 Πλέγμα

Το πλέγμα, το οποίο επιλέγεται, συγκροτείται από τριγωνικά στοιχεία μεγέθους 50 mm, όπως βλέπουμε στην Εικόνα 9.11.3.3.1.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_50
Study name: TOPOLOGY_20-200(-Default-)
Mesh type: Solid Mesh



Εικόνα 9.11.3.3.1: Το πλέγμα των τριγωνικών στοιχείων 50 mm για τη μελέτη τοπολογίας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

9.12 Διερεύνηση Αριθμητικών Παραμέτρων

Σε αυτήν την ενότητα, θα αναφέρουμε κάποιες επιπλέον ρυθμίσεις του λογισμικού, των οποίων η επίδραση εξετάζεται στα πλαίσια της βελτιστοποίησης της τοπολογίας του HTWF. Αυτές αφορούν τον επιλυτή (solver), τις διατηρητέες περιοχές (preserved regions) και το μέγεθος του πλέγματος.

9.12.1 Ρυθμίσεις Επιλυτή (Solver Settings)

- Direct Sparse Solver
- FFEPlus
- Large Problem Direct Sparse
- Intel Direct Sparse
- Run Static analysis before running topology study
- Use inplane effect
- Use soft spring to stabilize model
- Use inertia relief
- Use Min Max formulation

9.12.2 Ρυθμίσεις Διατηρητέων Περιοχών (Preserved Region Settings)

- Regions with loads only
- Regions with fixtures only
- Regions with loads and fixtures
- None

9.12.3 Μέγεθος Πλέγματος

- Τριγωνικά στοιχεία μεγέθους 50 mm
- Τριγωνικά στοιχεία μεγέθους 25 mm

Πρώτη Περίπτωση Δοκιμών

Για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων βελτιστοποίησης της τοπολογίας των κεφαλαίων 10 και 11, με μεγέθη πλέγματος 50 mm και 25 mm αντίστοιχα, κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες. Από τις ρυθμίσεις του επιλυτή, επιλέγουμε

- Intel Direct Sparse
- Run Static analysis before running topology study

και από τις ρυθμίσεις των διατηρητέων περιοχών, επιλέγουμε

- Regions with loads and fixtures

Σύμφωνα με τη (Dassault Systems, 2021), όταν πρόκειται για μελέτη τοπολογίας, ο μόνος επιλυτής που ενδείκνυται, είναι ο Intel Direct Sparse. Ο Direct Sparse αφορά μοντέλα, τα οποία δε διαπερνούν ούτε διαπερνιούνται από άλλα αντικείμενα και που δεν αποτελούνται από πολλαπλά υλικά. Επιπλέον, χρησιμοποιείται από υπολογιστές με αρκετή RAM και πολλαπλούς επεξεργαστές. Ο FFEPlus αφορά μελέτες, οι οποίες περιέχουν περιορισμούς συχνοτήτων. Η επιλογή του Large Problem Direct Sparse γίνεται στην περίπτωση προβλημάτων προσομοίωσης, των οποίων η λύση απαιτεί περισσότερη μνήμη από τη διατιθέμενη RAM του υπολογιστή.

Ως προς το είδος του προβλήματος, γνωρίζουμε ότι το μοντέλο, το οποίο θέλουμε να μελετήσουμε, ούτε διαπερνάει και ούτε διαπερνιέται από άλλα αντικείμενα, δεν αποτελείται από πολλαπλά υλικά, δεν ορίζονται γι' αυτό περιορισμοί συχνοτήτων και κατά τη διάρκεια των βελτιστοποιήσεων δεν απαιτήθηκε από το λογισμικό μεγαλύτερη RAM από αυτή που διαθέτει ο υπολογιστής.

Ως προς τα τεχνικά χαρακτηριστικά του υπολογιστή που περιέχει ο Πίνακας 9.12.3.1, βλέπουμε ότι ο αριθμός των επεξεργαστών δεν είναι πάνω από ένας.

Εν κατακλείδι, λαμβάνοντας υπόψη όλα τα παραπάνω καταλήγουμε στην ενεργοποίηση του Intel Direct Sparse.

Processor	Intel® Core™ i7–6700 HQ
Speed	2,60 GHz
Installed RAM	7,9 GB
Sockets	1
Cores	4
Logical Processors	8

Πίνακας 9.12.3.1: Τεχνικά χαρακτηριστικά υπολογιστή.

Αναφορικά με την επιλογή της ρύθμισης Run Static analysis before running topology study, αυτή γίνεται, ώστε να πραγματοποιείται στατική μελέτη σε κάθε νέα γεωμετρία, η οποία παράγεται μετά από κάθε επανάληψη της μεθόδου SIMP.

Τέλος, η ρύθμιση Regions with loads and fixtures γίνεται, επειδή οι περιοχές, των οποίων το υλικό επιθυμούμε να διατηρήσουμε, φέρουν στηρίξεις και φορτίσεις.

Δεύτερη Περίπτωση Δοκιμών

Σε αυτήν την περίπτωση, οι ρυθμίσεις που ενεργοποιήσαμε είναι οι παρακάτω και δοκιμάζονται στην πρώτη εκδοχή του ελάσματος με μέγεθος πλέγματος 50 mm .

Από τις ρυθμίσεις του επιλυτή, επιλέγουμε

- Intel Direct Sparse
- Run Static analysis before running topology study
- Use inplane effect
- Use soft spring to stabilize model
- Use inertia relief

και από τις ρυθμίσεις των διατηρητέων περιοχών, επιλέγουμε

- Regions with loads and fixtures

Use inplane effect

Με αυτήν την επιλογή, οι ιδιότητες ακαμψίας εκφράζονται συναρτήσει των στατικών φορτίων και του παραμορφωμένου σχήματος.

Use soft spring to stabilize model

Στην περίπτωση που η κατασκευή είναι ασταθής, για να μην παρουσιάζει μετατοπίσεις και περιστροφές μετά τη φόρτιση της, ενεργοποιούμε την επιλογή Use soft spring to stabilize model. Αυτή είναι υπεύθυνη για την εγκατάσταση μαλακών ελατηρίων μεταξύ τη κατασκευής και του εδάφους, ώστε να εξαλείψει τις πιθανές αστάθειες.

Use inertia relief

Στην περίπτωση που επι της κατασκευής μας εφαρμόζονται ασταθή εξωτερικά φορτία και δεν επιθυμούμε την τοποθέτηση περιορισμών (εδράσεις, πακτώσεις, στηρίξεις και αρθρώσεις) ή τη χρήση της επιλογής *Soft spring*, τότε ενεργοποιούμε τη ρύθμιση *Use inertia relief*. Αυτή εφαρμόζει αδρανειακές δυνάμεις για να εξουδετερώνει τα προαναφερθέντα φορτία.

10 Αποτελέσματα Πλέγματος 50 mm

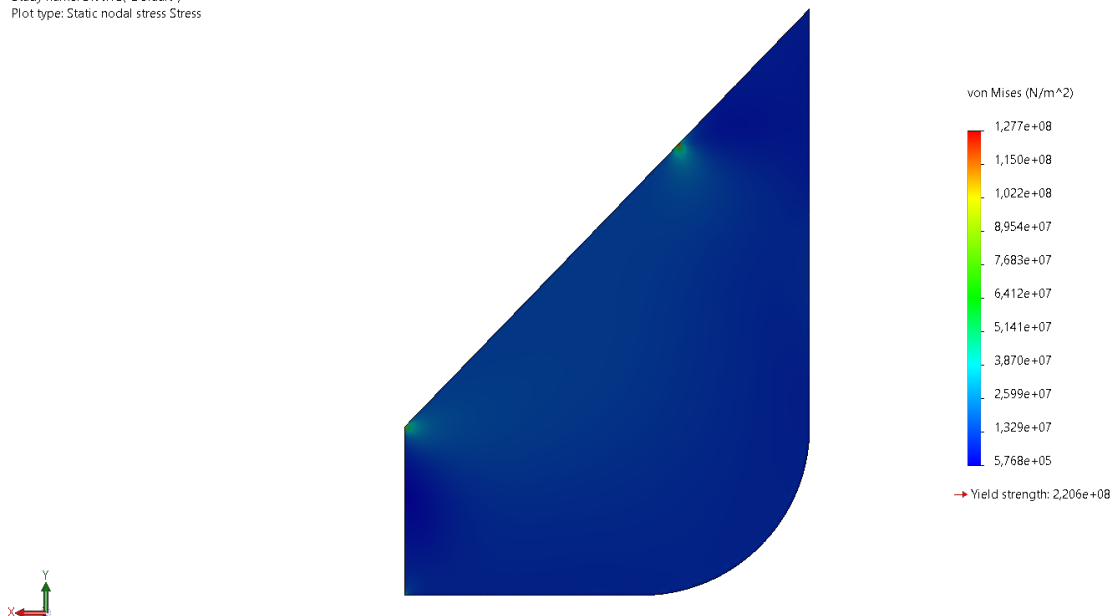
10.1 Στατική Μελέτη του Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



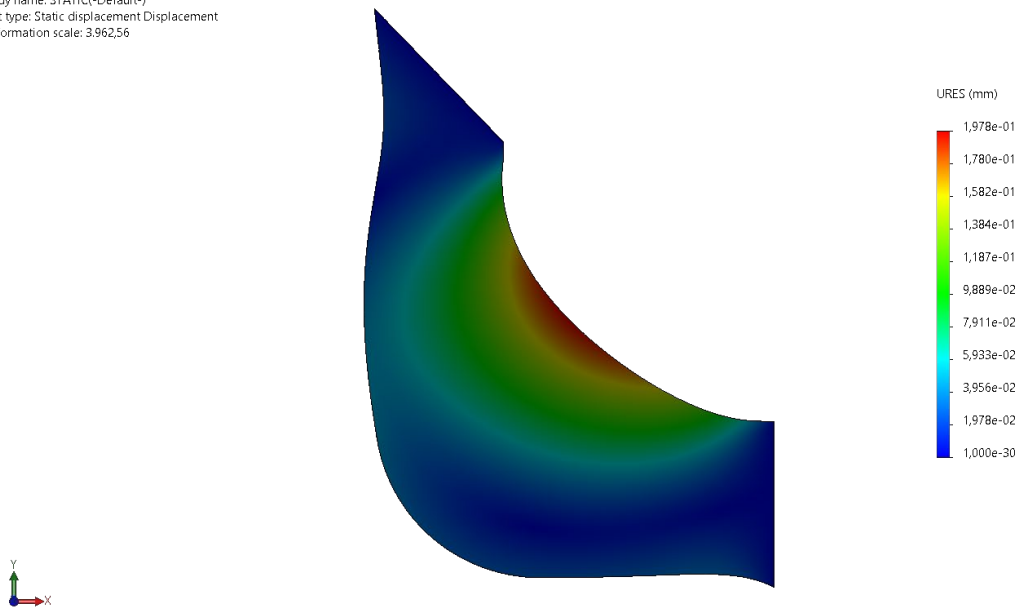
Εικόνα 10.1.1: Τάσεις von Mises του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



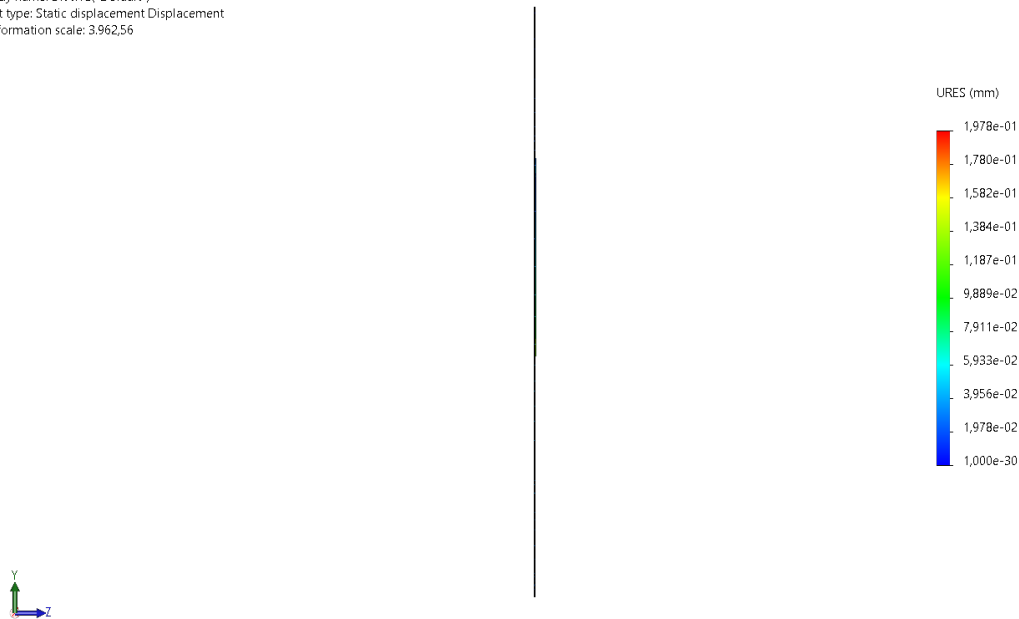
Εικόνα 10.1.2: Τάσεις von Mises του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static displacement Displacement
Deformation scale: 3.962,56



Εικόνα 10.1.3: Παραμόρφωση του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y .

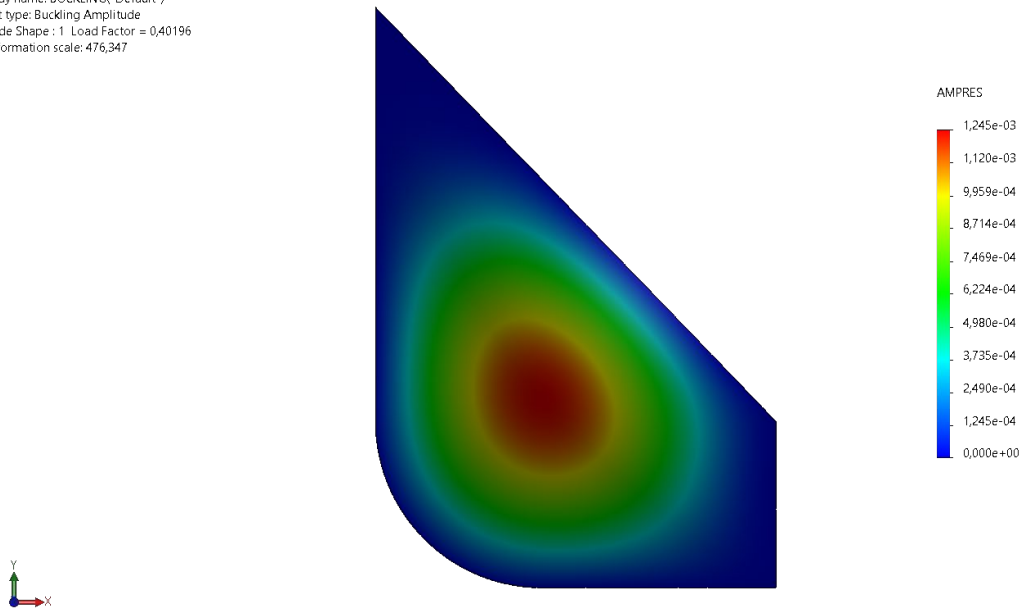
Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static displacement Displacement
Deformation scale: 3.962,56



Εικόνα 10.1.4: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z .

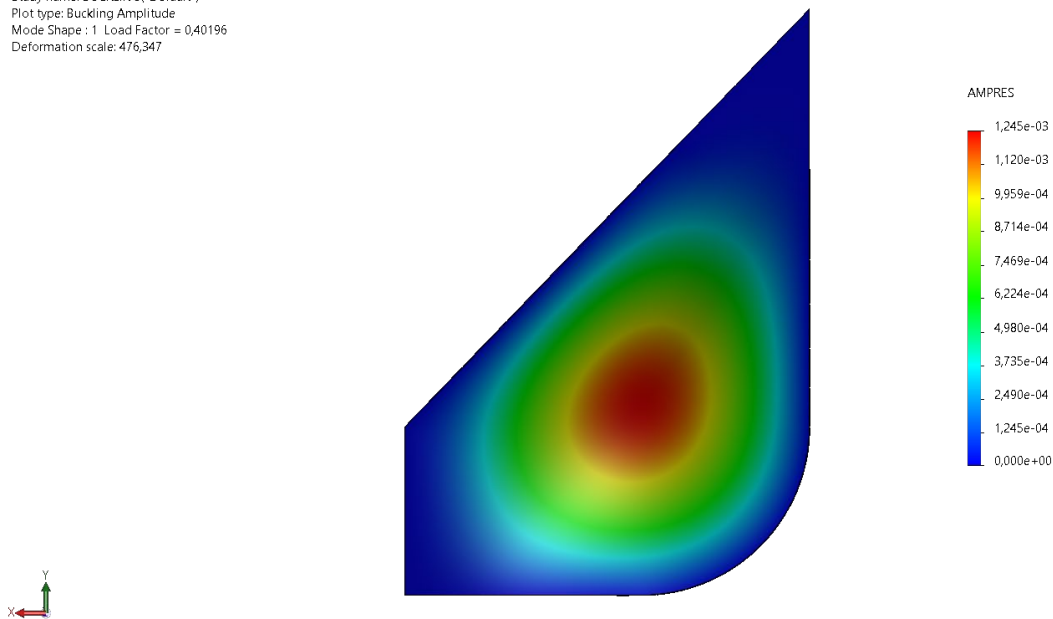
10.2 Μελέτη Λυγισμού του Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: BUCKLING(-Default-)
Plot type: Buckling Amplitude
Mode Shape: 1 Load Factor = 0,40196
Deformation scale: 476,347

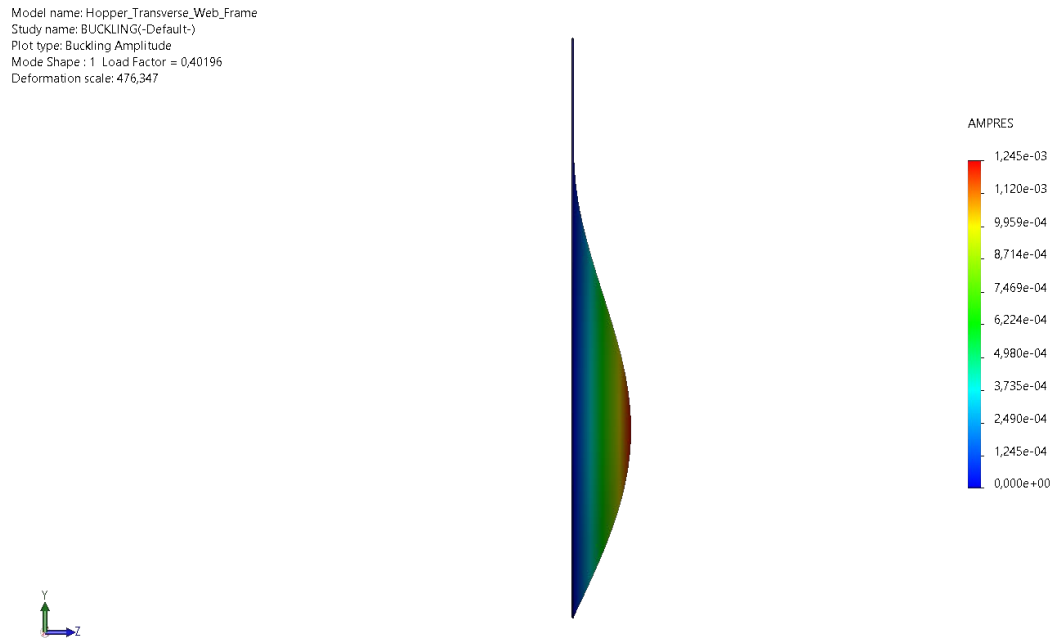


Εικόνα 10.2.1: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: BUCKLING(-Default-)
Plot type: Buckling Amplitude
Mode Shape: 1 Load Factor = 0,40196
Deformation scale: 476,347



Εικόνα 10.2.2: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z (οπίσθια κύρια πλευρά).



Εικόνα 10.2.3: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z .

$$BFS = 0,402 \quad (10.2.1)$$

10.3 Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας του Ελάσματος

Μετά από τη δοκιμή των είκοσι διαφορετικών συνδυασμών για το έλασμα HTWF των 1.405,990 Kg και για μέγεθος πλέγματος 50 mm, μεταξύ του ποσοστού μείωσης της μάζας και του μεγίστου ορίου επιτρεπομένης τάσης που περιέχει ο Πίνακας 9.4.1.1, καταλήξαμε στις παρακάτω τιμές μάζας (Πίνακας 10.3.1). Όπως είχαμε αναφέρει στην υποενότητα 9.4.4, το λογισμικό παράγει το σχήμα κατανεμημένου υλικού διατηρώντας μόνο τα στοιχεία του πλέγματος, για τα οποία ισχύει ότι $\rho_e > 0,3$. Έτσι, οι τελικές τιμές των μαζών θα είναι μεγαλύτερες από αυτές που περιέχει ο Πίνακας 10.3.1

Από τα αποτελέσματα του παραπάνω πίνακα, εκείνα που ικανοποιούν τον περιορισμό της μάζας, (9.4.1.2) και της μέγιστης επιτρεπομένης τάσης, (9.4.1.5), βρίσκονται εντός των μπλε κελιών. Από αυτά το μόνο που αποτελεί τον ιδανικότερο συνδυασμό μάζας και αντοχής είναι των 702,982 Kg και απεικονίζεται παρακάτω με τελική μάζα 717,764 Kg.

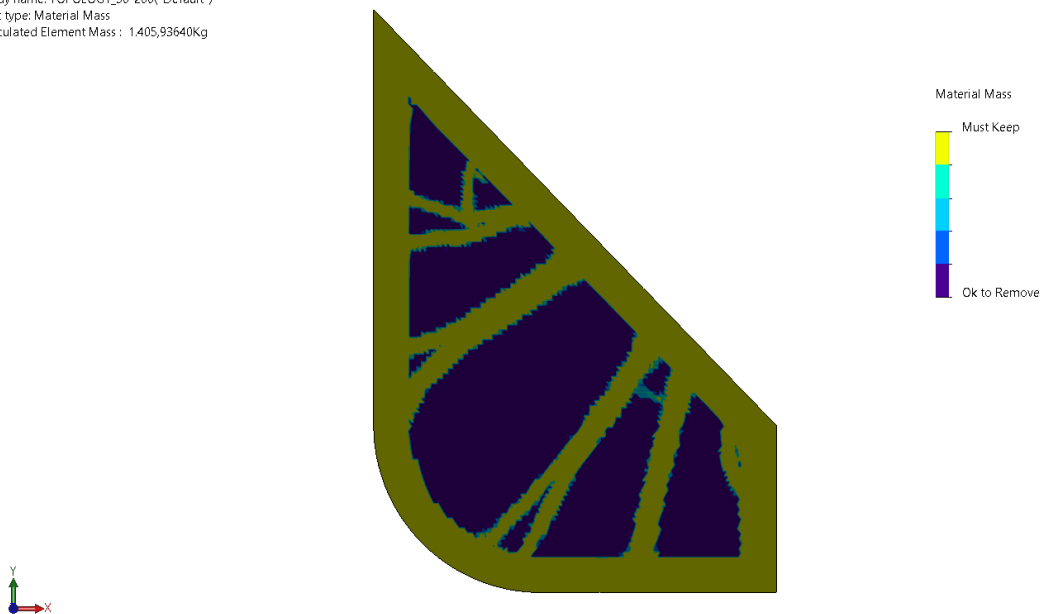
Πλέγμα 50 mm						
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	40	50
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	200	711,841	718,268	724,407	708,431	702,982
	150	825,422	804,506	803,574	831,404	803,697
	100	1.361,250	1.307,240	1.263,420	1.112,450	1.034,280
	50	1.389,080	1.379,580	1.370,110	1.364,440	1.293,110

Πίνακας 10.3.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό.

Πλέγμα 50 mm						
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	40	50
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	200	726,239	735,950	738,174	723,037	717,764
	150	864,828	830,163	824,216	866,991	822,614
	100	1.395,494	1.334,323	1.302,233	1.150,237	1.076,228
	50	1.402,882	1.392,094	1.387,971	1.386,515	1.318,256

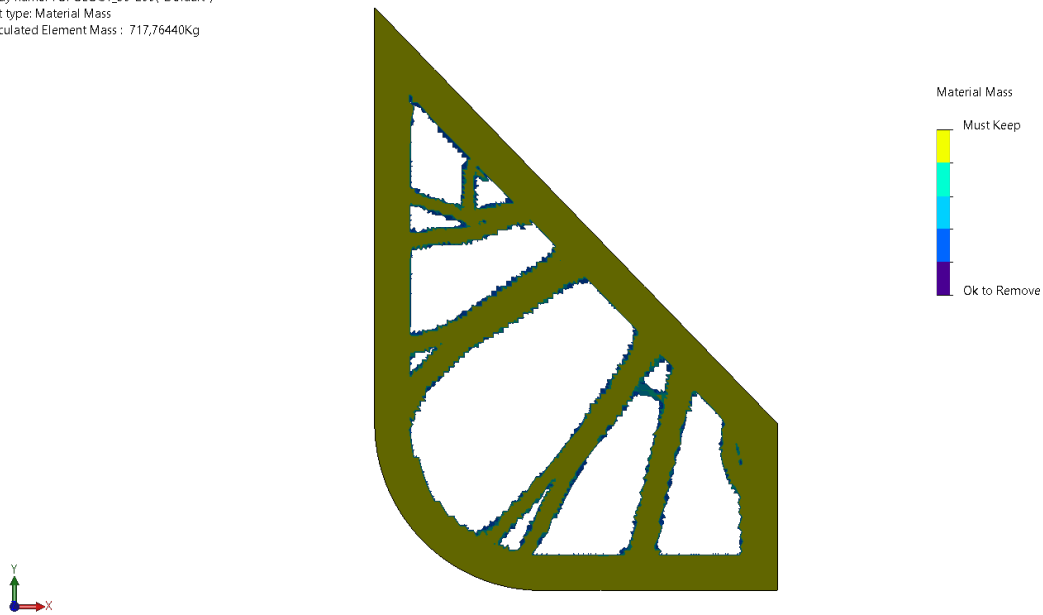
Πίνακας 10.3.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
 Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 1.405,93640Kg



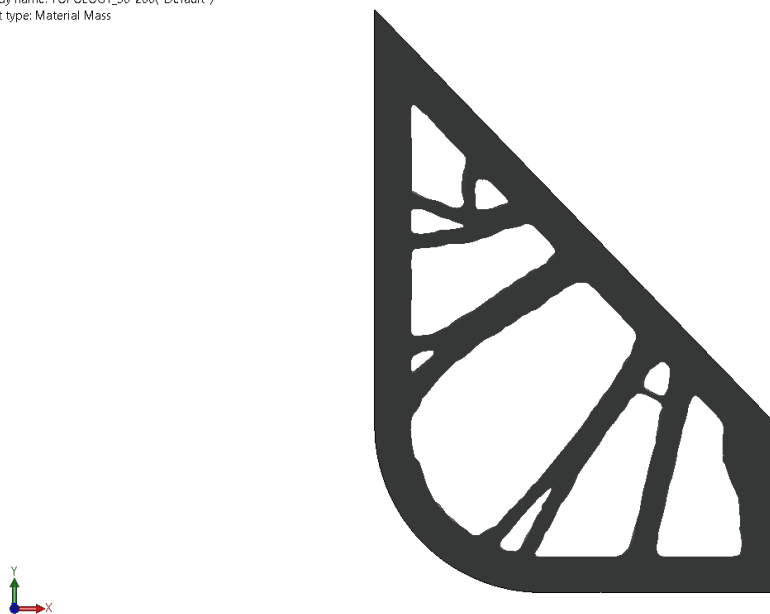
Εικόνα 10.3.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
Plot type: Material Mass
Calculated Element Mass : 717,76440Kg



Εικόνα 10.3.2: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame
Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default-)
Plot type: Material Mass



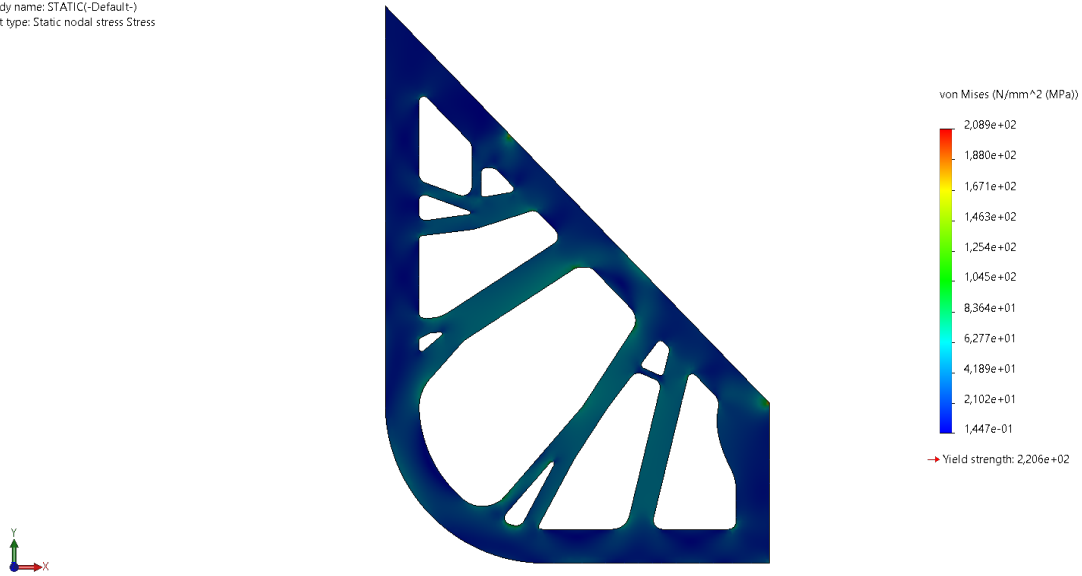
Εικόνα 10.3.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα.

Μέγεθος Στοιχείου	50 mm
Ανοχή	2,5 mm
Ποιότητα Πλέγματος	Υψηλή
Πλήθος Κόμβων	74.040
Πλήθος Στοιχείων	36.581
Χρόνος Δημιουργίας Πλέγματος	00 : 00 : 16
Χρόνος Επίλυσης Στατικής Μελέτης	00 : 00 : 08
Χρόνος Επίλυσης Μελέτης Λυγισμού	00 : 00 : 48
Χρόνος Επίλυσης Μελέτης Τοπολογίας	01 : 11 : 32

Πίνακας 10.3.3: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης, μελέτης λυγισμού και τοπολογίας του ελάσματος.

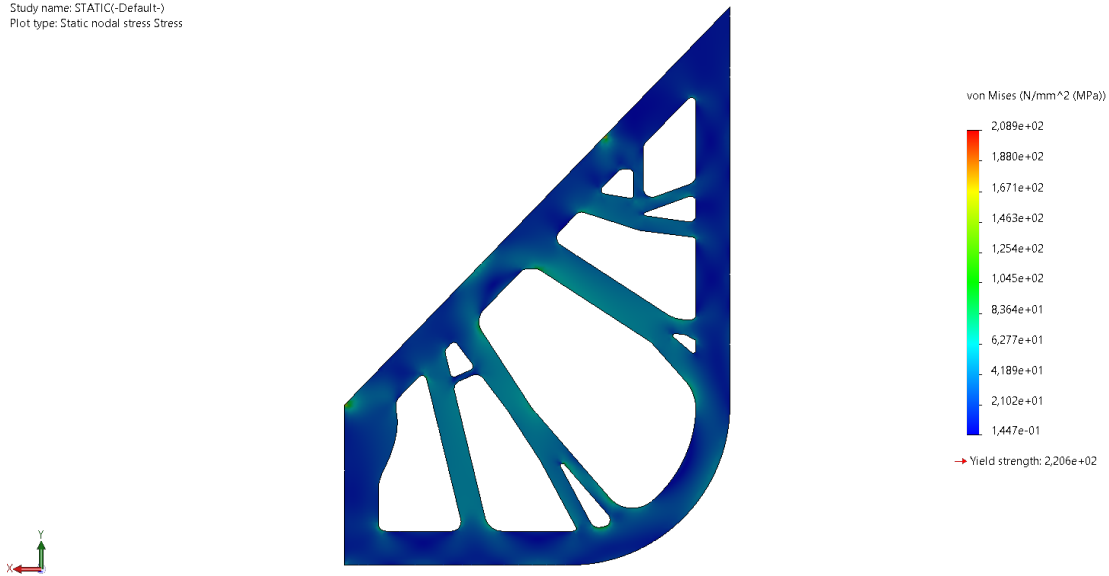
10.4 Στατική Μελέτη του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



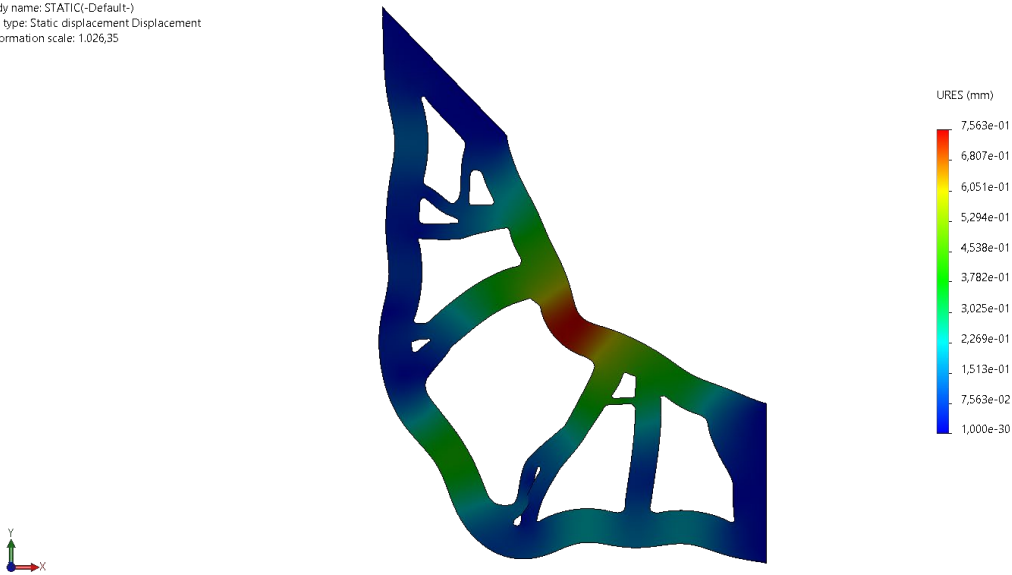
Εικόνα 10.4.1: Τάσεις von Mises του βελτιστοποιημένου ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



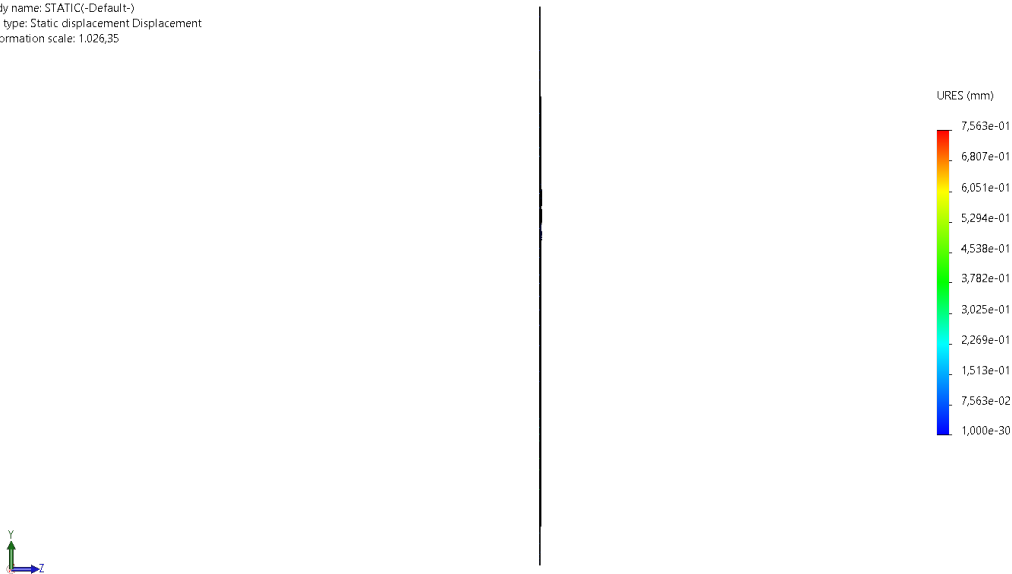
Εικόνα 10.4.2: Τάσεις von Mises του βελτιστοποιημένου ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 1.026,35



Εικόνα 10.4.3: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στις διευθύνσεις x και y .

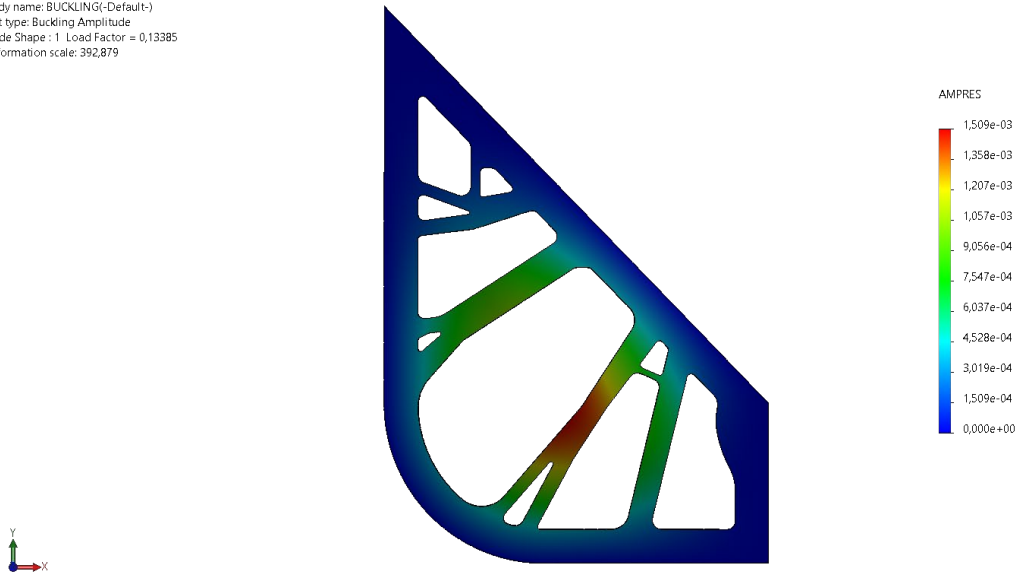
Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 1.026,35



Εικόνα 10.4.4: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z .

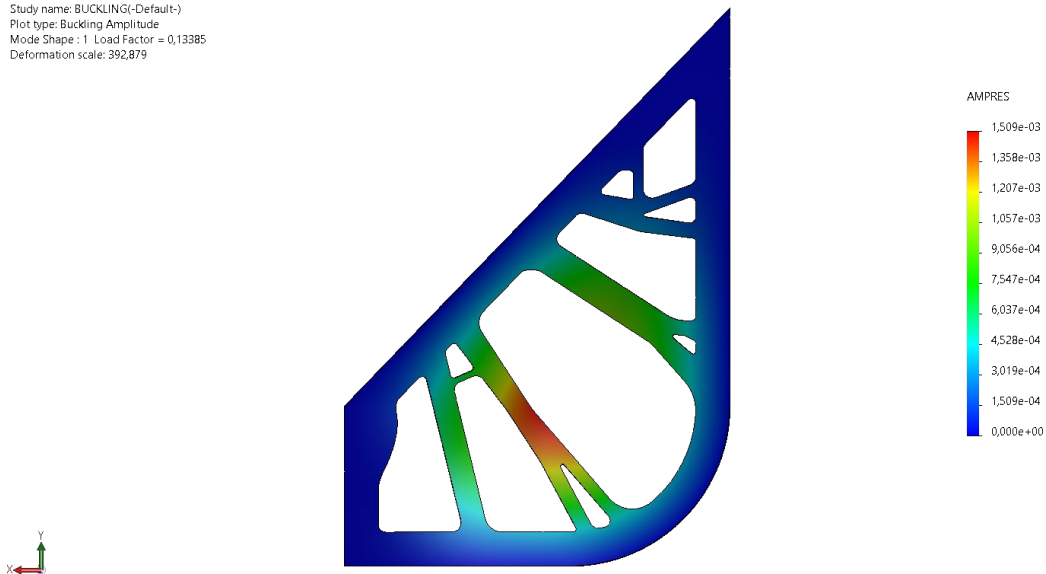
10.5 Μελέτη Λυγισμού του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
Study name: BUCKLING(-Default-)
Plot type: Buckling Amplitude
Mode Shape : 1 Load Factor = 0,13385
Deformation scale: 392,879



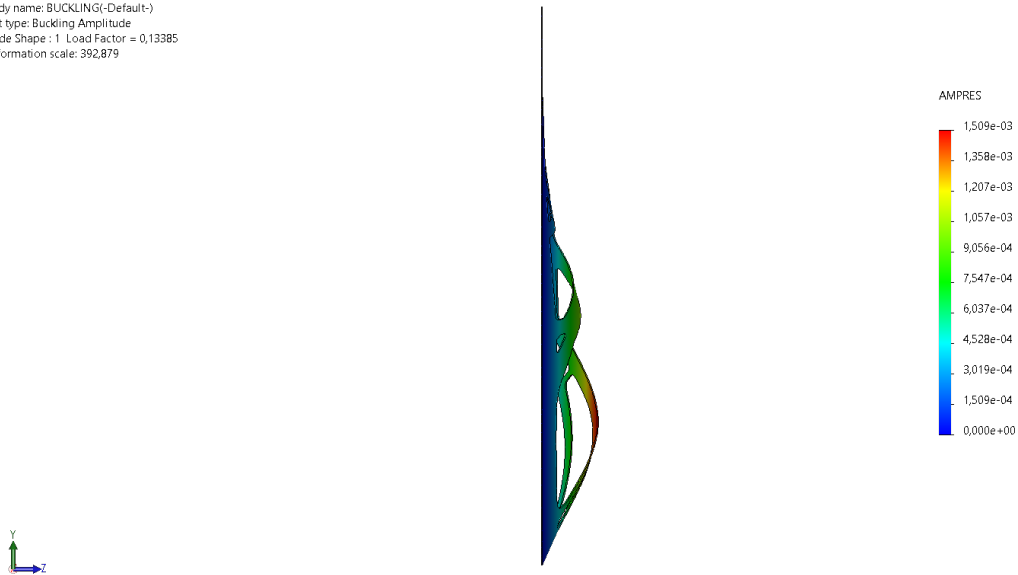
Εικόνα 10.5.1: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
Study name: BUCKLING(-Default-)
Plot type: Buckling Amplitude
Mode Shape : 1 Load Factor = 0,13385
Deformation scale: 392,879



Εικόνα 10.5.2: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_1
 Study name: BUCKLING(-Default-)
 Plot type: Buckling Amplitude
 Mode Shape : 1 Load Factor = 0,13385
 Deformation scale: 392,879



Εικόνα 10.5.3: Παραμόρφωση του βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z .

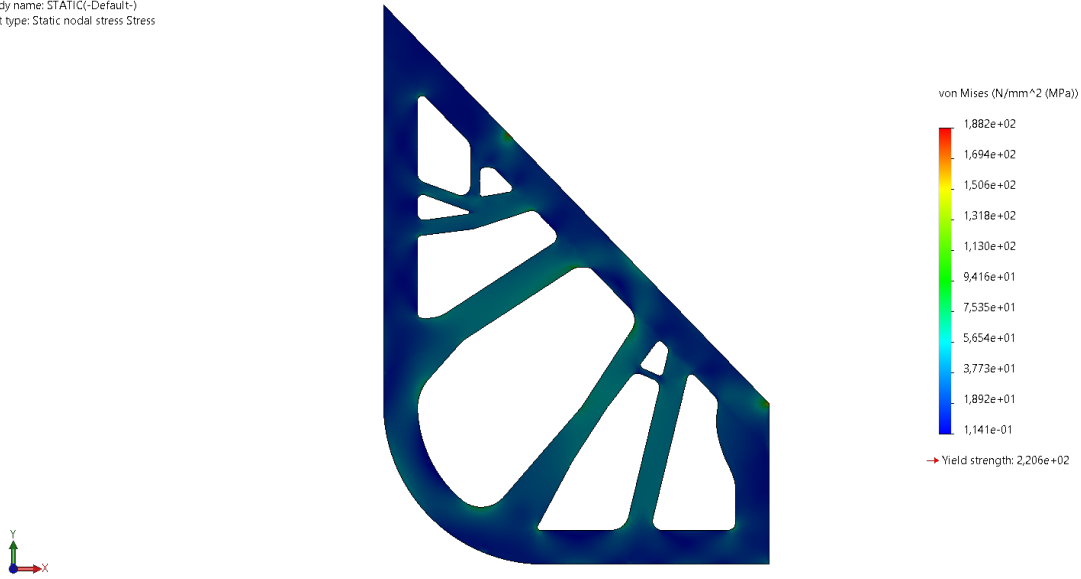
$$BFS = 0,134 \quad (10.5.1)$$

Μέγεθος Στοιχείου	50 mm
Ανοχή	2,5 mm
Ποιότητα Πλέγματος	Υψηλή
Πλήθος Κόμβων	42.511
Πλήθος Στοιχείων	19.928
Χρόνος Δημιουργίας Πλέγματος	00 : 00 : 07
Χρόνος Επίλυσης Στατικής Μελέτης	00 : 00 : 05
Χρόνος Επίλυσης Μελέτης Λυγισμού	00 : 00 : 14

Πίνακας 10.5.1: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης λυγισμού του βελτιστοποιημένου ελάσματος.

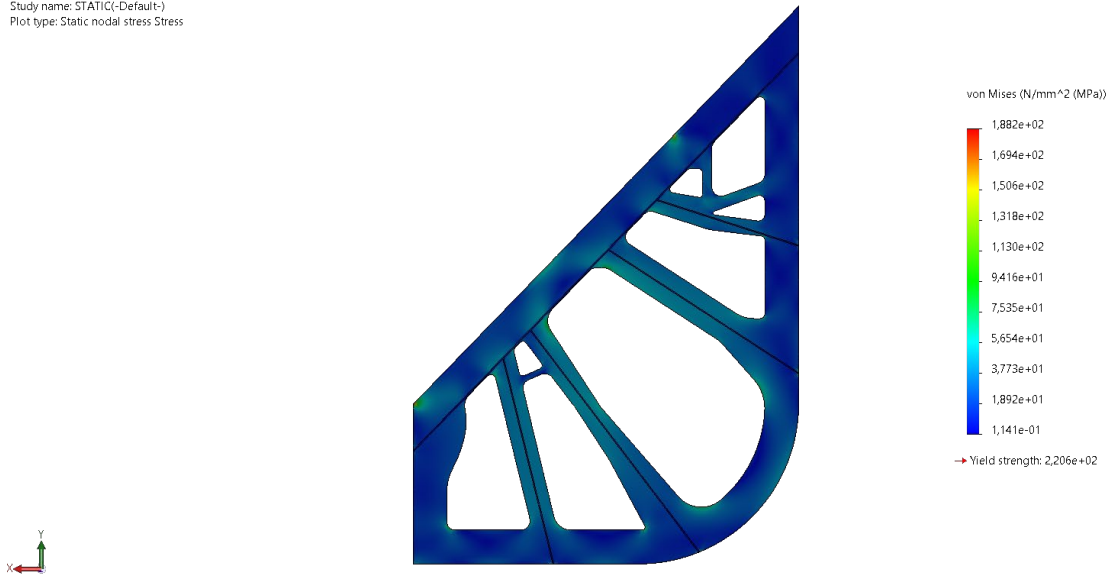
10.6 Στατική Μελέτη του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



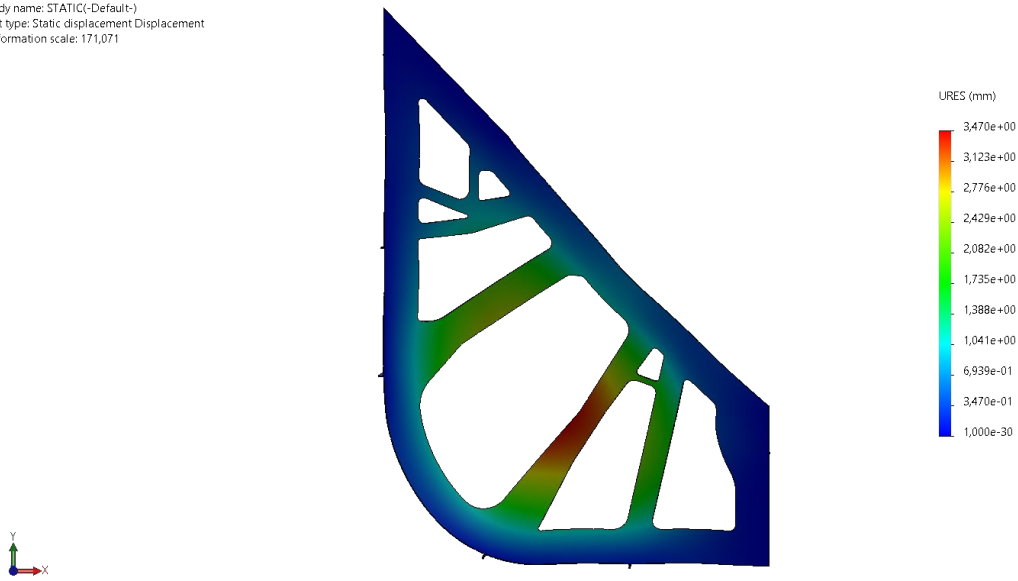
Εικόνα 10.6.1: Τάσεις von Mises του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (εμπρός/πλευρά κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



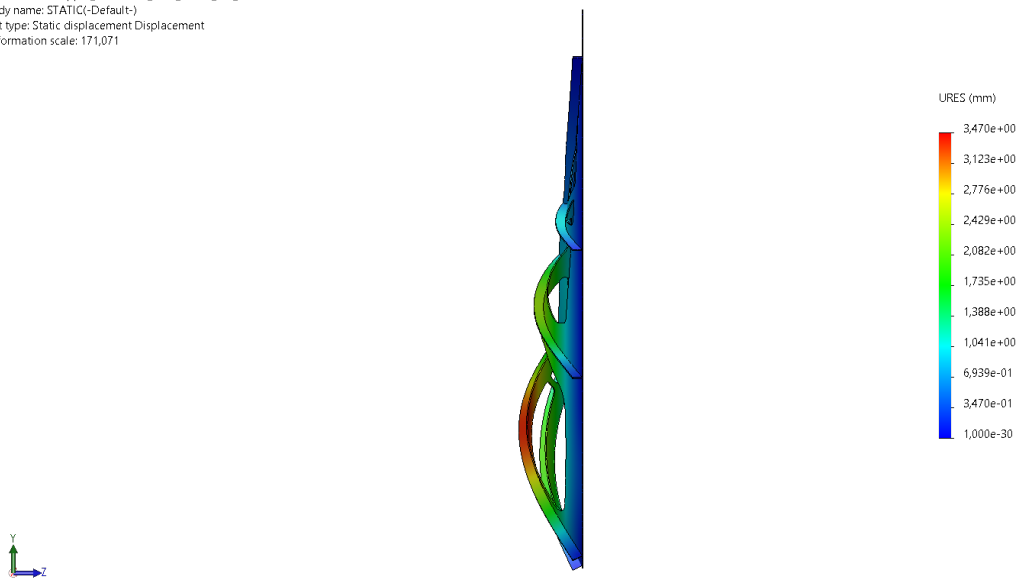
Εικόνα 10.6.2: Τάσεις von Mises του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 171,071



Εικόνα 10.6.3: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στις διευθύνσεις x και y .

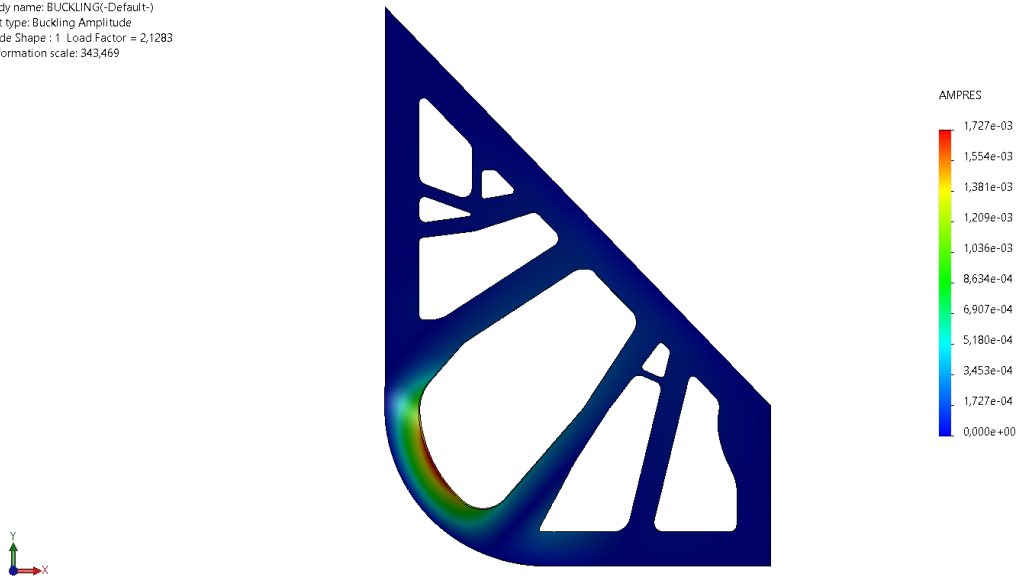
Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 171,071



Εικόνα 10.6.4: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z .

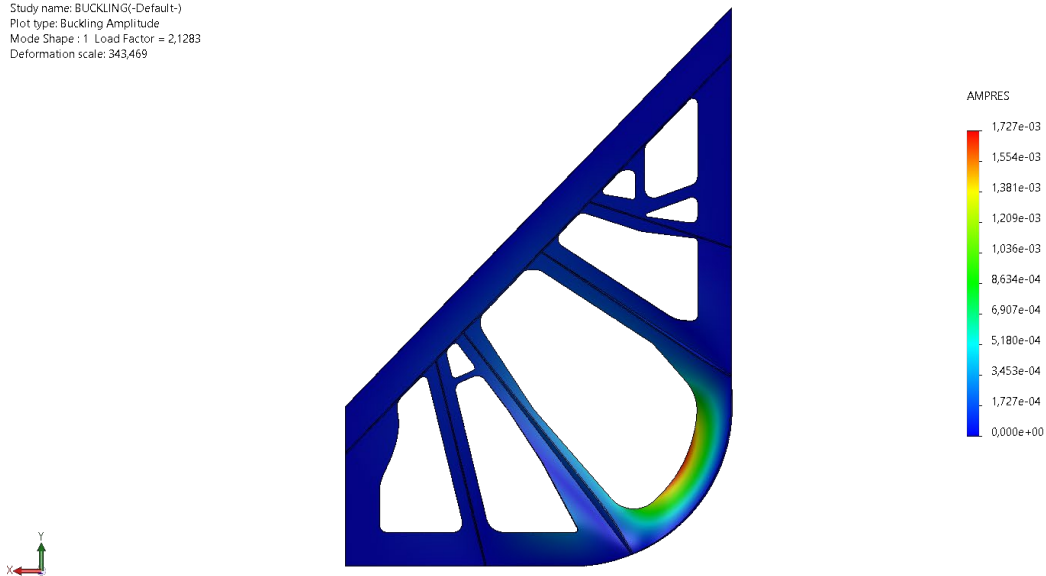
10.7 Μελέτη Λυγισμού του Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
 Study name: BUCKLING(-Default-)
 Plot type: Buckling Amplitude
 Mode Shape : 1 Load Factor = 2,1283
 Deformation scale: 343,469



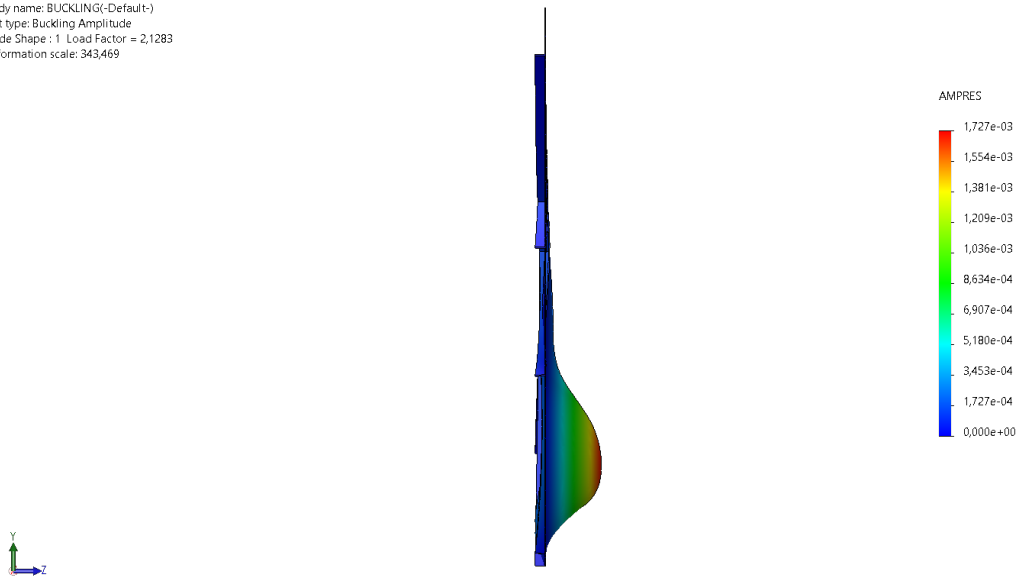
Εικόνα 10.7.1: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
 Study name: BUCKLING(-Default-)
 Plot type: Buckling Amplitude
 Mode Shape : 1 Load Factor = 2,1283
 Deformation scale: 343,469



Εικόνα 10.7.2: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
 Study name: BUCKLING(-Default-)
 Plot type: Buckling Amplitude
 Mode Shape : 1 Load Factor = 2,1283
 Deformation scale: 343,469



Εικόνα 10.7.3: Παραμόρφωση του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος στη διεύθυνση z .

$$BFS = 2,128 \tag{10.7.1}$$

Μέγεθος Στοιχείου	50 mm
Ανοχή	2,5 mm
Ποιότητα Πλέγματος	Υψηλή
Πλήθος Κόμβων	52.389
Πλήθος Στοιχείων	25.018
Χρόνος Δημιουργίας Πλέγματος	00 : 00 : 10
Χρόνος Επίλυσης Στατικής Μελέτης	00 : 00 : 06
Χρόνος Επίλυσης Μελέτης Λυγισμού	00 : 00 : 17

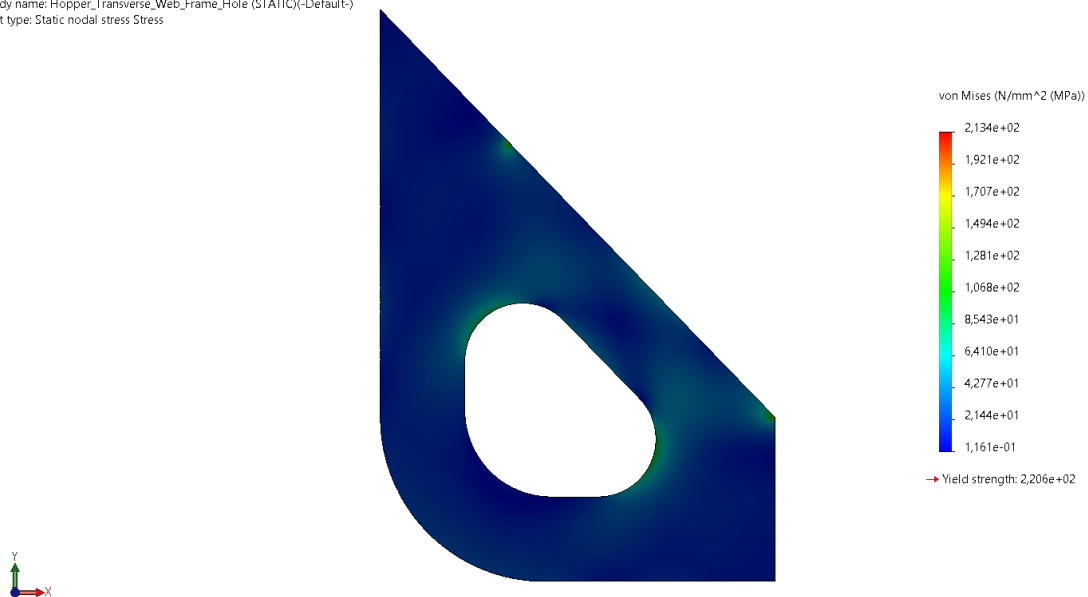
Πίνακας 10.7.1: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης λυγισμού του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Έλασμα	σ_{vM}^{max} [MPa]	σ_{yield} [MPa]	BFS	Μάζα [Kg]
Αρχικό Έλασμα	127,700	220,000	0,402	1.405,990
Βελτιστοποιημένο Έλασμα	208,900	220,000	0,134	745,000
Ενισχυμένο Βελτιστοποιημένο Έλασμα	188,200	220,000	2,128	898,349

Πίνακας 10.7.2: Σύγκριση των μεγίστων αναπτυσσομένων τάσεων, των συντελεστών ασφαλείας έναντι λυγισμού και των μαζών μεταξύ των τριών φάσεων του ελάσματος.

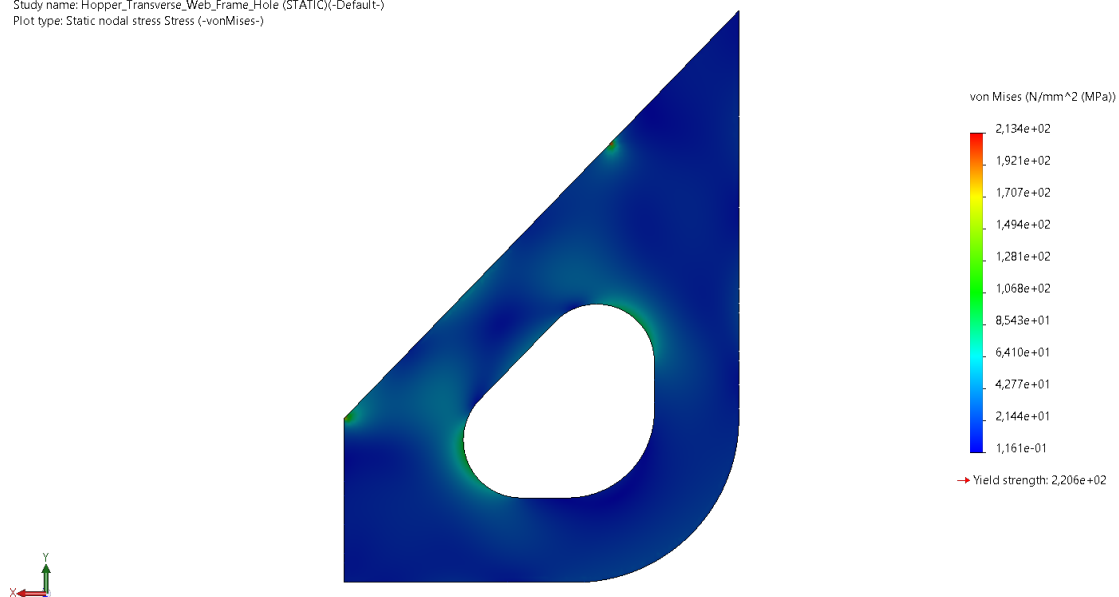
10.8 Στατική Μελέτη της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole
 Study name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole (STATIC)(-Default-)
 Plot type: Static nodal stress Stress



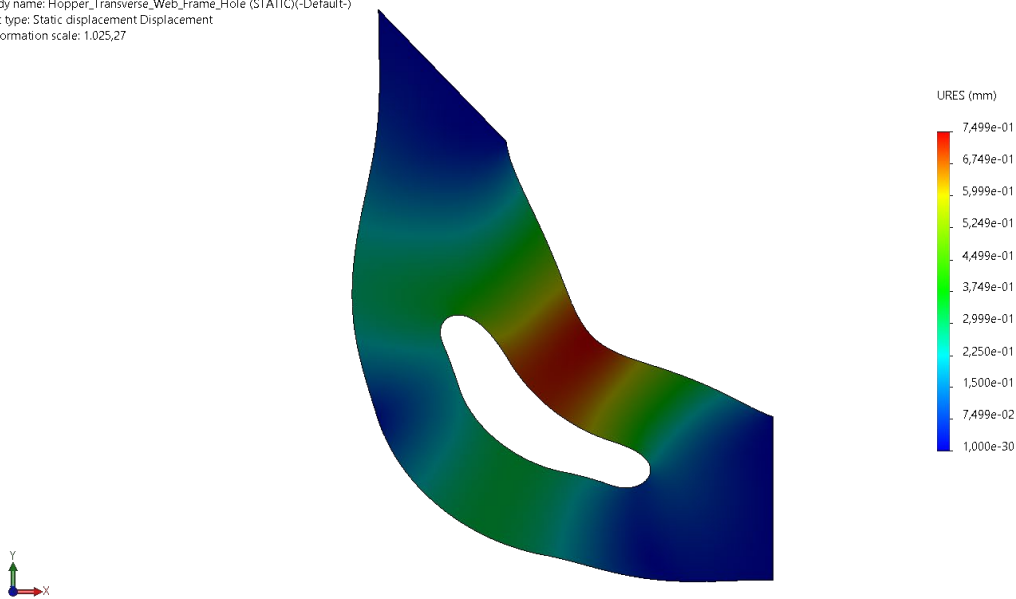
Εικόνα 10.8.1: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole
 Study name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole (STATIC)(-Default-)
 Plot type: Static nodal stress Stress (-vonMises-)



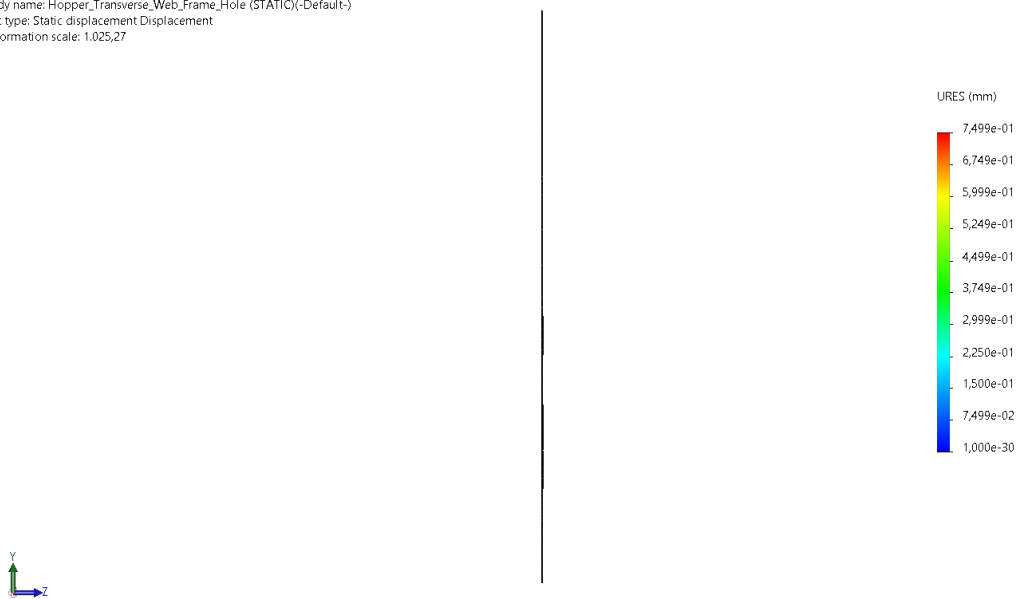
Εικόνα 10.8.2: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole
 Study name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole (STATIC)-(Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 1.025,27



Εικόνα 10.8.3: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y .

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole
 Study name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole (STATIC)-(Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 1.025,27



Εικόνα 10.8.4: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στη διεύθυνση z .

10.9 Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Ύστερα από τη δοκιμή των τεσσάρων διαφορετικών συνδυασμών για το έλασμα HTWF των 1.126,630 Kg , μεταξύ του ποσοστού μείωσης της μάζας και του μεγίστου ορίου αναπτυσσομένης τάσης που περιέχει ο Πίνακας 9.11.3.1.1, καταλήξαμε στις τιμές μάζας που αναφέρει ο Πίνακας 10.9.1. Από αυτές, εκείνες που βρίσκονται σε μπλε κελιά, ικανοποιούν τον περιορισμό της μάζας, (9.4.1.2) και της μέγιστης επιτρεπομένης τάσης (9.4.1.5). Ωστόσο, ο βέλτιστος συνδυασμός μάζας και αντοχής προκύπτει στα 779,503 Kg και αναπαρίσταται από τις παρακάτω εικόνες με τελική μάζα 794,199 Kg .

Όπως είχαμε αναφέρει στην υποενότητα 9.4.4, το λογισμικό παράγει το σχήμα κατανομής του υλικού της κατασκευής διατηρώντας μόνο τα στοιχεία του πλέγματος, για τα οποία ισχύει ότι $\rho_e > 0,3$. Έτσι, οι τελικές τιμές των μαζών θα είναι μεγαλύτερες από αυτές που περιέχει ο Πίνακας 10.9.1.

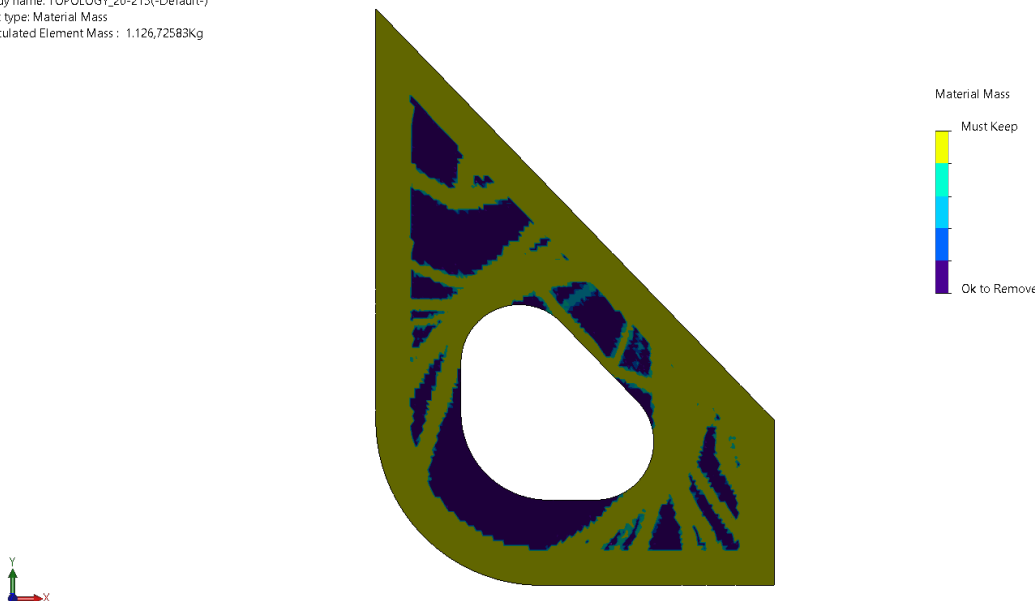
Πλέγμα 50 mm					
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	37,6
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	215	780,809	779,503	805,551	837,532

Πίνακας 10.9.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό.

Πλέγμα 50 mm					
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	37,6
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	215	798,686	794,199	821,657	853,795

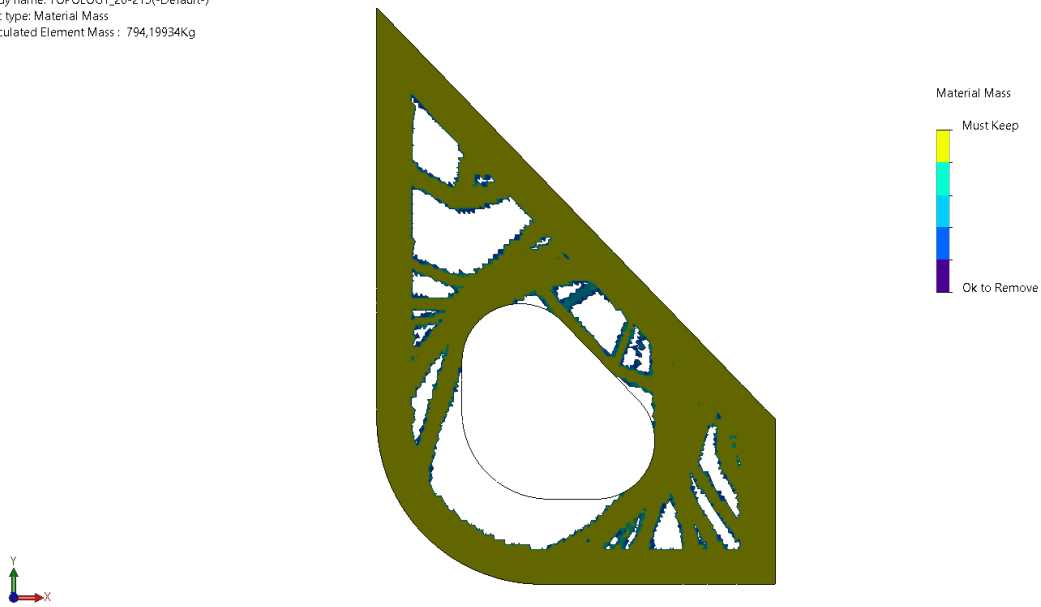
Πίνακας 10.9.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_50
Study name: TOPOLOGY_20-215(-Default-)
Plot type: Material Mass
Calculated Element Mass : 1.126,72583Kg



Εικόνα 10.9.1: Η κατανομή του υλικού της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_50
Study name: TOPOLOGY_20-215(-Default-)
Plot type: Material Mass
Calculated Element Mass: 794,19934Kg



Εικόνα 10.9.2: Η κατανομή του υλικού της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_50
Study name: TOPOLOGY_20-215(-Default-)
Plot type: Material Mass



Εικόνα 10.9.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

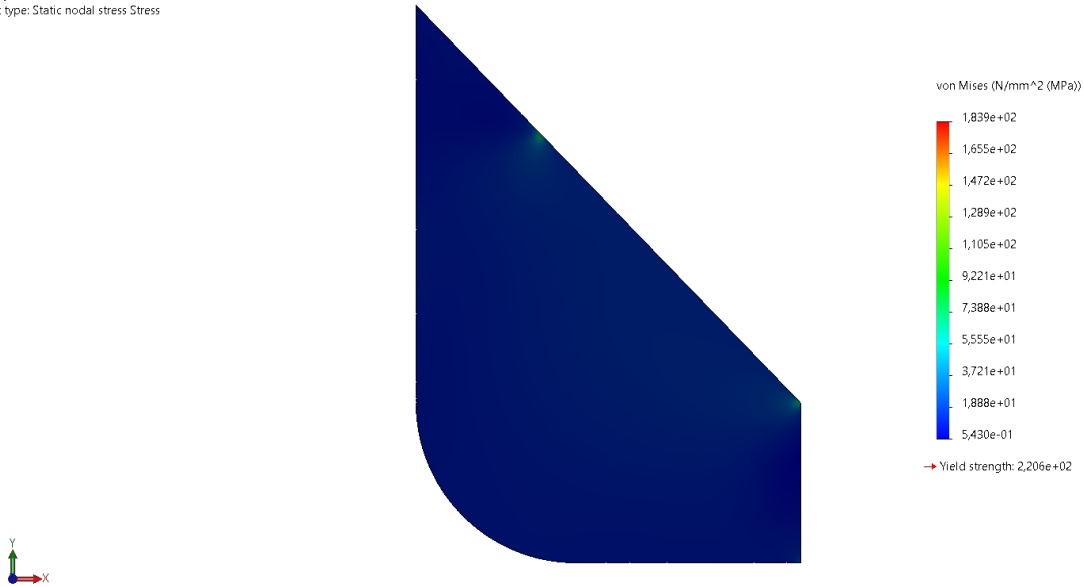
Μέγεθος Στοιχείου	50 mm
Ανοχή	2,5 mm
Ποιότητα Πλέγματος	Υψηλή
Πλήθος Κόμβων	60.266
Πλήθος Στοιχείων	29.514
Χρόνος Δημιουργίας Πλέγματος	00 : 00 : 13
Χρόνος Επίλυσης Στατικής Μελέτης	00 : 00 : 08
Χρόνος Επίλυσης Μελέτης Τοπολογίας	00 : 51 : 03

Πίνακας 10.9.3: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης τοπολογίας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

11 Αποτελέσματα Πλέγματος 25 mm

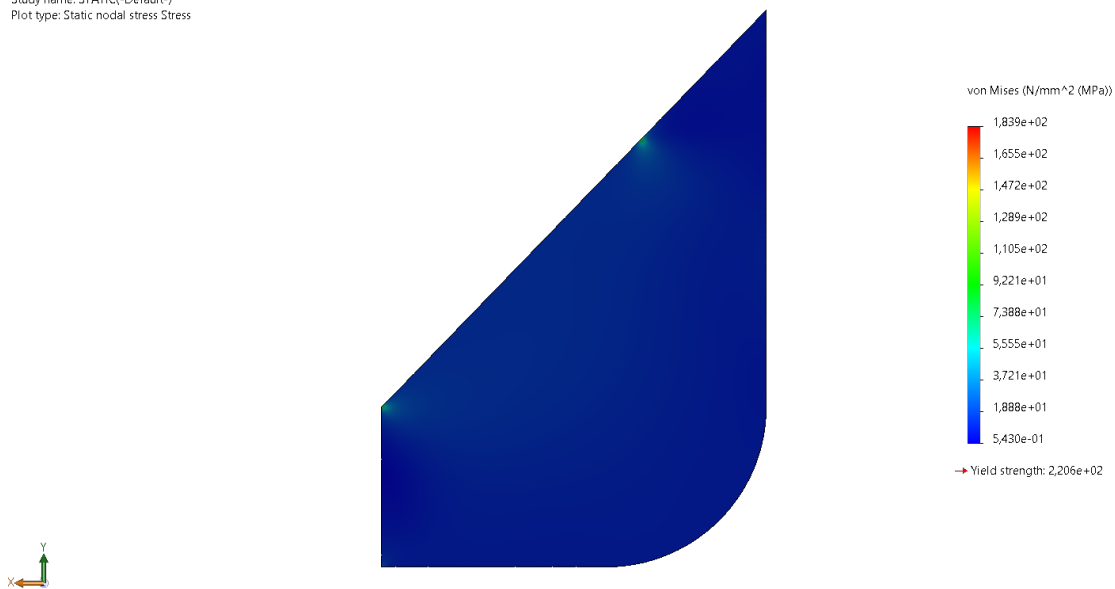
11.1 Στατική Μελέτη του Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



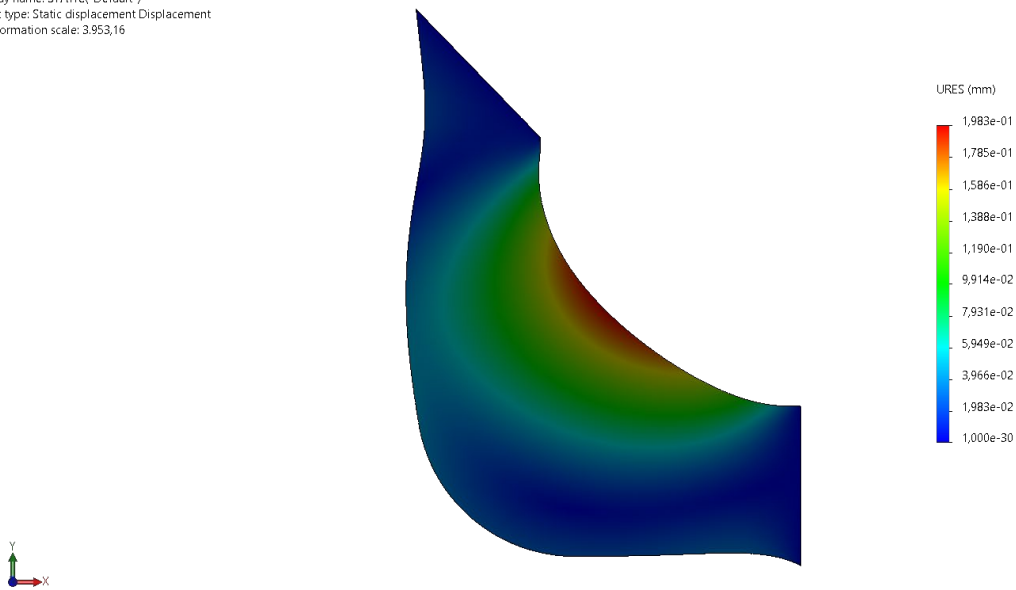
Εικόνα 11.1.1: Τάσεις von Mises του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



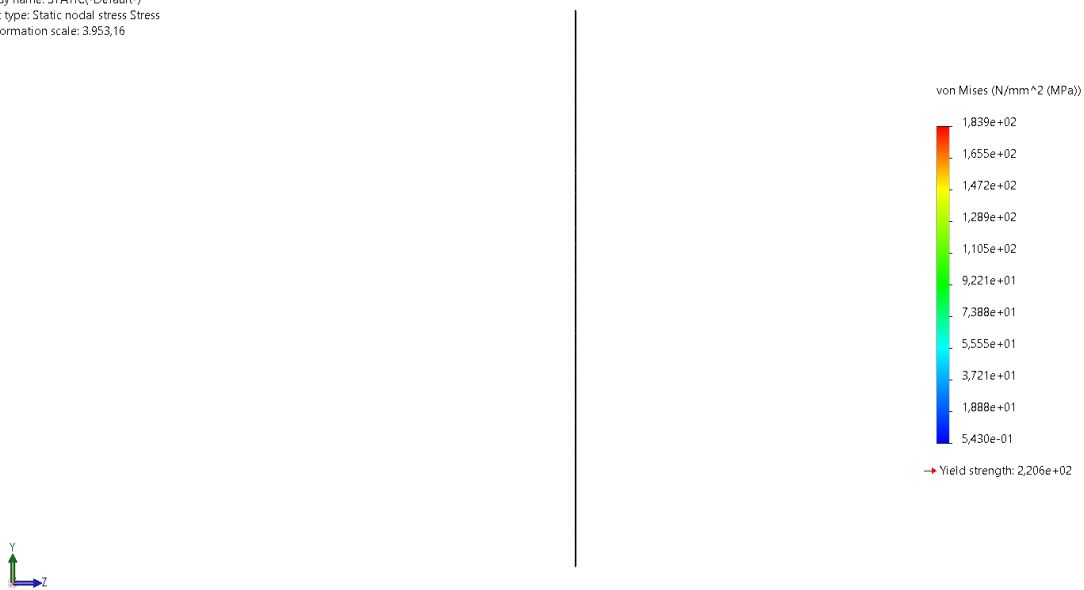
Εικόνα 11.1.2: Τάσεις von Mises του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 3.953,16



Εικόνα 11.1.3: Παραμόρφωση του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y .

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static nodal stress Stress
 Deformation scale: 3.953,16



Εικόνα 11.1.4: Παραμόρφωση του ελάσματος στη διεύθυνση z .

11.2 Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας του Ελάσματος

Δοκιμάζοντας τους πέντε διαφορετικούς συνδυασμούς για το έλασμα HTWF των 1.405,990 Kg και για μέγεθος πλέγματος 25 mm, μεταξύ του ποσοστού μείωσης της μάζας και του μεγίστου ορίου επιτρεπομένης τάσης που περιέχει ο Πίνακας 9.4.1.2, καταλήξαμε στις τιμές μάζας, τις οποίες περιλαμβάνει ο Πίνακας 11.2.1. Από αυτές, οι μόνες που δεν παραβιάζουν τους περιορισμούς (9.4.1.2) και (9.4.1.5), βρίσκονται εντός των μπλε κελιών στον ακόλουθο πίνακα. Επίσης, σε αυτήν την περίπτωση το μόνο που αποτελεί τον ιδανικότερο συνδυασμό μάζας και αντοχής είναι των 763,370 Kg. Λόγω της βασικής ρύθμισης του λογισμικού, η οποία είναι να παράγει το σχήμα κατανομής του υλικού διατηρώντας μόνο τα στοιχεία του πλέγματος, για τα οποία ισχύει ότι $\rho_e > 0,3$, το βέλτιστο σχέδιο του ελάσματος είναι εκείνο των 767,777 Kg και απεικονίζεται στις ακόλουθες εικόνες με τελική μάζα 780,381 Kg.

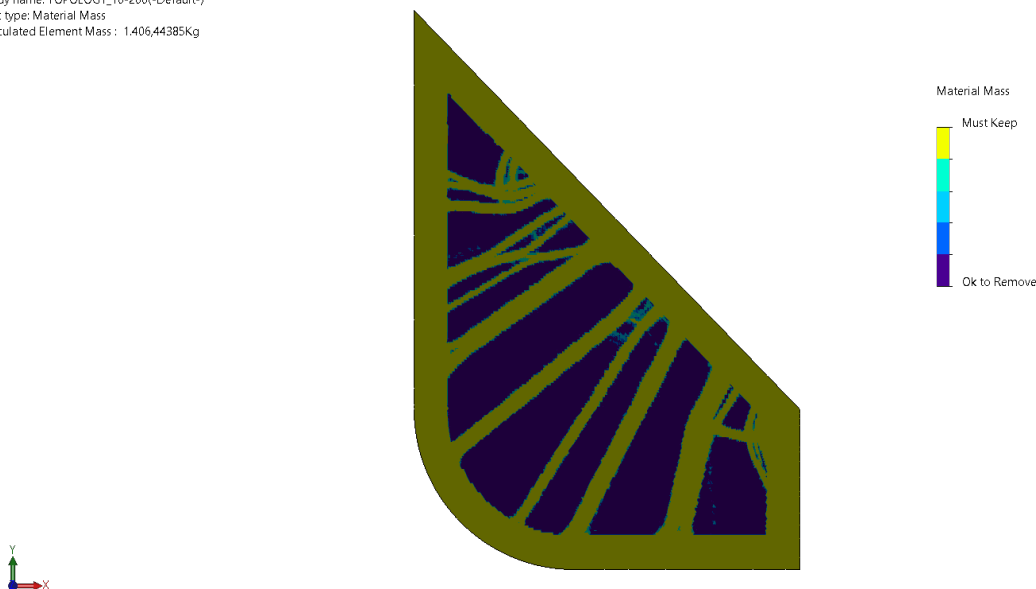
Πλέγμα 25 mm						
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	40	50
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	200	767,777	763,370	774,286	768,687	773,533

Πίνακας 11.2.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό.

Πλέγμα 25 mm						
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	40	50
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	200	780,381	782,372	793,197	783,327	789,460

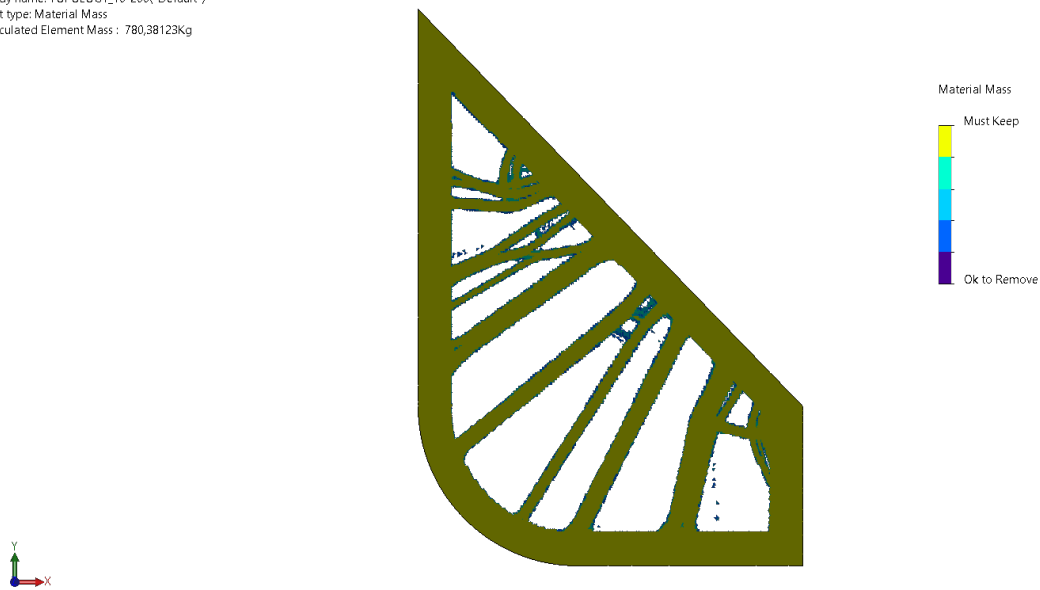
Πίνακας 11.2.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
 Study name: TOPOLOGY_10-200(-Default-)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass: 1.406,44385Kg



Εικόνα 11.2.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
Study name: TOPOLOGY_10-200(-Default-)
Plot type: Material Mass
Calculated Element Mass : 780,98123Kg



Εικόνα 11.2.2: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
Study name: TOPOLOGY_10-200(-Default-)
Plot type: Material Mass



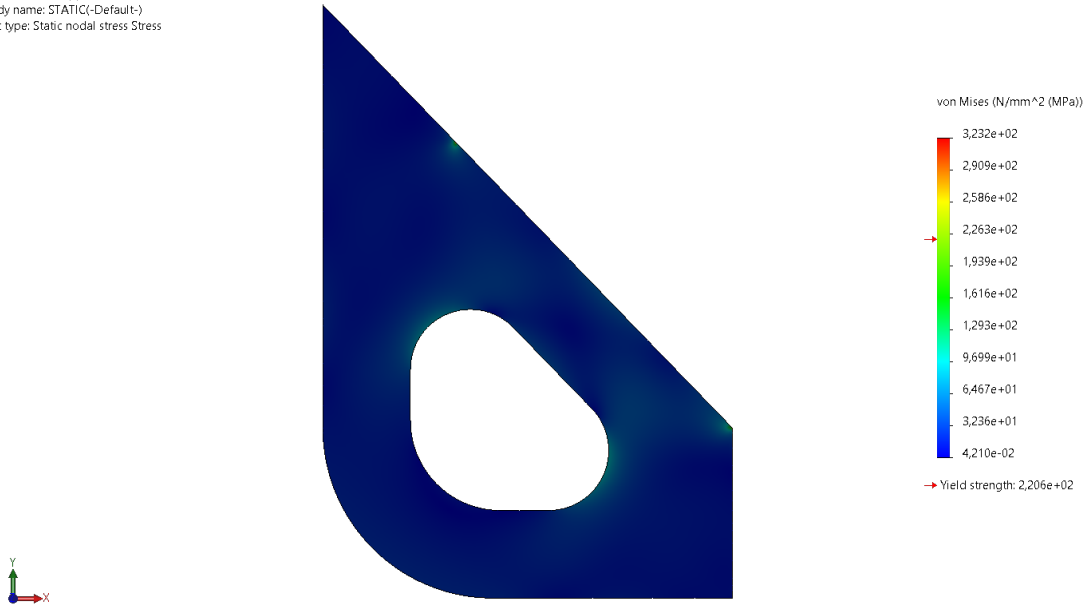
Εικόνα 11.2.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα.

Μέγεθος Στοιχείου	25 mm
Ανοχή	1,25 mm
Ποιότητα Πλέγματος	Υψηλή
Πλήθος Κόμβων	292.417
Πλήθος Στοιχείων	145.610
Χρόνος Δημιουργίας Πλέγματος	00 : 12 : 18
Χρόνος Επίλυσης Στατικής Μελέτης	00 : 00 : 34
Χρόνος Επίλυσης Μελέτης Τοπολογίας	06 : 38 : 49

Πίνακας 11.2.3: Πληροφορίες πλέγματος και χρόνοι επίλυσης στατικής μελέτης και μελέτης τοπολογίας του ελάσματος.

11.3 Στατική Μελέτη της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_25
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



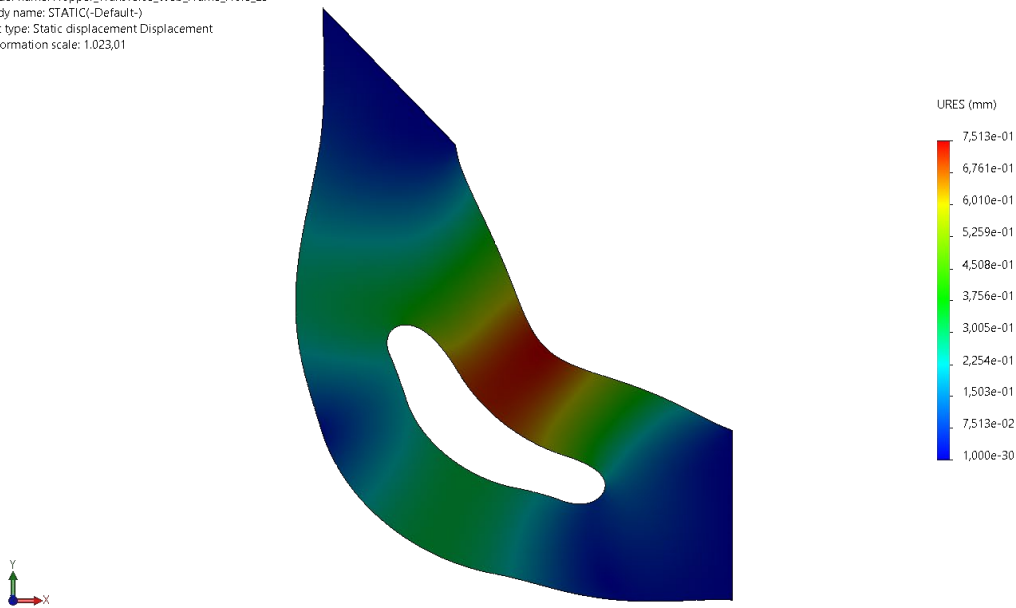
Εικόνα 11.3.1: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (εμπρόσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_25
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress



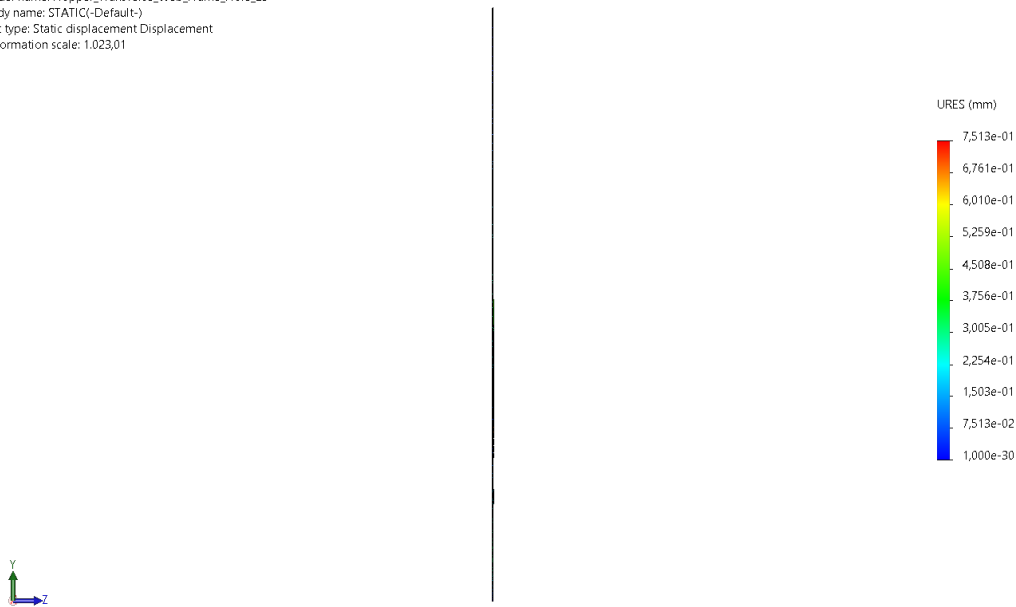
Εικόνα 11.3.2: Τάσεις von Mises της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_25
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement: Displacement
 Deformation scale: 1.023,01



Εικόνα 11.3.3: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στις διευθύνσεις x και y .

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_25
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement: Displacement
 Deformation scale: 1.023,01



Εικόνα 11.3.4: Παραμόρφωση της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος στη διεύθυνση z .

11.4 Βελτιστοποίηση της Τοπολογίας της Δεύτερης Εκδοχής του Ελάσματος

Από τη δοκιμή των πέντε διαφορετικών συνδυασμών για το έλασμα HTWF των 1.126,630 Kg και για μέγεθος πλέγματος 25 mm, μεταξύ του ποσοστού μείωσης της μάζας και του μεγίστου ορίου επιτρεπόμενης τάσης που περιέχει ο Πίνακας 9.11.3.1.2, καταλήξαμε στις τιμές μάζας, τις οποίες περιλαμβάνει ο Πίνακας 11.4.1. Από αυτές παρατηρήθηκε ότι όλες παραβιάζουν τουλάχιστον έναν από τους περιορισμούς (9.4.1.2) και (9.4.1.5). Συνεπώς, δεν υπάρχει καμία από τις περιπτώσεις του παρακάτω πίνακα που να αποτελεί τον ιδανικότερο συνδυασμό μάζας και αντοχής. Λόγω της βασικής ρύθμισης του λογισμικού, η οποία είναι να παράγει το σχήμα κατανομής του υλικού διατηρώντας μόνο τα στοιχεία του πλέγματος, για τα οποία ισχύει ότι $\rho_e > 0,3$, οι τιμές του πρώτου πίνακα μετασχηματίζονται σε αυτές του δεύτερου.

Πλέγμα 25 mm					
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	37,6
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	215	1.013,990	901,321	788,656	703,030

Πίνακας 11.4.1: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό.

Πλέγμα 25 mm					
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	37,6
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	215	1.023,444	950,400	909,133	887,194

Πίνακας 11.4.2: Οι προκύπτουσες τιμές μάζας της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος για κάθε συνδυασμό, με $\rho_e > 0,3$.

12 Αποτελέσματα Δεύτερης Περίπτωσης Δοκιμών

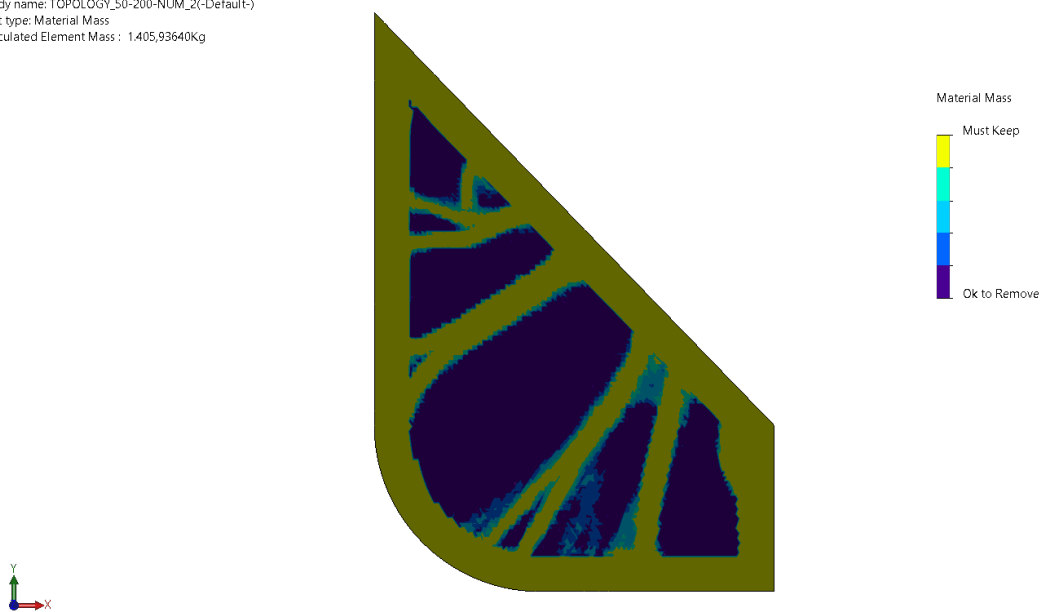
Ενεργοποιώντας μεμονωμένα κάθε φορά τις επιλογές Use inplane effect, Use soft spring to stabilize model και Use inertia relief, λάβαμε τα ακόλουθα αποτελέσματα.

12.1 Use inplane effect & Use inertia relief

Το λογισμικό δεν κατάφερε να ολοκληρώσει καμία από τις μελέτες της τοπολογίας.

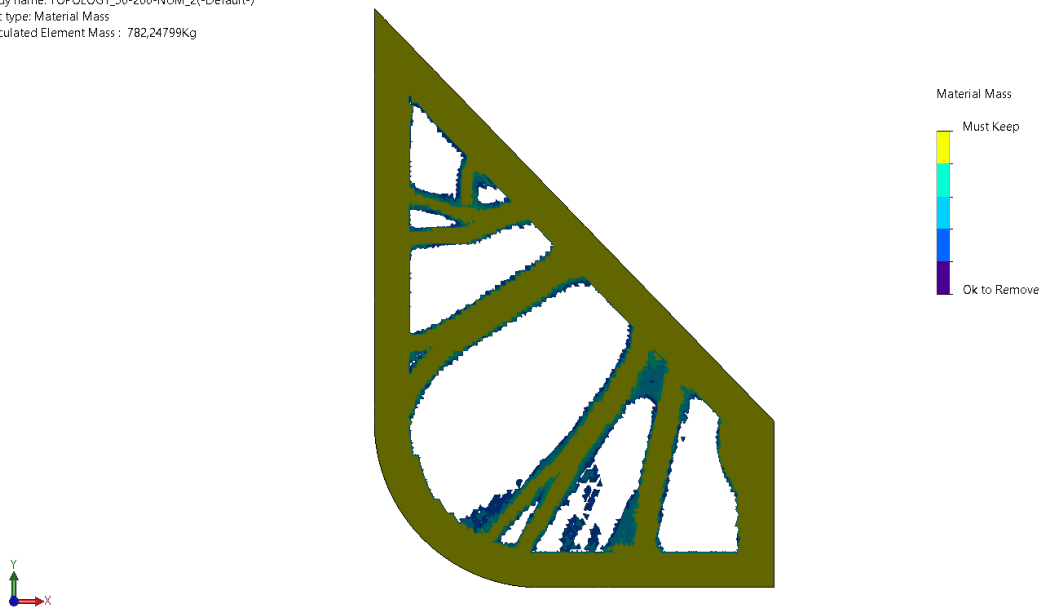
12.2 Use soft spring to stabilize model

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
Study name: TOPOLOGY_50-200-NUM_2(-Default-)
Plot type: Material Mass
Calculated Element Mass : 1.405,93640Kg



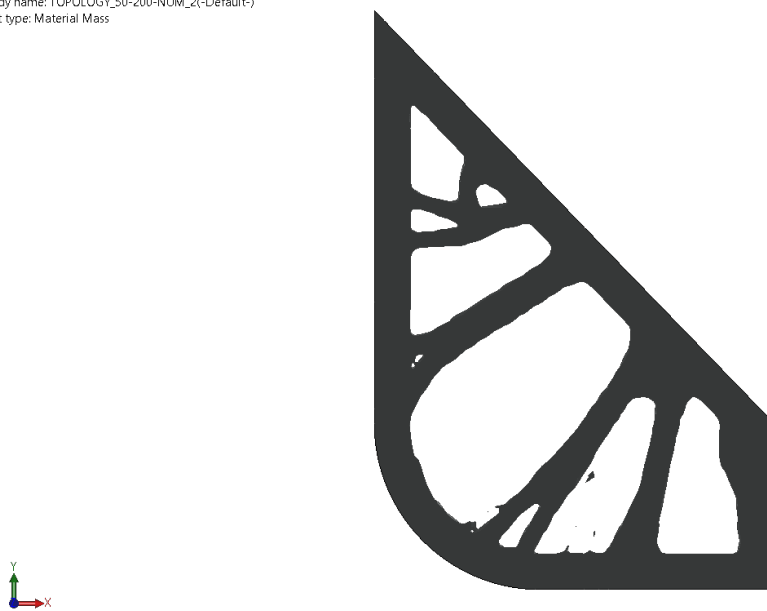
Εικόνα 12.2.1: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
Study name: TOPOLOGY_50-200-NUM_2(-Default-)
Plot type: Material Mass
Calculated Element Mass : 782,24799Kg



Εικόνα 12.2.2: Η κατανομή του υλικού του ελάσματος χωρίς τα στοιχεία, για τα οποία ισχύει $\rho_e \leq 0,3$.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
Study name: TOPOLOGY_50-200-NUM_2(-Default-)
Plot type: Material Mass



Εικόνα 12.2.3: Το εξομαλυμένο πλέγμα.

13 Παρατηρήσεις

13.1 Πρώτη Περίπτωση Δοκιμών

13.1.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος

13.1.1.1 Μελέτες Στατικής και Λυγισμού

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Η στατική μελέτη της πρώτης εκδοχής του ελάσματος HTWF για μέγεθος πλέγματος 50 mm, έδειξε ότι η μέγιστη τάση $\sigma_{vM_i}^{\max}$ ισοδυναμεί με 127,700 MPa (Εικόνα 10.1.1) και βρίσκεται κάτω από το όριο διαρροής του υλικού ($\sigma_{\text{yield}} = 220 \text{ MPa}$). Ενώ, από την αντίστοιχη μελέτη του βελτιστοποιημένου ελάσματος, για ίδιο μέγεθος πλέγματος, παρατηρήθηκε ότι η μέγιστη τάση του ισοδυναμεί με 208,900 MPa (Εικόνα 10.4.1), καθιστώντας τη μεγαλύτερη από τη $\sigma_{vM_i}^{\max}$ και πλησιέστερη στο όριο διαρροής του υλικού. Επιπλέον, μετά τη σχεδίαση του βελτιστοποιημένου ελάσματος, παρατηρήθηκε ότι η μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση του αυξήθηκε σε σχέση με την αντίστοιχη του ίδιου ελάσματος όπως αυτό είχε παραχθεί από τη μελέτη της βελτιστοποίησης της τοπολογίας (από το SolidWorks®). Η αύξηση που σημειώθηκε είναι από $\sigma_{vM_i}^{\max} = 200 \text{ MPa} \rightarrow 208,900 \text{ MPa}$.

Σε ό,τι αφορά την αντοχή έναντι λυγισμού του αρχικού και του βελτιστοποιημένου ελάσματος, διαπιστώθηκε ότι οι συντελεστές ασφαλείας τους, $BFS = 0,402$ και $BFS = 0,134$ αντιστοίχως, δε βρίσκονταν εντός των αποδεκτών ορίων που ορίζει ο Πίνακας 9.3.1.

Κατόπιν, ενισχύσεως της βελτιστοποιημένης κατασκευής, παρατηρήθηκε ότι αφενός ο BFS της αυξήθηκε στα 2,128, ικανοποιώντας τα ασφαλή όρια και αφετέρου βελτιώθηκε η στατική αντοχή του, με το $\sigma_{vM_i}^{\max}$ να μειώνεται από τα 208,900 MPa στα 188,200 MPa (Εικόνα 10.6.1).

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Από τη στατική μελέτη της πρώτης εκδοχής του ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 25 mm, διαπιστώθηκε ότι το $\sigma_{vM_i}^{\max} = 183,900 \text{ MPa}$ (Εικόνα 11.1.1) δεν υπερβαίνει την τάση διαρροής του υλικού σ_{yield} .

13.1.1.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Από τα αποτελέσματα που περιέχει ο Πίνακας 10.3.1, παρατηρούμε ότι για κάθε τιμή της μέγιστης επιτρεπομένης τάσης $\sigma_{vM_i}^{\text{per}}$, όσο το ποσοστό μείωσης μάζας $(1-f)$ αυξάνει, δηλαδή όσο περισσότερο υλικό αφαιρείται, τόσο λιγότερη μάζα συγκροτεί την τελική κατασκευή. Ωστόσο, για $\sigma_{vM_i}^{\text{per}} = 200 \text{ MPa}$ και για $(1-f) = 20\%$ και 30% , παρουσιάζεται μια αύξηση στο βάρος του τελικού αντικειμένου. Το ίδιο συμβαίνει και στο αποτέλεσμα που προκύπτει για $(1-f) = 40\%$ και $\sigma_{vM_i}^{\text{per}} = 150 \text{ MPa}$. Επιπλέον, διαπιστώθηκε ότι σε κανέναν συνδυασμό

των $\sigma_{\text{VM}}^{\text{per}}$ και $(1-f)$ δεν ικανοποιείται ακριβώς το ποσοστό μείωσης της μάζας, εκτός από το αποτέλεσμα των 702,982 Kg.

Σχετικά με τη μεταβολή της μεγίστης επιτρεπομένης τάσης, βλέπουμε ότι για σταθερό $(1-f)$, όσο μειώνεται η $\sigma_{\text{VM}}^{\text{per}}$, τόσο αυξάνεται η ποσότητα της μάζας που διατηρείται. Αυτό είναι φανερό και από τα αποτελέσματα που φαίνονται στην Εικόνα 13.1.1.2.1, για $(1-f) = 50\%$ και $\sigma_{\text{VM}}^{\text{per}}$ μεταβαλλόμενο από 200 MPa μέχρι 50 MPa.

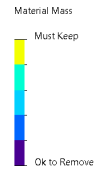
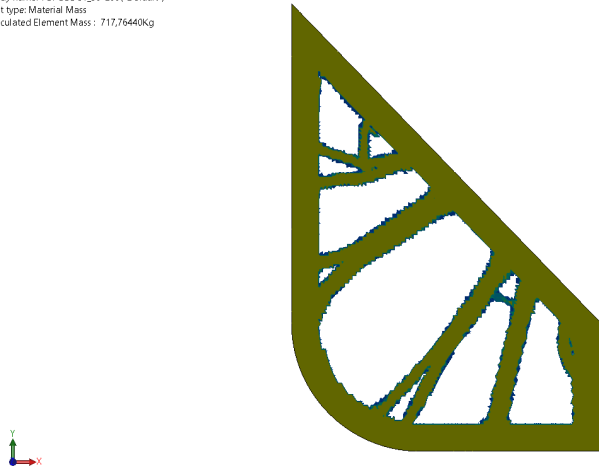
Τέλος, έγινε αντιληπτό ότι από τη μία κανένα από τα αποτελέσματα που παράγονται για $\sigma_{\text{VM}}^{\text{per}} = 50$ MPa και $\sigma_{\text{VM}}^{\text{per}} = 100$ MPa δεν είναι αποδεκτά και από την άλλη οι τοπολογίες τους ξεπερνούν το μέγιστο όριο διατήρησης της μάζας, $f V_{\text{total}}$.

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

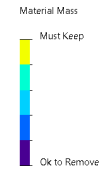
Από την παρατήρηση των αποτελεσμάτων που περιέχει ο Πίνακας 11.2.1, βλέπουμε ότι τα αποδεκτά από αυτά παρουσιάζουν μια φθίνουσα συμπεριφορά με την αύξηση του $(1-f)$, εκτός της μεταβολής από το 20% στο 30%.

Συγκρίνοντας τα αποτελέσματα της τοπολογικής βελτιστοποίησης που περιέχουν ο Πίνακας 10.3.1 και ο Πίνακας 11.2.1, παρατηρούμε ότι αυτά παρουσιάζουν σημαντική ποσοτική διαφορά. Σχηματικά, αυτή η διαφορά μπορεί να εντοπιστεί στις ακόλουθες δύο εικόνες (Εικόνα 13.1.1.2.2 και Εικόνα 13.1.1.2.3).

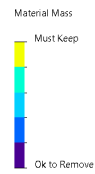
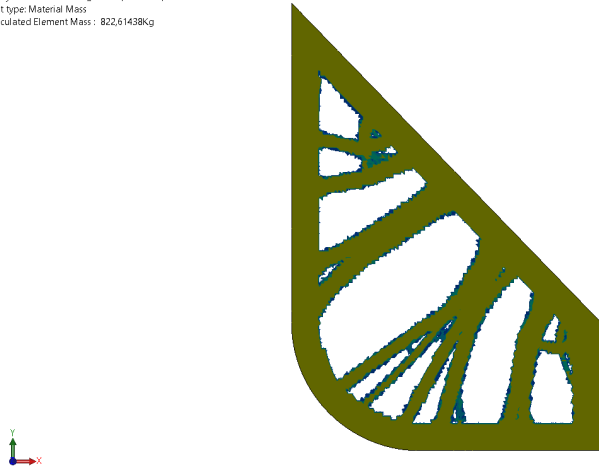
Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
 Study name: TOPOLOGY_50-200(-Default)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 717,76440Kg



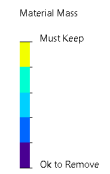
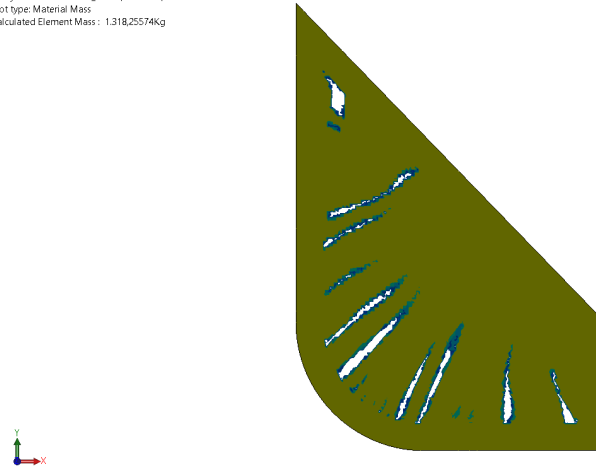
Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
 Study name: TOPOLOGY_50-100(-Default)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 1,076,22766Kg



Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
 Study name: TOPOLOGY_50-150(-Default)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 822,61438Kg

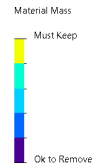
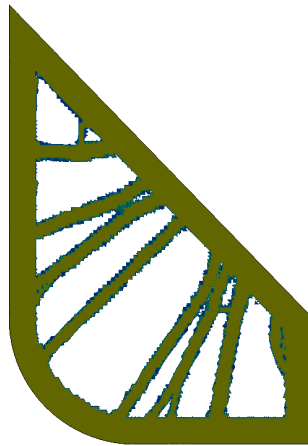


Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
 Study name: TOPOLOGY_50-50(-Default)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 1,318,25574Kg

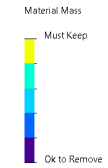
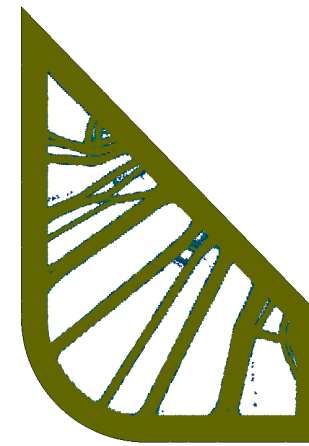


Εικόνα 13.1.1.2.1: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής του ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , σταθερό $(1 - f) = 50\%$ και μεταβλητό σ_{VM}^{per} .

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
 Study name: TOPOLOGY_10-200(-Default-)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 726,23932Kg

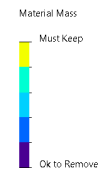
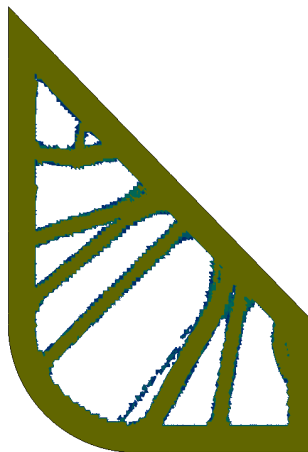


Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
 Study name: TOPOLOGY_10-200(-Default-)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 780,38123Kg

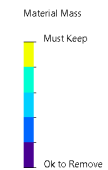
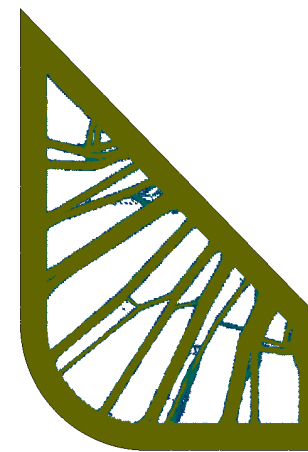


Εικόνα 13.1.1.2.2: Σύγκριση αποτελεσμάτων για $(1 - f) = 10\%$, $\sigma_{VM}^{per} = 200$ MPa και μεγέθη πλέγματος 50 mm (Αριστερά) και 25 mm (Δεξιά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_50
 Study name: TOPOLOGY_20-200(-Default-)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 735,95039Kg



Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_25
 Study name: TOPOLOGY_20-200(-Default-)
 Plot type: Material Mass
 Calculated Element Mass : 782,37213Kg



Εικόνα 13.1.1.2.3: Σύγκριση αποτελεσμάτων για $(1 - f) = 20\%$, $\sigma_{VM}^{per} = 200$ MPa και μεγέθη πλέγματος 50 mm (Αριστερά) και 25 mm (Δεξιά).

13.1.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος

13.1.2.1 Μελέτες Στατικής

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Η μέγιστη τάση $\sigma_{vM_i}^{\max}$ που προέκυψε από τη στατική μελέτη της δεύτερης εκδοχής του αρχικού ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm ανέρχεται στα 213,400 MPa (Εικόνα 10.8.1), καθιστώντας την αρκετά κοντά στο όριο διαρροής του υλικού. Επιπλέον, συγκρίνοντάς την με εκείνη του αρχικού (127,700 MPa), του βελτιστοποιημένου (208,900 MPa) και του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (188,200 MPa) της πρώτης εκδοχής, παρατηρείται ότι αυτή είναι μεγαλύτερη.

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Αντίστοιχα, στην περίπτωση του πλέγματος των 25 mm, η $\sigma_{vM_i}^{\max}$ ισοδυναμεί με 323,200 MPa (Εικόνα 11.3.1), πράγμα που την καθιστά μεγαλύτερη αφενός από την σ_{yield} του υλικού και αφετέρου από την αντίστοιχη μέγιστη τάση της πρώτης εκδοχής του ελάσματος ($\sigma_{vM_i}^{\max} = 183,900$ MPa).

13.1.2.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Τα δύο πρώτα αποτελέσματα από τη μελέτη της τοπολογίας για τη δεύτερη εκδοχή (Πίνακας 10.9.1), είναι τα αποδεκτά και παρουσιάζουν φθίνουσα συμπεριφορά. Αντιθέτως, στα εναπομείναντα η μάζα αυξάνεται και η τοπολογία απορρίπτεται, καθώς δεν ικανοποιεί όλους τους σχεδιαστικούς περιορισμούς.

Ακόμη, παρατηρήθηκε ότι η μελέτη τοπολογίας της πρώτης εκδοχής του ελάσματος, επιτυγχάνει μεγαλύτερη μείωση της μάζας για μικρότερη μέγιστη επιτρεπόμενη τάση σ_{vM}^{per} και για το ίδιο μέγεθος πλέγματος 50 mm, συγκριτικά με την παρούσα. Αυτό διαπιστώθηκε μέσω της σύγκρισης (Πίνακας 13.1.2.2.1) των μαζών που εμπεριέχει ο Πίνακας 10.3.1 και ο Πίνακας 10.9.1.

Πλέγμα 50 mm						
1^η Εκδοχή Ελάσματος						
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	40	50
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	200	711,841	718,268	724,407	708,431	702,982
	150	825,422	804,506	803,574	831,404	803,697
	100	1.361,250	1.307,240	1.263,420	1.112,450	1.034,280
	50	1.389,080	1.379,580	1.370,110	1.364,440	1.293,110
2^η Εκδοχή Ελάσματος						
Ποσοστό Μείωσης Μάζας [%]		10	20	30	37,6	
Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση [MPa]	215	780,809	779,503	805,551	837,532	

Πίνακας 13.1.2.2.1: Συγκριτικός πίνακας μαζών πρώτης και δεύτερης εκδοχής ελάσματος για τα αποτελέσματα μεγέθους πλέγματος 50 mm .

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Σύμφωνα με τις μάζες που εμπεριέχει ο Πίνακας 11.4.1, αν και φθίνουν με την ταυτόχρονη αύξηση του ποσοστού μείωσης μάζας ($1 - f$) σε όλο το εύρος των αποτελεσμάτων, κανένα από αυτά δεν ικανοποιεί τους σχεδιαστικούς περιορισμούς (9.4.1.2) και (9.4.1.5). Τέλος, παρατηρήθηκε ότι η μέθοδος παράγει αποτελέσματα στο μέγιστο όριο του όγκου (της μάζας) που πρέπει να διατηρηθεί, $f V_{total}$.

13.2 Δεύτερη Περίπτωση Δοκιμών

13.2.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος

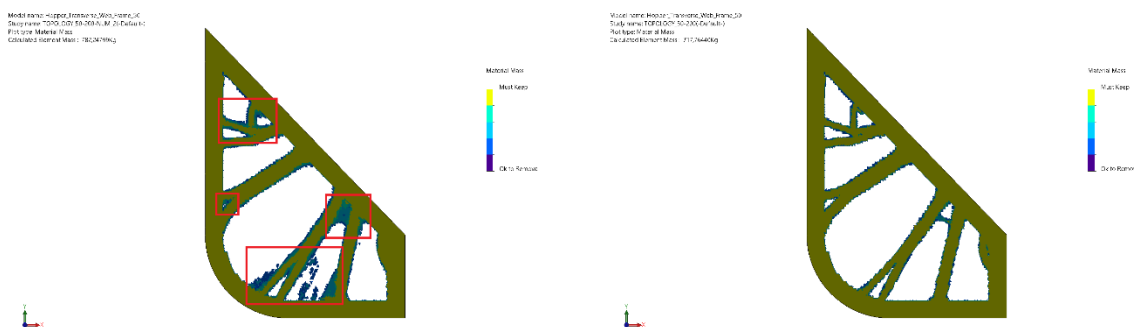
13.2.1.1 Μελέτη Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Use soft spring to stabilize model

Για τη δεύτερη περίπτωση δοκιμών, δηλαδή για $(1 - f) = 50\%$, $\sigma_{vM}^{per} = 200$ MPa και ενεργοποιημένη την εντολή Use soft spring to stabilize model διαπιστώθηκε ότι, η τοπολογία που παράχθηκε ικανοποιεί τους δύο περιορισμούς της μεθόδου SIMP και ζυγίζει 782,248 Kg. Επιπλέον, βλέπουμε ότι, παρ' όλο που η συγκεκριμένη ρύθμιση αφορά ασταθείς κατασκευές, σε αυτήν την περίπτωση (σταθερή κατασκευή) λειτούργησε.

Συγκριτικά με την πρώτη περίπτωση δοκιμών μεγέθους πλέγματος 50 mm, $(1 - f) = 50\%$ και $\sigma_{vM}^{per} = 200$ MPa, παρατηρούμε μία αύξηση κατά 64,484 Kg, η οποία φαίνεται στην ακόλουθη εικόνα. Στα κόκκινα πλαίσια της αριστερής γεωμετρίας, βλέπουμε τις περιοχές που προστέθηκε το περισσότερο υλικό.



Εικόνα 13.2.1.1.1: Αριστερά: Βέλτιστη τοπολογία με ενεργοποιημένη την επιλογή Use soft spring to stabilize model | Δεξιά: Βέλτιστη τοπολογία του ίδιου ελάσματος με απενεργοποιημένη την επιλογή Use soft spring to stabilize model.

13.3 Γενικές Παρατηρήσεις

Πλέγμα Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Παρατηρήθηκε ότι το πλέγμα της στατικής μελέτης και της μελέτης λυγισμού αποτελείται από το ίδιο είδος και πλήθος στοιχείων με τη μελέτη της βελτιστοποίησης της τοπολογίας.

Κατανομή Υλικού

Επιπλέον, παρατηρήθηκε ότι κατά τη διαδικασία της βελτιστοποίησης ο αλγόριθμος κατανέμει το υλικό εντός του σχεδιαστικού χώρου, ο οποίος στην πρώτη εκδοχή βρίσκεται εσωτερικά του περιγράμματος της κατασκευής και στη δεύτερη μεταξύ του εσωτερικού⁸ και του εξωτερικού συνόρου της.

Πρόβλημα Σκακιέρας

Σε καμία από τις μελέτες της βελτιστοποίησης της τοπολογίας δεν εμφανίζεται το πρόβλημα της σκακιέρας.

Βάρος Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Παρατηρώντας τα βάρη του βελτιστοποιημένου και ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος που περιέχει ο Πίνακας 10.7.2, διαπιστώθηκε ότι, η μάζα του πρώτου αυξήθηκε από τα 717,644 Kg (γεωμετρία που παράγει η τοπολογική μελέτη – Εικόνα 10.3.2) στα 745,000 Kg (Εικόνα 9.5.2) και του δευτέρου από τα 745,000 Kg στα 898,349 Kg (Εικόνα 9.8.4 και Εικόνα 9.8.5).

Επίσης, από τη σύγκριση της μάζας του αρχικού ελάσματος με αυτή του βελτιστοποιημένου και του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου, παρατηρήθηκε μείωση 47,01 % και 36,10 % , αντίστοιχα.

Σύγκριση μεταξύ Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και Ενισχυμένου Αρχικού Ελάσματος της Δεύτερης Εκδοχής

Η σύγκριση του βάρους ανάμεσα στο αρχικό και στο ενισχυμένο βελτιστοποιημένο έλασμα, που διαβάζουμε παραπάνω, είναι απαραίτητη ώστε να πληροφορηθούμε σχετικά με την ποσότητα του υλικού που αφαιρέθηκε συμπεριλαμβανομένων των ενισχυτικών. Παρ' όλα αυτά, είναι σημαντικό να συγκρίνουμε και το ενισχυμένο αρχικό έλασμα της δεύτερης εκδοχής με το ενισχυμένο βελτιστοποιημένο έλασμα.

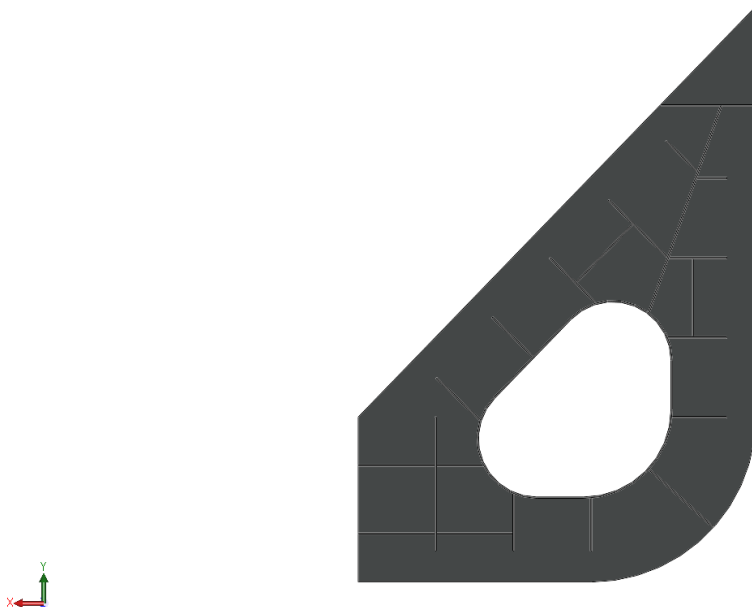
Για να γίνει αυτό, σχεδιάσαμε τα ενισχυτικά (Εικόνα 13.3.1 και Εικόνα 13.3.2) της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (Εικόνα 9.11.1.1) όπως ακριβώς αυτά παρουσιάζονται και περιγράφονται από το σχέδιο μέσης τομής (Εικόνα 8.2). Έπειτα, υπολογίσαμε το βάρος του, τις αναπτυσσόμενες τάσεις (Εικόνα 13.3.3) και το συντελεστή ασφαλείας έναντι λυγισμού (Εικόνα 13.3.4), για τις ίδιες συνθήκες στήριξης και φόρτισης και για πλέγμα 50 mm.

Τέλος, από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων των δύο αντικειμένων, παρατηρήθηκε ότι το ενισχυμένο βελτιστοποιημένο έλασμα είναι ελαφρύτερο κατά 39,82 % ($\approx 40\%$) (Πίνακας 13.3.1), έχει μικρότερη μέγιστη αναπτυσσόμενη τάση ($\sigma_{VM}^{max} = 188,200 \text{ MPa} < 198,100 \text{ MPa}$) και μειωμένη αντοχή σε λυγισμό ($BFS = 2,128 < 3,691$).

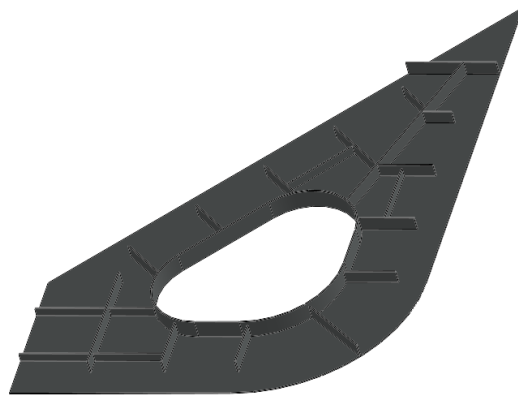
⁸ Ως εσωτερικό σύνορο εννοείται το σύνορο της οπής της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος.

Έλασμα Πρώτης Εκδοχής	Μάζα [kg]
[1] Αρχικό Έλασμα	1405,990
[2] Βελτιστοποιημένο Έλασμα (Αποτέλεσμα Μελέτης Βελτιστοποίησης της Τοπολογίας)	717,644
[3] Βελτιστοποιημένο Έλασμα	745,000
[4] Ενισχυμένο Βελτιστοποιημένο Έλασμα	898,349
Έλασμα Δεύτερης Εκδοχής	Μάζα [kg]
[5] Ενισχυμένο Αρχικό Έλασμα	1492,897
Διαφορές Ελασμάτων	Μάζα [kg] (%)
[1] – [2]	688,349 (48,96)
[3] – [2]	27,356 (3,67)
[4] – [3]	153,349 (17,07)
[1] – [3]	660,990 (47,01)
[1] – [4]	507,641 (36,10)
[5] – [4]	594,548 (39,82)

Πίνακας 13.3.1: Σύγκριση των μαζών μεταξύ ελασμάτων.

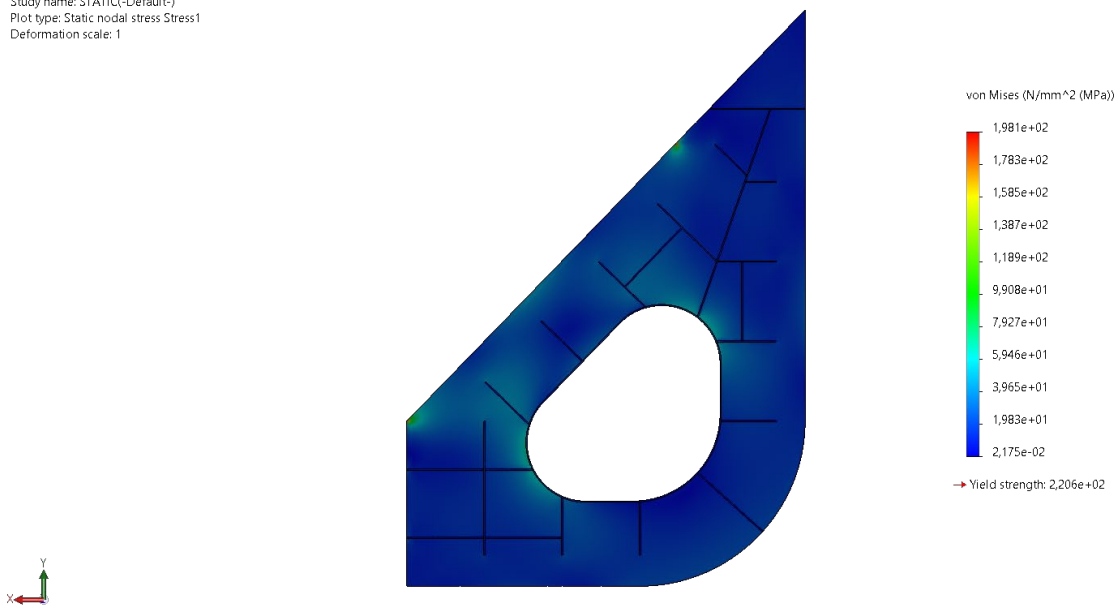


Εικόνα 13.3.1: Ενισχυμένο αρχικό έλασμα της δεύτερης εκδοχής.



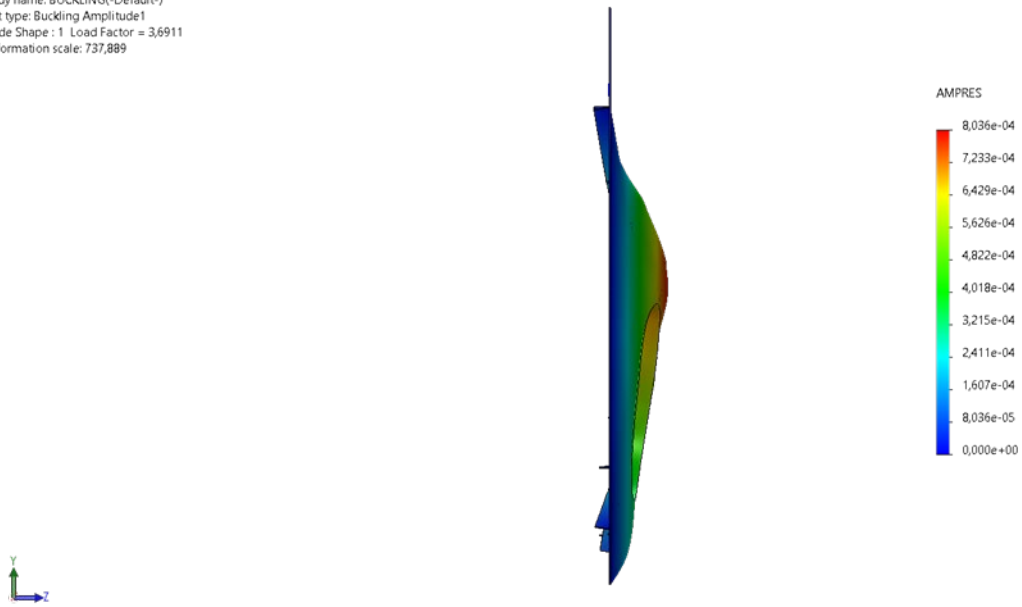
Εικόνα 13.3.2: Ενισχυμένο αρχικό έλασμα της δεύτερης εκδοχής από διαφορετική οπτική γωνία.

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_Stiffened
Study name: STATIC(-Default-)
Plot type: Static nodal stress Stress1
Deformation scale: 1



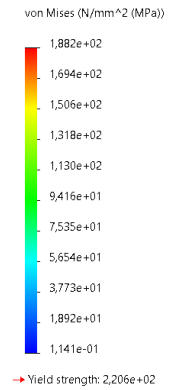
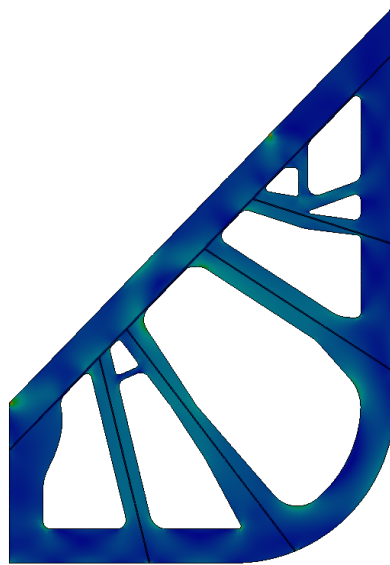
Εικόνα 13.3.3: Τάσεις von Mises του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής (οπίσθια κύρια πλευρά).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_Stiffened
 Study name: BUCKLING(-Default-)
 Plot type: Buckling Amplitude1
 Mode Shape : 1 Load Factor = 3,6911
 Deformation scale: 737,889

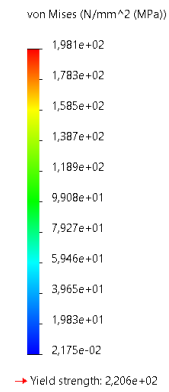
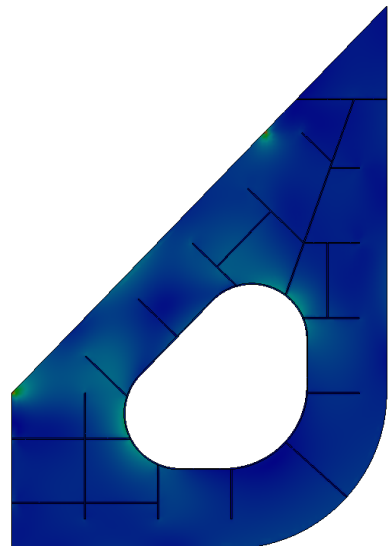


Εικόνα 13.3.4: Παραμόρφωση του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής στη διεύθυνση z και BFS .

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static nodal stress Stress

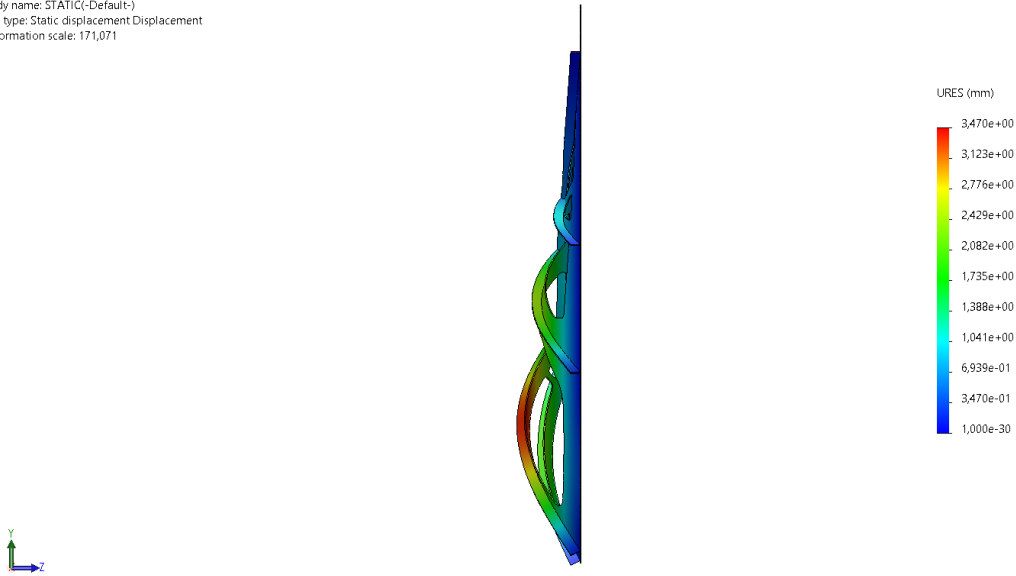


Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_Stiffened
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static nodal stress Stress1
 Deformation scale: 1

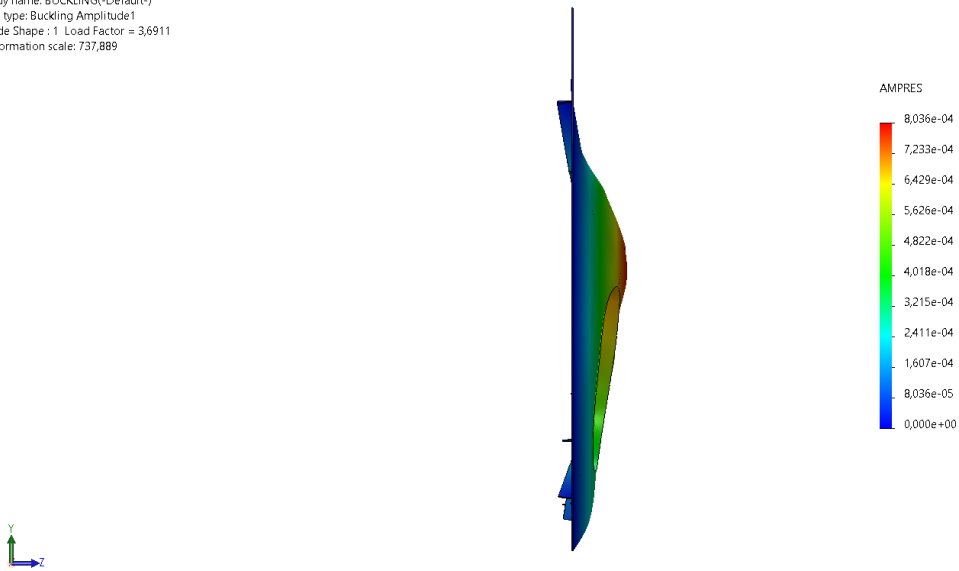


Εικόνα 13.3.5: Σύγκριση των τάσεων von Mises του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (Πάνω) με του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής (Κάτω).

Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_OD_2
 Study name: STATIC(-Default-)
 Plot type: Static displacement Displacement
 Deformation scale: 171,071



Model name: Hopper_Transverse_Web_Frame_Hole_Stiffened
 Study name: BUCKLING(-Default-)
 Plot type: Buckling Amplitude1
 Mode Shape : 1 Load Factor = 3,6911
 Deformation scale: 737,889



Εικόνα 13.3.6: Σύγκριση των παραμορφώσεων του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (Πάνω) με του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής (Κάτω) στη διεύθυνση z και των BFS .

Χρόνοι

50 mm		
Χρόνος	1^η	2^η
Παραγωγή Πλέγματος	00 : 00 : 16	00 : 00 : 13
Μελέτης Στατικής	00 : 00 : 08	00 : 00 : 08
Μελέτης Λυγισμού	00 : 00 : 48	–
Μελέτης Τοπολογίας	01 : 11 : 32	00 : 51 : 03
25 mm		
Χρόνος	1^η	2^η
Παραγωγή Πλέγματος	00 : 12 : 18	00 : 05 : 49
Μελέτης Στατικής	00 : 00 : 34	00 : 00 : 35
Μελέτης Λυγισμού	–	–
Μελέτης Τοπολογίας	06 : 38 : 49	01 : 19 : 37

Πίνακας 13.3.2: Χρόνοι παραγωγής πλεγμάτων και εκτέλεσης μελετών για μεγέθη στοιχείων 50 mm και 25 mm που αφορούν τις δύο σχεδιαστικές εκδοχές του προς μελέτη ελάσματος. Οι χρόνοι της τοπολογίας για την πρώτη και δεύτερη εκδοχή, αφορούν τα αποτελέσματα που επιλέχθηκαν και παρουσιάζονται στις ενότητες 10.3, 10.9, 11.2 και 11.4.

Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Διαφορετικό Μέγεθος Πλέγματος

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα, παρατηρούμε ότι, για την πρώτη και δεύτερη εκδοχή το χρονικό διάστημα παραγωγής του πλέγματος, εκτέλεσης της στατικής, αλλά και της τοπολογικής μελέτης αυξάνεται με την ταυτόχρονη μείωση του μεγέθους των στοιχείων του πλέγματος.

Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Κοινό Μέγεθος Πλέγματος

Συγκρίνοντας τους χρόνους των δύο σχεδιαστικών εκδοχών που περιέχει ο παραπάνω πίνακας, για κοινό μέγεθος πλέγματος κάθε φορά, διαπιστώνουμε ότι οι χρόνοι διακριτοποίησης, στατικής και τοπολογικής μελέτης του πρώτου ελάσματος είναι μεγαλύτεροι σε σχέση με τους αντίστοιχους του δευτέρου.

14 Συμπεράσματα – Προτάσεις

14.1 Πρώτη Περίπτωση Δοκιμών

14.1.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος

14.1.1.1 Μελέτες Στατικής και Λυγισμού

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Το γεγονός ότι η τιμή 127,700 MPa της $\sigma_{vM_i}^{\max}$ είναι αρκετά χαμηλότερη από το όριο διαρροής του υλικού (220 MPa), μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι μπορούμε να ορίσουμε ένα εύρος τιμών της σ_{vM}^{per} , για την πραγματοποίηση της τοπολογικής μελέτης του HTWF με μέγεθος πλέγματος 50 mm.

Από την παρακολούθηση της επίδοσης του αρχικού και του βελτιστοποιημένου ελάσματος έναντι λυγισμού κατά την απουσία ενισχυτικών, αλλά και από την παρατήρηση της μεταβολής του *BFS* του τελευταίου μετά από την τοποθέτησή αυτών, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα, ότι η σχεδιάσή τους ήταν μια απαραίτητη και λειτουργική ενέργεια για την αύξηση του συντελεστή ασφαλείας του.

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Βασιζόμενοι στο αποτέλεσμα ότι $\sigma_{vM_i}^{\max} = 183,900 \text{ MPa} < \sigma_{\text{yield}}$ για μέγεθος πλέγματος 25 mm, λαμβάνουμε και εδώ την απόφαση, ότι μπορούμε να προχωρήσουμε στη βελτιστοποίηση της τοπολογίας της πρώτης εκδοχής του ελάσματος για στοιχεία 25 mm.

14.1.1.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Ο λόγος που τα αποτελέσματα (Πίνακας 10.3.1) έχουν μία φθίνουσα πορεία, οφείλεται στο ότι όσο περισσότερο υλικό επιθυμούμε να αφαιρεθεί τόσο το $\sigma_{vM}^{\max} \rightarrow \sigma_{vM}^{\text{per}}$. Παραδείγματος χάρη, από τα αποτελέσματα που περιέχει ο Πίνακας 10.3.1, παρατηρούμε ότι για $(1-f) = 50\%$ ο όγκος του τελικού αντικειμένου $V(\Omega)$ έχει φτάσει το μέγιστο όριο που του έχει οριστεί ($f V_{\text{total}}$). Αυτό οφείλεται στο ότι έχει επιτευχθεί η ισοδυναμία $\sigma_{vM}^{\max} = \sigma_{vM}^{\text{per}}$.

Σχετικά με τη μη ακριβή ικανοποίηση του ποσοστού μείωσης της μάζας από το λογισμικό, για κάθε συνδυασμό των σ_{vM}^{per} και $(1-f)$, θα πρέπει να αναφέρουμε το εξής. Σύμφωνα με τη συνθήκη $V(\Omega) \leq f V_{\text{total}}$, ο αλγόριθμος θα παράγει εκείνη την τοπολογία, της οποίας ο τελικός όγκος (μάζα) θα είναι μικρότερος είτε και ίσος από ένα ποσοστό διατήρησης f του αρχικού όγκου (της αρχικής μάζας) της κατασκευής, V_{total} , ενώ θα ικανοποιεί τη συνθήκη $\sigma_{vM}^{\max} \leq \sigma_{vM}^{\text{per}}$. Συνεπώς, το πρόγραμμα δεν είναι αναγκασμένο να παράγει μόνο εκείνη την τοπολογία, για την οποία θα ισχύει $V(\Omega) = f V_{\text{total}}$. Λόγου χάρη, αν επιθυμούμε να αφαιρεθεί το 10% της αρχικής μάζας του ελάσματος για $\sigma_{vM}^{\text{per}} = 200 \text{ MPa}$, τότε το λογισμικό θα παράξει εκείνη τη

γεωμετρία, ο όγκος (μάζα) της οποίας $V(\Omega)$ δε θα υπερβαίνει το 90 % του αρχικού αντικειμένου, ενώ θα ισχύει $\sigma_{vM}^{\max} \leq 200 \text{ MPa}$.

Σχετικά με την παρατήρηση περί αύξησης της μάζας του βέλτιστου αποτελέσματος με την ταυτόχρονη ελάττωση της σ_{vM}^{per} για σταθερό ποσοστό μείωσης μάζας $(1-f)$, καταλήξαμε στο εξής συμπέρασμα. Εφόσον ζητάμε να ισχύουν οι $V(\Omega) \leq f V_{\text{total}}$ και $\sigma_{vM}^{\max} \leq \sigma_{vM}^{\text{per}}$, όσο μειώνουμε το σ_{vM}^{per} τόσο περισσότερο υλικό προσπαθεί ο αλγόριθμος να διατηρήσει, χωρίς την υπέρβαση του $f V_{\text{total}}$. Κάτι το οποίο δε συμβαίνει στις περιπτώσεις $\sigma_{vM}^{\text{per}} = 50 \text{ MPa}$ και $\sigma_{vM}^{\text{per}} = 100 \text{ MPa}$. Εκεί, για το λόγο ότι $\sigma_{vM}^{\text{per}} \leq \sigma_{vM_i}^{\max}$, το λογισμικό θα πρέπει αναγκαστικά να υπερβεί το $f V_{\text{total}}$, ώστε να ικανοποιηθεί η συνθήκη $\sigma_{vM}^{\max} \leq \sigma_{vM}^{\text{per}}$. Όμως, επειδή παραβιάζεται η μία από τις δύο συνθήκες, κανένα από τα αποτελέσματα δεν είναι αποδεκτό. Μάλιστα, όσο το σ_{vM}^{per} μικραίνει τόσο περισσότερο θα υπερβαίνεται το όριο $f V_{\text{total}}$.

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Από τα αποτελέσματα που περιέχουν ο Πίνακας 10.3.1 και ο Πίνακας 11.2.1 και από τις τοπολογίες που παρουσιάζονται στην Εικόνα 13.1.1.2.2 και στην Εικόνα 13.1.1.2.3 συμπεραίνουμε το εξής. Από τη μία το λογισμικό μπορεί να εφαρμόζει το φίλτρο ευαισθησίας που αναφέρεται στη θεωρία με σκοπό την επίτευξη της ανεξαρτησίας των αποτελεσμάτων από το μέγεθος του πλέγματος, αλλά από την άλλη οι προαναφερόμενοι πίνακες και εικόνες δείχνουν ότι αφενός υπάρχει διαφορά στις τιμές των μαζών για διαφορετικό μέγεθος πλέγματος και αφετέρου οι γεωμετρίες που παράγονται δεν ταυτίζονται απόλυτα μεταξύ τους, όπως οι αντίστοιχες στην Εικόνα 6.1.8.1.3.

14.1.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος

14.1.2.1 Μελέτες Στατικής

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Παρατηρώντας ότι η μέγιστη τάση του αρχικού ελάσματος (213,400 MPa) είναι μικρότερη από εκείνη της διαρροής του υλικού (220 MPa), συμπεραίνουμε ότι μπορεί να εκπονηθεί μελέτη τοπολογίας και γι' αυτήν την εκδοχή.

Η αυξημένη $\sigma_{vM_i}^{\max} = 213,400 \text{ MPa}$ της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος σε σχέση με την πρώτη $\sigma_{vM_i}^{\max} = 127,700 \text{ MPa}$ για κοινό μέγεθος πλέγματος, οφείλεται στην ύπαρξη του κενού που φέρει η γεωμετρία της δεύτερης.

Τέλος, από τη σύγκριση της μέγιστης τάσης της δεύτερης εκδοχής του ελάσματος (213,400 MPa) με εκείνες του αρχικού (127,700 MPa), του βελτιστοποιημένου (208,900 MPa) και του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος (188,200 MPa) της πρώτης εκδοχής, συμπεραίνουμε ότι η επιλογή της πρώτης εκδοχής του ελάσματος (Εικόνα 9.1.1) ήταν καλύτερη, διότι καταφέραμε την επίτευξη μεγαλύτερης μείωσης μάζας με μικρότερο σ_{vM}^{per} . Συγκεκριμένα, $\sigma_{vM}^{\text{per}} = 200 \text{ MPa}$ για την πρώτη εκδοχή και $\sigma_{vM}^{\text{per}} = 215 \text{ MPa}$ για τη δεύτερη.

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Αντίθετα με το πλέγμα των 50 mm, η μελέτη αντοχής του ίδιου ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 25 mm έδειξε ότι $\sigma_{vM_i}^{\max} > \sigma_{\text{yield}}$ (323,200 MPa > 220,000 MPa). Συνεπώς, δε μπορεί να διεξαχθεί μελέτη τοπολογίας για πλέγμα 25 mm, που να οδηγεί σε αποδεκτά αποτελέσματα.

Ακόμη, η σχέση $\sigma_{vM_i}^{\max} = 323,200 \text{ MPa} > \sigma_{vM_i}^{\max} = 183,900 \text{ MPa}$ οφείλεται στην ύπαρξη του ανοίγματος της δεύτερης εκδοχής.

14.1.2.2 Μελέτες Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Η μη ικανοποίηση των σχεδιαστικών περιορισμών (9.4.1.2) και (9.4.1.5) από τα αποτελέσματα που περιλαμβάνει ο Πίνακας 11.4.1, μας οδήγησε στο συμπέρασμα ότι, η τιμή της σ_{vM}^{per} θα πρέπει να αυξηθεί. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για να υπάρχει αρκετό περιθώριο μέχρι το όριο διαρροής και για να ισχύει $\sigma_{vM}^{\text{per}} \gg \sigma_{vM_i}^{\max}$ ($\sigma_{vM}^{\text{per}} \gg 323,200 \text{ MPa}$), θα ήταν καλό να αντικατασταθεί το υλικό από κάποιο με $\sigma_{\text{yield}} \gg 220 \text{ MPa}$.

Ακόμη, είχε παρατηρηθεί από τον προαναφερόμενο πίνακα ότι η μέθοδος παράγει αποτελέσματα στο μέγιστο όριο του υλικού που πρέπει να διατηρηθεί, $f V_{\text{total}}$. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η $\sigma_{vM}^{\text{per}} = 215 \text{ MPa}$ είναι αρκετά κοντά στη $\sigma_{vM_i}^{\max} = 213,400 \text{ MPa}$. Συνεπώς, δεν υπάρχει αρκετό περιθώριο, ώστε να αφαιρεθεί περισσότερο είτε και ίσο ποσοστό $(1 - f)$ χωρίς να παραβιαστεί η συνθήκη $\sigma_{vM}^{\max} \leq \sigma_{vM}^{\text{per}}$.

14.2 Δεύτερη Περίπτωση Δοκιμών

14.2.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος

14.2.1.1 Μελέτη Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

Use soft spring to stabilize model

Το συμπέρασμα που απορρέει γι' αυτήν τη ρύθμιση είναι ότι, παρ' όλο που η επιλογή Use soft spring to stabilize model λειτουργεί στην σταθερή κατασκευή, είναι προτιμότερο να μην ενεργοποιηθεί, διότι από τη μία, το αρχικό σχέδιο δεν παρουσιάζει αστάθειες⁹ και από την άλλη το βελτιστοποιημένο έλασμα που προκύπτει, χωρίς αυτήν, είναι ελαφρύτερο (Πίνακας 14.2.1.1.1).

Use soft spring to stabilize model	Μάζα
ΝΑΙ	782,248 Kg
ΟΧΙ	717,764 Kg

Πίνακας 14.2.1.1.1: Μάζες πρώτης εκδοχής του ελάσματος με ενεργοποιημένη και μη ενεργοποιημένη την επιλογή Use soft spring to stabilize model.

Use inertia relief

Από την αδυναμία του λογισμικού να ολοκληρώσει τη μελέτη, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι, επί της γεωμετρίας δεν ασκούνται ασταθή εξωτερικά φορτία¹⁰.

⁹ Το λογισμικό μας ενημερώνει σε περίπτωση που η γεωμετρία είναι ασταθής με σχετικό μήνυμα και μας προτρέπει να ενεργοποιήσουμε την επιλογή Use soft spring to stabilize model.

¹⁰ Το πρόγραμμα μας ενημερώνει και για την ύπαρξη ασταθών εξωτερικών φορτίων με ανάλογη ειδοποίηση.

14.3 Γενικά Συμπεράσματα

Πλέγμα Βελτιστοποίησης Τοπολογίας

Σχετικά με την εφαρμογή του ίδιου είδους και μεγέθους πλέγματος στη στατική μελέτη, στη μελέτη λυγισμού και τοπολογίας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι είναι κάτι το αναμενόμενο καθώς επαληθεύεται από τη θεωρία της μεθόδου.

Πρόβλημα Σκακιάρας

Διαπιστώνοντας ότι σε καμία από τις μελέτες βελτιστοποίησης της τοπολογίας δεν εμφανίζεται το πρόβλημα της σκακιάρας, συμπεραίνουμε ότι η μέθοδος εφαρμόζει το φίλτρο ευαισθησίας για την εξάλειψη αυτής της αριθμητικής αστάθειας.

Βάρος Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

Σχετικά με την αύξηση της μάζας του βελτιστοποιημένου και του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος από 717,644 Kg σε 745,000 Kg και από 745,000 Kg σε 898,349 Kg αντίστοιχα, αλλά και τη διαφορά των προαναφερομένων από το αρχικό έλασμα, καταλήγουμε στα εξής συμπεράσματα.

Πρώτη Αύξηση

Το βελτιστοποιημένο έλασμα της ενότητας 9.5 για να έχει τη μέγιστη τάση ($\sigma_{vM}^{\max} = 200 \text{ MPa}$) και την ίδια ποσότητα μάζας (717,644 Kg) με τη γεωμετρία που παράγει η τοπολογική μελέτη (ενότητα 10.3), θα πρέπει τα σύνορα των ανοιγμάτων του να ταυτίζονται σε σχήμα και μέγεθος με τα αντίστοιχα του πατρικού σχεδίου¹¹. Σε αυτήν τη διαδικασία, κρίσιμο ρόλο διαδραματίζει η ικανότητα του σχεδιαστή να ακολουθεί ακριβώς την προτεινόμενη γεωμετρία¹².

Δεύτερη Αύξηση

Η αύξηση της μάζας στο ενισχυμένο έλασμα οφείλεται στην προσθήκη των ενισχυτικών, ώστε να αυξηθεί η αντοχή του σε λυγισμό.

Πρώτη Διαφορά

Μετά τον υπολογισμό της διαφοράς της μάζας του αρχικού ελάσματος από το βελτιστοποιημένο (Πίνακας 13.3.1), καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι, η μείωση της μάζας (47,01 %) διατηρείται κοντά στο 50 % που είχε επιτευχθεί από μελέτη της τοπολογίας.

Δεύτερη Διαφορά

Επίσης, από τις συγκρίσεις που περιλαμβάνει ο Πίνακας 13.3.1 συμπεραίνουμε ότι, λόγω των ενισχυτικών που τοποθετήθηκαν στο βελτιστοποιημένο έλασμα, η διαφορά (μείωση της μάζας) του από το αρχικό έλασμα ελαττώθηκε στο 36,10 %.

¹¹ Με τον όρο πατρικό σχέδιο εννοούμε τη γεωμετρία που παράγει η μέθοδος SIMP και επί της οποίας βασιζόμαστε για να σχεδιάσουμε το βελτιστοποιημένο έλασμα.

¹² Με τον όρο προτεινόμενη γεωμετρία αναφερόμαστε στο σχέδιο που εξήγαγε η τοπολογική μελέτη.

Σύγκριση μεταξύ Ενισχυμένου Βελτιστοποιημένου Ελάσματος και Ενισχυμένου Αρχικού Ελάσματος της Δεύτερης Εκδοχής

Παρατηρώντας τη διαφορά της μάζας μεταξύ του ενισχυμένου βελτιστοποιημένου ελάσματος και του ενισχυμένου αρχικού ελάσματος της δεύτερης εκδοχής, αλλά και της αντοχής τους σε στατική και λυγισμό, καταλήγουμε στο ακόλουθο συμπέρασμα. Μπορεί από τη μία το πρώτο έλασμα να έχει μικρότερο συντελεστή ασφαλείας, όμως από την άλλη, είναι κατά $\approx 40\%$ ελαφρύτερο και $4,99\%$ δυνατότερο, για κοινά στηρίξεις, φορτίσεις και μέγεθος πλέγματος.

Επιλογή Εκδοχής Ελάσματος

Από τη διαδικασία βελτιστοποίησης της πρώτης εκδοχής του ελάσματος, παρατηρήθηκε ότι το βελτιστοποιημένο ($\sigma_{vM}^{\max} = 208,900 \text{ MPa}$) και το ενισχυμένο βελτιστοποιημένο έλασμα ($\sigma_{vM}^{\max} = 188,200 \text{ MPa}$) έχουν υψηλότερη αντοχή από το αρχικό της δεύτερης εκδοχής ($\sigma_{vM_i}^{\max} = 213,400 \text{ MPa}$), για πλέγμα 50 mm . Ακόμη, από τα αποτελέσματα που εμπεριέχει ο Πίνακας 13.1.2.2.1 παρατηρήθηκε ότι η μελέτη της τοπολογίας της πρώτης εκδοχής επιτυγχάνει μεγαλύτερη μείωση μάζας για μικρότερη σ_{vM}^{per} στο ίδιο μέγεθος πλέγματος (50 mm). Συνεπώς, η επιλογή της πρώτης εκδοχής του ελάσματος για τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας του προτείνεται περισσότερο συγκριτικά με τη δεύτερη.

Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Διαφορετικό Μέγεθος Πλέγματος

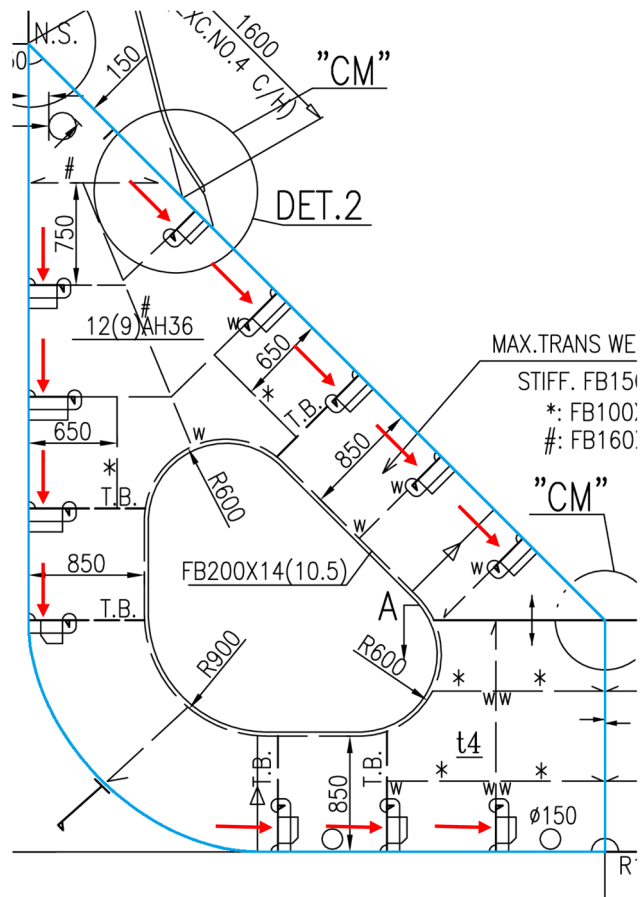
Παρατηρήθηκε από τα στοιχεία που περιέχει ο Πίνακας 13.3.2 ότι, όσο μειώνεται το μέγεθος των στοιχείων του πλέγματος τόσο αυξάνεται ο χρόνος δημιουργίας του και ο χρόνος ολοκλήρωσης της στατικής και τοπολογικής μελέτης. Αυτό είναι λογικό, καθώς αυτή η μείωση ισοδυναμεί με αύξηση του πλήθους των κελιών (πύκνωση του πλέγματος), η οποία, στη συνέχεια, οδηγεί στην επίλυση μεγαλύτερου συστήματος εξισώσεων. Όσο αυξάνεται το μέγεθος του συστήματος τόσοσ περισσότερος υπολογιστικός χρόνος απαιτείται για την επίλυσή του.

Χρονική Σύγκριση των Εκδοχών του Ελάσματος για Κοινό Μέγεθος Πλέγματος

Από τα αποτελέσματα που περιλαμβάνει ο Πίνακας 13.3.2, οι χρόνοι διακριτοποίησης, στατικής και τοπολογικής μελέτης της πρώτης εκδοχής του ελάσματος είναι μεγαλύτεροι συγκριτικά με εκείνους της δεύτερης για κοινό μέγεθος πλέγματος. Αυτό οφείλεται στην απουσία υλικού που υπάρχει στην τελευταία, η οποία οδηγεί στη δημιουργία πλέγματος με λιγότερα κελιά και κατ'επέκταση μικρότερο αριθμό εξισώσεων.

14.4 Προτάσεις

Στην παρούσα εργασία, πραγματοποιήθηκε η βελτιστοποίηση της τοπολογίας δύο διαφορετικών εκδοχών του ελάσματος HTWF (Εικόνα 8.3). Ωστόσο, σε αυτές δεν μοντελοποιήσαμε ούτε τα ανοιγμάτα, από τα οποία διέρχονται τα διαμήκη ενισχυτικά (κόκκινα βέλη στην Εικόνα 14.4.1) ούτε τα ενισχυτικά που απεικονίζονται με διακεκομμένες γραμμές στην ίδια εικόνα. Συνεπώς, μια μελλοντική μελέτη που προτείνεται, είναι να πραγματοποιηθεί εκ νέου η μελέτη της τοπολογίας για την ίδια κατασκευή συμπεριλαμβανομένων αυτών των εξαιρουμένων κατασκευαστικών λεπτομερειών. Όπως και μια μελέτη τοπολογίας μη γραμμικής ανάλυσης.



Εικόνα 14.4.1: Επισήμανση των ανοιγμάτων των διαμήκων ενισχυτικών του HTWF.

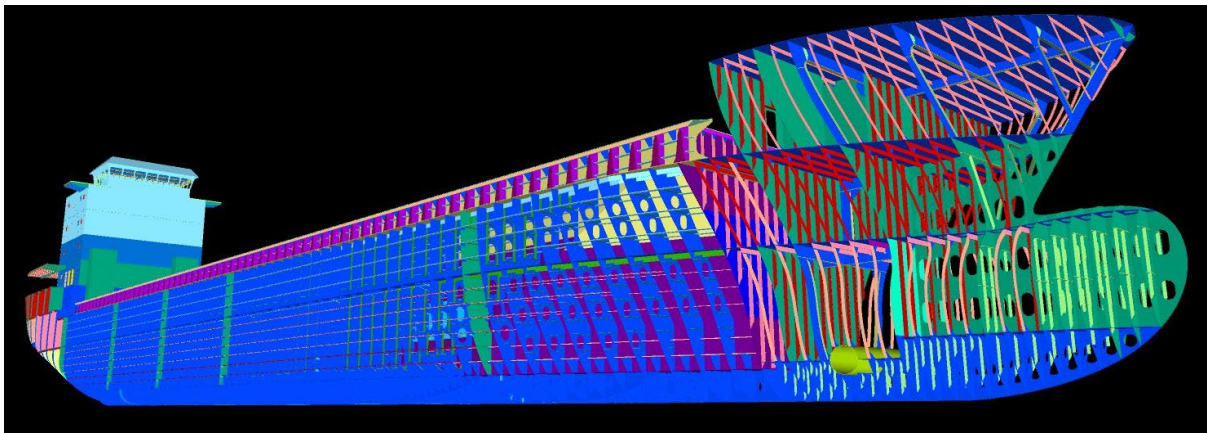
Επίσης, θα είχε ενδιαφέρον να επιτευχθεί η βελτιστοποίηση της τοπολογίας είτε των κατασκευαστικών στοιχείων των πτερυγίων σταθεροποίησης (fin stabilizers) είτε των οριζόντιων και κατακόρυφων διαφραγμάτων του πηδαλίου (Εικόνα 14.4.2).



Εικόνα 14.4.2: Αριστερά: Ονοματολογία κατασκευαστικών στοιχείων πηδαλίου (Χατζηκωνσταντής, 2017) | Δεξιά: Τρισδιάστατη απεικόνιση κατασκευαστικών στοιχείων πηδαλίου (Kongsberg, 2024).

Επιπλέον, μια αντίστοιχη μελέτη θα μπορούσε να υλοποιηθεί για εγκάρσια φρακτή, όπως έγινε από τους (Islam & Paul, 2021) (Εικόνα 3.5.14).

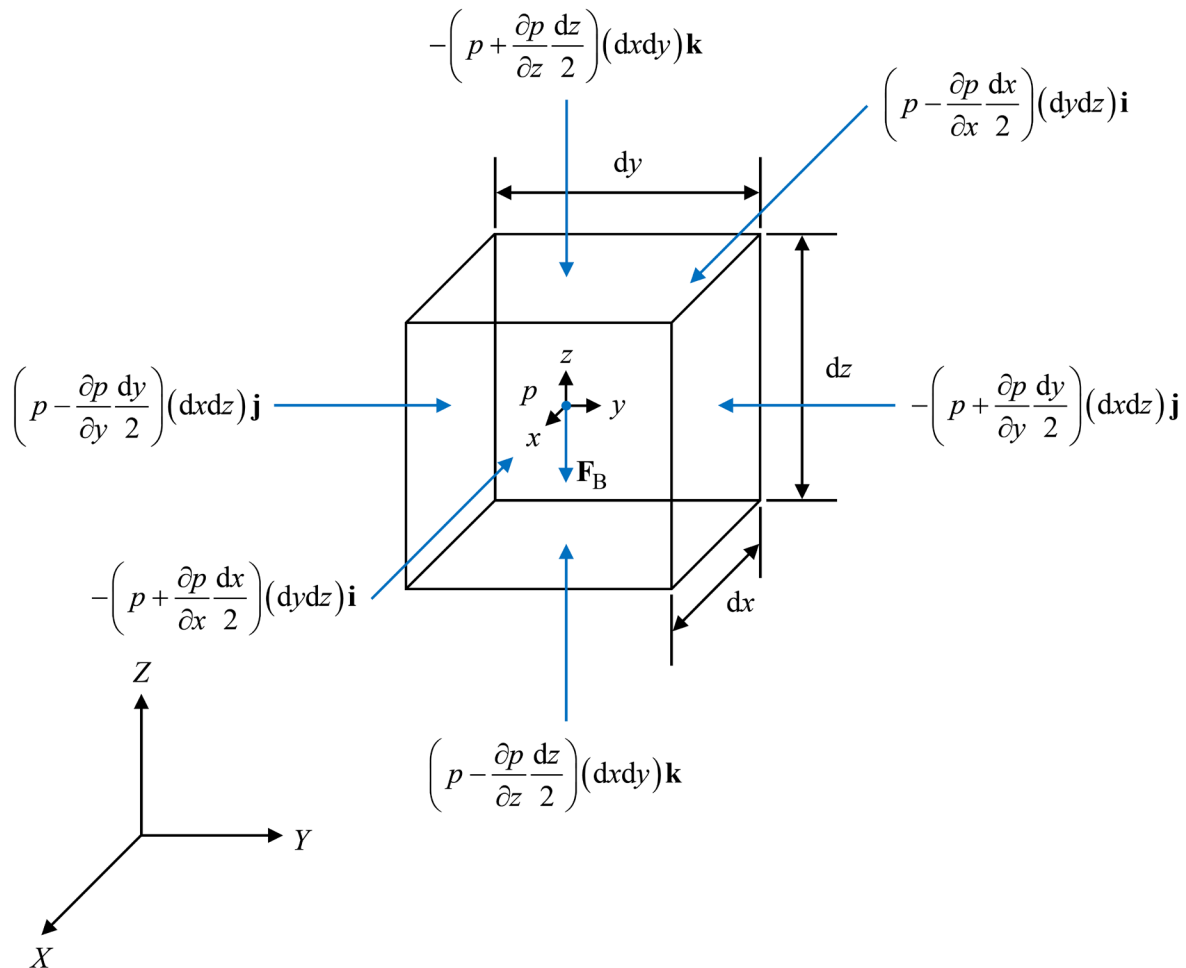
Τέλος, προτείνεται η ταυτόχρονη διερεύνηση της τοπολογικής βελτιστοποίησης όλων των κατασκευαστικών στοιχείων του πλοίου που συμμετέχουν στην αντοχή της γάστρας του (Εικόνα 14.4.3). Βεβαίως, σε αυτήν την περίπτωση το πλήθος των στοιχείων είναι αυξημένο με αποτέλεσμα η μελέτη να χρήζει υψηλής υπολογιστικής ισχύος.



Εικόνα 14.4.3: Κατασκευαστικά στοιχεία πλοίου (MARINO CONSULTING, 2023).

Παράρτημα Α: Υδροστατική Πίεση

Ο βασικός στόχος σε αυτό το κεφάλαιο είναι να διατυπωθεί μία εξίσωση, με την οποία θα μπορούσαμε να εκφράσουμε την υδροστατική πίεση που ασκείται στα τοιχώματα της γάστρας του πλοίου και κατ' επέκταση στο έλασμα του περιβλήματος που εφάπτεται με την εξωτερική επιφάνεια του HTWF.



Εικόνα Α.1: Διαφορικό στοιχείο ρευστού.

Σύμφωνα με την Εικόνα Α.1, ορίζουμε ένα διαφορικό στοιχείο ρευστού διαστάσεων dx, dy, dz , μάζας dm , όγκου dV που δίνεται από τη σχέση (Α.1) και ένα σύστημα αξόνων XYZ , ως προς το οποίο αυτό είναι ακίνητο.

$$dV = dxdydz \tag{A.1}$$

Για να ορίσουμε τη μάζα του διαφορικού στοιχείου, χρησιμοποιούμε τη σχέση (Α.2) προσαρμοσμένη στις διαστάσεις του όγκου του.

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{A.2}$$

Συνεπώς, προκύπτει ο τύπος (Α.3).

$$\rho = \frac{dm}{dV} \quad (\text{A.3})$$

Άρα, η μάζα του διαφορικού στοιχείου εκφράζεται από την (A.4).

$$dm = \rho dV \quad (\text{A.4})$$

Σε επίπεδο δυνάμεων, το στοιχείο δέχεται δύο ειδών. Στο κέντρο μάζας εφαρμόζεται το βάρος \mathbf{F}_B και στις έδρες αναπτύσσονται οι δυνάμεις λόγω των ορθών τάσεων ή αλλιώς πιέσεων p , όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα Α.1. Γνωρίζουμε ότι η δύναμη του βάρους, για ένα οποιοδήποτε σώμα, δίνεται από τον τύπο

$$\mathbf{F}_B = m\mathbf{g},$$

ο οποίος για το παραπάνω στοιχείο γράφεται στη μορφή

$$d\mathbf{F}_B = dm\mathbf{g}. \quad (\text{A.5})$$

Άρα, αντικαθιστώντας την (A.4) και την (A.1) στην (A.5), προκύπτει η (A.6).

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_B &= dm\mathbf{g} \stackrel{(\text{A.4})}{=} \rho dV\mathbf{g} \stackrel{(\text{A.1})}{=} \rho(dx dy dz)\mathbf{g} \\ d\mathbf{F}_B &= \rho(dx dy dz)\mathbf{g} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Από τη στιγμή που το στοιχείο μένει ακίνητο δεν αναπτύσσονται διατμητικές τάσεις, και ως εκ τούτου, ούτε οι αντίστοιχες δυνάμεις επί των επιφανειών του. Επομένως, οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στις έδρες του είναι λόγω των ορθών τάσεων, οι οποίες προσδιορίζονται μέσω της χρήσης του πολυωνύμου του Taylor. Σύμφωνα με (Μπράτσος, 2003), αυτό δίνεται από τον ακόλουθο τύπο.

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x-a)^n \quad (\text{A.7})$$

Εξαλείφοντας τους μεγιστοβάθμιους όρους, προκύπτει η (A.8). Στη συνέχεια, την εκφράζουμε σε όρους πίεσης και τη φέρνουμε στη μορφή (A.9).

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) \quad (\text{A.8})$$

$$p(x) = p(a) + p'(a)(x-a) \quad (\text{A.9})$$

Διεύθυνση x :

Κάνοντας χρήση της (A.10), η πίεση στην οπίσθια και εμπρόσθια πλευρά του στοιχείου θα δίνεται από τις σχέσεις (A.13) και (A.14), αντίστοιχα.

$$p_A = p + \frac{\partial p}{\partial x}(x_A - x)$$

$$p_A = p + \frac{\partial p}{\partial x}(x_A - x) = p + \frac{\partial p}{\partial x}\left(-\frac{dx}{2} - 0\right) = p + \frac{\partial p}{\partial x}\left(-\frac{dx}{2}\right) = p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

$$p_A = p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \quad (\text{A.13})$$

$$p_F = p + \frac{\partial p}{\partial x}(x_F - x)$$

$$p_F = p + \frac{\partial p}{\partial x}(x_F - x) = p + \frac{\partial p}{\partial x}\left(\frac{dx}{2} - 0\right) = p + \frac{\partial p}{\partial x}\left(\frac{dx}{2}\right) = p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}$$

$$p_F = p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \quad (\text{A.14})$$

Διεύθυνση y :

Κάνοντας χρήση της (A.11), η πίεση στην αριστερή και δεξιά πλευρά του στοιχείου θα δίνεται από τις σχέσεις (A.15) και (A.16), αντίστοιχα.

$$p_L = p + \frac{\partial p}{\partial y}(y_L - y)$$

$$p_L = p + \frac{\partial p}{\partial y}(y_L - y) = p + \frac{\partial p}{\partial y}\left(-\frac{dy}{2} - 0\right) = p + \frac{\partial p}{\partial y}\left(-\frac{dy}{2}\right) = p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}$$

$$p_L = p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \quad (\text{A.15})$$

$$p_R = p + \frac{\partial p}{\partial y}(y_R - y)$$

$$p_R = p + \frac{\partial p}{\partial y}(y_R - y) = p + \frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{dy}{2} - 0\right) = p + \frac{\partial p}{\partial y}\left(\frac{dy}{2}\right) = p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}$$

$$p_R = p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \quad (\text{A.16})$$

Διεύθυνση z :

Κάνοντας χρήση της (A.12), η πίεση στην κάτω και άνω πλευρά του στοιχείου θα δίνεται από τις σχέσεις (A.17) και (A.18), αντίστοιχα.

$$p_D = p + \frac{\partial p}{\partial z}(z_D - z)$$

$$p_D = p + \frac{\partial p}{\partial z}(z_D - z) = p + \frac{\partial p}{\partial z}\left(-\frac{dz}{2} - 0\right) = p + \frac{\partial p}{\partial z}\left(-\frac{dz}{2}\right) = p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2}$$

$$p_D = p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \quad (\text{A.17})$$

$$p_U = p + \frac{\partial p}{\partial z}(z_U - z)$$

$$p_U = p + \frac{\partial p}{\partial z}(z_U - z) = p + \frac{\partial p}{\partial z}\left(\frac{dz}{2} - 0\right) = p + \frac{\partial p}{\partial z}\left(\frac{dz}{2}\right) = p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2}$$

$$p_U = p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \quad (\text{A.18})$$

Από τη στιγμή που έχουμε διατυπώσει τις σχέσεις, οι οποίες υπολογίζουν τις πιέσεις σε κάθε μία πλευρά του κύβου, μένει να υπολογίσουμε τις αντίστοιχες δυνάμεις. Γι' αυτόν το σκοπό, θα χρησιμοποιήσουμε την παρακάτω γνωστή σχέση.

$$F = pA \quad (\text{A.19})$$

Προσαρμόζοντάς την στις διαστάσεις του στοιχείου, προκύπτει η (A.20).

$$d\mathbf{F} = p dA \quad (\text{A.20})$$

Στη συνέχεια, αντικαθιστούμε στην (A.20) τις σχέσεις, (A.13), (A.14), (A.15), (A.16), (A.17) και (A.18) κατά ζεύγη για κάθε έναν άξονα.

Για τη διεύθυνση x :

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_A &= p_A dA_A \Rightarrow \\ d\mathbf{F}_A &= \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) (dydz) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_F &= p_F dA_F \Rightarrow \\ d\mathbf{F}_F &= \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2} \right) (dydz) \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Για τη διεύθυνση y :

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_L &= p_L dA_L \Rightarrow \\ d\mathbf{F}_L &= \left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) (dxdz) \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_R &= p_R dA_R \Rightarrow \\ d\mathbf{F}_R &= \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) (dxdz) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Για τη διεύθυνση z :

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_D &= p_D dA_D \Rightarrow \\ d\mathbf{F}_D &= \left(p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) (dxdy) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_U &= p_U dA_U \Rightarrow \\ d\mathbf{F}_U &= \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) (dxdy) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Τέλος, χρησιμοποιώντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα (A.27), καταλήγουμε στον τύπο της υδροστατικής πίεσης (A.37).

$$\sum d\mathbf{F} = d\mathbf{m}\mathbf{a} \quad (\text{A.27})$$

Διεύθυνση x :

$$\begin{aligned}
 \sum d\mathbf{F}_x &= d\mathbf{m}a_x \Rightarrow \\
 d\mathbf{F}_A + d\mathbf{F}_F &= d\mathbf{m}a_x \Rightarrow \\
 \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)\mathbf{i} + \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)(-\mathbf{i}) &= dm a_x \mathbf{i} \Rightarrow \quad (\text{A.4}) \\
 \left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)\mathbf{i} - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}\right)(dydz)\mathbf{i} &= \rho dV a_x \mathbf{i} \Rightarrow \\
 \left(p(dydz) - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}(dydz)\right)\mathbf{i} - \left(p(dydz) + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}(dydz)\right)\mathbf{i} &= \rho(dx dy dz) a_x \mathbf{i} \Rightarrow \\
 p(dydz) - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}(dydz) - p(dydz) - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{dx}{2}(dydz) &= \rho(dx dy dz) a_x \Rightarrow \\
 -\frac{\partial p}{\partial x}(dx dy dz) &= \rho(dx dy dz) a_x \Rightarrow \\
 \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho a_x \quad (\text{A.28})
 \end{aligned}$$

Διεύθυνση y :

$$\begin{aligned}
 \sum d\mathbf{F}_y &= d\mathbf{m}a_y \Rightarrow \\
 d\mathbf{F}_L + d\mathbf{F}_R &= d\mathbf{m}a_y \Rightarrow \\
 \left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}\right)(dxdz)\mathbf{j} + \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}\right)(dxdz)(-\mathbf{j}) &= dm a_y \mathbf{j} \Rightarrow \quad (\text{A.4}) \\
 \left(p - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}\right)(dxdz)\mathbf{j} - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}\right)(dxdz)\mathbf{j} &= \rho dV a_y \mathbf{j} \Rightarrow \\
 \left(p(dxdz) - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}(dxdz)\right)\mathbf{j} - \left(p(dxdz) + \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}(dxdz)\right)\mathbf{j} &= \rho(dx dy dz) a_y \mathbf{j} \Rightarrow \\
 p(dxdz) - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}(dxdz) - p(dxdz) - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{dy}{2}(dxdz) &= \rho(dx dy dz) a_y \Rightarrow \\
 -\frac{\partial p}{\partial y}(dx dy dz) &= \rho(dx dy dz) a_y \Rightarrow \\
 \frac{\partial p}{\partial y} &= -\rho a_y \quad (\text{A.29})
 \end{aligned}$$

Διεύθυνση z :

$$\begin{aligned}
 \sum dF_z &= dma_z \Rightarrow \\
 dF_D + dF_U &= dma_z \Rightarrow \\
 \left(p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) (dxdy) \mathbf{k} + \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) (dxdy) (-\mathbf{k}) &= dm(a_z + g) \mathbf{k} \Rightarrow \quad (\text{A.4}) \\
 \left(p - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) (dxdy) \mathbf{k} - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} \right) (dxdy) \mathbf{k} &= \rho dV (a_z + g) \mathbf{k} \Rightarrow \\
 \left(p(dxdy) - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} (dxdy) \right) \mathbf{k} - \left(p(dxdy) + \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} (dxdy) \right) \mathbf{k} &= \rho (dxdydz) (a_z + g) \mathbf{k} \Rightarrow \\
 p(dxdy) - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} (dxdy) - p(dxdy) - \frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{2} (dxdy) &= \rho (dxdydz) (a_z + g) \Rightarrow \\
 -\frac{\partial p}{\partial z} (dxdydz) &= \rho (dxdydz) (a_z + g) \Rightarrow \\
 \frac{\partial p}{\partial z} &= -\rho (a_z + g) \quad (\text{A.30})
 \end{aligned}$$

Για την περίπτωση που το ρευστό είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα, ισχύει ότι

$$\mathbf{a} = 0. \quad (\text{A.31})$$

Επομένως,

$$a_x = a_y = a_z = 0. \quad (\text{A.32})$$

Συνεπώς, για τις σχέσεις (A.28), (A.29) και (A.30) προκύπτει ότι,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g. \quad (\text{A.33})$$

Η τελευταία, αφού παραγωγίζεται ως προς z , μπορεί να γραφτεί με απλή παράγωγο (A.34).

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (\text{A.34})$$

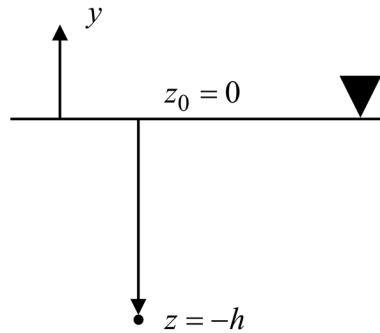
Η διαφορική εξίσωση είναι χωριζομένων μεταβλητών, επομένως λύνεται με την αντίστοιχη διαδικασία.

$$\begin{aligned}
 dp &= -\rho g dz \\
 \int_{p_0}^p dp &= -\int_{z_0}^z \rho g dz
 \end{aligned}$$

$$p - p_0 = -\rho g(z - z_0) \quad (\text{A.35})$$

Αν ορίσουμε ως επίπεδο αναφοράς την ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού και θετική φορά αυτή του άξονα y , τότε σύμφωνα με την Εικόνα Α.3,

$$z - z_0 = -h - 0 = -h. \quad (\text{A.36})$$



Εικόνα Α.3: Ελεύθερη επιφάνεια νερού και σημείο ανάπτυξης υδροστατικής πίεσης.

Άρα, η (Α.35) γίνεται

$$p = p_0 + \rho g h \quad (\text{A.37})$$

με

$$p_0 = p_{\text{atm}}. \quad (\text{A.38})$$

Όπου,

$$p_{\text{atm}} : \text{η ατμοσφαιρική πίεση} \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

$$\rho : \text{η πυκνότητα του νερού} \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$$


$$g : \text{η επιτάχυνση της βαρύτητας} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

$$h : \text{η απόσταση από την ελεύθερη επιφάνεια του νερού} [\text{m}]$$

Παράρτημα Β: Διαδικασίες Εξαγωγής του Βέλτιστου Σχεδίου

Β.1 Σχεδιασμός του Ελάσματος

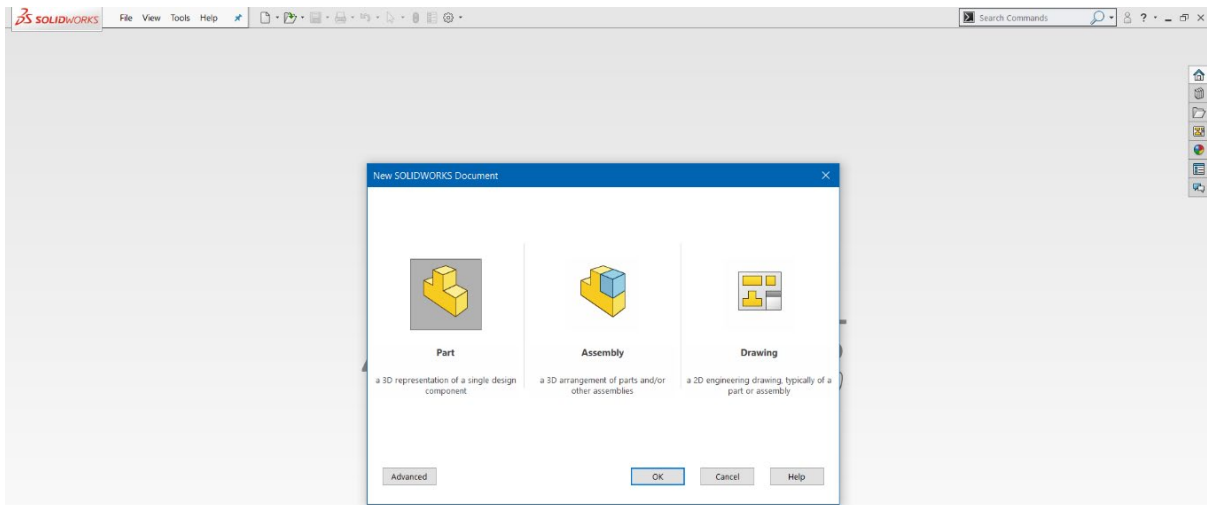
Σε αυτήν την ενότητα θα αναλυθεί ο τρόπος σχεδιασμού της αρχικής γεωμετρίας του ελάσματος προτού αυτό υποβληθεί σε οποιουδήποτε είδους μελέτη.

Στη γραμμή εντολών του περιβάλλοντος εισόδου, επιλέγουμε το εικονίδιο  και στη συνέχεια **New**, όπως στην Εικόνα Β.1.1.



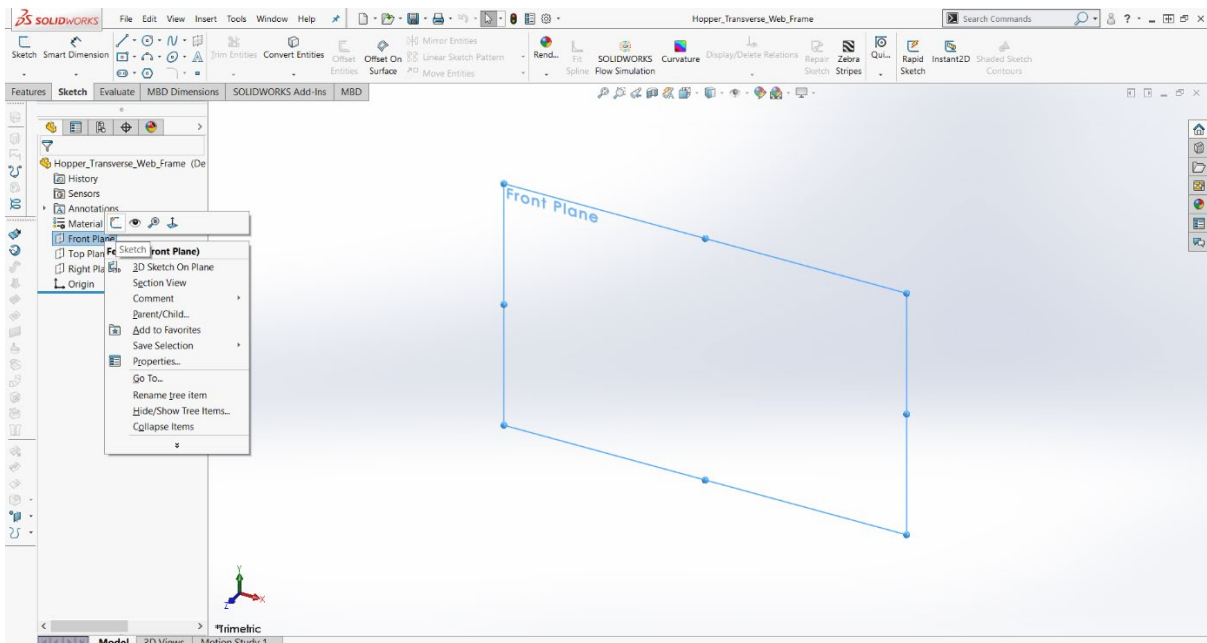
Εικόνα Β.1.1: Δημιουργία νέου σχεδίου.

Στο αναδυόμενο παράθυρο με τίτλο New SOLIDWORKS Document, επιλέγουμε Part και έπειτα OK, όπως φαίνεται στην Εικόνα Β.1.2.




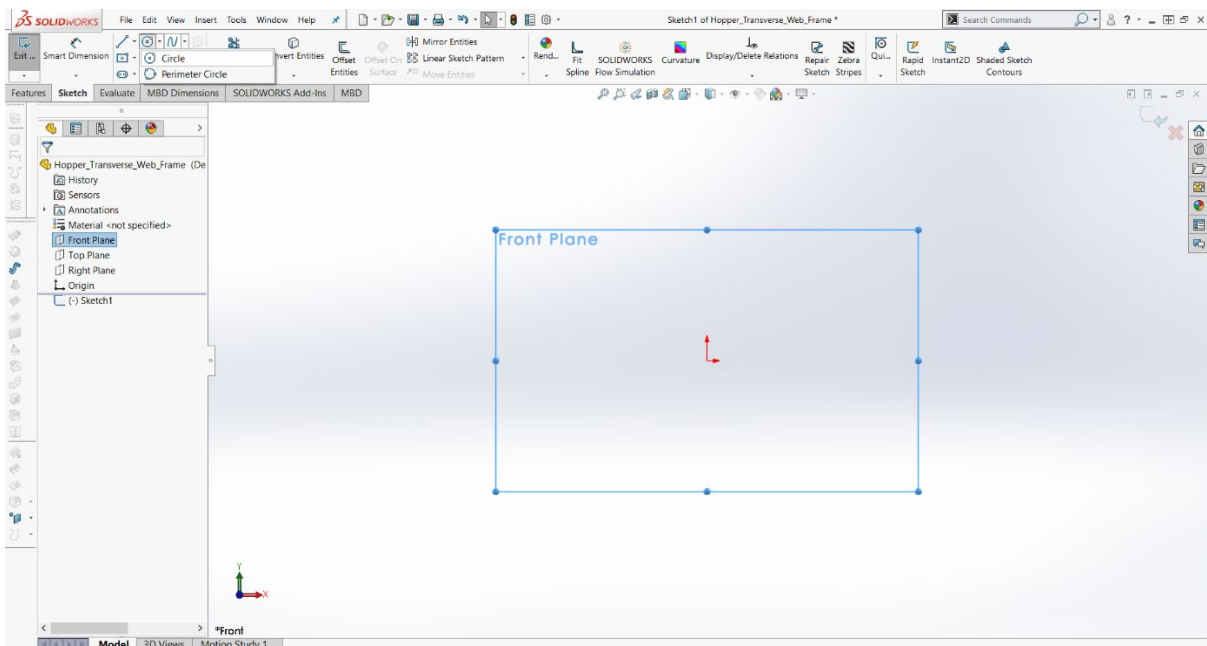
Εικόνα Β.1.2: Δημιουργία νέου κομματιού.

Στο περιβάλλον σχεδίασης που εμφανίζεται, επιλέγουμε από τη στήλη των ενεργειών με δεξί κλικ το Front Plane και μετά το εργαλείο Sketch, όπως παρατηρούμε στην Εικόνα Β.1.3.



Εικόνα Β.1.3: Επιλογή του επιπέδου και του εργαλείου σχεδίασης.

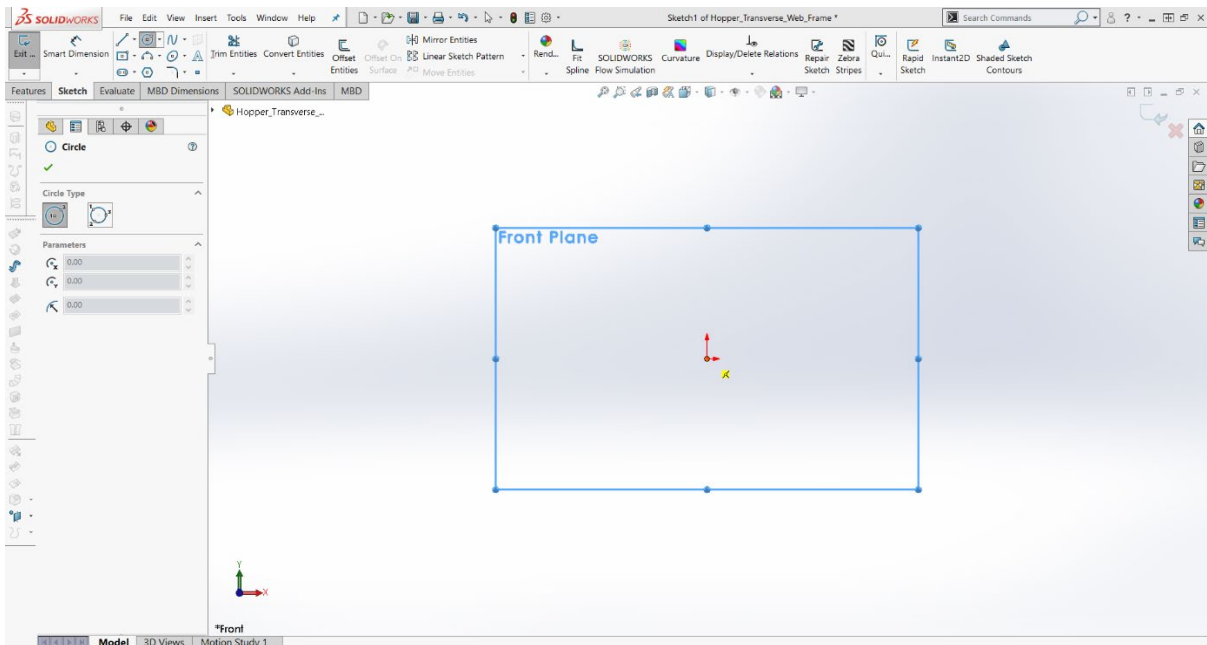
Ύστερα, από τη γραμμή εργαλείων ενεργοποιούμε το εικονίδιο Circle  που βλέπουμε στην Εικόνα B.1.4 και τοποθετούμε το κέντρο του κύκλου στην αρχή των αξόνων του επιπέδου, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα B.1.5.



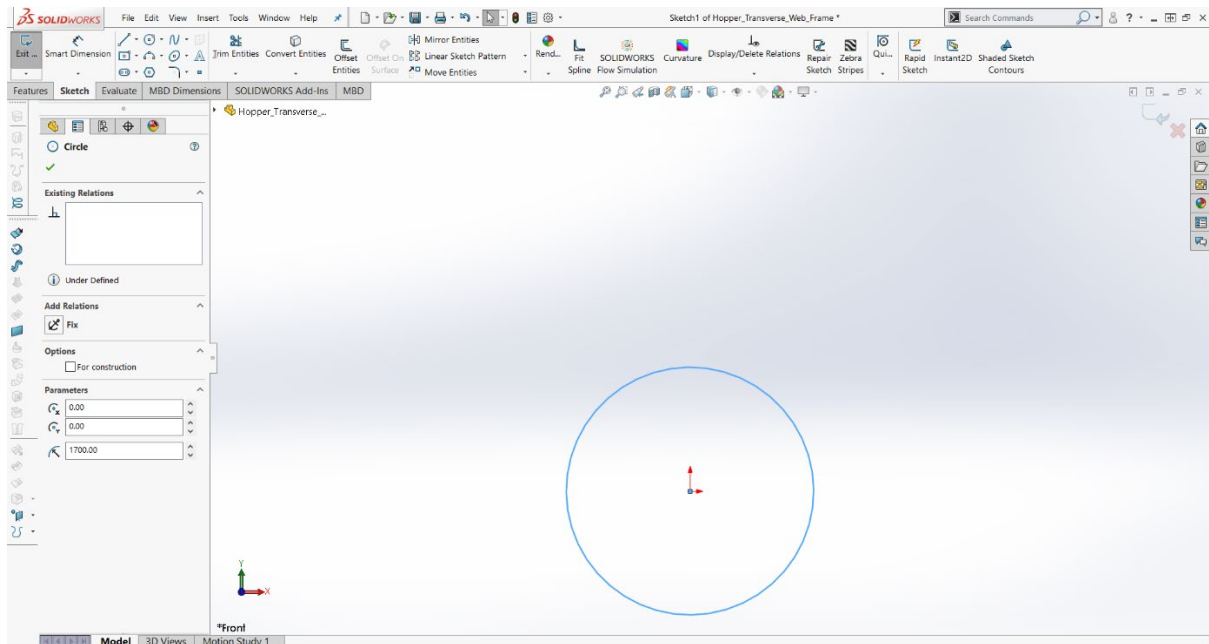
Εικόνα B.1.4: Ενεργοποίηση του εργαλείου σχεδίασης κύκλου.

Σύμφωνα με την Εικόνα B.1.6, σχεδιάζουμε έναν τυχαίο κύκλο. Στη στήλη αριστερά του και στη γραμμή Parameters, ορίζουμε την ακτίνα του.

$$R = 1.700 \text{ mm}$$



Εικόνα B.1.5: Τοποθέτηση του κέντρου του κύκλου.

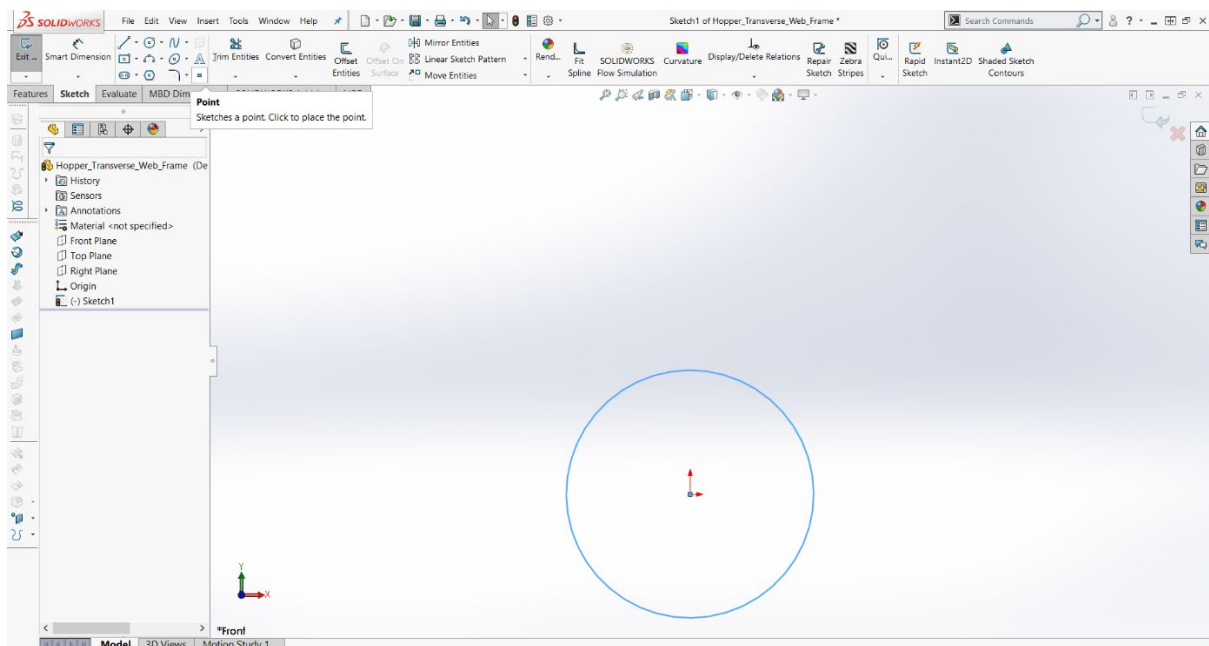


Εικόνα Β.1.6: Σχεδιασμός και ορισμός της ακτίνας του κύκλου.

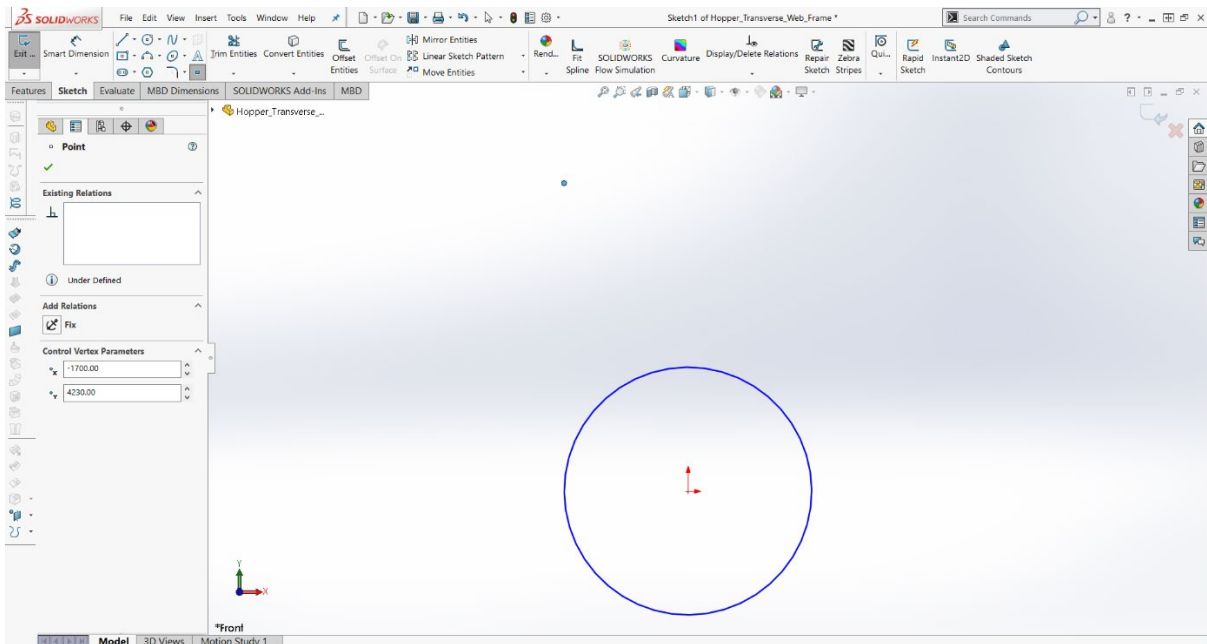
Για το σχεδιασμό των τεσσάρων πλευρών του ελάσματος επιλέγουμε το εργαλείο Point (Εικόνα Β.1.7) και τοποθετούμε τα σημεία τους στο χώρο, όπως φαίνεται στην Εικόνα Β.1.8 και στην Εικόνα Β.1.9, με βάση τις συντεταγμένες που περιέχει Πίνακας Β.1.1.

Σημεία	x [mm]	y [mm]
1 ^ο	-1.700,000	4.230,000
2 ^ο	2.400,000	-1.700,000
3 ^ο	2.400,000	0,000

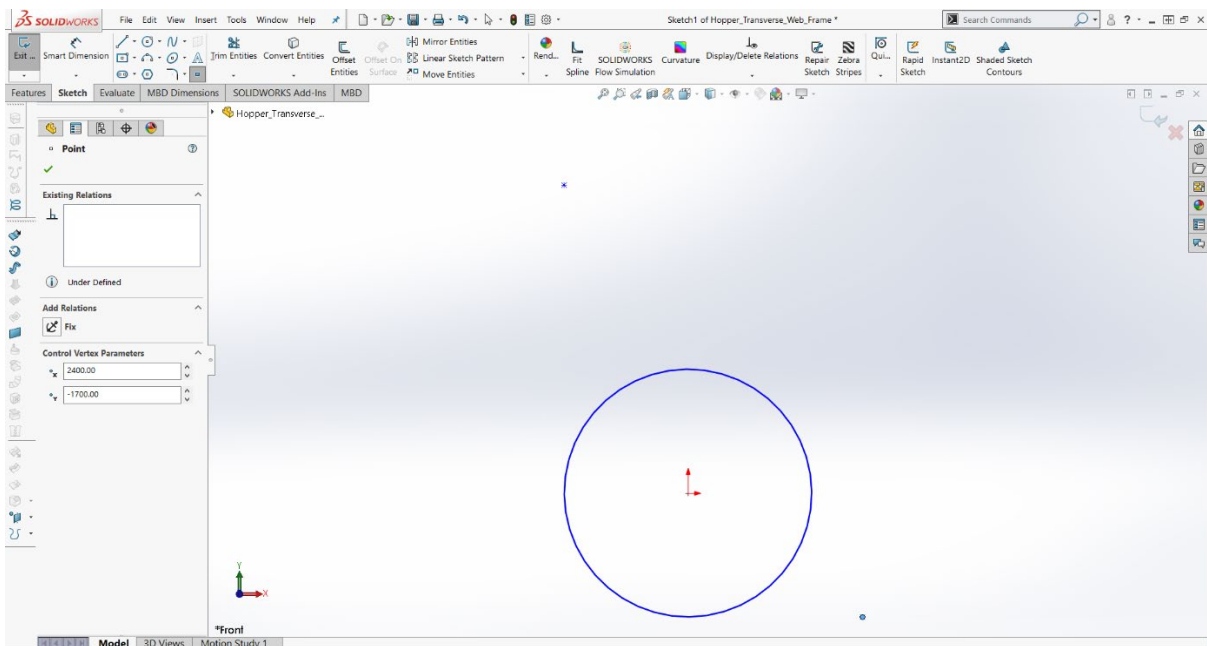
Πίνακας Β.1.1: Οι συντεταγμένες των τριών πρώτων σημείων του συνόρου του ελάσματος.




Εικόνα Β.1.7: Επιλογή του εργαλείου τοποθέτησης σημείου.

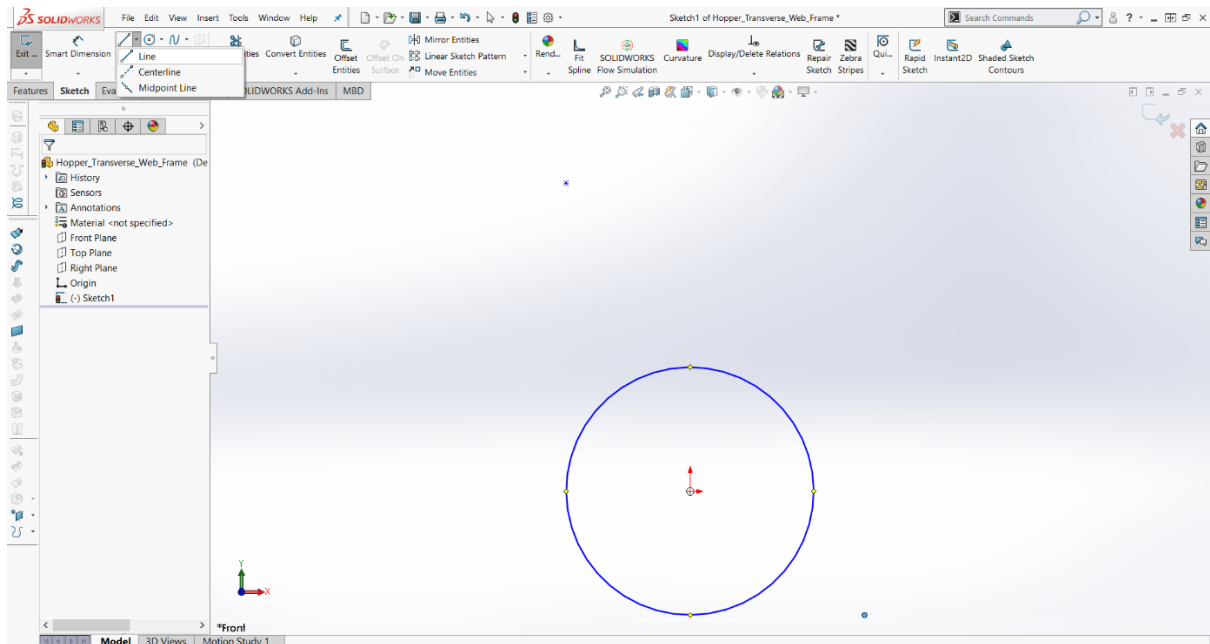


Εικόνα Β.1.8: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων του πρώτου σημείου.

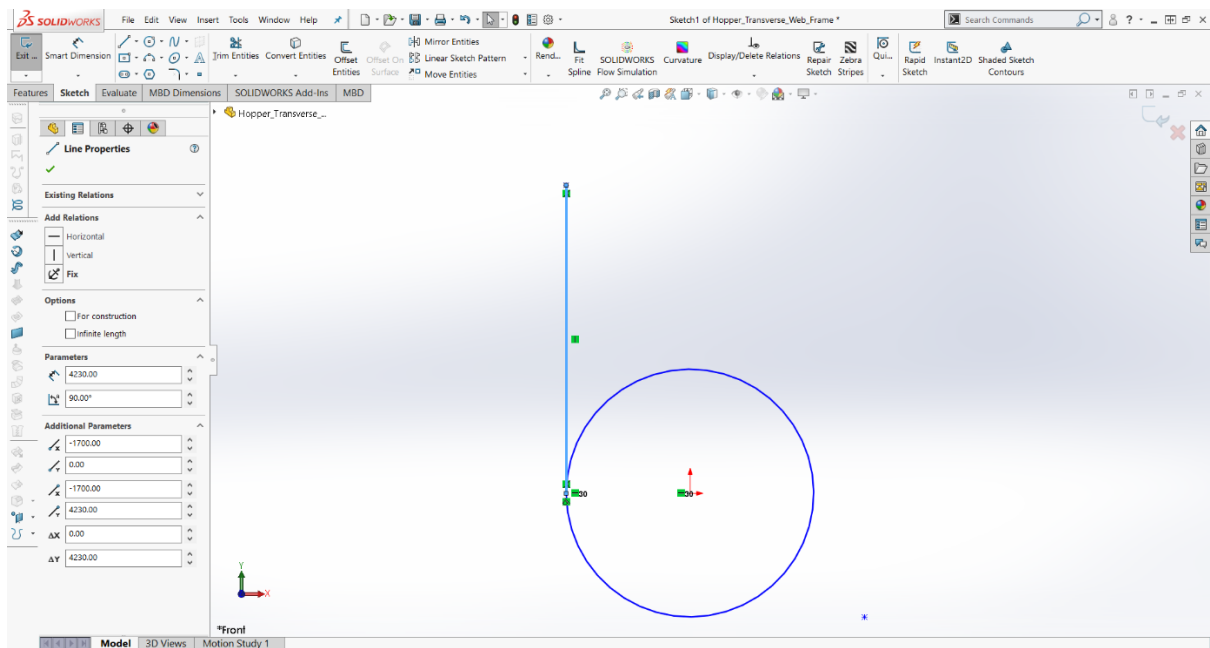


Εικόνα Β.1.9: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων του δεύτερου σημείου.

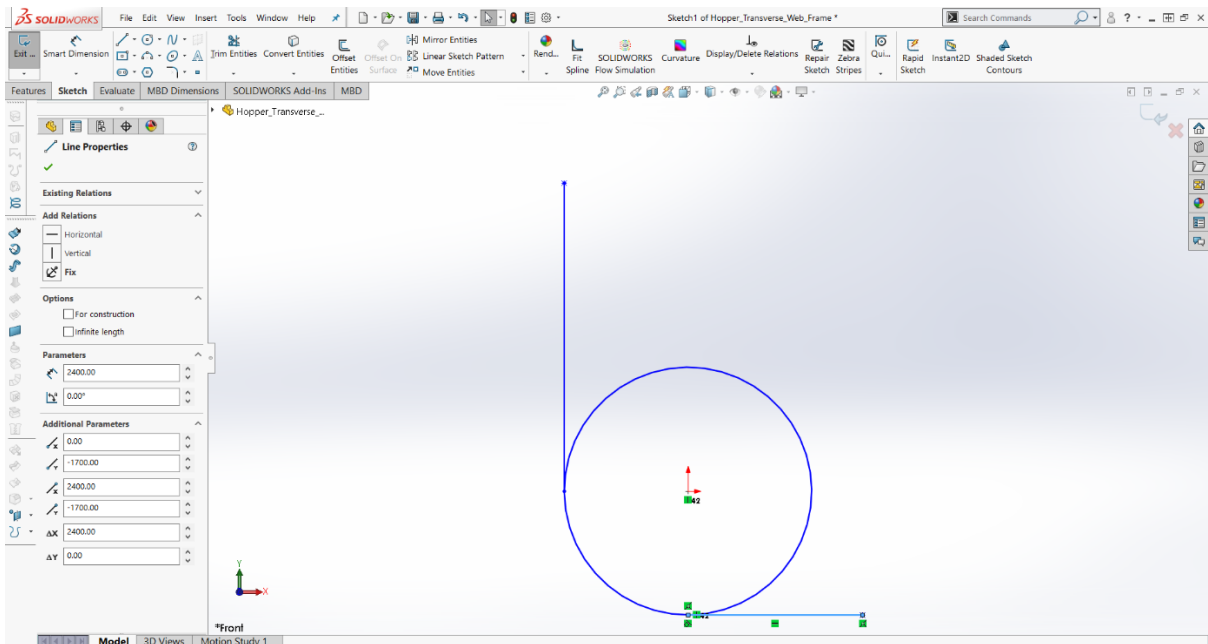
Στη συνέχεια, από τη μπάρα εργαλείων επιλέγουμε το εικονίδιο **Line** παρατηρώντας την Εικόνα Β.1.10 και ενώνουμε κάθε ένα από τα σημεία εφαπτομενικά με τον κύκλο. Στην Εικόνα Β.1.12 και Εικόνα Β.1.13 παρουσιάζεται η εφαπτομενική σχέση μεταξύ της κατακόρυφης πλευράς (vertical side) και της πλευράς του πυθμένα (bottom side) με τον κύκλο, μέσω του συμβολισμού .




Εικόνα Β.1.10: Επιλογή του εικονιδίου σχεδίασης γραμμής.

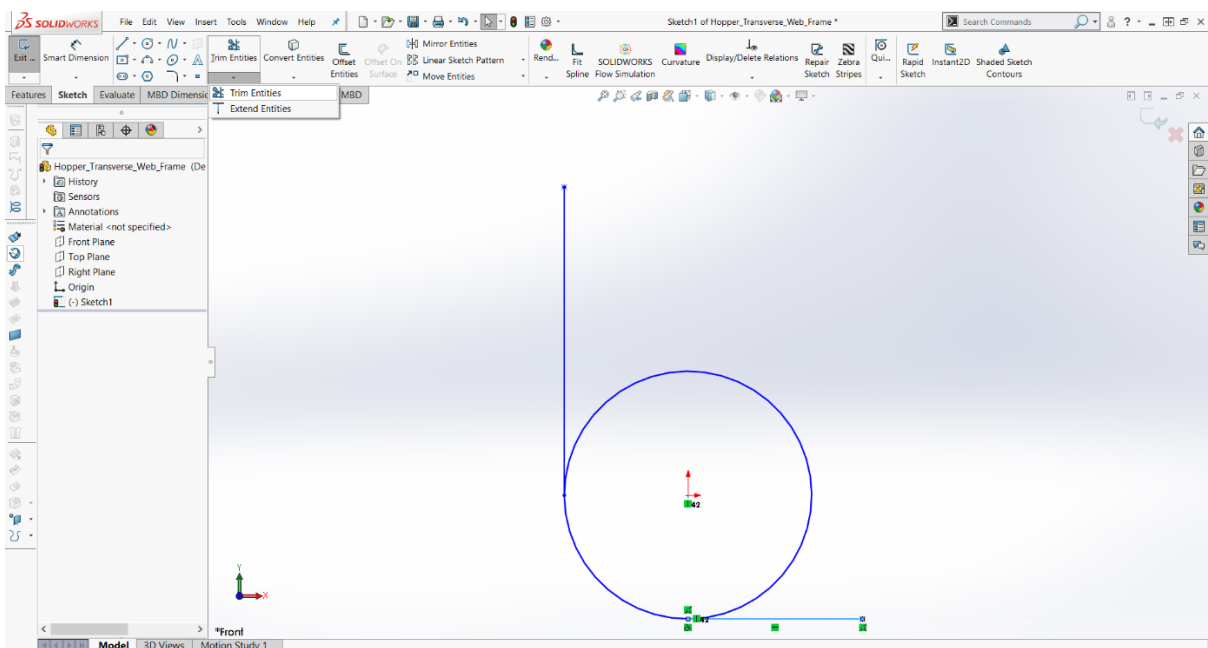


Εικόνα Β.1.11: Σχεδίαση της κατακόρυφης πλευράς (vertical side) του ελάσματος.

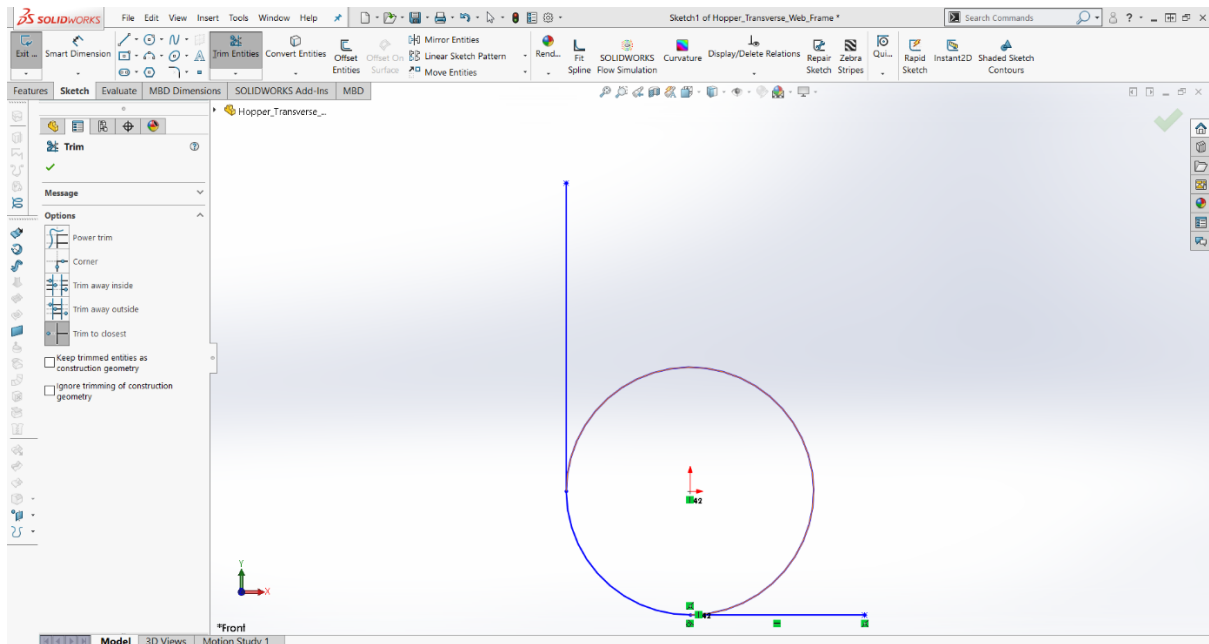


Εικόνα B.1.12: Σχεδίαση της πλευράς του πυθμένα (bottom side) του ελάσματος.



Για να διαγραφεί ο κύκλος, ενεργοποιούμε το εργαλείο Trim Entities  (Εικόνα B.1.13) και κόβουμε το εσωτερικό τμήμα του κύκλου επιλέγοντάς το, όπως βλέπουμε στην Εικόνα B.1.14.

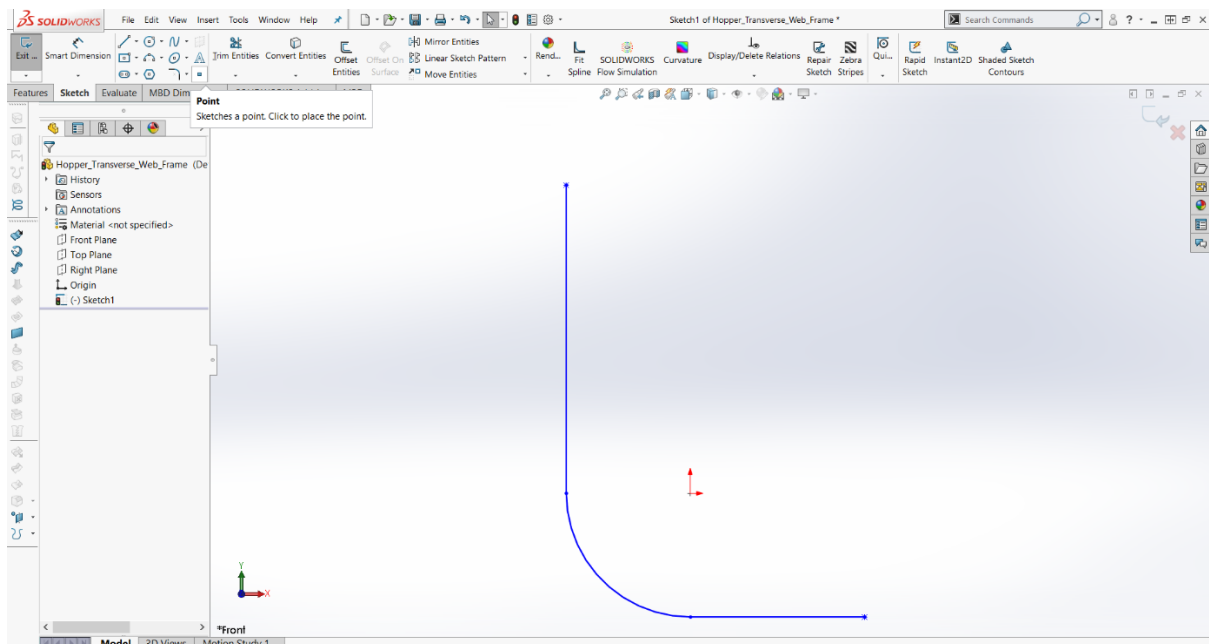


Εικόνα B.1.13: Ενεργοποίηση του εργαλείου κοπής γραμμών.

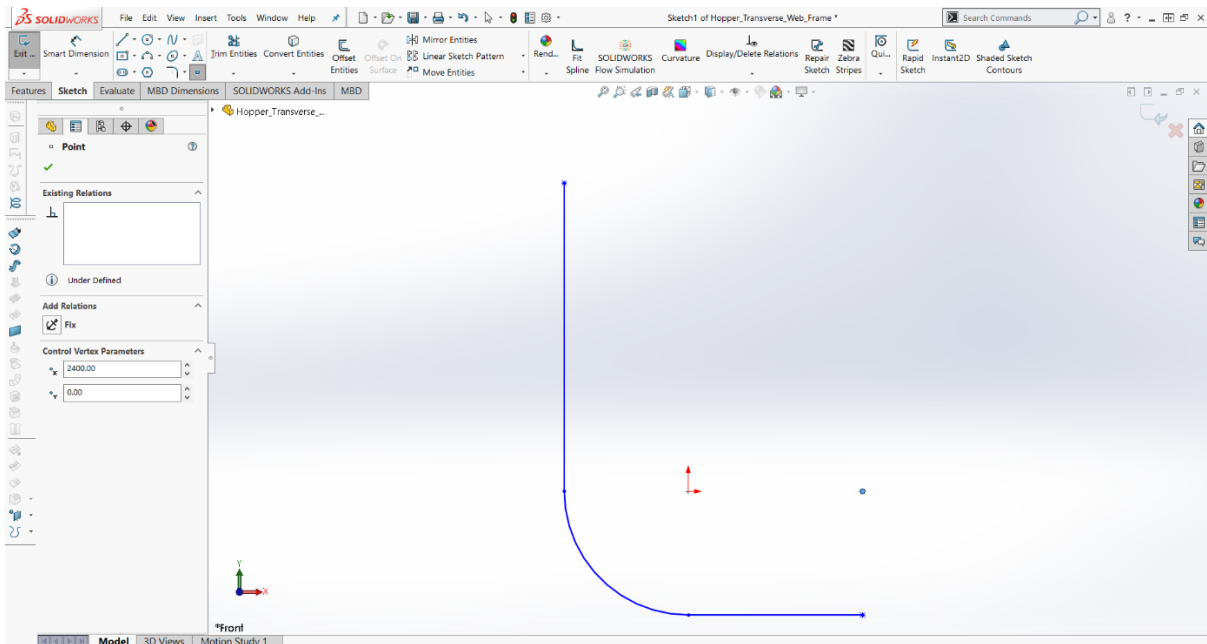


Εικόνα Β.1.14: Κοπή του εσωτερικού τμήματος του κύκλου.


Έπειτα, επιλέγουμε ξανά το εργαλείο Point  που φαίνεται στην Εικόνα Β.1.15 και τοποθετούμε το τρίτο σημείο στο επίπεδο. Η Εικόνα Β.1.16 δείχνει τη θέση του, η οποία ορίζεται από τις συντεταγμένες που περιέχει ο Πίνακας Β.1.1. Μετά, πατάμε το κουμπί .

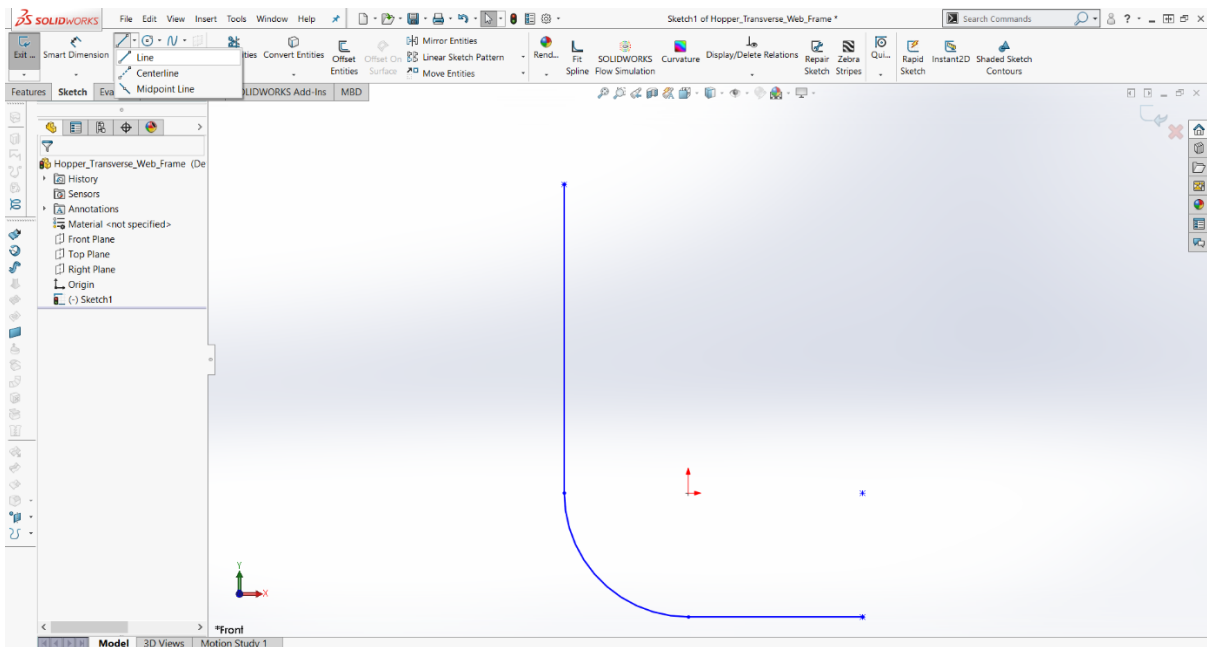


Εικόνα Β.1.15: Επιλογή του εργαλείου τοποθέτησης σημείου.

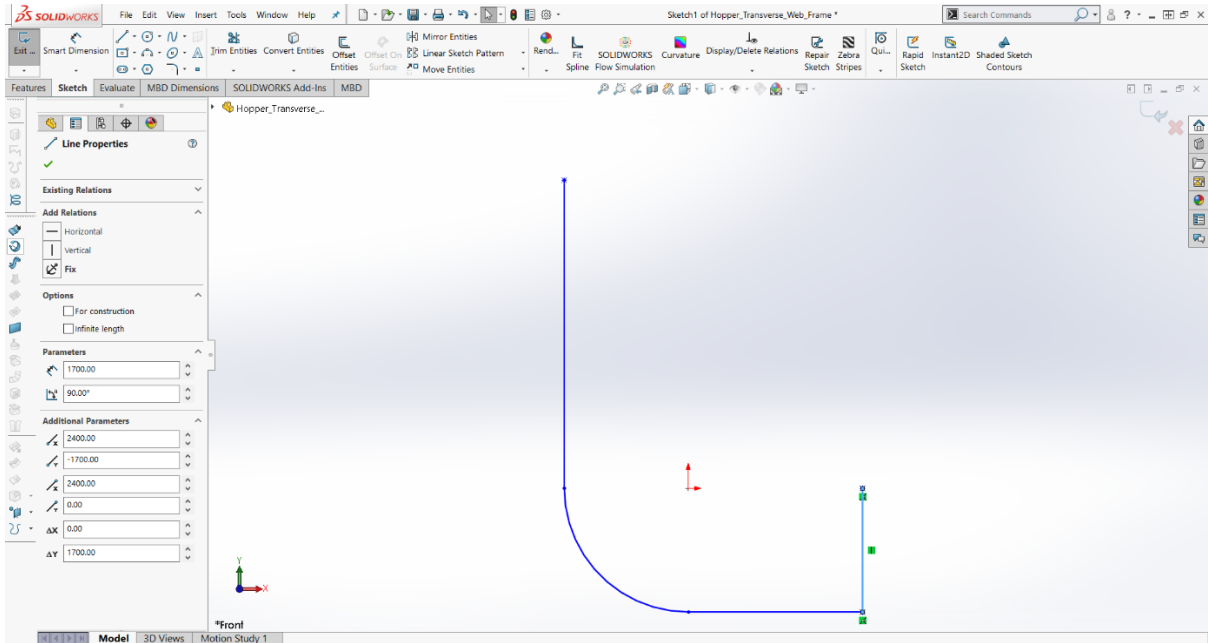


Εικόνα B.1.16: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων του τρίτου σημείου.

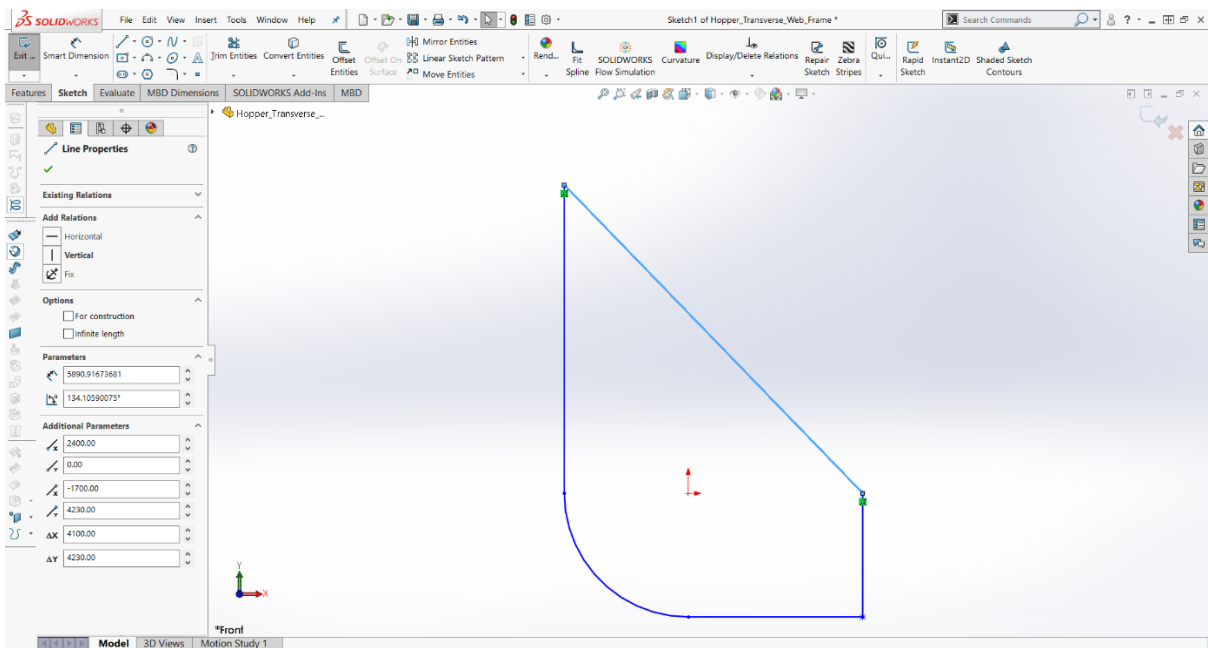
Τώρα, θα πρέπει να ενώσουμε τα τρία σημεία, ώστε να κλείσουμε το σύνορο του ελάσματος. Για να πραγματοποιηθεί αυτό, επιλέγουμε το εργαλείο Line , η θέση του οποίου παρουσιάζεται στην Εικόνα B.1.17 και φέρουμε ευθείες ξεκινώντας από το δεύτερο σημείο, μετά περνάμε από το τρίτο και καταλήγουμε στο πρώτο, όπως στην Εικόνα B.1.18 και Εικόνα B.1.19. Έτσι σχηματίζουμε την εσωτερική κατακόρυφη πλευρά (inner vertical side) και την κεκλιμένη πλευρά (sloping side).



Εικόνα B.1.17: Επιλογή του εργαλείου σχεδίασης γραμμής.

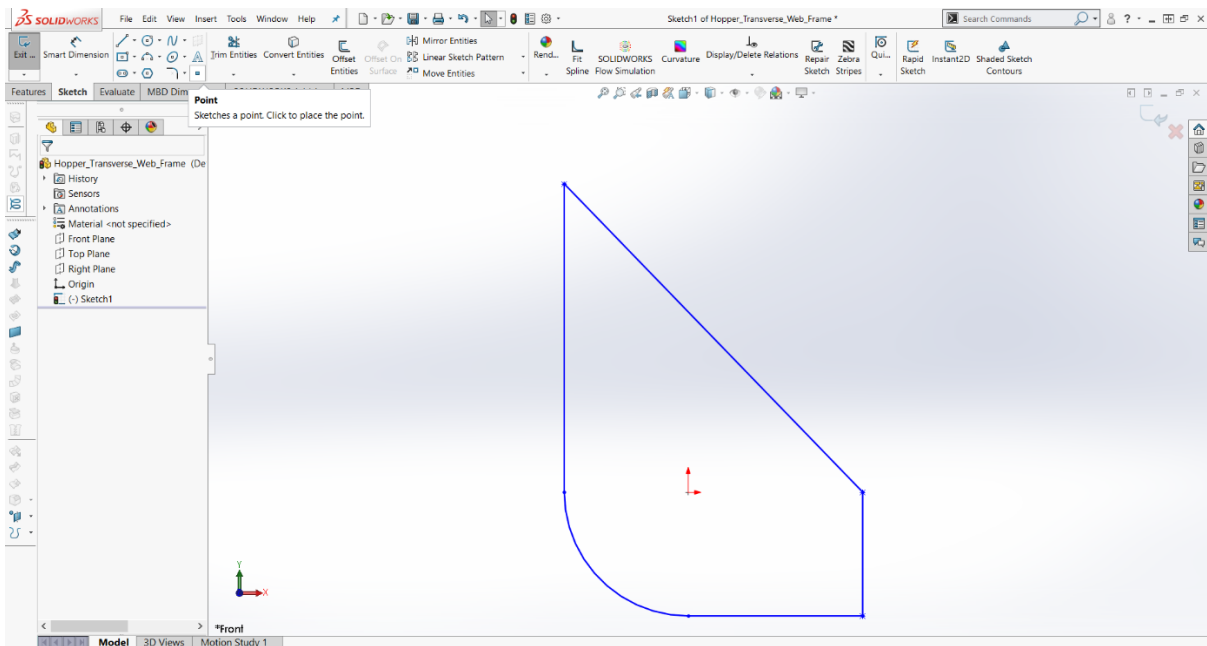


Εικόνα Β.1.18: Ένωση μεταξύ του δευτέρου και του τρίτου σημείου.

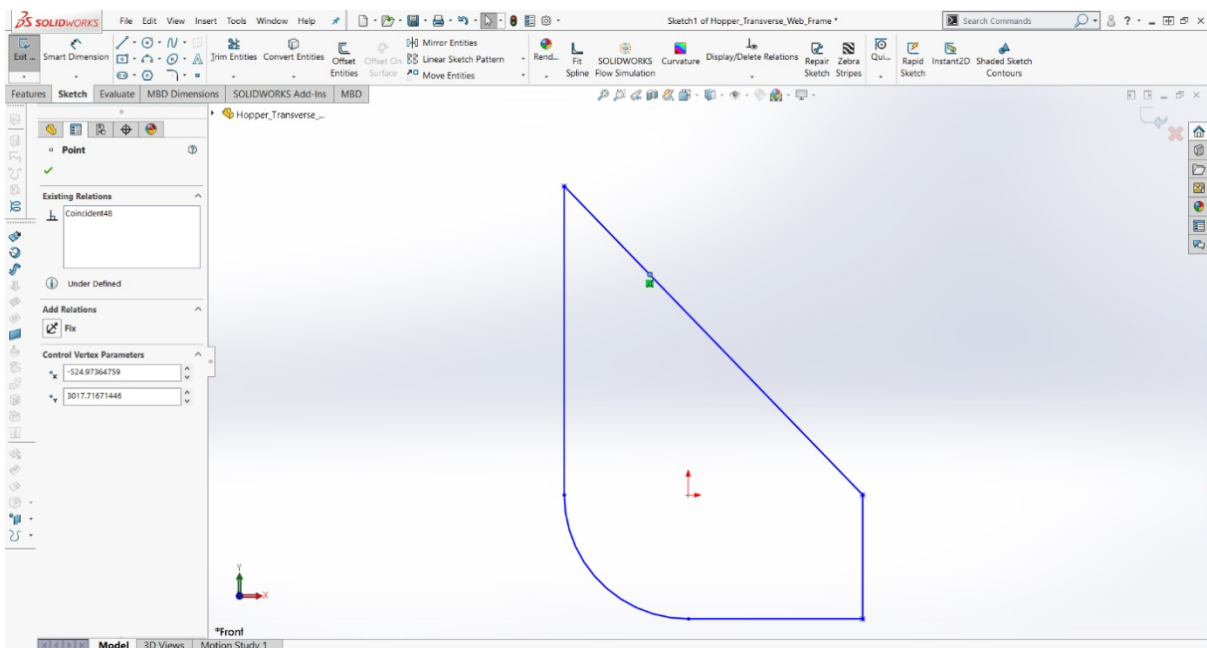


Εικόνα Β.1.19: Ένωση μεταξύ του τρίτου και του πρώτου σημείου.


Ύστερα, τοποθετούμε το τέταρτο σημείο επί της κεκλιμένης πλευράς (sloping side) με την ενεργοποίηση του εικονιδίου Point που παρατηρούμε στην Εικόνα Β.1.20.

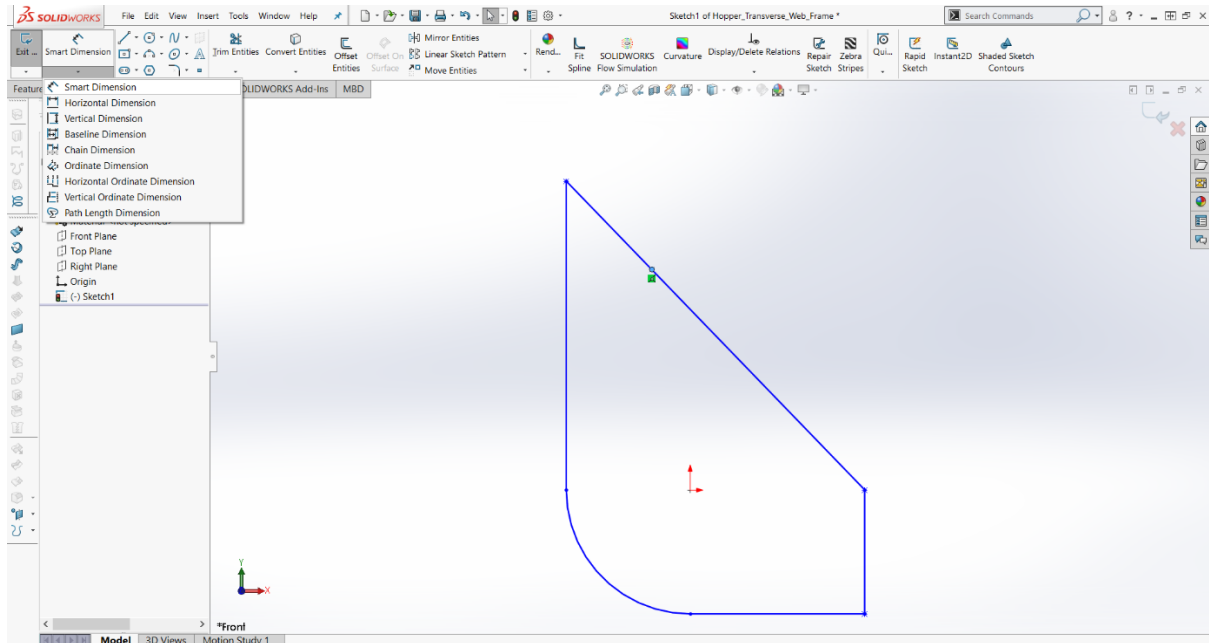


Εικόνα Β.1.20: Ενεργοποίηση του εικονιδίου τοποθέτησης σημείου.

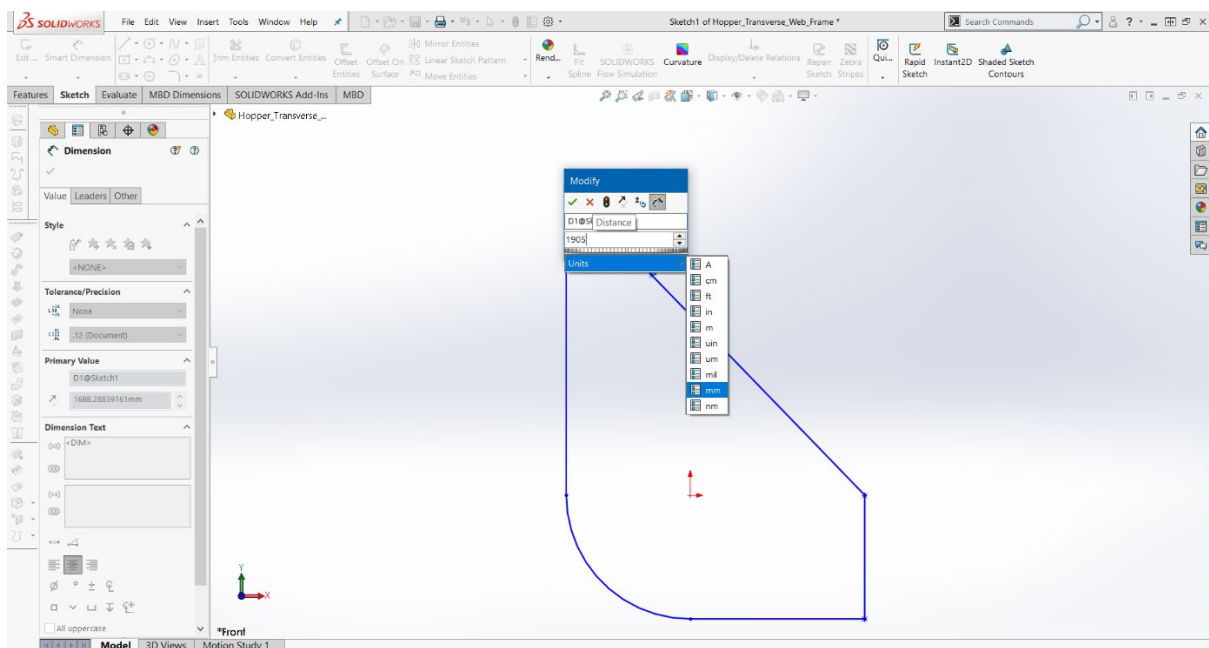


Εικόνα Β.1.21: Τοποθέτηση του τέταρτου σημείου στο επίπεδο.

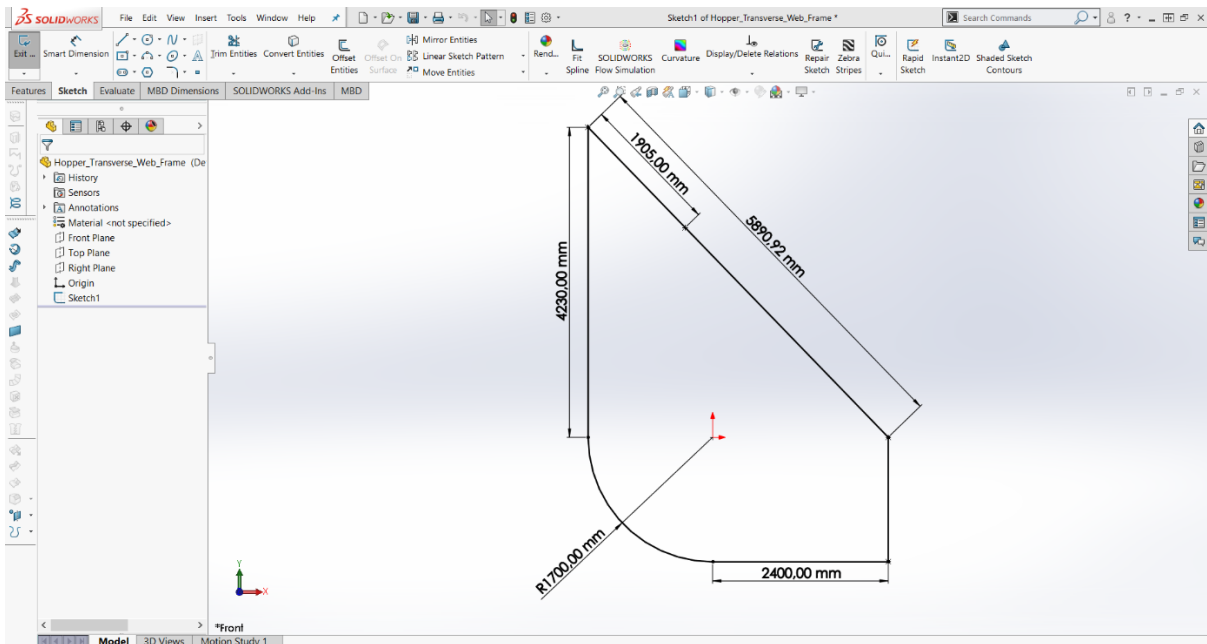
Η Εικόνα Β.1.22 δείχνει την επιλογή του εργαλείου Smart Dimension , με το οποίο ορίζουμε την απόσταση μεταξύ του τετάρτου και του πρώτου σημείου ίση με 1.905,000 mm. Ο τρόπος εισαγωγής της τιμής του μήκους φαίνεται στην Εικόνα Β.1.23. Στη συνέχεια, επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία, για να ορίσουμε τις διαστάσεις των υπολοίπων χαρακτηριστικών του σχεδίου που βλέπουμε στην Εικόνα Β.1.24.



Εικόνα Β.1.22: Επιλογή του εργαλείου ορισμού διαστάσεων.

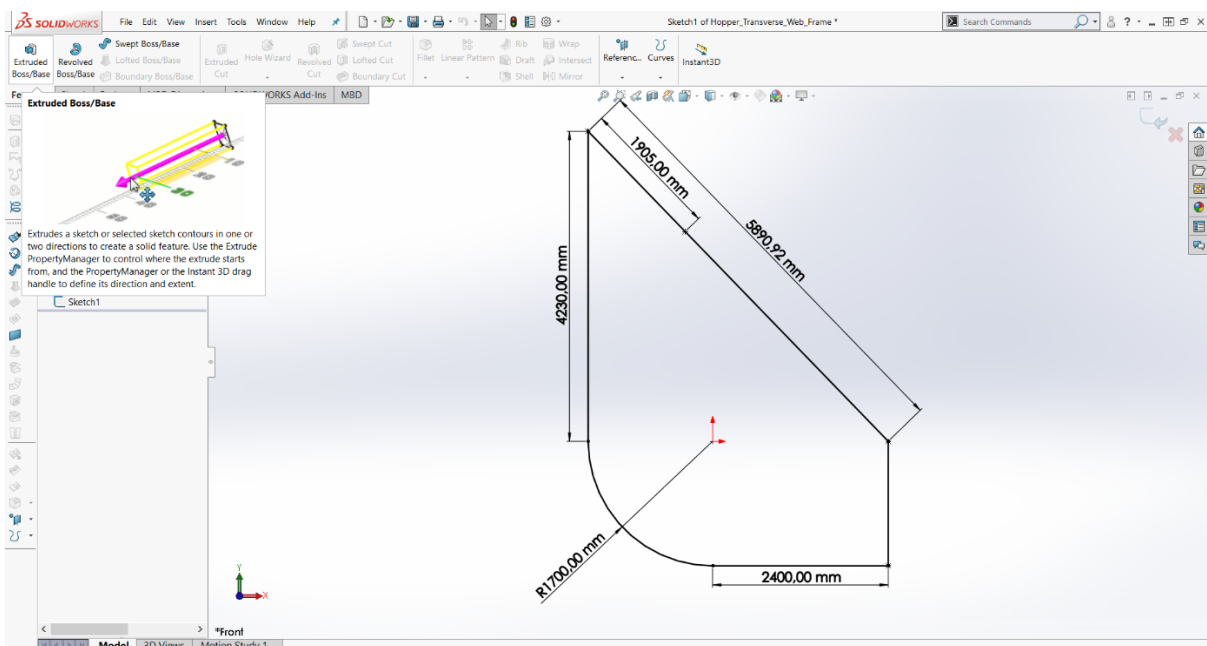


Εικόνα Β.1.23: Ορισμός της απόστασης μεταξύ του τετάρτου και του πρώτου σημείου.



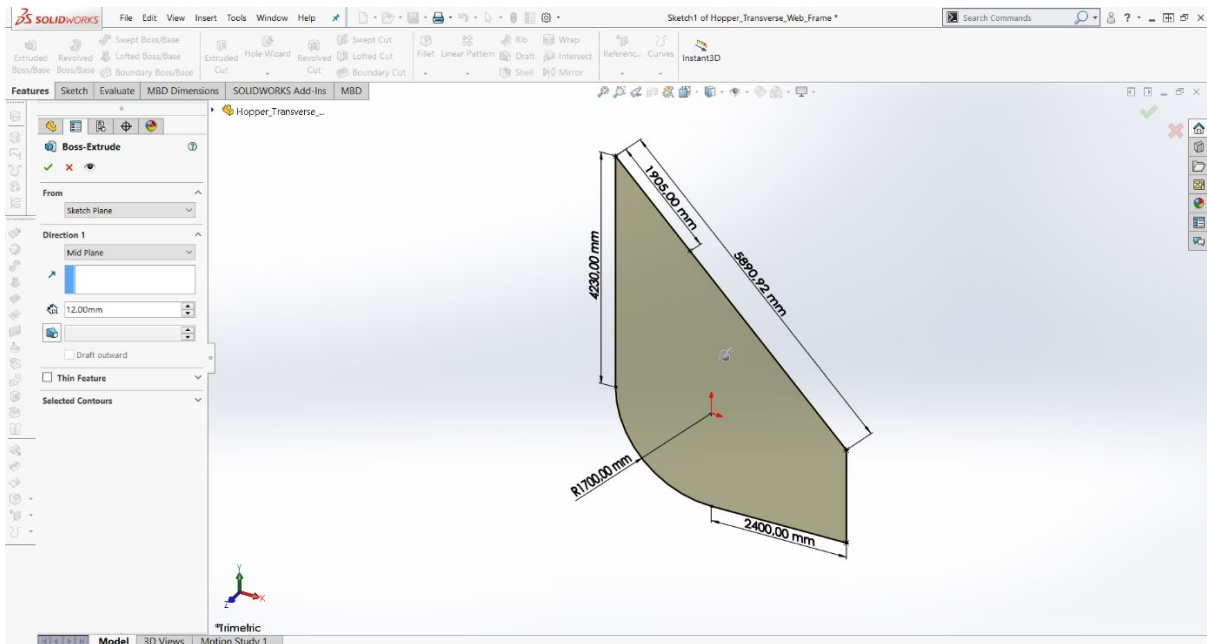
Εικόνα Β.1.24: Ορισμός των διαστάσεων των υπολοίπων χαρακτηριστικών του σχεδίου.

Για τη δημιουργία του ελάσματος από τη γεωμετρία της προηγούμενης εικόνας, θα πρέπει να επιλεγεί το εργαλείο Extruded Boss/Base που φαίνεται στην επόμενη.




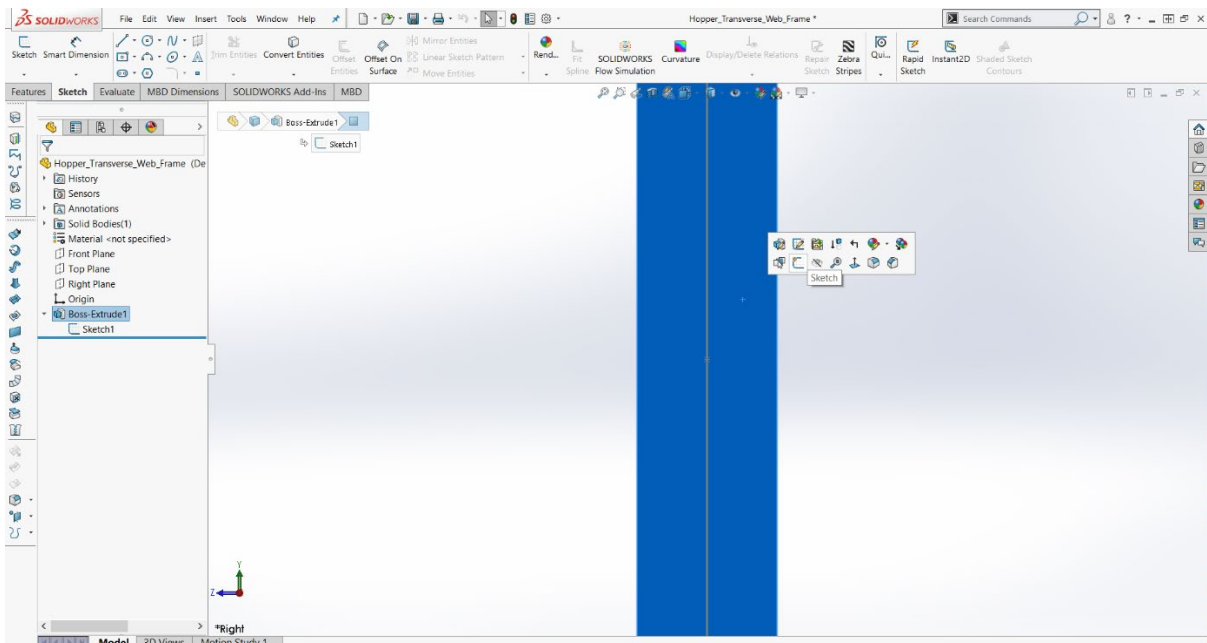
Εικόνα Β.1.25: Επιλογή του εργαλείου εξώθησης βάσης.

Στην Εικόνα B.1.26 ορίζουμε τη συμμετρική ανάπτυξη της επιφανείας επί της διεύθυνσης z και πατάμε το κουμπί ✓.




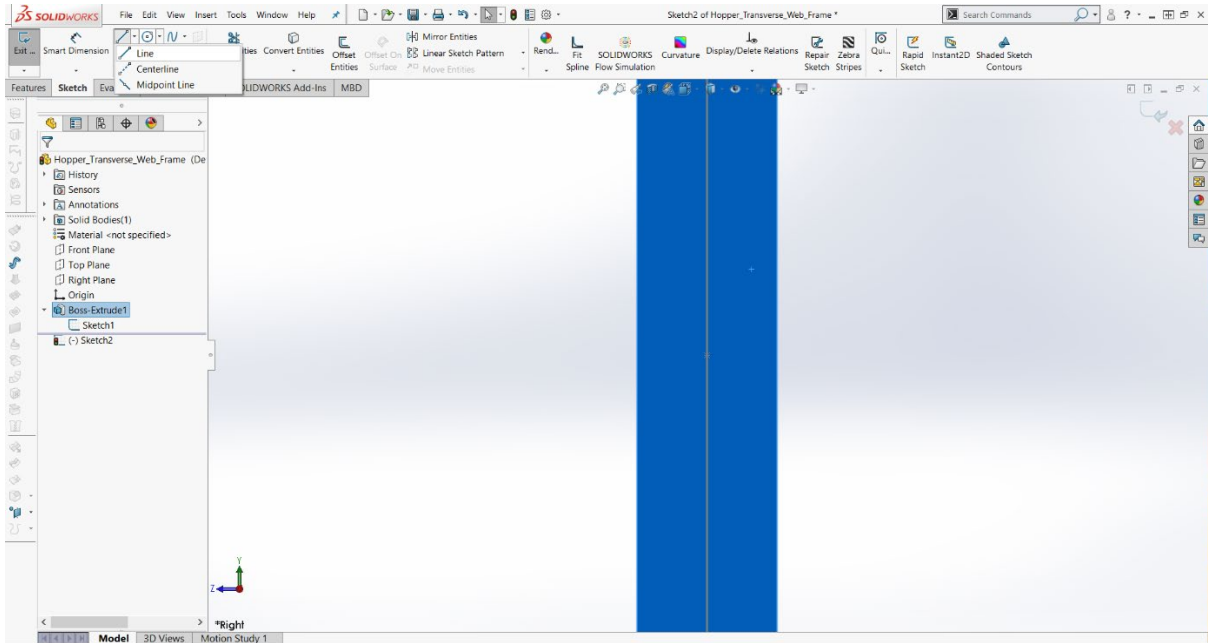
Εικόνα B.1.26: Ανάπτυξη της επιφανείας επί της διεύθυνσης z .

Ακολούθως, επιλέγουμε την επιφάνεια της κεκλιμένης πλευράς (sloping side) και με το εργαλείο Sketch  τη μετατρέπουμε σε σχεδιαστική επιφάνεια, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα B.1.27.

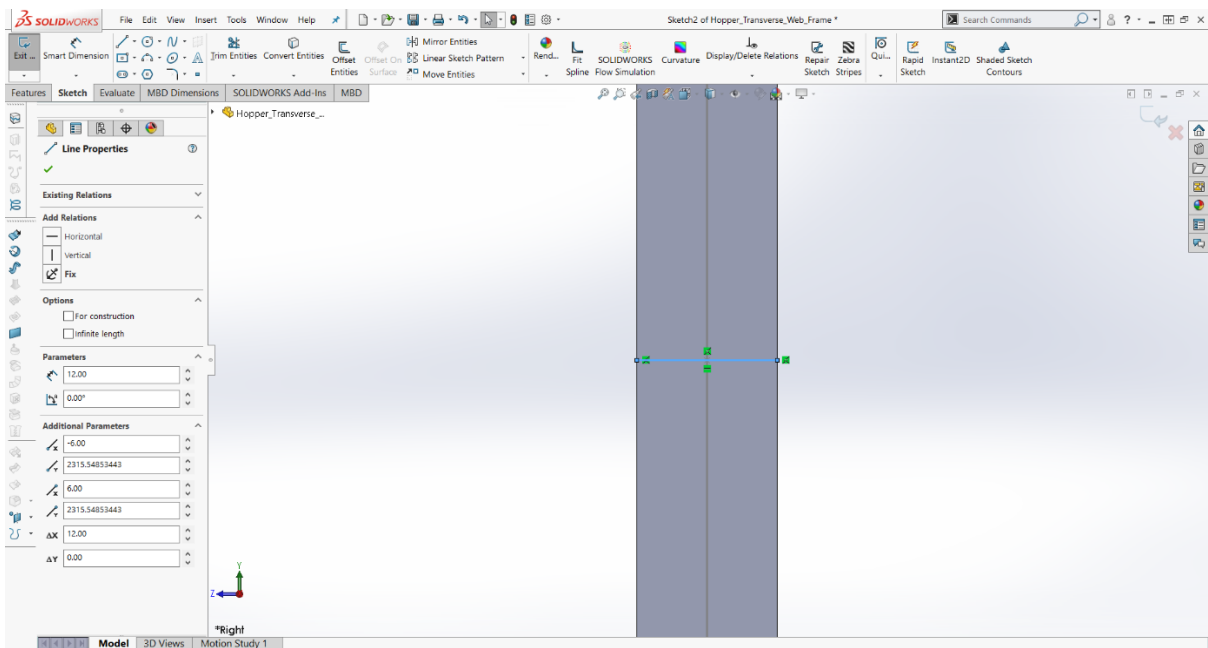


Εικόνα B.1.27: Επιλογή της επιφανείας της κεκλιμένης πλευράς (sloping side) ως επιφάνεια σχεδίασης.



Στην Εικόνα B.1.28 ενεργοποιούμε το εικονίδιο Line  και σχεδιάζουμε μία ευθεία, η οποία ενώνει τις δύο κύριες πλευρές του ελάσματος, όπως βλέπουμε στην Εικόνα B.1.29.

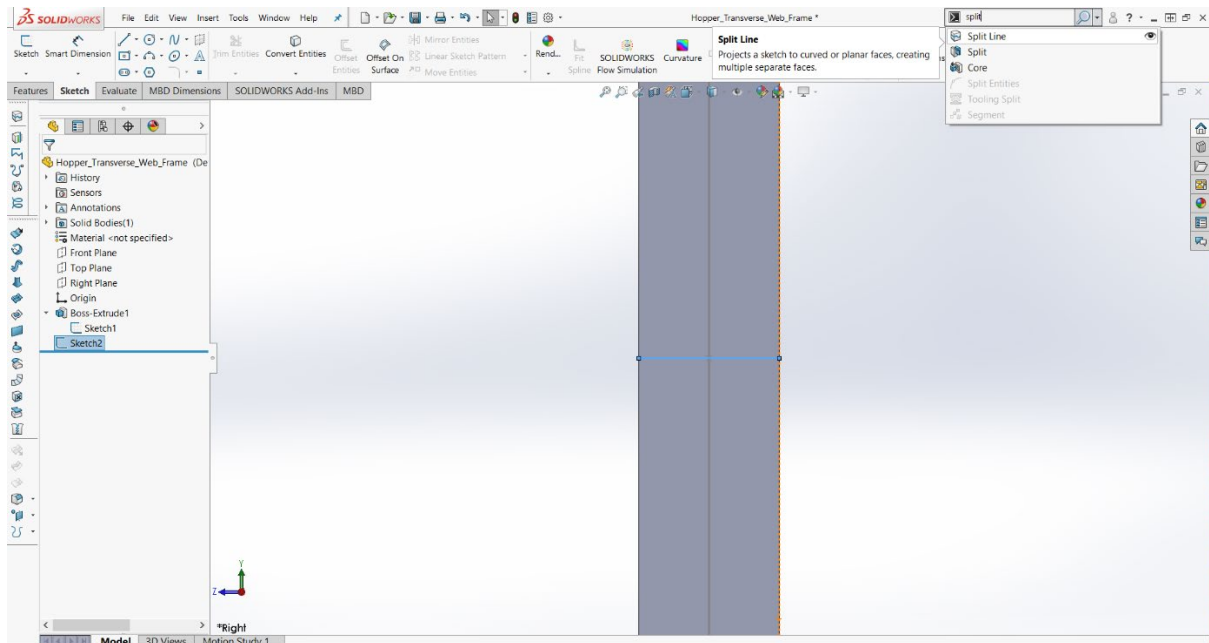


Εικόνα Β.1.28: Επιλογή του εργαλείου σχεδίασης γραμμής.




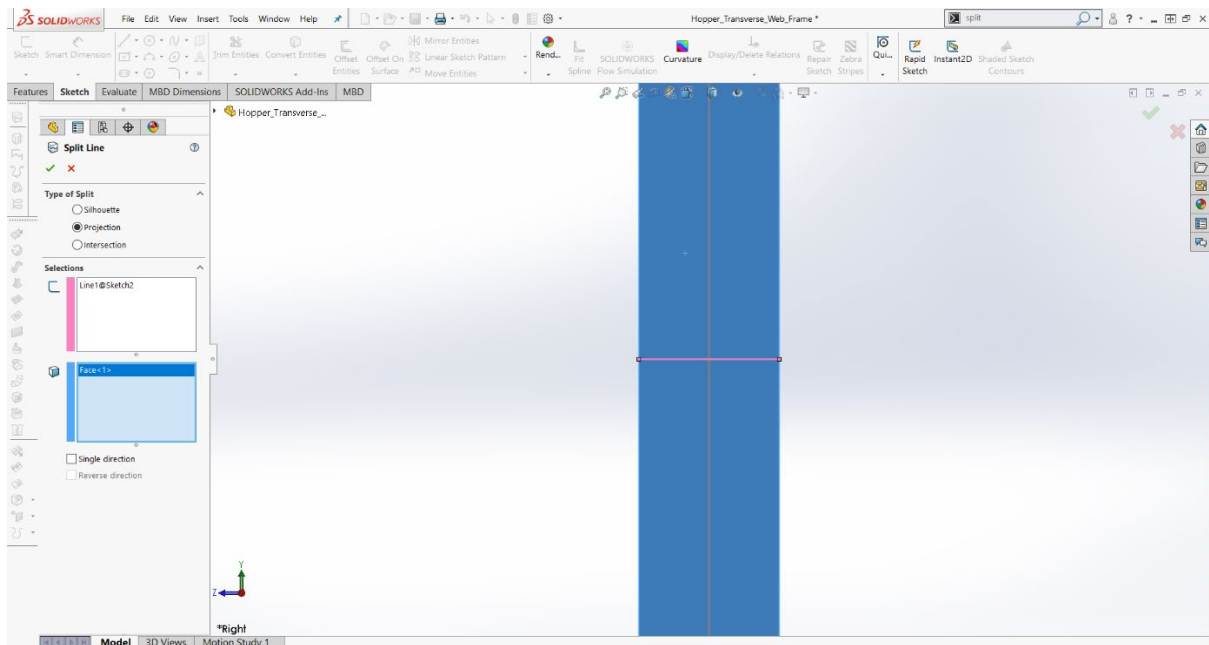
Εικόνα Β.1.29: Ένωση των δύο κυρίων πλευρών του ελάσματος.

Σε αυτό το σημείο επιθυμούμε να χωρίσουμε την επιφάνεια σε δύο τμήματα. Για να πετύχουμε αυτό, θα χρησιμοποιήσουμε το εργαλείο Split Line , το οποίο εμφανίζεται στη μπάρα Search Commands  (Εικόνα Β.1.30) όταν πληκτρολογούμε Split.

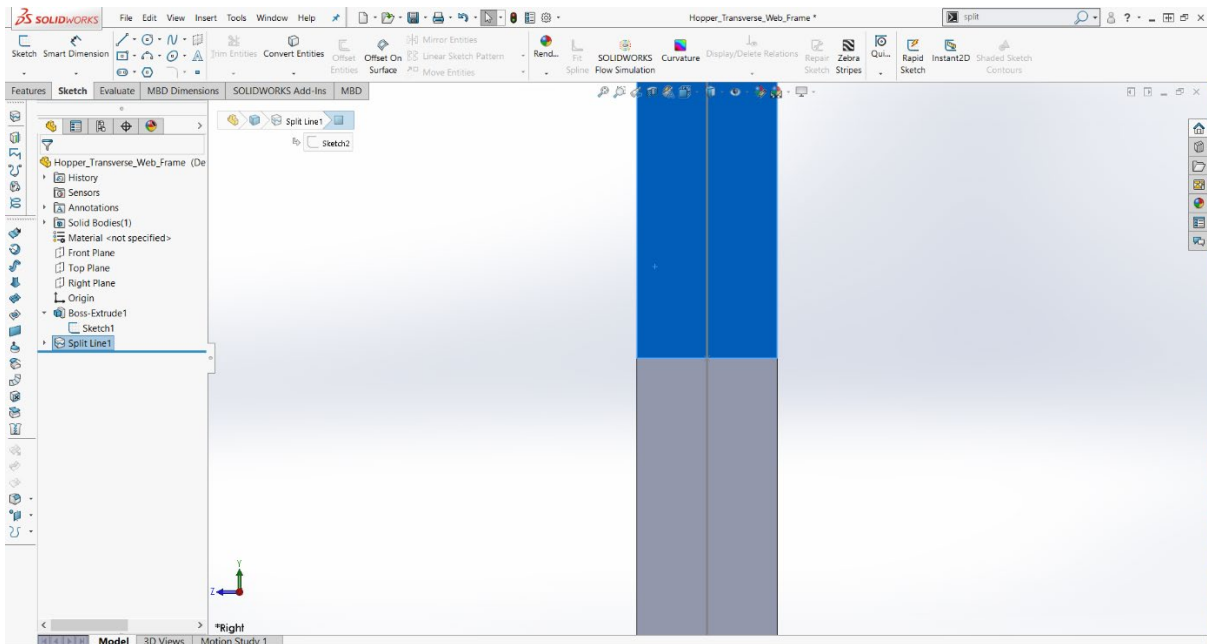


Εικόνα Β.1.30: Εύρεση και χρήση του εργαλείου διαχωριστικής γραμμής.



Στη στήλη που εμφανίζεται αριστερά του τρισδιάστατου αντικειμένου και στο πεδίο Selections, εισάγουμε στο πρώτο πλαίσιο την ευθεία γραμμή που σχεδιάσαμε και στο δεύτερο όλη την επιφάνεια, η οποία στην Εικόνα Β.1.31 έχει χρώμα μπλε. Μετά πατάμε το κουμπί .

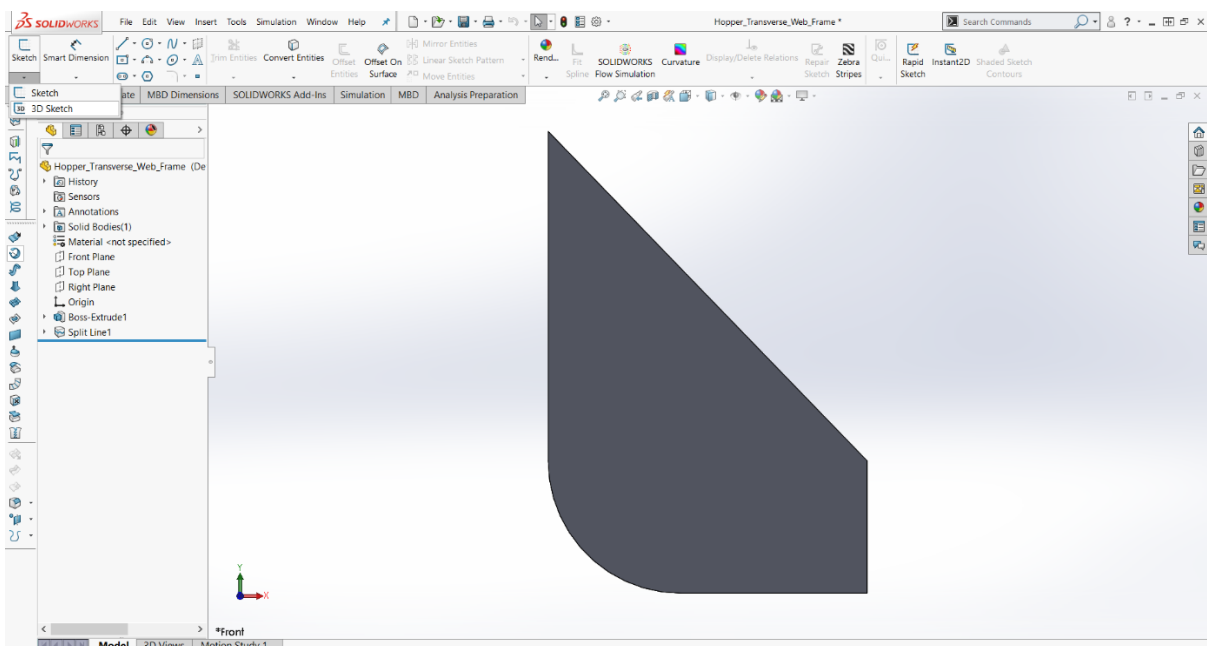


Εικόνα Β.1.31: Κοπή της επιφανείας της κεκλιμένης πλευράς (sloping side) σε δύο τμήματα.

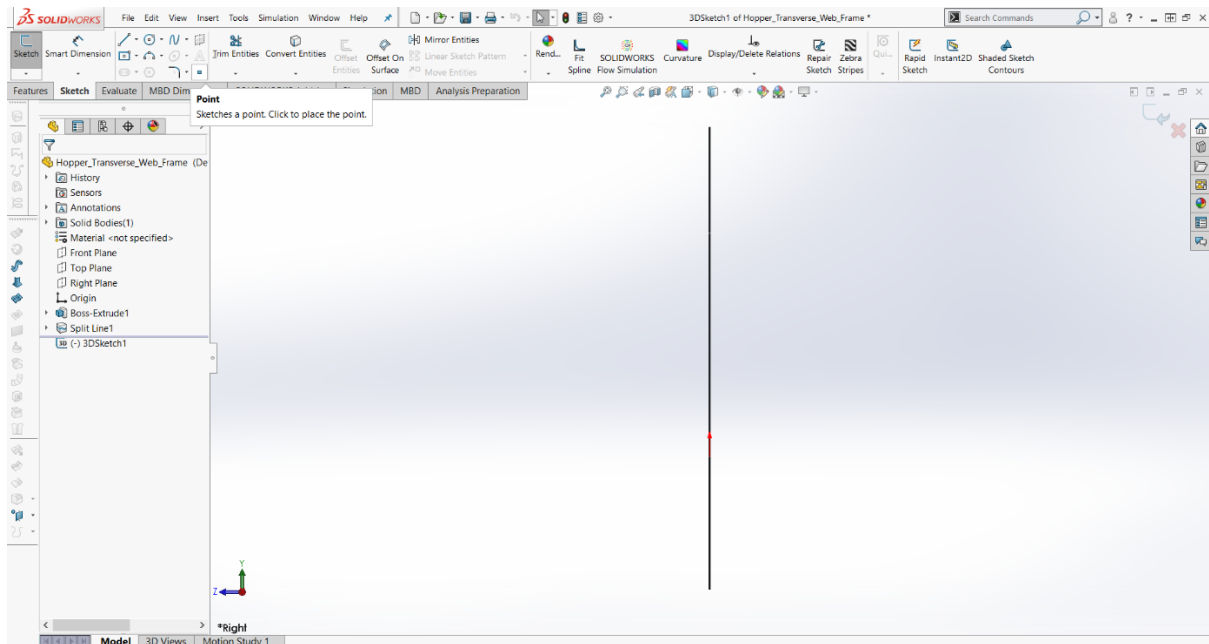


Εικόνα B.1.32: Οι δύο επιφάνειες που προκύπτουν.

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να εισάγουμε ένα νέο σύστημα συντεταγμένων, το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε στις μελέτες που θα ακολουθήσουν στις επόμενες ενότητες. Αρχικά, επιλέγουμε το εργαλείο 3D Sketch , όπως αυτό φαίνεται στην Εικόνα B.1.33. Στη συνέχεια, με το εικονίδιο Point  που δείχνει η Εικόνα B.1.34, τοποθετούμε και ορίζουμε τις συντεταγμένες της αρχής του νέου συστήματος αξόνων, σύμφωνα με την Εικόνα B.1.35.



Εικόνα B.1.33: Επιλογή του εργαλείου τρισδιάστατης σχεδίασης.

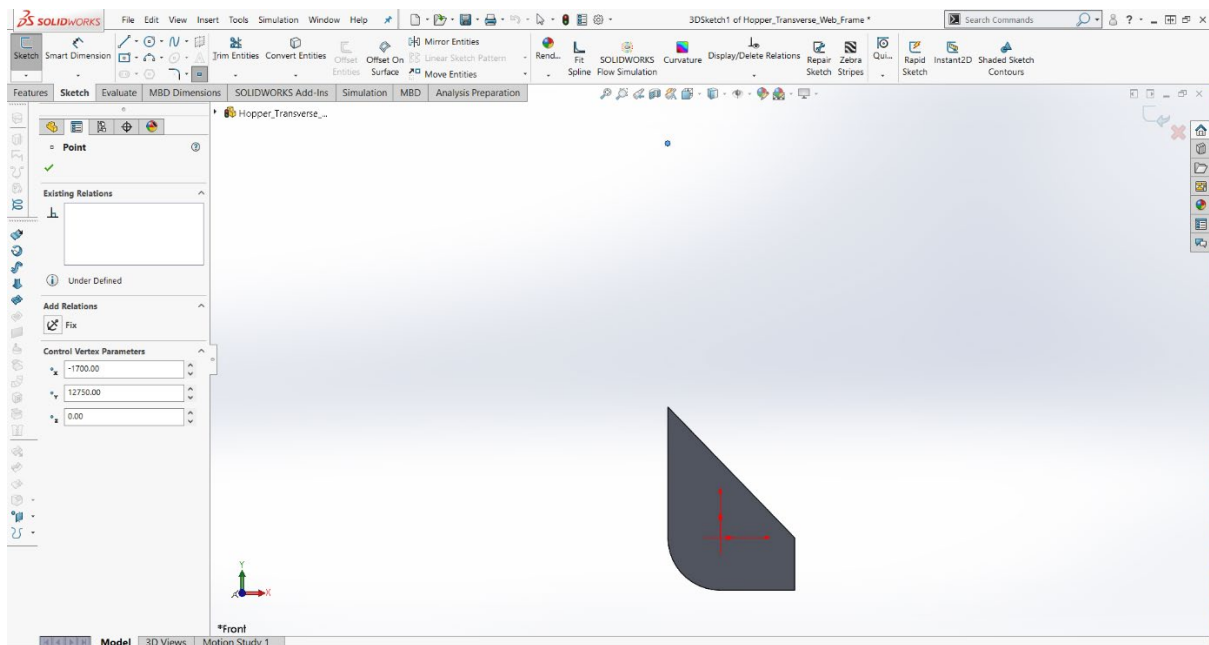


Εικόνα Β.1.34: Ενεργοποίηση του εργαλείου τοποθέτησης σημείου.


Ο Πίνακας Β.1.2 περιέχει τις συντεταγμένες του σημείου του νέου συστήματος αξόνων.

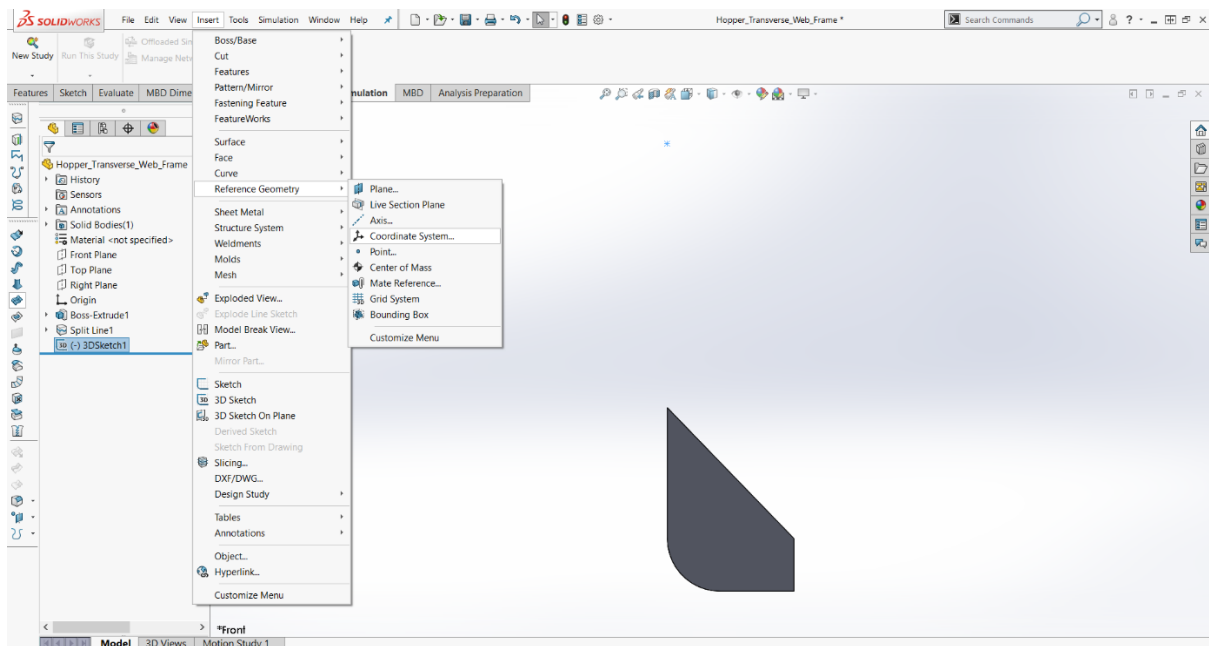
x [mm]	y [mm]	z [mm]
-1.700,000	12.750,000	0,000

Πίνακας Β.1.2: Οι συντεταγμένες του σημείου του νέου συστήματος αξόνων.





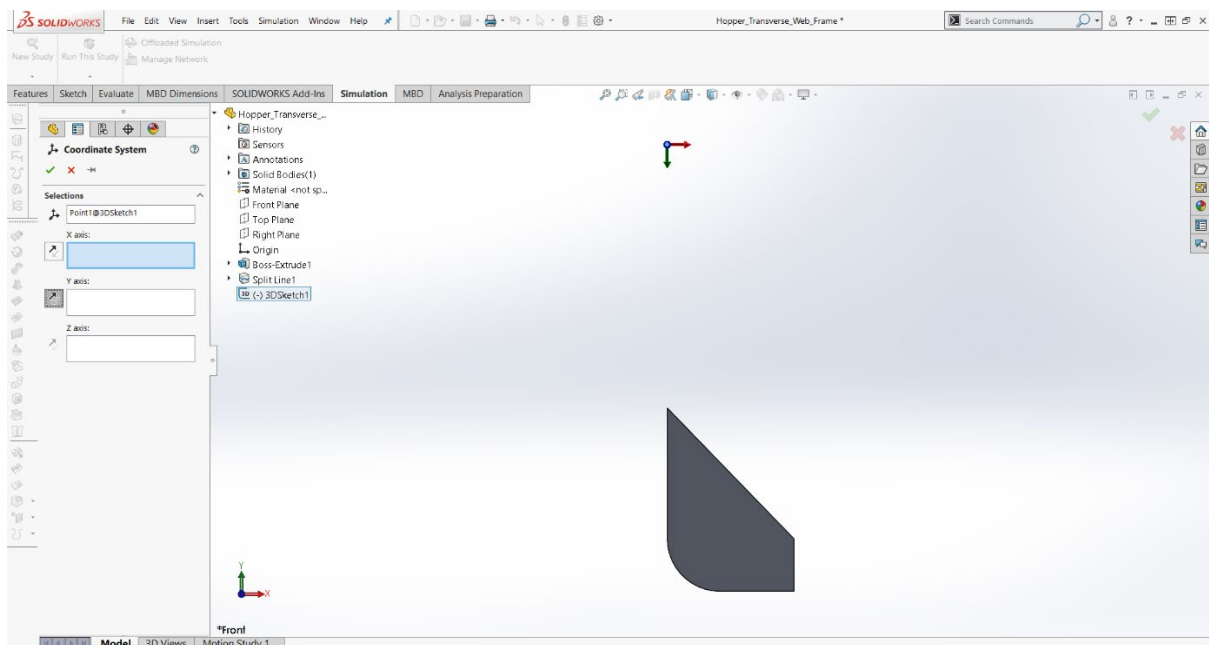
Εικόνα Β.1.35: Τοποθέτηση και ορισμός των συντεταγμένων της αρχής του νέου συστήματος αξόνων.

Έπειτα, ακολουθεί η εισαγωγή του νέου συστήματος συντεταγμένων. Στην Εικόνα B.1.36, παρουσιάζεται ο τρόπος εισαγωγής του. Επιλέγουμε Insert, κατόπιν Reference Geometry και τέλος Coordinate System .

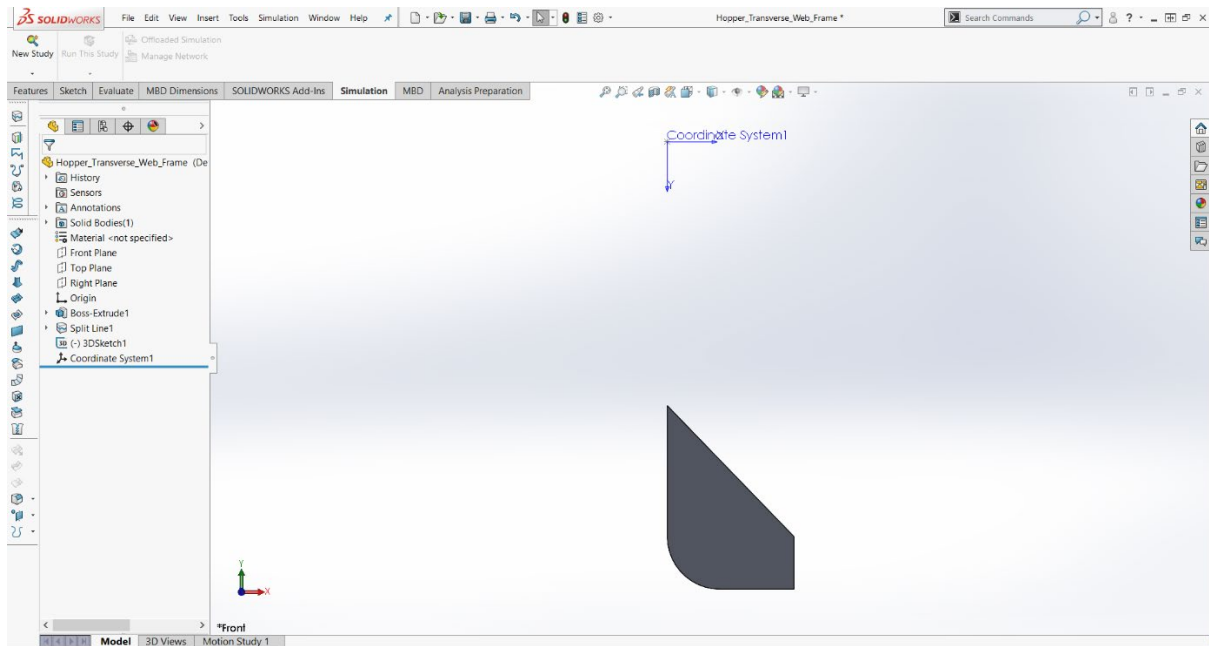


Εικόνα B.1.36: Εισαγωγή του νέου συστήματος συντεταγμένων.

Στο παράθυρο των επιλογών που εμφανίζεται στην Εικόνα B.1.37 εισάγουμε στο πρώτο πλαίσιο με το εικονίδιο , το σημείο $(-1.700, 12.750, 0)$ επιλέγοντας το 3D Sketch1. Ύστερα, στο τρίτο πλαίσιο, πατώντας το κουμπί  ορίζουμε τη θετική φορά των αξόνων.



Εικόνα B.1.37: Ορισμός της θέσης και της θετικής φοράς του νέου συστήματος συντεταγμένων.

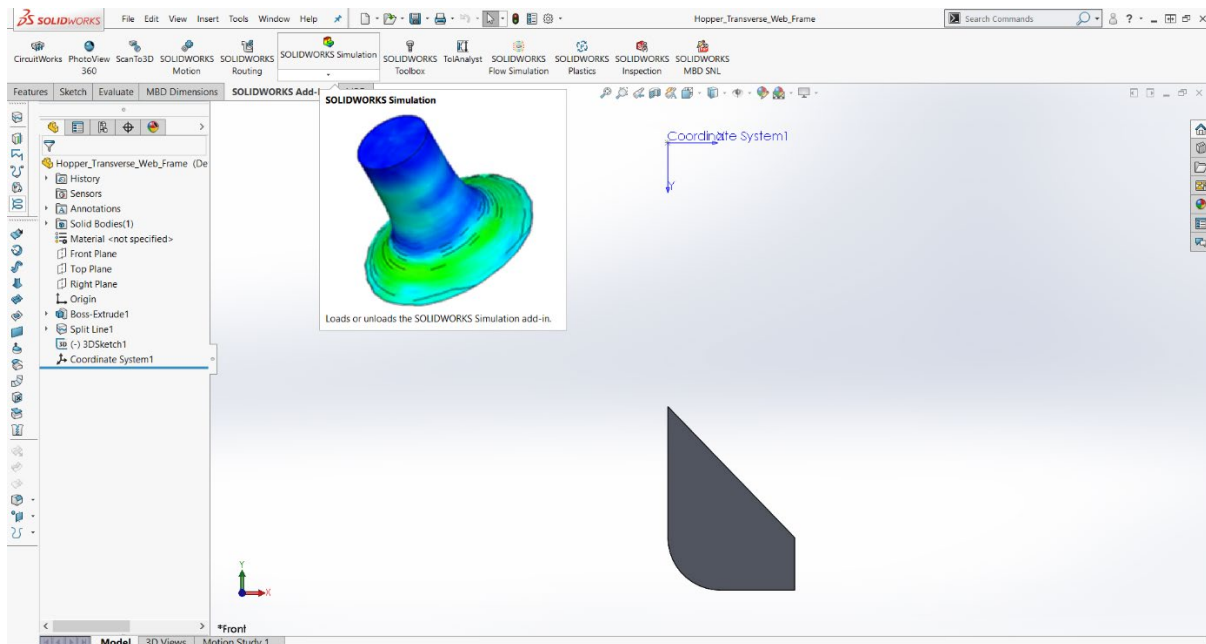


Εικόνα Β.1.38: Το νέο σύστημα συντεταγμένων.

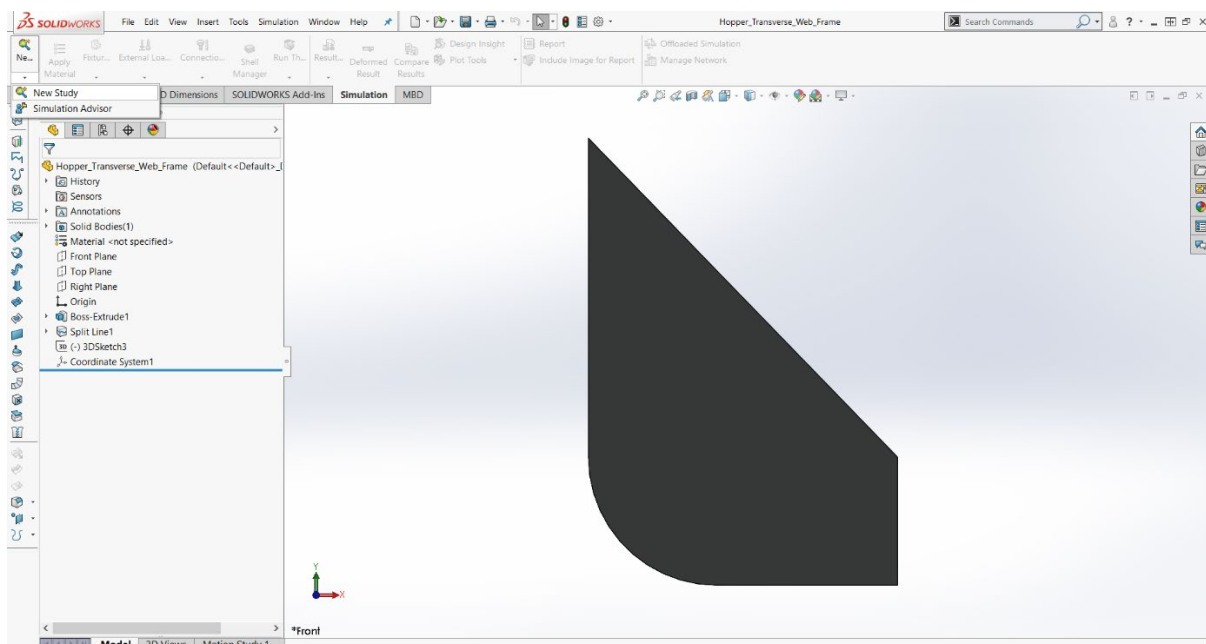
B.2 Στατική Μελέτη του Ελάσματος

Σε αυτήν την ενότητα, ο στόχος μας είναι να περιγράψουμε τη διαδικασία που διεξάγεται για τον υπολογισμό των μεγίστων τάσεων και παραμορφώσεων του ελάσματος HTWF, όταν του υποβάλουμε τα φορτία που αναφέρθηκαν στην ενότητα 8.1.


Σύμφωνα με την Εικόνα B.2.1, για την εκπόνηση της οποιασδήποτε μελέτης, ξεκινάμε με την επιλογή του εικονιδίου **SOLIDWORKS Simulation** που βρίσκεται στη γραμμή εργαλείων. Στη συνέχεια, ενεργοποιούμε την εντολή **New Study**, όπως φαίνεται στην Εικόνα B.2.2.

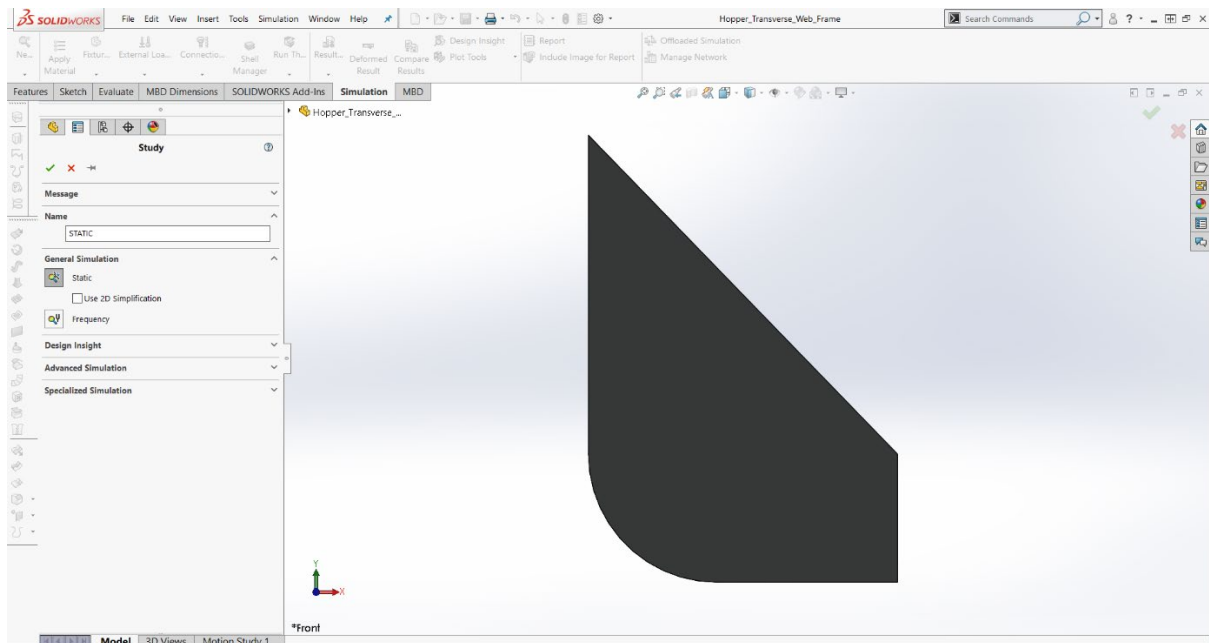


Εικόνα B.2.1: Επιλογή εικονιδίου ενεργοποίησης προσομοιώσεων.





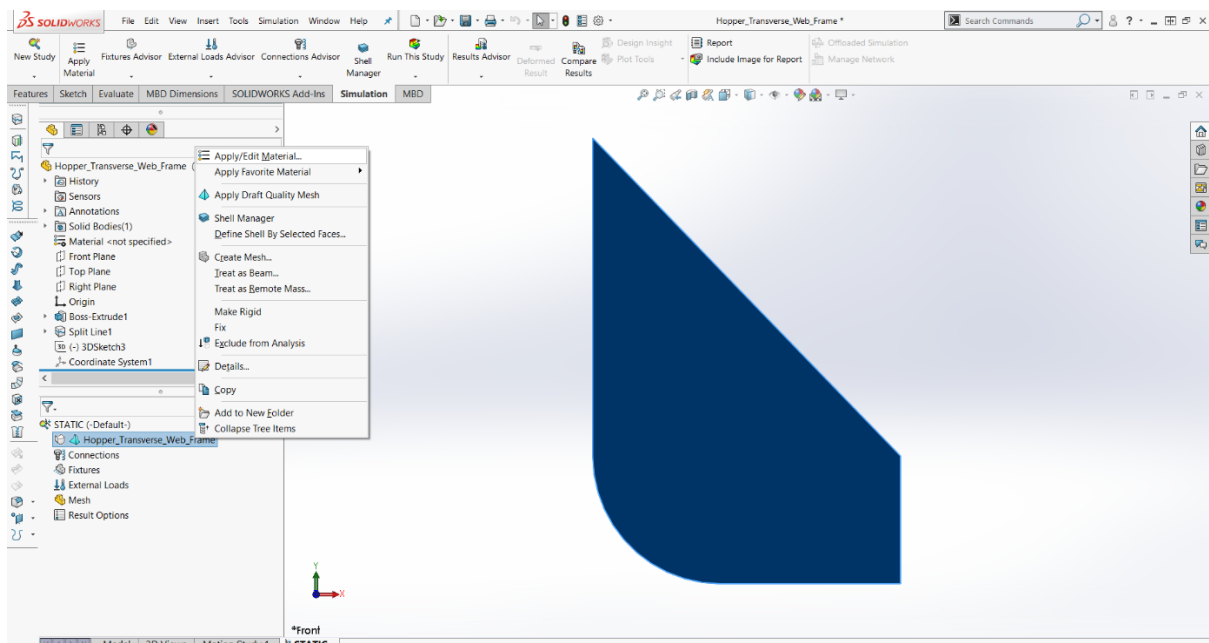
Εικόνα B.2.2: Ενεργοποίηση της εντολής εκκίνησης της νέας μελέτης.

Έπειτα, επιλέγουμε το εργαλείο Static  για να εκκινήσουμε τη στατική μελέτη που θέλουμε να εκπονήσουμε. Το όνομα που της δίνουμε είναι STATIC, όπως παρατηρούμε στην Εικόνα Β.2.3.

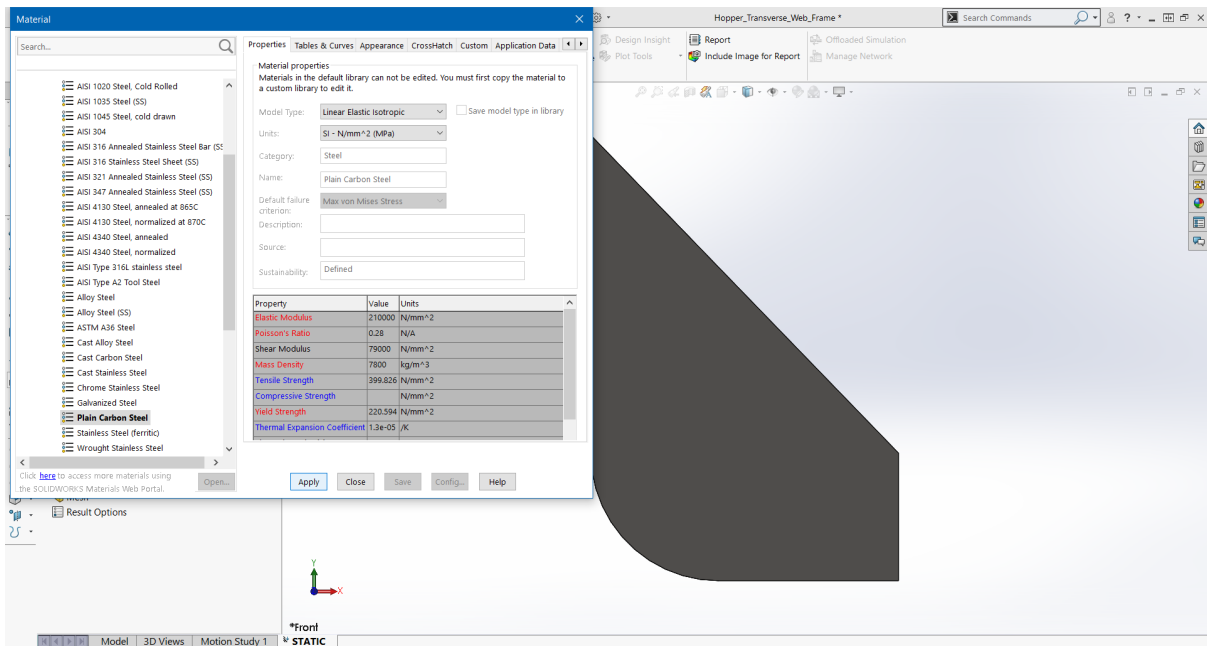


Εικόνα Β.2.3: Επιλογή του εργαλείου εκκίνησης της στατικής μελέτης.

Κάνοντας δεξί κλικ στο εικονίδιο  της αριστερής στήλης που βλέπουμε στην Εικόνα Β.2.4 και κατόπιν, ενεργοποιώντας την εντολή Apply/Edit Material , ανοίγουμε το παράθυρο εισαγωγής υλικού, όπως αυτό παρουσιάζεται στην Εικόνα Β.2.5.

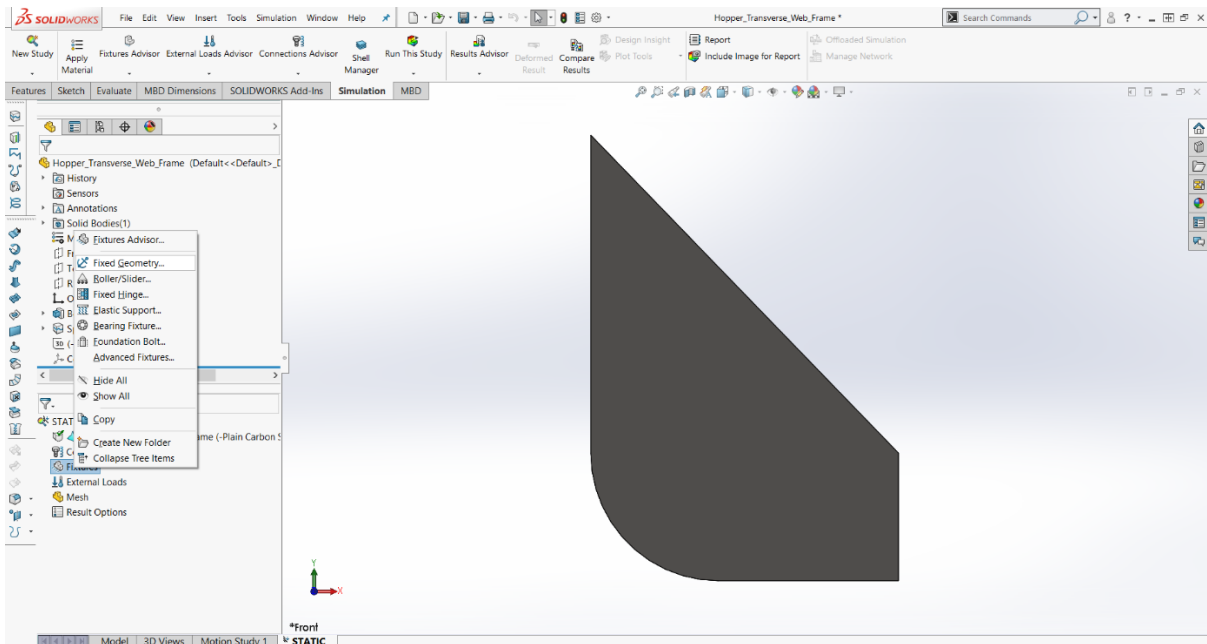


Εικόνα Β.2.4: Ενεργοποίηση της εντολής εισαγωγής υλικού.



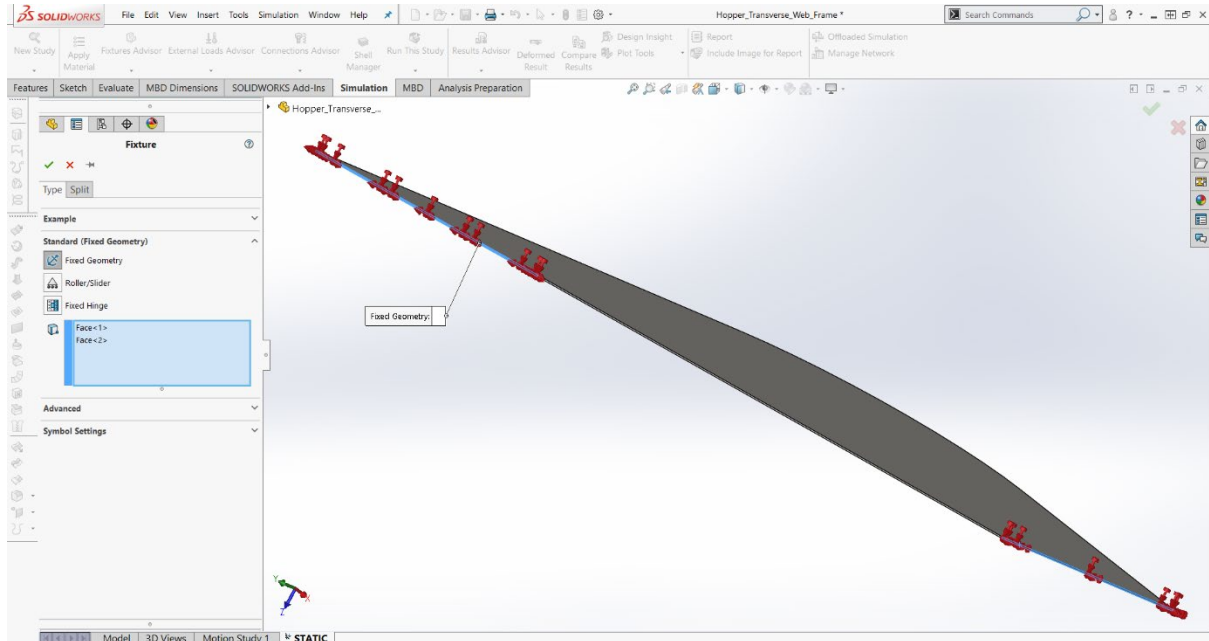
Εικόνα B.2.5: Παράθυρο εισαγωγής υλικού.

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να ορίσουμε τις πλευρές των στηρίξεων του HTRWF, σύμφωνα με την Εικόνα 8.1.2.3. Γι' αυτές, θα πρέπει με δεξί κλικ επί του εργαλείου Fixtures να επιλέξουμε το εικονίδιο Fixed Geometry, όπως παρατηρούμε στην Εικόνα B.2.6.

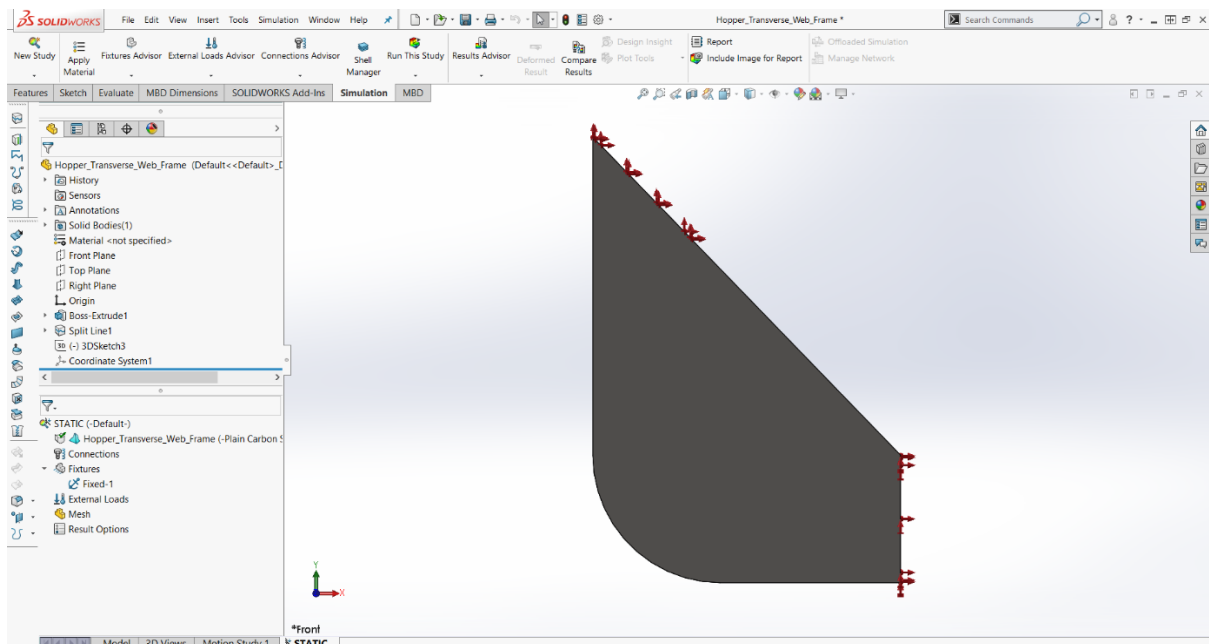


Εικόνα B.2.6: Επιλογή του εικονιδίου για τον ορισμό των πλευρών των στηρίξεων.

Υστερα, στην αναδυόμενη αριστερή στήλη που φαίνεται στην Εικόνα Β.2.7, διαλέγουμε τις επιφάνειες του αντικειμένου, στις οποίες θέλουμε να εφαρμοστούν οι στηρίξεις. Εδώ, είναι σημαντικό να αναφέρουμε ότι, ο λόγος που στην ενότητα Β.1 χωρίσαμε την κεκλιμένη επιφάνεια σε δύο τμήματα, ήταν για να μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε το ένα από τα δύο ως περιοχή στήριξης.

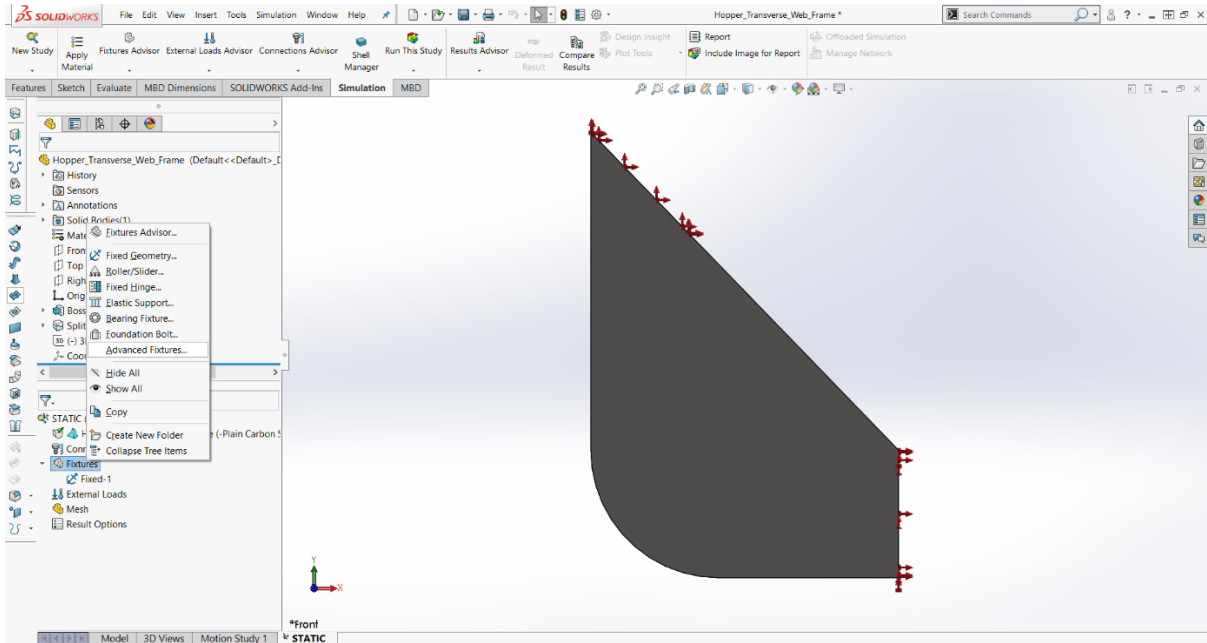


Εικόνα Β.2.7: Επιλογή των επιφανειών των στηρίξεων.



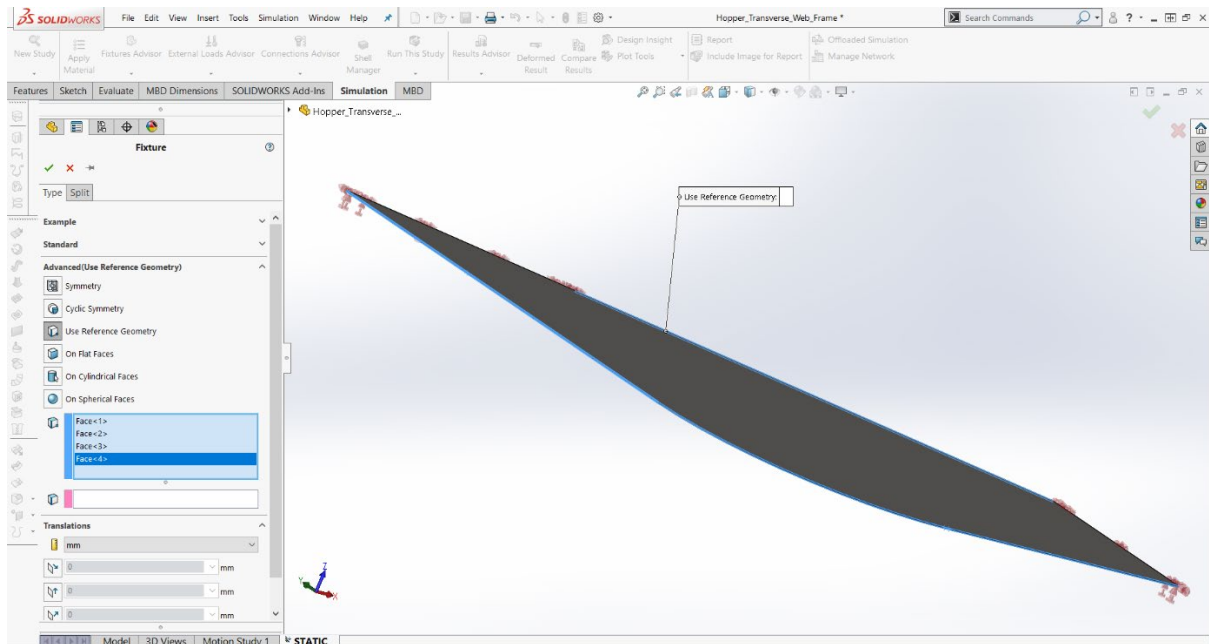
Εικόνα Β.2.8: Πλευρές των στηρίξεων.

Το επόμενο βήμα είναι να δημιουργήσουμε δευτερεύουσες συνθήκες στήριξης, οι οποίες δεν θα επιτρέπουν την παραμόρφωση της εξωτερικής και της εσωτερικής επιφανείας του HTWF στη διεύθυνση z . Ο λόγος, για τον οποίο δεν επιθυμούμε μια τέτοια κίνηση είναι ότι, αυτές οι δύο επιφάνειες έρχονται σε επαφή με το έλασμα του περιβλήματος της γάστρας και με το κεκλιμένο έλασμα του αμπαριού του πλοίου αντιστοίχως.




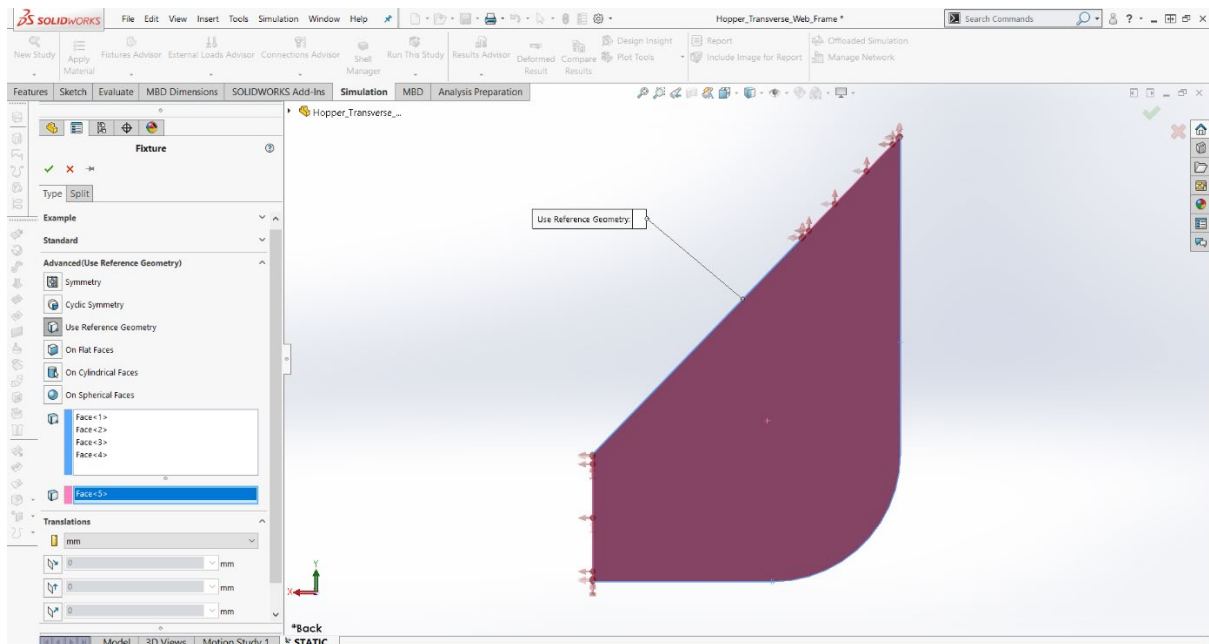
Εικόνα B.2.9: Άνοιγμα του περιβάλλοντος ορισμού των δευτερευουσών συνθηκών στήριξης.

Για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε αυτές τις συνθήκες επί των επιθυμητών πλευρών του προς μελέτη ελάσματος, θα πρέπει, ξανά, με δεξί κλικ επί του εργαλείου Fixtures να επιλέξουμε Advanced Fixtures, όπως μπορεί να παρατηρηθεί στην Εικόνα B.2.9. Στην αριστερή στήλη που βλέπουμε στην Εικόνα B.2.10 ενεργοποιούμε την εντολή Use Reference Geometry και εισάγουμε στο πλαίσιο με το εικονίδιο τις επιφάνειες του ελάσματος που δέχονται το καταναμημένο φορτίο λόγω του βάρους του εμπορεύματος και το φορτίο λόγω της υδροστατικής πίεσης, αντίστοιχα.




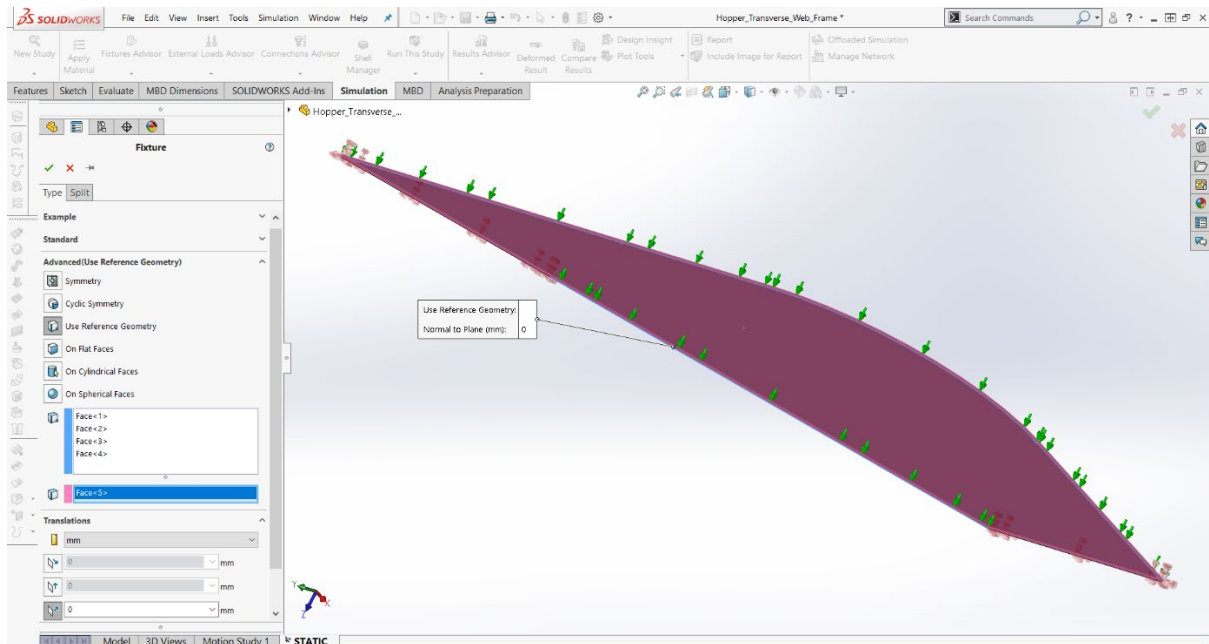
Εικόνα B.2.10: Επιλογή των επιφανειών των φορτίσεων.

Κατόπιν, καταχωρούμε στο χώρο με εικονίδιο  την οπίσθια κύρια πλευρά του ελάσματος που φαίνεται στην Εικόνα B.2.11 με μωβ χρώμα. Ουσιαστικά, αυτή θα χρησιμοποιηθεί ως επίπεδο αναφοράς για τον ορισμό των επιτρεπομένων κινήσεων του αντικειμένου κατά την παραμόρφωσή του.



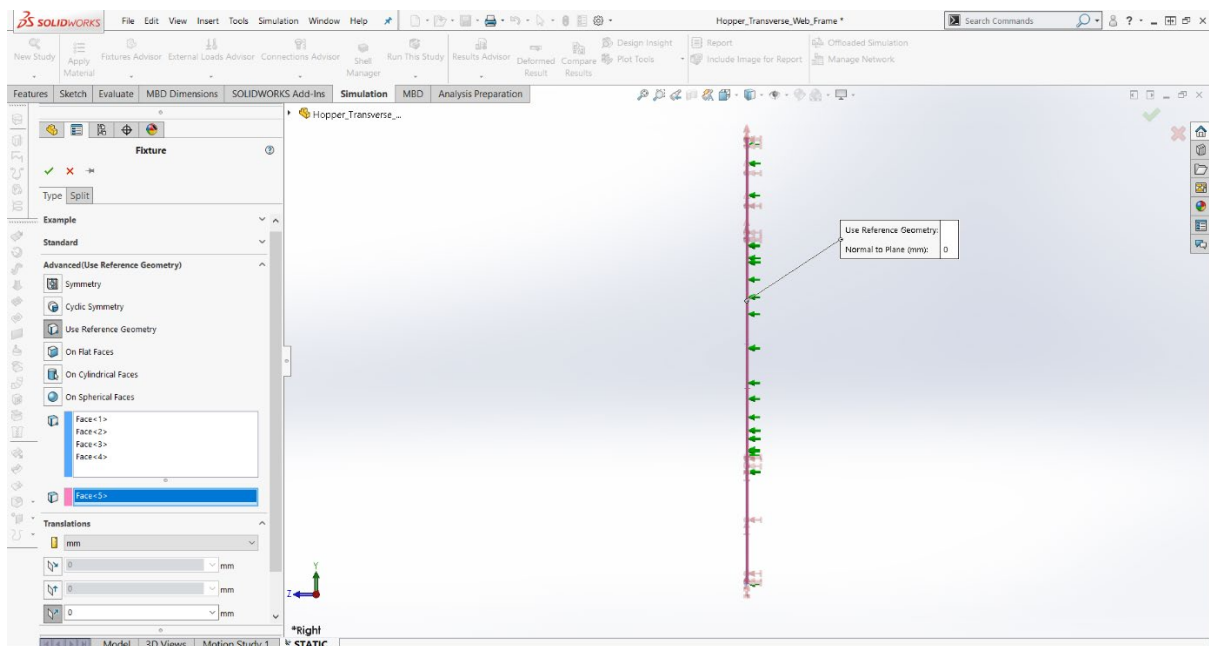
Εικόνα B.2.11: Επιλογή του επιπέδου αναφοράς.

Στη συνέχεια, στην ενότητα Translations ορίζουμε ως μονάδα μέτρησης των κινήσεων τα χιλιοστά [mm], ενεργοποιούμε την επιλογή  και της ορίζουμε την τιμή 0. Έτσι, περιορίζουμε την κίνηση του ελάσματος στην διεύθυνση z , η οποία είναι κάθετη με το επίπεδο αναφοράς, σε μηδενική. Επομένως, οι μόνες παραμορφώσεις που θα προκύψουν θα είναι μόνο επί των αξόνων x και y . Τα πράσινα βέλη στην Εικόνα B.2.12 δείχνουν τη διεύθυνση ως προς την οποία θα παραμορφωθεί το έλασμα.





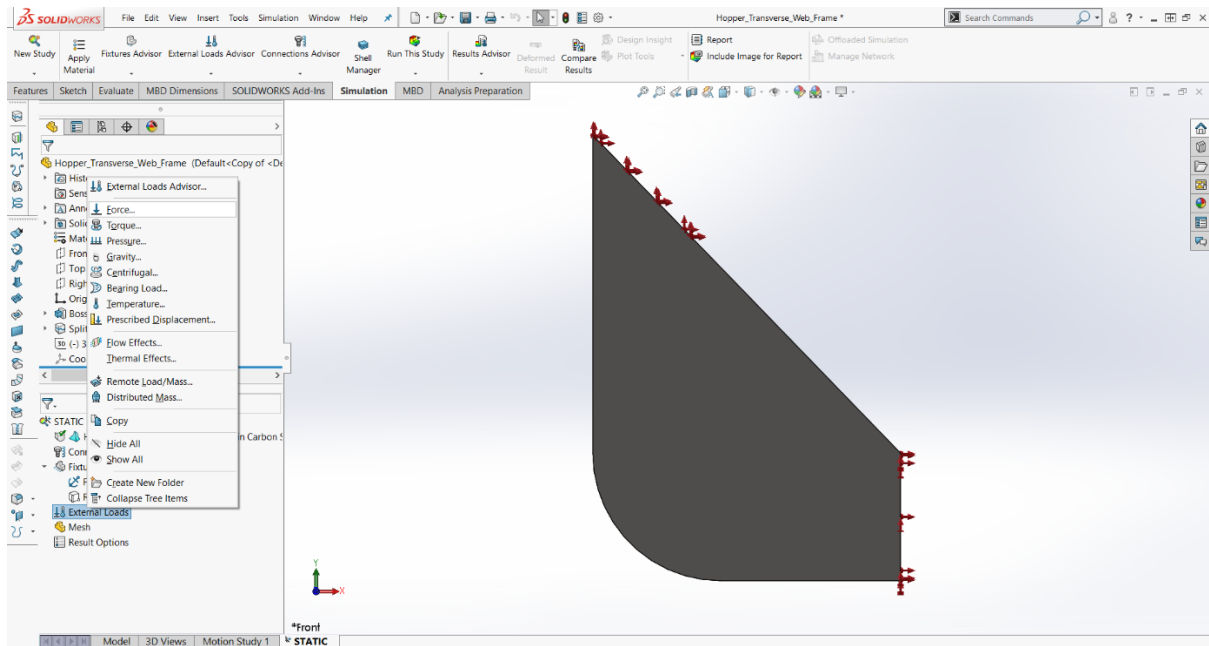
Εικόνα B.2.12: Διεύθυνση παραμόρφωσης του ελάσματος.

Η Εικόνα B.2.13 μας παρουσιάζει ότι και η Εικόνα B.2.12, αλλά από άλλη οπτική γωνία.





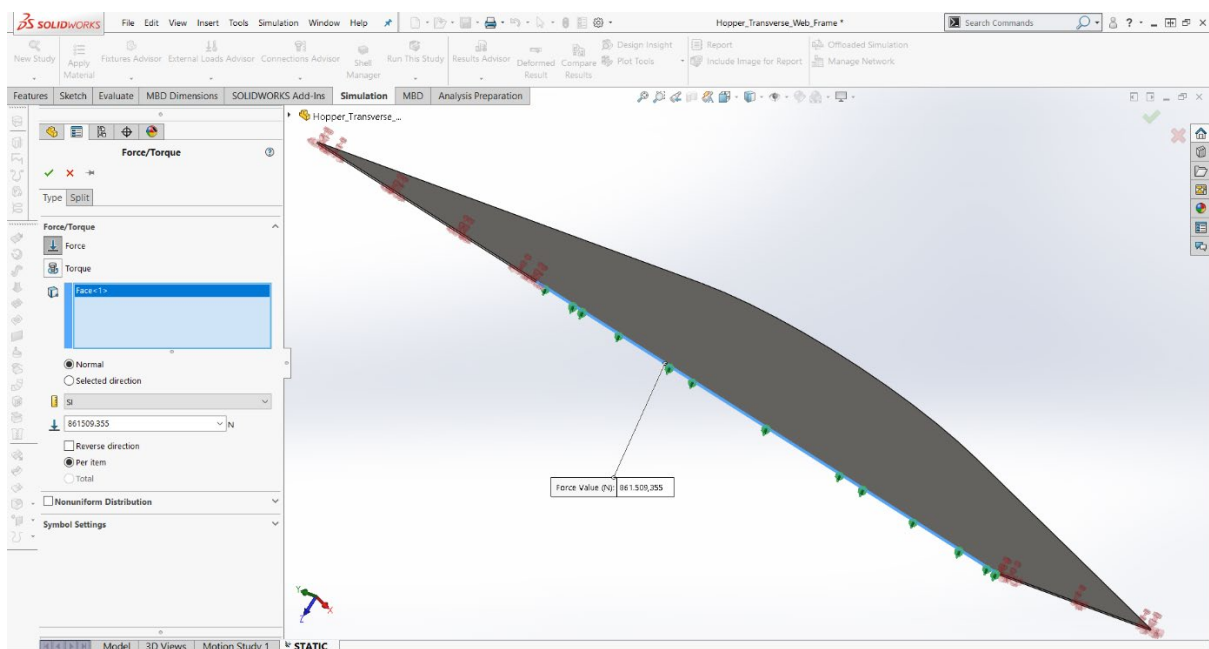
Εικόνα B.2.13: Διεύθυνση παραμόρφωσης του ελάσματος από διαφορετική οπτική γωνία.

Σε ό,τι αφορά την επιβολή των φορτίων, ξεκινάμε με εκείνο που οφείλεται στο βάρος του εμπορεύματος. Σύμφωνα με την Εικόνα B.2.14, για να γίνει η εισαγωγή του θα πρέπει να κάνουμε δεξί κλικ επί του εργαλείου External Loads  και να επιλέξουμε το εικονίδιο Force .



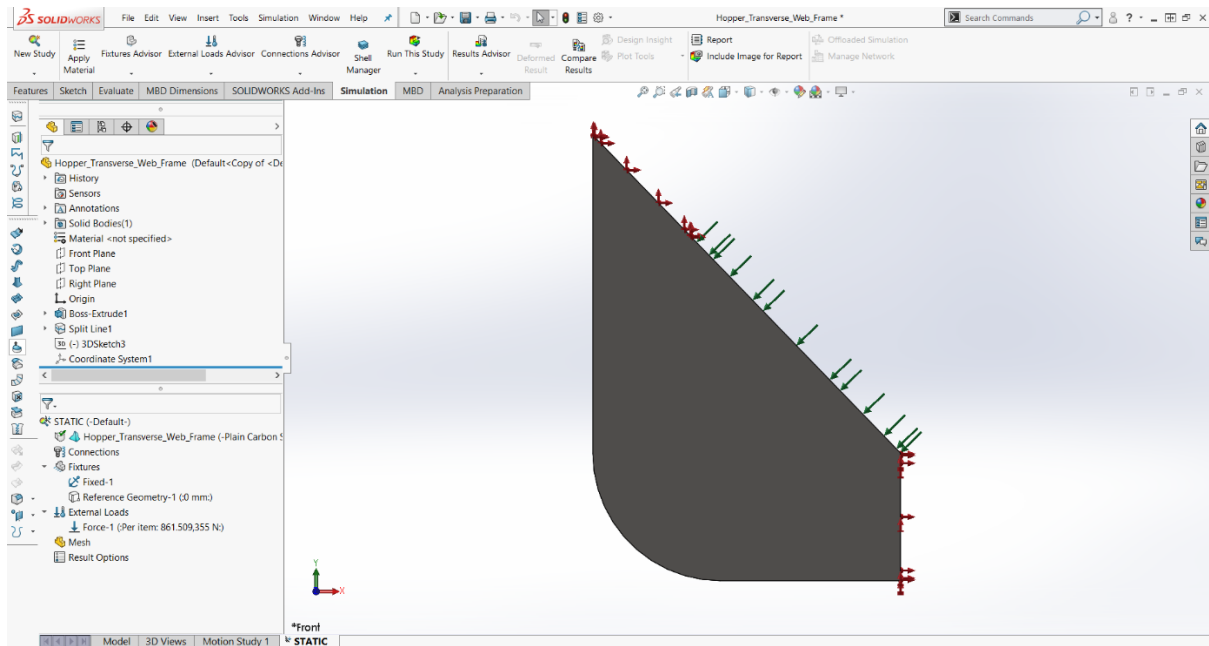
Εικόνα B.2.14: Άνοιγμα του περιβάλλοντος προσδιορισμού της δύναμης του εμπορεύματος.

Έπειτα, επιλέγουμε την επιφάνεια που ασκείται η δύναμη του εμπορεύματος και εισάγουμε την τιμή της στο πλαίσιο με το σύμβολο . Όταν αυτή επιλεγθεί, αυτομάτως θα εισαχθεί στην περιοχή με το εικονίδιο , η οποία παρατηρείται στην Εικόνα B.2.15. Το μέτρο της έχει υπολογιστεί αναλυτικά στην υποενότητα 8.1.1 και είναι ίσο με 861.509,355 N.






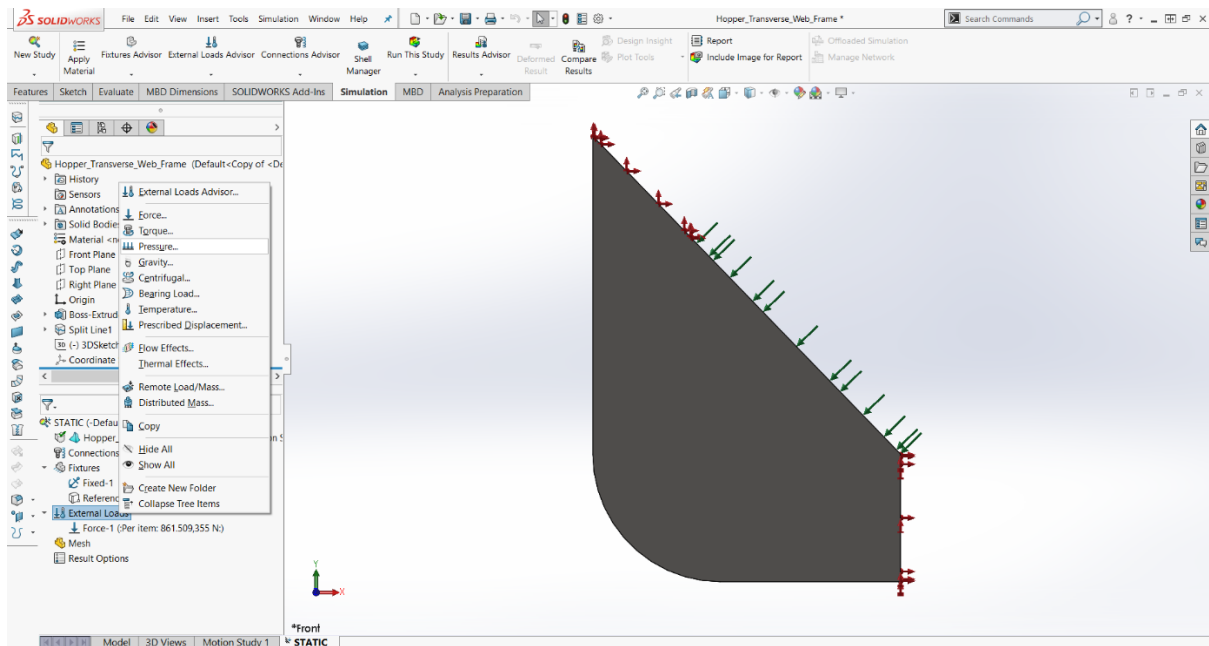
Εικόνα B.2.15: Επιλογή της επιφανείας φόρτισης και εισαγωγή του μέτρου της δύναμης του εμπορεύματος.

Όπως μπορούμε να δούμε στην Εικόνα B.2.16, το λογισμικό διαιρεί το μέτρο της δύναμης που του δηλώσαμε, με το εμβαδόν της επιφανείας που επιλέξαμε. Το αποτέλεσμα είναι η κατανομή που αναπαρίσταται με πράσινα βέλη.




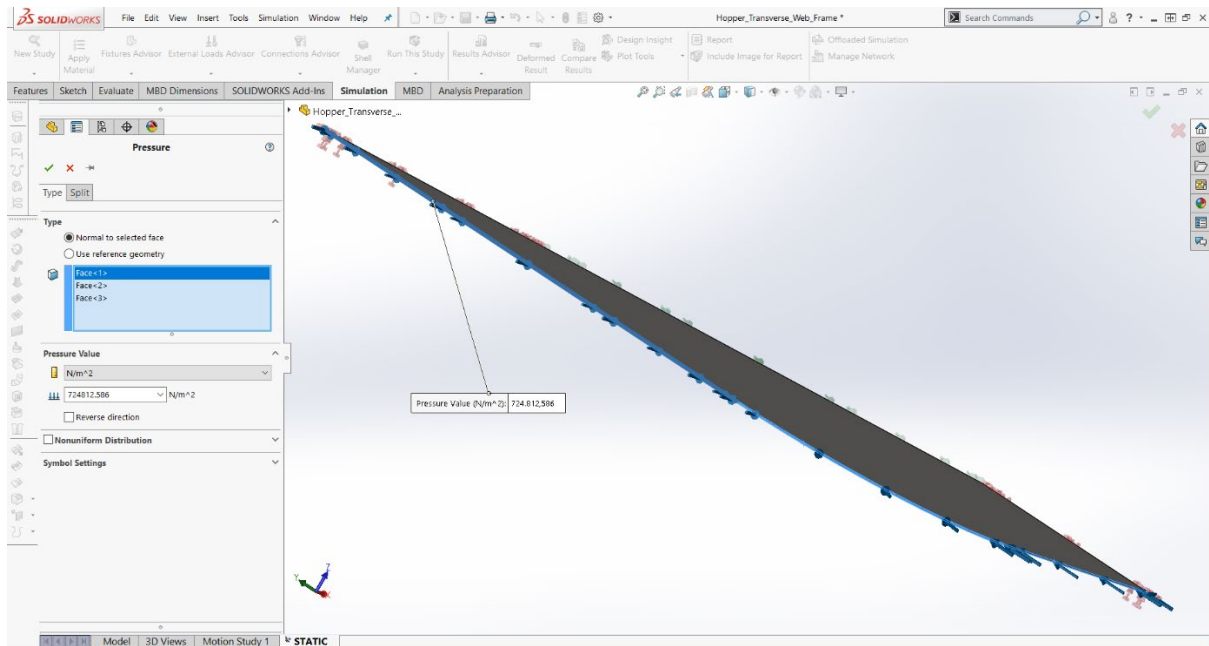
Εικόνα B.2.16: Κατανεμημένο φορτίο λόγω της δύναμης του εμπορεύματος.

Κατόπιν, για την εφαρμογή του υδροστατικού φορτίου επιλέγουμε την εντολή **External Loads**  και ενεργοποιούμε το εργαλείο **Pressure** , όπως στην Εικόνα B.2.17. Στην αριστερή στήλη που εμφανίζεται στην Εικόνα B.2.18 και στο πλαίσιο με το σχήμα  εισάγουμε τα τμήματα, τα οποία συγκροτούν την επιφάνεια, επί της οποίας ασκείται η υδροστατική πίεση.




Εικόνα B.2.17: Ενεργοποίηση του εργαλείου εισαγωγής της υδροστατικής πίεσης.

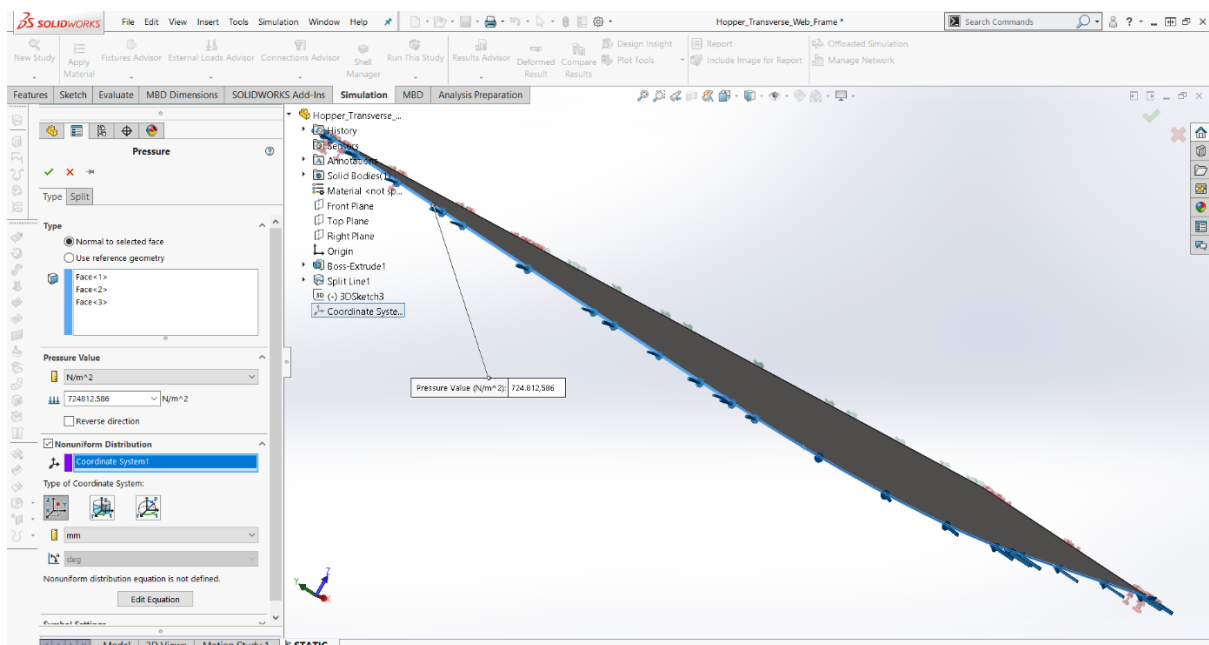
Στη συνέχεια, ορίζουμε την τιμή του συντελεστή του h στο πλαίσιο με το εικονίδιο . Θυμίζουμε ότι, αυτή είχε προκύψει από τον αναλυτικό υπολογισμό της υδροστατικής πίεσης στην υποενότητα 8.1.2 και είναι ίση με 724.812,586.



Εικόνα B.2.18: Επιλογή τμημάτων επιφανείας και ορισμός του μέτρου της υδροστατικής πίεσης.

Υστερα, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το νέο σύστημα συντεταγμένων που είχε δημιουργηθεί στην ενότητα B.1. Αυτό είναι τοποθετημένο στο σημείο που εμείς θεωρούμε ότι βρίσκεται η ελεύθερη επιφάνεια της θάλασσας και αποτελεί σημείο εκκίνησης της μέτρησης της απόστασης h . Για να το δηλώσουμε στο λογισμικό, απλώς θα πρέπει να επιλέξουμε το στοιχείο Coordinate System από τη λίστα ενεργειών αριστερά του μοντέλου και στη ρύθμιση Nonuniform Distribution, να πατήσουμε το κουμπί , μέσω του οποίου το λογισμικό καταλαβαίνει ότι το σύστημα που του δηλώσαμε είναι καρτεσιανό. Επιπλέον, είναι σημαντικό να διαλέξουμε ως μονάδα μέτρησης τα μέτρα [m], διότι η τιμή της πίεσης μετράται

$$\text{σε } \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right].$$



Εικόνα B.2.19: Δήλωση συστήματος συντεταγμένων.

Ακολουθώς, θα πρέπει να εισάγουμε τη συνάρτηση που κατανέμει την υδροστατική πίεση επί της επιφανείας. Γι' αυτήν την ενέργεια, στο αναδυόμενο παράθυρο που εμφανίζεται πατώντας το κουμπί Edit Equation, κρατάμε τη μεταβλητή y διαγράφοντας τις υπόλοιπες, σύμφωνα με την Εικόνα B.2.20. Το y εκφράζει τη μεταβλητή h της εξίσωσης (8.1.2.7). Ο τρόπος με τον οποίο ορίζεται η εξίσωση της υδροστατικής πίεσης είναι μέσω της συνάρτησης

$$p(x, y, z) = PF(x, y, z),$$

με

$$P = 724.812,586$$

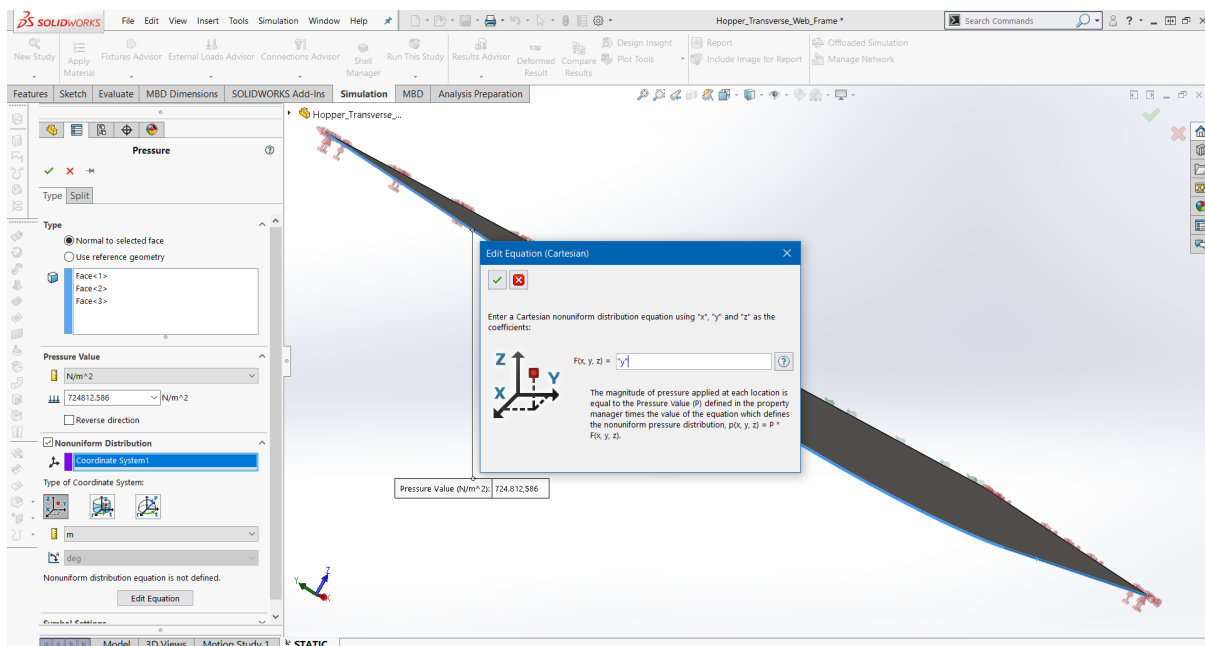
$$F(x, y, z) = y = h.$$

Όπου,

$$p(x, y, z): \text{ η υδροστατική πίεση } \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

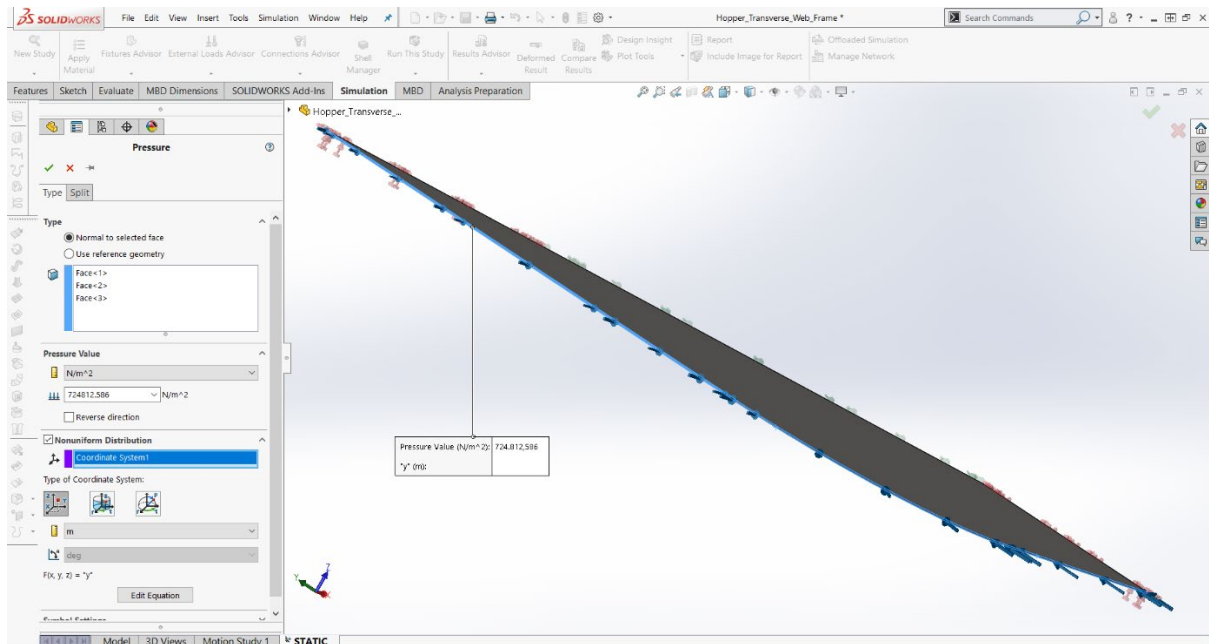
$$P: \text{ ο συντελεστής της } F(x, y, z) \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right]$$

$$F(x, y, z): \text{ η συνάρτηση κατανομής υδροστατικής πίεσης στο καρτεσιανό επίπεδο } [\text{m}]$$

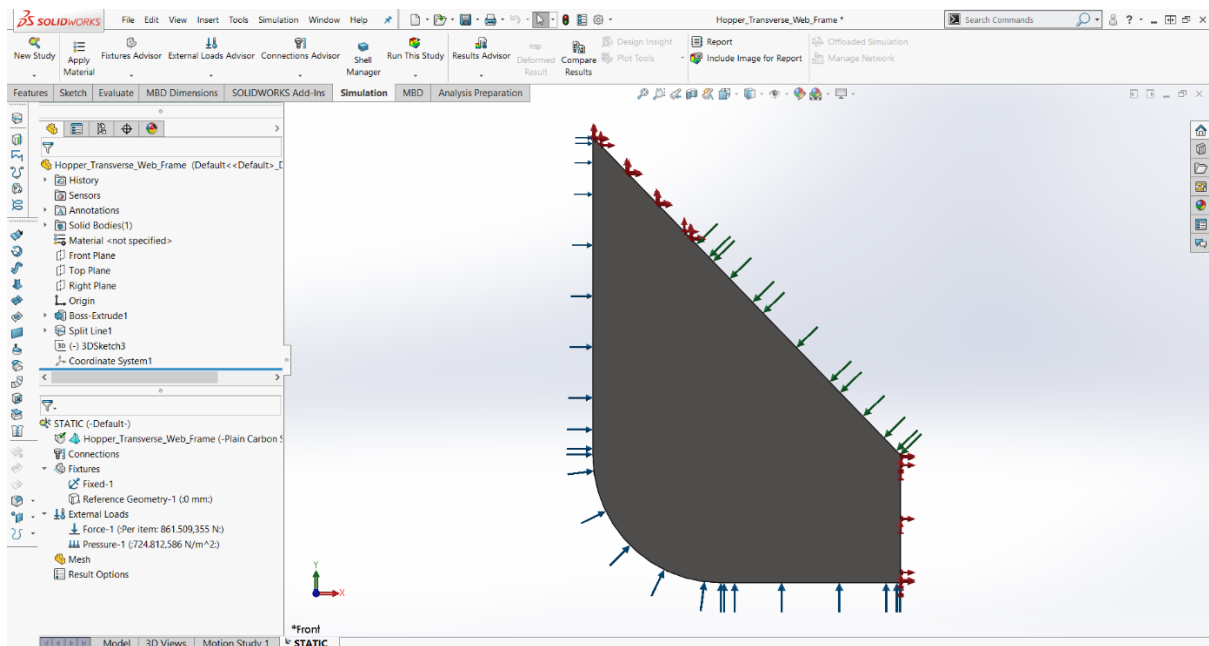


Εικόνα B.2.20: Εισαγωγή της συνάρτησης κατανομής της υδροστατικής πίεσης.



Στην Εικόνα B.2.21 φαίνονται οι τελικές ρυθμίσεις, οι οποίες έχουν γίνει προτού προχωρήσουμε στις επόμενες ενέργειες.

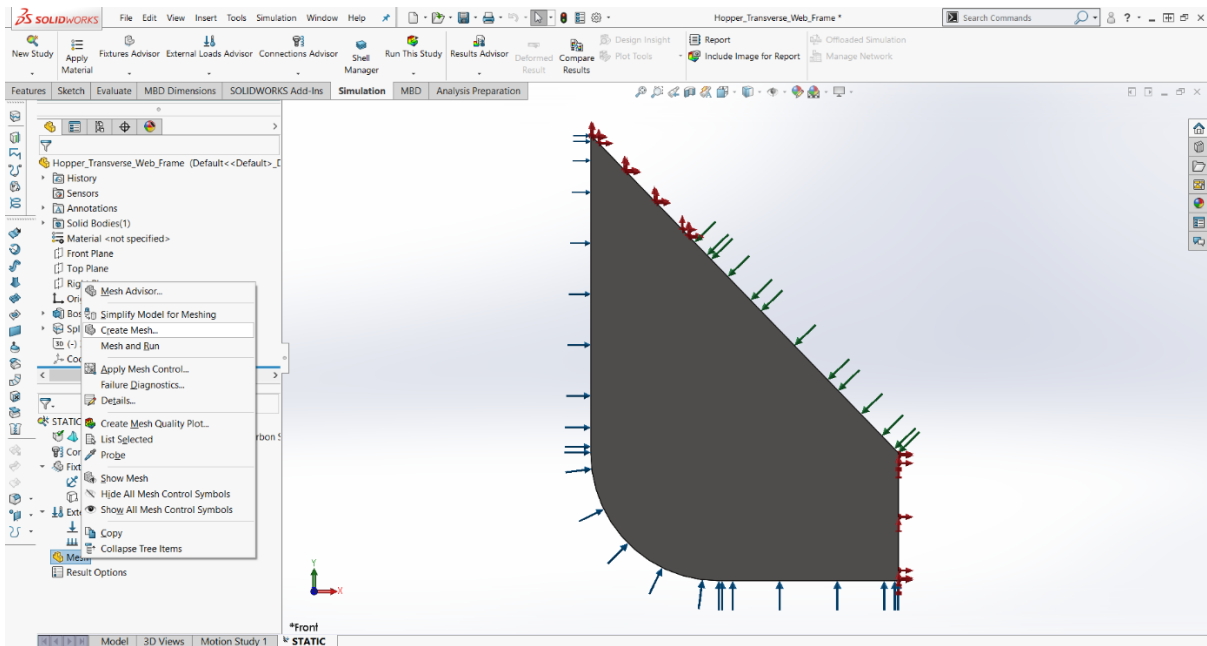


Εικόνα Β.2.21: Τελικές ρυθμίσεις.

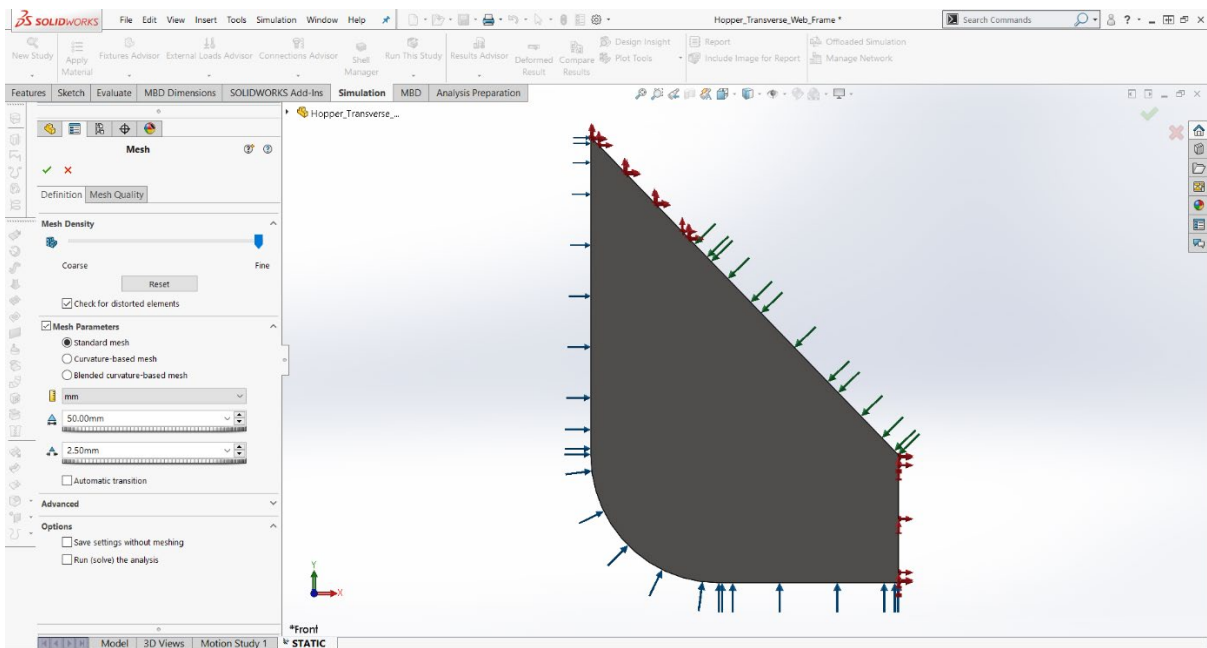


Εικόνα Β.2.22: Κατανομή της υδροστατικής πίεσης.

Από τη στιγμή που έχουν οριστεί το υλικό, οι στηρίξεις και οι φορτίσεις, το μόνο που έχει μείνει είναι η διακριτοποίηση. Για να δημιουργήσουμε το πλέγμα, κάνουμε δεξί κλικ επί της εντολής Mesh  και επιλέγουμε το εργαλείο Create Mesh .

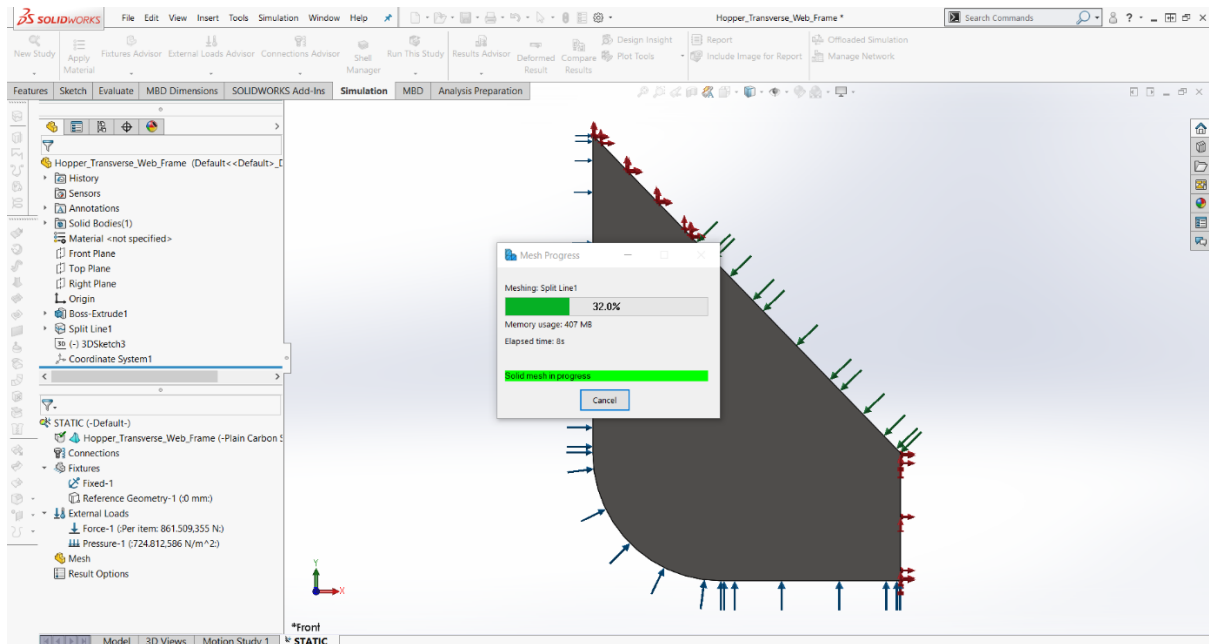


Εικόνα Β.2.23: Επιλογή του εργαλείου δημιουργίας του πλέγματος.

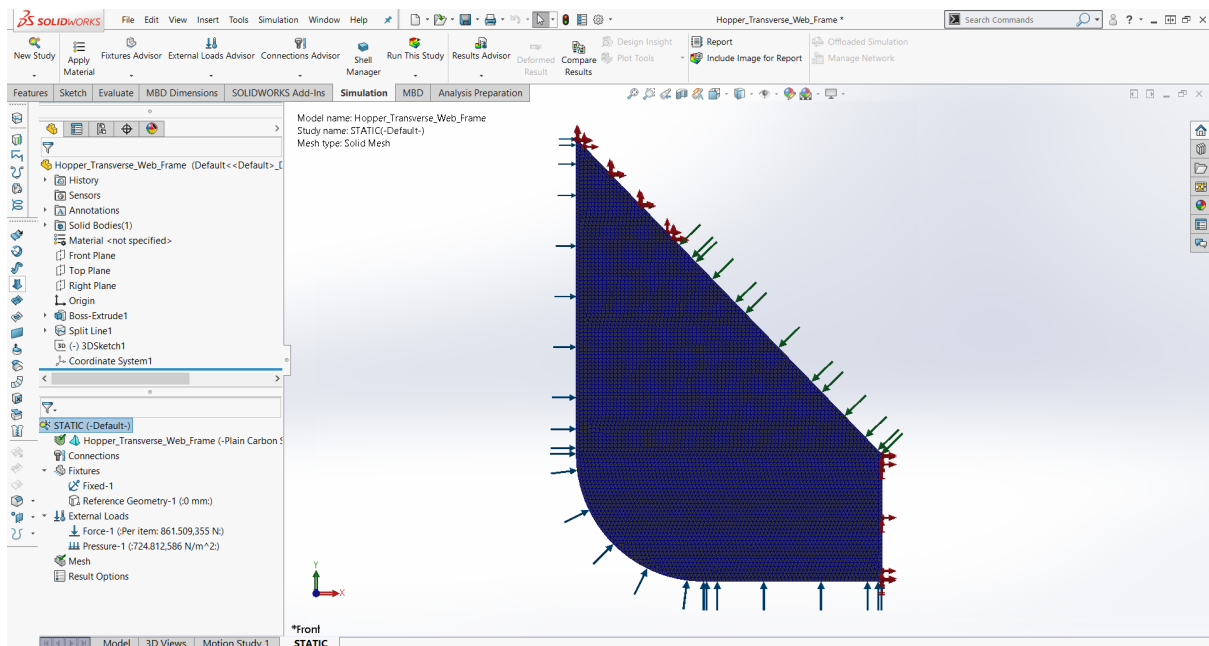


Εικόνα Β.2.24: Ορισμός των παραμέτρων του πλέγματος.


Έπειτα, ορίζουμε τις παραμέτρους του πλέγματος, οι οποίες υπάρχουν στη στήλη αριστερά του αντικειμένου (Εικόνα Β.2.24). Στο Mesh Parameters επιλέγουμε Standard mesh, ορίζουμε ως μονάδα μέτρησης τα χιλιοστά και θέτουμε το μέγεθος του πλέγματος ίσο με 50 mm . Για την εκκίνηση της δημιουργίας του πλέγματος, πατάμε το κουμπί ✓.

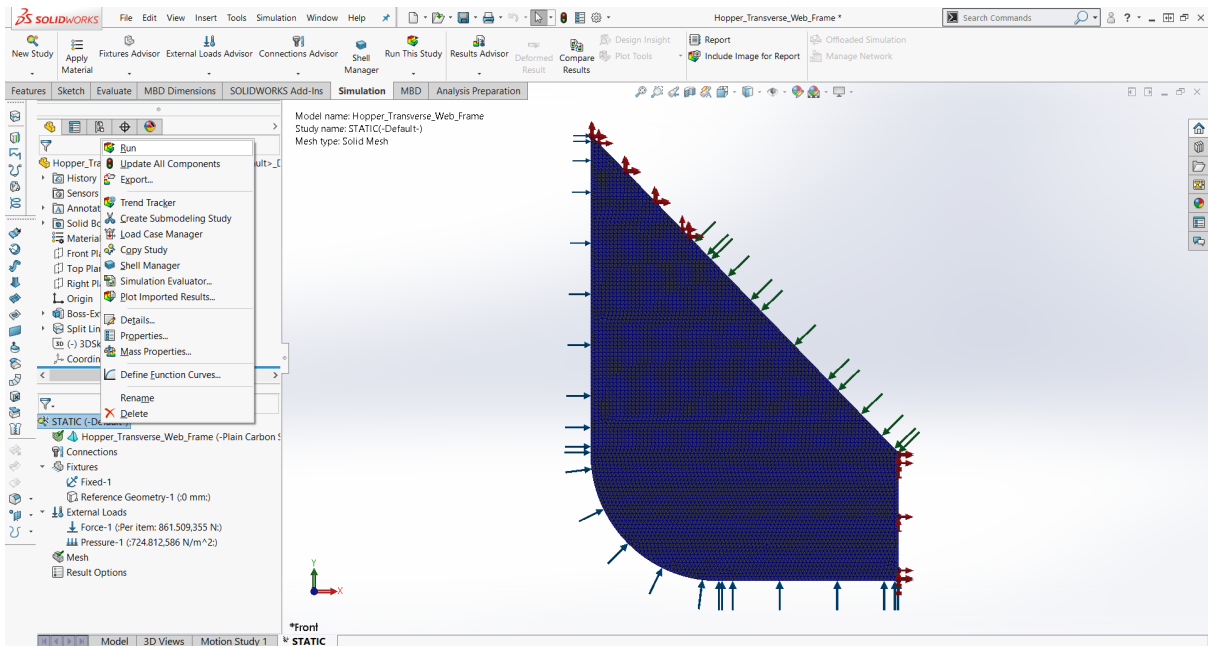


Εικόνα Β.2.25: Δημιουργία του πλέγματος.

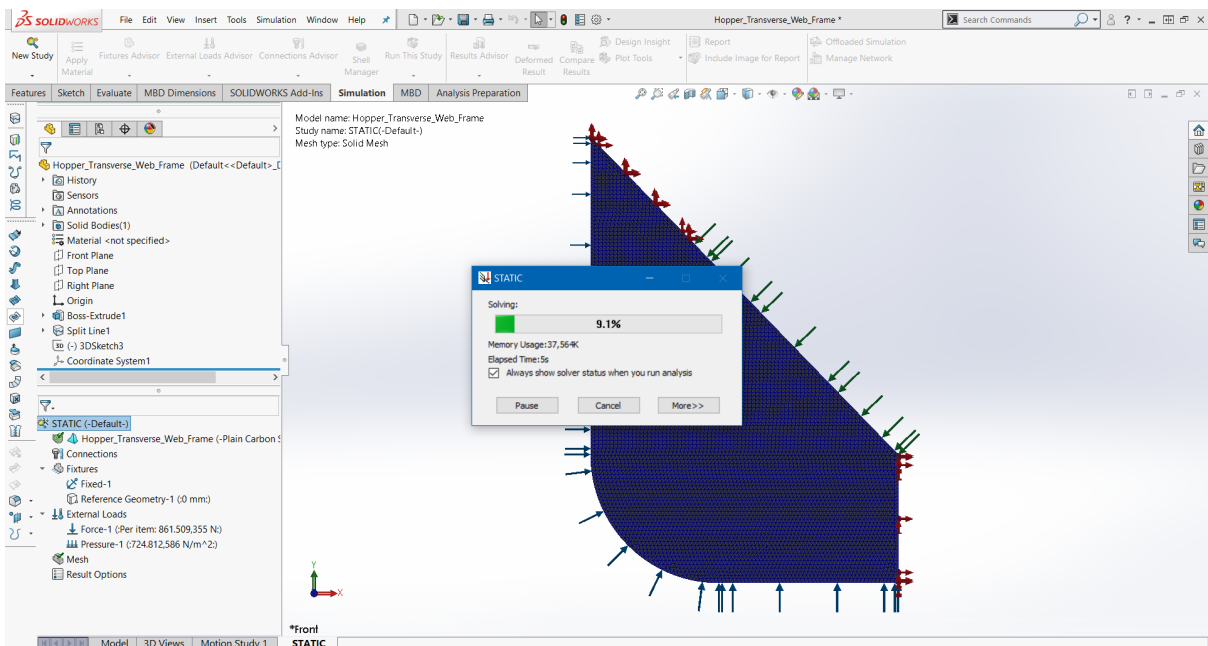


Εικόνα Β.2.26: Πλέγμα, στηρίξεις και φορτία.

Τέλος, για την έναρξη της επίλυσης του προβλήματος, κάνουμε δεξί κλικ επί του συμβόλου και ύστερα Run .



Εικόνα Β.2.27: Εκκίνηση τρεξίματος.

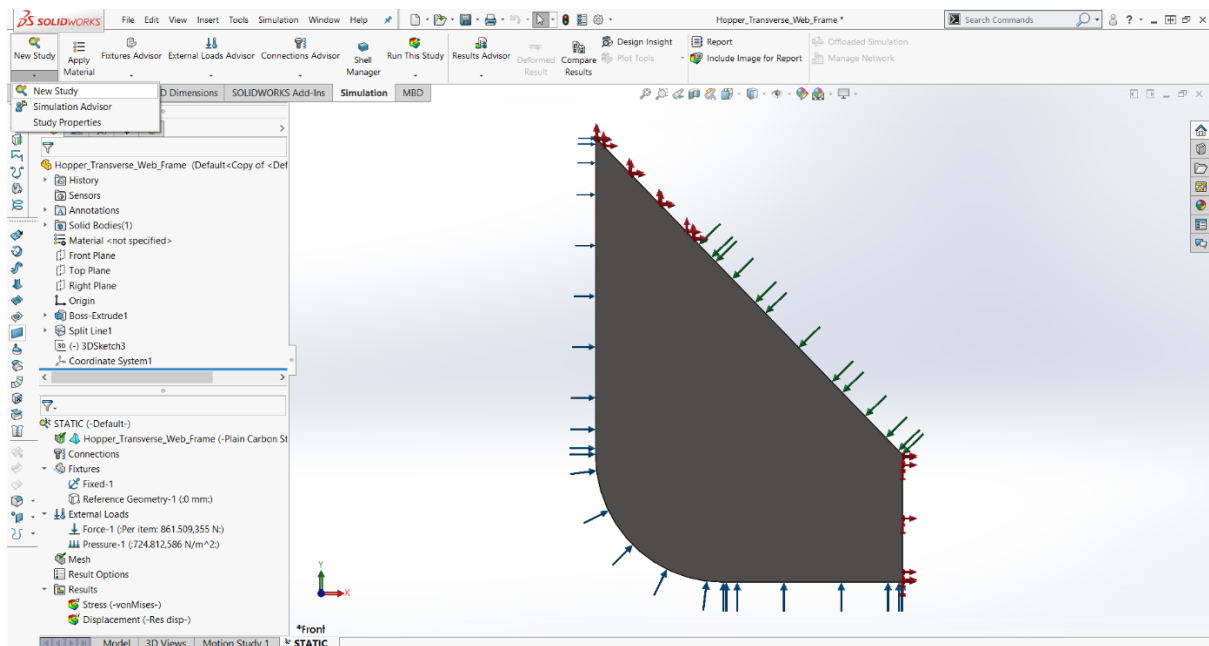


Εικόνα Β.2.28: Κατάσταση τρεξίματος.

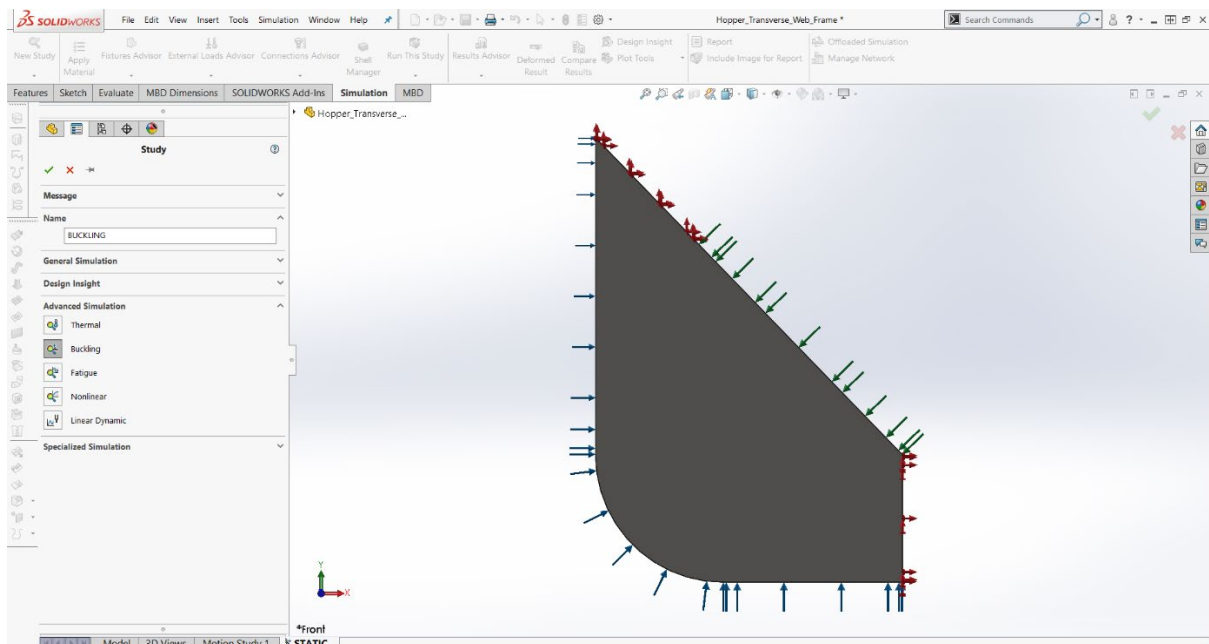
B.3 Μελέτη Λυγισμού του Ελάσματος

Σε αυτήν την ενότητα, ο στόχος μας είναι να περιγράψουμε τη διαδικασία που διεξάγεται για τον υπολογισμό της παραμόρφωσης και του συντελεστή ασφαλείας του ελάσματος HTWF έναντι λυγισμού, όταν του υποβάλουμε τα φορτία που αναφέρθηκαν στην ενότητα 8.1.




Η πρώτη ενέργεια που χρειάζεται να γίνει, είναι να δημιουργήσουμε ένα νέο περιβάλλον για την πραγματοποίηση της δεύτερης, κατά σειρά, μελέτης. Επομένως, ενεργοποιούμε την εντολή **New Study** σύμφωνα με την Εικόνα B.3.1 και επιλέγουμε το εικονίδιο **Buckling** για την εκκίνηση του λυγισμού. Κατόπιν, δίνουμε το όνομα **BUCKLING** στη νέα διαδικασία, όπως φαίνεται στην Εικόνα B.3.2.

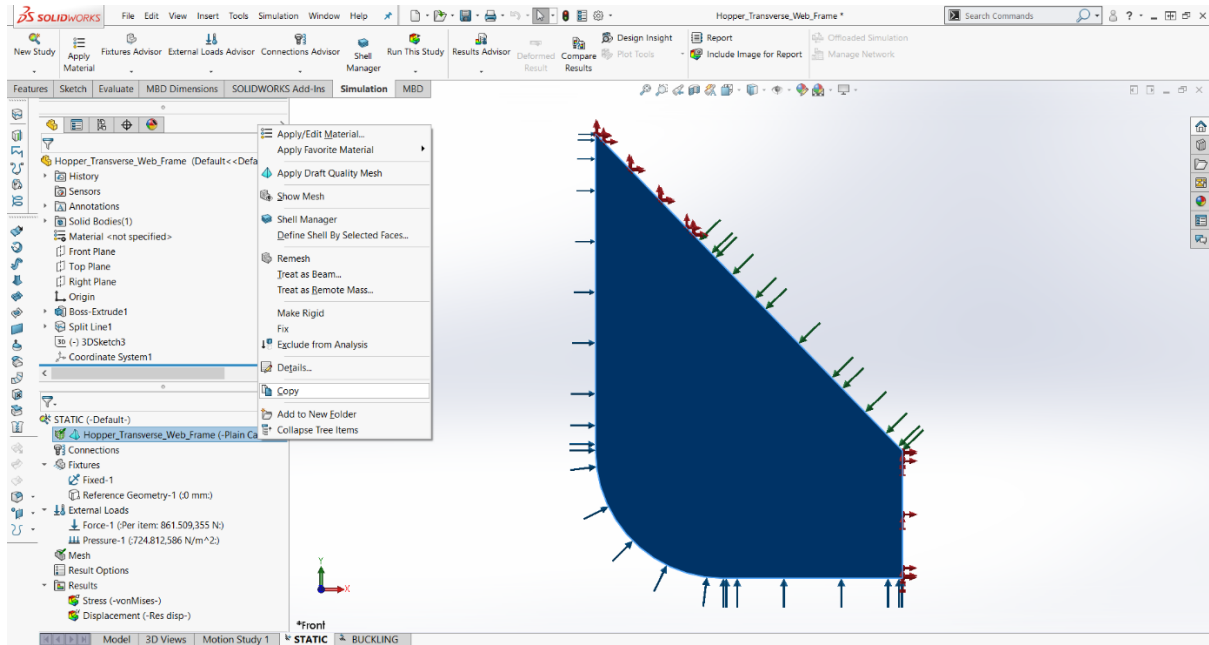


Εικόνα B.3.1: Ενεργοποίηση της εντολής έναρξης της νέας μελέτης.

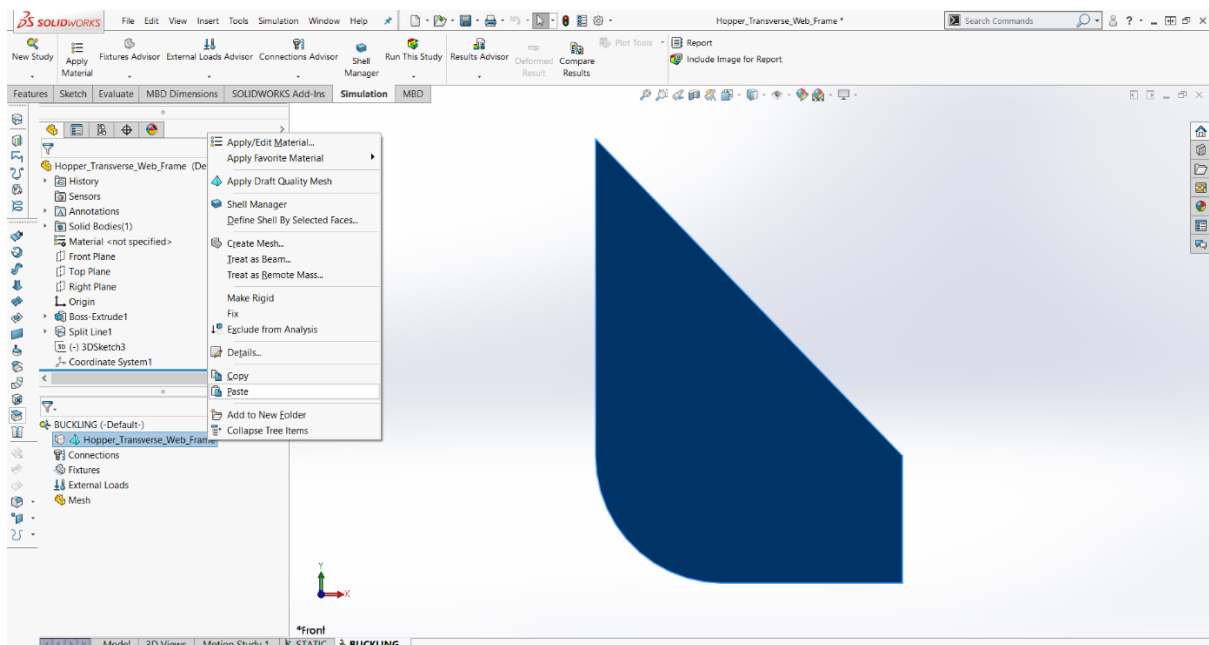


Εικόνα B.3.2: Επιλογή του εικονιδίου ενεργοποίησης της μελέτης λυγισμού.

Στη συνέχεια, θα πρέπει να εισάγουμε το υλικό που επιθυμούμε, έτσι ώστε να πραγματοποιηθούν οι υπολογισμοί. Σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι, το υλικό, οι στηρίξεις και οι φορτίσεις είναι ακριβώς τα ίδια με τη στατική μελέτη. Επομένως, για να τα ορίσουμε, η μόνη κίνηση που γίνεται είναι η μεταφορά αυτών στο περιβάλλον του λυγισμού. Αρχικά, για το υλικό μεταβαίνουμε στο παράθυρο της στατικής μελέτης και με δεξί κλικ επί του συμβόλου  επιλέγουμε Copy . Ύστερα, μεταφερόμαστε στη μελέτη του λυγισμού και με δεξί κλικ επί του ίδιου εικονιδίου κάνουμε Paste .

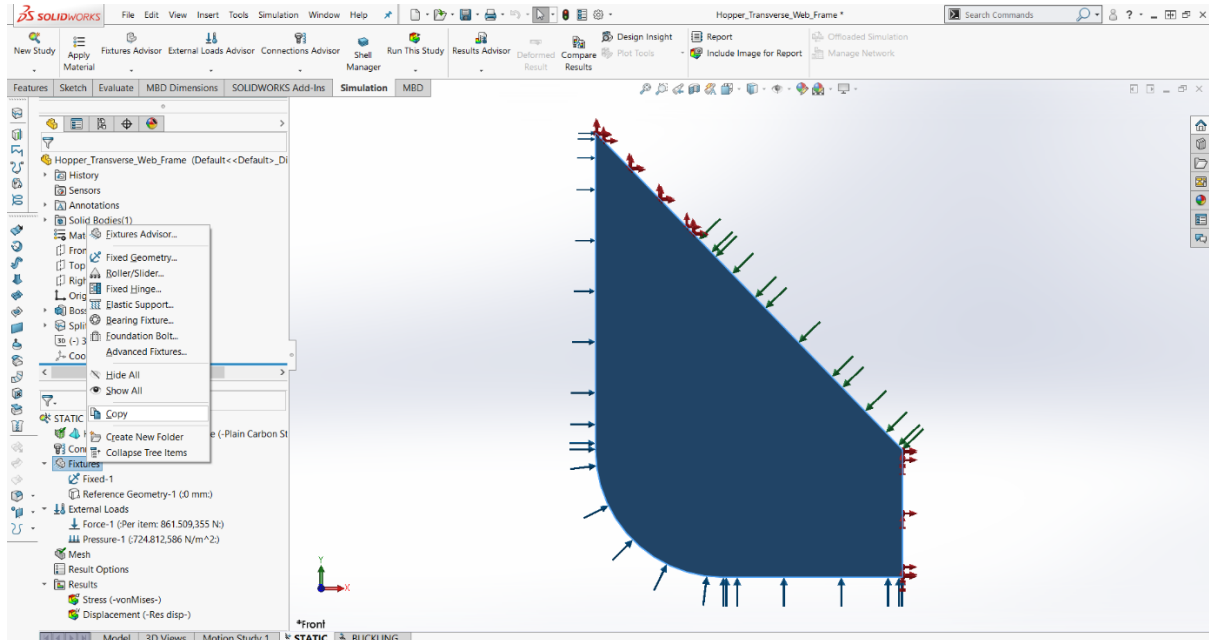


Εικόνα Β.3.3: Αντιγραφή του υλικού από το παράθυρο της στατικής μελέτης.

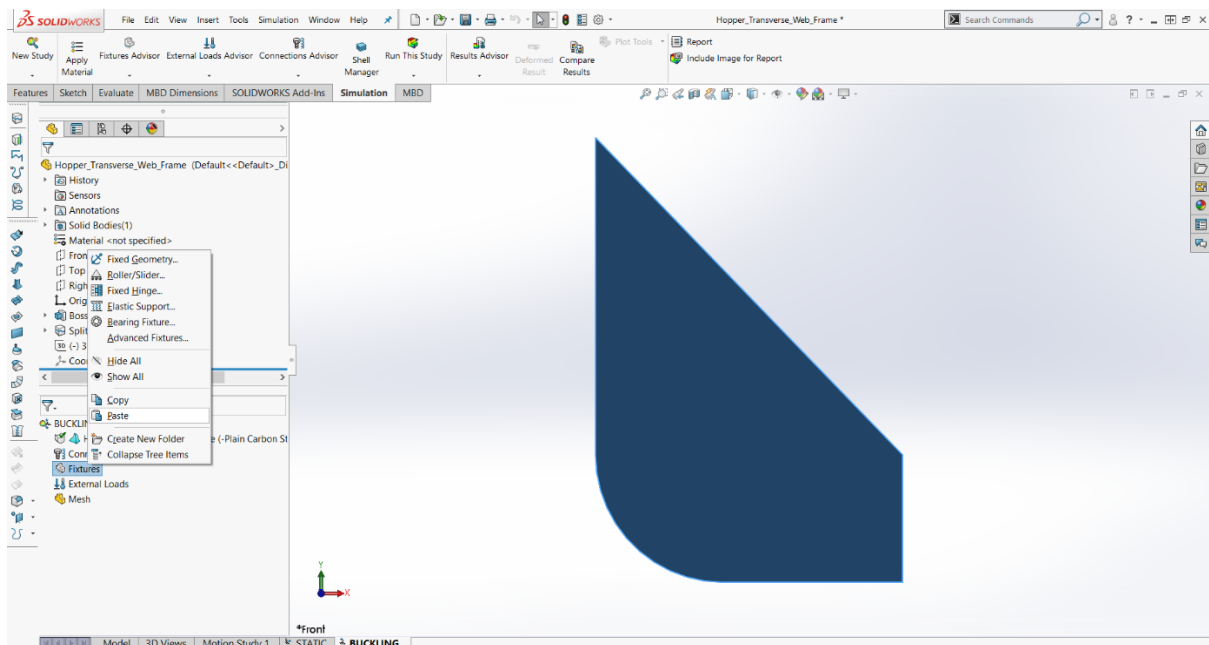


Εικόνα Β.3.4: Επικόλληση του υλικού στη μελέτη του λυγισμού.

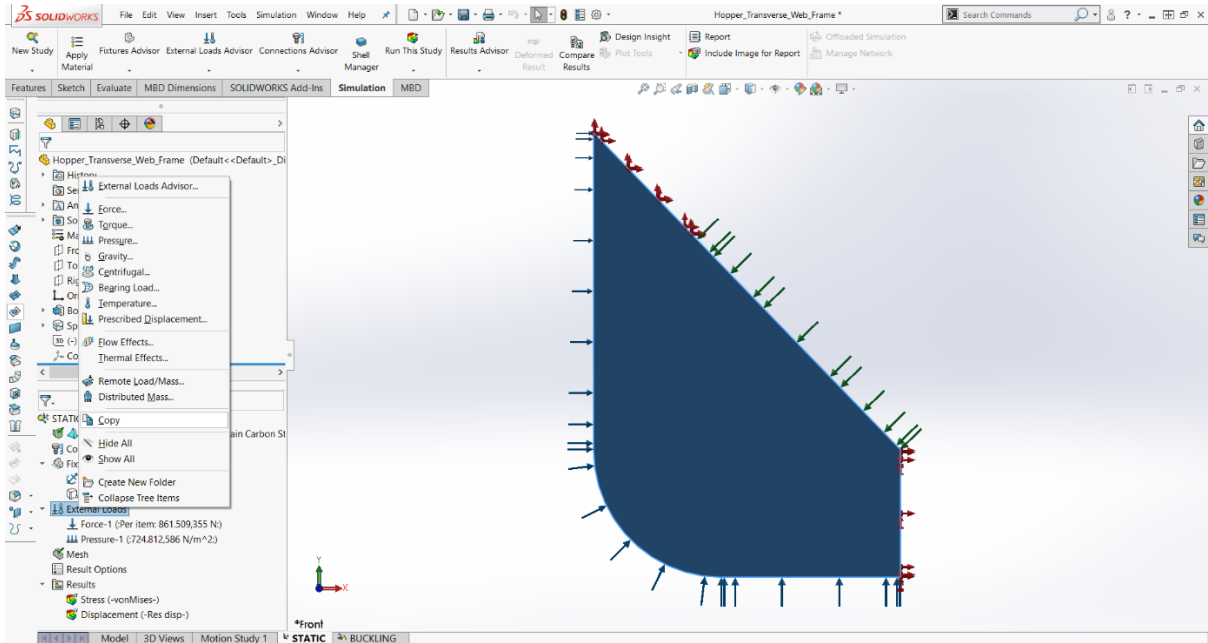
Για τις στηρίξεις και τις φορτίσεις ακολουθούμε την ίδια πορεία εργασίας. Μεταξύ των παραθύρων της στατικής μελέτης και της μελέτης λυγισμού, εκτελούμε αντιγραφή και επικόλληση σε κάθε ένα από τα εργαλεία Fixtures και External Loads. Αυτές οι κινήσεις παρουσιάζονται στα ακόλουθα δύο ζεύγη εικόνων. Στην Εικόνα B.3.5 και στην Εικόνα B.3.6 βλέπουμε την εφαρμογή των στηρίξεων, ενώ στην Εικόνα B.3.7 και στην Εικόνα B.3.8 την εφαρμογή των φορτίσεων.



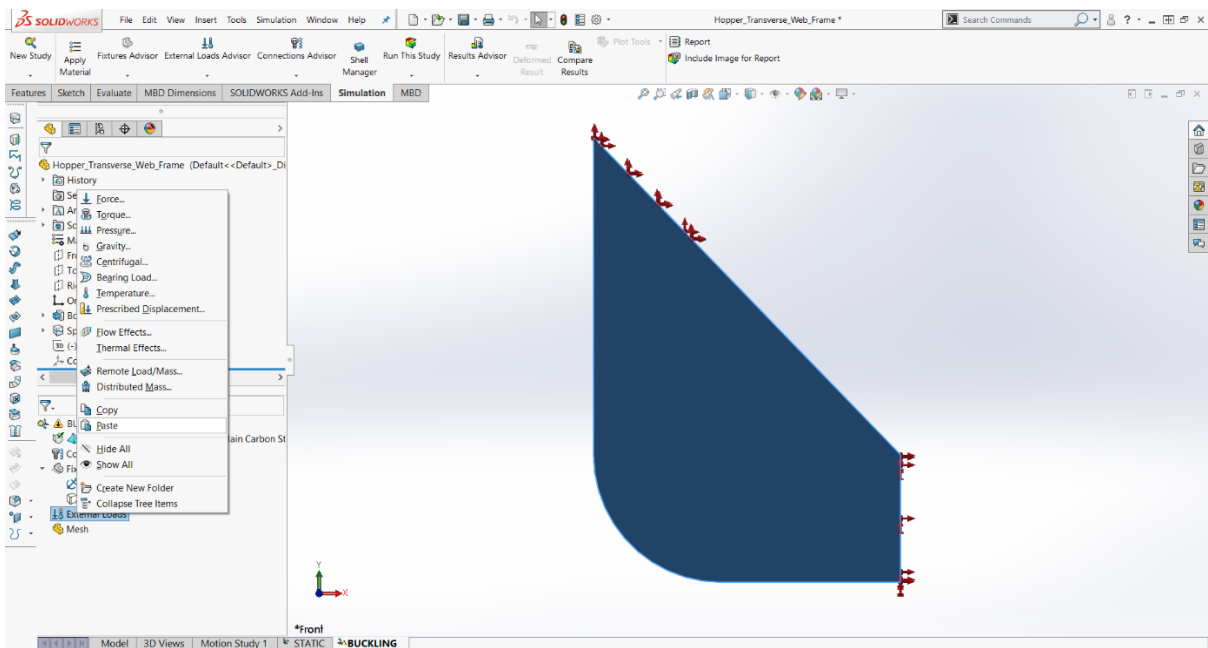
Εικόνα B.3.5: Αντιγραφή των στηρίξεων.





Εικόνα B.3.6: Επικόλληση των στηρίξεων.

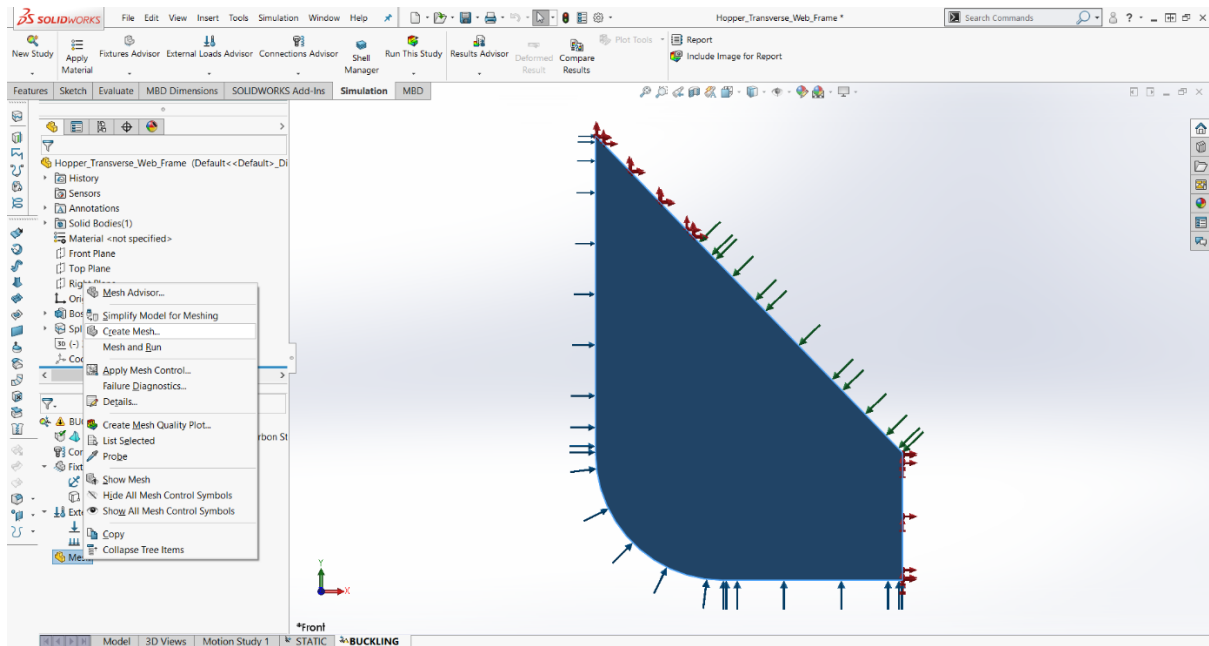


Εικόνα Β.3.7: Αντιγραφή των φορτίσεων.




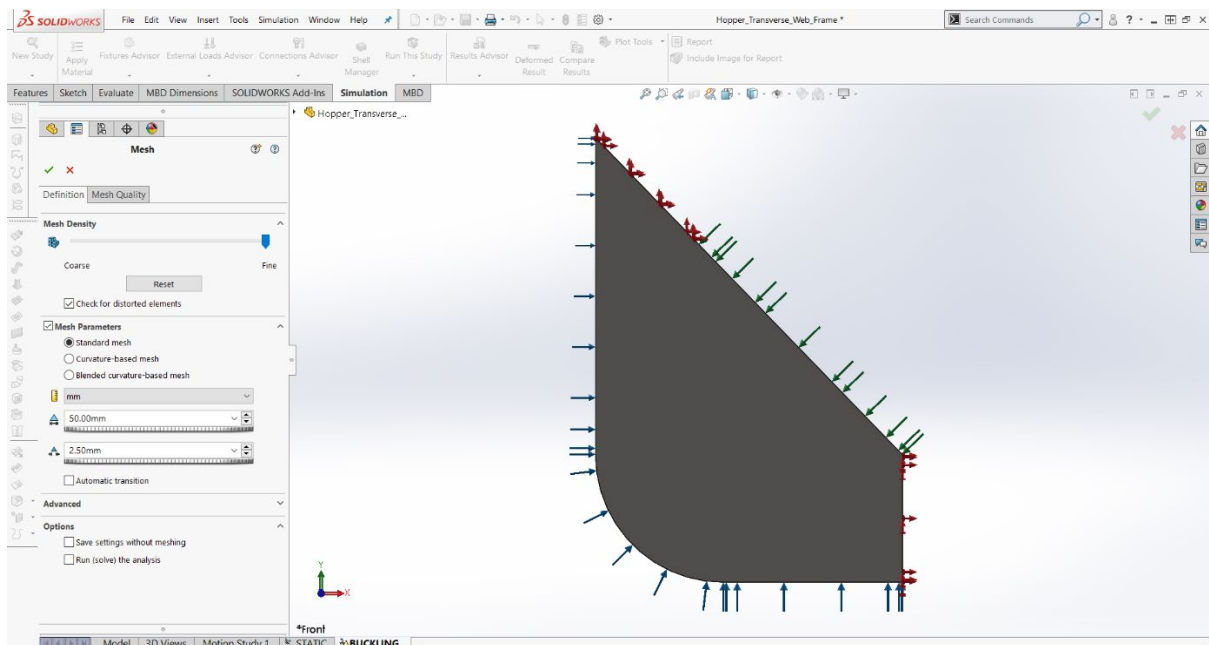
Εικόνα Β.3.8: Επικόλληση των φορτίσεων.

Σε ό,τι αφορά τη δημιουργία του πλέγματος, εκτελούμε την ίδια διαδικασία με την ενότητα B.2. Στην Εικόνα B.3.9, κάνουμε δεξί κλικ επί του σχήματος Mesh  και ενεργοποιούμε την εντολή Create Mesh .

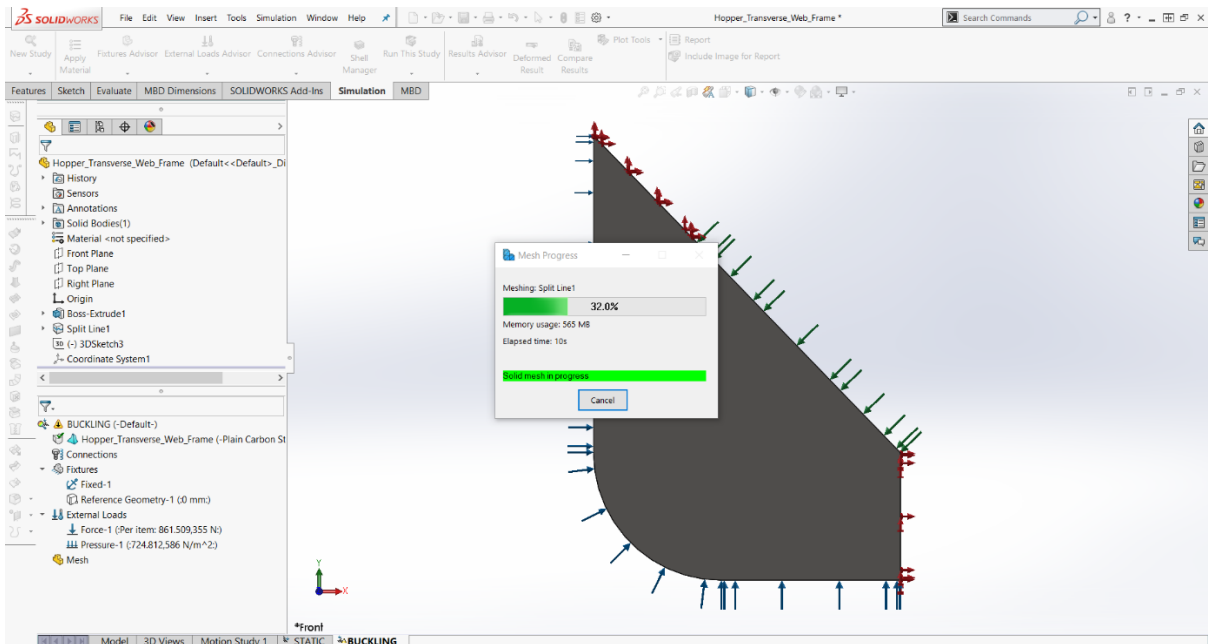


Εικόνα B.3.9: Ενεργοποίηση της εντολής δημιουργίας του πλέγματος.

Έπειτα, ορίζουμε τις παραμέτρους του πλέγματος από τη στήλη αριστερά του μοντέλου, όπως παρατηρούμε στην Εικόνα B.3.10. Κατόπιν, θέτουμε το μέγεθος του πλέγματος στα 50 mm. Για τον υπολογισμό του, όπως και στην προηγούμενη μελέτη, πατάμε .

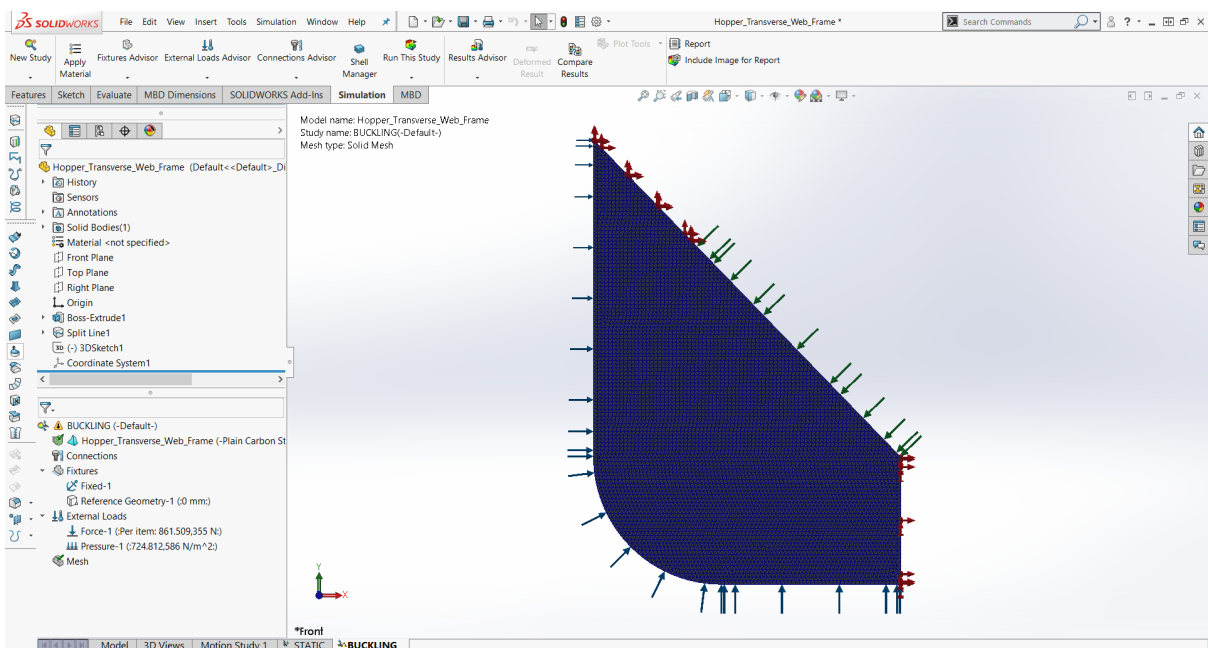


Εικόνα B.3.10: Ορισμός των παραμέτρων του πλέγματος.





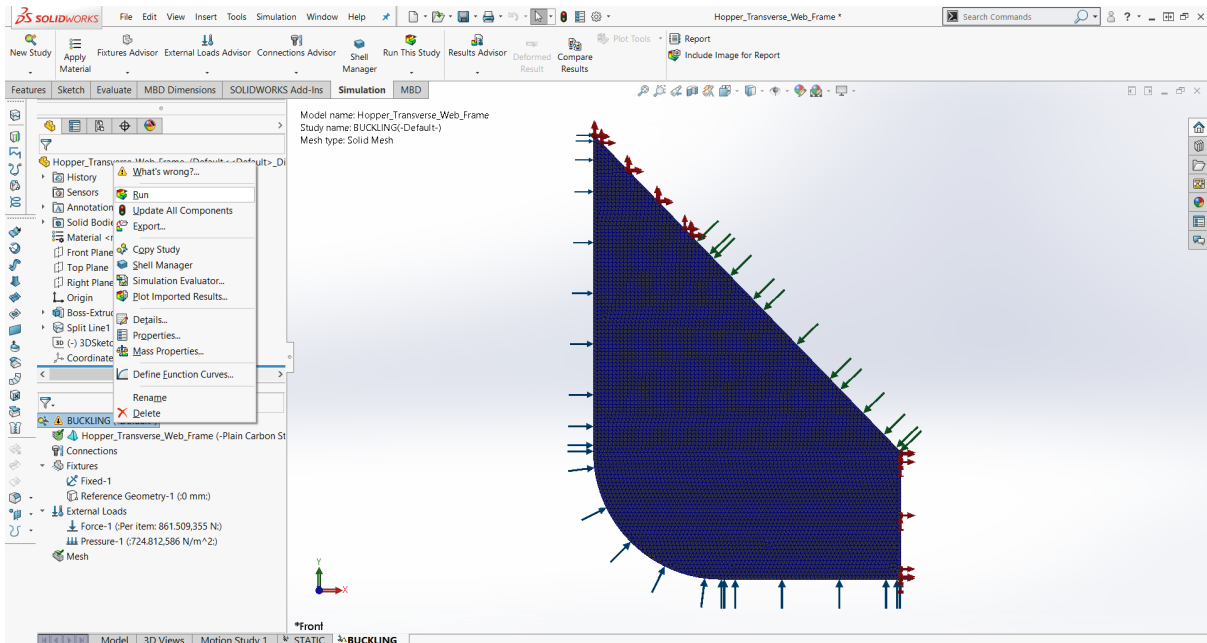
Εικόνα Β.3.11: Δημιουργία του πλέγματος.

Μετά την ολοκλήρωση της δημιουργίας του πλέγματος που βλέπουμε στην Εικόνα Β.3.11, ακολουθεί η πραγματοποίηση του τελικού τρεξίματος.

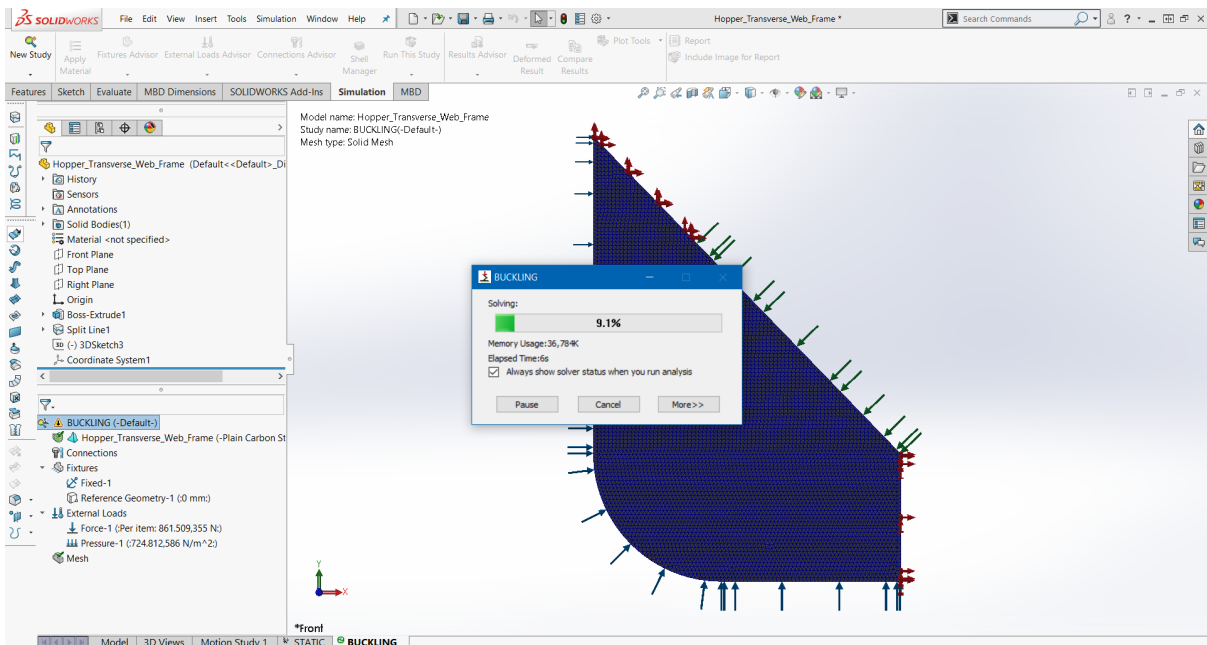


Εικόνα Β.3.12: Πλέγμα, στηρίξεις και φορτία.

Με δεξί κλικ στο εικονίδιο , επιλέγουμε Run  για την εκκίνηση του τελικού τρεξίματος.



Εικόνα B.3.13: Εκκίνηση τρεξίματος.

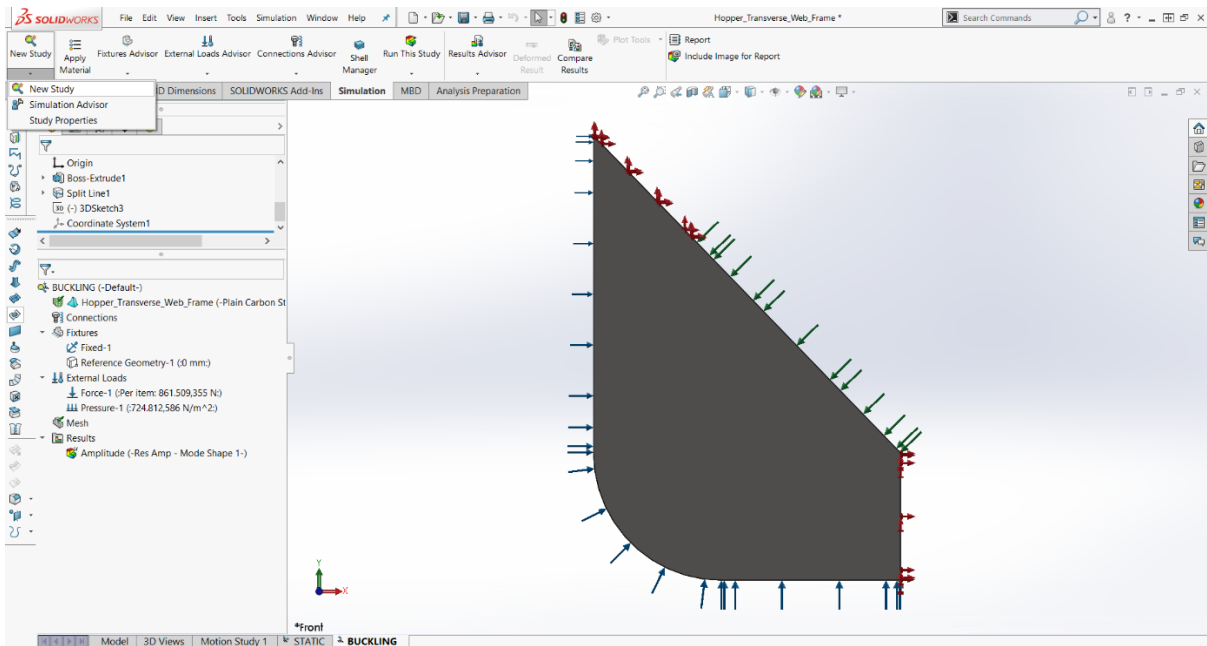


Εικόνα B.3.14: Κατάσταση τρεξίματος.

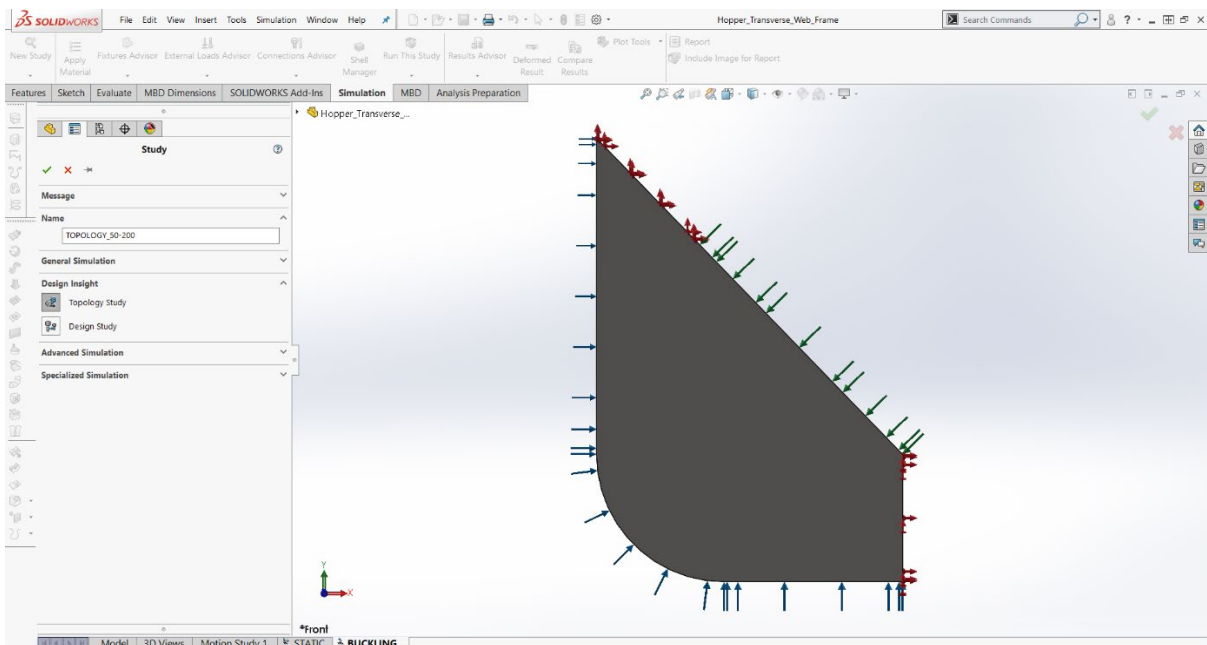
B.4 Βελτιστοποίηση Τοπολογίας του Ελάσματος

Έχοντας ολοκληρώσει την περιγραφή των διαδικασιών της σχεδίασης, της στατικής μελέτης και της μελέτης του λυγισμού του ελάσματος, είμαστε έτοιμοι να αναλύσουμε τις ενέργειες που απαιτούνται για τη βελτιστοποίηση της τοπολογίας του. Για την εκπόνηση της τελευταίας μελέτης, λαμβάνουμε υπόψη τα φορτία και τις στηρίξεις, τα οποία αναφέρθηκαν στην ενότητα 8.1.

Αρχικά, ξεκινάμε με την επιλογή της εντολής New Study σύμφωνα με την Εικόνα B.4.1 και κατόπιν, επιλέγουμε το εικονίδιο Topology Study, δίνοντας στη μελέτη το όνομα TOPOLOGY_50-200, όπως φαίνεται στην Εικόνα B.4.2.






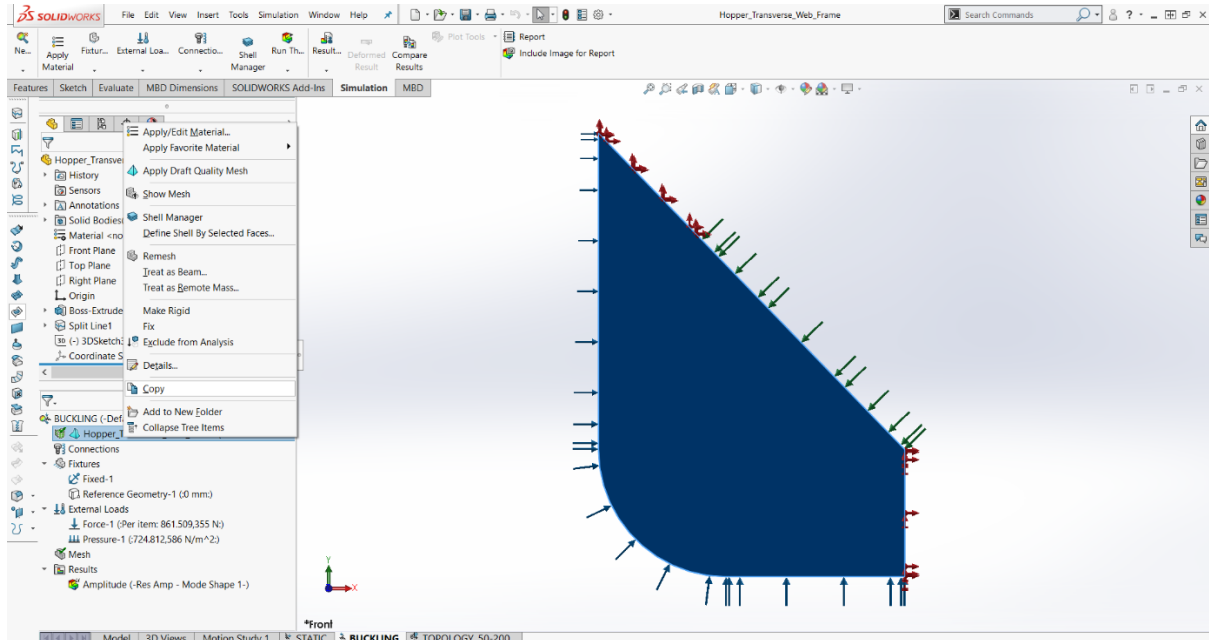
Εικόνα B.4.1: Επιλογή της εντολής εκκίνησης της νέας μελέτης.



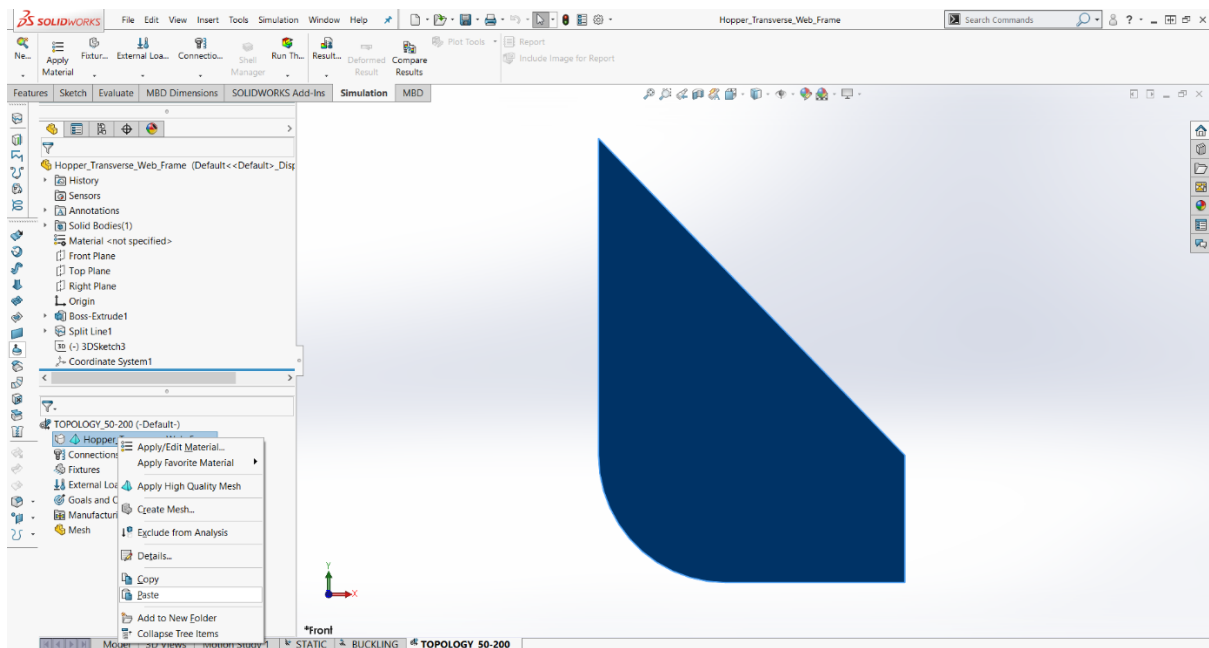
Εικόνα B.4.2: Επιλογή του εικονιδίου ενεργοποίησης της μελέτης βελτιστοποίησης.

Ύστερα, ορίζουμε το υλικό, τις στηρίξεις και τις φορτίσεις, τα οποία είναι ακριβώς τα ίδια με της στατικής και του λυγισμού. Συνεπώς, για να τα εφαρμόσουμε πρέπει απλώς να τα μεταφέρουμε στο περιβάλλον της μελέτης της τοπολογίας.



Ως προς το υλικό, μεταβαίνουμε στο παράθυρο του λυγισμού και με δεξί κλικ επί του συμβόλου , κάνουμε Copy . Κατόπιν, μεταβαίνουμε στη μελέτη της τοπολογίας και με δεξί κλικ επί του ίδιου εικονιδίου, πατάμε Paste .

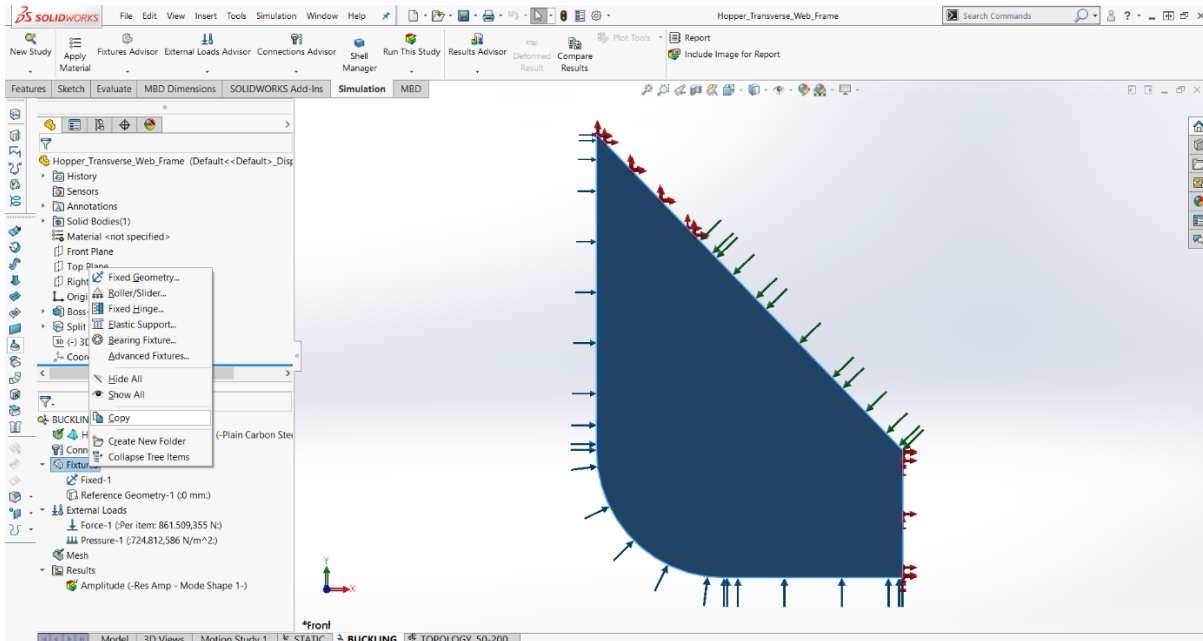


Εικόνα Β.4.3: Αντιγραφή του υλικού από τη μελέτη του λυγισμού.

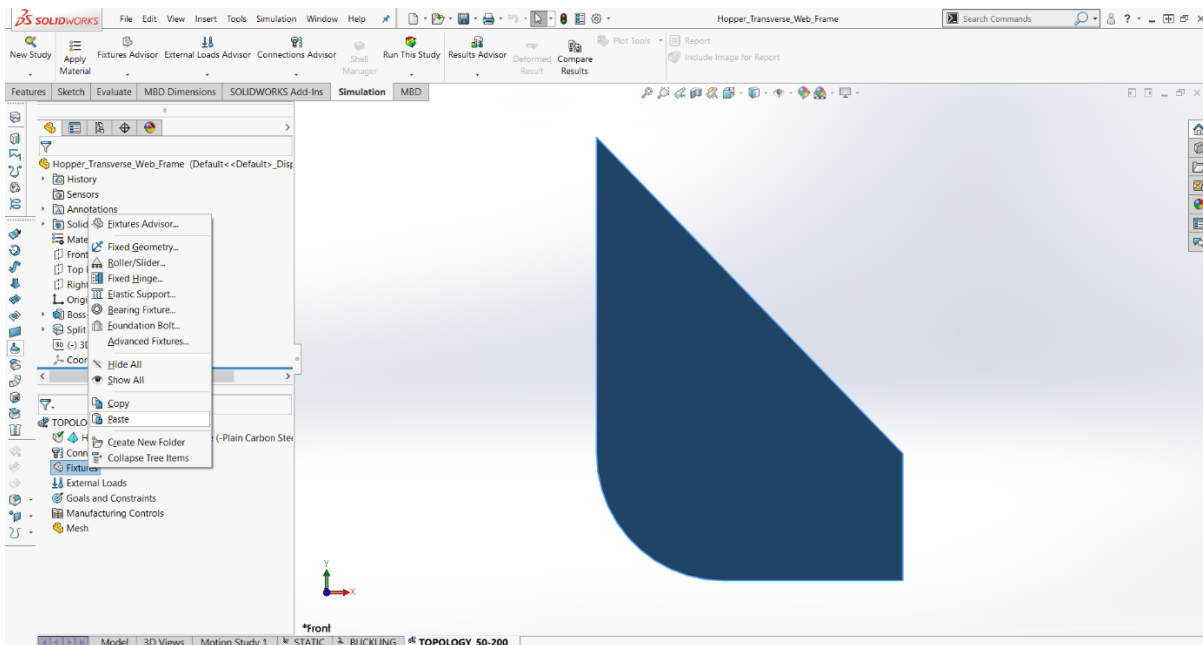


Εικόνα Β.4.4: Επικόλληση του υλικού στη μελέτη της τοπολογίας.

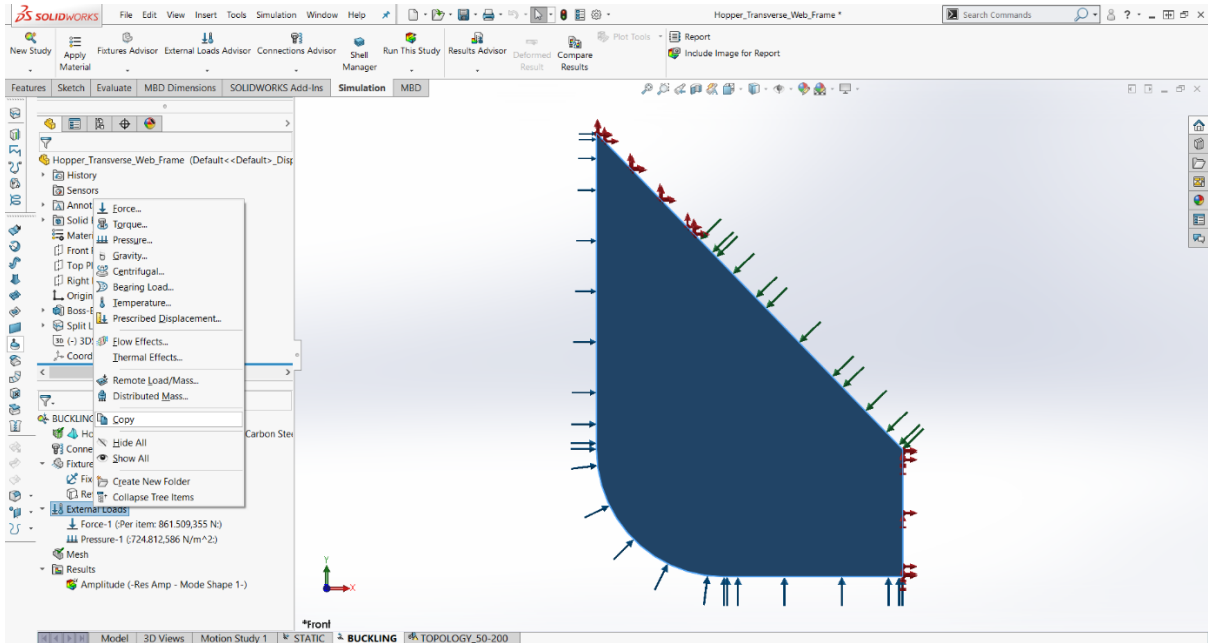
Στη συνέχεια, με δεξί κλικ επί των σχημάτων Fixtures  και External Loads  κάνουμε αντιγραφή και επικόλληση των στηρίξεων και των φορτίσεων από το περιβάλλον του λυγισμού στο περιβάλλον της τοπολογίας. Αυτές οι ενέργειες παρουσιάζονται στην Εικόνα B.4.5, στην Εικόνα B.4.6, στην Εικόνα B.4.7 και στην Εικόνα B.4.8.



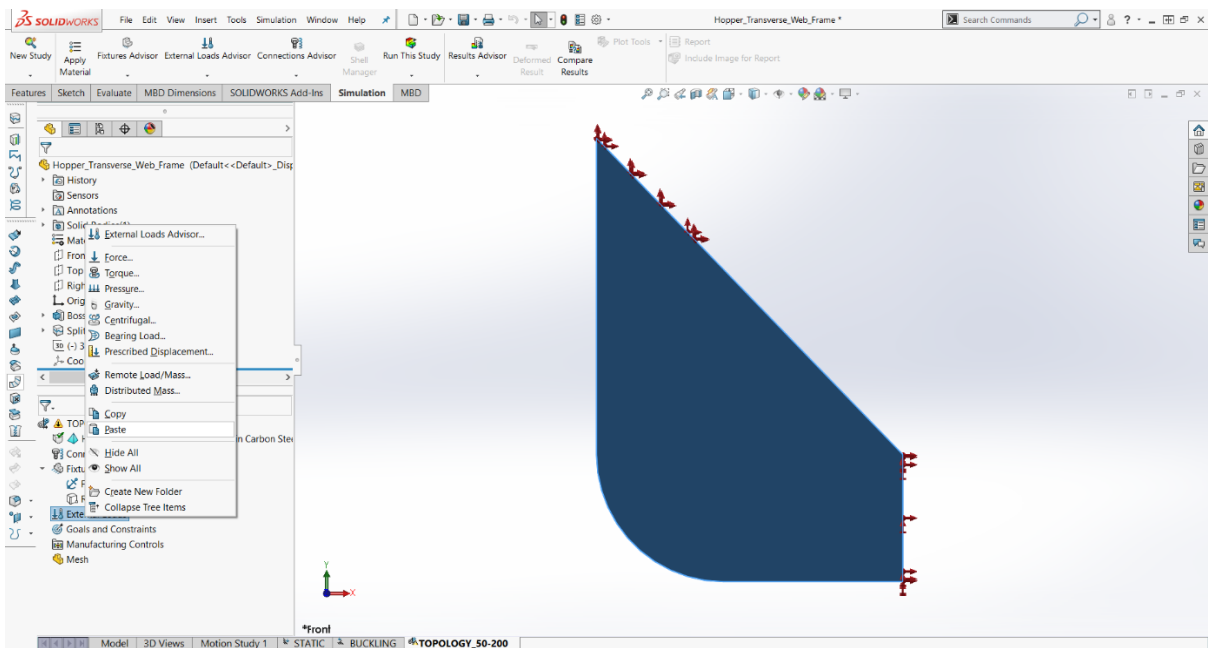
Εικόνα B.4.5: Αντιγραφή των στηρίξεων.



Εικόνα B.4.6: Επικόλληση των στηρίξεων.

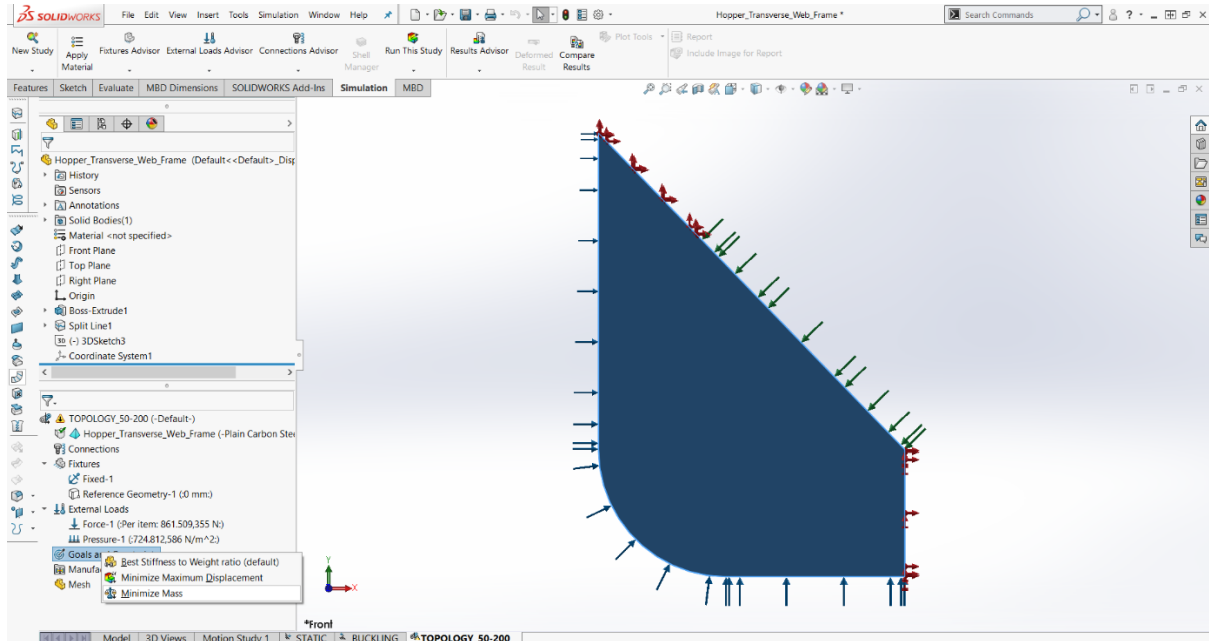


Εικόνα Β.4.7: Αντιγραφή των φορτίσεων.



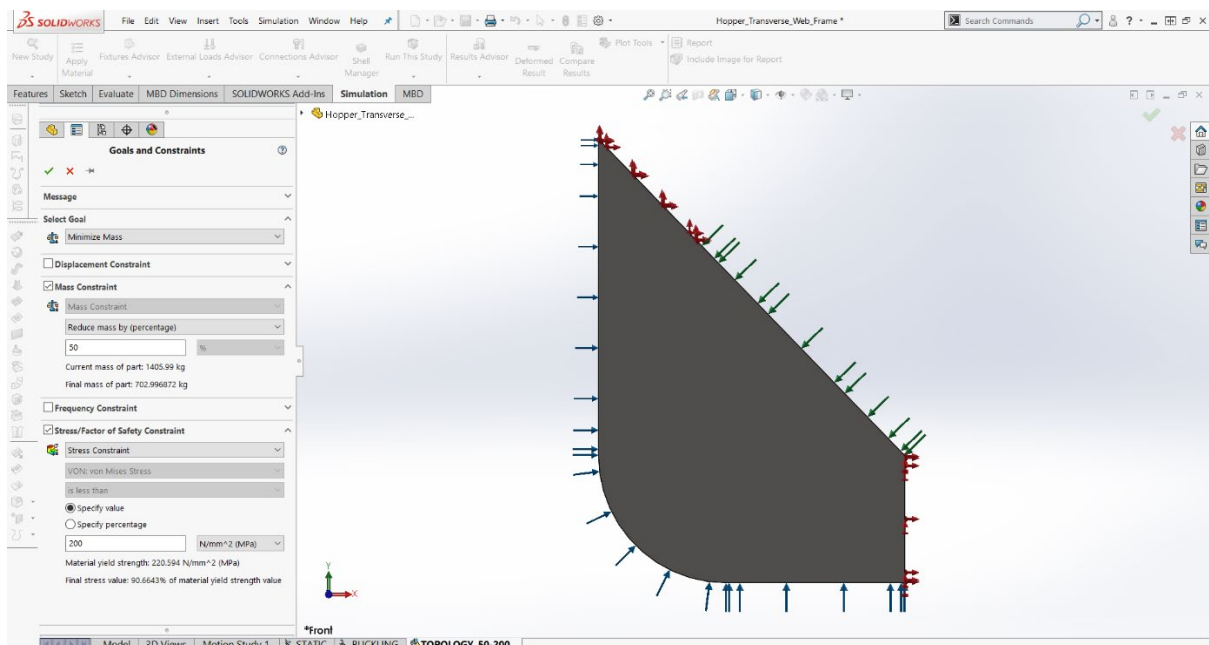
Εικόνα Β.4.8: Επικόλληση των φορτίσεων.

Όπως είχαμε αναφέρει στην ενότητα 9.4, το SolidWorks® έχει τη δυνατότητα υλοποίησης και του προβλήματος (6.1.5.12) και του (6.2.1). Στις ρυθμίσεις της αριστερής στήλης στην Εικόνα Β.4.9, ο όρος Best Stiffness to Weight ratio αφορά το (6.1.5.12) και ο όρος Minimize Mass το (6.2.1). Επειδή, μας ενδιαφέρει μόνο η επίλυση του δεύτερου προβλήματος, ενεργοποιούμε την επιλογή Minimize Mass.







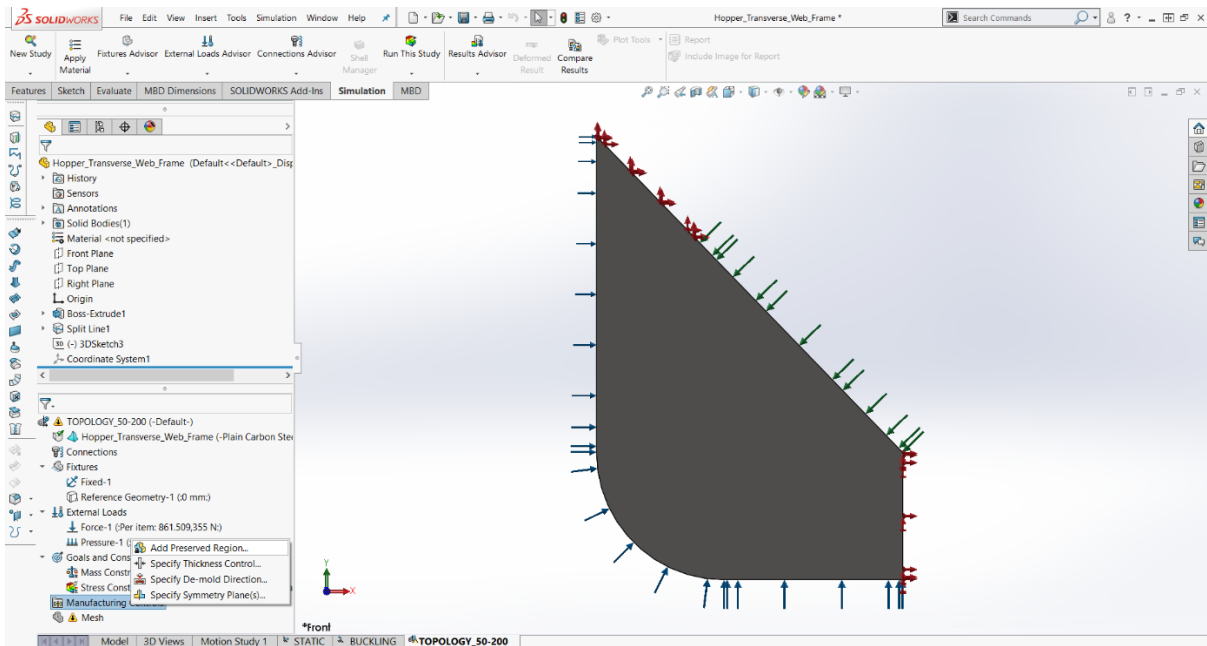
Εικόνα Β.4.9: Ενεργοποίηση της επιλογής Minimize Mass.

Στην αριστερή στήλη που εμφανίζεται, εισάγουμε πρώτα το ποσοστό μείωσης της μάζας (όγκου) $(1 - f)$ και στη συνέχεια, τη μέγιστη επιτρεπόμενη τάση σ_{vM}^{per} .

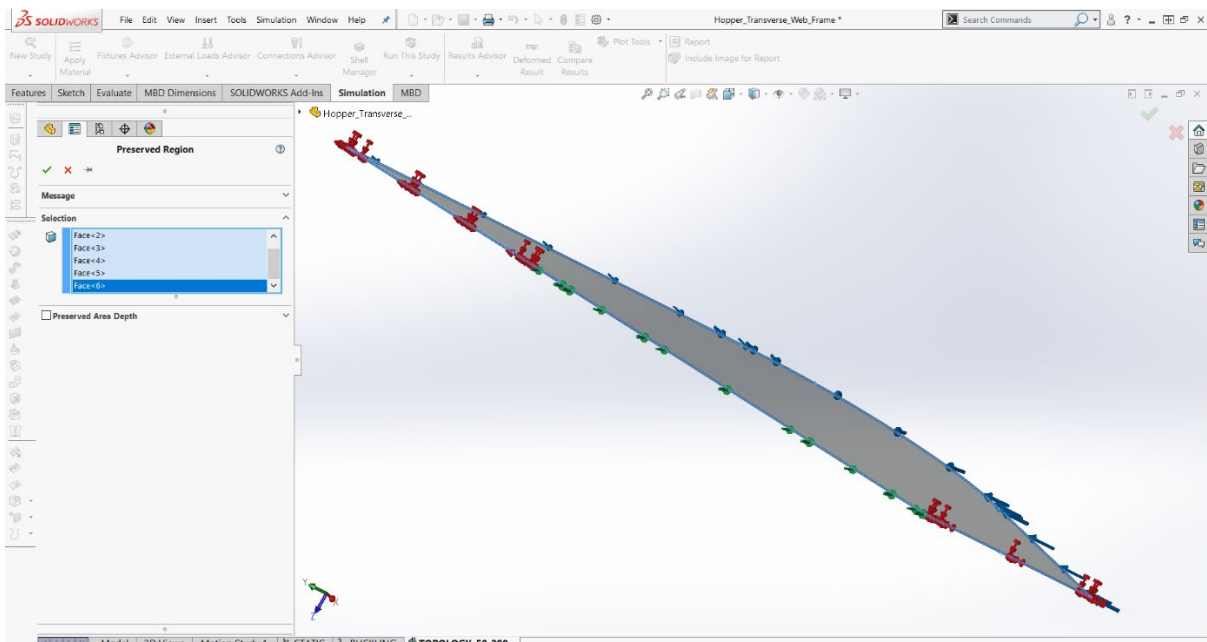


Εικόνα Β.4.10: Εισαγωγή περιορισμών.

Έπειτα, θέτουμε τους κατασκευαστικούς περιορισμούς, κάνοντας δεξί κλικ επί της επιλογής Manufacturing Controls . Από τις ενέργειες που εμφανίζονται στα αναδυόμενα παράθυρα στην Εικόνα B.4.11 και Εικόνα B.4.14, ενεργοποιούμε μεμονωμένα τις εντολές Add Preserved Region  και Specify Symmetry Plane(s) . Ξεκινάμε με την πρώτη και στην περιοχή με το εικονίδιο  που βρίσκεται στη στήλη αριστερά του μοντέλου, εισάγουμε τις επιφάνειες του συνόρου της κατασκευής που θέλουμε να μείνουν ανέπαφες. Αυτές εμφανίζονται με μπλε χρώμα στην Εικόνα B.4.12.

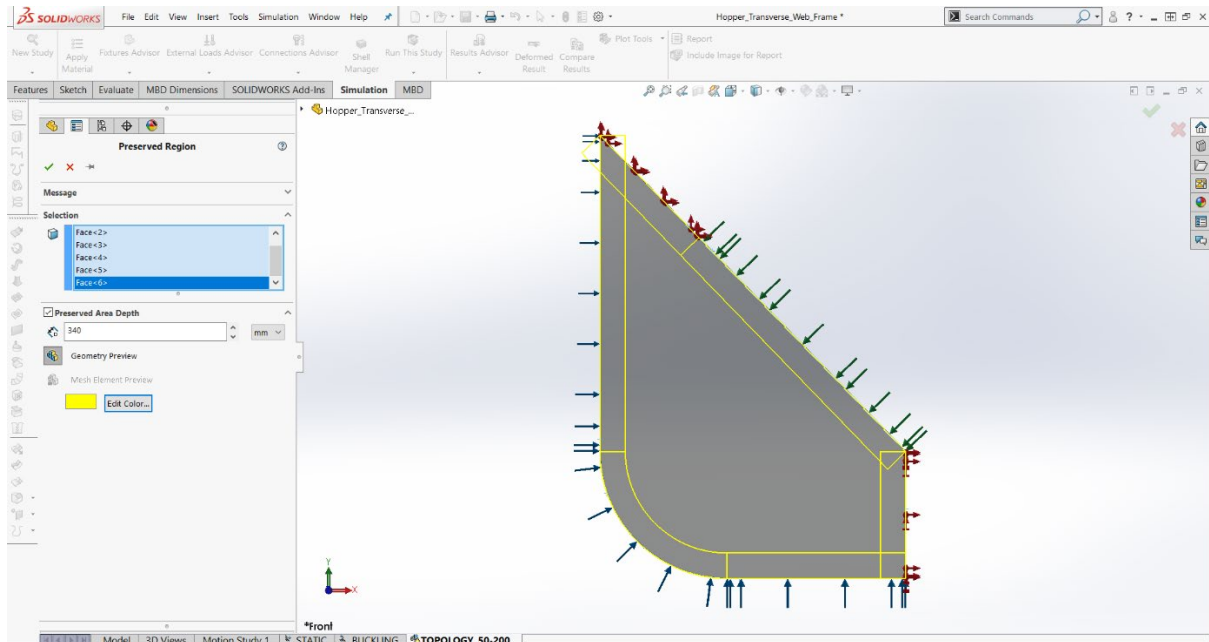


Εικόνα B.4.11: Ενεργοποίηση της εντολής διατήρησης περιοχών.

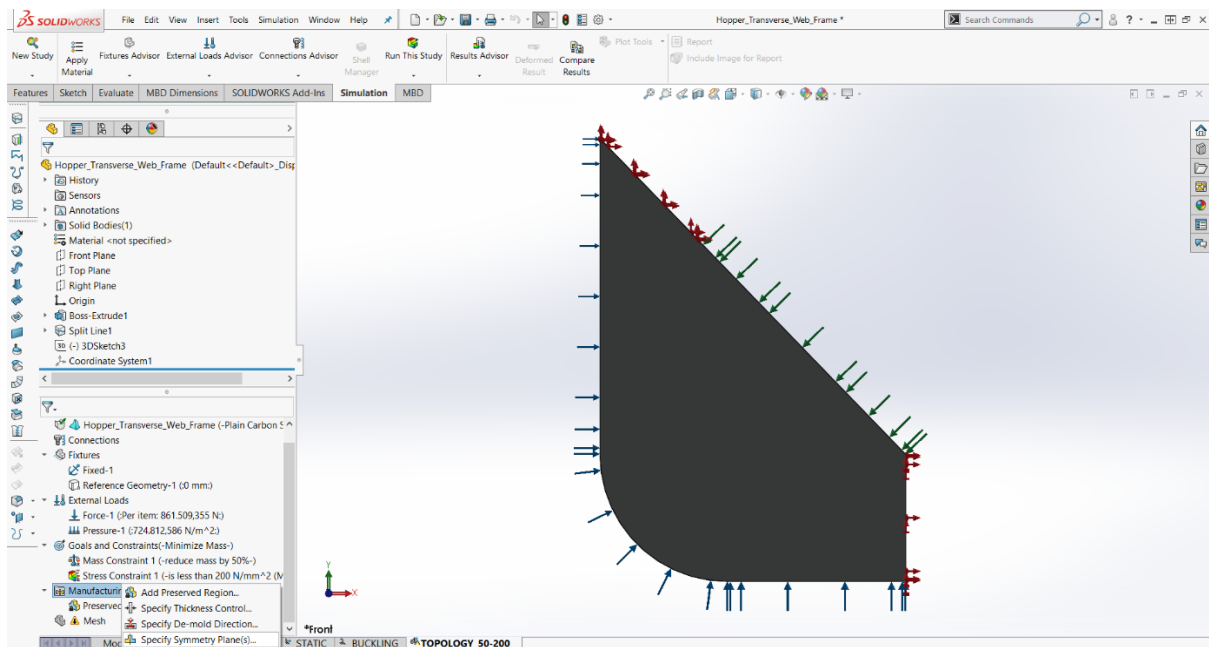


Εικόνα B.4.12: Εισαγωγή των επιφανειών του συνόρου της κατασκευής.


Σύμφωνα με τους κατασκευαστικούς περιορισμούς στην υπο-υποενότητα 9.4.2.1, εμείς επιθυμούμε αφενός να διατηρήσουμε το υλικό στην περιοχή των ανοιγμάτων, απ' όπου περνούν τα διαμήκη ενισχυτικά και αφετέρου να μην αφαιρεθεί υλικό από την επιφάνεια του συνόρου. Επιπλέον, στο ίδιο κεφάλαιο υπολογίσαμε ότι το βάθος αυτής της περιοχής είναι ίσο με 340 mm. Επομένως, για να δηλώσουμε στο πρόγραμμα αυτόν τον περιορισμό, επιλέγουμε το Preserved Region Depth και στο κενό εισάγουμε την προαναφερθείσα τιμή.

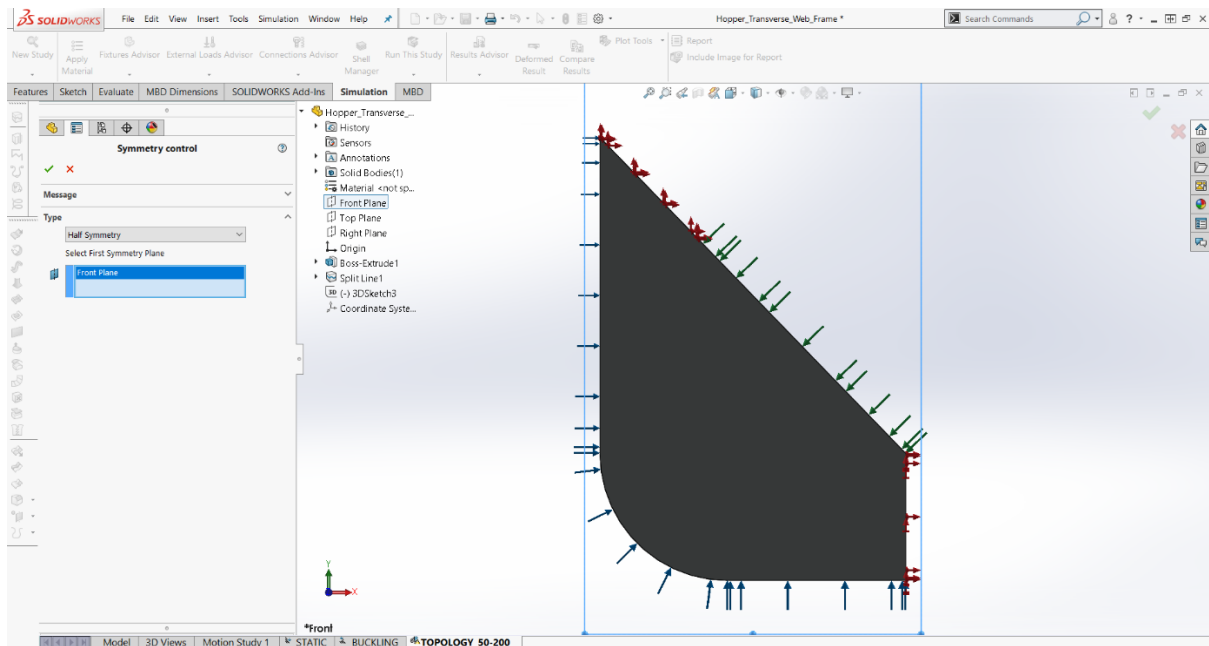


Εικόνα B.4.13: Εισαγωγή της τιμής του βάθους της διατηρητέας περιοχής.





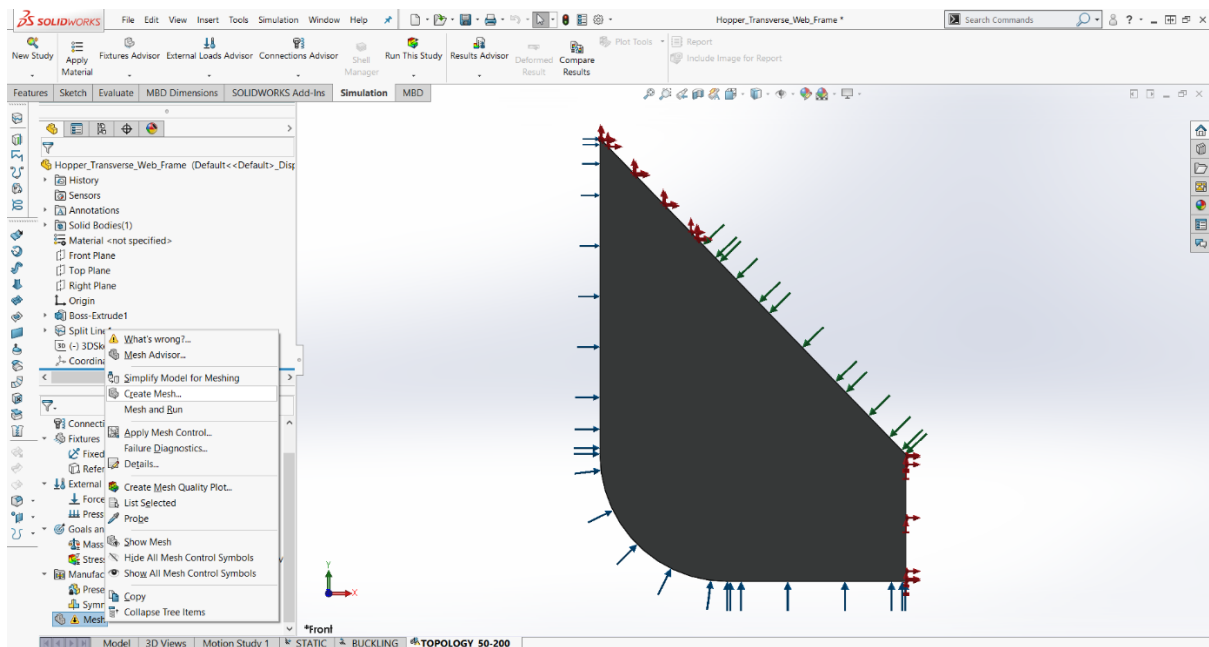
Εικόνα B.4.14: Ενεργοποίηση της εντολής εισαγωγής του επιπέδου συμμετρίας.

Έχοντας ολοκληρώσει με την πρώτη κατασκευαστική συνθήκη, προχωράμε στη δημιουργία της δεύτερης. Ο σκοπός της είναι να μας εξασφαλίσει αποτελέσματα με συμμετρία ανάμεσα στην εμπρόσθια και στην οπίσθια όψη του μοντέλου. Στο πλαίσιο με το σχήμα , εισάγουμε ως επίπεδο συμμετρίας το Front Plane που βλέπουμε στην Εικόνα Β.4.15.




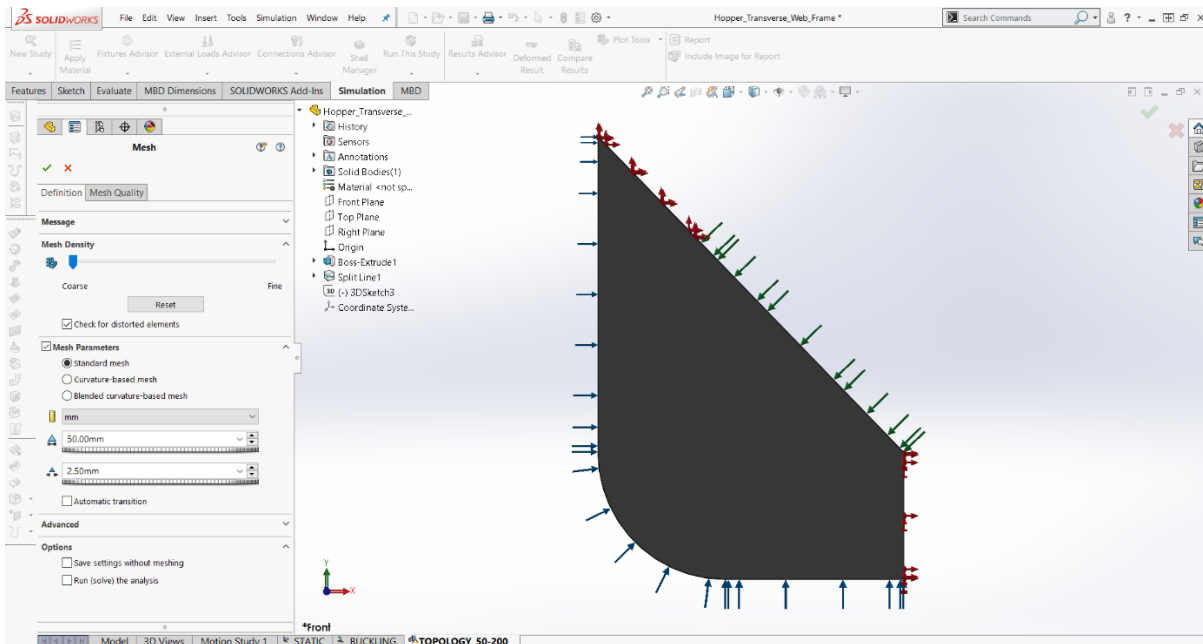
Εικόνα Β.4.15: Εισαγωγή της επιφανείας συμμετρίας.

Για να κατασκευάσουμε το πλέγμα, κάνουμε δεξί κλικ επί της εντολής Mesh  και επιλέγουμε το εργαλείο Create Mesh  (Εικόνα Β.4.16).

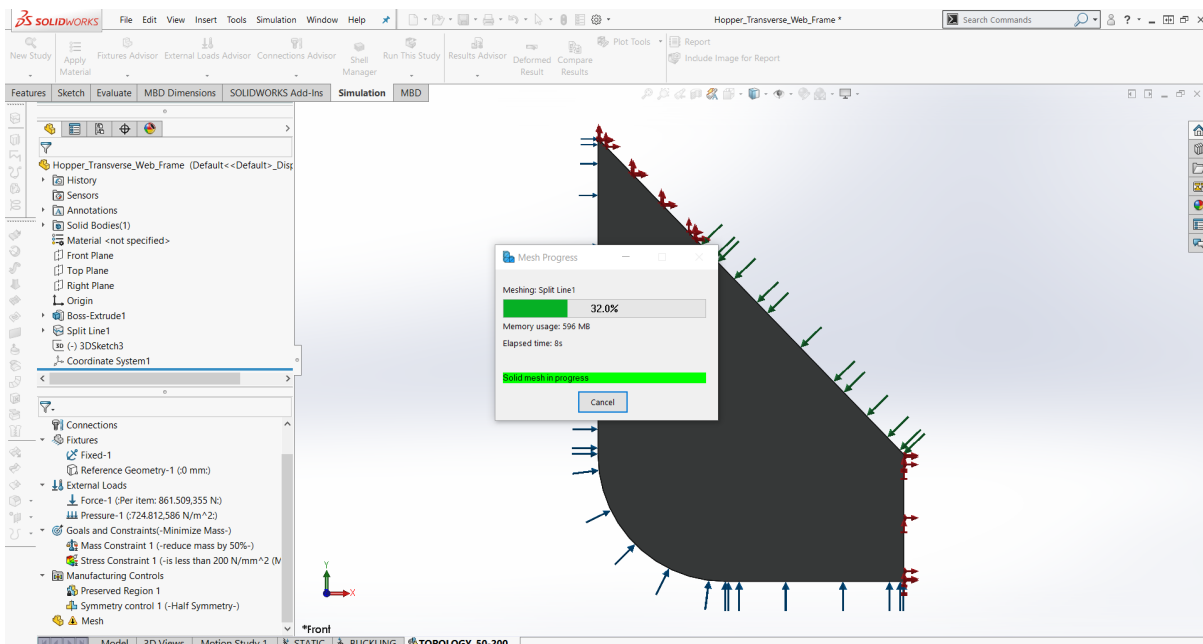


Εικόνα Β.4.16: Επιλογή του εργαλείου δημιουργίας του πλέγματος.

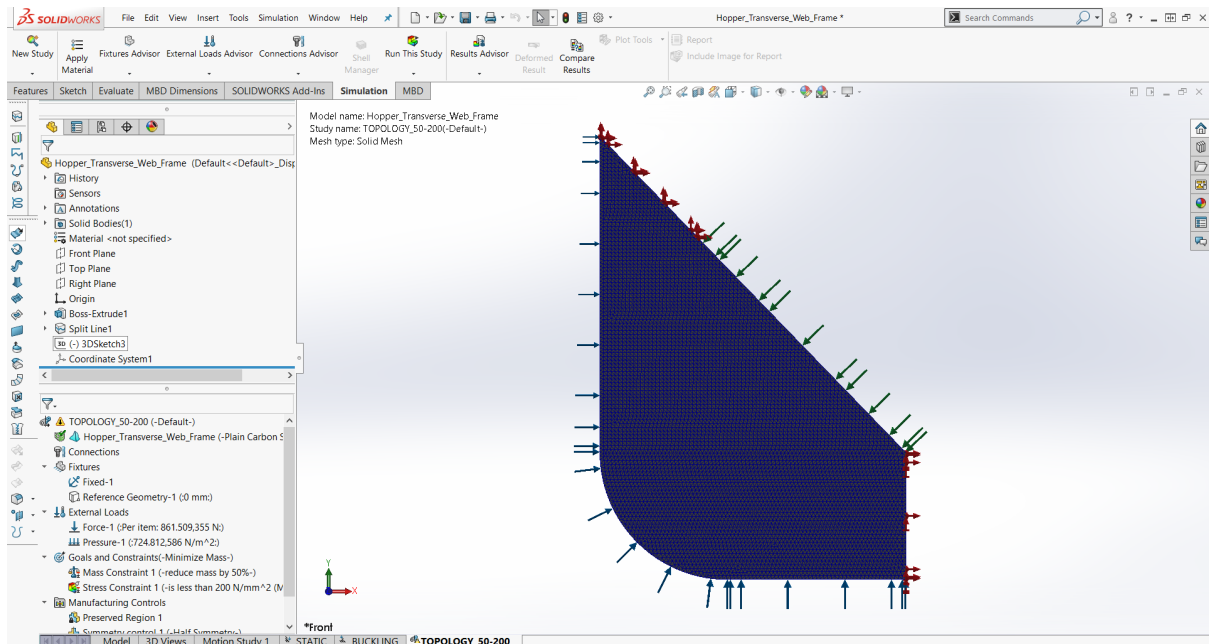
Στην Εικόνα B.4.17 παρατηρούμε τον τρόπο, με τον οποίο ορίζουμε τις παραμέτρους του πλέγματος μέσω της στήλης αριστερά του μοντέλου. Κατόπιν, θέτουμε το μέγεθος του στα 50 mm. Για να εκκινήσουμε τη διαδικασία της κατασκευής του, πατάμε .



Εικόνα B.4.17: Ορισμός των παραμέτρων του πλέγματος.

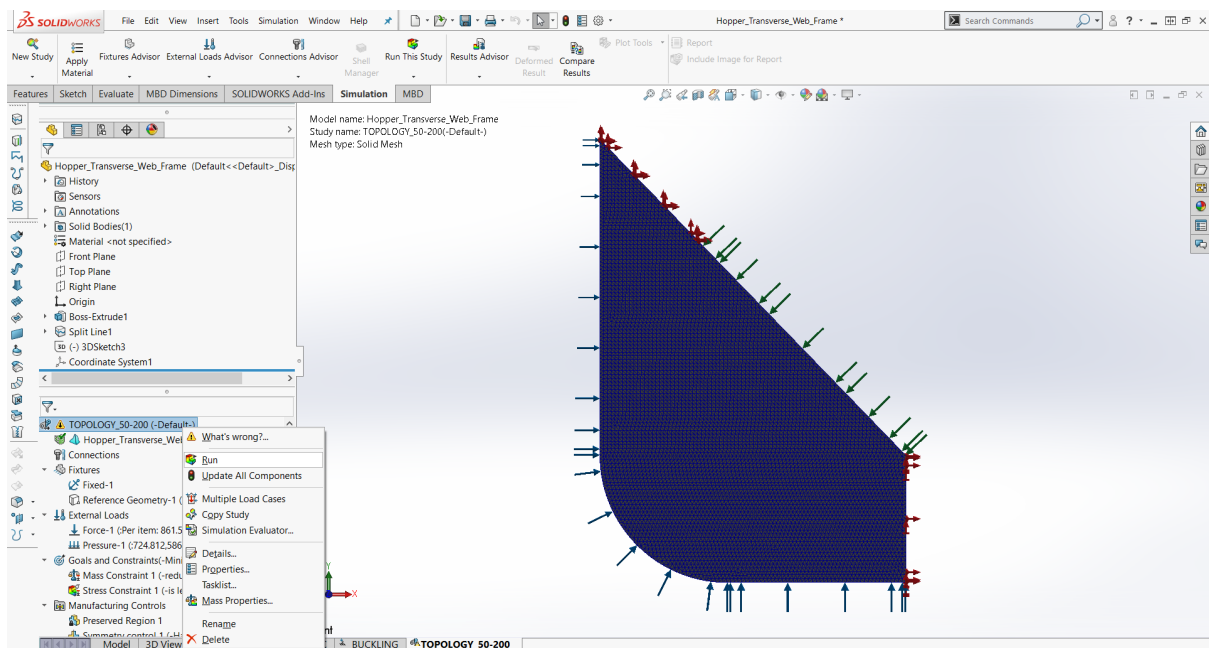


Εικόνα B.4.18: Κατασκευή του πλέγματος.

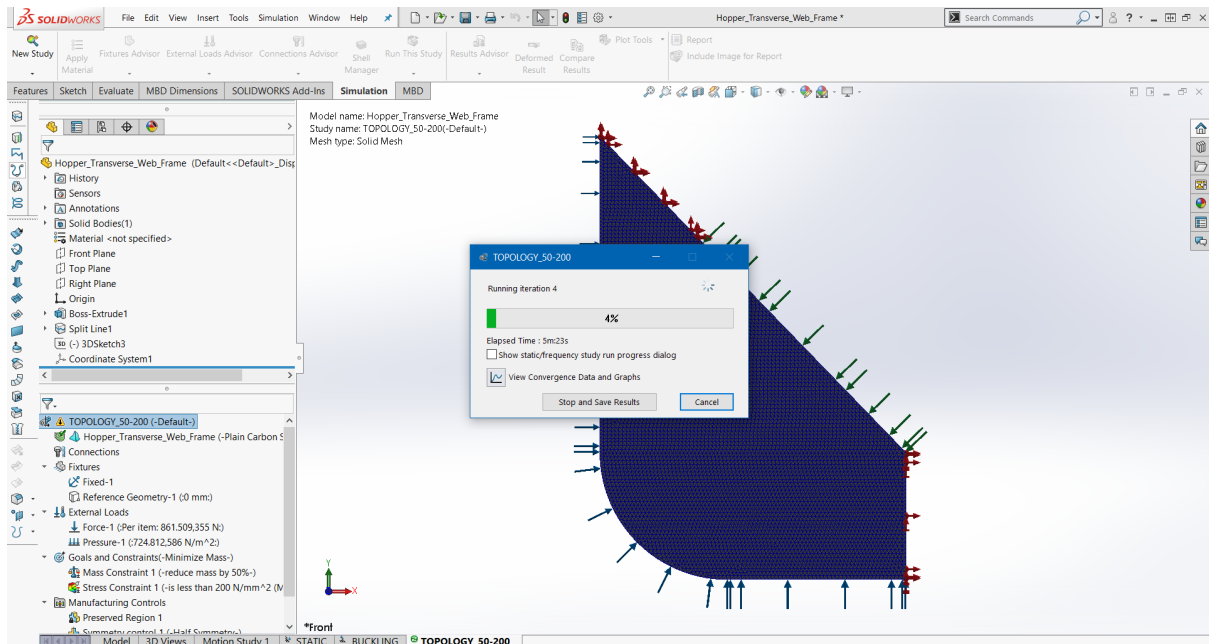


Εικόνα Β.4.19: Πλέγμα, στηρίξεις και φορτία.


Τέλος, κλείνουμε με την επιλογή της εντολής Run  κάνοντας δεξί κλικ επί του συμβόλου  για την εκτέλεση του τελικού τρεξίματος.

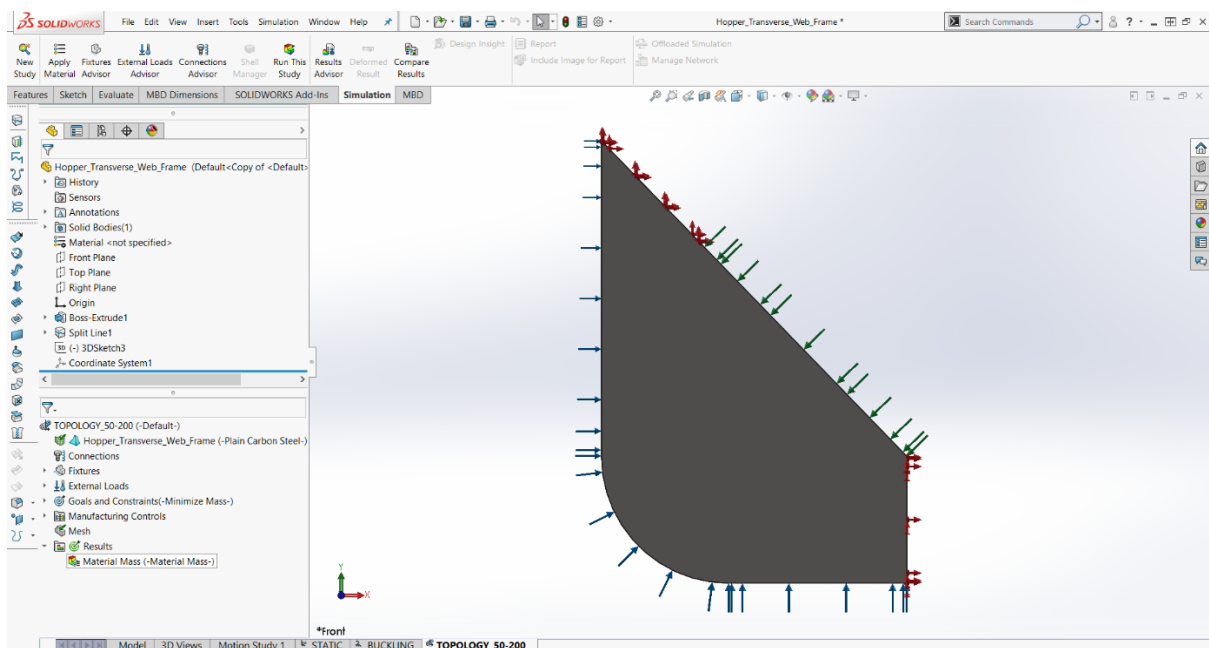


Εικόνα Β.4.20: Επιλογή της εντολής για την εκτέλεση του τελικού τρεξίματος.




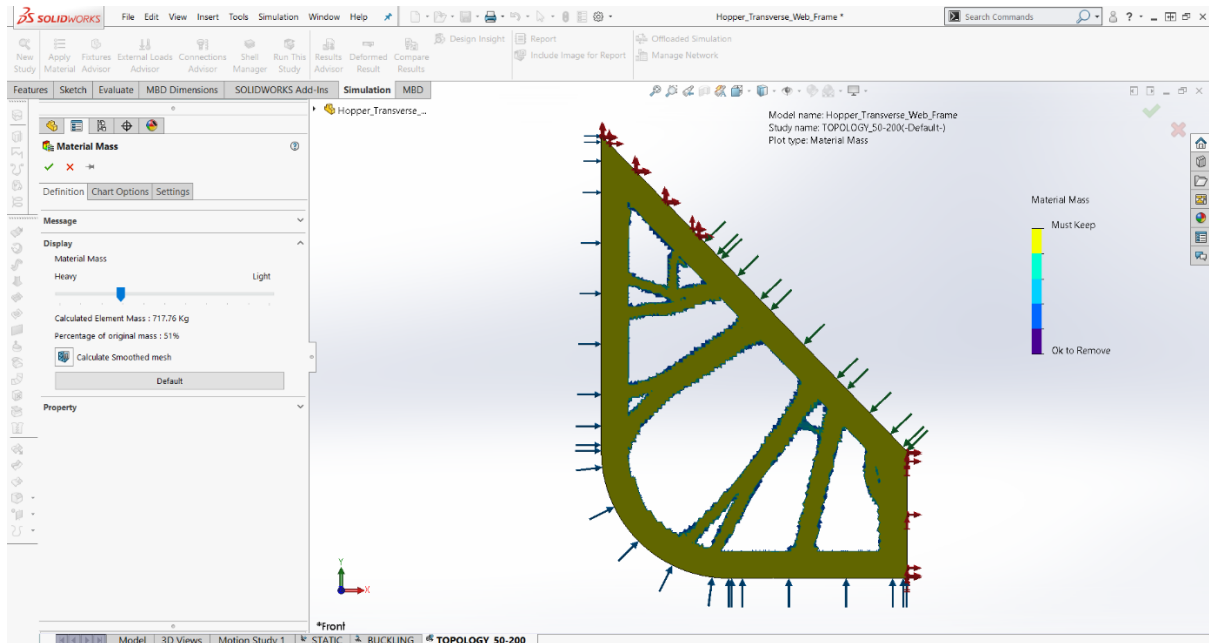
Εικόνα Β.4.21: Κατάσταση τρεξίματος.

Για να εμφανίσουμε τα αποτελέσματα των υπολογισμών, πρέπει να επιλέξουμε με διπλό κλικ το εικονίδιο Material Mass , όπως παρατηρούμε στην Εικόνα Β.4.22.

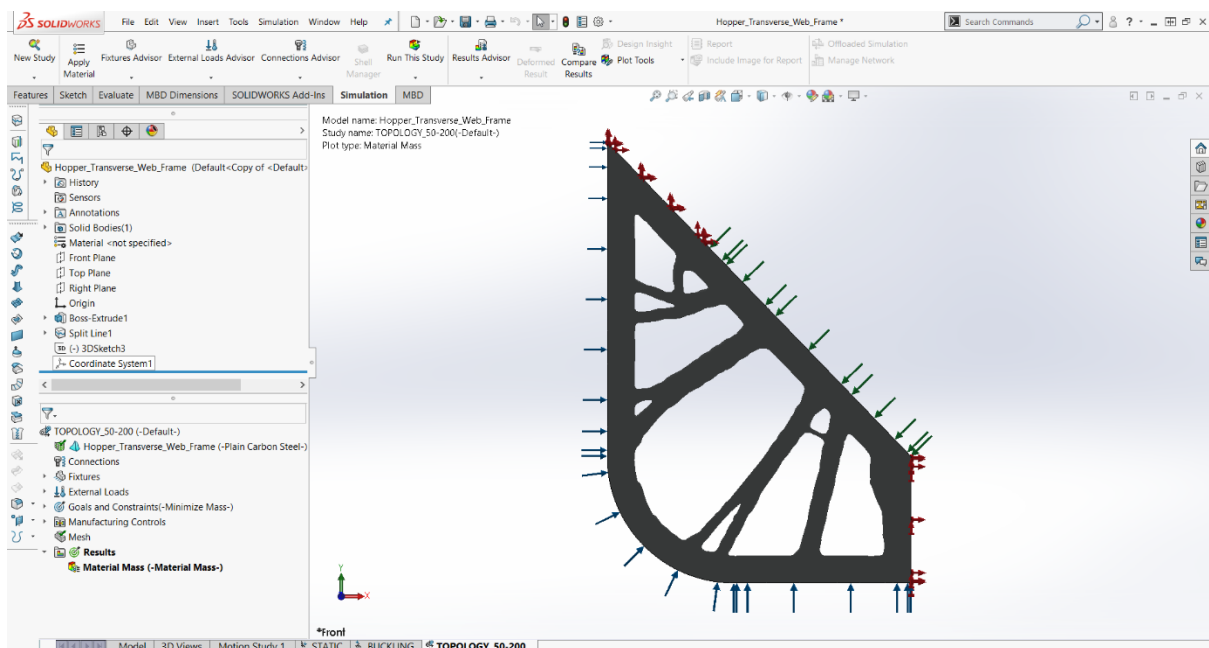


Εικόνα Β.4.22: Ενεργοποίηση αποτελεσμάτων.

Αν ξανακάνουμε διπλό κλικ στο ίδιο εικονίδιο, τότε ανοίγει το μενού που φαίνεται στην Εικόνα Β.4.23 και με την εντολή Calculate Smoothed mesh , το λογισμικό βασισμένο στο σχήμα βέλτιστης κατανομής υλικού, που βλέπουμε στην ίδια εικόνα, παράγει ένα τριών διαστάσεων εξομαλυμένο πλέγμα, το οποίο αναπαριστά το στερεό αντικείμενο που μπορούμε να δούμε στην Εικόνα Β.4.24.



Εικόνα Β.4.23: Σχήμα βέλτιστης κατανομής υλικού.





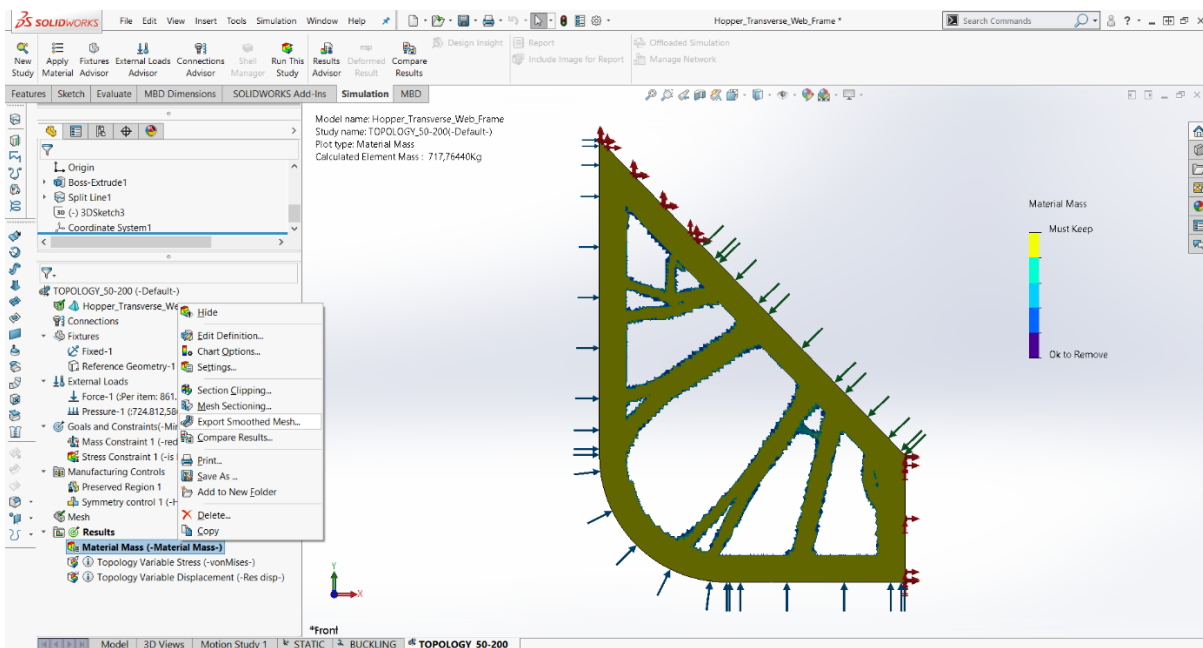
Εικόνα Β.4.24: Εξομαλυμένο πλέγμα.

B.5 Σχεδιασμός του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος

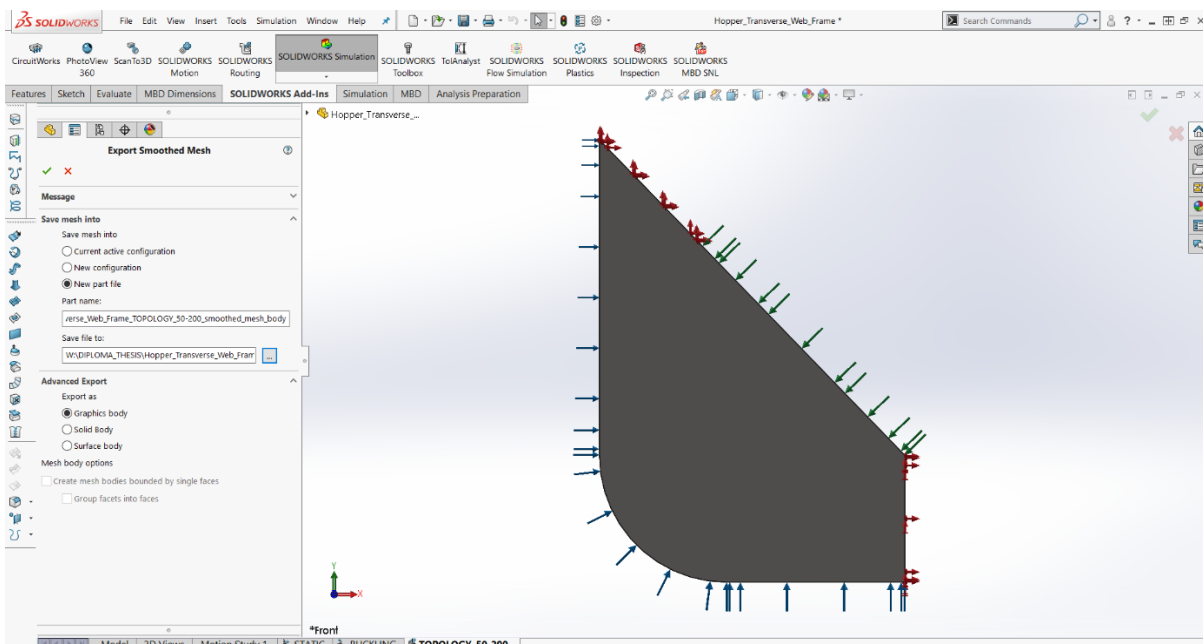
Σε αυτήν την ενότητα παρουσιάζεται αναλυτικά η διαδικασία σχεδιασμού του βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Όπως αναφέρεται στην ενότητα 9.5, για τη δημιουργία της γεωμετρίας του νέου σχεδίου, βασιζόμαστε στο σχήμα του εξομαλυμένου πλέγματος που παρήγαγε η μελέτη της τοπολογίας. Για να μπορέσουμε να ορίσουμε το τελευταίο ως οδηγό στοιχείο, θα πρέπει να το εξάγουμε σε κατάλληλη μορφή προς επεξεργασία.

Αρχικά, με δεξί κλικ επί της επιλογής Material Mass  και ύστερα, με την ενεργοποίηση του εικονιδίου Export Smoothed Mesh , ανοίγουμε το περιβάλλον εξαγωγής εξομαλυμένου πλέγματος, το οποίο παρατηρούμε στην Εικόνα B.5.2.



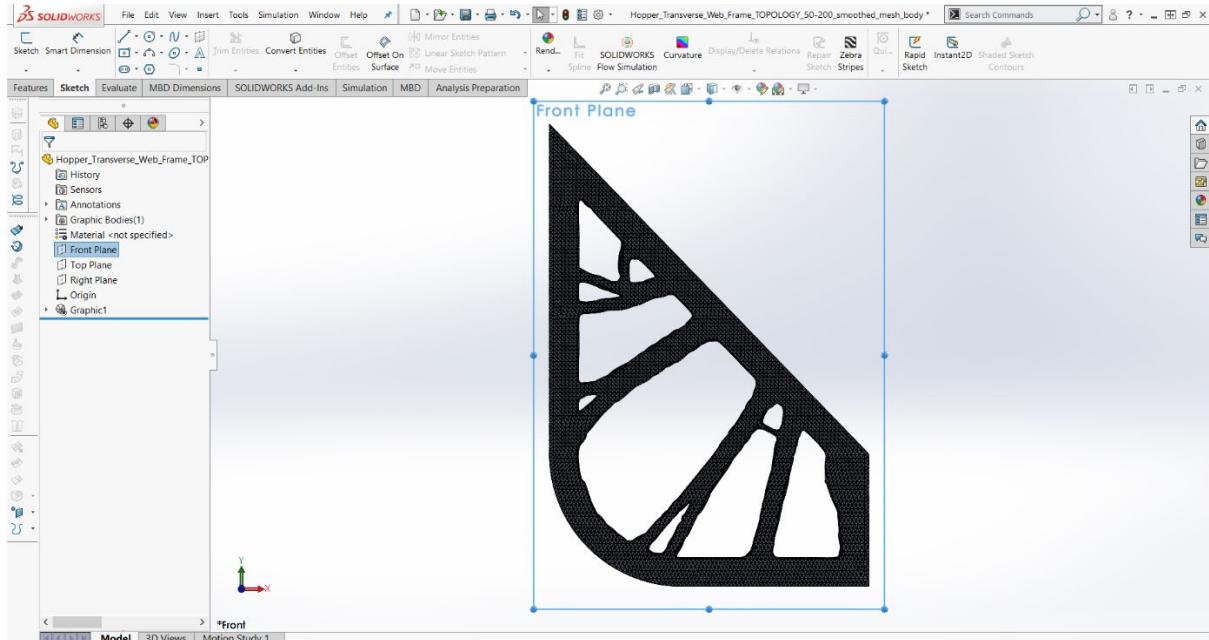
Εικόνα B.5.1: Ενεργοποίηση εικονιδίου εξαγωγής εξομαλυμένου πλέγματος.



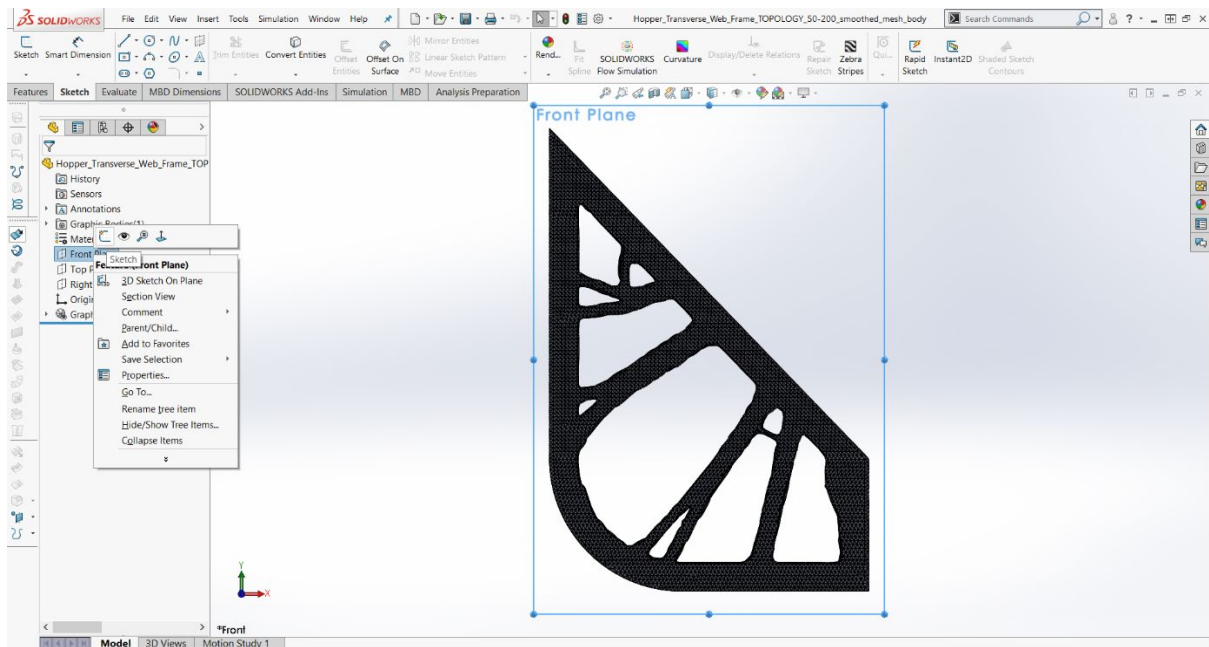
Εικόνα B.5.2: Περιβάλλον εξαγωγής εξομαλυμένου πλέγματος.

Στη συνέχεια, επιλέγουμε **New part file**, ονομάζουμε το αρχείο, του ορίζουμε την τοποθεσία αποθήκευσης και ακολούθως θέτουμε τη μορφή, στην οποία επιθυμούμε να το εξάγουμε. Σύμφωνα με αυτά που υπόθηκαν στην ενότητα 9.5, ενεργοποιούμε το **Graphics body**.


Στο νέο αρχείο που δημιουργήθηκε, επιλέγουμε ως επίπεδο σχεδίασης το **Front Plane** (Εικόνα Β.5.3) και ύστερα ενεργοποιούμε το εργαλείο **Sketch** που φαίνεται στην Εικόνα Β.5.4.

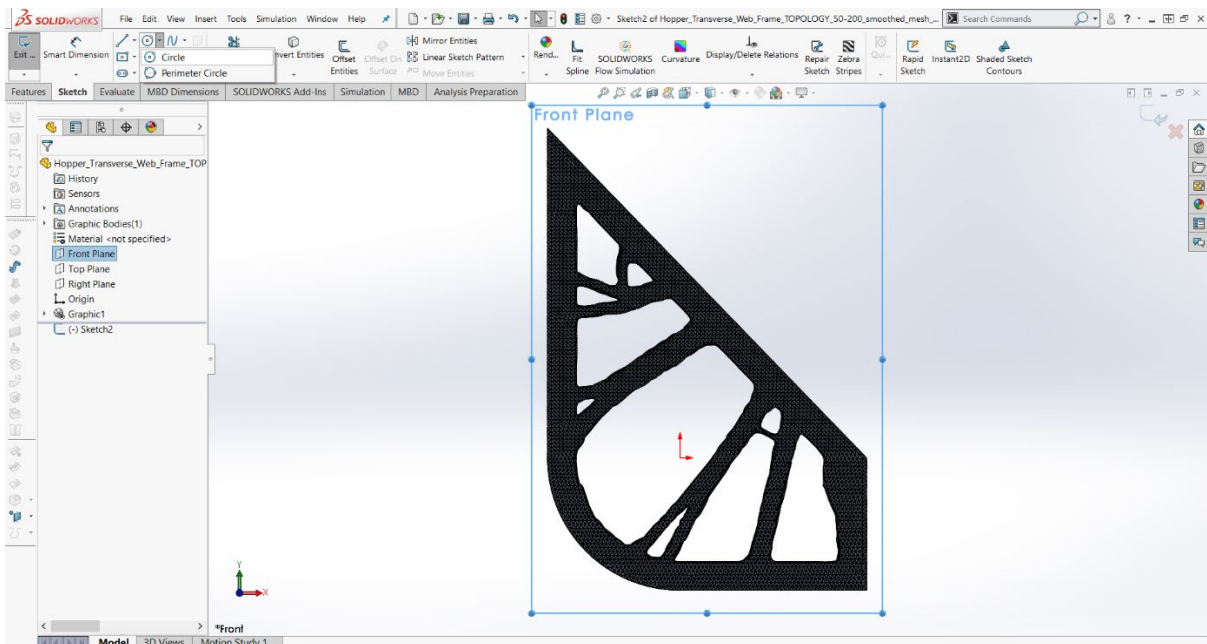


Εικόνα Β.5.3: Επιλογή του επιπέδου σχεδίασης.

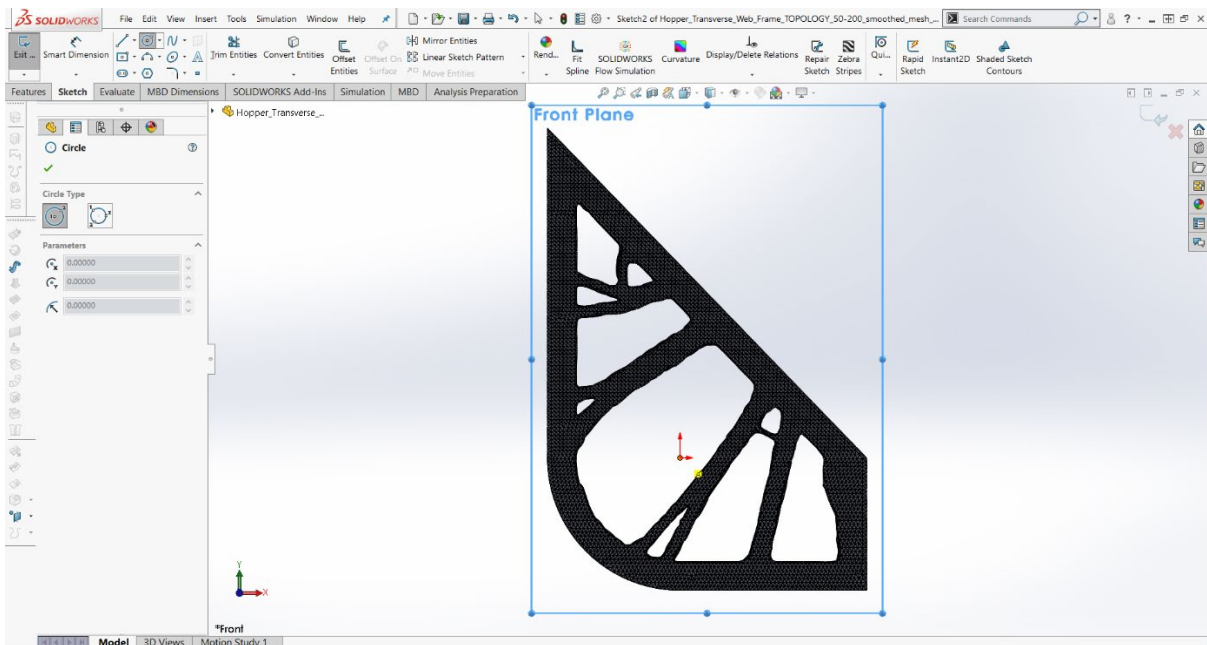


Εικόνα Β.5.4: Ενεργοποίηση της εντολής σχεδίασης.

Από αυτό το σημείο και έπειτα, ξεκινάμε τις ενέργειες σχεδίασης. Αρχικά, με την επιλογή του εικονιδίου Circle  (Εικόνα B.5.5), δημιουργούμε τον κύκλο που παρατηρούμε στην Εικόνα B.5.7 και στη συνέχεια, επιλέγουμε το κέντρο του να είναι στην αρχή των αξόνων (origin point) (Εικόνα B.5.6).

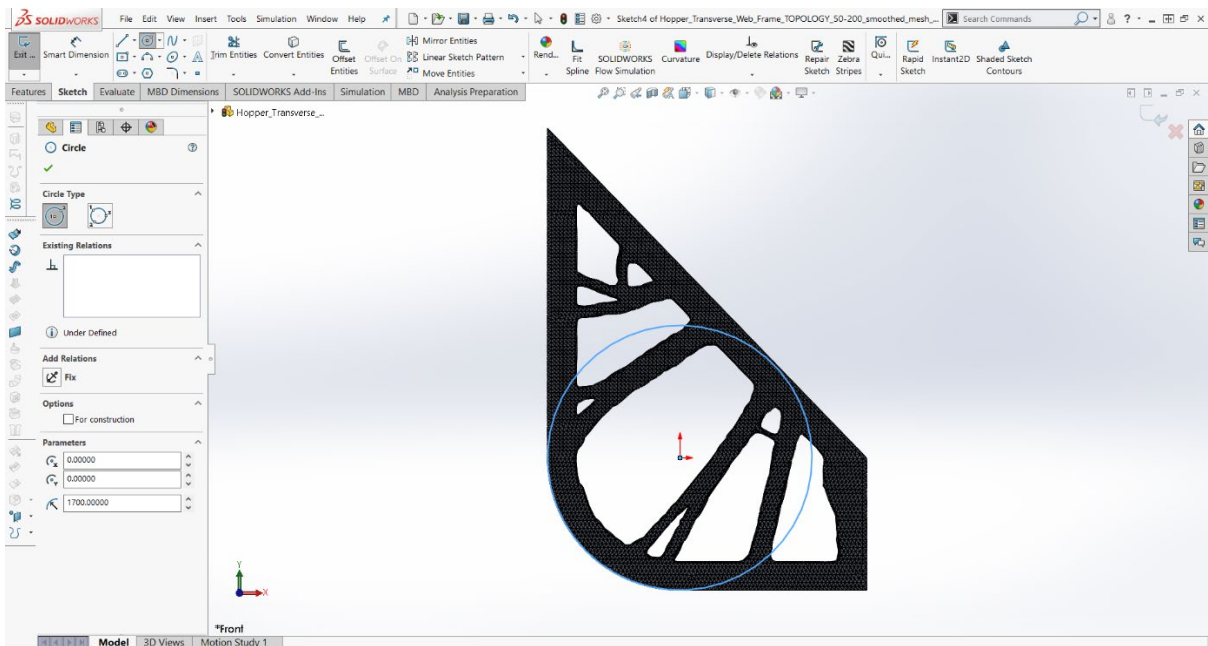


Εικόνα B.5.5: Επιλογή του εικονιδίου σχεδίασης κύκλου.

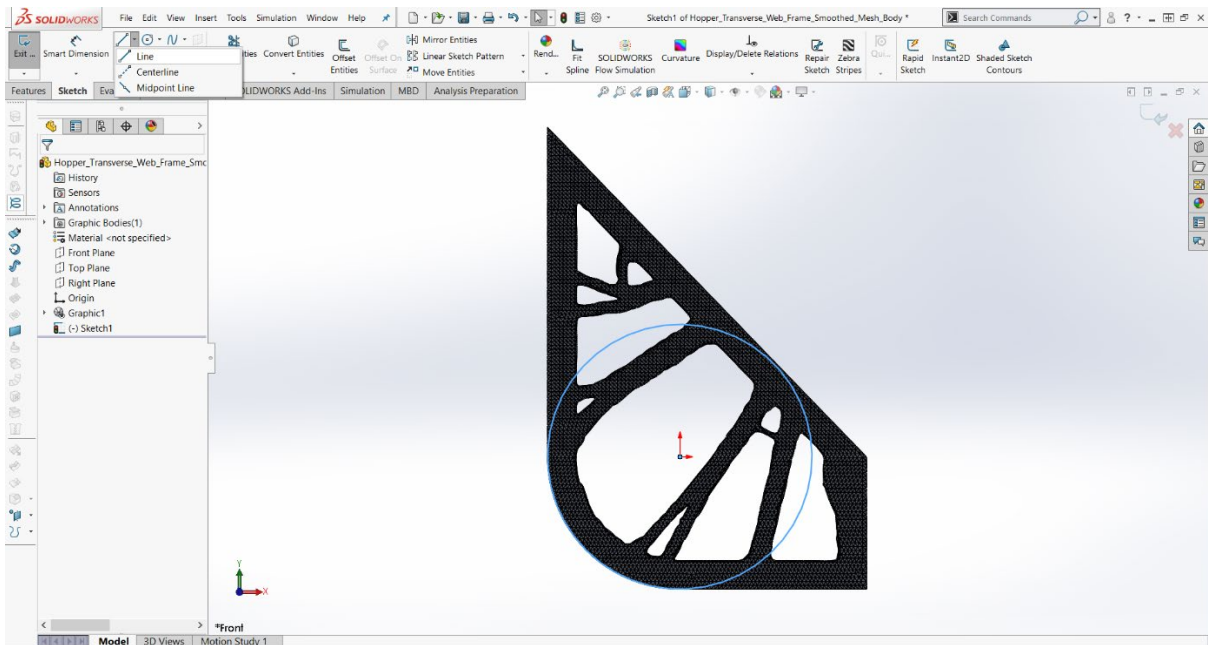


Εικόνα B.5.6: Τοποθέτηση του κέντρου του κύκλου στην αρχή των αξόνων.



Στην Εικόνα Β.5.7 φαίνεται ο ορισμός της τιμής της ακτίνας του κύκλου.

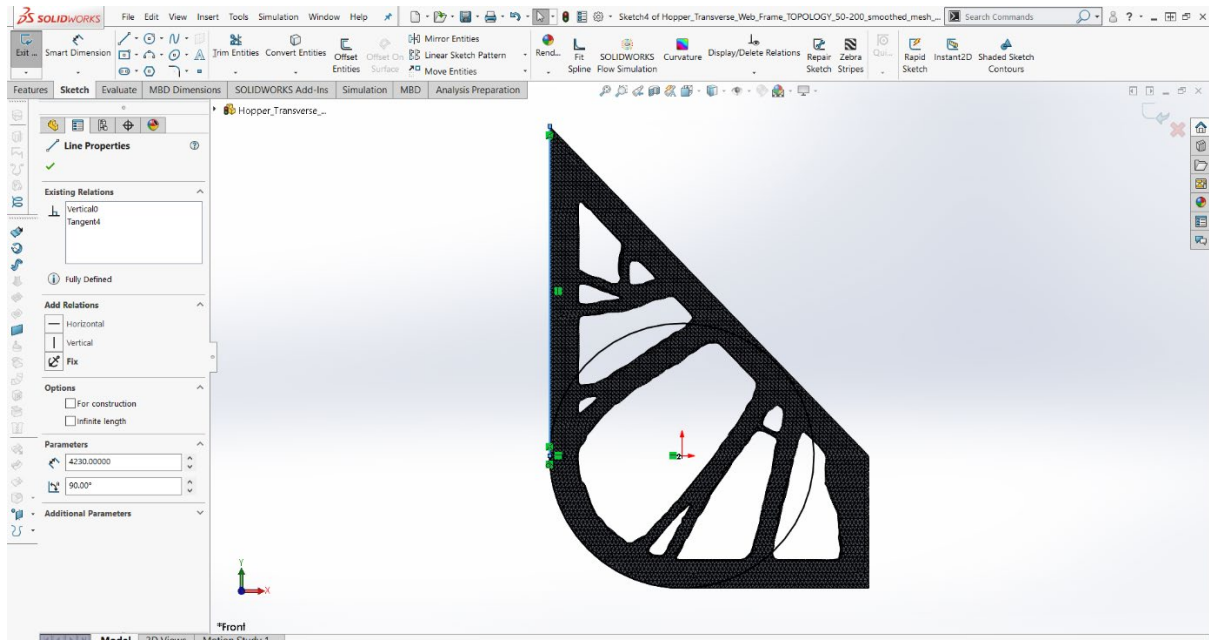


Εικόνα Β.5.7: Δημιουργία του κύκλου και ορισμός της τιμής της ακτίνας του.



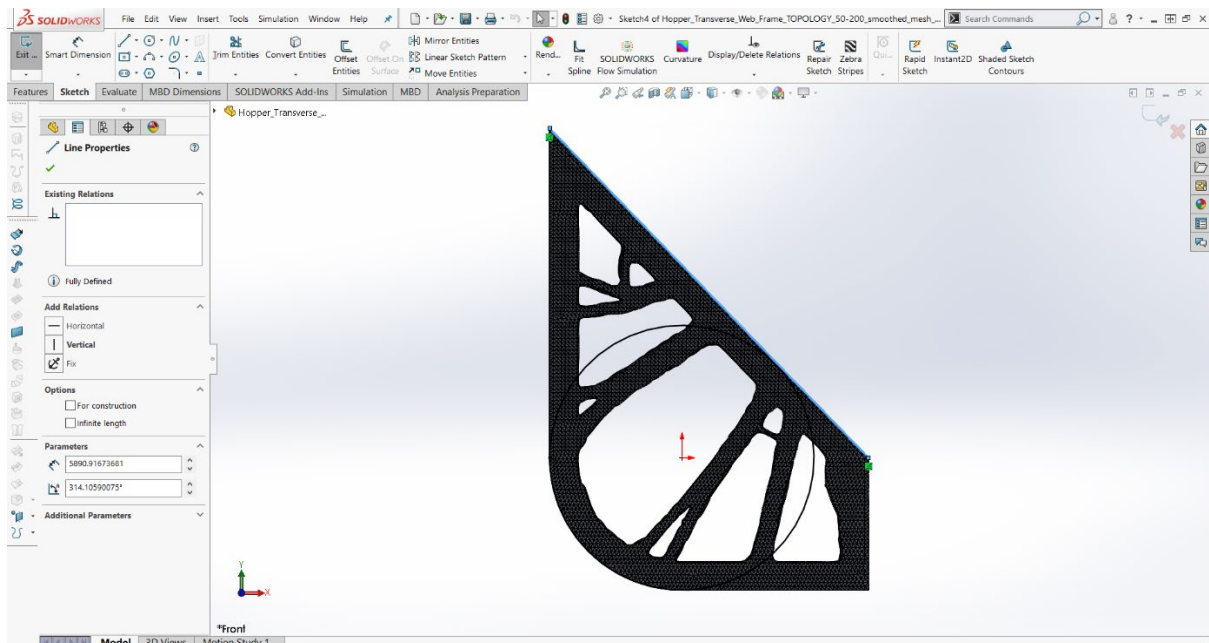
Εικόνα Β.5.8: Ενεργοποίηση της εντολής σχεδίασης γραμμής.

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να φέρουμε την κατακόρυφη πλευρά (vertical side) του ελάσματος, όπως βλέπουμε στην Εικόνα B.5.9, αφού προηγουμένως έχουμε ενεργοποιήσει την εντολή Line  (Εικόνα B.5.8). Προσέχουμε τα άκρα της ευθείας γραμμής να ταυτίζονται με τα σημεία του εξωτερικού συνόρου της κατασκευής. Επίσης, θα πρέπει να διασφαλίσουμε ότι η γραμμή και ο κύκλος συνδέονται εφαπτομενικά. Στην Εικόνα B.5.9 προσέχουμε ότι η συγκεκριμένη συνθήκη υποδηλώνεται μέσω του σχήματος .

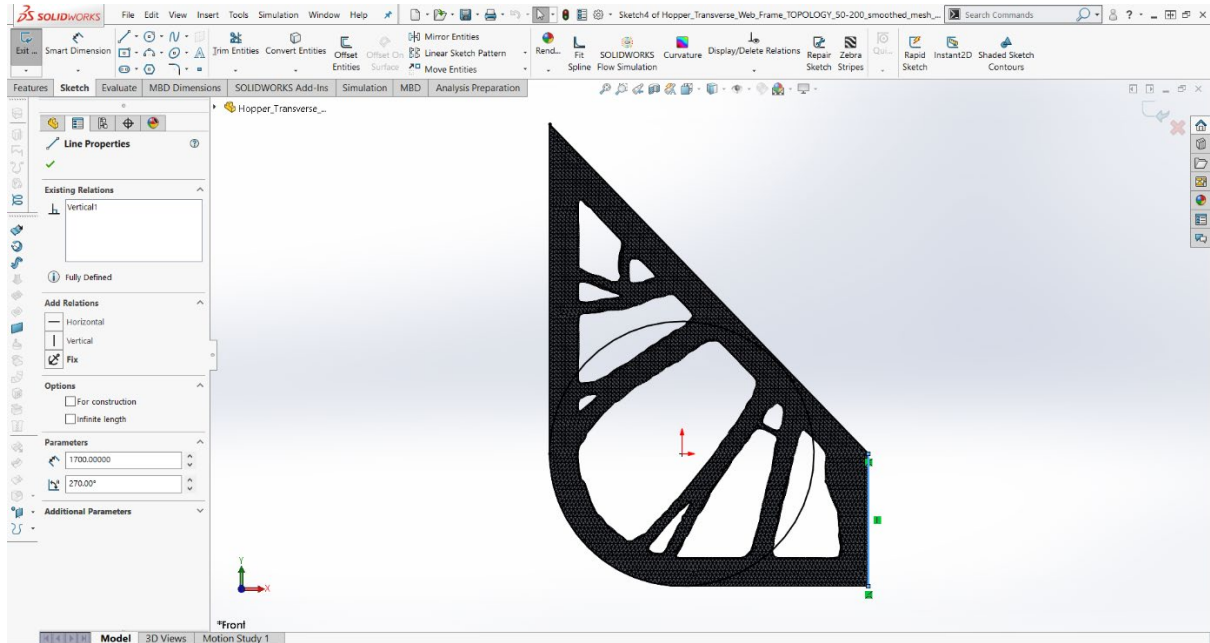


Εικόνα B.5.9: Σχεδίαση της κατακόρυφης πλευράς (vertical side) του ελάσματος.

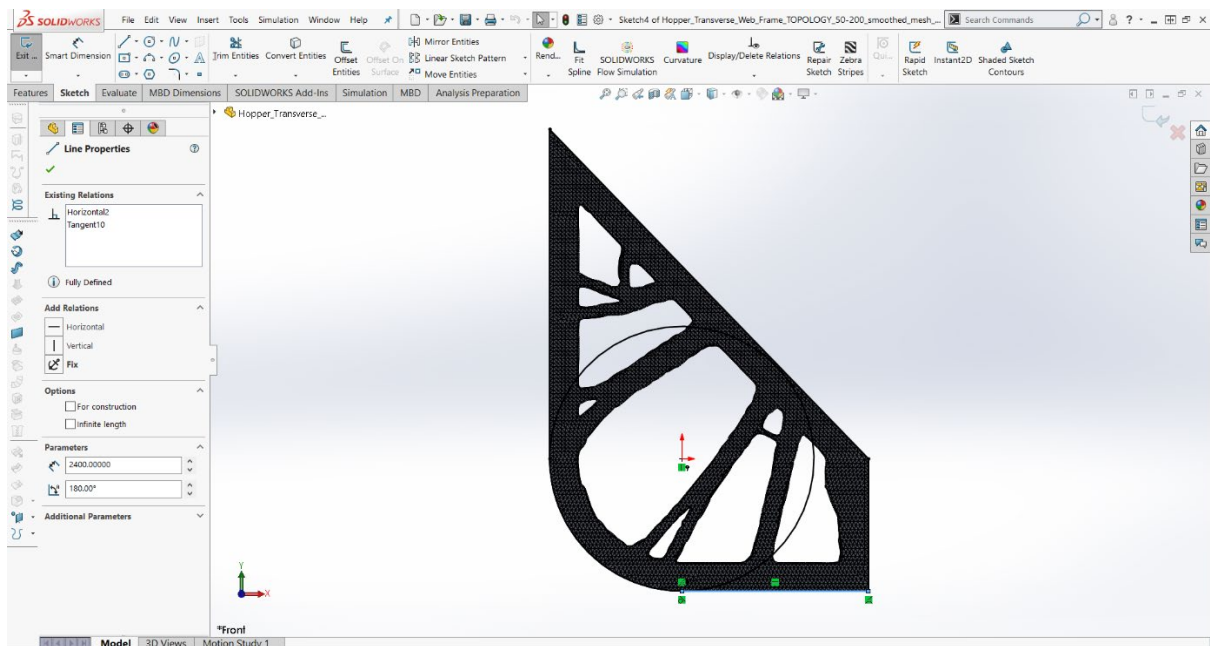
Στις ακόλουθες τρεις εικόνες, παρουσιάζεται η δημιουργία και των υπολοίπων πλευρών του HTWF.



Εικόνα B.5.10: Δημιουργία της κεκλιμένης πλευράς (sloping side).

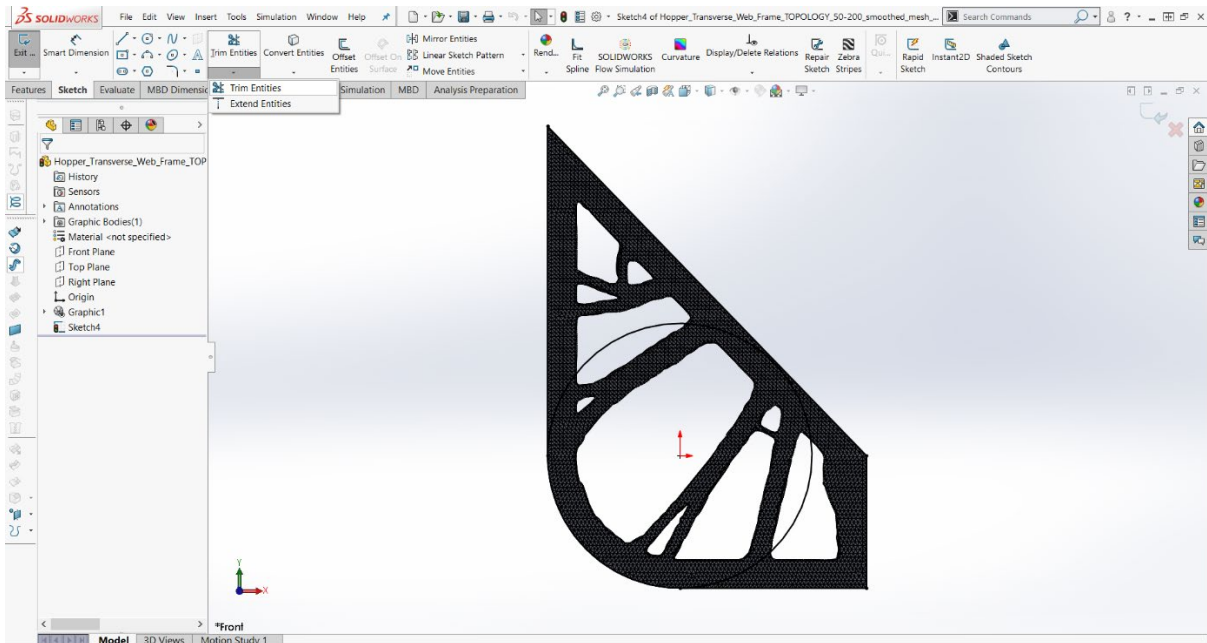


Εικόνα Β.5.11: Δημιουργία της εσωτερικής κατακόρυφης πλευράς (inner vertical side).

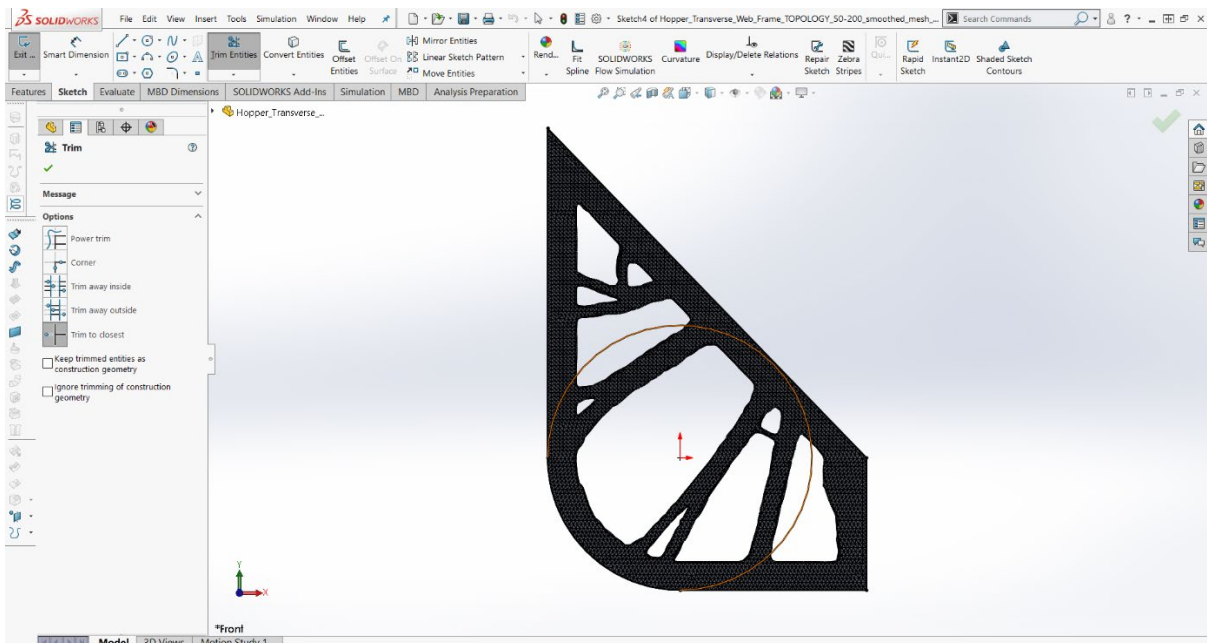


Εικόνα Β.5.12: Δημιουργία της πλευράς του πυθμένα (bottom side).

Ομοίως με την ενότητα Β.1, έτσι και εδώ διαγράφουμε το εσωτερικό τμήμα του κύκλου (Εικόνα Β.5.14) με το εργαλείο Trim Entities που παρατηρούμε στην Εικόνα Β.5.13.




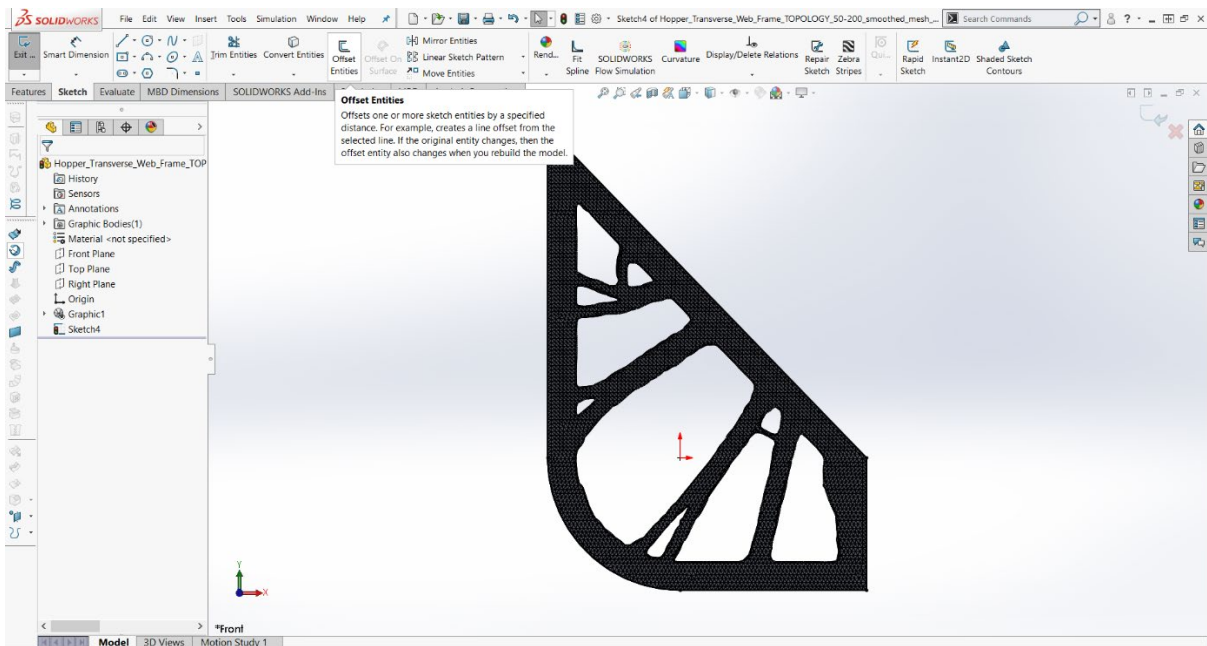
Εικόνα Β.5.13: Επιλογή του εργαλείου κοπής γραμμών.



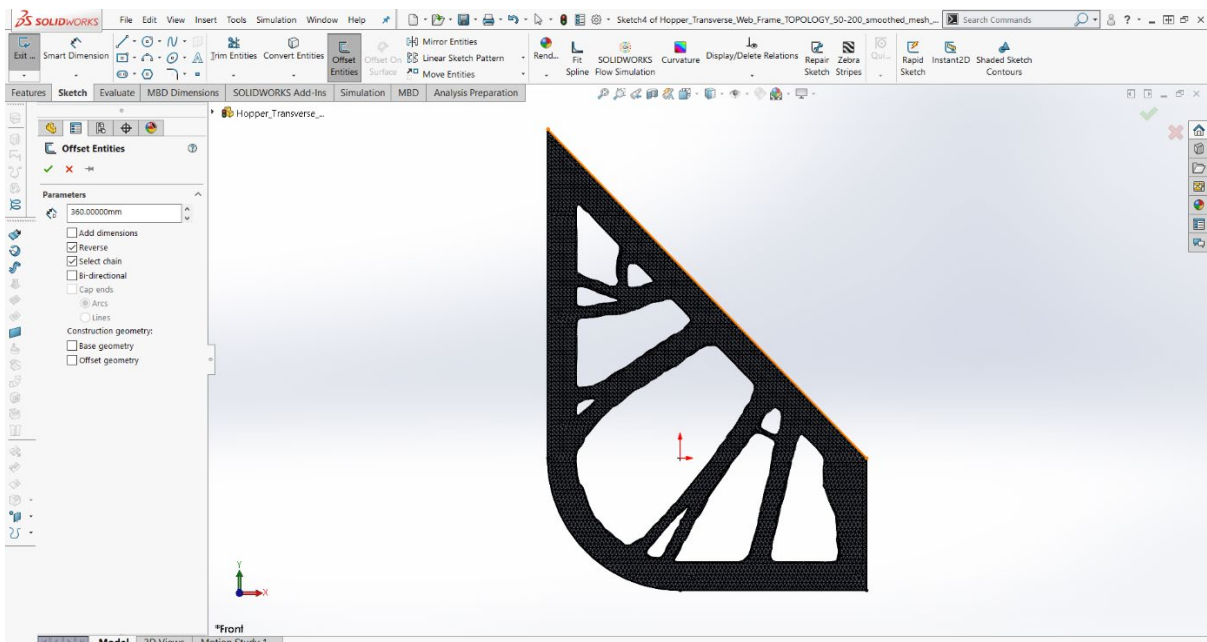
Εικόνα Β.5.14: Διαγραφή του εσωτερικού τμήματος του κύκλου.

Ολοκληρώνοντας τη σχεδίαση του συνόρου του ελάσματος, προχωράμε στο επόμενο βήμα, το οποίο είναι ο ορισμός ενός δευτερεύοντος, ομοίου του αρχικού, συνόρου. Με αυτήν την ενέργεια θέτουμε ορισμένες από τις πλευρές του περιγράμματος κάθε ανοίγματος.

Ξεκινώντας, πρώτα επιλέγουμε το εικονίδιο Offset Entities , όπως φαίνεται στην Εικόνα B.5.15 και κατόπιν, την κεκλιμένη πλευρά (sloping side). Στη στήλη των παραμέτρων που βλέπουμε στην Εικόνα B.5.16, εισάγουμε την τιμή της απόστασης μεταξύ του εξωτερικού και του εσωτερικού συνόρου, η οποία είναι ίση με 360 mm και ύστερα ενεργοποιούμε τις επιλογές Reverse και Select Chain. Στην τελευταία εικόνα, με χρώμα πορτοκαλί αναπαρίσταται η προαναφερθείσα πλευρά. Με την εντολή Reverse, το λογισμικό δημιουργεί το ζητούμενο σύνορο στο εσωτερικό του αντικειμένου και με την εντολή Select Chain, το πρόγραμμα επιλέγει και τις υπόλοιπες πλευρές του εξωτερικού περιγράμματος.

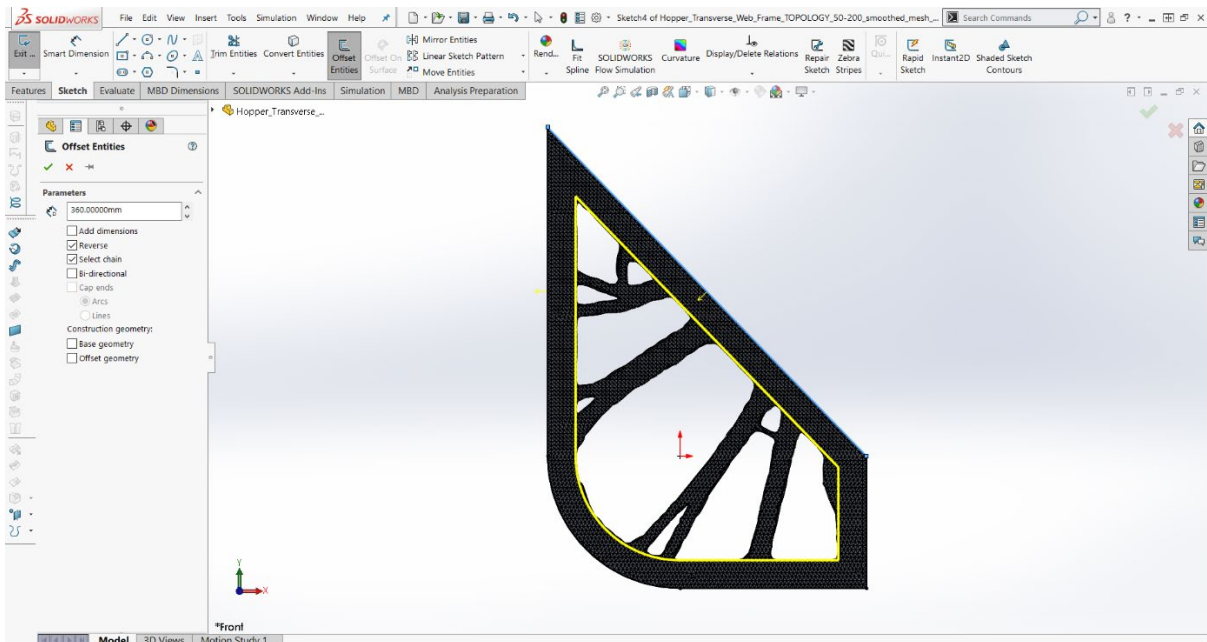


Εικόνα B.5.15: Επιλογή του εικονιδίου προβολής γραμμής.

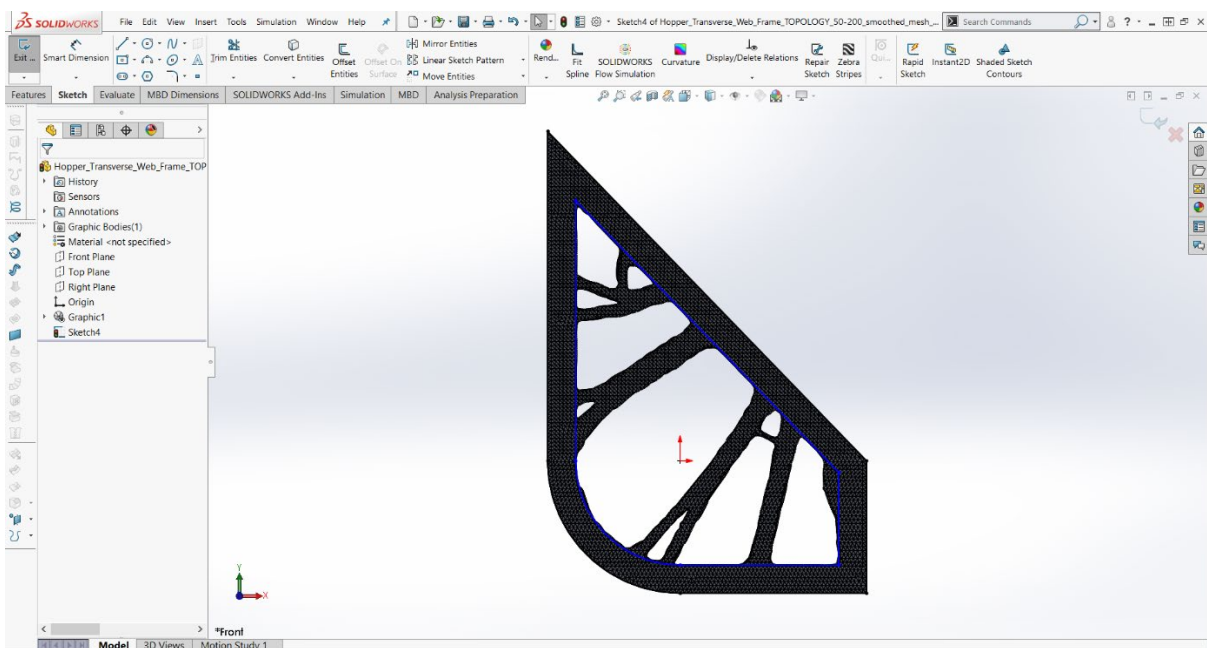


Εικόνα B.5.16: Επιλογή της κεκλιμένης πλευράς (sloping side).


Στην Εικόνα B.5.17 παρουσιάζεται η προεπισκόπηση του εσωτερικού συνόρου του ελάσματος και στην Εικόνα B.5.18 φαίνεται η τελική του μορφή.

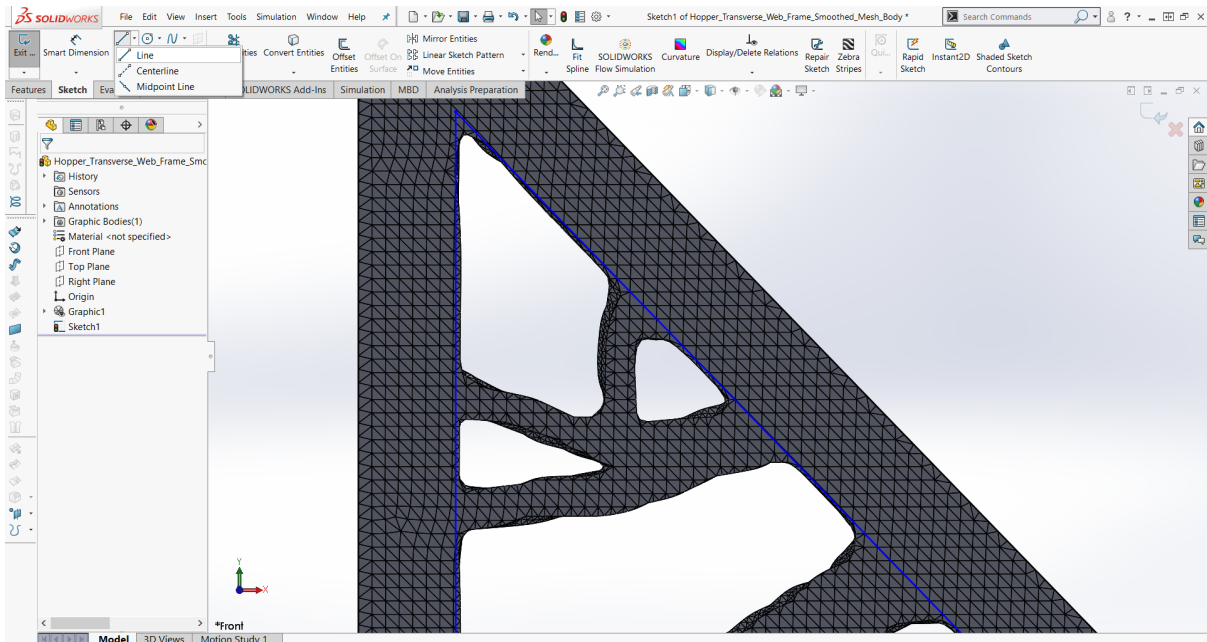


Εικόνα B.5.17: Προεπισκόπηση του εσωτερικού συνόρου.



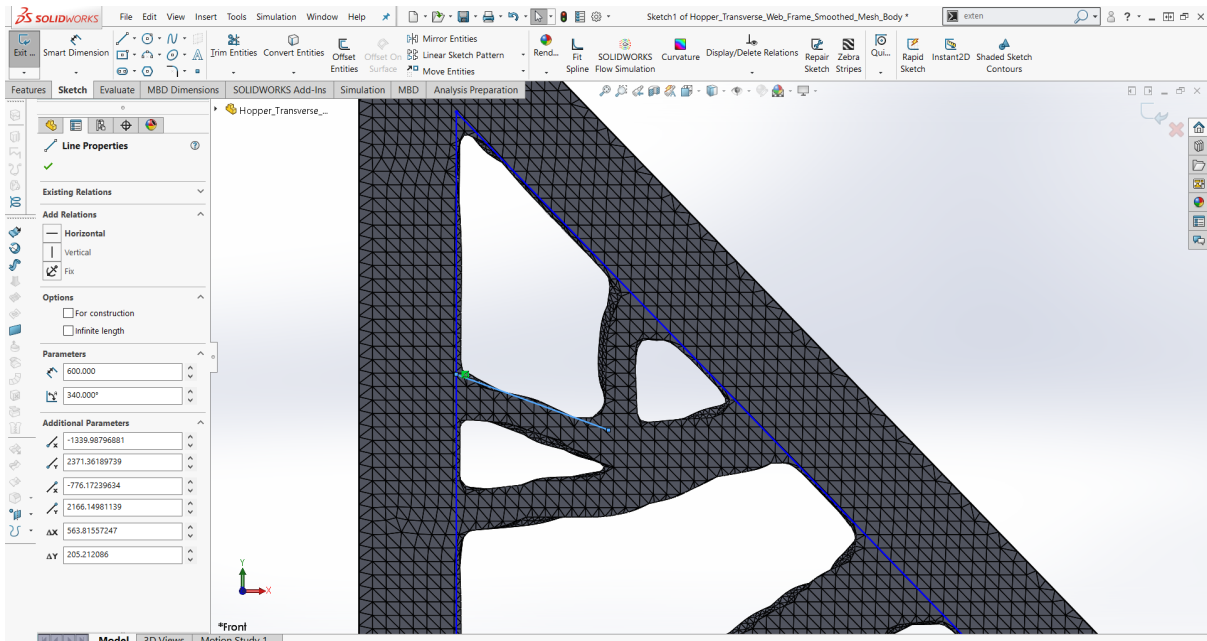
Εικόνα B.5.18: Τελική μορφή του εσωτερικού συνόρου.

Σύμφωνα με την Εικόνα B.5.19, για να σχεδιάσουμε το περίγραμμα κάθε οπής, χρησιμοποιούμε την εντολή Line .

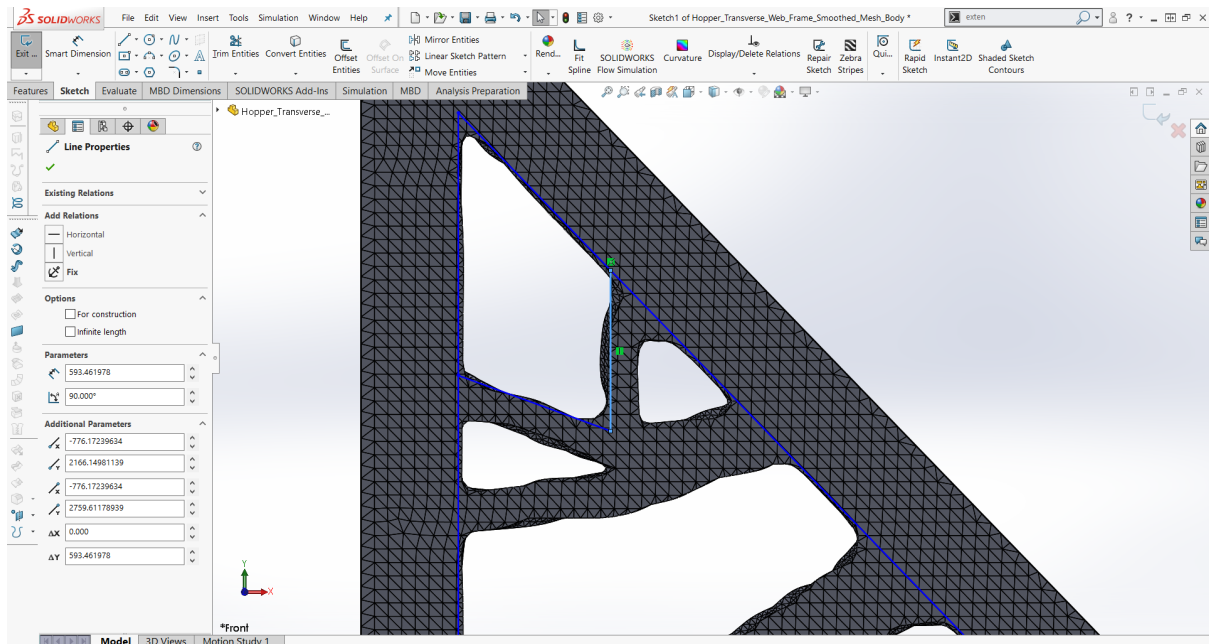


Εικόνα B.5.19: Ενεργοποίηση της εντολής σχεδίασης γραμμής.

Κάθε ευθεία που σχεδιάζουμε θα πρέπει να ταυτίζεται όσο το δυνατόν περισσότερο με τις πλευρές του συνόρου κάθε ανοίγματος. Στην Εικόνα B.5.20 και στην Εικόνα B.5.21 παρουσιάζεται η δημιουργία της δεύτερης και τρίτης πλευράς του πρώτου ανοίγματος.





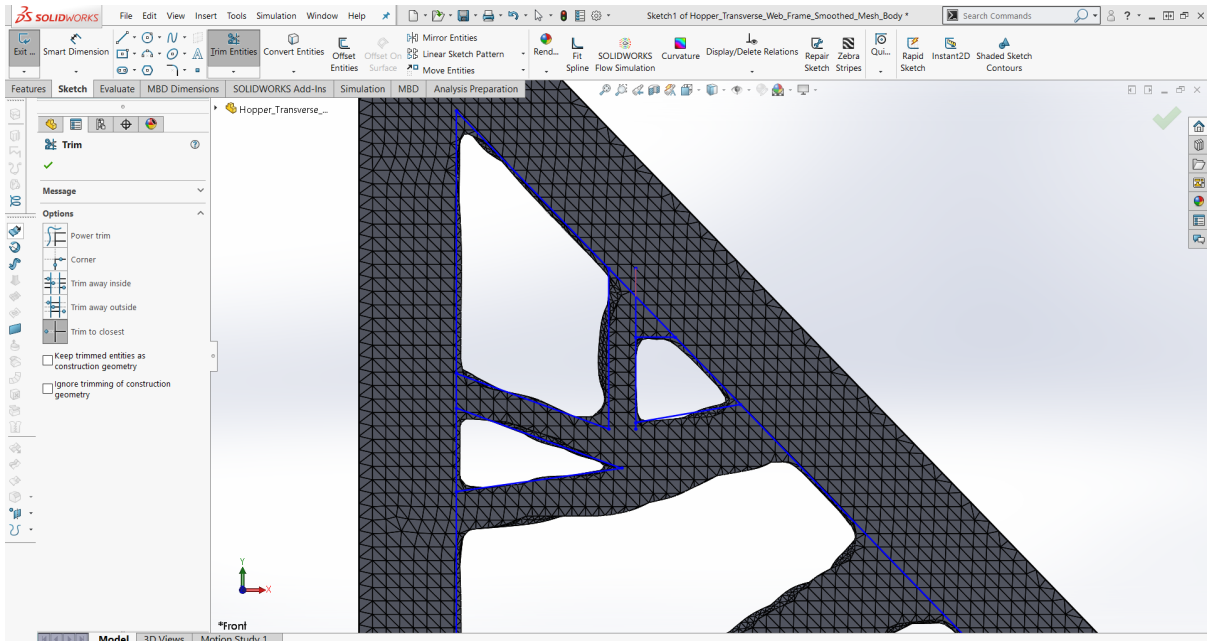
Εικόνα B.5.20: Σχεδίαση της δεύτερης πλευράς του πρώτου ανοίγματος.



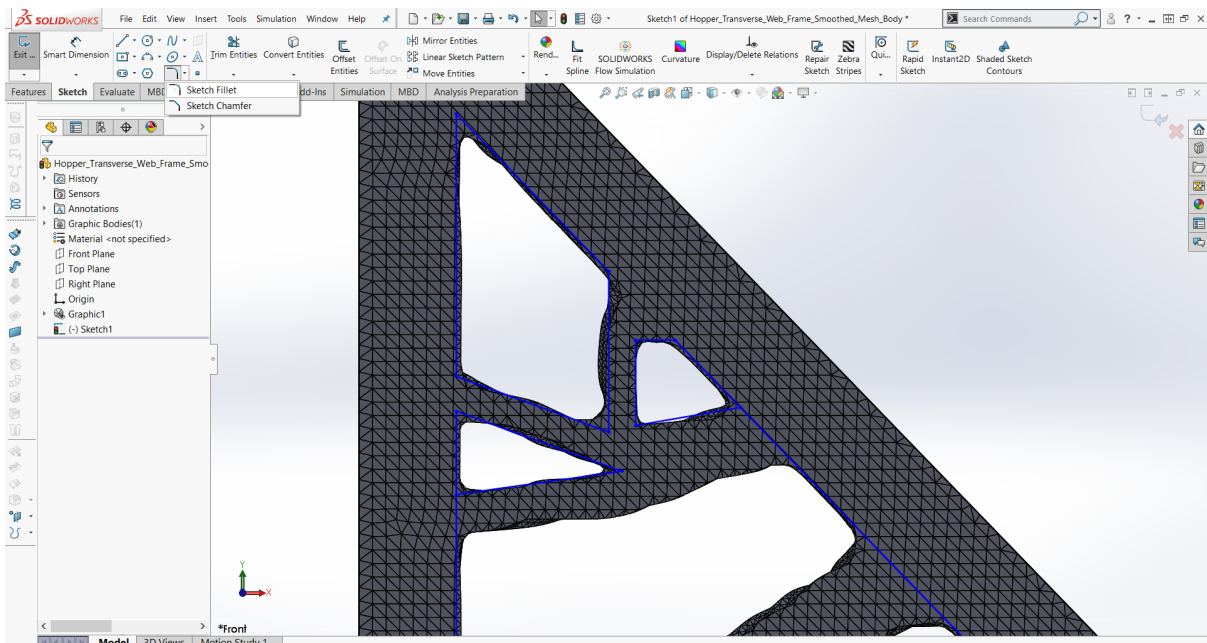
Εικόνα B.5.21: Σχεδίαση της τρίτης πλευράς του πρώτου ανοίγματος.

Εκτελώντας παρόμοιες σχεδιαστικές ενέργειες με αυτές που αναλύθηκαν παραπάνω, δημιουργούμε τα περιγράμματα των υπολοίπων οπών της κατασκευής.

Το επόμενο βήμα για την ολοκλήρωση του σχεδίου του απλοποιημένου ελάσματος, είναι να διαγράψουμε όλες τις γραμμές που δεν αποτελούν μέρος της τελικής γεωμετρίας με το εργαλείο Trim Entities  (Εικόνα Β.5.22) και να προσεγγίσουμε το σύνορο των γωνιών της πρώτης οπής μέσω του εργαλείου Sketch Fillet , όπως βλέπουμε στην Εικόνα Β.5.23.



Εικόνα Β.5.22: Επιλογή του εργαλείου κοπής γραμμών και διαγραφή αυτών.

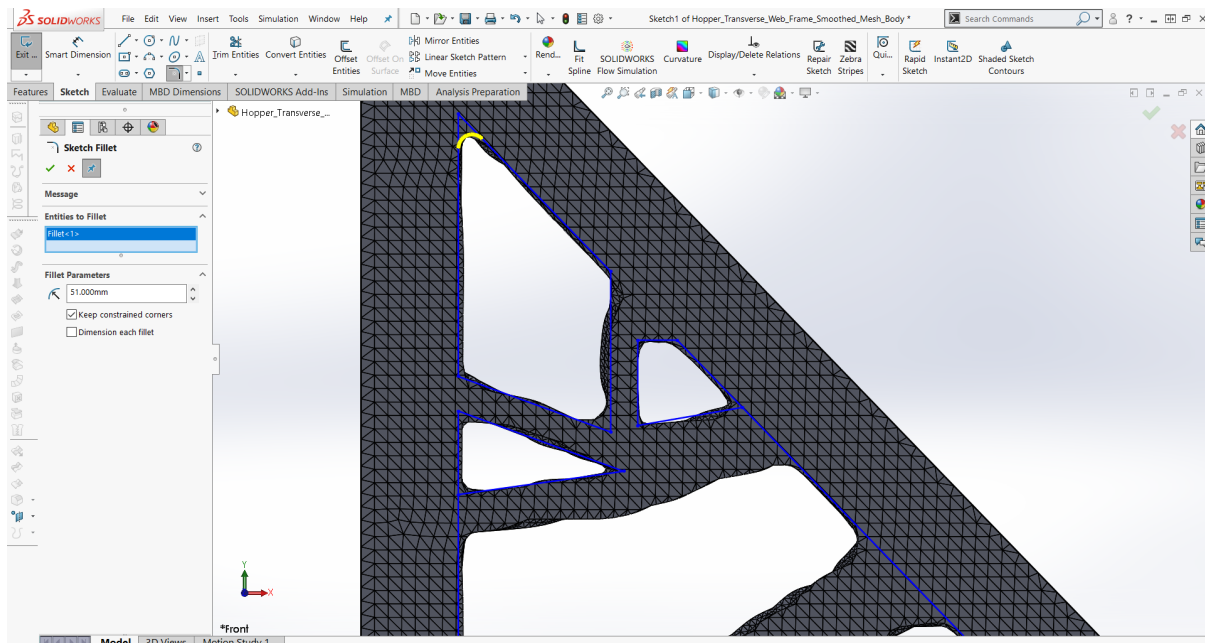


Εικόνα Β.5.23: Ενεργοποίηση της εντολής Sketch Fillet.

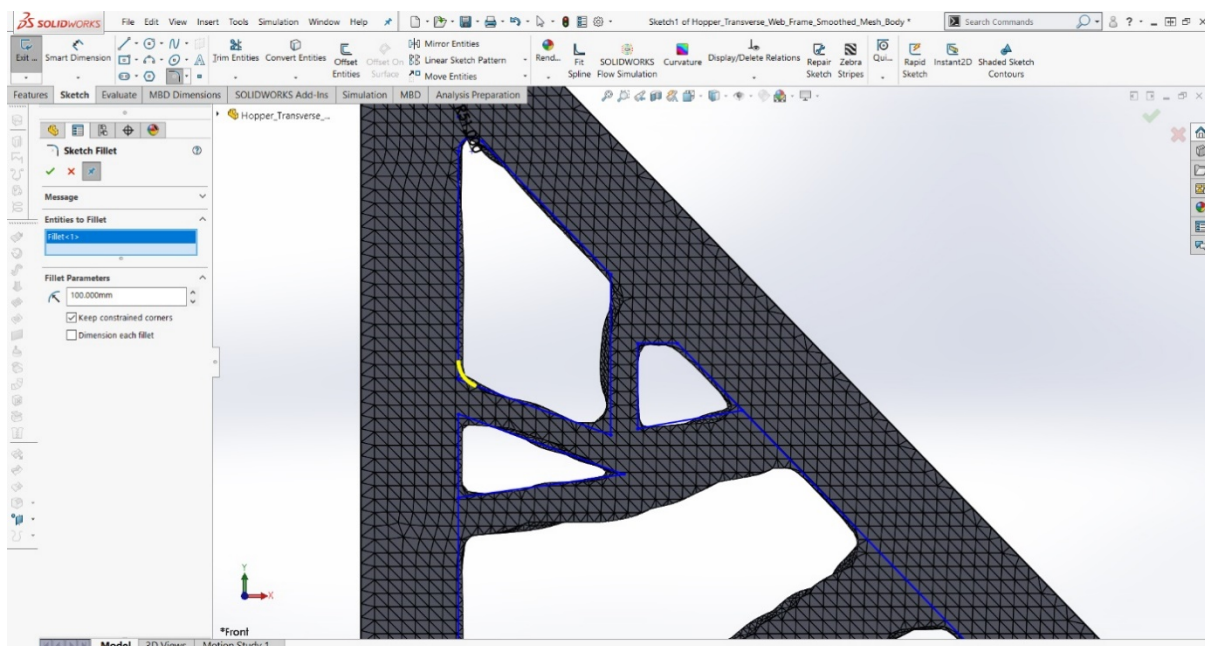
Στις επόμενες τέσσερις εικόνες βλέπουμε τη σχεδίαση των τεσσάρων fillets, μέσω των οποίων προσεγγίζονται οι γωνίες του πρώτου ανοίγματος. Οι ακτίνες τους δίνονται από τον παρακάτω πίνακα.

Fillets	Ακτίνα [mm]
1 ^ο	51
2 ^ο	100
3 ^ο	100
4 ^ο	100

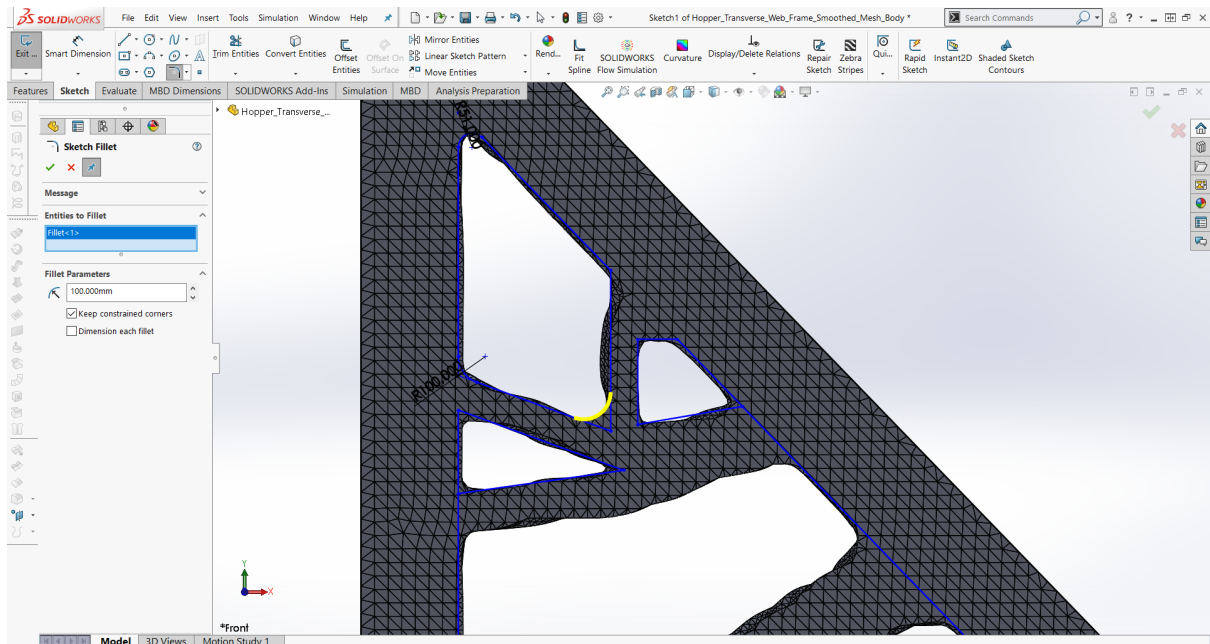
Πίνακας B.5.1: Οι ακτίνες των τεσσάρων πρώτων fillets.



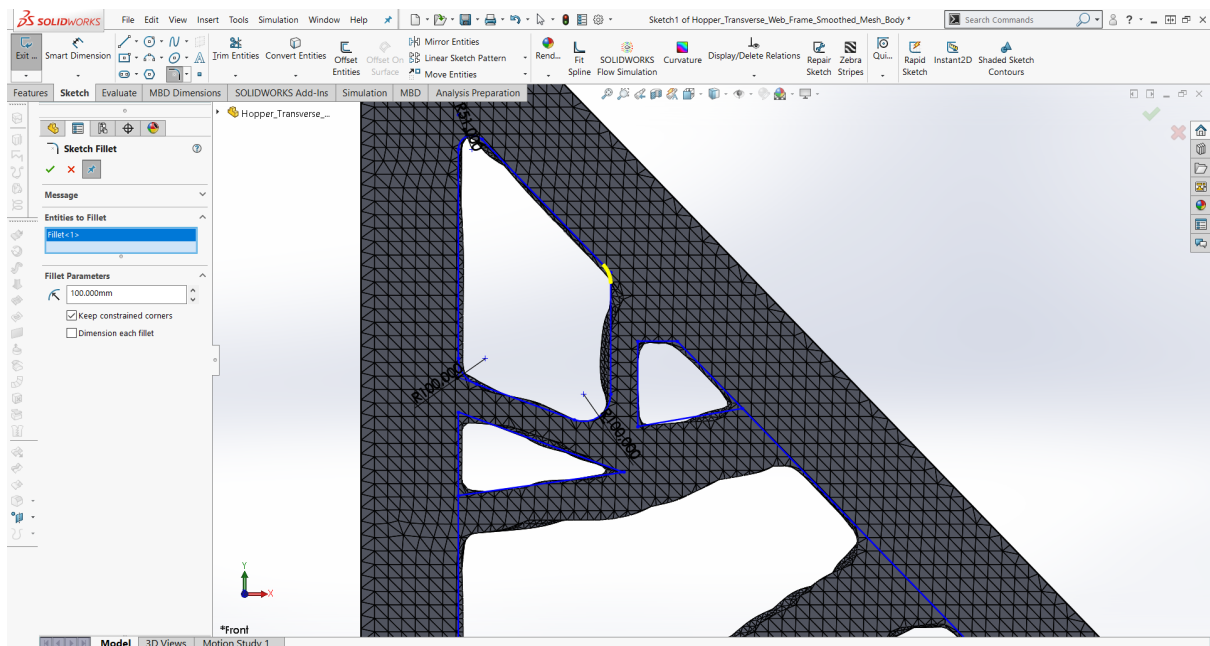
Εικόνα B.5.24: Σχεδίαση του πρώτου fillet.



Εικόνα B.5.25: Σχεδίαση του δευτέρου fillet.

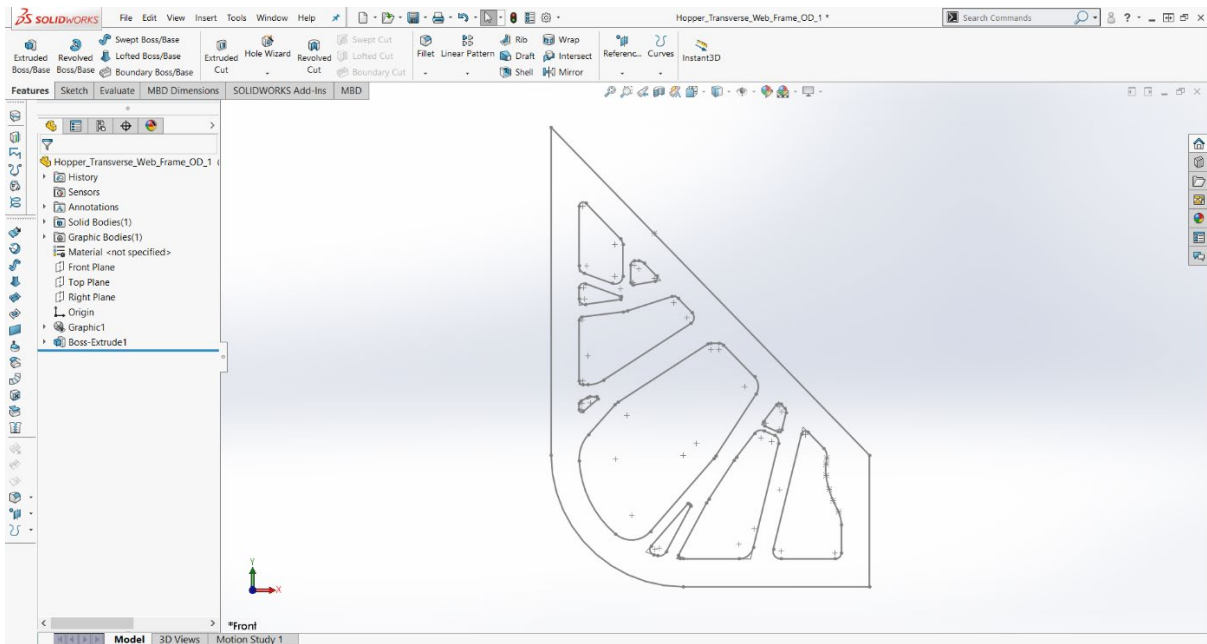


Εικόνα B.5.26: Σχεδίαση του τρίτου fillet.



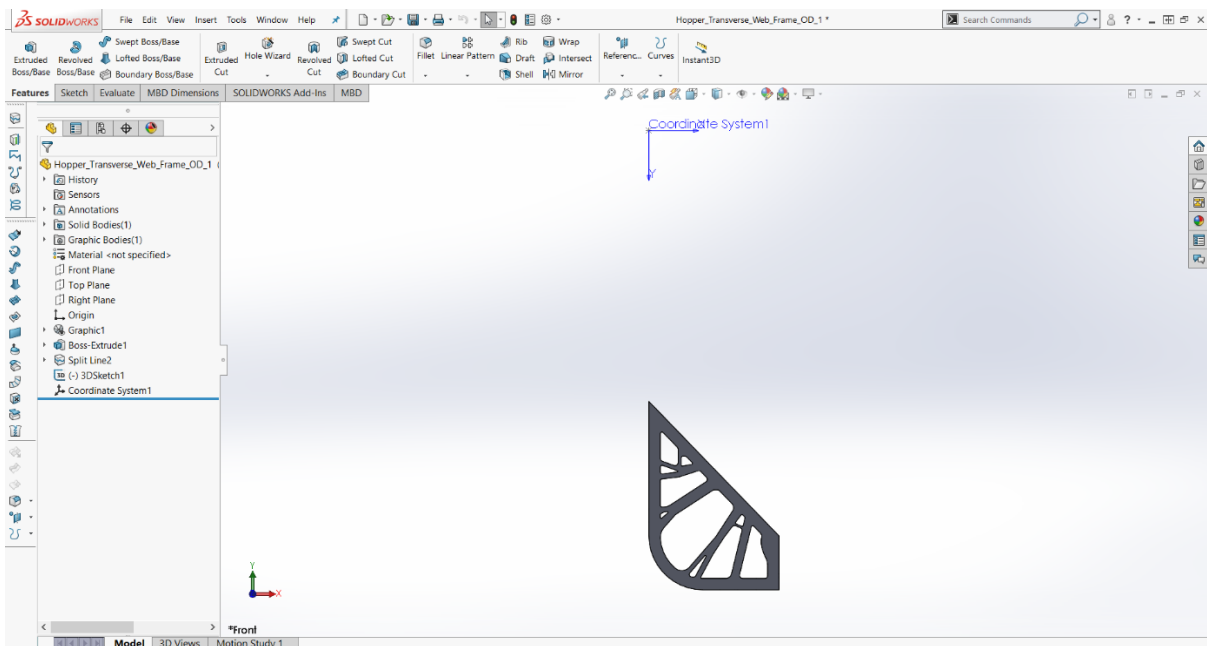
Εικόνα B.5.27: Σχεδίαση του τετάρτου fillet.

Έπειτα, εκτελώντας την παραπάνω εντολή για τα υπόλοιπα ανοίγματα, λαμβάνουμε το σχέδιο που παρατηρείται στην Εικόνα B.5.28.



Εικόνα B.5.28: Σχέδιο βελτιστοποιημένου ελάσματος.

Τέλος, ακολουθώντας τις ενέργειες, οι οποίες περιγράφονται από την Εικόνα B.1.20 έως και την Εικόνα B.1.37, δημιουργείται το τρισδιάστατο μοντέλο, γίνεται ο χωρισμός της διαγώνιας επιφανείας σε δύο τμήματα και εισάγεται το νέο σύστημα συντεταγμένων. Όλα τα παραπάνω οδηγούν στο σχέδιο που φαίνεται στην Εικόνα B.5.29.

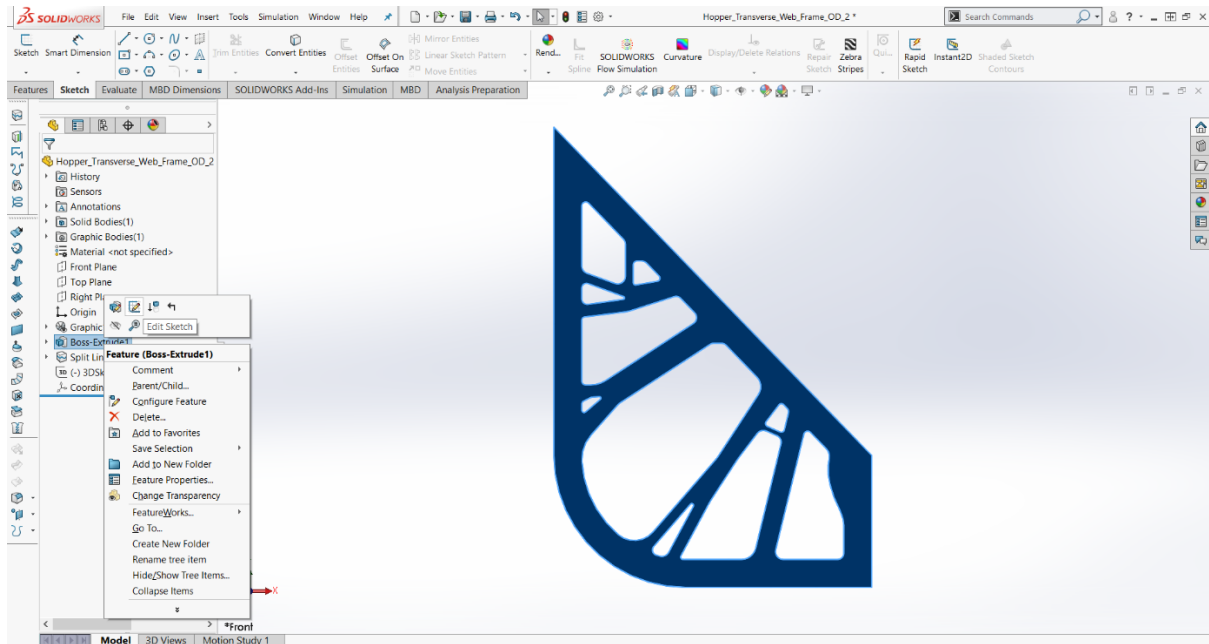


Εικόνα B.5.29: Τρισδιάστατο μοντέλο ελάσματος και νέο σύστημα συντεταγμένων.

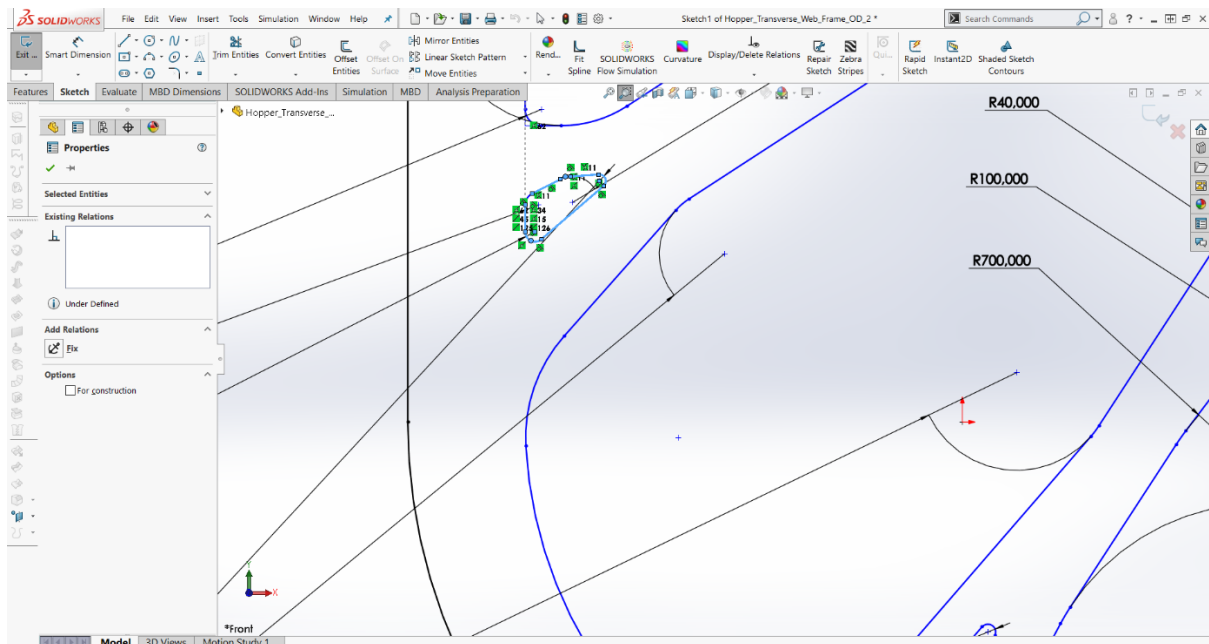
B.6 Ενίσχυση του Βελτιστοποιημένου Ελάσματος Έναντι Αυγισμού

Όπως αποφασίστηκε στην ενότητα 9.8, στο έλασμα θα πρέπει να προστεθούν ορισμένα ενισχυτικά, των οποίων η διαδικασία εγκατάστασης αναλύεται παρακάτω.

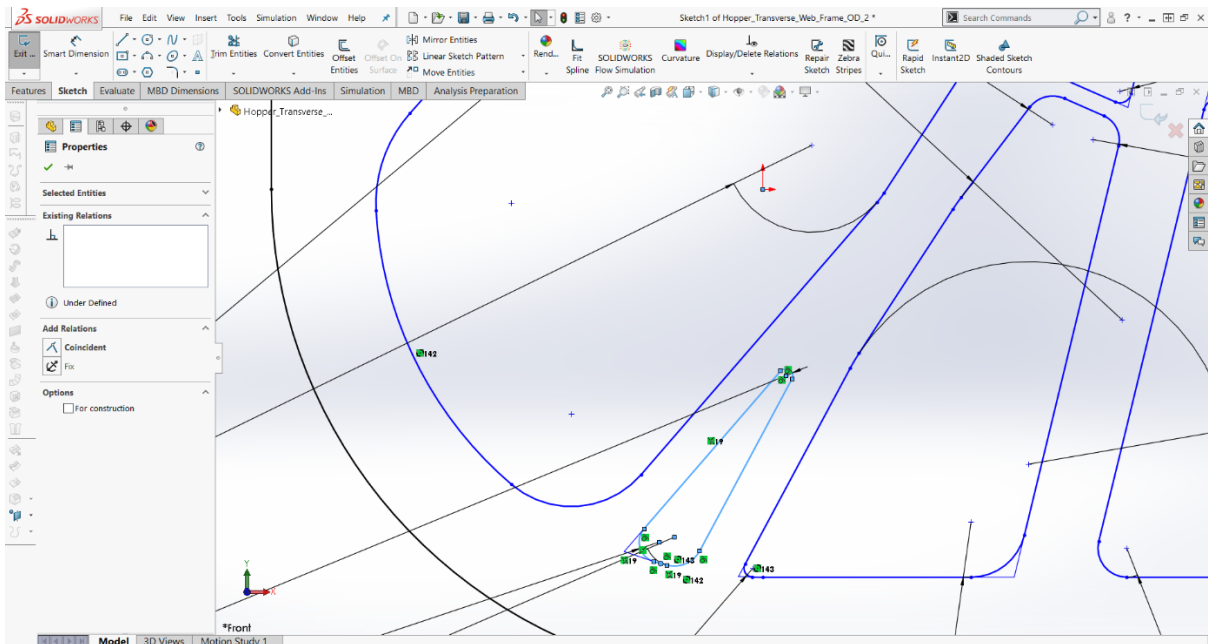
Αρχικά, σύμφωνα με την εξήγηση που δίνεται στην προαναφερθείσα ενότητα, θα πρέπει να αφαιρεθούν τα δύο κεντρικά ανοίγματα του αντικειμένου. Με δεξί κλικ επί της επιλογής Boss-Extrude 1 που φαίνεται στην Εικόνα B.6.1, ενεργοποιούμε το εικονίδιο Edit Sketch. Κατόπιν, στο περιβάλλον που ανοίγει (Εικόνα B.6.2 και Εικόνα B.6.3) διαλέγουμε και διαγράφουμε τις ζητούμενες σπές.




Εικόνα B.6.1: Ενεργοποίηση του εικονιδίου επεξεργασίας σχεδίου.

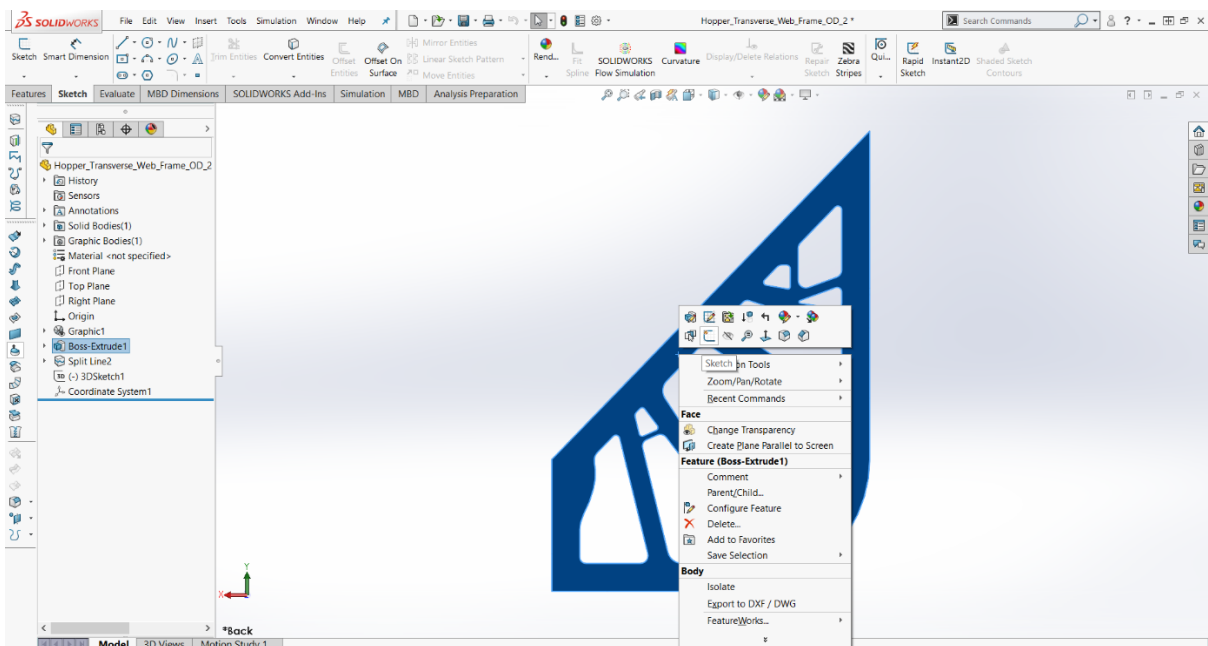


Εικόνα B.6.2: Επιλογή της πρώτης ζητούμενης σπής.



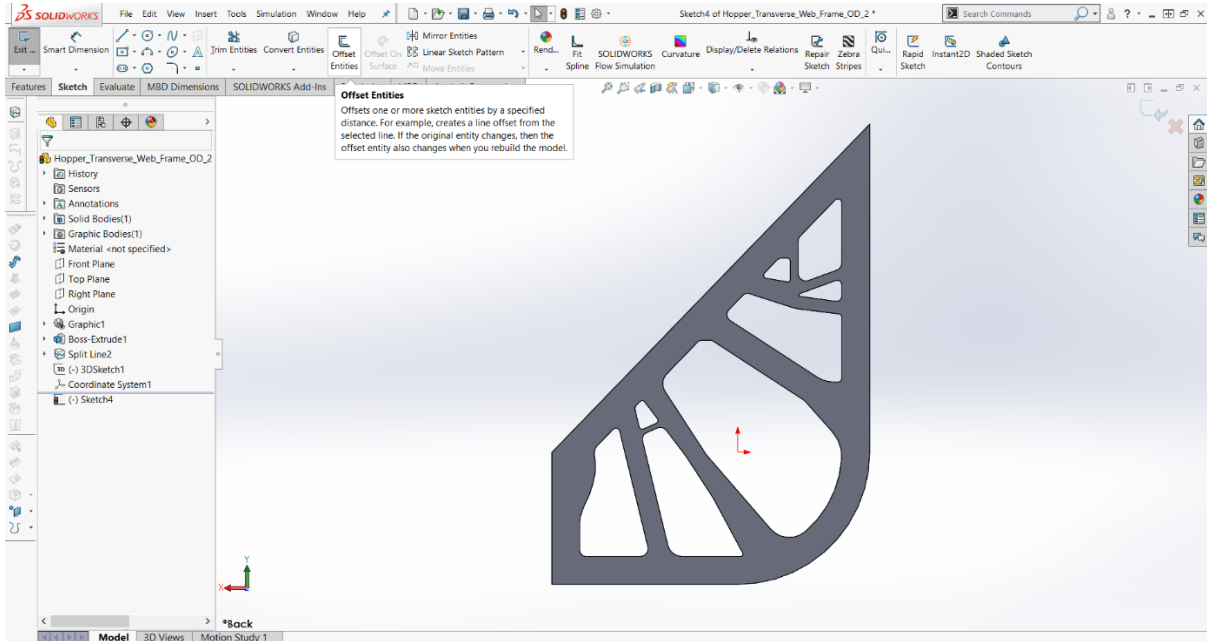
Εικόνα B.6.3: Επιλογή της δεύτερης ζητούμενης οπής.

Στη συνέχεια, κάνουμε δεξί κλικ στην πίσω επιφάνεια του ΗΤWF, η οποία παρουσιάζεται στην Εικόνα B.6.5 και επιλέγουμε Sketch , όπως στην Εικόνα B.6.4.

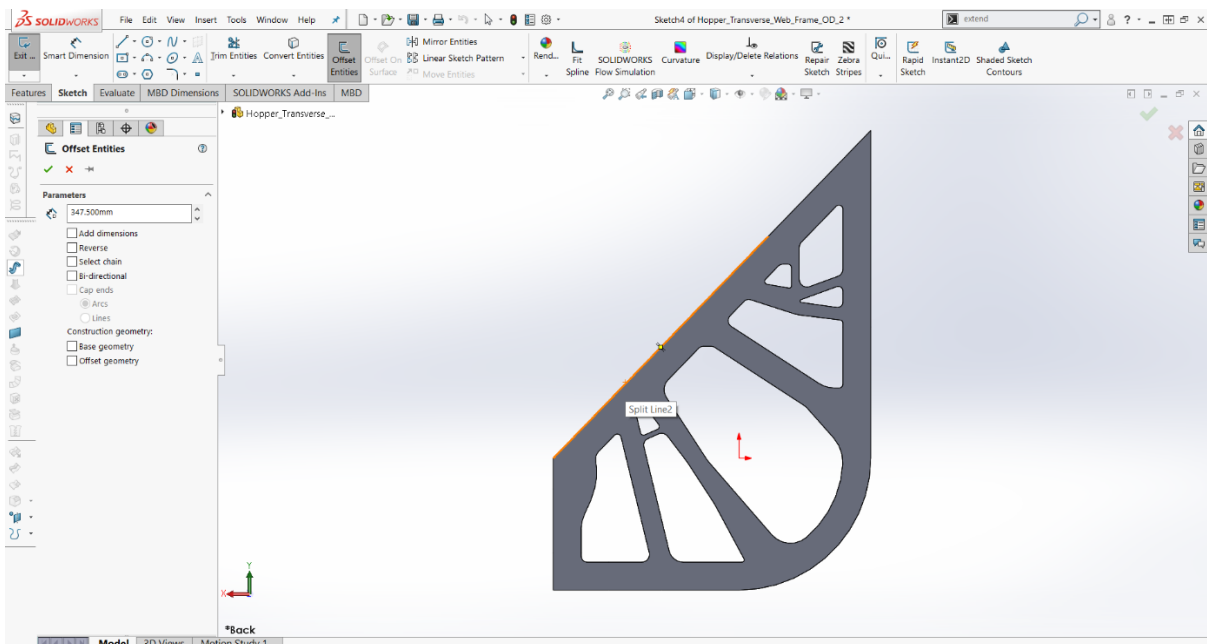


Εικόνα B.6.4: Επιλογή της εντολής σχεδίασης.


Ύστερα, ενεργοποιούμε το εικονίδιο Offset Entities που παρατηρούμε στην Εικόνα B.6.5 και επιλέγουμε τη διαγώνια πλευρά (sloping side) του εξωτερικού συνόρου, η οποία φαίνεται στην Εικόνα B.6.6. Στη στήλη των παραμέτρων της ίδιας εικόνας, εισάγουμε την τιμή της απόστασης μεταξύ της διαγώνιας πλευράς του εξωτερικού συνόρου και της center line του ενισχυτικού. Αυτή είναι ίση με 347,500 mm.

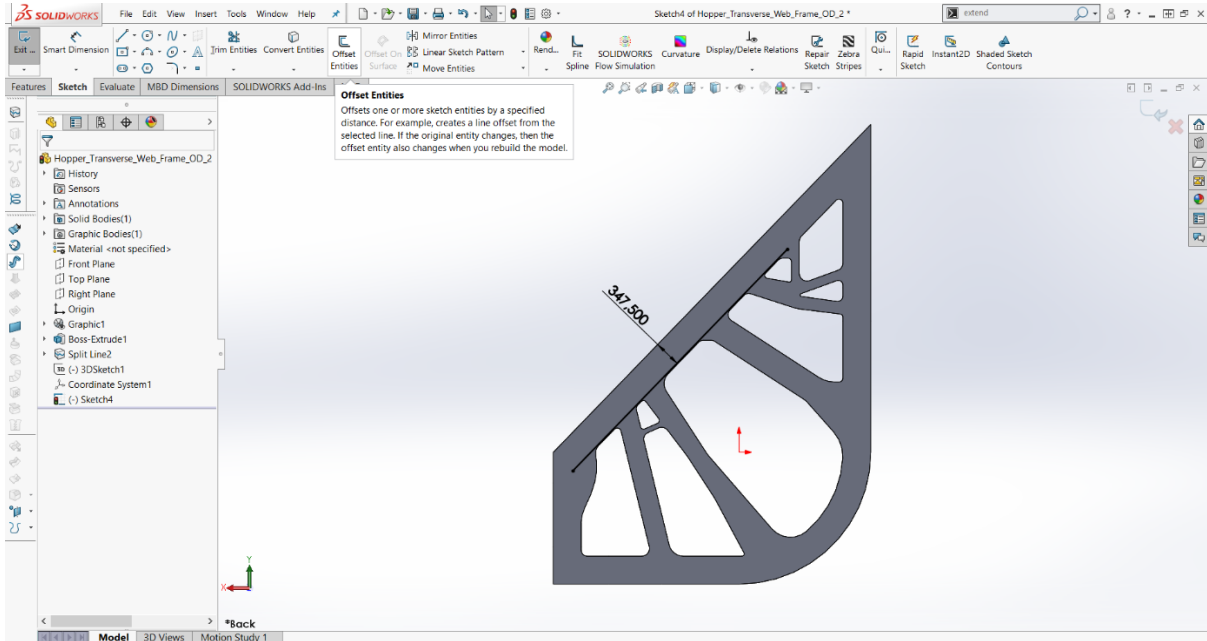


Εικόνα B.6.5: Ενεργοποίηση του εικονιδίου προβολής γραμμής.

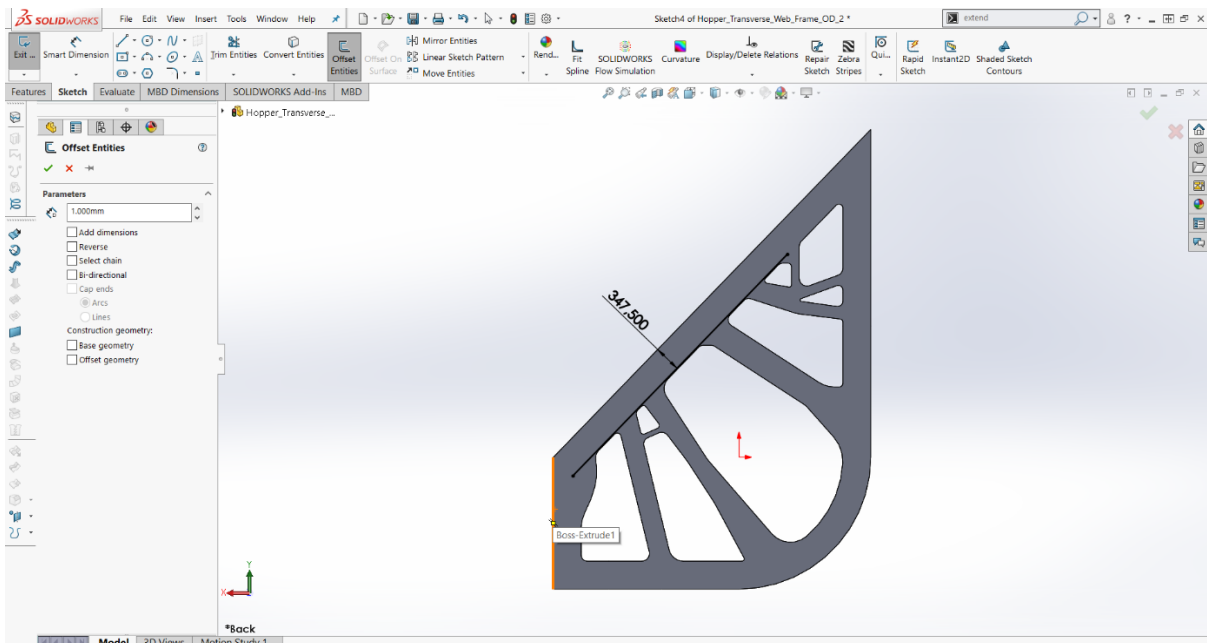


Εικόνα B.6.6: Επιλογή της διαγώνιας πλευράς.

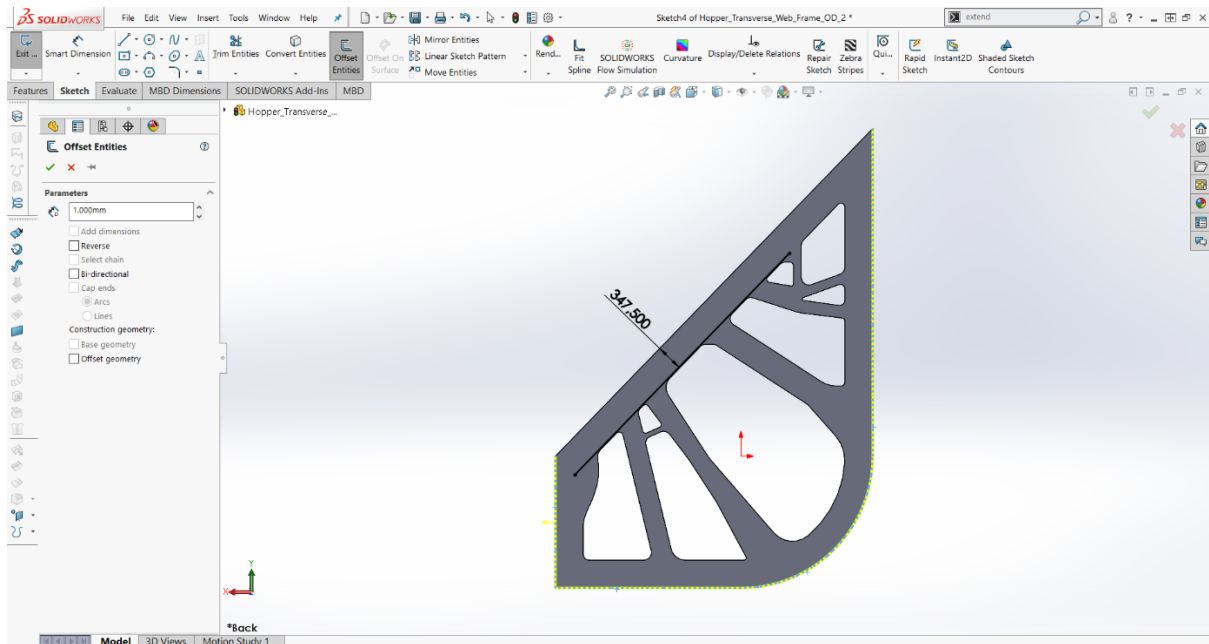
Ακολουθώντας τα ίδια βήματα με προηγουμένως, προβάλουμε όλες τις πλευρές του εξωτερικού συνόρου εκτός από τη διαγώνιο, 1 mm προς το εσωτερικό του ελάσματος, σχηματίζοντας το προβλεπόμενο σύνορο, το οποίο βλέπουμε στην Εικόνα Β.6.9. Στην Εικόνα Β.6.7 φαίνεται η χρήση της εντολής Offset Entities , στην Εικόνα Β.6.8 επιλέγονται οι πλευρές και στην Εικόνα Β.6.9 εισάγεται η τιμή του 1 mm.




Εικόνα Β.6.7: Χρήση της εντολής προβολής γραμμής.

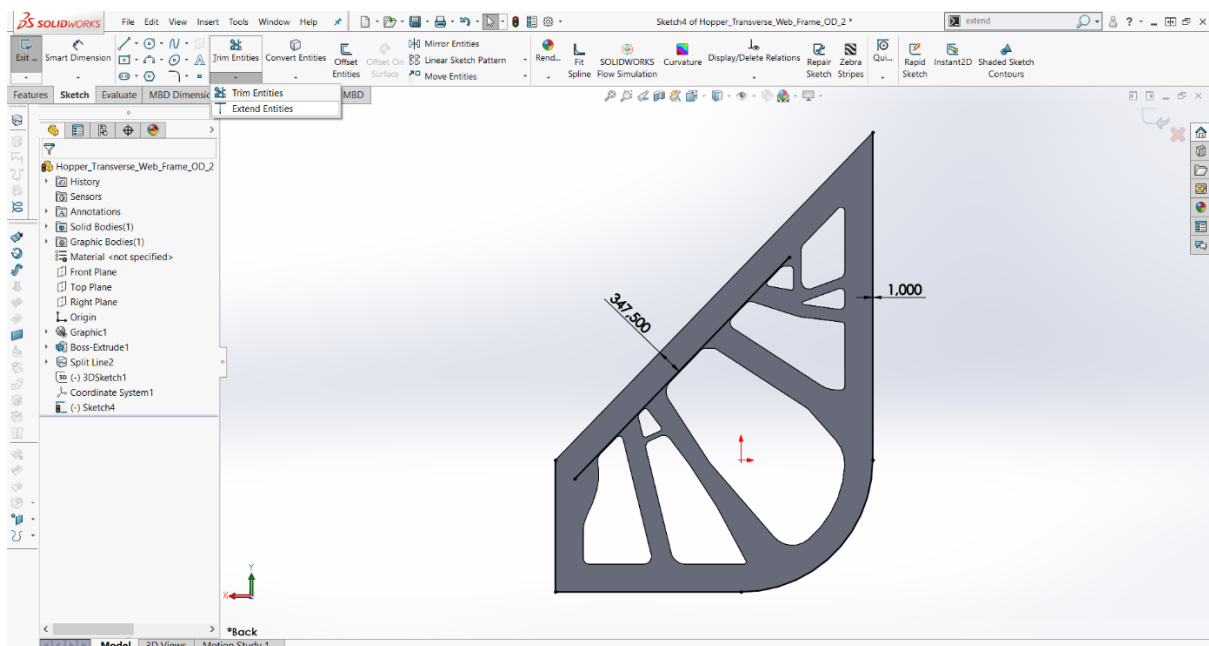


Εικόνα Β.6.8: Επιλογή πλευρών εξωτερικού συνόρου.

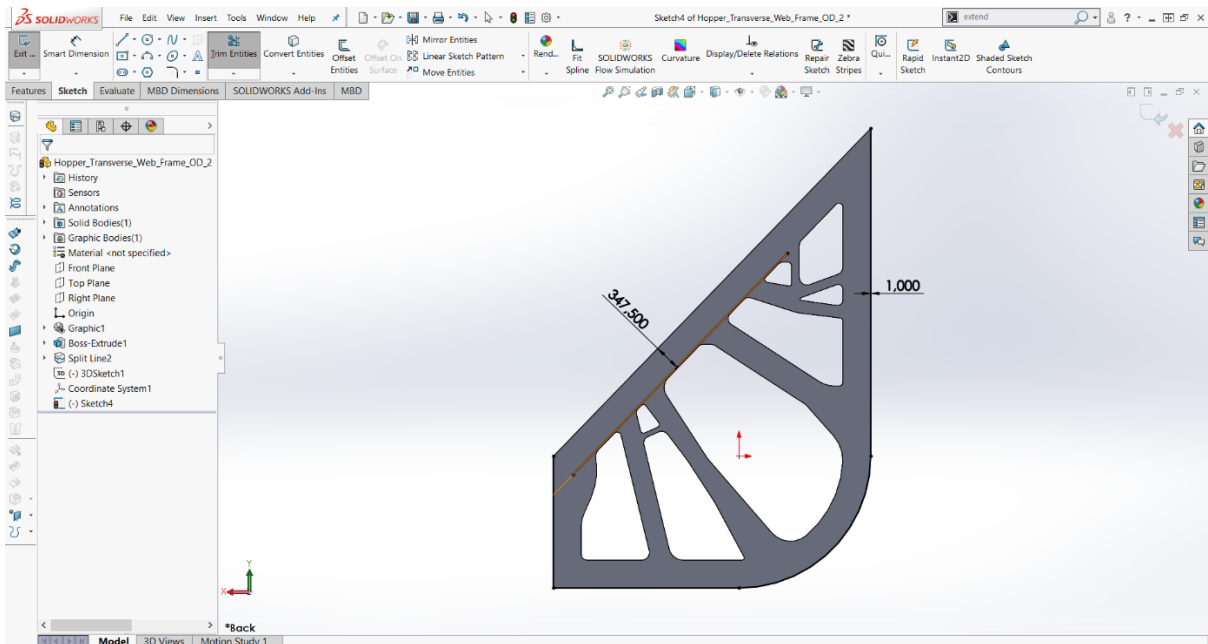


Εικόνα Β.6.9: Εισαγωγή της τιμής της απόστασης του προβεβλημένου συνόρου από το βασικό.

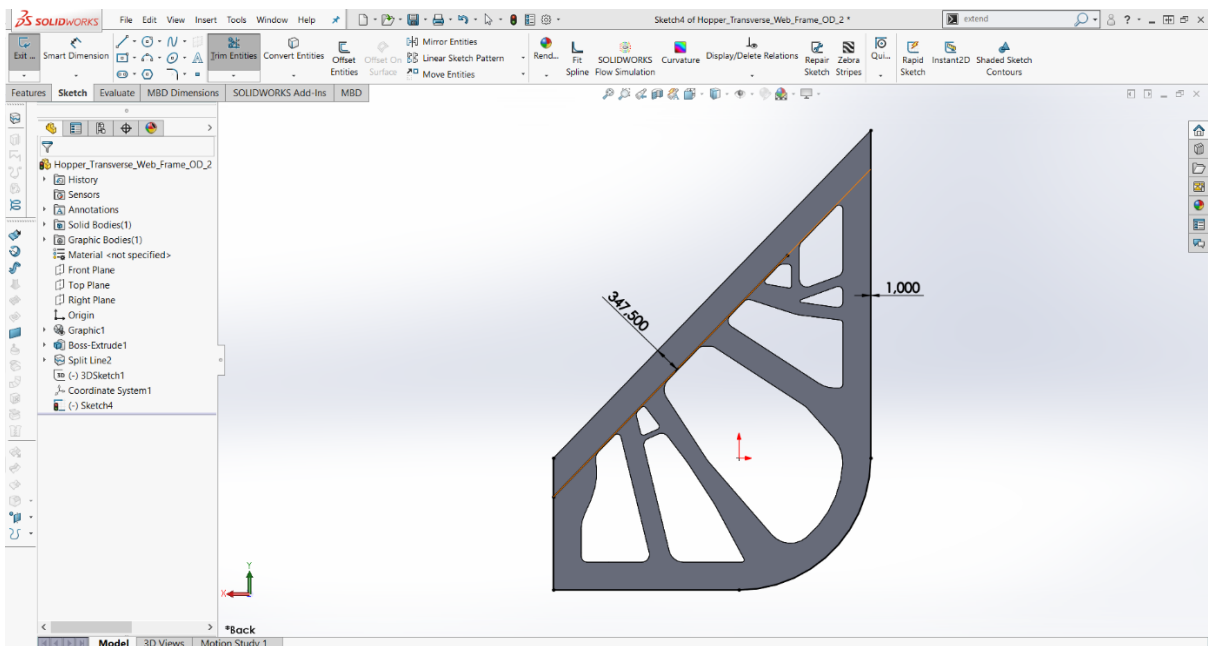
Έπειτα, με το εργαλείο **Extend Entities**  προεκτείνουμε τη διαγώνια γραμμή που βλέπουμε στην Εικόνα Β.6.10 προς δύο κατευθύνσεις. Η πρώτη επιμήκυνση γίνεται προς την εσωτερική κατακόρυφη πλευρά (αριστερή) του προβεβλημένου συνόρου του ελάσματος και η δεύτερη προς την εξωτερική κατακόρυφη πλευρά (δεξιά) του ίδιου συνόρου. Οι δύο προεκτάσεις παρατηρούνται στην Εικόνα Β.6.11 και στην Εικόνα Β.6.12, αντίστοιχα.




Εικόνα Β.6.10: Επιλογή εργαλείου προέκτασης γραμμών.

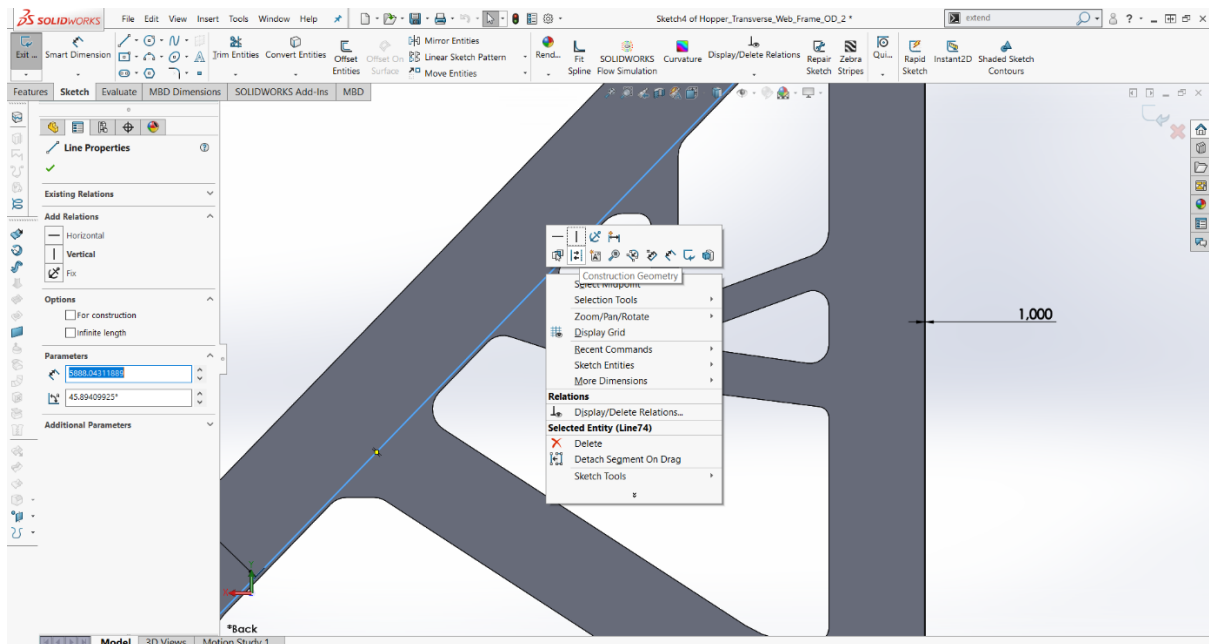


Εικόνα Β.6.11: Προέκταση διαγώνιας γραμμής προς την εσωτερική κατακόρυφη πλευρά (αριστερά).

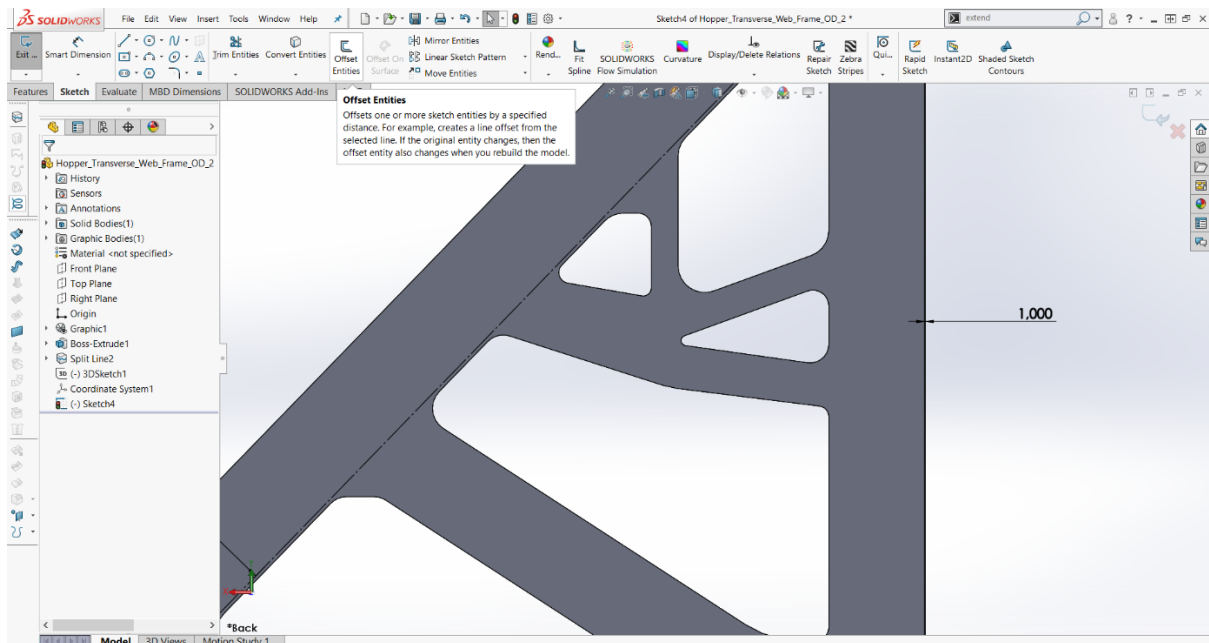


Εικόνα Β.6.12: Προέκταση διαγώνιας γραμμής προς την εξωτερική κατακόρυφη πλευρά (δεξιά).

Συνεχίζουμε με την επιλογή και τη μετατροπή της διαγώνιας γραμμής σε κατασκευαστική, με το κουμπί Construction Geometry , όπως φαίνεται στην Εικόνα Β.6.13. Αυτή η ευθεία αναπαριστά το διαμήκη άξονα του ενισχυτικού, του οποίου το πάχος θα οριστεί σε σχέση με αυτόν.

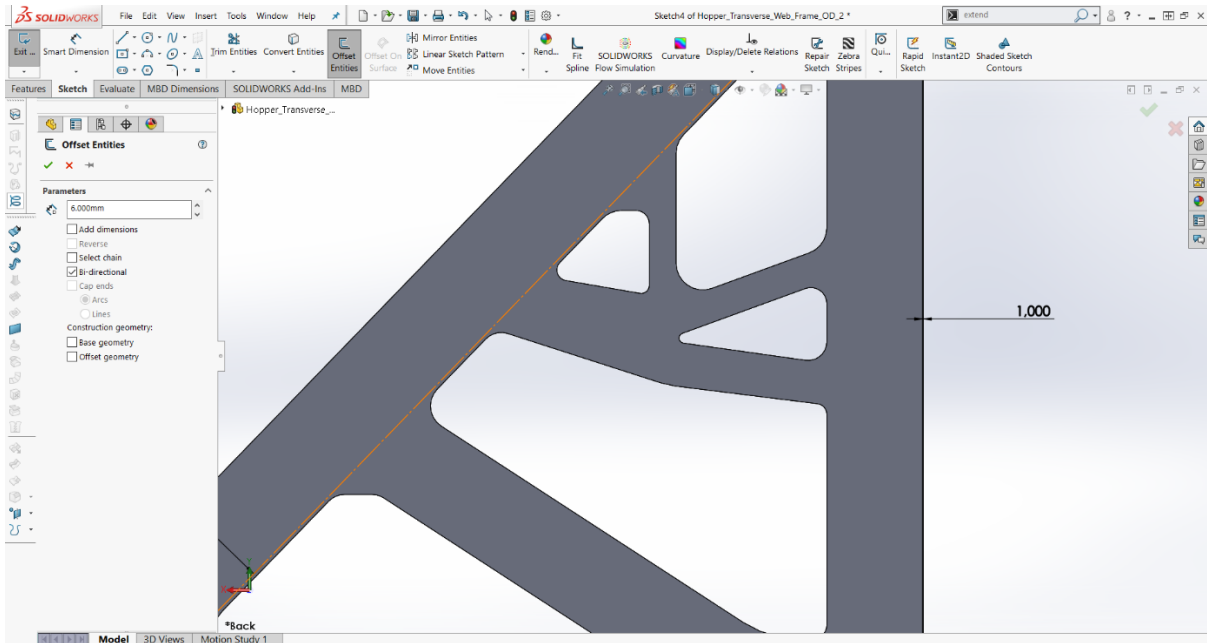


Εικόνα Β.6.13: Επιλογή και μετατροπή της διαγώνιας γραμμής σε κατασκευαστική.

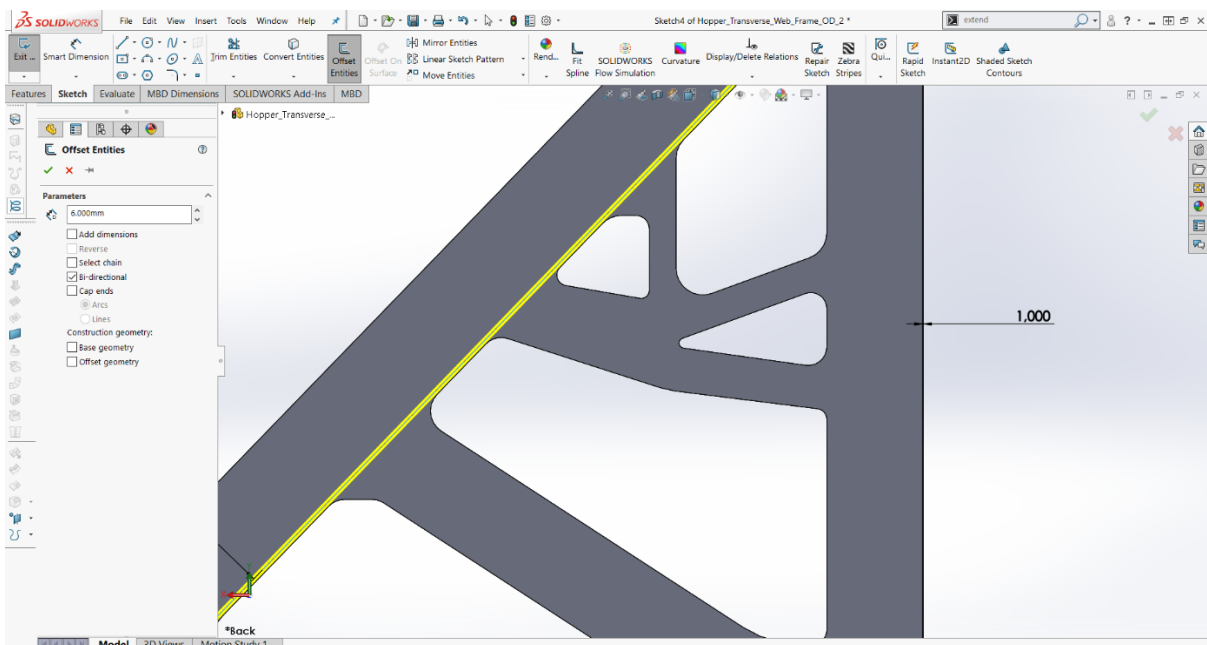


Εικόνα Β.6.14: Ενεργοποίηση της εντολής προβολής γραμμής.



Ακολουθώντας, μέσω της εντολής **Offset Entities** (Εικόνα Β.6.14) δημιουργούμε το πάχος του ενισχυτικού. Στις παραμέτρους (Εικόνα Β.6.15), δίνουμε την τιμή 6 mm και ενεργοποιούμε την επιλογή **Bi-directional**, ώστε να πραγματοποιηθεί συμμετρική ανάπτυξη του πάχους του. Τα 6 mm αιτιολογούνται από το γεγονός ότι το ενισχυτικό είναι το FB 100 X 12 (9).

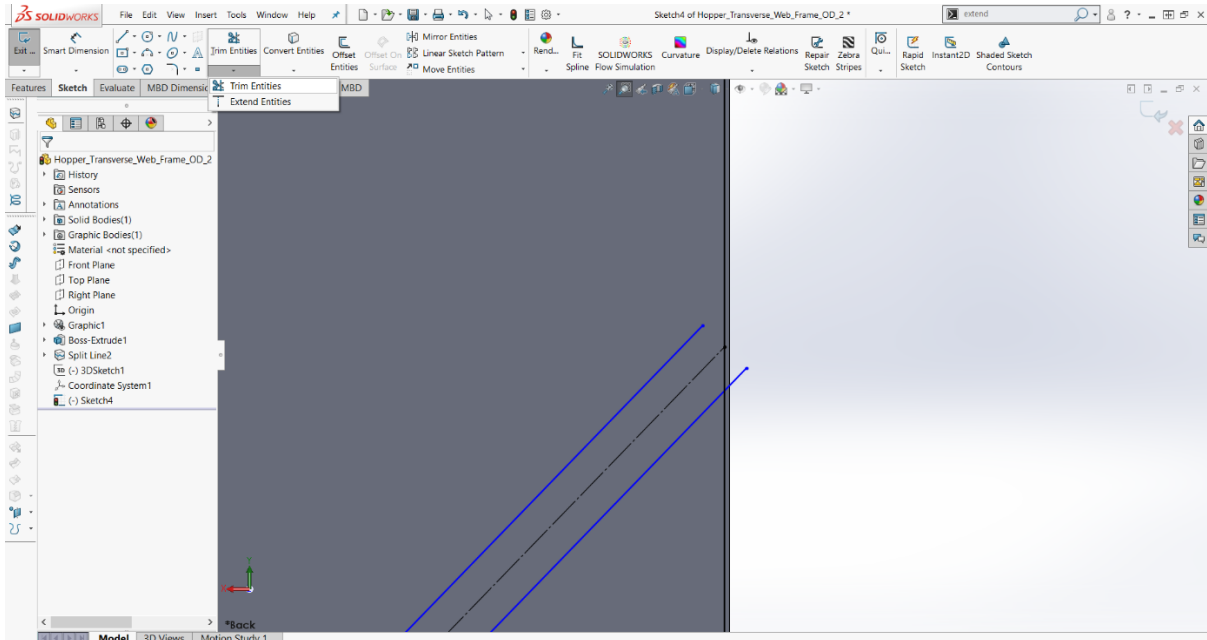


Εικόνα Β.6.15: Ορισμός παραμέτρων.

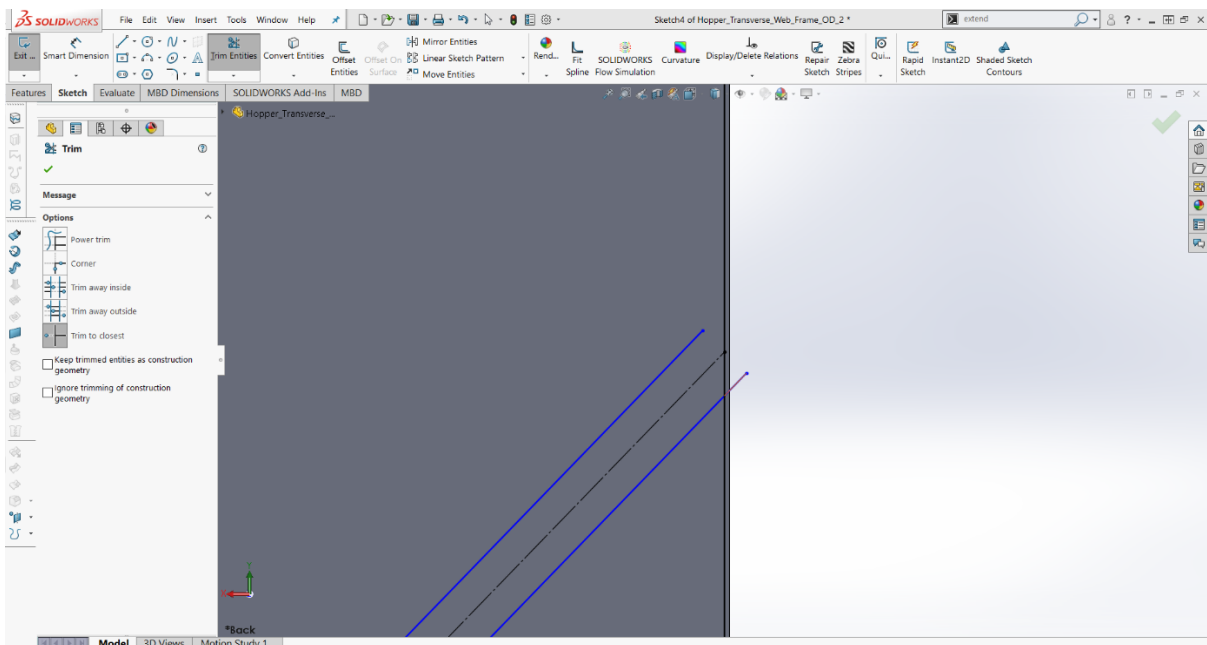


Εικόνα Β.6.16: Προεπισκόπηση του πάχους του ενισχυτικού.

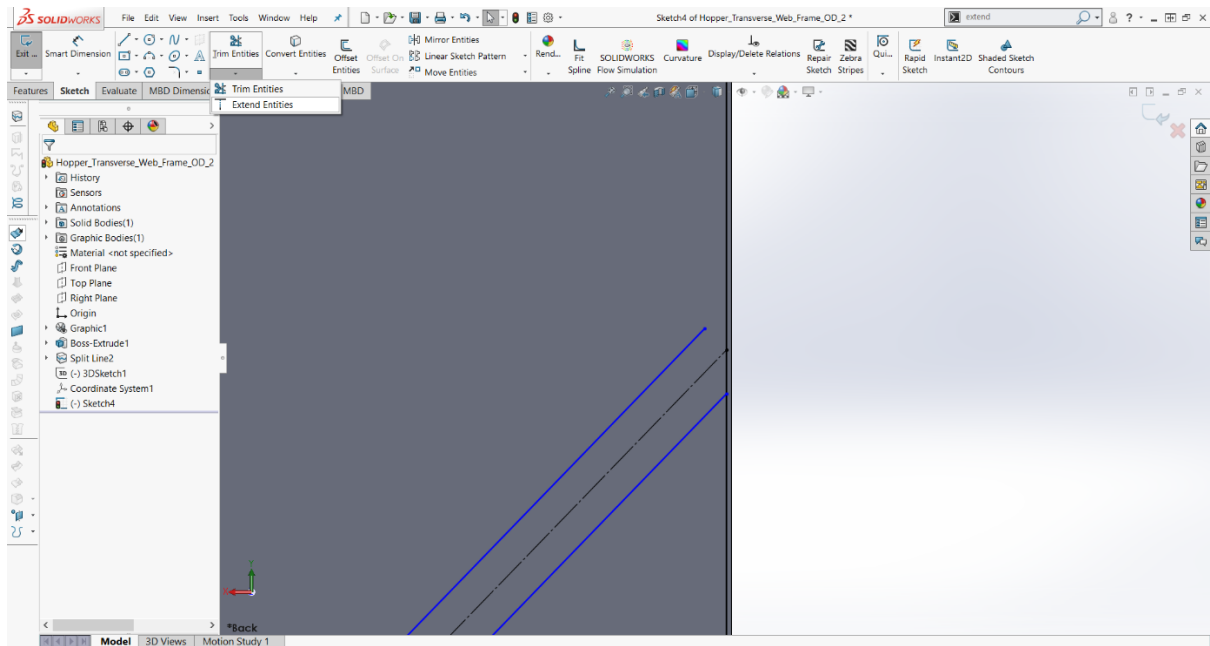
Κάνοντας μεγέθυνση στα σημεία τομής του ενισχυτικού με το προβεβλημένο σύνορο, παρατηρούμε ότι απαιτείται μια διαγραφή και μια επιμήκυνση της δεξιάς και της αριστερής πλευράς του ενισχυτικού, αντίστοιχα. Η πρώτη ενέργεια γίνεται πατώντας το εικονίδιο Trim Entities  και η δεύτερη με το Extend Entities , σύμφωνα με την Εικόνα B.6.17 και την Εικόνα B.6.19, ανάλογα. Στην Εικόνα B.6.18 και στην Εικόνα B.6.20 επιλέγονται οι παραπάνω πλευρές για διαγραφή και προέκταση, αντιστοίχως.



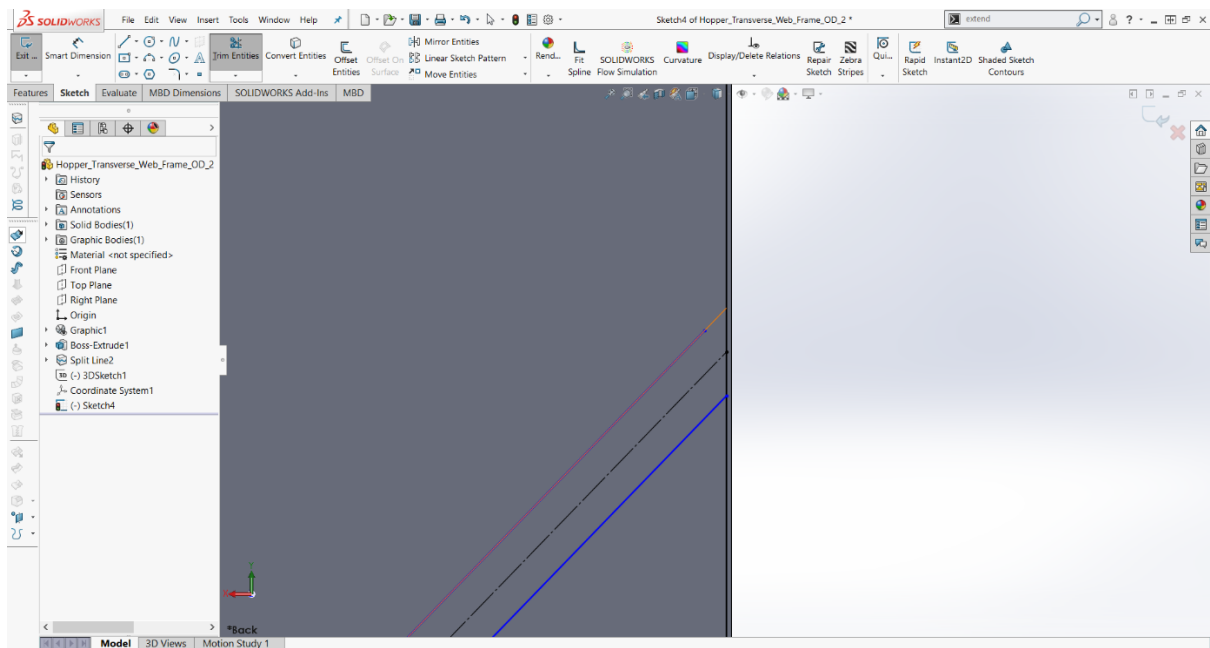
Εικόνα B.6.17: Ενεργοποίηση εικονιδίου κοπής γραμμών.



Εικόνα B.6.18: Διαγραφή δεξιάς πλευράς ενισχυτικού.

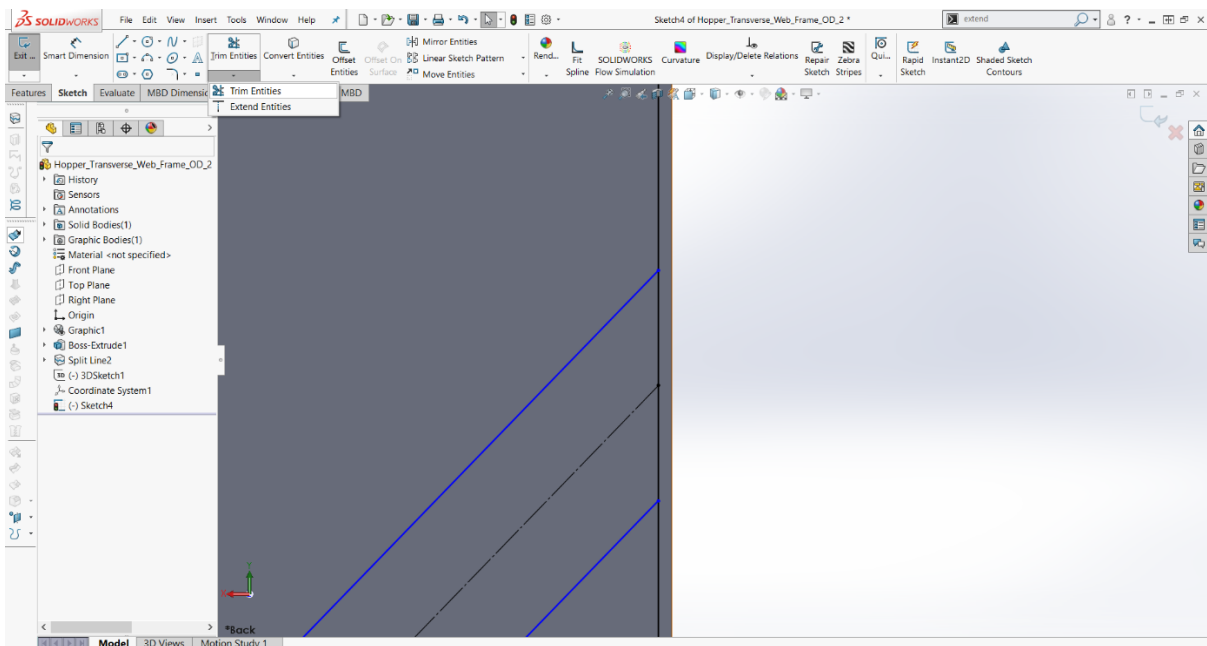


Εικόνα Β.6.19: Ενεργοποίηση εικονιδίου επιμήκυνσης γραμμών.

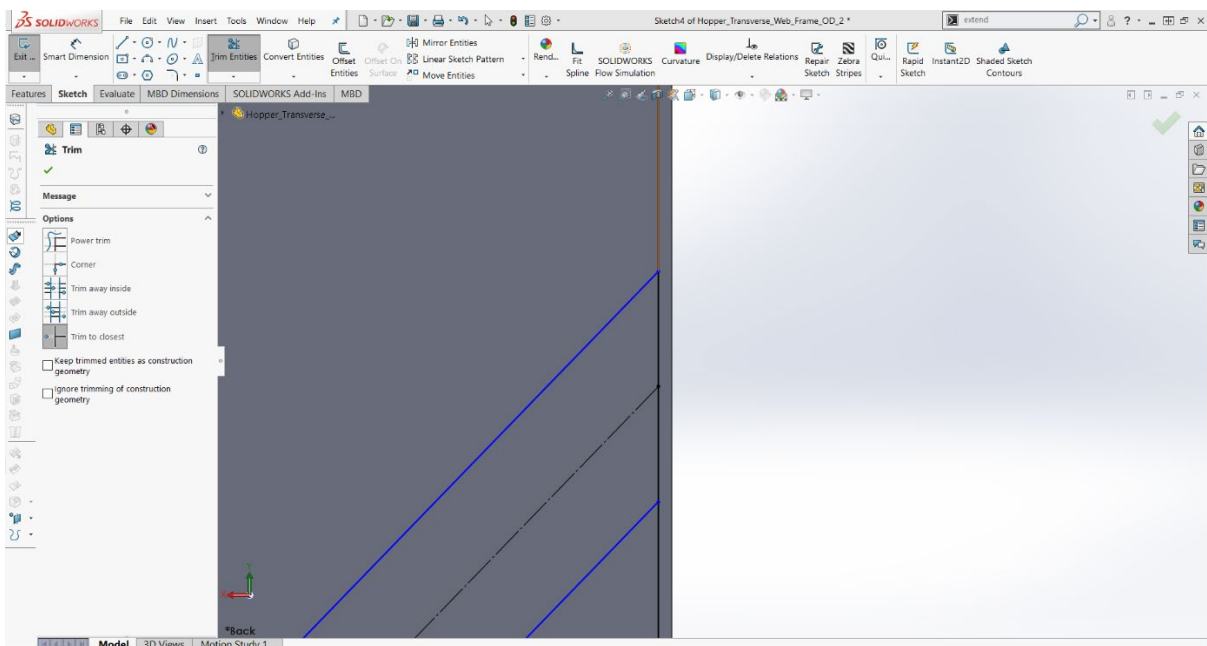


Εικόνα Β.6.20: Προέκταση αριστερής πλευράς ενισχυτικού.

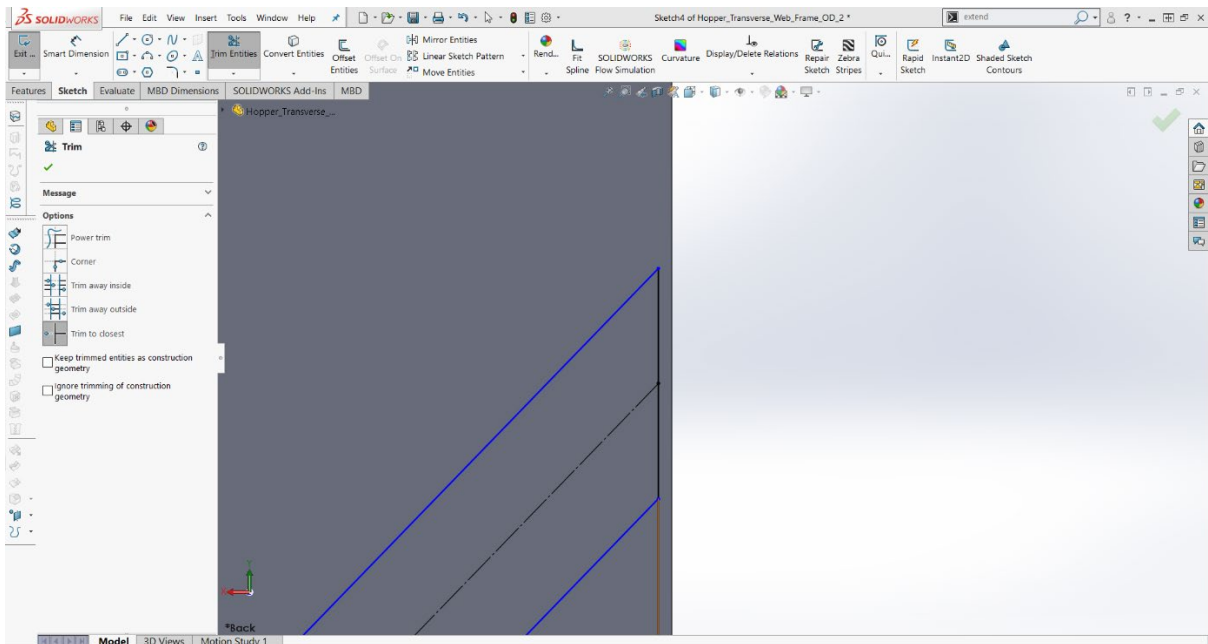
Στη συνέχεια, αποσυνδέουμε το ενισχυτικό από το προβεβλημένο σύνορο με Trim Entities. Στην Εικόνα B.6.21, στην Εικόνα B.6.22 και στην Εικόνα B.6.23, βλέπουμε την επιλογή της εντολής και των γραμμών που θέλουμε να διαγράψουμε.




Εικόνα B.6.21: Επιλογή της εντολής κοπής γραμμών.

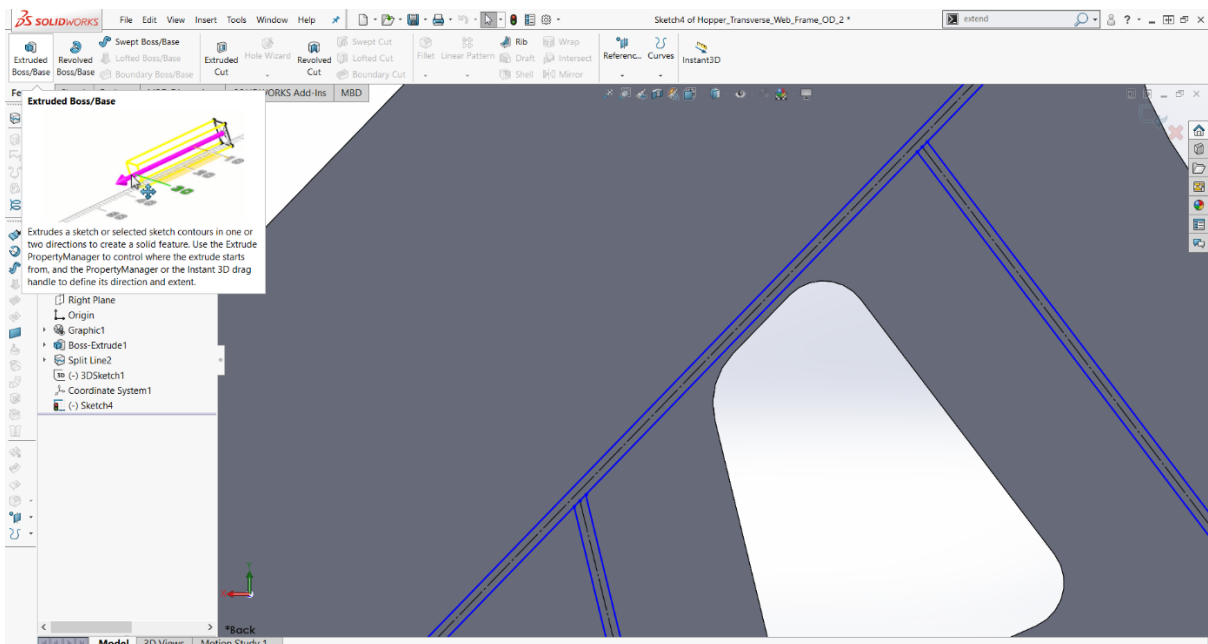


Εικόνα B.6.22: Επιλογή της γραμμής, άνωθεν του ενισχυτικού, προς διαγραφή.

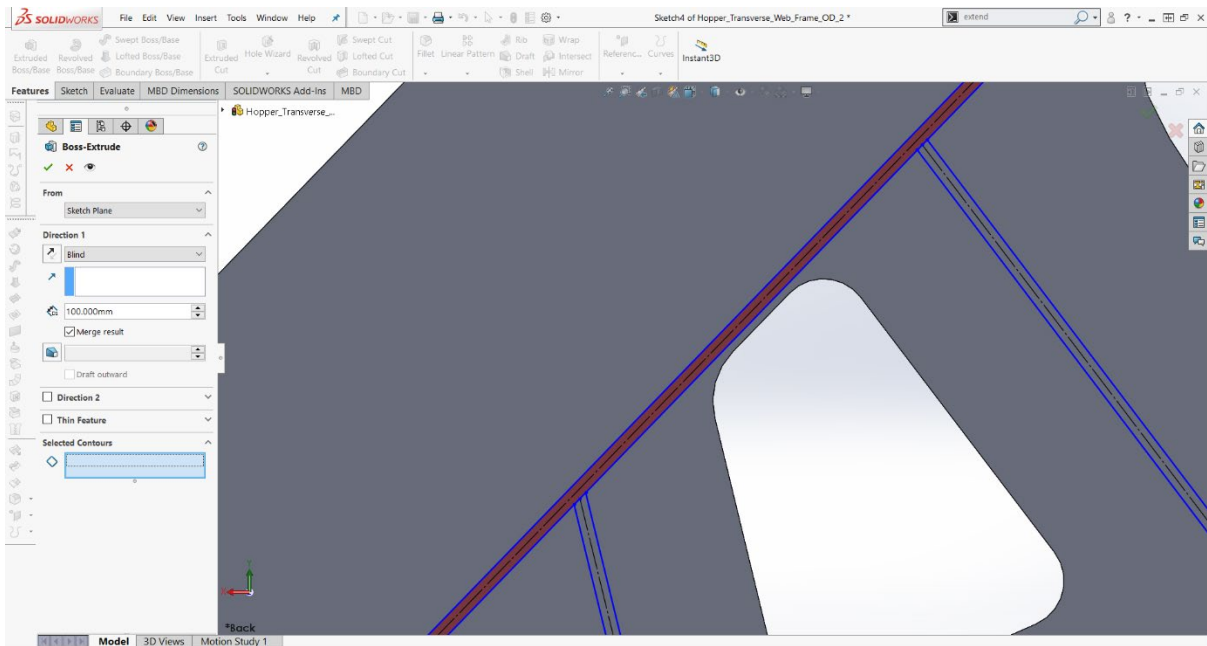


Εικόνα Β.6.23: Επιλογή της γραμμής, εκατέρωθεν του ενισχυτικού, προς διαγραφή.

Τέλος, με την εντολή Extruded Boss/Base (Εικόνα Β.6.24) επιλέγουμε το εσωτερικό τμήμα του ενισχυτικού που βλέπουμε στην Εικόνα Β.6.25 με μωβ χρώμα. Στο πλαίσιο της στήλης, το οποίο βρίσκεται στην ίδια εικόνα και έχει σχήμα , εισάγουμε την τιμή 100 mm που αντιπροσωπεύει το ύψος του κορμού του ενισχυτικού. Αυτή η διάσταση προκύπτει από τα χαρακτηριστικά του ενισχυτικού FB 100 X 12 (9).

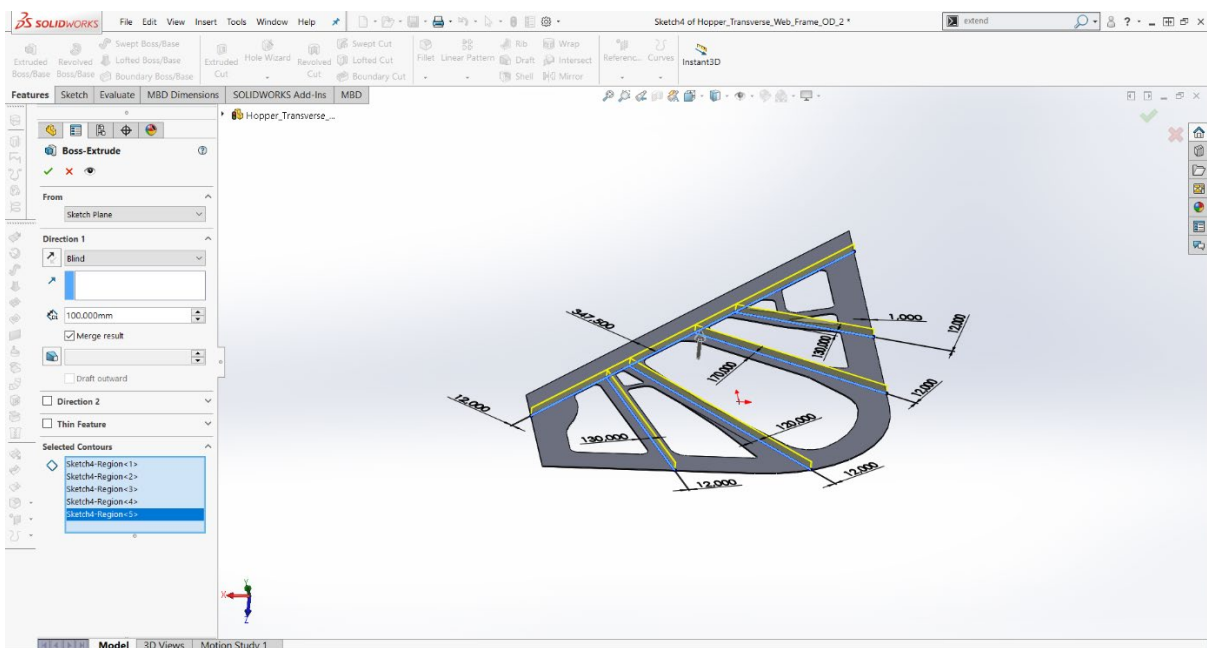


Εικόνα Β.6.24: Επιλογή εντολής εξώθησης βάσης.



Εικόνα Β.6.25: Επιλογή του εσωτερικού τμήματος του ενισχυτικού.

Όλες οι παραπάνω ενέργειες επαναλαμβάνονται για την κατασκευή και των υπολοίπων ενισχυτικών.

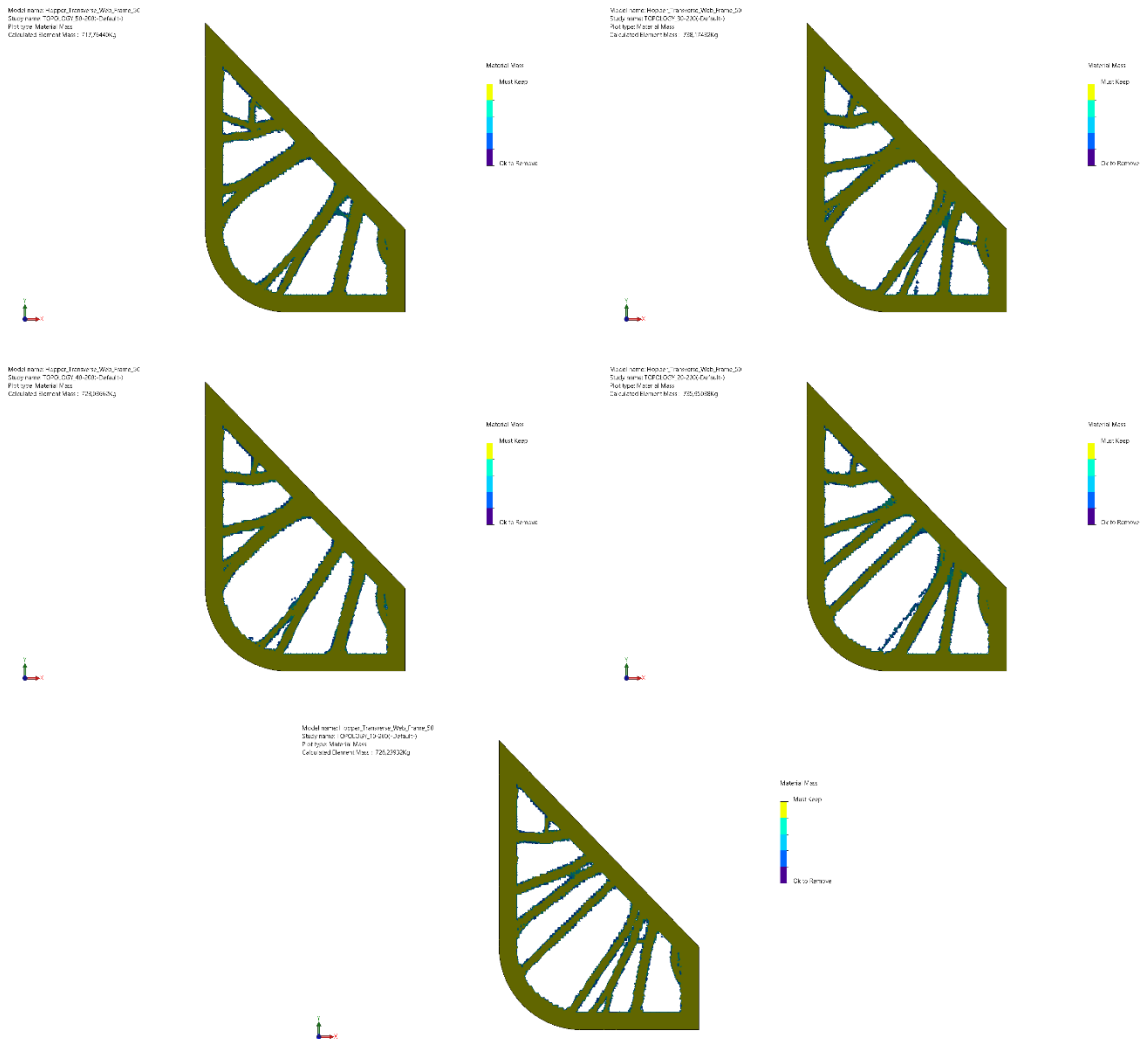


Εικόνα Β.6.26: Προεπισκόπηση της εξώθησης βάσης του ενισχυτικού.

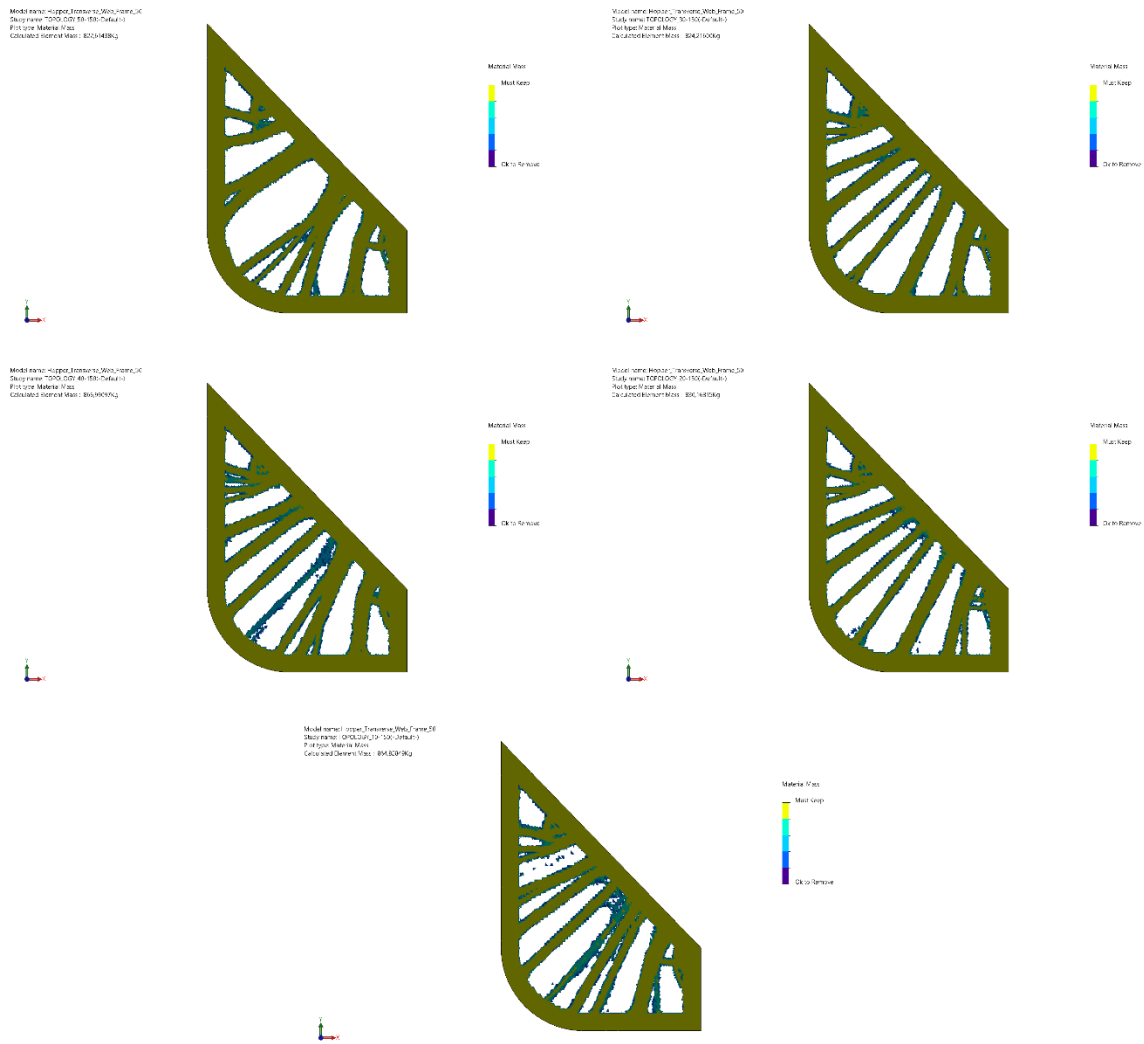
Παράρτημα Γ: Επιπρόσθετα Αποτελέσματα

Γ.1 Αποτελέσματα για Μέγεθος Πλέγματος 50 mm

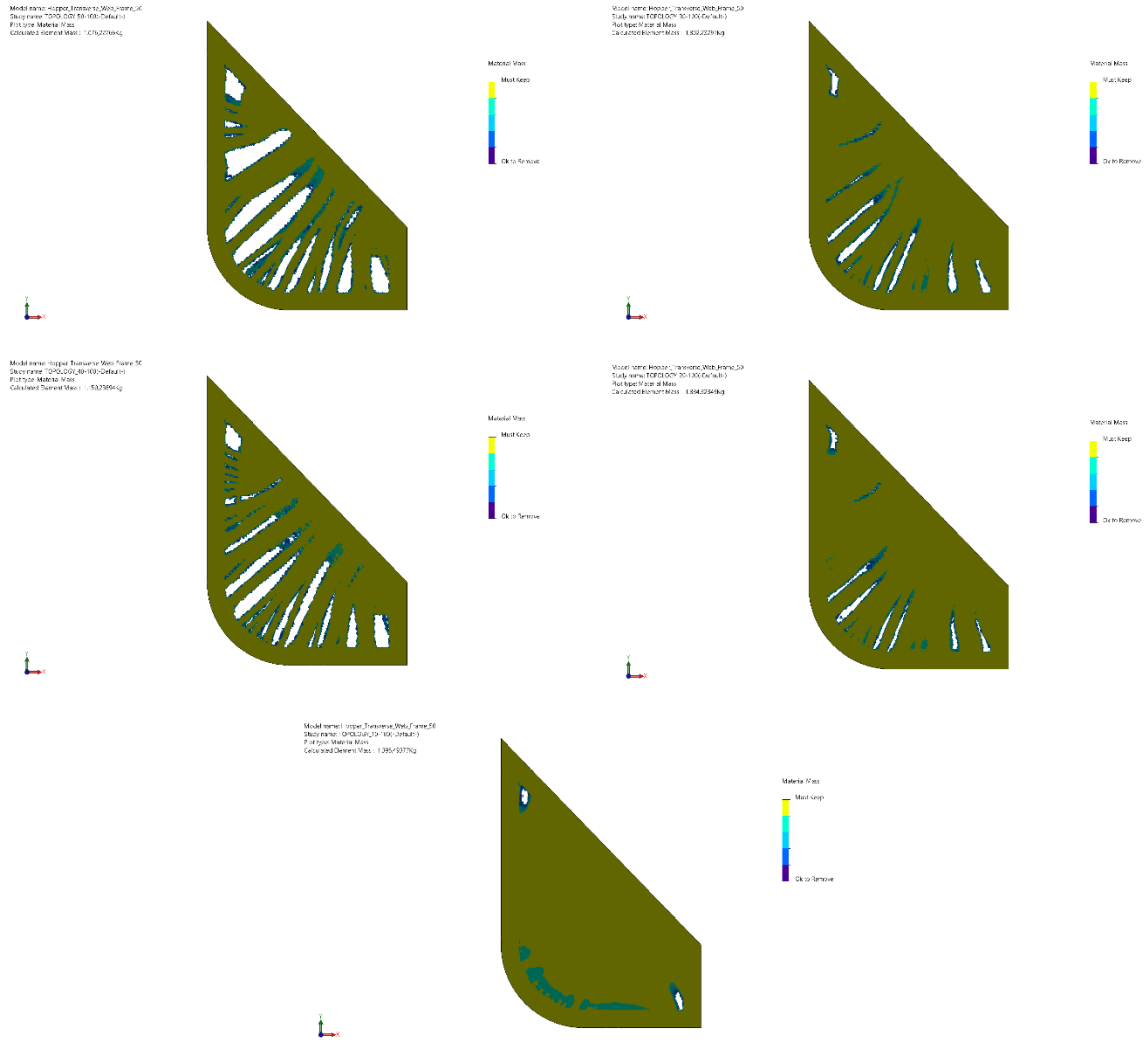
Γ.1.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος



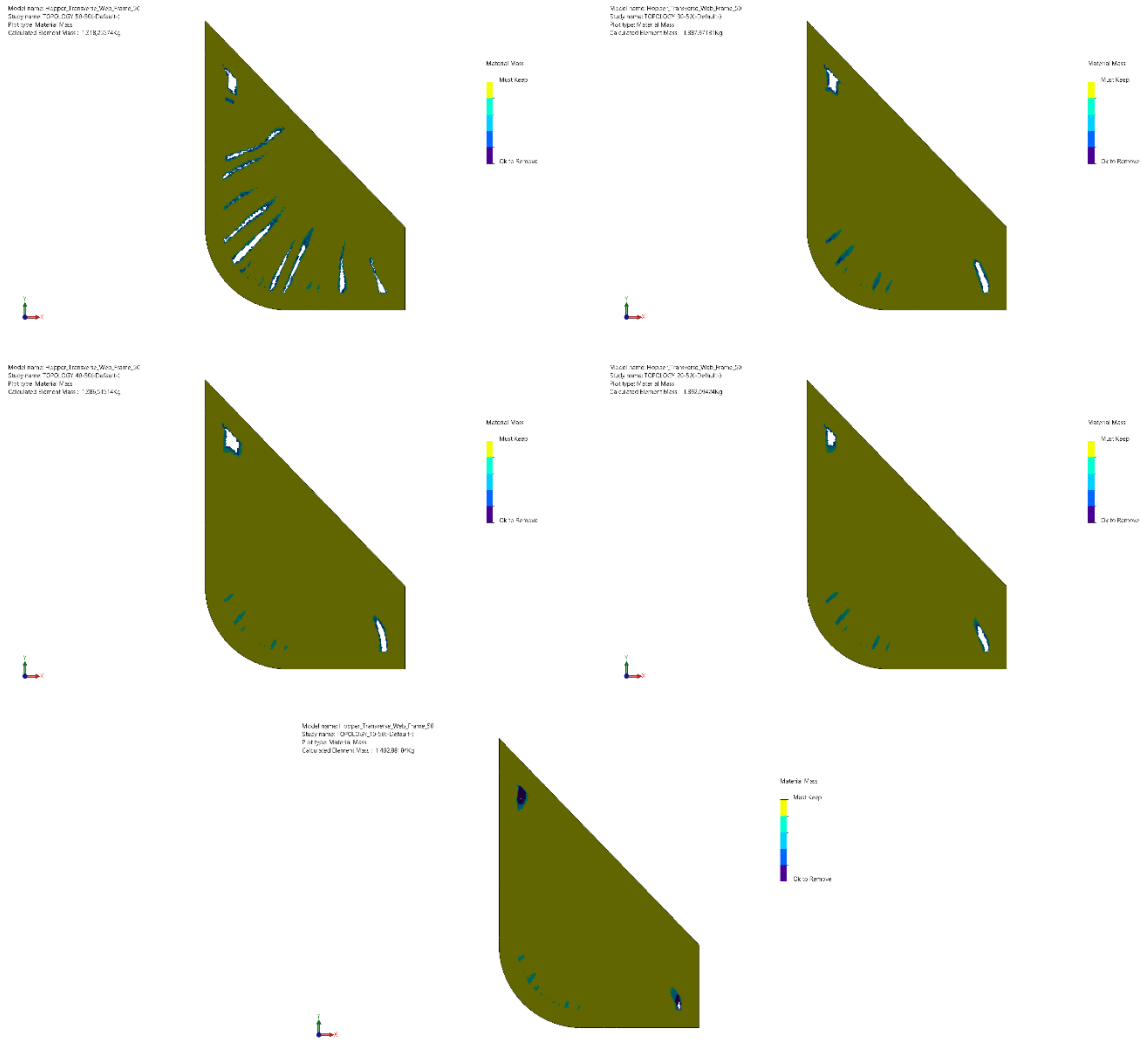
Εικόνα Γ.1.1.1: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 200 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %)



Εικόνα Γ.1.1.2: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm, ποσοστά μείωσης μάζας 10%, 20%, 30%, 40%, 50% και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 150 MPa. (Πάνω και Αριστερά: 50%, Κέντρο και Αριστερά: 40%, Πάνω και Δεξιά: 30%, Κέντρο και Δεξιά: 20%, Κάτω και Κέντρο: 10%)

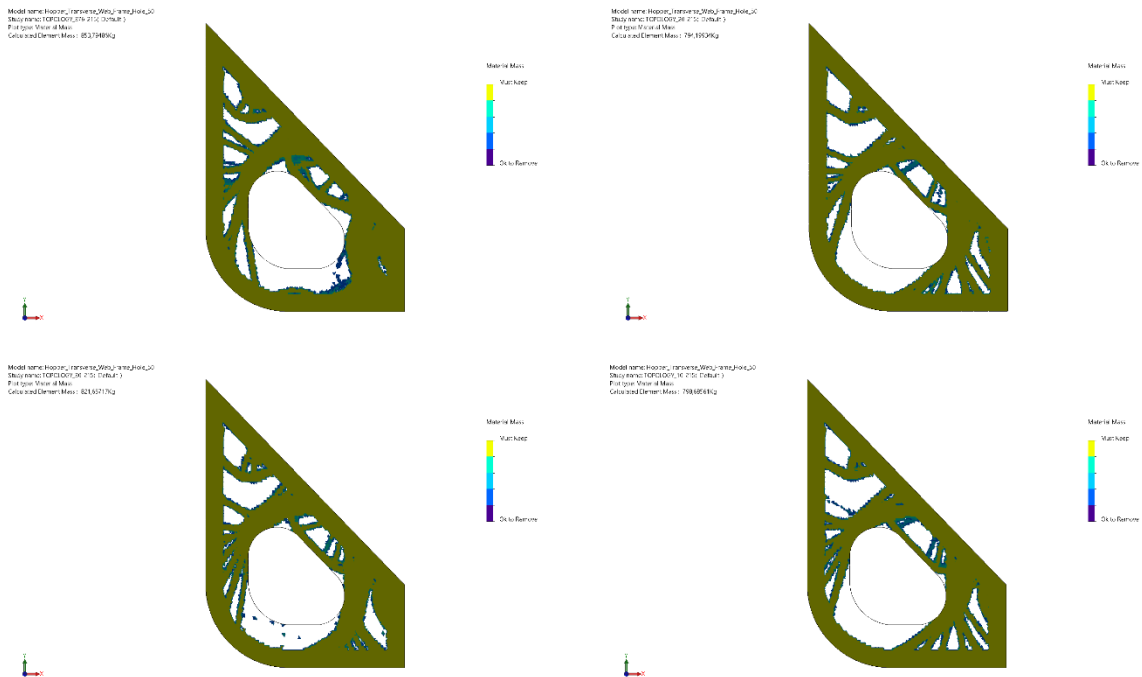


Εικόνα Γ.1.1.3: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm, ποσοστά μείωσης μάζας 10 %, 20 %, 30 %, 40 %, 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 100 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 %, Κέντρο και Αριστερά: 40 %, Πάνω και Δεξιά: 30 %, Κέντρο και Δεξιά: 20 %, Κάτω και Κέντρο: 10 %)



Εικόνα Γ.1.1.4: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 50 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %)

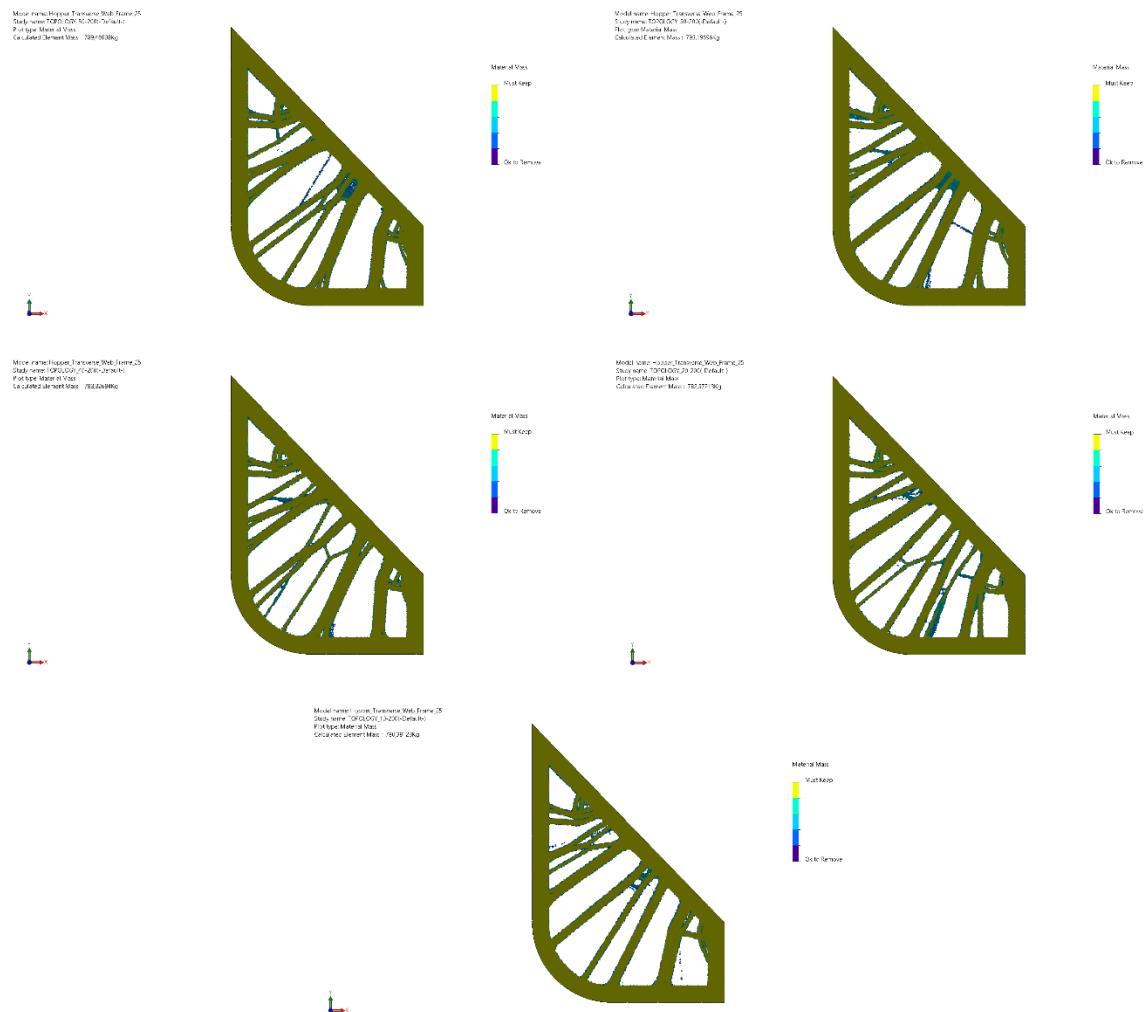
Γ.1.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος



Εικόνα Γ.1.2.1: Αποτελέσματα δεύτερης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 50 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 37,6 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 215 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 37,6 % , Κάτω και Αριστερά: 30 % , Πάνω και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Δεξιά: 10 %)

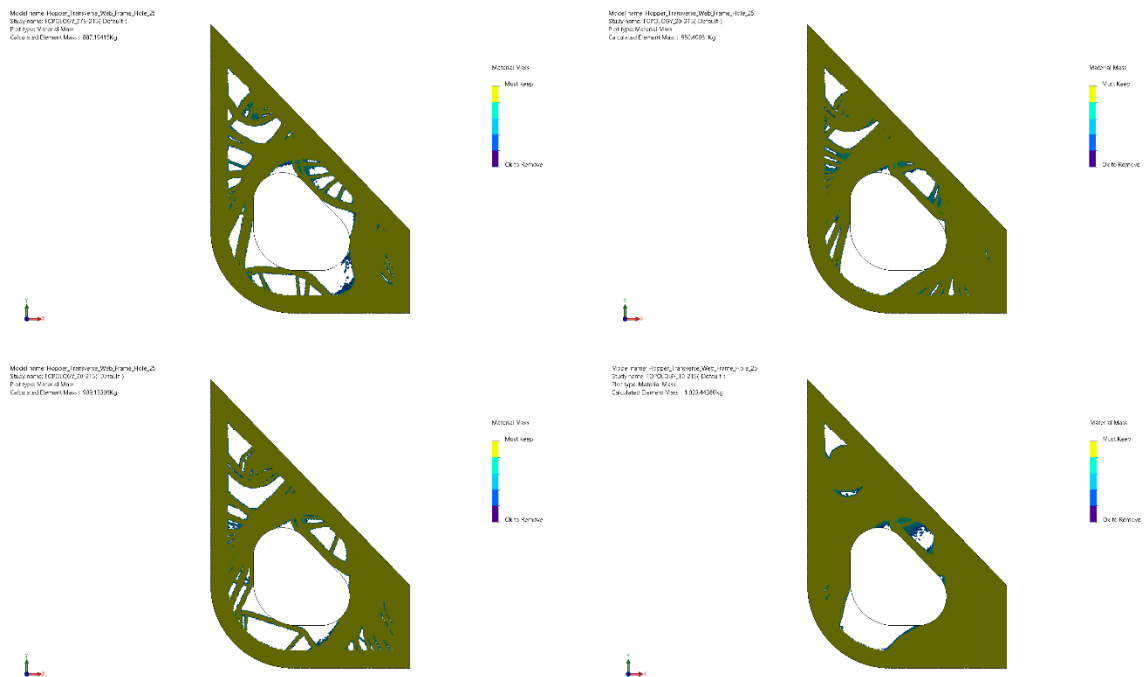
Γ.2 Αποτελέσματα για Μέγεθος Πλέγματος 25 mm

Γ.2.1 Πρώτη Εκδοχή του Ελάσματος



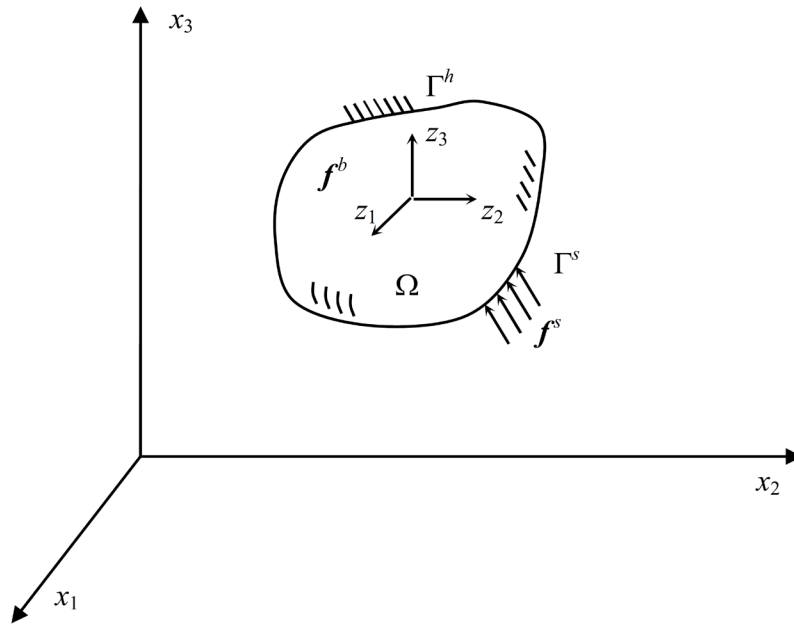
Εικόνα Γ.2.1.1: Αποτελέσματα πρώτης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 25 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 40 % , 50 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 200 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 50 % , Κέντρο και Αριστερά: 40 % , Πάνω και Δεξιά: 30 % , Κέντρο και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Κέντρο: 10 %)

Γ.2.2 Δεύτερη Εκδοχή του Ελάσματος



Εικόνα Γ.2.2.1: Αποτελέσματα δεύτερης εκδοχής ελάσματος για μέγεθος πλέγματος 25 mm , ποσοστά μείωσης μάζας 10 % , 20 % , 30 % , 37,6 % και μέγιστη επιτρεπόμενη τάση von Mises ίση με 215 MPa . (Πάνω και Αριστερά: 37,6 % , Κάτω και Αριστερά: 30 % , Πάνω και Δεξιά: 20 % , Κάτω και Δεξιά: 10 %)

Παράρτημα Δ: Αρχή Ελαχίστης Ολικής Δυναμικής Ενέργειας



Εικόνα Δ.1: Κατασκευή χώρου Ω και συνόρου Γ με στήριξη, ασκούμενη δύναμη \mathbf{f}^b και κατανεμημένο φορτίο \mathbf{f}^s (Choi & Kim, 2005).

Σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων $x_1 x_2 x_3$, θεωρούμε τη γραμμικά ελαστική κατασκευή χώρου Ω , η οποία σχηματίζεται από σύνορο Γ , όπως φαίνεται στην Εικόνα Δ.1. Το παραπάνω σώμα φέρει στήριξη στην περιοχή του συνόρου Γ^h , σε αυτό ασκούνται το βάρος του (body force) \mathbf{f}^b , όπως και οι επιφανειακές τάσεις (surface traction) \mathbf{f}^s στο τμήμα του συνόρου Γ^s . Επιπλέον, για ολόκληρο το Γ της κατασκευής ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις.

$$\Gamma = \Gamma^s \cup \Gamma^h \quad \text{και} \quad \Gamma^s \cap \Gamma^h = \emptyset \quad (\Delta.1)$$

Η εφαρμογή του \mathbf{f}^s προκαλεί στην κατασκευή μία παραμόρφωση/μετατόπιση (deformation/displacement) $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = [u_1, u_2, u_3]^T \forall \mathbf{x} \in \Omega$, χωρίς να διαταράσσει την ισορροπία της. Το σώμα, θέλοντας να αντισταθεί σε αυτήν, παράγει μία εσωτερική δύναμη, η οποία αντισταθμίζει το ασκούμενο φορτίο. Όσο αυτή είναι μικρότερη από την \mathbf{f}^s τόσο περισσότερο παραμορφώνεται το μέσο, ώστε να αποκατασταθεί η ισορροπία μεταξύ των δυνάμεων. Ο υπολογισμός της παραμόρφωσης που οδηγεί σε αυτήν την ισορροπία, μπορεί να πραγματοποιηθεί σχετικά εύκολα μέσω της διατύπωσης του δομικού προβλήματος σε όρους ενέργειας (δυναμική ενέργεια, εσωτερική ενέργεια, έργο).

Από τη φυσική, γνωρίζουμε ότι, αν σε ένα σώμα ασκηθεί δύναμη \mathbf{F} προς μία κατεύθυνση και κατόπιν το σώμα παραμορφωθεί κατά \mathbf{u} προς την ίδια διεύθυνση και φορά, τότε λέμε ότι η δύναμη έχει παράξει έργο $W(\mathbf{u})$. Εφαρμόζοντας την τελευταία πρόταση για τη δύναμη του σώματος \mathbf{f}^b και τις επιφανειακές τάσεις \mathbf{f}^s , λαμβάνουμε τα αντίστοιχα έργα $W^b(\mathbf{u})$ και $W^s(\mathbf{u})$ (Δ.2) καθώς και το συνολικό τους έργο (Δ.3).

$$W^b(\mathbf{u}) = \iint_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^b d\Omega \quad W^s(\mathbf{u}) = \int_{\Gamma^s} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^s d\Gamma \quad (\Delta.2)$$

$$W(\mathbf{u}) = \iint_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^b d\Omega + \int_{\Gamma^s} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^s d\Gamma \quad (\Delta.3)$$

Όπου,

\mathbf{f}^b : το βάρος της κατασκευής (body force) [N]

\mathbf{f}^s : οι επιφανειακές τάσεις (surface traction) $\left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$

\mathbf{u} : η μετατόπιση που προκαλούν οι επιφανειακές τάσεις στην κατασκευή [m]

\mathbf{x} : το διάνυσμα θέσης κάθε σημείου του χώρου της κατασκευής, Ω

$W^b(\mathbf{u})$: το έργο που παράγει το βάρος της κατασκευής [J]

$W^s(\mathbf{u})$: το έργο που παράγουν οι επιφανειακές τάσεις [J]

$W(\mathbf{u})$: το άθροισμα των $W^b(\mathbf{u})$ και $W^s(\mathbf{u})$ (το συνολικό έργο) [J]

Γνωρίζοντας ότι το βάρος της κατασκευής είναι συντηρητική δύναμη¹³, αν ισχύει το ίδιο και για το κατανεμημένο φορτίο, τότε το συνολικό τους έργο αποτελεί την αρνητική τιμή της δυναμικής ενέργειας της κατασκευής, $\Pi(\mathbf{u})$. Το αρνητικό πρόσημο οφείλεται στο γεγονός ότι, το συνολικό έργο προσδίδεται στην κατασκευή.

Σχετικά με την εσωτερική δύναμη που αναπτύσσει το υλικό κατά την παραμόρφωσή του, μπορούμε να τη θεωρήσουμε ως την ενέργεια που αποθηκεύεται εντός του σώματος (εσωτερική ενέργεια). Στην πραγματικότητα, το έργο ($\Delta.3$) αποθηκεύεται στο σώμα υπό τη μορφή ελαστικής ενέργειας παραμόρφωσης (strain energy) $U(\mathbf{u})$. Όσο παραμορφώνεται το σώμα τόσο αυξάνεται η εσωτερική δύναμη και κατ' επέκταση η ενέργεια παραμόρφωσης. Η τελευταία, είναι αυτή που απαιτείται για να παραμορφωθεί το αντικείμενο κατά \mathbf{u} και δίνεται από τον τύπο ($\Delta.4$).

$$U(\mathbf{u}) \equiv \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega \quad U(\mathbf{u}) \equiv \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) d\Omega \quad (\Delta.4)$$

με

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \quad \sigma_{ij}(\mathbf{u}) = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}(\mathbf{u}) \quad (\Delta.5)$$

και

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (\Delta.6)$$

Όπου,

¹³ Ως συντηρητική δύναμη ορίζεται εκείνη η δύναμη, η οποία παράγει την ίδια ποσότητα έργου για να κινήσει ένα σώμα μεταξύ δύο σταθερών σημείων, ανεξάρτητα από τη διαδρομή που θα ακολουθήσει.

$$i, j = 1, 2, \dots, N$$

N : το πλήθος των διαστάσεων του χώρου

$U(\mathbf{u})$: η ενέργεια παραμόρφωσης λόγω της μετατόπισης \mathbf{u} [J]

$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$: το διάνυσμα των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]

C : το μέτρο ελαστικότητας [MPa]

$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})$: το διάνυσμα των τροπών

$\sigma_{ij}(\mathbf{u})$: ο τανυστής των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]

C_{ijkl} : ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας¹⁴ [MPa]

$\varepsilon_{ij}(\mathbf{u})$: ο τανυστής των ορθών και διατμητικών τροπών

$\varepsilon_{kl}(\mathbf{u})$: οι συνιστώσες του τανυστή των ορθών και διατμητικών τροπών

Σύμφωνα με τους (Choi & Kim, 2005), για τα ελαστικά προβλήματα, η $U(\mathbf{u})$ δεν εξαρτάται από τη διαδρομή της παραμόρφωσης, αλλά μόνο από την \mathbf{u} . Συνεπώς, εντός του σώματος αποθηκεύεται δυναμική ενέργεια. Από την τελευταία πρόταση και από το γεγονός ότι το συνολικό έργο των φορτίων \mathbf{f}^b και \mathbf{f}^s αποτελεί την αρνητική τιμή της δυναμικής ενέργειας της κατασκευής, ορίζουμε ως $\Pi(\mathbf{u})$ την ακόλουθη διαφορά.

$$\Pi(\mathbf{u}) = U(\mathbf{u}) + (-W(\mathbf{u}))$$

$$\Pi(\mathbf{u}) = U(\mathbf{u}) - W(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) d\Omega - \iint_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^b d\Omega - \int_{\Gamma^s} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^s d\Gamma$$

$$\Pi(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \sigma_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) d\Omega - \iint_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^b d\Omega - \int_{\Gamma^s} \mathbf{u}^T \mathbf{f}^s d\Gamma \quad (\Delta.7)$$

¹⁴ Ο τετάρτης τάξης τανυστής του μέτρου ελαστικότητας συμβολίζεται και με E_{ijkl} .

Έχοντας ορίσει τον τύπο της δυναμικής ενέργειας, μπορούμε να διατυπώσουμε την αρχή ελαχίστης ολικής δυναμικής ενέργειας. Αυτή, αφορά την εύρεση εκείνων των \mathbf{u} που αποτελούν μια γενικευμένη λύση του προβλήματος (Δ.8), ικανοποιούν τη συνοριακή συνθήκη $\mathbf{u} = 0$ και σταθεροποιούν την ολική δυναμική ενέργεια. Ο χώρος αυτών των λύσεων συμβολίζεται με \mathbb{Z} και ονομάζεται χώρος των κινηματικώς αποδεκτών μετατοπίσεων.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) + \mathbf{f}^b &= 0, & \mathbf{x} \in \Omega \\ \mathbf{u} &= 0, & \mathbf{x} \in \Gamma^h \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= \mathbf{f}^s, & \mathbf{x} \in \Gamma^s\end{aligned}\tag{Δ.8}$$

Όπου,

$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) + \mathbf{f}^b = 0$: η εξίσωση ισορροπίας των δυνάμεων που ασκούνται στην κατασκευή

$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$: η απόκλιση των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]

$\mathbf{u} = 0$: η συνοριακή συνθήκη της μετατόπισης

$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{f}^s$: η συνοριακή συνθήκη των επιφανειακών τάσεων

$\boldsymbol{\sigma}$: το διάνυσμα των ορθών και διατμητικών τάσεων [MPa]

\mathbf{n} : το εξωτερικό μοναδιαίο διάνυσμα

Για την σταθεροποίηση της ολικής δυναμικής ενέργειας, είναι απαραίτητη η ύπαρξη μιας ανάλογης συνθήκης, η οποία μπορεί να κατασκευαστεί διατυπώνοντας τη δυναμική ενέργεια σε μεταβλητή μορφή.

Αρχικά, ορίζουμε ως λύση του δομικού προβλήματος τη μετατόπιση $\mathbf{u} \in \mathbb{Z}$, η οποία ελαχιστοποιεί τη δυναμική ενέργεια. Στη συνέχεια, θεωρούμε μια μικρή τυχαία διαταραχή (perturbation) της \mathbf{u} , την $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})$, η οποία αποτελεί μια μικρή μεταβολή (variation) της \mathbf{u} . Επιπλέον, ορίζουμε έναν επαρκώς μικρό όρο τ , έτσι ώστε η $\mathbf{u} + \tau\boldsymbol{\eta}$ να αποτελεί την κατάσταση της διαταραχής (perturbed state). Εφόσον, η $\mathbf{u} + \tau\boldsymbol{\eta}$ πρέπει να ανήκει στο \mathbb{Z} , η $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})$ θα ικανοποιεί τη συνοριακή συνθήκη $\mathbf{u} = 0$, συνεπώς θα ισχύει ότι $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x}) \in \mathbb{Z}$. Το γεγονός ότι η $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{x})$ θεωρείται μια μικρή μεταβολή της \mathbf{u} , μπορεί να δειχθεί μέσω της σχέσης (Δ.9), όπου για ένα πολύ μικρό τ , η $\delta\mathbf{u} = \boldsymbol{\eta}$.

$$\delta\mathbf{u} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{(\mathbf{u} + \tau\boldsymbol{\eta}) - (\mathbf{u})}{\tau} = \left. \frac{d}{d\tau}(\mathbf{u} + \tau\boldsymbol{\eta}) \right|_{\tau=0} = \boldsymbol{\eta} \equiv \bar{\mathbf{u}}\tag{Δ.9}$$

Έπειτα, αν θεωρήσουμε ότι η Π είναι συνάρτηση ορισμένη στο \mathbb{Z} , για την οποία υπάρχει το ακόλουθο όριο

$$\delta\Pi(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\Pi(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}}) - \Pi(\mathbf{u})}{\tau} = \left. \frac{d}{d\tau} \Pi(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}}) \right|_{\tau=0}, \quad \forall \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{Z}, \quad (\Delta.10)$$

τότε αυτό αποτελεί την πρώτη μεταβολή της Π στη \mathbf{u} με την κατεύθυνση της $\bar{\mathbf{u}}$. Τώρα, αν το ίδιο όριο $\exists \forall \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{Z}$, τότε η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στη $\bar{\mathbf{u}}$. Από τη στιγμή που η Π έχει πρώτη μεταβολή, μπορούν να οριστούν κριτήρια για την ελαχιστοποίησή της. Υποθέτοντας ότι η $\mathbf{u} \in \mathbb{Z}$, τέτοιο ώστε να ισχύει

$$\Pi(\mathbf{u}) \leq \Pi(\mathbf{w}) \text{ για όλες τις } \mathbf{w} \in \mathbb{Z}, \quad (\Delta.11)$$

προκύπτει ότι η \mathbf{u} ελαχιστοποιεί τη Π σε όλο το χώρο \mathbb{Z} . Ακόμη, αν η παραπάνω ανισοϊότητα ισχύει για όλες τις $\mathbf{w} \in \mathbb{Z}$ που ικανοποιούν τη σχέση $\|\mathbf{w} - \mathbf{u}\| \leq d$ με $d > 0$, τότε η Π θα παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο \mathbf{u} .

Από τη σχέση (Δ.11), $\forall \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{Z}$ και για αρκετά μικρό τ , αν η Π παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο \mathbf{u} , τότε

$$\Pi(\mathbf{u}) = \min_{\tau} \Pi(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}}) = \left. \Pi(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}}) \right|_{\tau=0}, \quad (\Delta.12)$$

η οποία για σταθερές τιμές των \mathbf{u} , $\bar{\mathbf{u}}$ και για $\tau = 0$, αποτελεί την ελάχιστη τιμή της $\Pi(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}})$. Επειδή η Π έχει πρώτη μεταβολή, η $\Pi(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}})$ είναι παραγωγίσιμη ως προς τ , συνεπώς ισχύει η συνθήκη (Δ.13), η οποία είναι απαραίτητη για τον προσδιορισμό ενός ελαχίστου της Π στο \mathbf{u} .

$$\delta\Pi(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}) = \left. \frac{d}{d\tau} \Pi(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}}) \right|_{\tau=0} = 0 \text{ για όλες τις } \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{Z}. \quad (\Delta.13)$$

Το $\delta\Pi(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}})$ είναι η μεταβολή της Π στη \mathbf{u} με την κατεύθυνση της $\bar{\mathbf{u}}$. Αυτή η σχέση αποτελεί την έννοια της αρχής της ελαχίστης δυναμικής ενέργειας για όλα τα κινηματικά αποδεκτά $\bar{\mathbf{u}}$.

Γνωρίζουμε ότι, η εξίσωση της δυναμικής ενέργειας δίνεται από τη σχέση

$$\Pi(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}) = U(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}) - W(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}), \quad (\Delta.14)$$

ενώ η μεταβλητή της μορφή από τον τύπο

$$\delta\Pi(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}) = \delta U(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}) - \delta W(\mathbf{u};\bar{\mathbf{u}}). \quad (\Delta.15)$$

Εκμεταλλευόμενοι τη (Δ.13), προκύπτει η μεταβλητή μορφή (variational – weak form) του δομικού προβλήματος.

$$\delta\Pi(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = \delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) - \delta W(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = 0 \quad (\Delta.16)$$

ή

$$\delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = \delta W(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}). \quad (\Delta.17)$$

Επιπλέον, γνωρίζοντας ότι

$$\delta\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{C} : \delta\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) \quad (\Delta.18)$$

με

$$\begin{aligned} \delta\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) &= \delta\left(\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}}\right) \\ &= \frac{\partial(\delta\mathbf{u})}{\partial\mathbf{x}} \\ &= \frac{\partial}{\partial\mathbf{x}}\left(\frac{d(\mathbf{u} + \tau\bar{\mathbf{u}})}{d\tau}\bigg|_{\tau=0}\right) \\ &= \frac{\partial\bar{\mathbf{u}}}{\partial\mathbf{x}} \\ &= \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) \\ \delta\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) &= \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) \end{aligned} \quad (\Delta.19)$$

προκύπτει ότι,

$$\delta\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}). \quad (\Delta.20)$$

Επίσης, ισχύει ότι $\varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) = \varepsilon_{ij}(\bar{\mathbf{u}})$ μέσω της αντικατάστασης του \mathbf{u} με το $\bar{\mathbf{u}}$ στον τύπο (Δ.6).

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) = \frac{\partial\mathbf{u}}{\partial\mathbf{x}} = \frac{\partial\bar{\mathbf{u}}}{\partial\mathbf{x}} = \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) \quad (\Delta.21)$$

Με βάση τα παραπάνω, μπορούμε να εκφράσουμε την ενέργεια παραμόρφωσης (Δ.4) σε μεταβλητή μορφή, $\delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$ (η μεταβολή της ενέργειας παραμόρφωσης). Γνωρίζουμε ότι,

$$U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega. \quad (\Delta.22)$$

Άρα,

$$\begin{aligned} \delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) &= \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \delta \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \delta \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega \\ &= \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) + \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) d\Omega \\ &= \iint_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}(\bar{\mathbf{u}}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) d\Omega \end{aligned}$$

ή

$$\delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega} C_{ijkl} \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon_{kl}(\bar{\mathbf{u}}) d\Omega. \quad (\Delta.23)$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να γραφτεί εναλλακτικά και ως

$$\delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega} E_{ijkl} \varepsilon_{ij}(\mathbf{u}) \varepsilon_{kl}(\bar{\mathbf{u}}) d\Omega. \quad (\Delta.24)$$

Αντίστοιχα, η μεταβλητή μορφή του έργου (η μεταβολή του έργου) των δύο δυνάμεων που δίνεται από τη σχέση (Δ.3), είναι η παρακάτω.

$$\delta W(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = \iint_{\Omega} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{f}^b d\Omega + \int_{\Gamma^s} \bar{\mathbf{u}}^T \mathbf{f}^s d\Gamma \quad (\Delta.25)$$

Όμως, ο συμβολισμός $\delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$ ταυτίζεται με τον $a(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$ και αντίστοιχα, ο $\delta W(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$ με τον $l(\bar{\mathbf{u}})$. Συνεπώς, μπορούμε να γράψουμε ότι

$$\delta U(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) \equiv a(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) \text{ και ότι } \delta W(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) \equiv l(\bar{\mathbf{u}}). \quad (\Delta.26)$$

Λόγω της (Δ.26), η (Δ.17) καταλήγουμε στη μεταβλητή μορφή (Δ.27) του δομικού προβλήματος (Δ.16).

$$a(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}}) = l(\bar{\mathbf{u}}) \quad \forall \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{Z} \quad (\Delta.27)$$

Όπου,

$a(\mathbf{u}; \bar{\mathbf{u}})$: η διγραμμική μορφή ενέργειας (energy bilinear form) [J]

$l(\bar{\mathbf{u}})$: η γραμμική μορφή του φορτίου (load linear form) [J]

Βιβλιογραφία

- Anon., 2021. *Discrete Optimization in Engineering Design*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <http://apmonitor.com/me575/index.php/Main/DiscreteOptimization>
[Πρόσβαση 1 Ιουλίου 2021].
- Anon., n.d. *What is Topology?*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://uwaterloo.ca/pure-mathematics/about-pure-math/what-is-pure-math/what-is-topology>
[Πρόσβαση 1 Ιουλίου 2021].
- Barta, J., 1957. On the minimum weight of certain redundant structures. *Acta Technica*, Τόμος 18, pp. 67-76.
- Bendsøe, M. P., 1989. Optimal shape design as a material distribution problem. *Structural Optimization*, Τόμος 1, pp. 193-202.
- Bendsøe, M. P., 1995. *Optimization of Structural Topology, Shape, and Material*. 1η επιμ. New York: Springer-Verlag.
- Bendsøe, M. P. & Kikuchi, N., 1988. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 71(2), pp. 197-224.
- Bendsøe, M. P. & Sigmund, O., 2004. *Topology Optimization Theory, Methods, and Applications*. 2η επιμ. New York: Springer-Verlag.
- Bos, D., 2021. *TU Delft Repositories: Education Repository*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3A0926ffde-d641-450f-b800-e993c9ced40e?collection=education>
[Πρόσβαση 10 Δεκεμβρίου 2021].
- Choi, K. K. & Kim, N.-H., 2005. *Structural Sensitivity Analysis and Optimization 1*. 1η επιμ. New York: Springer.
- Coelho, P. G., Fernandes, P. R. & Rodrigues, H. C., 2011. Multiscale modeling of bone tissue with surface and permeability control. *Journal of Biomechanics*, 44(2), pp. 321-329.
- Dassault Systemes, 2018. *SOLIDWORKS*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://www.solidworks.com/media/design-through-analysis-improving-product-design-and-automating-manufacturability-topology>
[Πρόσβαση 10 Ιουνίου 2021].
- Dassault Systemes, 2021. *SOLIDWORKS Help: De-mold Control PropertyManager*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: https://help.solidworks.com/2020/English/SolidWorks/cworks/hidd_demold_control.htm
[Πρόσβαση 5 Ιουλίου 2021].
- Dassault Systemes, 2021. *SOLIDWORKS Help: Export Smoothed Mesh*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: https://help.solidworks.com/2020/English/SolidWorks/cworks/hidd_save_shape_mesh.htm?id=d97360d30df64188a23a3bc0271c1676#Pg0
[Πρόσβαση 5 Ιουλίου 2021].

Dassault Systemes, 2021. *SOLIDWORKS Help: Goals and Constraints*. [Ηλεκτρονικό] Available at: https://help.solidworks.com/2020/English/SolidWorks/cworks/hidd_goals_constraints.htm?id=8f6a412d78f347fdb28ea41843d42172#Pg0 [Πρόσβαση 5 Ιουλίου 2021].

Dassault Systemes, 2021. *SOLIDWORKS Help: Material Mass PropertyManager*. [Ηλεκτρονικό] Available at: https://help.solidworks.com/2020/English/SolidWorks/cworks/c_material_mass.htm?id=77aa90dff1d24da38861a5fa24faaaca#Pg0 [Πρόσβαση 5 Ιουλίου 2021].

Dassault Systemes, 2021. *SOLIDWORKS Help: SIMP Method for Topology Optimization*. [Ηλεκτρονικό] Available at: https://help.solidworks.com/2020/English/SolidWorks/cworks/c_simp_method_topology.htm?verRedirect=1https://www.google.gr [Πρόσβαση 15 Ιουλίου 2021].

Dassault Systemes, 2021. *SOLIDWORKS Help: Symmetry Control PropertyManager*. [Ηλεκτρονικό] Available at: https://help.solidworks.com/2020/English/SolidWorks/cworks/hidd_symmetry_control.htm?id=6df1c4589f2a4f96b41b9fbddb40ea3b#Pg0 [Πρόσβαση 5 Ιουλίου 2021].

Dassault Systemes, 2022. *SOLIDWORKS Help: Buckling Factor of Safety*. [Ηλεκτρονικό] Available at: https://help.solidworks.com/2020/english/solidworks/cworks/c_buckling_load_factor.htm [Πρόσβαση 20 Ιανουαρίου 2022].

Dassault Systemes, 2021. *SOLIDWORKS Help: Topology Options*. [Ηλεκτρονικό] Available at: https://help.solidworks.com/2020/English/SolidWorks/cworks/hidd_topology_options.htm?id=f7713cee38824fedae923f3971cffd6c#Pg0 [Πρόσβαση 5 Ιουλίου 2021].

Drucker, D. C. & Shield, R. T., 1957. BOUNDS ON MINIMUM WEIGHT DESIGN. *Quarterly of Applied Mathematics*, 15(3), pp. 269-281.

Duysinx, P. & Bendsøe, M. P., 1998. Topology optimization of continuum structures with local stress constraints. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 43(8), pp. 1453-1478.

FE-DESIGN GmbH, 2014. *SIMULIA Tosca Structure Documentation 8.1*. Karlsruhe: s.n.

Fleury, C. & Braibant, V., 1986. Structural optimization: A new dual method using mixed variables. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23(3), pp. 409-428.

Gibson, L., 2017. *SILO.TIPS*. [Ηλεκτρονικό] Available at: <https://silo.tips/download/marine-inspection-robotic-assistant-system> [Πρόσβαση 7 Μαΐου 2022].

Hajela, P., Lee, E. & Lin, C.-Y., 1993. Genetic Algorithms in Structural Topology Optimization. *Topology Design of Structures*, Τόμος 227, pp. 117-133.

- Hassani, B. & Hinton, E., 1999. *Homogenization and Structural Topology Optimization Theory, Practice and Software*. 1η επιμ. London: Springer-Verlag.
- Huang, X. & Xie, Y. M., 2010. *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications*. 1η επιμ. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd.
- Huang, X., Zuo, Z. H. & Xie, Y. M., 2009. Evolutionary topology optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies. *Computers and Structures*, 88(5-6), pp. 357-364.
- IACS, 2020. *Guidance and Information on Dry Cargo Loading and Discharging to Reduce the Likelihood of Over-stressing the Hull Structure*. 2η επιμ. London: International Association of Classification Societies.
- Islam, M. S. & Paul, S. C., 2021. TOPOLOGY OPTIMIZATION OF AN OIL TANKER BULKHEAD SUBJECTED TO HYDROSTATIC LOADS. *Journal of Naval Architecture and Marine Engineering*, 18(2), pp. 207-215.
- János, L. & Hussein, I., 2020. Milestones in the 150-Year History of Topology Optimization: A Review. *Computer Assisted Methods in Engineering and Science*, 27(2-3), pp. 97-132.
- Jayachandran, K. P., Guedes, J. M. & Rodrigues, H. C., 2010. Optimal configuration of microstructure in ferroelectric materials by stochastic optimization. *Journal of Applied Physics*, 108(2), p. 024101.
- Kazinczy, G., 1942. Plastic behaviour of the materials regarding the load carrying capacity of structures. *Lecture Notes III*, Τόμος 13.
- Kim, N.-H., 2015. *Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. 1η επιμ. New York: Springer.
- Kongsberg, 2024. *KONGSBERG*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://www.kongsberg.com/maritime/news-and-events/news-archive/2022/launch-of-new-direct-trunk-support/>
[Πρόσβαση 17 Ιουλίου 2024].
- Kreissl, S., Pingen, G. & Maute, K., 2011. Topology optimization for unsteady flow. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 87(13), pp. 1229-1253.
- Krishna, L. S. R., Mahesh, N. & Sateesh, N., 2017. Topology optimization using solid isotropic material with penalization technique for additive manufacturing. *materialstoday: PROCEEDINGS*, 4(2), pp. 1414-1422.
- Lee, J. & Kikuchi, N., 2010. Structural Topology Optimization of Electrical Machinery to Maximize Stiffness With Body Force Distribution. 46(10), pp. 3790-3794.
- Lee, J., Seo, J. H. & Kikuchi, N., 2010. Topology optimization of switched reluctance motors for the desired torque profile. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 42(5), pp. 783-796.
- Leidenfrost, D., 2015. *EPIC.awi.de*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://epic.awi.de/id/eprint/40476/>
[Πρόσβαση 10 Δεκεμβρίου 2020].
- Maxwell, J. C., 1870. On Reciprocal Figures, Frames, and Diagrams of Forces. *Earth and Environmental Science Transactions of The Royal Society of Edinburgh*, 26(1), pp. 1-40.
- M. C., 2023. <https://www.marino-consult.eu/en/info/engineering/>. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://www.marino-consult.eu/en/info/engineering/>
[Πρόσβαση 13 Ιουνίου 2023].

- Michell, A. G. M., 1904. The limits of economy of material in frame-structures. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 8(47), pp. 589-597.
- Mróz, Z., 1958. The load carrying capacity and minimum weight design of annular plates. *Engineering Transactions*, Τόμος 114, pp. 605-625.
- Parkinson, I. H. & Fazzalari, N. L., 2012. *Springer Link*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: https://link.springer.com/chapter/10.1007/8415_2011_113
[Πρόσβαση 3 Νοεμβρίου 2022].
- Pawlyn, M., 2019. *Perlego*. 2η επιμ. s.l.:RIBA Publishing.
- Pingen, G., Evgrafov, A. & Maute, K., 2007. Topology optimization of flow domains using the lattice Boltzmann method. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 34(6), pp. 507-524.
- Prager, W. & Rozvany, G. I., 1977. OPTIMIZATION OF STRUCTURAL GEOMETRY. *Dynamical Systems*, pp. 265-293.
- Prager, W. & Shield, R. T., 1968. Optimal design of multi-purpose structures. *International Journal*, 4(4), pp. 469-475.
- Pritchard, P. J. & Mitchell, J. W., 2015. *Introduction to Fluid Mechanics*. 9η επιμ. s.l.:Wiley.
- Qiu, W., Gao, C., Sun, L. & Luo, R., 2016. *TSCF: News & Publications*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: http://www.tscforum.org/news/2016_content.aspx?CurrPage=1&cate=All&Search=&mode=M&b_num=29
[Πρόσβαση 10 Δεκεμβρίου 2020].
- Querin, O. M. και συν., 2017. *Topology Design Methods for Structural Optimization*. 1η επιμ. London: Academic Press.
- Rao, S. S., 2009. *Engineering Optimization Theory and Practice*. 4η επιμ. New Jersey: Wiley.
- Rodrigues, H. C., Guedes, J. M. & Bendsøe, M. P., 2002. Hierarchical optimization of material and structure. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 24(1), pp. 1-10.
- Rodrigues, H., Guedes, J. M. & Bendsøe, M. P., 2002. Hierarchical optimization of material and structure. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 24(1), pp. 1-10.
- Rossow, M. P. & Taylor, J. E., 1973. A Finite Element Method for the Optimal Design of Variable Thickness Sheets. Τόμος 11, pp. 1566-1569.
- Rozvany, G. I., 1972. Grillages of maximum strength and maximum stiffness. *International Journal of Mechanical Sciences*, 14(10), pp. 651-666.
- Rozvany, G. I., 1972. Optimal load transmission by flexure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1(3), pp. 253-263.
- Rozvany, G. I. & Zhou, M., 1990. *Applications of the COC Algorithm in Layout Optimization*. New York, Springer-Verlag.
- Shanley, F. R., 1952. *Weight strength analysis of aircraft structure*. 1η επιμ. New York: McGraw-Hill.
- Shield, R. T., 1963. Optimum design methods for multiple loading. *Journal of Applied Mathematics*, Τόμος 14, pp. 38-45.
- Sigmund, O., 2007. Morphology-based black and white filters for topology optimization. 33(4), pp. 401-424.

- Svanberg, K., 1987. The method of moving asymptotes-a new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24(2), pp. 359-373.
- Sved, G., 1954. The minimum weight of certain redundant structures. *Australian Journal of*, Τόμος 5, pp. 1-9.
- Tyflopoulos, E., Flem, D. T., Steinert, M. & Olsen, A., 2018. *State of the art of generative design and topology optimization and potential research needs*. Linköping, The Design Society.
- Voelkl, H. & Wartzack, S., 2018. *DESIGN FOR COMPOSITES: TAILOR-MADE, BIO-INSPIRED TOPOLOGY OPTIMIZATION FOR FIBER-REINFORCED PLASTICS*. Dubrovnik, Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture, University of Zagreb.
- Vuijk, W., 2020. *TU Delft Repositories: Education Repository*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid%3Aadffac044-cefd-45c1-a2ba-1709c8e11ed4?collection=education>
[Πρόσβαση 20 Δεκεμβρίου 2021].
- Wang, N. F. & Zhang, X. M., 2016. *A Solid Isotropic Material with Parallel Penalization Method for Structural Topology Optimization with Multiple Materials*. Paris, IEEE.
- Wikipedia, 2021. *Engineering optimization*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: https://en.wikipedia.org/wiki/Engineering_optimization
[Πρόσβαση 18 Ιουλίου 2021].
- Wikipedia, 2021. *Topology*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://en.wikipedia.org/wiki/Topology>
[Πρόσβαση 1 Ιουλίου 2021].
- Xie, Y. M. & Steven, G. P., 1993. A SIMPLE EVOLUTIONARY PROCEDURE FOR STRUCTURAL OPTIMIZATION. *Computer & Structures*, 49(5), pp. 885-896.
- Xie, Y. M. & Steven, G. P., 1997. *Evolutionary Structural Optimization*. 1η επιμ. London: Springer-Verlag.
- Yang, X. Y., Xie, Y. M., Steven, G. P. & Querin, O. M., 1999. Bidirectional Evolutionary Method for Stiffness Optimization. *AIAA Journal*, Τόμος 37, pp. 1483-1488.
- Yang, X. Y., Xie, Y. M., Steven, G. P. & Querin, O. M., 1999. Bi-directional Evolutionary Method for Stiffness Optimization. *AIAA Journal*, 37(11), pp. 1483-1488.
- Zhang, C., Zeng, Z. & Ji, C., 2019. *STRUCTURE DESIGN OF THE SHIP PEDESTAL BASED ON TOPOLOGY OPTIMIZATION*. Göteborg, CIMNE.
- Zhang, W., Zhu, J. & Gao, T., 2016. *Topology Optimization in Engineering Structure Design*. 1η επιμ. Great Britain: ISTE Press Ltd and Elsevier Ltd.
- Θεοδουλίδης, Α., 2017. *UNIWA Open eClass - ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗ ΠΛΑΟΙΟΥ*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA187>
[Πρόσβαση 7 Δεκεμβρίου 2021].
- Θεοδουλίδης, Α., 2019. *UNIWA Open eClass - ΣΤΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΝΑΥΠΗΓΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA205>
[Πρόσβαση 7 Φεβρουαρίου 2022].

Μάγγα, Κ., 2018. *Eureka! Institutional Repository*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <http://eureka.teithe.gr/jspui/handle/123456789/11677>
[Πρόσβαση 6 Φεβρουαρίου 2022].

Μπράτσος, Α., 2003. *Ανώτερα Μαθηματικά*. 1η επιμ. Αθήνα: ΑΘ. ΣΤΑΜΟΥΛΗΣ.

Πολίτης, Κ., 2020. *UNIWA Open eClass - Ειδικά Κεφάλαια Μελέτης Πλοίου*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://eclass.uniwa.gr/courses/NA244>
[Πρόσβαση 25 Νοεμβρίου 2021].

Χατζικωνσταντής, Γ., 2017. *UNIWA Open eClass - ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ ΚΑΤΑΣΤΡΩΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΠΗΔΑΛΙΟΥΧΙΑΣ - ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΠΗΔΑΛΙΟΥ*. [Ηλεκτρονικό]
Available at: <https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA186&openDir=/6453d822sMcV>
[Πρόσβαση 14 Φεβρουαρίου 2017].