



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική εργασία

**Βέλτιστη σχεδίαση σύνδεσης καθέτων ενισχυτικών με χρήση αγκώνων**

Συγγραφέας:

Τσαπαρλής Σ. Ιωάννης

A.M.: 19393018

Επιβλέπων: Δρ. Μηχ. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης

Αιγάλεω, 2024



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

## Διπλωματική εργασία

**Τίτλος: Βέλτιστη σχεδίαση σύνδεσης καθέτων ενισχυτικών με χρήση αγκώνων**

## Συγγραφέας

Τσαπαρλής Σ. Ιωάννης (Α.Μ.: 19393018)

## Επιβλέπων Καθηγητής

Δρ. Μηχ. Αλέξανδρος Θεοδουλίδης

## Ημερομηνία εξέτασης

26.07.2024

## Εξεταστική Επιτροπή

Αλέξανδρος Θεοδουλίδης,

Επίκουρος καθηγητής

ΠΑ.Δ.Α

Ιωάννης Τίγκας,

Επίκουρος καθηγητής

ΠΑ.Δ.Α

Θωμάς Π. Μαζαράκος,

Επίκουρος καθηγητής

ΠΑ.Δ.Α



## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Τσαπαρλής Ιωάννης του Σωτηρίου, με αριθμό μητρώου 19393018 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Ναυπηγών Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

Ο Δηλών



Τσαπαρλής Ιωάννης



## **Ευχαριστίες**

Για την συγκεκριμένη διπλωματική εργασία θα ήθελα αρχικά να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου Αλέξανδρο Θεοδουλίδη για την στήριξη κατά την διάρκεια της εργασίας και την καθοδήγηση που μου έδινε. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, τους φίλους μου και τέλος την Νονά μου η οποία ήταν αυτή που με ώθησε από την πρώτη στιγμή στον κλάδο και μου άνοιξε αυτή την πόρτα.

## Περίληψη

Σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας είναι αρχικά να γίνει μια περιγραφή των πεπερασμένων στοιχείων σαν θεωρητικό υπόβαθρο και του προγράμματος Ansys που θα χρησιμοποιήσουμε για την μελέτη αντοχής κάθετων ενισχυτικών και την σύνδεση τους με μπρακέτα. Στην συνέχεια θα γίνει μια σύγκριση των αποτελεσμάτων αντοχής για αυτά τα κατασκευαστικά στοιχεία από μεγάλους νηογνώμονες, ενώ τελικά με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων και του λογισμικού Ansys θα δούμε ποια είναι η βέλτιστη σχεδίαση για την σύνδεση των κάθετων ενισχυτικών με μπρακέτα. Αυτό θα πραγματοποιηθεί με βάση τόσο το μήκος πλευράς όσο και το πάχος του μπρακέτου, για διάφορες παραλλαγές (διάταξη με διαφορετικό σχήμα ενισχυτικών ή παρουσία φλάντζας), ενώ θα γίνει μελέτη της διάταξης με μη γραμμική ανάλυση όπως επίσης και έλεγχος λυγισμού, βγάζοντας τελικά τα κατάλληλα συμπεράσματα.

Λέξεις κλειδιά: Πεπερασμένα στοιχεία, Ansys, κανονισμοί νηογνώμωνων, μπρακέτα, κάθετα ενισχυτικά, βέλτιστη σχεδίαση, αντοχή.

## **Abstract**

*The purpose of this thesis is initially to provide a description of finite elements as a theoretical background and of the Ansys software that we will use to study the strength of vertical stiffeners and their connection with a bracket. Then a comparison of the strength results for these structural elements will be made from major classifications societies, while finally with the finite element analysis and the Ansys software we will see the optimal design for connecting the vertical reinforcements with a bracket. This will be carried out based on both the side length and the thickness of the bracket for various cases (e.g. arrangement with different shape of reinforcements or presence of a flange), while a study of the arrangement will be done with a non-linear analysis as well as buckling check, finally drawing the appropriate conclusions.*

*Keywords: Finite elements, Ansys, classification societies rules, bracket, vertical stiffeners, optimal design, strength.*



## Περιεχόμενα

|  |    |
|--|----|
| Εισαγωγή .....   | 1  |
| Κεφάλαιο 1: Βασικές Αρχές Μηχανικής .....                  | 2  |
| 1.1 Είδη Φορτίσεων .....                                   | 2  |
| 1.2 Ορθές, διατμητικές τάσεις & τανυστής τάσεων.....       | 3  |
| 1.3 Διαρροή (κριτήριο <i>Von Mises</i> ).....              | 7  |
| 1.4 Φαινόμενο Κάμψης .....                                 | 9  |
| Κεφάλαιο 2: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων .....           | 11 |
| 2.1 Ιστορική Αναδρομή.....                                 | 11 |
| 2.2 Βασικές αρχές .....                                    | 13 |
| 2.3 Ωρολογία.....  | 15 |
| 2.4 Πυκνότητα πλέγματος.....                               | 16 |
| 2.5 Γεωμετρία.....   | 16 |
| 2.6 Ποιότητα Διακριτοποίησης.....                          | 18 |
| 2.7 Ιδιότητες Υλικών.....                                  | 19 |
| 2.8 Οριακές συνθήκες, φορτίσεις και στηρίξεις.....         | 20 |
| 2.9 ANSYS.....   | 22 |
| Κεφάλαιο 3: Μέθοδος Πεπερασμένων στοιχείων για δοκούς..... | 24 |
| 3.1 Στοιχείο Δοκός .....                                   | 24 |
| 3.2 Θεωρία Πεπερασμένων Στοιχείων Δοκού .....              | 25 |
| 3.3 Μητρώο Ακαμψίας δοκού.....                             | 29 |
| 3.4 Δισδιάστατα .....                                      | 30 |
| 3.5 Διαδικασία ΜΠΣ.....                                    | 33 |
| Κεφάλαιο 4: Κανονισμοί Νηογνομόνων.....                    | 34 |
| 4.1 Νηογνώμονες .....                                      | 34 |

|                                     |  |     |
|-------------------------------------|--|-----|
| 4.2                                 | ΜΠΣ στους Κανονισμούς Νηογνομώνων.....   | 36  |
| 4.3                                 | Common Structural Rules για μπρακέτα .....   | 46  |
| 4.4                                 | Κανονισμοί ABS για μπρακέτα .....  | 51  |
| 4.5                                 | Κανονισμοί DNV για μπρακέτα.....   | 53  |
| 4.6                                 | Κανονισμοί Lloyds για μπρακέτα .....   | 59  |
| Κεφάλαιο 5: Κατασκευή μοντέλου..... |  | 64  |
| 5.1                                 | Κατασκευή μοντέλου Rhino .....   | 65  |
| 5.2                                 | Γεωμετρία στο Ansys.....   | 67  |
| 5.3                                 | Αποτελέσματα.....  | 72  |
| 5.4                                 | Διαδικασία Βελτιστοποίησης.....  | 77  |
| 5.4.1                               | Μεταβολή πάχους μπρακέτου $tb$ σε ‘Τ’ ενισχυτικό.....                                | 77  |
| 5.4.2                               | Μεταβολή μήκους πλευράς $lbkt$ σε ‘Τ’ ενισχυτικό .....                               | 82  |
| 5.4.3                               | Μεταβολή πάχους μπρακέτου $tb$ σε ‘Γ’ ενισχυτικό.....                                | 91  |
| 5.4.4                               | Μεταβολή μήκους πλευράς $lbkt$ σε ‘Γ’ ενισχυτικό .....                               | 97  |
| 5.4.5                               | Μεταβολή πάχους $tb$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου ‘Τ’.               | 101 |
| 5.4.6                               | Μεταβολή μήκους πλευράς $lbkt$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου ‘Τ’..... | 106 |
| 5.4.7                               | Μεταβολή πάχους $tb$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου ‘Γ’.               | 109 |
| 5.4.8                               | Μεταβολή μήκους πλευράς $lbkt$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου ‘Γ’..... | 114 |
| 5.5                                 | Πύκνωση πλέγματος .....  | 117 |
| 5.5.1                               | Μεταβολή πάχους $tb$ με πύκνωση πλέγματος σε διάταξη ‘Τ’ με φλάντζα. ....            | 117 |
| 5.5.2                               | Μεταβολή μήκους πλευράς $lbkt$ με πύκνωση πλέγματος σε διάταξη ‘Τ’ με φλάντζα.       | 122 |
| 5.6                                 | Συγκριτικά διαγράμματα.....  | 124 |
| 5.6.1                               | Συγκριτικά διαγράμματα με την πύκνωση πλέγματος.....                                 | 124 |
| 5.6.2                               | Συγκριτικά διαγράμματα με το πάχος μπρακέτου $tb$ .....                              | 127 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 5.6.3 | Συγκριτικά διαγράμματα με το μήκος πλευράς <i>lbkt</i> .....           | 131 |
| 5.6.4 | Σύγκριση μετατοπίσεων για το μπρακέτο (300 x 300 x 20)-(100 x 20)..... | 144 |
| 5.7   | Μη γραμμική ανάλυση κατασκευής .....                                   | 145 |
| 5.8   | Έλεγχος Λυγισμού στην Διάταξη .....                                    | 152 |
|       | Συμπεράσματα .....   | 158 |
|       | Προτάσεις .....  | 161 |
|       | Βιβλιογραφία .....   | 162 |

## Εισαγωγή

Ένας από τους κύριους κλάδους που γνωρίζει ολοένα ανάπτυξη τα τελευταία χρόνια, με τις αυξανόμενες απαιτήσεις του εμπορίου μέσω θάλασσας, είναι αυτός της ναυπηγικής και της κατασκευής ακόμη περισσότερων πλοίων. Ένα από τα πιο σημαντικά κομμάτια στην ναυπήγηση ενός πλοίου είναι εκείνο της μεταλλικής κατασκευής και των κατασκευαστικών στοιχείων, των οποίων οι διαστάσεις θα πρέπει να είναι τέτοιες έτσι ώστε ικανοποιούν τα κριτήρια αντοχής του πλοίου. Επιπλέον η ανάπτυξη της τεχνολογίας στην ίδια την ναυπηγική έχει ανοίξει τον δρόμο των πεπερασμένων στοιχείων, που είναι ένας εύκολος τρόπος υπολογισμού αντοχής και διάφορων άλλων ιδιοτήτων ενός κατασκευαστικού στοιχείου με δεδομένες διαστάσεις.

Πιο συγκεκριμένα στα πλαίσια της διπλωματικής εργασίας, θα αναλύσουμε τόσο σε θεωρητικό όσο και σε πρακτικό επίπεδο μέσω του Ansys, την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (*Finite Element Analysis - FEA*) η οποία χρησιμοποιεί αριθμητική επίλυση διαφορικών εξισώσεων για να περιγράψει την αντοχή, την παραμόρφωση και άλλων ιδιοτήτων ενός στοιχείου, πράγμα που στο χέρι θα ήταν αρκετά απαιτητικό και δύσκολο.

Στην συνέχεια, όπως γνωρίζουμε, κάθε πλοίο βρίσκεται υπό την επίβλεψη ενός νηογνώμονα ο οποίος ορίζει κάποιους κανόνες με μερικούς από αυτούς να είναι και κοινοί (*Common Structural Rules*) για εκείνους που ανήκουν στην Διεθνή Ένωση Νηογνομόνων (*International Association Of Classification Societies- IACS*). Εμείς θα μελετήσουμε και θα κάνουμε μια συγκριτική αξιολόγηση των απαιτήσεων από 3 μεγάλους νηογνώμονες, του *ABS* (Αμερικάνικος), του *DNV-GL* (Νορβηγικός-Γερμανικός) και τέλος του *Lloyds Register* (Βρετανικός).

Το κομμάτι που θα μελετήσουμε είναι 2 ενισχυτικά κάθετα μεταξύ τους τα οποία συνδέονται με χρήση αγκώνων/μπρακέτων. Για αυτή την σύνδεση θα γίνει η σύγκριση ανάμεσα στους κανονισμούς και φυσικά ανάμεσα και τα αποτελέσματα από το Ansys έτσι ώστε να γίνει μια διαδικασία βελτιστοποίησης στην οποία θα αλλάζουμε κάποια διάσταση από τους αγκώνες σύνδεσης ώστε να δούμε ποιοι συνδυασμοί δίνουν τα καλύτερα αποτελέσματα ως προς την αντοχή και την παραμόρφωση, βρίσκοντας την μέγιστη δύναμη που μπορεί να αντέξει η κατασκευή έτσι ώστε οι τάσεις να παραμείνουν κατω από το όριο διαρροής.

## Κεφάλαιο 1: Βασικές Αρχές Μηχανικής

Η μηχανική παραμορφώσιμου στερεού είναι ένας κλάδος της μηχανικής που μελετά τη συμπεριφορά των στερεών σωμάτων όταν αυτά υποβάλλονται σε δυνάμεις και φορτία που προκαλούν αλλαγή είτε σχήμα είτε στο μέγεθος τους.

Περιλαμβάνει:

- **Ανάλυση τάσεων:** Μελέτη της κατανομής των εσωτερικών δυνάμεων που αναπτύσσονται σε ένα στερεό σώμα υπό την άσκηση δυνάμεων.
- **Ανάλυση παραμορφώσεων:** Μελέτη της αλλαγής στο σχήμα και μέγεθος ενός στερεού σώματος υπό φορτίο.
- **Συσχέτιση τάσεων-παραμορφώσεων:** Σχέση μεταξύ των εσωτερικών δυνάμεων και της αλλαγής στο σχήμα και μέγεθος.
- **Υλικά:** Μελέτη της συμπεριφοράς διαφορετικών υλικών υπό φορτίο, όπως μέταλλα, πλαστικά, συνθετικά υλικά.
- **Μηχανικές ιδιότητες:** Μελέτη των ιδιοτήτων των υλικών, όπως αντοχή, ελαστικότητα, πλαστικότητα.

### 1.1 Είδη Φορτίσεων

Κατά τον σχεδιασμό ενός πλοίου έχουμε τις εξής φορτίσεις.

- Στατικές φορτίσεις (δηλαδή βάρος, άντωση, θερμικά φορτία, διάφορες συγκεντρωμένες φορτίσεις)
- Δυναμικές φορτίσεις
  - Υψίσυχνες:
    - Δονήσεις που παρατηρούνται στη γάστρα εξαιτίας της περιστροφής της έλικας.
    - Φορτίσεις από λειτουργία διάφορων μηχανών.
    - Κινήσεις σε κυματισμούς με μεγάλη συχνότητα
    - Αδρανειακές δυνάμεις απο επιταχύνσεις λόγω κυματισμών.
  - Χαμηλόσυχνες:
    - Πιέσεις λόγω κυματισμών στη γάστρα του πλοίου.
    - Φορτίσεις λόγω ταλαντώσεων του πλοίου.
    - Αδρανειακές δυνάμεις απο επιταχύνσεις λόγω κυματισμών.
- Ειδικές φορτίσεις (Όπως κρουστικά φορτία λόγω φαινομένων σφυρόκρουσης, *sloshing* δεξαμενών και πρόσπτωσης κυματισμών)

Επίσης οι ναυπηγικές κατασκευές στην πλειονότητα τους αστοχούν λόγω:

1. Διαρροής
2. Κοπώσεως
3. Λυγισμού
4. Ψαθυρής Θραύσης

## 1.2 Ορθές, διατμητικές τάσεις & τανυστής τάσεων

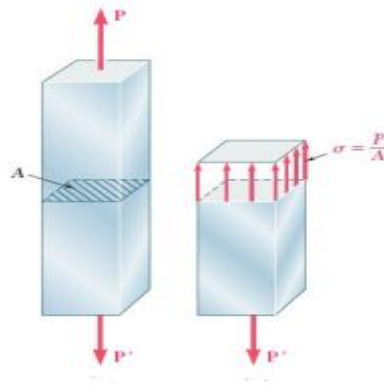
- **Ορθές τάσεις.**

Είναι ουσιαστικά οι τάσεις που είναι κάθετες στην επιφάνεια και σαν ορισμός, τάση είναι δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας. Ορθές τάσεις παρουσιάζονται και στην κάμψη που θα μελετήσουμε εμείς και στον εφελκυσμό μέσω του οποίου γίνεται πιο κατανοητός ο ορισμός τους.

Ο τύπος που δίνει τις ορθές τάσεις ( $\sigma$ ) για φορτίο  $P$  (N) ασκούμενο σε επιφάνεια  $A$  ( $m^2$ ) είναι:

$$\sigma = \frac{P}{A} \left( \frac{N}{m^2} \right) \quad (1.2.1)$$

(Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου 2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)



Εικόνα 1: Παράδειγμα ορθών τάσεων, Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA187>)

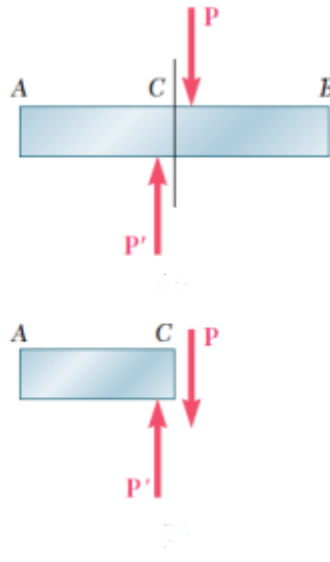
- Διατμητικές Τάσεις.

Είναι ουσιαστικά οι τάσεις που είναι παράλληλες στην επιφάνεια και σαν ορισμός, τάση είναι δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας. Διατμητικές τάσεις παρουσιάζονται σε φαινόμενα διάτμησης ή στρέψης.

Ο τύπος που δίνει τις διατμητικές τάσεις ( $\tau$ ) για φορτίο  $P$  (N) ασκούμενο σε επιφάνεια  $A$  ( $m^2$ ) είναι:

$$\tau = \frac{P}{A} \left( \frac{N}{m^2} \right) \quad (1.2.2)$$

(Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου 2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)

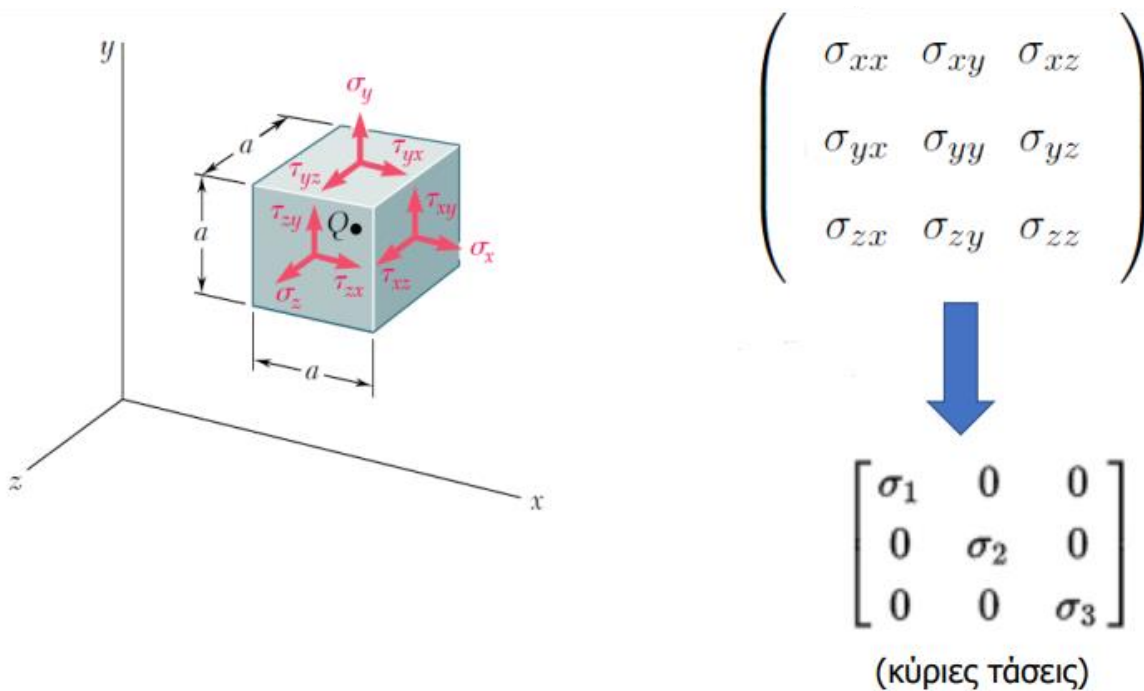


Εικόνα 2: : Παράδειγμα διατμητικών τάσεων, Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA187>)

- **Τανυστής τάσεων.**

Ο τανυστής γενικά είναι ένας πολυδιάστατος πίνακας αριθμητικών τιμών που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψει τη φυσική κατάσταση ή τις ιδιότητες ενός υλικού. Ένα πολύ απλό παράδειγμα τανυστή που χρησιμοποιείται στη μηχανική είναι αυτός των τάσεων, δηλαδή δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας. Η εικόνα 3 παρακάτω, απεικονίζει έναν μοναδιαίο κύβο, σαν ένα σώμα, με δυνάμεις που ασκούνται σε αυτόν και στις τρεις διαστάσεις. Διαιρώνοντας με την επιφάνεια στην οποία ασκούνται οι δυνάμεις, μπορούν να ληφθούν οι τάσεις στον κύβο. Οποιαδήποτε αυθαίρετη κατάσταση τάσης μπορεί να αποσυντεθεί σε 9 στοιχεία (με την ένδειξη  $\sigma_{ij}$ ). Αυτά τα στοιχεία σχηματίζουν έναν τανυστή δεύτερης τάξης. Τέλος σχετικά με την ένδειξη  $\sigma_{ij}$  το  $i$  δείχνει το άξονα πάνω στον οποίο είναι κάθετο το επίπεδο όπου ασκείται η δύναμη, ενώ το  $j$  δηλώνει τον άξονα με τον οποίο είναι παράλληλη η συνιστώσα της τάσης.

(Carleton College, Tensors: Stress, Strain and Elasticity, by Pamela Burnley - University of Last Vegas)



Εικόνα 3: Τανυστής τάσεων ( $\sigma, \tau$ ), Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA187>)

Με κατάλληλο προσανατολισμό του συστήματος αξόνων προκύπτει ο  $2^{\text{ος}}$  πίνακας κύριων τάσεων  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  ενώ οι τάσεις που έχουν αντίθετους αλλά ίδιου δείκτες είναι ίσες ( $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ )

Επίσης αν θέλουμε να μελετήσουμε τις τάσεις στο επίπεδο  $Oxy$  τότε ο τανυστής των τάσεων γίνεται:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (1.2.3)$$



Αν θέλουμε να στρέψουμε το κύριο σύστημα κατά μια γωνία  $\theta$  τότε οι τάσεις μετασχηματίζονται σε:

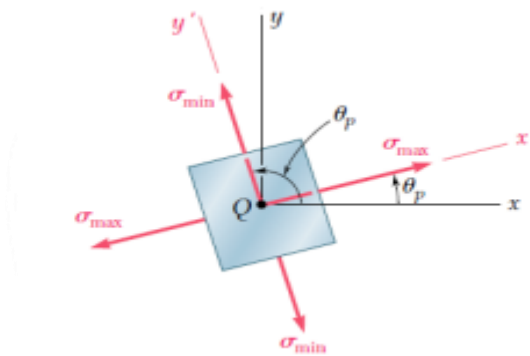
$$\sigma'_x = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta) \quad (1.2.4)$$

$$\sigma'_y = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) - \tau_{xy} \sin(2\theta) \quad (1.2.5)$$

$$\tau'_{xy} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta) \quad (1.2.6)$$

Στην συνέχεια αν θέλουμε να βρούμε τις μέγιστες και ελάχιστες τάσεις (αν στρέψουμε κατά  $\theta_p$  σύστημα αξόνων) αυτές θα είναι:

$$\sigma_{max,min} = \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (1.2.7)$$



Εικόνα 4: Περιστροφή κατά  $\theta_p$  για εύρεση μέγιστων - ελάχιστων ορθών τάσεων, Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA187>)

Το ίδιο γίνεται και με τις διατμητικές τάσεις και μπορούμε να βρούμε την γωνία  $\theta_s$  αλλά και την τιμή μέγιστης διατμητικής τάσης:

$$\tan(2\theta_s) = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (1.2.8)$$

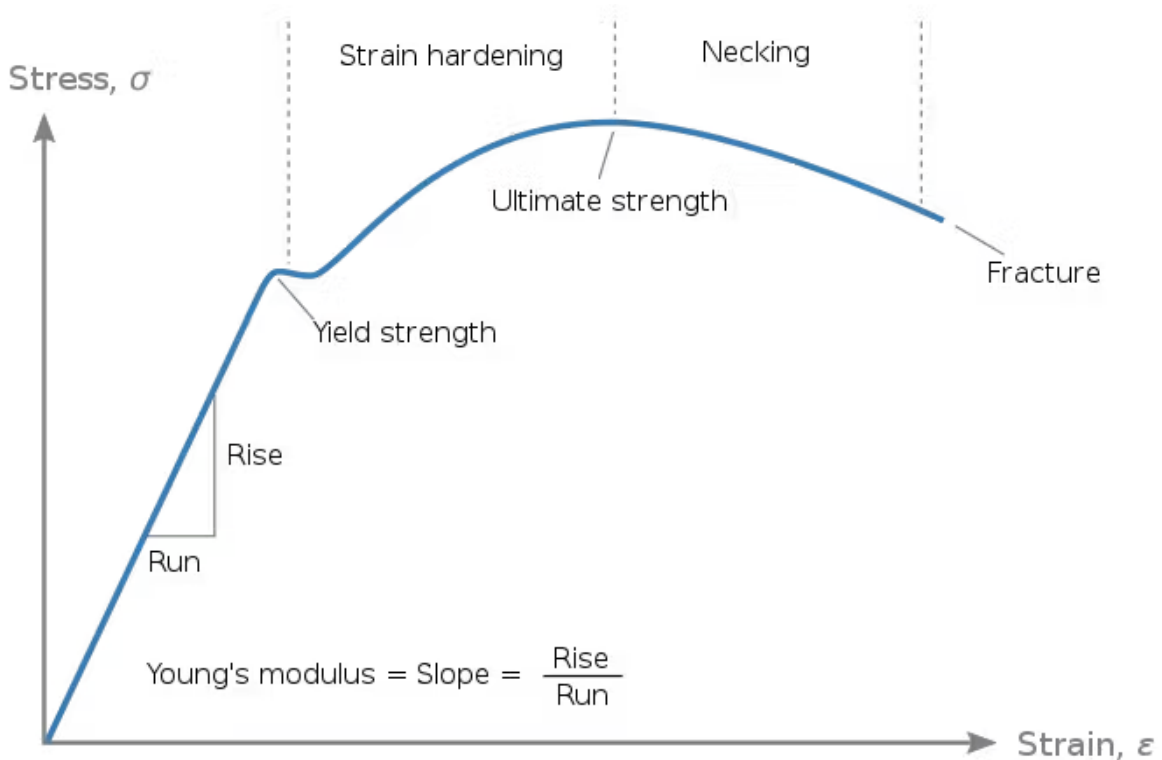
$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (1.2.9)$$

(Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου 2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)

### 1.3 Διαρροή (κριτήριο *Von Mises*)

Το όριο διαρροής ορίζεται ως η τάση στην οποία ένα υλικό παύει να έχει ελαστική παραμόρφωση (να μπορεί να επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση μετά από την επιβολή μια δύναμης) και αρχίζει την πλαστική (μόνιμη) παραμόρφωση. Είναι μια από τις πιο σημαντικές μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού. Βοηθά τους μηχανικούς να κατανοήσουν πώς ένα υλικό παραμορφώνεται όταν υπόκειται σε καταπόνηση, επομένως τους βοηθά να επιλέξουν κατάλληλα υλικά για διαφορετικές εφαρμογές και χρήσεις. Το όριο διαρροής προσδιορίζεται με τη διεξαγωγή ενός πειράματος εφελκυσμού σε ένα δείγμα υλικού.

Για να γίνει πιο εύκολα κατανοητό παραθέτουμε το διάγραμμα τάσης ( $\sigma$ ) - παραμόρφωσης ( $\epsilon$ ).



Εικόνα 5: Διάγραμμα τάσης- παραμόρφωσης, *xometry - Yield Strength* (<https://www.xometry.com/resources/3d-printing/yield-strength/>)

Το όριο διαρροής  $\sigma_y$  (yield strength) είναι το παρατηρούμενο σημείο στην καμπύλη τάσης- παραμόρφωσης όπου αρχίζει η πλαστική παραμόρφωση. Το υλικό παραμορφώνεται ελαστικά από την έναρξη της εφελκυστικής τάσης μέχρι το σημείο διαρροής. Το σημείο διαρροής μπορεί να εκτιμηθεί παρατηρώντας πού τελειώνει το γραμμικό τμήμα του γραφήματος τάσης- παραμόρφωσης και πού αρχίζει το μη γραμμικό τμήμα

(*Xometry, Yield Strength: Definitions, Importance, Graphs and how to calculate*)

- **Κριτήριο Von Mises**

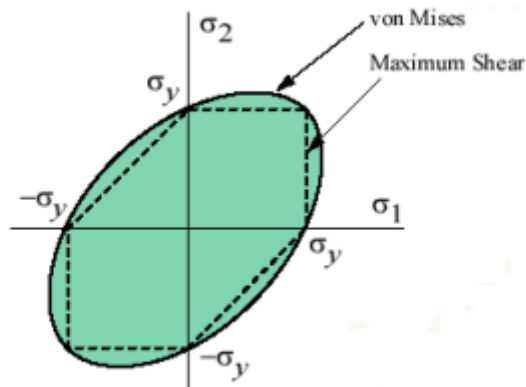
Το συγκεκριμένο κριτήριο χρησιμοποιείται αρκετά στη μηχανική και λέει ότι η διαρροή σε ένα υλικό προκαλείται όταν η ενέργεια παραμόρφωσης (ανά μονάδα όγκου) είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια παραμόρφωσης που αντιστοιχεί στη διαρροή.

(Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου 2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)

Περιγράφεται για επίπεδη εντατική κατάσταση από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \leq \sigma_y^2 \quad (1.3.1)$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2} \leq \sigma_y \quad (1.3.2)$$



Εικόνα 6: Κριτήριο Von Mises, Σημειώσεις μαθήματος Διαμήκους Αντοχής Πλοίου, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA187>)

## 1.4 Φαινόμενο Κάμψης

Η ορθή τάση λόγω κάμψης εμφανίζεται όταν ένα σώμα υπόκειται σε φορτίο που τείνει να το κάμψει ή σε στρεπτική ροπή. Αυτός ο τύπος καταπόνησης εμφανίζεται συνήθως σε κατασκευές ή σώματα όπως δοκοί, γέφυρες και κολώνες που υπόκεινται σε φορτία που προκαλούν κάμψη. Η τάση αυτή εκφράζει την κατανομή των εσωτερικών δυνάμεων και ροπών εντός της διατομής της δοκού καθώς αυτή υφίσταται παραμόρφωση.

*(Xometry, Bending Strength: Definitions, how it works, calculation Types and examples)*

Όταν συμβαίνει το φαινόμενο της κάμψης, υπάρχουν ίνες (αξονικές γραμμές) που ούτε θλίβονται, ούτε εφελκύνονται. Οι γραμμές αυτές βρίσκονται πάνω στον ουδέτερο άξονα (*neutral axis*) του σώματος ο οποίος είναι ουσιαστικά το κεντροειδές του σώματος. Πάνω και κάτω από τον ουδέτερο άξονα η δοκός υπόκειται είτε σε εφελκυσμό είτε σε θλίψη ανάλογα την φορά της καμπτικής ροπής.

Τον ουδέτερο άξονα τον βρίσκουμε από τον τύπο:

$$y_c = \frac{1}{A} \int y dA \quad (1.4.1)$$

Οπου:

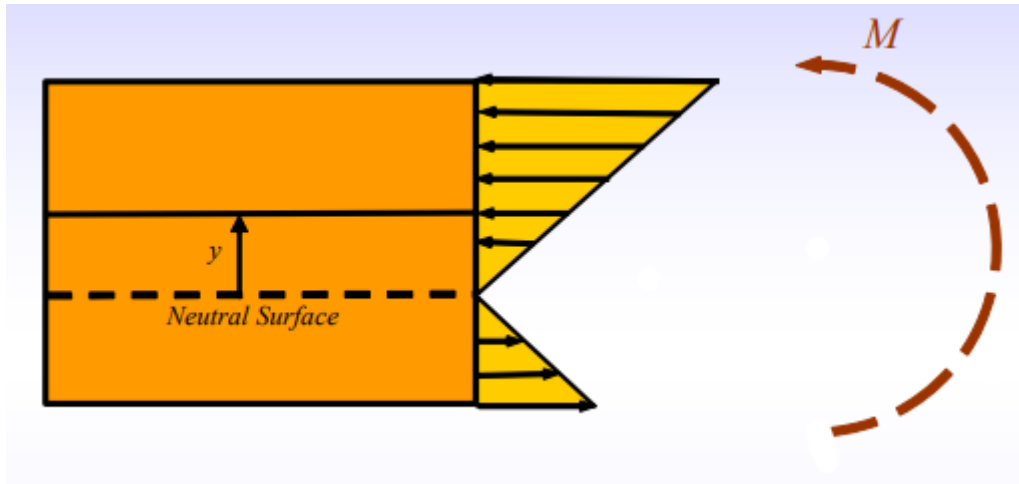
- **dA**: το εμβαδόν μια στοιχειώδους επιφάνειας.
- **y**: Απόσταση από μία βασική γραμμή που έχουμε εμείς ορίσει.
- **A**: Συνολικό εμβαδόν επιφάνειας (άθροισμα όλων στοιχειωδών).

Ο τύπος που δίνει τις ορθές τάσεις λόγω κάμψης είναι :

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (1.4.2)$$

Οπου:

- **$\sigma$** : Η ορθή τάση λόγω κάμψης ( $\frac{N}{m^2}$  ή Pa).
- **M**: Η καμπτική ροπή ( $N * m$ ).
- **y**: Η απόσταση του σημείου που μελετάμε από τον ουδέτερο άξονα (m)
- **Ixx**: Ροπή αδράνειας διατομής ( $m^4$ ). Για παράδειγμα σε δοκό μήκους L με πλάτος B η ροπή αδράνειας είναι:  $I = \frac{1}{12}LB^3$



Εικόνα 7: Παράδειγμα κάμψης σε δοκό - κατανομή τάσεων, Σημειώσεις Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών, Άλκης Παιπέτης (<http://users.uoi.gr/csmlab>)

Οι μέγιστες κατά απόλυτη τιμή τάσεις στο φαινόμενο της κάμψης εμφανίζονται στις εξωτερικές επιφάνειες και πιο συγκεκριμένα σε αυτή που έχει την μεγαλύτερη απόσταση από τον ουδέτερο άξονα.

(Πανεπιστήμιο Ιωάννινων, Τμήμα Επιστήμης και Τεχνολογίας Υλικών, Άλκης Παιπέτης, Μηχανικές ιδιότητες σύνθετων υλικών: κάμψη)

## Κεφάλαιο 2: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

### 2.1 Ιστορική Αναδρομή

Αν και δεν υπάρχει σίγουρη ημερομηνία κατά την οποία αναπτύχθηκε για πρώτη φορά η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων (*FEA*), το ευρέως γνωστό είναι ότι τα *FEA* αναπτύχθηκαν στα τέλη του 1800, όταν ο *John William Strutt Rayleigh* ανέπτυξε μια μέθοδο για την πρόβλεψη της πρώτης φυσικής συχνότητας απλών δομών. Το συγκεκριμένο το πραγματοποίησε υποθέτοντας ένα παραμορφωμένο σχήμα για μια δομή, ενώ στη συνέχεια ποσοτικοποίησε το σχήμα κάνοντας ελάχιστη την κατανεμημένη ενέργεια σε αυτή. Στη συνέχεια, ο *Walter Ritz* ανέπτυξε μια μέθοδο - τώρα γνωστή ως μέθοδος Rayleigh-Ritz, για την πρόβλεψη της μετατόπισης και της τάσης στις δομές. Η επιλογή του σχήματος για την δομή ήταν κρίσιμη για την ακρίβεια των αποτελεσμάτων και των οριακών συνθηκών. Παρόλα αυτά, η συγκεκριμένη μέθοδος αποδείχθηκε πολύ δύσκολη για περίπλοκα σχήματα, επειδή ο αριθμός των πιθανών σχημάτων αυξάνονταν εκθετικά όσο με την πολυπλοκότητα. Αυτή η μέθοδος πρόβλεψης ήταν κρίσιμη για την ανάπτυξη αλγορίθμων *FEA* τα επόμενα χρόνια. Αργότερα, το 1940, είχαν αναπτυχθεί αριθμητικές μέθοδοι για την πρόβλεψη της συμπεριφοράς πιο γενικών δομών από τον *Hrenikoff* ενώ χρησιμοποιήθηκαν και ενεργειακές μέθοδοι από τον *Alberto Castigliano* και τον *William Rowan Hamilton*. Το 1943, ο *Richard Courant* πρότεινε τη διάσπαση ενός συνεχούς συστήματος σε τριγωνικά τμήματα.

Η δεκαετία του 1940 συνέβαλε στην δημιουργία ψηφιακών υπολογιστών με την ανακάλυψη του *ENIAC* στο Πανεπιστήμιο της Πενσυλβάνια. Αυτός ο υπολογιστής μεγέθους δωματίου ανατέθηκε από τον στρατό των ΗΠΑ για τον υπολογισμό των βαλλιστικών τροχιών κατά τη διάρκεια του Β' Παγκοσμίου Πολέμου. Μέχρι τη δεκαετία του 1950, αναλογικοί υπολογιστές είχαν αναπτυχθεί για την επεξεργασία πιο δύσκολων δομικών προβλημάτων. Με την προοπτική για ισχυρότερους υπολογιστές, οι αναλυτικές μέθοδοι αναπτύχθηκαν για να συμπεριλάβουν λύσεις βασισμένες σε μητρώα δομών πλαισίου και δοκών.

Το επόμενο σημαντικό βήμα για την ανάπτυξη των πεπερασμένων στοιχείων έγινε από την *Boeing* τη δεκαετία του 1950, όταν χρησιμοποίησαν τριγωνικά στοιχεία για να μοντελοποιήσουν τα φτερά του αεροπλάνου. Το όφελος για την αεροναυπηγική ήταν αρκετά μεγάλο από αυτή την χρήση και οι περισσότεροι μεγάλοι κατασκευαστές αεροδιαστημικής ανέπτυξαν εσωτερικά προγράμματα για δομική ανάλυση σε υπολογιστές. Έτσι γεννήθηκε η βασική έννοια των πεπερασμένων στοιχείων, αν και η διαδικασία ήταν ακόμα χρονοβόρα και περιορισμένη. Το 1960, ο Δρ. *Ray Clough* επινόησε τον όρο «πεπερασμένο στοιχείο» αφού ο ίδιος (και άλλοι) δημοσίευσαν το πρώτο άρθρο για την τεχνολογία το 1956 στο *Journal of Aeronautical Sciences* – με τίτλο «*Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures*».



Prof R. W. Clough

# JOURNAL OF THE AERONAUTICAL SCIENCES

VOLUME 25 SEPTEMBER, 1966 NUMBER 9

## Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structures

M. J. TURNER,<sup>1</sup> R. W. CLOUGH,<sup>2</sup> H. C. MARTIN,<sup>3</sup> AND L. J. TOFF<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Assistant (June 20, 1965). This paper is based on a paper presented at the International Summer, Twenty-Ninth Annual Meeting, IAS, New York, January 20-26, 1965.  
<sup>2</sup> Regional University Code Chief, Boeing Research Center, Seattle, 216-24.  
<sup>3</sup> Associate Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley.  
<sup>4</sup> Professor of Aeronautical Engineering, University of Washington, Seattle.  
<sup>5</sup> Director, Applied Aeronautical Dynamics Lab, Boeing Research Center, Seattle, 216-24.

It is noted that the existing stiffness methods are efficient in analyzing such type structures. The object is to present a systematic and efficient method for analyzing such type structures. The stiffness method is used for the analysis of the complete structure. The stiffness method is used for the analysis of the complete structure. The stiffness method is used for the analysis of the complete structure.

Key words: air loads; and theoretical analysis of aerodynamic effects on stability and control. This is a problem of exceptional difficulty when the wings and tail surfaces of low aspect ratio, either swept or unswept, are included.

It is recognized that further loading (or air loading) is a significant feature of the vibration modes of the entire configuration, and of the low order modes, in order to investigate these characteristics it is necessary that the kinematic relations of a structural structure must be expressed in the form of finite differences.

Εικόνα 8: Πρώτο άρθρο του Δρ. Ray Clough, A Brief History of FEA, ESRD (<https://www.esrd.com/simulation-technology/brief-history-of-fea/>)

Η δεκαετία του 1960 είδε την πραγματική ανάπτυξη της εμπορικής χρήσης FEA καθώς οι ψηφιακοί υπολογιστές αντικατέστησαν τους αναλογικούς με τη δυνατότητα χιλιάδων λειτουργιών ανά δευτερόλεπτο. Επίσης τότε Zienkiewicz και Cheung έγραψαν το πρώτο βιβλίο αναφερόμενο στη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων το 1967. Την περίοδο εκείνη, ένας μικρός κατασκευαστής αναλογικών υπολογιστών για την αεροδιαστημική βιομηχανία χρηματοδοτήθηκε NASA για την ανάπτυξη ενός κώδικα FEA γενικής χρήσης. Αυτή η εταιρεία, η MacNeal-Schwendler Corporation (MSC), εξασφάλισε την ανάπτυξη της εμπορικής FEA φτάνοντας σε αυτό που σήμερα είναι γνωστό ως NASTRAN. Τέλος την ίδια περίπου χρονική περίοδο, αναπτύχθηκαν και άλλα πακέτα λογισμικού FEA όπως το ANSYS, MARC και SAP. Ωστόσο, η υπολογιστική ισχύς την τότε περίοδο ήταν πολύ περιορισμένη.



Εικόνα 9: Ενασχόληση της NASA με FEA A Brief History of FEA, ESRD (<https://www.esrd.com/simulation-technology/brief-history-of-fea/>)

Αργότερα και την δεκαετία 1970, οι πιο μικροί αναπτύχθηκαν και ήταν πιο δυνατοί από τους πρώτους μεγάλους υπολογιστές σχεδόν μεγέθους δωματίου. Παρόλα αυτά, η εύρεση λύσεων σε πιο δύσκολα προβλήματα εξακολουθούσε να απαιτεί υψηλούς πόρους. Στη δεκαετία του 1980, οι εξελίξεις στην επεξεργασία γραφικών άφησαν το στίγμα τους στη FEA και οι

μηχανικοί άρχισαν να κοιτάζουν σοβαρά την ενσωμάτωση της FEA στη σχεδίαση διάφορων προϊόντων.

(O'Donnell Consulting Engineers, Inc.)

Τον 21<sup>ο</sup> αιώνα η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων έχει αναπτυχθεί κατά ένα μεγάλο ποσοστό και χρησιμοποιείται ευρέως σε πολλά προβλήματα της μηχανικής και της ναυπηγικής που μελετάμε. Γενικά υπάρχει μια δυσκολία στην χρήση διαφόρων λογισμικών FEA τα οποία προσπαθούν ολόένα να κάνουν πιο φιλικό των κώδικα ώστε να μπορεί να χρησιμοποιείται και από περισσότερους χρήστες.

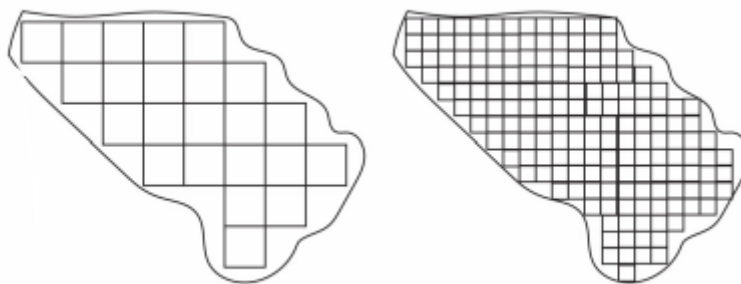
## 2.2 Βασικές αρχές

Όταν οι λύσεις ενός μαθηματικού προβλήματος είναι υπερβολικά περίπλοκες ή αδύνατες, πράγμα στην μηχανική αρκετά συχνό καθώς έχουμε πιο περίπλοκα σώματα χωρίς καθορισμένη γεωμετρία και φορτίσεις, χρησιμοποιούμε αριθμητικές μεθόδους δηλαδή προσεγγιστικές λύσεις έτσι ώστε να φτάσουμε όσο πιο κοντά γίνεται στην ακριβή.

Οι αριθμητικές μέθοδοι που χρησιμοποιούνται στη μηχανική είναι:

- Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (ΜΠΣ).
- Η μέθοδος των πεπερασμένων όγκων.
- Η μέθοδος των συνοριακών εξισώσεων.
- Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών.

Η πρώτη από αυτές είναι αρκετά διαδεδομένη τα τελευταία χρόνια και χρησιμοποιείται για επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών. Όσα προβλήματα είναι των συνοριακών τιμών λέγονται επίσης και πεδιακά προβλήματα, εφόσον ζητείται μια άγνωστη συνάρτηση καθ' όλη την έκταση του πεδίου. Το πεδίο είναι το στερεό, ρευστό κλπ για το οποίο θέλουμε να λύσουμε το πρόβλημα.



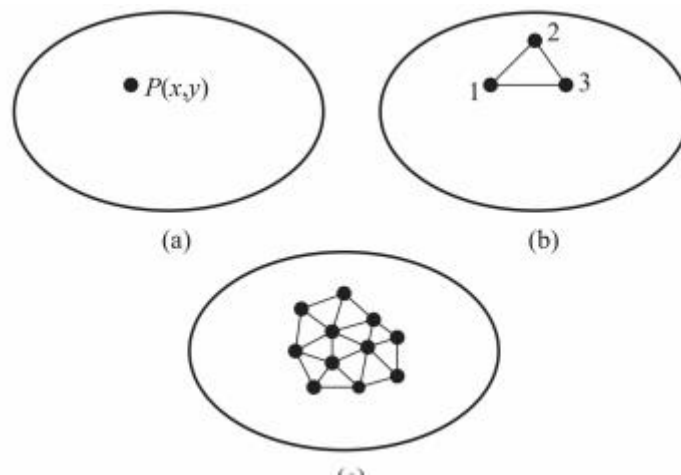
Εικόνα 10: Ένα χωρίο το οποίο διακριτοποιούμε με πεπερασμένα στοιχεία, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων ( <https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)



Οι πεδιακές μεταβλητές του προβλήματος είναι ουσιαστικά οι εξαρτημένες μεταβλητές των οποίων τις τιμές ψάχνουμε (π.χ. στα ρευστά η ταχύτητα ή στη μηχανική η τάσεις). Επιπλέον το πρόβλημα έχει και οριακές συνθήκες τις οποίες πρέπει να ικανοποιούν στα σύνορα του πεδίου, οι πεδιακές μεταβλητές.

Τα διαφορικά στοιχεία ( $dx, dy, dz$ ) που έχουν απειροελάχιστες διαστάσεις βέβαια δεν πρέπει να συγχέονται με τα πεπερασμένα στοιχεία που έχουν συγκεκριμένες διαστάσεις. Μεγάλη σημασία έχουν οι κομβικές τιμές, δηλαδή οι τιμές στους κόμβους, οι οποίοι αποτελούν ειδικά σημεία το στοιχείου πάνω στα οποία υπολογίζεται η πεδιακή μεταβλητή.

Στην ΜΠΣ όπως είπαμε ξέρουμε τις τιμές στους κόμβους ( $\varphi_i$ ) και έπειτα χρησιμοποιούμε τις συναρτήσεις σχήματος ( $N_i$ ) για να βρούμε την πεδιακή μεταβλητή σε κάποιο ενδιάμεσο σημείο. Οι συναρτήσεις σχήματος αποτελούν πολυώνυμα των οποίων η μορφή είναι προεπιλεγμένη και έχει επιλεγεί έτσι, ώστε να ικανοποιεί συγκεκριμένες συνθήκες στους κόμβους. (Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική)



Εικόνα 11: Διαδικασία διακριτοποίησης με τριγωνικά στοιχεία, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

Στο παραπάνω τριγωνικό στοιχείο για να βρούμε σε ένα τυχαίο σημείο μια πεδιακή μεταβλητή χρησιμοποιούμε την εξίσωση:

$$\varphi(x, y) = N_1(x, y)\varphi_1 + N_2(x, y)\varphi_2 + N_3(x, y)\varphi_3 \quad (2.2.1)$$

Οπου:

- $N_1, N_2, N_3$  : οι συναρτήσεις σχήματος (πολυώνυμα)
- $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  : οι τιμές της πεδιακής μεταβλητής στους κόμβους 1,2,3.

Ένας πολύ σημαντικό ορισμός που καθορίζει πολλές από τις εξισώσεις πίσω από τα πεπερασμένα στοιχεία είναι αυτός του βαθμού ελευθερίας ενός στοιχείου το οποίο είναι

ουσιαστικά το γινόμενο του αριθμού των κόμβων με τον αριθμό των τιμών που μπορεί να δεχθεί η πεδιακή μεταβλητή (μπορεί και οι παράγωγοί της) σε κάθε κόμβο. Το παραπάνω τριγωνικό στοιχείο με τους 3 κόμβους έχει τρεις βαθμούς ελευθερίας καθώς υπάρχουν τρεις τιμές των κόμβων έτσι ώστε να περιγραφεί πλήρως το στοιχείο.

Τέλος η ΜΠΣ αποτελείται από τρία βασικά στάδια:

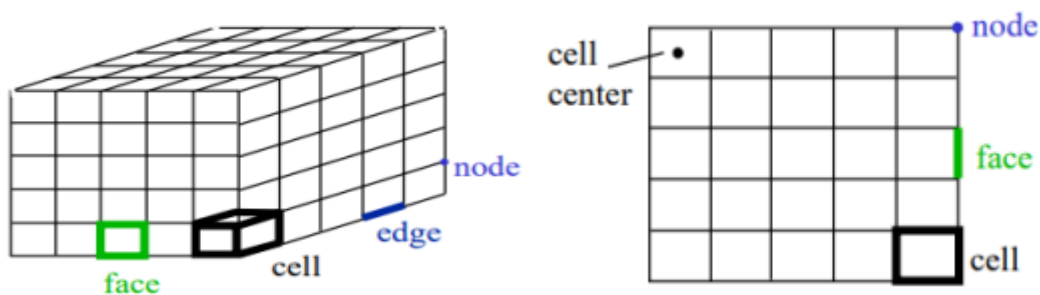
1. Διακριτοποίηση του πεδίου με πεπερασμένα στοιχεία.
2. Εύρεση και επίλυση συστήματος εξισώσεων ψάχνοντας τις πεδιακές μεταβλητές στους κόμβους του πλέγματος.
3. Υπολογισμός διαφορών μεγεθών σαν αποτέλεσμα και αξιολόγηση αυτών.

### 2.3 Ωρολογία

Στη ΜΠΣ αν θέλουμε να διακριτοποιήσουμε ένα χωρίο θα αποτελείται από τα παρακάτω:

- Κελί (*Cell*): Αποτελεί την κύρια γεωμετρία στην οποία διασπάται το συνολικό στερεό
- Κέντρο του κελιού (*Cell Center*): Είναι ουσιαστικά το κέντρο του κελιού.
- Ακμή (*Edge*): Είναι το όριο πάνω στο κελί
- Κόμβος (*Node*): Αποτελεί σημείο του κελιού και του πλέγματος όπου ψάχνουμε τις πεδιακές μεταβλητές.
- Όψη (*Face*): Είναι το όριο του κελιού και αποτελείται από τις ακμές.
- Ζώνη (*Zone*): Ο συνδυασμός ή ομάδα κόμβων, κελιών ή προσώπων.
- Τομέας (*Domain*): Είναι ομάδα ζωνών.

(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική)



Εικόνα 12: Χαρακτηριστικά ενός πλέγματος, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

## 2.4 Πυκνότητα πλέγματος

Η πυκνότητα του πλέγματος είναι ιδιαίτερα σημαντική και μπορεί να επηρεάσει: το ποσοστό της κάλυψης του χωρίου, την ακρίβεια της λύσης και τον χρόνο που θέλει ο επεξεργαστής για να λύσει το πρόβλημα.

Τα σημεία όπου πυκνώνουμε το πλέγμα είναι συνήθως:

1. Σημεία όπου υπάρχει γεωμετρική ασυνέχεια (π.χ. ανθρωποθυρίδες στην περίπτωση του πλοίου)
2. Σημεία όπου ασκούνται τα φορτία.
3. Σημεία όπου υπάρχει στήριξη.
4. Γενικά κάποια “ευαίσθητα” σημεία μιας κατασκευής.

Η πυκνωση θα πρέπει να γίνεται πάντα ομαλά χωρίς να πάμε αμέσως από μεγάλα στοιχεία σε μικρότερα.

(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική)

## 2.5 Γεωμετρία

Προκειμένου να γίνει ένα πλέγμα, το οποίο περιγράψαμε παραπάνω, θα πρέπει να μιλήσουμε για την γεωμετρία στη ΜΠΣ καθώς και τους τύπους στοιχείων που συνθέτουν το πλέγμα. Αναφορικά με την γεωμετρία, είναι απαραίτητη ώστε να περιγραφεί το σχήμα του προβλήματος που θέλουμε την λύση του. Η γεωμετρία συνήθως είναι:

- Όγκοι (3D)
- Επιφάνειες (2D)
- Καμπύλες (1D)

Επιπλέον υπάρχουν 2 είδη μεθόδων για την κατασκευή της γεωμετρίας:

- a. Top-down: όπου για να κατασκευάσουμε την γεωμετρία χρησιμοποιούμε βασικά σχήματα όπως παραλληλεπίπεδα, κυλίνδρους και σφαίρες.
- b. Bottom-up: είναι μια αντίστροφη διαδικασία στην οποία ξεκινάμε από τα σημεία, πάμε στις γραμμές που τα συνδέουν οι οποίες με την σειρά τους φτιάχνουν τις επιφάνειες, ενώ τελικά οι επιφάνειες συνθέτουν έναν όγκο.

Τα πιο βασικά στοιχεία που συνθέτουν ένα πλέγμα είναι:

2D:

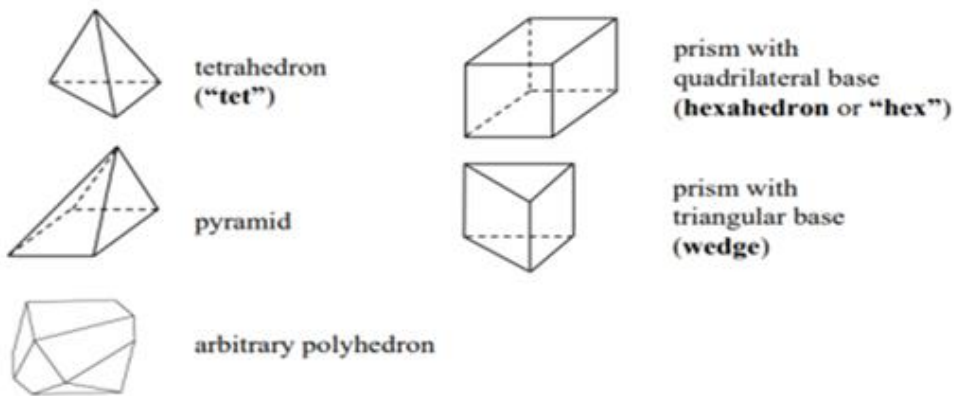
- Το τρίγωνο (*triangle*)
- Το πρίσμα (*quadrilateral*)



Εικόνα 13: Βασικά στοιχεία δύο διαστάσεων, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

### 3D:

- Το τετράεδρο (*tetrahedron*)
- Το εξάεδρο (*hexahedron*)
- Η πυραμίδα (*pyramid*)
- Το πρίσμα με τριγωνική βάση (*wedge*)
- Το πολύεδρο (*polyhedron*)



Εικόνα 14: Βασικά στοιχεία τριών διαστάσεων, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

Η διακριτοποίηση ανάλογα με τα στοιχεία έχει την παρακάτω ονοματολογία:

- Tri-Mesh: Χρησιμοποιούμε τριγωνικά στοιχεία.
- Quad-Mesh: Χρησιμοποιούμε τετραγωνικά στοιχεία.
- Tet-Mesh: Χρησιμοποιούμε τετραεδρικά στοιχεία.
- Hex-Mesh: Χρησιμοποιούμε εξάεδρικά στοιχεία.
- Polyhedral-Mesh: Χρησιμοποιούμε αυθαίρετα πολύεδρα.
- Hybrid-Mesh: Ουσιαστικά είναι υβριδική διακριτοποίηση και:
  - Συνδυασμός τετραγωνικού και τριγωνικού στοιχείου για 2D προβλήματα.
  - Συνδυασμός πρισμάτων, τετραέδρων και πυραμίδων για 3D προβλήματα.
  - Συνδυασμός τετραέδρων εσωτερικά και πρισμάτων στα τοιχώματα (Ονομάζεται Boundary Layer Mesh).

- Συνδυασμός εξαέδρων κεντρικά και γενικά άλλων στοιχείων στα τοιχώματα (Hexcore mesh)

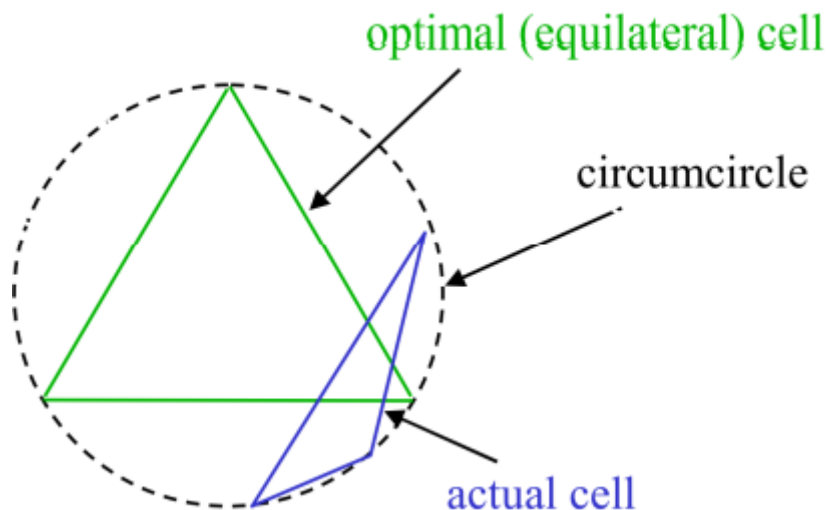
Βέβαια ο κατάλληλος τύπος στοιχείων όσο αναφορά την επιλογή, εξαρτάται αρκετά από τον τύπο του προβλήματος και την υπολογιστική ισχύς.

(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική).

## 2.6 Ποιότητα Διακριτοποίησης

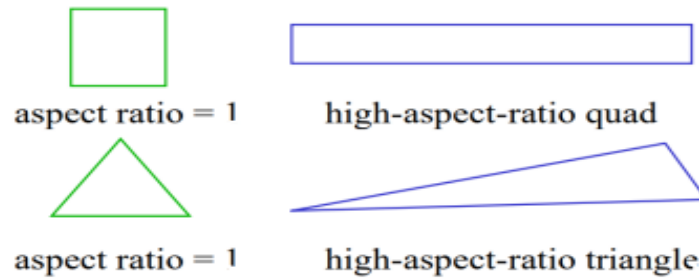
Καταρχάς όσο πυκνώνουμε το πλέγμα τόσο αυξάνεται και η ακρίβεια της λύσης. Επίσης, υπάρχουν τρία κριτήρια με τα οποία ελέγχουμε την ποιότητα της διακριτοποίησης. Αυτά τα κριτήρια είναι:

- Στρέβλωση (Skewness): Προκύπτει ότι τα τριγωνικά στοιχεία είναι καλή σχεδίαση να έχουν γωνία περίπου  $60^\circ$  (ισόπλευρα) ενώ τα ορθογωνικά γωνίες  $90^\circ$ . Όπως φαίνεται και παρακάτω στο σχήμα το βέλτιστο σχήμα είναι για γωνίες  $60^\circ$  ενώ το πραγματικό στοιχείο είναι στρεβλωμένο.



Εικόνα 15: Στρέβλωση με τριγωνικό στοιχείο, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

- Ομαλότητα (Smoothness): Είναι η μικρή αλλαγή στο μέγεθος του στοιχείου (ομαλή μετάβαση σε πυκνότερο πλέγμα)
- Λόγος διαστάσεων (Aspect Ratio): Αποτελεί τον λόγο μεγάλης πλευράς προς την μικρή πλευρά ενός στοιχείου. Ιδανικά θέλουμε ο λόγος να προσεγγίζει την μονάδα δηλαδή χρήση τετραγώνων και τριγώνων (ισόπλευρων).



Εικόνα 16: Παράδειγμα του λόγου διαστάσεων με μικρό και μεγάλο λόγο, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

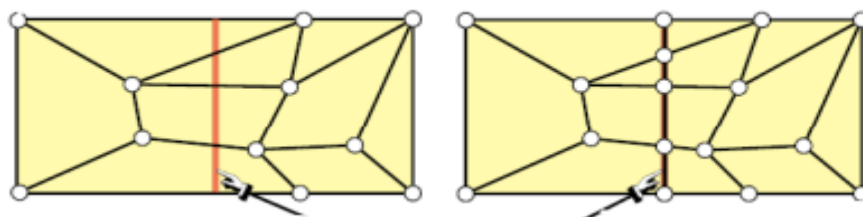
## 2.7 Ιδιότητες Υλικών

Ιδιαίτερα σημαντικό στην ΜΠΣ είναι να ξέρουμε από τι υλικό είναι κατασκευασμένο το αντικείμενο προς μελέτη. Βασικές παράμετροι για την επιλογή ενός υλικού είναι:

- Η πυκνότητα ( $\rho$ ) του υλικού από την οποία το ίδιο το λογισμικό καθορίζει τη μάζα των δομικών στοιχείων του αντικειμένου.
- Το μέτρο ελαστικότητας ( $E$ ) του υλικού
- Το ειδικό βάρος ( $\gamma$ ) του υλικού που είναι το γινόμενο της πυκνότητας με την επιτάχυνση της βαρύτητας ( $g$ ).
- Ο λόγος Poisson
- Αν μελετάμε θερμικές καταπονήσεις με την ΜΠΣ τότε θα πρέπει να ξέρουμε και τον συντελεστή θερμικής διαστολής.

(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική).

Να σημειωθεί ότι στην περίπτωση που έχουμε δυο διαφορετικά υλικά το πλέγμα θα πρέπει να διαχωρίζεται ανάμεσα στα δυο και ουσιαστικά να έχω κόμβους πάνω στο σύνορο όπως φαίνεται παρακάτω.



Εικόνα 17: Παράδειγμα λάθος και σωστού πλέγματος για δύο υλικά, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

## 2.8 Οριακές συνθήκες, φορτίσεις και στηρίξεις

Οι οριακές συνθήκες είναι περιορισμοί που είναι απαραίτητοι για την επίλυση ενός προβλήματος οριακής τιμής. Ένα τέτοιο πρόβλημα είναι μια διαφορική εξίσωση (ή σύστημα διαφορικών εξισώσεων) που πρέπει να λυθεί σε ένα σώμα στα όρια του οποίου είναι γνωστό ένα σύνολο συνθηκών. Τα προβλήματα οριακής τιμής είναι εξαιρετικά σημαντικά καθώς περιγράφουν ένα τεράστιο αριθμό φαινομένων και εφαρμογών, από τη μηχανική των στερεών έως τη μεταφορά θερμότητας, τη μηχανική των ρευστών και την ακουστική διάχυση. (*Simscale, What are boundary conditions?*)

Οι κύριοι τύποι φόρτισης που διατίθενται στην ΜΠΣ περιλαμβάνουν τη δύναμη (σημειακή ή κατανεμημένη), την πίεση και τη θερμοκρασία. Αυτά μπορούν να εφαρμοστούν σε σημεία, επιφάνειες, άκρες, κόμβους και στοιχεία. Ο τρόπος με τον οποίο περιορίζεται το μοντέλο μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τα αποτελέσματα και απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή. Οι υπερβολικοί ή αντιθέτως ανεπαρκής περιορισμοί μπορούν να δημιουργήσουν ανεπιθύμητες τάσεις στην κατασκευή, πράγμα που δεν θέλει ένας μηχανικός. (*Value Design Ltd FEA Consultancy, FEA Boundary conditions*)

Οι στηρίξεις είναι και αυτές σημαντικές καθώς ενώνουν το σώμα με το έδαφος ή με κάποιο άλλο σημείο μιας κατασκευής. Είναι απαραίτητες καθώς το σώμα πρέπει με κάποιο τρόπο να ισορροπεί όταν του ασκούνται δυνάμεις (PIGSO Learning: Types of supports & reactions). Οι κυριότερες κατηγορίες είναι:

- Απλή έδραση (Simple Support): Δεν υπάρχει κίνηση κατά τον άξονα  $y'y$ , επιτρέπεται πλευρική κίνηση και η στρέψη.



Εικόνα 18: Παράδειγμα απλής έδρασης, PIGSO Learning: Types of supports & reactions (<https://pigsolearning.com/civil-engineering>)

- Πάκτωση(Fixed Support): Ουσιαστικά με την πάκτωση δεν έχουμε κάθετη και πλευρική μετακίνηση όπως επίσης δεν υπάρχει περιστροφή.



Εικόνα 19 Παράδειγμα πάκτωσης, PIGSO Learning: Types of supports & reactions (<https://pigsolearning.com/civil-engineering>)

- Κύλιση (Roller Support): Επιτρέπεται κίνηση μόνο πλευρική κίνηση.



Εικόνα 20: Παράδειγμα κύλισης, PIGSO Learning: Types of supports & reactions (<https://pigsolearning.com/civil-engineering>)

- Άρθρωση (Pinned Support): Επιτρέπεται μόνο η περιστροφή του σώματος και όχι η κάθετη και πλευρική μετατόπιση αυτού.



Εικόνα 21: Παράδειγμα άρθρωσης, PIGSO Learning: Types of supports & reactions (<https://pigsolearning.com/civil-engineering>)



## 2.9 ANSYS

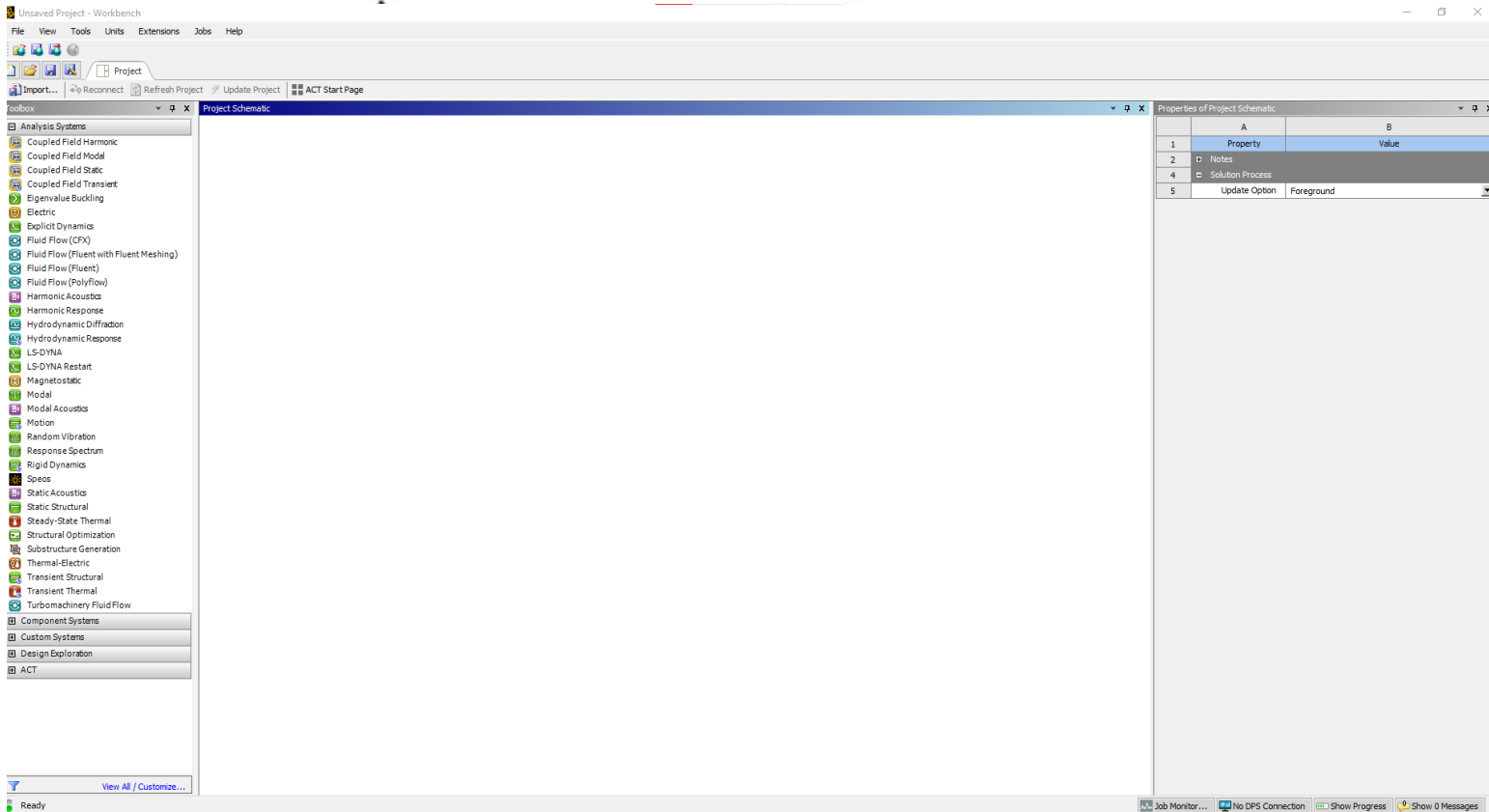
Περίπου στη δεκαετία του 1960 ήταν που ο *John Swanson* άρχισε να αναπτύσσει την ιδέα ενός λογισμικού μηχανικής γενικής χρήσης. Αφού έφυγε από την προηγούμενη του εταιρεία, ίδρυσε την *Swanson Analysis Systems Inc.* το 1970 και από εκεί ουσιαστικά γεννήθηκε το *Ansys*. Σήμερα, το *Ansys* είναι μια ευρεία λύση στον κλάδο της μηχανικής και πλέον η ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων εκτελείται από μηχανικούς με την βοήθεια υπολογιστή και όχι στο χέρι.

Το *Ansys* είναι ένα λογισμικό που παρέχει στους χρήστες του την κατανόηση του τρόπου λειτουργίας του προϊόντος τους σε πραγματικές συνθήκες. Ονομάζεται επίσης λογισμικό μηχανικής προσομοίωσης *FEA (Finite Element Analysis)* ή λογισμικό ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα καλύπτει ένα μεγάλο φάσμα προβλημάτων που σχετίζονται με τη σχεδίαση μηχανικών προϊόντων και τον σχεδιασμό κατασκευών χρησιμοποιώντας αριθμητική ανάλυση. Αυτά τα μοντέλα σχεδίασης δοκιμάζονται κυρίως για αντοχή, ελαστικότητα, σκληρότητα και θερμοκρασία.

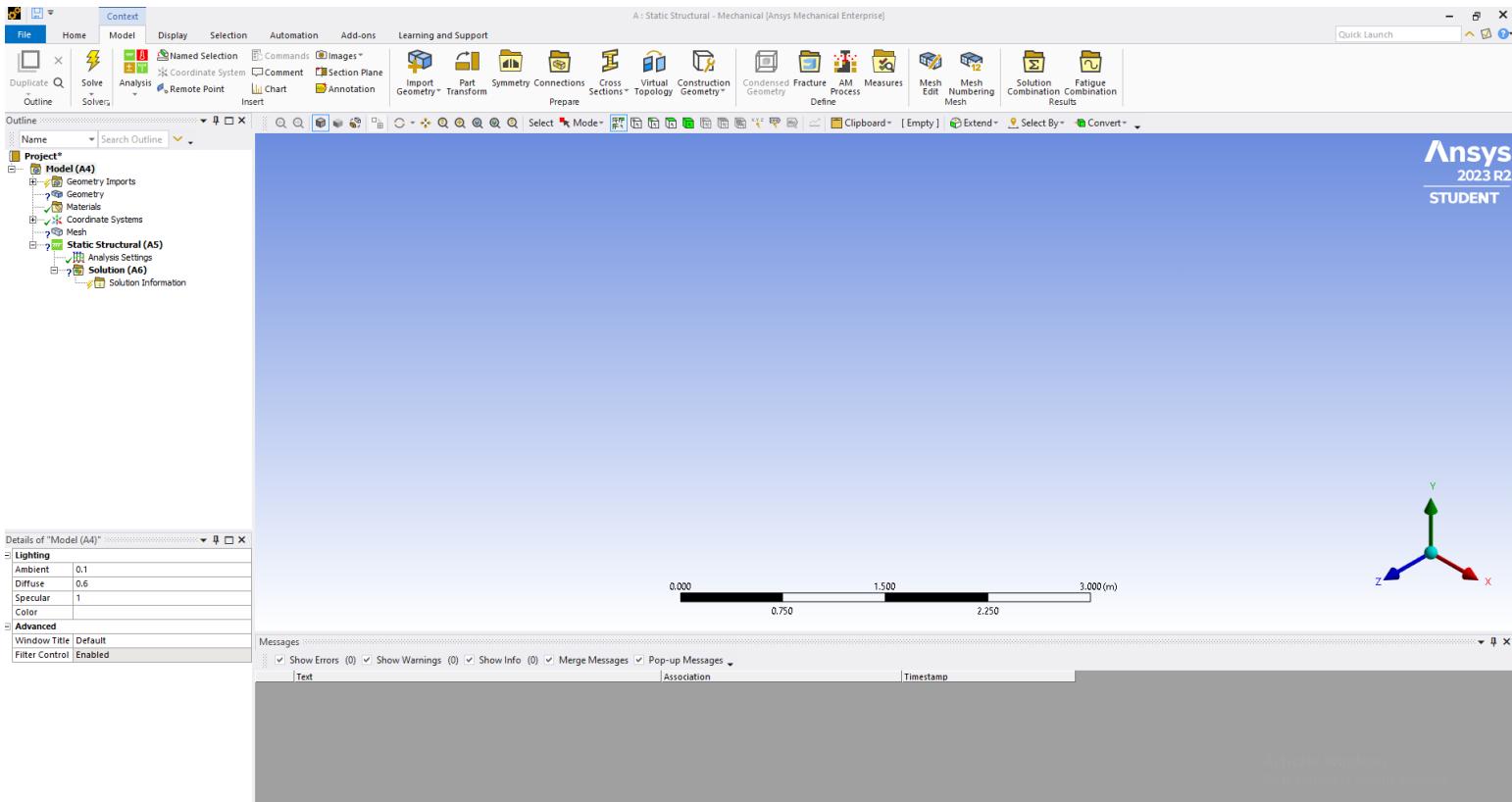
Μέσω του *Ansys*, οι χρήστες-μηχανικοί καινοτομούν ελεύθερα σε ένα πιο πειραματικό περιβάλλον. Το πρόγραμμα προφανώς εξοικονομεί τόσο χρόνο όσο και κόστος κατασκευής, παράλληλα με τη μείωση των κινδύνων που εγκυμονεί η διαδικασία από το σχεδιασμό έως την κατασκευή. Το *Ansys* διαθέτει επίσης λογισμικό για διαχείριση δεδομένων και δημιουργία αντιγράφων ασφαλείας μαζί με χρήση για ακαδημαϊκή έρευνα και διδασκαλία. Στην συγκεκριμένη διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιήσουμε το *Ansys Static Structural*.

Πλεονεκτήματα:

- Το πρόγραμμα *Ansys* τρέχει προηγμένες μηχανικές προσομοιώσεις με μεγάλη ακρίβεια. Αυτό είναι αρκετά σημαντικό για έναν βέλτιστο σχεδιασμό προϊόντος που δεν αφήνει περιθώρια για σφάλματα.
- Κάνει βέλτιστα κάποια χαρακτηριστικά όπως γεωμετρικό σχεδιασμό, οριακές συνθήκες κλπ.
- Εκτελεί παράλληλα πολλές τεχνολογίες επίλυσης, δίνοντας έτσι αρκετά γρήγορες λύσεις. Αν γίνει αποτελεσματικά η προσομοίωση από τον χρήστη, τότε εξοικονομεί χρόνο για να εργαστεί στην επόμενη.
- Έχει το πλεονέκτημα της αλληλεπίδρασης μεταξύ δυναμικών και στατικών στοιχείων.
- Δέχεται αρκετά στοιχεία σαν εισαγωγή και αξιολογεί τη συμπεριφορά του προϊόντος σύμφωνα με αυτό.
- Επιτρέπει στον χρήστη να κάνει πιο γρήγορες τις διαδικασίες και να τις κάνει πιο αυτόματες σύμφωνα με τις απαιτήσεις του εκάστοτε προβλήματος. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια του *ACT* ή του *Application Customization Toolkit*. Το *ACT* χρησιμοποιεί *Python* ως κύρια γλώσσα προγραμματισμού.
- Επιτρέπει στους χρήστες του να εισάγουν γεωμετρικά μοντέλα από διαφορετικό λογισμικό *CAD* και να τα χρησιμοποιούν ώστε να βρουν τα ζητούμενα αποτελέσματα (π.χ. στην ναυπηγική εισαγωγή μοντέλου από *Rhinoceros*)  
(*Intershala Trainings, What is Ansys? Meaning, Features, Applications and Benefits, by Gaurav Aggarwal*)



Εικόνα 22: Αρχικό περιβάλλον στο Ansys (Workbench 2023) (<https://www.ansys.com/>)



Εικόνα 23: Αρχικό περιβάλλον στο Static Structural (<https://www.ansys.com/>)

## Κεφάλαιο 3: Μέθοδος Πεπερασμένων στοιχείων για δοκούς

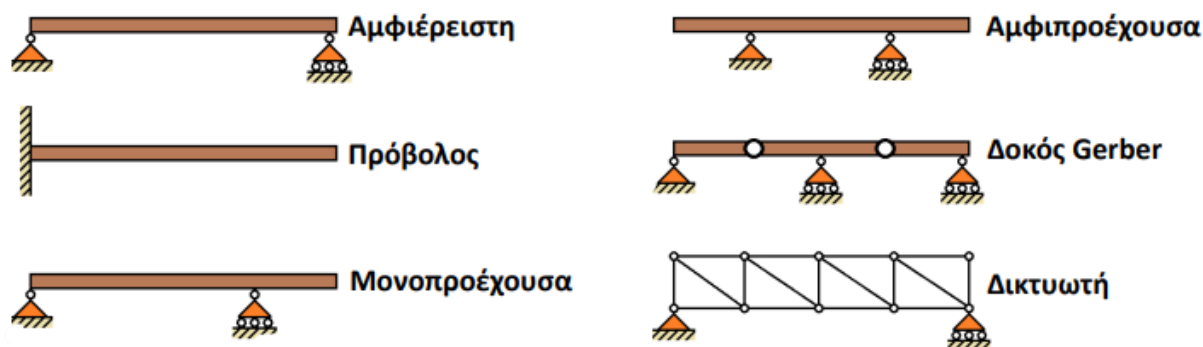
### 3.1 Στοιχείο Δοκός

Στην δικιά μας περίπτωση όπως θα δούμε θα μελετήσουμε δύο κάθετα μεταξύ τους δοκάρια τα οποία είναι ενωμένα με αγκώνα (μπρακέτο) και υπόκεινται σε καμπτική ροπή. Αρα είναι ιδιαίτερα σημαντικό να μιλήσουμε για την θεωρία που περιγράφει το συγκεκριμένο πρόβλημα και βρίσκεται και “πίσω” από το Ansys.

Αρχικά δοκός είναι ένας φορέας γραμμικός πάνω στον οποίο ασκούνται διάφορα εξωτερικά φορτία (αξονικά, καταναμημένα, εγκάρσια κλπ.). Αν αυτός ο φορέας διατηρεί σταθερό το σχήμα και κυρίως την διατομή του καθ’ όλο το μήκος τότε ονομάζεται πρισματικός. Οι δοκοί διακρίνονται αναλόγως τον τρόπο στήριξης σε:

- Αμφιέρειστη
- Αμφιπροέχουσα
- Πρόβολος
- Δοκός Gerber
- Μονοπροέχουσα
- Δικτυωτή

(Πανεπιστήμιο Πατρών - Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Σημειώσεις Τεχνικής Μηχανικής, Λευθεριώτης Γεώργιος)



Εικόνα 24: Παραδείγματα διαφόρων τύπων δοκών, Πανεπιστήμιο Πατρών - Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Σημειώσεις Τεχνικής Μηχανικής, Λευθεριώτης Γεώργιος (<https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.php/>)

Το κύριο χαρακτηριστικό μιας δοκού σε σχέση με μια ράβδο είναι, ότι εκτός από αξονικά φορτία, μπορεί να δεχθεί και κάθετα φορτία τα οποία προκαλούν μια βύθιση.

### 3.2 Θεωρία Πεπερασμένων Στοιχείων Δοκού

Μια πολύ σημαντική εξίσωση γύρω από την κάμψη είναι αυτή που περιγράφει την καμπυλότητα και δίνεται από:

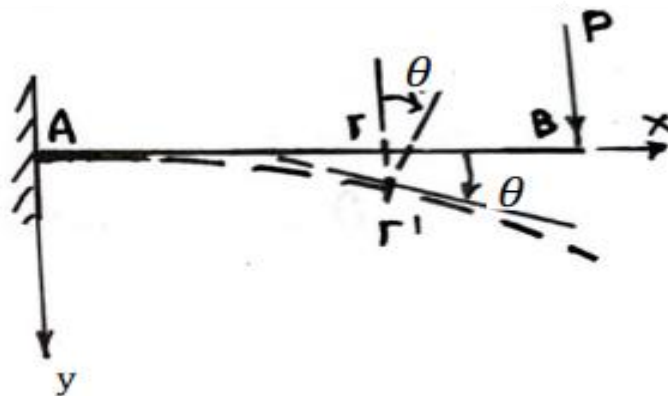
$$EI_z \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -M(x) \quad (3.2.1)$$

Οπου:

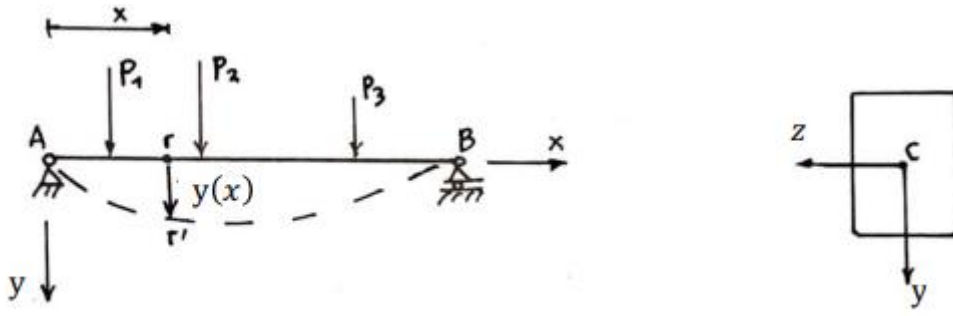
- $E$ : Μέτρο ελαστικότητας που διαφέρει για κάθε υλικό (Pa)
- $I_z$ : Ροπή αδράνειας διατομής ως προς άξονα  $z'z$  ( $m^4$ )
- $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ : Ονομάζεται καμπυλότητα
- $M(x)$ : Η καμπτική ροπή που ασκείται στο σώμα.

(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική).

Για να κατανοήσουμε καλύτερα την συμπεριφορά δοκού παρουσιάζουμε τις εικόνες παρακάτω:



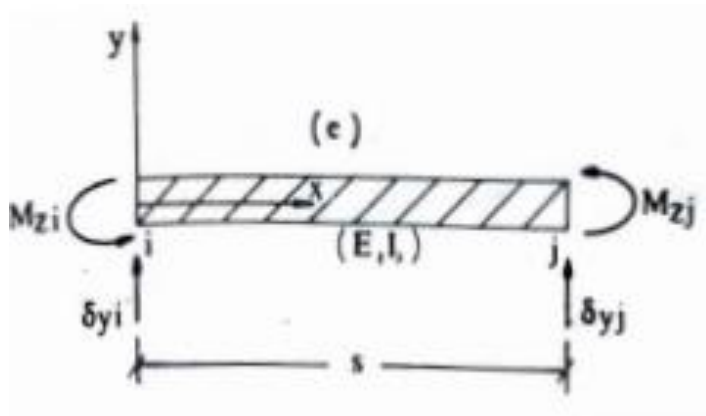
Εικόνα 25: Παράδειγμα κάμψης προβόλου, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)



Εικόνα 26: : Παράδειγμα κάμψης αμφιέριστης δοκού, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

Στην εικόνα 25 μπορεί κάποιος εύκολα να διακρίνει ότι η δοκός με την άσκηση φορτίου \$P\$ παρουσιάζει μια στροφή \$\theta\$, ενώ στην εικόνα 26 παρατηρούμε το κύριο χαρακτηριστικό της βύθισης \$y\$, η οποία αν θέλουμε να την βρούμε κατά μήκος της δοκού ως \$y(x)\$ (βέλος κάμψης) μπορούμε σαν αρχική εκτίμηση να την βρούμε ως:

$$\delta y(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \quad (3.2.2)$$



Εικόνα 27: Παράδειγμα κάμψης προβόλου, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική).

Αν η διάταξη είναι η παραπάνω και εφαρμόσουμε τις κατάλληλες οριακές συνθήκες, τότε το βέλος κάμψης βρίσκεται από την εξής σχέση:

$$\delta y(x) = (1 - 3\xi^2 + 2\xi^3)\delta y_i + \xi^2(3 - 2\xi)\delta y_j + s\xi(1 - 2\xi + \xi^2)\theta z_i + s\xi^2(\xi - 1)\theta z_j \quad (3.2.3)$$

Οπου:

- $\xi = \frac{x}{s}$ , με s να είναι το αρχικό μήκος της δοκού
- i,j: Ουσιαστικά είναι τα δύο άκρα από το μητρικό στοιχείο. Για να μελετήσουμε τα πεπερασμένα στοιχεία όπως θα δούμε και παρακάτω σχετικά με τους κανονισμούς νηογνωμόνων, χρησιμοποιούμε στοιχείο δοκός του οποίου τα άκρα τα ονομάζουμε i και j αντίστοιχα.
- Οι ποσότητες πριν από τα  $\delta i, \delta j, \theta_i, \theta_j$  είναι οι συναρτήσεις σχήματος (πολυώνυμα), που όπως έχουμε πει μας βοηθάνε να βρούμε τις πεδιακές μεταβλητές ανάμεσα από τους κόμβους ή εδώ τα άκρα i,j.
- $\delta y_i, \delta y_j$ : Οι βυθίσεις των δύο άκρων i,j αντίστοιχα.
- $\theta z_i, \theta z_j$ : Οι στροφές γύρω από τον άξονα z'z οι οποίες βρίσκονται από τις σχέσεις:

$$\theta z_i = \frac{d\delta y_i}{dx} \quad (3.2.4)$$

$$\theta z_j = \frac{d\delta y_j}{dx} \quad (3.2.4)$$

Αν λάβουμε υπόψιν και την αξονική δύναμη αρα και μετατόπιση:

$$\delta x(x) = (1 - \xi)\delta x_i + \xi\delta x_j \quad (3.2.5)$$

Οπου:

- $\xi = \frac{x}{s}$
- $\delta x_i, \delta x_j$ : Οι αξονικές μετατοπίσεις των δύο άκρων i,j αντίστοιχα.

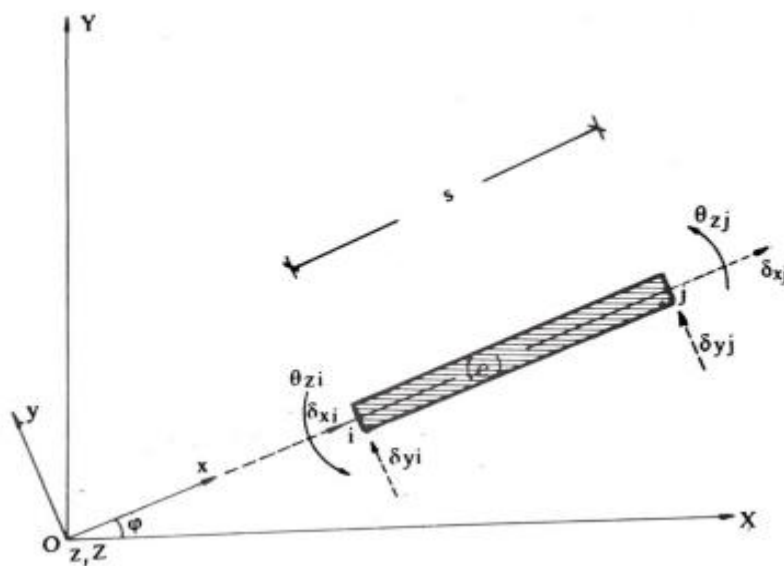
(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική).

Αν στρέψουμε το κύριο σύστημα αξόνων κατά μια γωνία  $\varphi$  όπως φαίνεται παρακάτω στην εικόνα 28 τότε η περιγραφή αξονικών μετατοπίσεων, βυθίσεων και στροφών με μητρώα είναι η παρακάτω:

$$\begin{Bmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \\ \theta z_i \\ \delta x_j \\ \delta y_j \\ \theta z_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} l & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m & l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta z_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta z_j \end{Bmatrix} \quad (3.2.6)$$

Οπου:

- $u, v$ : Οι μετατοπίσεις και οι βυθίσεις των άκρων στο τοπικό σύστημα.
- $l = \cos(\varphi), m = \sin\varphi$



Εικόνα 28: Στροφή καμπτόμενης δοκού, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

(Σημειώσεις 2023-2024 Δρ. Δημήτρη Αθ. Δραγατογιάννη, Εφαρμογή ΜΠΣ στη Ναυπηγική).

### 3.3 Μητρώο Ακαμψίας δοκού

Γενικά σε όλα τα συστήματα που θέλουμε να αναλύσουμε με την μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων σαν κύρια θεωρία έχουμε αυτή των πινάκων (μητρώα) και χρησιμοποιείται και αρκετά και ο Νόμος του Hooke από τα ελατήρια:

$$F = K x U \quad (3.3.1)$$

Όπου:

- F: Ολικό μητρώο δυνάμεων (μπορεί ροπών ανάλογα με την εφαρμογή)
- K: Ολικό μητρώο δυσκαμψίας το οποίο θα είναι μεγέθους nxn, όπου n κάθε φορά ο βαθμός ελευθερίας του συστήματος.
- U: Ολικό μητρώο μετατοπίσεων (μπορεί να είναι και βύθιση και στροφή ανάλογα με την εφαρμογή)

Πάμε λοιπόν να δούμε στο μητρώο ακαμψίας στην δικιά μας περίπτωση (βλ. εικόνα 27) το οποίο θα είναι 6x6 καθώς έχω 2 κόμβους και ο κάθε κόμβος έχει 3 βαθμούς ελευθερίας (μετατόπιση, βύθιση, στροφή). Το K στο τοπικό σύστημα είναι:

$$\bar{k}^e = \frac{E}{s} \begin{bmatrix} A & & & & & \\ 0 & \frac{12I}{s^2} & & & & \\ 0 & \frac{6I}{s} & 4I & & & \\ -A & 0 & 0 & A & & \\ 0 & -\frac{12I}{s^2} & -\frac{6I}{s} & 0 & \frac{12I}{s^2} & \\ 0 & \frac{6I}{s} & 2I & 0 & -\frac{6I}{s} & 4I \end{bmatrix} \quad \text{συμμετρικό.} \quad (3.3.2)$$

$$\begin{Bmatrix} F^e x_i \\ F^e y_i \\ M^e z_i \\ F^e x_j \\ F^e x_j \\ M^e z_j \end{Bmatrix} = [k^e] \begin{Bmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \\ \theta z_i \\ \delta x_j \\ \delta x_j \\ \theta z_j \end{Bmatrix} \quad (3.3.3)$$

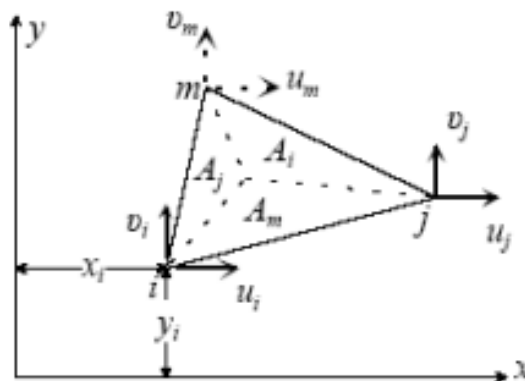
Όπου:

- A: Εμβαδόν διατομής το οποίο αν μιλάμε για πρισματική διατομή εξαλείφεται.
- I: Ροπή αδράνειας διατομής ( $m^4$ )





Πλέον οι κόμβοι από 2 έχουν γίνει 3 ενώ η μετατόπιση όπως ξέρουμε έχει δύο συνιστώσες μια κατά την x διεύθυνση και μια κατά την y (u,v αντίστοιχα).



Εικόνα 31: Στοιχείο με τρεις κόμβους, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

Με  $q^e$  συμβολίζουμε το διάνυσμα των μετατοπίσεων των κόμβων i,j,m και έχουμε:

$$q^e = \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \\ q_m \end{Bmatrix} \quad (3.4.1)$$

$$q_k = \begin{Bmatrix} u_k \\ v_k \end{Bmatrix}, k = i, j, m \quad (3.4.2)$$

Έχουμε μια εξίσωση της μορφής:

$$F^e = k^e q^e \quad (3.4.3)$$

Με το μητρώο των δυνάμεων να αποτελείται από:

$$F^e = F_f^e + F_T^e \quad (3.4.4)$$

Οπου:

- $F_f^e$ : Παριστάνει τις δυνάμεις που είναι στατικά ισοδύναμες και δρουν στους κόμβους του στοιχείου e.
- $F_T^e$ : Παριστάνουν τις επιφανειακές τάσεις.



### 3.5 Διαδικασία ΜΠΣ

Εφόσον εξηγήσαμε τι είναι τα μητρώα δυσκαμψίας, συναρτήσεις σχήματος και για την κύρια θεωρία πίσω από την ΜΠΣ μπορούμε να δούμε παρακάτω στην εικόνα 34 την διαδικασία εφαρμογής με βήματα.



Εικόνα 34: Διαδικασία εφαρμογής ΜΠΣ, Σημειώσεις μαθήματος εφαρμογές πεπερασμένων στοιχείων (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document>)

## Κεφάλαιο 4: Κανονισμοί Νηογνώμωνων

### 4.1 Νηογνώμονες

Αν θέλουμε να δούμε την προέλευση η λέξη «νηογνώμονας» έχει τα συνθετικά «ναυς» και «γνώμων» δηλαδή αυτός που ελέγχει και γνωρίζει τα πλοία. Μια σύντομη ιστορική αναδρομή είναι ότι, προς το τέλος το 18<sup>ο</sup> αιώνα, διάφοροι έμποροι, πλοιοκτήτες και καπετάνιοι μαζεύονταν στο καφενείο του Έντουαρντ Λόιντ στο Λονδίνο, έχοντας ως στόχο να κλείσουν εμπορικές συμφωνίες. Βέβαια εκτός από αυτούς, βρίσκονταν και αρκετοί ασφαλιστές, οι οποίοι από το μέρος τους προσέφεραν οικονομική κάλυψη αυτών των ταξιδιών αν πρόκυπτε οποιοσδήποτε κίνδυνος και αποζημίωναν τα εμπλεκόμενα μέρη. Το μόνο σίγουρο ήταν ότι οι ασφαλιστές χρειάζονταν να ελέγχουν την κατάσταση των πλοίων προς ασφάλιση, για αυτό το 1760 ιδρύθηκε η πρώτη εταιρεία κατάταξης κλάσης – η οποία αργότερα ονομάστηκε *Lloyd's Register*.



Εικόνα 35: Παράλλαγή του σήματος του Lloyd's Register, *maritimecyprus: Maritime History Lloyd's Register* (<https://maritimecyprus.com/2024/02/26/maritime-history-lloyds-register-it-all-started-with-a-cup-of-coffee-3/>)

Πιο συγκεκριμένα αν θέλουμε να δώσουμε έναν ορισμό για περισσότερη κατανόηση, ένας νηογνώμονας είναι ένας ναυτιλιακός, μη κυβερνητικός (αναγνωρισμένος όμως από το κράτος), τεχνικός οργανισμός, που ορίζει κανονισμούς ασφαλείας, τόσο στο στάδιο ναυπήγησης πλοίων και υπεράκτιων κατασκευών όσο και του εξοπλισμού που αυτά έχουν, κατατάσσοντάς τα έτσι, σε κλάση. Με ειδικούς και εγκεκριμένους επιθεωρητές τα πλοία ελέγχονται σε όλη τη διάρκεια της ζωής τους, ξεκινώντας από την ναυπήγηση τους, και εφόσον αυτά είναι σύμφωνα με τους κανονισμούς νηογνώμωνων, τους δίνεται το αντίστοιχο πιστοποιητικό(Class Certificate).

Οι σχέσεις μεταξύ νηογνώμονα και πλοίου ωστόσο δεν ολοκληρώνονται τελειώνουν σε αυτό το πιστοποιητικό. Κατά τη διάρκεια ζωής του πλοίου πραγματοποιούνται τακτικές επιθεωρήσεις ανά ένα, δύομισι και πέντε έτη σε διάφορα μέρη του πλοίου όπως η γάστρα, μηχανές, μηχανήματα, έλικα κ.α., καθώς και έκτακτες επιθεωρήσεις σε περιπτώσεις όπου συμβαίνουν ατυχήματα, ζημιές, μετασκευές, πωλήσεις κ.λπ.

Σήμερα, περισσότεροι από 50 οργανισμοί παγκοσμίως είναι ουσιαστικά νηογνώμονες, ενώ οι έντεκα μεγαλύτεροι από αυτούς, οι οποίοι αποτελούν τη Διεθνή Ένωση Νηογνωμόνων (*International Association of Classification Societies / IACS*) και έχουν υπό την επίβλεψή τους περί το 60% του παγκόσμιου στόλου.

Αυτοί είναι με αλφαβητική σειρά:

- *American Bureau of Shipping (ABS)*
- *Bureau Veritas (BV)*
- *China Classification Society (CCS)*
- *Croatian Register of Shipping (CRS)*
- *Det Norske Veritas (DNV)*
- *Indian Register of Shipping (IRS)*
- *Korean Register (KR)*
- *Lloyd's Register (LR)*
- *Nippon Kaiji Kyokai (NK)*
- *Polish Register of Shipping (PRS)*
- *RINA Services S.p.A (RINA)*

Εμείς θα δούμε παρακάτω, στο πρακτικό κομμάτι της εργασίας, κανονισμούς από τον *ABS*, τον *DNV* και τον *Lloyd's Register* καθώς και τα *Common Structural Rules -CSR* (Είναι κοινοί κατασκευαστικού κανόνες οι οποίοι έχουν υποχρεωτική εφαρμογή από όλα τα μέλη του *IACS*) σχετικά με τους αγκώνες σύνδεσης στα πλοία.

| Society | Symbol         |
|---------|----------------|
| ABS     | ⊕ A1           |
| BV      | I              |
| CCS     | ★ CSA          |
| CRS     | ★ 100A1        |
| DNV GL  | ⊕ 1A           |
| IRS     | ⊕ SUL          |
| KR      | ⊕ KRS1         |
| LR      | ⊕ 100A1        |
| NK      | NS *           |
| PRS     | * KM           |
| RINA    | 100-A-1.1 or C |
| RS      | KM⊕            |

Εικόνα 36: Σύμβολα από τους Νηογνώμονες του IACS, Σημειώσεις κανονισμών νηογνωμόνων, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/?course=NA204>)

Αφορμή για την ίδρυση του *IACS* ήταν η διεθνής σύμβαση γραμμής φόρτωσης (*ILLC*) του 1930, η οποία προϋπόθετε συνεργασία μεταξύ των μεγάλων νηογνώμωνων για τη διασφάλιση ομαλότερης ουσιαστικά εφαρμογής των προτύπων αντοχής πλοίου στα οποία βασίζεται ο καθορισμός του ύψους εξάλων μέσω της σύμβασης. Σε συνέχεια αυτών, ο ιταλικός νηογνώμονας (*RINA*) φιλοξένησε το πρώτο συνέδριο που απαρτιζόνταν από τους μεγαλύτερους νηογνώμονες στη Ρώμη, το 1939, ενώ αργότερα το 1955 σε ένα δεύτερο συνέδριο, δρομολογήθηκε η ίδρυση της Ένωσης. Η ίδρυσή του *IACS* πραγματοποιήθηκε το 1968 στο Αμβούργο της Γερμανίας, με κυρίαρχο στόχο να αναπτύξει και να καθιερώσει και τις ελάχιστες απαιτούμενες τεχνικές προδιαγραφές σχετικά με τον σχεδιασμό, την κατασκευή, τη συντήρηση και την επιθεώρηση διάφορων τύπων πλοίων και άλλων θαλάσσιων κατασκευών.

(*Isalos.net*, Νηογνώμονες, του Νικόλαου Δαρεμά, Μηχανολόγου Τεχνικού Τμήματος Ελλάδας *RINA*)

## 4.2 ΜΠΣ στους Κανονισμούς Νηογνώμωνων

Πριν από την ισχύ των *Common Structural Rules*, χρησιμοποιούνταν προαιρετικά σε:

- Προβλήματα τοπικής αντοχής όπου οι κανονισμοί δεν μπορούσαν να περιγράψουν σε ικανοποιητικό βαθμό την λεπτομερή λύση.
- Σε περίπτωση νέων και κυρίως πρωτοποριακών σχεδιαστικών λύσεων που δεν καλύπτονταν από τους κανονισμούς ώστε να ξέρουμε τι περιορισμούς έχουμε.
- Τέλος για επιβεβαίωση κάποιων αποτελεσμάτων κανονισμών σε ειδικές περιπτώσεις.

Αφού θεσπίστηκαν τα *CSR*, η χρήση της ΜΠΣ στην ναυπηγική και στους κανονισμούς γίνεται υποχρεωτική για την σχεδίαση *Bulk Carriers* και *Oil Tankers* των οποίων το μήκος είναι μεγαλύτερο από 150m. Επιπλέον χρησιμοποιούνται τον έλεγχο μεταλλικής κατασκευής σε τρεις περιπτώσεις οι οποίες ανήκουν στα κεφάλαια 7,8,9 των κανονισμών αντίστοιχα. Αυτές είναι:

- Διαρροή (*Direct Strength Analysis*)
- Λυγισμός (*Buckling*)
- Κόπωση (*Fatigue*)

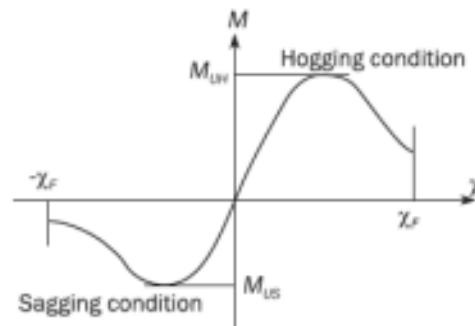
Τα ΠΣ ουσιαστικά κάνουν επιβεβαίωση (*verification*) εκείνου το σχεδιασμού που τον βρίσκουμε με βάση τους κανονισμούς και τις περιγραφικές απαιτήσεις (*prescriptive requirements*) και μπορούν να επιφέρουν μόνο αύξηση. Για παράδειγμα αν ένα πάχος βγεί 10mm με την ΜΠΣ και 15mm με τις περιγραφικές απαιτήσεις διαλέγουμε το δεύτερο ενώ αν η ΜΠΣ έβγαζε 16mm θα διαλέγαμε αυτό (μόνο αύξηση).

(Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία 2023-2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)

Οι κανονισμοί CSR χρησιμοποιούν τα ΠΣ σε τρία βασικά επίπεδα:

1. Την μοντελοποίηση τριών (διαδοχικών) αμπαριών του πλοίου (*Coarse models*).
2. Λεπτομερής ανάλυση και πλέγμα στις περιοχές συγκέντρωσης τάσεων (Τυπικό μέγεθος στοιχείου 50mm x 50mm).
3. Πολύ λεπτομερής ανάλυση σε κατασκευαστικές περιοχές που είναι κρίσιμες και ελέγχονται από τους κανονισμούς για το φαινόμενο της κόπωσης - δηλαδή κυκλικά επαναλαμβανόμενο φορτίο ή τάσεις οι οποίες αποδυναμώνουν το υλικό και μπορεί να αστοχήσει σε μικρότερες τάσεις (Τυπικό μέγεθος στοιχείου  $t_{n-50} \times t_{n-50}$ ).

Στα παραπάνω μοντέλα εφαρμόζεται γραμμική ανάλυση δηλαδή στο διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων είμαστε στη γραμμική περιοχή. Βέβαια οι κανονισμοί είναι σύμφωνοι και σε χρήση μη γραμμικής ανάλυσης ως μια μέθοδο υπολογισμού της μέγιστης αντοχής του πλοίου ( $M_{UH}$ ,  $M_{US}$  περιπτώσεις Hogging, sagging αντίστοιχα)



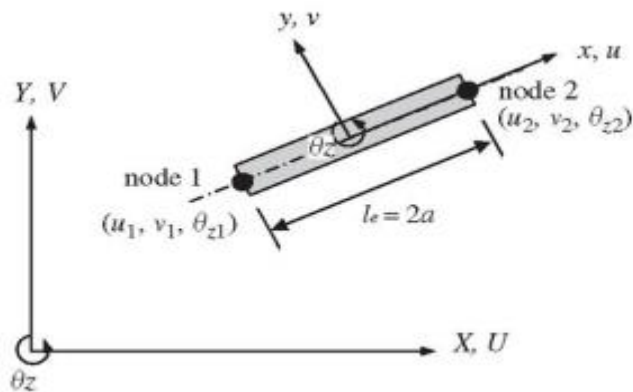
Εικόνα 37: Καμπύλη καμπτικής ροπής σε σχέση με την καμπυλότητα hogging-sagging του πλοίου, Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

(Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία 2023-2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)



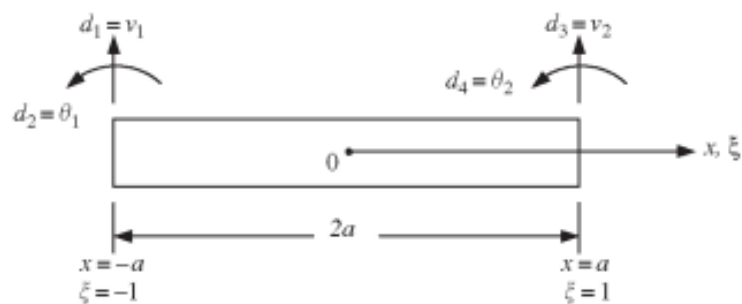
Όπως μιλήσαμε για τους τύπους στοιχείων στο κεφάλαιο 2.5 έτσι και εδώ για το μοντέλο απαιτείται η χρήση των ακόλουθων τύπων στοιχείων:

1. Στοιχείο Ράβδος (Rod element): Δέχεται μόνο αξονικές δυνάμεις καθώς έτσι είναι η συμπεριφορά της ράβδου και για τα πλοία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν παράδειγμα στα υποστυλώματα.



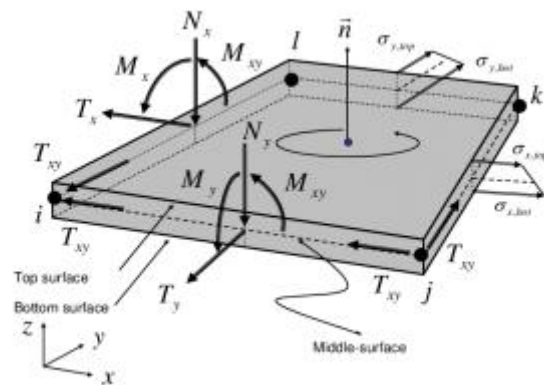
Εικόνα 38: Στοιχείο Ράβδος, Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

2. Στοιχείο Δοκός (Beam Element): Δέχεται εκτός από αξονικές δυνάμεις και καμπτικές ροπές, ενώ παρουσιάζει αξονική μετατόπιση, βύθιση και στροφή. Παράδειγμα στην ναυπηγική είναι τα διάφορα ενισχυτικά του πλοίου.



Εικόνα 39: Στοιχείο δοκός, Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

3. Στοιχείο Κέλυφος (Shell Element): Δέχεται και κάμψη και γενικά όλες τις καταπονήσεις, στο πλοίο προσομοιάζεται με ένα οποιοδήποτε έλασμα.

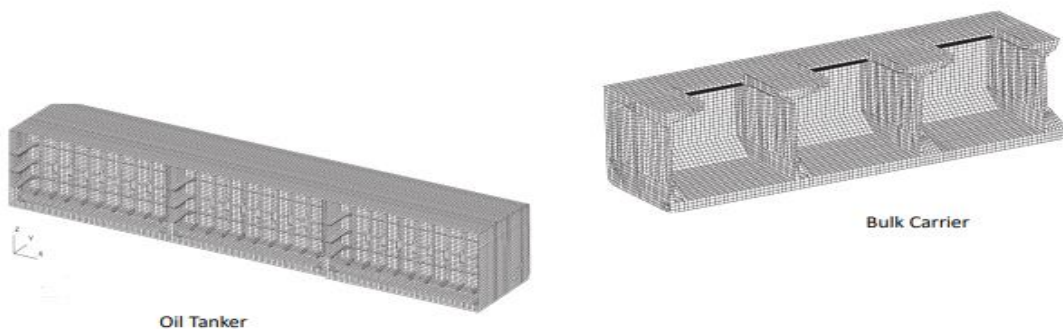


Εικόνα 40: Στοιχείο κέλυφος, Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης,

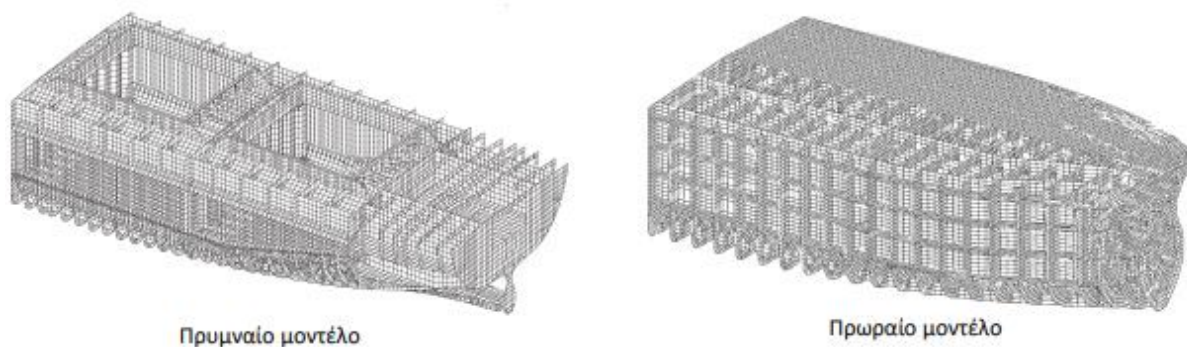
(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=>

Σχετικά με την ανάλυση τριών αμπαριών και το μοντέλο:

- Το μοντέλο θα πρέπει να καλύπτει μήκος τριών αμπαριών κατά το διαμήκες.
- Οι προραία και πυρναία φρακτή θα πρέπει να συμπεριλαμβάνονται στην μοντελοποίηση όταν χρειάζεται.
- Το αμπάρι που μελετάμε θα πρέπει κάθε φορά να είναι το κεντρικό.
- Κατακόρυφα το μοντέλο μοντελοποιείται μέχρι το κύριο κατάστρωμα μαζί με όσα κατασκευαστικά στοιχεία έχει αυτό.
- Τέλος κατά το εγκάρσιο εκτείνεται σε όλο το πλάτος



Εικόνα 41: Παράδειγμα ανάλυσης τριών αμπαριών ΜΠΣ στα πλοία για Oil Tanker & Bulk Carrier  
Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης,  
(<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6P>  
[D](#))



Εικόνα 42: Παράδειγμα πρυμναίου-πρωραίου μέρους στη ΜΠΣ στα πλοία Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

Στην συνέχεια ακολουθεί ανάλυση χαρακτηριστικών πλέγματος:

- Τα στοιχεία που απαρτίζουν το πλέγμα δεν θα πρέπει να έχουν μέγεθος μεγαλύτερο από την ισαπόσταση των ενισχυτικών.
- Ο λόγος πλευρών (Aspect Ratio) δεν θα πρέπει να ξεπερνά το 3, ενώ σε περιοχές με υψηλές τάσεις θα πρέπει ο λόγος να είναι κοντά στο ένα για καλύτερα αποτελέσματα.
- Τα τριγωνικά στοιχεία θα πρέπει να χρησιμοποιούνται όσο το δυνατόν λιγότερο.
- Στις έδρες των διπυθμένων θα πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον τρία στοιχεία.
- Στα ανοίγματα (π.χ ανθρωποθυρίδες) το πλέγμα θα πρέπει να είναι πιο πυκνό για να αντιμετωπίζεται ικανοποιητικά η πολυπλοκότητα της γεωμετρίας.
- Τα μικρά ανοίγματα δεν είναι απαραίτητο να μοντελοποιηθούν (προδιαγράφεται από κανονισμούς τότε ένα άνοιγμα είναι μικρό και τότε μεγάλο).

Στο τέλος αφού εφαρμόσουμε τις οριακές συνθήκες (κατάλληλες στηρίξεις) και τοποθετήσουμε τις κατάλληλες φορτίσεις θα πρέπει να αξιολογήσουμε τα αποτελέσματα. Αυτά τα ελέγχουμε σε μέρη όπως:

- Διαμήκη ενισχυτικά καταστρώματος (διαδοκίδες)
- Όλα τα πρωτεύοντα ενισχυτικά αλλά και οι εγκάρσιες φρακτές (και ότι κατασκευαστικό στοιχείο ανήκει σε αυτές)
- Όλα τα κατασκευαστικά στοιχεία που ανήκουν στην πρωραία φρακτή συγκρούσεως και πρυμναίας φρακτής.

Για αυτά τα σημεία πρέπει:

$$\lambda_y \leq \lambda_{perm} \quad (4.2.1)$$

(Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία 2023-2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)

Οπου:

- $\lambda_y = \frac{\sigma_{vm}}{R_y}$  για στοιχεία κελύφους και  $\lambda_y = \frac{|\sigma_{vm}|}{R_y}$  για στοιχεία δοκού και ράβδου.
- $\sigma_{vm}$ : είναι η τάση Von Mises σε  $\left(\frac{N}{mm^2} \text{ ή } Mpa\right)$  και δίνεται όπως είδαμε στο κεφάλαιο 1.3 από την σχέση  $\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2}$ .
- $R_y$ : Όριο διαρροής του υλικού
- $\lambda_{perm}$ : Είναι ο επιτρεπόμενος συντελεστής χρήσης έναντι διαρροής ο οποίος προδιαγράφεται από κανονισμούς για στατικά ή δυναμικά φορτία και αναλόγως το μέρος που μελετάμε.

Table 10 : Coarse mesh permissible yield utilisation factor

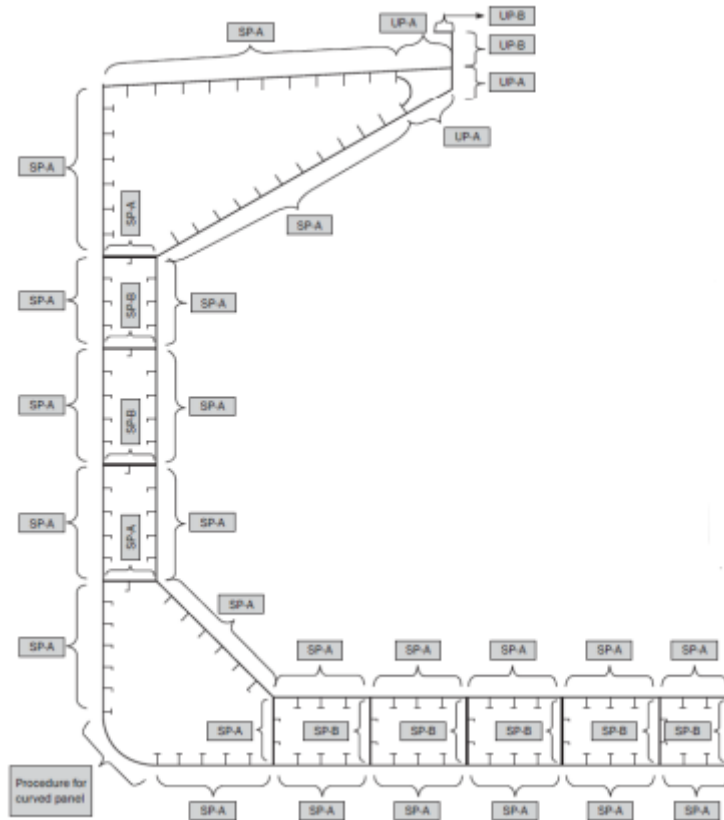
| Structural component  | Coarse mesh permissible yield utilisation factor, $\lambda_{perm}$ |
|---|--|
| Plating of all longitudinal hull girder structural members, primary supporting structural members and bulkheads.  | 1.0 (load combination S+D)   |
| Face plate of primary supporting members modelled using shell or rod elements.  | 0.8 (load combination S)   |
| Dummy rod of corrugated bulkhead  |  |
| Corrugation of vertically corrugated bulkheads with lower stool and horizontally corrugated bulkhead, under lateral pressure from liquid loads, for shell elements only.  | 0.90 (load combination S+D)  |
| Supporting structure in way of lower end of corrugated bulkheads without lower stool <sup>(1)</sup> .   | 0.72 (load combination S)  |
| Corrugation of vertically corrugated bulkheads without lower stool under lateral pressure from liquid loads and without lower stool, for shell elements only.   | 0.81 (load combination S+D)<br>0.65 (load combination S)           |
| <b>(1)</b> Supporting structure for a transverse corrugated bulkhead refers to the structure in the longitudinal direction within half a web frame space forward and aft of the bulkhead, and within a vertical extent equal to the corrugation depth.<br>Supporting structure for a longitudinal corrugated bulkhead refers to the structure in transverse direction within 3 longitudinal stiffener spacings from each side of the bulkhead, and within a vertical extent equal to the corrugation depth. |  |

Εικόνα 43: Επιτρεπόμενος συντελεστής χρήσης έναντι διαρροής  $\lambda_{perm}$ , Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδοουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

Σύμφωνα με τους κανονισμούς θα πρέπει να ελέγχεται και ο λυγισμός κατασκευαστικά στοιχεία όπως:

- Κολώνες
- Ενισχυτικά
- Ενισχυμένα και μη ενισχυμένα ελάσματα
- Πτυχωτές φρακτές

Κάθε στοιχείο που μελετάμε ελέγχεται με διαφορετικά κριτήρια που περιγράφονται από κανονισμούς (*SP-A*, *SP-B*, *UP-A*, *UP-B* κ.λπ.)



Εικόνα 44: Παράδειγμα κριτηρίων για λυγισμό Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

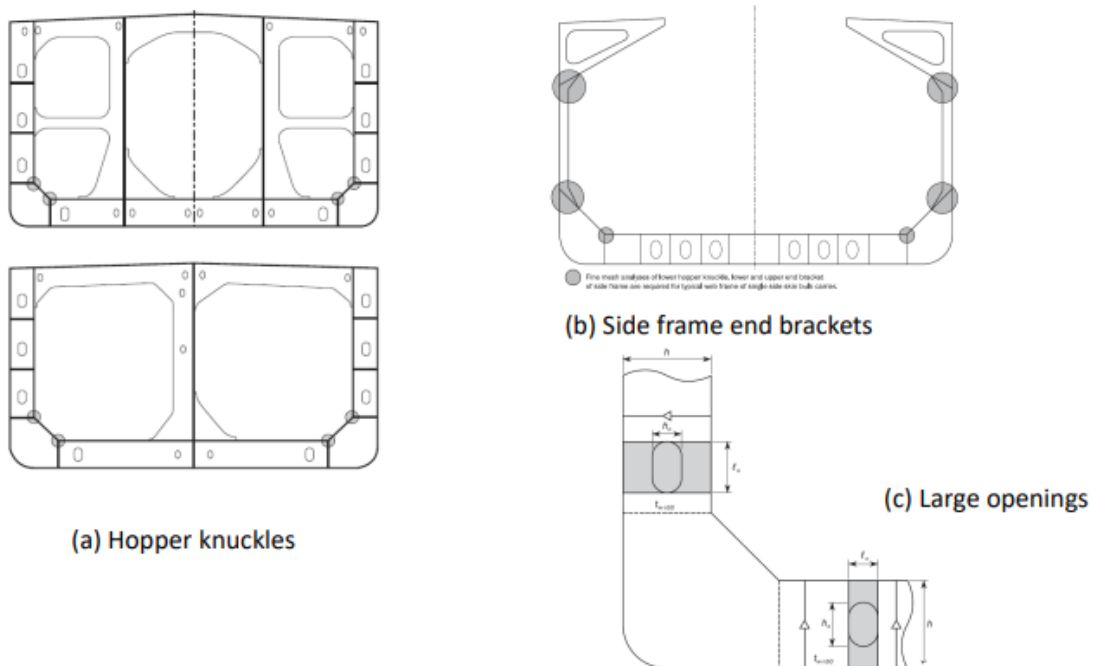
Ομοίως και σε λυγισμό θα πρέπει:

$$\eta \leq \eta_{perm} \quad (4.2.2)$$

Με  $\eta_{perm}$  να είναι ο επιτρεπόμενος συντελεστής χρήσης έναντι διαρροής.

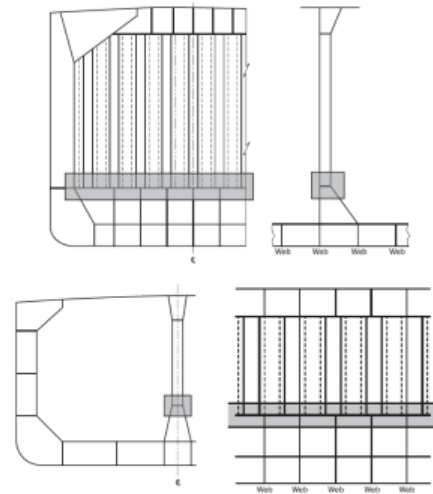
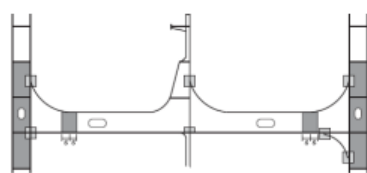
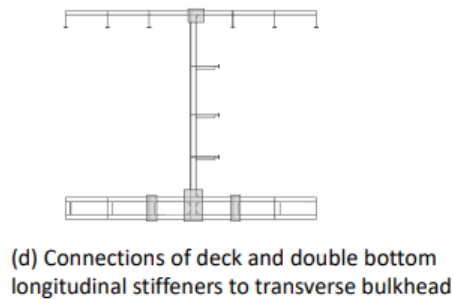
Σχετικά με την λεπτομερή ανάλυση (*Fine model*), που μας ενδιαφέρει κιάλας λόγω την μελέτης αγκώνων σύνδεσης, αυτή γίνεται στις εξής περιοχές:

- Ενώσεις εδρών με αντίστοιχη έδρα στο Bilge του πλοίου.
- Νομείς και μπρακέτα.
- Μεγάλα ανοίγματα.
- Ενώσεις διαμήκων ενισχυτικών είτε του κατάστρωμα είτε του διπύθμενου του πλοίου με εγκάρσια φρακτή.
- Άλλου είδους μπρακέτο στο κάτω μέρος οριζόντιας δοκού (ενισχυτικού).
- Ενώσεις πτυχωτής φρακτής με κάποιο άλλο κατασκευαστικό στοιχείο



Εικόνα 45: Παραδείγματα λεπτομερής ανάλυσης ΜΠΣ στα πλοία, Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

(Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία 2023-2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)



Εικόνα 46: Παραδείγματα λεπτομερής ανάλυσης ΜΠΣ στα πλοία, Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης, (<https://eclass.uniwa.gr/modules/document/index.php?course=NA194&openDir=/655dc578B6PD>)

Εκτός βέβαια από τις προαναφερθείσες περιοχές, υπάρχουν και εκείνες, οι οποίες από το μεγάλο μοντέλο τριών αμπαριών, παρουσιάζουν υψηλές τάσεις και δεν ικανοποιούν τα *screening criteria* και πρέπει να γίνει τοπική πύκνωση πλέγματος για καλύτερα αποτελέσματα. Όσο αναφορά τα κριτήρια είναι:

$$\lambda_{sc} \leq \lambda_{scperm} \quad (4.2.3)$$

Οπου:

- $\lambda_{sc} = \frac{\sigma_{vm}}{R_y}$  και βρίσκεται από τις τάσεις στο μεγάλο μοντέλο
- $\lambda_{scperm}$  : είναι ο επιτρεπόμενος συντελεστής χρήσης για *screening criteria* (δίνεται από κανονισμούς)

Τα κύρια χαρακτηριστικά της λεπτομερούς ανάλυσης, την οποία θα χρειαστούμε και εμείς στην μελέτη μπρακέτων, είναι:

- Για κάθε σημείο που χρειάζεται να μελετήσουμε, είτε επιλέγουμε την αντίστοιχη περιοχή από το μεγάλο μοντέλο και κάνουμε πύκνωση τοπικά, είτε φτιάχνουμε ξεχωριστό μοντέλο.
- Τα στοιχεία θα πρέπει να έχουν ανάλυση με μέγιστο μέγεθος στοιχείου 50mm x 50mm.
- Αν επιλέξουμε να κάνουμε μόνο το μοντέλο, θα πρέπει αυτό να έχει 10 στοιχεία προς κάθε κατεύθυνση.
- Αν η μελέτη γίνει στο μεγάλο μοντέλο, μεγάλη προσοχή η πύκνωση να γίνεται ομαλά.
- Εντός πλέγματος θα πρέπει να χρησιμοποιούνται δισδιάστατα στοιχεία.
- Χρήση τριγωνικών στοιχείων συνήθως αποφεύγεται, ενώ λόγος πλευρών (*aspect ratio*) να είναι μικρότερο του 3 και κατά προτίμηση κοντά στο 1.

Η αξιολόγηση αποτελεσμάτων είναι όμοια με του μεγάλου μοντέλου και είναι:

$$\lambda_f \leq \lambda_{fperm} \quad (4.2.4)$$

Οπου:

- $\lambda_f = \frac{\sigma_{Vm}}{R_y}$
- $\lambda_{fperm}$  : είναι ο επιτρεπόμενος συντελεστής χρήσης για λεπτομερή ανάλυση
  - Αν το κατασκευαστικό στοιχείο είναι χωρίς συγκόλληση:
    - $\lambda_{fperm} = 1,70 f_f$  for  $S + D$  (Στατική και δυναμική)
    - $\lambda_{fperm} = 1,36 f_f$  for  $S$  (Στατική)
  - Αν το κατασκευαστικό στοιχείο είναι με συγκόλληση:
    - $\lambda_{fperm} = 1,50 f_f$  for  $S + D$
    - $\lambda_{fperm} = 1,20 f_f$  for  $S$
- $f_f$ : Συντελεστής κόπωσης
  - $f_f = 1$  γενική περίπτωση.
  - $f_f = 1.2$  για πολύ λεπτομερή ανάλυση στοιχείων που δέχονται κόπωση.

(Σημειώσεις Εφαρμογής ΜΠΣ στην ναυπηγική και θαλάσσια τεχνολογία 2023-2024, Αλέξανδρος Θεοδουλίδης)



### 4.3 Common Structural Rules για μπρακέτα

Το κομμάτι για το οποίο θα ασχοληθούμε στην συγκεκριμένη διπλωματική, δηλαδή οι αγκώνες σύνδεσης, περιγράφονται από τους κανονισμούς νηογυμνών (*Common Structural Rules*) στο *Part 1/Chapter 3/Section 6/ 3 Stiffeners*. Παρακάτω θα αναλύσουμε μερικά κομμάτια των κανονισμών CSR.

## **3. Ενισχυτικά (Stiffeners)**

### **3.1 Γενικά**

#### **3.1.1**

Όλοι οι τύποι ενισχυτικών (εξαιρουμένων των ενισχυτικών κορμού) πρέπει να συνδέονται στα άκρα τους. Ωστόσο, σε ειδικές περιπτώσεις όπως σε απομονωμένες περιοχές του πλοίου όπου δεν μπορούν να εφαρμοστούν συνδέσεις στα άκρα των ενισχυτικών, μπορεί να επιτρέπονται τα ενισχυτικά με κομμένα άκρα. Οι απαιτήσεις για τους διάφορους τύπους συνδέσεων (άκρα με μπρακέτα, χωρίς μπρακέτα ή με κομμένα/διαμορφωμένα άκρα φλάντζας) δίνονται στο κομμάτι [3.2] και στο [3.4].

### **3.2 Συνδέσεις μη συνεχών ενισχυτικών με μπρακέτα**

#### **3.2.1**

Όταν η συνέχεια της αντοχής των διαμήκων ενισχυτικών παρέχεται από μπρακέτα, η ευθυγράμμιση τους σε κάθε πλευρά των πρωτευόντων ενισχυτικών πρέπει να εξασφαλίζεται, ενώ οι διαστάσεις τους πρέπει να είναι τέτοιες ώστε η ροπή αντίστασης του συνδυασμού ενισχυτικού/μπρακέτου και το εμβαδόν διατομής να μην είναι μικρότερο από αυτό των πρωτευόντων ενισχυτικών.

#### **3.2.2**

Στις συνδέσεις με μπρακέτα, η συνέχεια της αντοχής πρέπει να διατηρείται στη σύνδεση μπρακέτου - ενισχυτικού καθώς και στη σύνδεση του μπρακέτου με το κύριο ενισχυτικό.

#### **3.2.3**

Η διάταξη της σύνδεσης μεταξύ του ενισχυτικού και του μπρακέτου πρέπει να είναι τέτοια έτσι ώστε σε κανένα σημείο πάνω στη σύνδεση, η ροπή αντίστασης να είναι μικρότερη από αυτή που απαιτείται για το ενισχυτικό.

#### **3.2.4 Πάχος Μπρακέτου**

Το πάχος μπρακέτου,  $t_b$  (mm), πρέπει να ικανοποιεί τα παρακάτω:

$$t_b \geq (2 + f_{bkt}\sqrt{Z}) \sqrt{\frac{R_{eH-stf}}{R_{eH-bkt}}} \quad (4.3.1)$$

Με την προϋπόθεση ότι:

$$t_b \leq 13.5 \text{ mm} \quad (4.3.2)$$

Οπου:

$f_{bkt}$  : Σταθερά η οποία είναι:

- $f_{bkt} = 0.2$  για μπρακέτα με φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό (λίγο πριν την υποτείνουσα του μπρακέτου).
- $f_{bkt} = 0.3$  για μπρακέτα χωρίς φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό (λίγο πριν την υποτείνουσα του μπρακέτου).

Z: Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ). Στην περίπτωση δύο ενωμένων ενισχυτικών η ροπή αντίστασης είναι η μικρότερη από τα δύο.

$R_{eH-stf}$  : Είναι το όριο διαρροής του υλικού του ενισχυτικού, σε  $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$

$R_{eH-bkt}$  : Είναι το όριο διαρροής του υλικού του μπρακέτου, σε  $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$

### 3.2.5 Μπρακέτα στα άκρα από μη συνεχή ενισχυτικά

Τα μπρακέτα στα άκρα από μη συνεχή ενισχυτικά, έχουν μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  (mm), το οποίο δίνεται από:

$$l_{bkt} = C_{bkt} \sqrt{\frac{Z}{t_b}} \quad (4.3.3)$$

$l_{bkt}$  δεν πρέπει να είναι μικρότερο από:

- $l_{bkt} = 1.8 h_{st}$  για ενώσεις, όπου το άκρο του κορμού του ενισχυτικού στηρίζεται από μπρακέτο το οποίο είναι συγκολλημένο σε σειρά (με τον κορμό) ή με μια εκκεντρότητα απαραίτητη για την ενεργοποίηση της συγκόλλησης, περίπτωση c) στην εικόνα 48.
- $l_{bkt} = 2.0 h_{st}$  σε κάθε άλλη περίπτωση a), b) και d) στην εικόνα 48.

Οπου:

$c_{bkt}$  : Σταθερά η οποία είναι:

- $c_{bkt} = 65$  για μπρακέτα με φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό
- $c_{bkt} = 70$  για μπρακέτα χωρίς φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό

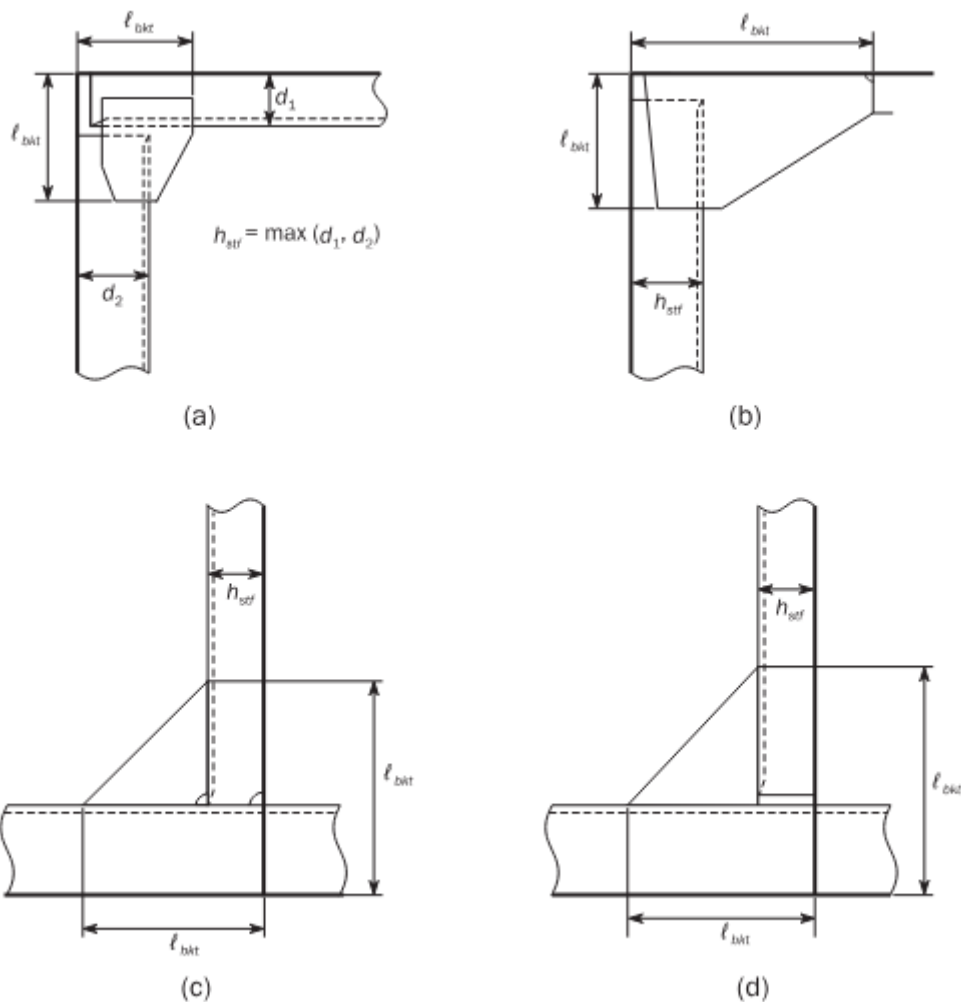
Z: Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ). Στην περίπτωση δύο ενωμένων ενισχυτικών η ροπή αντίστασης είναι η μικρότερη από τα δύο.

$t_b$  : Το ελάχιστο πάχος μπρακέτου, σε mm, όπως περιγράφεται στο [3.2.4]

Για ενώσεις παρόμοιες με την περίπτωση b) στην εικόνα 48, χωρίς το μπρακέτο να επικαλύπτει τα ενισχυτικά, το μήκος πλευράς πρέπει να είναι σύμφωνο με την σχέση  $l_{bkt} \geq 2.0h_{stf}$

Για ενώσεις παρόμοιες με τις περιπτώσεις c) και d) στην εικόνα 48 όπου το μικρότερο ενισχυτικό είναι ενωμένο με πρωτεύων ενισχυτικό και τότε το μήκος πλευράς  $l_{bkt} \geq 2.0h_{stf}$ .

(IACS, Common Structural Rules Part 1/Chapter 3/Section 6/ 3 Stiffeners)



Εικόνα 47: Μήκος πλευράς μπρακέτου με 4 διαφορετικές περιπτώσεις, IACS, Common Structural Rules (<https://iacs.org.uk/resolutions/common-structural-rules/csr-for-bulk-carriers-and-oil-tankers>)

### 3.2.6 Μπρακέτα με διαφορετικά μήκη πλευράς

Τα μήκη πλευρών, μετρούμενα από τη γωνία κάθε πλευράς, πρέπει σαν άθροισμα να είναι μεγαλύτερο από  $2 l_{bkt}$  όπως επίσης το κάθε ένα ξεχωριστά πρέπει να είναι μεγαλύτερο από  $0.8 l_{bkt}$  με το  $l_{bkt}$  όπως το περιγράψαμε στο [3.2.5]

(IACS, *Common Structural Rules Part 1/Chapter 3/Section 6/3 Stiffeners*)

### 3.2.7 Ενίσχυση άκρης του μπρακέτου

Οπου χρειαστεί ενισχυτικό στην άκρη (λίγο πιο μέσα από την υποτείνουσα του μπρακέτου), το ύψος του κορμού σε αυτό το ενισχυτικό,  $h_w$ , σε mm δεν θα πρέπει να είναι μικρότερο από:

$$h_w = 45 \left( 1 + \frac{Z}{2000} \right) \quad (4.3.4)$$

Με προϋπόθεση ότι:

$$h_w \geq 50mm \quad (4.3.5)$$

Οπου:

Z: Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ). Στην περίπτωση δύο ενωμένων ενισχυτικών η ροπή αντίστασης είναι η μικρότερη από τα δύο.

## 3.4 Κομμένα/Διαμορφωμένα άκρα

### 3.4.1

Τα διαμορφωμένα άκρα της φλάντζας μπορούν να εφαρμοστούν, αν τα δυναμικά φορτία που δέχεται η κατασκευή, είναι μικρά, όπως επίσης το πάχος της πλάκας (έλασμα) που βρίσκεται το ενισχυτικό,  $t_p$ , δεν είναι μικρότερο από:

$$t_p = c_1 \sqrt{\left( 1000l - \frac{s}{2} \right) \frac{sPk}{10^6}} \quad (4.3.6)$$

Οπου:

P: Η πίεση που δέχεται το ενισχυτικό εξαιτίας της γενικότερης πίεσης που δέχεται η κατασκευή.

$C_1$  : Σταθερά για τον τύπο φόρτισης που εφαρμόζεται.

- $c_1 = 1.2$  για κριτήρια της περίπτωσης AC-S (στατική φόρτιση)
- $c_1 = 1.1$  για κριτήρια της περίπτωσης AC-SD (στατική - δυναμική φόρτιση)

### 3.4.2

Οι γωνίες των μπρακέτων και τα ενισχυτικά με διαμορφωμένα άκρα, πρέπει να τελειώνουν κοντά στο διπλανό πρωτεύων ενισχυτικό. Η απόσταση δεν πρέπει να ξεπερνάει τα 40mm εκτός αν το μπρακέτο ή το πρωτεύων ενισχυτικό στηρίζεται από όμοιο ενισχυτικό απο την αντίθετη πλευρά της πλάκας. Η γωνία του άκρου δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 30 μοίρες και σε περιπτώσεις που δεν είναι συμβατές με το παραπάνω, θα πρέπει να υπάρχουν εναλλακτικές λύσεις.

## **4. Πρωτεύοντα κατασκευαστικά στοιχεία (Primary Supporting Members - PSM)**

### 4.4 Ακραίες Ενώσεις

#### 4.4.1 Γενικά

Στα άκρα από πρωτεύοντα κατασκευαστικά στοιχεία (ενισχυτικά) τοποθετούνται μπρακέτα ή ισοδύναμα στοιχεία. Τα μπρακέτα πρέπει γενικά να έχουν μια μικρή διαμόρφωση αν αυτή χρειαστεί. Μπορούμε να έχουμε και συνδέσεις χωρίς μπρακέτο αρκεί να εξασφαλίζεται αρκετή στήριξη των δύο μερών που ενώνουμε.

#### 4.4.2 Διαστάσεις μπρακέτων

Γενικά, το μήκος πλευράς των μπρακέτων που στηρίζουν πρωτεύοντα κατασκευαστικά στοιχεία (PSMs), όπως φαίνεται στην εικόνα 48, δεν πρέπει να είναι μικρότερο από το ύψος του κορμού του στοιχείου, όπως επίσης πρέπει να είναι μικρότερο από 1.5 φορές του ύψους του κορμού του στοιχείου.

Σε περιοχές εντός των αμπαριών θα πρέπει το πάχος του μπρακέτου, γενικά, να μην είναι μικρότερο από το πάχος του στοιχείου στο οποίο είναι συνδεδεμένο. Έξω από χώρους φορτίου τώρα, πάλι το πάχος του μπρακέτου πρέπει να μην είναι μικρότερο από το πάχος του στοιχείου στο οποίο είναι συνδεδεμένο. Επιπλέον οι διαστάσεις των μπρακέτων θα πρέπει να είναι τέτοιες έτσι ώστε η ροπή αντίστασης της πλάκας συνολικά με το μπρακέτο, εξαιρουμένης της φλάντζας με τα διαμορφωμένα άκρα, να είναι μεγαλύτερη από αυτή της πλάκας με μισό ανυποστήρικτο μήκος.

Η καθαρή επιφάνεια διατομής,  $A_f$  ( $cm^2$ ), της πρόσοψης του μπρακέτου δεν πρέπει να είναι μικρότερη από:

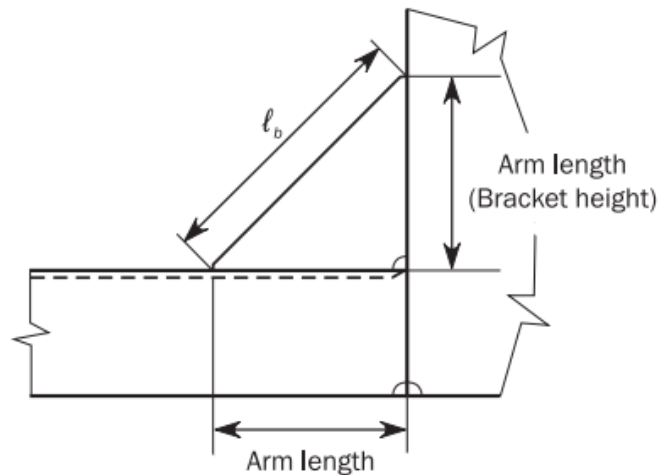
$$A_f = l_b t_b \quad (4.3.6)$$

Οπου:

$l_b$  : Μήκος πλευράς που ενώνει τις δύο κάθετες πλευρές του μπρακέτου, βλ. εικόνα 49. Για μπρακέτα με καμπυλότητα αυτό το μήκος είναι ίσο με το μήκος της εφαπτομένης στο μέσο της πλευράς.

$t_b$  : Ελάχιστο καθαρό πάχος μπρακέτου, σε mm, όπως περιγράφηκε στο [3.2.4]

Επιπλέον, το πάχος της πρόσοψης δεν πρέπει να είναι μικρότερο του κορμού του μπρακέτου.



Εικόνα 48: Διαστάσεις των μπρακέτων, IACS, Common Structural Rules  
(<https://iacs.org.uk/resolutions/common-structural-rules/csr-for-bulk-carriers-and-oil-tankers>)

#### 4.4.3 Διάταξη Μπρακέτων

Αν η απόσταση της ελεύθερης πλευράς του μπρακέτου,  $l_b$ , είναι μεγαλύτερη από 1.5m, τότε ο κορμός του μπρακέτου ενισχύεται και ισχύει ότι:

- Η καθαρή επιφάνεια διατομής, σε  $cm^2$ , του κορμού του ενισχυτικού δεν πρέπει να είναι μικρότερη από  $16.5l$ , όπου  $l$  είναι το ανυποστήρικτο μήκος του ενισχυτικού σε m.
- Εφαρμόζεται ενισχυτικό στον κορμό του μπρακέτου.

(IACS, Common Structural Rules Part 1/Chapter 3/Section 6/3 Stiffeners)

#### 4.4 Κανονισμοί ABS για μπρακέτα

Σχετικά με τον κανονισμό από τον αμερικάνικο νηογνώμονα, τον ABS, για τα μπρακέτα, είναι λίγο διαφορετικές οι απαιτήσεις που έχει και κυρίως ο τρόπος που τις παρουσιάζει, καθώς το κάνει με την μορφή πινάκων και όχι με τύπους όπως είδαμε παραπάνω. Προφανώς βέβαια εφόσον μιλάμε για CSR που όλοι οι νηογνώμονες έχουν θεσπίσει και πρέπει να ικανοποιούν οι πίνακες θα πρέπει να συμβαδίζουν με τους τύπους. Το κομμάτι που μας ενδιαφέρει από ABS είναι Part 3/ Chapter 2/Section 9.

**Για πλοία με  $L \geq 90m$ :**

Αναλόγως το μήκος της μεγαλύτερης πλευράς βρίσκουμε το πάχος του κορμού του μπρακέτου με φλάντζα ή χωρίς, σε mm, όπως επίσης το πλάτος της φλάντζας.

| <i>Millimeters</i>         |                  |                |                        |
|----------------------------|------------------|----------------|------------------------|
| <i>Depth of Longer Arm</i> | <i>Thickness</i> |                | <i>Width of Flange</i> |
|                            | <i>Plain</i>     | <i>Flanged</i> |                        |
| 150                        | 6.5              |                |                        |
| 175                        | 7.0              |                |                        |
| 200                        | 7.0              | 6.5            | 30                     |
| 225                        | 7.5              | 6.5            | 30                     |
| 250                        | 8.0              | 6.5            | 30                     |
| 275                        | 8.0              | 7.0            | 35                     |
| 300                        | 8.5              | 7.0            | 35                     |
| 325                        | 9.0              | 7.0            | 40                     |
| 350                        | 9.0              | 7.5            | 40                     |
| 375                        | 9.5              | 7.5            | 45                     |
| 400                        | 10.0             | 7.5            | 45                     |
| 425                        | 10.0             | 8.0            | 45                     |
| 450                        | 10.5             | 8.0            | 50                     |
| 475                        | 11.0             | 8.0            | 50                     |
| 500                        | 11.0             | 8.5            | 55                     |
| 525                        | 11.5             | 8.5            | 55                     |
| 550                        | 12.0             | 8.5            | 55                     |
| 600                        | 12.5             | 9.0            | 60                     |
| 650                        | 13.0             | 9.5            | 65                     |
| 700                        | 14.0             | 9.5            | 70                     |
| 750                        | 14.5             | 10.0           | 75                     |
| 800                        |                  | 10.5           | 80                     |
| 850                        |                  | 10.5           | 85                     |
| 900                        |                  | 11.0           | 90                     |
| 950                        |                  | 11.5           | 90                     |
| 1000                       |                  | 11.5           | 95                     |
| 1050                       |                  | 12.0           | 100                    |
| 1100                       |                  | 12.5           | 105                    |
| 1150                       |                  | 12.5           | 110                    |
| 1200                       |                  | 13.0           | 110                    |

Εικόνα 49: Απαιτούμενες διαστάσεις για μπρακέτα πλοίων με  $L \geq 90m$ , ABS: Rules for building and classing marine vessels Part 3 (<https://ww2.eagle.org/en/rules-and-resources>)

### **Για πλοία με $L < 90m$ :**

Αναλόγως το μήκος της πρόσοψης βρίσκουμε το πάχος του κορμού του μπρακέτου με φλάντζα ή χωρίς, σε mm, όπως επίσης το πλάτος της φλάντζας.

| <i>Length of Face <math>f</math>, mm</i> | <i>Thickness, mm</i> |                | <i>Width of Flange, mm</i> |
|--|----------------------|----------------|----------------------------|
|  | <i>Plain</i>         | <i>Flanged</i> |                            |
| Not exceeding 305                        | 5.0                  | —              | —                          |
| Over 305 to 455                          | 6.5                  | 5.0            | 38                         |
| Over 455 to 660                          | 8.0                  | 6.5            | 50                         |
| Over 660 to 915                          | 9.5                  | 8.0            | 63                         |
| Over 915 to 1370                         | 11.0                 | 9.5            | 75                         |

Εικόνα 50: Απαιτούμενες διαστάσεις για μπρακέτα πλοίων με  $L < 90m$ , ABS: Rules for building and classing marine vessels Part 3 (<https://ww2.eagle.org/en/rules-and-resources>)

(ABS: Rules for building and classing marine vessels Part 3/ Chapter 2/Section 9)

#### 4.5 Κανονισμοί DNV για μπρακέτα

Οι κανονισμοί του DNV όπως θα δούμε και παρακάτω σε γενική μορφή είναι σχεδόν ίδιοι με εκείνους από τα Common Structural Rules και περιγράφονται στο Part 3/ Chapter 3/Section 6.

### **3. Ενισχυτικά (Stiffeners)**

#### **3.1 Γενικά**

##### **3.1.1**

Τοπικά, τα ενισχυτικά θα πρέπει να είναι συνδεδεμένα στην απόληξη τους. Βέβαια, σε ειδικές περιπτώσεις μπορούμε να έχουμε και κομμένα τα άκρα και αυτά να συνδέονται με μπρακέτα. Οι απαιτήσεις για τις διάφορες συνδέσεις (με μπρακέτο, χωρίς μπρακέτο ή κομμένα άκρα) δίνονται στα κομμάτια [3.2] και [3.4].

#### **3.2 Συνδέσεις μη συνεχών ενισχυτικών με μπρακέτα**

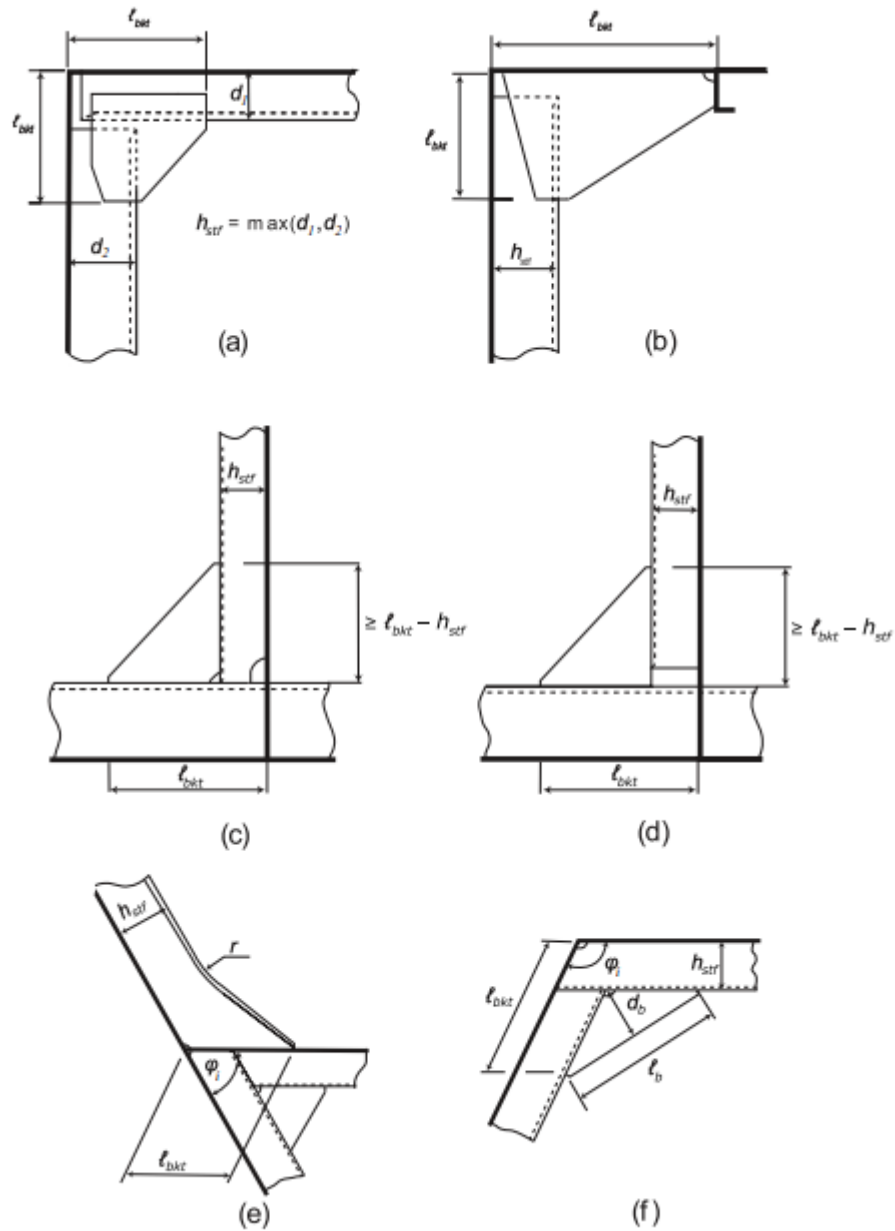
##### **3.2.1**

Όταν η συνέχεια της αντοχής των διαμήκων ενισχυτικών παρέχεται από μπρακέτα, η ευθυγράμμιση τους σε κάθε πλευρά των πρωτεύοντων ενισχυτικών πρέπει να εξασφαλίζεται, ενώ οι διαστάσεις τους πρέπει να είναι τέτοιες ώστε η ροπή αντίστασης του συνδυασμού ενισχυτικού/μπρακέτου και το εμβαδόν διατομής να μην είναι μικρότερο από αυτά του πρωτεύοντος ενισχυτικού.



Στην παρακάτω εικόνα, στις περιπτώσεις a), b) τα μπρακέτα είναι συγκεκριμένου τύπου και ουσιαστικά βρίσκονται μπροστά από τα ενισχυτικά. Αυτού του είδους τα μπρακέτα χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις όπου η ικανότητα να δέχεται καμπτική ροπή είναι μειωμένη σε σχέση με την αντίστοιχη ροπή που δέχονται τα ενισχυτικά.

(DNV Rules for classification, Part 3 Hull / Chapter 3/Section 6)



Εικόνα 51: Τύποι μπρακέτων μη συνεχών ενισχυτικών, DNV Rules for classification, Part 3 Hull  
<https://standards.dnv.com/explorer/document/7AD7E71890A742BCA891FD567076D75C/24>

### 3.2.2

Η διάταξη της σύνδεσης μεταξύ του ενισχυτικού και του μπρακέτου πρέπει να είναι τέτοια έτσι ώστε σε κανένα σημείο πάνω στη σύνδεση, η ροπή αντίστασης να είναι μικρότερη από αυτή που απαιτείται για το ενισχυτικό.

(DNV Rules for classification, Part 3 Hull / Chapter 3/Section 6)

### 3.2.3

Για μη συνεχή ενισχυτικά όπου ο κορμός δεν συγκολλείται, βλ a), b) και d) εικόνα 54, το καθαρό πάχος (χωρίς εκείνο για διάβρωση),  $t_b$ , δεν θα πρέπει να είναι μικρότερο από το πάχος κορμού του μη συνεχούς ενισχυτικού ενώ, το όριο διαρροής του υλικού του μπρακέτου πρέπει να είναι μεγαλύτερο από τις τάσεις που αναπτύσσονται σε αυτό.

### 3.2.4

Τα μπρακέτα θα πρέπει να εφαρμόζονται στα άκρα από μη συνεχή ενισχυτικά. Το μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  (mm), πρέπει να ικανοποιεί τα παρακάτω:

$$l_{bkt} = C_{bkt} \sqrt{\frac{Z}{t_b}} \quad (4.5.1)$$

$l_{bkt}$  δεν πρέπει να είναι μικρότερο από:

- $l_{bkt} \geq 1.8 h_{st}$  για ενώσεις, όπου το άκρο του κορμού του ενισχυτικού στηρίζεται από μπρακέτο το οποίο είναι συγκολλημένο σε σειρά (με τον κορμό) ή με μια εκκεντρότητα απαραίτητη για την ενεργοποίηση της συγκόλλησης, περίπτωση c), e) και f) στην εικόνα 54.
- $l_{bkt} \geq 2.2 h_{st}$  σε κάθε άλλη περίπτωση a), b) και d) στην εικόνα 54.

Όπου:

$C_{bkt}$  : Σταθερά η οποία είναι:

- $C_{bkt} = 65$  για μπρακέτα με φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό
- $C_{bkt} = 70$  για μπρακέτα χωρίς φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό

$Z$  = Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ).

$t_b$  = Το ελάχιστο πάχος μπρακέτου, σε mm

Για ενώσεις παρόμοιες με την περίπτωση b) στην εικόνα 54 και όχι περιπτώσεις όπου το μπρακέτο καλύπτει τα ενισχυτικά, το μήκος πλευράς πρέπει να είναι σύμφωνο με την σχέση  $l_{bkt} \geq h_{stf}$

Για ενώσεις παρόμοιες με τις περιπτώσεις c) και d) στην εικόνα 48 όπου το μικρότερο ενισχυτικό είναι ενωμένο με πρωτεύων ενισχυτικό και τότε το μήκος πλευράς  $l_{bkt} \geq 2.0h_{stf}$ .

(DNV Rules for classification, Part 3 Hull / Chapter 3/Section 6)

### 3.2.5 Μπρακέτα με διαφορετικά μήκη πλευράς

Τα μήκη πλευρών, μετρούμενα από το έλασμα μέχρι την γωνία του μπρακέτου, πρέπει σαν άθροισμα να είναι μεγαλύτερο από  $2 l_{bkt}$  όπως επίσης το κάθε ένα ξεχωριστά πρέπει να είναι μεγαλύτερο από  $0.8 l_{bkt}$  με το  $l_{bkt}$  όπως το περιγράψαμε στο [3.2.4]

### 3.2.7 Ενίσχυση άκρης του μπρακέτου

Όπου χρειαστεί ενισχυτικό στην άκρη, το ύψος του κορμού σε αυτό το ενισχυτικό,  $h_w$ , σε mm δεν θα πρέπει να είναι μικρότερο από:

$$h_w = 45 \left( 1 + \frac{z}{2000} \right) \quad (4.5.2)$$

Με προϋπόθεση ότι:

$$h_w \geq 50mm \quad (4.5.3)$$

Όπου:

Z: Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ).

## 3.4 Κομμένα/Διαμορφωμένα άκρα

### 3.4.1

Τα διαμορφωμένα άκρα της φλάντζας μπορούν να εφαρμοστούν, αν τα δυναμικά φορτία που δέχεται η κατασκευή, είναι μικρά, όπως επίσης το πάχος της πλάκας (έλασμα) που βρίσκεται το ενισχυτικό,  $t_p$ , δεν είναι μικρότερο από:

$$t_p = c_1 \sqrt{\left( 1000l - \frac{s}{2} \right) \frac{sPk}{10^6}} \quad (4.5.4)$$

(DNV Rules for classification, Part 3 Hull / Chapter 3/Section 6)

Όπου:

$P = H$  πίεση που δέχεται το ενισχυτικό εξαιτίας της γενικότερης πίεσης που δέχεται η κατασκευή.

$C_1$  = Σταθερά για τον τύπο φόρτισης που εφαρμόζεται.

- $c_1 = 1.2$  για κριτήρια της περίπτωσης AC-I (στατική φόρτιση)
- $c_1 = 1.1$  για κριτήρια της περίπτωσης AC-II & AC-III (στατική - δυναμική φόρτιση)

Για ενισχυτικά με διαμορφωμένα/κομμένα άκρα η ισαπόσταση των ενισχυτικών  $s$ , σε mm, πρέπει να μην είναι μεγαλύτερη από  $1000l$ , όπου  $l$  το ανυποστήρικτο μήκος, σε m, του ενισχυτικού με το διαμορφωμένο άκρο.

Γενικά τέτοιου είδους ενισχυτικά δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται στις παρακάτω περιπτώσεις:

- Σε κατασκευές κοντά σε κινητήρες ή γεννήτριες ή σε ζώνη ώθησης προπέλας.
- Στα όρια κοντά στο sea chest (περιοχή αναρρόφησης θαλασσινού νερού).

### 3.4.2

Οι γωνίες των μπρακέτων και τα ενισχυτικά με διαμορφωμένα άκρα, πρέπει να τελειώνουν κοντά στο διπλανό πρωτεύων ενισχυτικό. Η απόσταση δεν πρέπει να ξεπερνάει τα 40mm εκτός αν το μπρακέτο ή το πρωτεύων ενισχυτικό στηρίζεται από όμοιο ενισχυτικό απο την αντίθετη πλευρά της πλάκας. Η γωνία του άκρου δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 30 μοίρες και σε περιπτώσεις που δεν είναι συμβατές με το παραπάνω, θα πρέπει να υπάρχουν εναλλακτικές λύσεις.

## **4. Πρωτεύοντα κατασκευαστικά στοιχεία (Primary Supporting Members - PSM)**

### **4.4 Ακραίες Ενώσεις**

#### **4.4.1 Γενικά**

Στα άκρα από πρωτεύοντα κατασκευαστικά στοιχεία (ενισχυτικά) τοποθετούνται μπρακέτα ή ισοδύναμα στοιχεία. Τα μπρακέτα πρέπει γενικά να έχουν μια μικρή διαμόρφωση αν αυτή χρειαστεί και ειδικότερα σε περιοχές που δέχονται κόπωση. Μπορούμε να έχουμε και συνδέσεις χωρίς μπρακέτο αρκεί να εξασφαλίζεται αρκετή στήριξη των δύο μερών που ενώνουμε.

*(DNV Rules for classification, Part 3 Hull / Chapter 3/Section 6)*

#### **4.4.2 Διαστάσεις μπρακέτων**

Γενικά, το μήκος πλευράς των μπρακέτων που στηρίζουν πρωτεύοντα κατασκευαστικά στοιχεία (PSMs), όπως φαίνεται στην εικόνα 52, δεν πρέπει να είναι μικρότερο από το ύψος

του κορμού του στοιχείου, όπως επίσης πρέπει να είναι μικρότερο από 1.5 φορές του ύψους του κορμού του στοιχείου.

Επίσης υπολογισμοί για την αντοχή μέσω πεπερασμένων στοιχείων μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εναλλακτική για την εύρεση διαστάσεων στοιχείων. Το πάχος του μπρακέτου δεν θα πρέπει να είναι μικρότερο από αυτό της πλάκας στην οποία είναι τα ενισχυτικά (του μπρακέτου) κολλημένα. Επιπλέον οι διαστάσεις των μπρακέτων θα πρέπει να είναι τέτοιες έτσι ώστε η ροπή αντίστασης της πλάκας συνολικά με το μπρακέτο, εξαιρουμένης της φλάντζας με τα διαμορφωμένα άκρα, να είναι μεγαλύτερη από αυτή της πλάκας με μισό ανυποστήρικτο μήκος.

Η καθαρή επιφάνεια διατομής,  $A_f$  ( $cm^2$ ), της πρόσοψης του μπρακέτου δεν πρέπει να είναι μικρότερη από:

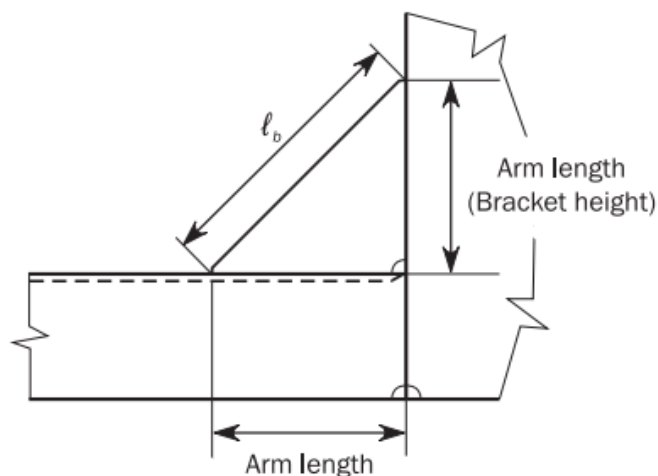
$$A_f = l_b t_b \quad (4.5.5)$$

Οπου:

$l_b$  = Μήκος πλευράς που ενώνει τις δύο κάθετες πλευρές του μπρακέτου, βλ. εικόνα 52. Για μπρακέτα με καμπυλότητα αυτό το μήκος είναι ίσο με το μήκος της εφαπτομένης στο μέσο της πλευράς.

$t_b$  = Ελάχιστο καθαρό πάχος μπρακέτου, σε mm, όπως περιγράφηκε στο [3.2.4]

Επιπλέον, το πάχος της πρόσοψης δεν πρέπει να είναι μικρότερο του κορμού του μπρακέτου.



Εικόνα 52: Διαστάσεις των μπρακέτων, IACS, , DNV Rules for classification, Part 3 Hull  
(<https://standards.dnv.com/explorer/document/7AD7E71890A742BCA891FD567076D75C/24>)

### 4.4.3 Διάταξη Μπρακέτων

Αν η απόσταση της ελεύθερης πλευράς του μπρακέτου,  $l_b$ , είναι μεγαλύτερη από 1.5m, τότε ο κορμός του μπρακέτου ενισχύεται και ισχύει ότι:

- Η καθαρή επιφάνεια διατομής, σε  $cm^2$ , του κορμού του ενισχυτικού δεν πρέπει να είναι μικρότερη από  $16.5l$ , όπου  $l$  είναι το ανυποστήρικτο μήκος του ενισχυτικού σε m.
- Εφαρμόζεται ενισχυτικό στον κορμό του μπρακέτου.

(DNV Rules for classification, Part 3 Hull / Chapter 3/Section 6)

## 4.6 Κανονισμοί Lloyds για μπρακέτα

Στο επόμενο και τελευταίο κομμάτι των κανονισμών θα δούμε το κομμάτι των μπρακέτων του Lloyds register. Βέβαια, επειδή πολλά κομμάτια είναι ίδια με τα Common Structural Rules και του DNV θα παραθέσουμε τα σημεία εκείνα που υπάρχει διαφορά ή που αναφέρονται πιο αναλυτικά. Πιο συγκεκριμένα το κομμάτι που θα αναλύσουμε είναι το Part 10/Chapter 3/Section 1

### Section 1 Απαιτήσεις Διαστάσεων

#### 1.8 Απόληξη δευτερευόντων στοιχείων

##### 1.8.3 Συνδέσεις με μπρακέτα

**a.** Σε συνδέσεις μπρακέτων, η αντοχή θα πρέπει να διατηρείται στη σύνδεση του μπρακέτου με το ενισχυτικό και σε ορισμένες περιπτώσεις του μπρακέτου με την πλάκα (έλασμα) στην οποία βρίσκονται και τα ενισχυτικά. Τα μπρακέτα πρέπει να έχουν διαστάσεις οι οποίες θα πρέπει να κάνουν επαρκή αντιστάθμιση για την φλάντζα του ενισχυτικού όσο και για το ίδιο το ενισχυτικό.

**b.** Η διάταξη της σύνδεσης ανάμεσα στο ενισχυτικό και στο μπρακέτο πρέπει να είναι τέτοια έτσι ώστε η ροπή αντίστασης σε οποιοδήποτε σημείο της σύνδεσης να μην είναι μικρότερη από την απαιτούμενη για το ενισχυτικό.

**c.** Το πάχος μπρακέτου,  $t_b$  (mm), πρέπει να ικανοποιεί τα παρακάτω:

$$t_b = (2 + f_{bkt} \sqrt{Z_{rl-net}}) \sqrt{\frac{\sigma_{yd-stf}}{\sigma_{yd-bkt}}} \quad (4.6.1)$$

Με την προϋπόθεση ότι:

$$6mm \leq t_b \leq 13.5 mm \quad (4.6.2)$$

(Lloyds Register, Rulefinder 9.38 Part 10/Chapter 3/Section 1)

Οπου:

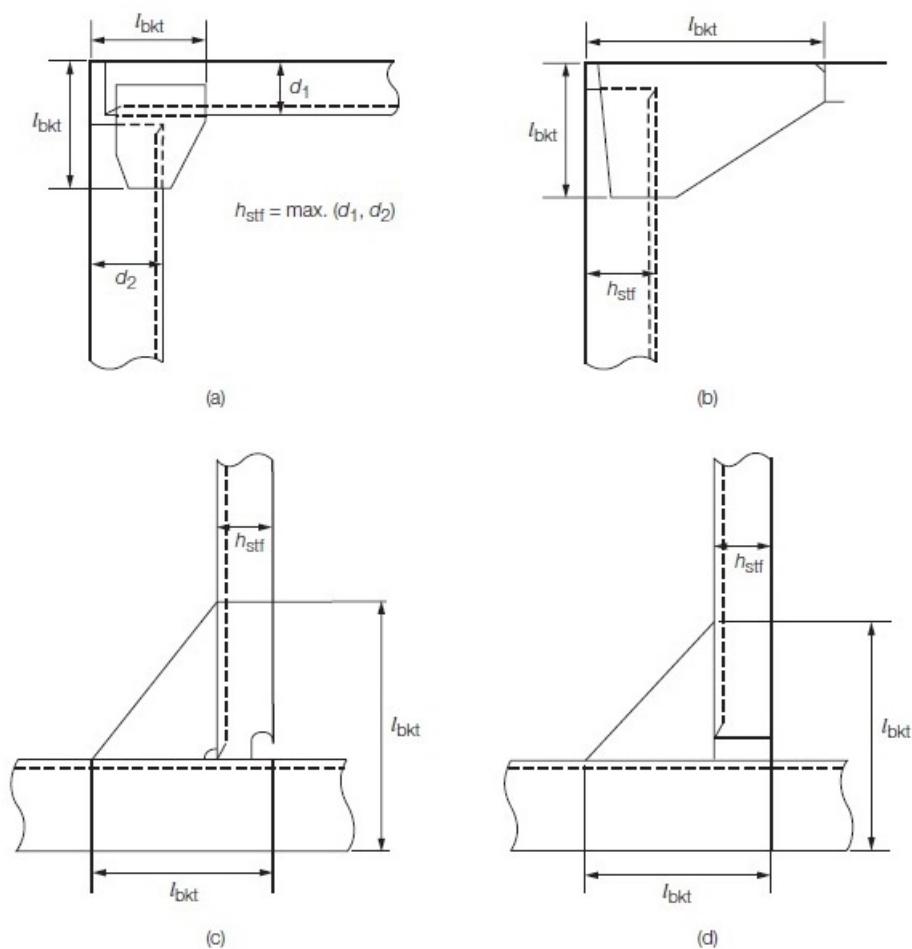
$f_{bkt}$  : Σταθερά η οποία είναι:

- $f_{bkt} = 0.2$  για μπρακέτα με φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό (λίγο πριν την υποτείνουσα του μπρακέτου).
- $f_{bkt} = 0.3$  για μπρακέτα χωρίς φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό (λίγο πριν την υποτείνουσα του μπρακέτου).

$Z_{rl-net}$  = Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ). Στην περίπτωση δύο ενωμένων ενισχυτικών η ροπή αντίστασης είναι η μικρότερη από τα δύο.

$\sigma_{yd-stf}$  : Είναι το όριο διαρροής του υλικού του ενισχυτικού, σε  $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$

$\sigma_{yd-bkt}$  : Είναι το όριο διαρροής του υλικού του μπρακέτου, σε  $\left(\frac{N}{mm^2}\right)$



Εικόνα 53: Παραδείγματα μπρακέτων και μήκη πλευρών. Lloyds Register Rulefinder 9.38 - Reg4ships ([Rules, regulations and standards for ships | LR](#))

d. Τα μπρακέτα στα άκρα από μη συνεχή ενισχυτικά, έχουν μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  (mm), το οποίο δίνεται από:

$$l_{bkt} = C_{bkt} \sqrt{\frac{Z_{rl-net}}{t_{bkt-net}}} \quad (4.6.3)$$

$l_{bkt}$  δεν πρέπει να είναι μικρότερο από:

- i)  $l_{bkt} = 1.8 h_{st}$  για ενώσεις, όπου το άκρο του κορμού του ενισχυτικού στηρίζεται από μπρακέτο το οποίο είναι συγκολλημένο σε σειρά (με τον κορμό) ή μια εκκεντρότητα απαραίτητη για την ενεργοποίηση της συγκόλλησης, περίπτωση c) στην εικόνα 53.
- ii)  $l_{bkt} = 2.0 h_{st}$  σε κάθε άλλη περίπτωση a), b) και d) στην εικόνα 53.

Οπου:

$c_{bkt}$  : Σταθερά η οποία είναι:

- $c_{bkt} = 65$  για μπρακέτα με φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό
- $c_{bkt} = 70$  για μπρακέτα χωρίς φλάντζα ή ακραίο ενισχυτικό

$Z_{rl-net}$  = Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ). Στην περίπτωση δύο ενωμένων ενισχυτικών η ροπή αντίστασης είναι η μικρότερη από τα δύο.

$t_{bkt-net}$  : Το ελάχιστο πάχος μπρακέτου, σε mm, όπως περιγράφεται στο [1.8.3].

e. Αν χρειαστεί ακραίο ενισχυτικό (στην υποτείνουσα), το ύψος του κορμού αυτού,  $d_w$ , δεν πρέπει να είναι μικρότερο από:

$$d_w = 45 \left( 1 + \frac{Z_{rl-net}}{2000} \right) mm \quad (4.6.4)$$

Και πρέπει:

$$d_w \geq 50mm \quad (4.6.5)$$

Οπου:

$Z_{rl-net}$  = Ροπή αντίστασης του ενισχυτικού ( $cm^3$ ). Στην περίπτωση δύο ενωμένων ενισχυτικών η ροπή αντίστασης είναι η μικρότερη από τα δύο.

(Lloyds Register, Rulefinder 9.38 Part 10/Chapter 3/Section 1)



### 1.3.5 Κομμένα/Διαμορφωμένα άκρα

a. Τα διαμορφωμένα άκρα της φλάντζας μπορούν να εφαρμοστούν, αν τα δυναμικά φορτία που αδέχεται η κατασκευή, είναι μικρά, όπως επίσης σε κατασκευές κοντά σε κινητήρες ή γεννήτριες ή σε ζώνη ώθησης προπέλας. Τότε το πάχος της πλάκας (έλασμα) που βρίσκεται το ενισχυτικό,  $t_p$ , δεν είναι μικρότερο από:

$$t_p = c_1 \sqrt{\left(1000l - \frac{s}{2}\right) \frac{sPk}{10^6}} \text{ mm} \quad (4.6.6)$$

Οπου:

$l$  = ανυποστήρικτο μήκος, σε m

$s$  = ισαπόσταση ενισχυτικών, σε mm

$P$  = Η πίεση που δέχεται το ενισχυτικό εξαιτίας της γενικότερης πίεσης που δέχεται η κατασκευή  $\left(\frac{kN}{m^2}\right)$ .

$k$  = συντελεστής αντοχής υλικού όπως δίνεται στην εικόνα 54 παρακάτω:

| Specified minimum yield stress, N/mm <sup>2</sup> | $k$  |
|---|------|
| 235   | 1,00 |
| 265   | 0,93 |
| 315   | 0,78 |
| 340   | 0,74 |
| 355   | 0,72 |
| 390   | 0,68 |

NOTE  
Intermediate values are to be calculated by linear interpolation.

Εικόνα 55: Συντελεστής αντοχής υλικού, *Lloyds Register Rulefinder 9.38 -Reg4ships (Rules, regulations and standards for ships / LR)*

$C_1$  = Σταθερά για τον τύπο φόρτισης που εφαρμόζεται.

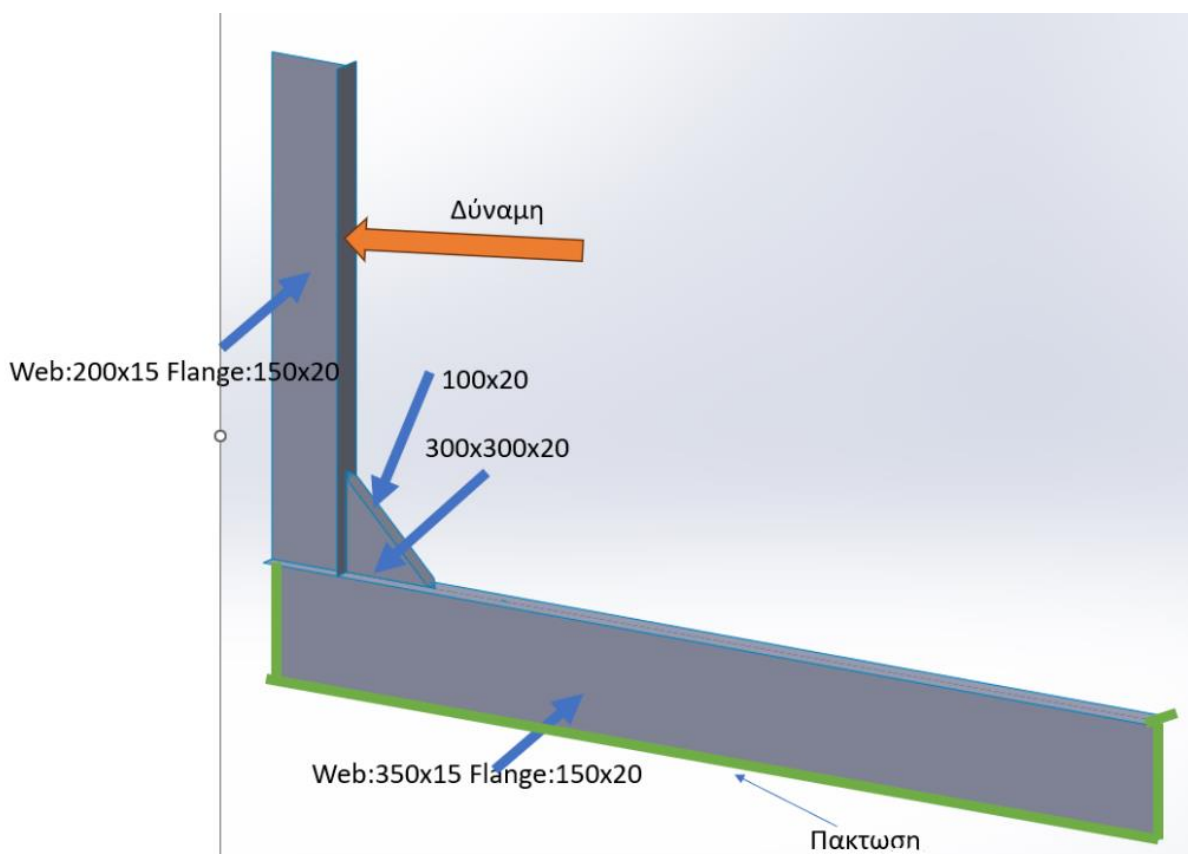
- $c_1 = 1.2$  για κριτήρια της περίπτωσης AC-I (στατική φόρτιση)
- $c_1 = 1.1$  για κριτήρια της περίπτωσης AC-II (στατική - δυναμική φόρτιση)
- $c_1 = 1.0$  για κριτήρια της περίπτωσης AC-III (στατική - δυναμική φόρτιση)

Για ενισχυτικά με διαμορφωμένα/κομμένα άκρα η ισαπόσταση των ενισχυτικών  $s$ , σε mm, πρέπει να μην είναι μεγαλύτερη από  $1000l$ , όπου  $l$  το ανυποστήρικτο μήκος, σε m, του ενισχυτικού με το διαμορφωμένο άκρο.

**b.** Οι γωνίες των μπρακέτων και τα ενισχυτικά με διαμορφωμένα άκρα, πρέπει να τελειώνουν κοντά στο διπλανό πρωτεύων ενισχυτικό σε απόσταση 25mm. Η απόσταση δεν πρέπει να ξεπερνάει τα 40mm εκτός αν το μπρακέτο ή το πρωτεύων ενισχυτικό στηρίζεται από όμοιο ενισχυτικό απο την αντίθετη πλευρά της πλάκας. Η γωνία του άκρου δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 30 μοίρες και σε περιπτώσεις που δεν είναι συμβατές με το παραπάνω, θα πρέπει να υπάρχουν εναλλακτικές λύσεις.

## Κεφάλαιο 5: Κατασκευή μοντέλου

Στο συγκεκριμένο κομμάτι της εργασίας, εφόσον τελειώσαμε το θεωρητικό κομμάτι, μπορούμε πλέον να περάσουμε στην κατασκευή μοντέλου. Αναλυτικότερα το μοντέλο αποτελείται από 2 κάθετα ενισχυτικά τύπου 'T' τα οποία ενώνονται με ένα μπρακέτου όμοιου τύπου, ενώ έχουμε πακτώσει το κάτω ενισχυτικό και ασκούμε μια δύναμη F στο πάνω, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:



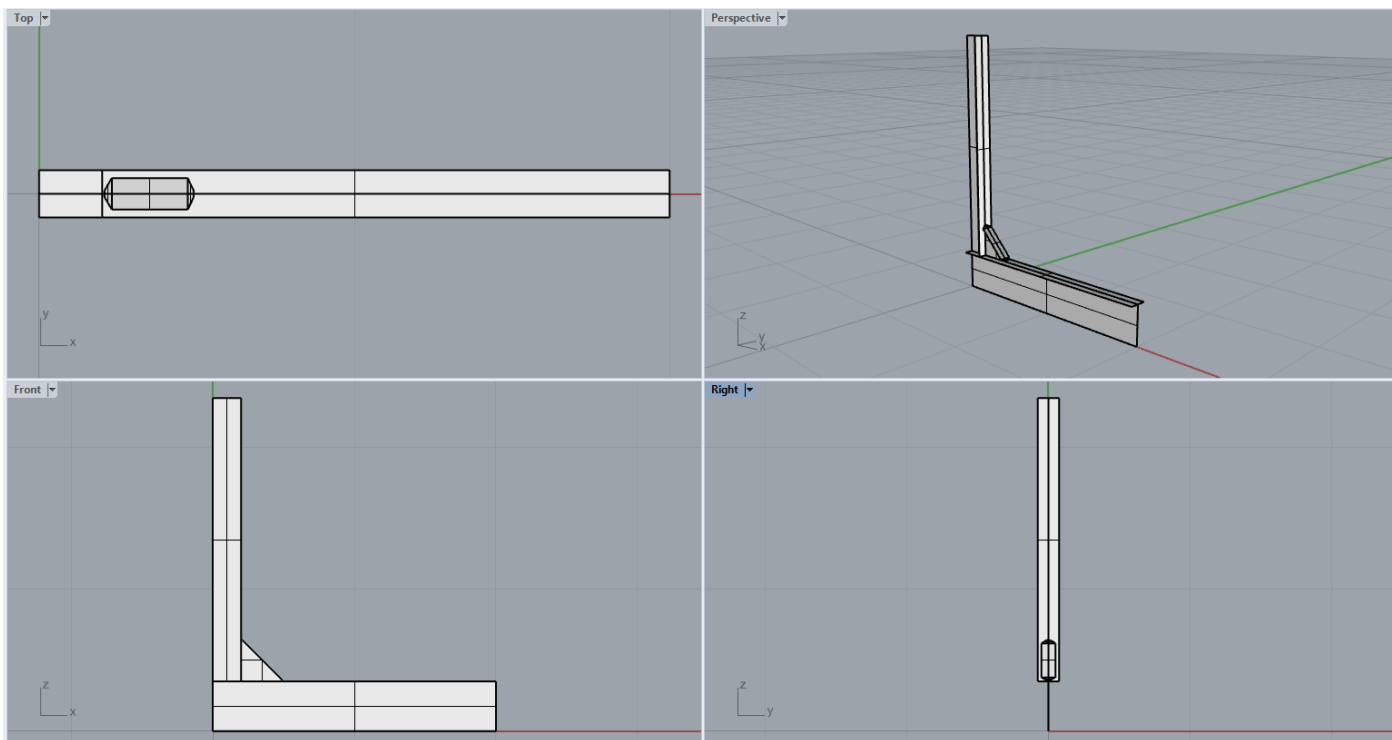
Εικόνα 56: Απεικόνιση μοντέλου ενισχυτικών με μπρακέτου

Το παραπάνω μοντέλο του οποίου τα ενισχυτικά έχουν μήκος 2m το καθένα, αρχικά θα το κατασκευάσουμε στο πρόγραμμα *Rhino* και έπειτα θα κάνουμε εισαγωγή της γεωμετρίας στο *Ansys* μέσω του οποίου θα κάνουμε μια διαδικασία βελτιστοποίησης έτσι ώστε να βρούμε την μέγιστη καμπτική ροπή (που οφείλεται στην δύναμη F) που αντέχει η κατασκευή, για υλικό χάλυβα με όριο διαρροής  $\sigma_y = 235 \text{ Mpa} = 235 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$  δουλεύοντας αρχικά στην ελαστική περιοχή άρα χωρίς μόνιμες παραμορφώσεις.

Πιο συγκεκριμένα η διαδικασία βελτιστοποίησης θα περιλαμβάνει αλλαγή στις δύο κύριες διαστάσεις του μπρακέτου δηλαδή στο μήκος πλευράς και στο πάχος έτσι ώστε να δούμε όπως είπαμε τι καμπτική ροπή μπορεί να δεχθεί η κατασκευή.

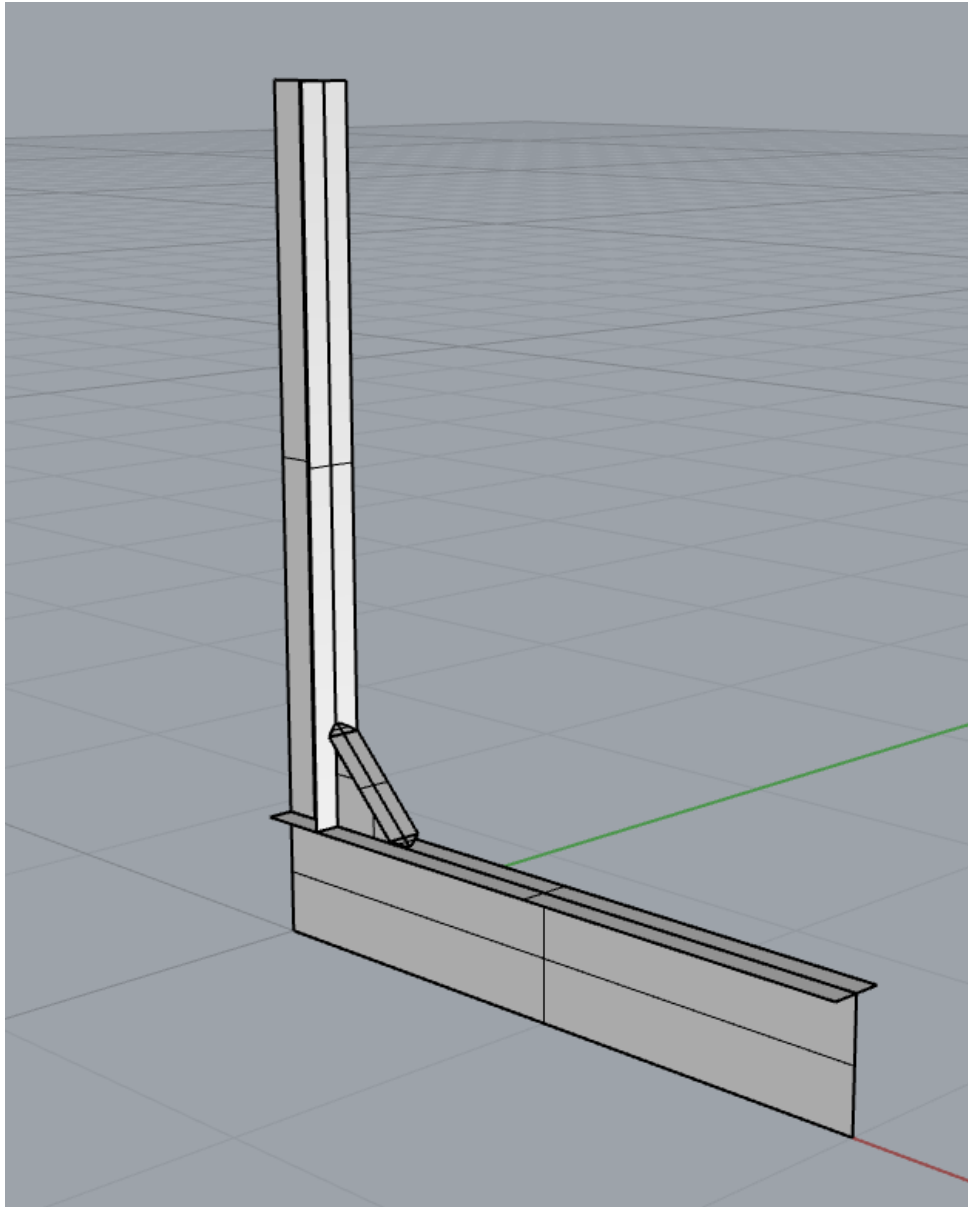
## 5.1 Κατασκευή μοντέλου Rhino

Όπως είπαμε η κατασκευή για μεγαλύτερη διευκόλυνση θα γίνει στο *Rhino* με την βοήθεια επιφανειών και πιο συγκεκριμένα *Rectangular Plane* χωρίς να κάνουμε κάποιο *extrude* έτσι ώστε να έχουμε πάχος στην κατασκευή. Το μοντέλο μετά την κατασκευή είναι όπως φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα 57: Απεικόνιση 4 όψεων γεωμετρίας, *Rhino 6* (<https://www.rhino3d.com/>)

Για καλύτερη κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω και την *Perspective* απεικόνιση των ενισχυτικών και του μπρακέτου:



Εικόνα 58: *Perspective απεικόνιση γεωμετρίας, Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)*

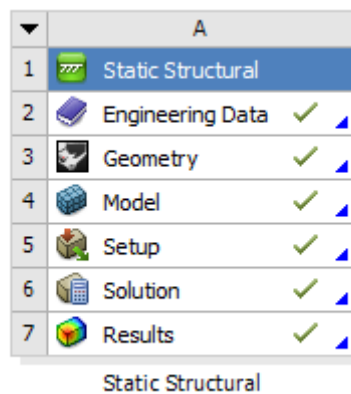
## 5.2 Γεωμετρία στο Ansys

Στην συνέχεια ανοίγουμε το *Static Structural* και ορίζουμε  $\sigma_y = 235 \text{ MPa}$ . Παρακάτω ιδιότητες του υλικού της κατασκευής:

| Properties of Outline Row 3: Structural Steel |   |             |                    |     |
|---|---|-------------|--------------------|-----|
|   | A   | B           | C                  | D E |
| 1   | Property  | Value       | Unit               |     |
| 2   | Material Field Variables                          | Table       |                    |     |
| 3   | Density   | 7850        | kg m <sup>-3</sup> |     |
| 4   | Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion |             |                    |     |
| 6   | Isotropic Elasticity                              |             |                    |     |
| 7   | Derive from                                       | Young's ... |                    |     |
| 8   | Young's Modulus                                   | 2E+11       | Pa                 |     |
| 9   | Poisson's Ratio                                   | 0.3         |                    |     |
| 10  | Bulk Modulus                                      | 1.6667E+11  | Pa                 |     |
| 11  | Shear Modulus                                     | 7.6923E+10  | Pa                 |     |
| 12  | Strain-Life Parameters                            |             |                    |     |
| 20  | S-N Curve   | Tabular     |                    |     |
| 24  | Tensile Yield Strength                            | 2.35E+08    | Pa                 |     |
| 25  | Compressive Yield Strength                        | 2.35E+08    | Pa                 |     |
| 26  | Tensile Ultimate Strength                         | 4.6E+08     | Pa                 |     |
| 27  | Compressive Ultimate Strength                     | 0           | Pa                 |     |

Εικόνα 59:Ιδιότητες υλικού κατασκευής, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

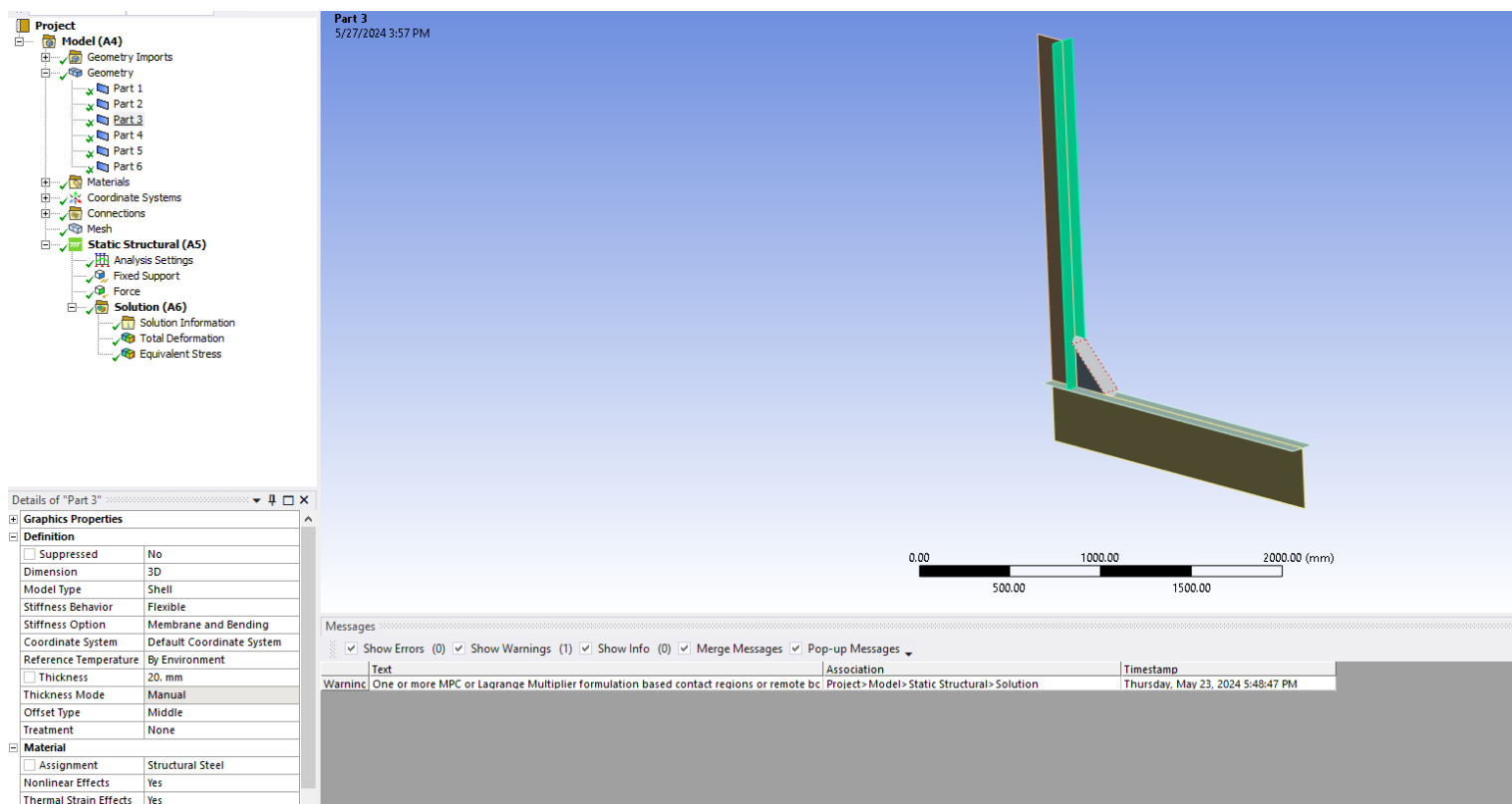
Εφόσον έχουμε την γεωμετρία έτοιμη από το *Rhino* πάμε στην κατηγορία *Geometry* και κάνουμε εισαγωγή το αρχείο.



Εικόνα 60:Εισαγωγή γεωμετρίας στο *Static Structural*, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Στην συνέχεια ανοίγουμε το Model και έχουμε στο μενού του προγράμματος τα διάφορα *Parts* τα οποία αποτελούν *shell elements*, δηλαδή θα χρησιμοποιήσουμε στοιχείο πλάκας βάζοντας και το σωστό πάχος κάθε φορά έτσι ώστε η γεωμετρία μας να μην είναι “κούφια” και η διακριτοποίηση αργότερα να γίνει σωστά.

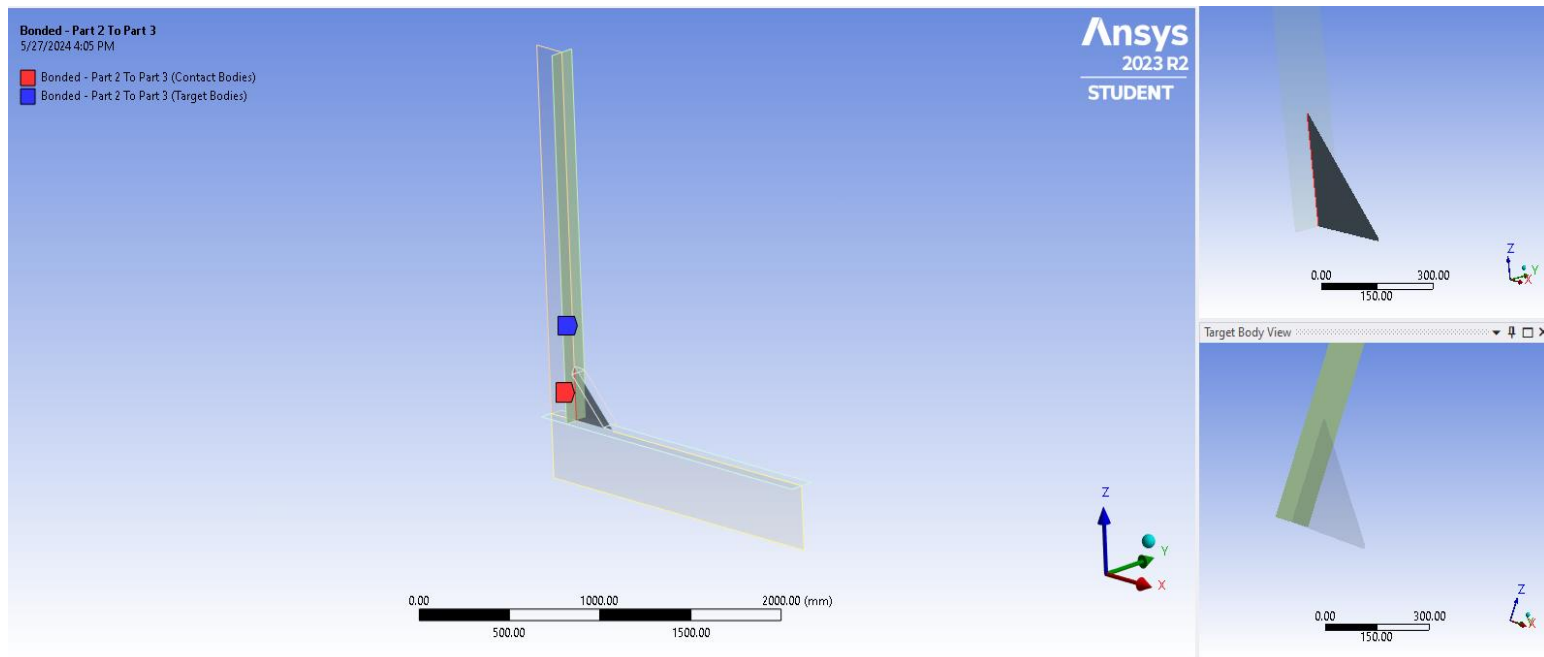
Για παράδειγμα όπως φαίνεται παρακάτω στην φλάντζα του κάθετου ενισχυτικού είναι shell element και κάτω αριστερά έχουμε βάλει πάχος 20mm



Εικόνα 61: Γενική απεικόνιση γεωμετρίας και shell elements, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Αμέσως μετά πρέπει να πραγματοποιήσουμε τις κατάλληλες συνδέσεις ανάμεσα στα διάφορα μέρη και πιο συγκεκριμένα ανάμεσα στους κορμούς των ενισχυτικών με τις φλάντζες, όπως επίσης και του μπρακέτου με τις φλάντζες.

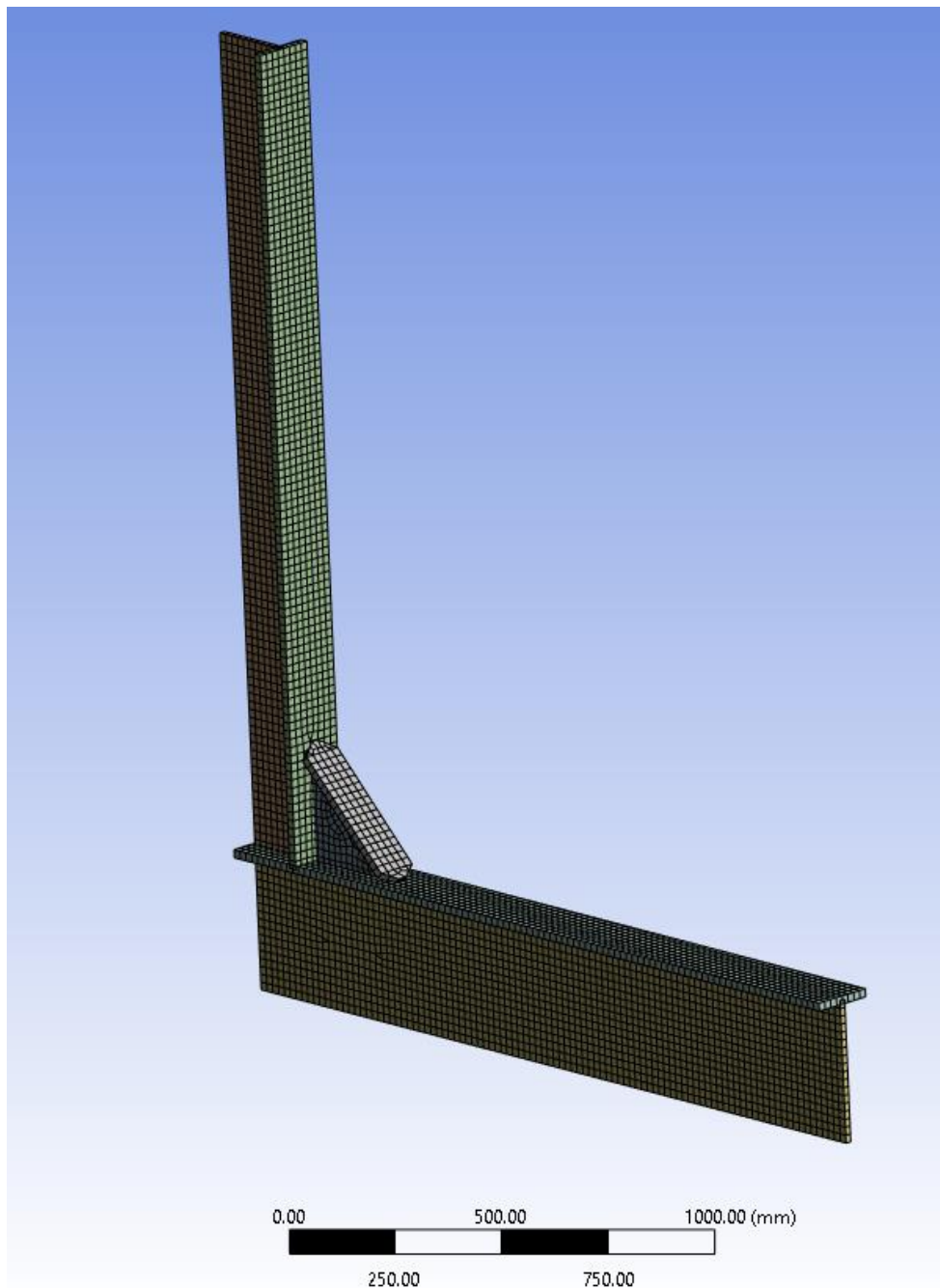
Ενδεικτικά παρακάτω η σύνδεση της μιας πλευράς του μπρακέτου με την φλάντζα του κάθετου ενισχυτικού



Εικόνα 62: Συνδέσεις μεταξύ των διάφορων μερών της κατασκευής, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

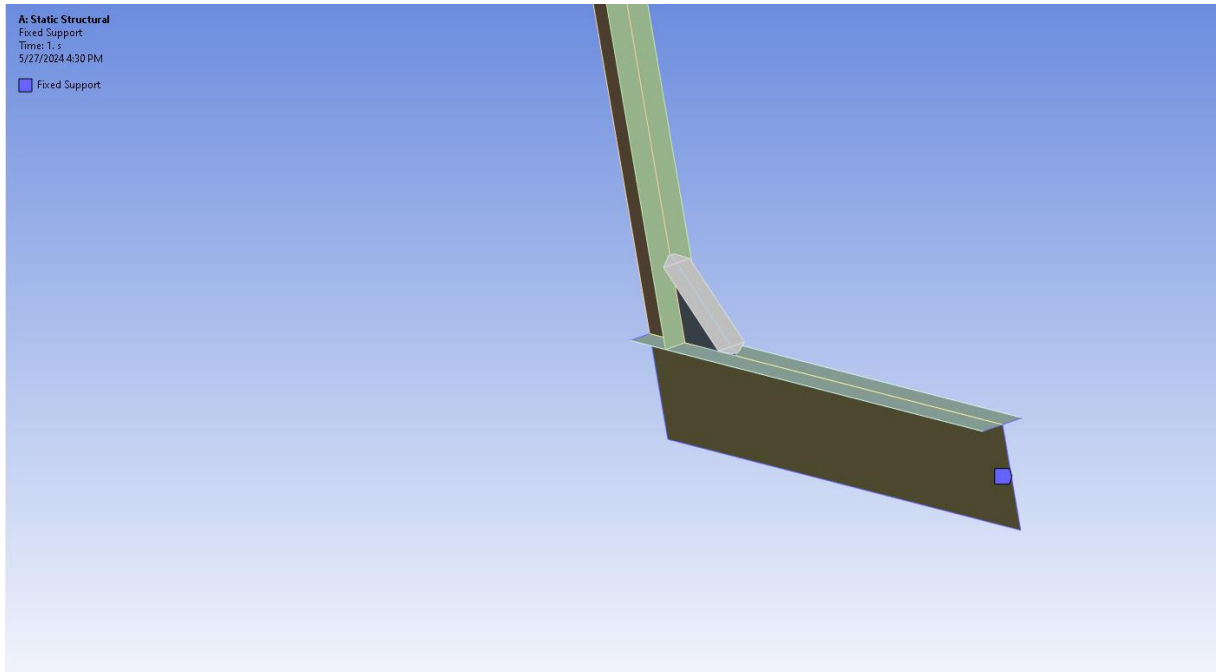
Στο σημείο αυτό θα πρέπει να γίνει το *meshing* (διακριτοποίηση) χρησιμοποιώντας στοιχεία 20mm όσο περίπου είναι τα πάχη της φλάντζας της κατασκευής, ενώ έχουμε επιλέξει η διακριτοποίηση και το σχήμα των στοιχείων να επιλέγονται από το πρόγραμμα έτσι ώστε να γίνεται η κατάλληλη χρήση στις αλλαγές γεωμετρίας. Η διακριτοποίηση φαίνεται παρακάτω:



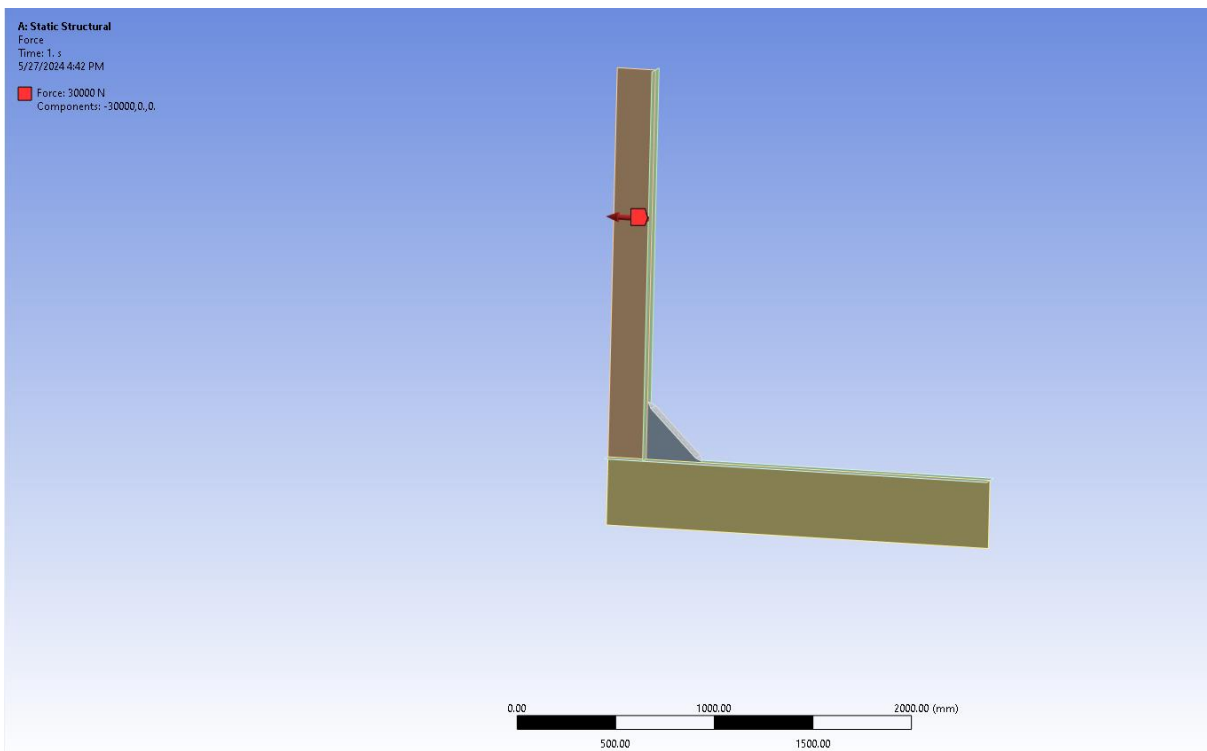


Εικόνα 63: Διακριτοποίηση της γεωμετρίας, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Τέλος πριν από την τελική λύση πρέπει να πακτώσουμε την κατασκευή και να εφαρμόσουμε την δύναμη η οποία αρχικά έχει μια τυχαία τιμή 30000N (με μείον για την σωστή φορά) και αργότερα θα δείξουμε πως θα βρούμε την ακριβή τιμή έτσι ώστε η τάση να ισούται με την τάση διαρροής.



Εικόνα 64: Η πάκτωση με μπλέ χρώμα στις ακμές του οριζώντιου ενισχυτικού, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

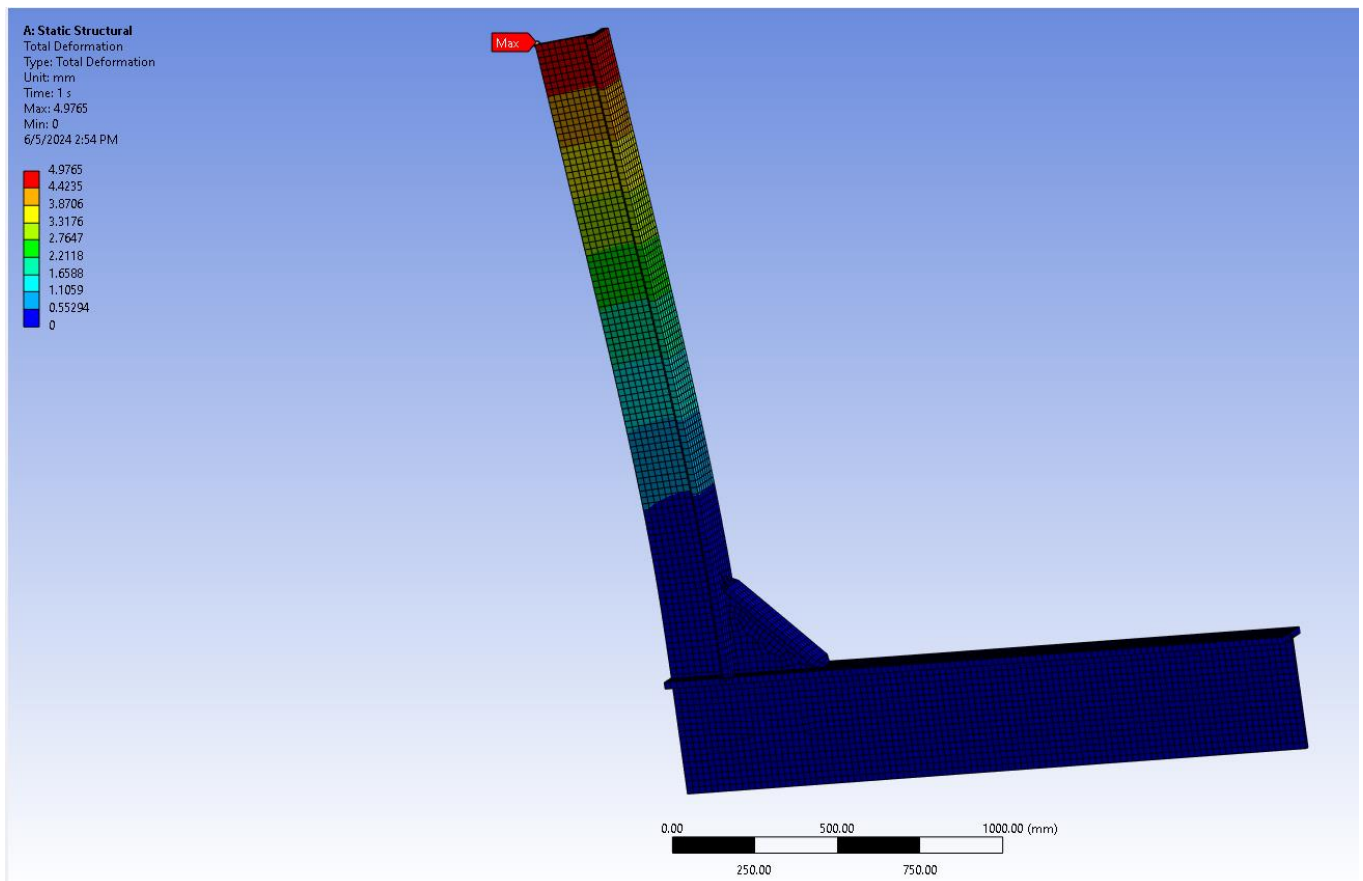


Εικόνα 65:Εφαρμογή δύναμης 30000N στο κάθετο ενισχυτικό, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

### 5.3 Αποτελέσματα

Στα αποτελέσματα κάθε φορά θα βλέπουμε τις ολικές μετατοπίσεις όπως επίσης και τις τάσεις στην κατασκευή κατά *Von Mises*. Για δύναμη  $-30000\text{N}$  βγάζουμε τα παρακάτω:

- **Μετατοπίσεις (Deformations)**

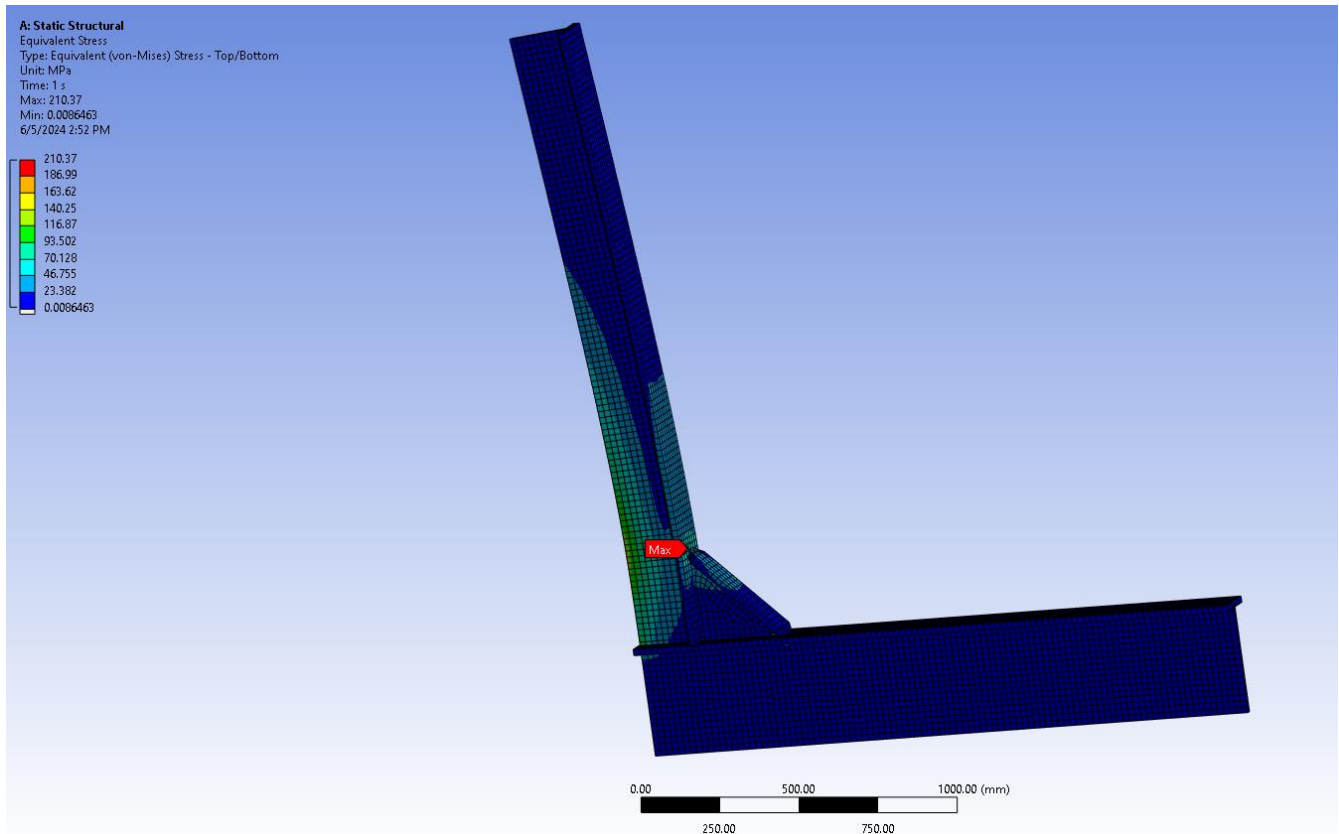


Εικόνα 66: Μετατοπίσεις τις κατασκευής, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη μετατόπιση είναι  $4,9765\text{mm}$  μια τιμή απολύτως αποδεκτή για το μέγεθος γενικά του μοντέλου και αν το πάρουμε γενικότερα όλου του πλοίου.

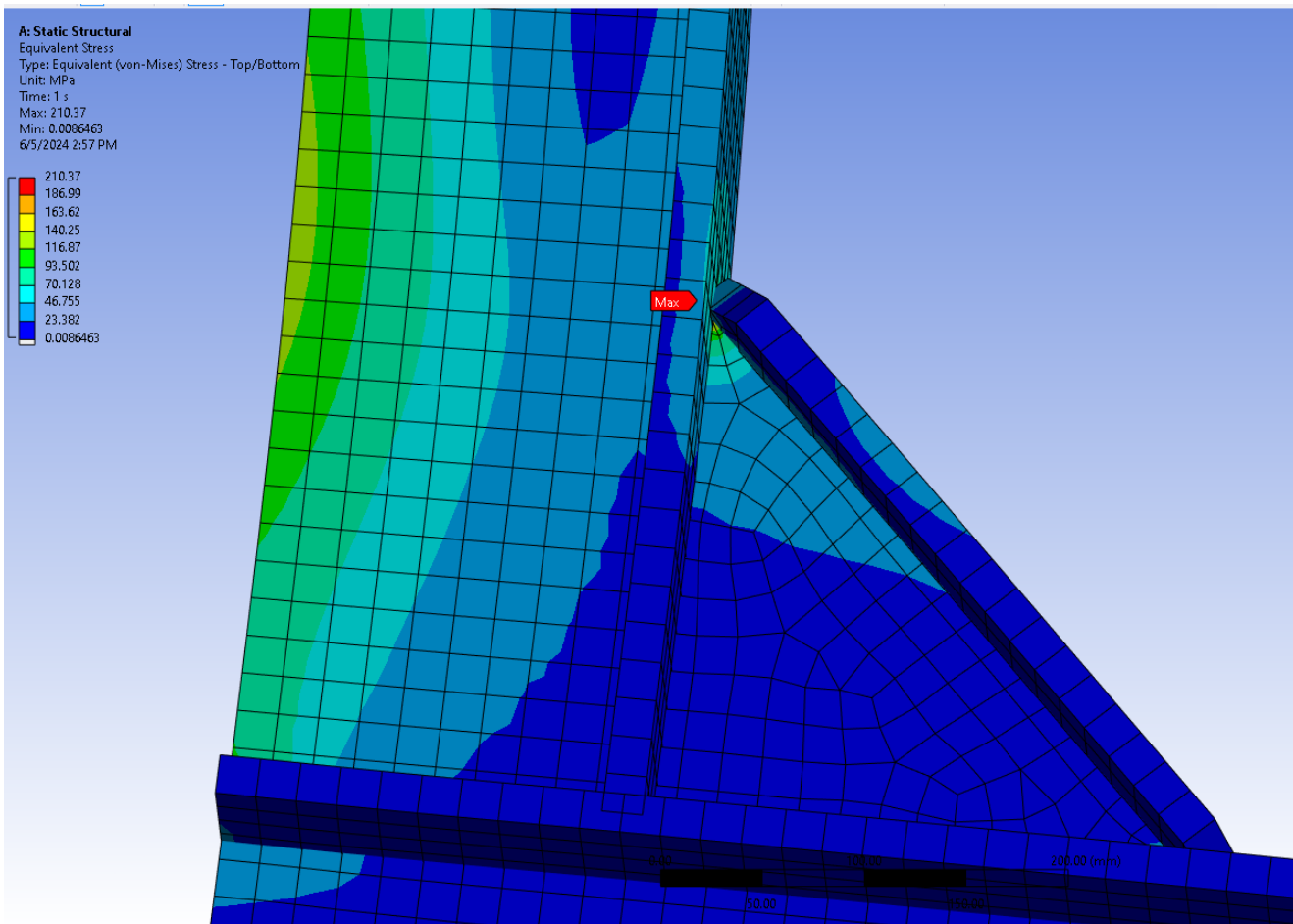
- **Τάσεις (Von Mises)**

Οι τάσεις όπως είπαμε και παραπάνω είναι κατά *Von Mises* και το παρακάτω αποτέλεσμα είναι για δύναμη 30000N (κατ' απόλυτη τιμή).



Εικόνα 67: Τάσεις Von Mises στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη τάση είναι της τιμής 210,37 Μpa και εμφανίζεται στην παρακάτω περιοχή πίσω από την μια πλευρά του μπρακέτου:

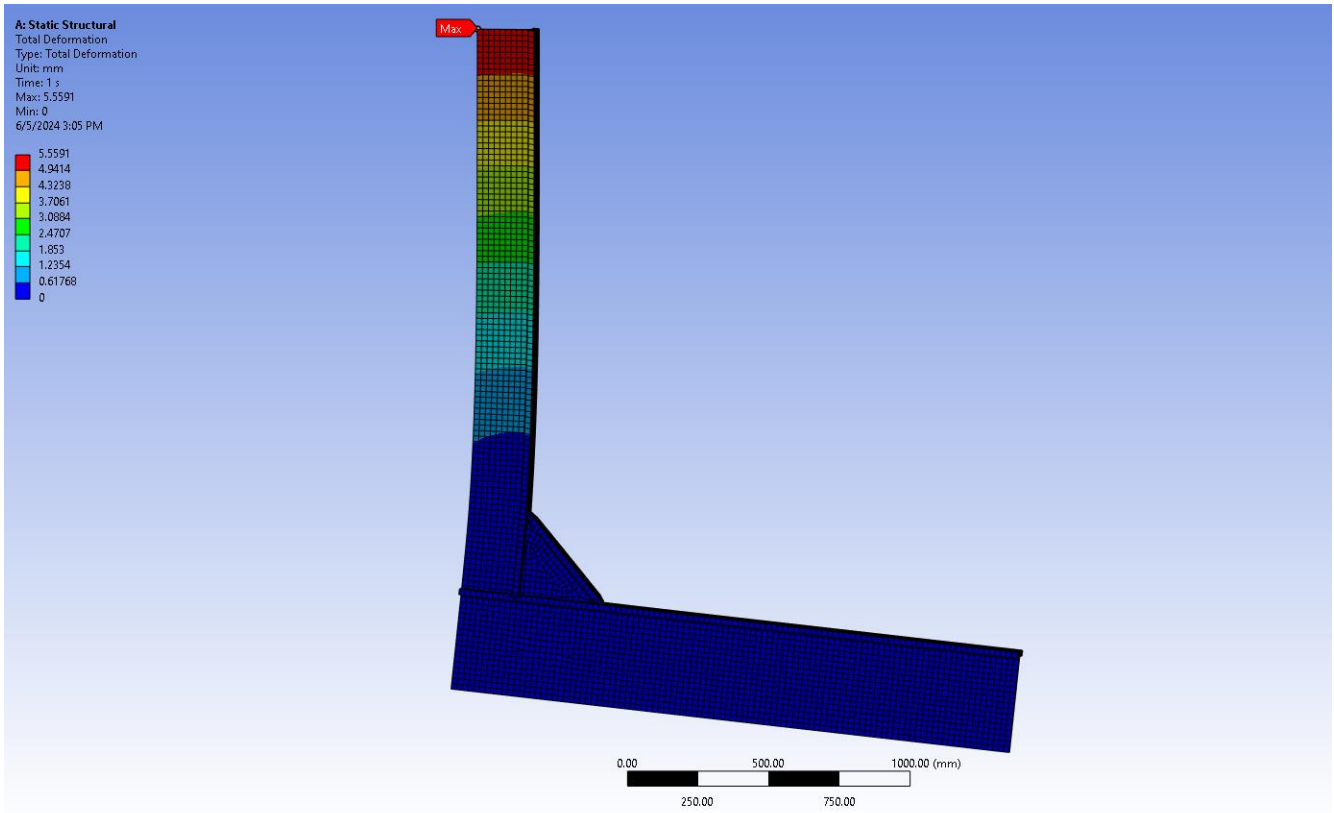


Εικόνα 68: Μέγιστες τάσεις Von Mises στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η συγκεκριμένη τιμή στην τάση βέβαια εφόσον το όριο διαρροής είναι 235Mpa δεν είναι η μέγιστη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή συνεπώς και η δύναμη 30000N μπορεί να αυξηθεί. Για να βρούμε την ακριβή δύναμη (άρα και καμπτική) ροπή που μπορεί να δεχθεί η συγκεκριμένη διάταξη υπολογίζουμε τον λόγο  $\frac{235 \text{ Mpa}}{210,37 \text{ Mpa}} = 1,11707943$ .

Τον παραπάνω συντελεστή τον πολλαπλασιάζουμε με την δύναμη  $F = 30000N$  και έχουμε  $F' = 30000 \times 1,11707943 = 33512,3829N$  που είναι η καινούργια δύναμη για την οποία προκύπτουν προφανώς άλλες παραμορφώσεις/μετατοπίσεις και καινούργιες τάσεις.

- Μετατοπίσεις (Deformations)

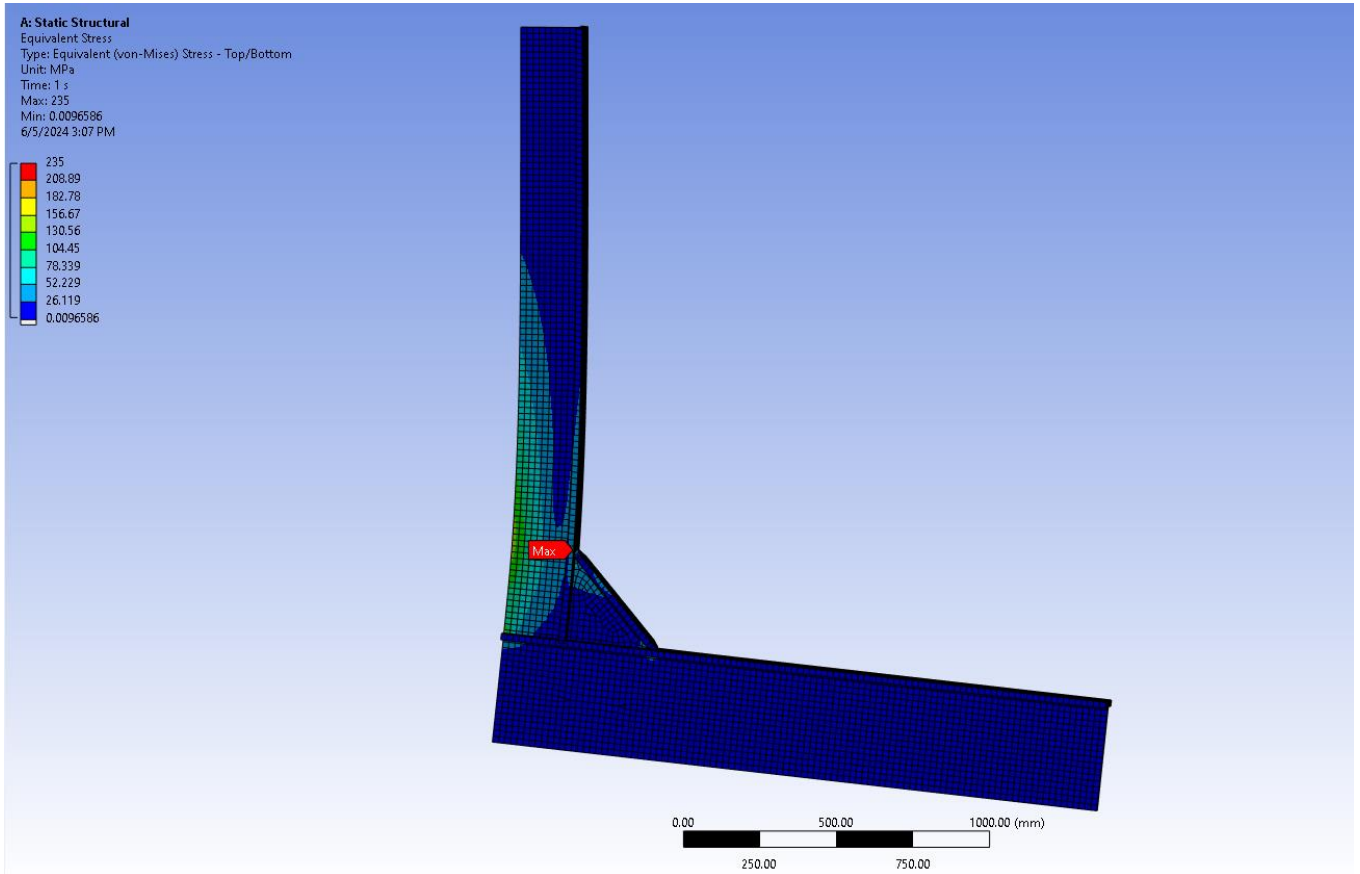


Εικόνα 69: Μετατοπίσεις τις κατασκευής με καινούργια δύναμη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη μετατόπιση για την συγκεκριμένη τιμή της δύναμης είναι 5.5591 mm μια τιμή απολύτως αποδεκτή για το μέγεθος γενικά του μοντέλου και αν το πάρουμε γενικότερα όλου του πλοίου.

- **Τάσεις (Von Mises)**

Για την καινούργια δύναμη  $F' = 33512.3829 \text{ N}$  οι μέγιστες τάσεις παρουσιάζονται στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 70: Μέγιστες τάσεις Von Mises στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Οι μέγιστες τάσεις πλέον είναι 235 Μρα όσο δηλαδή και το όριο διαρροής  $\sigma_y$  του χάλυβα στην παραπάνω διάταξη, άρα για μπρακέτο με διαστάσεις κορμού 300 x 300 x 20 και φλάντζα 100 x 20 ή μέγιστη δύναμη (που δημιουργεί και καμπτική ροπή) είναι  $F' = 33512.3829 \text{ N}$ .

| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)     | Μέγιστη Δύναμη (N) |
|-------------------------------|--------------------|
| (300 x 300 x 20) - (100 x 20) | 33512.3829         |

Πίνακας 1: Διαστάσεις μπρακέτου σε σχέση με μέγιστη δύναμη

## 5.4 Διαδικασία Βελτιστοποίησης

Σε αυτή την διαδικασία ουσιαστικά θα επεξεργαστούμε 2 διαστάσεις του μπρακέτου οι οποίες είναι:

1. Το πάχος του μπρακέτου ( $t_b$ )
2. Την πλευρά του μπρακέτου ( $l_{bkt}$ )

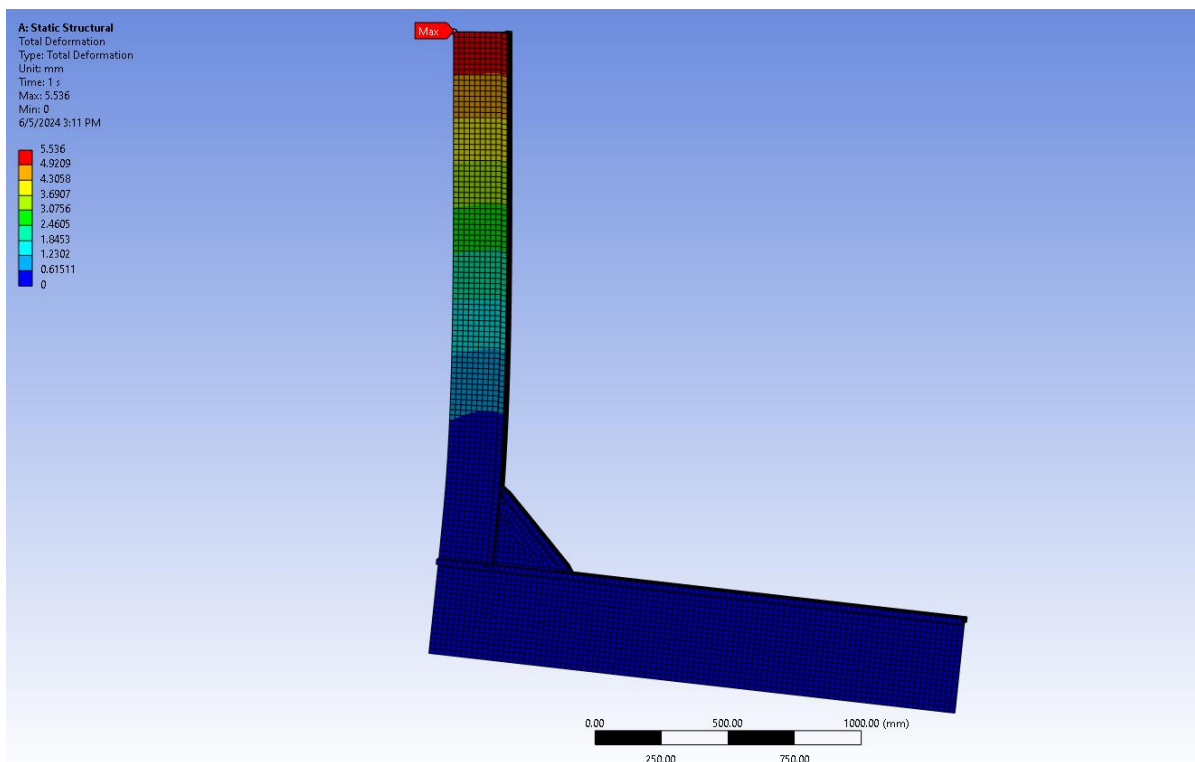
Τις διαστάσεις αυτές θα τις αυξομειώσουμε γύρω από την αρχική τιμή. Πιο συγκεκριμένα για το πάχος του μπρακέτου είναι 20 mm και θα το μεταβάλουμε αν 2 mm και για την πλευρά θα παίρνουμε ίσες κάθε φορά και τις δύο πλευρές με αρχική τιμή τα 20 m μεταβάλλοντας την τιμή αυτή κατά 20mm κάθε φορά. Ετσι θα δούμε αν η αλλαγή επιφέρει αύξηση στην δύναμη  $F$  που μπορεί να επιφέρει αύξηση στην δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή κάτω από τις συνθήκες που την έχουμε σχεδιάσει.

### 5.4.1 Μεταβολή πάχους μπρακέτου $t_b$ σε 'T' ενισχυτικό

Αρχικά θα περιγράψουμε την διαδικασία βελτιστοποίησης για μια επανάληψη και έπειτα θα παρουσιάσουμε τον πίνακα και το διάγραμμα που θα δείχνει την σχέση του πάχους του αγκώνα σύνδεσης  $t_b$  με την μέγιστη δύναμη  $F$ .

Αρχικά θα κάνουμε αύξηση του πάχους του μπρακέτου κατά 2 mm δηλαδή 22 mm τελική τιμή και τότε έχοντας την ίδια δύναμη με πριν 33512.3829N βγάζουμε τα παρακάτω:

#### • Μετατοπίσεις (Deformations)

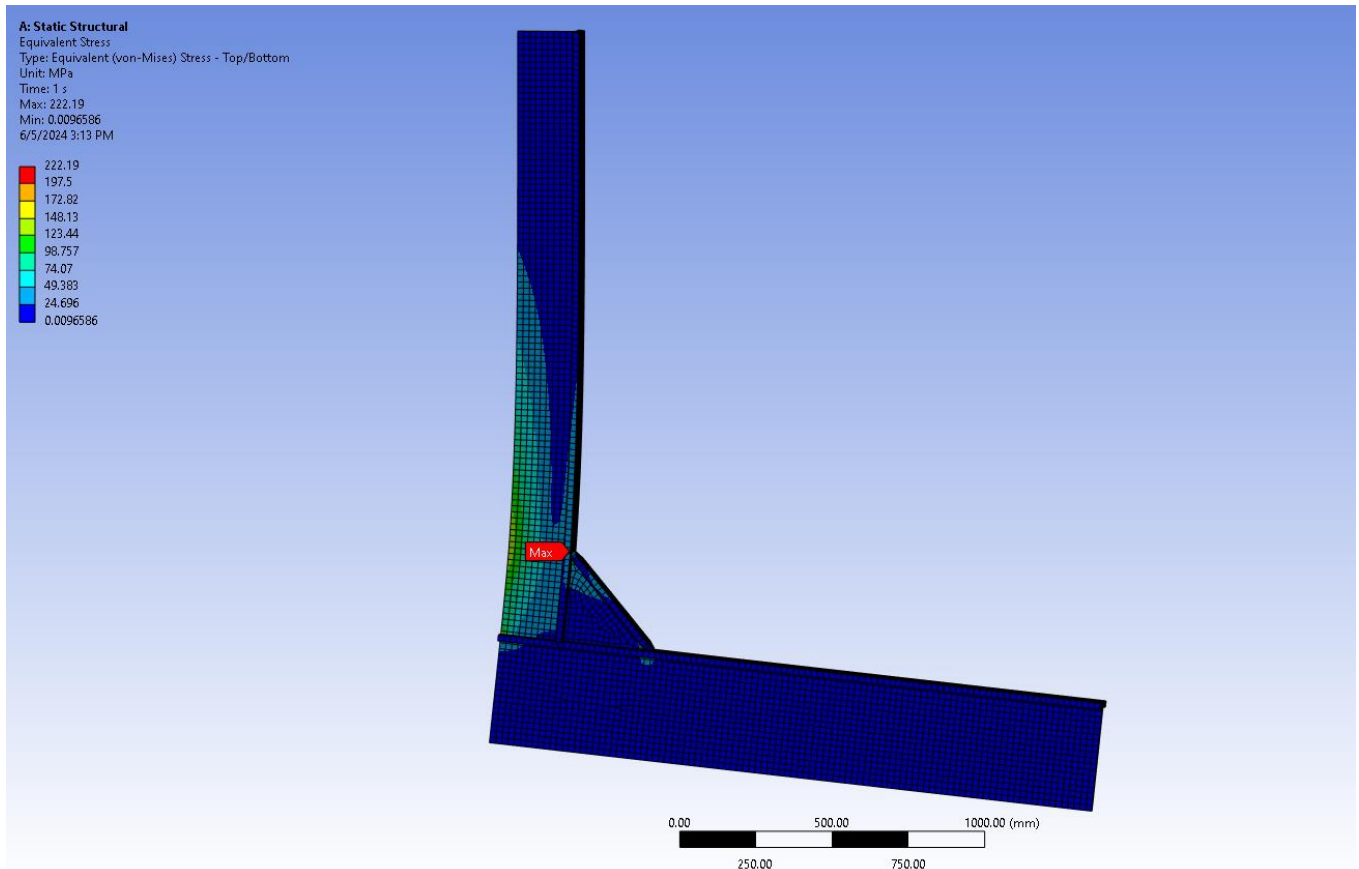


Εικόνα 71: Μετατοπίσεις με αλλαγή πάχους μπρακέτου  $t_b$ , Ansys(<https://www.ansys.com/>)



Όπως παρατηρούμε η μέγιστη μετατόπιση είναι 5.536 mm μια τιμή που είναι μικρότερη από εκείνη που είχαμε για  $t_b = 20 \text{ mm}$  συνεπώς προς το παρόν η αύξηση του πάχους επέφερε μείωση των παραμορφώσεων στο ενισχυτικό.

- **Τάσεις (Von Mises)**



Εικόνα 72: Μέγιστες τάσεις Von Mises στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

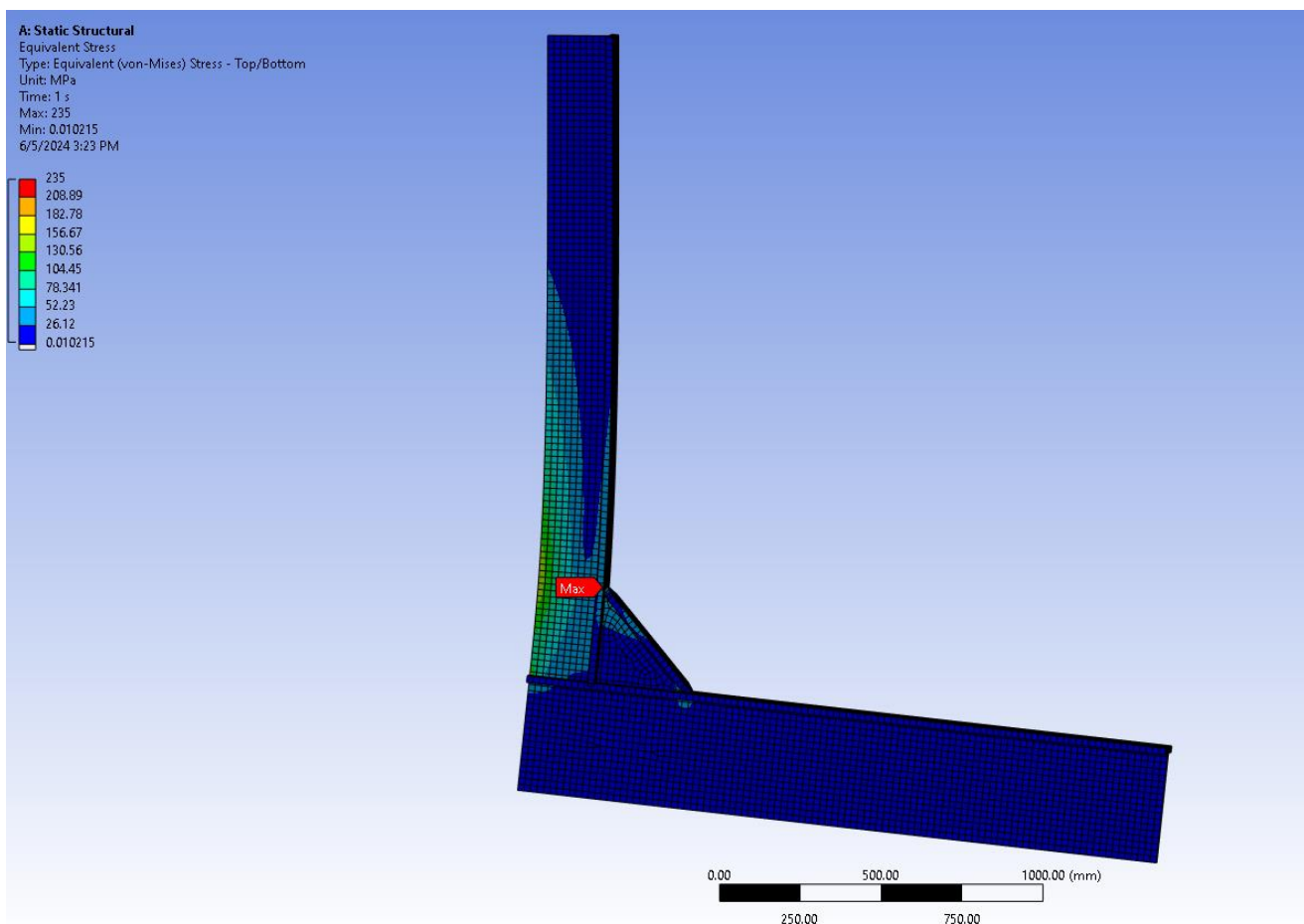
Όπως παρατηρούμε και εδώ η αύξηση του πάχους  $t_b$  επέφερε μείωση της τάσης καθώς όπως φαίνεται παραπάνω, για την ίδια δύναμη  $F = 33512.3829 \text{ N}$ , η τάση είναι 222.19 Mpa. Συνεπώς πάλι βρίσκοντας τον συντελεστή  $\frac{235 \text{ Mpa}}{222.19 \text{ Mpa}} = 1.05765336$ , τον πολλαπλασιάζουμε με την δύναμη και έχουμε  $F' = 33512.3829 \times 1,05765336 = 35444.4844 \text{ N}$ .

Προκύπτει δηλαδή και ο παρακάτω πίνακας:

| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)     | Μέγιστη Δύναμη (N) |
|-------------------------------|--------------------|
| (300 x 300 x 22) - (100 x 20) | 35444.4844         |

Πίνακας 2: Διαστάσεις μπρακέτου σε σχέση με μέγιστη δύναμη

Όπως θα δούμε δηλαδή αν προσθέσουμε την παραπάνω δύναμη οι τάσεις είναι όπως φαίνεται στην συνέχεια:



Εικόνα 73: : Μέγιστες τάσεις Von Mises στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Οι τάσεις ισούνται με 235 Μρα που είναι και το λογικό αφού βρήκαμε τον κατάλληλο συντελεστή για να πολλαπλασιάσουμε την δύναμη F.

Στην συνέχεια θα ακολουθήσει η ίδια διαδικασία όπως είπαμε αυξομειώνοντας ανά 2 mm έως τα 30 mm και τα 10 mm έτσι ώστε να καταλήξουμε σε χρήσιμα συμπεράσματα για την βελτιστοποίηση. Τελικά καταλήγουμε στον παρακάτω πίνακα:

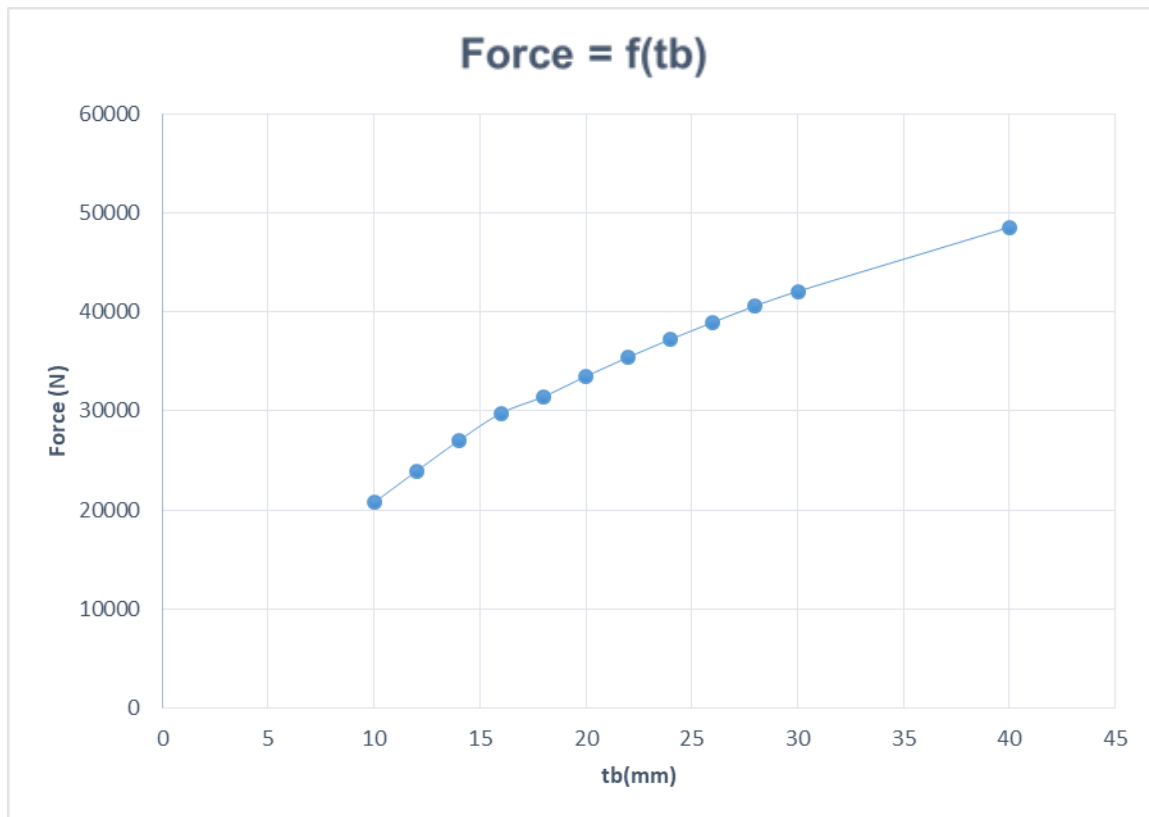
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)   | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)-(100 x 20) | 33512.383          | 0                             |
| (300 x 300 x 22)-(100 x 20) | 35444.947          | 5.767                         |
| (300 x 300 x 24)-(100 x 20) | 37258.710          | 11.179                        |
| (300 x 300 x 26)-(100 x 20) | 38973.423          | 16.296                        |
| (300 x 300 x 28)-(100 x 20) | 40625.810          | 21.226                        |
| (300 x 300 x 30)-(100 x 20) | 42093.950          | 25.607                        |
| (300 x 300 x 40)-(100 x 20) | 48578.811          | 44.958                        |
| (300 x 300 x 18)-(100 x 20) | 31458.117          | -6.130                        |
| (300 x 300 x 16)-(100 x 20) | 29792.089          | -11.101                       |
| (300 x 300 x 14)-(100 x 20) | 27021.588          | -19.368                       |
| (300 x 300 x 12)-(100 x 20) | 23925.272          | -28.608                       |
| (300 x 300 x 10)-(100 x 20) | 20755.592          | -38.066                       |

Πίνακας 3: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης.

Στον παραπάνω πίνακα μεταβάλλουμε κάθε φορά το πάχος ανά 2mm, ενώ για να δούμε και την γενικότερη συμπεριφορά της διάταξης με αύξηση του  $t_b$  προσθέτουμε και το πάχος των 40mm. Επίσης στην τελευταία στήλη βρίσκεται το ποσοστό μεταβολής δύναμης σε N, οποίο είναι η διαφορά της εκάστοτε μέγιστης δύναμης από εκείνη που βρήκαμε για το αρχικό πάχος 20 mm (το μείον δηλώνει την μείωση της δύναμης για τα πάχη μικρότερα από 20 mm). Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα πάχους  $t_b$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| tb(mm) | Force (N) |
|--------|-----------|
| 10     | 20755.592 |
| 12     | 23925.272 |
| 14     | 27021.588 |
| 16     | 29792.089 |
| 18     | 31458.117 |
| 20     | 33512.383 |
| 22     | 35444.947 |
| 24     | 37258.710 |
| 26     | 38973.423 |
| 28     | 40625.810 |
| 30     | 42093.950 |
| 40     | 48578.811 |

Πίνακας 4: Πίνακας πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N)



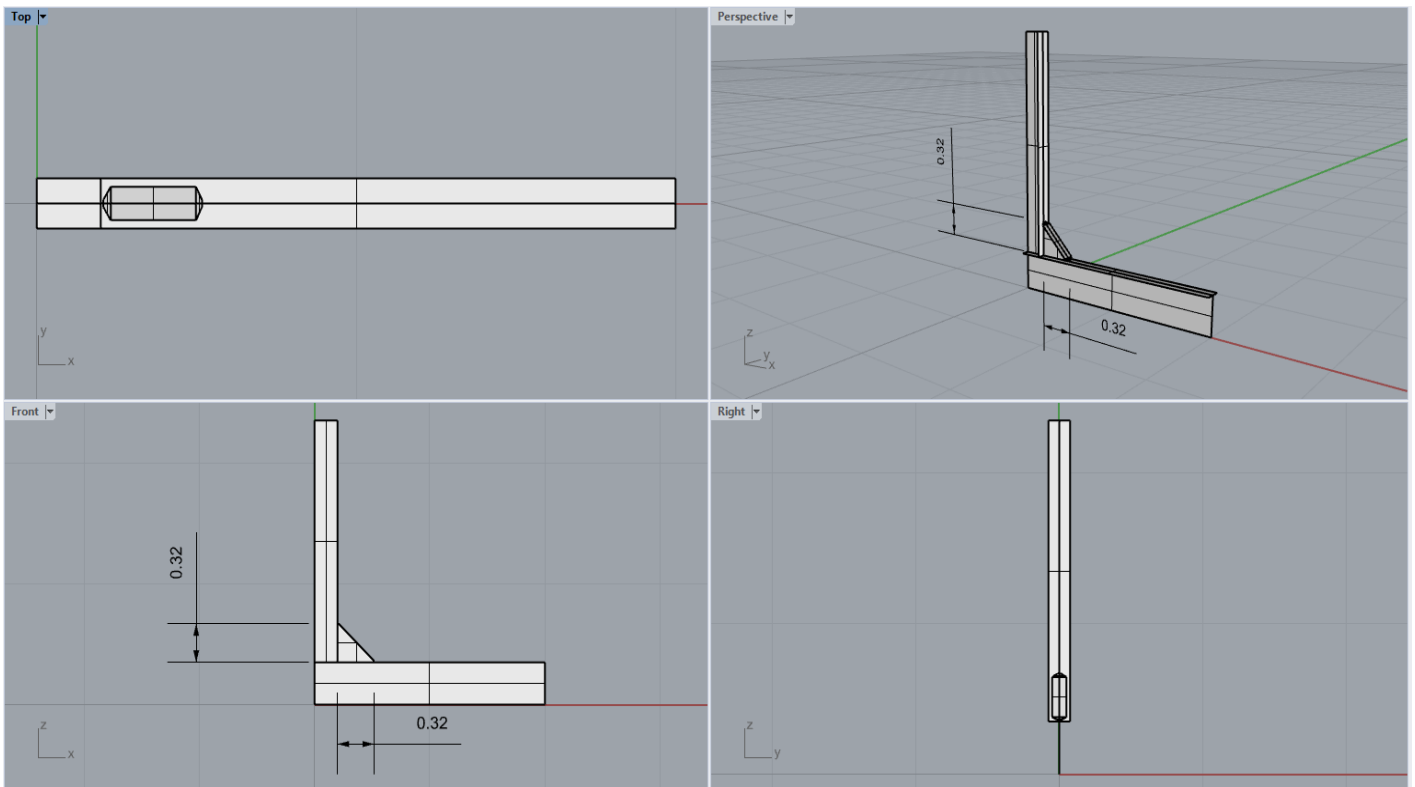
Εικόνα 74: Διάγραμμα πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N)

Προφανώς αυτό που παρατηρείται και θα σχολιάσουμε και παρακάτω στα συμπεράσματα είναι μια αύξηση της μέγιστης δύναμης που δέχεται η κατασκευή, έτσι ώστε οι τάσεις να ισούνται με την τάση διαρροής του υλικού  $\sigma_y = 235 \text{ Mpa}$ . Η συγκεκριμένη συμπεριφορά είναι απολύτως λογική κάτι που οφείλεται στο γεγονός ότι αυξάνοντας το πάχος άρα και τη ροπή αντίστασης (SM) του μπρακέτου, τότε από τον ορισμό των τάσεων  $\sigma = \frac{M}{SM}$  αν αυξάνεται ο παρονομαστής για να διατηρηθεί η τάση στα 235 Mpa τότε αυξάνεται και ο αριθμητής, δηλαδή η καμπτική ροπή (άρα και η δύναμη που δέχεται η κατασκευή).

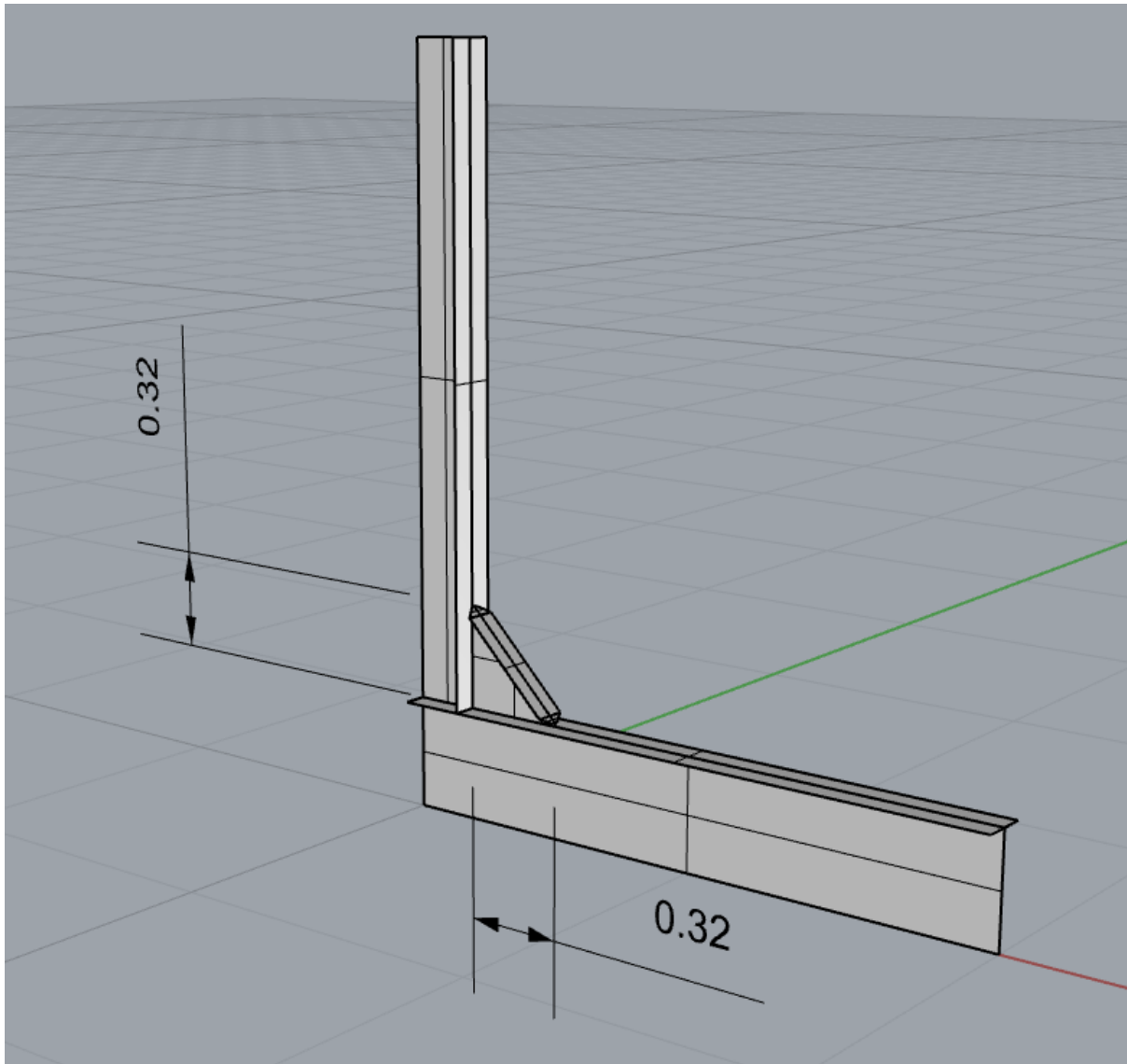
#### 5.4.2 Μεταβολή μήκους πλευράς $l_{bkt}$ σε 'T' ενισχυτικό

Εκτός από το πάχος μπρακέτου  $t_b$  η διαδικασία βελτιστοποίησης περιλαμβάνει και μεταβολή του μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  το οποίο προφανώς στην περίπτωση μας θα είναι ίσο και για της δύο πλευρές του μπρακέτου. Η διαδικασία κάθε φορά θα είναι η αυξομείωση κατά 20 mm της αρχικής πλευράς  $l_{bkt} = 300 \text{ mm}$ , έτσι ώστε να βγάλουμε την μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η διάταξη έτσι 'ώστε οι τάση να μην ξεπεράσει την τάση διαρροής  $\sigma_y = 235 \text{ Mpa}$ .

Στην συγκεκριμένη περίπτωση δεν μπορούμε να αλλάξουμε την πλευρά του μπρακέτου από το *Ansys*, επομένως θα πρέπει κάθε φορά να εισάγουμε νέα γεωμετρία την οποία έχουμε τροποποιήσει από πριν στο πρόγραμμα *Rhino* χρησιμοποιώντας την εντολή *ScaleNU* έτσι ώστε να καταλήξουμε τελικά στο σωστά διαμορφωμένο αγκώνα σύνδεσης με το κατάλληλο μήκος πλευράς.

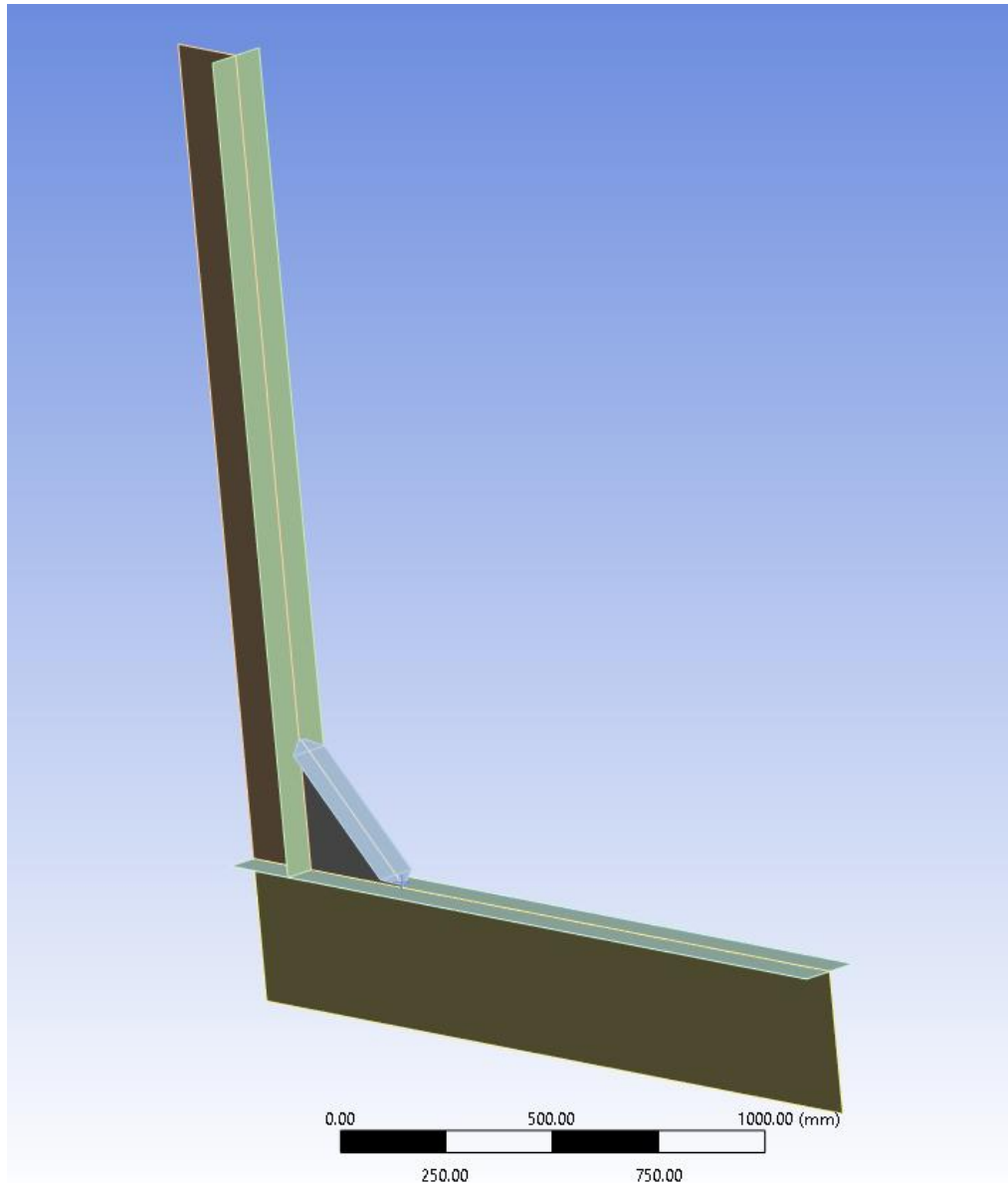


Εικόνα 75: Οι 4 όψεις από νέα διαμόρφωση με  $l_{bkt} = 320 \text{ mm}$  στο *Rhino*, *Rhino 6* (<https://www.rhino3d.com/>)



Εικόνα 76: Perspective όψη από νέα διαμόρφωση με  $l_{bkt} = 320 \text{ mm}$  στο Rhino, Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)

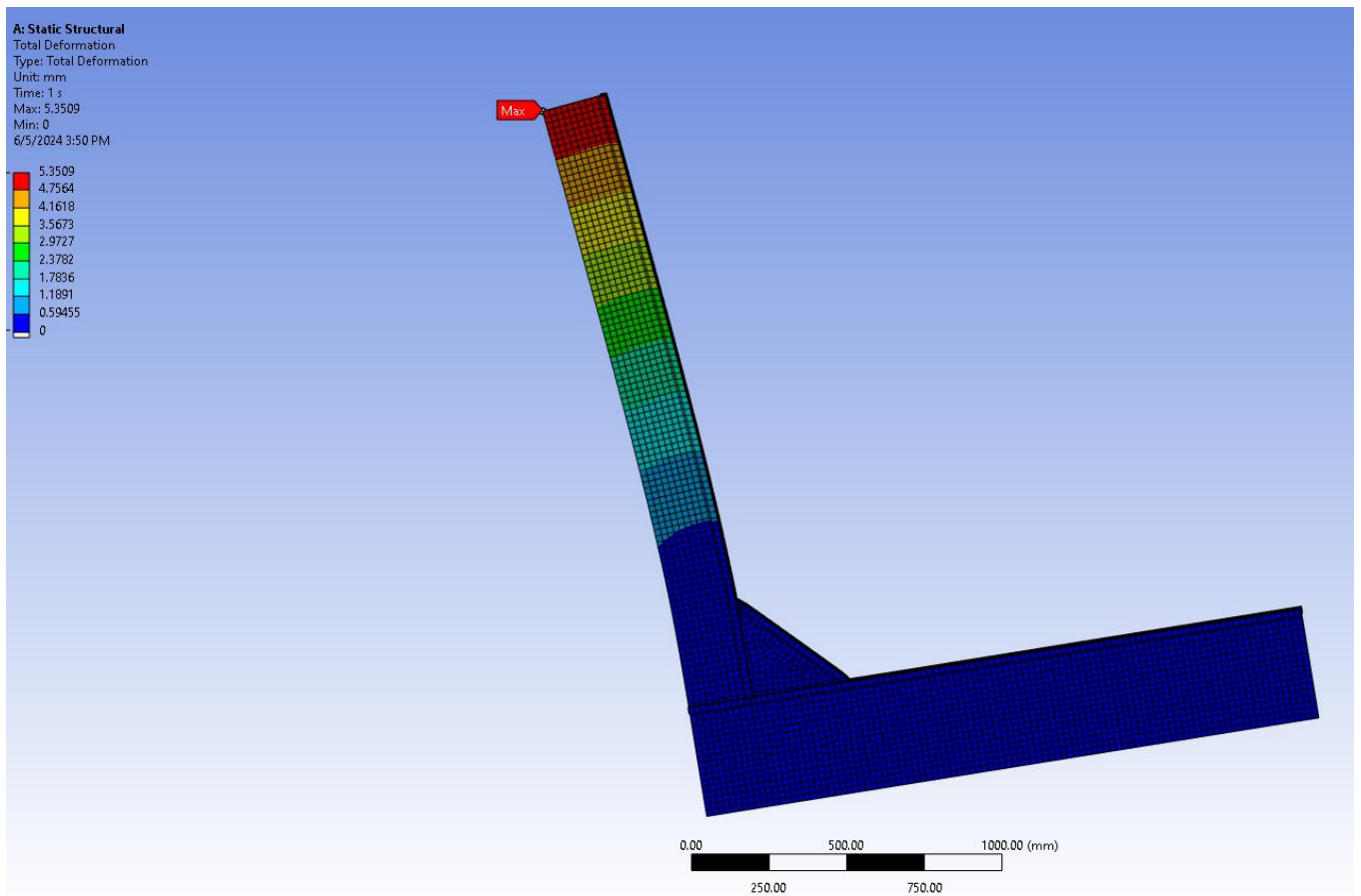
Την συγκεκριμένη γεωμετρία την κάνουμε *import* στο *Ansys* και πλέον έχουμε την καινούργια διάταξη για την οποία θα βγάλουμε ως αποτέλεσμα παραμορφώσεις και τάσεις με πιο σημαντικές τις τελευταίες καθώς θα πρέπει να δούμε που αυτές μεγιστοποιούνται. Παρακάτω η καινούργια γεωμετρία στο *Ansys*.



Εικόνα 77: Νέα διάταξη με αλλαγμένο μήκος πλευράς στο Ansys, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Αφού κάνουμε αυτό, ακολουθεί ο ορισμός του πάχους στα διάφορα μέρη (*shell elements*), έπειτα γίνεται η κατάλληλη σύνδεση των διαφόρων μερών μεταξύ τους, ενώ πολύ σημαντικό αφού γίνει και η διακριτοποίηση (με πάχος 20 mm) είναι να ορίσουμε τις πακτώσεις που δέχεται η διάταξη αλλά και την δύναμη, την οποία την παίρνουμε ίση με 33512.3829 N καθώς αυτή είναι η τιμή για το αρχικό μπρακέτο (300 x 300 x 20)-(100 x 20). Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω για τις τάσεις και τις παραμορφώσεις.

- Μετατοπίσεις (Deformations)

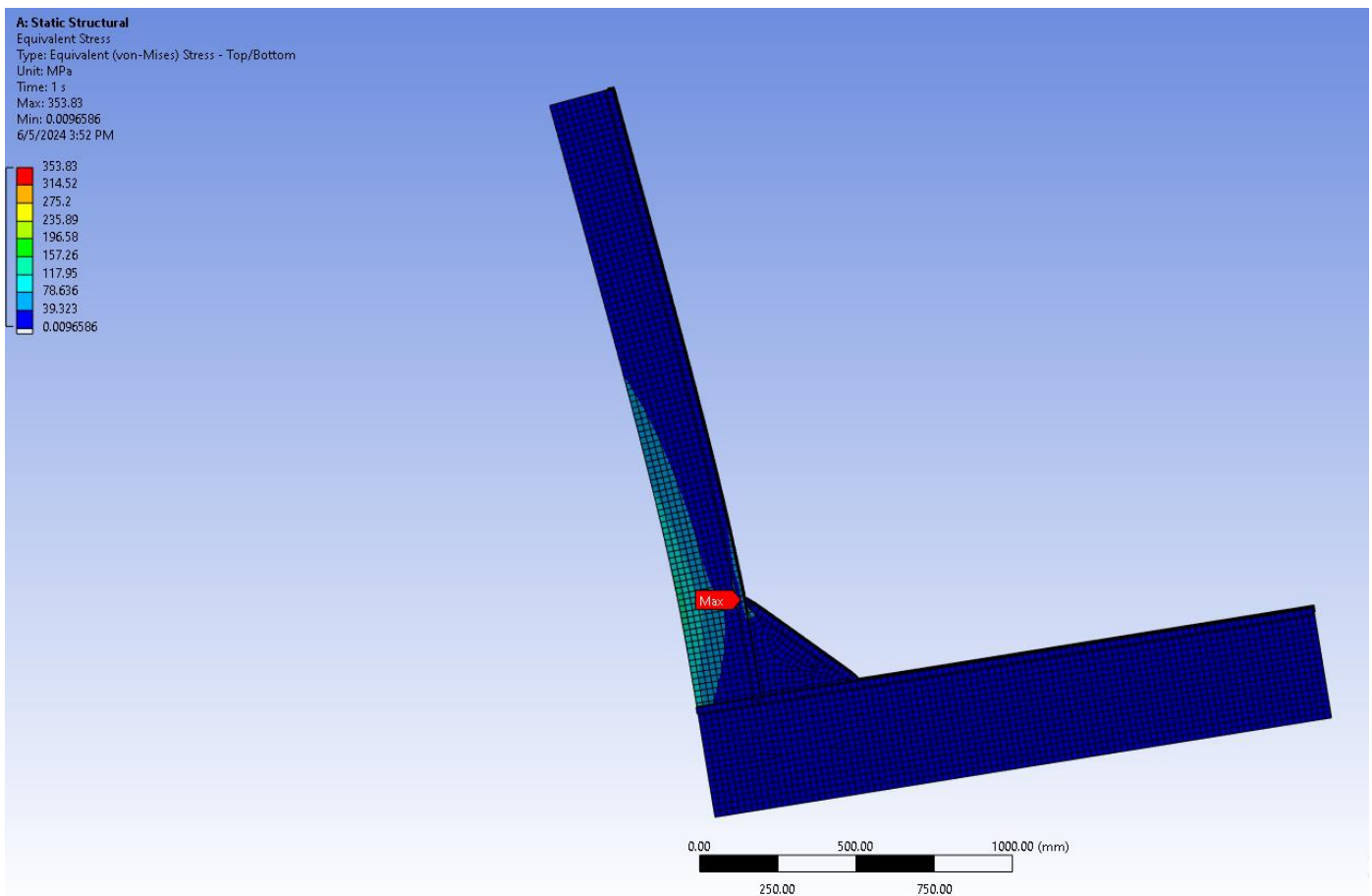


Εικόνα 78: Μετατοπίσεις της κατασκευής, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη μετατόπιση είναι 5.3509 mm μια τιμή απολύτως αποδεκτή για το μέγεθος γενικά του μοντέλου και αν το πάρουμε γενικότερα όλου του πλοίου.



- Τάσεις (*Von Mises*)



Εικόνα 79: Τάσεις Von Mises στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Οι τάσεις όπως είπαμε και παραπάνω είναι κατά *Von Mises* και το παρακάτω αποτέλεσμα είναι για δύναμη 33512.3829 N (κατ' απόλυτη τιμή).

Η μέγιστη τάση είναι της τιμής 353.83 Mpa και εμφανίζεται στην περιοχή πίσω από την μια πλευρά του μπρακέτου.

Η συγκεκριμένη τιμή στην τάση βέβαια εφόσον το όριο διαρροής είναι 235Mpa δεν είναι αυτή που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή, συνεπώς και η δύναμη 33512.3829 N μπορεί να διαφοροποιηθεί. Για να βρούμε την ακριβή δύναμη (άρα και καμπτική) ροπή που μπορεί να δεχθεί η συγκεκριμένη διάταξη υπολογίζουμε τον λόγο  $\frac{235 \text{ Mpa}}{353.83 \text{ Mpa}} = 0,664160755$

Τον παραπάνω συντελεστή τον πολλαπλασιάζουμε με την δύναμη  $F = 40608,2598\text{N}$  και έχουμε  $F' = 33512.3829 \times 0,664160755 = 22257.6095 \text{ N}$  που είναι η καινούργια δύναμη για την οποία προκύπτουν προφανώς άλλες παραμορφώσεις/μετατοπίσεις και καινούργιες τάσεις.

Στην συνέχεια θα ακολουθήσει η ίδια διαδικασία όπως είπαμε αυξομειώνοντας ανά 20 mm έως τα 400 mm και τα 200 mm έτσι ώστε να καταλήξουμε σε χρήσιμα συμπεράσματα για την βελτιστοποίηση. Τελικά καταλήγουμε στον παρακάτω πίνακα:

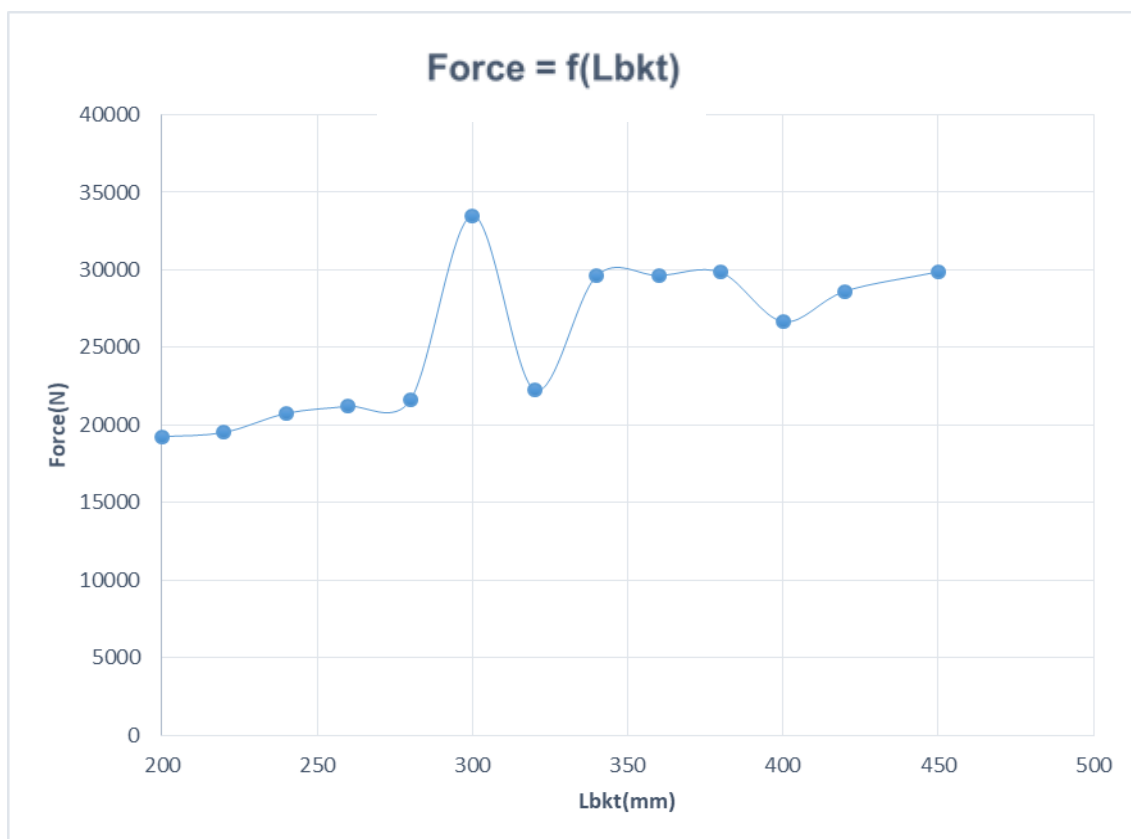
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)   | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)-(100 x 20) | 33512.781          | 0                             |
| (320 x 320 x 20)-(100 x 20) | 22257.588          | -45.190                       |
| (340 x 340 x 20)-(100 x 20) | 29626.357          | 33.107                        |
| (360 x 360 x 20)-(100 x 20) | 29640.231          | 0.047                         |
| (380 x 380 x 20)-(100 x 20) | 29843.420          | 0.686                         |
| (400 x 400 x 20)-(100 x 20) | 26676.317          | -10.612                       |
| (420 x 420 x 20)-(100 x 20) | 28631.808          | 7.330                         |
| (450 x 450 x 20)-(100 x 20) | 29883.083          | 4.370                         |
| (280 x 280 x 20)-(100 x 20) | 21620.407          | -27.650                       |
| (260 x 260 x 20)-(100 x 20) | 21215.064          | -1.875                        |
| (240 x 240 x 20)-(100 x 20) | 20753.195          | -2.177                        |
| (220 x 220 x 20)-(100 x 20) | 19529.095          | -5.898                        |
| (200 x 200 x 20)-(100 x 20) | 19250.576          | -1.426                        |

Πίνακας 5: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης.

Στον παραπάνω πίνακα όπως είπαμε μεταβάλλουμε ανά 20mm το πάχος της πλευράς και βρίσκουμε κάθε φορά την μέγιστη δύναμη που αντέχει η συγκεκριμένη κατασκευή χωρίς οι τάσεις να υπερβούν το όριο διαρροής του υλικού. Επιπλέον έχουμε και το ποσοστό μεταβολής της δύναμης, με κύρια διαφορά με τον Πίνακα 3 να είναι ότι πλέον βρίσκουμε την διαφορά της εκάστοτε δύναμης (για συγκεκριμένο  $l_{bkt}$ ), από την προηγούμενη της και όχι από την αρχική δύναμη για 300mm μήκους πλευράς και αυτό γιατί όλες οι άλλες δυνάμεις είναι μειωμένες σε σχέση με την αρχική. Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| $l_{bkt}$ (mm) | Force(N)  |
|----------------|-----------|
| 200            | 19250.576 |
| 220            | 19529.095 |
| 240            | 20753.195 |
| 260            | 21215.064 |
| 280            | 21620.407 |
| 300            | 33512.781 |
| 320            | 22257.588 |
| 340            | 29626.357 |
| 360            | 29640.231 |
| 380            | 29843.420 |
| 400            | 26676.317 |
| 420            | 28631.808 |
| 450            | 29883.083 |

Πίνακας 6: Πίνακας μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N)



Εικόνα 80: Διάγραμμα μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N)

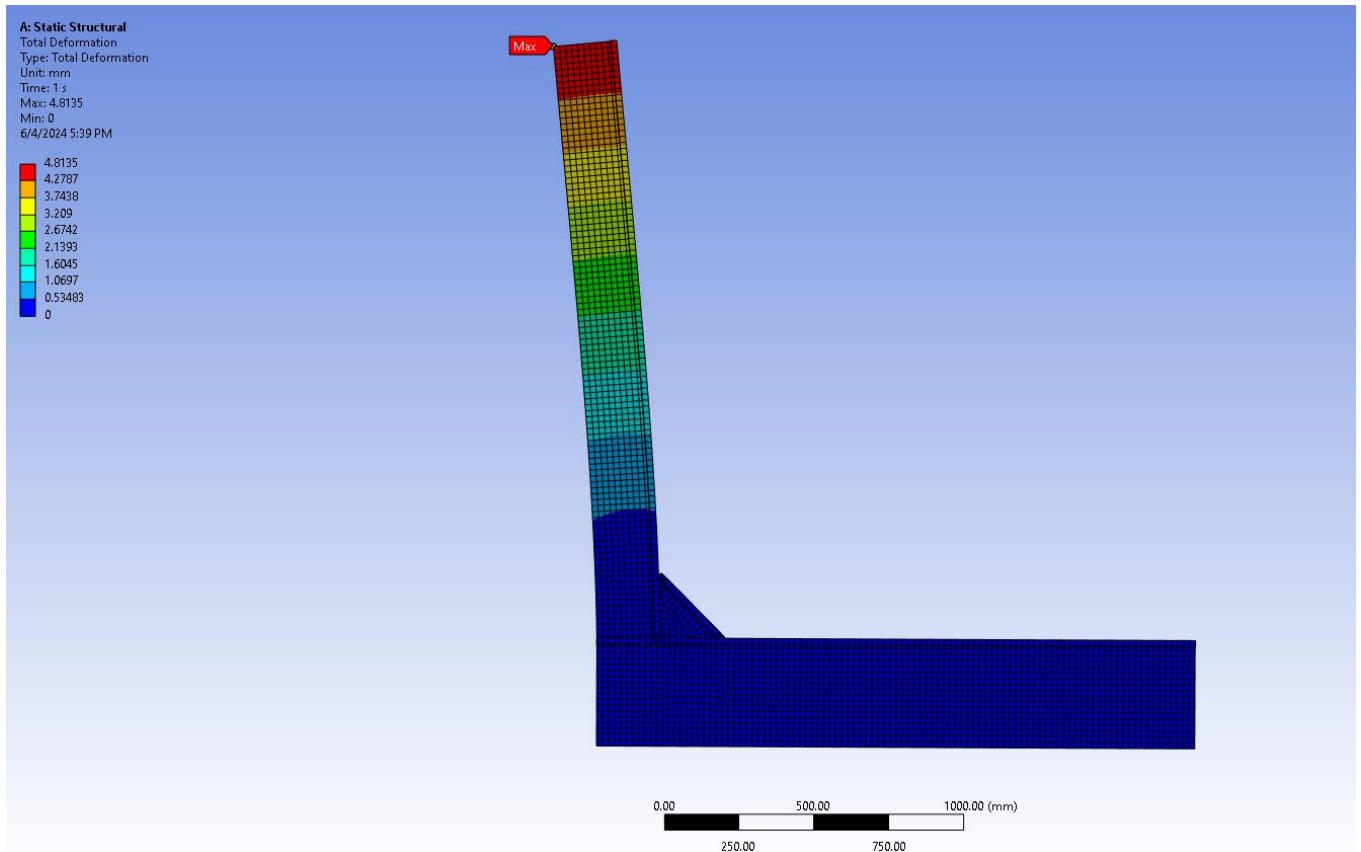
Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρείται μια αυξομείωση γενικά της μέγιστης δύναμης (άρα και ροπής) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη με προβληματικό σημείο να είναι αυτό του μήκους πλευράς 300mm, ενώ δοκιμαστικά ελέγξαμε και τις τιμές στα 290mm & 310mm οι οποίες επαληθεύουν την συγκεκριμένη συμπεριφορά.

Η μειωμένη δύναμη παρατηρείται για τιμές μικρότερες των 300mm μήκους πλευράς πράγμα απολύτως λογικό καθώς μειώνεται η στήριξη που προκαλεί το μπρακέτο στο κάθετο ενισχυτικό, άρα δε μπορεί να δεχθεί μεγάλες τιμές δυνάμεων. Αυτό που αξίζει να σχολιάσουμε, τόσο εδώ, όσο και στα συμπεράσματα πιο αναλυτικά, είναι η μεγάλη διαφορά της διάταξης με διαστάσεις μπρακέτου (300 x 300 x 20)-(100 x 20) που δέχεται μια δύναμη τιμής 33512.3829 N που είναι εμφανώς μεγαλύτερη από τις άλλες τιμές. Επιπλέον πρέπει να σημειωθεί ότι γενικά όσο αυξάνουμε το μήκος πλευράς  $l_{bkt}$ , τόσο αυξάνεται και η μέγιστη δύναμη με μοναδική εξαίρεση την τιμή 400mm όπου πέφτει η τιμή της δύναμης και μετά αυξάνεται και πάλι (για αυτό προσθέσαμε και τις 2 τελευταίες τιμές 420-450mm για να δούμε την συμπεριφορά της μέγιστης δύναμης).

Αυτή η συμπεριφορά μπορεί να λυθεί όπως θα δούμε και παρακάτω με πύκνωση πλέγματος για να δούμε τι αποτελέσματα βγαίνουν και εκεί, πράγμα που θα γίνει στο κεφάλαιο 5.5.1 και 5.5.2. Επιπλέον θα παραθέσουμε και το ίδιο διάγραμμα με γραμμές τάσεις (πολυωνυμικές 2<sup>ης</sup> τάξης) και με την πύκνωση και όντως θα παρατηρήσουμε καλύτερη συμπεριφορά.

Τέλος στην διάρκεια της βελτιστοποίησης παρατηρήθηκε ότι για μήκος πλευράς  $l_{bkt} = 220mm$ , οι μέγιστες τάσεις αλλάζουν σε σχέση με το που παρουσιάζονται πάνω στην γεωμετρία. Πιο αναλυτικά στις παρακάτω εικόνες βλέπουμε την τοποθεσία των μέγιστων τάσεων (*Von Mises*) ενώ οι παραμορφώσεις παραμένουν ίδιες

- **Μετατοπίσεις (Deformations)**

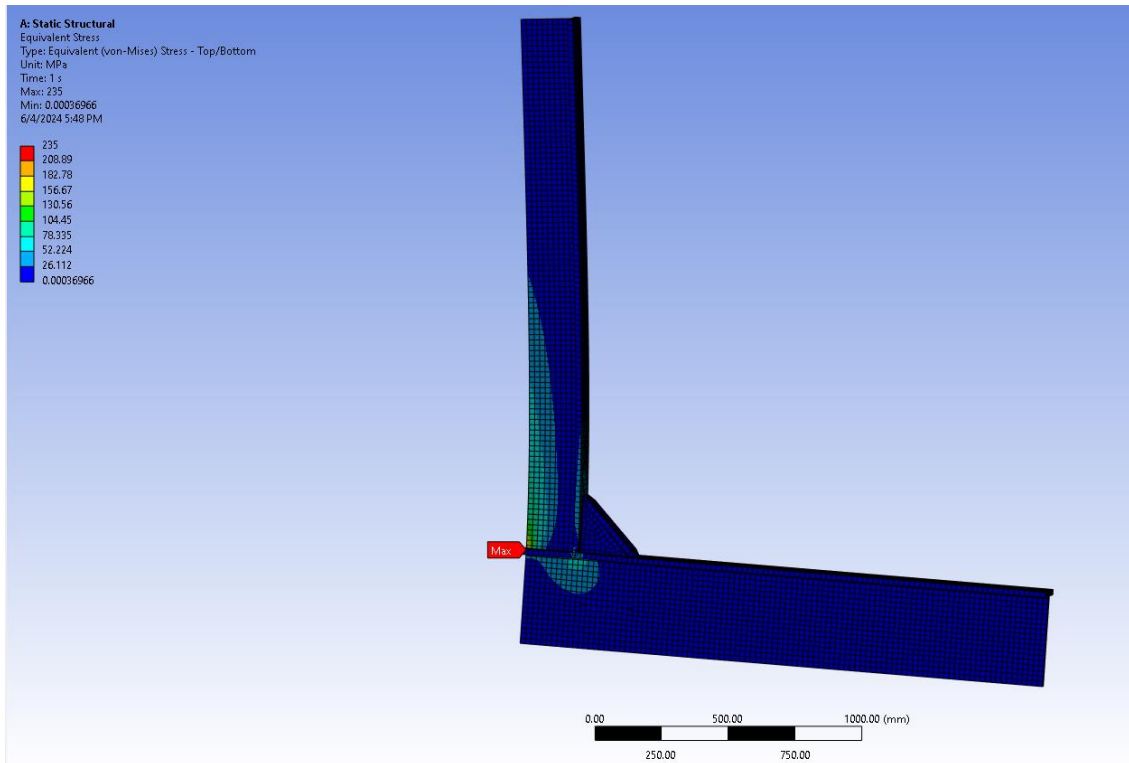


Εικόνα 81: Μετατοπίσεις της κατασκευής, Ansys (<https://www.ansys.com/>)

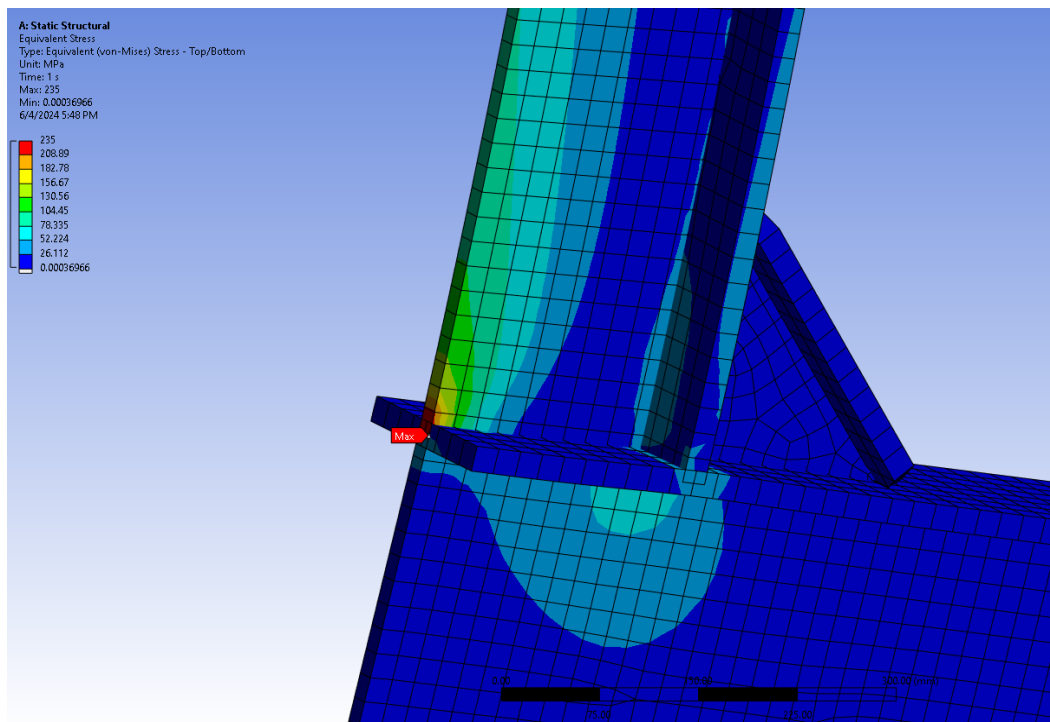
Η μέγιστη μετατόπιση είναι 4,8135mm που είναι μια τιμή μικρότερη από αυτή που είχαμε για την διάταξη (300 x 300 x 20)-(100 x 20), με αυτό να συμβαίνει λόγω της δύναμης που είναι σχεδόν η μισή. Αν κρατούσαμε ίδια τιμή της δύναμης 33512.3829 N τότε προφανώς για μικρότερο μπρακέτο θα είχαμε μεγαλύτερες παραμορφώσεις.

- Τάσεις (*Von Mises*)

Οι τάσεις όπως είπαμε και παραπάνω είναι κατά *Von Mises* και το παρακάτω αποτέλεσμα είναι για δύναμη 19529.0951 N (κατ' απόλυτη τιμή).



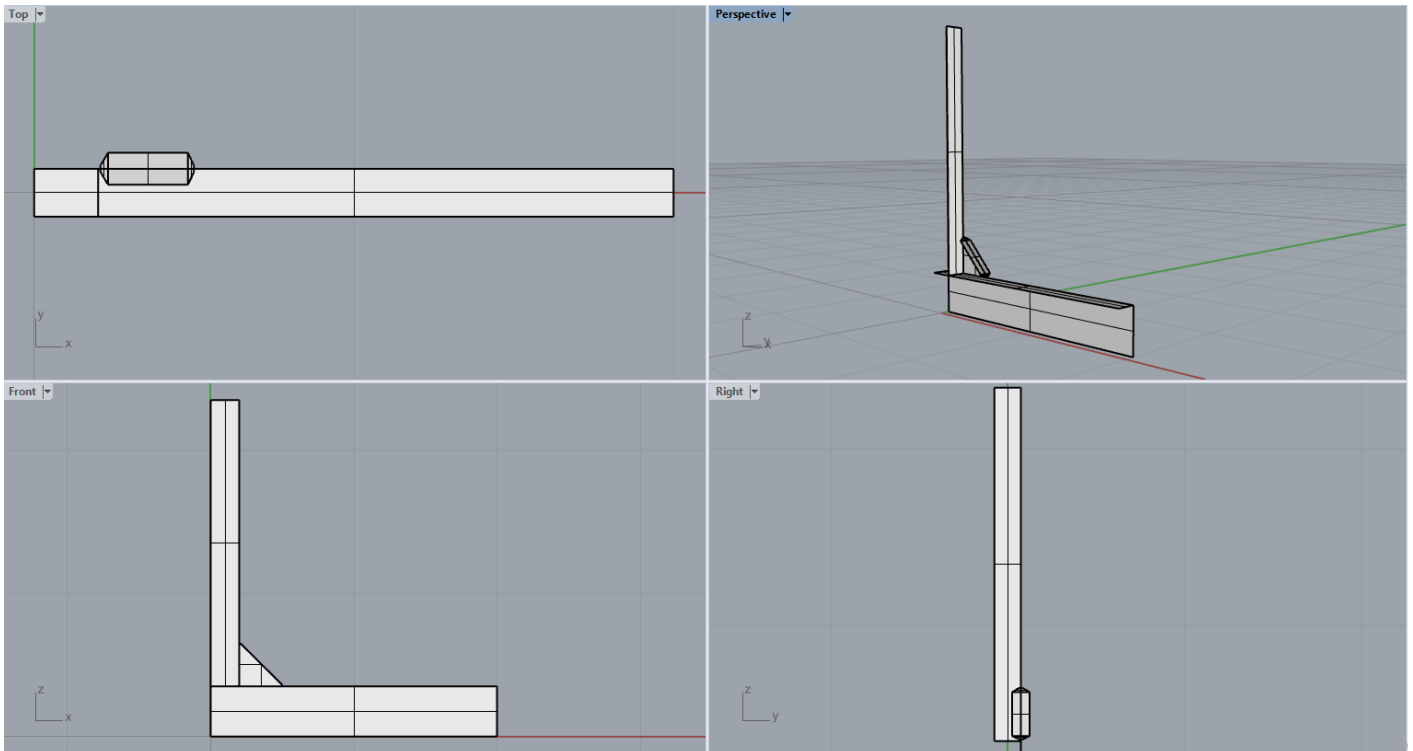
Εικόνα 82: Τάσεις *Von Mises* στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)



Εικόνα 83: Περιοχή μέγιστων τάσεων *Von Mises* στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

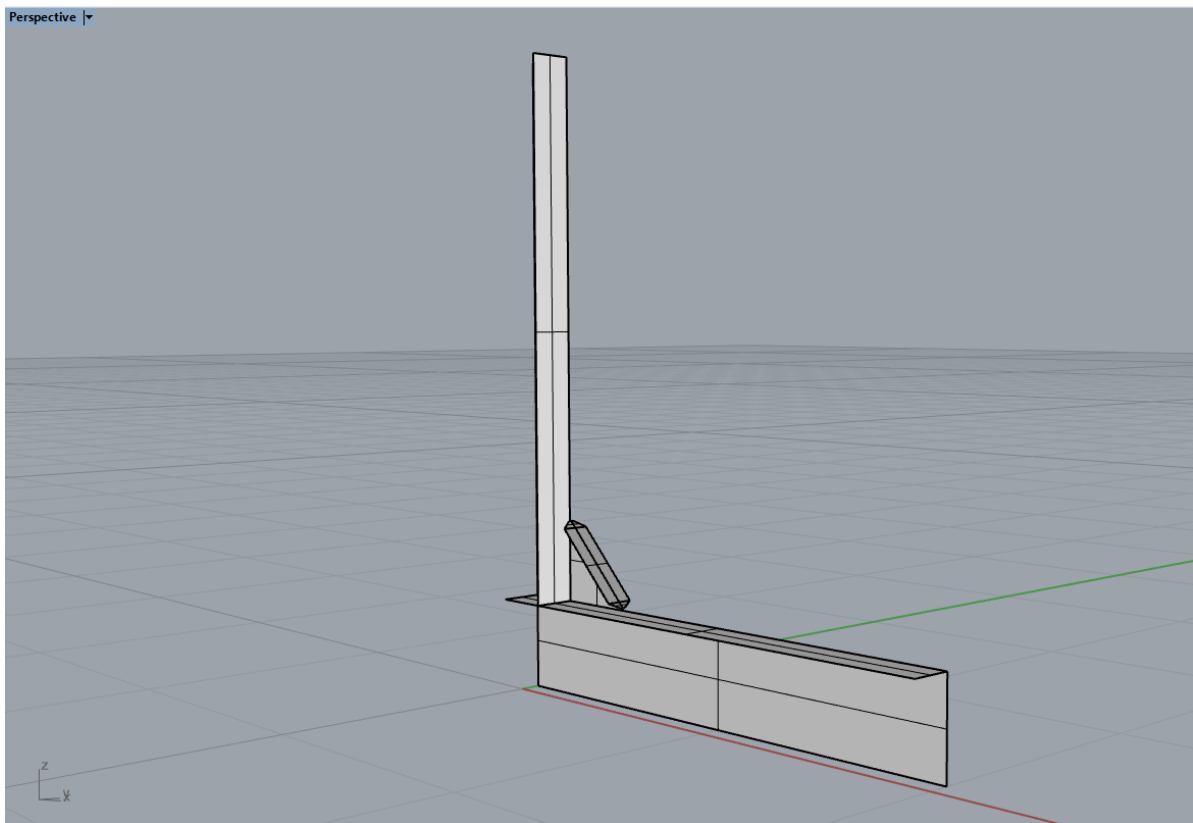
### 5.4.3 Μεταβολή πάχους μπρακέτου $t_b$ σε ‘Γ’ ενισχυτικό

Στην συνέχεια στα πλαίσια της διαδικασίας βελτιστοποίησης θα κάνουμε τις ίδιες αλλαγές τόσο στο πάχος  $t_b$  όσο και στο μήκος πλευράς  $l_{bkt}$ , μόνο που τώρα θα αλλάξουμε τα δύο κάθετα μεταξύ τους ενισχυτικά τα οποία από τύπου ‘T’ γίνονται τύπου ‘Γ’. Παρακάτω παραθέτουμε την διάταξη στο Rhino.



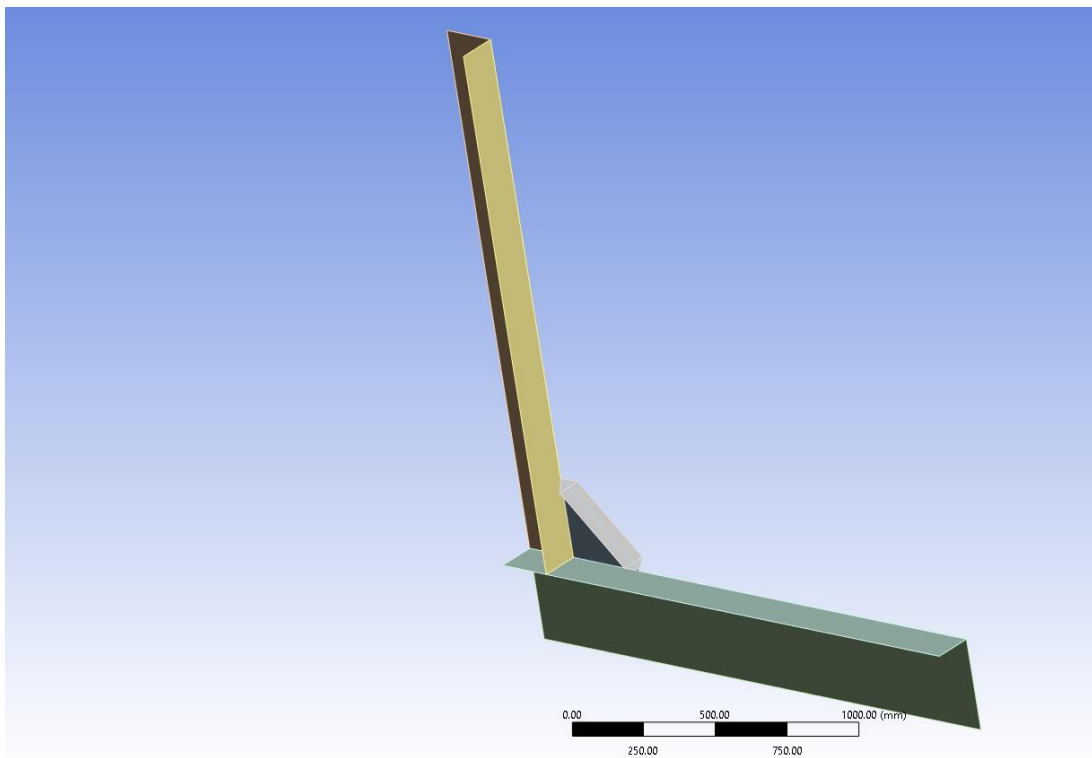
Εικόνα 84: Οι 4 όψεις από νέα διαμόρφωση τύπου ‘Γ’ με  $t_b = 20\text{mm}$  στο Rhino, Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)

Όπως φαίνεται έχει διαφοροποιηθεί και η θέση του μπρακέτου του οποίου ο κορμός πρέπει να είναι στην ίδια ευθεία με τους κορμούς από τα δύο κάθετα ενισχυτικά της διάταξης τύπου ‘Γ’. Παρακάτω και η *Perspective* απεικόνιση της γεωμετρίας:



Εικόνα 85: Perspective απεικόνιση διάταξης τύπου 'T' στο Rhino, Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)

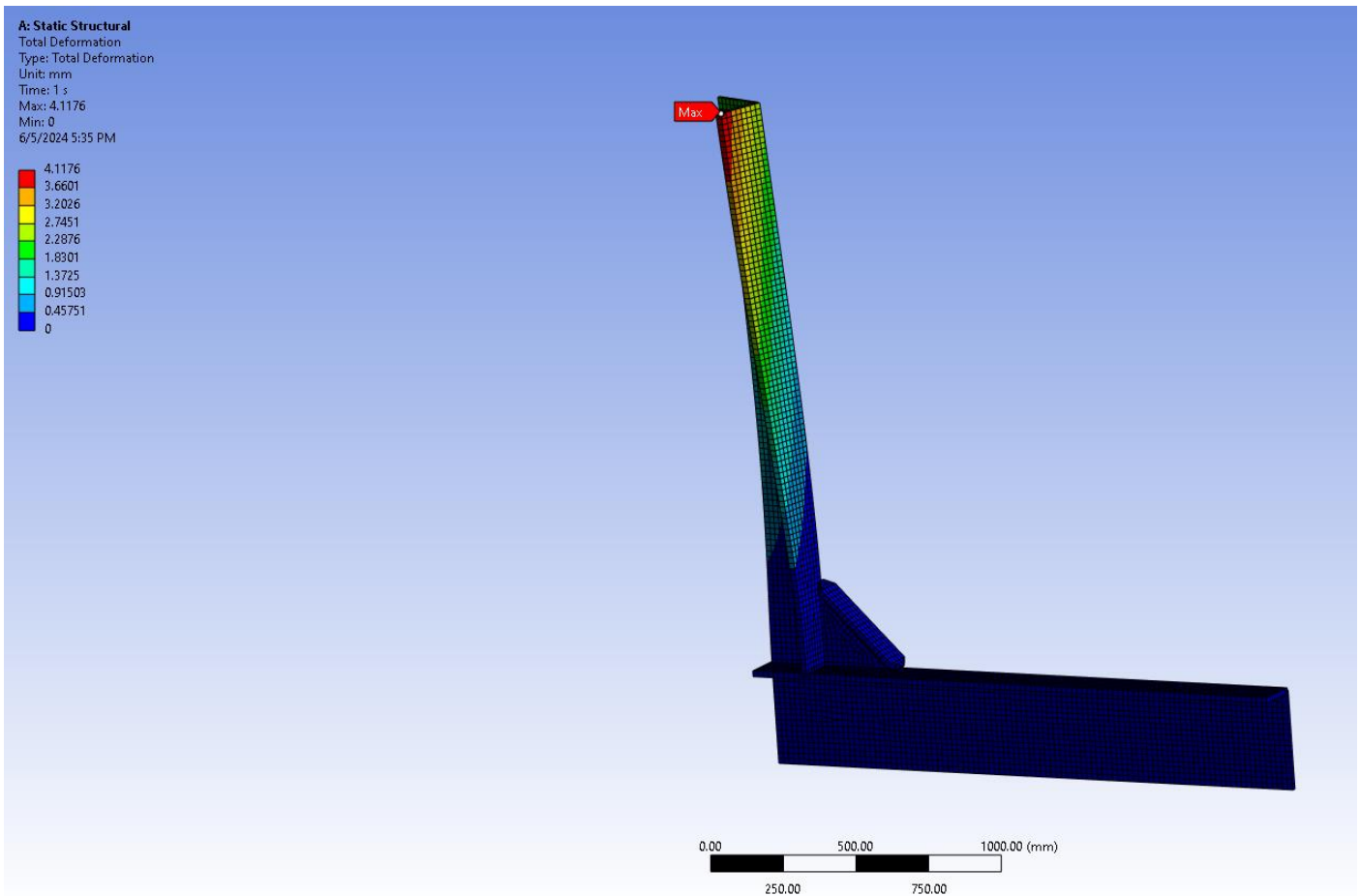
Επιπλέον και η καινούργια γεωμετρία όπως παρουσιάζεται στο Ansys:



Εικόνα 86: Διάταξη τύπου 'T' στο Ansys, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Αξίζει επίσης να δείξουμε και την παραμόρφωση και τις τάσεις καθώς ειδικά η πρώτη διαφέρει από την πρώτη διάταξη:

- **Μετατοπίσεις (Deformations)**



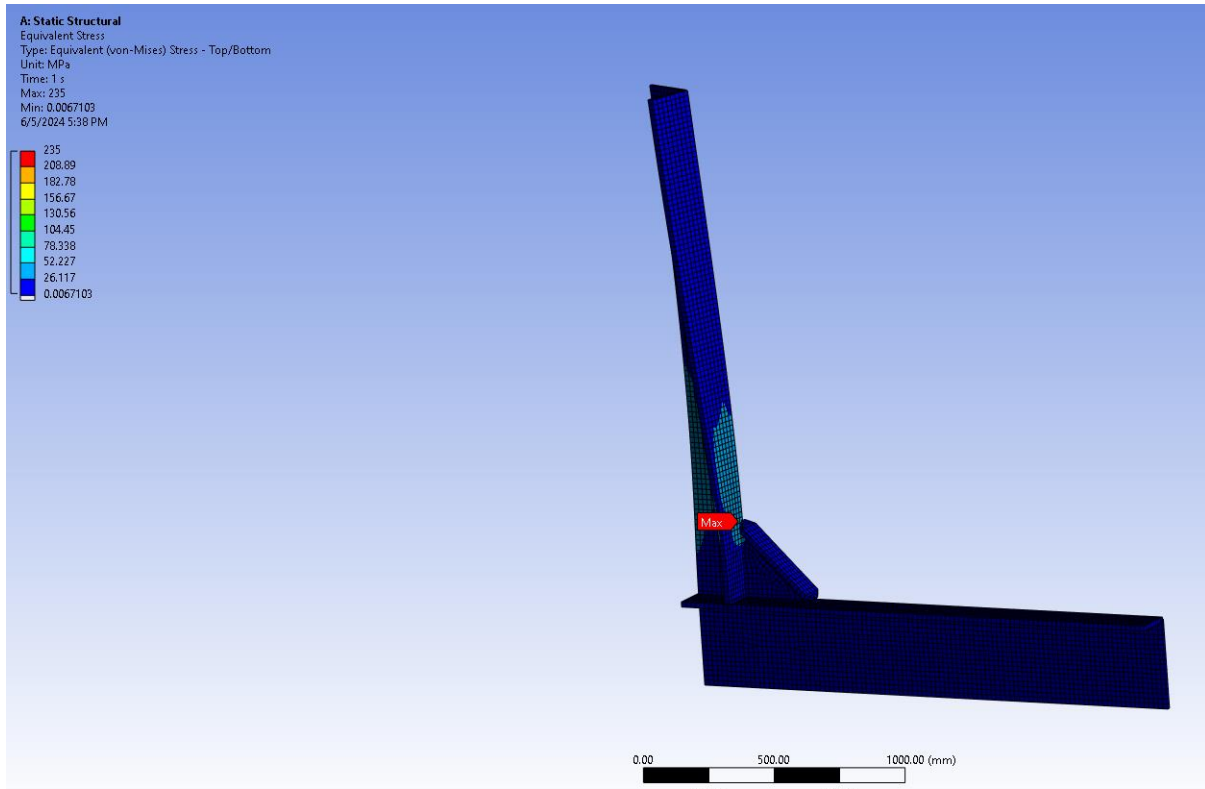
Εικόνα 87: Μετατοπίσεις τις κατασκευής τύπου 'T', Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη μετατόπιση είναι 4,1176 mm και πλέον το κάθετο ενισχυτικό τύπου 'T' είναι σαν να στρεβλώνεται και λίγο, γεγονός που είναι διαφορετικό σε σχέση με την προηγούμενη διάταξη. Επίσης η μέγιστη μετατόπιση είναι στην γωνία της φλάντζας του ενός ενισχυτικού.



- **Τάσεις (Von Mises)**

Οι τάσεις όπως είπαμε και παραπάνω είναι κατά *Von Mises* και το παρακάτω αποτέλεσμα είναι για δύναμη 8889.61743 N (κατ' απόλυτη τιμή).



Εικόνα 88: Τάσεις Von Mises στην διάταξη τύπου 'Γ', Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Οι μέγιστες τάσεις παρά την αλλαγή των ενισχυτικών παρουσιάζονται στο ίδιο σημείο με την διάταξη τύπου 'Τ'.

Στην συνέχεια θα ακολουθήσει η ίδια διαδικασία όπως είπαμε αυξομειώνοντας ανά 2 mm έως τα 30 mm και τα 10 mm με αρχή τα 20mm έτσι ώστε να καταλήξουμε σε χρήσιμα συμπεράσματα για την βελτιστοποίηση με διάταξη τύπου 'Τ'. Τελικά καταλήγουμε στον παρακάτω πίνακα:

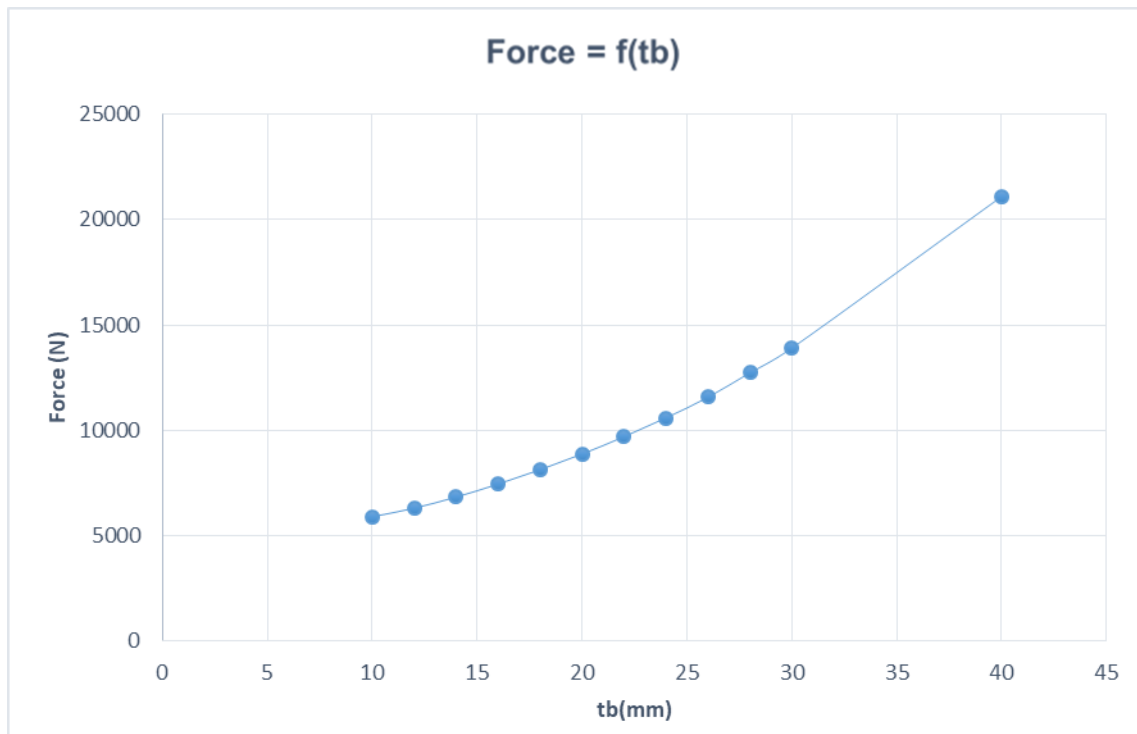
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)   | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)-(100 x 20) | 8889.617           | 0                             |
| (300 x 300 x 22)-(100 x 20) | 9707.267           | 9.198                         |
| (300 x 300 x 24)-(100 x 20) | 10601.822          | 19.261                        |
| (300 x 300 x 26)-(100 x 20) | 11577.495          | 30.236                        |
| (300 x 300 x 28)-(100 x 20) | 12739.659          | 43.309                        |
| (300 x 300 x 30)-(100 x 20) | 13909.989          | 56.475                        |
| (300 x 300 x 40)-(100 x 20) | 21097.046          | 137.322                       |
| (300 x 300 x 18)-(100 x 20) | 8142.852           | -8.400                        |
| (300 x 300 x 16)-(100 x 20) | 7461.976           | -16.060                       |
| (300 x 300 x 14)-(100 x 20) | 6848.647           | -22.959                       |
| (300 x 300 x 12)-(100 x 20) | 6318.337           | -28.925                       |
| (300 x 300 x 10)-(100 x 20) | 5912.445           | -33.490                       |

Πίνακας 7: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για 'Γ' διάταξη.

Στον παραπάνω πίνακα μεταβάλλουμε κάθε φορά το πάχος ανά 2mm, ενώ για να δούμε και την γενικότερη συμπεριφορά της διάταξης με αύξηση του  $t_b$  προσθέτουμε και το πάχος των 40mm. Επίσης στην τελευταία στήλη βρίσκεται το ποσοστό μεταβολής δύναμης σε N, οποίο είναι η διαφορά της εκάστοτε μέγιστης δύναμης από εκείνη που βρήκαμε για το αρχικό πάχος 20 mm (το μείον δηλώνει την μείωση της δύναμης για τα πάχη μικρότερα από 20 mm). Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα πάχος  $t_b$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| tb(mm) | Force (N) |
|--------|-----------|
| 10     | 5912.445  |
| 12     | 6318.337  |
| 14     | 6848.647  |
| 16     | 7461.976  |
| 18     | 8142.852  |
| 20     | 8889.617  |
| 22     | 9707.267  |
| 24     | 10601.822 |
| 26     | 11577.495 |
| 28     | 12739.659 |
| 30     | 13909.989 |
| 40     | 21097.046 |

Πίνακας 8: Πίνακας πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για 'Γ' διάταξη.

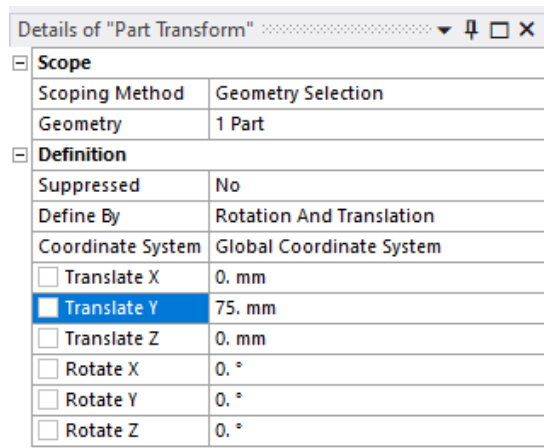


Εικόνα 89: Διάγραμμα πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για 'Γ' διάταξη

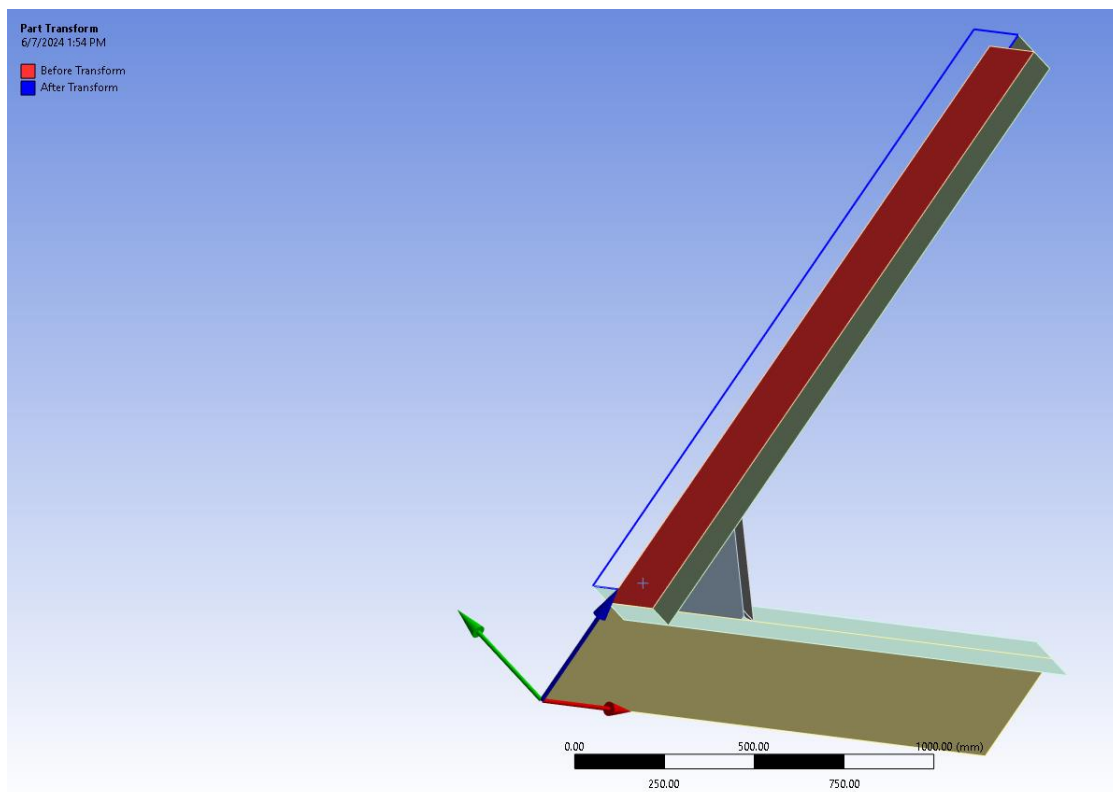
Προφανώς αυτό που παρατηρείται και θα σχολιάσουμε και παρακάτω στα συμπεράσματα είναι μια αύξηση της μέγιστης δύναμης που δέχεται η κατασκευή, έτσι ώστε οι τάσεις να ισούνται με την τάση διαρροής του υλικού  $\sigma_y = 235 \text{ Mpa}$ . Η συγκεκριμένη συμπεριφορά είναι απολύτως λογική κάτι που οφείλεται στον ορισμό των τάσεων  $\sigma = \frac{M}{SM}$  όπως είπαμε και προηγουμένως στην διάταξη με 'Τ' ενισχυτικά. Βέβαια, η δύναμη που δέχεται η κατασκευή αυτή για όλα τα πάχη είναι εμφανώς μειωμένη από την προηγούμενη διάταξη.

#### 5.4.4 Μεταβολή μήκους πλευράς $l_{bkt}$ σε 'Γ' ενισχυτικό

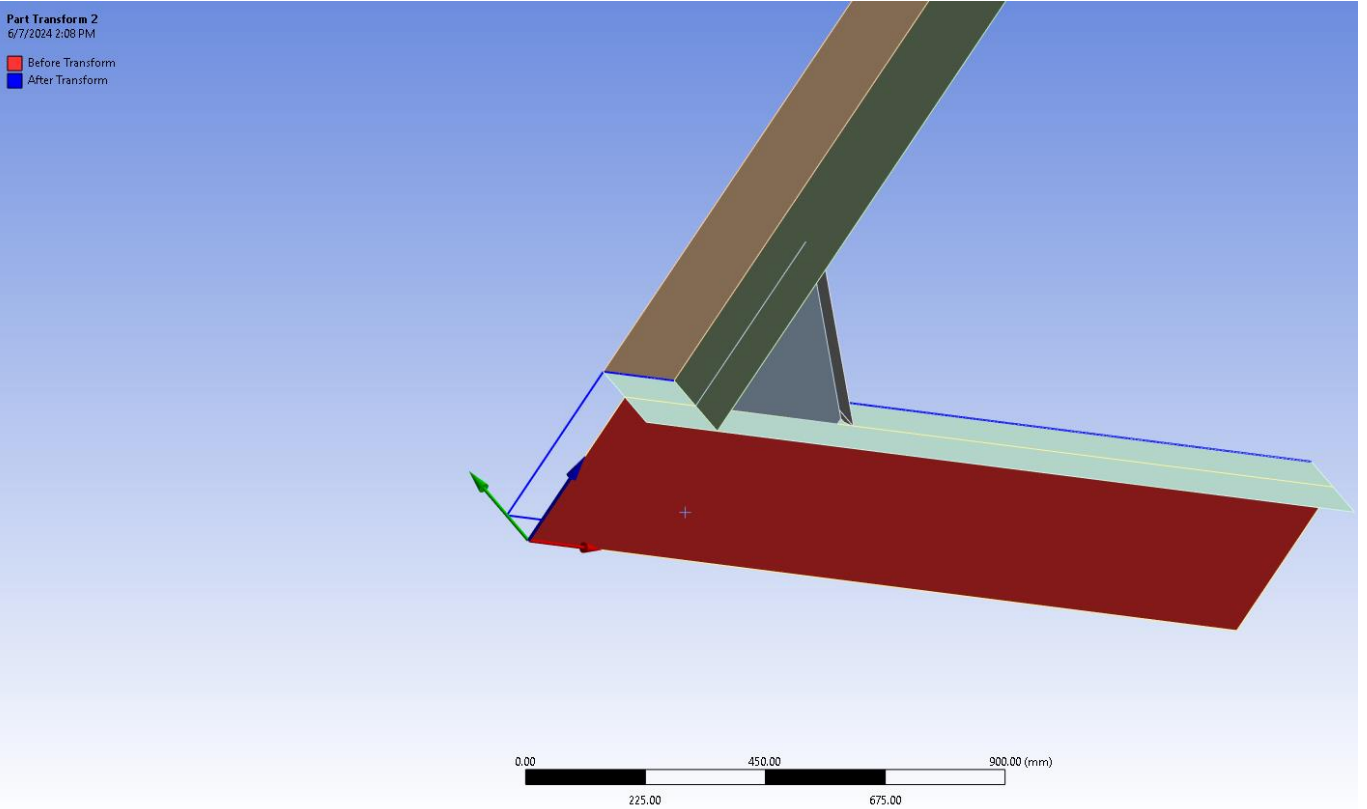
Στο συγκεκριμένο μέρος που θέλουμε την μεταβολή  $l_{bkt}$  σε 'Γ' ενισχυτικό, αντί να φτιάχνουμε εξ αρχής την γεωμετρία στο *Rhino* και έπειτα να την κάνουμε *import* στο *Ansys*, θα ανοίγουμε το εκάστοτε αρχείο από την διάταξη 'T', για το μήκος 'πλευράς' που μελετάμε και έπειτα θα χρησιμοποιήσουμε την μετακίνηση μερών (*part transform*) που είναι διαθέσιμη στο *Ansys*, κάθε φορά κατά 75mm.



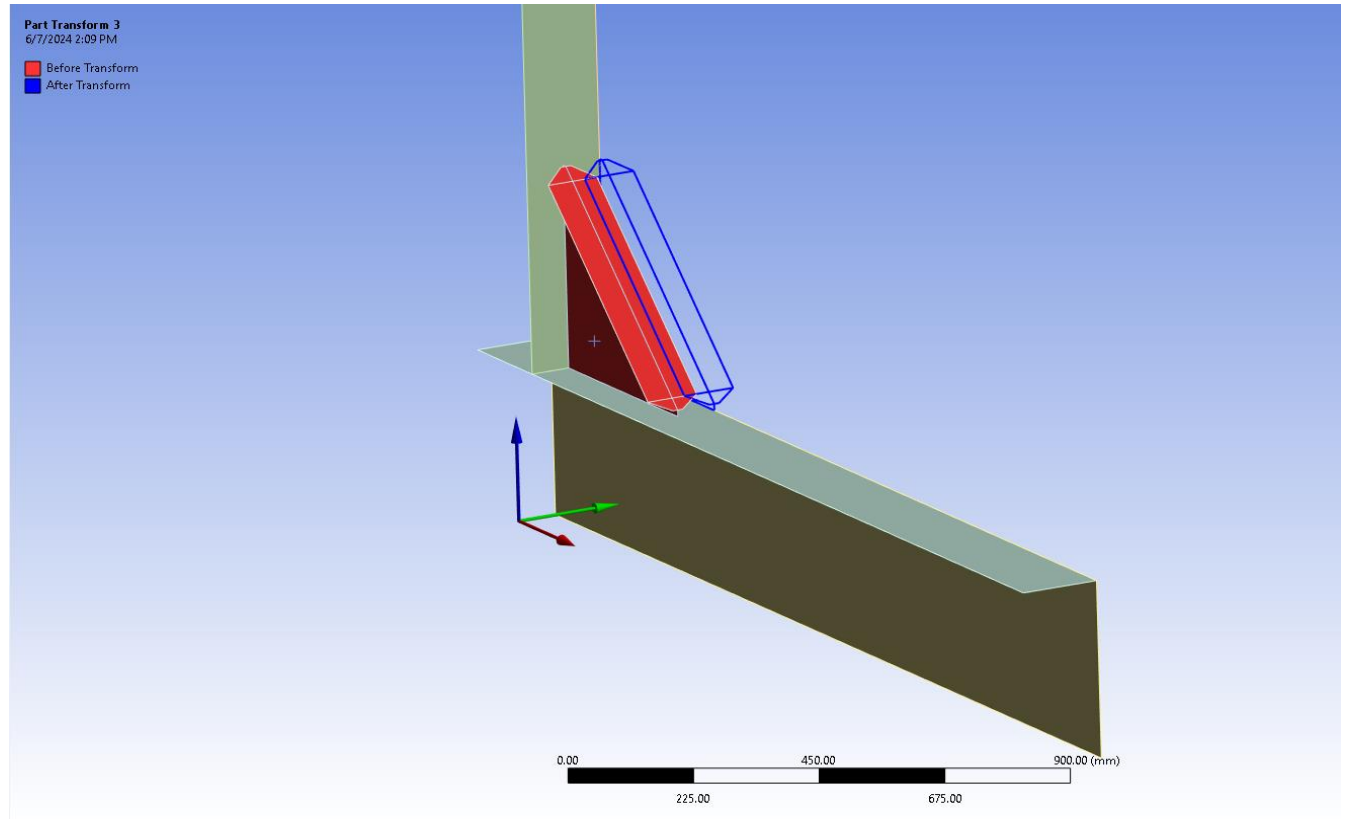
Εικόνα 90: Λεπτομέρειες της αλλαγής του συγκεκριμένου part, Ansys(<https://www.ansys.com/>)



Εικόνα 91: Μετακίνηση κορμού του κάθετου ενισχυτικού κατά 75mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)



Εικόνα 92: Μετακίνηση κορμού του οριζώντιου ενισχυτικού κατά 75mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)



Εικόνα 93: Μετακίνηση κορμού και φλάντζας μπρακέτου κατά 75mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Στην συνέχεια θα κάνουμε και τις κατάλληλες συνδέσεις, πλέον τις ακμές μεταξύ τους και θα πάμε να λύσουμε την γεωμετρία μας, μεταβάλλοντας ανά 20mm το αρχικό μήκος πλευράς  $l_{bkt} = 300mm$ . Τελικά καταλήγουμε στον παρακάτω πίνακα:

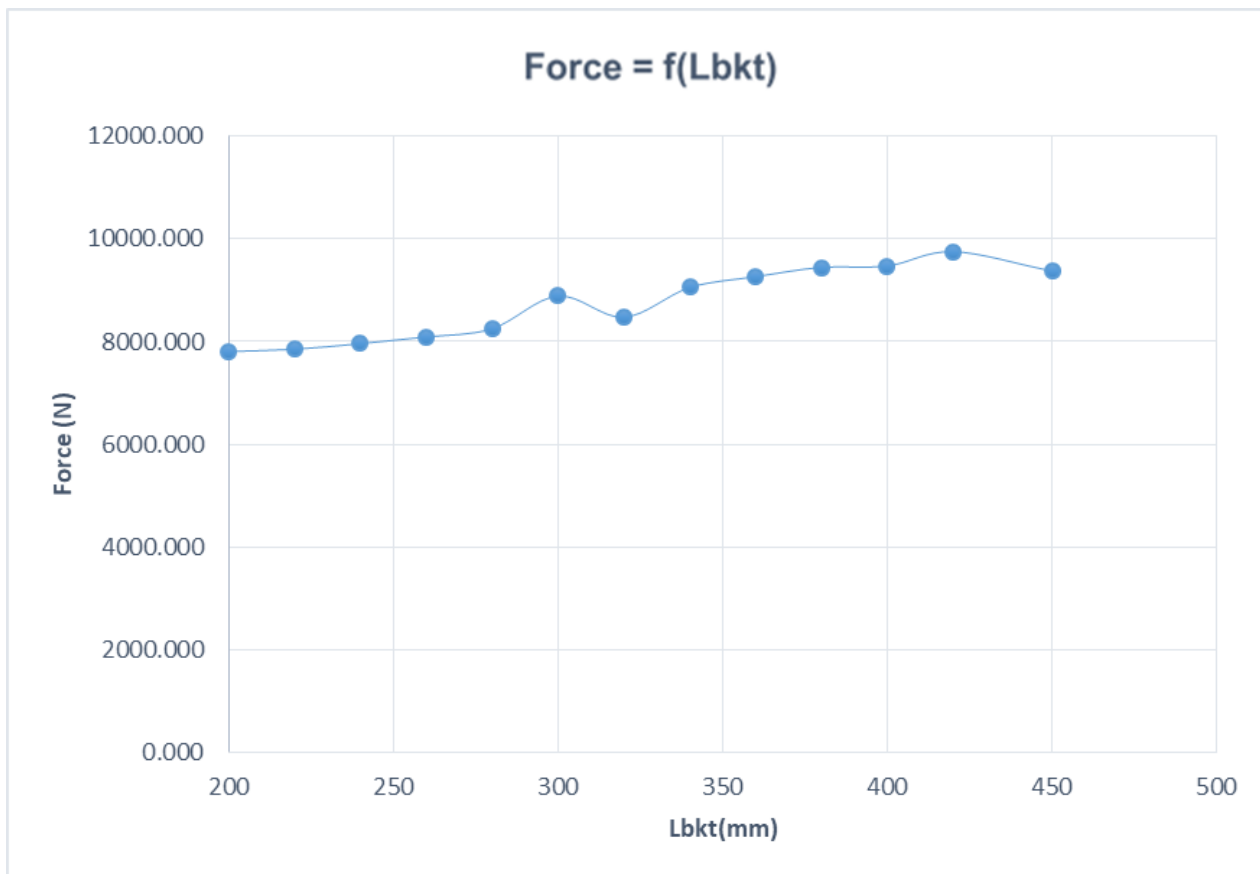
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)   | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)-(100 x 20) | 8889.617           | 0                             |
| (320 x 320 x 20)-(100 x 20) | 8474.576           | -4.669                        |
| (340 x 340 x 20)-(100 x 20) | 9054.248           | 6.840                         |
| (360 x 360 x 20)-(100 x 20) | 9264.857           | 2.326                         |
| (380 x 380 x 20)-(100 x 20) | 9446.350           | 1.959                         |
| (400 x 400 x 20)-(100 x 20) | 9474.151           | 0.294                         |
| (420 x 420 x 20)-(100 x 20) | 9754.545           | 2.960                         |
| (450 x 450 x 20)-(100 x 20) | 9373.130           | -3.910                        |
| (280 x 280 x 20)-(100 x 20) | 8251.211           | -11.970                       |
| (260 x 260 x 20)-(100 x 20) | 8091.451           | -1.936                        |
| (240 x 240 x 20)-(100 x 20) | 7961.064           | -1.611                        |
| (220 x 220 x 20)-(100 x 20) | 7851.741           | -1.373                        |
| (200 x 200 x 20)-(100 x 20) | 7807.828           | -0.559                        |

Πίνακας 9: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για 'Γ' διάταξη.

Στον παραπάνω πίνακα όπως είπαμε μεταβάλλουμε ανά 20mm το πάχος της πλευράς και βρίσκουμε κάθε φορά την μέγιστη δύναμη που αντέχει η συγκεκριμένη κατασκευή χωρίς οι τάσεις να υπερβούν το όριο διαρροής του υλικού. Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| Lbkt (mm) | Force(N) |
|-----------|----------|
| 200       | 7807.828 |
| 220       | 7851.741 |
| 240       | 7961.064 |
| 260       | 8091.451 |
| 280       | 8251.211 |
| 300       | 8889.617 |
| 320       | 8474.576 |
| 340       | 9054.248 |
| 360       | 9264.857 |
| 380       | 9446.350 |
| 400       | 9474.151 |
| 420       | 9754.545 |
| 450       | 9373.130 |

Πίνακας 10: Πίνακας μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για 'Γ' διάταξη

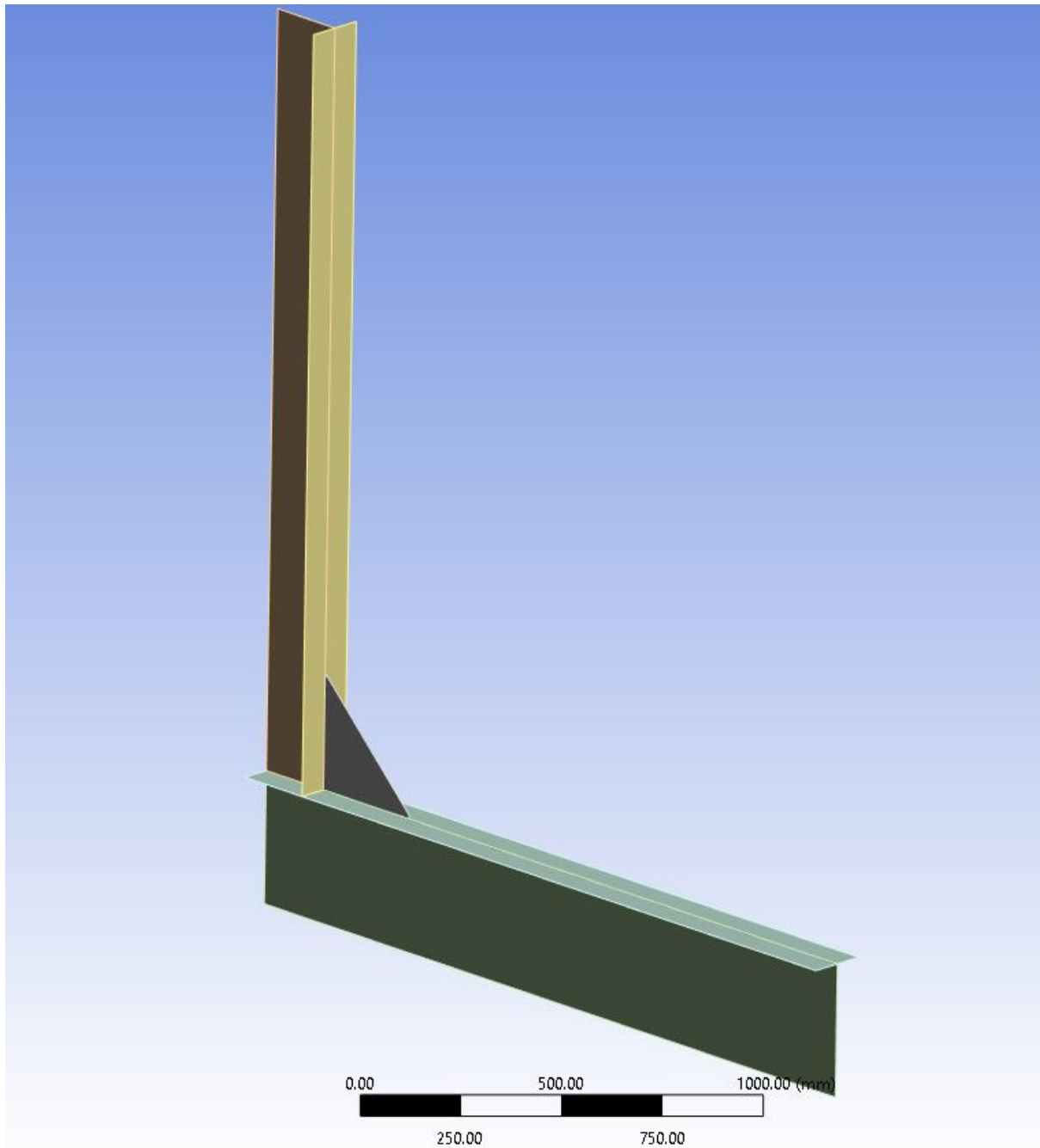


Εικόνα 94: Διάγραμμα μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για 'T' διάταξη

Στο παραπάνω διάγραμμα για την μεταβολή της δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς, όπως και με το πάχος, είναι εμφανώς μειωμένη σε τιμές για την συγκεκριμένη διάταξη ενώ πάλι παρατηρείτε η αύξηση στα 300mm και αμέσως μετά μείωση (ίδια συμπεριφορά με διάταξη τύπου 'T'), ενώ αξίζει να σημειωθεί και η μικρή μείωση την μέγιστης δύναμης που παρουσιάζεται για  $l_{bkt} = 450mm$  (οι τιμές 420mm & 450mm είναι οι δοκιμαστικές που βάλαμε και στην προηγούμενη διάταξη για να μελετήσουμε την συμπεριφορά σε μεγαλύτερες τιμές).

#### 5.4.5 Μεταβολή πάχους $t_b$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου ‘T’.

Στην συνέχεια στα πλαίσια της βελτιστοποίησης θα μελετήσουμε και την περίπτωση του μπρακέτου χωρίς φλάντζα και στις δύο διατάξεις έτσι ώστε να δούμε την επίδραση που έχει στην μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή, έτσι ώστε οι τάσεις να μη ξεπεράσουν το όριο διαρροής  $\sigma_y = 235\text{Mpa}$ . Ομοίως θα μεταβάλλουμε ανά 2mm το πάχος γύρω από την αρχική τιμή στα 20mm. Παρακάτω η γεωμετρία στο Ansys όπου ανοίγουμε το αρχείο της διάταξης με ‘T’ ενισχυτικό και απλά διαγράφουμε το απαραίτητο *part* που βρίσκεται η φλάντζα.

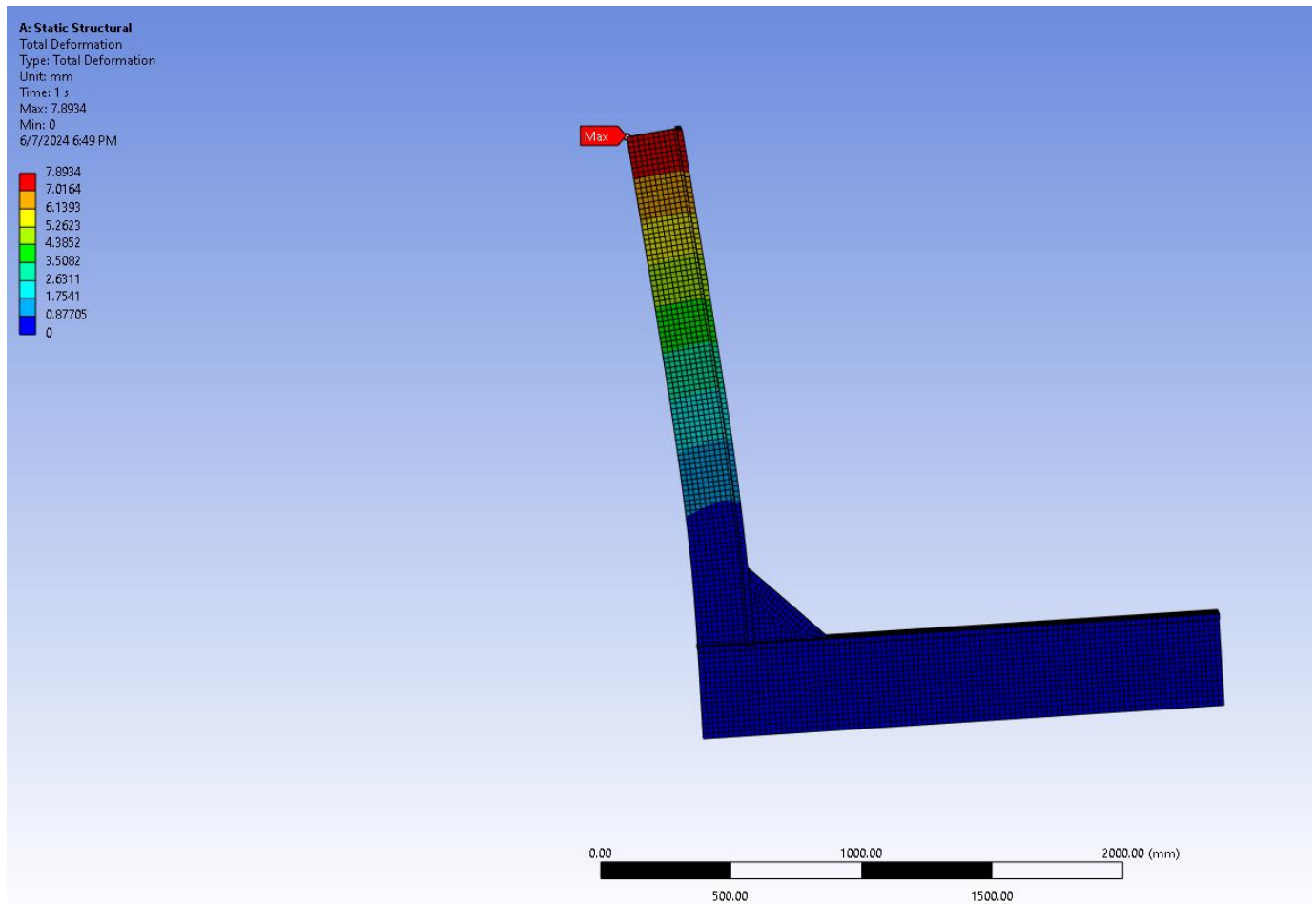


Εικόνα 95: Απεικόνιση στο Ansys διάταξης τύπου ‘T’ με μπρακέτο χωρίς φλάντζα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)



Αξίζει επίσης να δείξουμε και την παραμόρφωση και τις τάσεις καθώς ειδικά η πρώτη διαφέρει από την πρώτη διάταξη:

- **Μετατοπίσεις (Deformations)**

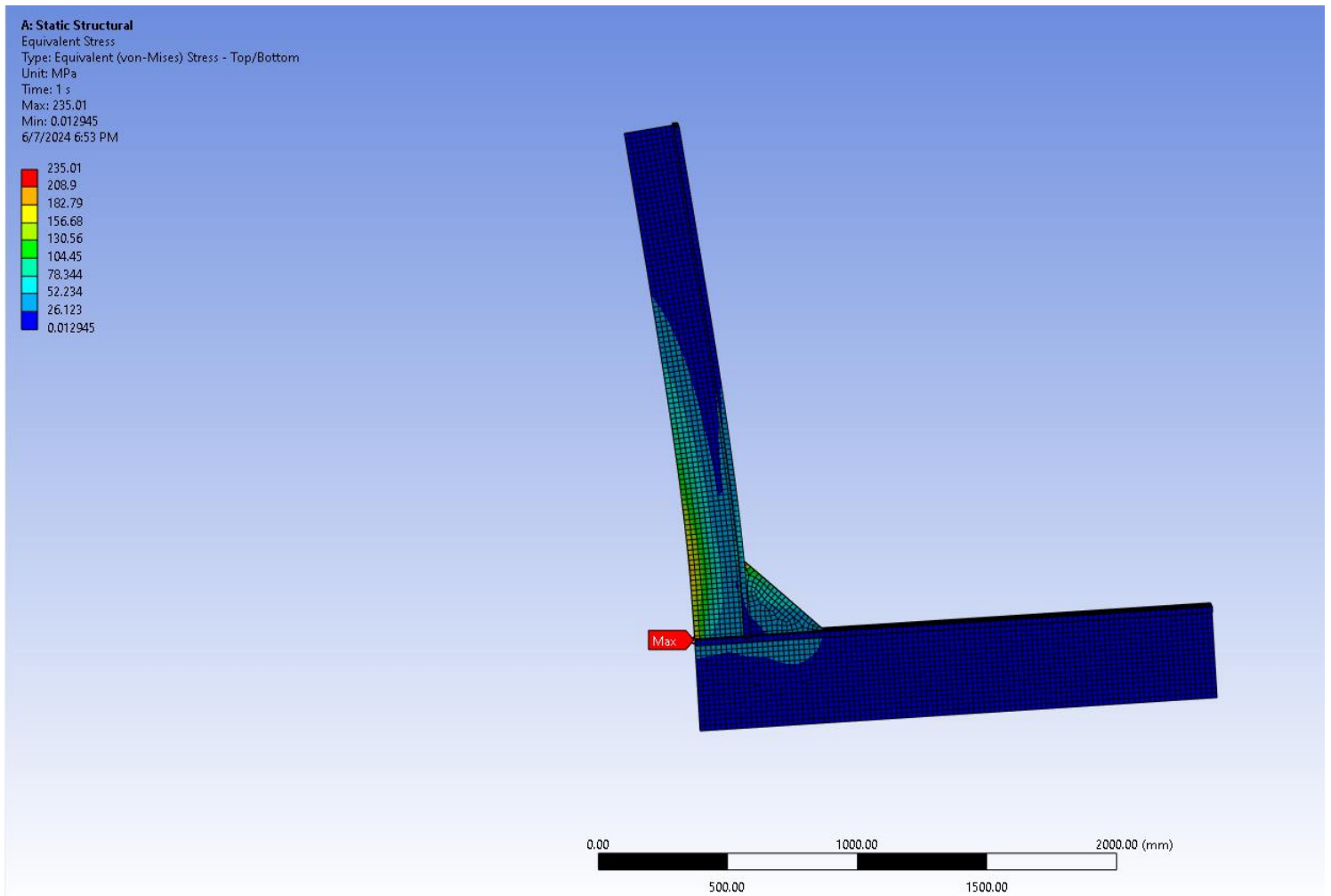


Εικόνα 97: Μετατοπίσεις τις κατασκευής τύπου 'T' με μπρακέτο χωρίς φλάντζα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη μετατόπιση είναι 7,8934mm, η οποία είναι μεγαλύτερη από την περίπτωση του αντίστοιχου μπρακέτου (300 x 300 x 20)-(100 x 20) με φλάντζα (ήταν 5,5360mm). Την σύγκριση των παραμορφώσεων μόνο για το μπρακέτο με τις παραπάνω διαστάσεις θα την κάνουμε στο τέλος μαζί με τους συγκεντρωτικούς πίνακες.

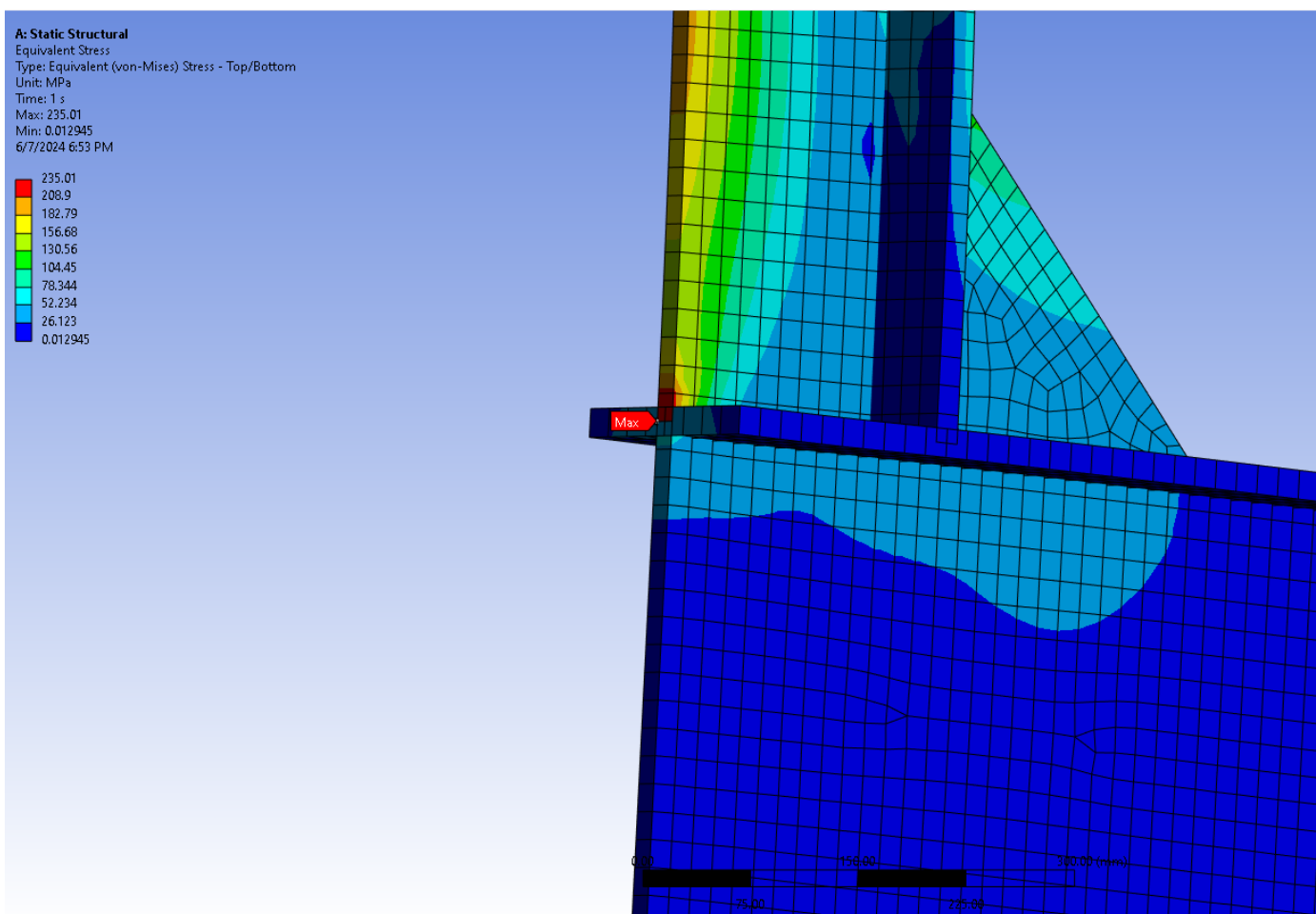
- **Τάσεις (Von Mises)**

Οι τάσεις όπως είπαμε και παραπάνω είναι κατά *Von Mises* και το παρακάτω αποτέλεσμα είναι για δύναμη 44915.9022 N (κατ' απόλυτη τιμή).



Εικόνα 98: Τάσεις Von Mises στην διάταξη τύπου 'T με μπρακέτο χωρίς φλάντζα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Οι μέγιστες τάσεις με την αλλαγή παρουσιάζονται σε διαφορετικό σημείο από την ίδια διάταξη με φλάντζα στο μπρακέτο. Πιο συγκεκριμένα παρουσιάζονται στο πίσω μέρος του κάθετου ενισχυτικού όπως φαίνεται παρακάτω:



Εικόνα 99: Σημείο μέγιστων τάσεων Mises στην διάταξη τύπου 'T' με μπρακέτο χωρίς φλάντζα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Με βήμα 2mm όπως είπαμε γύρω από την αρχική τιμή 20mm προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες:

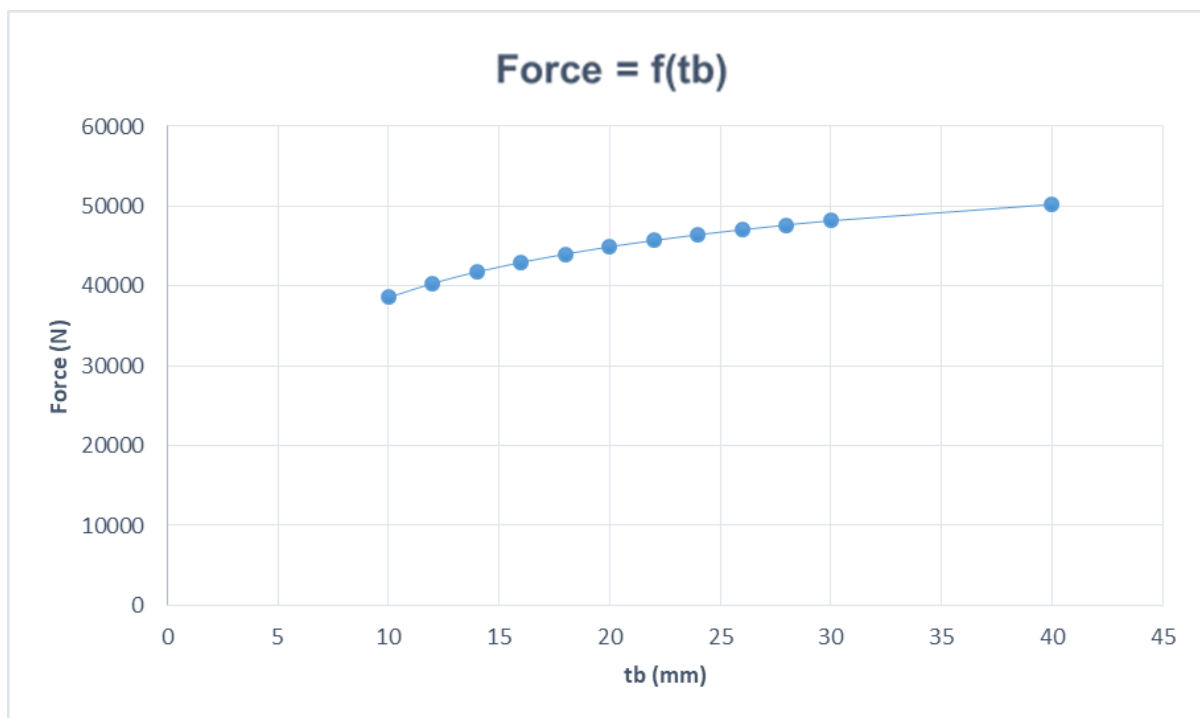
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm) | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|---------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)          | 44915.902          | 0                             |
| (300 x 300 x 22)          | 45719.844          | 1.790                         |
| (300 x 300 x 24)          | 46430.453          | 3.372                         |
| (300 x 300 x 26)          | 47065.892          | 4.787                         |
| (300 x 300 x 28)          | 47644.793          | 6.076                         |
| (300 x 300 x 30)          | 48168.899          | 7.242                         |
| (300 x 300 x 40)          | 50224.407          | 11.819                        |
| (300 x 300 x 18)          | 44010.238          | -2.016                        |
| (300 x 300 x 16)          | 42977.323          | -4.316                        |
| (300 x 300 x 14)          | 41775.302          | -6.992                        |
| (300 x 300 x 12)          | 40341.039          | -10.185                       |
| (300 x 300 x 10)          | 38553.013          | -14.166                       |

Πίνακας 11: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για 'T' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα πάχος μπρακέτου  $t_b$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| <b>tb(mm)</b> | <b>Force (N)</b> |
|---------------|------------------|
| 10            | 38553.013        |
| 12            | 40341.039        |
| 14            | 41775.302        |
| 16            | 42977.323        |
| 18            | 44010.238        |
| 20            | 44915.902        |
| 22            | 45719.844        |
| 24            | 46430.453        |
| 26            | 47065.892        |
| 28            | 47644.793        |
| 30            | 48168.899        |
| 40            | 50224.407        |

Πίνακας 12: Πίνακας πάχους μπρακέτου  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για 'T' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

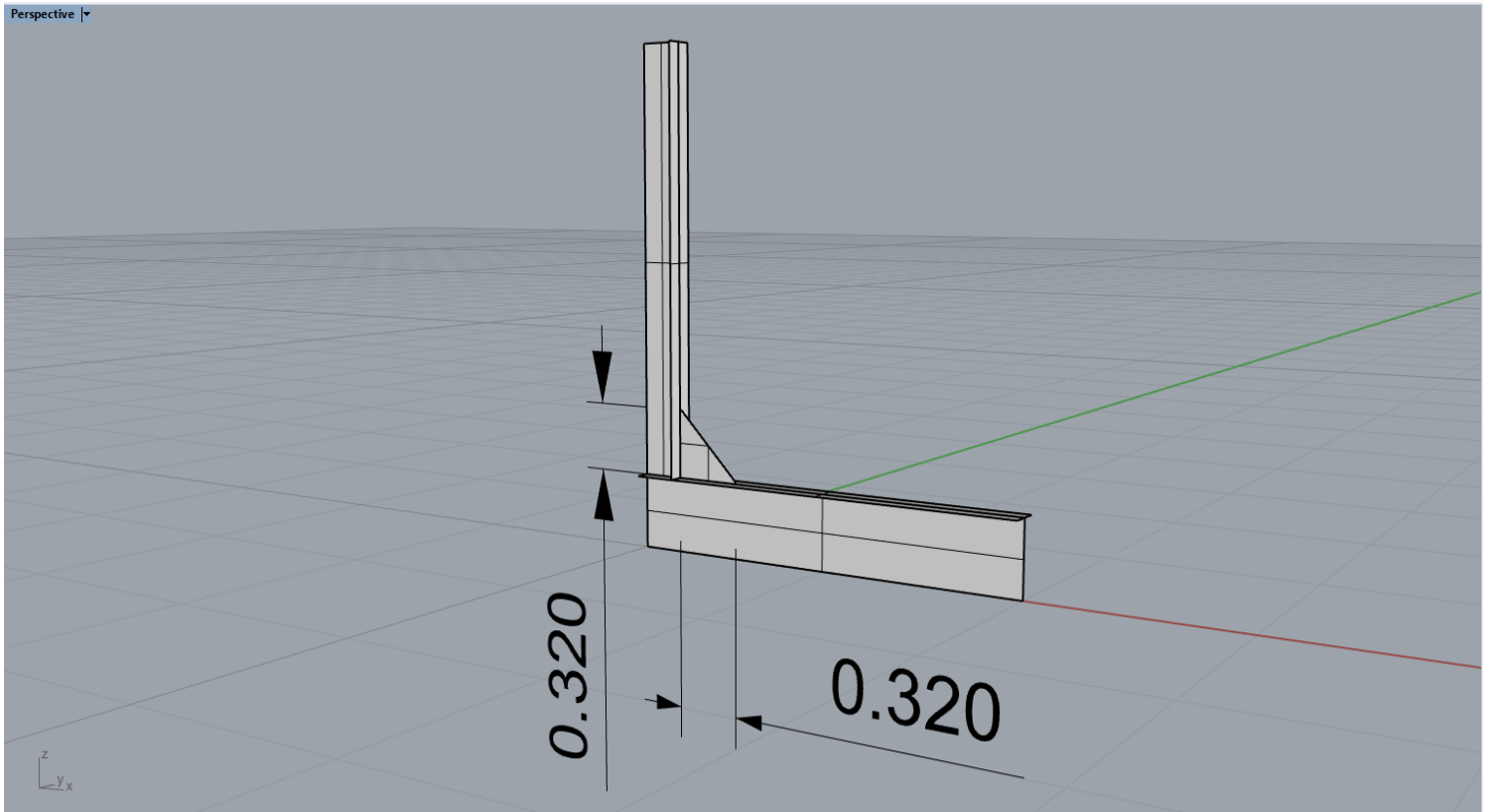


Εικόνα 100: Διάγραμμα πάχους μπρακέτου  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για 'T' διάταξη και μπρακέτο με φλάντζα

Γενικά στην διάταξη χωρίς φλάντζα η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή είναι μεγαλύτερη και επίσης όσο το πάχος αυξάνεται παρουσιάζει και αυτή όμοια συμπεριφορά.

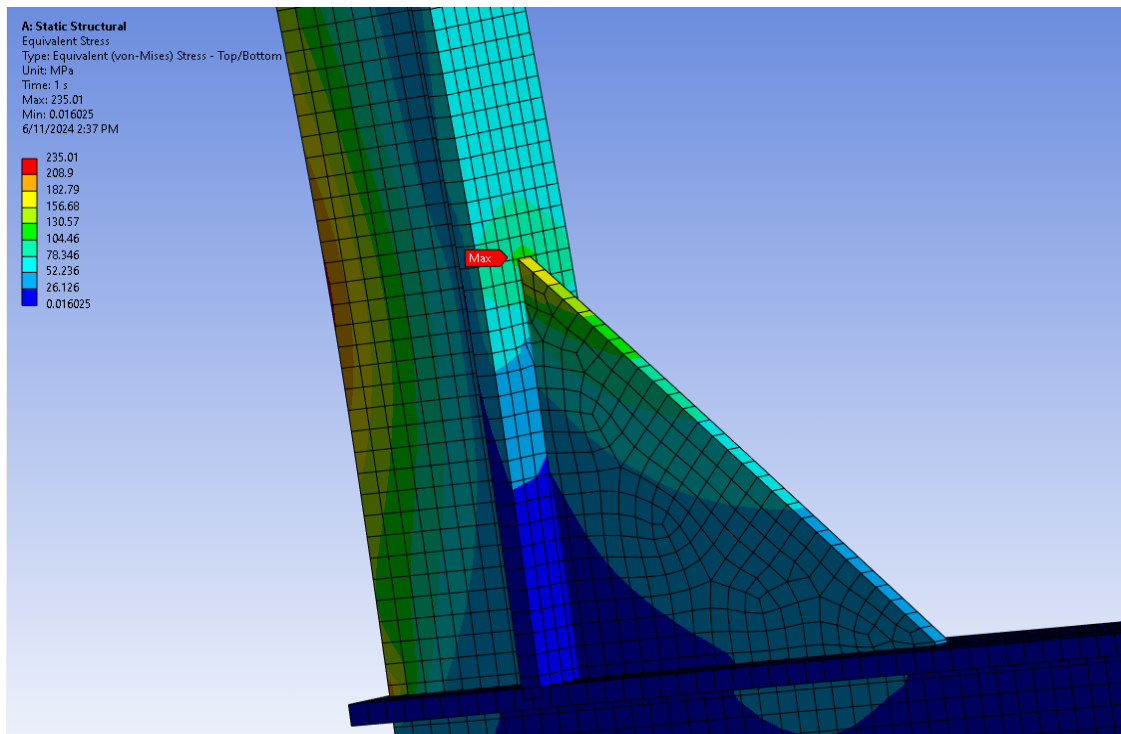
#### 5.4.6 Μεταβολή μήκους πλευράς $l_{bkt}$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου 'T'.

Η διαδικασία κάθε φορά θα είναι η αυξομείωση κατά 20 mm της αρχικής πλευράς  $l_{bkt} = 300\text{ mm}$ , έτσι ώστε να βγάλουμε την μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η διάταξη έτσι ώστε οι τάση να μην ξεπεράσει την τάση διαρροής  $\sigma_y = 235\text{ Mpa}$ . Παρακάτω φαίνεται η μια αύξηση της πλευράς σε 320mm στο Rhino. Εμείς βέβαια κάθε φορά για ευκολία απλώς θα διαγράψουμε το κατάλληλο *Part* στο *Ansys*, που βρίσκεται η φλάντζα του μπρακέτου.



Εικόνα 101: Αύξηση του μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα και διάταξη τύπου 'T', Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)

Στην συνέχεια θα ακολουθήσει η ίδια διαδικασία όπως είπαμε αυξομειώνοντας ανά 20 mm έως τα 400 mm και τα 200 mm έτσι ώστε να καταλήξουμε σε χρήσιμα συμπεράσματα για την βελτιστοποίηση. Επιπλέον οι μέγιστες τάσεις για τις τιμές μήκους πλευράς 400,420,450mm παρουσιάζονται όχι στο πίσω μέρος όπως την εικόνα 99 αλλά σε διαφορετικό σημείο όπως ακριβώς παρουσιάζοταν και στην γεωμετρία με φλάντζα. Πιο συγκεκριμένα όπως στην παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 102: Μέγιστες τάσεις για τιμές μεγαλύτερες 400mm μήκους πλευράς σε 'T' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα, , Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Τελικά αφού τρέξουμε όλα τα μήκη πλευράς καταλήγουμε στον παρακάτω πίνακα:

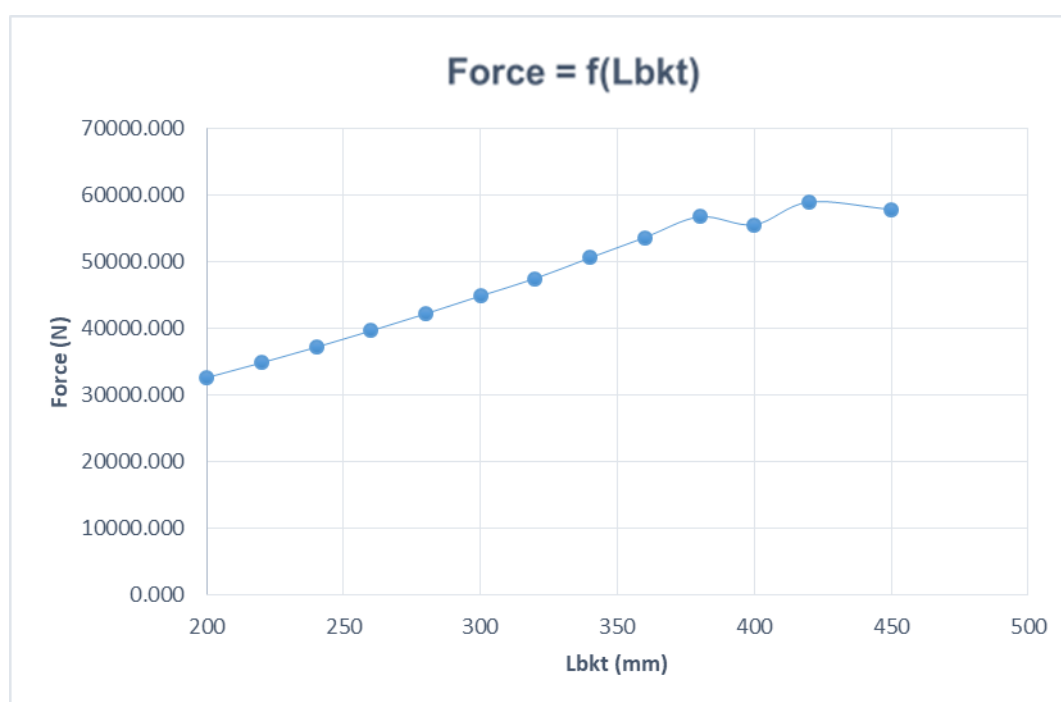
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm) | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|---------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)          | 44915.902          | 0                             |
| (320 x 320 x 20)          | 47529.158          | 5.818                         |
| (340 x 340 x 20)          | 50642.914          | 6.551                         |
| (360 x 360 x 20)          | 53669.306          | 5.976                         |
| (380 x 380 x 20)          | 56781.572          | 5.799                         |
| (400 x 400 x 20)          | 55603.754          | -2.074                        |
| (420 x 420 x 20)          | 59005.691          | 6.118                         |
| (450 x 450 x 20)          | 57867.520          | -1.929                        |
| (280 x 280 x 20)          | 42235.802          | -27.013                       |
| (260 x 260 x 20)          | 39673.607          | -6.066                        |
| (240 x 240 x 20)          | 37207.093          | -6.217                        |
| (220 x 220 x 20)          | 34876.818          | -6.263                        |
| (200 x 200 x 20)          | 32640.400          | -6.412                        |

Πίνακας 13: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου χωρίς φλάντζα, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για 'T' διάταξη.

Στον παραπάνω πίνακα όπως είπαμε μεταβάλλουμε ανά 20mm το πάχος της πλευράς και βρίσκουμε κάθε φορά την μέγιστη δύναμη που αντέχει η συγκεκριμένη κατασκευή χωρίς οι τάσεις να υπερβούν το όριο διαρροής του υλικού. Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα μήκος πλευράς σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα,  $l_{bkt}$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| Lbkt (mm) | Force(N)  |
|-----------|-----------|
| 200       | 32640.400 |
| 220       | 34876.818 |
| 240       | 37207.093 |
| 260       | 39673.607 |
| 280       | 42235.802 |
| 300       | 44915.902 |
| 320       | 47529.158 |
| 340       | 50642.914 |
| 360       | 53669.306 |
| 380       | 56781.572 |
| 400       | 55603.754 |
| 420       | 59005.691 |
| 450       | 57867.520 |

Πίνακας 14: Πίνακας μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για 'T' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

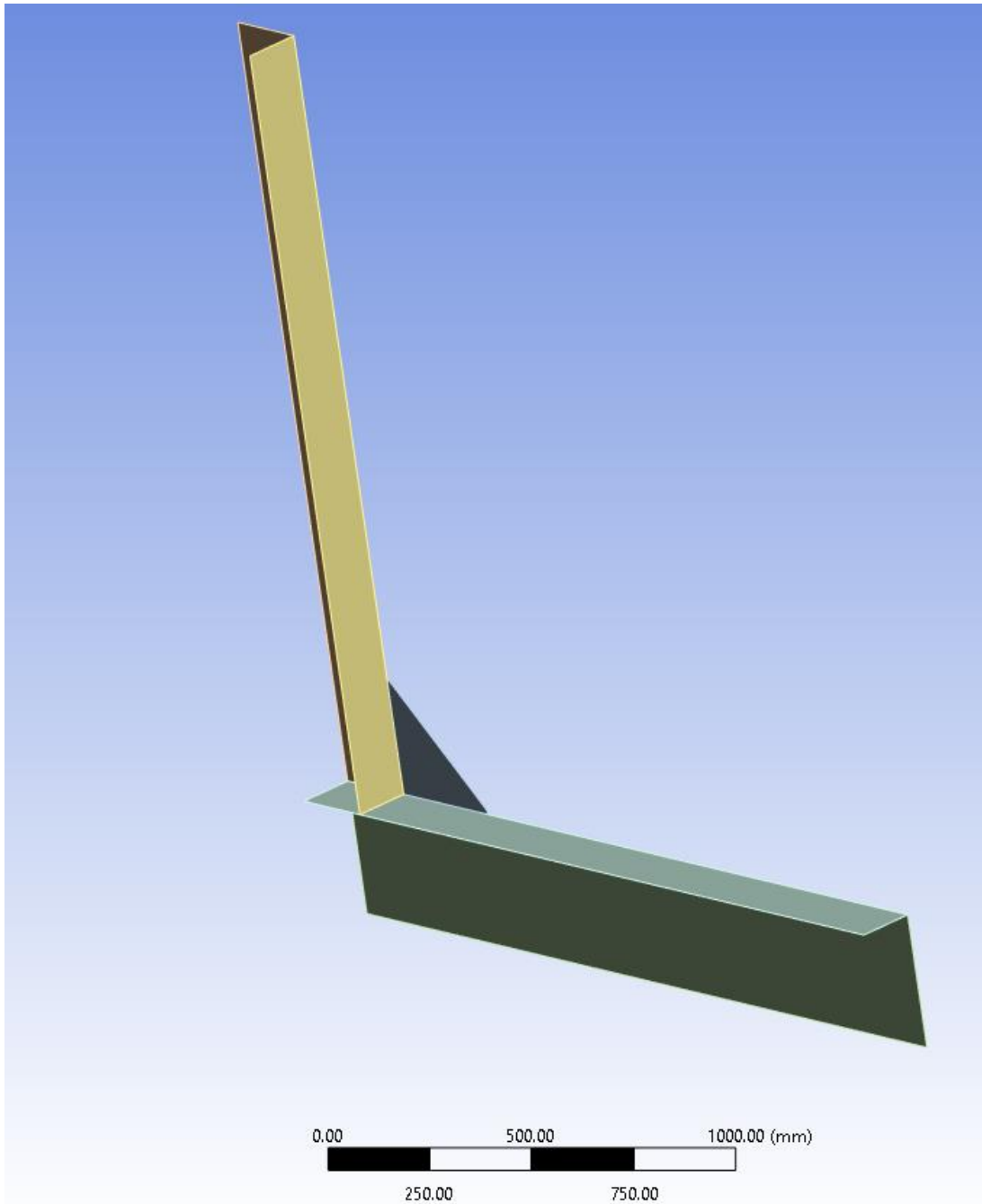


Εικόνα 103: Διάγραμμα μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για 'T' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

Το μπρακέτο χωρίς φλάντζα παρουσιάζει την αναμενόμενη συμπεριφορά, ότι αυξάνοντας το μήκος πλευράς, αυξάνεται και η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί. Βέβαια στα 400 mm παρουσιάζεται μια μικρή μείωση από την προηγούμενη τιμή όπως ακριβώς συμβαίνει και στη διάταξη τύπου 'T' με φλάντζα.

#### 5.4.7 Μεταβολή πάχους $t_b$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου ‘Γ’.

Ομοίως θα μεταβάλλουμε ανά 2mm το πάχος γύρω από την αρχική τιμή στα 20mm. Παρακάτω η γεωμετρία στο *Ansys* όπου ανοίγουμε το αρχείο της διάταξης με ‘Γ’ ενισχυτικό και απλά διαγράφουμε το απαραίτητο *part* που βρίσκεται η φλάντζα.

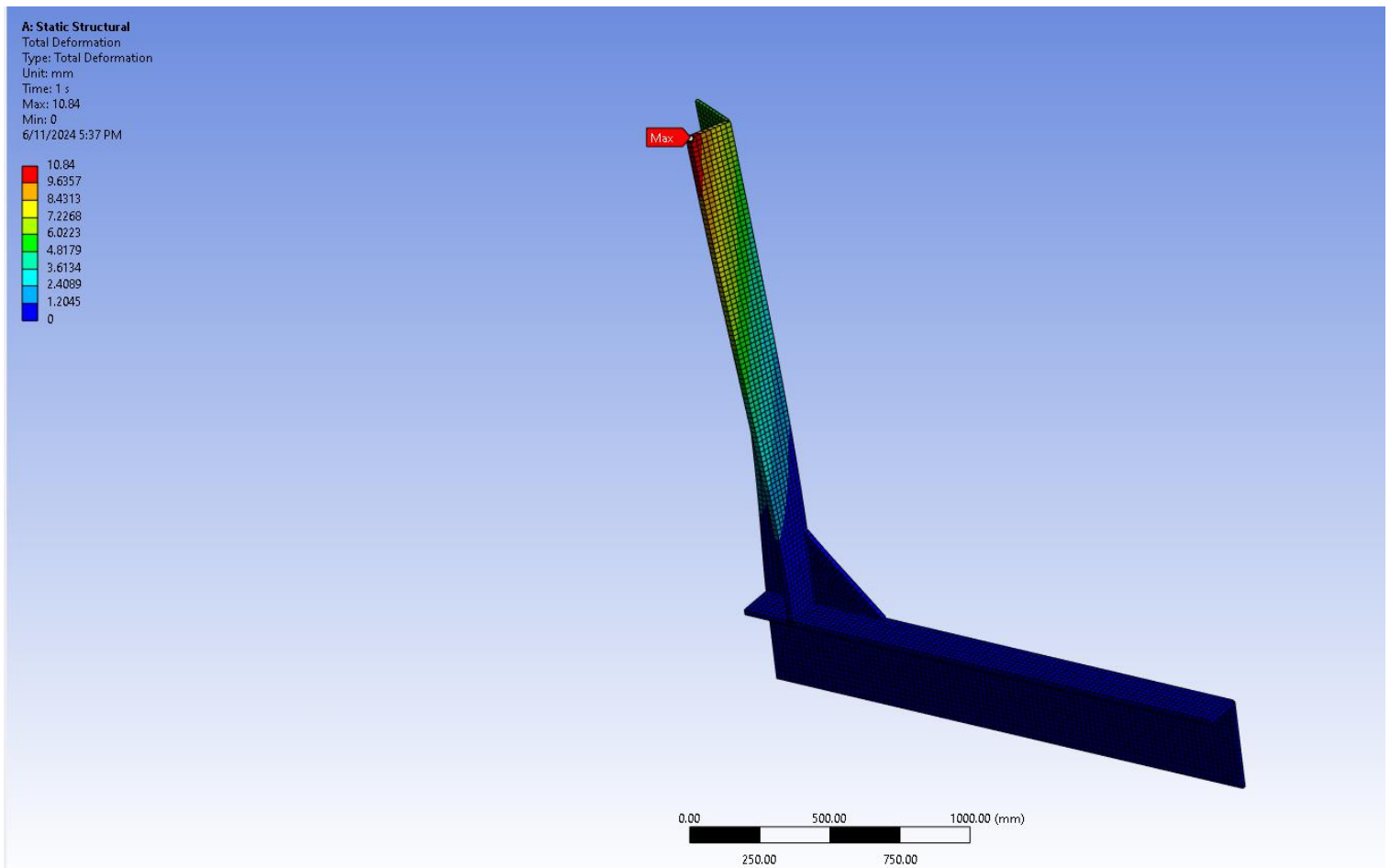


Εικόνα 104: Απεικόνιση στο *Ansys* διάταξης τύπου ‘Γ’ με μπρακέτο χωρίς φλάντζα, *Ansys*(<https://www.ansys.com/>)



Αξίζει επίσης να δείξουμε και την παραμόρφωση και τις τάσεις καθώς ειδικά η πρώτη διαφέρει από την πρώτη διάταξη:

- **Μετατοπίσεις (Deformations)**

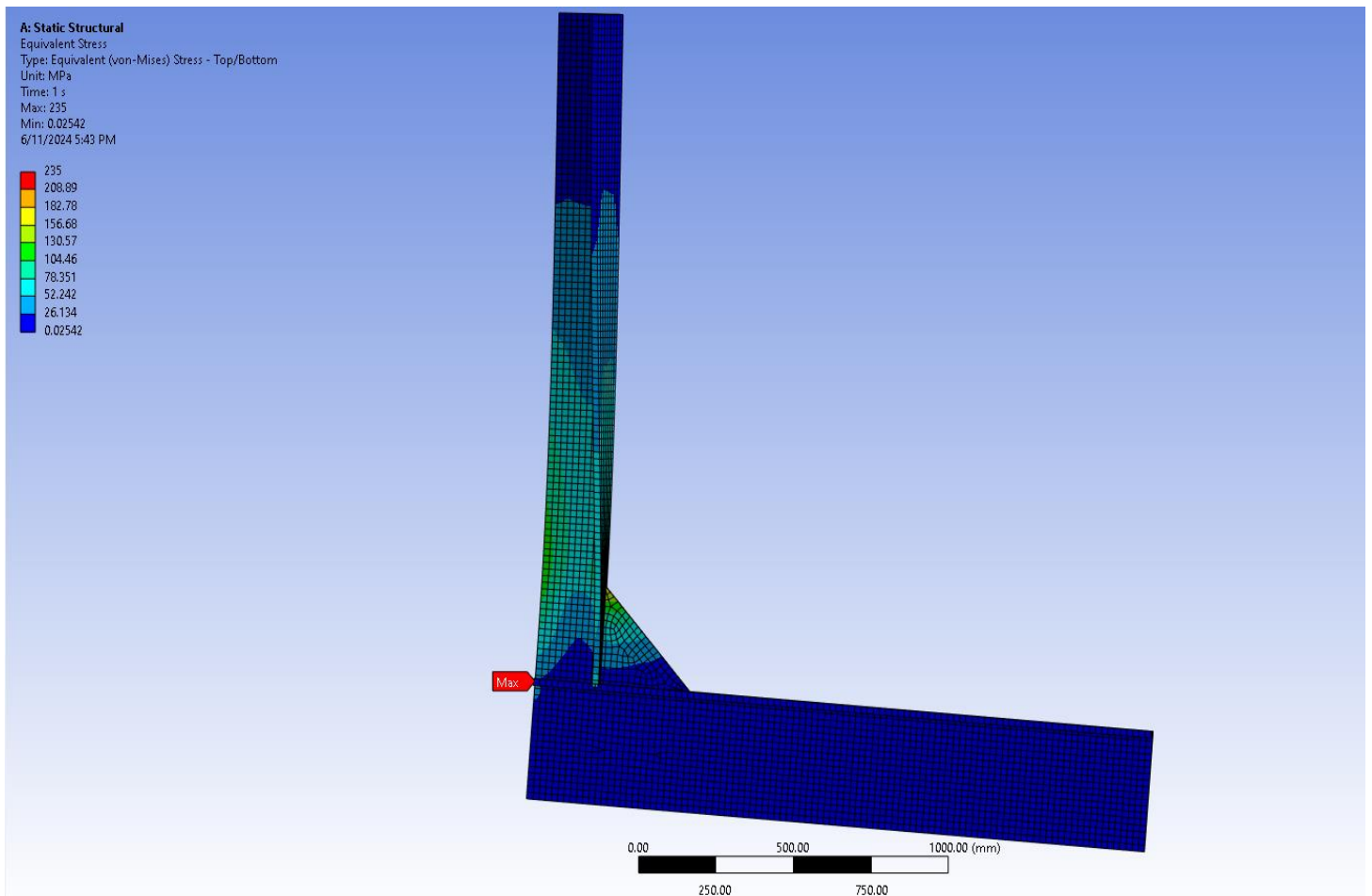


Εικόνα 105: Μετατοπίσεις τις κατασκευής τύπου 'Γ' με μπρακέτο χωρίς φλάντζα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη μετατόπιση είναι 10,84mm, η οποία είναι μεγαλύτερη από την περίπτωση σε 'Γ' διάταξη του αντίστοιχου μπρακέτου (300 x 300 x 20)-(100 x 20) με φλάντζα (ήταν 4,1176mm). Την σύγκριση των παραμορφώσεων μόνο για το μπρακέτο με τις παραπάνω διαστάσεις θα την κάνουμε στο τέλος μαζί με τους συγκεντρωτικούς πίνακες.

- **Τάσεις (Von Mises)**

Οι τάσεις όπως είπαμε και παραπάνω είναι κατά *Von Mises* και το παρακάτω αποτέλεσμα είναι για δύναμη 22253.788 N (κατ' απόλυτη τιμή).



Εικόνα 106: Τάσεις Von Mises στην διάταξη τύπου Γ με μπρακέτο χωρίς φλάντζα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Με βήμα 2mm όπως είπαμε γύρω από την αρχική τιμή 20mm προκύπτουν οι παρακάτω πίνακες:

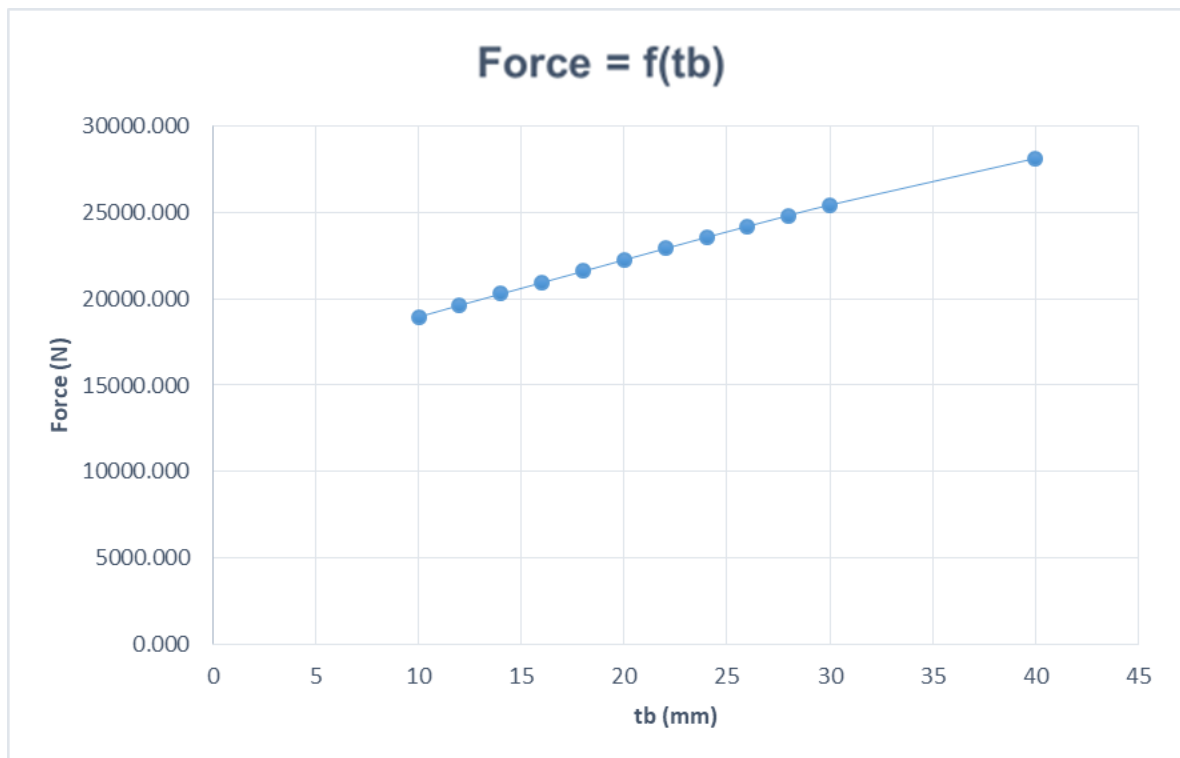
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm) | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|---------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)          | 22253.788          | 0                             |
| (300 x 300 x 22)          | 22909.694          | 2.947                         |
| (300 x 300 x 24)          | 23559.685          | 5.868                         |
| (300 x 300 x 26)          | 24199.362          | 8.743                         |
| (300 x 300 x 28)          | 24824.818          | 11.553                        |
| (300 x 300 x 30)          | 25432.900          | 14.286                        |
| (300 x 300 x 40)          | 28129.115          | 26.401                        |
| (300 x 300 x 18)          | 21594.634          | -2.962                        |
| (300 x 300 x 16)          | 20936.656          | -5.919                        |
| (300 x 300 x 14)          | 20281.350          | -8.863                        |
| (300 x 300 x 12)          | 19625.310          | -11.811                       |
| (300 x 300 x 10)          | 18953.651          | -14.830                       |

Πίνακας 15: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για 'Γ' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα πάχους μπρακέτου  $t_b$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| $t_b$ (mm) | Force (N) |
|------------|-----------|
| 10         | 18953.651 |
| 12         | 19625.310 |
| 14         | 20281.350 |
| 16         | 20936.656 |
| 18         | 21594.634 |
| 20         | 22253.788 |
| 22         | 22909.694 |
| 24         | 23559.685 |
| 26         | 24199.362 |
| 28         | 24824.818 |
| 30         | 25432.900 |
| 40         | 28129.115 |

Πίνακας 16: Πίνακας πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για 'Γ' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

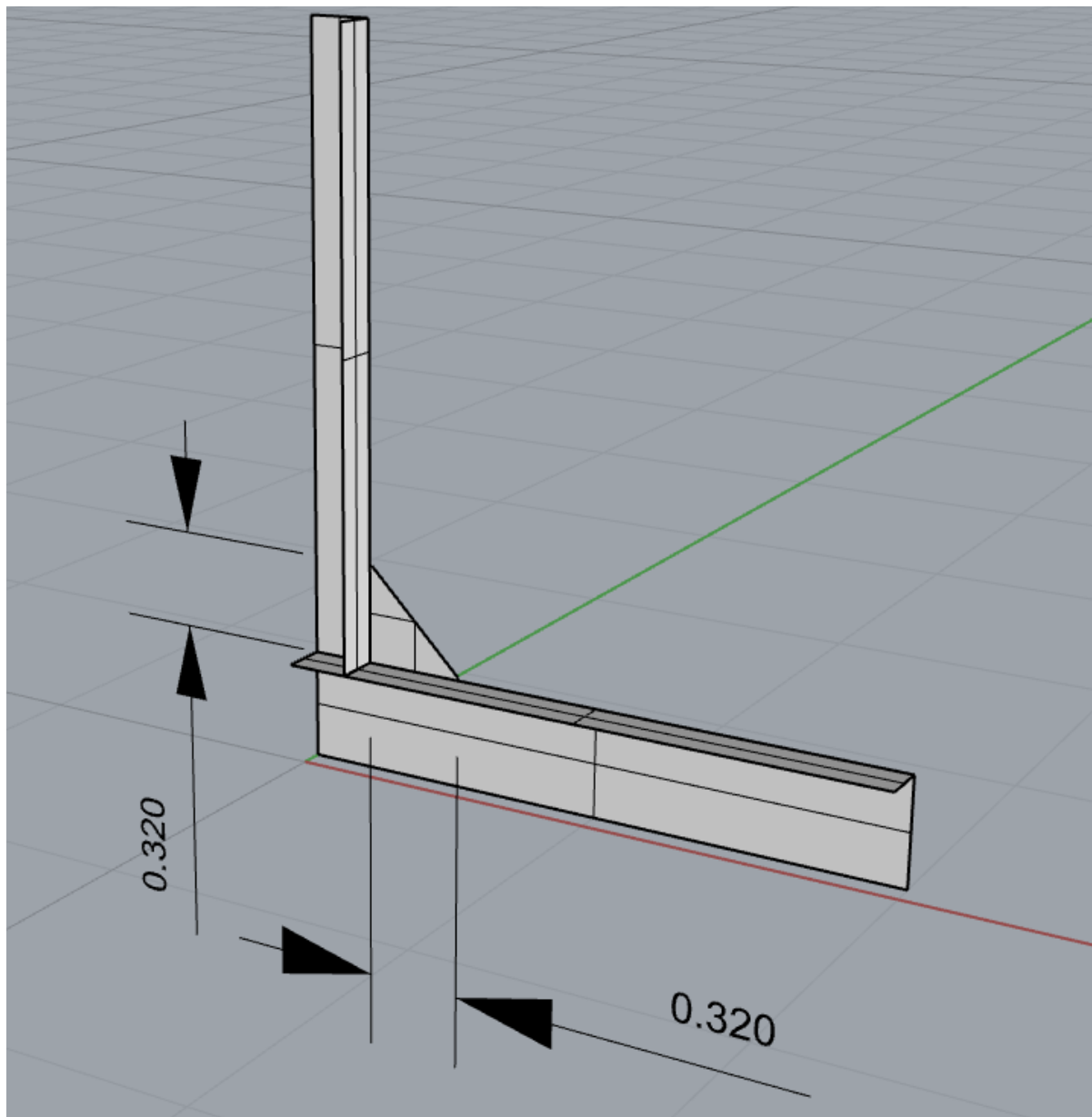


Εικόνα 107: Διάγραμμα πάχους μπρακέτου  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για 'Γ' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

Γενικά στην διάταξη χωρίς φλάντζα η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή είναι μεγαλύτερη και επίσης όσο το πάχος αυξάνεται παρουσιάζει και αυτή όμοια συμπεριφορά.

#### 5.4.8 Μεταβολή μήκους πλευράς $l_{bkt}$ σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα στην διάταξη τύπου 'Γ'.

Στο τελευταίο μέρος της βελτιστοποίησης μένει να δούμε πως επηρεάζει το μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  την μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η διάταξη. Όπως ξέρουμε ήδη μεταβάλλουμε ανά 20mm το αρχικό μήκος  $l_{bkt} = 300mm$ . Παρακάτω φαίνεται η μια αύξηση της πλευράς σε 320mm στο Rhino. Εμείς βέβαια κάθε φορά για ευκολία απλώς θα διαγράψουμε το κατάλληλο Part στο Ansys, που βρίσκεται η φλάντζα του μπρακέτου.



Εικόνα 108: Αύξηση του μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα και διάταξη τύπου 'Γ', Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)

Τελικά αφού τρέξουμε όλα τα μήκη πλευράς στο Ansys καταλήγουμε στον παρακάτω πίνακα:

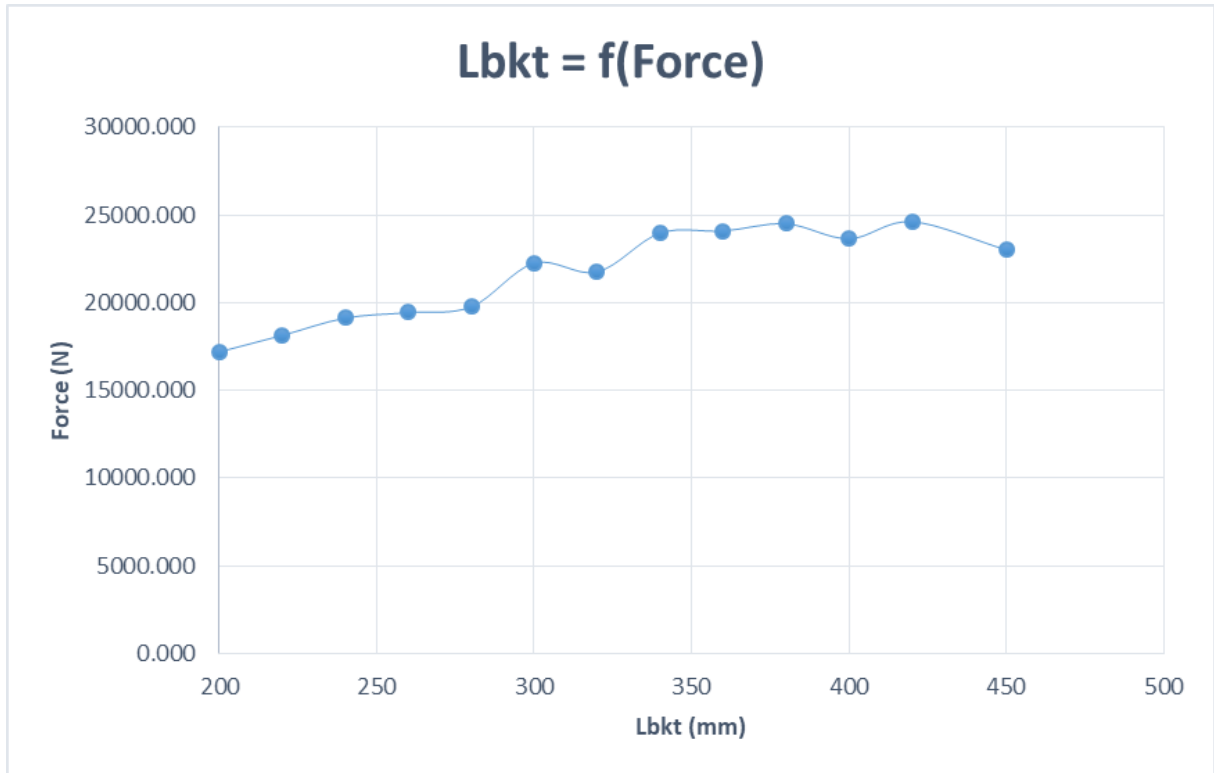
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm) | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|---------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)          | 22253.788          | 0                             |
| (320 x 320 x 20)          | 21751.874          | -2.255                        |
| (340 x 340 x 20)          | 23961.661          | 10.159                        |
| (360 x 360 x 20)          | 24083.627          | 0.509                         |
| (380 x 380 x 20)          | 24494.476          | 1.706                         |
| (400 x 400 x 20)          | 23642.644          | -3.478                        |
| (420 x 420 x 20)          | 24615.062          | 4.113                         |
| (450 x 450 x 20)          | 23009.889          | -6.521                        |
| (280 x 280 x 20)          | 19757.861          | -14.133                       |
| (260 x 260 x 20)          | 19434.337          | -1.637                        |
| (240 x 240 x 20)          | 19119.163          | -1.622                        |
| (220 x 220 x 20)          | 18135.515          | -5.145                        |
| (200 x 200 x 20)          | 17189.672          | -5.215                        |

Πίνακας 17: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου χωρίς φλάντζα, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για Γ' διάταξη.

Στον παραπάνω πίνακα όπως είπαμε μεταβάλλουμε ανά 20mm το πάχος της πλευράς και βρίσκουμε κάθε φορά την μέγιστη δύναμη που αντέχει η συγκεκριμένη κατασκευή χωρίς οι τάσεις να υπερβούν το όριο διαρροής του υλικού. Για επιπλέον κατανόηση παραθέτουμε παρακάτω τον πίνακα και το διάγραμμα μήκος πλευράς σε μπρακέτο χωρίς φλάντζα,  $l_{bkt}$  (mm) σε σχέση με την μέγιστη δύναμη (N) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη.

| Lbkt (mm) | Force(N)  |
|-----------|-----------|
| 200       | 17189.672 |
| 220       | 18135.515 |
| 240       | 19119.163 |
| 260       | 19434.337 |
| 280       | 19757.861 |
| 300       | 22253.788 |
| 320       | 21751.874 |
| 340       | 23961.661 |
| 360       | 24083.627 |
| 380       | 24494.476 |
| 400       | 23642.644 |
| 420       | 24615.062 |
| 450       | 23009.889 |

Πίνακας 18: Πίνακας μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για Γ' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.



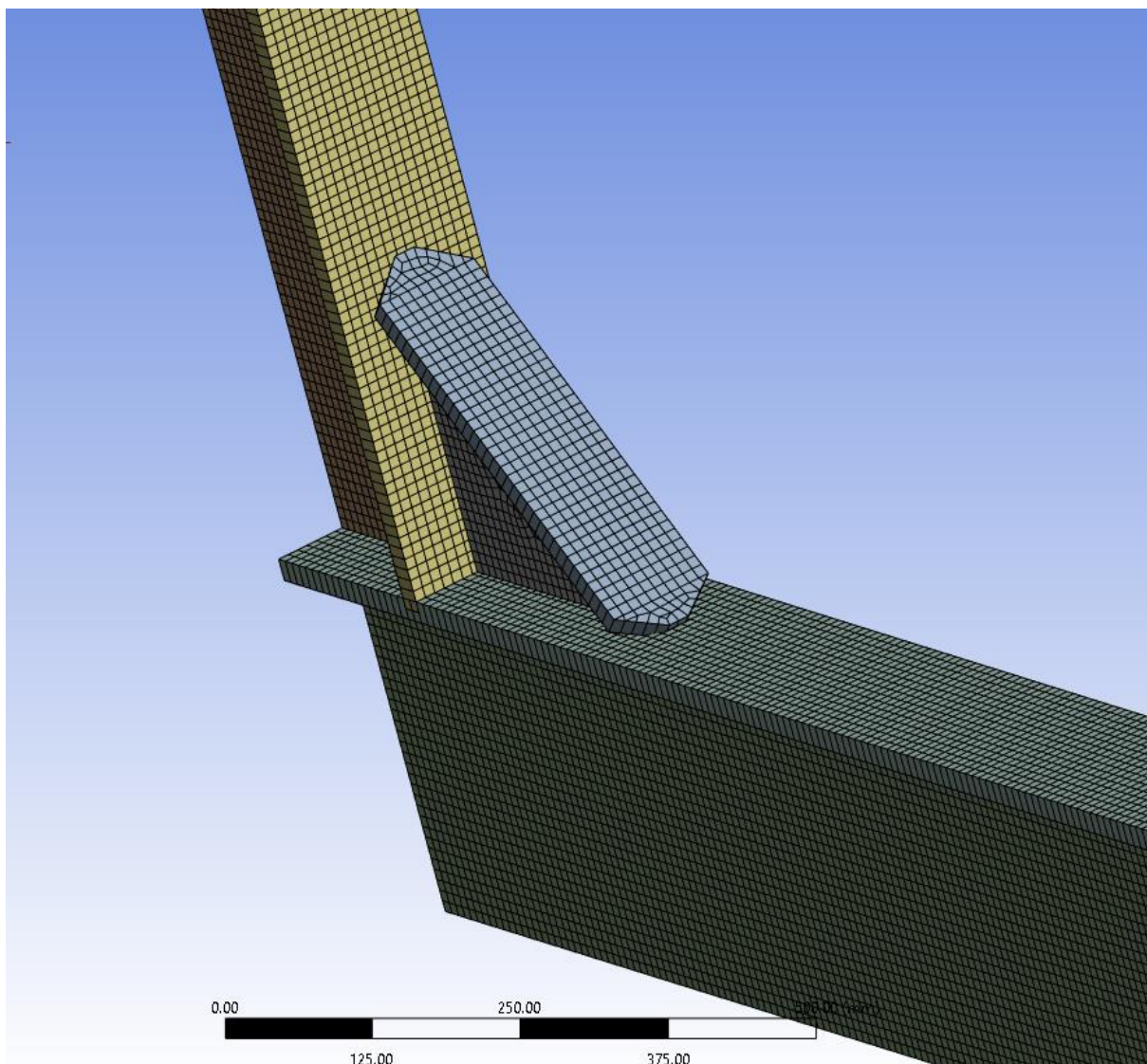
Εικόνα 109: Διάγραμμα μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για 'Γ' διάταξη και μπρακέτο χωρίς φλάντζα.

Όπως θα δούμε και στις συγκρίσεις παρακάτω παρουσιάζει ίδια συμπεριφορά με την διάταξη με ενισχυτικά τύπου 'Γ' αλλά με φλάντζα. Παρατηρείται δηλαδή η μείωση της μέγιστης δύναμης στα 320mm και έπειτα στα 400mm & 450mm.

## 5.5 Πύκνωση πλέγματος

### 5.5.1 Μεταβολή πάχους $t_b$ με πύκνωση πλέγματος σε διάταξη 'T' με φλάντζα.

Επειδή παρατηρούμε μια περίεργη συμπεριφορά στο κεφάλαιο 5.4.2, στην μέγιστη δύναμη σε σχέση με το μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  (αύξηση στα 300mm και έπειτα απότομη μείωση) επιλέγουμε να κάνουμε μια πύκνωση του πλέγματος και να βγάλουμε πάλι τα ίδια αποτελέσματα σε πίνακες, αλλά με λεπτότερο πλέγμα, δηλαδή από 20 mm να γίνει η διακριτοποίηση με 10mm στοιχείο. Η διακριτοποίηση όπως φαίνεται παρακάτω για μπρακέτο (300 x 300 x 20)-(100 x 20):

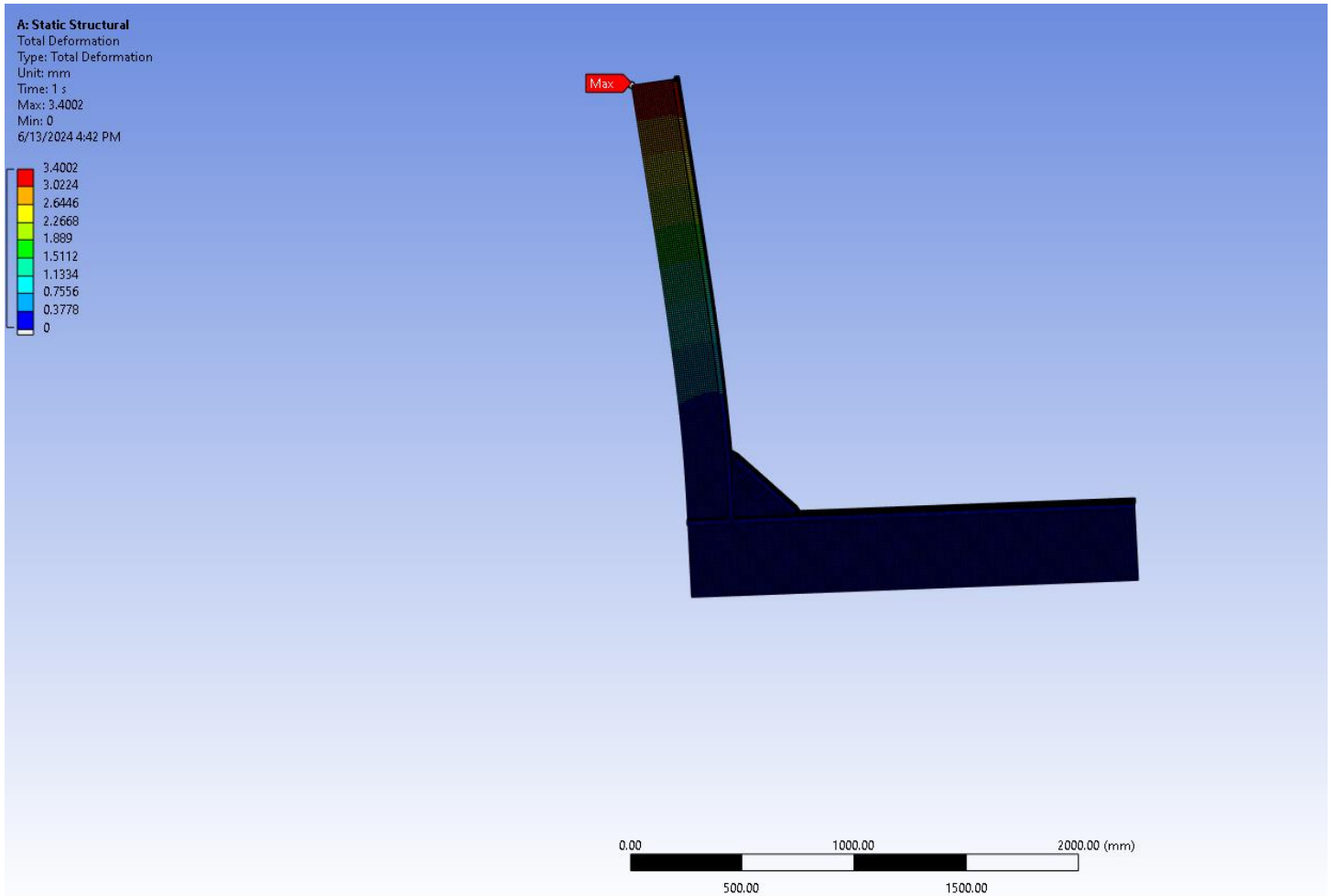


Εικόνα 110: Καινούργια διακριτοποίηση με στοιχεία 10mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Όπως παρατηρούμε εκεί όπου υπάρχει δύσκολη γεωμετρία και αλλαγή (κυρίως στην φλάντζα το πλέγμα προσεγγίζει ικανοποιητικά με απαραίτητου σχήματος στοιχεία



- Μετατοπίσεις (Deformations)

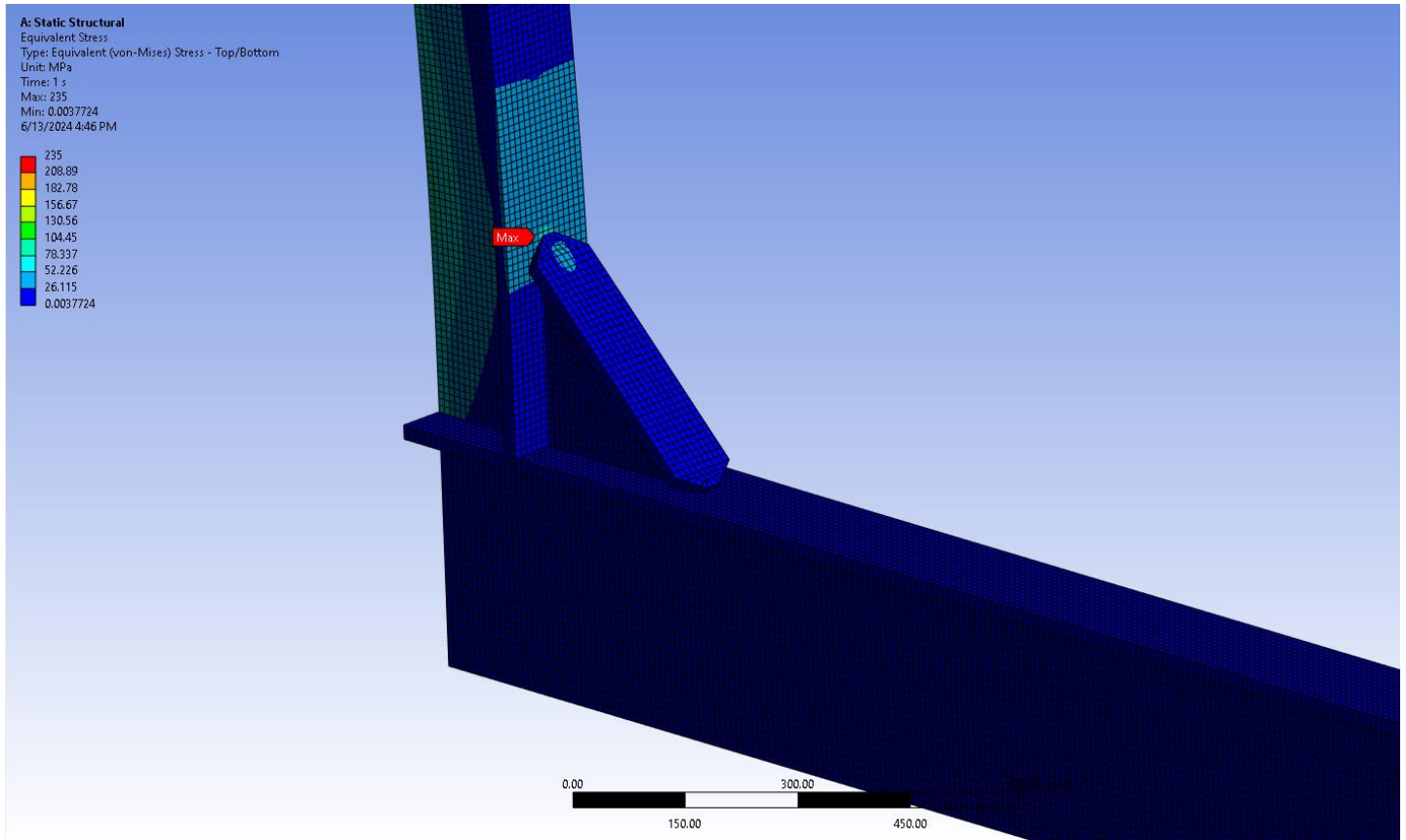


Εικόνα 111: Μετατοπίσεις της κατασκευής τύπου 'T' με πυκνότερο πλέγμα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η μέγιστη μετατόπιση είναι 3,4002mm, η οποία είναι μεγαλύτερη από την περίπτωση με πλέγμα 20mm που ήταν 5,5591mm.

- **Τάσεις (Von Mises)**

Οι τάσεις όπως είπαμε και παραπάνω είναι κατά *Von Mises* και το παρακάτω αποτέλεσμα είναι για δύναμη 20358.6589 N (κατ' απόλυτη τιμή).



Εικόνα 112: Τάσεις της κατασκευής τύπου 'T' με πυκνότερο πλέγμα, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Η δύναμη 20358.6589 N είναι πολύ μικρότερη από εκείνη που βγάλαμε με μέγεθος στοιχείου 20mm και είναι μια τιμή φυσιολογική πλέον όπως φάνηκε από τα αποτελέσματα στο κεφάλαιο 5.4.2. Άρα η πύκνωση είναι αποτελεσματική στην συγκεκριμένη περίπτωση.

Στην συνέχεια θα λύσουμε ανά 2mm όπως κάναμε και στην περίπτωση με μέγεθος στοιχείου 20mm και καταλήγουμε στους παρακάτω πίνακες και διάγραμμα όπως τα παρουσιάσαμε και παραπάνω.

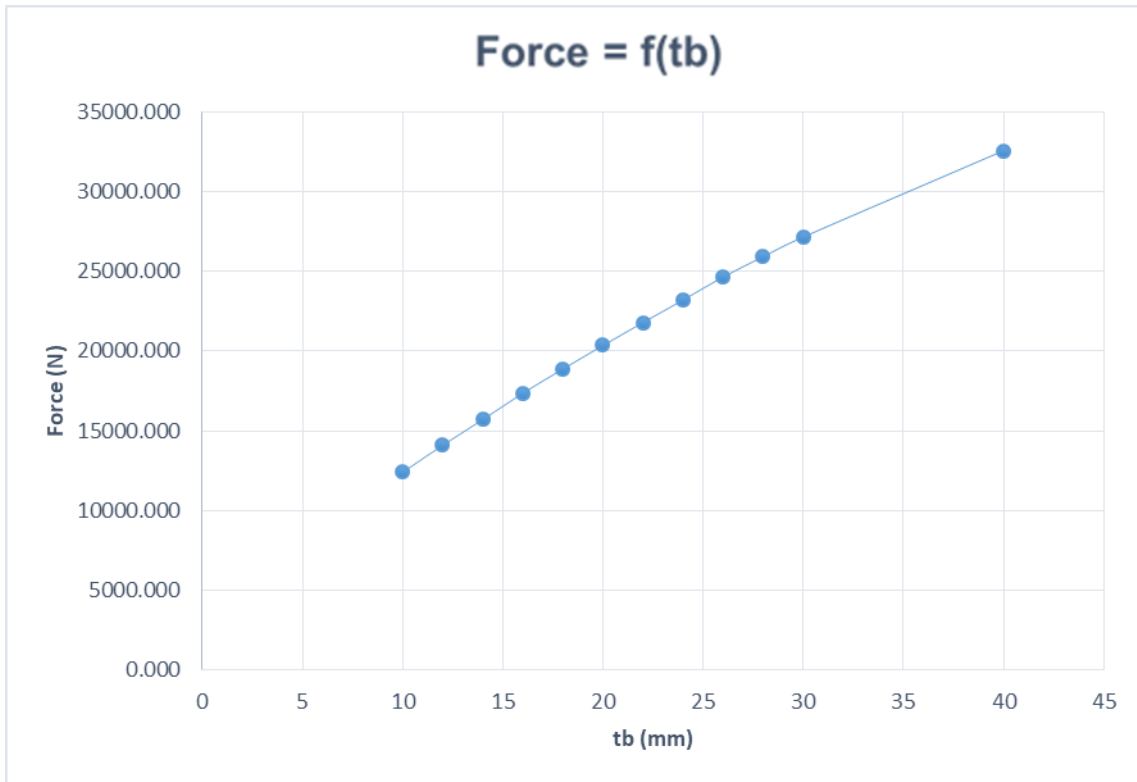
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)   | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)-(100 x 20) | 20358.659          | 0                             |
| (300 x 300 x 22)-(100 x 20) | 21798.272          | 7.071                         |
| (300 x 300 x 24)-(100 x 20) | 23208.911          | 14.000                        |
| (300 x 300 x 26)-(100 x 20) | 24654.660          | 21.102                        |
| (300 x 300 x 28)-(100 x 20) | 25924.836          | 27.341                        |
| (300 x 300 x 30)-(100 x 20) | 27159.275          | 33.404                        |
| (300 x 300 x 40)-(100 x 20) | 32569.528          | 59.979                        |
| (300 x 300 x 18)-(100 x 20) | 18882.580          | -7.250                        |
| (300 x 300 x 16)-(100 x 20) | 17363.249          | -14.713                       |
| (300 x 300 x 14)-(100 x 20) | 15714.509          | -22.812                       |
| (300 x 300 x 12)-(100 x 20) | 14099.718          | -30.743                       |
| (300 x 300 x 10)-(100 x 20) | 12400.619          | -39.089                       |

Πίνακας 19: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου με φλάντζα, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για πυκνότερο πλέγμα.

Για καλύτερη κατανόηση ο παρακάτω πίνακας με μέγιστη δύναμη σε σχέση με το πάχος μπρακέτο  $t_b$  για το πυκνότερο πλέγμα.

| $t_b$ (mm) | Force (N) |
|------------|-----------|
| 10         | 12400.619 |
| 12         | 14099.718 |
| 14         | 15714.509 |
| 16         | 17363.249 |
| 18         | 18882.580 |
| 20         | 20358.659 |
| 22         | 21798.272 |
| 24         | 23208.911 |
| 26         | 24654.660 |
| 28         | 25924.836 |
| 30         | 27159.275 |
| 40         | 32569.528 |

Πίνακας 20: Πίνακας πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για πυκνότερο πλέγμα και μπρακέτο με φλάντζα.



Εικόνα 113: Διάγραμμα πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για πυκνότερο πλέγμα και μπρακέτο με φλάντζα.

Όπως φαίνεται και παραπάνω η πύκνωση του πλέγματος και η διακριτοποίηση με στοιχεία 10mm οδήγησε σε μείωση της μέγιστης δύναμης που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή για τα διάφορα πάχη μπρακέτου σε σχέση με το αντίστοιχο μοντέλο με διακριτοποίηση 20mm.

### 5.5.2 Μεταβολή μήκους πλευράς $l_{bkt}$ με πυκνωση πλέγματος σε διάταξη 'T' με φλάντζα.

Η πυκνωση έγινε κυρίως για το συγκεκριμένο κομμάτι όπου παρατηρήθηκε η περίεργη συμπεριφορά της μέγιστης δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς και για 10 mm διακριτοποίηση οι νέοι πίνακες είναι οι εξής:

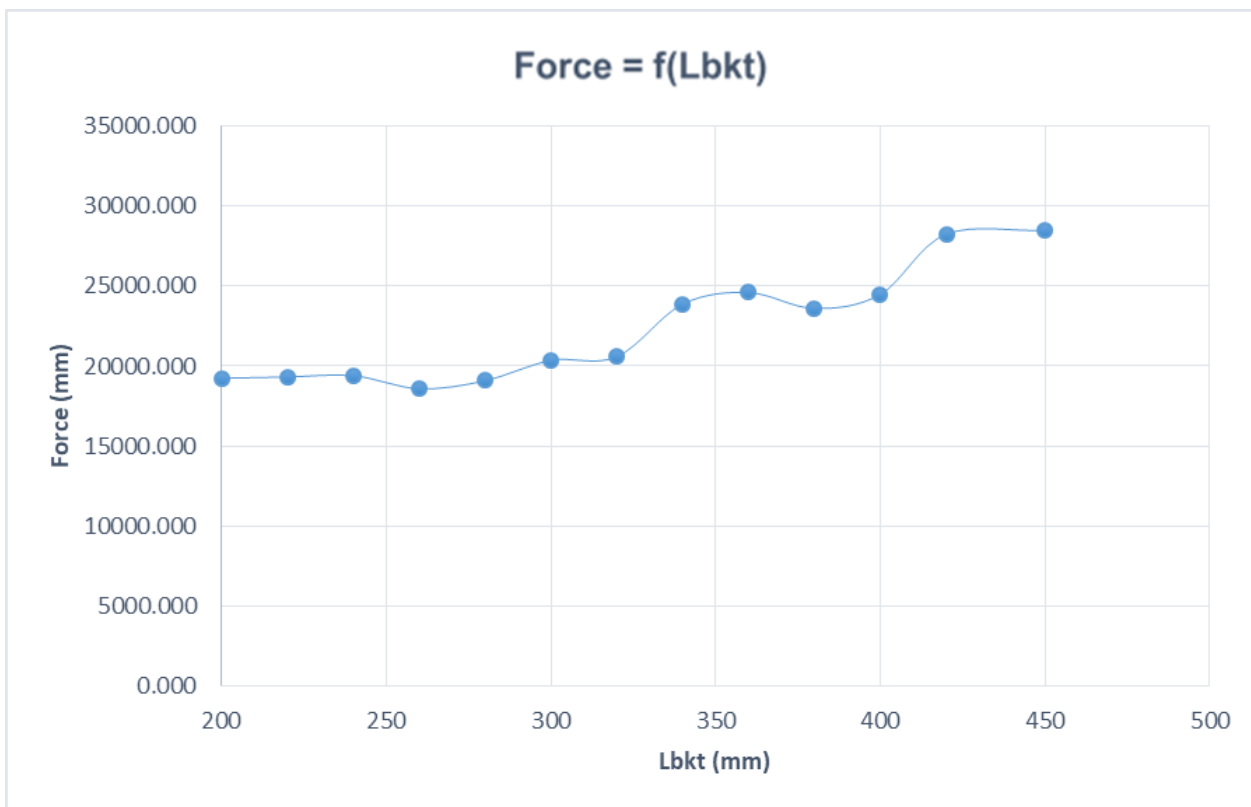
| Διαστάσεις Μπρακέτου (mm)   | Μέγιστη Δύναμη (N) | Ποσοστό μεταβολής Δύναμης (%) |
|-----------------------------|--------------------|-------------------------------|
| (300 x 300 x 20)-(100 x 20) | 20358.659          | 0                             |
| (320 x 320 x 20)-(100 x 20) | 20584.543          | 1.110                         |
| (340 x 340 x 20)-(100 x 20) | 23874.835          | 15.984                        |
| (360 x 360 x 20)-(100 x 20) | 24594.453          | 3.014                         |
| (380 x 380 x 20)-(100 x 20) | 23603.857          | -4.028                        |
| (400 x 400 x 20)-(100 x 20) | 24482.567          | 3.723                         |
| (420 x 420 x 20)-(100 x 20) | 28239.535          | 15.345                        |
| (450 x 450 x 20)-(100 x 20) | 28476.794          | 0.840                         |
| (280 x 280 x 20)-(100 x 20) | 19087.586          | -32.971                       |
| (260 x 260 x 20)-(100 x 20) | 18586.871          | -2.623                        |
| (240 x 240 x 20)-(100 x 20) | 19410.259          | 4.430                         |
| (220 x 220 x 20)-(100 x 20) | 19326.831          | -0.430                        |
| (200 x 200 x 20)-(100 x 20) | 19250.198          | -0.397                        |

Πίνακας 21: Πίνακας με διαστάσεις μπρακέτου με φλάντζα, μέγιστη δύναμη και ποσοστό μεταβολής δύναμης, για πυκνότερο πλέγμα.

Για καλύτερη κατανόηση ο παρακάτω πίνακας με μέγιστη δύναμη σε σχέση με το μήκος πλευράς για το πυκνότερο πλέγμα.

| Lbkt (mm) | Force(N)  |
|-----------|-----------|
| 200       | 19250.198 |
| 220       | 19326.831 |
| 240       | 19410.259 |
| 260       | 18586.871 |
| 280       | 19087.586 |
| 300       | 20358.659 |
| 320       | 20584.543 |
| 340       | 23874.835 |
| 360       | 24594.453 |
| 380       | 23603.857 |
| 400       | 24482.567 |
| 420       | 28239.535 |
| 450       | 28476.794 |

Πίνακας 22: Πίνακας μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη (N), για πυκνότερο πλέγμα και μπρακέτο με φλάντζα.



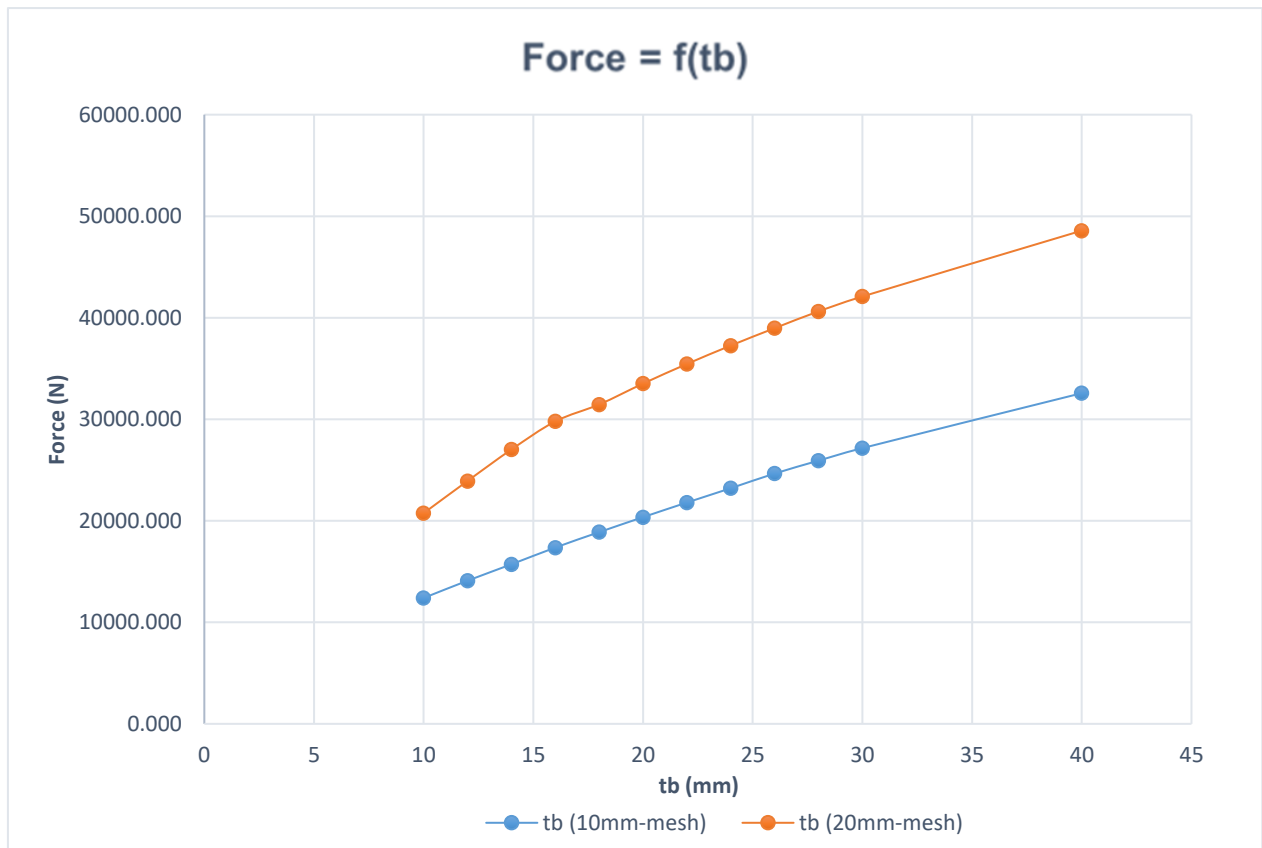
Εικόνα 114: Διάγραμμα μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για πυκνότερο πλέγμα και μπρακέτο με φλάντζα.

Από το παραπάνω διάγραμμα συμπεραίνουμε ότι αν κάνουμε την διακριτοποίηση με πυκνότερο πλέγμα και συγκεκριμένα με μέγεθος στοιχείου 10mm τότε παρατηρείται μια πιο ομαλή συμπεριφορά ιδιαίτερα στην τιμή 300mm μήκους πλευράς, ενώ όσο αυξάνεται και το μήκος, παρατηρείται και σε αρκετές τιμές αύξηση και της δύναμης (υπάρχουν κάποιες μικρές μειώσεις). Επίσης η πύκνωση του πλέγματος επιφέρει μεγαλύτερες τάσεις έστω και τοπικά, για αυτό μικραίνει και η δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή. Αυτό συμβαίνει γιατί τα μικρότερα στοιχεία προσεγγίζουν καλύτερα την γεωμετρία.

## 5.6 Συγκριτικά διαγράμματα

### 5.6.1 Συγκριτικά διαγράμματα με την πύκνωση πλέγματος

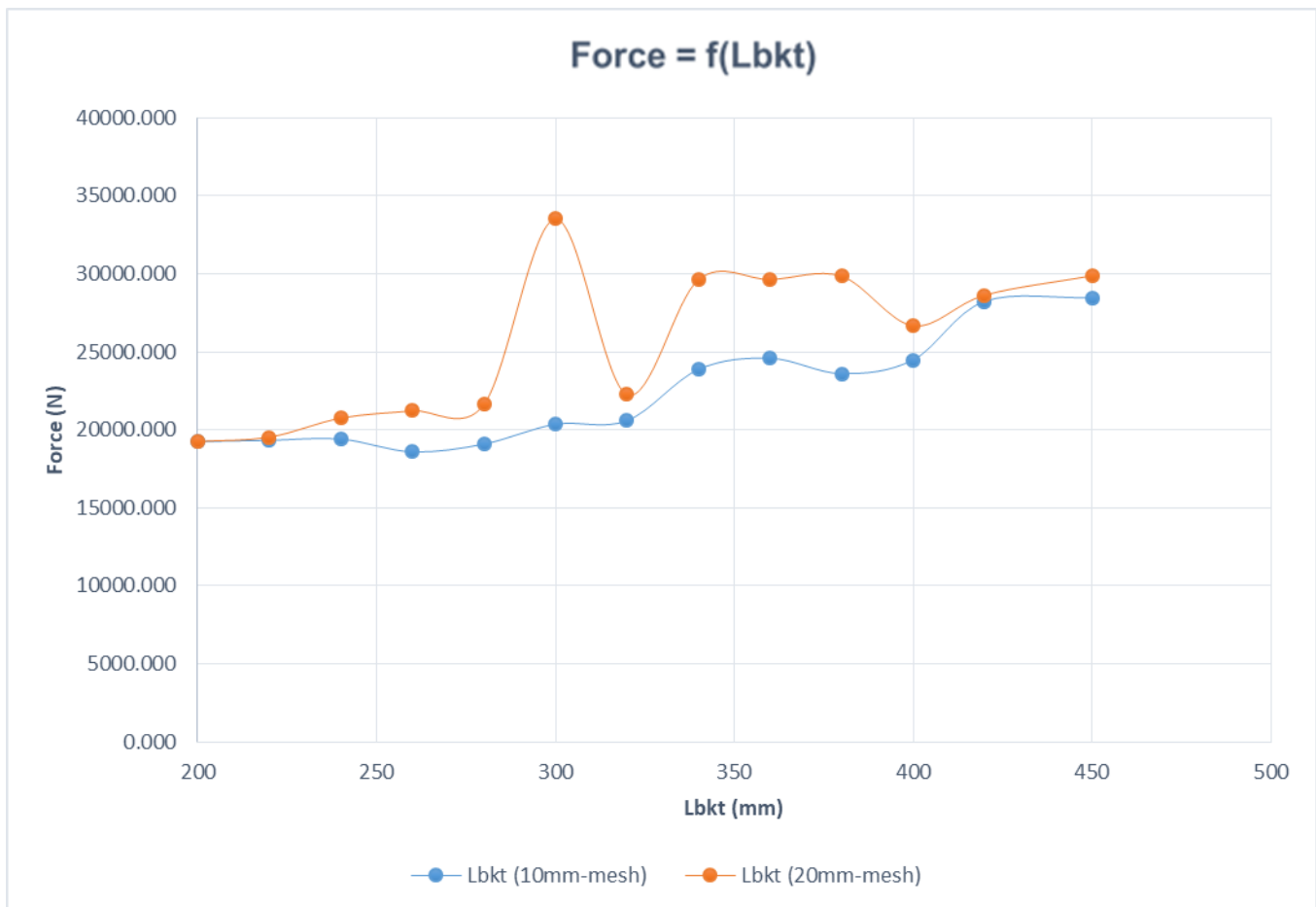
- Για πάχος μπρακέτου  $t_b$  στη διάταξη τύπου 'T' με φλάντζα



Εικόνα 115: Διάγραμμα πάχους  $t_b$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη ( $N$ ), για δυο μεγέθη πλέγματος και μπρακέτο με φλάντζα.

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι η διακριτοποίηση με μέγεθος στοιχείου 10mm δίνει μικρότερες δυνάμεις (άρα και καμπτικές ροπές) στην κατασκευή. Προφανώς τα μικρότερα στοιχεία προσεγγίζουν καλύτερα την γεωμετρία και ειδικά στα σημεία κοντά στις ενώσεις του κορμού με την φλάντζα του μπρακέτου άρα κρατάμε αυτές τις τιμές ως τελικές για την μέγιστη δύναμη.

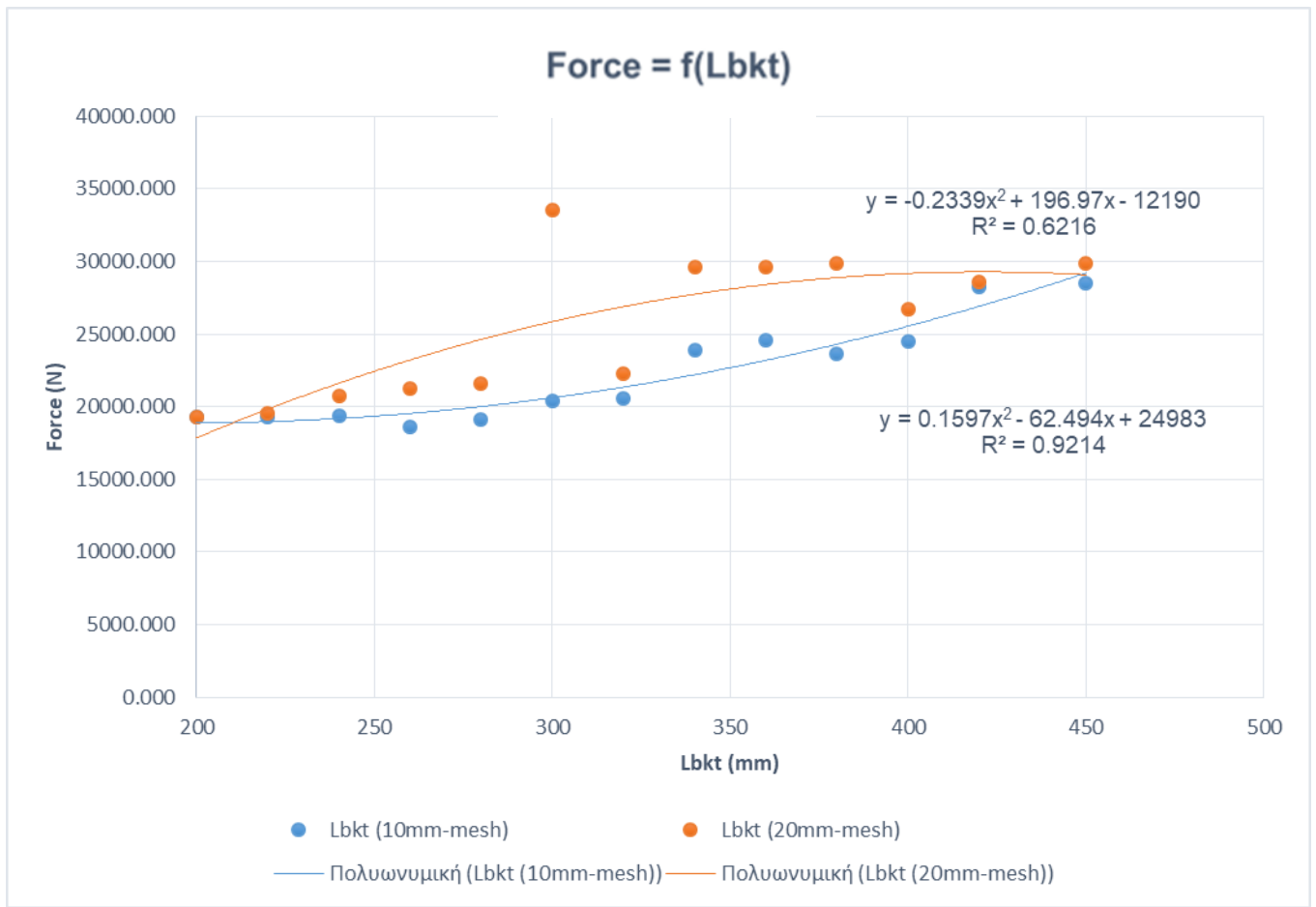
- Για μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  στη διάταξη τύπου ‘T’ με φλάντζα



Εικόνα 116: Διάγραμμα μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για δυο μεγέθη πλέγματος και μπρακέτο με φλάντζα.

Από το παραπάνω διάγραμμα προκύπτει πάλι ότι η μέγιστη δύναμη είναι μικρότερη για διακριτοποίηση με μέγεθος στοιχείου 10mm, ενώ παρουσιάζει όπως είπαμε και πιο ομαλή συμπεριφορά, χωρίς τις αυξομειώσεις που κάνει η αντίστοιχη διάταξη για μέγεθος στοιχείου 20mm. Εκεί που φαίνεται και η μεγαλύτερη διαφορά είναι στο μήκος πλευράς 300mm όπου έχουμε απότομη αύξηση χωρίς να εξηγείται κάπου. Επίσης εφόσον παρατηρείται η αυξομείωση αυτή θα ήταν ιδιαίτερα χρήσιμο να δούμε και την γραμμή τάσης που προσεγγίζει τα σημεία της γραφική και να δούμε την συμπεριφορά της διάταξης. Η γραμμή τάσης θα είναι πολυωνμική 2<sup>ης</sup> τάξης όπως φαίνεται παρακάτω:



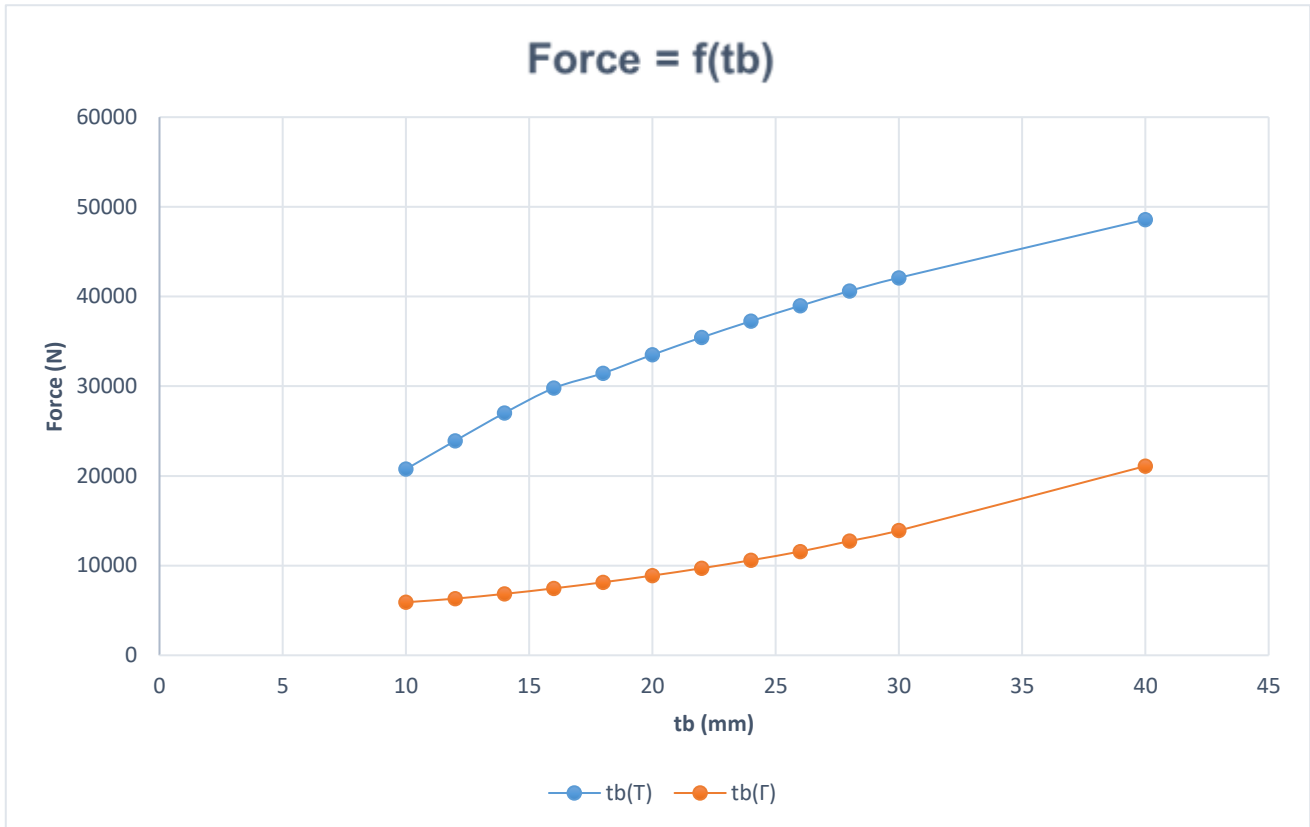


Εικόνα 117: Διάγραμμα γραμμών τάσης μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε σχέση με μέγιστη δύναμη που δέχεται η διάταξη (N), για δυο μεγέθη πλέγματος και μπρακέτο με φλάντζα.

Παρατηρείται ότι με πλέγμα 20mm έχουμε μια μικρή σταθερότητα στην μέγιστη δύναμη για μήκη πλευράς μεγαλύτερα από 380mm πράγμα που δεν έπρεπε να συμβαίνει. Αρα συμπεραίνουμε ότι και εδώ που η γραφική δεν περνάει από τα σημεία, η καλύτερη συμπεριφορά (αυξητική) είναι αυτή για πλέγμα 10mm. Αυτό μπορούμε να το δούμε τόσο από τα σημεία τα οποία δεν έχουν τόσο μεγάλη απόκλιση καθώς και από το  $R^2$  το οποίο στην διακριτοποίηση με μέγεθος 10mm, έχει τιμή 0,9214 δηλαδή κοντά στην μονάδα που θα ήταν το ιδανικό.

### 5.6.2 Συγκριτικά διαγράμματα με το πάχος μπρακέτου $t_b$

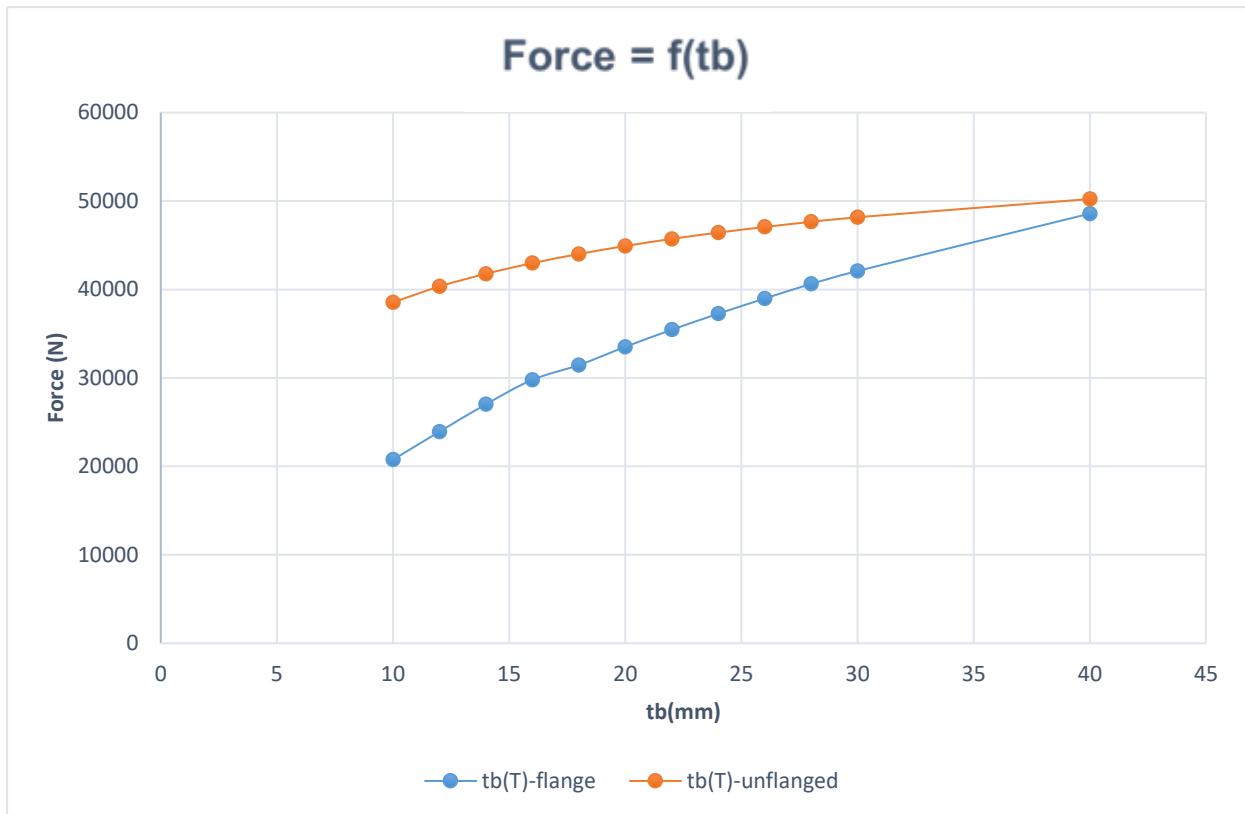
- Δύναμη με αλλαγή πάχους  $t_b$  σε διάταξη τύπου 'T' σε σχέση με διάταξη τύπου 'Γ'



Εικόνα 118: Διάγραμμα μέγιστης δύναμης σε σχέση με το πάχος μπρακέτου, για δύο διατάξεις 'T' & 'Γ' με φλάντζα

Όπως προκύπτει η διάταξη της οποίας τα ενισχυτικά έχουν σχήμα 'Γ', μπορεί να δεχθεί αρκετά μικρότερη δύναμη άρα και καμπτική ροπή σε σχέση με την αντίστοιχη διάταξη της οποίας τα ενισχυτικά έχουν σχήμα 'T'. Αυτό έχει να κάνει κυρίως με τους κορμούς αλλά και την αλλαγή του μπρακέτου το οποίο πρέπει να είναι στην ίδια ευθεία με τους κορμούς των ενισχυτικών αλλά πλέον βρίσκεται στην άκρη της φλάντζας και δεν στηρίζεται το ίδιο κυρίως το κάθετο ενισχυτικό.

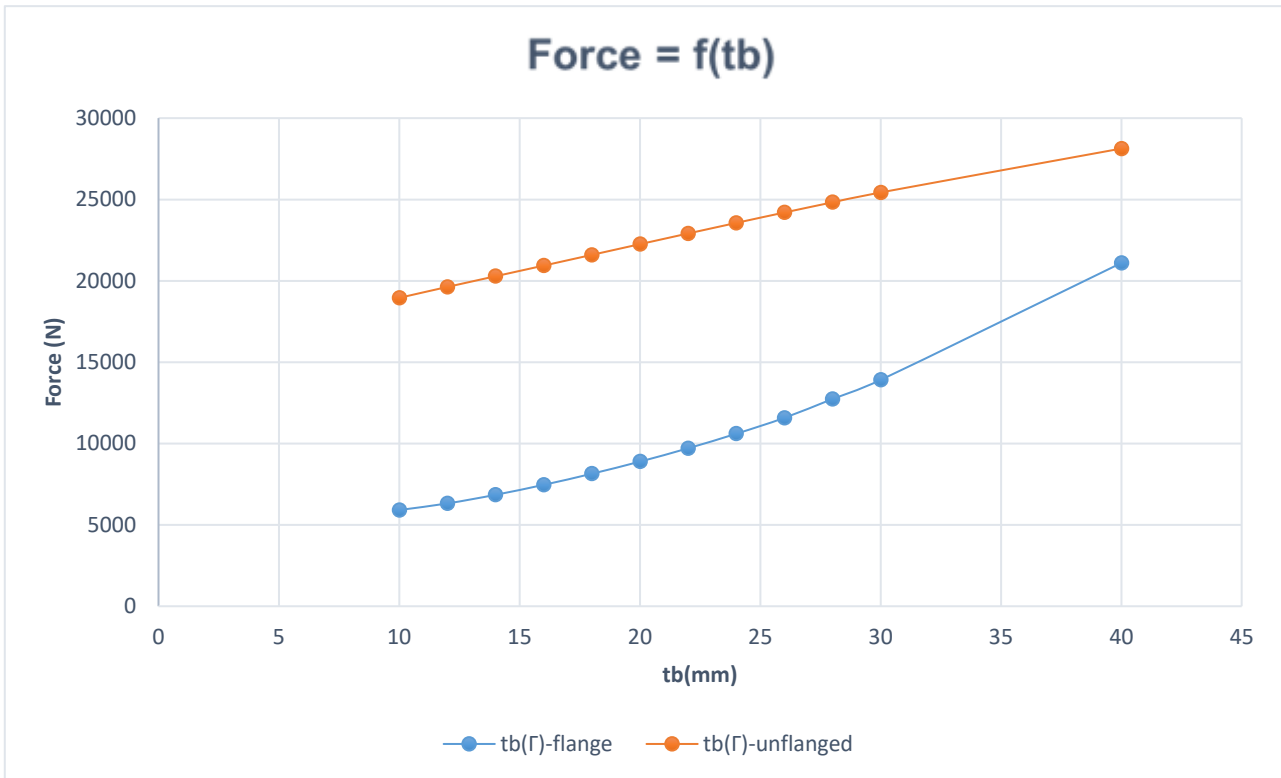
- Δύναμη με αλλαγή πάχους  $t_b$  σε διάταξη τύπου ‘T’ με φλάντζα και χωρίς.



Εικόνα 119: Διάγραμμα μέγιστης δύναμης σε σχέση με το πάχος μπρακέτου, για δύο διατάξεις ‘T’ με φλάντζα και χωρίς

Οι δύο παραπάνω διατάξεις διαφέρουν ως προς την ύπαρξη της φλάντζας η οποία σε ορισμένες εφαρμογές λειτουργεί θετικά και αυξάνει της ροπές που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή. Στη συγκεκριμένη περίπτωση βέβαια η χρήση φλάντζας τουλάχιστον με την γεωμετρία που της δώσαμε δε λειτουργεί θετικά καθώς οι δυνάμεις που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή μειώνονται.

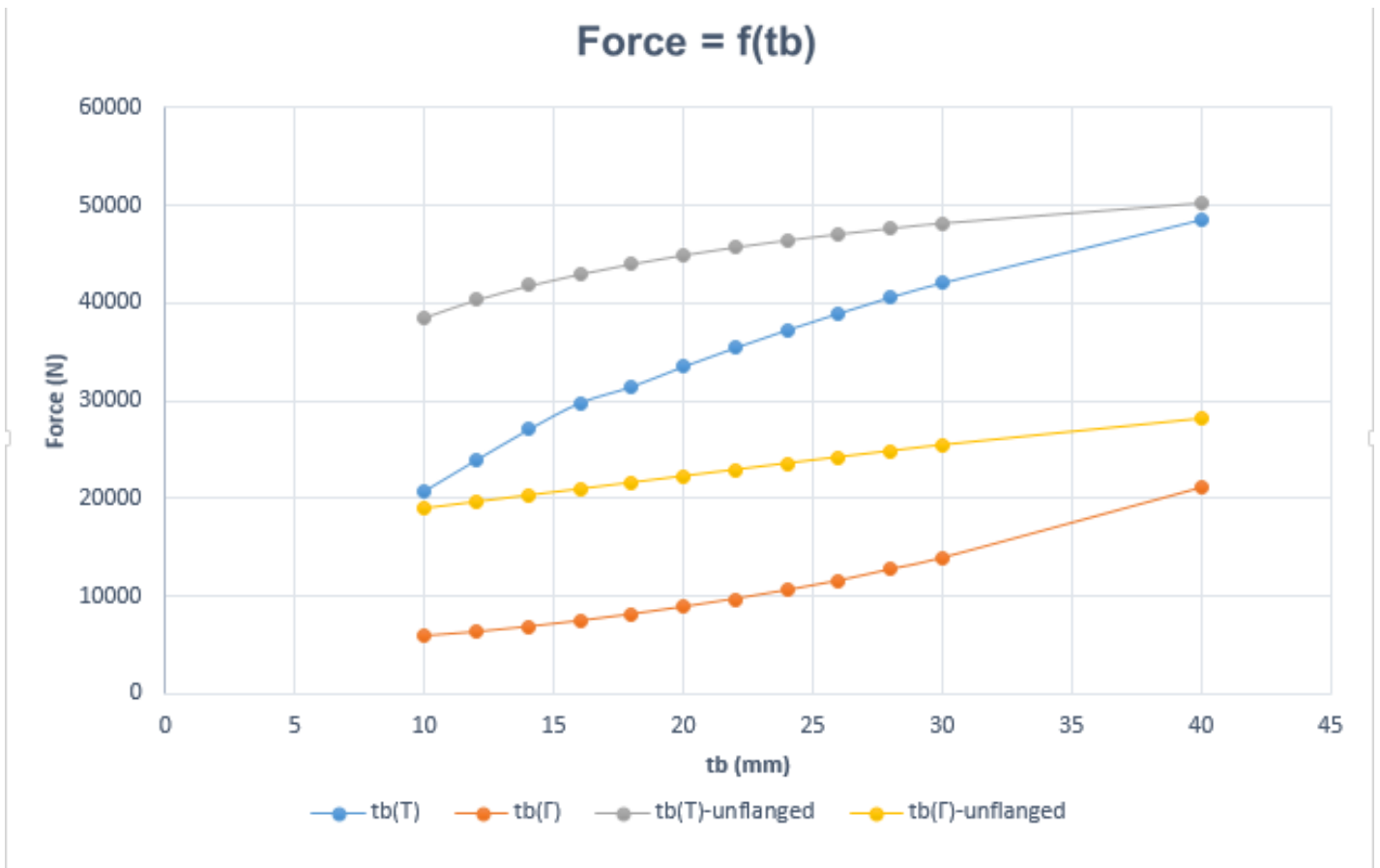
- Δύναμη με αλλαγή πάχους  $t_b$  σε διάταξη τύπου ‘Γ’ με φλάντζα και χωρίς.



Εικόνα 120: : Διάγραμμα μέγιστης δύναμης σε σχέση με το πάχος μπρακέτου, για δύο διατάξεις ‘Γ’ με φλάντζα και χωρίς

Όπως και στην διάταξη με ενισχυτικά σχήματος ‘T’ έτσι και εδώ η παρουσία της φλάντζας υποβαθμίζει το ποσό της μέγιστης δύναμης που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή συνεπώς η καλύτερη επιλογή είναι αυτή χωρίς φλάντζα.

- Δύναμη σε σχέση με πάχος  $t_b$  σε όλες τις διατάξεις.

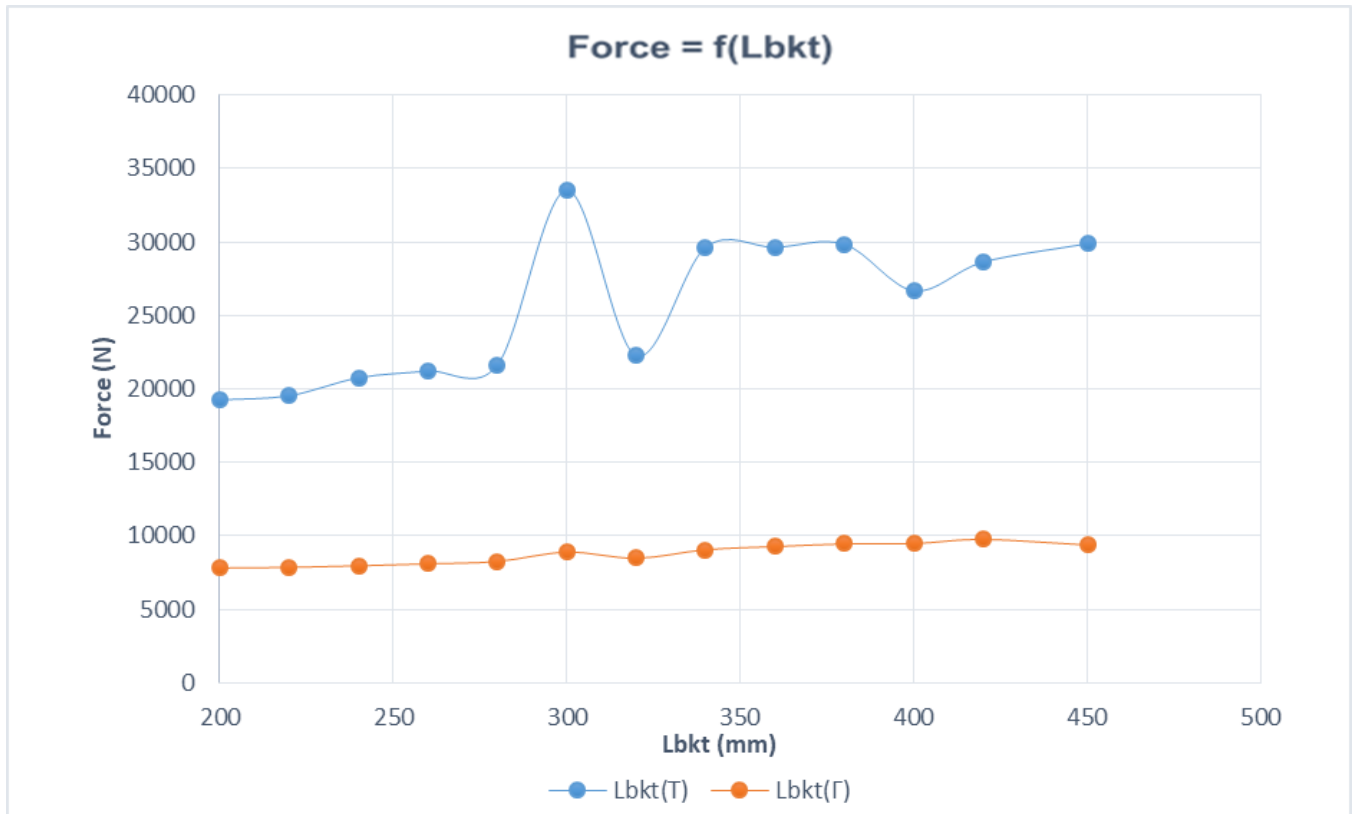


Εικόνα 121: Μέγιστη δύναμη σε σχέση με πάχος  $t_b$  για όλες τις διατάξεις.

Το παραπάνω διάγραμμα κάνει σύγκριση ανάμεσα σε όλες τις περιπτώσεις όπου αλλάζοντας το πάχος αλλάζει και η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή. Το κοινό στοιχείο που παρουσιάζουν όλες οι διατάξεις στην διαδικασία βελτιστοποίησης είναι ότι όσο αυξάνεται το πάχος του μπρακέτου αυξάνεται και η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή. Η καλύτερη από τις 4 περιπτώσεις βέβαια (ολες για διακριτοποίηση 20mm) είναι αυτή της διάταξης με ενισχυτικά τύπου 'T' χωρίς φλάντζα.

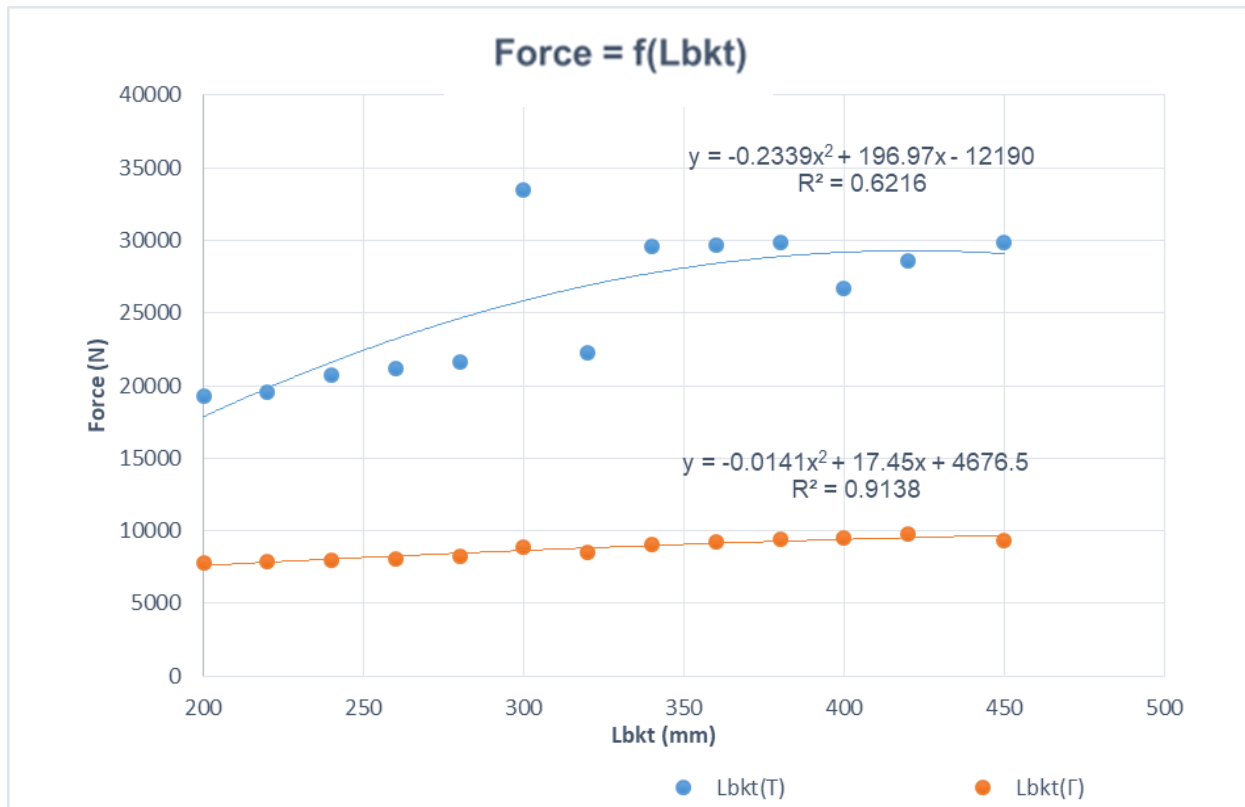
### 5.6.3 Συγκριτικά διαγράμματα με το μήκος πλευράς $l_{bkt}$

- Δύναμη με αλλαγή μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε διάταξη τύπου ‘Τ’ σε σχέση με διάταξη τύπου ‘Γ’



Εικόνα 122: Διάγραμμα μέγιστης δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς, για δύο διατάξεις ‘Τ’ & ‘Γ’ με φλάντζα

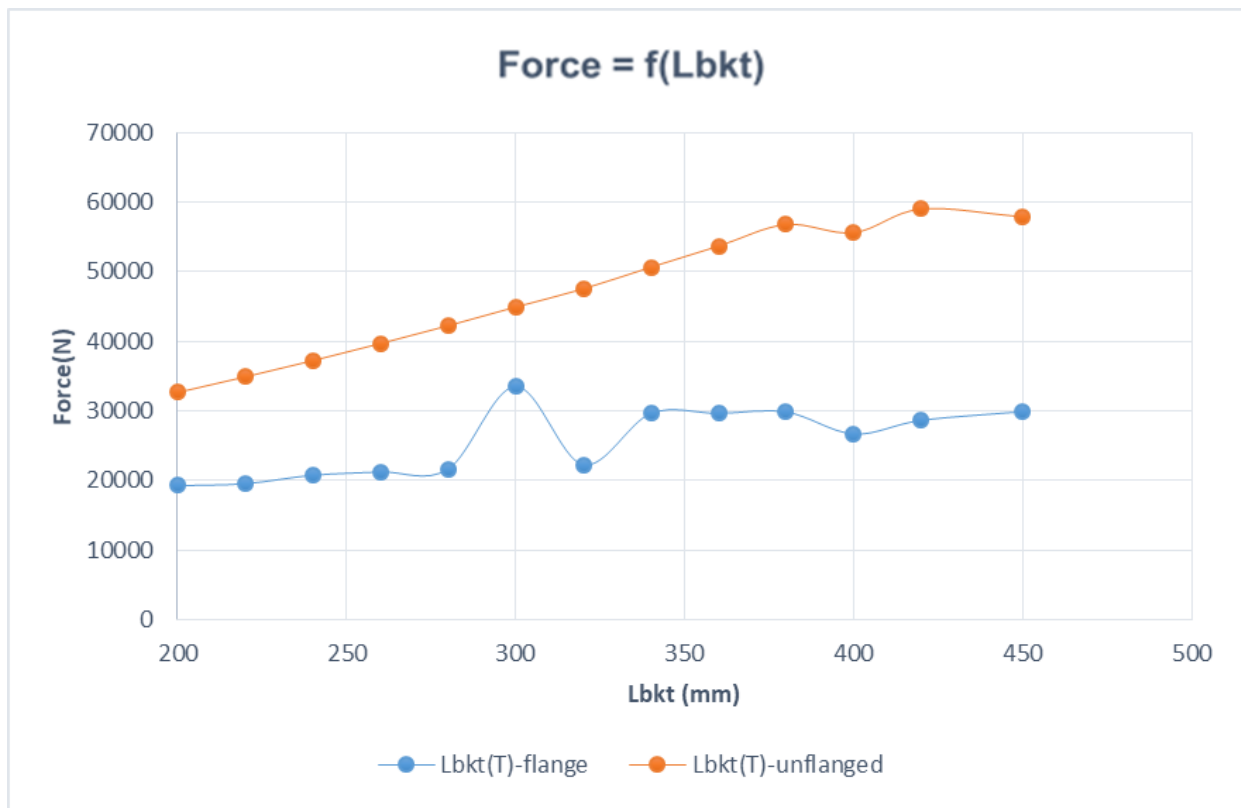
Όπως προκύπτει η διάταξη της οποίας τα ενισχυτικά έχουν σχήμα ‘Γ’, μπορεί να δεχθεί αρκετά μικρότερη δύναμη άρα και καμπτική ροπή σε σχέση με την αντίστοιχη διάταξη της οποίας τα ενισχυτικά έχουν σχήμα ‘Τ’. Εδώ κρατάμε μόνο τις τιμές καθώς όπως είπαμε αν εφαρμόσουμε πυκνότερη διακριτοποίηση υπάρχει πιο ομαλή συμπεριφορά. Άρα τελικά καλύτερη είναι η διάταξη της οποίας τα ενισχυτικά έχουν σχήμα ‘Τ’. Επιπλέον όπως στο κάναμε στο πυκνότερο πλέγμα με τις γραμμές τάσης έτσι και εδώ παρακάτω ακολουθεί όμοιο διάγραμμα που παρουσιάζει καλύτερα την συμπεριφορά.



Εικόνα 123: Διάγραμμα γραμμών τάσης μέγιστης δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς, για δύο διατάξεις 'T' & 'Γ' με φλάντζα

Συμπεραίνουμε ότι και εδώ που η γραφική δεν περνάει από τα σημεία, η καλύτερη συμπεριφορά (αυξητική) είναι αυτή για 'Γ' διάταξη καθώς στην 'T' παρατηρείται η σταθερότητα σε κάποιες τιμές. Όμως αν μιλάμε για την τιμή της μέγιστης δύναμης φυσικά η καλύτερη είναι αυτή με τα ενισχυτικά σχήματος 'T' λόγω μεγαλύτερων τιμών.

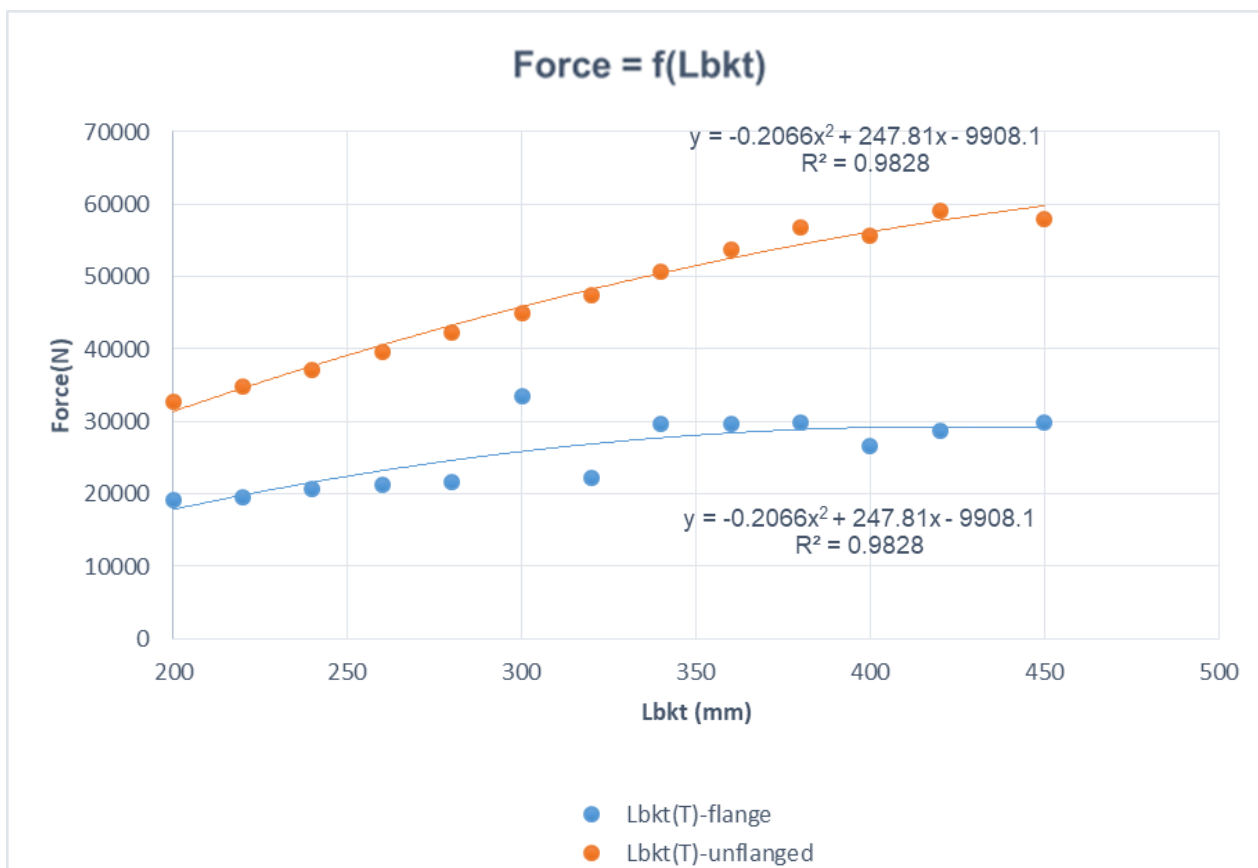
- Δύναμη με αλλαγή μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε διάταξη τύπου 'T' με φλάντζα και χωρίς.



Εικόνα 124: Διάγραμμα μέγιστης δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς, για δύο διατάξεις 'T' με φλάντζα και χωρίς

Οι δύο παραπάνω διατάξεις διαφέρουν ως προς την ύπαρξη της φλάντζας η οποία σε ορισμένες εφαρμογές λειτουργεί θετικά και αυξάνει της ροπές που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή. Στη συγκεκριμένη περίπτωση βέβαια η χρήση φλάντζας τουλάχιστον με την γεωμετρία που της δώσαμε δε λειτουργεί θετικά καθώς οι δυνάμεις που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή μειώνονται. Επιπροσθέτως παρατηρείται μια μείωση και στις δύο περιπτώσεις στην γεωμετρία με μήκος πλευράς 400mm. Παρακάτω και το διάγραμμα με τις γραμμές τάσης.

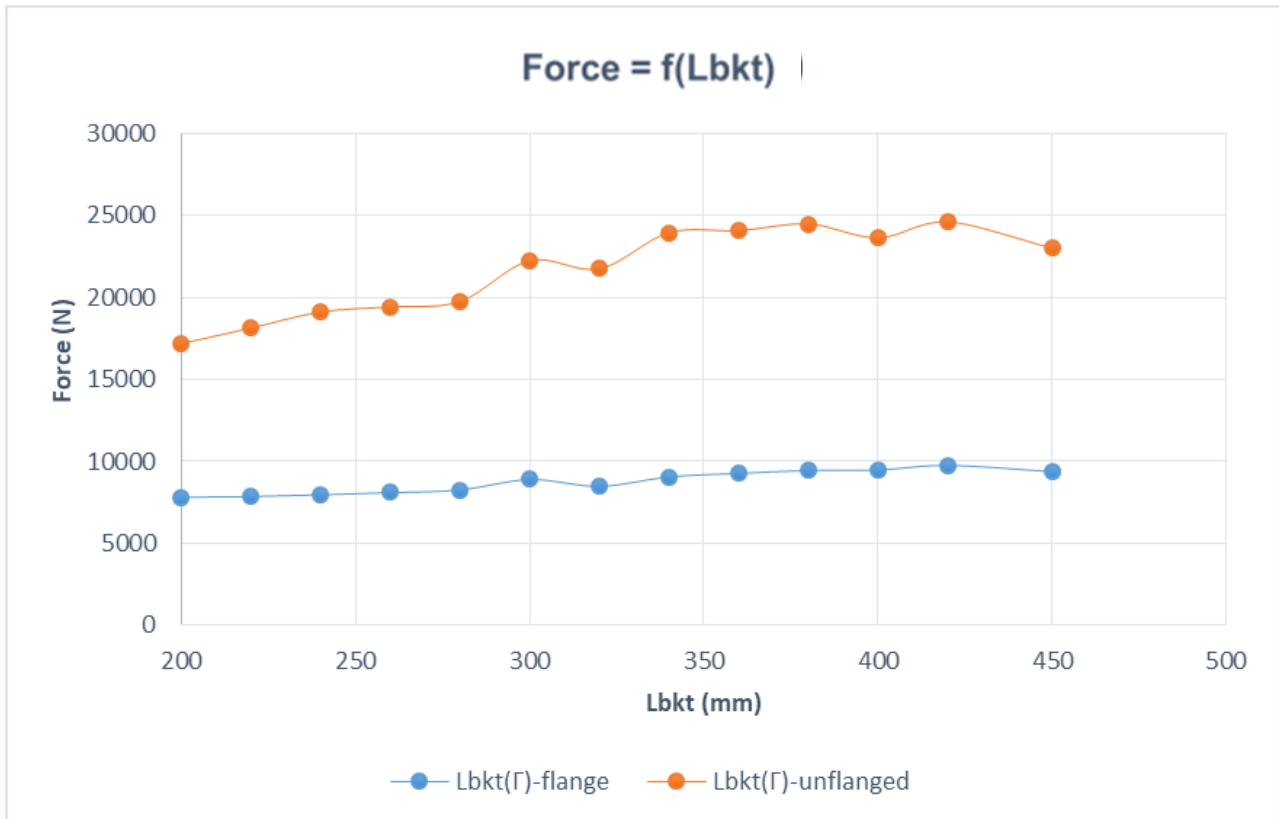




Εικόνα 124: Διάγραμμα γραμμών τάσης μέγιστης δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς, για δύο διατάξεις 'T' με φλάντζα και χωρίς

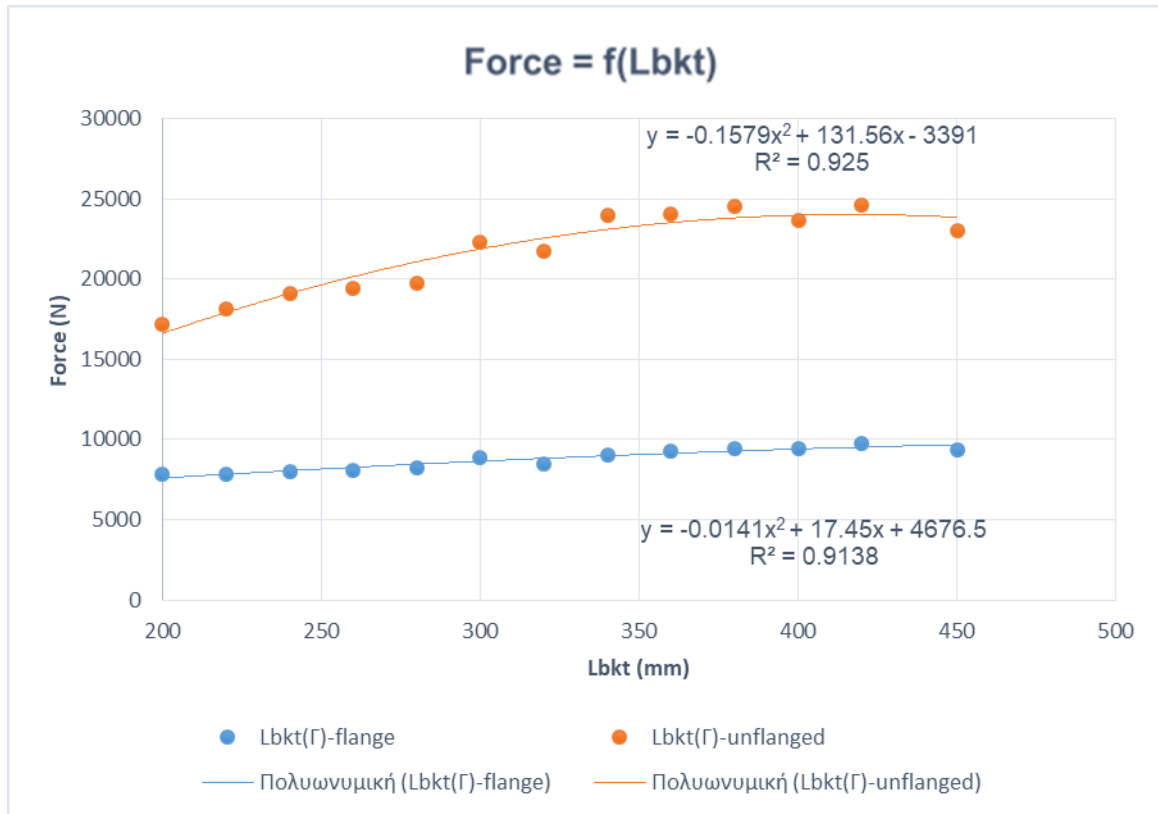
Εδώ τόσο με φλάντζα όσο και χωρίς παρατηρούμε την ίδια αυξητική συμπεριφορά αλλά τελικά μας ενδιαφέρει η μέγιστη δύναμη οπότε κοιτάμε υπό προϋποθέσεις την διάταξη χωρίς φλάντζα.

- Δύναμη με αλλαγή μήκους πλευράς  $l_{bkt}$  σε διάταξη τύπου ‘Γ’ με φλάντζα και χωρίς.



Εικόνα 125: : Διάγραμμα μέγιστης δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς, για δύο διατάξεις ‘Γ’ με φλάντζα και χωρίς

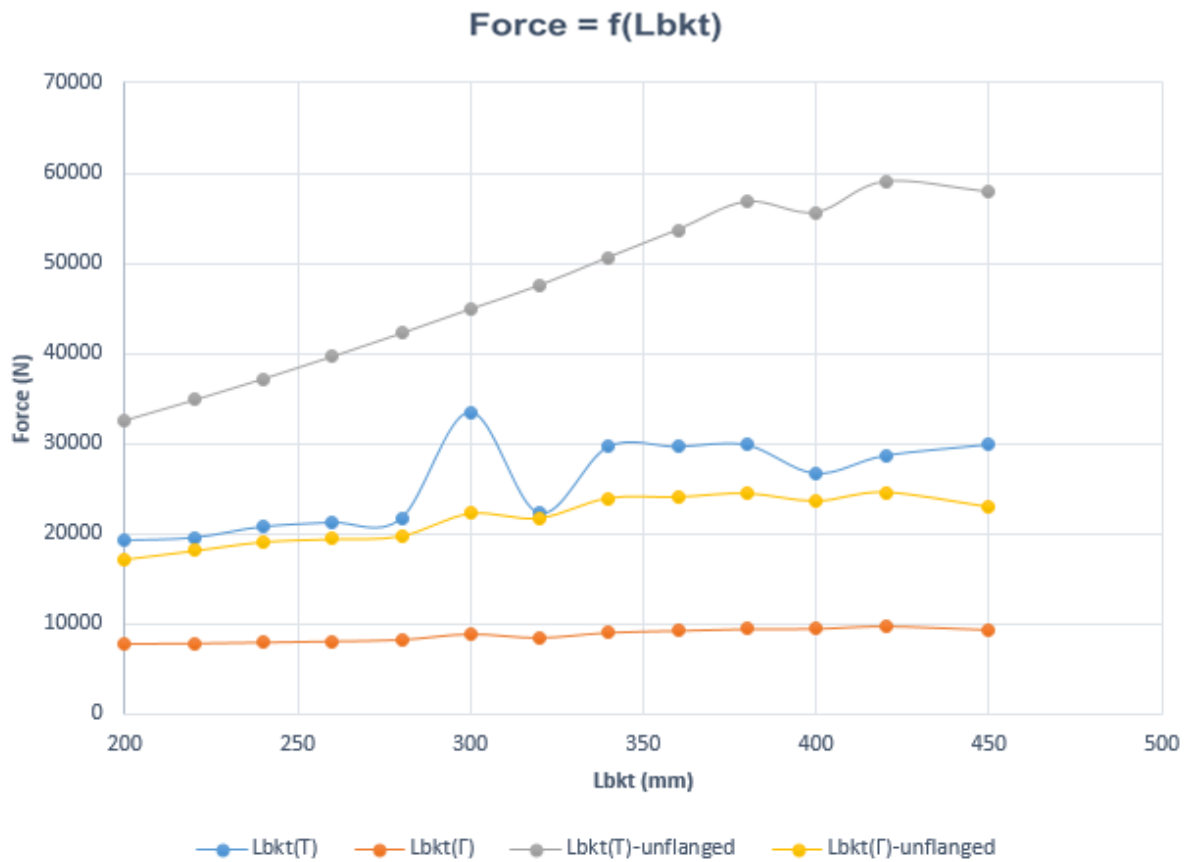
Όπως και στην διάταξη με ενισχυτικά σχήματος ‘Τ’ έτσι και εδώ η παρουσία της φλάντζας υποβαθμίζει το ποσό της μέγιστης δύναμης που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή συνεπώς η καλύτερη επιλογή είναι αυτή χωρίς φλάντζα. Επιπλέον παρατηρούνται και διάφορες αυξομειώσεις ειδικά στη διάταξη χωρίς φλάντζα. Παρακάτω και η γραφική με γραμμές τάσης.



Εικόνα 126: : Διάγραμμα γραμμών τάσης μέγιστης δύναμης σε σχέση με το μήκος πλευράς, για δύο διατάξεις 'Γ' με φλάντζα και χωρίς

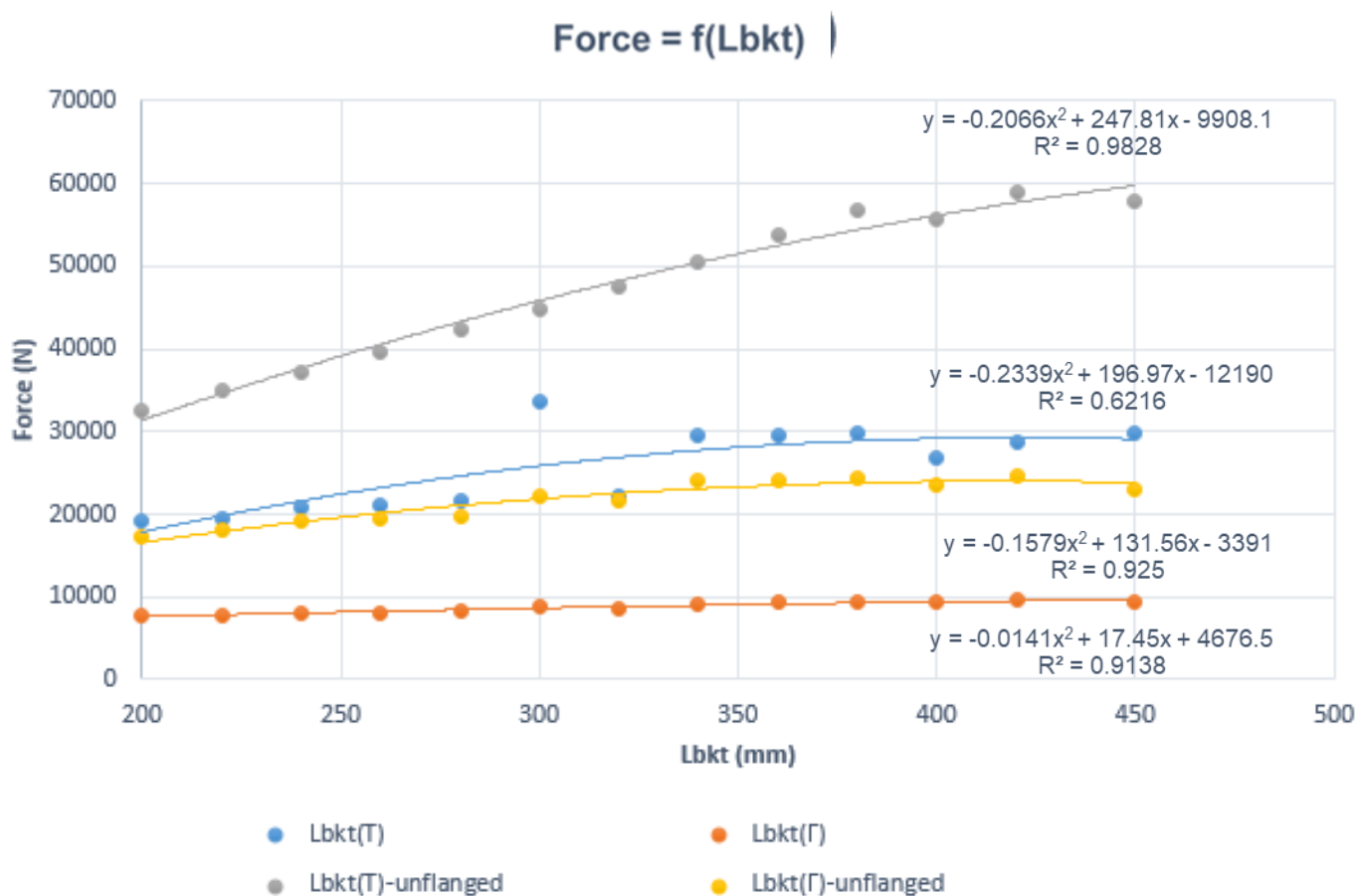
Εδώ για διάταξη 'Γ' τόσο με φλάντζα όσο και χωρίς παρατηρούμε την ίδια αυξητική συμπεριφορά αλλά τελικά μας ενδιαφέρει η μέγιστη δύναμη οπότε κοιτάμε υπό προϋποθέσεις την διάταξη χωρίς φλάντζα.

- Δύναμη σε σχέση με μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  σε όλες τις διατάξεις.



Εικόνα 127: Μέγιστη δύναμη σε σχέση με μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  για όλες τις διατάξεις.

Το παραπάνω διάγραμμα κάνει σύγκριση ανάμεσα σε όλες τις περιπτώσεις όπου αλλάζοντας το μήκος πλευράς αλλάζει και η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή. Εδώ δεν ισχύει ότι αυξάνοντας το μήκος πλευράς, αυξάνεται και η μέγιστη δύναμη αλλά παρατηρούνται κάποιες αυξομειώσεις αναλόγως το μήκος πλευράς. Βέβαια με πυκνότερη διακριτοποίηση μπορεί να μην γινόταν αυτό αλλά σε ένα βαθμό είδαμε στην εικόνα 116 ότι δεν έχουμε μόνο αύξηση της δύναμης. Η καλύτερη πάντως από τις 4 περιπτώσεις (ολες για διακριτοποίηση 20mm) είναι αυτή της διάταξης με ενισχυτικά τύπου ‘T’ χωρίς φλάντζα όπως και με το πάχος (υπό προϋποθέσεις για το που μελετάμε το σημείο μέγιστων τάσεων). Τελικά παρουσιάζουμε και την γραφική με τις γραμμές τάσης.



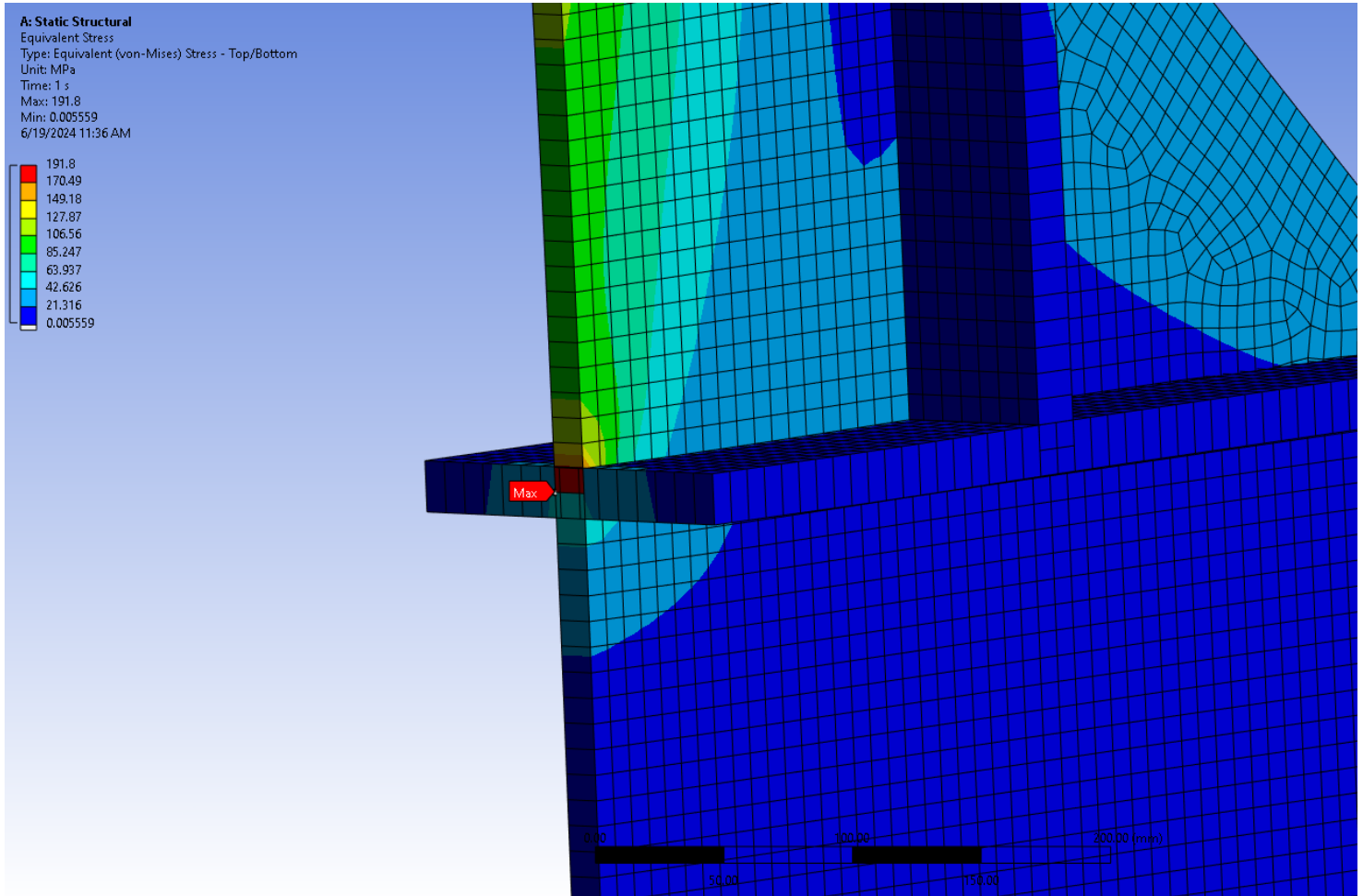
Εικόνα 127: Διάγραμμα γραμμών τάσης για μέγιστη δύναμη σε σχέση με μήκος πλευράς  $l_{bkt}$  για όλες τις διατάξεις.

Στο τελικό διάγραμμα πάλι προκύπτει ότι όσο αυξάνεται το μήκος της πλευράς αυξάνεται και η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή, ενώ με βάση την μέγιστη δύναμη η καλύτερη διάταξη είναι αυτή χωρίς φλάντζα υπό κάποιες προϋποθέσεις όπως θα δούμε παρακάτω.

Σε τελική ανάλυση αυτό που προκύπτει είναι ότι για μπρακέτο χωρίς φλάντζα η διάταξη δέχεται περισσότερη δύναμη, κάτι που έρχεται σε αντίθεση με την όλη σημασία της φλάντζας του μπρακέτου γενικά σε παρόμοια διάταξη, η οποία είναι να αυξάνει την αντοχή. Αυτό οφείλεται όπως θα δούμε παρακάτω στις μέγιστες τάσεις και που αυτές εμφανίζονται.

- Διάταξη τύπου 'T' χωρίς φλάντζα.

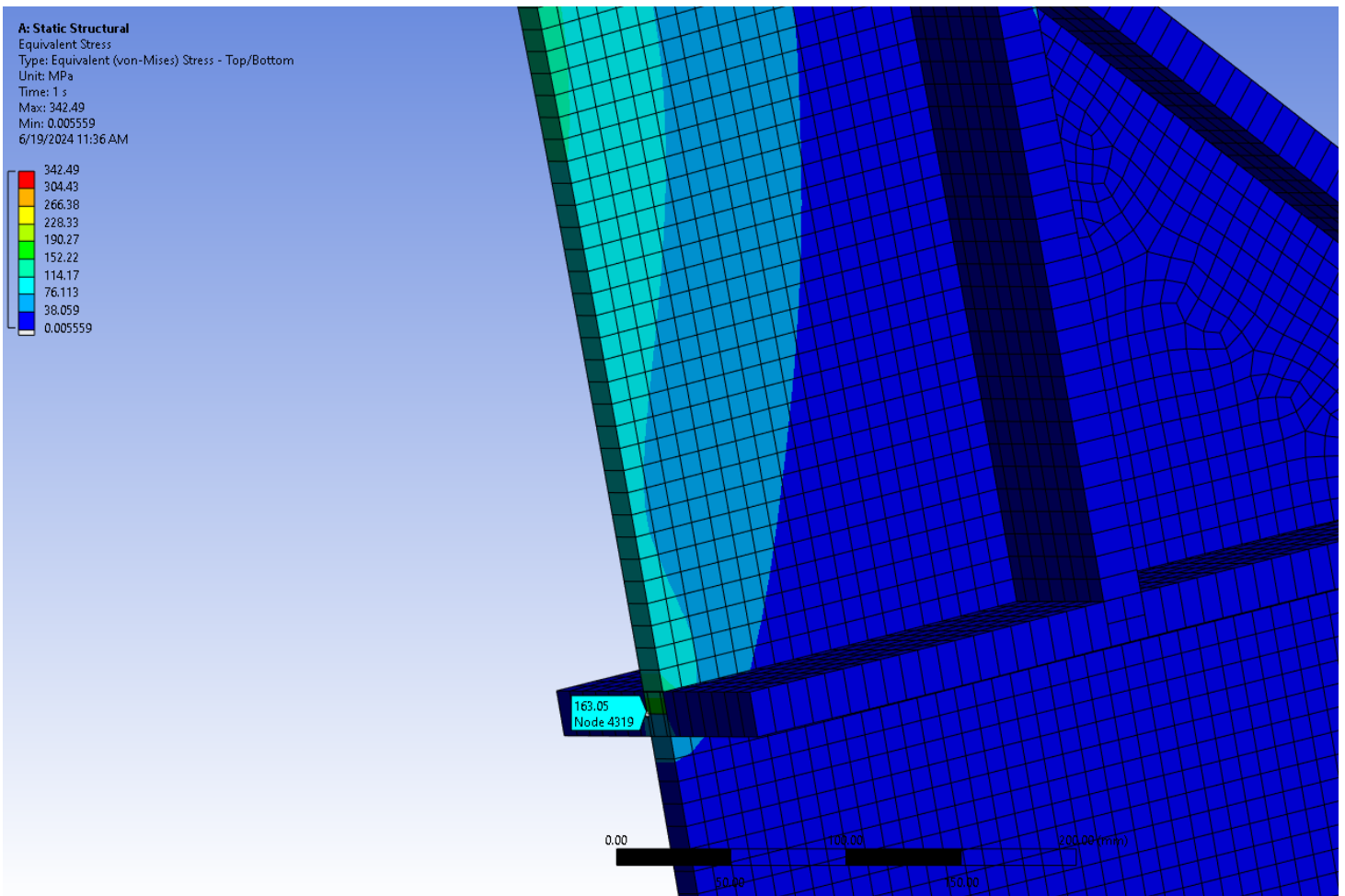
Για την παρακάτω διάταξη έχουμε επιλέξει τυχαία το μπρακέτο με μήκος πλευράς 320mm και πάχος 20mm και παρατηρούμε τις μέγιστες τάσεις.



Εικόνα 128: Μέγιστες τάσεις για διάταξη τύπου 'T' χωρίς φλάντζα για μπρακέτο (320x320x20), Ansys(<https://www.ansys.com/>)

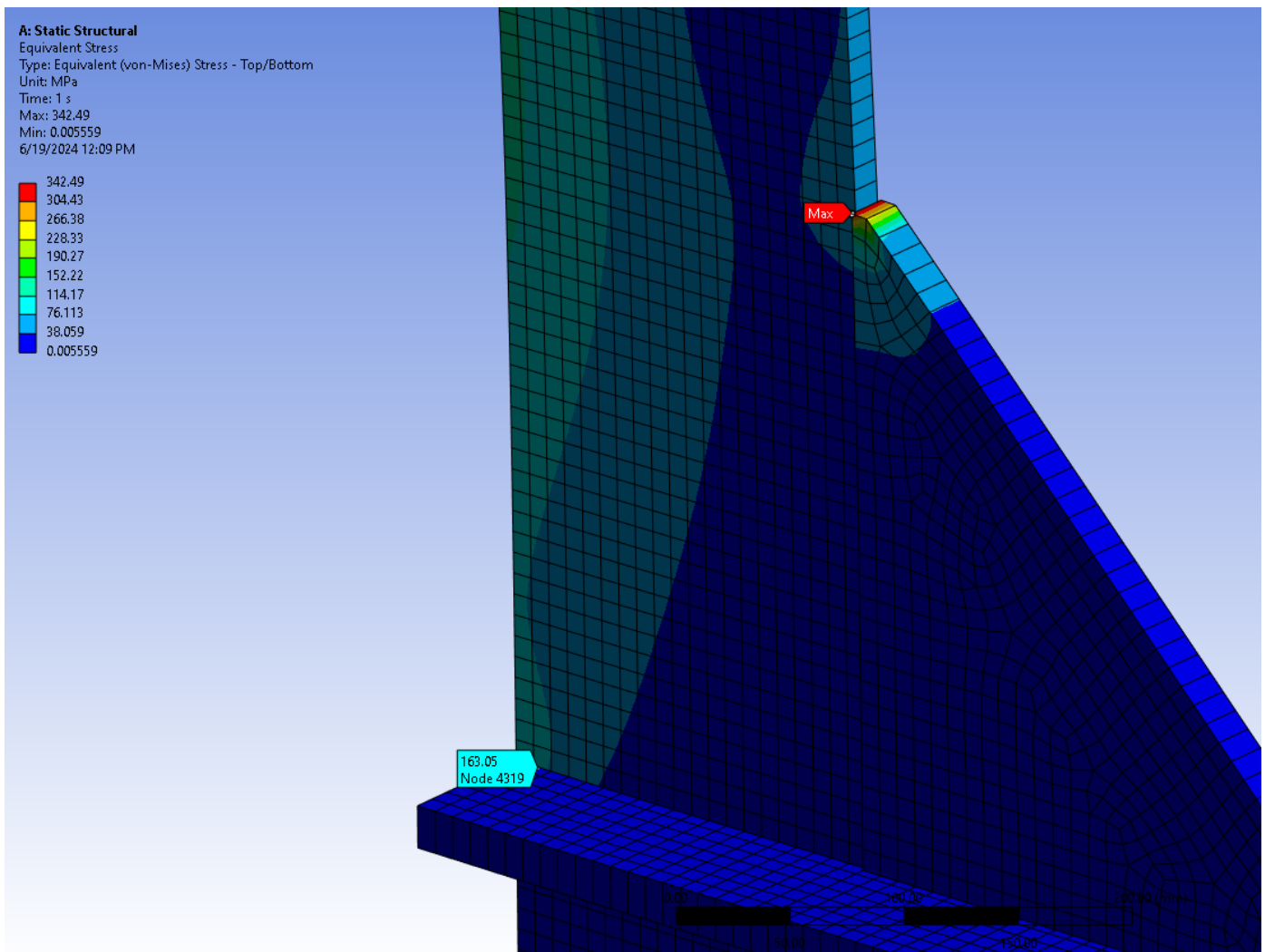
Όπως παρατηρούμε οι μέγιστες τάσεις για το σημείο αυτό έχουν τιμή 191,8 Mpa. Για την ίδια διάταξη με φλάντζα θα πάμε στο ίδιο σημείο και θα ελέγξουμε τις τάσεις ώστε να δούμε πιο αντέχει περισσότερο

- Διάταξη τύπου 'T' με φλάντζα.



Εικόνα 129: Μέγιστες τάσεις σε συγκεκριμένο σημείο 1, για διάταξη τύπου 'T' με φλάντζα για μπρακέτο (320x320x20)-(100x20), Ansys(<https://www.ansys.com/>)

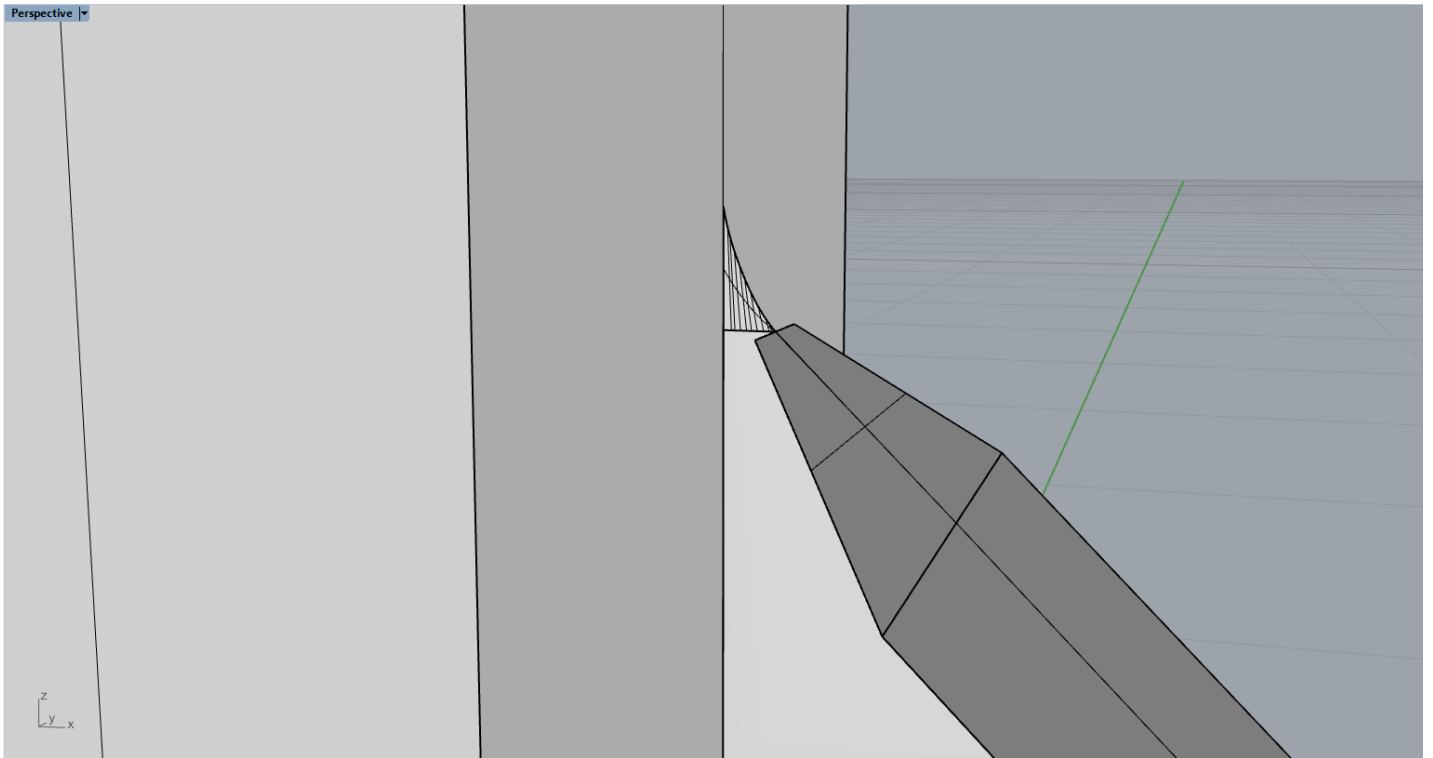
Όπως παρατηρούμε για το ίδιο σημείο 1, οι τάσεις εδώ είναι μικρότερες και συγκεκριμένα είναι 163,05 Mpa που σημαίνει ότι για να αστοχήσει το συγκεκριμένο σημείο πρέπει να δεχθεί μεγαλύτερη δύναμη. Υπάρχει όμως και δεύτερο σημείο ένωσης κορμού μπρακέτου με κάθετο ενισχυτικό που δέχεται μεγάλες τάσεις. Αν κάνουμε *hide* την φλάντζα του μπρακέτου & του ενισχυτικού το σημείο 2 είναι το παρακάτω:



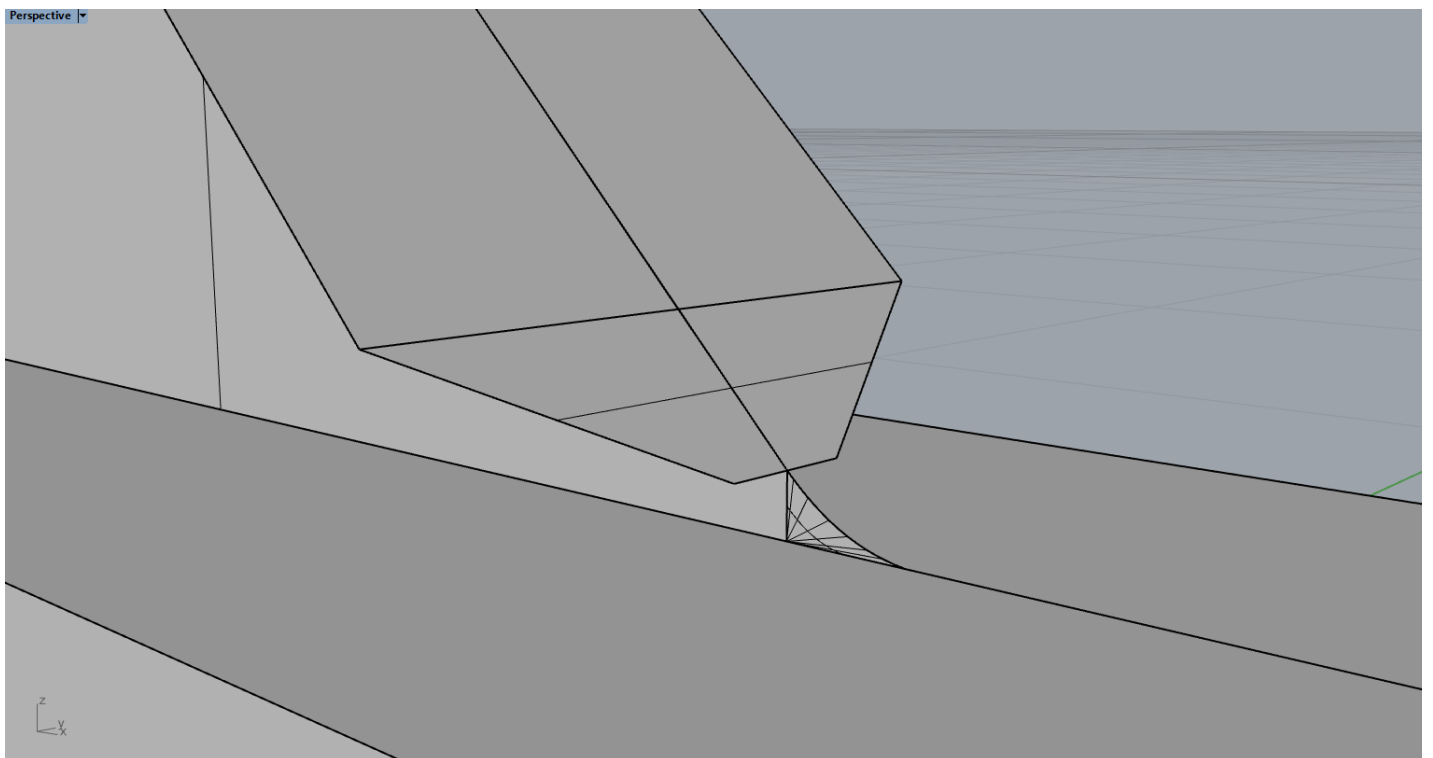
Εικόνα 130: Μέγιστες τάσεις, για διάταξη τύπου 'T' με φλάντζα για μπρακέτο (320x320x20)-(100x20), Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Εδώ στο σημείο 2 παρουσιάζονται οι μέγιστες τάσεις της τιμής 342.49 Mpa. Το συγκεκριμένο σημείο 2 είναι η γωνία του κορμού του μπρακέτου η οποία υπό ομαλές συνθήκες κατασκευάζεται με μικρή καμπυλότητα ώστε να μην έχουμε συγκέντρωση τάσεων. Αρα πιο πιθανό είναι να αστοχήσει στο σημείο 1 παρα στο σημείο 2. Αυτό συμβαίνει σε όλες τις διατάξεις για αυτό παραπάνω είπαμε ότι υπό προϋποθέσεις και με βάση τα διαγράμματα αντέχει περισσότερο δύναμη η διάταξη χωρίς φλάντζα. Αν κάνουμε καμπυλότητα όμως στο σημείο 2 τότε μας ενδιαφέρει το σημείο 1 το οποίο με μπρακέτο έχει καλύτερη συμπεριφορά. Αυτό θα το κάνουμε τυπικά σε μια διάταξη για να δούμε πως συμπεριφέρεται. Παρακάτω για το μπρακέτο (300x300x20)-(100x20) η καμπυλότητα στο Rhino.



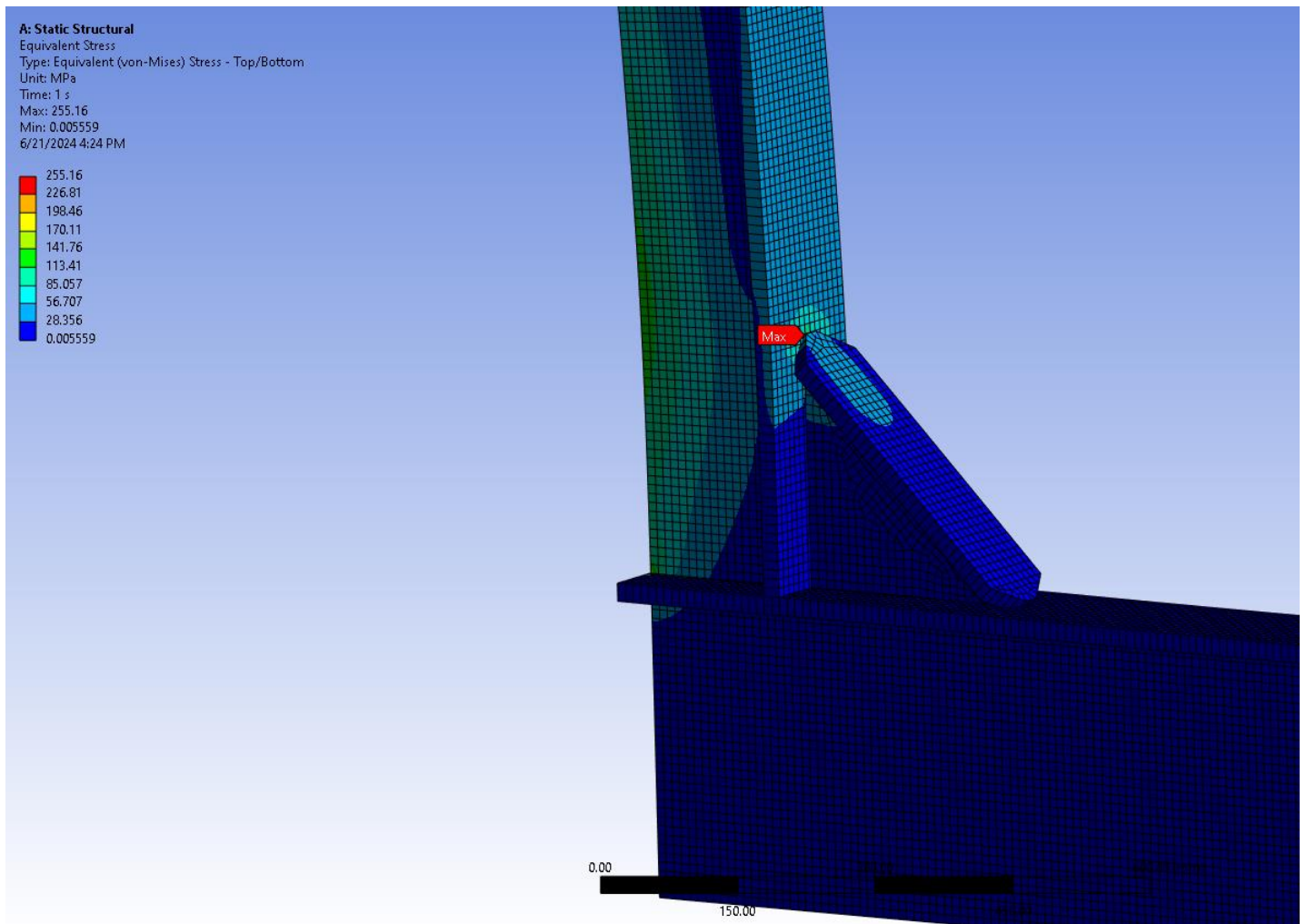


Εικόνα 131: Η καμπυλότητα στην πάνω άκρη του μπρακέτου, Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)



Εικόνα 132: Η καμπυλότητα στην πάνω άκρη του μπρακέτου, Rhino 6 (<https://www.rhino3d.com/>)

Με βάση αυτή την καμπυλότητα πάμε στο Ansys και με διακριτοποίηση 10mm θα ελέγξουμε τις τάσεις για να βγάλουμε την μέγιστη δύναμη.



Εικόνα 133:Μέγιστη τάση για δύναμη 30000N στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Όπως παρατηρούμε για δύναμη 30000N ή τάση είναι 255,16 Mpa. Αν κάνουμε την κατάλληλη πράξη με τον συντελεστή τότε βγαίνει ότι η μέγιστη δύναμη είναι 27629,722 N ενώ η αντίστοιχη χωρίς την καμπυλότητα ήταν 20358.659 N. Συνεπώς καταλαβαίνουμε ότι η καμπυλότητα δρα θετικά στην διάταξη και δέχεται μεγαλύτερη δύναμη. Επίσης αν γινόταν και ακόμη μικρότερη διακριτοποίηση στα πλαίσια της εκπαιδευτικής άδειας τα αποτελέσματα θα ήταν πιο ακριβή.

#### 5.6.4 Σύγκριση μετατοπίσεων για το μπρακέτο (300 x 300 x 20)-(100 x 20)

Επειδή δεν μας ενδιαφέρουν τόσο οι μετατοπίσεις αλλά περισσότερο οι τάσεις που ξεπερνούν το όριο διαρροής του χάλυβα, παραθέτουμε και μια μικρή σύγκριση μετατοπίσεων για το αρχικό μπρακέτο με διαστάσεις (300 x 300 x 20)-(100 x 20). Αυτές φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

| <b>Διάταξη</b>                               | <b>Μετατόπιση (mm)</b> |
|--|------------------------|
| <b>Με ενισχυτικά τύπου ‘Τ’</b>               | 5,559                  |
| <b>Με ενισχυτικά τύπου ‘Γ’</b>               | 4,118                  |
| <b>Με ενισχυτικά τύπου ‘Τ’ χωρίς φλάντζα</b> | 7,893                  |
| <b>Με ενισχυτικά τύπου ‘Γ’ χωρίς φλάντζα</b> | 10,840                 |

*Πίνακας 23: Πίνακας παραμορφώσεων με βάση την γεωμετρία που χρησιμοποιούμε.*

Όπως παρατηρείται στο παραπάνω πίνακα η μέγιστη μετατόπιση παρατηρείται στην διάταξη χωρίς φλάντζα της οποίας να ενισχυτικά έχουν σχήμα ‘Γ’. Αυτό συμβαίνει και λόγω της εκκεντρότητας των κορμών όπως είπαμε παραπάνω και του μπρακέτου το οποίο πρέπει να είναι στην ίδια ευθεία με αυτούς συνεπώς δεν υπάρχει αρκετή στήριξη.

## 5.7 Μη γραμμική ανάλυση κατασκευής

Στα πλαίσια της διπλωματικής όλα τα προηγούμενα κεφάλαια και τα μοντέλα ήταν με χρήση γραμμικής ανάλυσης δηλαδή βρισκόμασταν στο γραμμικό κομμάτι του διαγράμματος τάσης - παραμόρφωσης. Σαν συνέχεια αυτού στο συγκεκριμένο υποκεφάλαιο θα μελετήσουμε ενδεικτικά 2 μοντέλα από αυτά που ήδη κάναμε, αλλά πλέον με την μη γραμμική ανάλυση του *Ansys*. Βασική προϋπόθεση είναι να διαλέξουμε μοντέλα τα οποία με εφαρμογή δύναμης συγκεκριμένης τιμής ξεπερνούν το όριο διαρροής.

Καταρχάς ορίζουμε ως υλικό αρχικά το *Structural Steel NL (Non Linear)* και έπειτα στο *Analysis settings* βάζουμε 10 βήματα που θα ασκούμε την δύναμη (βήμα ανά 3000) και *Large Deflection On*.

| Details of "Analysis Settings" |                    |
|--------------------------------|--------------------|
| [-] <b>Step Controls</b>       |                    |
| Number Of Steps                | 10.                |
| Current Step Number            | 1.                 |
| Step End Time                  | 1. s               |
| Auto Time Stepping             | Program Controlled |
| [-] <b>Solver Controls</b>     |                    |
| Solver Type                    | Program Controlled |
| Weak Springs                   | Off                |
| Solver Pivot Checking          | Program Controlled |
| Large Deflection               | On                 |
| Inertia Relief                 | Off                |
| Quasi-Static Solution          | Off                |

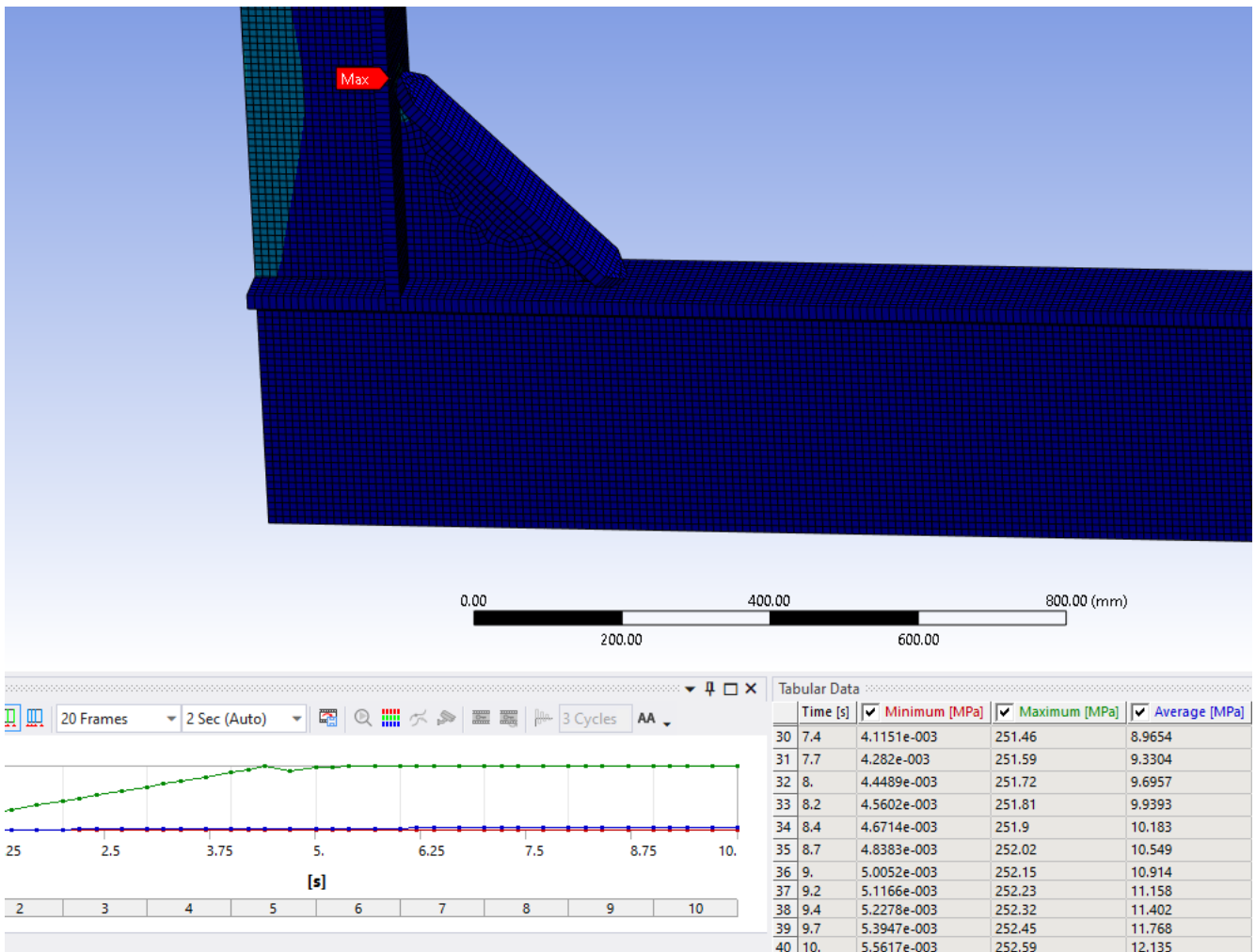
Εικόνα 134: Ορισμός βημάτων στο *Analysis Settings*, *Ansys*(<https://www.ansys.com/>)

| Steps | Time [s] | <input checked="" type="checkbox"/> X [N] | <input checked="" type="checkbox"/> Y [N] | <input checked="" type="checkbox"/> Z [N] |
|-------|----------|---|---|---|
| 1     | 0.       | 0.  | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 1     | 1.       | -3000.                                    | 0.  | 0.  |
| 2     | 2.       | -6000.                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 3     | 3.       | -9000.                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 4     | 4.       | -12000                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 5     | 5.       | -15000                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 6     | 6.       | -18000                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 7     | 7.       | -21000                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 8     | 8.       | -24000                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 9     | 9.       | -27000                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |
| 10    | 10.      | -30000                                    | = 0.                                      | = 0.                                      |

Εικόνα 135: Σταδιακή εφαρμογή δύναμης με 10 βήματα, *Ansys*(<https://www.ansys.com/>)

- Μπρακέτο (300 x 300 x 10)-(100 x 20) με μη γραμμική ανάλυση

Με δύναμη εφελκυστική -30000N έχουμε για την μη γραμμική ανάλυση το παρακάτω:

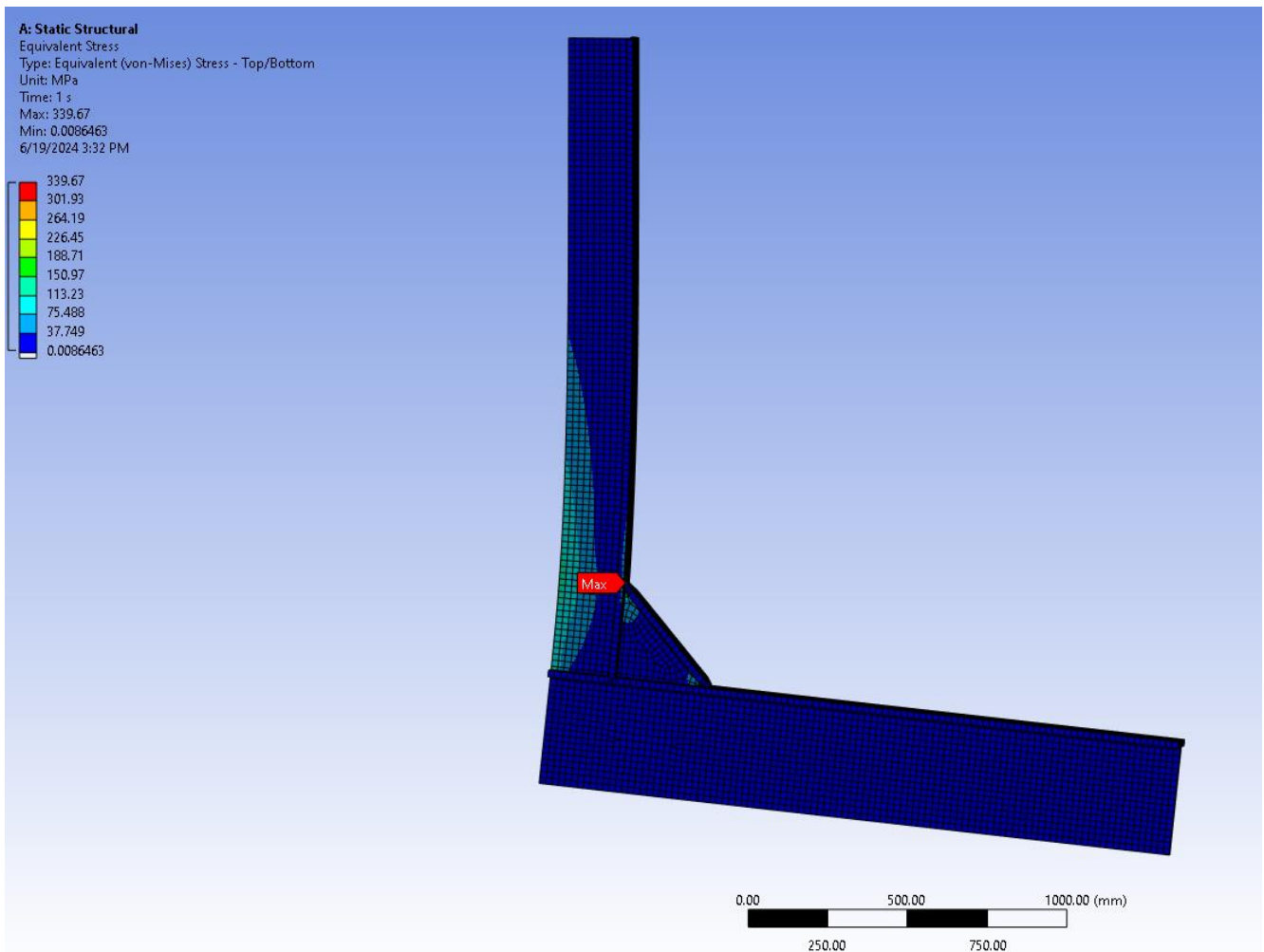


Εικόνα 136: Μη γραμμική ανάλυση σε μπρακέτο με φλάντζα και πάχος 10mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Όπως παρατηρούμε στο πίνακα κάτω δεξιά η μέγιστη τάση είναι 252,59 Μpa για δύναμη 30000N. Αυτή στην συνέχεια θα την συγκρίνουμε με την μέγιστη τάση στην διάταξη που μελετάμε με γραμμική ανάλυση.

- Μπρακέτο (300 x 300 x 10)-(100 x 20) με γραμμική ανάλυση

Με δύναμη εφελκυστική -30000N έχουμε για την γραμμική ανάλυση το παρακάτω:

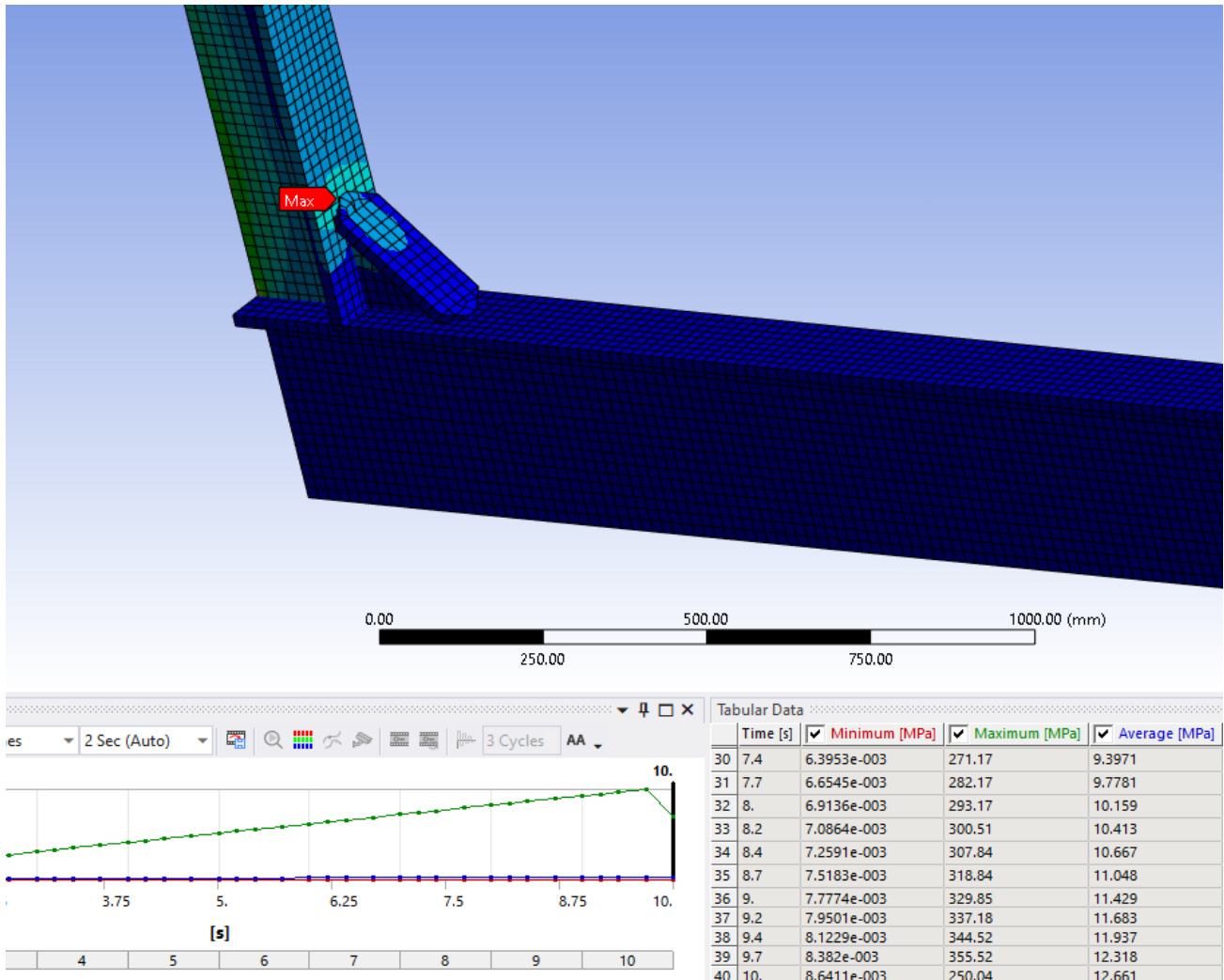


Εικόνα 137: Γραμμική ανάλυση σε μπρακέτο με φλάντζα και πάχος 10mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Όπως παρατηρούμε η μέγιστη τάση είναι 339,67 Mpa για δύναμη -30000N. Συνεπώς η μη γραμμική ανάλυση έχει ως αποτέλεσμα μικρότερες τάσεις αλλά και πάλι μεγαλύτερες από 235Mpa, επομένως μπορούμε να πούμε ότι προσεγγίζει καλύτερα συμπεριφορές της διάταξης για δυνάμεις που οδηγούν σε τάσεις μεγαλύτερες από το όριο διαρροής.

- Μπρακέτο (200 x 200 x 20)-(100 x 20) με μη γραμμική ανάλυση

Με δύναμη εφελκυστική -30000N έχουμε για την μη γραμμική ανάλυση το παρακάτω:

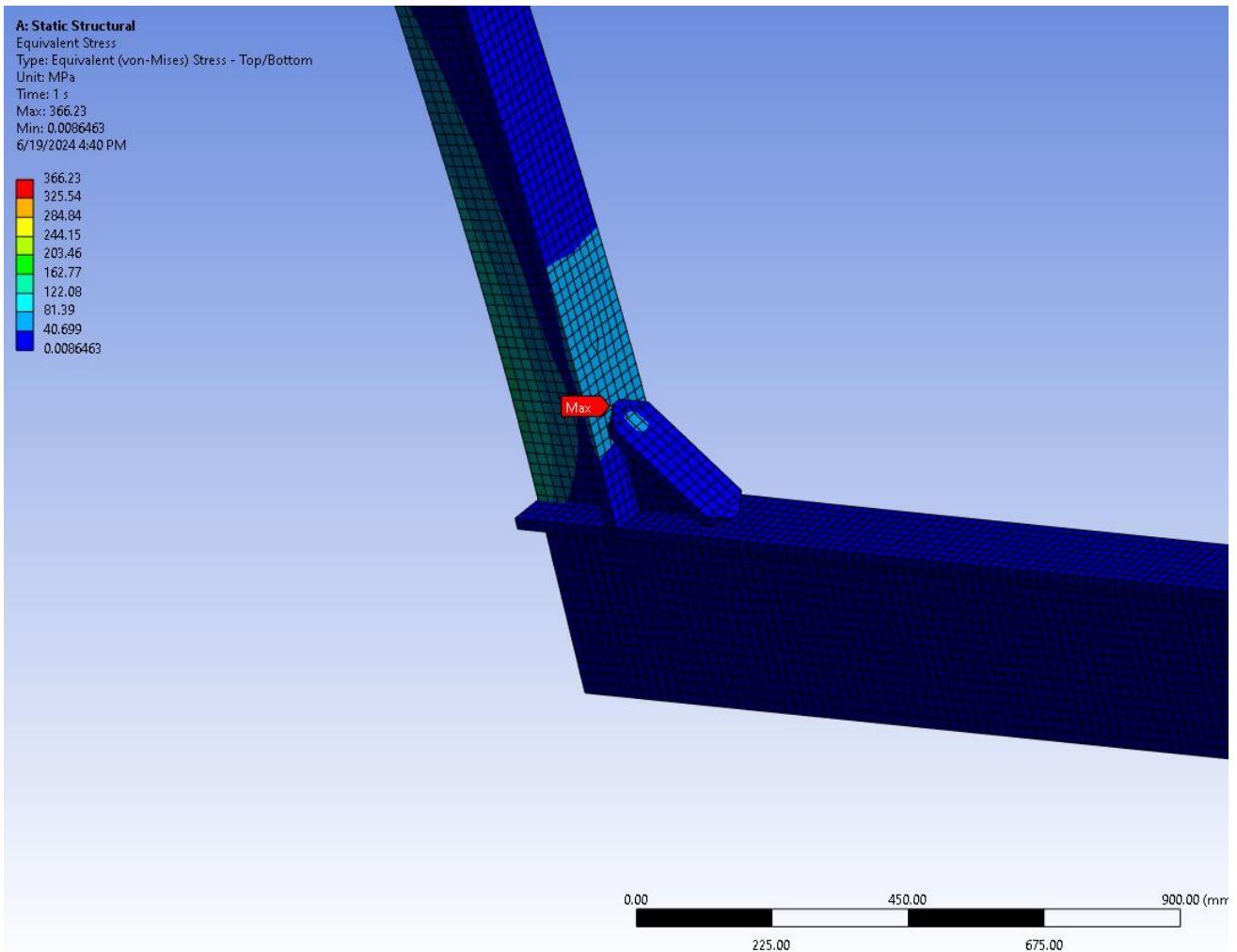


Εικόνα 138: Μη γραμμική ανάλυση σε μπρακέτο με φλάντζα και μήκος πλευράς 200mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Όπως παρατηρούμε στο πίνακα κάτω δεξιά η μέγιστη τάση είναι 355.52 Mpa για δύναμη - 30000N. Αυτή στην συνέχεια θα την συγκρίνουμε με την μέγιστη τάση στην διάταξη που μελετάμε με γραμμική ανάλυση.

- Μπρακέτο (200 x 200 x 10)-(100 x 20) με γραμμική ανάλυση

Με δύναμη εφελκυστική -30000N έχουμε για την γραμμική ανάλυση το παρακάτω:



Εικόνα 139: Γραμμική ανάλυση σε μπρακέτο με φλάντζα και μήκος πλευράς 200mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

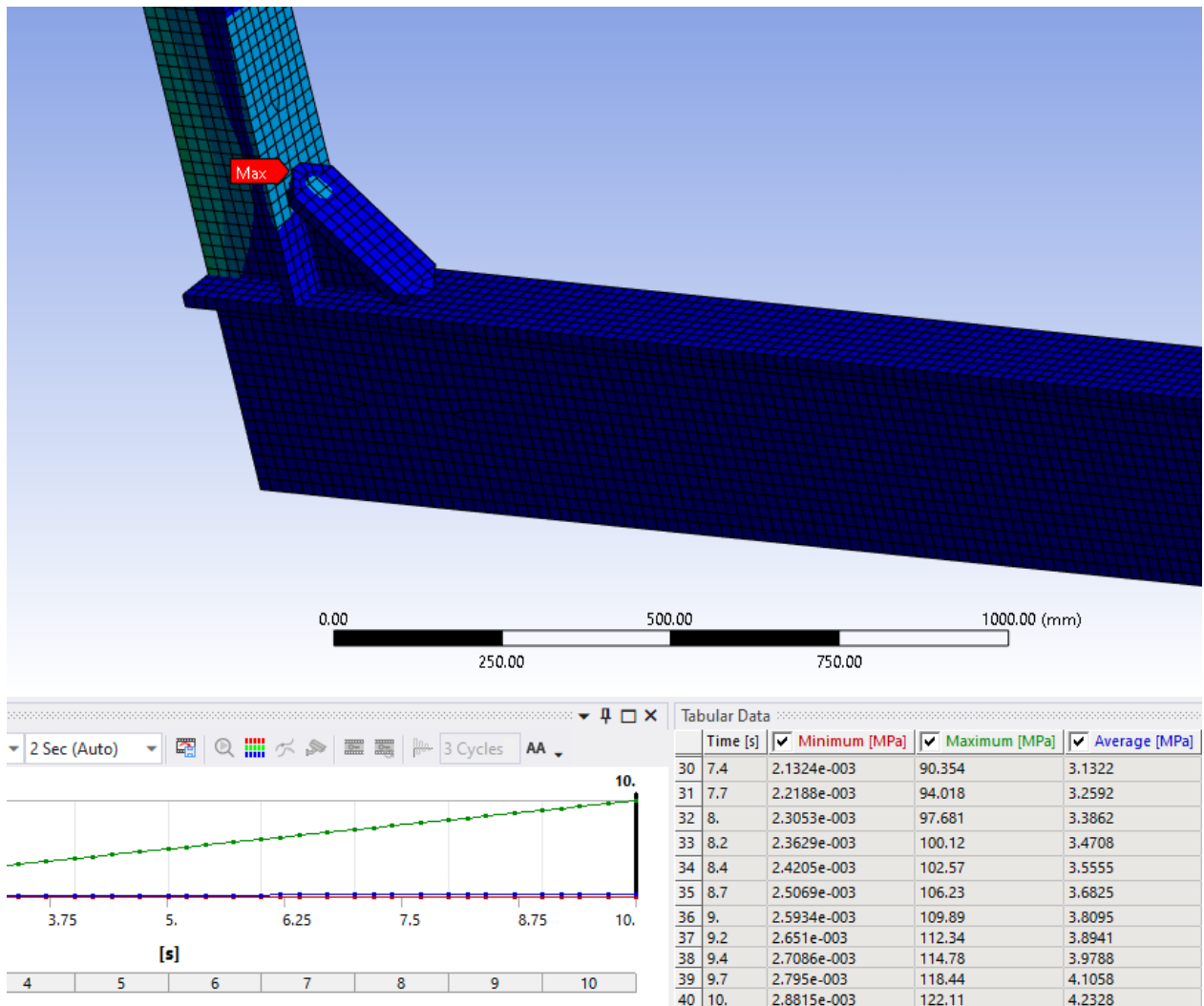
Ομοίως παρατηρούμε η μέγιστη τάση είναι 366,23 Mpa για δύναμη -30000N. Συνεπώς η μη γραμμική ανάλυση έχει ως αποτέλεσμα μικρότερες τάσεις (όχι τόσο μεγάλη διαφορά με την προηγούμενη περίπτωση) αλλά και πάλι μεγαλύτερες από 235Mpa, επομένως μπορούμε να πούμε ότι προσεγγίζει καλύτερα συμπεριφορές της διάταξης για δυνάμεις που οδηγούν σε τάσεις μεγαλύτερες από το όριο διαρροής.



Ας δοκιμάσουμε για την τελευταία διάταξη και για δύναμη -10000N που είναι εντός της γραμμικής περιοχής, έτσι ώστε να δούμε τα αποτελέσματα με τις δύο μεθόδους.

- **Μπρακέτο (200 x 200 x 20)-(100 x 20) με μη γραμμική ανάλυση & 10000N**

Με δύναμη εφελκυστική -10000N έχουμε για την μη γραμμική ανάλυση το παρακάτω:

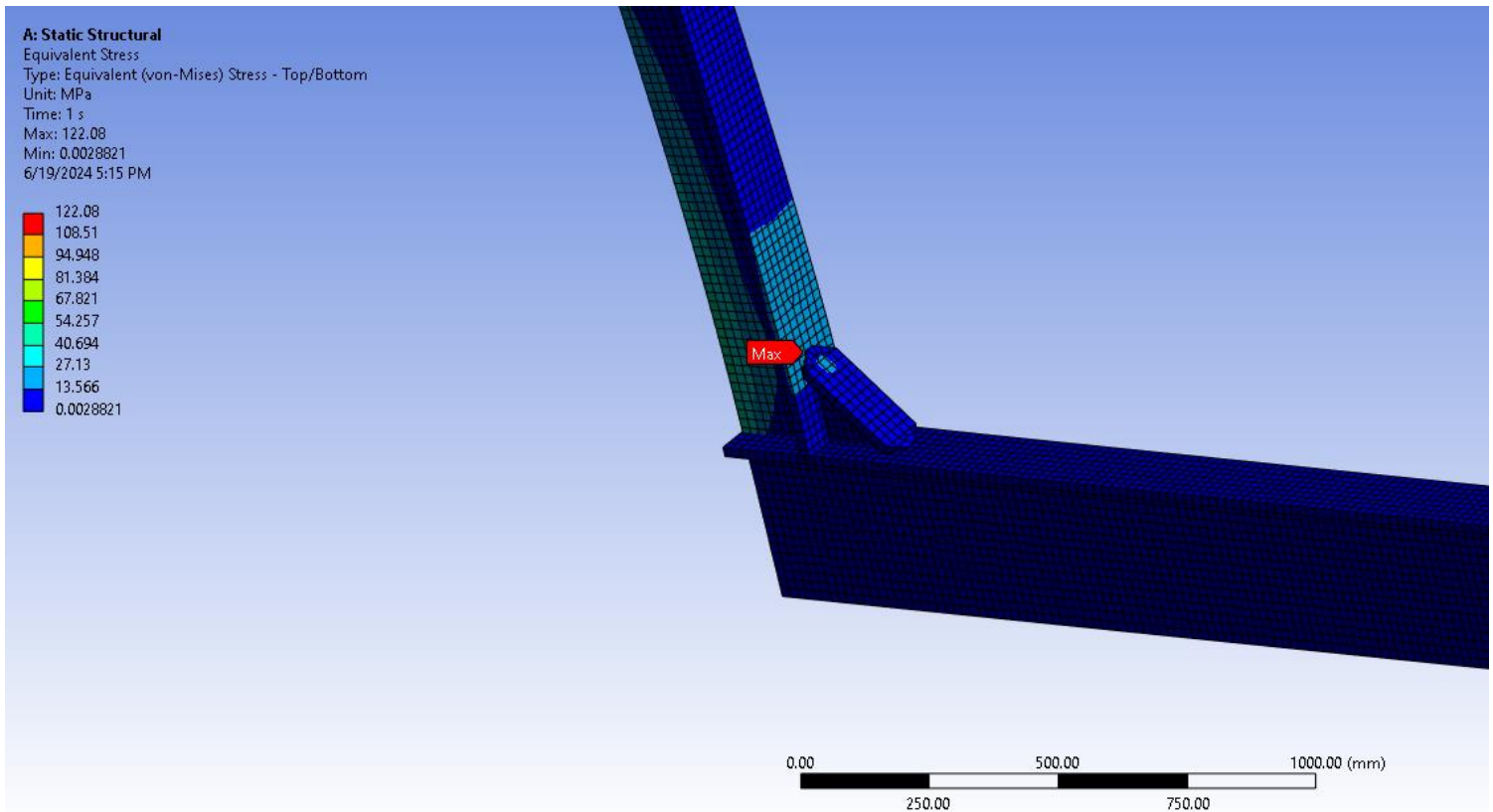


Εικόνα 140: Μη γραμμική ανάλυση σε μπρακέτο με φλάντζα και μήκος πλευράς 200mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Όπως παρατηρούμε στο πίνακα κάτω δεξιά η μέγιστη τάση είναι 122,11 Μpa για δύναμη - 10000N. Αυτή στην συνέχεια θα την συγκρίνουμε με την μέγιστη τάση στην διάταξη που μελετάμε με γραμμική ανάλυση.

- Μπρακέτο (200 x 200 x 10)-(100 x 20) με γραμμική ανάλυση & 10000N

Με δύναμη εφελκυστική -10000N έχουμε για την γραμμική ανάλυση το παρακάτω:

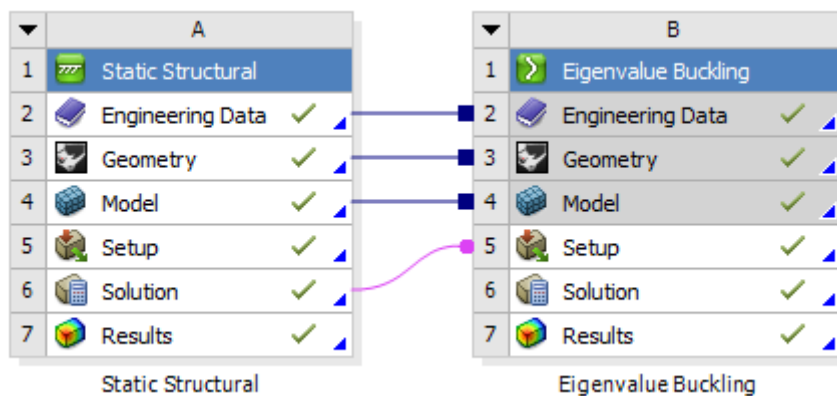


Εικόνα 141: Γραμμική ανάλυση σε μπρακέτο με φλάντζα και μήκος πλευράς 200mm, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Ομοίως παρατηρούμε η μέγιστη τάση είναι 122,08 Μpa για δύναμη -10000N. Συνεπώς η γραμμική ανάλυση παρουσιάζει αποτέλεσμα σχεδόν ίδιο με την μη γραμμική γεγονός που μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν έχει ιδιαίτερο νόημα να εφαρμόσουμε μη γραμμική ανάλυση σε δυνάμεις που βγάζουν τάσεις μικρότερες από το όριο διαρροής του υλικού.

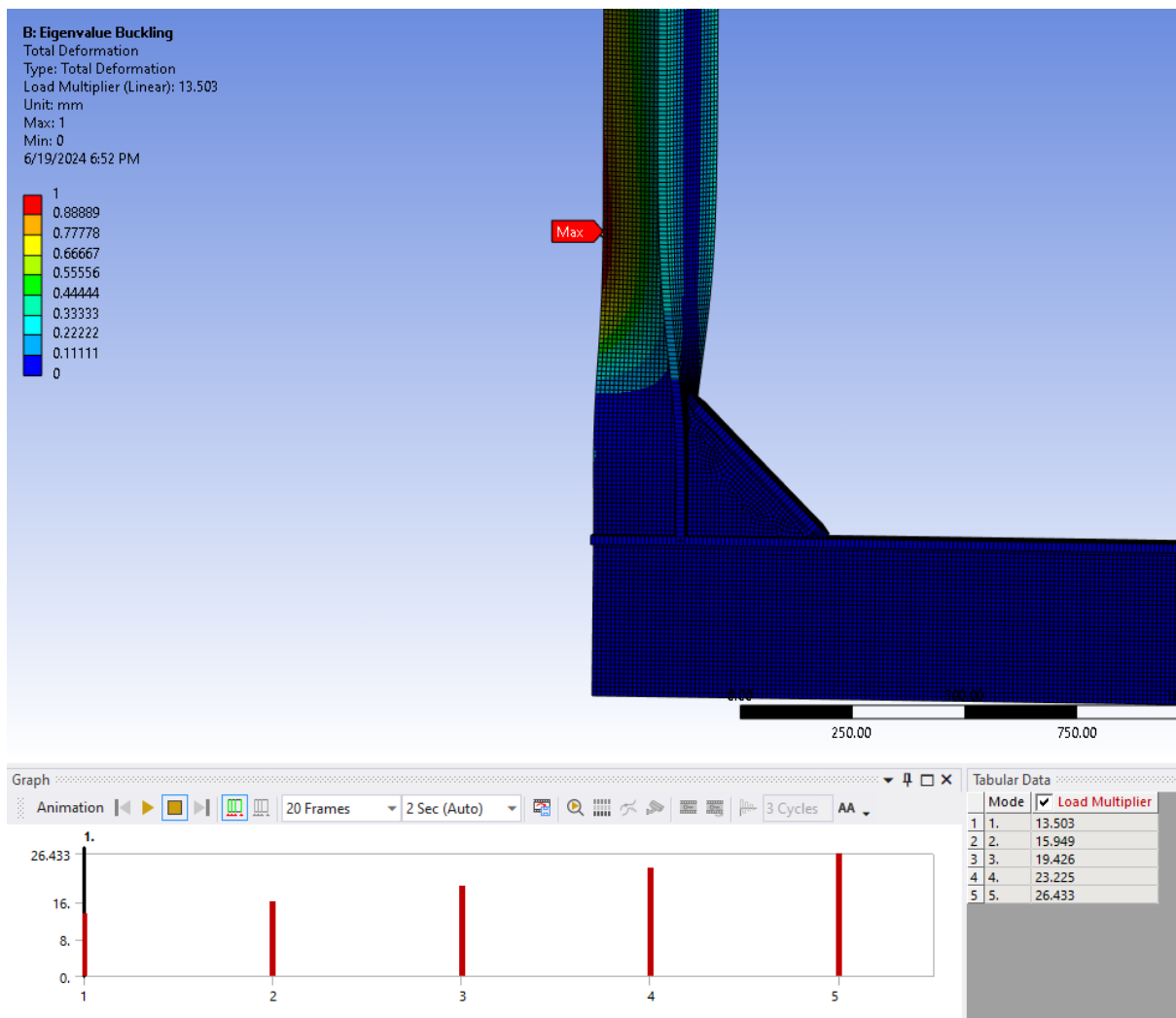
## 5.8 Έλεγχος Λυγισμού στην Διάταξη

Στο τελευταίο μέρος θα κάνουμε και έναν σχετικό έλεγχο για λυγισμό και πιο συγκεκριμένα θα αντιστρέψουμε και την φορά της δύναμης σε θλιπτική έτσι ώστε να δούμε ποια είναι η μέγιστη δύναμη την οποία αν ξεπεράσουμε συμβαίνει λυγισμός. Πρέπει να βρούμε το γινόμενο της δύναμης με έναν συντελεστή, το *Load Multiplier*, αυτή θα είναι η οριακή δύναμη. Αν η μέγιστη δύναμη που οδηγεί σε διαρροή για την ίδια διάταξη, είναι μεγαλύτερη από την οριακή, τότε συμβαίνει λυγισμός. Παρακάτω στο *Ansys* τα δύο μενού αρχικά καθώς κάνουμε εισαγωγή τα δεδομένα από την παλιά διάταξη *Static Structural* σε *Eigenvalue Buckling*.



Εικόνα 142: Τα δύο μενού απαραίτητα για την εφαρμογή του λυγισμού ,  
*Ansys*(<https://www.ansys.com/>)

- Μπρακέτο (320x320x20)-(100x20) σε λυγισμό με δύναμη -30000N

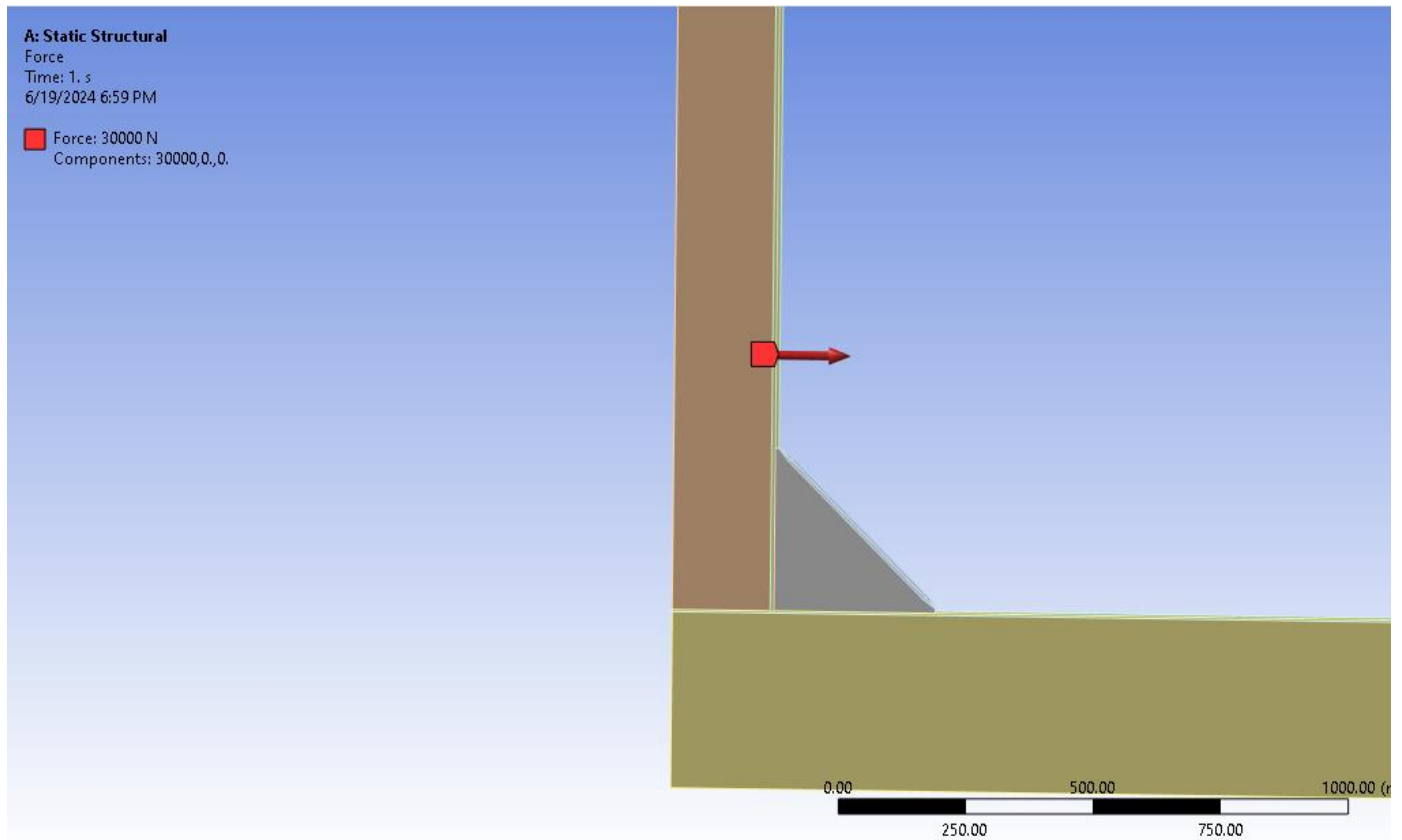


Εικόνα 143: Λυγισμός με δύναμη -30000N εφελκυστική φορά, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Παρατηρούμε ότι για την παραπάνω διάταξη ο συντελεστής στην πρώτη επανάληψη είναι 13,503. Συνεπώς για δύναμη μεγαλύτερη από  $13,503 \times 30000 = 405090N$  συμβαίνει λυγισμός. Εμείς για το όριο διαρροής (με 10mm πλέγμα) είχαμε μια μέγιστη δύναμη για την συγκεκριμένη διάταξη με τιμή 20584,543 N αρα δεν συμβαίνει λυγισμός.

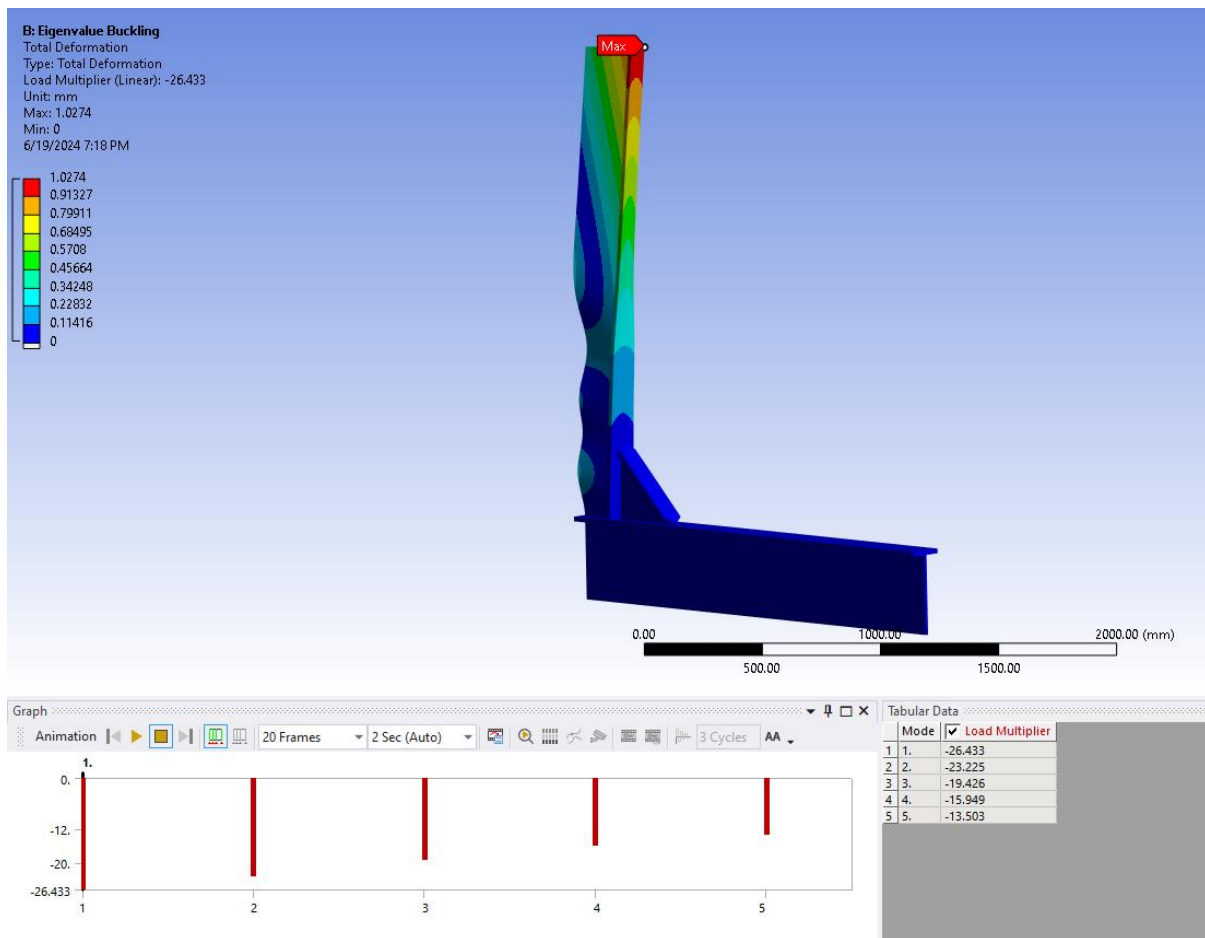
- Μπρακέτο (320x320x20)-(100x20) σε λυγισμό με δύναμη 30000N

Εδώ αρχικά εφαρμόζουμε θλιπτική δύναμη χωρίς το μείον πλέον όπως φαίνεται παρακάτω



Εικόνα 144: Εφαρμογή θλιπτικής δύναμης 30000N στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

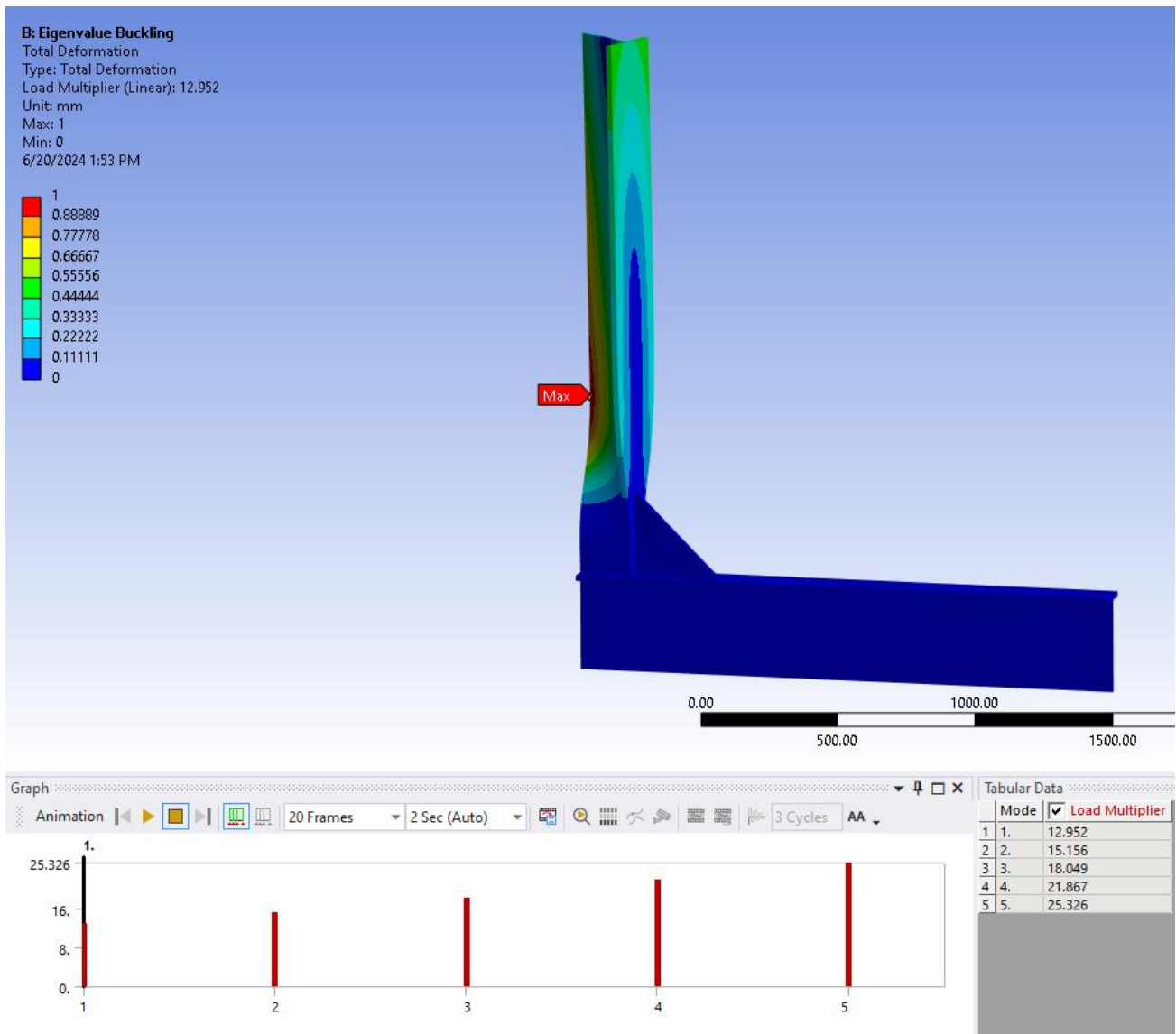
Έπειτα τρέχουμε πάλι το μοντέλο και ψάχνουμε και πάλι τον συντελεστή



Εικόνα 145: Λυγισμός με δύναμη 30000N θλιπτική φορά, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Παρατηρούμε ότι για την παραπάνω διάταξη ο συντελεστής στην τελευταία τώρα επανάληψη είναι ομοίως 13,503. Συνεπώς για δύναμη μεγαλύτερη από  $13,503 \times 30000 = 405090N$  συμβαίνει λυγισμός. Εμείς για το όριο διαρροής (με 10mm πλέγμα) αν τρέξουμε με θλιπτικό φορτίο προκύπτει μια δύναμη για την συγκεκριμένη διάταξη με τιμή 20584,543 N που είναι ακριβώς ίδια με την εφελκυστική περίπτωση, αρα δεν συμβαίνει λυγισμός. Επιπλέον παρατηρείται και σε διαφορετικό σημείο η μέγιστη ολική παραμόρφωση.

- Μπρακέτο (320x320x20) σε λυγισμό με δύναμη -30000N

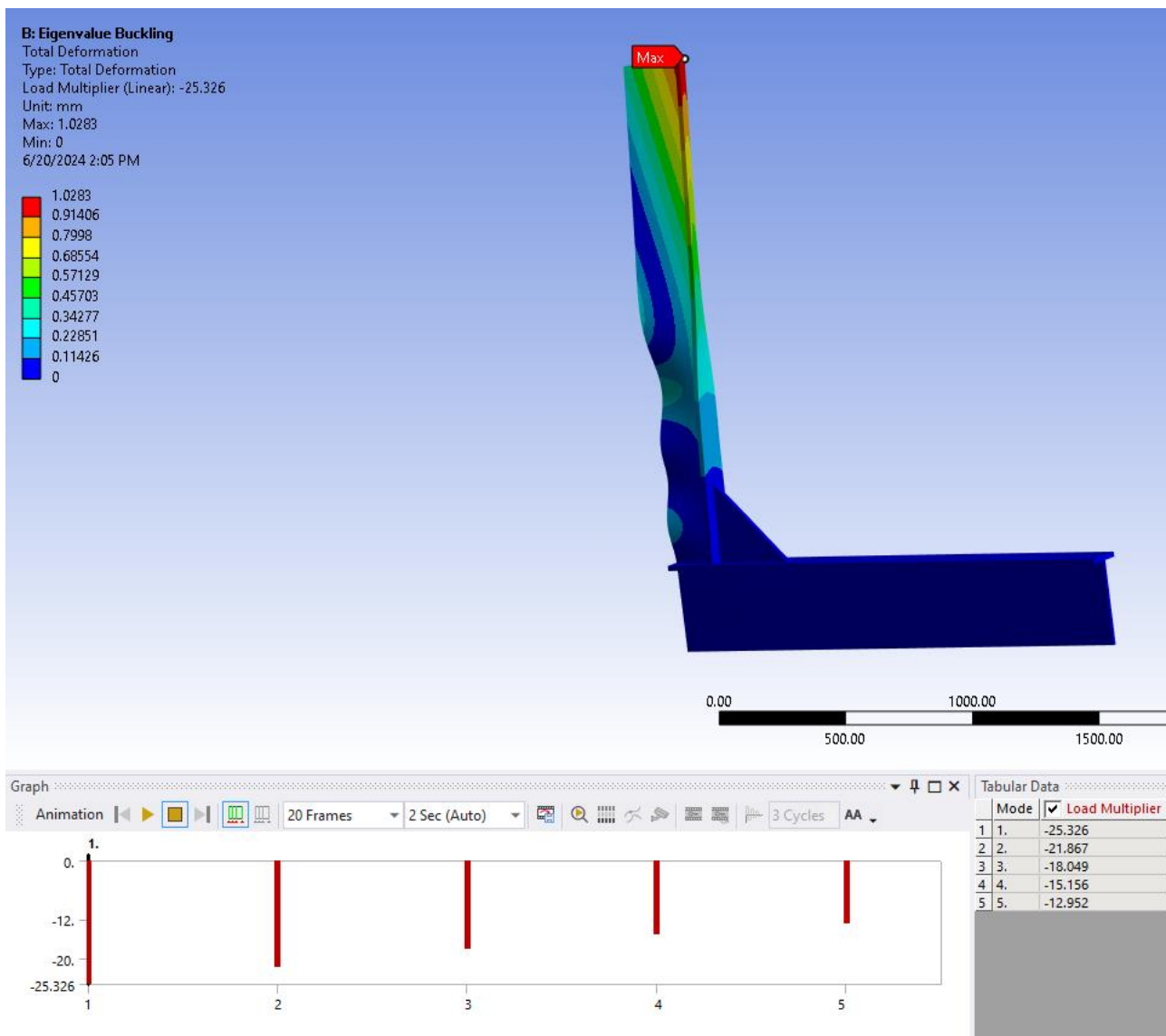


Εικόνα 146: Λυγισμός με δύναμη -30000N εφελκυστική φορά, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Παρατηρούμε ότι για την παραπάνω διάταξη χωρίς φλάντζα ο συντελεστής στην πρώτη επανάληψη είναι 12,952. Συνεπώς για δύναμη μεγαλύτερη από  $12,952 \times 30000 = 388560N$  συμβαίνει λυγισμός. Εμείς για το όριο διαρροής σε διάταξη χωρίς μπρακέτο είχαμε μια μέγιστη δύναμη με τιμή 47529.158 N αρα δεν συμβαίνει λυγισμός.

- Μπρακέτο (320x320x20) σε λυγισμό με δύναμη 30000N

Τρέχουμε πάλι το μοντέλο και ψάχνουμε και πάλι τον συντελεστή



Εικόνα 147: Λυγισμός με δύναμη 30000N θλιπτική φορά, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Παρατηρούμε ότι για την παραπάνω διάταξη χωρίς φλάντζα ο συντελεστής στην τελευταία τώρα επανάληψη είναι ομοίως 12,952. Συνεπώς για δύναμη μεγαλύτερη από  $12,952 \times 30000 = 388560N$  συμβαίνει λυγισμός. Εμείς για το όριο διαρροής σε διάταξη χωρίς μπρακέτο αν τρέξουμε με θλιπτικό φορτίο προκύπτει μια δύναμη με τιμή 47529,158 N που είναι ακριβώς ίδια με την εφελκυστική περίπτωση, άρα δεν συμβαίνει λυγισμός. Επιπλέον παρατηρείται και σε διαφορετικό σημείο η μέγιστη ολική παραμόρφωση ενώ στην περίπτωση με την φλάντζα στο μπρακέτο ο λυγισμός συμβαίνει για μεγαλύτερη δύναμη άρα είναι πιο αποτελεσματική διάταξη.



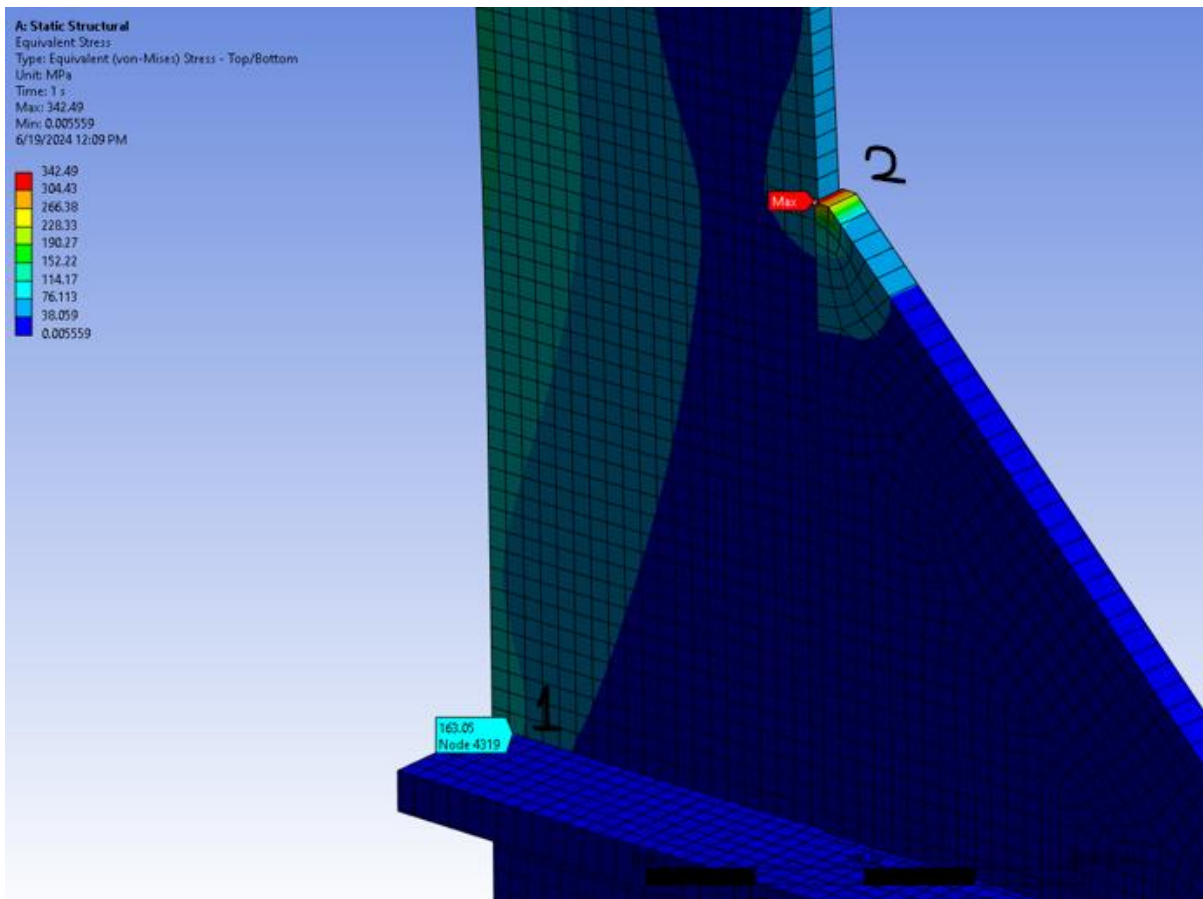
## Συμπεράσματα

Σκοπός της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας ήταν αρχικά να γίνει μια περιγραφή των πεπερασμένων στοιχείων για την μελέτη αντοχής κάθετων ενισχυτικών και την σύνδεση τους με μπρακέτα. Στην συνέχεια έγινε μια σύγκριση των αποτελεσμάτων αντοχής για αυτά τα κατασκευαστικά στοιχεία από 3 μεγάλους νηογνώμονες (*DNV*, *Lloyd's* και *ABS*) και ουσιαστικά παρατηρήσαμε ότι κατά βάση οι 2 πρώτοι νηογνώμονες παρουσιάζουν τις απαιτήσεις τους με σχετικά παρόμοιο τρόπο με ελάχιστες διαφορές ενώ η κυριότερη διαφορά συναντάται στον Αμερικάνικο όπου όλες οι απαιτήσεις για τα διάφορα είδη μπρακέτων παρουσιάζονται με την μορφή πινάκων και όχι σχέσεων.

Στην συνέχεια προχωρήσαμε στο πρακτικό κομμάτι του *Ansys* το οποίο είναι και το μεγαλύτερο μέρος και πιο συγκεκριμένα εμβαθύνουμε στο είναι η βέλτιστη σχεδίαση για την σύνδεση δυο κάθετων ενισχυτικών με μπρακέτα με βάση την μέγιστη δύναμη (άρα και ροπή) που μπορεί να δεχθεί η διάταξη. Η βελτιστοποίηση πραγματοποιήθηκε με βάση τόσο το μήκος πλευράς όσο και το πάχος του μπρακέτου για μια αρχική γεωμετρία η οποία είχε ενισχυτικά με διατομή σχήματος 'T' και μπρακέτο με φλάντζα, ενώ έγιναν και παραλλαγές με την ίδια διάταξη χωρίς φλάντζα όπως επίσης τα αντίστοιχα για διάταξη με διατομή 'Γ'.

Αρχικά σε σχέση με το πάχος του μπρακέτου συμπεράναμε ότι όσο αυτό αυξάνεται, τόσο αυξάνεται και η μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η συγκεκριμένη γεωμετρία προκειμένου οι τάσεις να μη ξεπεράσουν το όριο διαρροής του υλικού (ενώ το αντίστοιχο συμβαίνει και με την μείωση). Με το μήκος πλευράς τα πράγματα δεν είναι τόσο ξεκάθαρα καθώς θα πρέπει να γίνει πιο λεπτομερής διακριτοποίηση στα πλαίσια πάντα της εκπαιδευτικής άδειας, αλλά στις περισσότερες περιπτώσεις και αν χρησιμοποιήσουμε γραμμές τάσης και για τις τιμές ανάμεσα από τις προκαθορισμένες, αυξάνοντας το μήκος πλευράς αυξάνεται και η μέγιστη επιτρεπόμενη δύναμη, παρατηρώντας βέβαια και κάποιες μικρές μειώσεις. Συνεπώς καταλήγουμε και στη κρίση του μηχανικού να βρεί και τον κατάλληλο συνδυασμό και πάχους και μήκους έτσι ώστε να γίνει η καλύτερη διάταξη για της χρήσεις και τις δυνάμεις που πρόκειται να καταπονηθεί. Αλλά όσο αναφορά το πιο είναι πιο αποτελεσματικό και παρουσιάζει πιο σταθερή συμπεριφορά είναι το πάχος  $t_b$ .

Στην συνέχεια με βάση τις διαφορές παραλλαγές καταλήξαμε ότι αν μιλάμε γενικά για την διάταξη που είχαμε αρχικά, η καλύτερη επιλογή είναι αυτή για ενισχυτικά με διατομή τύπου 'T' χωρίς φλάντζα καθώς αντέχει περισσότερο φορτίο προτού οι τάσεις ξεπεράσουν το όριο διαρροής ενώ η αμέσως επόμενη η ίδια με φλάντζα. Βέβαια έγινε αναφορά σε δύο σημεία, το σημείο 1 που βρίσκεται στο πίσω μέρος στην ένωση των φλαντζών των δύο ενισχυτικών (εκεί παρουσιάζονται η μέγιστες τάσεις στη διάταξη χωρίς φλάντζα) και στο σημείο 2 στην ένωση του κορμού του μπρακέτου με την φλάντζα του κάθετου ενισχυτικού (εκεί παρουσιάζονται η μέγιστες τάσεις στη διάταξη χωρίς φλάντζα).



Εικόνα 145: Απεικόνιση 2 σημείων μέγιστων τάσεων στην διάταξη, Ansys(<https://www.ansys.com/>)

Το σημείο 2 είναι η γωνία του κορμού του μπρακέτου η οποία υπό ομαλές συνθήκες κατασκευάζεται με μικρή καμπυλότητα ώστε να μην έχουμε συγκέντρωση τάσεων. Αρα πιο πιθανό είναι να αστοχήσει στο σημείο 1 παρα στο σημείο 2.. Αν κάνουμε καμπυλότητα όμως στο σημείο 2 τότε μας ενδιαφέρει το σημείο 1 το οποίο με μπρακέτο συμπεράναμε, κάνοντας όλες τις περιπτώσεις και για το πάχος και για το μήκος πλευράς, ότι παρουσιάζει μικρότερες τάσεις στην διάταξη με φλάντζα από εκείνη χωρίς. Αρα υπό αυτές τις προϋποθέσεις η διάταξη με φλάντζα είναι η καλύτερη και φυσικά με το κατάλληλο πάχος ή μήκος πλευράς. Τέλος η χειρότερη διάταξη ήταν εκείνη με ενισχυτικά διατομή ‘Γ’ η οποία δε συμφέρει γενικά να την χρησιμοποιήσουμε εδώ.

Επίσης η πύκνωση του πλέγματος επιφέρει μεγαλύτερες τάσεις έστω και τοπικά, για αυτό μικραίνει και η δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή. Αυτό συμβαίνει γιατί τα μικρότερα στοιχεία προσεγγίζουν καλύτερα την γεωμετρία. Πρακτικά όσο μικραίνει το μέγεθος θα απειρίζονται και οι τάσεις, για αυτό πολλές φορές και οι κανονισμοί επιτρέπουν τοπικά τάσεις μεγαλύτερες από το όριο διαρροής.

Στα πλαίσια τα διπλωματικής έγινε και μη γραμμική ανάλυση για την οποία συμπεράναμε ότι λειτουργεί ικανοποιητικά στις μη γραμμικές περιοχές δηλαδή για τάσεις μεγαλύτερες του ορίου διαρροής ενώ για μικρότερες βγάζουμε όμοια αποτελέσματα με εκείνα της γραμμικής. Επιπροσθέτως κάναμε και έλεγχο λυγισμού με το *Ansys* εξάγοντας το *Load Multiplier* και συμπεράναμε ότι δεν παρουσιάζεται λυγισμός, ενώ την καλύτερη συμπεριφορά απέναντι σε αυτού του είδους την καταπόνηση την έχει το μπρακέτο με φλάντζα.

Τέλος σχετικά με το *Ansys*, είναι αρκετά χρήσιμο εργαλείο για πολλές εφαρμογές και κυρίως της μηχανικής καθώς εξάγει γρήγορα και εύκολα αποτελέσματα αρκεί κάποιος να ξέρει να το χρησιμοποιεί κατάλληλα και να ορίζει κυρίως το σωστό πλέγμα αλλά και τις σωστές παραμέτρους για πιο ορθά και ακριβή αποτελέσματα.

## Προτάσεις

Εκτός από όσα μελετήσαμε στην συγκεκριμένη διπλωματική, εάν κάποιος θέλει να μελετήσει περισσότερο το συγκεκριμένο θέμα θα μπορούσε να επεκταθεί στα παρακάτω:

- Να εφαρμόσει πυκνότερη διακριτοποίηση έως εκεί φυσικά που το επιτρέπει η εκπαιδευτική άδεια καθώς έχει συγκεκριμένο ελάχιστο μέγεθος αλλά και αριθμό στοιχείων που χρησιμοποιούνται για να προσεγγίσουμε το πρόβλημα.
- Να δοκιμάσει άλλο σχήμα στα στοιχεία. Υπάρχουν ως επιλογές τα τριγωνικά, τα τετραεδρικά καθώς και συνδυασμός αυτών.
- Εκτός από την γραμμική συνάρτηση σχήματος που είναι εξ αρχής ως ρύθμιση στο *Ansys* θα μπορούσε κάποιος να δοκιμάσει την κυβική και να συγκρίνει τα αποτελέσματα. Στη κυβική ουσιαστικά προσθέτουμε ένα κόμβο και γίνονται 3 πλέον στο μητρικό στοιχείο.
- Χρήσιμη θα ήταν η αλλαγή του μήκους των δύο κάθετων ενισχυτικών από 2m x 2m, ώστε να δούμε ποια διάταξη δίνει καλύτερα αποτελέσματα.
- Εφαρμογή της πάκτωσης και στο κάθετο ενισχυτικό.
- Να εφαρμόσει διαφορετικό μήκος στις πλευρές του μπρακέτου και να δει πως επηρεάζονται οι μέγιστες τάσεις και παραμορφώσεις.
- Αλλαγή του τρόπου που εφαρμόζεται η δύναμη, για παράδειγμα τοπικά σε συγκεκριμένο σημείο ή με την μορφή πίεσης ( $\frac{N}{m^2}$ ).
- Παραλλαγή με μικρή καμπυλότητα στο σημείο συγκέντρωση τάσεων στον κορμό του μπρακέτου και εύρεση αποτελεσμάτων.
- Τέλος θα μπορούσε και κάποιος να δοκιμάσει διαφορετικό υλικό από τον χάλυβα που χρησιμοποιήθηκε με όριο διαρροής 235 Mpa και να αξιολογήσει τα αποτελέσματα, δηλαδή, την μέγιστη δύναμη που μπορεί να δεχθεί η κατασκευή.

## Βιβλιογραφία

### Έντυπη

- Γεώργιος Κ. Χατζηκωσταντής, Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Ναυπηγών Μηχανικών ΠΑΔΑ. Ναυπηγικό Κατασκευαστικό Σχέδιο, Αθήνα 2022, Εκδόσεις Τσιότρας.

### Διαδικτυακή

- ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΘΕΟΔΟΥΛΙΔΗΣ - ΔΙΑΜΗΚΗΣ ΑΝΤΟΧΗ ΠΛΟΙΟΥ. Ανακτήθηκε την 12/04/2024- 1:38 μ.μ. από <https://eclass.uniwa.gr/courses/NA187/>
- ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΘΕΟΔΟΥΛΙΔΗΣ - ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΔΡΑΓΑΤΟΓΙΑΝΝΗΣ -- ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΤΗ ΝΑΥΠΗΓΙΚΗ ΚΑΙ ΤΗ ΘΑΛΑΣΣΙΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ. Ανακτήθηκε την 18/04/2024 - 3:44 μ.μ. από <https://eclass.uniwa.gr/courses/NA194/>
- ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΘΕΟΔΟΥΛΙΔΗΣ - ΚΑΝΟΝΙΣΜΟΙ ΝΗΟΓΝΩΜΟΝΩΝ. Ανακτήθηκε την 29/04/2024 - 5:10 μ.μ. από <https://eclass.uniwa.gr/courses/NA204/>
- Άλκης Παϊπέτης, Τμήμα Επιστήμης & Τεχνολογίας υλικών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων. Μηχανικές ιδιότητες σύνθετων υλικών: Κάμψη. <http://users.uoi.gr/csmlab.pdf>, Ημερομηνία ανάκτησης 25/04/2024
- Γεώργιος Λευθεριώτης, Τμήμα Μηχανικών Περιβάλλοντος, Πανεπιστήμιο Πατρών. Τεχνική Μηχανική. <https://eclass.upatras.gr/modules/document/file.p.pdf>, Ημερομηνία ανάκτησης 26/04/2024
- Καρίδης, Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο. Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων <http://users.ntua.gr/caridis/methodoi/keimena/chap%2003/Chapter%2003.pdf>, Ημερομηνία ανάκτησης 20/04/2024
- ABS. Rules for Building and Classing Marine Vessels, Part 3 Hull Construction and Equipment. <https://ww2.eagle.org/en/rules-and-resources/rules-and-guides.html#/content/dam/eagle/rules-and-guides/current/other/1-rules-for-building-and-classing-marine-vessels-2024>, Ημερομηνία ανάκτησης 02/05/2024
- Ansys. <https://www.ansys.com/>, Ημερομηνία ανάκτησης 18/06/2024

- Carleton College, Teach the Earth. Tensors: Strain, Stress and Elasticity, by Pamela Burnley, University of Nevada Las Vegas, 19 January 2012. [https://serc.carleton.edu/NAGTWorkshops/mineralogy/mineral\\_physics/tensors.html](https://serc.carleton.edu/NAGTWorkshops/mineralogy/mineral_physics/tensors.html), Ημερομηνία ανάκτησης 14/04/2024
- DNV. Rules for Classification RU Ship, Hull Structural Design Principles. <https://standards.dnv.com/explorer/document/7AD7E71890A742BCA891FD567076D75C/24>, Ημερομηνία ανάκτησης 04/05/2024
- ESDR. A Brief History of FEA. <https://www.esrd.com/simulation-technology/brief-history-of-fea/>, Ημερομηνία ανάκτησης 15/04/2024
- IACS. CSR for Bulk Carriers and Oil Tankers. <https://iacs.org.uk/resolutions/common-structural-rules/csr-for-bulk-carriers-and-oil-tankers>, Ημερομηνία ανάκτησης 02/05/2024
- Internshala Trainings. What is Ansys, by Gaurav Aggarwal. <https://trainings.internshala.com/blog/what-is-ansys/>, Ημερομηνία ανάκτησης 29/04/2024
- Isalos.net. Νηογνώμονες, Νικόλαος Δαρεμάς Μηχανολόγος Τεχνικού Τμήματος RINA. <https://www.isalos.net/2023/10/niognomones-ola-osa-prepei-na-gnorizete/>, Ημερομηνία ανάκτησης 29/04/2024
- Maritimecyprus. Maritime History Lloyd Register. <https://maritimecyprus.com>, Ημερομηνία ανάκτησης 28/04/2024
- O'Donnell Consulting Engineers. History of Finite Element Analysis. <https://www.odonnellconsulting.com/what-we-do/expert-witness-forensic-engineering/forensic-engineering-expert-witness/history-of-fea/>, Ημερομηνία ανάκτησης 14/04/2024
- Onscale /An Ansys Company. Meshing In FEA, By Cloe Alisson, 18 March 2022. <https://onscale.com/meshing-in-fea-introduction-to-meshing/>, Ημερομηνία ανάκτησης 19/04/2024
- PIGSO Learning. Types of Supports and Reactions, August 31 2021. <https://pigsolearning.com/civil-engineering/types-of-supports-and-reactions/>, Ημερομηνία ανάκτησης 21/04/2024
- Rhinoceros. <https://www.rhino3d.com/>, Ημερομηνία ανάκτησης 18/06/2024

- Simscale. What are boundary conditions?.  
<https://www.simscale.com/docs/simwiki/numerics-background/what-are-boundary-conditions/>, Ημερομηνία ανάκτησης 20/04/2024
- Value Design Ltd FEA Consultancy. FEA Boundary Condition.  
<https://www.valuedes.co.uk/boundary-conditions.html>, Ημερομηνία ανάκτησης 20/04/2024
- Xometry. Bending Stress: Definition, How it works, Calculation, Types and Examples, 20 September 2023. <https://www.xometry.com/resources/3d-printing/yield-strength/>, Ημερομηνία ανάκτησης 15/04/2024
- Xometry. Yield Strength: Definition, Importance, Graph and how to calculate, 30 March 2023. <https://www.xometry.com/resources/3d-printing/yield-strength/>, Ημερομηνία ανάκτησης 15/04/2024

