



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗΣ

**Ιατρική διάγνωση με χρήση μεθόδων  
ομαδικής λήψης αποφάσεων με  
πολλαπλά κριτήρια σε ασαφές  
περιβάλλον**

**ΣΟΦΙΑ ΤΕΡΖΙΔΗ**

**Αριθμός Μητρώου: 18388066**

**Επιβλέπων Καθηγητής**

**Αναστάσιος Ντούνης, Καθηγητής**

**Αθήνα 28/09/2024**

Η Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

Ο Επιβλέπων Καθηγητής

Αναστάσιος Ντούνης

Καθηγητής

Ιωάννης Καλατζής

Καθηγητής

Παναγιώτης Μουστάνης

Αναπληρωτής καθηγητής

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η υπογράφουσα Σοφία Τερζίδη του Χρήστου, με αριθμό μητρώου 18388066 φοιτήτρια του Τμήματος Μηχανικών Βιοϊατρικής της Σχολής Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

Ημερομηνία

22/09/2024

Η Δηλούσα

Σοφία Τερζίδη



## Περίληψη

Η παρούσα εργασία διερευνά έξι διαφορετικές πολυκριτηριακές μεθόδους ομαδικής λήψης αποφάσεων (Multiple Attribute Group Decision Making - MAGDM) χρησιμοποιώντας ασαφή λογική για τον προσδιορισμό των αποδοτικότερων ασαφών τεχνικών που κατατάσσουν τους ασθενείς ανάλογα με την σοβαρότητα των συμπτωμάτων τους στη διάγνωση της ηπατίτιδας. Ονομαστικά, εφαρμόζονται οι μέθοδοι TOPSIS, VIKOR, COPRAS, FAHP, ELECTRE και PROMETHEE για την διαλογή και καλύτερη παροχή φροντίδας των ασθενών. Χρησιμοποιώντας ασαφή λογική είναι δυνατό να ξεπεραστούν φραγμοί όπως η ασάφεια των δεδομένων και η έλλειψη ιατρικής γνώσης. Ως αρχικά δεδομένα χρησιμοποιήθηκαν πίνακες από την αναφερόμενη βιβλιογραφία, τα οποία εδράζονται στην κρίση ιατρικών εμπειρογνομόνων και στην βαθμονόμηση ορισμένων συμπτωμάτων για την στάθμιση και εφαρμογή των αλγορίθμων.

Τα ευρήματα υποδεικνύουν ότι η πλειονότητα των μεθόδων είναι επαρκής για μια στοιχειώδη διαλογή που ξεχωρίζει τα ήπια από τα πιο σοβαρά περιστατικά με μικρές μεταβολές στις κατατάξεις. Σημαντικά όμως είναι τα αποτελέσματα που συμπεριλαμβάνουν qROPFSs λόγω της ακρίβειας και της σταθερότητας τους ακόμα και υπό συνθήκες θορύβου.

Εκτενέστερα, η μελέτη δείχνει ότι οι πιο απλές προσεγγίσεις, όπως οι TOPSIS και COPRAS, είναι σχετικά απλές στην κατανόηση και την εφαρμογή, ενώ η FAHP με χρήση ιδιοδιανυσμάτων είναι ομοίως επωφελής. Οι ELECTRE και PROMETHEE, παρά το γεγονός ότι είναι πιο πολύπλοκες, προσφέρουν ολοκληρωμένες κατατάξεις και αυξημένη ευελιξία στην αντιμετώπιση της αβεβαιότητας των συμπτωμάτων.

Η ανάλυση υποστηρίζει την ανάπτυξη ενός συστήματος πολυκριτηριακής ανάλυσης αποφάσεων καθώς έχει την δυνατότητα πολύτιμης συνδρομής στη λήψη ιατρικών αποφάσεων, ακόμα και πέρα από το πλαίσιο της ηπατίτιδας. Με την εξέλιξη της τεχνολογίας στην υγειονομική περίθαλψη, η εφαρμογή τέτοιων συστημάτων στην κλινική πράξη θα έχει ζωτική σημασία για τη βελτίωση και τυποποίηση των διαθέσιμων διαγνωστικών διαδικασιών για την ηπατίτιδα και άλλες σύνθετες παθήσεις.

**Λέξεις Κλειδιά:** Ιατρική διάγνωση, ασαφή σύνολα, q-ROFS, MCDA, MAGDM, TOPSIS, VIKOR, COPRAS, FAHP, ELECTRE, PROMETHEE.

## Πίνακας Περιεχομένων

<b>1. Εισαγωγή.....</b>	<b>10</b>
<b>2. Θεωρητικό υπόβαθρο.....</b>	<b>13</b>
2.1 <u>Ηπατίτιδα</u> .....	13
2.1.1 Ηπατίτιδα Α.....	13
2.1.1 Ηπατίτιδα Β.....	13
2.1.1 Ηπατίτιδα C.....	14
2.1.1 Ηπατίτιδα D.....	15
2.1.1 Ηπατίτιδα E.....	16
2.2 <u>Γνώσεις ασαφούς λογικής</u> .....	18
2.2.1 Ασαφή σύνολα.....	18
2.2.2 Διαισθητικά ασαφή σύνολα.....	19
2.2.3 Πυθαγόρεια Ασαφή Σύνολα.....	21
2.2.4 Φερμάτεια ασαφή σύνολα.....	24
2.2.5 α-βαθμίδας ζεύγη ασύζευκτων ασαφών συνόλων.....	26
2.3 <u>Ανάλυση αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια</u> .....	29
2.3.1 TOPSIS.....	29
2.3.2 VIKOR.....	30
2.3.3 COPRAS.....	31
2.3.4 FAHP.....	32
2.3.5 ELECTRE.....	33
2.3.6 PROMETHEE.....	34
<b>3. Μεθοδολογία.....</b>	<b>36</b>
3.1 <u>Δεδομένα και προεπεξεργασία</u> .....	37
3.2 <u>Μεθοδολογία MAGDM</u> .....	42
3.2.1 TOPSIS.....	42
3.2.2 VIKOR.....	45
3.2.3 COPRAS.....	47
3.2.4 FAHP.....	48
3.2.5 ELECTRE.....	53
3.2.6 PROMETHEE.....	58
<b>4. Αποτελέσματα.....</b>	<b>65</b>
4.1 TOPSIS.....	65
4.2 VIKOR.....	72
4.3 COPRAS.....	75
4.4 FAHP.....	76
4.5 ELECTRE.....	80
4.6 PROMETHEE.....	82
<b>5. Συζήτηση και συμπεράσματα.....</b>	<b>86</b>
<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>89</b>

## Abstract

This paper presents an investigation into six distinct multi-attribute group decision-making (MAGDM) methods utilizing fuzzy logic, with the objective of identifying the most efficient fuzzy techniques for ranking patients according to their symptom severity in the diagnosis of hepatitis. The aforementioned methods, namely TOPSIS, VIKOR, COPRAS, FAHP, ELECTRE and PROMETHEE, were employed for the purpose of screening and optimizing the delivery of patient care. The utilization of fuzzy logic enables the overcoming of obstacles such as data ambiguity and possible gaps in medical knowledge. Tables from the cited literature were used as initial data, based on the judgment of medical experts and the experts' calibration of certain symptoms in order to assign weights to each one and apply the algorithms.

The findings suggest that the majority of methods are adequate for rudimentary screening that differentiates between milder and more severe cases with minor changes in classifications. Nevertheless, results that include qROPFSs are significant due to their accuracy and stability even under noise conditions.

More extensively, the study suggests that simpler approaches, such as TOPSIS and COPRAS, are relatively straightforward to understand and implement, while FAHP using eigenvectors is similarly beneficial. Notwithstanding their greater complexity, ELECTRE and PROMETHEE offer comprehensive classifications and increased flexibility in dealing with symptom uncertainty.

The findings support the development of a multi-criteria decision analysis system as it has the potential to provide valuable assistance in medical decision making. Moreover, the insights gained from this analysis have the potential to inform decision-making in contexts beyond hepatitis. With the advancement of technology in healthcare, the implementation of such systems in clinical practice will be crucial to enhance and standardize the available diagnostic procedures for hepatitis and other complex diseases.

**Keywords: Medical diagnosis, fuzzy sets, q-ROFSs, MCDA, MAGDM, TOPSIS, VIKOR, COPRAS, FAHP, ELECTRE, PROMETHEE.**

### **Ευχαριστίες:**

Θεωρώ υποχρέωσή μου να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Αναστάσιο Ντούνη για τις πολύτιμες υποδείξεις του, το χρόνο που αφιέρωσε κατά τη διάρκεια της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας. Επιπλέον, θα ήταν παράλειψη αν δεν αναγνώριζα την ανεκτίμητη συμβολή του υποψήφιου διδάκτορα κ. Δημητρίου Παναγιώτου για την καθοδήγηση και βοήθεια.

Τέλος, θα ήθελα να εκφράσω την ευγνωμοσύνη μου στους συμφοιτητές και φίλους μου για τη βοήθεια και τη φιλία τους. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αμέριστη υποστήριξη καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

## Πίνακας περιεχομένων

<b>1. Εισαγωγή.....</b>	<b>9</b>
<b>2. Θεωρητικό υπόβαθρο.....</b>	<b>12</b>
2.1 <u>Ηπατίτιδα</u> .....	12
2.1.1 Ηπατίτιδα Α.....	12
2.1.1 Ηπατίτιδα Β.....	12
2.1.1 Ηπατίτιδα C.....	13
2.1.1 Ηπατίτιδα D.....	14
2.1.1 Ηπατίτιδα E.....	15
2.2 <u>Γνώσεις ασαφούς λογικής</u> .....	17
2.2.1 Ασαφή σύνολα.....	17
2.2.2 Διαισθητικά ασαφή σύνολα.....	18
2.2.3 Πυθαγόρεια Ασαφή Σύνολα.....	20
2.2.4 Φερμάτεια ασαφή σύνολα.....	23
2.2.5 α-βαθμίδας ζεύγη ασύζευκτων ασαφών συνόλων.....	25
2.3 <u>Ανάλυση αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια</u> .....	28
2.3.1 TOPSIS.....	28
2.3.2 VIKOR.....	29
2.3.3 COPRAS.....	30
2.3.4 FAHP.....	31
2.3.5 ELECTRE.....	32
2.3.6 PROMETHEE.....	33
<b>3. Μεθοδολογία.....</b>	<b>35</b>
3.1 <u>Δεδομένα και προεπεξεργασία</u> .....	36
3.2 <u>Μεθοδολογία MAGDM</u> .....	41
3.2.1 TOPSIS.....	41
3.2.2 VIKOR.....	44
3.2.3 COPRAS.....	46
3.2.4 FAHP.....	47
3.2.5 ELECTRE.....	53
3.2.6 PROMETHEE.....	57
<b>4. Αποτελέσματα.....</b>	<b>64</b>
4.1 TOPSIS.....	64
4.2 VIKOR.....	71
4.3 COPRAS.....	74
4.4 FAHP.....	75
4.5 ELECTRE.....	79
4.6 PROMETHEE.....	81
<b>5. Συζήτηση και συμπεράσματα.....</b>	<b>85</b>
<b>Βιβλιογραφία.....</b>	<b>88</b>



**Πίνακας 1: Συντομογραφίες**

CI	Consistency Index
COPRAS	COmplex PROportional ASsessment
CR	Consistency Ratio
DAAs	Direct-Acting Antivirals
ELECTRE	ELimination Et Choix Traduisant la RÉalité
FAHP	Fuzzy Analytic Hierarchy Process
FFN	Fermatean Fuzzy Number
FFS	Fermatean Fuzzy Set
F MAGDM	Fuzzy Multiple Attribute Group Decision Making
FNIS	Fuzzy Negative Ideal Solution
FPIS	Fuzzy Positive Ideal Solution
FS	Fuzzy Sets
FTOPSIS	Fuzzy Order of Preference by Similarity to Ideal Solution
IFS	Intuitionistic Fuzzy Set
MAGDM	Multiple Attribute Group Decision Making
MCDA	Multiple Criteria Decision Analysis
MATLAB	MATrix LABoratory
PAPRIKA	Potentially All Pairwise RanKings of all possible Alternatives
PFN	Pythagorean fuzzy number
PFS	Pythagorean Fuzzy Set
PROMETHEE	Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations
q-ROFN	q-Rung Orthopair Fuzzy Number
q-ROFS	q-Rung Orthopair Fuzzy Set
RI	Random Index
SMART	Simple Multi-Attribute Rating Technique
TOPSIS	Order of Preference by Similarity to Ideal Solution
VIKOR	Vlsekriterijuska Optimizacija I Komoromisno Resenje
Εξ.	Εξίσωση
ΠΟΥ	Παγκόσμιος Οργανισμός Υγείας

## 1. Εισαγωγή

Η ιατρική διάγνωση είναι η διαδικασία διερεύνησης ασθενειών από τα συμπτώματα ενός ασθενούς και αποτελεί θεμελιώδη πτυχή της σύγχρονης υγειονομικής περίθαλψης, καθώς είναι απαραίτητη για την ανάπτυξη αποτελεσματικών θεραπευτικών σχεδίων και την παροχή βέλτιστης φροντίδας στους ασθενείς. Κατά την Αριστοτέλεια λογική και μάλιστα σύμφωνα με τον νόμο της μη αντίφασης, η κάθε κατάσταση μπορεί να έχει μόνο δύο λογικές τιμές, όπως είναι τα ζεύγη αληθές-ψευδές, 0-1 και άσπρο-μαύρο. Ωστόσο, η πλειονότητα των καταστάσεων στην πραγματικότητα λαμβάνει ενδιάμεσες τιμές, ειδικά στον τομέα της υγείας <sup>[1]</sup>. Τα κλινικά δεδομένα είναι συχνά αβέβαια, μεταβλητά και η ενσωμάτωση διαφορετικών πηγών πληροφοριών και πολλαπλών κριτηρίων αξιολόγησης είναι δύσκολη. Εφόσον η ταξινόμηση ενός συμπτώματος ως ασθένεια βασίζεται σε αυτά τα δεδομένα, η συνήθης προσέγγιση για την ιατρική διάγνωση είναι η χρήση της ασαφούς λογικής μέσω εξελιγμένων υπολογιστικών τεχνικών για την απεικόνιση των σχέσεων μεταξύ ατόμων, συμπτωμάτων και ασθενειών. Επιτυχείς εφαρμογές της υπάρχουν σε τομείς όπως η διαστημική ιατρική, η τηλεϊατρική και οι επιχειρήσεις διάσωσης <sup>[2]</sup>.

Η ακριβής διάγνωση της σοβαρότητας της ηπατίτιδας αποτελεί μείζον σημείο για την χορήγηση της καταλληλότερης θεραπείας, την πρόληψη της νόσου και την βελτιστοποίηση της φροντίδας των ασθενών. Σύμφωνα με το Global Hepatitis Report 2024 του Παγκόσμιου Οργανισμού Υγείας (ΠΟΥ), η ηπατίτιδα είναι η δεύτερη κύρια μολυσματική αιτία θανάτου παγκοσμίως, με 1,3 εκατομμύρια θανάτους κάθε χρόνο. Σύμφωνα με τα στατιστικά στοιχεία από συνολικά 187 χώρες, παρατηρείται μια αύξηση 18.2% στον αναμενόμενο αριθμό των θανάτων από ιογενή ηπατίτιδα από το 2019 στο 2022, χρονιά που αριθμήσε 1,3 εκατομμύριους θανάτους. Επιπρόσθετα, συμπεραίνεται πως η ηπατίτιδα Β συντέλεσε στο 83% των συνολικών θανάτων και η ηπατίτιδα C στο 17%. Η ηπατίτιδα Β και η C ευθύνονται αποκλειστικά για 354 εκατομμύρια χρόνιας ασθένειας και αποτελούν την κύρια αιτία θανάτου από κίρρωση του ήπατος, καρκίνο του ήπατος και ιογενή ηπατίτιδα. Στατιστικά τέτοιας εμβέλειας ωθούν την ανάπτυξη και την τελειοποίηση συστημάτων σχετικά με την παθολογία της ηπατίτιδας <sup>[3]</sup>.

Γενικά στον τομέα της λήψης αποφάσεων, είναι εμφανές ότι τα προβλήματα ολοένα και αυξάνονται σε πολυπλοκότητα και ασάφεια ειδικά όσον αφορά τομείς όπως η ιατρική. Ως απάντηση σε αυτή την νέα ζήτηση, δημιουργείται ένα σύμπλεγμα καινοτομιών το οποίο επεκτείνει και ενισχύει τις δυνατότητες της συμβατικής θεωρίας ασαφών συνόλων. Μια τέτοια τεχνική είναι η ομαδική λήψη αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια, κοινώς γνωστή ως MAGDM. Η λογική επέκταση της MAGDM είναι η Fuzzy MAGDM (FMAGDM), η οποία υιοθετεί νοοτροπία της ασαφούς λογικής με συνέπεια να μπορεί να διαχειρίζεται καλύτερα τα δεδομένα. Η MAGDM είναι μια υποκατηγορία της ανάλυσης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια (Multiple Criteria Decision Analysis - MCDA) η οποία ασχολείται συγκεκριμένα με σενάρια λήψης αποφάσεων με συμμετοχή πολλών φορέων λήψης αποφάσεων, ενώ η MCDA αφορά έναν μόνο λήπτη αποφάσεων <sup>[4]</sup>.

Οι τεχνικές αυτές έχουν σχεδιαστεί για να βοηθούν τους λήπτες αποφάσεων στην ανάλυση των επιλογών τους και στην επιλογή της βέλτιστης λύσης με βάση προκαθορισμένες προτιμήσεις και στόχους. Η τεχνική για τη σειρά προτίμησης με βάση την ομοιότητα με μια ιδανική λύση (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution - TOPSIS), η μέθοδος VlseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje (VIKOR), η μέθοδος σύνθετης αναλογικής αξιολόγησης (Complex Proportional Assessment - COPRAS), η Διαδικασία Ασαφής Αναλυτικής Ιεραρχίας (Fuzzy Analytic Hierarchy Process - FAHP), οι μέθοδοι ELimination Et Choix Traduisant la Réalité

(ELECTRE) και Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations (PROMETHEE) και πολλές άλλες τεχνικές MCDA έχουν καθιερωθεί στη λήψη αποφάσεων στον τομέα της υγειονομικής περίθαλψης.

Το TOPSIS και το VIKOR είναι δύο αλγόριθμοι που έχουν υιοθετηθεί ευρέως τα τελευταία χρόνια ενώ το COPRAS αποτελεί μια μέθοδο κανονικοποίησης, κατά την οποία συνδυάζονται όλοι οι δείκτες σε μια ενιαία τιμή. Οι τρόποι που λειτουργούν είναι πολύ απλοί και κατανοητοί <sup>[5]</sup>.

Η AHP βασίζεται στην αρχή σύγκρισης ανά ζεύγη και είναι μία από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες πολυκριτηριακές μεθόδους υποστήριξης αποφάσεων <sup>[6]</sup>.

Αντιθέτως, το PROMETHEE είναι μια ευρέως εφαρμοσμένη τεχνική υπεροχής που επιτρέπει μερικούς συμβιβασμούς μεταξύ των κριτηρίων και περιλαμβάνει πολλές παραλλαγές στις μεθόδους της. Με αυτόν τον τρόπο, παρέχει στους χρήστες της πιο αποδοτική πληροφορία σχετικά με τα αρχικά δεδομένα <sup>[7]</sup>.

Τέλος το ELECTRE, χρησιμοποιεί σχέσεις προτίμησης μεταξύ ζευγών εναλλακτικών λύσεων για τον καθορισμό δεικτών συμφωνίας και ασυμφωνίας με σκοπό την τελική κατάταξη <sup>[8]</sup>.

Η ασαφής λογική έχει ευρύτατα χρησιμοποιηθεί στην ιατρική διάγνωση για την καλύτερη διαχείριση της αβεβαιότητας των ιατρικών δεδομένων. Οι Uma και Joyce Sharline <sup>[1]</sup> συνθέτουν μια ανασκόπηση της εφαρμογής της ασαφούς λογικής στην πρόγνωση, διάγνωση και θεραπεία σε ένα ευρύ φάσμα ιατρικών παθολογιών καταδεικνύοντας έτσι την προσαρμοστικότητα και την αποτελεσματικότητά της.

Οι Muthukumar et al. <sup>[9]</sup> χρησιμοποιούν διαισθητικά ασαφή σύνολα για την διάγνωση της ηπατίτιδας μετρώντας την ομοιότητα των συμπτωμάτων των ασθενών με αντίστοιχα προφίλ ασθενειών. Το προτεινόμενο μέτρο ομοιότητας αποδεικνύεται ότι παράγει ακριβή και αξιόπιστα αποτελέσματα στην ιατρική διάγνωση.

Ομοίως, οι Ngan et al <sup>[2]</sup> προτείνουν ένα νέο μέτρο εγγύτητας για τα διαισθητικά ασαφή σύνολα χρησιμοποιώντας παρόμοια αρχικά δεδομένα και μέσω του υπολογισμού της εγγύτητας των συμπτωμάτων των ασθενών με τα προφίλ ασθενειών προκύπτουν οι πιθανές διαγνώσεις. Η μέθοδος αυτή έχει καλύτερη απόδοση και ως εργαλείο μπορεί να έχει εφαρμογές και εκτός του τομέα της ιατρικής.

Οι Ejder Aycin et al <sup>[10]</sup> προσεγγίζουν το πρόβλημα επιλογής περιοχών για νοσοκομεία πανδημίας με τη χρήση της μεθόδου Interval Type-2 Fuzzy Best-Worst Method (IT2FBWM) για τον προσδιορισμό της βαρύτητας των κριτηρίων.

Αντίστοιχες εφαρμογές στον τομέα της υγείας έχουν διερευνηθεί με τεχνικές MCDA. Πιο συγκεκριμένα, οι Dounis και Steforoulos <sup>[11]</sup> προτείνουν ένα ευφύες σύστημα ιατρικής διάγνωσης που αξιοποιεί τα q-βαθμίδας ζεύγη ασύζευκτων ασαφών συνόλων (q-ROFS), τις σύνθετες ασαφείς σχέσεις, τους τελεστές συνάθροισης και τα μέτρα ομοιότητας. Στόχος του συστήματος είναι η ενίσχυση της ακρίβειας και της αξιοπιστίας της ιατρικής διάγνωσης με την αποτελεσματική αντιμετώπιση της αβεβαιότητας και ανακρίβειας που περιέχουν τα ιατρικά δεδομένα.

Οι Marsh et al <sup>[12]</sup> καταγράφουν τις καλές πρακτικές στην εφαρμογή μεθόδων MCDA στη λήψη αποφάσεων στον τομέα της υγειονομικής περίθαλψης.

Οι Kirişci et al <sup>[13]</sup> χρησιμοποιούν την μέθοδο VIKOR σε συνδυασμό με τα γενικευμένα Πυθαγορεία ασαφή σύνολα για την αξιολόγηση των προκλήσεων που αντιμετωπίζουν τα παιδιά της Πρώιμης Παιδικής Ηλικίας στην καραντίνα του κορονοϊού.

Την ίδια μέθοδο συνδυάζουν οι Razzaque et al <sup>[14]</sup> με σφαιρικά q-γραμμικά διοφαντικά ασαφή σύνολα και με τελεστές συνάθροισης Dombi στο άρθρο τους σχετικά με την διάγνωση της ηπατίτιδας. Από την άλλη, οι Naeem et al <sup>[15]</sup> υλοποιούν τις μεθόδους TOPSIS, VIKOR και γενικευμένους πυθαγόρειους ασαφείς τελεστές για τον προσδιορισμό της σοβαρότητας της ηπατίτιδας.

Αν και το πλήθος των ερευνών είναι εκτεταμένο, υπάρχουν ακόμη αρκετά κενά στην υπάρχουσα βιβλιογραφία. Ένας σημαντικός αριθμός των μελετών έχει επικεντρωθεί στην θεωρητική ανάπτυξη των αλγορίθμων, χωρίς να υπάρχει κάποια συστηματική αξιολόγηση σε πραγματικά κλινικά δεδομένα.

Παρότι υπάρχουν έρευνες που συγκρίνουν την αποδοτικότητα των μεθόδων MCDA μεταξύ τους, η σύγκριση των μεθόδων MCDA με άλλες διαγνωστικές τεχνικές έχει ερευνηθεί δυσανάλογα λιγότερο σε σχέση με τις έρευνες που συγκρίνουν την αποδοτικότητα των διαφόρων μεθόδων MCDA. Επίσης, απορρέει από την βιβλιογραφική έρευνα πως οι εφαρμογές που σχετίζονται με την κατάταξη της σοβαρότητας της ηπατίτιδας σε ασθενείς είναι περιορισμένες, ειδικά αν ενσωματώνουν ασαφή λογική στους αλγορίθμους τους.

Τέλος, σύμφωνα με το πλήθος των υφιστάμενων ερευνών και άρθρων φαίνεται πως τα q-ROFS δεν έχουν ακόμα διαδοθεί ευρέως παρότι τα τελευταία χρόνια γίνονται ολοένα και πιο γνωστά. Με αυτόν τον τρόπο, δημιουργείται ένας χώρος κατάλληλος για εξερεύνηση και περαιτέρω ανάλυση.

Η παρούσα εργασία επιδιώκει να εξετάσει την εφαρμογή διαφόρων τεχνικών MCDA στο πλαίσιο της ιατρικής διάγνωσης σε ασαφές περιβάλλον, με έμφαση στη χρήση τους για τη κατάταξη των ασθενών ανάλογα με τη σοβαρότητα της ηπατίτιδας που έχουν. Συγκρίνοντας παράλληλα τις μεθόδους αναδεικνύεται μια πιο ολιστική εικόνα της αποδοτικότητας και της λειτουργικότητας της κάθε μεθόδου στο εν λόγω πρόβλημα.

Η εργασία είναι δομημένη ως εξής:

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο της εργασίας, στο οποίο περιγράφεται η ηπατίτιδα, η θεμελιώδης θεωρία ασαφούς λογικής, τα qROFSs καθώς και περιγράφονται οι βασικές τεχνικές πολυπαραγοντικής ανάλυσης που αναφέρθηκαν.

Στο τρίτο κεφάλαιο βρίσκονται οι μεθοδολογίες που χρησιμοποιήθηκαν στην εργασία πάνω στις οποίες στηρίζεται η διαδικασία λήψης απόφασης.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της εργασίας αναλυτικά.

Τέλος, στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται η ανάλυση των αποτελεσμάτων που οδηγεί σε ορισμένα συμπεράσματα της εργασίας.

## 2. Θεωρητικό υπόβαθρο

### 2.1 Ηπατίτιδα

Η ηπατίτιδα είναι ένας γενικός όρος για την περιγραφή της φλεγμονής του ήπατος. Μπορεί να προκληθεί από διάφορους ιούς (και στην περίπτωση αυτή ονομάζεται ιογενής ηπατίτιδα), χημικές ουσίες, φάρμακα, αλκοόλ, γενετικές ανωμαλίες ή λόγω ενός υπερδραστικού ανοσοποιητικού συστήματος που επιτίθεται λανθασμένα στο ήπαρ, γνωστή ως αυτοάνοση ηπατίτιδα. Η ηπατίτιδα μπορεί να είναι οξεία (βραχυπρόθεσμη), που σημαίνει ότι εμφανίζεται ξαφνικά και στη συνέχεια υποχωρεί ή χρόνια, η οποία καταδεικνύει μια μακροχρόνια κατάσταση που προκαλεί πιο ήπια συμπτώματα και προοδευτική ηπατική βλάβη. Τα επικρατέστερα στελέχη του ιού της ηπατίτιδας είναι ο τύπος A, B και C, ενώ υπάρχουν και οι τύποι D και E <sup>[3][15]</sup>.

#### 2.1.1 Ηπατίτιδα A

Η ηπατίτιδα A είναι μια άκρως μεταδοτική φλεγμονή του ήπατος που προκαλείται από τον ιό της ηπατίτιδας A (HAV) και μπορεί να προληφθεί με εμβολιασμό. Ο ιός αυτός είναι ένας από τους διάφορους τύπους μικροβίων ηπατίτιδας που προκαλούν ηπατική φλεγμονή και διαταράσσουν την ικανότητα του ήπατος να λειτουργεί σωστά. Η πλειονότητα των ασθενών αναρρώνει πλήρως από την ηπατίτιδα A και αποκτά ισόβια ανοσία <sup>[16][15]</sup>.

Ο ιός της ηπατίτιδας A μεταδίδεται κυρίως μέσω της κοπρανο-στοματικής οδού, η οποία συμβαίνει όταν ένα μη μολυσμένο και μη εμβολιασμένο άτομο καταναλώνει τρόφιμα ή νερό μολυσμένα με τα περιττώματα ενός μολυσμένου ατόμου. Η νόσος έχει άμεση συσχέτιση με μολυσμένο νερό ή φαγητό, ανεπαρκείς συνθήκες υγιεινής, κακή προσωπική υγιεινή και στοματικό-πρωκτικό σεξ χωρίς τις απαραίτητες προφυλάξεις <sup>[16]</sup>.

Η περίοδος επώασης της ηπατίτιδας A είναι συνήθως 2-4 εβδομάδες, ενώ τα συμπτώματα μπορεί να εμφανιστούν 5-7 εβδομάδες μετά την αρχική μόλυνση. Αυτά ενδέχεται να περιλαμβάνουν κόπωση, εντερικό ερεθισμό, απώλεια πείνας, σκούρα ούρα, απότομη ναυτία και έμετο, χαμηλό πυρετό, ενοχλήσεις στις αρθρώσεις και ίκτερο (κιτρίνισμα των ματιών και του δέρματος). Δεν εμφανίζονται όλα τα συμπτώματα σε όλους όσους έχουν μολυνθεί <sup>[16][15]</sup>.

Δεν υπάρχει κάποια θεραπεία για την ηπατίτιδα A. Η ανάρρωση μετά την μόλυνση μπορεί να είναι αργή και να διαρκέσει αρκετές εβδομάδες ή μήνες. Στις μεγαλύτερες ηλικιακές ομάδες, η σοβαρότητα της ασθένειας και το πλήθος των θανάτων είναι μεγαλύτερα. Επίσης, αρκετά εμβόλια είναι εμπορικά διαθέσιμα για άτομα μεγαλύτερα του ενός έτους <sup>[16]</sup>.

#### 2.1.1 Ηπατίτιδα B

Η ηπατίτιδα B είναι μια ιογενής λοίμωξη που προσβάλλει το ήπαρ και μπορεί να προκαλέσει τόσο οξεία όσο και χρόνια νόσο, η οποία αυξάνει τον κίνδυνο θανάτου από κίρρωση και καρκίνο του ήπατος. Αποτελεί μείζον πρόβλημα δημόσιας υγείας και αιτία χρόνιας ηπατικής νόσου που το 2022 αριθμήσε περίπου 1,1 εκατομμύρια θανάτους, η πλειονότητα των οποίων οφειλόταν σε κίρρωση και καρκίνου του ήπατος. Προκαλείται από τον ιό της ηπατίτιδας B (HBV), που κλινικά ονομάζεται και ως HBV <sup>[17][15]</sup>.

Σύμφωνα με τον ΠΟΥ, 254 εκατομμύρια είχαν χρόνια λοίμωξη από την ηπατίτιδα Β το 2022, εκ των οποίων το 64% προέρχεται από τις περιοχές της Αφρικής και της Δυτικής Ασίας του Ειρηνικού. Προσεγγιστικά, 1,2 εκατομμύρια νέες μολύνσεις υπολογίζονται ότι συμβαίνουν κάθε χρόνο<sup>[3]</sup>.

Μεταδίδεται μέσω της επαφής με μολυσμένα σωματικά υγρά όπως για παράδειγμα ενδέχεται να γίνει με την σεξουαλική επαφή ή την κοινή χρήση βελονών ή συριγγών με άτομο που έχει τον ιό. Μπορεί επίσης να μεταδοθεί μέσω του γεννητικού καναλιού, δηλαδή από την μητέρα στο βρέφος μέσω της εγκυμοσύνης. Δεν μπορεί να μεταδοθεί με το σάλιο παρότι εμπεριέχει ιικό φορτίο<sup>[17]</sup>.

Τα βασικά συμπτώματα περιλαμβάνουν κόπωση, αδυναμία, ναυτία, έμετο, κοιλιακές ενοχλήσεις, πυρετό, ίκτερο, σκούρα ούρα, απώλεια όρεξης, και αυξανόμενο επίπεδο δυσφορίας στις αρθρώσεις<sup>[17][15]</sup>.

Η ηπατίτιδα Β μπορεί να προληφθεί με εμβόλια που είναι ασφαλή, διαθέσιμα και αποτελεσματικά. Το εμβόλιο χορηγείται συνήθως εντός εικοσιτεσσάρων ωρών μετά τη γέννηση και ακολουθείται από ορισμένες αναμνηστικές δόσεις τις επόμενες εβδομάδες. Παρέχει σχεδόν πλήρη προστασία έναντι του ιού. Εάν δεν εμβολιαστούν, 9 στα 10 νεογέννητα που μολύνονται με HBV θα αναπτύξουν χρόνια λοίμωξη HBV<sup>[17]</sup>.

### 2.1.1 Ηπατίτιδα C

Η ηπατίτιδα C είναι μια φλεγμονή του ήπατος που προκαλείται από τον ιό της ηπατίτιδας C (HCV). Είναι συνήθως θεραπεύσιμη με φάρμακα που λαμβάνονται στοματικά μία φορά την ημέρα για δύο με έξι μήνες. Μπορεί να είναι οξεία ή χρόνια νόσος<sup>[18]</sup>.

Εκτιμάται ότι 50 εκατομμύρια άνθρωποι παγκοσμίως έχουν χρόνια λοίμωξη HCV, με περίπου 1 εκατομμύρια νέα περιστατικά κάθε χρόνο. Η έγκαιρη ανίχνευση και θεραπεία της ηπατίτιδας C μπορεί να βοηθήσει στην πρόληψη σοβαρών ηπατικών βλαβών και στη βελτίωση της συνολικής υγείας<sup>[3]</sup>.

Περιοχές με υψηλό επιπολασμό του HCV σε φθίνουσα σειρά περιλαμβάνουν συγκεκριμένες χώρες της Αφρικής, Ρωσία, ανατολική Ευρώπη, Νότιος Καύκασος και Κεντρική Ασία<sup>[19]</sup>.

Είναι ένας ιός που μεταδίδεται μέσω μολυσμένου αίματος καθώς οι περισσότερες μολύνσεις δημιουργούνται από έκθεση σε μολυσμένο αίμα μέσω μολυσμένων συριγγών, μη ασφαλούς υγειονομικών διαδικασιών, όπως για παράδειγμα η ανεπαρκής αποστείρωση του ιατρικού εξοπλισμού, ιδίως των συριγγών και των βελονών σε χώρους υγειονομικής περίθαλψης. Μπορεί επιπλέον να μεταδοθεί μέσω του γεννητικού καναλιού. Πρέπει να σημειωθεί ότι δεν μεταδίδεται μέσω του μητρικού γάλακτος, των τροφίμων, του νερού ή του αγγίγματος με ένα μολυσμένο άτομο<sup>[18]</sup>.

Σχεδόν τα μισά άτομα που έχουν μολυνθεί με HCV δεν γνωρίζουν ότι πάσχουν από τη νόσο, καθώς η πλειονότητα είναι ασυμπτωματική και μπορεί να χρειαστούν δεκαετίες για να εκδηλωθεί η νόσος. Γενικά, ο χρόνος που χρειάζονται τα συμπτώματα της HCV για να εκδηλωθούν είναι από δύο εβδομάδες έως έξι μήνες<sup>[18]</sup>.

Τα συμπτώματα της ηπατίτιδας C περιλαμβάνουν κόπωση, πυρετό, ναυτία, έμετο, απώλεια όρεξης, πόνος στις αρθρώσεις, κοιλιακό άλγος, σκουρόχρωμα ούρα και ίκτερος <sup>[18][15]</sup>.

Δεν υπάρχει αποτελεσματικός εμβολιασμός για την ηπατίτιδα C. Τα αντιικά φάρμακα άμεσης δράσης (DAAs) μπορούν να θεραπεύσουν περισσότερο από το 95% των λοιμώξεων από ηπατίτιδα C καθώς στοχεύουν σε συγκεκριμένα στάδια του κύκλου ζωής του ιού. Δρουν στοχεύοντας άμεσα τον ιό, γεγονός που τα καθιστά πιο αποτελεσματικά από τις παλαιότερες θεραπείες, έχουν μικρότερους χρόνους θεραπείας (8-12 εβδομάδες) και λιγότερες παρενέργειες. Όμως, η πρόσβαση σε εξετάσεις και θεραπεία είναι περιορισμένη <sup>[18][20]</sup>.

### 2.1.1 Ηπατίτιδα D

Ο ιός της ηπατίτιδας δέλτα (HDV) επίσης είναι μια φλεγμονή του ήπατος που προκαλείται από τον ιό της ηπατίτιδας D. Σε αντίθεση με άλλους τύπους ηπατίτιδας, ο ιός αυτός δεν είναι μεταδοτικός από μόνος του. Μολύνει άτομα που έχουν ήδη μολυνθεί από τον HBV, ποσοστό που υπολογίζεται στο 5% των ατόμων παγκοσμίως που έχουν τον HBV <sup>[15][21]</sup>.

Σύμφωνα με έρευνα που δημοσιοποιήθηκε το 2020 στο *Journal of Hepatology*, βρέθηκαν γεωγραφικές εστίες υψηλού επιπολασμού στην Μογγολία, την Μολδαβία και στις χώρες της δυτικής και κεντρικής Αφρικής <sup>[22]</sup>.

Ένα άτομο μπορεί να μολυνθεί με τον HDV όταν μολύνεται ταυτόχρονα από την ηπατίτιδα B και από τον ιό D (συν-λοιμώξη, co-infection) ή μετά από μόλυνση από την ηπατίτιδα B (υπερ-λοιμώξη, super-infection). Ο συνδυασμός της λοίμωξης από HDV και HBV θεωρείται η πιο σοβαρή μορφή χρόνιας ιογενούς ηπατίτιδας λόγω της ταχύτερης εξέλιξης της θνησιμότητας και του ηπατοκυτταρικού καρκίνου <sup>[21]</sup>.

Ο HDV μεταδίδεται πρωτίστως μέσω επαφής με κάποιο τρύπημα ή άνοιγμα του δέρματος και δευτερευόντως μέσω της επαφής των βλεννογόνων με μολυσματικό αίμα ή σωματικά υγρά. Η μετάδοση του ιού μέσω του γενετικού καναλιού είναι δυνατή αλλά σπάνια <sup>[15][21]</sup>.

Σε περιπτώσεις οξείας ηπατίτιδας, η συν-λοιμώξη HBV με HDV μπορεί να οδηγήσει σε ένα εύρος έντασης συμπτωμάτων ηπατίτιδας παρόμοια με τους προαναφερθέντες τύπους ηπατίτιδας. Τα συμπτώματα αυτά εκδηλώνονται συνήθως εντός 3 έως 7 εβδομάδων από την αρχική μόλυνση και μπορεί να περιλαμβάνουν πυρετό, κόπωση, σκούρα ούρα, χλωμά κόπρανα, απώλεια όρεξης, ναυτία, έμετο, και ίκτερο. Ωστόσο, συχνά υπάρχει πλήρης ανάρρωση, ενώ η ανάπτυξη κεραυνοβόλου ηπατίτιδας (fulminant hepatitis) είναι σπάνια και η χρόνια ηπατίτιδα D εμφανίζεται σε λιγότερο από το 5% των περιπτώσεων οξείας ηπατίτιδας.

Στην περίπτωση της υπερ-λοιμώξης, επιταχύνεται η εξέλιξη της νόσου σε μια πιο σοβαρή μορφή για κάθε ηλικιακή ομάδα, προσβάλλοντας το 70-90% των ατόμων που έχουν μολυνθεί. Επιταχύνεται επίσης και η εμφάνιση κίρρωσης κατά σχεδόν μία δεκαετία συγκριτικά με τα άτομα που έχουν μόνο HBV <sup>[21]</sup>.

Ο εμβολιασμός κατά της ηπατίτιδας B είναι ο μόνος τρόπος αποφυγής της μόλυνσης από τον HDV <sup>[21]</sup>.

### 2.1.1 Ηπατίτιδα Ε

Η ηπατίτιδα Ε είναι μια φλεγμονή του ήπατος που προκαλείται από τον ιό της ηπατίτιδας Ε (HEV). Παγκοσμίως, οι λοιμώξεις από τον HEV υπολογίζονται περίπου στις 20 εκατομμύριες ετησίως, 3,3 εκατομμύρια εκ των οποίων καταλήγουν σε συμπτωματική ηπατίτιδα Ε και συνολικά συντελεί σε 70.000 θανάτους. Μεγάλες εστίες έχουν σημειωθεί στην Αφρική, την Κεντρική Αμερική, τη Νότια και Κεντρική Ασία ενώ είναι πιο συχνή στην Ανατολική και Νότια Ασία <sup>[23]</sup>.

Ο ιός μεταδίδεται μέσω της κοπρανο-στοματικής οδού, με κύριο παράγοντα μόλυνσης την πόση μολυσμένου νερού και την κατανάλωση όχι επαρκώς μαγειρεμένου κρέατος που είναι περιέχει μολυσμένα περιττώματα. Επιπρόσθετα, τα περιττώματα ανθρώπων ή ζώων μπορούν να μολύνουν το νερό, οδηγώντας στην εξάπλωση των ιών. Αυτό είναι πιο συχνό σε υποανάπτυκτες περιοχές με κακή ποιότητα νερού, ιδίως σε πυκνοκατοικημένες περιοχές. Οι έγκυες γυναίκες που έχουν μολυνθεί με ηπατίτιδα Ε μπορούν επίσης να γίνουν ξενιστές του ιού και να τον μεταδώσουν στους απογόνους τους. Εκτός από αυτές τις καταστάσεις, είναι ασυνήθιστο τα άτομα να μεταδίδουν τον ιό σε άλλους <sup>[15][24][23]</sup>.

Σε χώρες χαμηλού και μεσαίου εισοδήματος με ελλειπείς εγκαταστάσεις ύδρευσης, αποχέτευσης και υποβαθμισμένη υγιεινή και υγεία, λοιμώξεις από αυτόν τον τύπο της ηπατίτιδας προέρχονται κυρίως από μόλυνση των αποθεμάτων πόσιμου νερού με μολυσμένα κόπρανα). Από την άλλη, λοιμώξεις από ηπατίτιδα Ε είναι ασυνήθιστες σε χώρες με βελτιωμένη υγιεινή και ύδρευση. Τα λίγα σπάνια κρούσματα προέρχονται κατά κόρον από την κατανάλωση ανεπαρκώς μαγειρεμένου ζωικού κρέατος <sup>[24]</sup>.

Η περίοδος επώασης μετά την έκθεση στον HEV κυμαίνεται από 2 έως 10 εβδομάδες. Τα συμπτώματα μπορεί να συμπεριλαμβάνουν: ίκτερο, σκούρα ούρα, χλωμά κόπρανα και ηπατομεγαλία (ελαφρώς διογκωμένο και ευαίσθητο ήπαρ), ήπιο πυρετό, απώλεια όρεξης ή μειωμένη όρεξη, ναυτία και εμετός. Επιπρόσθετα, μπορεί να υπάρχει κοιλιακό άλγος, φαγούρα (κνησμός), δερματικό εξάνθημα και πόνος στις αρθρώσεις. Η λοίμωξη στις περισσότερες περιπτώσεις εξαφανίζεται εντός 2-6 εβδομάδων <sup>[24]</sup>.

Δεν υπάρχει κάποιο εμπορικά διαθέσιμο εμβόλιο για την ηπατίτιδα Ε. Εμβόλια έχουν αναπτυχθεί στην Κίνα και έχουν χρησιμοποιηθεί στην Κίνα και σε εκστρατεία εμβολιασμού στο νότιο Σουδάν το 2022 <sup>[24][25]</sup>.



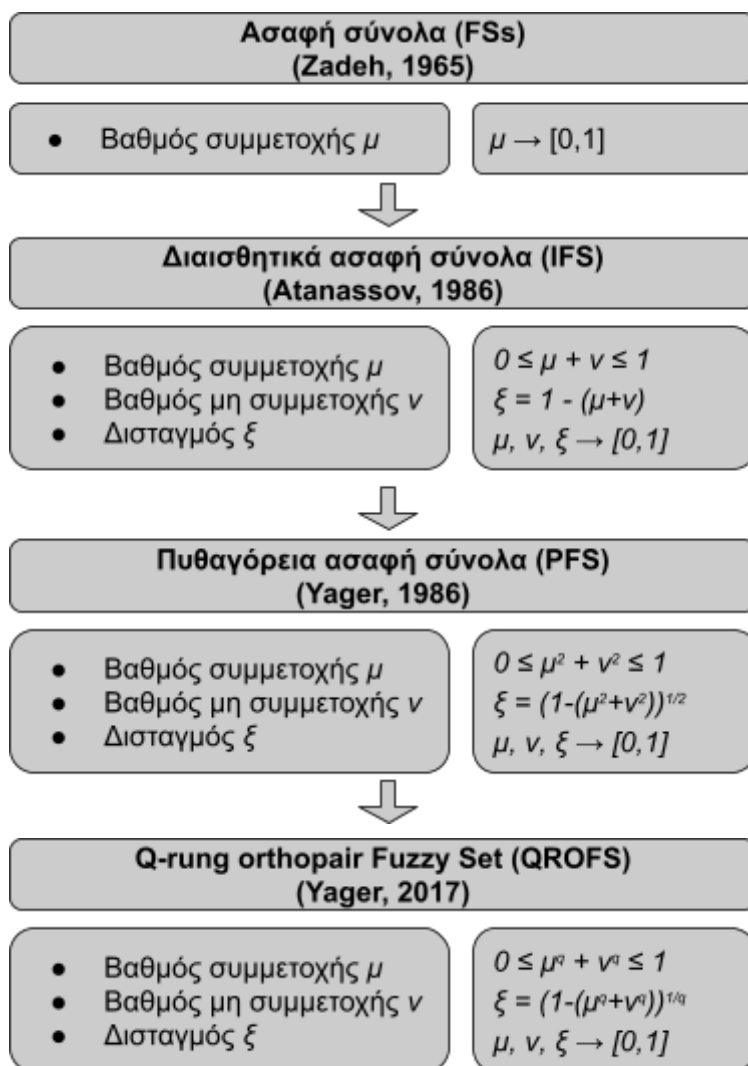
Στον ακόλουθο πίνακα φαίνονται συνολικά τα βασικά χαρακτηριστικά των πέντε αναφερθέντων τύπων της ηπατίτιδας <sup>[15][16][17][18][21][23][25]</sup>.

**Πίνακας 2.1 — Χαρακτηριστικά τύπων ηπατίτιδας**

	<b>Τύπος Α</b>	<b>Τύπος Β</b>	<b>Τύπος C</b>	<b>Τύπος D</b>	<b>Τύπος E</b>
<b>Οδός μετάδοσης</b>	κοπρανο - στοματική οδός	αίμα, γενετικά υγρά, γεννητική οδός	αίμα, γεννητική οδός	αίμα, γενετικά υγρά, γεννητική οδός	κοπρανο - στοματική οδός
<b>Μορφή</b>	οξεία	οξεία + χρόνια	οξεία + χρόνια	οξεία + χρόνια	κυρίως οξεία
<b>Πρόληψη</b>	HAV εμβόλιο	HBV εμβόλιο	καλή υγιεινή	HBV εμβόλιο	διασφάλιση ασφαλούς πόσιμου νερού
<b>Θεραπεία</b>	όχι	κατασταλτική θεραπεία	αντιικά φάρμακα άμεσης δράσης (DAAs)	όχι	όχι

## 2.2 Γνώσεις ασαφούς λογικής

### 2.2.1 Ασαφή σύνολα



Διάγραμμα ροής ασαφών συνόλων 2.1.

Η ασαφής λογική προσπαθεί να προσεγγίσει την ανθρώπινη λογική χρησιμοποιώντας γλωσσικές μεταβλητές (linguistic variables). Οι γλωσσικές μεταβλητές είναι λέξεις που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή μιας παραμέτρου. Τα σαφή σύνολα (crisp sets) έχουν επακριβώς καθορισμένα, αριθμητικά όρια. Τα ασαφή σύνολα δεν έχουν σαφώς καθορισμένα όρια και γι' αυτό το σύστημα που χρησιμοποιεί σαφή σύνολα δεν είναι ευέλικτο <sup>[26]</sup>.

Το 1965 ο Lotfi A. Zadeh έγραψε την πρώτη εργασία πάνω στα ασαφή σύνολα (Fuzzy sets - FS). Ένα ασαφές σύνολο είναι ένα σύνολο που τα στοιχεία του έχουν βαθμούς συμμετοχής. Οι βαθμοί συμμετοχής δηλώνουν το κατά πόσο ανήκει (ή συμμετέχει) ένα στοιχείο στο σύνολο <sup>[27]</sup>. Ο Zadeh είχε την πεποίθηση ότι τα ασαφή σύνολα θα εφαρμόζονταν σε τομείς της επιστήμης που τα αριθμητικά μοντέλα δεν είναι επαρκή για την περιγραφή ορισμένων καταστάσεων καθώς η ασαφής λογική είναι ιδιαίτερα χρήσιμη όταν οι πληροφορίες είναι πολύ περιορισμένες ή πολύ περίπλοκες για να επιτρέψουν την αριθμητική ακρίβεια, λόγω του ότι η ασαφής λογική ανέχεται την ανακρίβεια. Τέτοιοι

τομείς περιλαμβάνουν επιστήμες όπως η ψυχολογία, η γλωσσολογία, η οικονομία και οι κοινωνικές επιστήμες όπου δεν υπάρχει κάποια καθορισμένη σχέση μεταξύ των παραμέτρων ή οι παράμετροι είναι δύσκολο να ποσοτικοποιηθούν επειδή δεν λαμβάνουν κάποια μονάδα <sup>[28][29]</sup>.

Αντιθέτως, τα ασαφή συστήματα συμπεριλαμβάνονται πλέον και τομείς που έχουν καλά καθορισμένες σχέσεις μεταξύ των παραμέτρων, προσφέροντας ορισμένα προτερήματα στις εφαρμογές τους <sup>[30]</sup>. Ωστόσο, εάν μια διαδικασία μπορεί να μοντελοποιηθεί μαθηματικά, τότε γενικά η ασαφής λογική δεν έχει καλύτερες επιδόσεις από τις παραδοσιακές μεθόδους <sup>[26]</sup>. Επομένως, η ασαφής λογική έχει τις καλύτερες εφαρμογές σε περιβάλλοντα μη στατιστικής αβεβαιότητας, δηλαδή σε καταστάσεις που τα δεδομένα τους δεν είναι διακριτά <sup>[27]</sup>. Για πολλές εφαρμογές, η ασαφής λογική υπερτερεί έναντι των παραδοσιακών προσεγγίσεων αριθμητικού υπολογισμού.

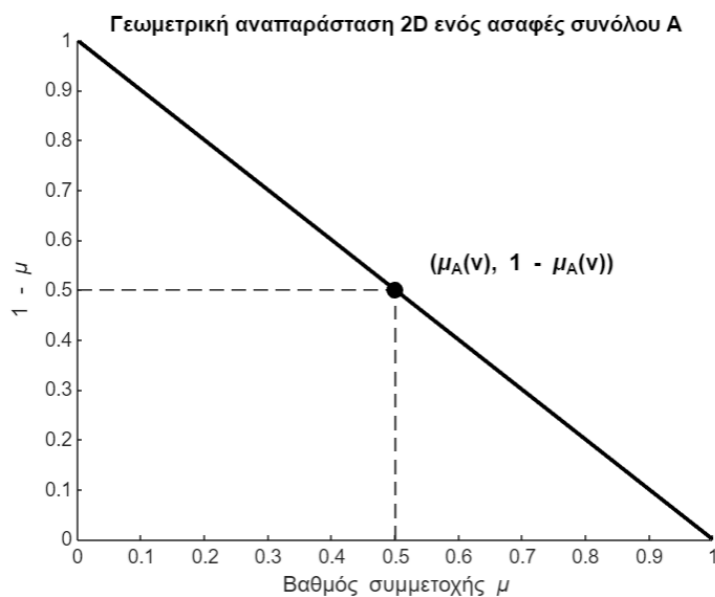
### Ορισμός 1 <sup>[31]</sup>:

Ένα ασαφές σύνολο είναι μια ομάδα από στοιχεία με βαθμούς συμμετοχής. Έστω  $X$  το σύνολο αναφοράς με  $n$  στοιχεία. Ο Zadeh ορίζει ένα ασαφές σύνολο  $A$  στο μη κενό σύνολο  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  ως:

$$A = \{ (x, \mu_A(x)) \mid x \in X \}$$

όπου  $\mu_A(x): X \rightarrow [0,1]$  ο βαθμός συμμετοχής του στοιχείου  $x \in X$ . Ο αριθμός  $\mu_A(x)$  καλείται και ασαφής αριθμός.

Τέτοια σύνολα περιγράφονται στην εικόνα 2.1 <sup>[32]</sup>.



Εικόνα 2.1

### 2.2.2 Διαισθητικά ασαφή σύνολα

Τα διαισθητικά ασαφή σύνολα (Intuitionistic Fuzzy Set - IFS) είναι μια επέκταση των παραδοσιακών ασαφών συνόλων που εισήγαγε ο Atanassov στις αρχές της δεκαετίας του 1980 και αποτελούν έναν τρόπο αναπαράστασης της αβεβαιότητας ή της ασάφειας στα δεδομένα. Σε αντίθεση με τα παραδοσιακά σύνολα όπου ένα στοιχείο είναι μέλος ή δεν είναι μέλος, στα διαισθητικά ασαφή

σύνολα κάθε στοιχείο έχει τρία βασικά χαρακτηριστικά: τον βαθμό συμμετοχής, τον βαθμό μη συμμετοχής και τον βαθμό δισταγμού, όπως είναι εμφανές και στην εικόνα 2.2<sup>[11]</sup>.

**Ορισμός 2** <sup>[33][34][35]</sup>:

Ένα ασαφές σύνολο ορίζεται ως ένα αντικείμενο της μορφής:  $A = \{(x, \mu_A(x), \nu_A(x)) : x \in X\}$  σε ένα μη κενό σύνολο  $X$ , όπου  $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$  και  $\nu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$  είναι συναρτήσεις, αντίστοιχα, των βαθμών συμμετοχής και μη συμμετοχής κάθε στοιχείου  $x \in X$  στο σύνολο  $A$ , με  $0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$  για όλα τα  $x \in X$ . Είναι σαφές ότι ένα σύνολο  $A$  είναι ασαφές σύνολο αν  $\nu_A(x) = 1 - \mu_A(x)$  για όλα τα  $x \in X$ .

Επίσης, το ζεύγος  $(\mu_A, \nu_A)$  ονομάζεται διαισθητικός ασαφής αριθμός<sup>[36]</sup>.

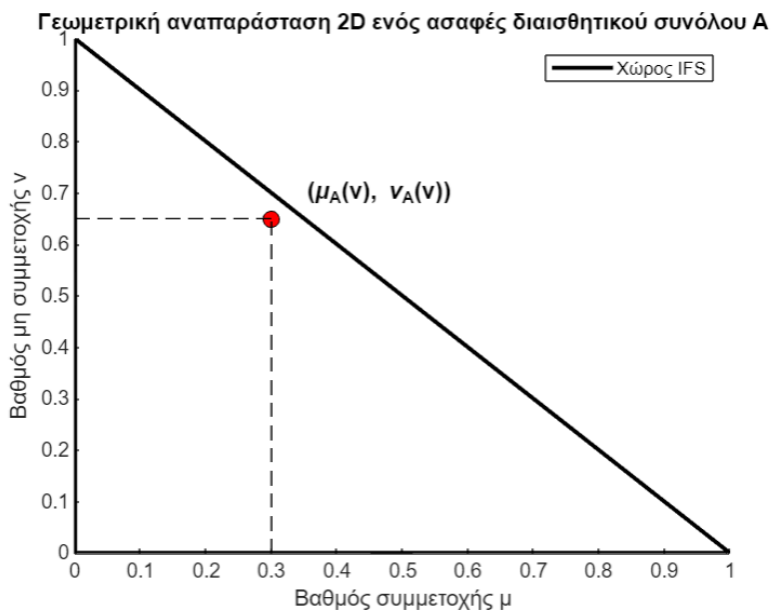
Ο βαθμός συμμετοχής ( $\mu_A$ ) δείχνει το βαθμό στον οποίο ένα στοιχείο ανήκει στο σύνολο. Είναι ένα μέτρο του βαθμού ομοιότητας ενός στοιχείου με τις ιδιότητες που αποδίδονται στο σύνολο. Αντιθέτως, ο βαθμός μη συμμετοχής  $\nu_A$  υποδεικνύει το βαθμό στον οποίο ένα στοιχείο δεν ανήκει στο σύνολο. Είναι ένα μέτρο του βαθμού ανομοιότητας ενός στοιχείου με τις αντίστοιχες που αποδίδονται στο σύνολο. Αυτή η διπλή αναπαράσταση της κάθε παραμέτρου επιτρέπει έναν πιο λεπτομερή προσδιορισμό της αβεβαιότητας.

Ο δισταγμός ( $\xi$ ) αντιπροσωπεύει το βαθμό αβεβαιότητας ή διστακτικότητας στην ανάθεση βαθμών συμμετοχής και μη συμμετοχής που με άλλα λόγια ισοδυναμεί με την ασάφεια της ανάθεσης τιμών συμμετοχής και μη συμμετοχής<sup>[28]</sup>.

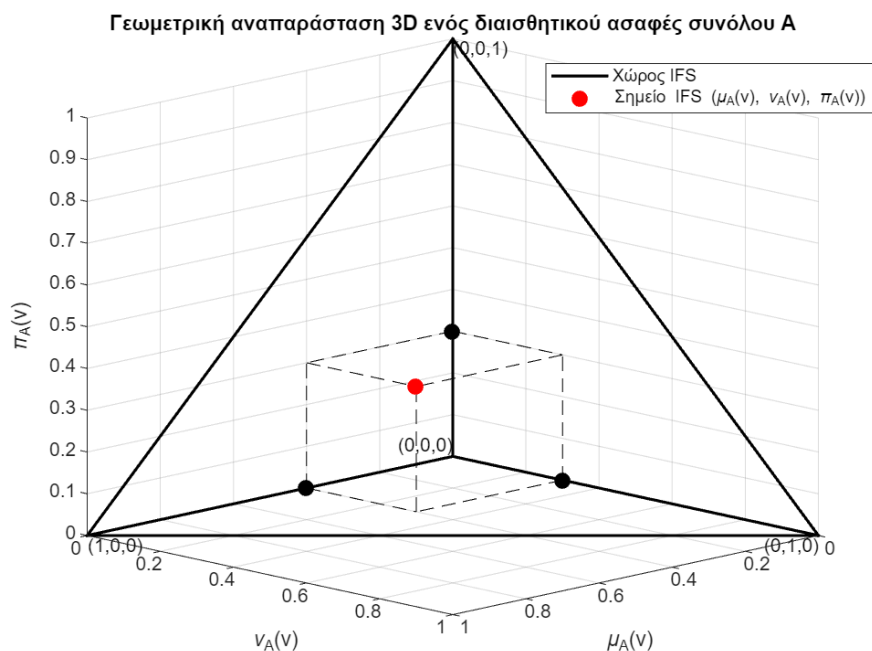
Αυτά τα χαρακτηριστικά εξομοιώνουν σε μεγαλύτερο βαθμό τις ανθρώπινες διαδικασίες λήψης αποφάσεων και κατά συνέπεια τα διαισθητικά ασαφή σύνολα είναι ικανά να μιμηθούν με μεγαλύτερη αποδοτικότητα τον ανθρώπινο λογισμό.

Ο πρόσθετος βαθμός ελευθερίας που έχουν τα IFS συνδράμει στην καλύτερη μοντελοποίηση των σεναρίων του πραγματικού κόσμου και προσφέρει την δυνατότητα πρόβλεψης των καλύτερων και των χειρότερων σεναρίων<sup>[30]</sup>.

Στην εικόνα 2.2 γίνεται εμφανές ότι τα ασαφή σύνολα ορίζονται μόνο κατά μήκος της διαγώνιας γραμμής ενώ τα διαισθητικά ασαφή σύνολα καταλαμβάνουν έναν τριγωνικό χώρο. Συνεπώς, τα διαισθητικά ασαφή σύνολα σε σύγκριση με τα ασαφή σύνολα έχουν ευρύτερο χώρο αναζήτησης<sup>[32]</sup>.



Εικόνα 2.2



Εικόνα 2.3

### 2.2.3 Πυθαγόρεια Ασαφή Σύνολα

Τα Pythagorean Fuzzy Sets (PFS), επίσης γνωστά ως Πυθαγόρεια ασαφή σύνολα, είναι ένας τύπος ασαφών συνόλων, όπου η διαφορά τους από τα παραδοσιακά σύνολα έγκειται στην προσθήκη πρόσθετων παραγόντων για την αποτελεσματικότερη περιγραφή της αβεβαιότητας. Με τον τρόπο αυτό, παρακάμπτουν τους σημερινούς περιορισμούς των παραδοσιακών ασαφών συνόλων αναφορικά τη μετατροπή της αβεβαιότητας των πρακτικών προβλημάτων λήψης αποφάσεων σε μαθηματική αναπαράσταση [\[37\]\[38\]](#).

**Ορισμός 3** <sup>[39][35]</sup>:

Πιο συγκεκριμένα, ένα πυθαγόρειο ασαφές σύνολο ορίζεται σε ένα μη κενό σύνολο  $X$  ως  $P = \{(x, \mu_p(x), \nu_p(x)) : x \in X\}$ , όπου το  $\mu_p(x) : X \rightarrow [0, 1]$  και το  $\nu_p(x) : X \rightarrow [0, 1]$  δηλώνουν τους βαθμούς συμμετοχής και μη συμμετοχής κάθε στοιχείου  $x \in X$  στο σύνολο  $P$  για όλα τα  $x \in X$ , αντίστοιχα. Ισχύει η ανισότητα  $0 \leq \mu_p(x)^2 + \nu_p(x)^2 \leq 1$  για όλα τα  $x \in X$ .

Για κάθε Πυθαγόρειο ασαφές σύνολο  $P$  και  $x \in X$ ,  $\xi_p(x) = \sqrt{1 - \mu_p(x)^2 - \nu_p(x)^2}$  καλείται ο δισταγμός ή απροσδιοριστία του  $x$  στο  $P$ .

Επίσης, το ζεύγος  $(\mu_p, \nu_p)$  ονομάζεται πυθαγόρειος ασαφής αριθμός <sup>[36]</sup>.

Τα Πυθαγόρεια Ασαφή Σύνολα (Pythagorean Fuzzy Sets - PFS) χρησιμοποιούν βαθμούς συμμετοχής και μη συμμετοχής για να συμβολίσουν τον βαθμό στον οποίο ένα στοιχείο ανήκει σε ένα ασαφές σύνολο και δεν ανήκει σε ένα ασαφές σύνολο αντίστοιχα. Αυτοί οι βαθμοί ορίζονται χρησιμοποιώντας Πυθαγόρειους ασαφείς αριθμούς (Pythagorean fuzzy number, PFN), οι οποίοι παραπέμπουν σε δύο πραγματικές τιμές που υποδεικνύουν το άνω και το κάτω όριο της συνάρτησης συμμετοχής <sup>[37]</sup>.

Το μέτρο δισταγμού στα Πυθαγόρεια Ασαφή Σύνολα είναι η ποσοτικοποίηση του βαθμού αβεβαιότητας ή δισταγμού που σχετίζεται με τους βαθμούς συμμετοχής και μη συμμετοχής ενός στοιχείου στο ασαφές σύνολο. Υποδηλώνει τον βαθμό στον οποίο οι βαθμοί συμμετοχής και μη συμμετοχής ενός στοιχείου αποκλίνουν μεταξύ τους, αντανακλώντας την ασάφεια ή την αοριστία στην ανάθεση του στοιχείου στο ασαφές σύνολο <sup>[37]</sup>.

Ο δισταγμός  $\xi$  για ένα στοιχείο  $x$  σε ένα PFS μπορεί να υπολογιστεί με τον ακόλουθο τύπο:  
 $\xi_A(x) = 1 - (\mu_A(x) + \nu_A(x))$  όπου:

- $\xi_A(x)$  → ο δισταγμός του στοιχείου  $x$ ,
- $\mu_A(x)$  → ο βαθμός συμμετοχής του  $x$ ,
- $\nu_A(x)$  → ο βαθμός μη συμμετοχής του  $x$ .

Το μέτρο δισταγμού  $\xi$  κυμαίνεται από 0 έως 1, όπου:

- $\xi(x) = 0$  → δείχνει ότι δεν υπάρχει κανένας δισταγμός, καθώς ο βαθμός του μέλους και ο βαθμός του μη μέλους είναι απόλυτα συμπληρωματικοί, με άθροισμα το 1.
- $\xi(x) = 1$  → υποδηλώνει μέγιστο δισταγμό, καθώς οι βαθμοί συμμετοχής και μη συμμετοχής έχουν άθροισμα λιγότερο του 1.

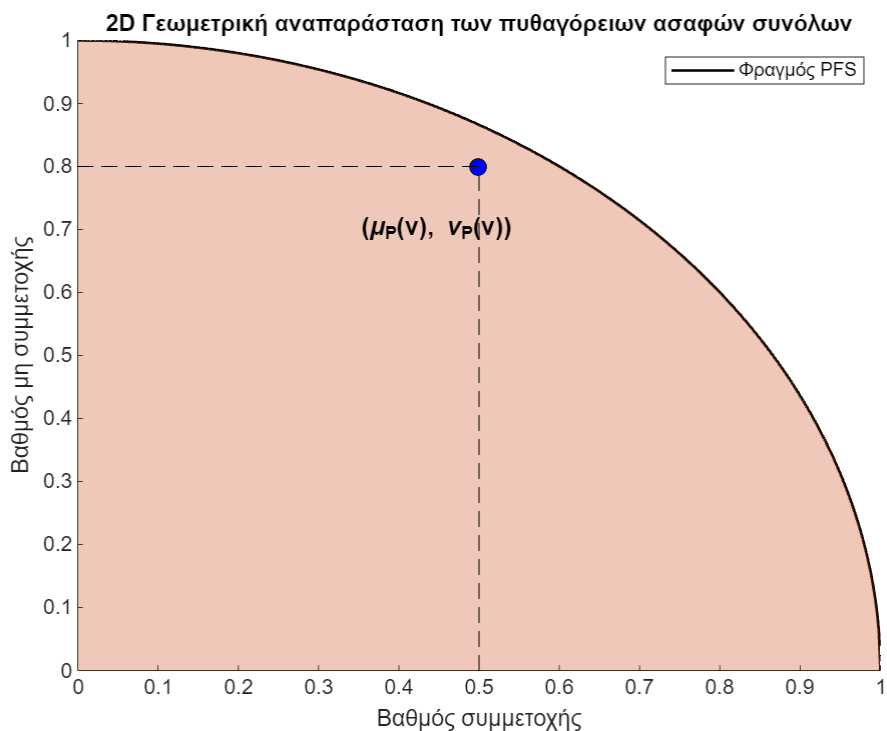
Ο δισταγμός ή η αβεβαιότητα καταδεικνύει το βαθμό στον οποίο το άθροισμα των βαθμών συμμετοχής και μη συμμετοχής αποκλίνει από το 1. Με αυτή την ποσοτικοποίηση του δισταγμού, η PFS δημιουργεί την ευκαιρία να μετρηθεί η ασάφεια πιο εκτεταμένων πρακτικών προβλημάτων, με αποτέλεσμα τη βαθύτερη και δυναμικότερη ενσωμάτωση της αβεβαιότητας στη λήψη αποφάσεων <sup>[37]</sup>.

Επομένως, ο δισταγμός ή η αβεβαιότητα αντιστοιχεί με τον βαθμό στον οποίο το άθροισμα των βαθμών συμμετοχής και μη συμμετοχής αποκλίνει από το 1. Λόγω αυτής της ποσοτικοποίησης του δισταγμού, τα PFS έχουν την ικανότητα να μετρούν την ασάφεια πιο ευρέως και πρακτικών προβλημάτων, με αποτέλεσμα τη βαθύτερη και δυναμικότερη ενσωμάτωση της αβεβαιότητας στη λήψη αποφάσεων.

Επιπρόσθετα, τα PFS αποτελούν μαθηματική επέκταση των IFS καθώς για έναν βαθμό συμμετοχής  $\mu_A = 0.7$  και έναν βαθμό μη συμμετοχής  $\nu_A = 0.4$  τα IFS αδυνατούν να λειτουργήσουν λόγω της συνθήκης  $\mu_A + \nu_A \leq 1$ . Αντιθέτως, τα PFS μπορούν να μοντελοποιήσουν τις παραπάνω τιμές και έτσι υπογραμμίζεται η ευπροσαρμοστικότητά τους. Αυτού του είδους η ευχρηστία έχει στρέψει την προσοχή αρκετών ερευνητών στην εφαρμογή των PFS σε πλήθος προβλημάτων λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια<sup>[37]</sup>.

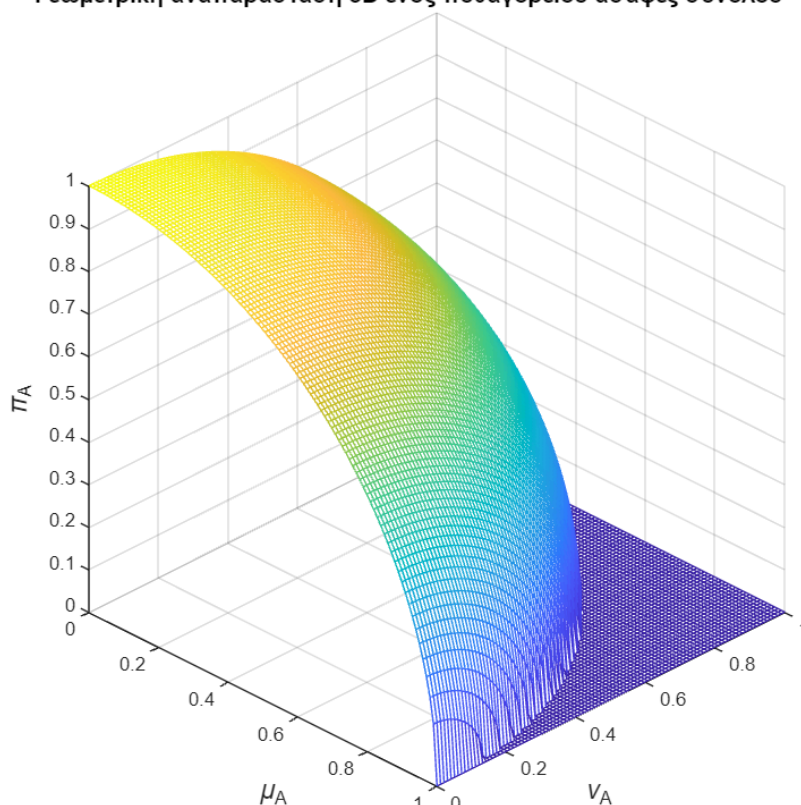
Τα πυθαγόρεια σύνολα έχουν εφαρμοστεί σε πλήθος προβλημάτων λήψης αποφάσεων σε ασαφές περιβάλλον που περιλαμβάνουν την αξιολόγηση ποιότητας των υπηρεσιών αεροπορικών εταιρειών, την αξιολόγηση της τεχνολογίας στον τομέα της υγείας, την επιλογή προμηθευτών και την επιλογή προσωπικού<sup>[37]</sup>.

Συνοπτικά, τα PFS είναι ένας τύπος ασαφούς συνόλου που επεκτείνει τα παραδοσιακά ασαφή σύνολα με την ενσωμάτωση πρόσθετων παραμέτρων για την πληρέστερη αναπαράσταση της αβεβαιότητας. Παρέχουν ένα ισχυρό πλαίσιο για τη μοντελοποίηση και τη διαχείριση της αβεβαιότητας σε ποικίλες εφαρμογές, καθιστώντας τα πολύτιμα εργαλεία στη λήψη αποφάσεων και κατ' επέκταση σε συναφείς τομείς.



Εικόνα 2.4

Γεωμετρική αναπαράσταση 3D ενός πυθαγόρειου ασαφές συνόλου



Εικόνα 2.5

### 2.2.4 Φερμάτεια ασαφή σύνολα

Όπως φαίνεται παρακάτω στην εικόνα 2.6, στα διαισθητικά ασαφή σύνολα το άθροισμα της συμμετοχής και της μη συμμετοχής περιορίζεται στο διάστημα  $[0,1]$ , ενώ στα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα είναι το άθροισμα των τετραγώνων της συμμετοχής και της μη συμμετοχής που περιορίζεται στο  $[0,1]$ . Το 2017, ο Yager εισήγαγε μια πιο γενική κατηγορία αυτών των συνόλων, γνωστή ως q-ROFSs όπου το άθροισμα της συμμετοχής υψωμένη στην q δύναμη και της μη συμμετοχής υψωμένη στην q δύναμη περιορίζεται στο  $[0,1]$   $[1,1]$ .

**Ορισμός 4** <sup>[40][35]</sup>:

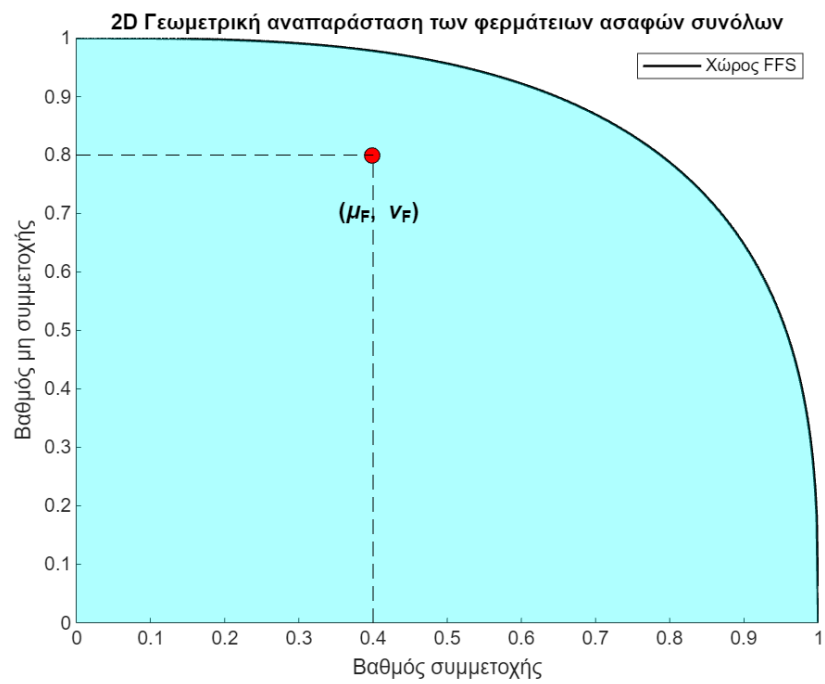
Πιο αναλυτικά, ένα φερμάττειο ασαφές σύνολο (Fermatean Fuzzy Set - FFS)  $F$  στο  $X$  έχει την μορφή:  $F = \{(x, \mu_F(x), \nu_F(x)) : x \in X\}$ , όπου  $\mu_F(x) : X \rightarrow [0, 1]$  και  $\nu_F(x) : X \rightarrow [0, 1]$  και παράλληλα ισχύει η ανίσωση  $0 \leq \mu_F(x)^3 + \nu_F(x)^3 \leq 1$  για όλα τα  $x \in X$ . Οι τιμές των  $\alpha_F(x)$  και  $\beta_F(x)$  δηλώνουν τον βαθμό συμμετοχής και μη συμμετοχής του  $x$  στο σύνολο  $F$ , αντίστοιχα.

Για οποιοδήποτε φερμάττειο ασαφές σύνολο  $F$  και  $x \in X$ ,  $\xi_F(x) = \sqrt[3]{1 - (\mu_F(x)^3 + \nu_F(x)^3)}$  ορίζεται ως ο βαθμός αβεβαιότητας από το  $x$  στο  $F$  [40].



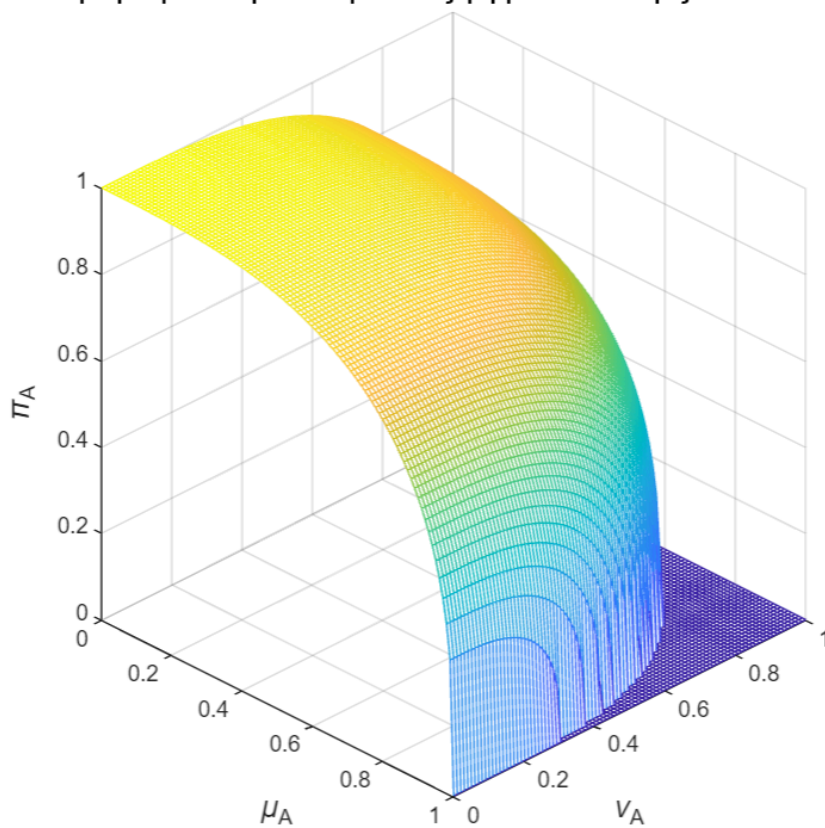
Ιατρική διάγνωση με χρήση μεθόδων ομαδικής λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια σε ασαφές περιβάλλον

Επίσης, το ζεύγος  $(\mu_F, \nu_F)$  ονομάζεται φερμάτειος ασαφής αριθμός (Fermatean Fuzzy Number-FFN) [36].



Εικόνα 2.6

### Γεωμετρική αναπαράσταση 3D ενός φερμάτειου ασαφές συνόλου A



Εικόνα 2.7

### 2.2.5 q-βαθμίδας ζεύγη ασύζευκτων ασαφών συνόλων

Τα q-βαθμίδας ζεύγη ασύζευκτων ασαφών συνόλων (q-Rung Orthopair Fuzzy Sets, q-ROFS) είναι επίσης μια επέκταση των παραδοσιακών ασαφών συνόλων που παρέχουν μεγαλύτερη προσαρμοστικότητα και εκφραστικές ελευθερίες για την περιγραφή αβεβαιοτήτων. Πρόκειται για μια υβριδική μέθοδο και αποτελείται από τη μεθοδολογία των q-ROFS και τη θεωρία ασαφών συνόλων που δημιουργεί ένα νέο και ισχυρό πλαίσιο για την αναπαράσταση και τη διαχείριση της αβεβαιότητας στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων. Τα q-ROFS έχουν ποικίλες εφαρμογές στη λήψη αποφάσεων, στην αναγνώριση προτύπων, στην ταξινόμηση και στα συστήματα εμπειρογνομώνων <sup>[41][42]</sup>.

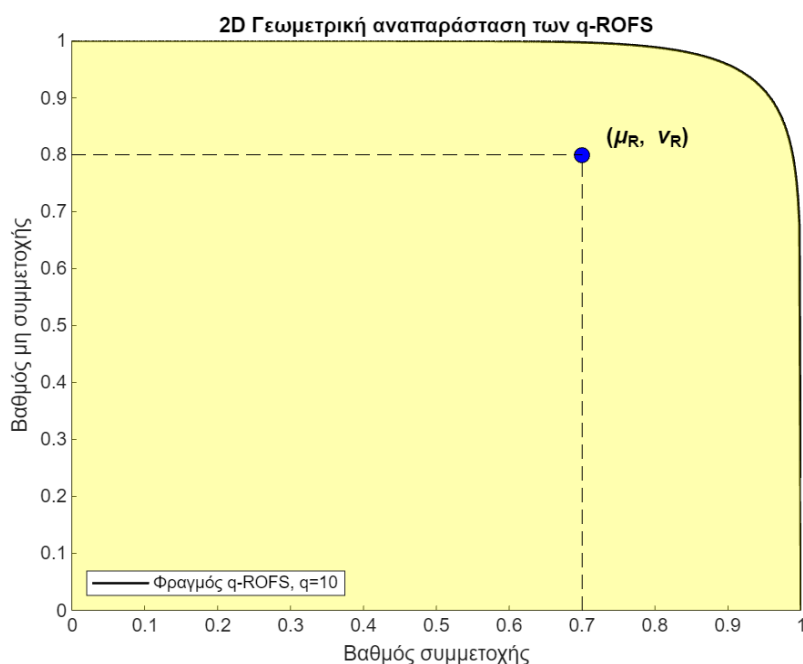
Τα QROPFS βασίζονται σε σύνολα που περιλαμβάνουν την έννοια ενός ζεύγους συναρτήσεων συμμετοχής και μη συμμετοχής, με τη διαφορά ότι οι συναρτήσεις αυτές συνδέονται με ένα σημείο αναφοράς που ονομάζεται επίσης *runq*. Αυτή η ορολογία σχετίζεται άμεσα με τον παράγοντα *q*, ο οποίος επηρεάζει το επίπεδο αβεβαιότητας ή ασάφειας στο σύνολο. Με την προσαρμογή αυτής της παραμέτρου, προσαρμόζονται και τα χαρακτηριστικά των παρακάτω συναρτήσεων <sup>[41][43]</sup>.

**Ορισμός 5 <sup>[42][35]</sup>:**

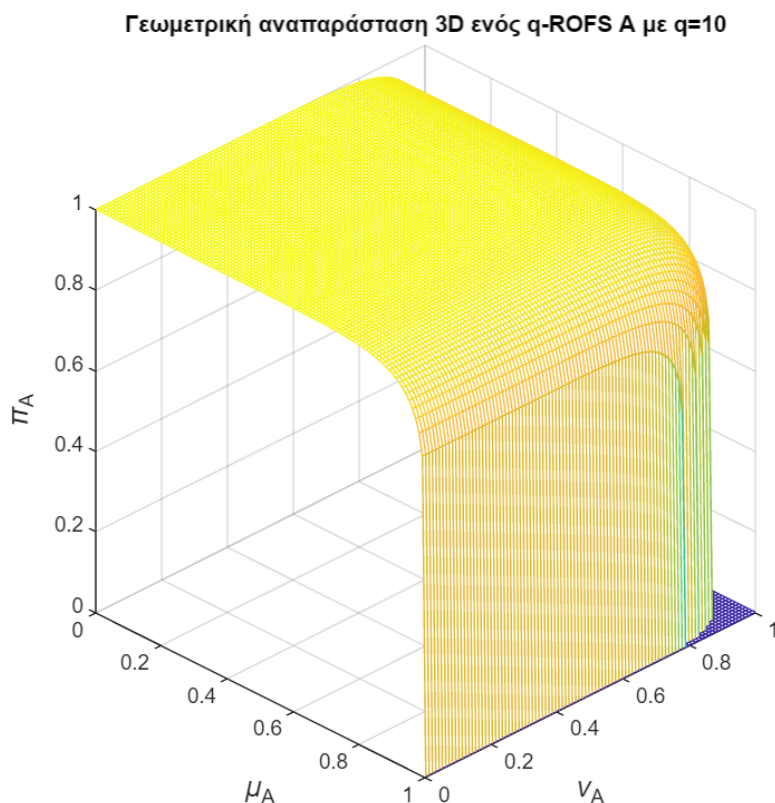
Ένα QROPFS σύνολο *F* στο *X* έχει την μορφή  $F = \{(x, \mu_R(x), \nu_R(x)) : x \in X\}$ , όπου  $\mu_R(x) : X \rightarrow [0, 1]$  και  $\nu_R(x) : X \rightarrow [0, 1]$  και παράλληλα ισχύει η ανίσωση  $0 \leq \mu_R(x)^q + \nu_R(x)^q \leq 1$  για όλα τα  $x \in X$ . Οι τιμές των  $\mu_R(x)$  και  $\nu_R(x)$  δηλώνουν τον βαθμό συμμετοχής και μη συμμετοχής του *x* στο σύνολο *F*, αντίστοιχα.

Για οποιοδήποτε QROPFS σύνολο *F* και  $x \in X$ ,  $\xi_R(x) = \sqrt[q]{1 - (\mu_R(x)^q + \nu_R(x)^q)}$  ορίζεται ως ο βαθμός αβεβαιότητας από το *x* στο *F*.

Το ζεύγος  $(\mu_R, \nu_R)$  είναι γνωστό και ως ασαφής αριθμός q-ROFN <sup>[41]</sup>.



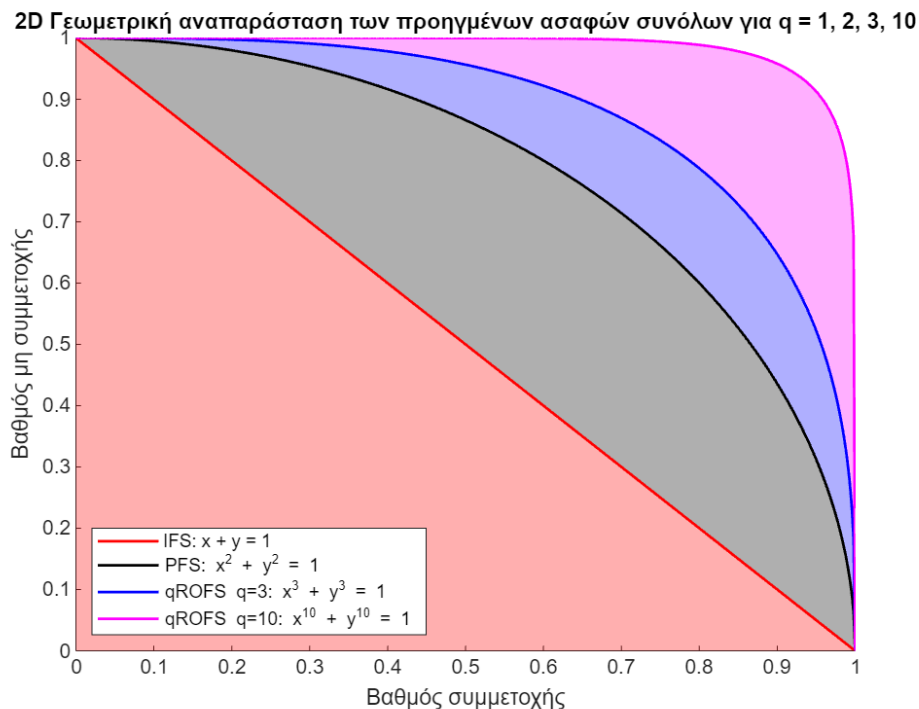
Εικόνα 2.8



Εικόνα 2.9

Ανάλογα με την βαθμίδα  $q$ , τα qROFSs ενσωματώνουν τα διαισθητικά ασαφή σύνολα (IFSs), τα πυθαγόρεια ασαφή σύνολα (PFSs) και τα φερμάτεια ασαφή σύνολα (FFSs). Εκτενέστερα, για  $q = 1$ , προκύπτει ένα διαισθητικά ασαφές σύνολο, για  $q = 2$ , προκύπτει ένα πυθαγόρειο ασαφές σύνολο και για  $q = 3$ , προκύπτει ένα φερμάτριο ασαφές σύνολο. Όσο αυξάνεται το  $q$ , τόσο αυξάνεται ο χώρος των αποδεκτών ορθοζευγών, πράγμα που συντελεί στην αύξηση ελευθερίας για τον χρήστη <sup>[44]</sup>. Συνεπώς, επιτρέποντας διαφορετικούς βαθμούς συμμετοχής και μη συμμετοχής, μπορούν να αποτυπωθούν πιο σύνθετες σχέσεις μεταξύ στοιχείων και συνόλων. Αυτό το χαρακτηριστικό καθιστά τα QROPFS κατάλληλα για τη μοντελοποίηση αβεβαιοτήτων και ασαφειών σε διάφορους τομείς <sup>[41][45]</sup>.

Τα qROFSs έχουν μεγαλύτερο βαθμό ελευθερίας συγκριτικά με τα προαναφερθέντα αναλυόμενα ασαφή σύνολα καθώς περιλαμβάνουν έναν ευρύτερο χώρο αναζήτησης, όπως είναι εμφανές την εικόνα 2.1. Για παράδειγμα, εάν το άθροισμα βαθμού συμμετοχής και βαθμού μη συμμετοχής είναι μεγαλύτερο της μονάδας, ένα IFSs δεν μπορεί να εφαρμοστεί για αυτά τα δεδομένα. Ως εκ τούτου, αξιοποιούνται ασαφή σύνολα που μπορούν να περιέχουν τα αρχικά δεδομένα <sup>[41][39]</sup>.



Εικόνα 2.10

Ακολουθεί πίνακας διαφορών μεταξύ των διαισθητικών, πυθαγορείων και q-ROFSs ασαφών συνόλων.

Έστω  $X$  ένα καθολικό σύνολο. Το  $T: X \rightarrow [0,1]$  συμβολίζει τον βαθμό συμμετοχής και το  $F: X \rightarrow [0, 1]$  συμβολίζει τον βαθμό μη-μέλους ενός στοιχείου  $x \in X$ . Τότε το σύνολο που ορίζεται ως:  $J = \{(x, (\mu(x), \nu(x))) : x \in X\}$  ονομάζεται:

**Πίνακας 2.2 — Διαφορές ασαφών συνόλων για διαφορετική παράμετρο  $q$**

Διαισθητικά ασαφή σύνολα	Πυθαγόρεια ασαφή σύνολα	q-ROFS
if $0 \leq (\mu(x) + \nu(x)) \leq 1$	if $0 \leq (\mu(x)^2 + \nu(x)^2) \leq 1$	if $0 \leq (\mu(x)^q + \nu(x)^q) \leq 1$
Δισταγμός: $\xi(x) = 1 - (\mu(x)^2 + \nu(x)^2)$	Δισταγμός: $\xi(x) = \sqrt{1 - (\mu(x)^2 + \nu(x)^2)}$	Δισταγμός: $\xi(x) = \sqrt[q]{1 - (\mu(x)^q + \nu(x)^q)}$

## 2.3 Ανάλυση αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια

Η ανάλυση αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια (Multiple-Criteria Decision Analysis - MCDA) είναι ένα σύνολο μεθόδων που βοηθούν τους λήπτες αποφάσεων στην καλύτερη διατύπωση προβλημάτων με πολλαπλά κριτήρια και στην αξιολόγηση των εναλλακτικών λύσεων <sup>[46]</sup>. Είναι μια διαδικασία λήψης αποφάσεων που χρησιμοποιείται για την κατάταξη, ιεράρχηση ή επιλογή μεταξύ εναλλακτικών λύσεων, λαμβάνοντας υπόψη διάφορους παράγοντες <sup>[47][5]</sup>.

Η MCDA μπορεί να επεξεργαστεί ποσοτικά και ποιοτικά κριτήρια εξίσου υπό την προϋπόθεση ότι τα ποιοτικά δεδομένα μπορούν να εκφραστούν σε συνεχή κλίμακα. Παρέχει στο χρήστη την δυνατότητα να σταθμίσει την σχετική σημασία κάθε κριτηρίου και να προσδιορίσει την απόδοση κάθε εναλλακτικής λύσης σε αυτά τα κριτήρια. Η μέθοδος αυτή περιλαμβάνει μια διαδικασία αξιολόγησης προκειμένου οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων να συγκρίνουν συστηματικά την αποτελεσματικότητα κάθε επιλογής με βάση τους στόχους και τις προτιμήσεις τους <sup>[47][48]</sup>.

Συνολικά, καθιστά τις αποφάσεις πιο συστηματικές, βοηθά στην εύρεση μιας συμβιβαστικής λύσης μεταξύ πολλαπλών αντικρουόμενων κριτηρίων και εξασφαλίζει πως όλοι οι σημαντικοί παράμετροι ελέγχονται πριν από τη λήψη μιας απόφασης.

Μερικές από τις μεθόδους MCDA είναι: (TOPSIS), μέθοδος VIKOR, μέθοδος PAPRIKA (Potentially All Pairwise Rankings of all possible Alternatives), τεχνική TOPSIS και απλή τεχνική αξιολόγησης πολλαπλών χαρακτηριστικών (Simple Multi-Attribute Rating Technique - SMART) <sup>[49]</sup>.

Σε αυτήν την εργασία, θα αναλυθούν και θα δοκιμαστούν οι εξής μέθοδοι:

- Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)
- VlseKriterijuska Optimizacija I Komoromisno Resenje (VIKOR)
- COmplex PROportional ASsessment (COPRAS)
- Fuzzy Analytic Hierarchy Process (FAHP)
- ELimination Et Choix Traduisant la Réalité (ELECTRE)
- Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations (PROMETHEE)

### 2.3.1 TOPSIS

Η Τεχνική για τη σειρά προτίμησης με βάση την ομοιότητα με την ιδανική λύση (*Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution - TOPSIS*) αναπτύχθηκε τη δεκαετία του 1980 από τους Hwang και Yoon και είναι μια μέθοδος λήψης αποφάσεων με χρησιμοποιεί πολλά κριτήρια και βοηθά την επιλογή της καλύτερης υποψήφιας λύσης από ένα σύνολο λύσεων. Η μέθοδος TOPSIS χρησιμοποιείται συνήθως όταν υπάρχουν πολλαπλά κριτήρια που εμπλέκονται στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Έχει εφαρμοστεί ευρέως σε τομείς όπως η επιχειρησιακή έρευνα, η κατάταξη προϊόντων, η διοικητική επιστήμη, η αξιολόγηση προμηθευτών και οι οικονομικές επιστήμες για να βοηθήσει στη διαχείριση προβλημάτων με πολλά αντικρουόμενα κριτήρια <sup>[6][50]</sup>.

Εκτενέστερα, η κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων πραγματοποιείται σύμφωνα με την εγγύτητά τους προς την ιδανική λύση, λαμβάνοντας επίσης υπόψη την απόστασή τους από την αρνητική

ιδανική λύση. Έτσι, η μεθοδολογία αυτή αποσκοπεί στην εύρεση της χρυσής τομής η οποία μεγιστοποιεί τα οφέλη και ταυτόχρονα ελαχιστοποιεί το κόστος σε σχέση με διάφορα κριτήρια. Ο αλγόριθμος λειτουργεί βάσει της θεμελιώδους αρχής ότι η ιδανική εναλλακτική λύση πρέπει να παρουσιάζει την μέγιστη ομοιότητα με την ιδανική λύση και την ελάχιστη ομοιότητα με την αντι-ιδανική λύση σε όλα τα κριτήρια. Το TOPSIS στην ιατρική διάγνωση μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την κατάταξη των πιθανών διαγνώσεων ανάλογα με το πόσο κοντά μοιάζουν με το ιδανικό διαγνωστικό προφίλ και πόσο μακριά βρίσκονται από δυσμενείς περιπτώσεις <sup>[51][52]</sup>.

Μια παραλλαγή της TOPSIS είναι η FTOPSIS (Fuzzy Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) η οποία διαχειρίζεται τις αβεβαιότητες και τα ανακριβή δεδομένα στις διαδικασίες λήψης αποφάσεων με χρήση ασαφών εισόδων. Επιπρόσθετα, το FTOPSIS εφαρμόζεται στη λήψη ομαδικών αποφάσεων που συνυπολογίζει τις εμπειριστατωμένες γνώμες πολλών ανεξάρτητων εμπειρογνομόνων, ενώ αρκετές φορές επιλέγονται γλωσσικές μεταβλητές και μετατρέπονται σε ασαφείς τιμές <sup>[53]</sup>.

Συνολικά, η TOPSIS είναι μια ταχεία μεθοδολογία χαμηλής πολυπλοκότητας που βασίζεται σε μια λογική ακολουθία βημάτων όπου οι υπολογισμοί είναι απλοί και ακατανόητοι. Χαρακτηρίζεται από συνέπεια και αξιοπιστία αλλά μια σημαντική απόκλιση μεταξύ μιας εναλλακτικής λύσης και της ιδανικής λύσης επηρεάζει σημαντικά τα απορρέοντα αποτελέσματα. Γι' αυτό εφαρμόζεται όταν οι δείκτες των εναλλακτικών λύσεων παρουσιάζουν ελάχιστη διακύμανση <sup>[51][54]</sup>.

### 2.3.2 VIKOR

Η μέθοδος *VlseKriterijuska Optimizacija I Komoromisno Resenje (VIKOR)* που εισήγαγε ο Serafim Opricovic το 1998 είναι μια μέθοδος MCDA που χρησιμοποιείται για την επιλογή της πιο επιθυμητής εναλλακτικής λύσης από ένα σύνολο επιλογών από ένα πλήθος αντικρουόμενων κριτηρίων. Η VIKOR αναπτύχθηκε από τον Zavadskas και άλλους στις αρχές της δεκαετίας του 2000 και είναι ιδιαίτερα αποδοτική για σενάρια στα οποία πρέπει να ληφθούν αποφάσεις παρά τους διάφορους και συχνά αντικρουόμενους στόχους. Το VIKOR θεωρείται αποτελεσματικό σε περιπτώσεις όπου ο χρήστης δεν είναι σε θέση να μεταφράσει τις προτιμήσεις του σχετικά με τα κριτήρια με σαφήνεια και κατά συνέπεια τον σχεδιασμό της δομής του αλγορίθμου ταξινόμησης. Συνοπτικά, ο αλγόριθμος VIKOR στοχεύει στην εύρεση της εναλλακτικής λύσης που εξισορροπεί με τον βέλτιστο τρόπο τα αντικρουόμενα κριτήρια ελαχιστοποιώντας τη μεγαλύτερη απόκλιση από την ιδανική επιλογή <sup>[6][55][49]</sup>.

Στον κλινικό χώρο, έχει την ικανότητα να συνδράμει τους γιατρούς στην λήψη τεκμηριωμένων θεραπευτικών αποφάσεων και στη βελτίωση των αποτελεσμάτων των ασθενών, προσφέροντας μια πολύπλευρη αξιολόγηση της υγείας και της σοβαρότητας της κατάστασης του ασθενούς <sup>[6]</sup>.

Ο τρόπος λειτουργίας του είναι παρόμοιος με τη μεθοδολογία TOPSIS όσον αφορά τα κριτήρια κατάταξής τους που είναι η εγγύτητα της εναλλακτικής λύσης στην ιδανική λύση. Η ειδοποιός διαφορά τους έγκειται στο ότι τα αποτελέσματα στο VIKOR είναι συμβιβαστικά καθώς χρησιμοποιούνται τρεις διαφορετικές κατατάξεις για τον υπολογισμό της τελικής κατάταξης, ενώ τα αποτελέσματα του TOPSIS στηρίζονται στην ελάχιστη απόσταση από την θετική ιδανική λύση και στην μέγιστη απόσταση από την αρνητική ιδανική λύση <sup>[56][50]</sup>.

Ο αλγόριθμος του VIKOR ενσωματώνει δύο σημεία ελέγχου: το ανεκτό όφελος και την ανεκτή μονιμότητα. Επομένως, διασφαλίζει ότι τα τελικά αποτελέσματα θα είναι πιο ακριβή και αξιόπιστα. Τέλος, πρέπει να αναφερθεί ότι σε αυτήν την μέθοδο, υπάρχει ενδεχόμενο οι συμβιβαστικές λύσεις να είναι περισσότερες από μία <sup>[51]</sup>. Επιπρόσθετα, στα πλεονεκτήματά της καταμετράται η χαμηλή πολυπλοκότητά της, ο καλός συνδυασμός της με άλλες μεθοδολογίες και πέρα από την αρχική κατάταξη παρέχει και μια σειρά εναλλακτικών λύσεων. Είναι αναγκαίο όμως να έχουν καθοριστεί εξαρχής οι συντελεστές στάθμισης <sup>[54][49]</sup>.

Ορισμένες από τις εφαρμογές της VIKOR σε άλλα πεδία μελέτης περιλαμβάνουν: μηχανική, περιβαλλοντική διαχείριση, διαχείριση αποβλήτων, κοινωνική βιωσιμότητα, χωροθέτηση εγκαταστάσεων, επιλογή υλικών και διαχείριση της υγειονομικής περίθαλψης <sup>[55]</sup>.

Σύμφωνα με την κατανομή των εργασιών για το VIKOR, οι πιο συνηθισμένοι τομείς που χρησιμοποιούν το VIKOR είναι η διαχείριση σχεδιασμού και παραγωγής και η διοίκηση επιχειρήσεων και marketing. Επίσης, στο ίδιο βιβλίο αναφέρεται ότι η πιο συχνή τεχνική που συνδυάζεται με το VIKOR ή συγκρίνεται μαζί του είναι τεχνικές ασαφούς λογικής κατά 34.6% ενώ την δεύτερη θέση την κατοχυρώνουν τεχνικές TOPSIS κατά 11.7% <sup>[6]</sup>.

Η εκτεταμένη χρήση της μεθόδου VIKOR καταδεικνύει τη σπουδαιότητα και την συχνότητα εφαρμογής της, λόγω των απλών και σύντομων βημάτων της και των τριών διαφορετικών κατατάξεων, οι οποίες αυξάνουν την ακρίβεια της κατάταξης των εναλλακτικών επιλογών.

### 2.3.3 COPRAS

Η *Σύνθετη αναλογική αξιολόγηση* που επίσης αποκαλείται *COPRAS (COmplex PROportional ASsessment)* αποτελεί μια συνεκτική αντισταθμιστική μέθοδο που χρησιμοποιείται σε διαδικασίες λήψης αποφάσεων, ιδίως στην MCDA. Αναπτύχθηκε από τους Zavadskas, Kaklauskas και Sarka στο Vilnius Gediminas Technical University το 1996, λειτουργεί με ποσοτικά χαρακτηριστικά και έχει σχεδιαστεί με σκοπό την κατάταξη εναλλακτικών λύσεων με βάση πολλαπλά κριτήρια <sup>[51]</sup>.

Η COPRAS αξιολογεί την επιρροή των κριτηρίων μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης ανεξάρτητα, ενώ η απλή μαθηματική της δομή εξαλείφει σε ικανοποιητικό βαθμό το πρόβλημα της αντιστροφής της κατάταξης. Από την άλλη πλευρά, τα αποτελέσματα είναι επιρρεπή σε ιδιαίτερα ασταθή στην μεταβολή των δεδομένων και κατά συνέπεια απαιτείται μια εναλλακτική προσέγγιση MCDA για τον υπολογισμό των βαρών των κριτηρίων. Άλλωστε σύμφωνα με την βιβλιογραφία, η μέθοδος COPRAS χρησιμοποιείται σε συνδυασμό με άλλες μεθόδους σε ασαφές περιβάλλον <sup>[54]</sup>.

Η μέθοδος COPRAS εφαρμόζεται σε ορισμένους τομείς, όπως η αξιολόγηση κινδύνων, η επιλογή επενδυτικών σχεδίων, η μοντελοποίηση συστημάτων μεταφορών, εναλλακτικές λύσεις οδικού σχεδιασμού και η επιλογή υλικών <sup>[5]</sup>.

Συνολικά, η μέθοδος COPRAS αξιοποιεί τον πίνακα αποφάσεων και τα βάρη των κριτηρίων για να υπολογίσει τους δείκτες μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης και μέσω αυτών την σχετική τιμή σημαντικότητας κάθε εναλλακτικής λύσης με μικρότερο χρόνο υπολογισμού. Με αυτόν τον τρόπο, οι εναλλακτικές λύσεις κατατάσσονται σε μια σειρά σημαντικότητας που επιτρέπει στον χρήστη να βάλει προτεραιότητες και να λάβει μια πιο σφαιρική απόφαση για το εκάστοτε μελετώμενο

πρόβλημα. Πρέπει να σημειωθεί όμως ότι ένα σημαντικό ποσοστό των συνόλων δεδομένων είναι μαθηματικές προσεγγίσεις που δεν είναι απολύτως αξιόπιστες <sup>[51]</sup>.

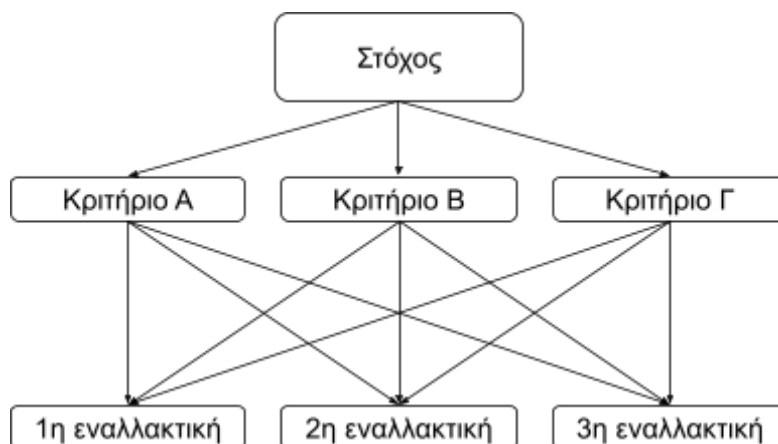
### 2.3.4 FAHP

Η Διαδικασία Ασαφής Αναλυτικής Ιεραρχίας (*Fuzzy Analytic Hierarchy Process, FAHP*) είναι μια ασαφής τεχνική λήψης αποφάσεων με πολλά κριτήρια που βοηθά σε πολυπαραγοντικά προβλήματα με την ευελιξία και την προσαρμοστικότητά της. Αναπτύχθηκε από τον Thomas L. Saaty τη δεκαετία του 1970 και έκτοτε επεκτείνεται και βελτιώνεται συνεχώς ενώ αποτελεί μια από τις πιο ευρέως χρησιμοποιούμενες τεχνικές, η οποία χρησιμοποιείται συχνά σε συνδυασμό με άλλες. Είναι μια προσθετική μέθοδος στάθμισης που είναι κατάλληλη για καταστάσεις που έχει περισσότερη σημασία ο καθορισμός της βέλτιστης επιλογής και όχι οι συγκεκριμένες βαθμολογίες των εναλλακτικών επιλογών <sup>[61][51]</sup>.

Έχει αξιολογηθεί και εφαρμοστεί εκτενώς σε πολλούς τομείς ενώ διατίθεται από διάφορα φιλικά προς το χρήστη πακέτα λογισμικού, όπως για παράδειγμα είναι το Expert Choice. Ορισμένοι τομείς εφαρμογής του FAHP είναι: η διαχείριση επιχειρήσεων, η υγειονομική περίθαλψη, η μηχανική, η περιβαλλοντική διαχείριση για λόγους όπως στρατηγικό σχεδιασμό, λήψη αποφάσεων, κατανομή πόρων και επιλογή εξοπλισμού <sup>[61][56]</sup>.

Ο αλγόριθμος του FAHP λειτουργεί διασπώντας το πρόβλημα απόφασης σε μια ιεραρχία απλούστερων υποπροβλημάτων που μπορούν να μελετηθούν ξεχωριστά, περιβάλλον που είναι πιο εύχρηστο. Η κατασκευή του πλαισίου ιεραρχίας, γνωστό και ως δίκτυο ανατροφοδότησης, αποτελεί ένα από τα αρχικά βήματα του αλγορίθμου. Χωρίζεται σε τρία επίπεδα. Στο υψηλότερο επίπεδο είναι οι στόχοι, στο μεσαίο είναι τα κριτήρια και στο χαμηλότερο είναι οι εναλλακτικές επιλογές. Κατόπιν, γίνεται σύγκριση του κάθε στοιχείου του κάθε επιπέδου με τα στοιχεία του αμέσως υψηλότερου επιπέδου <sup>[56]</sup>.

Για παράδειγμα, σε ένα πρόβλημα με έναν στόχο, τρία κριτήρια και τρεις εναλλακτικές, πρέπει να δημιουργηθεί ο πίνακας που συγκρίνει τα κριτήρια μεταξύ τους ως προς τον στόχο και συνολικά τρεις πίνακες που συγκρίνουν τις εναλλακτικές μεταξύ τους ως προς το κάθε κριτήριο.



Διάγραμμα ροής FAHP 2.11



Συνοπτικά, ο τρόπος λειτουργίας της περιλαμβάνει κατά ζεύγη συγκρίσεις κριτηρίων και εναλλακτικών λύσεων με τη χρήση γλωσσικών όρων που έπειτα αθροίζονται για τον προσδιορισμό της συνολικής κατάταξης.

Λόγω της ιεραρχίας που υπάρχει στην δομή αυτού του αλγορίθμου, υπάρχει και μια πιο εστιασμένη προσέγγιση σε κάθε διαφορετικό κριτήριο. Επίσης, η διαδικασία υπολογισμού είναι ταχύτερη και απλούστερη σε σχέση με άλλες μεθοδολογίες. Ωστόσο, απαιτείται πρόσθετη εξέταση για την επικύρωση των αποτελεσμάτων και η επαλήθευση των αποτελεσμάτων απαιτεί περαιτέρω ανάλυση και συνεπώς χρόνο. Απαιτείται επίσης η εισαγωγή αξιόπιστων δεδομένων που βασίζονται στην εμπειρία, τη γνώση και την κρίση, τα οποία υπόκεινται στην επιλογή του εκάστοτε λήπτη αποφάσεων <sup>[51][54]</sup>.

Με την σύγκριση κατά ζεύγη των συνιστωσών αυτών των υποπροβλημάτων, αξιολογείται η σχετική σημαντικότητα των κριτηρίων μεταξύ τους και των σχέσεων μεταξύ διαφορετικών εναλλακτικών με άξονα το κάθε κριτήριο ξεχωριστά. Γι' αυτό το λόγο, τα δεδομένα εισόδου που απαιτούνται είναι ένας πίνακας σύγκρισης των κριτηρίων κατά ζεύγη και οι αντίστοιχοι πίνακες σύγκρισης των εναλλακτικών κατά ζεύγη για κάθε ένα κριτήριο <sup>[56]</sup>.

Συνολικά, η FAHP προσφέρει ένα συστηματικό και αυστηρό πλαίσιο για την οργάνωση των ζητημάτων λήψης αποφάσεων, την ανάδειξη των προτιμήσεων και τον προσδιορισμό των προτεραιοποιημένων αποτελεσμάτων με άξονα ποικίλων προβληματισμών. Η προσαρμοστικότητα και η ευελιξία της την καθιστούν πολύτιμη μέθοδο για την αντιμετώπιση περίπλοκων σεναρίων λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια <sup>[61][56]</sup>.

### 2.3.5 ELECTRE

Μια άλλη αξιοσημείωτη μέθοδος είναι η μέθοδος *ELECTRE (ELimination Et Choix Traduisant la Réalité)* η οποία επινοήθηκε από τον Bernard Roy όταν πρότεινε την ELECTRE I το 1968. Το ELECTRE πρόκειται για μια οικογένεια μεθόδων πολυκριτηριακής ανάλυσης αποφάσεων που ανήκει στην γαλλική σχολή λήψης αποφάσεων και έχει ως βασική αρχή την ανάλυση των σχέσεων υπεροχής (outranking). Η μέθοδος αυτή έχει το πλεονέκτημα ότι είναι εύρωστη σε σύνθετα και αντικρουόμενα κριτήρια, ευέλικτη σε διάφορα σενάρια λήψης αποφάσεων και ικανή να αντιμετωπίζει ανακριβή και αβέβαια δεδομένα <sup>[49][50][57]</sup>.

Οι εφαρμογές της ELECTRE συμπεριλαμβάνουν την επιλογή δικτύου, την αξιολόγηση συστήματος διαχείρισης στερεών αποβλήτων, την διαχείριση υδάτων, τον σχεδιασμό συστήματος διανομής ηλεκτρικής ενέργειας, την επιλογή αυτοματοποιημένων συσκευών επιθεώρησης, την διοίκηση επιχειρήσεων, την διοίκηση εφοδιαστικής αλυσίδας και την τεχνολογία πληροφοριών <sup>[56][57]</sup>.

Η μέθοδος αυτή εισάγει μια νέα έννοια του μοντελισμού προτιμήσεων, όπου εάν μια εναλλακτική  $a$  είναι καλύτερη από τις εναλλακτικές  $b$  και  $c$ , η ανάλυση των προτιμήσεων μεταξύ  $b$  και  $c$  καθίσταται ασήμαντη. Οι δύο αυτές εναλλακτικές λύσεις μπορούν να παραμείνουν ασύγκριτες χωρίς να υπονομεύεται η διαδικασία λήψης αποφάσεων <sup>[49]</sup>.

Συνοπτικά, αξιολογεί όλες τις εναλλακτικές λύσεις χρησιμοποιώντας συγκρίσεις υπεροχής με αποτέλεσμα να αποκλείει τις χαμηλής ελκυστικότητας εναλλακτικές λύσεις<sup>[51]</sup>.

Οι μέθοδοι ELECTRE βασίζονται στην αξιολόγηση δύο δεικτών, του δείκτη συμφωνίας και του δείκτη ασυμφωνίας, που ορίζονται για κάθε ζεύγος εναλλακτικών επιλογών.

Ο δείκτης συμφωνίας μετράει το βαθμό στον οποίο μια εναλλακτική λύση Α είναι τουλάχιστον εξίσου καλή με μια άλλη εναλλακτική λύση Β σε όλα τα κριτήρια, σταθμισμένη με βάση την βαρύτητα των κριτηρίων. Συνεπώς, ο δείκτης αυτός συγκεντρώνει τα κριτήρια στα οποία η εναλλακτική λύση Α είναι καλύτερη ή ίση με την Β. Αντίθετα, ο δείκτης ασυμφωνίας μετράει τον βαθμό στον οποίο υπάρχει σημαντική διαφωνία με τον ισχυρισμό ότι η Α είναι τουλάχιστον εξίσου καλή με τη Β για ένα δεδομένο κριτήριο. Αντικατοπτρίζει τα κριτήρια στα οποία το Α αποδίδει σημαντικά χειρότερα από το Β<sup>[51][4]</sup>.

Η ELECTRE I είναι η πιο απλή από την οικογένεια μεθόδων ELECTRE και χρησιμοποιείται συνήθως για ένα πρόβλημα όπου χρειάζεται να επιλεγεί ένα υποσύνολο επιλογών. Η ELECTRE II είναι μια πιο εξελιγμένη εκδοχή του ELECTRE I, καθώς ενσωματώνει ένα διπλό κατώφλι για την διαχείριση των προτιμήσεων με μεγαλύτερη ευελιξία. Με αυτόν τον τρόπο, είναι ικανή να χειρίζεται πιο σύνθετα προβλήματα κατάταξης. Η ELECTRE III έχει σχεδιαστεί για την επίλυση προβλημάτων κατάταξης και ταξινόμησης<sup>[49][51]</sup>.

Κατά συνέπεια, η μέθοδος ELECTRE κατατάσσει τις εναλλακτικές λύσεις και επιλέγει την καλύτερη εναλλακτική λύση αποκλείοντας εναλλακτικές λύσεις χαμηλής ελκυστικότητας.

### 2.3.6 PROMETHEE

Η μέθοδος *Preference Ranking Organization METHod for Enrichment of Evaluations* (PROMETHEE), που στα ελληνικά μεταφράζεται ως Μέθοδος οργάνωσης κατάταξης προτίμησης για τον εμπλουτισμό των αξιολογήσεων, εισήχθη για πρώτη φορά από τον καθηγητή Jean-Pierre Brans το 1982 και έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα. Οι δύο μέθοδοι που πρότεινε τότε ήταν το PROMETHEE I (μερική κατάταξη) και PROMETHEE II (ολική κατάταξη), οι οποίες είναι δύο εκ των έξι συνολικά μεθόδων. Με τα χρόνια, αυτές οι πρώτες μορφές έχουν βελτιωθεί και διευρυνθεί, ενώ πρέπει να σημειωθεί ότι το PROMETHEE ανήκει στην Ευρωπαϊκή σχολή των μεθόδων MCDA<sup>[51][58]</sup>.

Λίγα χρόνια μετά την πρώτη παρουσίαση, ο Brans και ο Mareschal ανέπτυξαν τις μεθόδους PROMETHEE III (κατάταξη με βάση τα intervals) και PROMETHEE IV (continuous case), ενώ το 1988 πρότειναν το GAIA (Geometrical Analysis for Interactive Aid), η οποία προσφέρει γραφική απεικόνιση του προβλήματος λήψης των αποφάσεων σε δισδιάστατο επίπεδο. Έτσι, μπορεί να προσφέρει βοήθεια σε περίπλοκα προβλήματα αποφάσεων με διαδραστικό τρόπο προσφέροντας επιπρόσθετα περιεκτική γεωμετρική ανάλυση<sup>[61][59]</sup>.

Το 1992 και το 1994, ο Brans και ο Mareschal πρότειναν δύο περαιτέρω επεκτάσεις: το PROMETHEE V (περιορισμοί τμηματοποίησης segmentation constraints) και το PROMETHEE VI (αναπαράσταση του ανθρώπινου εγκεφάλου). Γενικά, τα PROMETHEE III, IV και VI δεν ακολουθούνται από πλήθος επιστημονικών άρθρων και ως αποτέλεσμα έχουν περιορισμένες εφαρμογές<sup>[7]</sup>.

Σύμφωνα με την κατανομή των εργασιών για το PROMETHEE ανά τομέα εφαρμογής, τα υψηλότερα ποσοστά προέρχονται από την διαχείριση του περιβάλλοντος (21%), τις υπηρεσίες ή και τις δημόσιες εφαρμογές (18%) και από τις βιομηχανικές εφαρμογές (15.8%) <sup>[6]</sup>. Άλλα παραδείγματα εφαρμογών περιλαμβάνουν την διαχείριση ενέργειας, την αξιολόγηση δικτυακών τόπων, την αξιολόγηση κινδύνων, την διαχείριση πυρηνικών αποβλήτων, την υγεία, την διαχείριση των υδάτων, και την παραγωγικότητα γεωργικών περιοχών <sup>[56]</sup>.

Σε σύγκριση με άλλες μεθόδους MCDA, η PROMETHEE είναι μια αποτελεσματική τεχνική που παρέχει στους λήπτες αποφάσεων περισσότερες συναρτήσεις προτίμησης για την κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων με βάση κάθε κριτήριο. Τα πλεονεκτήματα της PROMETHEE είναι ότι είναι μια φιλική προς το χρήστη μέθοδος που μπορεί να εφαρμοστεί πλήρως σε πραγματικές δομές προβλημάτων. Τόσο η PROMETHEE I όσο και η PROMETHEE II επιτρέπουν την κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων παρέχοντας παράλληλα απλότητα <sup>[56]</sup>.

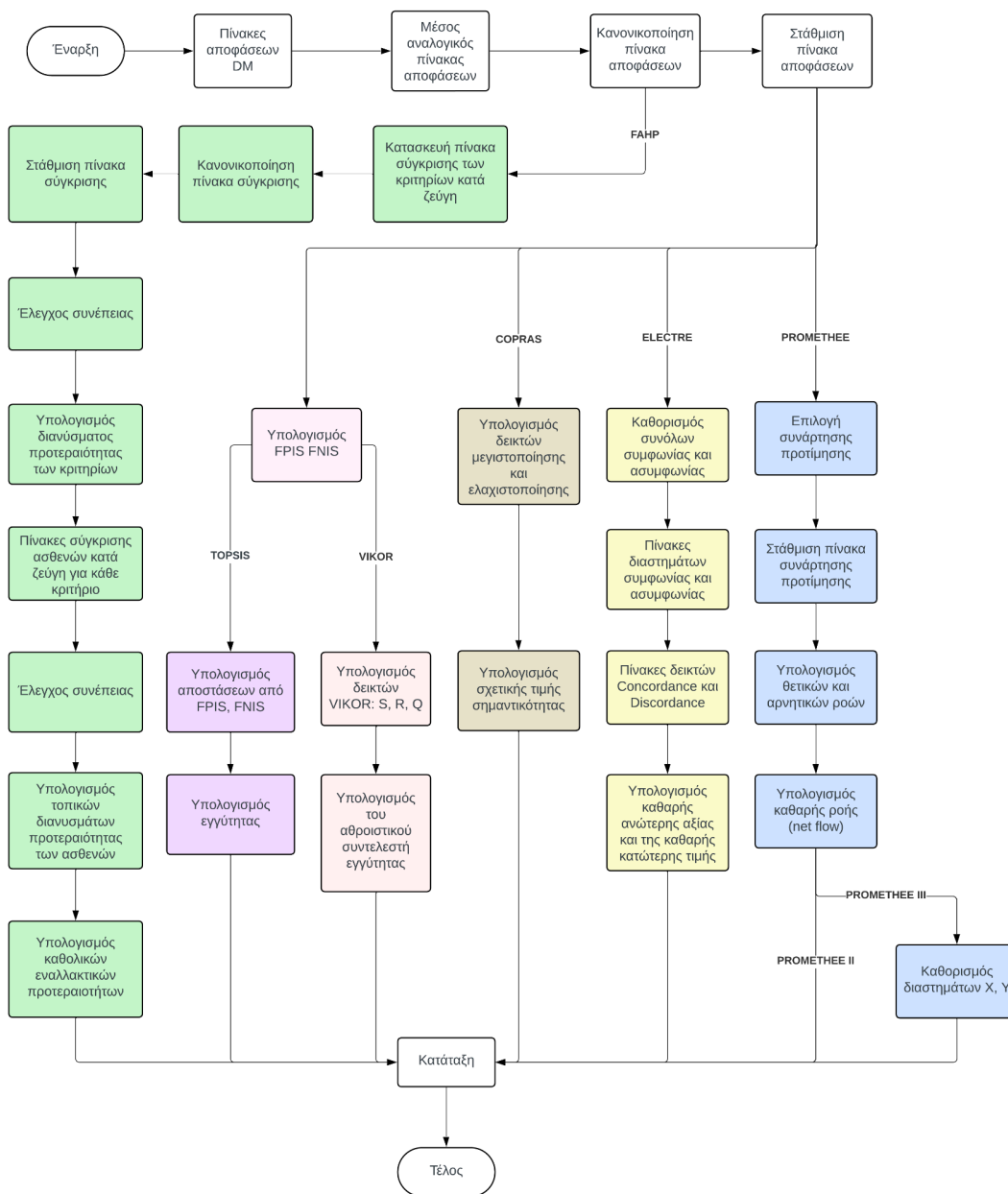
Εν συντομία, το PROMETHEE συγκρίνει τις εναλλακτικές λύσεις ανά ζεύγη για κάθε κριτήριο συνολικά, υπολογίζοντας με αυτόν τον τρόπο τις ροές εισόδου και εξόδου. Έτσι, οδηγεί σε μια κατάταξη των εναλλακτικών επιλογών που βασίζεται σε βαθμούς προτίμησης ή, όπως ονομάζεται διαφορετικά, την συνολική ροή <sup>[56]</sup>.

Η παρούσα εργασία θα επικεντρωθεί στο PROMETHEE II και στο PROMETHEE III.

### 3. Μεθοδολογία

Όλοι οι ακόλουθοι αλγόριθμοι αναπτύχθηκαν στην γλώσσα προγραμματισμού **MATLAB** της MathWorks <sup>[60]</sup>. Για λόγους επαναληψιμότητας, χρησιμοποιήθηκε η εντολή *rng('default')*, η οποία διασφαλίζει την αναπαραγωγιμότητα των αποτελεσμάτων καθώς ορίζει την γεννήτρια τυχαίων αριθμών ως την προκαθορισμένη.

Οι τεχνικές TOPSIS, VIKOR, COPRAS, FAHP, PROMETHEE και ELECTRE αναπτύχθηκαν σε πυθαγόρειο ασαφές περιβάλλον και εφαρμόστηκαν στην ιατρική διάγνωση της ηπατίτιδας. Στο κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζονται επίσης τα αρχικά δεδομένα και οι τρόποι με τους οποίους δομήθηκαν. Μία σύντομη σύνοψη των μεθόδων που χρησιμοποιήθηκαν παρέχεται στο ακόλουθο διάγραμμα ροής <sup>[61]</sup>.



Εικόνα 3.1 Διάγραμμα ροής αλγορίθμων

### 3.1 Δεδομένα και προεπεξεργασία

Τα δεδομένα σοβαρότητας της ηπατίτιδας προέρχονται από το άρθρο *A mathematical approach to medical diagnosis via Pythagorean fuzzy soft TOPSIS, VIKOR and generalized aggregation operators* των Naeem, Riaz και Karaaslan [15]. Ο τρόπος δόμησής τους και η ερμηνεία του αναλύεται παρακάτω.

Έστω  $n$  εναλλακτικές λύσεις με  $m$  κριτήρια, τότε ο πίνακας απόφασης  $A_{ij}$  πρέπει να έχει μέγεθος  $n \times m$  όπως φαίνεται παρακάτω, όπου  $i = 1, 2, \dots, n$  και  $j = 1, 2, \dots, m$ .

Το σύνολο  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_5\}$  αντιπροσωπεύει το σύνολο των διαφορετικών παραγόντων με βάση το οποίο πραγματοποιείται η λήψη αποφάσεων.

**Πίνακας 3.1 — Δομή ενός τυπικού πίνακα αποφάσεων**

		$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
		$(w_1)$	$(w_2)$	$(w_3)$	$(w_4)$	$(w_5)$
$A_{ij} =$	<b><math>n1</math></b>	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\alpha_{13}$	$\alpha_{14}$	$\alpha_{15}$
	<b><math>n2</math></b>	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	$\alpha_{23}$	$\alpha_{24}$	$\alpha_{25}$
	<b><math>n3</math></b>	$\alpha_{31}$	$\alpha_{32}$	$\alpha_{33}$	$\alpha_{34}$	$\alpha_{35}$
	<b><math>n4</math></b>	$\alpha_{41}$	$\alpha_{42}$	$\alpha_{43}$	$\alpha_{44}$	$\alpha_{45}$
	<b><math>n5</math></b>	$\alpha_{51}$	$\alpha_{52}$	$\alpha_{53}$	$\alpha_{54}$	$\alpha_{55}$
	<b><math>n6</math></b>	$\alpha_{61}$	$\alpha_{62}$	$\alpha_{63}$	$\alpha_{64}$	$\alpha_{65}$

Στην εργασία αυτή, το κάθε στοιχείο του πίνακα απόφασης  $\alpha_{nm}$  αποτελείται από έναν πυθαγόρειο αριθμό, τον  $(\mu, \nu)$ . Η τιμή  $\mu$  περιγράφει τον βαθμό συμμετοχής και η τιμή  $\nu$  τον βαθμό μη συμμετοχής.

Ως αρχικά δεδομένα λοιπόν, παρέχονται τέσσερις πίνακες αποφάσεων PFS ( $D1, D2, D3$  και  $D4$ ) που δημιουργήθηκαν από μια ομάδα τεσσάρων ιατρικών εμπειρογνομόνων  $DM = \{D1, D2, D3, D4\}$ , όπου κάθε γραμμή αντιπροσωπεύει έναν διαφορετικό ασθενή  $n$  και κάθε στήλη αντιπροσωπεύει ένα διαφορετικό κριτήριο  $m$ . Ονομαστικά, τα κριτήρια είναι τα εξής:

- $m1 =$  εμετός,
- $m2 =$  ίκτερος,
- $m3 =$  ανοιχτόχρωμα/ αργιλώδη κόπρανα,
- $m4 =$  κοιλιακή δυσφορία και
- $m5 =$  σκουρόχρωμα ούρα.

Επίσης, ο κάθε ασθενής στις τελικές κατατάξεις έχει αύξον αριθμό, ο οποίος σηματοδοτεί ποιος ασθενής έχει λάβει ποια θέση. Ισχύει ότι: Λύσεις =  $\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_6\}$ .

Οι παρακάτω πίνακες συσχέτισης ασθενών και κριτηρίων είναι οι τέσσερις αρχικοί πίνακες των εμπειρογνομόνων.

**Πίνακας 3.2 — Πίνακας DM<sub>1</sub>**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m3</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>n1</b>	[0.37,0.54]	[0.54,0.51]	[0.22,0.53]	[0.82,0.34]	[0.25,0.89]
<b>n2</b>	[0.64,0.53]	[0.87,0.46]	[0.42,0.51]	[0.29,0.95]	[0.41,0.56]
<b>n3</b>	[0.42,0.31]	[0.62,0.10]	[0.76,0.50]	[0.33,0.94]	[0.54,0.77]
<b>n4</b>	[0.76,0.51]	[0.91,0.28]	[0.55,0.70]	[0.43,0.87]	[0.18,0.94]
<b>n5</b>	[0.55,0.29]	[0.67,0.36]	[0.78,0.37]	[0.24,0.51]	[0.48,0.89]
<b>n6</b>	[0.52,0.51]	[0.37,0.88]	[0.46,0.51]	[0.10,0.93]	[0.65,0.24]

**Πίνακας 3.3 — Πίνακας DM<sub>2</sub>**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m3</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>n1</b>	[0.29,0.78]	[0.23,0.68]	[0.45,0.41]	[0.38,0.56]	[0.71,0.45]
<b>n2</b>	[0.46,0.34]	[0.58,0.37]	[0.81,0.26]	[0.48,0.51]	[0.39,0.41]
<b>n3</b>	[0.57,0.32]	[0.56,0.58]	[0.50,0.50]	[0.33,0.67]	[0.42,0.53]
<b>n4</b>	[0.84,0.47]	[0.73,0.39]	[0.62,0.57]	[0.56,0.46]	[0.47,0.11]
<b>n5</b>	[0.33,0.49]	[0.98,0.06]	[0.64,0.59]	[0.41,0.24]	[0.93,0.36]
<b>n6</b>	[0.89,0.41]	[0.95,0.30]	[0.71,0.68]	[0.89,0.41]	[0.97,0.21]

**Πίνακας 3.4 — Πίνακας DM<sub>3</sub>**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m3</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>n1</b>	[0.33,0.66]	[0.39,0.60]	[0.34,0.47]	[0.60,0.45]	[0.48,0.67]
<b>n2</b>	[0.55,0.44]	[0.73,0.42]	[0.62,0.39]	[0.39,0.73]	[0.40,0.49]
<b>n3</b>	[0.50,0.32]	[0.59,0.34]	[0.63,0.50]	[0.33,0.81]	[0.48,0.65]
<b>n4</b>	[0.80,0.49]	[0.82,0.34]	[0.59,0.64]	[0.50,0.67]	[0.33,0.53]
<b>n5</b>	[0.12,0.35]	[0.71,0.15]	[0.87,0.13]	[0.56,0.29]	[0.67,0.49]
<b>n6</b>	[0.45,0.13]	[0.89,0.12]	[0.68,0.19]	[0.47,0.42]	[0.32,0.19]

**Πίνακας 3.5 — Πίνακας DM<sub>4</sub>**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m3</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>n1</b>	[0.35,0.60]	[0.46,0.59]	[0.27,0.47]	[0.70,0.39]	[0.49,0.63]
<b>n2</b>	[0.59,0.48]	[0.71,0.41]	[0.51,0.42]	[0.37,0.83]	[0.65,0.75]
<b>n3</b>	[0.46,0.39]	[0.59,0.18]	[0.62,0.61]	[0.56,0.64]	[0.68,0.71]
<b>n4</b>	[0.78,0.62]	[0.82,0.33]	[0.24,0.67]	[0.66,0.73]	[0.41,0.90]
<b>n5</b>	[0.38,0.14]	[0.56,0.11]	[0.89,0.45]	[0.56,0.70]	[0.67,0.42]
<b>n6</b>	[0.88,0.46]	[0.99,0.10]	[0.83,0.54]	[0.85,0.51]	[0.29,0.31]

Υπολογισμός του μέσου αναλογικού πίνακα Δ

Ένα από τα αρχικά βήματα προετοιμασίας των δεδομένων είναι ο υπολογισμός του μέσου

αναλογικού πίνακα. Στην περίπτωση αυτή, είναι ίσος με την τέταρτη ρίζα του στοιχειομετρικού πολλαπλασιασμού των πινάκων  $D$  καθώς υπάρχουν τέσσερις πίνακες  $DM$ . Ο αρχικός πίνακας απόφασης θα λειτουργεί ως αρχικό δεδομένο στους ακόλουθους αλγορίθμους και είναι η συσσωμάτωση των τεσσάρων πινάκων  $D$  σε έναν πίνακα  $A$  με βάση:

$$A_{ij} = \sqrt[4]{DM1_{ij} \cdot DM2_{ij} \cdot DM3_{ij} \cdot DM4_{ij}}$$

Σημειώνεται ότι οι πίνακες  $D$  πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους στοιχείο προς στοιχείο, πράγμα που σημαίνει ότι τα  $(\mu, \nu)$  της  $i$ -στής γραμμής και  $j$ -στής στήλης του κάθε πίνακα  $D$  πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους.

**Πίνακας 3.6 — Πίνακας αποφάσεων  $A$**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m3</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>n1</b>	[0.3337, 0.6391]	[0.3864, 0.5919]	[0.3088, 0.4681]	[0.6015, 0.4275]	[0.4520, 0.6412]
<b>n2</b>	[0.5560, 0.4417]	[0.7151, 0.4138]	[0.5727, 0.3839]	[0.3765, 0.7361]	[0.4515, 0.5390]
<b>n3</b>	[0.4844, 0.3336]	[0.5896, 0.2441]	[0.6207, 0.5255]	[0.3766, 0.7559]	[0.5216, 0.6588]
<b>n4</b>	[0.7945, 0.5195]	[0.8175, 0.3327]	[0.4688, 0.6431]	[0.5309, 0.6651]	[0.3271, 0.4713]
<b>n5</b>	[0.3016, 0.2889]	[0.7148, 0.1374]	[0.7885, 0.3362]	[0.4191, 0.3970]	[0.6691, 0.5067]
<b>n6</b>	[0.6543, 0.3344]	[0.7460, 0.2372]	[0.6552, 0.4343]	[0.4342, 0.5346]	[0.4918, 0.2334]

#### Κανονικοποίηση πίνακα $A$

Για να υπάρχει νόημα σύγκρισης μεταξύ των δεδομένων, πρέπει να βρίσκονται στην ίδια κλίμακα. Για την κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων χρησιμοποιείται η μέθοδος  $\min$ - $\max$  η οποία προσαρμόζει τις τιμές του πίνακα στο εύρος  $[0, 1]$ . Πιο αναλυτικά, χρησιμοποιείται η εξίσωση:

$$A_{norm_{ij}} = \frac{A_{ij} - \min(A_{ij})}{\max(A_{ij}) - \min(A_{ij})} \quad (\text{Εξ. 1})$$

Ως αποτέλεσμα, προκύπτει ο πίνακας 3.7.

**Πίνακας 3.7 — Κανονικοποιημένος πίνακας αποφάσεων  $A_{norm}$**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m3</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>n1</b>	[0.0621, 0.8111]	[0.1642, 0.7349]	[0.0138, 0.5346]	[0.5812, 0.4691]	[0.2915, 0.8146]
<b>n2</b>	[0.4930, 0.4920]	[0.8015, 0.4468]	[0.5254, 0.3985]	[0.1451, 0.9679]	[0.2906, 0.6492]
<b>n3</b>	[0.3543, 0.3172]	[0.5582, 0.1725]	[0.6185, 0.6275]	[0.1454, 1.0000]	[0.4264, 0.8430]
<b>n4</b>	[0.9553, 0.6177]	[1.0000, 0.3158]	[0.3240, 0.8177]	[0.4445, 0.8533]	[0.0494, 0.5398]
<b>n5</b>	[0.0000, 0.2449]	[0.8009, 0.0000]	[0.9437, 0.3214]	[0.2278, 0.4198]	[0.7122, 0.5971]
<b>n6</b>	[0.6836, 0.3185]	[0.8614, 0.1614]	[0.6854, 0.4801]	[0.2571, 0.6422]	[0.3687, 0.1552]

Κάθε εμπειρογνώμονας παρείχε επίσης ένα βάρος για κάθε κριτήριο, δημιουργώντας έτσι τον πίνακα  $P$  όπου κάθε γραμμή περιέχει τα βάρη για κάθε κριτήριο από έναν ιατρικό εμπειρογνώμονα. Υπολογίστηκε με βάση τους γλωσσικούς όρους για την αξιολόγηση της βαρύτητας της παθολογίας. Τα βάρη αντιπροσωπεύουν τον βαθμό σημαντικότητας κάθε κριτηρίου στην κατηγοριοποίηση της διάγνωσης.

Ιατρική διάγνωση με χρήση μεθόδων ομαδικής λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια σε ασαφές περιβάλλον

Ο πίνακας σταθμισμένων παραμέτρων  $P[w_{ij}]_{d \times m}$  (όπου  $d$  είναι το πλήθος εμπειρογνομόνων) σύμφωνα με την προαναφερθείσα ομάδα είναι ίσος με:

**Πίνακας 3.8 — Πίνακας σταθμισμένων παραμέτρων P**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m4</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>D1</b>	S1	S2	S0	S3	S3
<b>D2</b>	S2	S3	S1	S2	S4
<b>D3</b>	S1	S2	S1	S2	S0
<b>D4</b>	S3	S4	S4	S3	S2

**Πίνακας 3.9 — Πρότυπα βάρη ανά σοβαρότητα βλάβης ήπατος**

<b>Γλωσσικοί όροι</b>	<b>Ασαφή βάρη</b>
Στάδιο 0: Υγιές ήπαρ (S0)	0.10
Στάδιο 1: Αρχή ηπατικής βλάβης (S1)	0.30
Στάδιο 2: Μέτρια ηπατική βλάβη (S2)	0.50
Στάδιο 3: Σημαντική ηπατική βλάβη (S3)	0.70
Στάδιο 4: Σοβαρή ηπατική βλάβη (S4)	0.90

#### Κανονικοποίηση σταθμισμένου πίνακα παραμέτρων P

Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός του κανονικοποιημένου πίνακα  $P_{norm}$  χρησιμοποιώντας την *εξίσωση 2* με σκοπό όλες οι τιμές του πίνακα να εξισορροπηθούν. Με αυτόν τον τρόπο, παράμετροι με διαφορετικές κλίμακες στις τιμές τους, αποκτούν την ίδια κλίμακα.

$$P_{norm(i,j)} = \frac{P_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (P_{ij}^2)}} , j = 1, \dots, n \quad (\text{Εξ. 2})$$



**Πίνακας 3.10 — Κανονικοποιημένος πίνακας P**

	<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m4</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
<b>D1</b>	0.3128	0.3727	0.1000	0.5754	0.5604
<b>D2</b>	0.5213	0.5217	0.3000	0.4110	0.7206
<b>D3</b>	0.3128	0.3727	0.3000	0.4110	0.0801
<b>D4</b>	0.7298	0.6708	0.9000	0.5754	0.4003

Στο κάθε κριτήριο ανατίθεται βάρος. Τα βάρη αντιπροσωπεύουν τη σχετική σημασία κάθε κριτηρίου και όσο μεγαλύτερη η τιμή του βάρους, τόσο μεγαλύτερη η σχετική αξία του κριτηρίου. Το άθροισμα των βαρών στον τελικό πίνακα W πρέπει να ισούνται με 1.

Υπολογισμός πίνακα βαρών W

Το τελικό διάλυσμα βαρών απορρέει από την εξίσωση:

$$W = \sum_{j=1}^m \left( \frac{P_{norm}(j)}{\sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^m P_{norm}} \right) \quad (Eξ. 3)$$

**Πίνακας 3.11 — Πίνακας βαρών W**

<b>m1</b>	<b>m2</b>	<b>m4</b>	<b>m4</b>	<b>m5</b>
0.2051	0.2118	0.1749	0.2156	0.1925

Σκοπός είναι κατηγοριοποίηση των ασθενών σε μια βαθμίδα από την σοβαρότερη παθολογικά κατάσταση στην λιγότερο σοβαρή. Γι' αυτό, οι μέθοδοι που περιγράφονται στο κεφάλαιο II, αναπτύσσονται σε πυθαγόρειο ασαφές περιβάλλον και χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές για τη διάγνωση της ηπατίτιδας.

## 3.2 Μεθοδολογία MAGDM

### 3.2.1 TOPSIS

Ο αλγόριθμος του TOPSIS απαρτίζεται από τα ακόλουθα βήματα <sup>[15][6][17]</sup>:

1. Κατασκευή του ασαφούς σταθμισμένου κανονικοποιημένου πίνακα αποφάσεων:  
Ορίζεται ως το γινόμενο κάθε κανονικοποιημένου πυθαγόρειου ασαφούς αριθμού στον πίνακα αποφάσεων με το αντίστοιχο ασαφές βάρος. Τα βάρη αυτά εκφράζουν την σημαντικότητα που έχει το κάθε κριτήριο στην λήψη αποφάσεων. Αυτό το βήμα διαμορφώνει τον σταθμισμένο κανονικοποιημένο πίνακα απόφασης στον πίνακα 3.10.

**Πίνακας 3.12 — Σταθμισμένος κανονικοποιημένος πίνακας αποφάσεων B**

	m1	m2	m3	m4	m5
m1	[0.0127, 0.1664]	[0.0348, 0.1557]	[0.0024, 0.0935]	[0.1253, 0.1012]	[0.0561, 0.1568]
m2	[0.1011, 0.1009]	[0.1698, 0.0946]	[0.0919, 0.0697]	[0.0313, 0.2087]	[0.0560, 0.1250]
m3	[0.0727, 0.0651]	[0.1182, 0.0365]	[0.1082, 0.1097]	[0.0314, 0.2156]	[0.0821, 0.1623]
m4	[0.1960, 0.1267]	[0.2118, 0.0669]	[0.0567, 0.1430]	[0.0958, 0.1840]	[0.0095, 0.1039]
m5	[0.0000, 0.0502]	[0.1696, 0.0000]	[0.1650, 0.0562]	[0.0491, 0.0905]	[0.1371, 0.1150]
m6	[0.1402, 0.0653]	[0.1825, 0.0342]	[0.1199, 0.0840]	[0.0554, 0.1385]	[0.0710, 0.0299]

2. Προσδιορισμός της ασαφούς θετικής ιδανικής λύσης (Fuzzy Positive Ideal Solution) και της ασαφούς αρνητικής ιδανικής λύσης (Fuzzy Negative Ideal Solution):

Η FPIS και FNIS για κάθε κριτήριο αντιπροσωπεύουν την καλύτερη και τη χειρότερη τιμή αντίστοιχα για κάθε κριτήριο. Αναλυτικότερα, το FPIS αντιπροσωπεύει μια ιδανική λύση με τις καλύτερες τιμές για κάθε κριτήριο, ενώ το FNIS υποδηλώνει μια ιδανική λύση χρησιμοποιώντας τις χειρότερες τιμές για κάθε κριτήριο.

Υπάρχουν τρεις βασικοί τρόποι για τον υπολογισμό της ιδανικής λύσης (Ideal solution) και της αντι-ιδανικής λύσης (Anti-Ideal solution). Η μέθοδος Linear Programming Approach, η προσέγγιση βάσει εντροπίας και η μέθοδος Min-Max.

Στην μέθοδο Min-Max, η ιδανική λύση είναι η μέγιστη κανονικοποιημένη τιμή για κάθε κριτήριο σε όλες τις υποψήφιες λύσεις. Αντίστοιχα, η αντι-ιδανική λύση είναι η ελάχιστη κανονικοποιημένη τιμή για κάθε κριτήριο σε όλες τις υποψήφιες λύσεις. Επομένως, η  $PIS(\mu, \nu)$  ισοδυναμεί με  $(\max(\mu), \min(\nu))$  και η  $NIS(\mu, \nu)$  ισοδυναμεί με  $(\min(\mu), \max(\nu))$  και αυτός είναι ο τρόπος που χρησιμοποιείται στην υλοποίηση του αλγορίθμου.

Οι πίνακες FPIS και FNIS υπολογίστηκαν με βάση την μέθοδο Min-Max και τα αποτελέσματά τους φαίνονται στον πίνακα 3.11.

**Πίνακας 3.13 — FPIS και FNIS**

		n1	n2	n3	n4	n5
<b>FPIS:</b>	<b>μ</b>	0.163	0.1732	0.1379	0.1297	0.1288
	<b>ν</b>	0.0593	0.0291	0.0588	0.0856	0.0449
<b>FNIS:</b>	<b>μ</b>	0.0619	0.0818	0.054	0.0812	0.063
	<b>ν</b>	0.1311	0.1254	0.1125	0.163	0.1268

3. Υπολογισμός της απόστασης από το FPIS και το FNIS:

Υπολογίζονται οι αποστάσεις κάθε υποψήφιας λύσης από τις FPIS και FNIS χρησιμοποιώντας τρεις διαφορετικούς τρόπους. Οι αποστάσεις αυτές αντιπροσωπεύουν την εγγύτητα κάθε λύσης από τις ιδανικές λύσεις.

Ο πρώτος τρόπος είναι η μέθοδος της Ευκλείδειας απόστασης που αποτελεί την πιο συχνή μέθοδο και χρησιμοποιείται και στο άρθρο του Naaem με τους τύπους:

$$d^+ = \sqrt{\sum_{k=1}^m ((\mu_{jk} - \mu_k^+)^2 + (v_{jk} - v_k^+)^2)} \quad (\text{Εξ. 4})$$

και

$$d^- = \sqrt{\sum_{k=1}^m ((\mu_{jk} - \mu_k^-)^2 + (v_{jk} - v_k^-)^2)} \quad (\text{Εξ. 5})$$

Ο δεύτερος τρόπος είναι με χρήση μέτρων απόκλισης τάξης  $\alpha$  μεταξύ q-ROPFS υπό πεπερασμένο σύνολο αναφοράς από το άρθρο του Rajkumar Verma, αξιοποιώντας τις εξισώσεις (Εξ. 6) και (Εξ. 7) για τις περιπτώσεις όπου  $q = 2$  και  $q = 3$ . Ακολουθεί ο ορισμός τους<sup>[62]</sup>.

Έστω P και Q δύο qROPFS που ορίζονται στο  $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$  και

$$X = \left[ \mu^a * \left(\frac{\mu + Q^+}{2}\right)^{(1-a)} + \nu^a * \left(\frac{\nu + Q^-}{2}\right)^{(1-a)} + \xi^a * \left(\frac{\xi + Q_\xi}{2}\right)^{(1-a)} \right].$$

Τότε, ορίζουμε τα σχετικά μέτρα απόκλισης τάξης- $\alpha$  μεταξύ δύο qROPFS P και Q ως εξής:

$$D_a^{\xi,6}(P | Q) = \frac{1}{n(a-1)} \sum_{j=1}^n \log_2[X] \quad (\text{Εξ. 6})$$

$$D_a^{\xi,7}(P | Q) = \frac{1}{n(2^{2\alpha-1}-e)} \sum_{j=1}^n e^X - e \quad (\text{Εξ. 7})$$

όπου

$Q^+$  → ο βαθμός συμμετοχής του Q,

$Q^-$  → ο βαθμός μη συμμετοχής του Q,

$\mu$  → ο βαθμός συμμετοχής,

$\nu$  → ο βαθμός μη συμμετοχής και

$\xi$  → ο δισταγμός.

Το  $\alpha$  έχει οριστεί ίσο με 0.5 [62].

Ο τρίτος τρόπος αξιοποιεί την συνάρτηση αντίστροφης βαθμολογίας που ακολουθεί την εξίσωση [42]:

$$ISF_a = \sqrt{\frac{(1-\mu^q)^2 + \nu^{2q}}{2(2 - \mu^q - \nu^q)}} \quad (Eξ. 8)$$

όπου  $\mu$  ο βαθμός συμμετοχής και  $\nu$  ο βαθμός μη συμμετοχής.

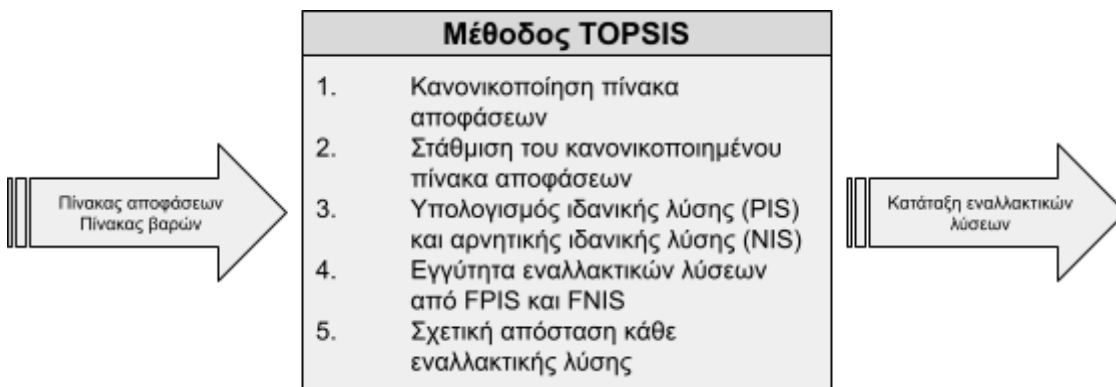
4. Υπολογισμός σχετικής απόστασης για κάθε εναλλακτική:

Υπολογίζεται η σχετική απόσταση κάθε υποψηφίας λύσης από την ιδανική λύση. Ορίζεται ως ο λόγος της απόστασης από την αντι-ιδανική λύση προς το άθροισμα των αποστάσεων από την ιδανική και την αντι-ιδανική λύση, όπως φαίνεται και στην εξίσωση 9.

$$C_j = \frac{d_j^-}{d_j^+ + d_j^-} \quad (Eξ. 9)$$

5. Κατάταξη εναλλακτικών λύσεων:

Η κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων γίνεται με βάση το συντελεστή εγγύτητας. Μια μεγαλύτερη εγγύτητα υποδηλώνει υψηλότερη κατάταξη με αποτέλεσμα μια πιο κρίσιμη περίπτωση παθολογίας του ήπατος.



Εικόνα 3.2: Περιληπτική μεθοδολογία TOPSIS

### 3.2.2 VIKOR

Τα πρώτα δύο βήματα είναι τα ίδια με εκείνα του αλγορίθμου 1 για την τεχνική PFS TOPSIS, επομένως παραλείπονται. Τα υπόλοιπα βήματα έχουν ως εξής [61][55]:

3. Υπολογισμός της ομαδικής τιμής χρησιμότητας  $S_i$ , της ατομικής τιμής regret  $R_i$  και της συμβιβαστικής τιμής  $Q_i$ :

Ο υπολογισμός των  $S_i$ ,  $R_i$  και  $Q_i$  γίνεται χρησιμοποιώντας τις (Εξ. 10), (Εξ. 11) και (Εξ. 12).

Ομαδική τιμή χρησιμότητας  $S$ :

$$S_i = \sum_{j=1}^n \left( W_j \frac{d_{euclidean}(FPIS, B_{weighted})}{d_{euclidean}(FPIS, FNIS)} \right) \quad (\text{Εξ. 10})$$

Συντελεστής ατομικού regret  $R$ :

$$R_i = \max \left( \left( W \frac{d_{euclidean}(FPIS, B_{weighted})}{d_{euclidean}(FPIS, FNIS)} \right)' \right) \quad (\text{Εξ. 11})$$

Συμβιβαστική τιμή  $Q$ :

$$Q_i = \kappa * \left( \frac{S_i - S^-}{S^+ - S^-} \right) + (1 - \kappa) \left( \frac{R_i - R^-}{R^+ - R^-} \right) \quad (\text{Εξ. 12})$$

όπου  $S^+ = \min_i S_i$ ,  $S^- = \max_i S_i$ ,  $R^+ = \min_i R_i$  και  $R^- = \max_i R_i$ .

Το  $\kappa$  εισάγεται ως στρατηγικό βάρος της «πλειοψηφίας των κριτηρίων», ενώ το  $(1 - \kappa)$  είναι το βάρος του ατομικού regret. Ο συντελεστής  $\kappa$  έχει τις ακόλουθες λειτουργίες. Δείχνει:

- ο την προτίμηση της πλειοψηφίας για μια συμβιβαστική λύση ( $\kappa > 0,5$ )
- ο ένα consensus ( $\kappa = 0.5$ ) και
- ο ένα βέτο ( $\kappa < 0.5$ ).

Συχνά, το  $\kappa$  θεωρείται ίσο με 0.5.

4. Κατάταξη εναλλακτικών λύσεων:

Γίνεται η ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων σε έναν αύξοντα πίνακα σύμφωνα με τις τιμές  $S_i$ ,  $R_i$  και  $Q_i$ . Μικρότερες τιμές  $S_i$ ,  $R_i$  και  $Q_i$  αντίστοιχα ισοδυναμούν με υψηλότερη

Ιατρική διάγνωση με χρήση μεθόδων ομαδικής λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια σε ασαφές περιβάλλον κατάταξη.

5. Πρόταση μιας συμβιβαστικής λύσης

Σε αυτό το βήμα, προτείνεται ως συμβιβαστική λύση η εναλλακτική λύση που έχει την καλύτερη κατάταξη σύμφωνα με τον δείκτη Q (δηλαδή την ελάχιστη τιμή), δεδομένου ότι πληρούνται οι προϋποθέσεις:

- a. **C-1:** Η πρώτη ονομάζεται ανεκτό όφελος ή αποδεκτό πλεονέκτημα (Tolerable benefit or Acceptable advantage), όπου οι δύο πρώτες εναλλακτικές λύσεις πρέπει να απέχουν τουλάχιστον μια συγκεκριμένη απόσταση μεταξύ τους:

$$Ranking_2 - Ranking_1 \geq \frac{1}{n-1} \quad (Eξ. 14)$$

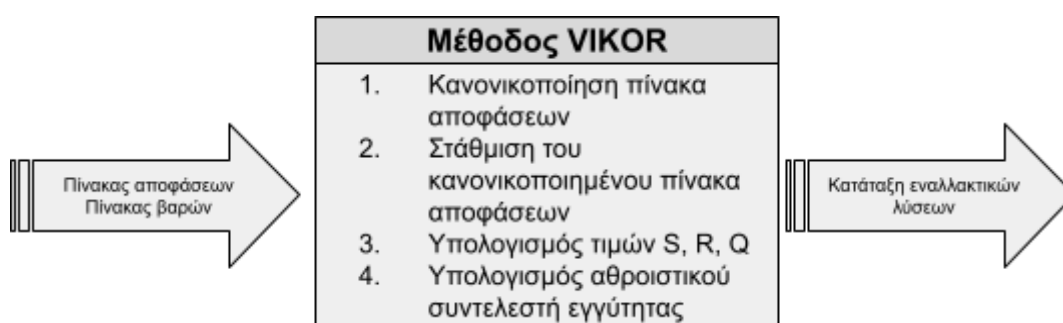
και το  $n$  δείχνει το πλήθος των κριτηρίων.

- b. **C-2:** Η δεύτερη είναι η ανεκτή μονιμότητα ή αποδεκτή σταθερότητα (Tolerable permanence or Acceptable stability), όπου η κορυφαία εναλλακτική λύση πρέπει να έχει την υψηλότερη κατάταξη είτε στο  $S_i$  είτε στο  $R_i$ .

Εάν αυτές οι δύο προϋποθέσεις δεν πληρούνται ταυτόχρονα, το πρόβλημα αναγκάζεται να καταλήξει σε μια ποικιλία συμβιβαστικών επιλογών. Σε αυτή την περίπτωση, θα ενεργοποιηθούν οι ακόλουθες συνθήκες:

- (i) Και οι δύο λύσεις  $\rho_k$  και  $\rho_l$  θα λειτουργήσουν ως συμβιβαστικές λύσεις εάν ικανοποιείται μόνο το C-1.
- (ii) Παρ' όλα αυτά, αν δεν ικανοποιείται η C-1, όλες οι ακόλουθες εναλλακτικές λύσεις που δεν υπακούουν στην C-1 είναι συμβιβαστικές λύσεις.

Ο λόγος της δημοφιλίας της μεθοδολογίας VIKOR είναι τα απλά και λίγα βήματά της που εδραιώνονται μέσω των παραγόντων  $S$ ,  $R$  και  $Q$  που συνδράμουν στην ακρίβεια της κατάταξης των εναλλακτικών επιλογών διαμέσου ενός συμβιβαστικού συμπεράσματος. Ένα συμβιβαστικό συμπέρασμα είναι το τελικό συμπέρασμα μεταξύ των εναλλακτικών και κατ' επέκταση είναι πιο κοντά στην ιδανική λύση<sup>[56]</sup>.



Εικόνα 3.3: Περιληπτική μεθοδολογία VIKOR

### 3.2.3 COPRAS

Με υπάρχοντα δεδομένα τον πίνακα αποφάσεων  $r_{ij}$ , τα βήματα του αλγόριθμου είναι τα εξής <sup>[51][49]</sup>:

1. Κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων

Η εξίσωση χρησιμοποιείται για την κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων:

$$r_{ij}^{normalized} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^m r_{ij}}, j = 1, \dots, n \quad (Eξ. 14)$$

Εδώ, το  $r_{ij}$  υποδηλώνει την κανονικοποιημένη τιμή του πίνακα αποφάσεων της  $i$ -οστής εναλλακτικής λύσης στο  $j$ -οστό χαρακτηριστικό.

2. Στάθμιση του πίνακα αποφάσεων

Σε αυτό το βήμα, προσδιορίζονται οι τιμές του σταθμισμένου κανονικοποιημένου πίνακα αποφάσεων:

$$r_{ij}^{weighted} = w_j r_{ij}^{normalized}, i = 1, \dots, m \text{ και } j = 1, \dots, n. \quad (Eξ. 15)$$

όπου το  $w_j$  είναι το βάρος του χαρακτηριστικού.

3. Υπολογισμός δεικτών μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης

Ανάλογα με τον τύπο των κριτηρίων, δηλαδή αν είναι επωφελή κριτήρια ή κριτήρια κόστους ή όχι, οι δείκτες μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης κάθε χαρακτηριστικού λαμβάνονται από τις εξισώσεις.

Για επωφελή κριτήρια:

$$S_{+i} = \sum_{j=1}^g r_{ij}^{weighted}, i = 1, \dots, m \quad (Eξ. 16)$$

Για κριτήρια κόστους:

$$S_{-i} = \sum_{j=g+1}^n r_{ij}^{weighted}, i = 1, \dots, m \quad (Eξ. 17)$$

όπου το  $g$  υποδηλώνει τον αριθμό των θετικών χαρακτηριστικών και το  $S_i$  περιγράφει τους δείκτες μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης του  $i$ -οστού, ανάλογα με τον τύπο του.

4. Η σχετική τιμή σημαντικότητας

Η σχετική τιμή σημαντικότητας κάθε εναλλακτικής λύσης υπολογίζεται σύμφωνα με τις εξισώσεις:

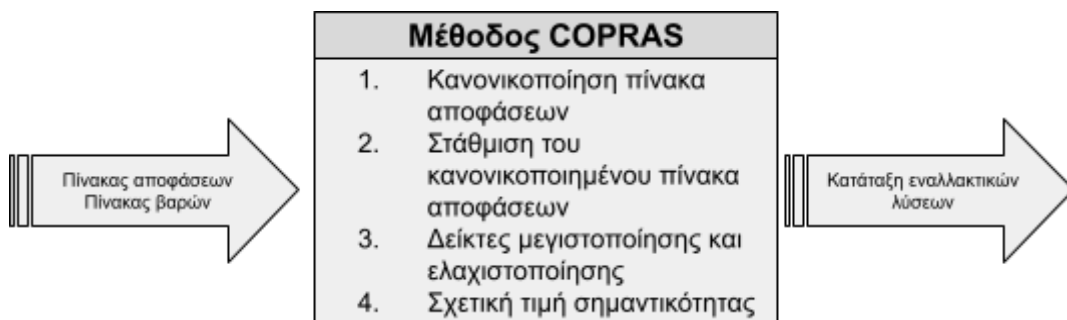
$$Q_i = S_{+i} + \frac{\min_i(S_{-i}) \sum_{i=1}^m S_{-i}}{S_{-i} \sum_{i=1}^m \frac{\min_i(S_{-i})}{S_{-i}}} \quad (Eξ. 18)$$

5. Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων

Γίνεται κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων σύμφωνα με τον δείκτη  $U_i$ . Η μεγαλύτερη

τελική τιμή έχει την υψηλότερη κατάταξη, και μάλιστα η καλύτερη εναλλακτική λύση έχει  $U_i = 100$ . Ισχύει ότι:

$$U_i = \frac{Q_i}{Q_i^{max}} 100\% \quad (\text{Εξ. 19})$$



Εικόνα 3.4: Περιληπτική μεθοδολογία COPRAS

### 3.2.4 FAHP

Τα βήματα της μεθοδολογίας FAHP είναι <sup>[6][56]</sup>:

#### 1. Σχηματισμός του πίνακα σύγκρισης των κριτηρίων κατά ζεύγη

Έστω ότι το πρόβλημα λήψης απόφασης έχει  $m$  εναλλακτικές λύσεις και  $n$  κριτήρια. Έστω θετικός τετραγωνικός πίνακας  $X_{n \times n}$  ο πίνακας σύγκρισης των κριτηρίων.

Πίνακας 3.14 — Δομή ενός πίνακα σύγκρισης κριτηρίων

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$C_1$	1	$1/x_{12}$	$1/x_{13}$	$1/x_{14}$	$1/x_{15}$
$C_2$	$1/x_{21}$	1	$1/x_{23}$	$1/x_{24}$	$1/x_{25}$
$C_3$	$1/x_{31}$	$1/x_{32}$	1	$1/x_{34}$	$1/x_{35}$
$C_4$	$1/x_{41}$	$1/x_{42}$	$1/x_{43}$	1	$1/x_{45}$
$C_5$	$1/x_{51}$	$1/x_{52}$	$1/x_{53}$	$1/x_{54}$	1

όπου  $x_{ij}$  είναι η σύγκριση μεταξύ των κριτηρίων  $i$  και  $j$ . Εφόσον  $X_{ij} = \frac{1}{X_{ji}}$ , τότε και

$X_{ji} = \frac{1}{X_{ij}}$  για  $i, j = 1, \dots, n$ . Η διαγώνιος περιέχει μόνο μονάδες καθώς αυτά είναι τα



σημεία του πίνακα που συγκρίνονται τα ίδια τα κριτήρια μεταξύ τους και συνεπώς το αποτέλεσμά τους είναι η μονάδα.

Εφόσον τα αρχικά δεδομένα τροφοδότησης των αλγορίθμων απαρτίζονται από τον πίνακα αποφάσεων και η μέθοδος FAHP χρειάζεται να τροφοδοτηθεί με τον πίνακα σύγκρισης των κριτηρίων κατά ζεύγη, πρέπει να εξαχθεί από τον αρχικό πίνακα αποφάσεων. Αυτό γίνεται με την χρήση της εξίσωσης:  $X_{ij} = \frac{W_i}{W_j}$ , όπου  $i, j$  ο δείκτης του εκάστοτε κριτηρίου. Για παράδειγμα, το  $X_{12}$  που συγκρίνει το κριτήριο  $C_1$  ως προς το κριτήριο  $C_2$  ισούται με  $\frac{W_1}{W_2}$ . Έτσι, προκύπτει ο ακόλουθος πίνακας.

**Πίνακας 3.15 — Πίνακας αναλογίας βαρών των κριτηρίων ανά ζεύγη**

	Εμετός	Ίκτερος	Ανοιχτόχρωμα/ αργιλώδη κόπρανα	Κοιλιακή ενόχληση	Σκούρα ούρα
Εμετός	1.0000	0.6923	1.1250	0.7500	0.8182
Ίκτερος	1.4444	1.0000	1.6250	1.0833	1.1818
Ανοιχτόχρωμα/ αργιλώδη κόπρανα	0.8889	0.6154	1.0000	0.6667	0.7273
Κοιλιακή ενόχληση	1.3333	0.9231	1.5000	1.0000	1.0909
Σκούρα ούρα	1.2222	0.8462	1.3750	0.9167	1.0000

Η AHP δεν χρησιμοποιεί ακριβείς εκτιμήσεις για τον σχηματισμό ενός πίνακα αποφάσεων. Αντ' αυτού, χρησιμοποιούνται κλίμακες αναλογίας που είναι πιο εύκολες και πιο ακριβείς σύμφωνα με ψυχολόγους. Παράλληλα, είναι ευκολότερο να συγκρίνει κάποιος δύο εναλλακτικές λύσεις μεταξύ τους παρά να συγκρίνει όλες τις εναλλακτικές λύσεις ταυτόχρονα. Όταν γίνεται η σύγκριση, συνηθίζεται να χρησιμοποιείται ο πίνακας με κλίμακα αναλογίας από το 1 έως το 9 που πρότεινε ο Saaty για να δίνονται τιμές στο  $x_{ij}$ , όπως φαίνεται και στον πίνακα 3.16. Οι ψυχολόγοι υποστηρίζουν ότι μια μικρότερη κλίμακα θα παρείχε χαμηλότερης ποιότητας λεπτομέρεια, ενώ μια μεγαλύτερη κλίμακα θα δυσκόλευε τον υπεύθυνο λήψης αποφάσεων να διατυπώσει τη γνώμη του.

**Πίνακας 3.16 — Πίνακας κλίμακας αναλογίας**

Σημασία	Ορισμός	Επεξήγηση
1	Ομοίως σημαντικό	Και οι δύο συνιστώσες έχουν την ίδια δέσμευση αναφορικά με τον στόχο
3	Μέτρια σημαντικό	Το ένα στοιχείο έχει φυσιολογικό πλεονέκτημα σε σχέση με το άλλο στοιχείο
5	Πολύ σημαντικό	Το ένα στοιχείο έχει μια επιτακτική προτίμηση του σε σύγκριση με το άλλο
7	Πολύ σταθερή και αποδεδειγμένη σημασία	Το ένα στοιχείο ευνοείται περισσότερο και έχει μεγαλύτερη βαρύτητα στην πράξη

9	Εξαιρετική σημασία	Το ένα στοιχείο ευνοείται σε σύγκριση με το άλλο, έχοντας ως βάση την ισχύ των αποδεδειγμένων στοιχείων και γεγονότων.
2,4,6,8	Ενδιάμεσες τιμές	-

Επομένως, ο πίνακας 3.41 πρέπει να προσαρμοστεί σε κλίμακα αναλογίας. Το προηγούμενο βήμα κατασκευάζει έναν πίνακα αναλογίας βαρύτητας των κριτηρίων. Η κλίμακα αναλογίας που χρησιμοποιείται στον αλγόριθμο FAHP δεν είναι σύμφωνη με τον πίνακα 3.42 και για αυτό υπάρχει το βήμα της προσαρμογής. Πιο αναλυτικά, τα αρχικά δεδομένα λαμβάνουν τιμές από την τιμή 0.61 έως την τιμή 1.63. Για την προσαρμογή του πίνακα χρησιμοποιήθηκε η εξίσωση  $y = 10 \cdot (x - 1) + 1$  έτσι ώστε ο τελικός πίνακας να λαμβάνει τιμές έως 7.25 που σύμφωνα με τον πίνακα αναλογίας μεταφράζεται ως πολύ σημαντική σχέση.

## 2. Έλεγχος συνέπειας στον πίνακα σύγκρισης των κριτηρίων κατά ζεύγη

Στην πραγματική ζωή, η ασυνέπεια υπάρχει και είναι αναμενόμενη οπότε πρέπει να λαμβάνεται υπόψη. Η AHP ενσωματώνει έναν έλεγχο συνέπειας για να διασφαλίσει την αξιοπιστία των συγκρίσεων ανά ζεύγη. Η αξιολόγηση γίνεται μέσω του λόγου συνέπειας (CR), ο οποίος είναι μια αριθμητική τιμή που αντιπροσωπεύει τη διακύμανση ή την ασυνέπεια στις αποφάσεις. Αρχικά, υπολογίζεται ο δείκτης συνέπειας CI (consistency index) από τον ακόλουθο τύπο:

$$CI(X) = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \quad (\text{Εξ. 20})$$

όπου  $\lambda_{max}$  η μέγιστη ιδιοτιμή του πίνακα συγκρίσεων των κριτηρίων ανά ζεύγη.

Ωστόσο, μόνο ο δείκτης CI δεν είναι ικανοποιητικός ως μέτρο ασυνέπειας καθώς ερευνητές έδειξαν ότι ο δείκτης CI για έναν τυχαίο πίνακα μεγέθους  $t + 1$  είναι κατά μέσο όρο μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο για έναν τυχαίο πίνακα μεγέθους  $t$ . Το δεδομένο αυτό καταδεικνύει ότι χρειάζεται διαφορετική μεθοδολογία υπολογισμού της ασυνέπειας καθώς για μεγαλύτερο αριθμό  $n$ , η συνέπεια πρέπει να μειώνεται.

Με αυτόν τον τρόπο προέκυψε η βαθμονοποιημένη τιμή του CI, ο λόγος συνέπειας CR (consistency ratio) και ισχύει:

$$CR(X) = \frac{CI(X)}{RI_n} \quad (\text{Εξ. 21})$$

όπου το  $RI_n$  είναι ένας πραγματικός αριθμός που προέρχεται από έναν πίνακα του μέσου λόγου συνέπειας CI 500 τυχαία παραγόμενων πινάκων ανά ζεύγη με βάση την τιμή  $n$ . Οι τιμές αυτές είναι προκαθορισμένες και σταθερές και υπάρχουν στον πίνακα 3.17.

Σύμφωνα με τον Saaty, η τυπική τιμή CR είναι 0.1 άρα ο λόγος συνέπειας CR πρέπει να είναι ισodύναμος ή μικρότερος από την τυπική τιμή 0.1 για να γίνει η διαδικασία ανάλυσης συνεπής και αποδεκτή.

Εάν ο CR υπερβαίνει το προκαθορισμένο όριο, το πρόβλημα δεν είναι επαρκώς συνεπές και απαιτείται επαναξιολόγηση για την επίτευξη πιο συνεπών αποφάσεων. Η διαδικασία έχει το ύφος troubleshooting όπου γίνεται εντοπισμός της πηγή των ασυνεπειών και να διορθωθεί ώστε να υπάρχει συνέπεια.

Με αυτόν τον τρόπο αποφεύγεται η ασυνέπεια που προκύπτει από την είσοδο του AHP, η οποία βασίζεται στις προσωπικές προτιμήσεις του λήπτη αποφάσεων και ως εκ τούτου, είναι ιδιαίτερα επιρρεπής στο ανθρώπινο σφάλμα.

Πίνακας 3.17

Διαστάσεις του πίνακα (n)	Τιμή τυχαίου δείκτη (RI)
1	0.00
2	0.00
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41
9	1.45
10	1.49

### 3. Υπολογισμός του διανύσματος προτεραιότητας των κριτηρίων

Υπάρχουν διάφορες προσεγγίσεις για την εκτίμηση του διανύσματος προτεραιότητας των κριτηρίων  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Αναλύουμε τις τρεις παρακάτω μεθόδους.

#### A. Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων (Eigenvector method):

Η μέθοδος του Saaty είναι η πιο κοινά χρησιμοποιούμενη για την εκτίμηση ενός διανύσματος προτεραιότητας. Η μέθοδος αυτή ορίζει ένα διάνυσμα προτεραιότητας ως το πρωτεύον ιδιοδιάνυσμα του  $X$ , γνωστό και ως ιδιοδιάνυσμα Perron-Frobenius. Δεδομένου ενός πίνακα  $X$  του οποίου τα στοιχεία προκύπτουν ως λόγοι μεταξύ βαρών, τον πολλαπλασιάζουμε με τον πίνακα βαρών  $w$ .

$$X w = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} \\ \alpha_{51} & \alpha_{52} & \alpha_{53} & \alpha_{54} & \alpha_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{bmatrix}$$

Μια διατύπωση του τύπου  $X \cdot w = p \cdot w$  συνεπάγεται ότι το  $p$  και το  $w$  είναι μια ιδιοτιμή και ένα ιδιοδιάνυσμα του  $X$ , αντίστοιχα. Το διάνυσμα  $w$  μπορεί να προκύψει από

έναν πίνακα σύγκρισης ανά ζεύγη  $X$  επιλύοντας το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων:

$$\{X w = \lambda_{max}\} \text{ και } \{w^T [1, 1, \dots, 1]^T = 1\}$$

**B. Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών (Normalized column sum method):**

Στην μέθοδο κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών, το διάνυσμα προτεραιότητας υπολογίζεται ως το άθροισμα των στοιχείων μιας γραμμής διαιρούμενο με το άθροισμα των στοιχείων του πίνακα  $X$ . Πιο περιεκτικά:

$$W_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij}} \quad (\text{Εξ. 22})$$

**C. Μέθοδος του γεωμετρικού μέσου (Geometric mean method):**

Οι Crawford και Williams πρότειναν τη μέθοδο του γεωμετρικού μέσου. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, το διάνυσμα προτεραιότητας υπολογίζεται ως ο γεωμετρικός μέσος των στοιχείων σε μια γραμμή διαιρούμενο με έναν όρο κανονικοποίησης ώστε το σύνολο του  $w$  να είναι ίσο με ένα:

$$W_i = \frac{(\prod_{j=1}^n x_{ij})^{\frac{1}{n}}}{\sum_{i=1}^n (\prod_{j=1}^n x_{ij})^{\frac{1}{n}}} \quad (\text{Εξ. 23})$$

**4. Σχηματισμός των πινάκων σύγκρισης των εναλλακτικών λύσεων κατά ζεύγη για κάθε κριτήριο**

Ομοίως με το Βήμα 1, κατασκευάζεται ο πίνακας σύγκρισης των εναλλακτικών λύσεων κατά ζεύγη για κάθε ένα κριτήριο διαστάσεων  $m \times m$ .

**5. Έλεγχος συνέπειας στους πίνακες σύγκρισης των εναλλακτικών λύσεων κατά ζεύγη**

Αντίστοιχα με το Βήμα 2, πραγματοποιείται έλεγχος συνέπειας σε όλους τους πίνακες συγκρίσεων των εναλλακτικών επιλογών ανά ζεύγη. Το μόνο που είναι διαφορετικό είναι η χρήση της τιμής  $m$  για τον υπολογισμό του  $CI$  και  $CR$ .

**6. Υπολογισμός των τοπικών διανυσμάτων προτεραιότητας των εναλλακτικών λύσεων**

Όπως στο Βήμα 3, έτσι και στο Βήμα 6 υπολογίζονται τα τοπικά διανύσματα προτεραιότητας των εναλλακτικών λύσεων  $s$  χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε από τις

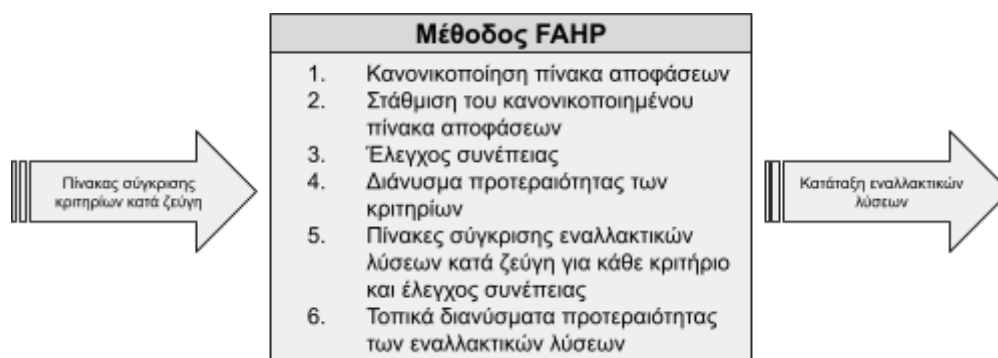
τρεις μεθοδολογίες που αναλύθηκαν. Έπειτα, δημιουργούμε τον πίνακα βαθμολογίας  $S$  (Score matrix):  $S = [S_1 \ S_2 \ \dots \ S_n]$  όπου το κάθε στήλη  $S_j$  αντιστοιχεί σε ένα τοπικό διάνυσμα προτεραιότητας των εναλλακτικών λύσεων ως προς ένα κριτήριο.

**7. Συνδυασμός των κριτηρίων προτεραιότητας και των τοπικών εναλλακτικών προτεραιοτήτων και κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων**

Τα κριτήρια προτεραιότητας πολλαπλασιάζονται για τον υπολογισμό των καθολικών εναλλακτικών προτεραιοτήτων:

$$u = S w \quad (\text{Εξ. 24})$$

Η  $i$ -οστή είσοδος του  $u$  αντιπροσωπεύει την παγκόσμια εναλλακτική προτεραιότητα που αποδίδεται στην  $i$ -οστή εναλλακτική. Τέλος, η φθίνουσα κατάταξη του διανύσματος  $u$  επιτρέπει την κατάταξη των παγκόσμιων εναλλακτικών προτεραιοτήτων και κατά συνέπεια την κατηγοριοποίησή τους για την μέθοδο των ιδιοδιανυσμάτων, ενώ το αντίθετο ισχύει για την μέθοδο του κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών και την μέθοδο του γεωμετρικού μέσου.



Εικόνα 3.5: Περιληπτική μεθοδολογία FAHP

### 3.2.5 ELECTRE

Το ELECTRE II είναι μια πιο εξελιγμένη εκδοχή του ELECTRE I, καθώς ενσωματώνει ένα διπλό κατάφλι για την διαχείριση των προτιμήσεων με μεγαλύτερη ευελιξία. Με αυτόν τον τρόπο, είναι ικανή να χειρίζεται πιο σύνθετα προβλήματα κατάταξης. Αποτελείται από τα εξής βήματα <sup>[49][57]</sup>:

1. Κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων:

Ο πίνακας αποφάσεων κανονικοποιείται μέσω της ακόλουθης εξίσωσης:

$$Anorm_{ij} = \frac{A_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m A_{ij}^2}} \quad (\text{Εξ. 25})$$

, όπου  $i = 1, 2, \dots, n$  και  $j = 1, 2, \dots, m$ .

2. Υπολογισμός του σταθμισμένου κανονικοποιημένου πίνακα αποφάσεων:

Ο κανονικοποιημένος πίνακας πολλαπλασιάζεται με τα βάρη των κριτηρίων. Συνεπώς, ισχύει:

$$B_{ij} = w_j A_{norm_{ij}} \quad (\text{Εξ. 26})$$

3. Καθορίστε τα σύνολα συμφωνίας και ασυμφωνίας (Concordance and Discordance Sets):

Για κάθε ζεύγος εναλλακτικών λύσεων  $(A, B)$ , υπολογίζεται το σύνολο συμφωνίας και το σύνολο ασυμφωνίας. Χρησιμοποιούνται δύο δείκτες: ο δείκτης συμφωνίας, ο οποίος μετρά το σχετικό πλεονέκτημα κάθε εναλλακτικής έναντι των άλλων, και ο δείκτης ασυμφωνίας, ο οποίος μετρά το σχετικό μειονέκτημα.

Το σύνολο συμφωνίας είναι ένα σύνολο που περιλαμβάνει τα κριτήρια για τα οποία προτιμάται η  $A$  έναντι της  $B$  και έτσι:

$$C_{kl} = \{j \mid v_{kj} \geq v_{lj}\} \quad (\text{Εξ. 27})$$

Το σύνολο ασυμφωνίας είναι ένα σύνολο που περιλαμβάνει τα κριτήρια για τα οποία προτιμάται η  $B$  έναντι της  $A$  και έτσι:

$$D_{kl} = \{j \mid v_{kj} < v_{lj}\} = J - C_{kl} \quad (\text{Εξ. 28})$$

όπου  $J = \{1, \dots, m\}$  και ισχύει  $l \neq k$ .

Για παράδειγμα, για τα πρώτα δύο κριτήρια το σύνολο συμφωνίας concordance set  $C_{12}$  υπολογίζεται με τη σύγκριση της πρώτης με της δεύτερης γραμμής για όλα τα κριτήρια. Σημειώνεται ότι το  $C_{12}$  αποτελείται από μηδέν έως  $m$  στοιχεία. Τα σύνολα συμφωνίας και τα σύνολα ασυμφωνίας φαίνονται στον πίνακα 3.18.

**Πίνακας 3.18 — Σύνολα συμφωνίας και ασυμφωνίας**

Σύνολα συμφωνίας για τον βαθμό συμμετοχής (Concordance sets)		
$C_{12} = \{3, 4\}$	$C_{13} = \{1, 4\}$	$C_{25} = \{1, 2, 4\}$
$C_{23} = \{1, 4\}$	$C_{24} = \{3, 4, 5\}$	$C_{36} = \{5\}$
$C_{34} = \{3, 4, 5\}$	$C_{35} = \{2, 3\}$	$C_{15} = \{1, 4\}$
$C_{45} = \{1, 2\}$	$C_{46} = \{1, 2\}$	$C_{26} = \{1, 5\}$
$C_{56} = \{5\}$	$C_{14} = \{3, 4, 5\}$	$C_{16} = \{1, 4, 5\}$

Σύνολα συμφωνίας για τον βαθμό μη συμμετοχής		
$C_{12} = \{1, 2, 3\}$	$C_{13} = \{1, 2, 3\}$	$C_{25} = \{1, 2, 3, 4\}$
$C_{23} = \{3, 4\}$	$C_{24} = \{2, 4, 5\}$	$C_{36} = \{2, 4, 5\}$
$C_{34} = \{2, 5\}$	$C_{35} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	$C_{15} = \{1, 2, 3, 4\}$
$C_{45} = \{1, 3, 4\}$	$C_{46} = \{3, 4, 5\}$	$C_{26} = \{2, 3, 4, 5\}$
$C_{56} = \{4, 5\}$	$C_{14} = \{1, 2, 5\}$	$C_{16} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Για κάθε σύνολο συμφωνίας υπάρχει ένα σύνολο ασυμφωνίας, δηλαδή το συμπληρωματικό σύνολο του συνόλου συμφωνίας. Το σύνολο ασυμφωνίας περιλαμβάνει τα κριτήρια τα οποία δεν περιέχονται στο σύνολο συμφωνίας. Για παράδειγμα, το  $C_{12}$  είναι ίσο με το  $\{3, 4\}$ , άρα το αντίστοιχο σύνολο ασυμφωνίας  $D_{12}$  είναι ίσο με  $\{1, 2, 5\}$ . Συνεπώς, αυτός είναι ένας ακόμα τρόπος υπολογισμού των συνόλων ασυμφωνίας.

4. Υπολογισμός των πινάκων διαστημάτων συμφωνίας και ασυμφωνίας (Concordance interval matrix):

Το concordance set χρησιμοποιείται για τη δημιουργία του πίνακα διαστημάτων συμφωνίας  $C$  και το discordance set χρησιμοποιείται για τη δημιουργία του πίνακα διαστημάτων ασυμφωνίας  $D$ .

Πίνακας διαστημάτων συμφωνίας:

$$C_{AB} = \sum_{j=C_{AB}} w_j \quad (\text{Εξ. 29})$$

Άρα, ισοδυναμεί με το άθροισμα των βαρών από κάθε κριτήριο όπου το  $A$  είναι καλύτερο ή ίσο του  $B$ .

Πίνακας διαστημάτων ασυμφωνίας:

$$D_{AB} = \max_{j=C_{AB}} \left( \frac{|a_{ij} - a_{kj}|}{\max_{i,k} (|a_{ij} - a_{kj}|)} \right) \quad (\text{Εξ. 30})$$

Άρα, ισοδυναμεί με την μέγιστη κανονικοποιημένη διαφορά όπου για κάθε κριτήριο όπου το  $B$  είναι καλύτερο του  $A$ .

**Πίνακας 3.19 — Concordance interval matrix**

	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>M3</b>	<b>M4</b>	<b>M5</b>	<b>M6</b>
<b>M1</b>	[0, 0]	[0.3905, 0.5918]	[0.4207, 0.5918]	[0.583, 0.6094]	[0.4207, 0.8074]	[0.6153, 1.0255]
<b>M2</b>	[0.6094, 0.4081]	[0, 0]	[0.4207, 0.3905]	[0.583, 0.6199]	[0.6325, 0.8074]	[0.4102, 0.8204]
<b>M3</b>	[0.5792, 0.4081]	[0.5792, 0.6094]	[0, 0]	[0.583, 0.4043]	[0.3867, 0.9999]	[0.1925, 0.6199]
<b>M4</b>	[0.4169, 0.3905]	[0.4169, 0.38]	[0.4169, 0.5956]	[0, 0]	[0.4169, 0.5956]	[0.4169, 0.583]
<b>M5</b>	[0.5792, 0.1925]	[0.3674, 0.1925]	[0.6132, 0]	[0.583, 0.4043]	[0, 0]	[0.1925, 0.4081]
<b>M6</b>	[0.3846, -0.0256]	[0.5897, 0.1795]	[0.8074, 0.38]	[0.583, 0.4169]	[0.8074, 0.5918]	[0, 0]

**Πίνακας 3.20 — Disconcordance interval matrix**

	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>M3</b>	<b>M4</b>	<b>M5</b>	<b>M6</b>
<b>M1</b>	[0, 0]	[0.3447, 1]	[0.6807, 1]	[0.8430, 1]	[0.7535, 1]	[0.4484, 1]
<b>M2</b>	[1, 1]	[0, 0]	[1, 0.6480]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]
<b>M3</b>	[1, 1]	[0.3705, 1]	[0, 0]	[0.5571, 1]	[1, 1]	[1, 1]
<b>M4</b>	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[0, 0]	[1, 1]	[1, 1]
<b>M5</b>	[1, 0.9207]	[1, 1]	[1, 1]	[0.8023, 1]	[0, 0]	[1, 0.7108]
<b>M6</b>	[1, 1]	[1, 1]	[0.6215, 0.6230]	[0.8230, 0.7265]	[0.8453, 1]	[0, 0]

5. Κατασκευή των πινάκων δεικτών Concordance and Discordance (index matrices):

Οι συνιστώσες του πίνακα δεικτών Concordance και Discordance λαμβάνουν τις τιμές 1 ή 0, όπως φαίνεται στην εξίσωση 32, ενώ στη διαγώνιο δεν πρέπει να υπάρχει καμία τιμή λόγω του γεγονότος ότι εμφανίζονται τα ίδια σημεία επιλογής.

Υπολογισμός κατωφλίων:

$$c = \frac{1}{m(m-1)} \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m c_{kl} \quad f_{kl} = 1, \text{ if } C_{kl} \geq c \quad (\text{Εξ. 31})$$

$$f_{kl} = 0, \text{ if } C_{kl} < c$$

**Πίνακας 3.21 — Concordance index matrix (με  $c = 0. [49995, 49995]$ )**

	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>M3</b>	<b>M4</b>	<b>M5</b>	<b>M6</b>
<b>M1</b>	[0, 0]	[0, 1]	[0, 1]	[1, 1]	[0, 1]	[1, 1]
<b>M2</b>	[1, 0]	[0, 0]	[0, 0]	[1, 1]	[1, 1]	[0, 1]
<b>M3</b>	[1, 0]	[1, 1]	[0, 0]	[1, 0]	[0, 1]	[0, 1]
<b>M4</b>	[0, 0]	[0, 0]	[0, 1]	[0, 0]	[0, 1]	[0, 1]
<b>M5</b>	[1, 0]	[0, 0]	[1, 0]	[1, 0]	[0, 0]	[0, 0]
<b>M6</b>	[0, 0]	[1, 0]	[1, 0]	[1, 0]	[1, 1]	[0, 0]



Υπολογισμός κατωφλίων:

$$d = \frac{1}{m(m-1)} \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m d_{kl} \quad \begin{aligned} g_{kl} &= 1, \text{ if } D_{kl} \geq d \\ g_{kl} &= 0, \text{ if } D_{kl} < d \end{aligned} \quad (\text{Εξ. 32})$$

**Πίνακας 3.22 — Disconcordance index matrix**

	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>M3</b>	<b>M4</b>	<b>M5</b>	<b>M6</b>
<b>M1</b>	[0, 0]	[0, 1]	[0, 1]	[0, 1]	[0, 1]	[0, 1]
<b>M2</b>	[1, 1]	[0, 0]	[1, 0]	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]
<b>M3</b>	[1, 1]	[0, 1]	[0, 0]	[0, 1]	[1, 1]	[1, 1]
<b>M4</b>	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[0, 0]	[1, 1]	[1, 1]
<b>M5</b>	[1, 1]	[1, 1]	[1, 1]	[0, 1]	[0, 0]	[1, 0]
<b>M6</b>	[1, 1]	[1, 1]	[0, 0]	[0, 0]	[0, 1]	[0, 0]

6. Υπολογισμός της καθαρής ανώτερης τιμής και της καθαρής κατώτερης τιμής:

Έστω  $c_a$  και  $d_a$  η καθαρή ανώτερη και καθαρή κατώτερη τιμή αντίστοιχα. Ισχύει:

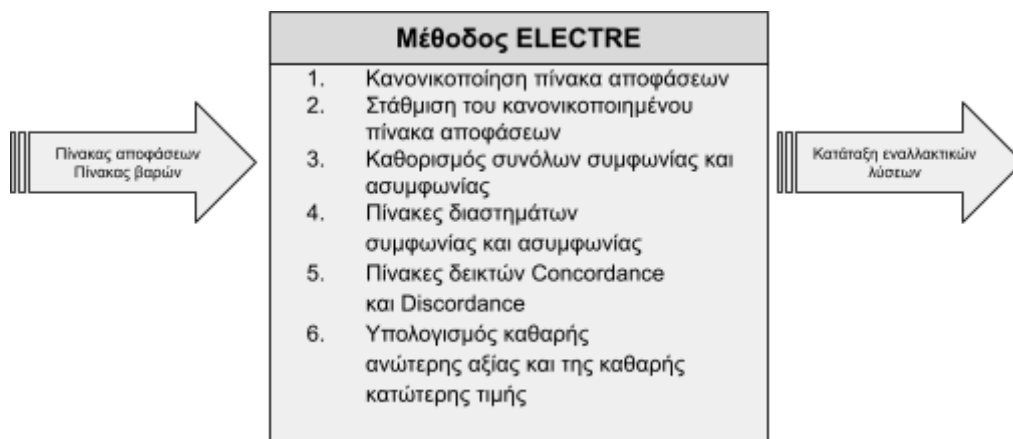
$$c_a = \sum_{b=1}^n c_{(a,b)} - \sum_{b=1}^n c_{(b,a)} \quad (\text{Εξ. 33})$$

$$d_a = \sum_{b=1}^n d_{(a,b)} - \sum_{b=1}^n d_{(b,a)} \quad (\text{Εξ. 34})$$

7. Κατάταξη εναλλακτικών λύσεων:

Η κατάταξη πραγματοποιείται με βάση το άθροισμα των τιμών  $c_a$  και  $d_a$  της κάθε εναλλακτικής λύσης όπου το υψηλότερο άθροισμα κατατάσσεται υψηλότερα.

Στην περίπτωση που χρησιμοποιούνται πυθαγόρειοι αριθμοί τύπου  $(\mu, \nu)$ , ο αλγόριθμος τρέχει ξεχωριστά και για τις δυο τιμές και σε αυτό το βήμα αφαιρείται το άθροισμα των τιμών  $c_a$  και  $d_a$  του βαθμού μη συμμετοχής  $\nu$  από το αντίστοιχο άθροισμα του βαθμού συμμετοχής  $\mu$  για να μπορεί να γίνει η κατάταξη. Η υψηλότερη τιμή έχει την υψηλότερη θέση.



Εικόνα 3.6: Περιληπτική μεθοδολογία ELECTRE

### 3.2.6 PROMETHEE

#### PROMETHEE II

Το Promethee II είναι μια πλήρης κατάταξη των ενεργειών. Βασίζεται στην καθαρή ροή πολλαπλών κριτηρίων. Η μεθοδολογία του απαρτίζεται από τα ακόλουθα βήματα <sup>[6][49][51]</sup>:

1. Δημιουργία πίνακα αποφάσεων και πίνακα βαρών

Το πρώτο βήμα είναι η δημιουργία του πίνακα αποφάσεων στον οποίο οι γραμμές αντιστοιχούν στις εναλλακτικές λύσεις και οι στήλες στα διαφορετικά κριτήρια.

Ο πίνακας βαρών μπορεί να θεωρηθεί και ως ένας πίνακας προτιμήσεων του λήπτη αποφάσεων καθώς το εκάστοτε βάρος αντιπροσωπεύει την σχετική σημασία ή προτίμηση των κριτηρίων. Σημειώνεται ότι το συνολικό άθροισμα των στοιχείων του πίνακα βαρών πρέπει να είναι ίσο με την μονάδα.

2. Κανονικοποίηση πίνακα αποφάσεων

Γίνεται κανονικοποίηση του πίνακα αποφάσεων αναλόγως με το αν το κάθε κριτήριο είναι επωφελές ή κριτήριο κόστους σύμφωνα με:

Για επωφελή κριτήρια: 
$$normalized_{ij} = \frac{x_{ij} - \min(x_{ij})}{\max(x_{ij}) - \min(x_{ij})} \quad (Eξ. 35)$$

Για κριτήρια κόστους: 
$$normalized_{ij} = \frac{\max(x_{ij}) - x_{ij}}{\max(x_{ij}) - \min(x_{ij})} \quad (Eξ. 36)$$

όπου το  $x_{ij}$  αντιπροσωπεύει ένα στοιχείο από τον πίνακα αποφάσεων,  $i = 1 \dots n$  που είναι το πλήθος των εναλλακτικών λύσεων και  $j = 1 \dots m$  που είναι το πλήθος των κριτηρίων.

3. Ορισμός συνάρτησης προτίμησης (Preference Function):

Η δομή προτίμησης του PROMETHEE βασίζεται σε συγκρίσεις ανά ζεύγη. Οπότε για τον υπολογισμό της τιμής της συνάρτησης προτίμησης, πρέπει πρώτα να υπολογιστεί η απόκλιση μεταξύ του ζεύγους των εναλλακτικών λύσεων για κάθε κριτήριο ξεχωριστά:

$$d_j(a, b) = g(a) - g(b) \quad (\text{Εξ. 37})$$

όπου  $g(a)$  οι τιμές της εναλλακτικής λύσης  $a$  για όλα τα κριτήρια. Άρα, ο πίνακας  $d_j$  είναι ένας μονοδιάστατος πίνακας με μήκος όσο το πλήθος των κριτηρίων για την κάθε σύγκριση κατά ζεύγη. Συνολικά, υπολογίζονται όλοι οι πιθανοί συνδυασμοί των διαφορών των εναλλακτικών λύσεων και για κάθε  $d_j(a, b)$  υπολογίζεται και το  $d_j(b, a)$ .

Μικρές αποκλίσεις μπορούν να μεταφράζονται σε μικρή προτίμηση στην καλύτερη εναλλακτική λύση ή μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες από τον λήπτη αποφάσεων. Μεγαλύτερες αποκλίσεις σημαίνουν μεγαλύτερη προτίμηση. Ο τρόπος που ο λήπτης αποφάσεων επιλέγει πώς θα διαχειριστεί τις παραπάνω αποκλίσεις μπορεί να περιγραφεί μαθηματικώς με συνάρτηση.

Επομένως, για κάθε κριτήριο, ορίζεται μια συνάρτηση προτίμησης  $P(a,b)$  που εκφράζει το βαθμό προτίμησης της εναλλακτικής  $a$  έναντι της εναλλακτικής  $b$ . Η προσέγγιση PROMETHEE φιλτράρει τα δεδομένα μέσα από αυτή την συνάρτηση για να υπολογίσει τη διαφορά στην επιλογή για κάθε κριτήριο μεταξύ ζευγών εναλλακτικών λύσεων. Η τιμή αυτών των συναρτήσεων κυμαίνεται μεταξύ 0 και 1. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή της συνάρτησης, τόσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά προτίμησης. Εάν η τιμή είναι μηδέν, δεν υπάρχει διαφορά προτίμησης μεταξύ ζευγών εναλλακτικών λύσεων<sup>150</sup>.

Η τιμή της συναρτησης προτίμησης προκύπτει από:

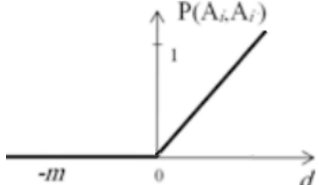
$$P_j(a, b) = f(d_j(a, b)) \quad (\text{Εξ. 38})$$

Στη μελέτη των Brans et al. χρησιμοποιούνται έξι διαφορετικές συναρτήσεις προτίμησης, οι οποίες περιέχουν διαφορετικές παραμέτρους. Η κάθε συνάρτηση έχει αριθμηθεί από Τύπος I έως Τύπος VI και με την σειρά τους είναι οι ακόλουθες:

- Συνήθης συνάρτηση,
- Συνάρτηση σχήματος U (Quasi-criterion),
- Συνάρτηση σχήματος V,
- Συνάρτηση επιπέδων (Level function),

Γραμμική συνάρτηση και  
Γκαουσιανή συνάρτηση.

Πίνακας 3.23 — Βασικές συναρτήσεις προτίμησης PROMETHEE			
Όνομα	Γραφική παράσταση	Συνάρτηση	Παράμετροι
Τύπος I		$f(d) = 0, d \leq 0$ $f(d) = 1, d > 0$	-
Τύπος II		$f(d) = 0, d \leq l$ $f(d) = 1, d > l$	$l$
Τύπος III		$f(d) = \frac{d}{m}, d \leq m$ $f(d) = 1, d > m$	$m$
Τύπος IV		$f(d) = 0, d \leq q$ $f(d) = \frac{1}{2}, q < d \leq q + p$ $f(d) = 1, d > q + p$	$q, p$
Τύπος V		$f(d) = 0, d \leq s$ $f(d) = \frac{d-s}{r}, s < d \leq s + r$ $f(d) = 1, d > s + r$	$s, r$
Τύπος VI		$f(d) = 0, d \leq 0$ $f(d) = 1 - e^{-\frac{d^2}{2\sigma^2}}, d > 0$	$\sigma$

<p><b>Νέος τύπος</b></p>		$f(d) = 0, \quad d \leq 0$ $f(d) = d, \quad d > 0$	<p><math>d</math></p>
--------------------------	---	--	-----------------------

Σε αυτήν την εργασία, δοκιμάζονται οι τύποι I, III και VI και επίσης μια υβριδική μορφή των τύπων I και III (με το όνομα *Νέος τύπος* στον πίνακα 3.23).

4. Υπολογισμός δεικτών προτίμησης: (σταθμισμός του πίνακα της συνάρτησης προτίμησης)  
 Για κάθε ζεύγος εναλλακτικών λύσεων (a,b), υπολογίζεται ο δείκτης προτίμησης (Preference Index)  $\pi(a, b)$  ως σταθμισμένο άθροισμα των συναρτήσεων προτίμησης:

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^m w_j P_j(a, b) \quad (\text{Εξ. 39})$$

όπου  $w_j$  είναι το βάρος του κριτηρίου  $j$  και  $P_j(a, b)$  είναι η συνάρτηση προτίμησης για το κριτήριο  $j$ . Ενδεικτικά, αναγράφονται οι δείκτες προτίμησης για τον τύπο Promethee που προτείνεται στον πίνακα 3.24.

**Πίνακας 3.24 — Δείκτες προτίμησης  $\pi$  (για τον νέο τύπο)**

	<b>M1</b>	<b>M2</b>	<b>M3</b>	<b>M4</b>	<b>M5</b>	<b>M6</b>
<b>M1</b>	0	0.35021042	0.31543509	0.46187937	0.45844145	0.45877690
<b>M2</b>	0.21588143	0	0.05705363	0.29750070	0.24198110	0.16413734
<b>M3</b>	0.21550418	0.09145170	0	0.38885658	0.24643839	0.21530880
<b>M4</b>	0.13795239	0.10790271	0.16486052	0	0.30906354	0.16066592
<b>M5</b>	0.18813682	0.10600545	0.07606468	0.36268589	0	0.17655931
<b>M6</b>	0.16031058	0.00000000	0.01677339	0.18612658	0.14839762	0

5. Υπολογισμός θετικών και αρνητικών ροών

Οι ροές εξόδου και εισόδου υπολογίζονται με τις εξισώσεις (Εξ. 40) και (Εξ. 41).  
 Η θετική ροή για κάθε εναλλακτική είναι:

$$\varphi^+(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{a'=b} \pi(a, b) \quad (\text{Εξ. 40})$$

6. Η αρνητική ροή για κάθε εναλλακτική είναι:

$$\varphi^{-}(a) = \frac{1}{n-1} \sum_{a \neq b} \pi(b, a) \quad (\text{Εξ. 41})$$

Η θετική ροή δείχνει πόσο η εναλλακτική λύση υπερέχει από τις άλλες εναλλακτικές λύσεις, ενώ η αρνητική ροή δείχνει πόσο η εναλλακτική λύση κυριαρχείται από τις άλλες εναλλακτικές λύσεις.

7. Υπολογισμός καθαρής ροής (net flow):

Σε αυτό το βήμα δημιουργείται ένας ενιαίος δείκτης για την επίτευξη της κατάταξης με έναν μόνο παράγοντα συνδυάζοντας την θετική ροή ως ωφέλιμη και την αρνητική ροή ως κοστοβόρα. Αυτή είναι η καθαρή ροή και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\varphi(a) = \varphi^{+}(a) - \varphi^{-}(a) \quad (\text{Εξ. 42})$$

Στην περίπτωση που τα δεδομένα είναι πυθαγόρεια, ο αλγόριθμος εκτελείται ξεχωριστά για τον βαθμό συμμετοχής και τον βαθμό μη συμμετοχής. Η τελική καθαρή ροή ισούται με την διαφορά της ροής του βαθμού συμμετοχής (θετική ροή) με την αντίστοιχη ροή του βαθμού μη συμμετοχής (αρνητική ροή).

8. Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων:

Οι εναλλακτικές λύσεις κατατάσσονται με βάση την καθαρή ροή τους. Η εναλλακτική λύση με την χαμηλότερη τελική καθαρή ροή θεωρείται η καλύτερη και αυτή με τη χαμηλότερη τελική καθαρή ροή θεωρείται η χειρότερη με εξαίρεση τον τύπο VI.

### PROMETHEE III

Στη μέθοδο PROMETHEE III, η τελική κατάταξη γίνεται με βάση τα διαστήματα (intervals) και έχει εκτεταμένη εφαρμογή. Η κατάταξη βάση διαστημάτων είναι χρήσιμη επειδή παρέχει ένα εύρος κατατάξεων για κάθε επιλογή, αντί για μια ενιαία σταθερή κατάταξη. Αυτό επιτρέπει να υπάρχουν αβεβαιότητες και διαφορετικές κατατάξεις, με αποτέλεσμα μια πιο ευέλικτη και ρεαλιστική αναπαράσταση της πραγματικής σημαντικότητας των εναλλακτικών επιλογών. Ας σημειωθεί ότι η μέθοδος Promethee III συγκριτικά με την Promethee II δεν παράγει διαφορετικές κατατάξεις αλλά παρέχει ένα εύρος στην κάθε εναλλακτική λύση. Τα πρώτα έξι βήματα είναι τα ίδια <sup>[49]</sup>.

7. Καθορισμός των διαστημάτων:

Η τελική καθαρή ροή κάθε εναλλακτικής λύσης  $i$  μετατρέπεται σε ένα διάστημα  $[X_i, Y_i]$  το οποίο υπολογίζεται από τη παρακάτω εξίσωση:

$$[X_i, Y_i] = [(\theta_i - a \sigma_i), (\theta_i + a \sigma_i)] \quad (\text{Εξ. 43})$$

όπου

$$\theta_i = \frac{1}{n} \sum_{u=1}^n (\pi(i, u) - \pi(u, i)) \quad (\text{Εξ. 44})$$

και

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{n} \left( \sum_{u=1}^n (\pi(i, u) - \pi(u, i)) - \theta_i \right)^2 \quad (\text{Εξ. 45})$$

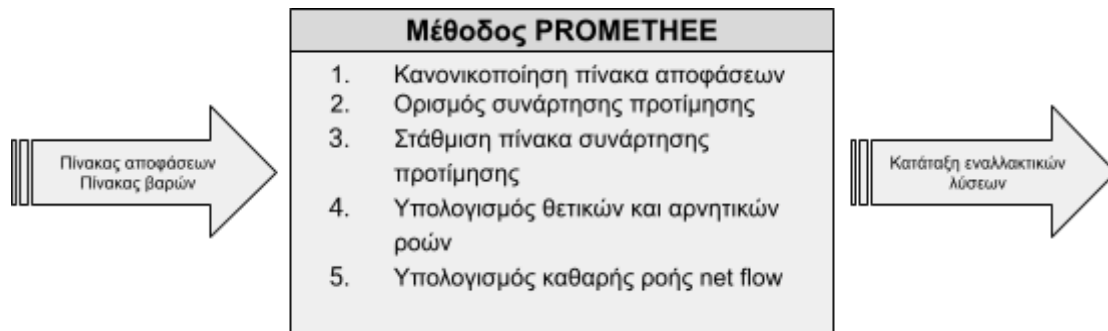
για  $i = 1, \dots, n$ .

Λόγω των αρχικών πυθαγορείων δεδομένων, υπολογίστηκαν αρχικά οι τιμές  $\theta$  για τον βαθμό συμμετοχής  $\tau$  και τον βαθμό μη συμμετοχής  $\sigma$  και στην συνέχεια πραγματοποιήθηκε αφαίρεση της δεύτερης από την πρώτη για τον υπολογισμό της τελικής τιμής  $\theta_i$ . Αντίστοιχα, χρησιμοποιήθηκε ο μέσος όρος των τιμών  $\sigma$  για τον υπολογισμό του εύρους  $[X_i, Y_i]$  και το  $a$  ορίστηκε ίσο με 0.1.

8. Κατάταξη των εναλλακτικών λύσεων με τα διαστήματα:

Εάν τα διαστήματα επικαλύπτονται σε μεγάλο βαθμό, ενδέχεται να απαιτείται περαιτέρω ανάλυση για τη διάκρισή τους, ενώ ένας άλλος τρόπος ερμηνείας τους είναι η αποδοχή των επικαλυπτόμενων λύσεων ως συμβιβαστικών λύσεων.

Η επιτυχία της μεθόδου οφείλεται κυρίως στις μαθηματικές της ιδιότητες και στην ιδιαίτερη ευκολία χρήσης της.



Εικόνα 3.7: Περιληπτική μεθοδολογία PROMETHEE



## 4. Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό, θα συγκριθούν τα αποτελέσματα με τα αντίστοιχα του άρθρου του Naeem και επίσης θα χρησιμοποιηθούν δύο διαφορετικά είδη θορύβου για την αξιολόγηση των αλγορίθμων ως ένας χρήσιμος τρόπος για την αξιολόγηση της ανθεκτικότητας και της απόδοσης των αλγορίθμων.

Εκτενέστερα, εισάγεται γκαουσιανός θόρυβος και ομοιόμορφος θόρυβος (uniform noise) στα δεδομένα. Ο γκαουσιανός θόρυβος είναι γνωστός ως κανονικός θόρυβος. Ακολουθεί μια κανονική κατανομή, η οποία χαρακτηρίζεται από μια μέση τιμή και μια τυπική απόκλιση. Η κατανομή του γκαουσιανού θορύβου που χρησιμοποιείται έχει μέση τιμή ίση με το μηδέν και τυπικές αποκλίσεις  $\sigma_1 = 0.15$  και  $\sigma_2 = 0.3$  για τα δύο διαφορετικά είδη γκαουσιανού θορύβου. Αντίστοιχα, ο ομοιόμορφος θόρυβος κατανέμεται ομοιόμορφα σε ένα καθορισμένο εύρος και το εύρος που έχει οριστεί για την εργασία είναι  $[-0.3, 0.3]$ .

Στα ακόλουθα αποτελέσματα θα καταγράφονται και οι ποσοστιαίες μεταβολές της εγγύτητας του εκάστοτε γκαουσιανού θορύβου από τα αποτελέσματα του αλγορίθμου για τον κάθε ασθενή. Η ποσοστιαία μεταβολή υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\text{Ποσοστιαία μεταβολή} = \frac{\text{Νέα τιμή} - \text{Αρχική τιμή}}{\text{Αρχική τιμή}} \cdot 100\% \quad (\text{Εξ. 46})$$

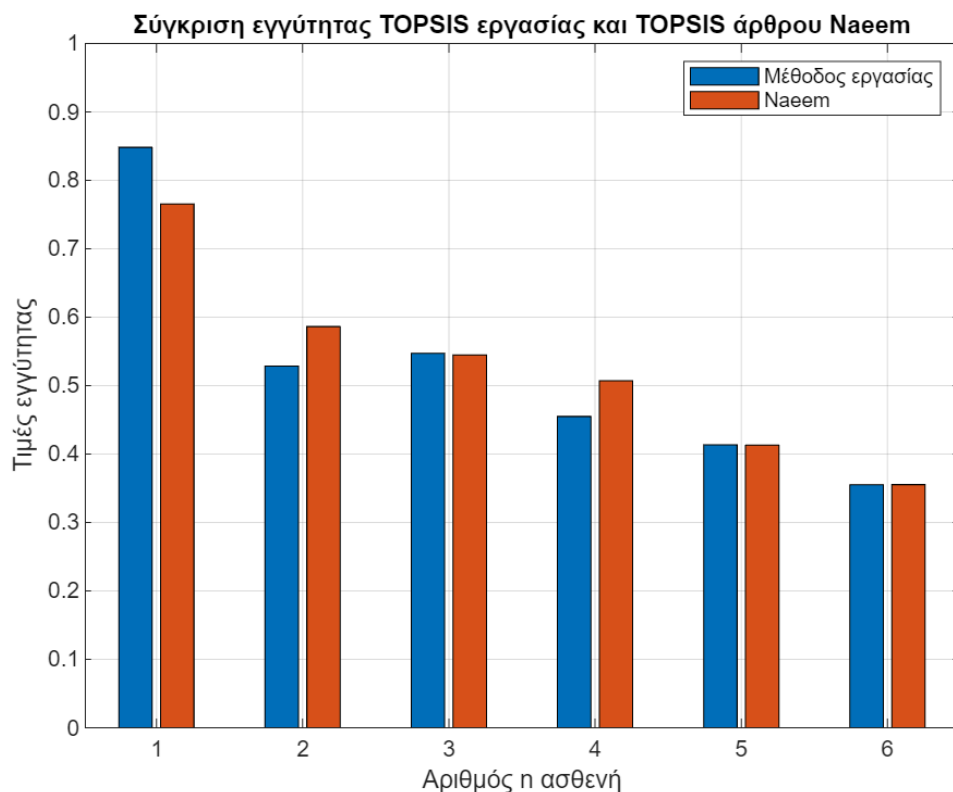
Θετική ποσοστιαία μεταβολή σημαίνει ότι η νέα τιμή είναι αυξημένη συγκριτικά με την αρχική τιμή και αντίστοιχα αρνητική ποσοστιαία μεταβολή σημαίνει ότι η νέα τιμή είναι μειωμένη συγκριτικά με την αρχική τιμή.

### 4.1 TOPSIS

Πίνακας 4.1 αποτελεσμάτων TOPSIS για Ευκλείδεια απόσταση

	Αποτελέσματα εργασίας				Άρθρο Naeem TOPSIS	
	dPos	dNeg	closeness	ranking	closeness	ranking
Ασθενής n1	0.3915	0.1636	0.2947	6	0.3266	6
Ασθενής n2	0.2574	0.2312	0.4731	4	0.4264	5
Ασθενής n3	0.2769	0.2329	0.4569	5	0.4589	4
Ασθενής n4	0.2469	0.3012	0.5495	3	0.4931	3
Ασθενής n5	0.2307	0.3527	0.6045	2	0.6054	2
Ασθενής n6	0.1405	0.334	0.7039	1	0.7035	1

Στην μέθοδο PFS TOPSIS, τα αποτελέσματα από το άρθρο του Naeem είναι παρόμοια με τα επαναληπτικά αυτής της εργασίας, με μόνη εξαίρεση την αλλαγή κατάταξης των ασθενών n2 και n3. Αυτή η διαφορά ενδέχεται να προέρχεται από το βήμα της κανονικοποίησης του πίνακα αποφάσεων A που προστέθηκε.



Εικόνα 4.1

Επίσης, παρατηρείται ότι η διαφορά της εγγύτητας μεταξύ των ασθενών n2 και n3 είναι η μικρότερη (ίση με 0.0162) σε σχέση με τα υπόλοιπα ζευγάρια σύμφωνα με την σειρά κατάταξης με την επόμενη μικρότερη διαφορά να είναι μεταξύ ασθενών n4 και n5 (ίση με 0.0550), τιμή η οποία είναι σχεδόν 3,5 φορές πολλαπλάσια.

Πίνακας 4.2 αποτελεσμάτων TOPSIS Ευκλείδειας απόστασης με γκαουσιανό θόρυβο

	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$			Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		
	closeness	ranking	Μεταβολή %	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	0.2955	6	0.27	0.3233	6	9.70
Ασθενής n2	0.4970	5	5.05	0.5069	5	7.14
Ασθενής n3	0.5212	4	14.07	0.5285	4	15.67
Ασθενής n4	0.5692	3	3.59	0.5717	2	4.04
Ασθενής n5	0.6039	1	-0.10	0.5951	1	-1.56
Ασθενής n6	0.5894	2	-16.27	0.5391	3	-23.41

<b>Αποτελέσματα 4.3 TOPSIS Εκκλείδεις απόστασης με ομοιόμορφο θόρυβο</b>			
	<b>closeness</b>	<b>ranking</b>	<b>Μεταβολή %</b>
<b>Ασθενής n1</b>	0.3829	6	23.03
<b>Ασθενής n2</b>	0.5621	4	15.83
<b>Ασθενής n3</b>	0.4633	5	1.38
<b>Ασθενής n4</b>	0.5788	2	5.06
<b>Ασθενής n5</b>	0.5649	3	-7.01
<b>Ασθενής n6</b>	0.6281	1	-12.07

Με προσθήκη θορύβου στον αλγόριθμο, οι υψηλές κατατάξεις παραμένουν σχεδόν οι ίδιες, γεγονός που καταδεικνύει την σταθερότητα του αλγορίθμου.

**Πίνακας 4.4 αποτελεσμάτων TOPSIS με χρήση μέτρων απόκλισης τάξης  $\alpha$**

<b>(<math>q=2</math> και Εξ. 6)</b>	<b>Χωρίς θόρυβο</b>				<b>Ομοιόμορφος θόρυβος</b>		
	<b>dPos</b>	<b>dNeg</b>	<b>closeness</b>	<b>ranking</b>	<b>closeness</b>	<b>ranking</b>	<b>Μεταβολή %</b>
<b>Ασθενής n1</b>	1.8949	1.8720	0.4970	6	0.4978	6	0.16
<b>Ασθενής n2</b>	1.8578	1.8527	0.4993	5	0.5001	3	0.16
<b>Ασθενής n3</b>	1.8654	1.8610	0.4994	4	0.4989	5	-0.10
<b>Ασθενής n4</b>	1.8277	1.8249	0.4996	3	0.4996	4	0.00
<b>Ασθενής n5</b>	1.8929	1.8980	0.5007	2	0.500856	2	0.03
<b>Ασθενής n6</b>	1.8721	1.8812	0.5012	1	0.500868	1	-0.07

**Πίνακας 4.5 αποτελεσμάτων TOPSIS με γκαουσιανό θόρυβο  
(για  $q=2$  και Εξ. 6)**

	<b>Gaussian <math>\sigma_1 = 0.15</math></b>			<b>Gaussian <math>\sigma_2 = 0.3</math></b>		
	<b>closeness</b>	<b>ranking</b>	<b>Μεταβολή %</b>	<b>closeness</b>	<b>ranking</b>	<b>Μεταβολή %</b>
<b>Ασθενής n1</b>	0.4977	6	0.14	0.4981	6	0.22
<b>Ασθενής n2</b>	0.4993	4	0.00	0.4993	4	0.00
<b>Ασθενής n3</b>	0.4986	5	-0.16	0.4986	5	-0.16
<b>Ασθενής n4</b>	0.4995	3	-0.02	0.4996	2	0.00
<b>Ασθενής n5</b>	0.5004	1	-0.06	0.5002	1	-0.10
<b>Ασθενής n6</b>	0.4998	2	-0.28	0.4994	3	-0.36

**Πίνακας 4.6 αποτελεσμάτων TOPSIS με χρήση μέτρων απόκλισης τάξης  $\alpha$**

(q=2 και Εξ. 7)	Χωρίς θόρυβο				Ομοιόμορφος θόρυβος		
	dPos	dNeg	closeness	ranking	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	-0.0253	-0.0314	0.5535	6	0.5336	6	-3.60
Ασθενής n2	-0.0330	-0.0339	0.5070	5	0.4939	3	-2.58
Ασθενής n3	-0.0317	-0.0325	0.5062	4	0.5153	5	1.80
Ασθενής n4	-0.0344	-0.0346	0.5012	3	0.5004	4	-0.16
Ασθενής n5	-0.0281	-0.0259	0.4798	2	0.4772	2	-0.54
Ασθενής n6	-0.0332	-0.0300	0.4743	1	0.4769	1	0.55

**Πίνακας 4.7 αποτελεσμάτων TOPSIS με γκαουσιανό θόρυβο  
(για q=2 και Εξ. 7)**

	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$			Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		
	closeness	ranking	Μεταβολή %	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	0.5345	6	-3.43	0.5252	6	-5.11
Ασθενής n2	0.5073	4	0.06	0.5065	4	-0.10
Ασθενής n3	0.5195	5	2.63	0.5175	5	2.23
Ασθενής n4	0.5032	3	0.40	0.5021	2	0.18
Ασθενής n5	0.4861	1	1.31	0.4911	1	2.36
Ασθενής n6	0.4986	2	5.12	0.5044	3	6.35

**Πίνακας 4.8 αποτελεσμάτων TOPSIS με χρήση μέτρων απόκλισης τάξης  $\alpha$  (για q=3 και Εξ. 6)**

	Χωρίς θόρυβο				Ομοιόμορφος θόρυβος		
	dPos	dNeg	closeness	ranking	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	1.8504	1.8295	0.4972	6	0.4980	6	0.16
Ασθενής n2	1.8139	1.8105	0.4995	5	0.5004	3	0.18
Ασθενής n3	1.8212	1.8185	0.4996	4	0.4991	5	-0.10
Ασθενής n4	1.7845	1.7832	0.4998	3	0.4998	4	0.00
Ασθενής n5	1.8480	1.8547	0.5009	2	0.501083	2	0.04
Ασθενής n6	1.8280	1.8385	0.5014	1	0.501087	1	-0.06

**Πίνακας 4.9 αποτελεσμάτων TOPSIS με γκαουσιανό θόρυβο (για  $q=3$  και Εξ. 6)**

	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$			Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		
	closeness	ranking	Μεταβολή %	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	0.4979	6	0.14	0.4983	6	0.22
Ασθενής n2	0.4995	4	0.00	0.4995	4	0.00
Ασθενής n3	0.4988	5	-0.16	0.4989	5	-0.14
Ασθενής n4	0.4997	3	-0.02	0.4998	2	0.00
Ασθενής n5	0.5007	1	-0.04	0.5005	1	-0.08
Ασθενής n6	0.5	2	-0.28	0.4996	3	-0.36

**Πίνακας 4.10 αποτελεσμάτων TOPSIS με χρήση μέτρων απόκλισης τάξης  $\alpha$  (για  $q=3$  και Εξ. 7)**

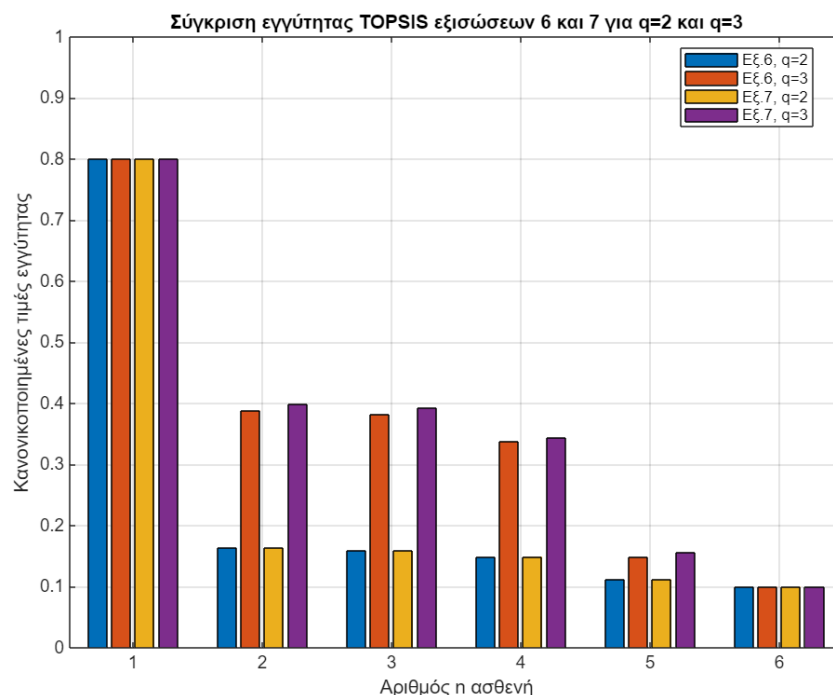
	Χωρίς θόρυβο				Ομοιόμορφος θόρυβος		
	dPos	dNeg	closeness	ranking	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	-0.0424	-0.0486	0.5337	6	0.5215	6	-2.29
Ασθενής n2	-0.0529	-0.0539	0.5045	5	0.4962	3	-1.65
Ασθενής n3	-0.0507	-0.0515	0.5041	4	0.5097	5	1.11
Ασθενής n4	-0.0611	-0.0612	0.5005	3	0.4999	4	-0.12
Ασθενής n5	-0.0436	-0.0413	0.4869	2	0.4835	1	-0.70
Ασθενής n6	-0.0493	-0.046	0.4828	1	0.4846	2	0.37

**Πίνακας 4.11 αποτελεσμάτων TOPSIS με γκαουσιανό θόρυβο (για  $q=3$  και Εξ. 7)**

	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$			Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		
	closeness	ranking	Μεταβολή %	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	0.5213	6	-2.32	0.5151	6	-3.49
Ασθενής n2	0.5047	4	0.04	0.504	4	-0.10
Ασθενής n3	0.5123	5	1.63	0.5106	5	1.29
Ασθενής n4	0.5019	3	0.28	0.5012	2	0.14
Ασθενής n5	0.4897	1	0.58	0.4936	1	1.38
Ασθενής n6	0.499	2	3.36	0.5026	3	4.10

Τα αποτελέσματα TOPSIS από το άρθρο του Naaem αναπαράγονται πλήρως για τις μεθόδους TOPSIS με χρήση μέτρων απόκλισης τάξης  $\alpha$  είτε με  $q = 2$  είτε με  $q = 3$ , ανεξάρτητα από την τιμή του  $q$  (2 ή 3) και την επιλογή της εξίσωσης 3 ή 4. Επίσης, οι ποσοστιαίες μεταβολές του γκαουσιανού θορύβου σε σχέση με τις αρχικές μετρήσεις είναι αρκετά μικρές, ως επί των πλείστων <1% και πάντα

<5%, που καταδεικνύει την σταθερότητα της μεθόδου έναντι στον θόρυβο.



Εικόνα 4.2 Σύγκριση εγγύτητας εξισώσεων 6 και 7 για q=2 και q=3.

Για την εξίσωση 6, οι πρώτες δύο κατατάξεις παραμένουν πρώτα αποτελέσματα με την εισαγωγή γκαουσιανού θορύβου και την εισαγωγή ομοιόμορφου θορύβου για  $q = 2$  και για  $q = 3$ .

Για την εξίσωση 7, οι τρεις πρώτες κατατάξεις παραμένουν πρώτες με την εισαγωγή γκαουσιανού θορύβου, ενώ με την εισαγωγή ομοιόμορφου θορύβου παραμένουν πρώτες μόνο οι δύο πρώτες θέσεις. Πιο συγκεκριμένα, στον ομοιόμορφο θόρυβο παρατηρείται ότι ο ασθενής n2 έχει αξιολογηθεί ως πιο σοβαρό περιστατικό και μάλιστα έχει κατέβει δύο κατατάξεις.

Πίνακας 4.12 αποτελεσμάτων TOPSIS για Inverse score function  $q = 2$

	Χωρίς θόρυβο		Ομοιόμορφος θόρυβος $q = 2$		
	Εγγύτητα	Κατάταξη	Εγγύτητα	Κατάταξη	Μεταβολή %
Ασθενής n1	2.3987	6	2.3452	6	-2.23
Ασθενής n2	2.2911	4	2.2626	1	-1.24
Ασθενής n3	2.3097	5	2.3046	4	-0.22
Ασθενής n4	2.2353	2	2.3118	5	3.42
Ασθενής n5	2.2509	3	2.3026	3	2.30
Ασθενής n6	2.2275	1	2.2649	2	1.68

**Πίνακας 4.13 αποτελεσμάτων TOPSIS για Inverse score function  $q = 2$**

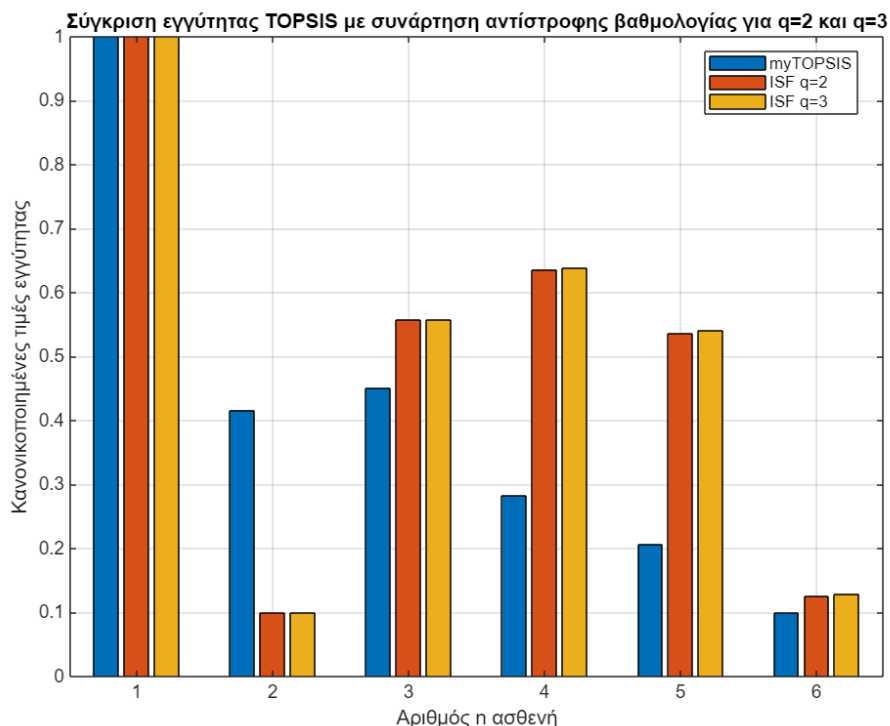
	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$			Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		
	closeness	ranking	Μεταβολή %	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	2.3533	6	-1.89	2.3108	6	-3.66
Ασθενής n2	2.2745	2	-0.72	2.2485	2	-1.86
Ασθενής n3	2.2961	4	-0.59	2.2686	3	-1.78
Ασθενής n4	2.2815	3	2.07	2.2714	4	1.61
Ασθενής n5	2.3138	5	2.79	2.3052	5	2.41
Ασθενής n6	2.2502	1	1.02	2.2386	1	0.50

**Πίνακας 4.14 αποτελεσμάτων TOPSIS για Inverse score function  $q = 3$**

	Χωρίς θόρυβο		Ομοιόμορφος θόρυβος $q = 3$		
	Εγγύτητα	Κατάταξη	Εγγύτητα	Κατάταξη	Μεταβολή %
Ασθενής n1	2.3981	6	2.3447	6	-2.23
Ασθενής n2	2.2905	4	2.2621	1	-1.24
Ασθενής n3	2.3089	5	2.3041	4	-0.21
Ασθενής n4	2.2348	2	2.3115	5	3.43
Ασθενής n5	2.2508	3	2.3025	3	2.30
Ασθενής n6	2.2274	1	2.2648	2	1.68

**Πίνακας 4.15 αποτελεσμάτων TOPSIS για Inverse score function  $q = 3$**

	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$			Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		
	closeness	ranking	Μεταβολή %	closeness	ranking	Μεταβολή %
Ασθενής n1	2.3525	6	-1.90	2.3099	6	-3.68
Ασθενής n2	2.2736	2	-0.74	2.2475	2	-1.88
Ασθενής n3	2.2957	4	-0.57	2.2682	3	-1.76
Ασθενής n4	2.2811	3	2.07	2.271	4	1.62
Ασθενής n5	2.3137	5	2.79	2.3051	5	2.41
Ασθενής n6	2.25	1	1.01	2.2382	1	0.48



Εικόνα 4.3

Με την χρήση της Inverse score function για  $q = 2$  και για  $q = 3$ , τα αποτελέσματα του αλγόριθμου TOPSIS προσεγγίζουν σε ικανοποιητικό βαθμό τα αποτελέσματα από το άρθρο του Naaem, όπου οι θέσεις ασθενών n4-n5 και n2-n3 είναι ανεστραμμένες. Γενικά, αυτή η μέθοδος επανειλημμένα συμφωνεί στο ότι ο ασθενής n1 είναι η περίπτωση με την μικρότερη σοβαρότητα βλάβης ήπατος. Με την προσθήκη γκαουσιανού θορύβου, αλλάζουν θέση ο n5 με τον n2, ενώ με την προσθήκη ομοιόμορφου θορύβου ο ασθενής n2 έχει την πρώτη θέση στην κατάταξη, γεγονός που δεν συνάδει με την αρχική κατάταξη που έχει την πέμπτη θέση.

## 4.2 VIKOR

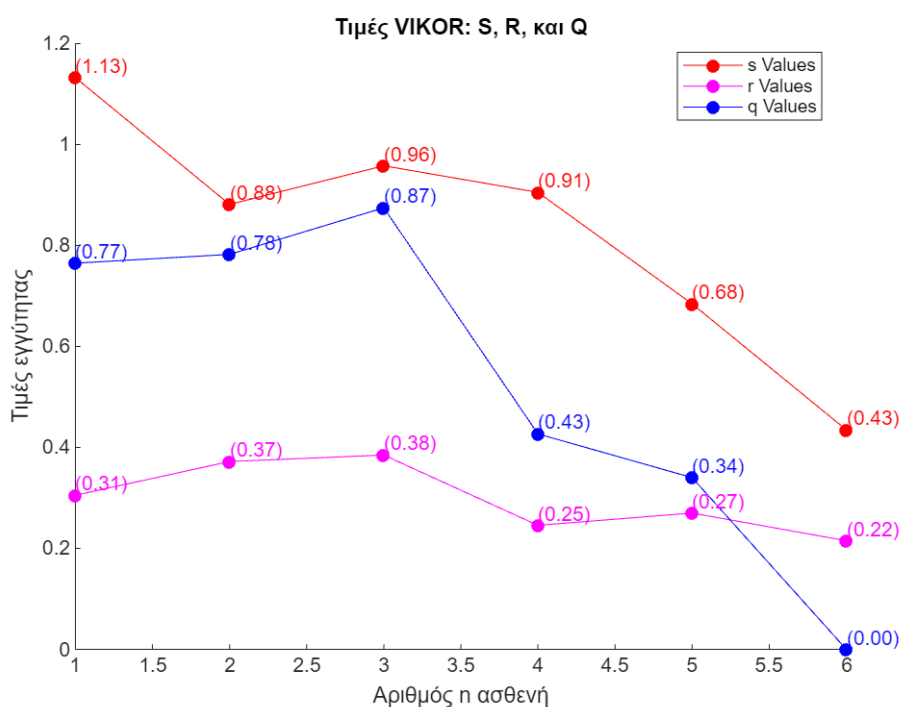
Πίνακας 4.16 τιμών S, R και Q

	Αποτελέσματα εργασίας			Άρθρο Naaem		
	S	R	Q	S	R	Q
Ασθενής n1	1.1326	0.3052	0.7651	0.7004	0.2036	0.9232
Ασθενής n2	0.8815	0.3721	0.7824	0.6910	0.2200	0.9882
Ασθενής n3	0.9580	0.3849	0.8748	0.6391	0.2200	0.9188
Ασθενής n4	0.9054	0.2456	0.4268	0.5776	0.1433	0.4738
Ασθενής n5	0.6844	0.2700	0.3402	0.4051	0.1638	0.3403
Ασθενής n6	0.4349	0.2152	0.0000	0.3260	0.1143	0.0004



**Πίνακας 4.17 κατατάξεων S, R και Q**

	Αποτελέσματα εργασίας			Άρθρο Naem		
	Κατάταξη S	Κατάταξη R	Κατάταξη Q	Κατάταξη S	Κατάταξη R	Κατάταξη Q
Ασθενής n1	6	4	4	6	4	5
Ασθενής n2	3	5	5	5	5	6
Ασθενής n3	5	6	6	4	5	4
Ασθενής n4	4	2	3	3	2	3
Ασθενής n5	2	3	2	2	3	2
Ασθενής n6	1	1	1	1	1	1



Εικόνα 4.4

Η συνθήκη η C-1 ικανοποιείται για τις δύο πρώτες λύσεις ( $0.3402 - 0.0000 > \frac{1}{5-1} = 0.25$ ) σύμφωνα με την κατάταξη εναλλακτικών λύσεων που βρίσκεται στο κεφάλαιο της μεθοδολογίας του VIKOR, όπως ικανοποιείται και η C-2 καθώς ο n6 κατατάσσεται στην πρώτη θέση στο  $S_i$  και στο  $R_i$ . Επομένως, ο ασθενής n6 είναι η κορυφαία εναλλακτική λύση και βρίσκεται σε πιο κρίσιμη κατάσταση σε σύγκριση με τους άλλους πέντε ασθενείς. Αντίστοιχα, η 2η και οι 3η θέση ανήκουν στους ασθενείς n5 και n4 ως συμβιβαστικές λύσεις, η 4η θέση στον n3 και οι δύο τελευταίες θέσεις ανήκουν στους n2 και n1 ως συμβιβαστικές λύσεις.

Με εισαγωγή γκαουσιανού θορύβου τυπικής απόκλισης 0.15, η συνθήκη η C-1 πλέον δεν ικανοποιείται ( $0.1366 - 0.000 = 0.1366 < \frac{1}{5-1} = 0.25$ ). Ικανοποιείται η C-1 και η C-2 όμως για την δεύτερη και την τρίτη λύση (ονομαστικά οι ασθενείς n5 και n3) καθώς  $0.5191 - 0.1366 = 0.3825 > \frac{1}{5-1} = 0.25$ . Συνεπώς, η πρώτη θέση στην κατάταξη ανήκει στους ασθενείς n6 και n5 και η επόμενη στον n3, ενώ τα ζεύγη κατατάξεων 4η-5η θέση και 5η-6η θέση ανήκουν συμβιβαστικά στα ζεύγη ασθενών n4-n2 και n1-n2 αντίστοιχα.

**Πίνακας 4.18 αποτελεσμάτων για Gaussian  $\sigma_1 = 0.15$**

	S	Κατάταξη S	R	Κατάταξη R	Q	Κατάταξη Q
Ασθενής n1	1.1371	6	0.3039	5	0.9143	6
Ασθενής n2	0.9016	4	0.3224	6	0.7495	5
Ασθενής n3	0.9147	5	0.2696	3	0.5191	3
Ασθενής n4	0.8843	3	0.2891	4	0.5769	4
Ασθενής n5	0.736	2	0.2281	2	0.1366	2
Ασθενής n6	0.667	1	0.2144	1	0.0000	1

Με εισαγωγή γκαουσιανού θορύβου τυπικής απόκλισης 0.3, η συνθήκη η C-1 ικανοποιείται ( $0.3047 - 0.000 = 0.3047 > \frac{1}{5-1} = 0.25$ ), όπως ικανοποιείται και η C-2 καθώς ο ασθενής n6 κατατάσσεται στην πρώτη θέση στο  $S_i$  και στο  $R_i$ . Επομένως, ο ασθενής n6 είναι η κορυφαία εναλλακτική λύση και βρίσκεται σε πιο κρίσιμη κατάσταση σε σύγκριση με τους άλλους πέντε ασθενείς. Με την ίδια λογική, προκύπτει ότι ο ασθενής n2 ανήκει στην 2η θέση, η 3η και η 4η θέση στους n3 και n4 καθώς αποτελούν συμβιβαστικές λύσεις, η 4η και η 5η θέση στους n4 και n2 καθώς αποτελούν συμβιβαστικές λύσεις και η 6η θέση στον ασθενή n6.

**Πίνακας 4.19 αποτελεσμάτων για Gaussian 0, 0.3**

	S	Κατάταξη S	R	Κατάταξη R	Q	Κατάταξη Q
Ασθενής n1	1.1194	6	0.2896	5	0.9046	6
Ασθενής n2	0.921	5	0.3088	6	0.7457	5
Ασθενής n3	0.8874	4	0.2708	3	0.5137	3
Ασθενής n4	0.8577	3	0.2813	4	0.5279	4
Ασθενής n5	0.7293	1	0.2083	1	0.0000	1
Ασθενής n6	0.7712	2	0.2587	2	0.3047	2

**Πίνακας 4.20 αποτελεσμάτων για ομοιόμορφο θόρυβο**

	S	Κατάταξη S	R	Κατάταξη R	Q	Κατάταξη Q
Ασθενής n1	0.9519	5	0.3442	5	0.8352	5
Ασθενής n2	0.7488	3	0.2882	4	0.3836	3
Ασθενής n3	0.9409	4	0.2776	3	0.5886	4
Ασθενής n4	1.0007	6	0.3737	6	1	6
Ασθενής n5	0.6977	2	0.2389	2	0.1468	2
Ασθενής n6	0.6040	1	0.2306	1	0	1

Σε αυτήν την περίπτωση, κανένα ζεύγος εναλλακτικών ζευγών με την σειρά κατάταξης Q δεν επαληθεύει την C-1, γεγονός που καθιστά όλες τις λύσεις ως συμβιβαστικές ανά ζεύγη.

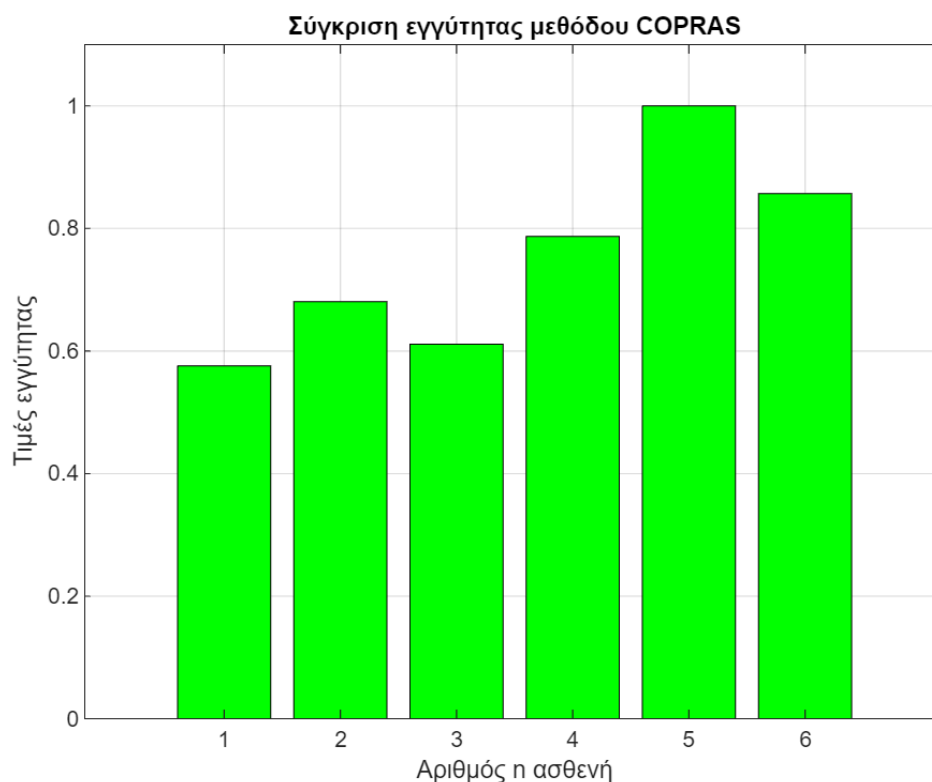
Ιατρική διάγνωση με χρήση μεθόδων ομαδικής λήψης αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια σε ασαφές περιβάλλον

Αναλυτικότερα, η κατάταξη πραγματοποιείται ανά ζεύγη ασθενών με σειρά n6-n5, n5-n2, n2-n3, n3-n1, n1-n4, όπου το ζευγάρι n6-n5 έχει την πρώτη θέση.

## 4.3 COPRAS

Πίνακας 4.21 κατάταξης αποτελεσμάτων COPRAS

	Χωρίς θόρυβο		Uni		
	Τιμή $U_i$	Κατάταξη	$U_i$	Κατάταξη	Μεταβολή %
Ασθενής n1	64.4177	6	58.3808	6	-9.37
Ασθενής n2	76.0207	5	77.5027	4	1.95
Ασθενής n3	76.8842	4	63.9148	5	-16.87
Ασθενής n4	79.9315	3	80.4746	3	0.68
Ασθενής n5	100.0000	1	100	1	0.00
Ασθενής n6	96.5929	2	86.2428	2	-10.72



Εικόνα 4.5

Συνολικά, παρατηρείται ότι η μέθοδος COPRAS παραλληλίζει επαρκώς την αρχική κατάταξη του Naem με διαφορά την αναστροφή θέσης στους ασθενείς n5-n6 που λαμβάνουν τις δύο πρώτες θέσεις. Αυτή η αναστροφή είναι σταθερή και επαναλαμβανόμενη στην μέθοδο COPRAS καθώς η διαφορά των τιμών  $U_i$  είναι επαρκώς μεγάλη, περίπου 3.4% με σύνολο το 100% που λαμβάνει η πρώτη θέση. Σημειώνεται πως αυτή η διαφορά  $U_i$  σε αυτές τις θέσεις αυξάνεται στο 13.8% για

προσθήκη ομοιόμορφου θορύβου, 29.9% για προσθήκη γκαουσιανού θορύβου με τυπική απόκλιση 0.15 και 49.0% για προσθήκη γκαουσιανού θορύβου με τυπική απόκλιση ίση με 0.3.

**Πίνακας 4.22 κατάταξης αποτελεσμάτων COPRAS με θόρυβο Gauss**

	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$			Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		
	U <sub>i</sub>	Κατάταξη	Μεταβολή %	U <sub>i</sub>	Κατάταξη	Μεταβολή %
Ασθενής n1	48.9103	6	-24.07	38.2422	6	-40.63
Ασθενής n2	64.8971	4	-14.63	57.6547	2	-24.16
Ασθενής n3	61.0266	5	-20.63	54.4654	4	-29.16
Ασθενής n4	68.1783	3	-14.70	55.4442	3	-30.64
Ασθενής n5	100	1	0.00	100	1	0.00
Ασθενής n6	70.0866	2	-27.44	51.0021	5	-47.20

Η προσθήκη θορύβου, είτε γκαουσιανού τύπου τυπικής απόκλισης 0.15 είτε ομοιόμορφου, καταλήγει στα ίδια αποτελέσματα με αυτά του αρχικού COPRAS χωρίς τον θόρυβο όπου η 4<sub>η</sub> και η 5<sub>η</sub> κατάταξη (ασθενείς n2, n3) έχουν αντιστραφεί μεταξύ τους. Αυτοί οι ασθενείς από διαφορά τιμής  $U_{i_3} - U_{i_2} = 76.8842 - 76.0207 = 0.8635$  στην κατάταξη χωρίς θόρυβο, μεταπίπτουν σε διαφορά τιμής  $U_{i_3} - U_{i_2} = 61.0266 - 64.8971 = -3.8705$  στην κατάταξη με θόρυβο Gaussian  $\sigma_1 = 0.15$ , τιμή που είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερη ή στην διαφορά τιμής  $U_{i_3} - U_{i_2} = 63.9148 - 77.5027 = -13.5879$  στην κατάταξη με ομοιόμορφο θόρυβο, τιμή που είναι δεκαπέντε φορές μεγαλύτερη. Συνεπώς, στην αρχική κατάταξη οι θέσεις των ασθενών n2 και n3 είναι αρκετά κοντινές και έτσι πιθανόν να μην διαχωρίζονται επαρκώς.

Διακρίνεται επίσης ότι στην προσθήκη ομοιόμορφου θορύβου οι ποσοστιαίες μεταβολές είναι χαμηλές με μοναδική αξιοσημείωτη εξαίρεση τον ασθενή n3 με τιμή μεταβολής ίση με -16.87% που πιθανόν να ευθύνεται για την αναστροφή των θέσεων των ασθενών n2 και n3. Αντιθέτως, στην προσθήκη γκαουσιανού θορύβου η ποσοστιαία μεταβολή των τιμών U<sub>i</sub> αυξάνεται με την αύξηση της τυπικής απόκλισης που αποτελεί παράμετρο του θορύβου.

Για γκαουσιανό θόρυβο με τυπική απόκλιση 0.3 όμως, η ποσοστιαία μεταβολή για τον ασθενή n6 ισούται με -47.20, μεταβολή που γίνεται αισθητή και στην αλληλουχία της κατάταξης όπου ο συγκεκριμένος ασθενής μεταπηδάει από την δεύτερη στην πέμπτη θέση.

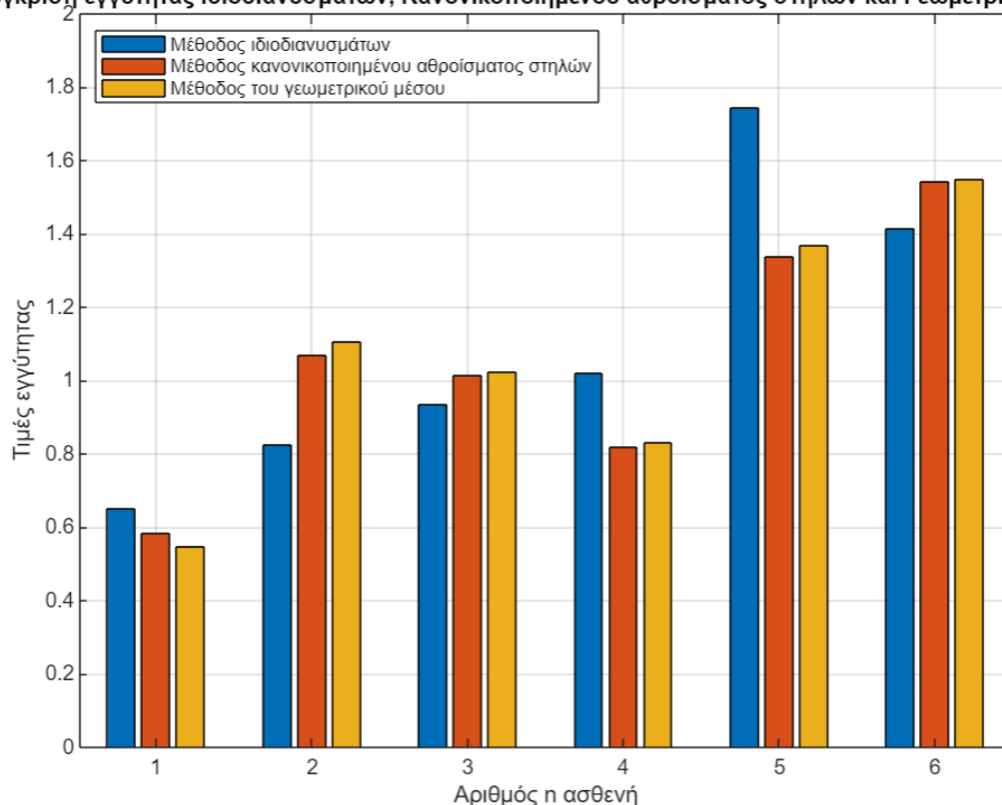
## 4.4 FAHP

Αρχικά, πρέπει να αναφερθεί ότι σε αυτόν τον αλγόριθμο, η προσθήκη θορύβου έγινε στους ήδη σχηματισμένους πίνακες σύγκρισης εναλλακτικών λύσεων κατά ζεύγη.

**Πίνακας 4.23 αποτελεσμάτων αλγόριθμου FAHP**

	Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων		Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών		Μέθοδος γεωμετρικού μέσου	
	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη
Ασθενής n1	1.6328	6	0.5711	6	0.5658	6
Ασθενής n2	1.2128	5	1.074	3	1.0936	3
Ασθενής n3	1.097	4	1.0153	4	1.0198	4
Ασθενής n4	0.9481	3	0.7965	5	0.7833	5
Ασθενής n5	0.5846	1	1.3523	2	1.3872	2
Ασθενής n6	0.6918	2	1.4821	1	1.4658	1

**Σύγκριση εγγύτητας Ιδιοδιανυσμάτων, Κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών και Γεωμετρικού μέσου**



Εικόνα 4.6

Από τον αρχικό πίνακα αποτελεσμάτων της μεθόδου FAHP, η τεχνική ιδιοδιανυσμάτων φαίνεται να δίνει τα πλησιέστερα αποτελέσματα με το άρθρο του Naeem. Παρατηρείται ξανά εναλλαγή των ασθενών n5 n6 που λαμβάνουν αντίστοιχα πρώτη και δεύτερη θέση.

Στις τεχνικές κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών και γεωμετρικού μέσου, οι δύο πρώτες θέσεις ταυτίζονται με τις πρότυπες όμως η σημαντική διαφορά εδράζεται στο ότι ο ασθενής n4 έχει την 5η θέση στην κατάταξη και ο n2 έχει την 3η θέση.

**Πίνακας 4.24 αποτελεσμάτων gauss  $\sigma_1 = 0.15$**

	Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων		Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών		Μέθοδος γεωμετρικού μέσου	
	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη
Ασθενής n1	1.4711	6	0.5833	6	0.4947	6
Ασθενής n2	1.2074	5	1.0593	3	1.134	3
Ασθενής n3	1.055	4	1.0141	4	1.0604	4
Ασθενής n4	1.0003	3	0.8366	5	0.8797	5
Ασθενής n5	0.5398	1	1.3273	2	1.3940	2
Ασθενής n6	0.736	2	1.6131	1	1.4752	1

Σύμφωνα με τον προηγούμενο πίνακα, δεν παρατηρείται καμία αλλαγή σχετικά με την κατάταξη της κάθε μεθόδου με προσθήκη γκαουσιανού θορύβου 0.15. Επιπλέον, οι ποσοστιαίες μεταβολές σύμφωνα με τον πίνακα 4.46, είναι ως επί των πλείστον μικρότερες της τάξης του 10% που πιθανόν να συντελεί την διατήρηση της αρχικής κατάταξης.

**Πίνακας 4.25 αποτελεσμάτων gauss με  $\sigma_2 = 0.3$**

	Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων		Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών		Μέθοδος γεωμετρικού μέσου	
	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη
Ασθενής n1	1.415	6	0.5827	6	0.5192	6
Ασθενής n2	1.2031	5	1.0525	3	1.0444	3
Ασθενής n3	1.0455	4	1.0135	4	1.0348	4
Ασθενής n4	1.0158	3	0.851	5	0.8736	5
Ασθενής n5	0.4874	1	1.3164	2	1.3400	2
Ασθενής n6	0.7619	2	1.7048	1	1.9806	1

Σύμφωνα με τον προηγούμενο πίνακα, δεν παρατηρείται καμία αλλαγή σχετικά με την κατάταξη της κάθε μεθόδου με προσθήκη γκαουσιανού θορύβου 0.3. Επιπλέον, οι ποσοστιαίες μεταβολές σύμφωνα με τον πίνακα 4.46, είναι ως επί των πλείστον μικρότερες της τάξης του 10% με σημαντικές εξαιρέσεις τον ασθενή n6 σε όλες τις τεχνικές και τον ασθενή n1 και n5 στην τεχνική ιδιοδιανυσμάτων.

**Πίνακας 4.26 ποσοστιαίων μεταβολών για Gaussian  $\sigma_2 = 0.3$  και  $\sigma_1 = 0.15$**

	Ποσοστιαία μεταβολή για Gaussian $\sigma_1 = 0.15$		
	Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων	Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών	Μέθοδος γεωμετρικού μέσου
Ασθενής n1	-9.90	2.14	-12.57
Ασθενής n2	-0.45	-1.37	3.69
Ασθενής n3	-3.83	-0.12	3.98
Ασθενής n4	5.51	5.03	12.31
Ασθενής n5	-7.66	-1.85	0.49
Ασθενής n6	6.39	8.84	0.64

**Πίνακας 4.27 ποσοστιαίων μεταβολών για Gaussian με  $\sigma_1 = 0.15$**

	Ποσοστιαία μεταβολή για Gaussian $\sigma_1 = 0.15$		
	Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων	Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών	Μέθοδος γεωμετρικού μέσου
Ασθενής n1	-13.34	2.03	-8.24
Ασθενής n2	-0.80	-2.00	-4.50
Ασθενής n3	-4.69	-0.18	1.47
Ασθενής n4	7.14	6.84	11.53
Ασθενής n5	-16.63	-2.65	-3.40
Ασθενής n6	10.13	15.03	35.12

**Πίνακας 4.28 αποτελεσμάτων ομοιόμορφου θορύβου**

	Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων		Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών		Μέθοδος γεωμετρικού μέσου	
	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη	Τιμή U	Κατάταξη
Ασθενής n1	1.5383	6	0.5840	6	0.5489	6
Ασθενής n2	1.2120	5	1.0685	3	1.1051	3
Ασθενής n3	1.0704	4	1.0147	4	1.0233	4
Ασθενής n4	0.9809	3	0.8192	5	0.8309	5
Ασθενής n5	0.5734	1	1.3389	2	1.3675	2
Ασθενής n6	0.7070	2	1.5431	1	1.5497	1

Στην προσθήκη ομοιόμορφου θορύβου, παρατηρείται ξανά η σταθερότητα της κατάταξης καθώς δεν μεταβάλλεται. Στον πίνακα των ποσοστιαίων μεταβολών για τον προαναφερόμενο θόρυβο, η ποσοστιαία μεταβολή των τιμών δεν ξεπερνά το 6.5% και ίσως λόγω αυτού να μην αλλοιώνεται η κατάταξη.

**Πίνακας 4.29 ποσοστιαίων μεταβολών για ομοιόμορφου θορύβου**

	Μέθοδος ιδιοδιανυσμάτων	Μέθοδος κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών	Μέθοδος γεωμετρικού μέσου
Ασθενής n1	-5.79	2.26	-2.99
Ασθενής n2	-0.07	-0.51	1.05
Ασθενής n3	-2.42	-0.06	0.34
Ασθενής n4	3.46	2.85	6.08
Ασθενής n5	-1.92	-0.99	-1.42
Ασθενής n6	2.20	4.12	5.72

Ανάμεσα στις μεθόδους ιδιοδιανυσμάτων, κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών και γεωμετρικού μέσου, τα ποιοτικότερα αποτελέσματα προκύπτουν από την μέθοδο ιδιοδιανυσμάτων όπου ασθενείς με πιο ήπια παθολογία κατατάσσονται χαμηλά ακόμα και με προσθήκη γκαουσιανού ή ομοιόμορφου θορύβου. Καλό είναι να σημειωθεί ότι η κατάταξη όλων των ασθενών παραμένει απαράλλακτη από την προσθήκη του θορύβου, ιδιότητα που προσδίδει στην σταθερότητα της μεθόδου ιδιοδιανυσμάτων στον αλγόριθμο του FAHP.

## 4.5 ELECTRE

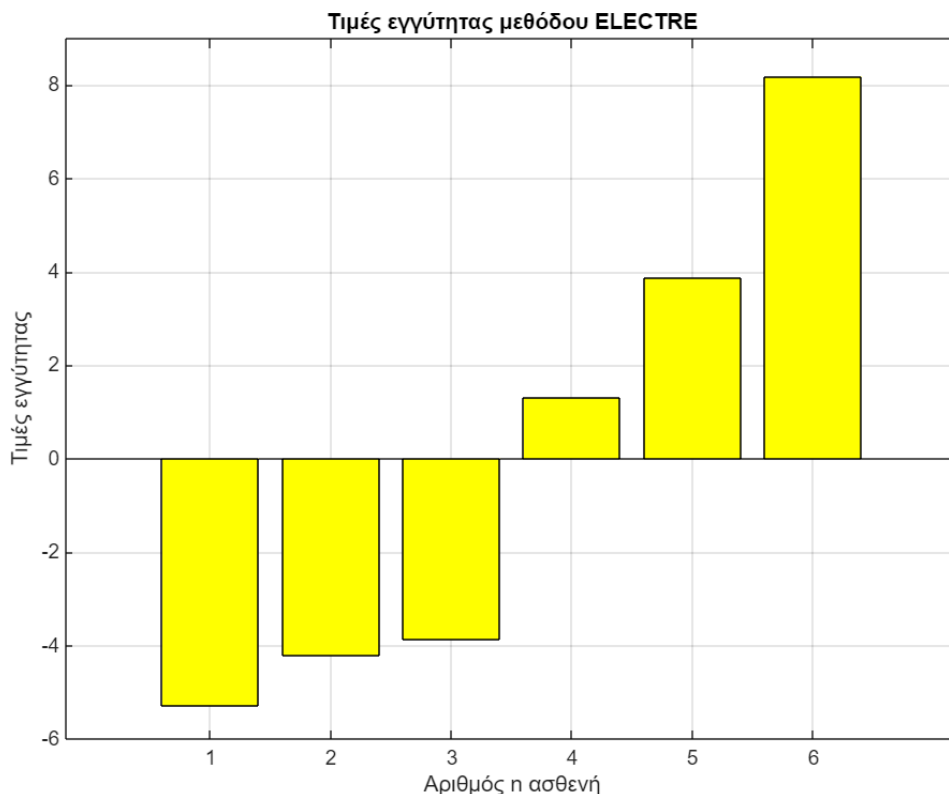
**Πίνακας 4.30 αποτελεσμάτων μεθόδου ELECTRE**

	μ: Ca + Da	ν: Ca + Da	Εγγύτητα	Κατάταξη
Ασθενής n1	-3.03078081	2.26230000	-5.29308081	6
Ασθενής n2	-2.57969729	1.62804099	-4.20773827	5
Ασθενής n3	-2.32335249	1.54232994	-3.86568244	4
Ασθενής n4	2.87083403	1.56845814	1.30237590	3
Ασθενής n5	0.03105899	-3.84691157	3.87797056	2
Ασθενής n6	5.03193756	-3.15421750	8.18615506	1

Τα αποτελέσματα του αλγόριθμου ELECTRE ταυτίζονται με τα πρότυπα αποτελέσματα από το άρθρο του Naeem και είναι πολύ κοντά με την επανάληψη της μεθόδου του Naeem που διεξήχθη.

Παρατηρείται πως η διαφορά εγγύτητας μεταξύ πρώτης και δεύτερης θέσης (ασθενείς n6 και n5) είναι αρκετά μεγάλη ( $8.18615506 - 3.87797056 = 4.3081845$ ) και η αντίστοιχη διαφορά μεταξύ τέταρτης και πέμπτης θέσης (ασθενείς n3 και n2) είναι αρκετά μικρή ( $-3.86568244 - (-4.20773827) = 0.34205583$ ). Σε σύγκριση με την αρχική κατάταξη η παραπάνω πρόταση σημαίνει πως οι δύο πρώτες θέσεις διατηρούν σταθερά αυτήν την σειρά, ενώ η τέταρτη και πέμπτη θέση είναι πιο εύκολο να αλλάξουν θέσεις μεταξύ τους.





Εικόνα 4.7: Τιμές εγγύτητας μεθόδου ELECTRE.

Πίνακας 4.31 αποτελεσμάτων μεθόδου ELECTRE με θόρυβο

	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$		Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		Ομοιόμορφος θόρυβος	
	Εγγύτητα	Κατάταξη	Εγγύτητα	Κατάταξη	Εγγύτητα	Κατάταξη
Ασθενής n1	-5.73191717	6	-4.40048359	6	-4.40048359	6
Ασθενής n2	0.13254229	3	0.85578237	3	0.85578237	3
Ασθενής n3	-1.65313293	5	-2.54566928	5	-2.54566928	5
Ασθενής n4	-0.93503165	4	-0.21918603	4	-0.21918603	4
Ασθενής n5	5.37922938	1	2.84783745	2	2.84783745	2
Ασθενής n6	2.80831009	2	3.46171909	1	3.46171909	1

Με προσθήκη γκαουσιανού θορύβου με τυπική απόκλιση ίση με 0.15, ο ασθενής n2 μεταπηδά από την πέμπτη θέση στην τρίτη και αναστρέφονται οι δύο πρώτες θέσεις. Επομένως, είναι λογικό που ο ασθενής n2 έχει σημαντική ποσοστιαία απόκλιση και που η διαφορά τιμών εγγύτητας αυξάνεται για τον n2 και μειώνεται για τον n1.

Με προσθήκη γκαουσιανού θορύβου με τυπική απόκλιση ίση με 0.3 ή ομοιόμορφο θόρυβο, παρατηρείται πάλι η μετάπτωση του ασθενούς n2 από την πέμπτη στην τρίτη θέση, ενώ ο ασθενής έχει υψηλή ποσοστιαία απόκλιση.

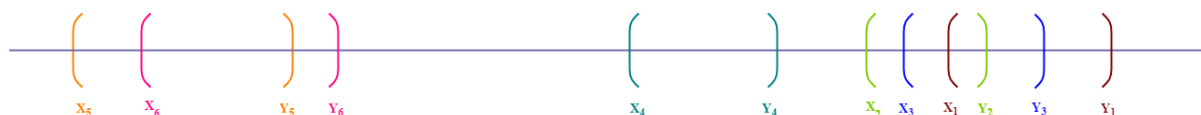
## 4.6 PROMETHEE

**Πίνακας 4.32 αποτελεσμάτων μεθόδου PROMETHEE II & III (νέου τύπου)**

	Αρνητική ροή	Θετική ροή	Καθαρή ροή	Κατάταξη	X	Y
Ασθενής n1	0.22539157	0.17164596	0.39703753	6	0.131664	0.199201
Ασθενής n2	0.06419678	0.21705676	0.28125354	4	0.093268	0.141110
Ασθενής n3	0.10547447	0.22866876	0.33414322	5	0.110807	0.167646
Ασθενής n4	-0.16332081	0.19412958	0.03080877	3	-0.017565	0.043239
Ασθενής n5	-0.09897399	-0.45480209	-0.55377607	1	-0.277840	-0.183640
Ασθενής n6	-0.13276802	-0.35669897	-0.48946699	2	-0.245575	-0.162315

Αρχικά, η κατάταξη της συνολικής καθαρής ροής οδηγεί σε κατάταξη που ταυτίζεται με αυτή του αρχικού πειράματος του Naem με εναλλαγή των θέσεων μεταξύ ασθενών n5 και n6.

Οι εικόνες 4.8 έως 4.14 αποτελούν μονοδιάστατες αναπαραστάσεις των εναλλακτικών λύσεων με την μέθοδο Promethee III για την καλύτερη οπτικοποίηση των λύσεων και σύγκριση των διαφορετικών τύπων. Οι τιμές [X, Y] που απεικονίζονται στον άξονα είναι τα διαστήματα της εκάστοτε λύσης.



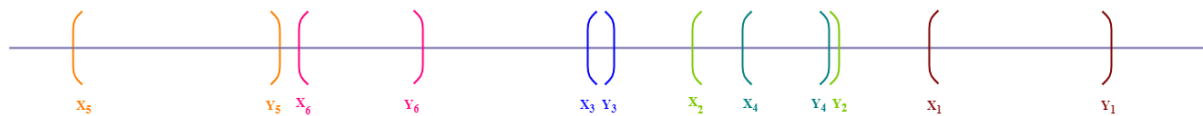
*Εικόνα 4.8 Κατάταξη ασθενών με βάση το Promethee III (νέος τύπος)*

Σύμφωνα με την μέθοδο Promethee III, η κατάταξη είναι ίδια με την Promethee II, ενώ γίνεται εμφανές πως υπάρχει ασάφεια μεταξύ ασθενών n5-n6, n2-n3 και n1-n3, όπως φαίνεται στην εικόνα 4.8. Επομένως, αυτοί οι ασθενείς και οι αντίστοιχες κατατάξεις τους (ονομαστικά 1<sub>η</sub>-2<sub>η</sub>, 4<sub>η</sub>-5<sub>η</sub> και 5<sub>η</sub>-6<sub>η</sub> θέση) λειτουργούν ως συμβιβαστικές θέσεις. Είναι εμφανής η ασάφεια στους ασθενείς n1-n3 αλλά επειδή θεωρούνται ήπια περιστατικά, περισσότερη βαρύτητα δίνεται στους ασθενείς με υψηλή κατάταξη.

**Πίνακας 4.33 αποτελεσμάτων μεθόδου PROMETHEE II με θόρυβο**

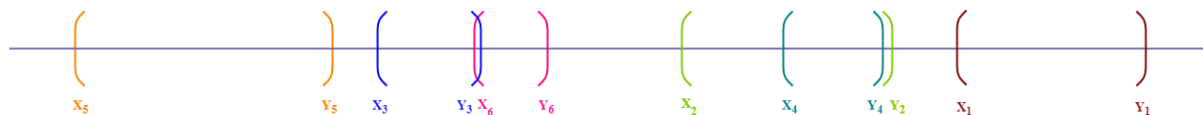
	Gaussian $\sigma_1 = 0.15$		Gaussian $\sigma_2 = 0.3$		Ομοιόμορφος θόρυβος	
	Καθαρή ροή	Κατάταξη	Καθαρή ροή	Κατάταξη	Καθαρή ροή	Κατάταξη
Ασθενής n1	0.45928069	6	0.38750444	6	0.31092710	6
Ασθενής n2	0.16863801	4	0.14056562	4	0.01272919	3
Ασθενής n3	-0.02018558	3	-0.19287008	2	0.18587422	5
Ασθενής n4	0.19097982	5	0.18399436	5	0.12967180	4
Ασθενής n5	-0.50471681	1	-0.40283419	1	-0.27056274	2
Ασθενής n6	-0.29399613	2	-0.11636015	3	-0.36863958	1

Με προσθήκη γκαουσιανού θορύβου με τυπική απόκλιση ίση με  $\sigma_1$ , εναλλάσσονται οι θέσεις μεταξύ ασθενών n3 και n4. Στο διάγραμμα Promethee III για τον συγκεκριμένο γκαουσιανό θόρυβο, ο ασθενής n4 μετατρέπεται από ξεχωριστή λύση σε συμβιβαστική και αντίθετα οι ασθενείς n5, n6, n3 και n1.

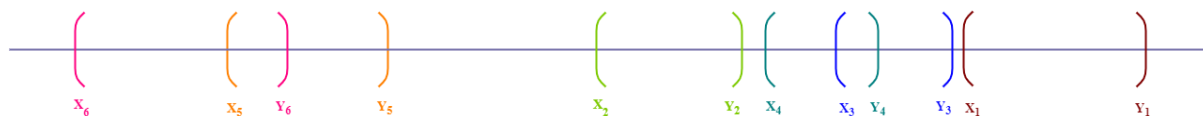


Εικόνα 4.9 Κατάταξη ασθενών με βάση το Promethee III (νέος τύπος) με γκαουσιανό θόρυβο  $\sigma_1$ .

Με προσθήκη γκαουσιανού θορύβου με τυπική απόκλιση ίση με  $\sigma_2$  ή ομοιόμορφου θορύβου, ο διαχωρισμός των πιο σοβαρών περιστατικών από τα πιο αντιμετωπίσιμα γίνεται δύσκολος. Όπως φαίνεται και στα αντίστοιχα διαγράμματα εύρους  $[X, Y]$  (Εικόνα 4.10 και 4.11) των ασθενών, παρουσιάζεται ασάφεια στο ζεύγος n2-n4 και μια μικρότερης έκτασης ασάφεια στο n3-n6 στον γκαουσιανό θόρυβο με  $\sigma_2$ . Αντίστοιχα, ασάφεια παρουσιάζεται στα ζεύγη n5-n6 και n3-n4 στον ομοιόμορφο θόρυβο.



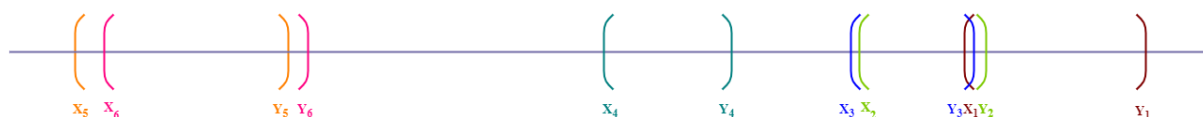
Εικόνα 4.10 Κατάταξη ασθενών με βάση το Promethee III (νέος τύπος) με γκαουσιανό θόρυβο  $\sigma_2$ .



Εικόνα 4.11 Κατάταξη ασθενών με βάση το Promethee III (νέος τύπος) με ομοιόμορφο θόρυβο.

Πίνακας 4.34 αποτελεσμάτων μεθόδου PROMETHEE II & II, Τύπος I

	Αρνητική ροή	Θετική ροή	Καθαρή ροή	Κατάταξη	X	Y
Ασθενής n1	0.33266	0.43802	0.77068	6	0.255569	0.386664
Ασθενής n2	0.28270	0.23102	0.51372	5	0.170357	0.257743
Ασθενής n3	0.14698	0.34762	0.49460	4	0.164017	0.248150
Ασθενής n4	-0.24882	0.26794	0.01912	3	-0.035985	0.051918
Ασθενής n5	-0.07682	-0.84590	-0.92272	1	-0.462946	-0.305988
Ασθενής n6	-0.43670	-0.43870	-0.87540	2	-0.439204	-0.290296



Εικόνα 4.12 Κατάταξη ασθενών με βάση το Promethee III (τύπος I).

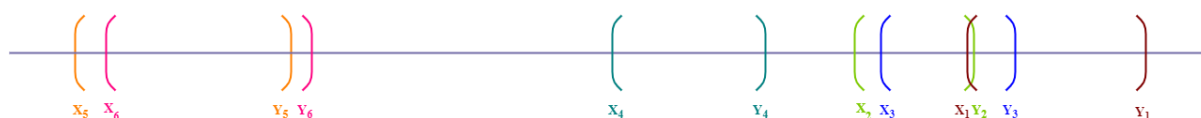
Σύμφωνα με την εικόνα 4.12 που αναφέρεται στο Promethee III, παρουσιάζεται ξανά η ασάφεια μεταξύ ασθενών n2-n3, ενώ οι ασθενείς n5-n6 φαίνεται να παρουσιάζουν αυξημένο βαθμό

επικάλυψης και κατά συνέπεια αυξημένη ασάφεια. Επομένως, το Promethee III επισημάνει πως οι ασθενείς των ζευγών αυτών παρότι έχουν διαφορετική κατάταξη στο Promethee II, σε μια καλύτερη προσέγγιση της πραγματικότητας γίνεται εμφανές πως ως λύσεις είναι πλησιέστερα στο ζευγάρι τους και καλό είναι να θεωρηθούν συμβιβαστικές λύσεις.

**Πίνακας 4.35 αποτελεσμάτων μεθόδου PROMETHEE II & III, Τύπος III**

	Αρνητική ροή	Θετική ροή	Καθαρή ροή	Κατάταξη	X	Y
Ασθενής n1	0.45229694	0.38752972	0.83982666	6	0.278499	0.421356
Ασθενής n2	0.12839357	0.40482671	0.53322028	4	0.176824	0.267526
Ασθενής n3	0.21096810	0.39499569	0.60596379	5	0.200947	0.304023
Ασθενής n4	-0.32931304	0.37758456	0.04827152	3	-0.040010	0.080236
Ασθενής n5	-0.18978392	-0.85151718	-1.04130111	1	-0.522440	-0.345311
Ασθενής n6	-0.27256165	-0.71341950	-0.98598115	2	-0.494685	-0.326966

Στο Promethee τύπου III, η κατάταξη ταυτίζεται με αυτή του αρχικού πειράματος του Naem με μόνη εξαίρεση την εναλλαγή των θέσεων μεταξύ ασθενών n5 και n6.



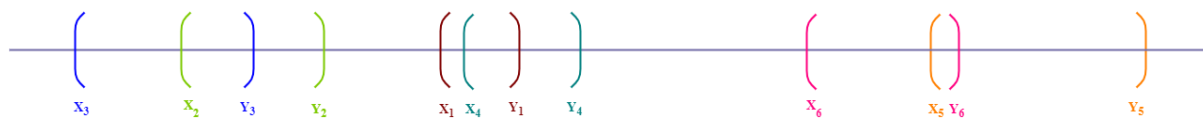
*Εικόνα 4.13 Κατάταξη ασθενών με βάση το Promethee III (τύπος III).*

Σύμφωνα με την μέθοδο Promethee III, τα ζεύγη ασθενών n5-n6 και n2-n3 φαίνεται να αλληλεπικαλύπτονται με την μεγαλύτερη επικάλυψη να την έχει το πρώτο ζεύγος. Παρουσιάζεται και σε αυτόν τον τύπο μερική επικάλυψη των n1-n3 και μια αρκετά μικρή στους ασθενείς n1-n2.

**Πίνακας 4.36 αποτελεσμάτων μεθόδου PROMETHEE II & III, type VI**

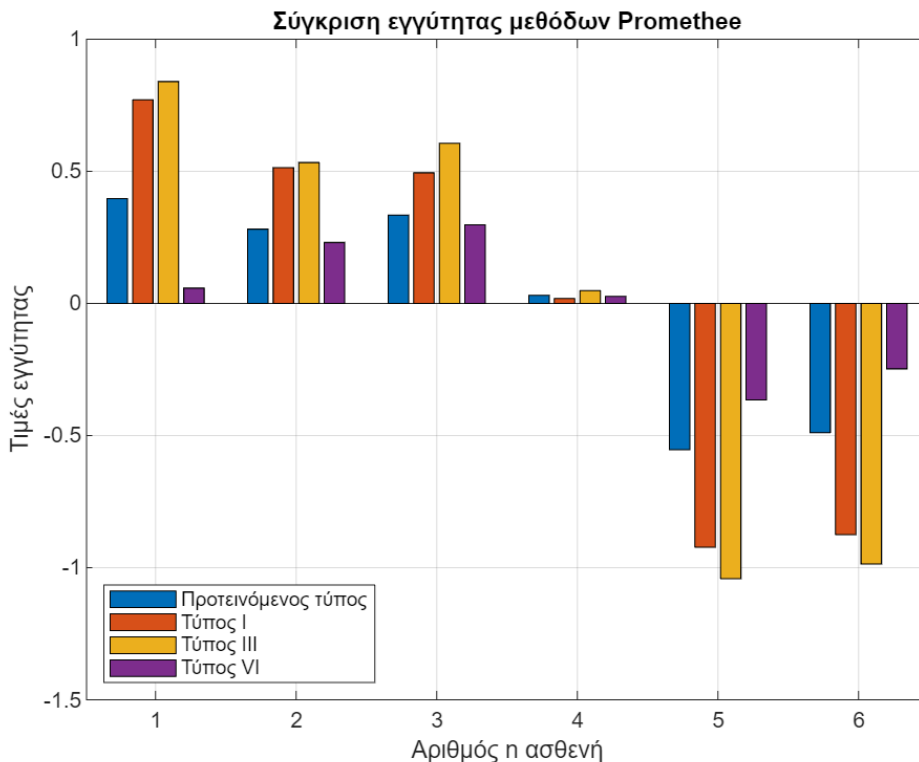
	Αρνητική ροή	Θετική ροή	Καθαρή ροή	Κατάταξη	X	Y
Ασθενής n1	-0.08451507	0.02645824	-0.05805683	4	-0.033629	-0.014752
Ασθενής n2	-0.02705376	-0.20360626	-0.23066002	5	-0.115726	-0.076490
Ασθενής n3	-0.04385498	-0.25346026	-0.29731525	6	-0.149169	-0.098594
Ασθενής n4	0.07842210	-0.10490224	-0.02648015	3	-0.026625	0.004559
Ασθενής n5	0.03653889	0.32842660	0.36496549	1	0.121028	0.183110
Ασθενής n6	0.04046282	0.20708393	0.24754675	2	0.082090	0.124199

Με βάση την αρχική κατάταξη, ο τύπος VI ενδέχεται να έχει την ικανότητα να ξεχωρίσει τις σοβαρές περιπτώσεις από εκείνες πιο ήπιου τύπου. Υπάρχει όμως αρκετή ασάφεια και στις δύο πλευρές όσον αφορά την ορθή τους κατηγοριοποίηση και διαχωρισμό.



Εικόνα 4.14 Κατάταξη ασθενών με βάση το Promethee III (τύπος VI).

Ακολουθώντας το διάγραμμα της Promethee III, επικάλυψη φαίνεται να έχουν τα ζεύγη των ασθενών n2-n3 και n1-n4, ενώ μια μικρή επικάλυψη έχει και το ζεύγος n5-n6.



Εικόνα 4.15: Σύγκριση εγγύτητας τύπων Promethee.

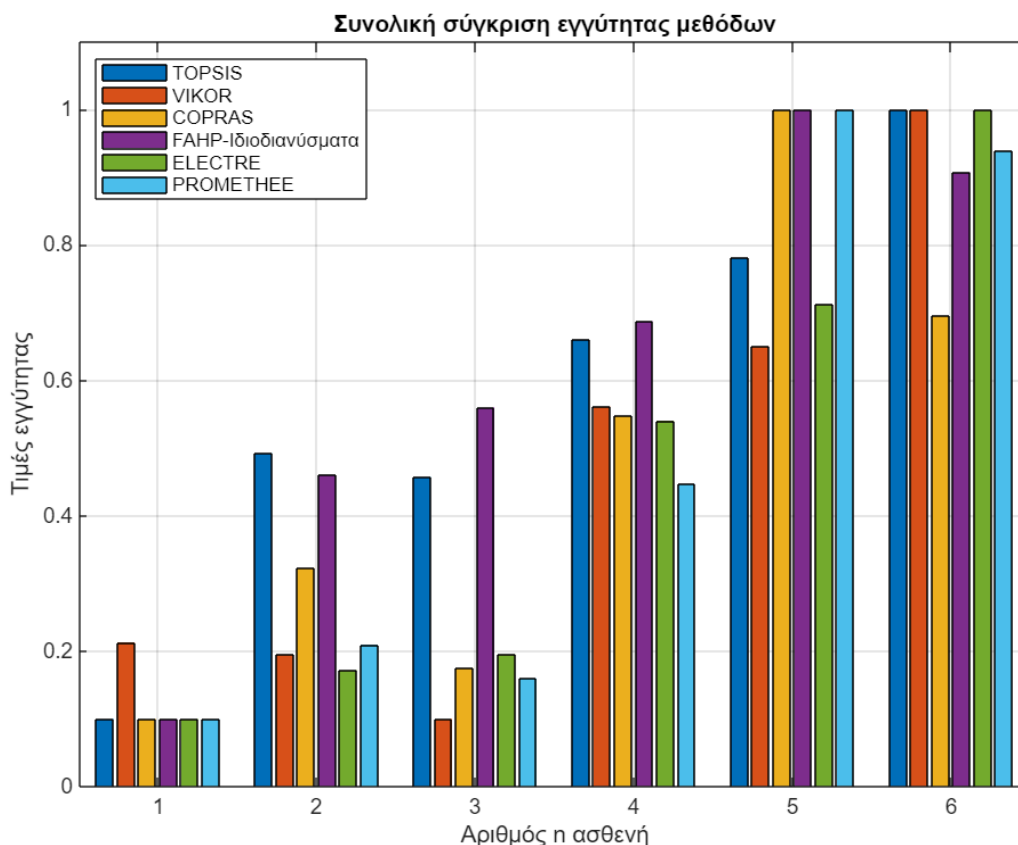
Απορρέει ότι την βέλτιστη απόδοση την έχουν ο νέος τύπος και ο τύπος I που παρότι έχει πιο απλή μαθηματική λογική, παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Ο τύπος VI πιθανότατα δεν βρίσκει εφαρμογή για τα δεδομένα της εργασίας, επομένως η εκθετική σχέση του τύπου αυτού δεν μπορεί να περιγράψει αποτελεσματικά τις σχέσεις που συνδέουν τα συμπτώματα μεταξύ τους και ως προς την κύρια νόσο.

## 5. Συζήτηση και συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία διερεύνησε την χρήση έξι διαφορετικών πολυκριτηριακών μεθόδων ομαδικής λήψης αποφάσεων (MAGDM), οι οποίες ονομαστικά είναι η TOPSIS, η VIKOR, η COPRAS, η FAHP, η ELECTRE και η PROMETHEE, με στόχο την κατάταξη ασθενών ανάλογα με την σοβαρότητα των συμπτωμάτων που εμφανίζουν. Ως σκοπός της εργασίας ήταν ο προσδιορισμός των πιο κατάλληλων ασαφών τεχνικών MAGDM που συνδράμουν στην ποιοτικότερη παροχή φροντίδας στους ασθενείς.

Η ανάλυση έδειξε ότι και οι έξι μέθοδοι MAGDM είναι ικανοί να διαχωρίσουν με συνέπεια τα ήπια από τα σοβαρά περιστατικά καθώς οι τρεις πιο ήπιες περιπτώσεις σημείωσαν συστηματικά χαμηλές τιμές σε κάθε μέθοδο με την εξαίρεση την μέθοδο κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών και την μέθοδο γεωμετρικού μέσου στην FAHP, όπως φαίνεται και στην εικόνα 5.1. Ωστόσο, η πρώτη θέση της κατάταξης εμφάνισε μεταβλητικότητα ανάμεσα στους ασθενείς n5-n6, ενώ παρόμοια χαρακτηριστικά είχε και το ζεύγος n2-n3. Αυτές οι διαφοροποιήσεις είτε καταδεικνύουν την ομοιότητα των περιστατικών είτε είναι ένας δείκτης της διαφορετικής προσέγγισης της κάθε μεθόδου.



Εικόνα 5.1: Σύγκριση εγγύτητας μεθόδων TOPSIS, VIKOR, COPRAS, FAHP, ELECTRE και PROMETHEE.

Τα αποτελέσματα της μεθόδου TOPSIS με χρήση της ευκλείδειας απόστασης παρουσίασαν σημαντικό βαθμό ταύτισης με την κατάταξη κατά Naeem. Ομοίως ήταν για τον δεύτερο τρόπο TOPSIS με με χρήση μέτρων απόκλισης τάξης  $\alpha$  και τον τρίτο που αξιοποίησε την συνάρτηση αντιστρόφων τετραγώνων ISF, όπου σημειώθηκε ιδιαίτερη σταθερότητα στις κατατάξεις με χαμηλές μεταβολές στην προσθήκη θορύβου.

Η μέθοδος VIKOR εμφανίζει μεγαλύτερες μεταβολές με την προσθήκη θορύβου, ειδικά στην εισαγωγή ομοιόμορφου θορύβου. Η μέθοδος COPRAS φαίνεται να είναι πιο ευαίσθητη στον

γκαιουσιανό θόρυβο μεγαλύτερης τυπικής απόκλισης ενώ οι κατατάξεις που προκύπτουν είναι ικανοποιητικές. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι χειρίζεται αποτελεσματικά τους δείκτες μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης για την διαμόρφωση της τελικής κατάταξης. Από την χρήση των ιδιοδιανυσμάτων, του κανονικοποιημένου αθροίσματος στηλών και του γεωμετρικού μέσου στην FAHP, μόνο τα ιδιοδιανύσματα εξάγουν επαρκή αποτελέσματα και μάλιστα δεν επηρεάζονται από τον θόρυβο με τον οποίον δοκιμάστηκαν. Ωστόσο, η μέθοδος εξαρτάται από τις συγκρίσεις ανά ζεύγη των εναλλακτικών λύσεων που μπορεί να οδηγήσει στην εισαγωγή μεροληψίας (bias), ιδίως όταν υπάρχει σημαντική απόκλιση στη γνώμη των εμπειρογνομόνων.

Η μέθοδος ELECTRE έχει πολύ καλή απόδοση αλλά εμφανίζει ευαισθησία στον θόρυβο και παράλληλα παρουσιάζει μέτριες αποκλίσεις. Η μέθοδος PROMETHEE ίσως να είναι η πιο ποιοτική τεχνική που δοκιμάστηκε στα συγκεκριμένα δεδομένα καθώς όχι μόνο η κατάταξη του Promethee II ταυτίζεται σε υψηλό βαθμό με το αρχικό άρθρο αλλά και η Promethee III οπτικοποιεί την ασάφεια με τρόπο που παρέχει στον χρήστη ευκολία ερμηνεύσης των δεδομένων.

Κατά την σύγκριση των μεθόδων προκύπτει ότι οι μέθοδοι TOPSIS και COPRAS έχουν αξιοσημείωτα απλή δομή και λογική και μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητή σε ένα πιθανό μελλοντικό χρήστη με την προϋπόθεση ότι τα βάρη των κριτηρίων και ο τρόπος βαθμονόμησης των συμπτωμάτων της ηπατίτιδας είναι ρητώς ορισμένοι.

Μεσαίο βαθμό πολυπλοκότητας έχει η FAHP με την χρήση ιδιοδιανυσμάτων αλλά μπορεί κάλλιστα να χρησιμοποιηθεί για την διαλογή των περιστατικών ηπατίτιδας.

Τέλος, οι πιο πολύπλοκοι τρόποι είναι η ELECTRE και η PROMETHEE, οι οποίοι παρέχουν πιο ολοκληρωμένες κατατάξεις ενσωματώνοντας τους συσχετισμούς μεταξύ των συμπτωμάτων. Πιθανόν να μην είναι επιθυμητή η χρήση της ELECTRE σε ένα ολοκληρωμένο σύστημα ανίχνευσης σοβαρότητας της ηπατίτιδας λόγω του ότι έχει αυξημένη μεταβολή όταν τα δεδομένα της έχουν εκτεθεί σε θόρυβο. Από την άλλη, η PROMETHEE διαθέτει αρκετές επιλογές για τις συναρτήσεις προτίμησης που μπορούν να αρμόζουν καλύτερα στο εν λόγω πρόβλημα, προσδίδοντας έτσι αυξημένη ευελιξία.

Η ενσωμάτωση ενός συστήματος MCDA που κατατάσσει τις περιπτώσεις ασθενών με βάση τη σοβαρότητα των συμπτωμάτων τους είναι πολλά υποσχόμενη για τη βελτίωση της διάγνωσης και της διαχείρισης της ηπατίτιδας. Ένα τέτοιο σύστημα υποβοηθούμενης λήψης απόφασης μπορεί να αξιοποιηθεί από το ιατρικό προσωπικό για την πιο λεπτομερή κατανόηση της κατάστασης κάθε ασθενούς, με αποτέλεσμα μια πιο τεκμηριωμένη και έγκαιρη λήψη αποφάσεων.

Ίσως το πιο σημαντικό προτέρημα αυτής της εφαρμογής θα ήταν η ιεράρχηση των ασθενών υψηλού κινδύνου ειδικά σε τμήματα και περιοχές όπου οι πόροι είναι περιορισμένοι ή και απαιτείται ταχεία λήψη αποφάσεων. Με αυτόν τον τρόπο, ενισχύεται ο γρήγορος εντοπισμός των ασθενών που χρειάζονται άμεσο διαγνωστικό έλεγχο και την αντίστοιχη θεραπεία, με αποτέλεσμα την πιο αποδοτική παροχή φροντίδας στους ασθενείς με ηπατίτιδα.

Μια αυτοματοποιημένη εφαρμογή αυτού του τύπου θα μπορούσε να συνδράμει στην επισήμανση ασθενών που ταιριάζουν στο προφίλ της ηπατίτιδας, ενώ χρησιμότητα σε αυτήν την εφαρμογή θα έβρισκαν και οι γιατροί που βρίσκονται σε απομακρυσμένες περιοχές ή περιοχές που εμφανίζουν έξαρση σε κρούσματα ηπατίτιδας.

Δευτερευόντως, έχει την ικανότητα να συμβάλλει στην υποστήριξη λιγότερων έμπειρων ιατρών, μειώνοντας έτσι την πιθανότητα καθυστερημένης θεραπείας ή λανθασμένης διάγνωσης.

Συμπερασματικά, το προτεινόμενο αυτοματοποιημένο σύστημα υποβοηθούμενης λήψης αποφάσεων είναι απαραίτητο εφόσον η αντιμετώπιση της ηπατίτιδας συνεχίζει να αποτελεί μια παγκόσμια πρόκληση για την υγεία με ασθενείς που υπολογίζονται στις εκατοντάδες εκατομμυρίων.

Ενώ η παρούσα μελέτη παρέχει θεμελιώδεις γνώσεις σχετικά με την εφαρμογή πολλαπλών μεθόδων MAGDM για την κατηγοριοποίηση ασθενών ηπατίτιδας ανάλογα με την σοβαρότητα των συμπτωμάτων τους, είναι σημαντικό να επισημανθούν ορισμένοι περιορισμοί που μπορεί να επηρεάσουν την αξιοπιστία των συμπερασμάτων που εξήχθησαν και την δυνατότητα εφαρμογής των συμπερασμάτων. Αρχικά, τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν ήταν σαφώς περιορισμένης έκτασης, δεν καταγράφουν το πλήρες φάσμα των συμπτωμάτων της ηπατίτιδας και δεν περιλαμβάνουν επαρκώς την ποικιλία των δημογραφικών στοιχείων που καταλαμβάνουν οι ασθενείς ηπατίτιδας. Επίσης, εισάγεται μεροληψία στο σύστημα μέσω της χρήσης βαρών που έχουν δημιουργηθεί από μια ομάδα εμπειρογνομόνων, τα οποία ενδέχεται να επηρεάσουν την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων.

Κατά συνέπεια, είναι εμφανές ότι όλες οι ασαφείς τεχνικές που παρουσιάστηκαν έχουν την ικανότητα να συνδράμουν στην ιατρική διάγνωση. Υπάρχουν όμως ορισμένα σημεία της εργασίας που μπορούν να βελτιωθούν. Αρχικά, η ενσωμάτωση ενός ευρύτερου συνόλου δεδομένων με υψηλότερα επίπεδα ποικιλομορφίας ασθενών καθίσταται μονόδρομος για μια ολιστική προσέγγιση καθώς θα περιέχει ένα μεγαλύτερο φάσμα ασθενών, το οποίο θα περιγράφει την πραγματικότητα με περισσότερη σαφήνεια. Ένα άλλο πεδίο της εργασίας που μπορεί να βελτιστοποιηθεί είναι η εξάλειψη του ανθρώπινου παράγοντα μέσω ανάπτυξης αυτοματοποιημένων τεχνικών υπολογισμού βαρών. Μια τέτοια διαδικασία στηρίζεται όμως στην εκπαίδευση του αλγορίθμου με πλήθος δεδομένων για την ανάλυση και τον εντοπισμό συσχετίσεων παθολογίας και συμπτωμάτων, παρέχοντας πιο τεκμηριωμένα αποτελέσματα με μειωμένη υποκειμενικότητα.

Μια ακόμα ιδέα για μια μελλοντική έρευνα είναι η ανερχόμενη χρήση υβριδικών μεθόδων MAGDM που προσδοκεί στην χρήση μίξης μεθόδων MAGDM που συνδυάζει τα καλύτερα χαρακτηριστικά από τις χρησιμοποιούμενες τεχνικές και αντιμετωπίζει επαρκώς τα μειονέκτημά τους<sup>[63][64]</sup>.

Τέλος, δεν πρέπει να παραληφθεί η κατασκευή μιας φιλικής προς τον χρήστη διεπαφής (interface) για την εφαρμογή που δύναται να χρησιμοποιηθεί στην κλινική πράξη. Πρωτίστως πρέπει να είναι απλή και ευπροσάρμοστη στις ανάγκες του χειριστή.

Παρότι το σημείο εστίασης της παρούσας εργασίας σχετίζεται με την ηπατίτιδα, η μεθοδολογία και ορισμένα συμπεράσματα έχουν ευρύτερο αντίκτυπο στον ιατρικό τομέα. Η χρήση των μεθόδων MDCA που αναλύθηκαν στην ιεράρχηση της σοβαρότητας της ηπατίτιδας μπορεί να εφαρμοστεί στην ιεράρχηση σοβαρότητας άλλων παθολογιών. Επομένως, μια μελλοντική έρευνα μπορεί με βάση αυτή την εργασία να εφαρμόσει αυτές τις προσεγγίσεις σε διαφορετικές ασθένειες αποδεικνύοντας έτσι την αποτελεσματικότητά τους.

Συνολικά, η παρούσα εργασία έδειξε ότι οι προσεγγίσεις MAGDM έχουν την δυνατότητα να αποτελέσουν πολύτιμα εργαλεία στη ιεράρχηση περιστατικών της ηπατίτιδας και γενικότερα στην λήψη ιατρικών αποφάσεων. Ένα σύστημα που ενσωματώνει αυτές τις μεθοδολογίες συνδράμουν στις πιο τεκμηριωμένες κλινικές αποφάσεις, γεγονός που βελτιώνει την αποδοτική φροντίδα των ασθενών. Καθώς η τεχνολογία στον τομέα της υγείας εξελίσσεται, η εφαρμογή αυτών των συστημάτων υποστήριξης αποφάσεων στην κλινική πράξη θα είναι ζωτικής σημασίας για τη βελτιστοποίηση των τεχνικών διάγνωσης, όχι μόνο για την ηπατίτιδα αλλά και για ένα πλήθος σύνθετων παθολογικών προβλημάτων.



## Βιβλιογραφία

- [1] Uma and J. Sharline, “Impact of fuzzy logic and its applications in medicine: A review,” *Int. J. Stat. Appl. Math.*, vol. 7, no. 2, pp. 20–27, 2022, doi: 10.22271/math.2022.v7.i2a.789.
- [2] M. Ali, R. T. Ngan, and L. H. Son, “ $\delta$ -equality of intuitionistic fuzzy sets: a new proximity measure and applications in medical diagnosis,” *Springer Sci. Media*, vol. 48, pp. 499–525, Jul. 2017, doi: 10.1007/s10489-017-0986-0.
- [3] WHO Team, “Global hepatitis report 2024: action for access in low- and middle-income countries,” Apr. 2024. [Online]. Available: <https://www.who.int/publications/i/item/9789240091672>
- [4] X. Wang and E. Triantaphyllou, “Ranking Irregularities When Evaluating Alternatives by Using Some MultiCriteria Decision Analysis Methods,” Feb. 2006, doi: 10.1201/9781420038347.ch27.
- [5] W. Sařabun, J. Watróbski, and A. Shekhovtsov, “Are MCDA Methods Benchmarkable? A Comparative Study of TOPSIS, VIKOR, COPRAS, and PROMETHEE II Methods,” *Symmetry*, vol. 12, Sep. 2020, doi: 10.3390/sym12091549.
- [6] J. Papathanasiou and N. Ploskas, *Multiple Criteria Decision Aid: Methods, Examples and Python Implementations*, 1st ed. 2018., vol. 136. in Springer Optimization and Its Applications, vol. 136. Springer International Publishing : Imprint: Springer, 2018. doi: 10.1007/978-3-319-91648-4.
- [7] J.-P. Brans, B. Mareschal, J. Rui Figueira, and S. Greco, “Promethee Methods,” *Mult. Criteria Decis. Anal. State Art Surv.*, vol. 78, pp. 163–186, Jan. 2005, doi: 10.1007/0-387-23081-5\_5.
- [8] B. Roy, “The outranking approach and the foundations of electre methods,” *Theory Decis.*, vol. 31, pp. 49–73, Jul. 1991, doi: 10.1007/BF00134132.
- [9] P. Muthukumar and G. Sai Sundara Krishnan, “A similarity measure of intuitionistic fuzzy soft sets and its application in medical diagnosis,” *Appl. Soft Comput.*, vol. 41, pp. 148–156, Dec. 2015, doi: 10.1016/j.asoc.2015.12.002 1568-4946/.
- [10] L. Sahoo, T. Senapati, and R. R. Yager, Eds., *Real life applications of multiple criteria decision making techniques in fuzzy domain*. in Studies in fuzziness and soft computing, no. volume 420. Singapore: Springer, 2023. doi: 10.1007/978-981-19-4929-6.
- [11] A. Dounis and A. Stefopoulos, “Intelligent Medical Diagnosis Reasoning Using Composite Fuzzy Relation, Aggregation Operators and Similarity Measure of q-Rung Orthopair Fuzzy Sets,” *MDPI*, vol. 13, Nov. 2023, doi: 10.3390/app132312553.
- [12] K. Marsh *et al.*, “Multiple Criteria Decision Analysis for Health Care Decision Making—Emerging Good Practices\_ Report 2 of the ISPOR MCDA Emerging Good Practices Task Force,” *VALUE Health*, vol. 19, pp. 125–137, 2016, doi: 10.1016/j.jval.2015.12.016.
- [13] M. Kiriřci, I. Demir, and Necip , Sims ek, “The novel VIKOR methods for generalized Pythagorean fuzzy soft sets and its application to children of early childhood in COVID-19 quarantine,” *Neural Comput. Appl.*, 2022.
- [14] H. Razzaque, S. Ashraf, W. Kallel, M. Naeem, and M. Sohail, “A strategy for hepatitis diagnosis by using spherical q-linear Diophantine fuzzy Dombi aggregation information and the VIKOR method,” *AIMS Math.*, vol. 8, no. 6, pp. 14362–14398, Apr. 2023, doi: 10.3934/math.2023735.
- [15] K. Naeem, M. Riaz, and F. Karaaslan, “A mathematical approach to medical diagnosis via Pythagorean fuzzy soft TOPSIS, VIKOR and generalized aggregation operators,” *Complex Intell. Syst.*, vol. 7, pp. 2783–2795, Jul. 2021, doi: 10.1007/s40747-021-00458-y.
- [16] “World Health Organisation Fact Sheet on Hepatitis A.” WHO, Jul. 20, 2023. Accessed: Jul. 24, 2024. [Online]. Available: <https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/hepatitis-a>
- [17] “World Health Organisation Fact Sheet on Hepatitis B.” WHO, Apr. 09, 2024. Accessed: Jul. 24, 2024. [Online]. Available: <https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/hepatitis-b>
- [18] “World Health Organisation Fact Sheet on Hepatitis C.” WHO, Apr. 09, 2024. Accessed: Jul. 24, 2024. [Online]. Available: <https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/hepatitis-c>
- [19] P. Spradling, “CDC Yellow Book 2024 — Hepatitis C.” Centers for Disease Control and Prevention, 2024. Accessed: Jul. 24, 2024. [Online]. Available: <https://wwwnc.cdc.gov/travel/yellowbook/2024/infections-diseases/hepatitis-c>
- [20] Health Union Editorial Team, “What Are Direct-Acting Antivirals for HCV Treatment?” Health Union, Aug. 03, 2017. Accessed: Jul. 24, 2024. [Online]. Available: <https://hepatitisc.net/treatment/direct-acting-antivirals>

- [21] “World Health Organisation Fact Sheet on Hepatitis D.” WHO, Jul. 20, 2023. Accessed: Jul. 24, 2024. [Online]. Available: <https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/hepatitis-d>
- [22] W. Xiao, “Global burden and trends of acute viral hepatitis among children and adolescents from 1990 to 2019: a systematic analysis of the Global Burden of Disease Study 2019,” *Hepatol. Int.*, Mar. 2024, doi: 10.1007/s12072-024-10640-2.
- [23] M. J. Ankcorn and R. S. Tedder, “Hepatitis E: the current state of play,” *Transfus. Med.*, vol. 27, no. 2, pp. 84–95, Apr. 2017, doi: 10.1111/tme.12405.
- [24] “World Health Organisation Fact Sheet on Hepatitis E.” WHO, Jul. 20, 2023. Accessed: Jul. 24, 2024. [Online]. Available: <https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/hepatitis-e>
- [25] L. Zheng, X. Zhang, Y. Nian, W. Zhou, D. Li, and Y. Wu, “Multi-disciplinary cooperation for the micro-elimination of hepatitis C in China: a hospital-based experience,” *BMC Gastroenterol.*, 2023, doi: 10.1186/s12876-023-03016-7.
- [26] D. J. Dewhurst, *An introduction to biomedical instrumentation*, 2d ed. Oxford; New York: Pergamon Press, 1976.
- [27] Β. Καμπουράζος and Γ. Παπακόστας, *Εισαγωγή στην Υπολογιστική Νοημοσύνη – Μια ολιστική προσέγγιση*. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις, 2015.
- [28] S. Kaur, “An overview of fuzzy sets,” *J. Emerg. Technol. Innov. Res.*, vol. 5, no. 7, Jul. 2018.
- [29] S.-P. Wan, Z. Jin, and J.-Y. Dong, “A new order relation for Pythagorean fuzzy numbers and application to multi-attribute group decision making,” *Knowl. Inf. Syst.*, vol. 62, pp. 751–785, Jun. 2019, doi: 10.1007/s10115-019-01369-8.
- [30] K. T. Atanassov, “Remarks on the intuitionistic fuzzy sets,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 51, no. 1, pp. 117–118, 1992, doi: 10.1016/0165-0114(95)00004-5.
- [31] L. A. Zadeh, “Fuzzy sets,” *Inf. Control*, vol. 8, no. 3, pp. 338–353, 1965, doi: 10.1016/S0019-9958(65)90241-X.
- [32] M. Krawczak and G. Szkatuła, “On matching of intuitionistic fuzzy sets,” *Inf. Sci.*, vol. 517, pp. 254–274, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.ins.2019.11.050.
- [33] K. Atanassov, “Intuitionistic Fuzzy Sets Fuzzy Sets,” *N.-Holl.*, no. Fuzzy sets and systems 20, 1986.
- [34] T. Senapati and R. R. Yager, “Fermatean fuzzy sets,” *Springer-Verl. GmbH Ger. Part Springer Nat.*, vol. 11, pp. 663–674, Jul. 2019, doi: 10.1007/s12652-019-01377-0.
- [35] A. Dounis, *Βασικές Αρχές Υπολογιστικής Νοημοσύνης*. Κάλλιπος, Ανοικτές Ακαδημαϊκές Εκδόσεις, 2024. doi: 10.57713/kallipos-988.
- [36] A. Mishra and A. Kumar, *Aggregation Operators for Various Extensions of Fuzzy Set and Its Applications in Transportation Problems*, vol. 399. in *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, vol. 399. Singapore: Springer Singapore, 2021. doi: 10.1007/978-981-15-6998-2 ISSN:1434-9922 & 1860-0808 (electronic).
- [37] H. Garg, Ed., *Pythagorean fuzzy sets: theory and applications*. Singapore: Springer Nature, 2021. doi: 10.1007/978-981-16-1989-2.
- [38] Q. Zhang, G. Chen, and Q. Yan, “A new calculation method for membership degree and non-membership degree of PFS,” *Aeronaut. Eng. Coll. Air Force Eng. Univ.*, Jul. 2020.
- [39] R. R. Yager, “Pythagorean fuzzy subsets,” *IEEE*, 2013.
- [40] M. Kirişci, “Fermatean Hesitant Fuzzy Sets for Multiple Criteria Decision- Making with Applications,” *Fuzzy Inf. Eng.*, vol. 15, no. 2, 2023, doi: 10.26599/FIE.2023.9270011.
- [41] H. Garg, Ed., *q-Rung Orthopair Fuzzy Sets: Theory and Applications*. Singapore: Springer Nature Singapore, 2022. doi: 10.1007/978-981-19-1449-2.
- [42] D. Zhang and G. Wang, “Q-rung orthopair fuzzy decision-making method of multi-source information based on the compression mapping and inverse score function,” *Expert Syst. Appl.*, vol. 242, p. 122574, Nov. 2024, doi: 10.1016/j.eswa.2023.122574.
- [43] R. R. Yager, “Generalized Orthopair Fuzzy Sets,” *IEEE Trans. FUZZY Syst.*, vol. 25, no. 5, pp. 1222–1230, Oct. 2017, doi: 10.1109/TFUZZ.2016.2604005.
- [44] D. Wang, Y. Yuan, Z. Liu, S. Zhu, and Z. Sun, “Novel Distance Measures of q-Rung Orthopair Fuzzy Sets and Their Applications,” *Symmetry - MDPI*, vol. 16, May 2024, doi: 10.3390/sym16050574.
- [45] M. Riaz, H. M. A. Farid, H. Kalsoom, and Y.-M. Chu, “A Robust q-Rung Orthopair Fuzzy Einstein Prioritized Aggregation Operators with Application towards MCGDM,” *Symmetry*, vol.

- 12, Jun. 2020, doi: 10.3390/sym12061058.
- [46] R. Greene, R. Devillers, J. E. Luther, and B. G. Eddy, “GIS-Based Multiple-Criteria Decision Analysis,” *Geogr. Compass*, vol. 5/6, pp. 412–432, 2011, doi: 10.1111/j.1749-8198.2011.00431.x.
- [47] E. Triantaphyllou and S. H. Mann, “Introduction to Multi-Criteria Decision Making,” in *Multi-criteria Decision Making Methods: A Comparative Study*, vol. 44, in Applied Optimization, vol. 44, Boston, MA: Springer US, 2000, pp. 1–4. doi: 10.1007/978-1-4757-3157-6\_1.
- [48] M. Behzadian, “A state-of-the-art survey of TOPSIS applications,” *Expert Syst. Appl.*, 2012.
- [49] A. Alinezhad and J. Khalili, *New methods and applications in multiple attribute decision making (MADM)*, vol. 277. in International series in operations research & management science, vol. 277. Cham, Switzerland: Springer, 2019. doi: 10.1007/978-3-030-15009-9, ISSN: 0884-8289 & 2214-7934 (electronic).
- [50] I. M. Sharaf, “A new approach for spherical fuzzy TOPSIS and spherical fuzzy VIKOR applied to the evaluation of hydrogen storage systems,” *Soft Comput.*, vol. 27, pp. 4403–4423, Feb. 2023, doi: 10.1007/s00500-022-07749-7.
- [51] J. J. Thakkar, *Multi-Criteria Decision Making*, vol. 336. in Studies in Systems, Decision and Control, vol. 336. Singapore: Springer Singapore, 2021. doi: 10.1007/978-981-33-4745-8.
- [52] E. K. Zavadskas, A. Zakarevicius, and J. Antucheviciene, “Evaluation of Ranking Accuracy in Multi-Criteria Decisions,” *INFORMATICA*, vol. 17, no. 4, pp. 601–618, Mar. 2006.
- [53] S. Nădăban, S. Dzitac, and I. Dzitac, “Fuzzy TOPSIS: A General View,” *Procedia Comput. Sci.*, vol. 91, pp. 823–831, 2016, doi: 10.1016/j.procs.2016.07.088.
- [54] F. Aydin and B. Gümüş, “Comparative analysis of multi-criteria decision making methods for the assessment of optimal SVC location,” *Bull. Pol. Acad. Sci. - Power Syst. Electron.*, vol. 70, no. 2, Apr. 2022, doi: 10.24425/bpasts.2022.140555.
- [55] A. Mardani, E. K. Zavadskas, K. Govindan, A. A. Senin, and A. Jusoh, “VIKOR Technique: A Systematic Review of the State of the Art Literature on Methodologies and Applications,” *MDPI - Sustain.*, vol. 9, no. 37, Jan. 2016, doi: 10.3390/su8010037.
- [56] D. Uzun Ozsahin, H. Gökçekuş, B. Uzun, and J. LaMoreaux, Eds., *Application of multi-criteria decision analysis in environmental and civil engineering*. in Professional practice in earth sciences. Springer, 2021.
- [57] H. Taherdoost and M. Madanchian, “A Comprehensive Overview of the ELECTRE Method in Multi-Criteria Decision-Making,” *J. Manag. Sci. Eng. Res.*, vol. 6, no. 02, pp. 5–16, Jun. 2023, doi: 10.30564/jmser.v6i2.5637.
- [58] H. Mao and R. Cai, “Negation of Pythagorean Fuzzy Number Based on a New Uncertainty Measure Applied in a Service Supplier Selection System,” *MDPI - Entropy*, vol. 22, no. 195, Feb. 2020, doi: 10.3390/e22020195.
- [59] B. Mareschal, “Visual PROMETHEE 1.4 Manual,” *VPSolutions*, Sep. 2013.
- [60] “MATLAB version: 24.1.0.2697110 (R2024a) Update 6, Natick, Massachusetts,” *MathWorks Inc*, 2024, [Online]. Available: <https://www.mathworks.com>
- [61] *Lucidchart*. Lucid Software Inc., Utah, United States. Accessed: Aug. 16, 2024. [Online]. Available: <https://www.lucidchart.com/>
- [62] R. Verma, “Multiple attribute group decision-making based on order- $\alpha$  divergence and entropy measures under q-rung orthopair fuzzy environment,” *Dep. Manag. Control Inf. Syst. Univ. Chile*, vol. 35, pp. 718–750, 2020, doi: 10.1002/int.22223.
- [63] M. Tsakalerou, D. Efthymiadis, and A. Abilez, “An intelligent methodology for the use of multi-criteria decision analysis in impact assessment: the case of real-world offshore construction,” *Sci. Rep.*, vol. 12, Sep. 2022, doi: 10.1038/s41598-022-19554-1.
- [64] B. Uhde, W. Andreas Hahn, V. C. Griess, and T. Knoke, “Hybrid MCDA Methods to Integrate Multiple Ecosystem Services in Forest Management Planning: A Critical Review,” *Environ. Manage.*, vol. 56, no. 2, pp. 373–388, Apr. 2015, doi: 10.1007/s00267-015-0503-3.