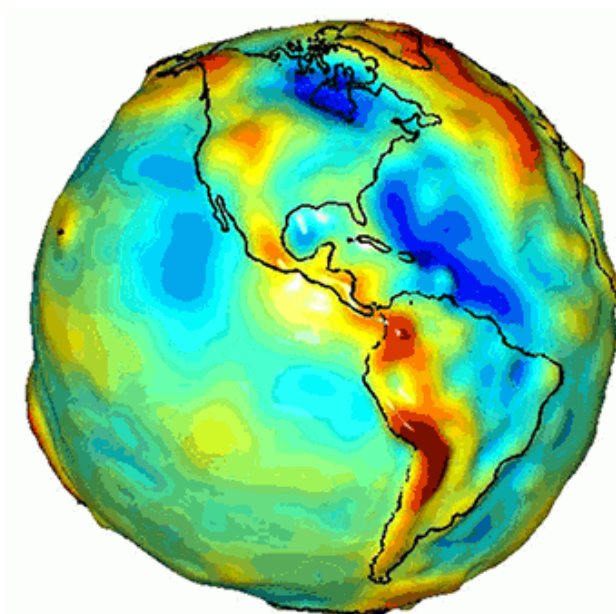




ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας
και Γεωπληροφορικής

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕΓΕΘΩΝ ΑΠΟ
ΑΝΑΠΤΥΓΜΑΤΑ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΓΕΩΔΥΝΑΜΙΚΩΝ
ΜΟΝΤΕΛΩΝ, ΑΠΟΧΗΣ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΑΠΟ ΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ
ΤΟΥ STOKES ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ**



Διπλωματική Εργασία

Κολιός Νικόλαος

Επιβλέπων:

Βασίλειος Ανδριτσάνος

Καθηγητής ΠΑΔΑ

Αθήνα Οκτώβριος 2024



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας
και Γεωπληροφορικής

**ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕΓΕΘΩΝ ΑΠΟ
ΑΝΑΠΤΥΓΜΑΤΑ ΣΦΑΙΡΙΚΩΝ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΓΕΩΔΥΝΑΜΙΚΩΝ
ΜΟΝΤΕΛΩΝ, ΑΠΟΧΗΣ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ ΑΠΟ ΤΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ
ΤΟΥ STOKES ΚΑΙ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗΣ ΑΝΑΓΩΓΗΣ**

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

του

Κολιού Νικολάου

Επιβλέπων:

Βασίλειος Ανδριτσάνος

Καθηγητής ΠΑΔΑ

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή:

(Υπογραφή)

Ανδριτσάνος Βασίλειος

(Υπογραφή)

Παγούνης Βασίλειος

(Υπογραφή)

Γιαννίου Μιχαήλ

Αθήνα Οκτώβριος 2024

(Υπογραφή)

.....
ΚΟΛΙΟΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

Αξιωματικός Μηχανικός Αεροπορικών Εγκαταστάσεων

Copyright © Νικόλαος Κολίος, 2024

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας διπλωματικής εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν στη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα αρχικά να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα της εργασίας μου, Καθηγητή κύριο Ανδριτσάνο Βασίλειο, για την εμπιστοσύνη του προς το πρόσωπό μου, για την αμέριστη βοήθειά του και την καθοδήγησή του καθ' όλη τη διάρκεια της εργασίας μου, αλλά κυρίως για την επιείκεια που έδειξε σε εμένα, λαμβάνοντας υπόψη την παράλληλη καθημερινή εργασία μου και τις καθυστερήσεις που αυτό συνεπάγονταν.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους διδάσκοντές μου στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής, οι οποίοι από το 2015 μέχρι και σήμερα, με βοήθησαν στο να εντρυφήσω όσο μπορούσα περισσότερο, σε ένα «ακατανόητο» για μένα μέχρι τότε γνωστικό πεδίο, υπομένοντας τις αλλεπάλληλες ερωτήσεις μου.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου, οι οποίοι ήταν αυτοί που με δίδαξαν ότι η γνώση και η πάλη για την απόκτησή της, δεν χρειάζεται να συνδέεται αναγκαστικά με την ανταποδοτική απόκτηση χρημάτων και αγαθών, αλλά είναι ένα «καθεαυτό» αγαθό.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω την σύζυγό μου, που όλα αυτά τα χρόνια αδιαμαρτύρητα υπέμεινε την ιδιορρυθμία μου να απασχολούμαι με αντικείμενα πέραν της μικρής και σημαντικής ζωής μας.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	II
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	III
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	VIII
ABSTRACT	IX
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
1) Εισαγωγικό κεφάλαιο Φυσικής Γεωδαισίας – Βασικές Έννοιες	3
1.1 Το Γεωειδές	6
1.2 Το Ελλειψοειδές εκ Περιστροφής (ΕΕΠ)	7
1.3 Η σφαίρα	9
1.4 Η σχέση μεταξύ των επιφανειών αναφοράς	10
1.4 Η θεωρία του δυναμικού - Το βαρυτικό πεδίο της Γης	12
2) Θεωρητικό υπόβαθρο υπορουτινών αλγορίθμου	16
2.1 Σφαιρικές αρμονικές – Γεωδυναμικά Μοντέλα	16
2.2 Το ολοκλήρωμα του Stokes	27
2.3 Αναγωγές της βαρύτητας - Η τοπογραφική αναγωγή	31
3) Υλοποίηση Αλγορίθμων	37
3.1 Παραδοχές – Προβλήματα 1 ^{ης} υπορουτίνας	37
3.2 Παραδοχές – Προβλήματα 2 ^{ης} υπορουτίνας	44
3.3 Παραδοχές – Προβλήματα 3 ^{ης} υπορουτίνας	47
3.4 Κοινές παραδοχές για τους αλγορίθμους 1 και 2	49
3.5 Κοινές παραδοχές για τους αλγορίθμους 2 και 3	52
4) Προγραμματιστικό Περιβάλλον	53
5) Εγχειρίδιο Χρήσης Προγράμματος	61
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	87
Αλγόριθμος εργασίας σε μορφή κειμένου	87
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	122

Εικόνες

Εικ.1.1 Απλή Πλευρική Εμπροσθοτομία.....	[4]
Εικ.1.2 Η χρήση του οριζόντιου επιπέδου στην Τοπογραφία	[4]
Εικ.1.3 Η επιφάνεια του Γεωειδούς	[6]
Εικ.1.4 Το Ελλειψοειδές Εκ Περιστροφής.....	[7]
Εικ.1.5 Γεωκεντρικά ΕΕΠ.....	[9]
Εικ.1.6 Η σφαίρα ως επιφάνεια αναγωγής μετρήσεων	[10]
Εικ.1.7 Η σχέση της αποχής του Γεωειδούς (N), με το ορθομετρικό (H) και το γεωμετρικό (h) υψόμετρο.....	[11]
Εικ.2.1 Οι συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου	[21]
Εικ.2.2 Οι παράμετροι υπολογισμού της αποχής του Γεωειδούς, σύμφωνα με το νόμο του Stokes για σφαιρικά τραπέζια.....	[30]
Εικ.2.3 Η αναγωγή της βαρύτητας από ένα σημείο P στην ΦΓΕ στο αντίστοιχο σημείο P_0 επί του Γεωειδούς.....	[32]
Εικ.2.4 Ο υπολογισμός της τοπογραφικής αναγωγής με τη μέθοδο των κυκλικών τομέων.....	[33]
Εικ.2.5 Ο υπολογισμός της τοπογραφικής αναγωγής με τη μέθοδο του ορθογωνικού καννάβου.....	[35]
Εικ.2.6 Η τοπογραφική αναγωγή αναλύεται στην αναγωγή της πλάκας Bouguer και στην αναγωγή του τοπογραφικού αναγλύφου.....	[36]
Εικ.3.1 α) Τυπικοί συντελεστές γεωδυναμικού μοντέλου χωρίς χρονική μεταβολή , β) Αντίστοιχοι συντελεστές με χρονική μεταβολή.....	[39]
Εικ. 3.2 Ο τρόπος που διαμορφώθηκε ο αλγόριθμος για τον υπολογισμό των συναρτήσεων Legendre . Φαίνεται λ.χ. όπου P_{20} ότι ισούται με το	

στοιχείο (3,1) του πίνακα. Όπου υπάρχουν τελείες χωρίς ενδείκτη (δηλαδή $m > n$), το στοιχείο είναι μηδενικό.....	[42]
Εικ. 3.3 Η Scattered Interpolant λειτουργεί με τριγωνισμούς. Στην περίπτωση μας το X_q της εικόνας υπολογίζεται πλέον επάνω στους κόμβους του πλέγματος τιμών.....	[46]
Εικ. 3.4 Η επιφάνεια του τελλουροειδούς και η σχέση του με τις υπόλοιπες επιφάνειες της Φυσικής Γεωδαισίας.....	[51]
Εικ. 4.1 Τυπικό δείγμα υλοποίησης αλγορίθμου μέσω CLI.....	[54]
Εικ.4.2 Οι δυνατότητες του GUIDE και η συμβατότητά του με τον App Designer σε μεταγενέστερες εκδόσεις του Matlab.....	[55]
Εικ. 4.3 Οι λειτουργίες του GUI του Matlab, μέσω του GUIDE.....	[57]
Εικ. 4.4 Το αρχικό περιβάλλον διάδρασης του GUIDE.....	[58]
Εικ.4.5 Η διαφορά του GUI (α) από το CLI (β) συγκεκριμένα στο Matlab. Αριστερά στο (β) φαίνεται η καρτέλα Workspace με όλες τις ενδιάμεσες μεταβλητές του αλγορίθμου.	[60]
Εικ.5.1 Η αρχική οθόνη διεπαφής/ Η οθόνη διεπαφής του υπολογισμού μεγεθών από γεωδυναμικά μοντέλα.	[62]
Εικ.5.2 Η οθόνη διεπαφής του υπολογισμού της αποχής γεωειδούς από το ολοκλήρωμα του Stokes.....	[63]
Εικ.5.3 Η οθόνη διεπαφής του υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής.....	[63]
Εικ.5.4 Η επιλογή υπολογισμού μεταξύ ενός ή περισσότερων σημείων.....	[65]
Εικ.5.5 Συμπλήρωση γεωδαιτικών συντεταγμένων σημείου και βαθμού υπολογισμού μοντέλου	[65]
Εικ.5.6 Συμπλήρωση στοιχείων χωροσταθμικού ΕΕΠ (ΕΕΠ χρήστη).....	[67]

Εικ.5.7 Η εκτέλεση της έναρξης των υπολογισμών του 1 ^{ου} υποαλγορίθμου.....	[68]
Εικ.5.8 Η επιλογή μεταξύ των διαφόρων γεωδυναμικών μοντέλων.....	[68]
Εικ.5.9 Η ολοκλήρωση της εκτέλεσης των υπολογισμών του 1 ^{ου} υποαλγορίθμου	[69]
Εικ.5.10 Η εκτέλεση της εισαγωγής αρχείου πολλαπλών σημείων	[70]
Εικ.5.11 Η οθόνη επιλογής εισαγωγής του αρχείου πολλαπλών σημείων	[70]
Εικ.5.12 Η υποχρεωτική μορφοποίηση του αρχείου εισαγωγής πολλαπλών σημείων.....	[71]
Εικ.5.13 Η εμφάνιση του ονόματος του αρχείου εισαγωγής πολλαπλών σημείων.....	[72]
Εικ.5.14 Η εκτέλεση της έναρξης των υπολογισμών του 1 ^{ου} υποαλγορίθμου (περίπτωση πολλαπλών σημείων).....	[72]
Εικ.5.15 Η επιλογή μεταξύ των διαφόρων γεωδυναμικών μοντέλων	[73]
Εικ.5.16 Η ολοκλήρωση της εκτέλεσης των υπολογισμών του 1 ^{ου} υποαλγορίθμου	[73]
Εικ.5.17 Η εξαγωγή του αρχείου «apotelesmata.txt» (περίπτωση πολλαπλών σημείων)	[74]
Εικ.5.18 Η μορφή του αρχείου «apotelesmata.txt» (περίπτωση πολλαπλών σημείων) και η ύπαρξη slider bar για την θέαση του συνόλου των αποτελεσμάτων	[75]
Εικ.5.19 Η παρουσίαση των διαγραμμάτων συντελεστών μεταβλητοτήτων μεγεθών και των σφαλμάτων τους (ενδεικτικά εδώ παρουσιάζεται το RMS σφάλματος θ και ο συντελεστής μεταβλητότητας Δg ανά βαθμό).....	[77]

Εικ.5.20 Η μορφή του εξαγόμενου αρχείου καταγραφής των συντελεστών μεταβλητοτήτων μεγεθών/σφαλμάτων «arxio_katagrafis».....	[78]
Εικ.5.21 Η εκτέλεση της εισαγωγής αρχείου πλέγματος τιμών (2 ^{ος} υποαλγόριθμος)	[79]
Εικ.5.22 Η οθόνη επιλογής εισαγωγής του αρχείου πλέγματος τιμών (2 ^{ος} υποαλγόριθμος)	[79]
Εικ.5.23 Η υποχρεωτική μορφοποίηση του αρχείου πλέγματος τιμών (2 ^{ος} υποαλγόριθμος).....	[80]
Εικ.5.24 Η συμπλήρωση του γεωδαιτικού πλάτους και μήκους για το σημείο υπολογισμού όσο και της «ισοδιάστασης» του πλέγματος παρεμβολής.....	[81]
Εικ.5.25 Η εκτέλεση της έναρξης υπολογισμών του 2 ^{ου} υποαλγορίθμου και η εμφάνιση της αποχής γεωειδούς.....	[82]
Εικ.5.26 Η εκτέλεση της εισαγωγής αρχείου πλέγματος τιμών (3 ^{ος} υποαλγόριθμος)	[83]
Εικ.5.27 Η υποχρεωτική μορφοποίηση του αρχείου πλέγματος τιμών (3 ^{ος} υποαλγόριθμος)	[84]
Εικ.5.28 Η συμπλήρωση του προσεγγιστικού ορθομετρικού υψομέτρου για το σημείο υπολογισμού όσο και της «ισοδιάστασης» του πλέγματος παρεμβολής.....	[85]
Εικ.5.29 Η εκτέλεση της έναρξης υπολογισμών του 3 ^{ου} υποαλγορίθμου	[85]
Εικ.5.30 Η εμφάνιση του αποτελέσματος της τοπογραφικής αναγωγής	[86]

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η υλοποίηση τριών (3) εφαρμογών της Φυσικής Γεωδαισίας, σε προγραμματιστικό περιβάλλον. Συγκεκριμένα, οι εφαρμογές αυτές είναι: α) Ο υπολογισμός διαταρακτικών μεγεθών βαρύτητας μέσω αναπτυγμάτων σφαιρικών αρμονικών χρησιμοποιώντας γεωδυναμικά μοντέλα , β) Ο υπολογισμός της αποχής του Γεωειδούς μέσω του νόμου του Stokes και γ) Ο υπολογισμός της τοπογραφικής αναγωγής σε ένα σημείο . Το προγραμματιστικό περιβάλλον που χρησιμοποιήθηκε είναι το Matlab (έκδοση 2017a).

Η εργασία αποτελείται από πέντε (5) κεφάλαια και ένα (1) παράρτημα.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια εισαγωγή στις βασικές έννοιες της Γεωδαισίας , τις βασικές επιφάνειες αναφοράς και εν τέλει στη σημασία της επιφάνειας του Γεωειδούς στη Φυσική Γεωδαισία, περιγράφοντας εν συντομία και τις έννοιες που αφορούν στο βαρυτικό πεδίο της Γης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, γίνεται μία σύντομη αναφορά στο βασικό θεωρητικό υπόβαθρο για κάθε έναν από τους τρεις υποαλγόριθμους.

Στο τρίτο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά στους περιορισμούς που τηρήθηκαν κατά τον προγραμματισμό των εφαρμογών και συνεπακόλουθα στις παραδοχές τους, ούτως ώστε ο χρήστης να γνωρίζει το βαθμό της ακρίβειας των υπολογισμών του προγράμματος.

Στο τέταρτο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά στο προγραμματιστικό περιβάλλον που χρησιμοποιήθηκε για τις εφαρμογές, τις ιδιαιτερότητες του Graphic User Interface περιβάλλοντος , καθώς και τους περιορισμούς του.

Στο πέμπτο κεφάλαιο, δίνεται, υπό μορφή εγχειριδίου, ο τρόπος χρήσης του προγράμματος, με χρήση εικόνων για κάθε βήμα ξεχωριστά.

Τέλος, στο παράρτημα της εργασίας αυτής, δίνεται ο αλγόριθμος σε μορφή κειμένου. Επίσης, θα πρέπει να επισημανθεί, ότι μαζί με την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας, παραδίδεται συνημμένα και όλος ο φάκελος λειτουργίας του προγράμματος (ο αλγόριθμος, τα απαραίτητα στοιχεία των γεωδυναμικών μοντέλων και το figure του GUI).

ABSTRACT

The subject of this thesis is the implementation of three (3) applications of Physical Geodesy in a programming environment. Specifically, these applications are: a) The calculation of gravity disturbance quantities using spherical harmonic expansions through geodynamical models, b) The calculation of the geoid undulation using Stokes' law, and c) The calculation of the topographic reduction at a specific point. The programming environment used is Matlab (version 2017a). The thesis consists of five (5) chapters and one (1) appendix. In the first chapter, an introduction is given to the basic concepts of Geodesy, the fundamental reference surfaces, and ultimately the significance of the Geoid surface in Physical Geodesy, briefly describing the concepts related to the Earth's gravitational field. In the second chapter, a brief reference is made to the basic theoretical background for each of the three sub-algorithms. In the third chapter, the limitations adhered to during the programming of the applications are discussed, along with the assumptions made, so that the user is aware of the accuracy level of the program's calculations. In the fourth chapter, the programming environment used for the applications is discussed, along with the particularities of the Graphic User Interface (GUI) environment and its limitations. In the fifth chapter, a user manual is provided, illustrating the usage of the program with step-by-step images. Finally, in the appendix of this thesis, the algorithm is presented in text format. It should also be noted that along with the completion of this thesis, the entire work folder of the program (including the algorithm, the necessary data from the geodynamical models, and the GUI figure) is provided as an attachment.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Γεωδαισία, είναι μία επιστήμη που ανήκει σε έναν ιδιαίτερο τομέα των θετικών επιστημών, τις τεχνικές επιστήμες. Ιδιαιτερότητα αυτού του τομέα, είναι η εξάρτησή του από μέσα και εργαλεία, ώστε να καταφέρει να εφαρμόσει τις διάφορες αρχές που διέπουν το κατά περίπτωση αντικείμενο.

Ενώ μπορεί ως εργαλεία να σκεφτόμαστε μόνο όργανα μέτρησης , όπως θεοδόλιχα, χωροβάτες , δέκτες GNSS κλπ., υπάρχουν και οι περιπτώσεις χρήσης υπολογιστικών εργαλείων, τα οποία αν και μπορεί να θεωρηθούν προαιρετικά για τον μηχανικό, ωστόσο επιτελούν ένα αρκετά σοβαρό έργο.

Το έργο αυτό είναι η απλοποίηση και η επιτάχυνση των διαδικασιών εξαγωγής αποτελεσμάτων , αφού τελικά , αυτό είναι και το ζητούμενο σε οποιοδήποτε είδος εργασίας, πρακτικής ή ακαδημαϊκής. Η εξοικονόμηση επίσης πόρων και χρόνου , όπου το τελευταίο θεωρείται πολύτιμο, σε σύγχρονα περιβάλλοντα εργασίας τα οποία γίνονται όλο και πιο ανταγωνιστικά.

Υπάρχουν σίγουρα και οι αντιρρήσεις και ενστάσεις σε αυτή τη σκέψη, αφού κάποιες φορές, οι χρήστες των υπολογιστικών εργαλείων καταλήγουν να είναι μόνο αυτό , χρήστες (Low end users) , αγνοώντας το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο που υφίσταται για την κατασκευή του εργαλείου, αλλά και την αντίστοιχη φυσική πραγματικότητα του φαινομένου πάνω στο οποίο εργάζονται. Τα πράγματα μπορεί να γίνουν ακόμη χειρότερα, στην περίπτωση που οι παραδοχές που έγιναν στην κατασκευή του υπολογιστικού εργαλείου, δεν ληφθούν υπόψη, οδηγώντας πολλές φορές σε αρκετά μεγάλα σφάλματα, τα οποία, όσον αφορά στον μηχανικό Τοπογραφίας/Γεωπληροφορικής, μπορούν να αποβούν καταστροφικά για την εργασία του.

Έτσι, σε αυτή την εργασία , παρουσιάζεται ένας αλγόριθμος, ο οποίος εκτελείται στο περιβάλλον του προγραμματιστικού εργαλείου Matlab και καταπιάνεται με τη λύση τριών πρακτικών προβλημάτων της Φυσικής Γεωδαισίας: α) τον υπολογισμό χαρακτηριστικών μεγεθών από σφαιρικές

αρμονικές γεωδυναμικών μοντέλων, β) τον υπολογισμό του μεγέθους της αποχής του Γεωειδούς μέσω του νόμου του Stokes και γ) τον υπολογισμό της τοπογραφικής αναγωγής σε ένα σημείο.

Και οι τρεις αυτές εφαρμογές, αν και από καιρό «πεπερασμένες» σε θέμα μελέτης και διατριβής, είναι ωστόσο αρκετά χρήσιμες στον μηχανικό Γεωπληροφορικής και Τοπογραφίας, δίνοντάς του στην καλύτερη περίπτωση κάποιες ακριβείς προσεγγιστικές τιμές σε μεγέθη που θα μπορούσαν με πολλούς τρόπους να χρησιμοποιηθούν στο πεδίο. Αυτό πλέον μπορεί να γίνει, αποφεύγοντας τις επίπονες πράξεις και υπολογισμούς που θα απαιτούνταν για το σκοπό αυτό.

Στην τεχνική έκθεση της εργασίας, περιλαμβάνονται και οι παραδοχές που περιορίζουν την ακρίβεια των αποτελεσμάτων αυτής της εφαρμογής. Γίνεται ξεκάθαρο, ότι δεν πρόκειται για ακριβή επιστημονικά δεδομένα, αλλά για καλές προσεγγίσεις τους. Η μορφή του δε, είναι προσανατολισμένη στο ακαδημαϊκό περιβάλλον ενός φοιτητή, χωρίς πολλές περιπλοκές και αρκετά απλουστευμένη, εξυπηρετώντας παράλληλα και τον βασικό του σκοπό: Την μεγαλύτερη εξοικείωση του γράφοντα, με τα αντικείμενα και τις έννοιες της Φυσικής Γεωδαισίας.

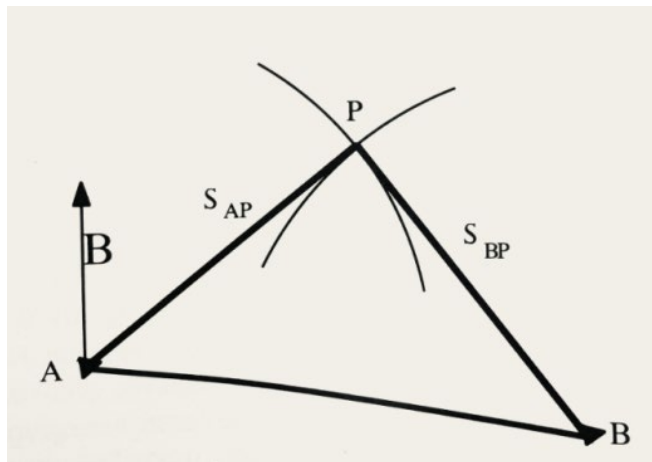
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1) Εισαγωγικό κεφάλαιο Φυσικής Γεωδαισίας – Βασικές Έννοιες

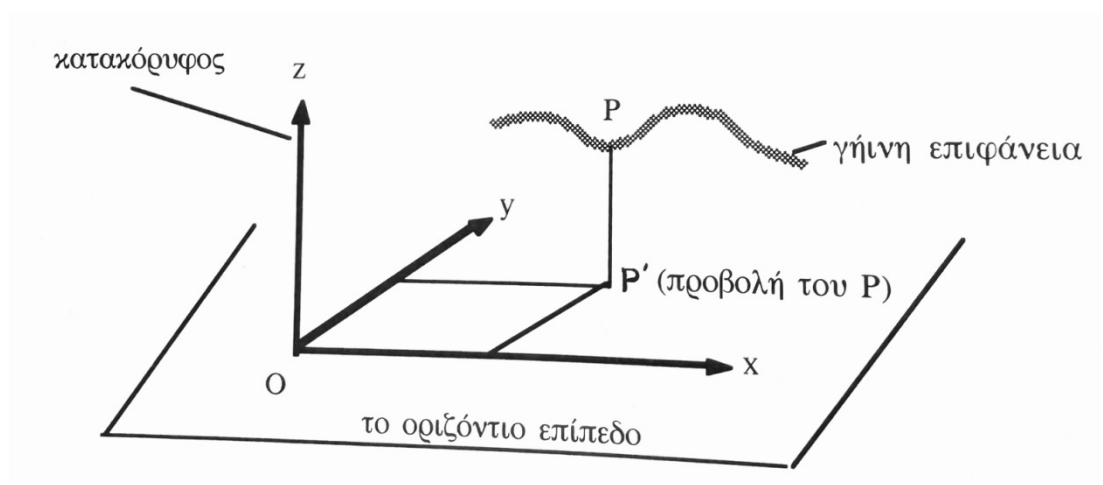
Η Γεωδαισία, όπως έχει εξελιχθεί και μελετάται πλέον, είναι στην πραγματικότητα μία δέσμη επιστημών και όχι μία αυτούσια επιστήμη. Οι κλάδοι της είναι αρκετοί και στις περισσότερες περιπτώσεις υπάρχει επιστημονική εξειδίκευση σε κάθε έναν από αυτούς. Έτσι, μπορούμε να διακρίνουμε: την Κατώτερη Γεωδαισία (ή Κλασσική Τοπογραφία), την Ανώτερη Γεωδαισία (ή πολλές φορές Γεωμετρική Γεωδαισία), την Φυσική Γεωδαισία, την Δορυφορική Γεωδαισία κ.α. Όλοι οι ανωτέρω κλάδοι προφανώς συνεργάζονται και σχετίζονται στη βάση του θεμελιώδους αντικειμένου της Γεωδαισίας, η οποία είναι γενικότερα η μελέτη του σχήματος της Γης. Η Φυσική Γεωδαισία είναι ο κλάδος της Γεωδαισίας που ασχολείται με την διασύνδεση «φυσικών» και «μαθηματικών» χαρακτηριστικών της Γης.

Τα «μαθηματικά» χαρακτηριστικά της Γης είναι αυτά που ο άνθρωπος επινόησε έτσι ώστε να μπορεί να διασυνδέσει, για τους δικούς του πρακτικούς σκοπούς, σημεία (με την μαθηματική έννοια) του χώρου όπου ζει, χρησιμοποιώντας κάθε φορά και ανάλογα με την εποχή του, διάφορα εργαλεία μέτρησης. Η διασύνδεση μεταξύ σημείων γίνεται αρχικά θεωρώντας ένα κατάλληλο μαθηματικό πλαίσιο, μέσα στο οποίο αυτά αποκτούν νόημα. Είναι λ.χ. αδύνατο να συσχετίσεις ένα «άγνωστο» σημείο με ένα άλλο «γνωστό» χρησιμοποιώντας μία μόνο μετρούμενη απόσταση μεταξύ τους. Μετρώντας ωστόσο και μία ακόμη απόσταση από ένα άλλο «γνωστό» σημείο, μπορούμε να κάνουμε την διασύνδεση. Πίσω από αυτό, βρίσκεται η τομή δύο κύκλων, κάτι που στην Κλασσική Τοπογραφία ονομάζεται Απλή Πλευρική Εμπροσθοτομία. (Εικ.1.1) Στη βάση της όμως αυτή η λογική προϋποθέτει το μαθηματικό πλαίσιο, όπου υφίστανται οι κύκλοι και οι μεταξύ τους σχέσεις. Αυτό δεν είναι άλλο από το μαθηματικό επίπεδο. (Εικ.1.2).

Σε κάθε περίπτωση λοιπόν, γίνεται μια εκλογή ενός πλαισίου, μιας επιφάνειας αναφοράς των μετρήσεών μας.



Εικ.1.1: Απλή Πλευρική Εμπροσθοτομία [Καλτσίκης,Φωτίου,2007]



Εικ.1.2: Η χρήση του οριζόντιου επιπέδου στην Τοπογραφία [Καλτσίκης,Φωτίου,2007]

Αν αναρωτηθεί κανείς το ρόλο των «φυσικών» χαρακτηριστικών της Γης, για τη διασύνδεση ενός σημείου με ένα άλλο, αυτός προέρχεται πάλι από πρακτικές επιταγές του ανθρώπου. Τα όργανα λ.χ. που μετράμε γωνίες αλλά και αποστάσεις πλέον, χρησιμοποιούν την τοπική

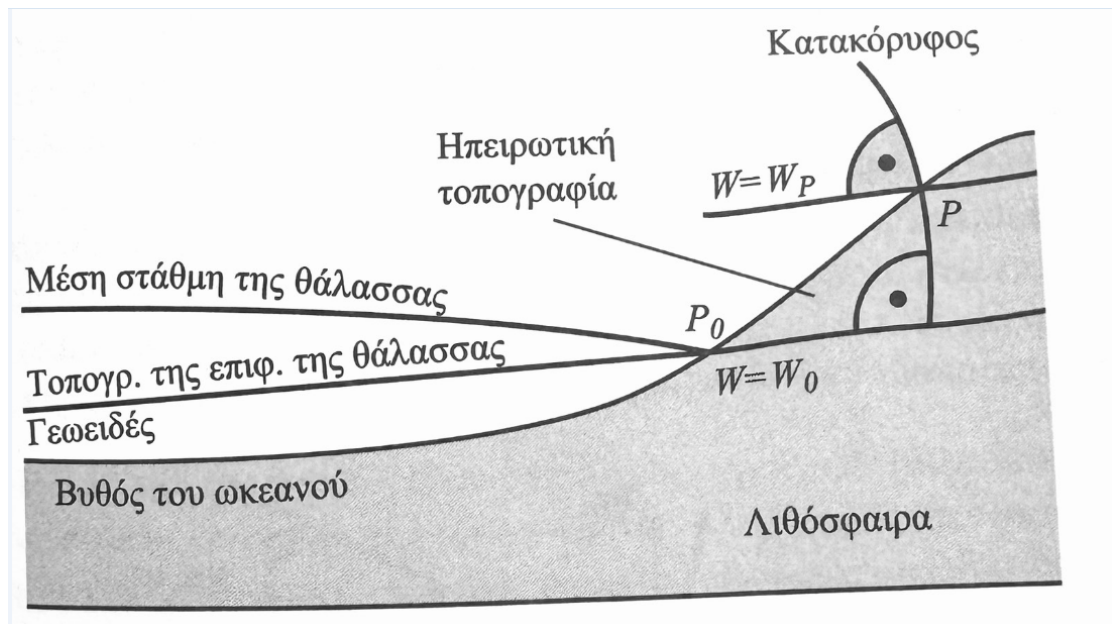
κατακόρυφο για την οριζοντίωσή τους. Η κατακόρυφος όμως δεν είναι ένα θεωρητικό μαθηματικό κατασκεύασμα όπως είναι το επίπεδο, αλλά μία υπαρκτή θεώρηση του βαρυτικού πεδίου της Γης. Ακόμη μία έκφραση «φυσικών» χαρακτηριστικών τη Γης, είναι το ορθομετρικό υψόμετρο, η ανάγκη γνώσης δηλαδή, της «κατεύθυνσης ροής του νερού», για το οποίο θα ήταν αδύνατο να το διασυνδέσουμε μόνο με ένα μαθηματικό κατασκεύασμα. Από τα ανωτέρω, συνάγεται ότι η βαρύτητα γενικότερα επηρεάζει τις μετρήσεις μας και πρέπει προφανώς να επηρεάζει και τη μορφή των συστημάτων αναφοράς μας.

Επίσης, η διασύνδεση των συστημάτων αναφοράς επηρεάζεται εξίσου από την βαρύτητα. Αναφερόμενοι παραπάνω στο μαθηματικό επίπεδο ως σύστημα αναφοράς, το επίπεδο που υλοποιείται και χρησιμοποιείται από τα όργανα μέτρησης είναι το οριζόντιο επίπεδο, το οποίο είναι εξ ορισμού κάθετο στην κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο κέντρωσης του οργάνου μέτρησης. Για μικρές αποστάσεις αυτό είναι εφικτό. Αν όμως απομακρυνθούμε λ.χ. 10 km, θα δούμε ότι οι αντίστοιχες κατακόρυφες δεν θα είναι παράλληλες με αυτές που μετρήσαμε εξ αρχής. Έτσι, θα είχαμε ένα διαφορετικό οριζόντιο επίπεδο και η διασύνδεση μεταξύ σημείων σε μεγάλες αποστάσεις θα ήταν αδύνατες. Έτσι, ασχέτως αν τις μετρήσεις μας τις κάνουμε στο τοπογραφικό οριζόντιο επίπεδο, θα πρέπει να τις ανάγουμε σε κάτι πιο μεγάλο, ιδανικά κάτι που θα καλύπτει όλη την επιφάνεια της Γης. Θα πρέπει ωστόσο, οι αναγωγές που θα απαιτηθεί να γίνουν από τη μέτρηση του «ειδικού» στο «γενικό» να είναι σχετικά απλές, να μην περιγράφονται δηλαδή όσο γίνεται από περίπλοκες μαθηματικές σχέσεις.

Διαφαίνεται από τα παραπάνω, ότι οι «γενικές» επιφάνειες αναφοράς που χρησιμοποιούνται αλλά και η διασύνδεσή τους με το βαρυτικό πεδίο της Γης είναι γνώσεις που προαπαιτούνται για τον κλάδο της Φυσικής Γεωδαισίας. Έτσι, θα δούμε παρακάτω εν συντομία τις εξής έννοιες: 1) την επιφάνεια αναφοράς ως Γεωειδές, ως ελλειψοειδές εκ περιστροφής (ΕΕΠ) και ως σφαίρα και 2) τη θεωρία του δυναμικού / το βαρυτικό πεδίο της Γης.

1.1 Το Γεωειδές

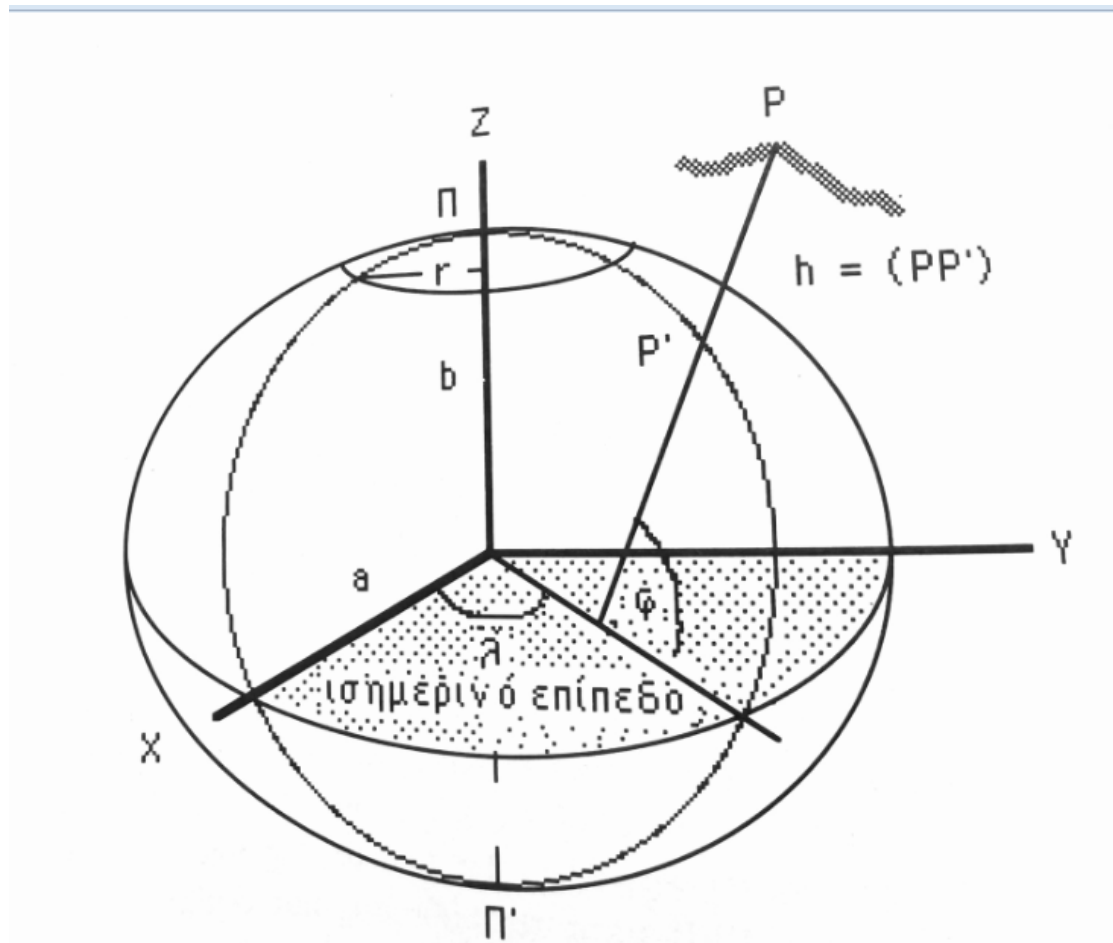
Το Γεωειδές είναι μία ισοδυναμική επιφάνεια, δηλαδή μία επιφάνεια όπου όλα τα σημεία της έχουν την ίδια τιμή βαρυτικού δυναμικού και επίσης η κατακόρυφος που διέρχεται από κάθε σημείο του, είναι κάθετη στην επιφάνειά του. Μεταξύ των άπειρων ισοδυναμικών επιφανειών που υφίστανται, το γεωειδές είναι αυτό που προσαρμόζεται καλύτερα στη Μέση Στάθμη Θάλασσας (ΜΣΘ). Σύμφωνα με αυτό τον ορισμό, η επιφάνειά του προσεγγίζεται από τις ισορροπούσες επιφάνειες των ωκεανών και τις προεκτείνουσες επιφάνειές τους κάτω από τις ηπείρους. (Εικ.1.3)



Εικ.1.3: Η επιφάνεια του Γεωειδούς [Αραμπέλος,Τζιαβός,2007]

Το Γεωειδές σε μικρές περιοχές, μπορεί να ταυτιστεί με το τοπογραφικό επίπεδο, αλλά σε μεγαλύτερες υπάρχουν οι αποκλίσεις που προαναφέρθηκαν, λόγω της μη παραλληλίας των κατακορύφων. Ωστόσο, είναι μία επιφάνεια ακατάλληλη για την επιλογή της ως επιφάνεια αναφοράς, λόγω του περίπλοκου σχήματός της και των μαθηματικών σχέσεων που απαιτούνται για την περιγραφή της και την αναγωγή των μετρήσεών μας σε αυτή, ή τη διασύνδεση των διαφόρων τοπογραφικών επιπέδων μέσω αυτής. Έτσι, είμαστε αναγκασμένοι να επιλέξουμε μία επιφάνεια που να προσεγγίζει το Γεωειδές κατά το δυνατόν καλύτερα και

οι σχέσεις που τη διέπουν να είναι αρκετά πιο απλές. Η επιφάνεια αυτή ονομάζεται **Ελλειψοειδές εκ Περιστροφής (ΕΕΠ)**. (Εικ.1.4).



Εικ.1.4: Το Ελλειψοειδές Εκ Περιστροφής[Καλτσίκης,Φωτίου,2007]

1.2 Το Ελλειψοειδές εκ Περιστροφής (ΕΕΠ)

Το ΕΕΠ είναι το στερεό (ακριβέστερα για την Γεωδαισία η επιφάνειά του) που προκύπτει από την περιστροφή μιας έλλειψης γύρω από τον μικρό της ημιάξονα. Τα ΕΕΠ που προσεγγίζουν το Γεωειδές, είναι πεπλατυσμένα στους πόλους.

Το σχήμα του ΕΕΠ περιγράφεται μέσω διαφόρων γεωμετρικών παραμέτρων: Τον μεγάλο ημιάξονα a , τον μικρό ημιάξονα b . Σε άλλες περιπτώσεις τα μεγέθη της επιπλάτυνσης:

$f = \frac{a - b}{a}$	(1.1)
-----------------------	-------

της πρώτης εκκεντρότητας:

$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a^2}$	(1.2)
------------------------------------	-------

και κάποιες φορές της δεύτερης εκκεντρότητας:

$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b^2}$	(1.3)
-------------------------------------	-------

δίνουν την σχέση μεταξύ a και b .

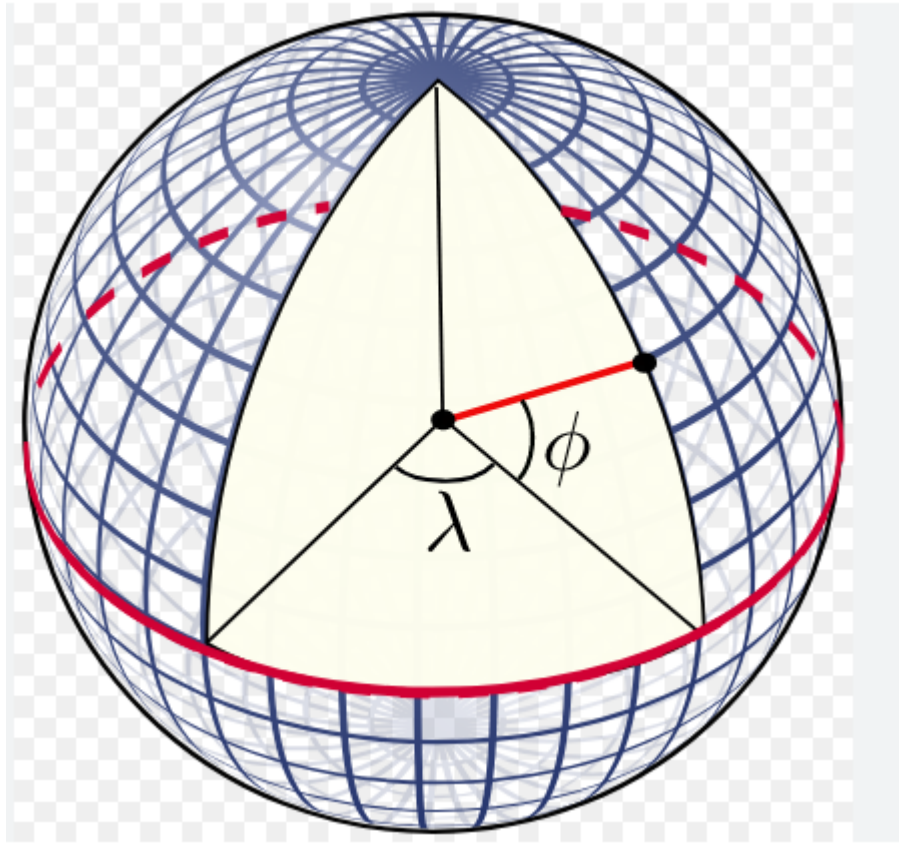
Όσον αφορά στις φυσικές παραμέτρους ενός ΕΕΠ, αυτές είναι η μάζα του M (είτε τις περισσότερες φορές το γινόμενο της μάζας του επί την βαρυτική σταθερά, G^*M) και η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του, ω . Το ΕΕΠ είναι η επιφάνεια που αναφέρονται πλέον όλες οι συντεταγμένες που προσδιορίζονται μέσω των συστημάτων της Δορυφορικής Γεωδαισίας (GNSS). Στην Φυσική Γεωδαισία ασχολούμαστε με τα **γεωκεντρικά** ΕΕΠ, δηλαδή με ΕΕΠ όπου το κέντρο τους συμπίπτει με το κέντρο μάζας της Γης. Τέτοια ΕΕΠ φαίνονται στην(Εικ.1.5)

Παράμετροι	Bessel	Hayford	WGS84	GRS80
a	6377397.155	6378388.000	6378137.000	6378137.000
b	6356078.963	6356911.9461	6356752.3142	6356752.3141
f	0.003342773	0.003367003	0.0033528106	0.00335281068
1/f	299.1528128	297.000	298.25722353	298.257222101
e^2	0.006674372	0.006722670	0.0066943799	0.006694380
e'^2	0.006719219	0.006768170	0.0067394964	0.006739497

Εικ.1.5: Γεωκεντρικά ΕΕΠ [Φωτίου, 2007]

1.3 Η σφαίρα

Η επιφάνεια της σφαίρας είναι μία προσέγγιση του Γεωειδούς σαφώς χαμηλότερης ακρίβειας από το ΕΕΠ. Ωστόσο, σε κάποιες εργασίες μικρής κλίμακας είναι ικανοποιητική, ενώ υπάρχει σαφές πλεονέκτημα όσον αφορά στην απλότητα των μαθηματικών σχέσεων που την περιγράφουν. (Εικ.1.6) Στη Φυσική Γεωδαισία, χρησιμοποιείται κάποιες φορές η **σφαιρική προσέγγιση**, δηλαδή θεωρείται ότι συμπίπτει η μεταβολή της βαρύτητας σε σχέση με την κάθετη στο ΕΕΠ, με την μεταβολή της βαρύτητας σε σχέση με την ακτίνα μιας σφαίρας όπου το κέντρο της συμπίπτει με το κέντρο του ΕΕΠ.

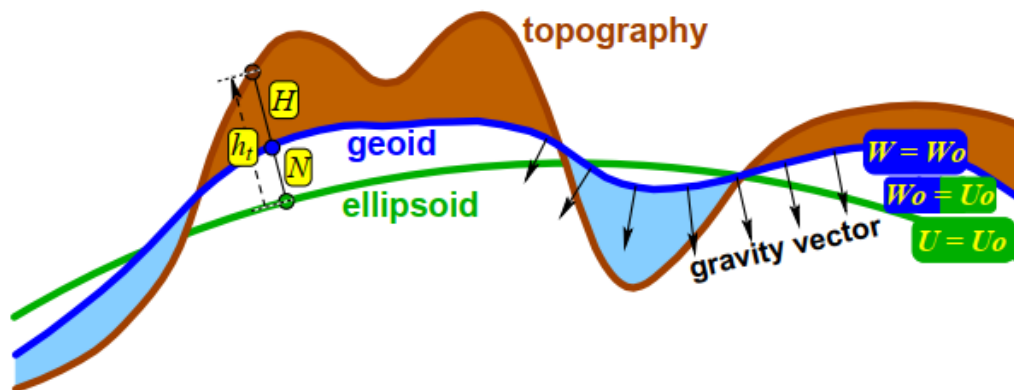


Εικ.1.6: Η σφαίρα ως επιφάνεια αναγωγής μετρήσεων [Wikipedia]

1.4 Η σχέση μεταξύ των επιφανειών αναφοράς

Οι μετρήσεις των σημείων που ενδιαφέρουν τον άνθρωπο γίνονται στην **Φυσική Γήινη Επιφάνεια** (ΦΓΕ). Ωστόσο, για την αναγωγή τους στις επιφάνειες αναφοράς που συζητήθηκαν απαιτείται αρχικά η προβολή αυτών των σημείων σε αυτές. Η απόσταση του σημείου από την προβολή του στο ΕΕΠ κατά μήκος της καθέτου σε αυτό, ορίζεται ως το **γεωμετρικό υψόμετρο**, h [Φωτίου,2007]. Η απόσταση του σημείου από την προβολή του στο Γεωειδές, κατά μήκος της κατακορύφου στο σημείο, ονομάζεται **ορθομετρικό υψόμετρο**, H . Η απόσταση της προβολής του σημείου στο Γεωειδές κατά μήκος της παράλληλης στην κάθετο στο ΕΕΠ που διέρχεται από την προβολή του σημείου στο ΕΕΠ,

ονομάζεται **αποχή** ή υψόμετρο του Γεωειδούς και συμβολίζεται με N . (Εικ.1.7).



Εικ.1.7: Η σχέση της αποχής του Γεωειδούς (N), με το ορθομετρικό (H) και το γεωμετρικό (h) υψόμετρο. [Barthelmes,2013]

Επίσης, από το σημείο της ΦΓΕ, διέρχονται τόσο η κάθετος προς το ΕΕΠ όσο και η κατακόρυφος. Αυτές οι δύο δεν συμπίπτουν, αλλά σχηματίζουν μία γωνία στο χώρο, την **απόκλιση της κατακορύφου**, η οποία συμβολίζεται με θ .

Το ορθομετρικό, το γεωμετρικό υψόμετρο και η αποχή του Γεωειδούς συνδέονται με τη σχέση

$h = H + N$	(1.4)
-------------	-------

η οποία ισχύει ικανοποιητικά, λόγω της πολύ μικρής τιμής της απόκλισης της κατακορύφου.

Στις περιπτώσεις των γεωκεντρικών ΕΕΠ, η αποχή τους από το γεωειδές δεν ξεπερνά τα 100m, ενώ η απόκλιση της κατακορύφου δεν ξεπερνά τα 60 arcsec [Φωτίου,2007]:

1.4 Η θεωρία του δυναμικού - Το βαρυτικό πεδίο της Γης

Η μελέτη του Γήινου βαρυτικού δυναμικού είναι μια σύνθετη θεωρία, η οποία απασχολεί πέραν της Φυσικής Γεωδαισίας και άλλες επιστήμες, όπως τη Φυσική και τη Γεωλογία. Θα ήταν αδύνατο να περιγραφεί το σύνολο της θεωρίας του στα πλαίσια αυτής της διπλωματικής εργασίας, ωστόσο θα παρατεθούν κάποιοι μαθηματικοί νόμοι και αξιώματα οι οποίοι απασχολούν περισσότερο την επιστήμη της Φυσικής Γεωδαισίας.

Αρχικά, ένα πεδίο ελκτικών δυνάμεων, μπορεί να δημιουργηθεί από μία μάζα m . Γενικότερα ισχύει ο νόμος της Παγκόσμιας Έλξης (Νεύτωνα, 1687), όπου περιγράφονται οι δυνάμεις που ασκεί μία μάζα m_1 σε μία μάζα m_2 και αντίστροφα. Η σχέση ισχύει ως εξής:

$F = -G * \frac{m_1 * m_2 * \mathbf{l}}{l^3}$	(1.5)
---	-------

όπου G η παγκόσμια σταθερά έλξης, για την οποία ισχύει:

$$G = 6.673 * 10^{-11} \text{ m}^3 * \text{kg}^{-1} * \text{s}^{-2}$$

l η μεταξύ τους απόσταση και \mathbf{l} το διάνυσμα που ενώνει τις δύο μάζες. Από την παραπάνω σχέση, φαίνεται ότι η ελκτική δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος. Άλλο ένα χρήσιμο μέγεθος περιγραφής του πεδίου ελκτικών δυνάμεων είναι η ελκτική επιτάχυνση, b , η οποία ορίζεται ως η ελκτική δύναμη η οποία ασκείται σε μία μοναδιαία μάζα από μία μάζα m σε απόσταση l από αυτή. Σύμφωνα με τα παραπάνω, αυτή θα είναι:

$b = G * \frac{m * \mathbf{l}}{l^3}$	(1.6)
--------------------------------------	-------

και προφανώς και αυτή είναι διανυσματικό μέγεθος.

Όταν μιλάμε για το Γήινο πεδίο βαρύτητας, αυτό επηρεάζεται και από την φυγόκεντρη δύναμη (και κατ' επέκταση επιτάχυνση) που ασκείται

από την περιστροφή της Γης προς την εκάστοτε μάζα που θα βρεθεί εντός του πεδίου.

Η φυγόκεντρη επιτάχυνση, σε ένα περιστρεφόμενο σύστημα, δίνεται από τη σχέση:

$z = \omega^2 * \mathbf{d}$	(1.7)
-----------------------------	-------

όπου ω είναι η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης

$$\omega = 7.292115 * 10^{-5} \text{ rad} * \text{s}^{-1}$$

και \mathbf{d} το διάνυσμα της απόστασης οποιουδήποτε σημείου του πεδίου από τον άξονα περιστροφής του συστήματος. Ο συνδυασμός αυτών των δυνάμεων ονομάζεται πλέον επιτάχυνση της βαρύτητας ή απλά **βαρύτητα** και συμβολίζεται πλέον ως $\mathbf{g}=\mathbf{b}+\mathbf{z}$. Οι μονάδες μέτρησης της βαρύτητας στο SI είναι τα

$$m * s^{-2}$$

ενώ στην Φυσική Γεωδαισία χρησιμοποιούνται περισσότερο τα

$$mgal = 10^{-5} m * s^{-2}$$

Η αναπαράσταση του πεδίου βαρύτητας και οι σχετικοί υπολογισμοί απλουστεύονται, εάν αντί της διανυσματικής συνάρτησης της επιτάχυνσης χρησιμοποιηθεί ένα άλλο μέγεθος, το δυναμικό [Αραμπέλος,Τζιαβός,2007].

Το **ελκτικό** δυναμικό σε κάθε σημείο του πεδίου που δημιουργεί μία σημειακή μάζα M δίνεται από τη σχέση:

$V = G * \frac{M}{r}$	(1.8)
-----------------------	-------

όπου r η απόσταση της σημειακής μάζας προς το σημείο ενδιαφέροντος του πεδίου. Για ένα σώμα όπως η Γη, που δεν θεωρείται σημειακή μάζα, δίνεται από τη σχέση

$V = G * \int \frac{\rho}{l} dV$	(1.9)
----------------------------------	-------

όπου ρ η πυκνότητα του στοιχειώδους όγκου dV και l η απόσταση μεταξύ του στοιχειώδους όγκου και του σημείου ενδιαφέροντος. Το φυγοκεντρικό δυναμικό δίνεται από τη σχέση

$\Phi = \omega^2 * \frac{d^2}{2}$	(1.10)
-----------------------------------	--------

με τα μεγέθη της σχέσης να είναι τα αντίστοιχα της (1.7). Το άθροισμα του ελκτικού και φυγοκεντρικού δυναμικού της Γης ονομάζεται βαρυτικό δυναμικό και συμβολίζεται με W . Το δυναμικό είναι βαθμωτό μέγεθος και αποδεικνύεται ότι ισχύει $\text{grad}(W)=g$.

Από την παραπάνω σχέση για το βαρυτικό δυναμικό παρατηρούμε τα εξής: 1) Πάντα θα υπάρχει κάποιος στοιχειώδης όγκος όπου το l θα μηδενίζεται και το ολοκλήρωμα θα απειρίζεται, χωρίς να μπορεί να υπολογιστεί 2) Θα πρέπει να γνωρίζουμε για κάθε στοιχειώδη όγκο την πυκνότητά του, κάτι το οποίο είναι πρακτικά αδύνατο.

Για να λυθούν τα ανωτέρω προβλήματα, η θεωρία κατέφυγε στις λύσεις των αρμονικών αναπτυγμάτων. Αποδεικνύεται ότι για το χώρο έξω από το σώμα που μελετάμε («έξω από τις μάζες») για το πεδίο του ελκτικού του δυναμικού, ισχύει η λεγόμενη εξίσωση του Laplace, ήτοι

$\frac{\partial^2 V}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2 V}{\partial^2 z} = 0$	(1.11)
---	--------

ή εν συντομία $\Delta V=0$ και η συνάρτηση του ελκτικού δυναμικού ονομάζεται αρμονική. Λύσεις της διαφορικής εξίσωσης αυτού του τύπου είναι τα αναπτύγματα σφαιρικών αρμονικών που θα χρησιμοποιηθούν εκτενώς στον αλγόριθμο αυτής της εργασίας. Στα αναπτύγματα αυτά, δεν εμφανίζονται διαιρέσεις με το μηδέν, αλλά ούτε και πυκνότητες του εσωτερικού της Γης. Κάτι που πρέπει να σημειωθεί, είναι ότι για το βαρυτικό δυναμικό W , δεν ισχύει η εξίσωση του Laplace, λόγω της ύπαρξης του φυγοκεντρικού δυναμικού σε αυτό. Για αυτό το λόγο,

μελετάμε διαταρακτικά μεγέθη, δηλαδή διαφορές φυσικών μοντέλων από αντίστοιχα μαθηματικά, ούτως ώστε να απαλείφεται το φυγοκεντρικό δυναμικό και οι λύσεις μας να μπορούν να προκύψουν από αρμονική ανάλυση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2) Θεωρητικό υπόβαθρο υπορουτινών αλγορίθμου

2.1 Σφαιρικές αρμονικές – Γεωδυναμικά Μοντέλα

Όπως προαναφέρθηκε, λύσεις της εξίσωσης Laplace, είναι τα αναπτύγματα σφαιρικών αρμονικών, όπου χρησιμοποιούνται σφαιρικές συντεταγμένες. Η εξίσωση του ελκτικού δυναμικού μέσω αυτών των αναπτυγμάτων δίνεται από την παρακάτω σχέση [Barthelmes,2013]

$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{G * M}{r} * \sum_{n=0}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n * \overline{P}_{nm}(\sin\varphi) * (\overline{C}_{nm} * \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} * \sin m\lambda)$	(2.1)
--	-------

όπου r, φ, λ : οι σφαιρικές γεωκεντρικές συντ/μένες του σημείου υπολογισμού,

a : είναι ένας πολλαπλασιαστής ο οποίος βολεύει σε αρκετές περιπτώσεις να συμπίπτει με τον μεγάλο ημιάξονα ενός γεωκεντρικού ΕΕΠ,

M : η μάζα της Γης,

n και m : ο βαθμός και η τάξη αντίστοιχα του αναπτύγματος των σφαιρικών αρμονικών,

$\overline{P}_{nm}(\sin\varphi)$:οι κανονικοποιημένες συναρτήσεις Legendre

$\overline{C}_{nm}, \overline{S}_{nm}$: οι κανονικοποιημένοι σφαιρικοί αρμονικοί συντελεστές

Εδώ πρέπει να σημειωθεί ότι η ευρέως χρησιμοποιούμενη έκφραση είναι αυτή που αναπτύχθηκε από το Ohio State University είναι η [Αραμπέλος, Τζιαβός,2007]:

$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{G * M}{r} * \left[1 + \sum_{n=2}^{n_{max}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n * \overline{P}_{nm}(\cos\theta) * (\overline{C}_{nm} * \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} * \sin m\lambda) \right]$	(2.2)
--	-------

Σε αυτή την έκφραση, παραλείπεται ο όρος με βαθμό $n=0$, διότι γίνεται η θεώρηση ότι αυτός ο όρος συμπίπτει με το δυναμικό που προκύπτει από μία σημειακή μάζα, ίση με τη μάζα της Γης, η οποία βρίσκεται συγκεντρωμένη στο πραγματικό κέντρο μάζας της Γης. Επίσης, παραλείπεται ο όρος με βαθμό $n=1$, αφού αποδεικνύεται ότι εάν επιλεγθεί ένα σύστημα συντεταγμένων του οποίου η αρχή συμπίπτει με το κέντρο μάζας της Γης, κάτι που συμβαίνει πάντα στους υπολογισμούς της Φυσικής Γεωδαισίας, ο όρος αυτός μηδενίζεται. Επίσης, εδώ χρησιμοποιείται η γωνία $\theta=90^\circ - \varphi$, ή σφαιρική απόσταση.

Τονίζεται εδώ ότι η χρήση της ακτίνας r δεν είναι αυθαίρετη. Σύμφωνα με κάποιους συγγραφείς [Heiskanen, Moritz, 1967], θα πρέπει $r > r_{\text{τοπο}}$, δηλαδή το σημείο υπολογισμού μας να είναι στον «αέρα», έξω από την Γήινη μάζα, λόγω των ασυνεχειών που υφίστανται εντός του εσωτερικού της Γης, όπως αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 1.4. Άλλοι συγγραφείς [Barthelmes, 2013] ισχυρίζονται ότι οι ασυνέχειες μπορούν να θεωρηθούν ότι υφίστανται και κάτω από την φ.γ.ε. (μέχρι και το Γεωειδές) αλλά αυτό απαιτεί πρακτική επαλήθευση.

Οι πλήρως κανονικοποιημένες συναρτήσεις Legendre που εμφανίζονται στα αναπτύγματα σφαιρικών αρμονικών δίνονται από τη σχέση [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$\overline{P}_{nm}(t) = \sqrt{2 * (2n + 1) * \frac{(n - m)!}{(n + m)!}} * P_{nm}(t)$	(2.3)
--	-------

όπου $t = \cos\theta$ και

$P_{nm}(t) = \frac{1}{2^n * n!} * (1 - t^2)^{\frac{m}{2}} * \frac{d^{n+m}}{dt^{n+m}} (t^2 - 1)^n$	(2.4)
---	-------

Η ανωτέρω σχέση (2.4) μπορεί να αντικατασταθεί από τις κάτωθι:

$P_{nm}(t) = \frac{2n - 1}{n - m} * t * P_{n-1,m}(t) - \frac{n - m + 1}{n - m} * P_{n-2,m}(t), (n - 2) \geq m$	(2.5)
--	-------

και

$P_{nm}(t) = 2 * (m - 1) * \frac{t}{(1 - t^2)^{\frac{1}{2}}} * P_{n,m-1}(t) - \frac{n - m + 2}{(n + m - 1)^{-1}} * P_{n,m-2}(t), m \geq 2$	(2.6)
--	-------

χρησιμοποιώντας υπολογισμένες αρχικές τιμές εκκίνησης. Στο κεφάλαιο 1.4. αναφέραμε ότι μελετούμε διαταρακτικά μεγέθη. Για αυτά, απαραίτητη είναι η ύπαρξη μαθηματικών μοντέλων που προσεγγίζουν το Γεωειδές, τα ΕΕΠ. Συγκεκριμένα, αυτά τα ΕΕΠ ονομάζονται χωροσταθμικά ΕΕΠ, τα οποία ορίζονται ως ΕΕΠ με μάζα M και γωνιακή ταχύτητα περιστροφής γύρω από τον άξονα συμμετρίας ω . Σύμφωνα με το θεώρημα των Stokes-Poincare, το εξωτερικό πεδίο βαρύτητας αυτού του ΕΕΠ, ορίζεται πλήρως από τέσσερις γραμμικά ανεξάρτητες παραμέτρους α, f, M, ω και περιγράφεται με το κανονικό (βαρυτικό) δυναμικό $U(r, \theta)$.

Σε αντιστοιχία με την βαρύτητα, η οποία αφορά το φυσικό περιβάλλον, τη Γ , υπάρχει η κανονική βαρύτητα γ . Επάνω στο χωροσταθμικό ΕΕΠ, η κανονική βαρύτητα (σε τυχαίο γεωδαιτικό πλάτος φ) συμβολίζεται με γ_0 και δίνεται από τον τύπο του Somigliana [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$\gamma_0 = \frac{\alpha * \gamma_e * (\cos\varphi)^2 + b * \gamma_p * (\sin\varphi)^2}{\sqrt{\alpha^2 * (\cos\varphi)^2 + b^2 * (\sin\varphi)^2}}$	(2.7)
---	-------

όπου γ_e, γ_p είναι η κανονική βαρύτητα στον ισημερινό και στους πόλους αντίστοιχα. Τα γ_e, γ_p υπολογίζονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$\gamma_e = \frac{G * M}{\alpha^2 * (1 - f)} * \left(1 - m - \frac{m * e'}{6} * \frac{q_0'}{q_0}\right)$	(2.8)
--	-------

$\gamma_p = \frac{G * M}{\alpha^2} * \left(1 + \frac{m * e'}{3} * \frac{q_0'}{q_0}\right)$	(2.9)
--	-------

όπου

$q_0 = \frac{1}{2} * \left(1 + \frac{3}{e'^2}\right) * \arctan e' - \frac{3}{2 * e'}$	(2.10)
---	--------

$q'_0 = 3 * \left(1 + \frac{1}{e'^2}\right) * \left(1 - \frac{1}{e'} * \arctan e'\right) - 1$	(2.11)
---	--------

$m = \omega^2 * \alpha^3 * \left(\frac{1-f}{G * M}\right)$	(2.12)
--	--------

Σε αντιστοιχία με το ελκτικό δυναμικό, το κανονικό ελκτικό δυναμικό σε σφαιρικές αρμονικές δίνεται από την σχέση [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$\bar{V}(r, \theta) = \frac{G * M}{r} * \left[1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{r}\right)^{2n} * J_{2n} * P_{2n}(\cos\theta)\right]$	(2.13)
--	--------

όπου οι συντελεστές J_{2n} δίνονται από την σχέση:

$J_{2n} = (-1)^{n+1} * \frac{3 * e^{2n}}{(2n+1) * (2n+3)} * \left(1 - n + 5n * \frac{J_2}{e^2}\right)$	(2.14)
--	--------

Ο συντελεστής J_2 δίνεται από την σχέση

$J_2 = \frac{2}{3} * \left[f * \left(1 - \frac{f}{2}\right) - \frac{m}{2} * \left(1 - \frac{2}{7} * f + \frac{11}{49} * f^2\right) \right]$	(2.15)
--	--------

Το κανονικό ελκτικό δυναμικό είναι και αυτό αρμονική συνάρτηση έξω από τη μάζα του.

Επίσης κατ' αντιστοιχία, το κανονικό βαρυτικό δυναμικό είναι το άθροισμα του κανονικού ελκτικού δυναμικού και του φυγοκεντρικού δυναμικού. Θεωρώντας το φυγοκεντρικό δυναμικό ίδιο, τόσο στην περίπτωση του βαρυτικού δυναμικού όσο και σε αυτή του κανονικού βαρυτικού δυναμικού, αφαιρώντας το τελευταίο από το πρώτο, προκύπτει το διαταρακτικό δυναμικό, το οποίο συμβολίζεται με $T(r, \theta)$. Προκύπτει από τα ανωτέρω ότι :

$T = W - U = V - \bar{V}$	(2.16)
---------------------------	--------

και ως διαφορά αρμονικών συναρτήσεων, είναι και αυτό αρμονική συνάρτηση έξω από τις μάζες και μπορεί να εκφραστεί ως ανάπτυγμα σφαιρικών αρμονικών ως εξής [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$T(r, \theta, \lambda) = \frac{G * M}{r} * \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \right]$	(2.17)
---	--------

με τις παραλείψεις των όρων με βαθμούς n=0 και 1, με τις παραδοχές που προαναφέραμε.

Για τους συντελεστές των σφαιρικών αρμονικών $\Delta \bar{C}_{nm}$ και $\Delta \bar{S}_{nm}$ ισχύουν τα εξής:

α) $\Delta \bar{C}_{nm} = C_{nm} - C_{nm}^{EE\Pi}$ και $\Delta \bar{S}_{nm} = S_{nm} - S_{nm}^{EE\Pi}$

β) Για το κανονικό δυναμικό όλοι οι συντελεστές για τους οποίους ο βαθμός n δεν είναι άρτιος αριθμός και η τάξη m μη μηδενική, είναι μηδενικοί.

γ) Οι όροι S_{n0} και $S_{n0}^{EE\Pi}$ είναι μηδενικοί.

Από τα παραπάνω επίσης συνάγεται ότι $\Delta \bar{S}_{nm} = S_{nm}$

Από τον ορισμό του διαταρακτικού δυναμικού ως θεμελιώδες μέγεθος, προκύπτουν όλα τα υπόλοιπα διαταρακτικά μεγέθη που απασχολούν τη Φυσική Γεωδαισία. Το πρώτο διαταρακτικό μέγεθος έχει ήδη αναφερθεί προηγουμένως και είναι η αποχή του Γεωειδούς $N=h-H$. Γενικότερα συγκρίνουμε ένα Γεωειδές με δυναμικό $W=W_0$ με ένα χωροσταθμικό ΕΕΠ με δυναμικό $U=W_0$. Εάν θεωρήσουμε ένα σημείο P στο Γεωειδές, του οποίου η προβολή μέσω της καθέτου στο ΕΕΠ είναι το σημείο Q, η διαφορά των μέτρων των διανυσμάτων της βαρύτητας g_P στο σημείο P και της κανονικής βαρύτητας γ_Q στο σημείο Q, ονομάζεται ανωμαλία της βαρύτητας και συμβολίζεται με Δg .

Είναι λοιπόν:

$\Delta g = g_P - \gamma_Q$	(2.18)
-----------------------------	--------

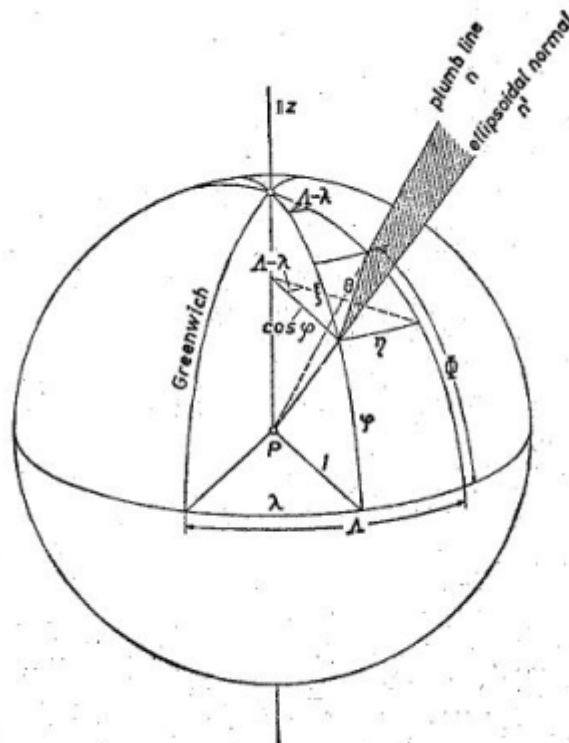
Άλλο ένα διαταρακτικό μέγεθος, αφορά στη σύγκριση της βαρύτητας g με την κανονική βαρύτητα γ για οποιοδήποτε κοινό σημείο, ως προς την κατεύθυνση των διανυσμάτων τους και είναι η απόκλιση της κατακόρυφου. Ορίζεται ως η γωνία θ μεταξύ της εφαπτόμενης στην κατακόρυφο και την κάθετο στο ΕΕΠ. Αυτή η γωνία μπορεί να αναλυθεί

σε δύο συνιστώσες , όπως φαίνεται στην (Εικ.2.1), «κατά πρώτη κάθετη τομή», η , και «κατά μεσημβρινή τομή » , ξ . Εάν Φ και Λ οι αστρονομικές συντεταγμένες του σημείου τομής της κατακορύφου με μία μοναδιαία σφαίρα με κέντρο το σημείο ενδιαφέροντος και φ και λ οι γεωγραφικές συντεταγμένες του σημείου τομής της κάθετης στο ΕΕΠ με αυτή τη σφαίρα, ισχύουν οι σχέσεις:

$\xi = \Phi - \varphi$	(2.19)
------------------------	--------

και

$\eta = (\Lambda - \lambda) * \cos\varphi$	(2.20)
--	--------



Εικ.2.1: Οι συνιστώσες της απόκλισης της κατακορύφου [Heiskanen,Moritz,1967]

Η ανάπτυξη των ανωτέρω μεγεθών σε σφαιρικές αρμονικές, γίνεται μέσω της διασύνδεσής τους με το διαταρακτικό δυναμικό. Η αποχή του

γεωειδούς διασυνδέεται με το διαταρακτικό δυναμικό μέσω του τύπου του Brunns, δηλαδή:

$N = \frac{T}{\gamma}$	(2.21)
------------------------	--------

Επισημαίνεται ότι το γ στον τύπο αυτό είναι το γ_0 που αναφέρθηκε προηγουμένως δηλαδή, το γ στην επιφάνεια του ΕΕΠ. Έτσι, η αποχή του Γεωειδούς αναλύεται πλέον ως εξής [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$N(r, \theta, \lambda) = \frac{G * M}{r * \gamma} * \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \right]$	(2.22)
---	--------

Εδώ ωστόσο, πρέπει να προσεχθεί το εξής: ότι η ακτίνα r πρέπει να είναι αυτή που αντιστοιχεί στην προβολή του σημείου στο Γεωειδές. Αυτό προκύπτει από τον τύπο του Brunns, ο οποίος συνδέει σημεία επί του Γεωειδούς και επί του ΕΕΠ. Πρακτικά, επειδή η αποχή είναι άγνωστη (είναι αυτή που ψάχνουμε!), μπορούμε να εισάγουμε στο ανάπτυγμα την τιμή που αντιστοιχεί στο ύψος $h=0$, δηλαδή στην επιφάνεια του ΕΕΠ ή την αμέσως επόμενη προσέγγιση, δηλαδή την τιμή του N που προκύπτει από τον τύπο του Brunns για $N=0$ [Barthelmes, 2013]. Οι προσεγγίσεις αυτές είναι γενικότερα κοντά στην πραγματικότητα, λόγω της μικρής τιμής του N παγκοσμίως.

Η ανωμαλία βαρύτητας αναπτύσσεται σε σφαιρικές αρμονικές μέσω της σχέσης της με το διαταρακτικό δυναμικό με την θεμελιώδη εξίσωση της Φυσικής Γεωδαισίας. Αυτή είναι η εξής:

$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} + \frac{1}{\gamma} * \frac{\partial \gamma}{\partial h} * T$	(2.23)
---	--------

Παραλείποντας όρους δεύτερης τάξης στον υπολογισμό της κανονικής βαρύτητας και θεωρώντας την παράγωγο του διαταρακτικού δυναμικού ως προς την κάθετο στο ΕΕΠ ίση με την αντίστοιχη παράγωγο ως προς

την γεωκεντρική ακτίνα (λόγω ομοιότητας του ΕΕΠ με σφαίρα), αποδεικνύεται μέσω παραγώγισης του αναπτύγματος του διαταρακτικού δυναμικού ότι η το ανάπτυγμα σε σφαιρικές αρμονικές της ανωμαλίας βαρύτητας είναι [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \frac{G * M}{r^2} * \left[\sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \right] \quad (2.24)$$

Η απόκλιση της κατακορύφου θ αντίστοιχα, υπολογίζεται μέσω της σχέσης της με την αποχή του Γεωειδούς, συγκεκριμένα:

$$\theta = -\frac{dN}{ds} \quad (2.25)$$

ενώ το ανάπτυγμα των συνιστωσών της από τις σχέσεις :

$$\xi = -\frac{1}{\gamma * r} * \frac{dT}{d\varphi} \quad (2.26)$$

και

$$\eta = -\frac{1}{\gamma * r * \cos\varphi} * \frac{dT}{d\lambda} \quad (2.27)$$

καταλήγοντας στα αναπτύγματα

$$\xi(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * \frac{\partial \bar{P}_{nm}(\cos\theta)}{\partial \theta} \quad (2.28)$$

και

$$\eta(r, \theta, \lambda) = -\frac{1}{\cos\varphi} * \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (-\Delta \bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * m * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \right] \quad (2.29)$$

αντίστοιχα.

Η παράγωγος της συνάρτησης Legendre που εμφανίζεται στην σχέση (2.28) υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$\frac{\partial \bar{P}_{nm}(\cos\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{\sin\theta} * [n * \cos\theta * \bar{P}_n(\cos\theta) - n * \bar{P}_{n+1}(\cos\theta)]$	(2.30)
---	--------

για $m=0$ και

$\frac{\partial \bar{P}_{nm}(\cos\theta)}{\partial \theta} = \frac{1}{\sin\theta} * [n * \cos\theta * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) - (n + m) * \bar{P}_{n-1,m}(\cos\theta)]$	(2.31)
--	--------

για $n>m>0$ και $n \neq m$.

Τέλος για $n=m$ ισχύει η ακόλουθη σχέση [Holmes, Featherstone, 2002]:

$\frac{\partial \bar{P}_{nm}(\cos\theta)}{\partial \theta} = m * \cos\theta * \frac{\bar{P}_{mm}(\cos\theta)}{\sin\theta}$	(2.32)
--	--------

Προφανώς για τα αναπτύγματα αυτά ισχύουν οι περιορισμοί που προαναφέρθηκαν για την τιμή της γεωκεντρικής ακτίνας στην απόκλιση του Γεωειδούς, αφού προέρχονται κυρίως από την παραγωγή της.

Για όλα τα ανωτέρω μεγέθη, τα αναπτύγματά τους υπολογίζονται χρησιμοποιώντας συντελεστές από τα γεωδυναμικά μοντέλα. Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούν παρατηρήσεις από επίγειες μετρήσεις, από δορυφορικές μετρήσεις και αλτιμετρικά δεδομένα, οι οποίες μετά από κατάλληλες αναγωγές, αξιοποιούνται για τον υπολογισμό των συντελεστών αυτών, ανάλογα με τη μέθοδο που χρησιμοποιείται. Αν για παράδειγμα, ως μέθοδος χρησιμοποιείται η συνόρθωση των παρατηρήσεων, τότε οι συντελεστές του διαταρακτικού δυναμικού προκύπτουν από την αντιστροφή των εξισώσεων των αναπτυγμάτων του N και του Δg ως εξής [Torge, 2001]:

$\Delta \bar{C}_{nm} = \frac{1}{4\pi * G * M} * \iint_{\sigma} r * \gamma * \left(\frac{r}{a}\right)^n * N * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) * \cos m\lambda * d\sigma$	(2.33)
--	--------

$\Delta\bar{S}_{nm} = \frac{1}{4\pi * G * M} * \iint_{\sigma} r * \gamma * \left(\frac{r}{a}\right)^n * N * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) * \sin m\lambda * d\sigma$	(2.34)
---	--------

$\Delta\bar{C}_{nm} = \frac{1}{4\pi * G * M} * \iint_{\sigma} \frac{r^2}{n-1} * \left(\frac{r}{a}\right)^n * \Delta g * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) * \cos m\lambda * d\sigma$	(2.35)
---	--------

$\Delta\bar{S}_{nm} = \frac{1}{4\pi * G * M} * \iint_{\sigma} \frac{r^2}{n-1} * \left(\frac{r}{a}\right)^n * \Delta g * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) * \sin m\lambda * d\sigma$	(2.36)
---	--------

Τα περισσότερα μοντέλα βέβαια δίνουν τους συντελεστές του ελκτικού δυναμικού C και S, οι οποίοι προκύπτουν εύκολα αν αφαιρεθούν από τους συντελεστές του διαταρακτικού δυναμικού οι αντίστοιχοι του κανονικού για το ΕΕΠ που χρησιμοποιήθηκε στον υπολογισμό τους.

Ο καταλληλότερος τρόπος για να εκτιμηθεί η επίδραση των συντελεστών ενός γεωδυναμικού μοντέλου, ανάλογα με τον βαθμό ανάπτυξης, στον προσδιορισμό μιας συνιστώσας (διαταρακτικού μεγέθους) του πεδίου βαρύτητας είναι η χρήση των συντελεστών μεταβλητότητας (anomaly degree variances) [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]. Αυτοί συμβολίζονται ως c_n^2 και είναι οι εξής για τα μεγέθη T, Δg, N, θ :

$c_n^2(T) = R^2 * \gamma^2 * \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm})^2 + (\Delta\bar{S}_{nm})^2$	(2.37)
--	--------

$c_n^2(\Delta g) = (n-1)^2 * \gamma^2 * \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm})^2 + (\Delta\bar{S}_{nm})^2$	(2.38)
---	--------

$c_n^2(N) = \frac{R^2}{\gamma^2} * \frac{1}{(n-1)^2} * c_n^2(\Delta g)$	(2.39)
---	--------

$c_n^2(\theta) = \frac{1}{\gamma^2} * \frac{n * (n + 1)}{(n - 1)^2} * c_n^2(\Delta g)$	(2.40)
--	--------

Οι συντελεστές αυτοί προσδιορίζονται είτε ανά βαθμό, χρησιμοποιώντας τις προηγούμενες σχέσεις ή αθροιστικά έως τον βαθμό ενδιαφέροντος n, χρησιμοποιώντας το άθροισμα :

$$\sum_{n=2}^n c_n^2$$

ή και την ρίζα (RMS):

$$\sqrt{\sum_{n=2}^n c_n^2}$$

Αντίστοιχες σχέσεις ισχύουν για την εκτίμηση της ακρίβειας της κάθε συνιστώσας του πεδίου βαρύτητας μέσω των χρησιμοποιούμενων συντελεστών του γεωδυναμικού μοντέλου. Απαραίτητο στοιχείο εδώ είναι οι ακρίβειες (σ) των συντελεστών, οι οποίοι προκύπτουν από τις ακρίβειες των συντελεστών που δίνονται σε κάθε γεωδυναμικό μοντέλο.

Οι εν λόγω σχέσεις είναι:

$c_n^2(\varepsilon_{\Delta g}) = (n - 1)^2 * \gamma^2 * \sum_{m=0}^n (\sigma \Delta \bar{c}_{nm})^2 + (\sigma \Delta \bar{s}_{nm})^2$	(2.41)
---	--------

$c_n^2(\varepsilon_N) = \frac{R^2}{\gamma^2} * \frac{1}{(n - 1)^2} * c_n^2(\varepsilon_{\Delta g})$	(2.42)
---	--------

$c_n^2(\varepsilon_\theta) = \frac{1}{\gamma^2} * \frac{n * (n + 1)}{(n - 1)^2} * c_n^2(\varepsilon_{\Delta g})$	(2.43)
--	--------

Και για αυτούς τους συντελεστές ισχύει ότι μπορούν να υπολογιστούν ανά βαθμό ή αθροιστικά έως αυτόν.

2.2 Το ολοκλήρωμα του Stokes

Το ολοκλήρωμα του Stokes/Νόμος του Stokes είναι μία ολοκληρωματική σχέση που συνδέει μετρήσεις βαρύτητας, μέσω των ανωμαλιών βαρύτητας και την αποχή του Γεωειδούς σε ένα σημείο.

Η σχέση έχει ως εξής [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$N = \frac{R}{4 * \pi * \gamma_m} * \iint_{\sigma} \Delta g * S(\psi) * d\sigma$	(2.44)
--	--------

Στην ανωτέρω σχέση, το R είναι μία μέση ακτίνα της Γης σε σφαιρική προσέγγιση, το γ_m μία μέση τιμή της κανονικής βαρύτητας για τη Γη, S(ψ) είναι η συνάρτηση του Stokes (βλέπε παρακάτω) και Δg είναι ανωμαλίες βαρύτητας στην (θεωρητικά σε όλη) Γη, ανηγμένες στο Γεωειδές.

Η συνάρτηση του Stokes έχει ως όρισμα την σφαιρική απόσταση ψ ανάμεσα στο σημείο ενδιαφέροντος και στο κάθε σημείο των δεδομένων (θεωρητικά σε κάθε σημείο της Γης). Η σφαιρική απόσταση μεταξύ δύο σημείων i, j δίνεται από την σχέση [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$\psi_{i,j} = \arccos[\sin\varphi_i * \sin\varphi_j + \cos\varphi_i * \cos\varphi_j * (\cos\lambda_i * \cos\lambda_j + \sin\lambda_i * \sin\lambda_j)]$	(2.45)
---	--------

Η δε συνάρτηση του Stokes ισούται με το

$S(\psi) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n + 1}{n - 1} * P_n(\cos\psi)$	(2.46)
--	--------

και προσεγγίζεται ικανοποιητικά από το εξής ανάπτυγμα:

$\frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi * \ln\left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\right)^2\right)$	(2.47)
---	--------

Η σχέση αυτή ισχύει καταρχήν για το διαταρακτικό δυναμικό ως [Heiskanen ,Moritz,1967]:

$T = \frac{R}{4 * \pi} * \iint_{\sigma} \Delta g * S(\psi) * d\sigma$	(2.48)
---	--------

ενώ η σχέση που αναφέρθηκε πιο πάνω για το N προέρχεται από τον συνδυασμό της προηγούμενης σχέσης και του νόμου του Bruns. Η απόδειξη του νόμου του Stokes (παραλείπεται) με την σχέση που προαναφέρθηκε, προϋποθέτει ότι οι όροι με βαθμό μηδέν και ένα (στο ανάπτυγμα σφαιρικών αρμονικών) είναι μηδενικοί. Αυτό μπορεί να υφίσταται μόνο εφόσον συντρέχουν οι εξής προϋποθέσεις:

- α) Όταν το χωροσταθμικό ΕΕΠ έχει κανονικό δυναμικό στην επιφάνειά του ίσο με το δυναμικό του Γεωειδούς , δηλαδή $U_0=W_0$
- β) Όταν το χωροσταθμικό ΕΕΠ έχει μάζα ίση με τη μάζα της Γης και
- γ) Όταν το κέντρο του χωροσταθμικού ΕΕΠ συμπίπτει με το κέντρο μάζας της Γης [Heiskanen,Moritz,1967].

Ενώ η γ) ανωτέρω συνθήκη πρακτικά πάντα ικανοποιείται, οι άλλες δύο σπάνια ικανοποιούνται.

Σε αυτή την περίπτωση ο νόμος του Stokes για το διαταρακτικό δυναμικό τροποποιείται ως εξής [Heiskanen,Moritz,1967]:

$T = \frac{G * \delta M}{R} + \frac{R}{4 * \pi} * \iint_{\sigma} \Delta g * S(\psi) * d\sigma$	(2.49)
--	--------

όπου δM είναι η διαφορά μεταξύ της Γης και του χωροσταθμικού ΕΕΠ ενώ η αντίστοιχη σχέση για το N είναι η

$N = \frac{G * \delta M}{R * \gamma_m} - \frac{\delta W}{\gamma_m} + \frac{R}{4 * \pi * \gamma_m} * \iint_{\sigma} \Delta g * S(\psi) * d\sigma$	(2.50)
--	--------

όπου επιπλέον η ποσότητα δW είναι η διαφορά του κανονικού βαρυτικού δυναμικού στην επιφάνεια του χωροσταθμικού ΕΕΠ από το βαρυτικό δυναμικό στην επιφάνεια του Γεωειδούς.

Η πρακτική χρήση του ολοκληρώματος του Stokes γίνεται συνήθως με αντικατάσταση των ολοκληρωμάτων με σειρές αθροισμάτων. Η περιοχή γύρω από το σημείο, χωρίζεται είτε σε σφαιρικά τραπέζια, είτε σε κελιά γεωγραφικού πλέγματος. Σε κάθε ένα από τα τραπέζια/κελιά, αντιστοιχεί μία αντιπροσωπευτική τιμή ανωμαλίας της βαρύτητας (κατάλληλα ανηγμένης στο Γεωειδές). Συγκεκριμένα, για την περίπτωση χρήσης των σφαιρικών τραpezίων η τιμή της απόκλισης του Γεωειδούς προκύπτει από την σχέση [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007] για k σφαιρικά τραπέζια:

$N = \sum_k c_k * \overline{\Delta g}_k$	(2.51)
--	--------

όπου $\overline{\Delta g}_k$ η μέση τιμή της ανωμαλίας βαρύτητας για κάθε σφαιρικό τραπέζιο και

$c_k = \frac{R}{4 * \pi * \gamma_m} * \iint_{q_k} S(\psi) * d\sigma$	(2.52)
--	--------

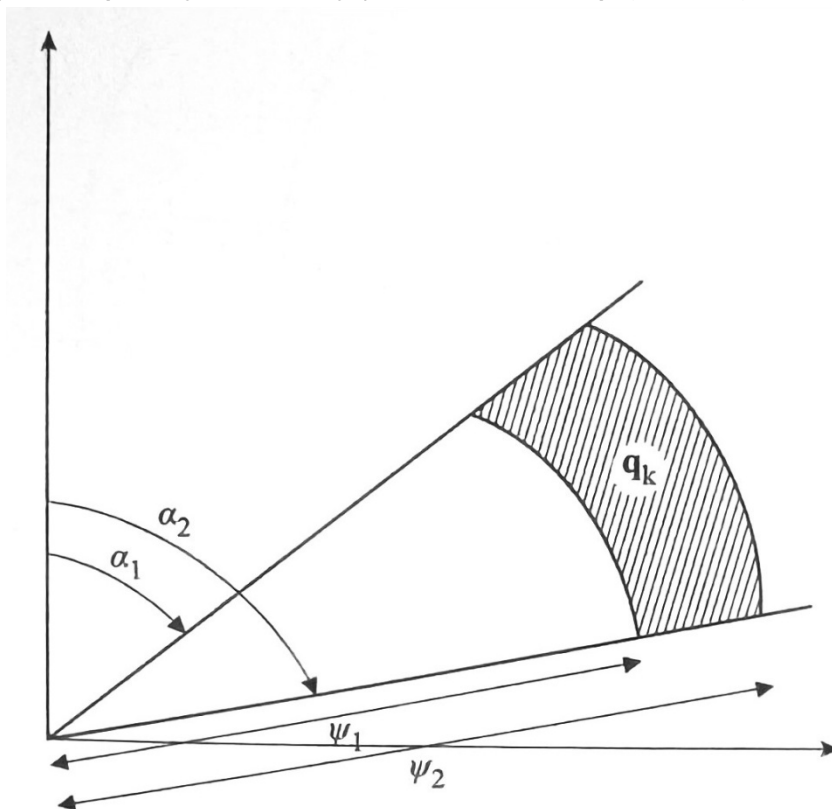
Η ανωτέρω σχέση για το c_k καταλήγει στην εξής:

$c_k = \frac{R}{2 * \pi * \gamma_m} * (a_2 - a_1) * [J(\psi_2) - J(\psi_1)]$	(2.53)
--	--------

όπου

$J(\psi) = \frac{1}{2} * \left[1 + 4 \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) - \cos\psi - 6 \left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\right)^3 - \frac{7}{4} \left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\right)^2 - \frac{3}{2} (\sin\psi)^2 * \ln\left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \left(\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\right)^2\right) \right]$	(2.54)
---	--------

Στις παραπάνω σχέσεις, τα ψ_1 και ψ_2 είναι οι σφαιρικές αποστάσεις από το σημείο ενδιαφέροντος μέχρι την αρχή του τραπεζίου και το τέλος του αντίστοιχα και α_1 και α_2 τα αζιμούθια που ορίζουν το εύρος του σφαιρικού τραπεζίου, όπως φαίνεται και στην(Εικ.2.2).



Εικ.2.2: Οι παράμετροι υπολογισμού της αποχής του Γεωειδούς, σύμφωνα με το νόμο του Stokesγια σφαιρικά τραπέζια. [Αραμπέλος,Τζιαβός,2007]

Στην περίπτωση του γεωγραφικού καννάβου, το c_k προκύπτει από την σχέση [Αραμπέλος,Τζιαβός,2007]:

$c_k = \frac{R}{4 * \pi * \gamma_m} * \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} S(\psi) * \cos\varphi * d\varphi * d\lambda$	(2.55)
--	--------

Εάν θεωρηθεί ότι εντός του κελιού του γεωγραφικού καννάβου, η τιμή της $S(\psi)$ δεν διακυμαίνεται σημαντικά και μπορεί να θεωρηθεί σταθερή,

τότε το διπλό ολοκλήρωμα της ανωτέρω σχέσης, στις αριθμητικές/πρακτικές εφαρμογές αντικαθίσταται από το γινόμενο του εμβαδού του κελιού του καννάβου με την $S(\psi)$.

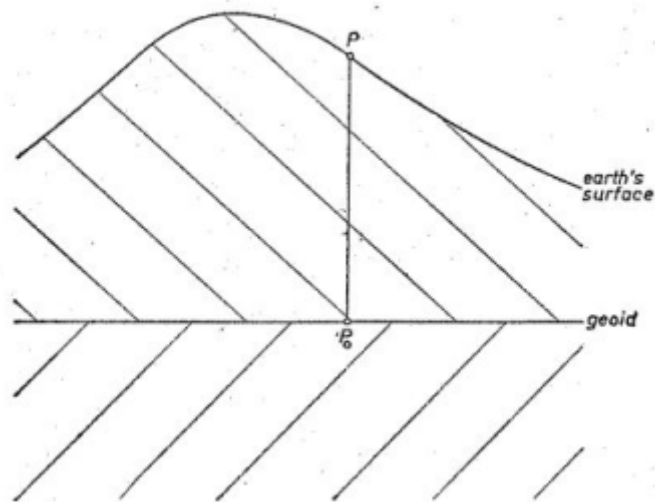
Μία ακόμη παραδοχή γίνεται και στην απόσταση των τιμών δεδομένων από το σημείο ενδιαφέροντος. Στη θεωρία αυτό αναπαρίσταται με την χρήση της εσωτερικής και εξωτερικής ακτίνας ολοκλήρωσης. Τα δεδομένα τα οποία βρίσκονται εκτός της ακτίνας ολοκλήρωσης, θεωρείται ότι δεν συνεισφέρουν παρά ελάχιστα στην τιμή του N και για αυτό μπορούν να παραλειφθούν. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι η τιμή του N προσεγγίζεται ικανοποιητικά και από δεδομένα τα οποία βρίσκονται στην εγγύς περιοχή του σημείου.

2.3 Αναγωγές της βαρύτητας - Η τοπογραφική αναγωγή

Η αναγωγή της βαρύτητας είναι η απαραίτητη διαδικασία που υφίστανται οι μετρήσεις μας, οι οποίες γίνονται στη φ.γ.ε., έτσι ώστε να αναχθούν στο Γεωειδές. Στο ολοκλήρωμα του Stokes, οι ανωμαλίες βαρύτητας αναφέρονται στο Γεωειδές και επιπλέον, η απόδειξή της εν λόγω σχέσης προϋποθέτει το διαταρακτικό δυναμικό να είναι αρμονική συνάρτηση από την επιφάνεια του Γεωειδούς και πάνω, το οποίο σημαίνει ότι θεωρούμε ότι δεν υπάρχουν μάζες πάνω από αυτό. Προφανώς αυτό δεν ισχύει και αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο έχουμε τις διάφορες διορθώσεις (διόρθωση της έμμεσης επίδρασης στο Γεωειδές).

Γενικότερα, οι αναγωγές της βαρύτητας, από ένα σημείο της φ.γ.ε, στο προβαλλόμενο σημείο του στο Γεωειδές, αποτελούνται από τα εξής βήματα:

- α) Την αφαίρεση των υπερκείμενων του Γεωειδούς μαζών ή την μετακίνησή τους (ή συμπίεσή τους) κάτω από το Γεωειδές
- β) Την μετακίνηση του στο Γεωειδές (Εικ.2.3).



Εικ.2.3: Η αναγωγή της βαρύτητας από ένα σημείο P στην ΦΓΕ στο αντίστοιχο σημείο P_0 επί του Γεωειδούς. [Heiskanen, Moritz, 1967]

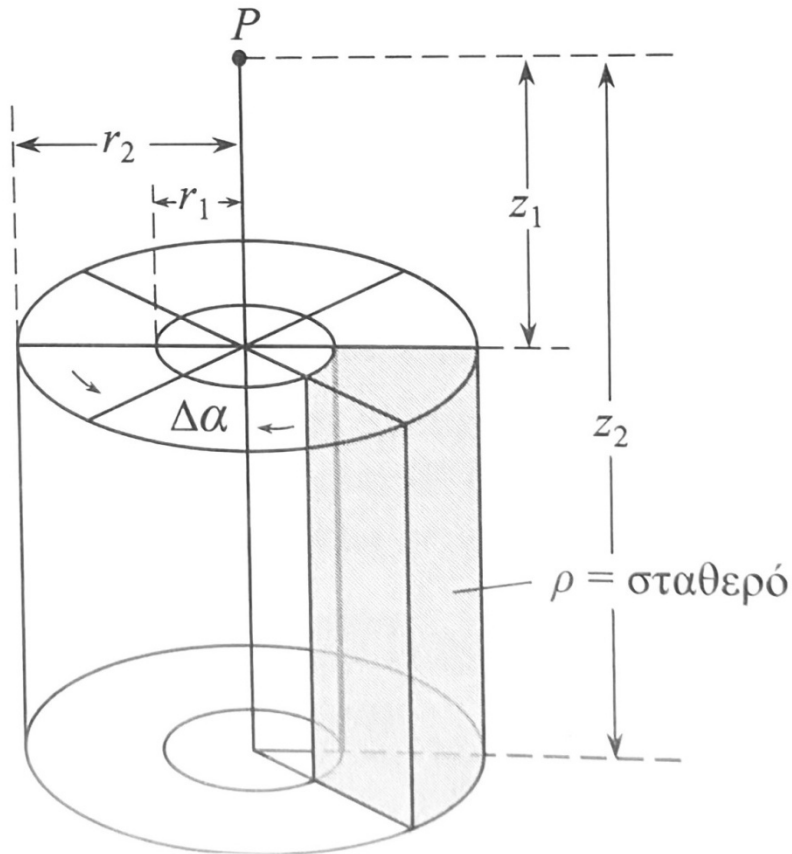
Σαν τελευταίο βήμα, συνήθως υπάρχουν οι διορθώσεις των έμμεσων επιδράσεων για όποια διαδικασία ακολουθήθηκε.

Μία συνήθης αναγωγή, είναι η αναγωγή Bouguer, όπου ουσιαστικά, οι μάζες οι υπερκείμενες του Γεωειδούς αφαιρούνται (τοπογραφική αναγωγή). Είναι προφανές ότι σε αυτή την περίπτωση απαιτείται να είναι γνωστό το ανάγλυφο της περιοχής, το οποίο στις πρακτικές εφαρμογές συνήθως αντιπροσωπεύεται από το ψηφιακό μοντέλο εδάφους (DTM). Οι δύο πιο συνηθισμένοι τρόποι υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής είναι η μέθοδος των κυκλικών τομέων και η μέθοδος του καρτεσιανού πλέγματος.

Στην περίπτωση των κυκλικών τομέων, το σημείο ενδιαφέροντος βρίσκεται στο κέντρο ομόκεντρων κύκλων διαφορετικής ακτίνας, έτσι ώστε να σχηματίζονται πρισματικοί κυκλικοί τομείς. Το ύψος κάθε πρίσματος είναι ίσο με το μέσο ύψος της τοπογραφίας που περιέχεται στο πρίσμα αυτό (Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007). Αυτό σημαίνει ότι προσεγγιστικά η κάτω πλευρά του κάθε τομέα «ακουμπάει» στο Γεωειδές. Για κάθε έναν πρισματικό κυκλικό τομέα υπολογίζεται η (ελκτική) βαρύτητα που ασκείται στο σημείο ενδιαφέροντος (έστω P) από την σχέση:

$$F_z = G * \rho * \Delta\alpha * \left(\sqrt{z_2^2 + r_1^2} - \sqrt{z_2^2 + r_2^2} - \sqrt{z_1^2 + r_1^2} + \sqrt{z_1^2 + r_2^2} \right) \quad (2.56)$$

με τις ποσότητες που υπεισέρχονται στη σχέση να αναλύονται στην (Εικ.2.4)



Εικ.2.4: Ο υπολογισμός της τοπογραφικής αναγωγής με τη μέθοδο των κυκλικών τομέων. [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]

Είναι προφανές ότι στη σχέση και σύμφωνα με το σχήμα, το z_2 ισούται με το υψόμετρο του σημείου P, ενώ το z_1 με τη διαφορά του υψομέτρου του σημείου P από το μέσο υψόμετρο του πρίσματος, ενώ στην ειδική (και πλέον συνηθισμένη) περίπτωση που το σημείο ενδιαφέροντος ανήκει στην Φ.Γ.Ε., τότε το $z_2=0$.

Η συνολική βαρύτητα που ασκείται στο σημείο ενδιαφέροντος από όλους τους πρισματικούς τομείς είναι το σύνολο των επιδράσεων από όλους τους κυκλικούς τομείς, δηλαδή

$\delta g_T = \sum F_z$	(2.57)
-------------------------	--------

Κανονικά οι ομόκεντροι κύκλοι που δημιουργούν τους κυκλικούς αυτούς τομείς, θα έπρεπε να επεκτείνονται τόσο ώστε να καλύψουν όλη την επιφάνεια της Γης. Πρακτικά ωστόσο, λαμβάνονται υπόψη οι επιδράσεις μέχρι μία συγκεκριμένη ακτίνα.

Η μέθοδος του καρτεσιανού πλέγματος, έχει παρόμοια λογική με αυτή των πρισματικών κυκλικών τομέων, μόνο που αυτή τη φορά, ο χώρος χωρίζεται σε ορθογωνικά πρίσματα, των οποίων το ύψος συμπίπτει με το μέσο υψόμετρο τοπογραφίας της περιοχής που περικλείεται από το πρίσμα. Σύμφωνα και με την (Εικ.2.5), αρχή του τρισδιάστατου καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων είναι το σημείο ενδιαφέροντος/υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής, ο άξονας z συμπίπτει με την κατακόρυφο και ο προσανατολισμός των αξόνων x και y είναι αυθαίρετος. Γίνεται ωστόσο κατανοητό ότι και σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να συζητούμε για περιορισμένες ακτίνες επιδράσεων, αφού η καμπυλότητα της Γης και συνεπακόλουθα η απόκλιση των κατακόρυφων γραμμών από την παραλληλία, θα δημιουργούσαν ασυμβατότητα στην ύπαρξη ενός και μόνου καρτεσιανού συστήματος αναφοράς. Για κάθε ορθογωνικό πρίσμα, η βαρύτητα δίνεται από την ολοκληρωματική σχέση

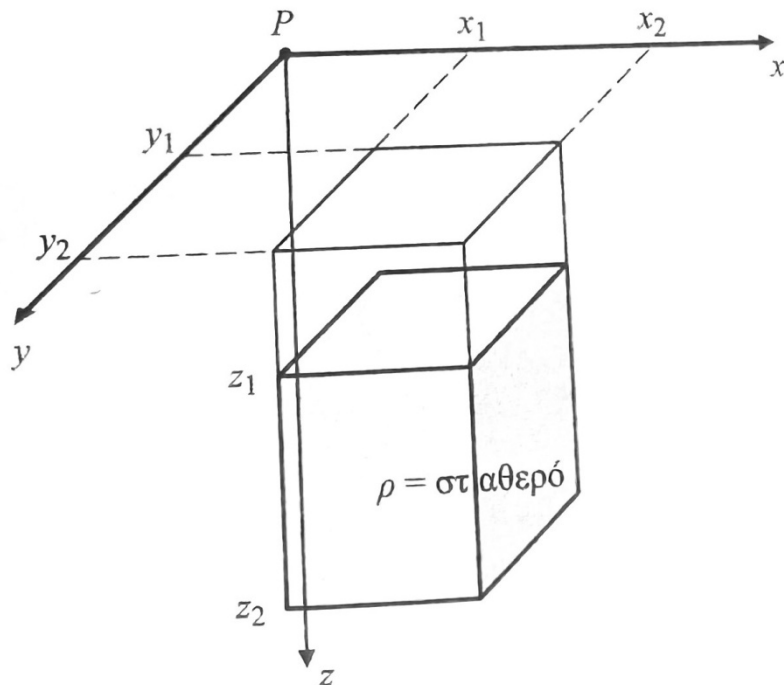
$F_z = G * \rho * \int_{x1}^{x2} dx \int_{y1}^{y2} dy \int_{z1}^{z2} \frac{z * dz}{r^3}$	(2.58)
--	--------

όπου

$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}$	
---------------------------------------	--

και πρακτικά υπολογίζεται από την σχέση [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$G * \rho * \left[x * \ln(y + r) + y * \ln(x + r) - z * \arcsin \left[\frac{z^2 + y^2 + y * r}{(y + r) * \sqrt{y^2 + z^2}} \right] \right] \Big _{x_1}^{x_2} \Big _{y_1}^{y_2} \Big _{z_1}^{z_2} \quad (2.59)$
--



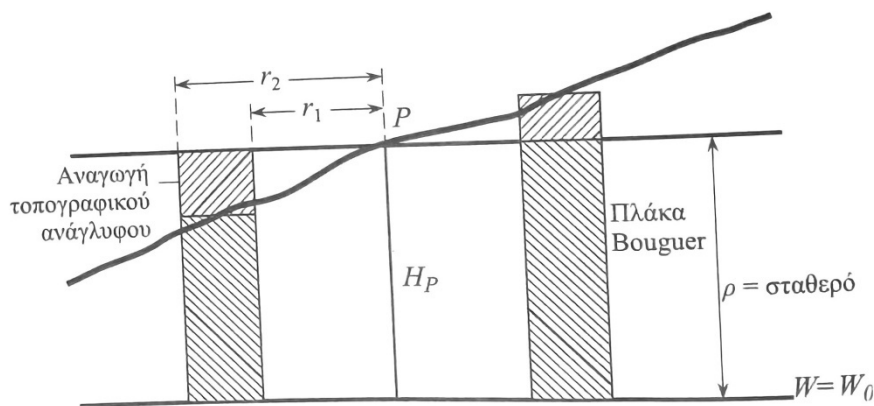
Εικ.2.5: Ο υπολογισμός της τοπογραφικής αναγωγής με τη μέθοδο του ορθογωνικού καννάβου. [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]

Και σε αυτή την περίπτωση, η συνολική βαρύτητα υπολογίζεται ως το άθροισμα των επιδράσεων από όλα τα ορθογωνικά πρίσματα. Λαμβάνοντας υπόψη ότι οι ανωτέρω υπολογισμοί πραγματοποιούνται συνήθως στις περιπτώσεις υπολογισμού του Γεωειδούς, συνεπάγεται ότι το ορθομετρικό υψόμετρο των γειτονικών σημείων δεν μπορεί να είναι γνωστό με μεγάλη ακρίβεια, εισάγοντας έτσι έναν παράγοντα σφάλματος. Ακόμη ένας παράγοντας σφάλματος είναι η παραδοχή ότι τα πρίσματα που χρησιμοποιήθηκαν στις παραπάνω μεθόδους, περικλείουν μάζες σταθερής πυκνότητας, για τις οποίες επίσης γίνονται υποθέσεις για την τιμή τους. Μία μέθοδος περιορισμού των σφαλμάτων που εισάγουν οι υποθέσεις περί πυκνότητας, είναι η ανάλυση της τοπογραφικής αναγωγής στην αναγωγή της πλάκας Bouguer και στην αναγωγή του τοπογραφικού αναγλύφου, δηλαδή

$\delta g_T = \delta g_P + \delta g_t$	(2.60)
--	--------

Σύμφωνα και με την(Εικ.2.6) , η πλάκα Bouguer είναι μία επίπεδη πλάκα πάχους όσο το (προσεγγιστικό) υψόμετρο του σημείου ενδιαφέροντος και σταθερής πυκνότητας ίσης με τη μέση πυκνότητα της ανώτερης λιθόσφαιρας $\rho=2670 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Η βαρύτητα στο σημείο ενδιαφέροντος P από την πλάκα Bouguer είναι [Αραμπέλος,Τζιαβός,2007]:

$\delta g_P = 2 * \pi * G * \rho * H_P$	(2.61)
---	--------



Εικ.2.6: Η τοπογραφική αναγωγή αναλύεται στην αναγωγή της πλάκας Bouguer και στην αναγωγή του τοπογραφικού αναγλύφου. [Αραμπέλος,Τζιαβός,2007]

Η υπολειπόμενη διόρθωση για τις εξάρσεις που πρέπει να προστεθούν και τις βυθίσεις που πρέπει να αφαιρεθούν από τις μάζες, γίνονται μέσω της αναγωγής του τοπογραφικού αναγλύφου, η οποία είναι πάντοτε θετική. Ουσιαστικά, με την χρήση μόνο της πλάκας Bouguer, εισάγονται επιδράσεις για τις περιοχές με υψόμετρο μικρότερο του σημείου ενδιαφέροντος (ενώ εκεί δεν υπάρχει τίποτα) και δεν εισάγονται επιδράσεις για τις περιοχές με υψόμετρο μεγαλύτερο από αυτό του σημείου ενδιαφέροντος (ενώ υπάρχουν).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

3) Υλοποίηση Αλγορίθμων

Οι αλγόριθμοι που αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια περιορίζονται σε αυτή την εργασία από δύο παράγοντες: 1) από το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε. και 2) από την θεωρητική έκταση την οποία καλύπτουν.

Όσον αφορά στον πρώτο παράγοντα, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Matlab 2017a, το οποίο ως εργαλείο προγραμματισμού, έχει την δική του δομή, την οποία είμαστε υποχρεωμένοι να υπακούσουμε. Έτσι, τα προβλήματα που μας αφορούν θα πρέπει να διαμορφωθούν κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι συμβατά με το λογισμικό. Όσον αφορά στον δεύτερο παράγοντα, δεν ήταν δυνατό στα πλαίσια αυτής της εργασίας να ληφθούν υπόψη όλες οι παράμετροι οι οποίες βελτιστοποιούν αυτά τα προβλήματα (κάποιες από αυτές ακόμη και τώρα αναπροσαρμόζονται), αλλά ωστόσο θα τεθούν εδώ, ώστε να ληφθούν υπόψη από τον οποιονδήποτε χρήστη του λογισμικού και να μπορεί έτσι να γίνει μία εκτίμηση, εάν επαρκούν ή όχι για την απαιτούμενη ακρίβεια των εργασιών του.

3.1 Παραδοχές – Προβλήματα 1^{ης} υπορουτίνας

Αρχικά, ένας περιορισμός που τίθεται, είναι ο πεπερασμένος αριθμός των γεωδυναμικών μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν. Πράγματι, χρησιμοποιήθηκαν μόνο 17 μοντέλα και συγκεκριμένα, μοντέλα που μεταγενέστερα του 2008 και μόνο αυτά που περιέχουν και επίγεια δεδομένα. Τα μοντέλα αυτά είναι τα: EGM2008, GGM03C, EIGEN-51C, EIGEN-5C, EIGEN-6C, EIGEN-6C2, EIGEN-6C3STAT, EIGEN-6C4, GGM05C, GIF48, GOCO05C, XGM2016, GAO2012, ICGT-R1C, GO-CONS-GCF-2-TIM-R6E, XGM2019E-2159 και SGG-UGM-2. Τα γεωδυναμικά μοντέλα αυτά είναι υψηλής ανάπτυξης (έως βαθμού 2190)

και είναι τα συνήθως χρησιμοποιούμενα στις πρακτικές εφαρμογές της Φυσικής Γεωδαισίας.

Επίσης, όλα τα μοντέλα, αντλήθηκαν από τον ιστότοπο της ICGEM (http://icgem.gfz-potsdam.de/tom_longtime).

Ένας δεύτερος περιορισμός είναι ότι ενώ κάποια εκ των μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν, είναι χρονικά μεταβαλλόμενα, αυτά δεν χρησιμοποιήθηκαν ως τέτοια. Χρονικά μεταβαλλόμενα, είναι τα μοντέλα τα οποία κατά την δημιουργία τους, έχει προβλεφθεί συνάρτηση, η οποία υπολογίζει τους συντελεστές τους ανάλογα με την εποχή υπολογισμού. Για παράδειγμα, στο μοντέλο EIGEN-6C, πέρα από τους συνήθεις συντελεστές (οι οποίοι δίνονται ως *gfc* λ.χ. στο μοντέλο GGM03C) Εικ.3.1, υπάρχουν και συντελεστές – διαφορετικής ονομασίας για κάθε μοντέλο – όπως *gfct*, *trnd*, *asin*, *acos* κλπ., οι οποίοι χρησιμοποιώντας λ.χ. την συνάρτηση [EIGEN-6C documentation]

$G(t) = gfct + trnd * (t - t_0) + asin1 * \sin\left(\frac{2 * \pi}{p1} * (t - t_0)\right) +$ $+ acos1 * \cos\left(\frac{2 * \pi}{p1} * (t - t_0)\right) + asin2 * \sin\left(\frac{2 * \pi}{p2} * (t - t_0)\right) +$ $+ acos2 * \cos\left(\frac{2 * \pi}{p2} * (t - t_0)\right)$	(3.1)
--	-------

υπολογίζουν πλέον τους συντελεστές που αναφέρονται στη συγκεκριμένη εποχή. Στον αλγόριθμο που πραγματοποιήθηκε στα πλαίσια αυτής της εργασίας δεν ελήφθησαν υπόψη τέτοιοι συντελεστές και αφαιρέθηκαν από τα προς επεξεργασία μοντέλα.

GGM03C.txt x						
gfc	0	0	1.000000000000e+00	0.000000000000e+00	0.00000e+00	0.00000e+00
gfc	1	0	0.000000000000e+00	0.000000000000e+00	0.00000e+00	0.00000e+00
gfc	1	1	0.000000000000e+00	0.000000000000e+00	0.00000e+00	0.00000e+00
gfc	2	0	-4.841693259705e-04	0.000000000000e+00	4.68460e-11	0.00000e+00
gfc	2	1	-2.189810040712e-10	1.467451636117e-09	7.75160e-12	7.81670e-12
gfc	2	2	2.439349093502e-06	-1.400284857733e-06	7.80670e-12	7.80760e-12
gfc	3	0	9.572141520460e-07	0.000000000000e+00	9.83230e-12	0.00000e+00
gfc	3	1	2.030465664514e-06	2.482058936058e-07	4.49800e-12	4.50570e-12
gfc	3	2	9.047902456370e-07	-6.189883025458e-07	6.75280e-12	6.75280e-12
gfc	3	3	7.212791564398e-07	1.414371726452e-06	1.27710e-11	1.27820e-11

α)

gfct	2	0	-4.84165299806e-04	0.000000000000e+00	1.9482e-13	0.0000e+00	20050101
trnd	2	0	-1.26060242677e-11	0.000000000000e+00	3.2284e-14	0.0000e+00	
asin	2	0	5.32328946063e-11	0.000000000000e+00	1.9618e-13	0.0000e+00	1.0
acos	2	0	4.100121262817e-11	0.000000000000e+00	1.8915e-13	0.0000e+00	1.0
asin	2	0	-2.44339926664e-11	0.000000000000e+00	1.9158e-13	0.0000e+00	0.5
acos	2	0	3.33917546745e-11	0.000000000000e+00	1.8829e-13	0.0000e+00	0.5
gfct	3	0	9.57211211877e-07	0.000000000000e+00	1.6575e-13	0.0000e+00	20050101
trnd	3	0	-8.37409795344e-12	0.000000000000e+00	5.0047e-14	0.0000e+00	
asin	3	0	9.47586646659e-11	0.000000000000e+00	2.2725e-13	0.0000e+00	1.0
acos	3	0	-1.76060539636e-11	0.000000000000e+00	2.2776e-13	0.0000e+00	1.0
asin	3	0	-9.12652655373e-12	0.000000000000e+00	1.8757e-13	0.0000e+00	0.5
acos	3	0	1.06250666438e-11	0.000000000000e+00	1.8607e-13	0.0000e+00	0.5
gfct	4	0	5.39990171043e-07	0.000000000000e+00	6.2820e-14	0.0000e+00	20050101
trnd	4	0	1.24828057445e-12	0.000000000000e+00	2.8139e-14	0.0000e+00	
asin	4	0	-3.50320360424e-12	0.000000000000e+00	7.2096e-14	0.0000e+00	1.0

β)

Εικ.3.1: α) Τυπικοί συντελεστές γεωδυναμικού μοντέλου χωρίς χρονική μεταβολή, β) Αντίστοιχοι συντελεστές με χρονική μεταβολή. [EIGEN-6C documentation]

Ο τρίτος περιορισμός αφορά στο πρόβλημα του υπολογισμού των συναρτήσεων Legendre που χρησιμοποιούνται σε όλα τα αναπτύγματα των σφαιρικών αρμονικών. Όπως αναφέρθηκε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, υπάρχει η γενική σχέση υπολογισμού, η οποία όμως χρησιμοποιεί παραγοντικά, τα οποία έχει φανεί ότι όσο μεγαλώνει ο βαθμός n των αναπτυγμάτων, δημιουργούν υπολογιστικά προβλήματα (μεγάλος όγκος πράξεων) και καθυστερούν σημαντικά την όλη διαδικασία. [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007, σελ 120]. Έτσι, χρησιμοποιούνται συνήθως οι αναδρομικές σχέσεις που περιγράφηκαν με τις εξισώσεις (2.5) και (2.6). Οι εν λόγω εξισώσεις αφορούν μη κανονικοποιημένες συναρτήσεις Legendre. Για την αποφυγή του

υπολογισμού παραγοντικών που υπεισέρχονται στην σχέση (2.4) για τις κανονικοποιημένες συναρτήσεις, χρησιμοποιείται αντί αυτής η σχέση [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$\overline{P}_{nm}(t) = \sqrt{\frac{(2n-1) * (2n+1)}{(n-m) * (n+m)}} * t * \overline{P}_{n-1,m}(t) - \sqrt{\frac{(2n+1) * (n+m-1) * (n-m-1)}{(2n-3) * (n+m) * (n-m)}} * \overline{P}_{n-2,m}(t)$	(3.2)
--	-------

για $n > m + 1$

Η συγκεκριμένη σχέση ωστόσο δημιουργεί τα εξής προβλήματα:

1) δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για αναπτύγματα όπου το $n = m$ λόγω του ότι τα πηλίκια των ριζών δεν ορίζονται πλέον και

2) δεν έχει φυσικό νόημα (δεν υφίσταται) η συνάρτηση $\overline{P}_{n-2,m}(t)$, όταν το $n = m + 1$. Για αυτό το λόγο η σχέση δίνεται με τον περιορισμό $n > m + 1$, υπονοώντας έτσι ότι για τις παραπάνω περιπτώσεις, πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο γενικότερος τύπος υπολογισμού. Αυτή η προσέγγιση θα δημιουργούσε προβλήματα τόσο συμβατότητας μεταξύ των συναρτήσεων αλλά και την εξάρτηση πάλι των υπολογισμών από παραγοντικά.

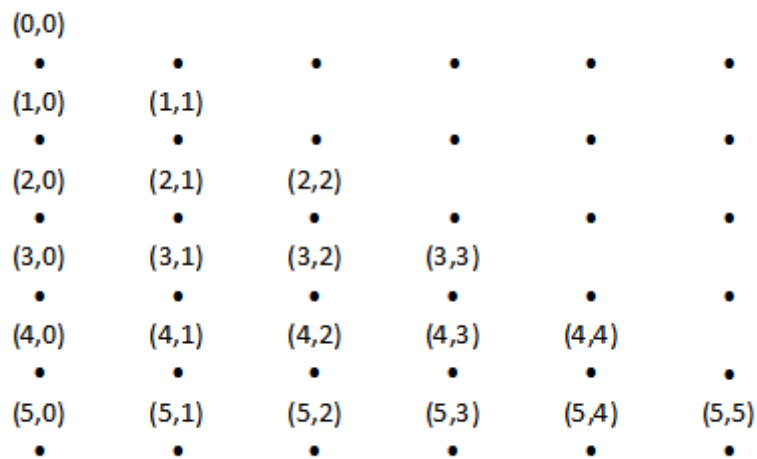
Για την άρση του 1^{ου} προβλήματος, όπου δηλαδή $n = m$ χρησιμοποιήθηκε η σχέση [Holmes, Featherstone, 2002]:

$\overline{P}_{mm}(\theta) = \sin\theta * \sqrt{\frac{2m+1}{2m}} * \overline{P}_{m-1,m-1}(\theta)$	(3.3)
--	-------

για $m > 1$

Η άρση του δεύτερου προβλήματος είναι πιο περίπλοκη αφού αναφέρεται ως πρόβλημα και από τους Holmes και Featherstone. Εκεί αναφέρεται ότι όντως η συνάρτηση $\overline{P}_{n-2,m}(t)$, στην περίπτωση όπου $m = n - 1$, δεν υφίσταται, αλλά ούτως ή άλλως δεν μας απασχολεί αφού το

βημη σε αυτή την περίπτωση μηδενίζεται, μηδενίζοντας ταυτόχρονα και όλο τον υπόλοιπο όρο της εξίσωσης. Αυτό μπορεί να ισχύει σε ένα περιβάλλον υπολογισμών στο χέρι, αλλά σε ένα προγραμματιστικό περιβάλλον, αυτό δεν είναι αποδεκτό και δημιουργεί σφάλμα. Για την άρση λοιπόν και αυτού του προβλήματος, στο πλαίσιο υλοποίησης του αλγορίθμου ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία. Όλες οι τιμές των (κανονικοποιημένων) συναρτήσεων Legendre, πινακοποιήθηκαν με την λογική ότι η σειρά και η στήλη που θα παρουσιάζονται/εγγράφονται στον πίνακα, θα είναι μεγαλύτερες κατά 1 μονάδα από τον αναφερόμενο βαθμό και την τάξη τους αντίστοιχα. Αυτό έχει διττό αποτέλεσμα: Αρχικά, όλες οι συναρτήσεις Legendre, ακόμη και αυτές που έχουν ως βαθμούς και τάξεις το μηδέν, μπορούν να προσπελαστούν και να συμμετάσχουν σε υπολογισμούς, αφού η προσπέλαση μιας τιμής ενός στοιχείου πίνακα θα πρέπει να αναφέρεται σε στήλη και σειρά που είναι θετικοί αριθμοί. Επίσης, κατά την εισαγωγή αυτού του πίνακα η προεπιλεγμένη τιμή όλων των στοιχείων του είναι το μηδέν. (Εικ. 3.2). Έτσι, χρησιμοποιώντας αρχικά κάποιες τιμές εκκίνησης λ.χ. έως την $\overline{P_{2,2}}(t)$, ο υπόλοιπος πίνακας συμπληρώνεται με την συμπλήρωση κάθε βρόγχου επανάληψης στον αλγόριθμο. Ωστόσο, οι εγγραφές του πίνακα για τις οποίες ισχύει ότι $m > n$ είναι ήδη μηδενικές, αντιμετωπίζοντας τελικά και το δεύτερο πρόβλημα που αναφέρθηκε. Εδώ επισημαίνεται, ότι οι αναδρομικές σχέσεις υπολογισμού των συναρτήσεων Legendre στον αλγόριθμο έχουν τροποποιηθεί για αυτό τον σκοπό κατάλληλα.



Εικ. 3.2: Ο τρόπος που διαμορφώθηκε ο αλγόριθμος για τον υπολογισμό των συναρτήσεων Legendre . Φαίνεται λ.χ. όπου P_{20} ότι ισούται με το στοιχείο (3,1) του πίνακα. Όπου υπάρχουν τελείες χωρίς ενδείκτη (δηλαδή $m > n$) , το στοιχείο είναι μηδενικό.

Άλλη μία παραδοχή του αλγορίθμου υπολογισμού είναι ότι ο «μηδενικός όρος» στον υπολογισμό της αποχής του Γεωειδούς, δεν λαμβάνεται υπόψη. Ουσιαστικά δηλαδή, αγνοούμε την περίπτωση όπου αφενός η μάζα του χωροσταθμικού ΕΕΠ δεν συμπίπτει με τη μάζα της Γης και αφετέρου ότι το κανονικό δυναμικό στην επιφάνεια του χωροσταθμικού ΕΕΠ δεν συμπίπτει με το δυναμικό του Γεωειδούς. Αν αυτοί οι παράγοντες λαμβάνονταν υπόψη, τότε η αποχή του Γεωειδούς θα υπολογίζονταν ως [Heiskanen, Moritz, 1967]:

$N = \frac{T - \delta W}{\gamma}$	(3.4)
-----------------------------------	-------

όπου δW είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ του χωροσταθμικού ΕΕΠ και του Γεωειδούς και γ η κανονική βαρύτητα στο χωροσταθμικό ΕΕΠ.

Το ανάπτυγμα του T με σφαιρικές αρμονικές λαμβάνοντας υπόψη ότι ο μηδενικός του όρος εμπεριέχει τη διαφορά μάζας μεταξύ χωροσταθμικού ΕΕΠ και Γης είναι [Αραμπέλος, Τζιαβός, 2007]:

$T(r, \theta, \lambda) = \frac{(G * M - G * M_E)}{r} + \frac{G * M}{r} * \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \right]$	(3.5)
---	-------

όπου M_E είναι η μάζα του χωροσταθμικού ΕΕΠ.

Συνδυάζοντας τις ανωτέρω εξισώσεις προκύπτει η αποχή του Γεωειδούς N λαμβάνοντας υπόψη τόσο τη διαφορά δυναμικού μεταξύ του χωροσταθμικού ΕΕΠ και του Γεωειδούς, όσο και τη διαφορά μάζας μεταξύ χωροσταθμικού ΕΕΠ και Γης. Επισημαίνεται ότι ο όρος για $n=1$ λαμβάνεται πάντα ως μηδέν, λόγω του ότι δεν έχει νόημα να επιλέξουμε ως κέντρο του συστήματος αναφοράς των σφαιρικών συντεταγμένων άλλο από το κέντρο μάζας της Γης.

Με μία παρόμοια λογική δεν λαμβάνονται υπόψη οι αναγωγές των συντελεστών των αναπτυγμάτων των σφαιρικών αρμονικών, λόγω αφενός της διαφοράς μάζας του χωροσταθμικού ΕΕΠ και της Γης, αφετέρου της διαφοράς στην ακτίνα αναφοράς υπολογισμού των αναπτυγμάτων του κανονικού δυναμικού και του βαρυτικού δυναμικού. Από τη στιγμή που η σχέση υπολογισμού του διαταρακτικού δυναμικού είναι η

$T(r, \theta, \lambda) = \frac{G * M}{r} * \left[\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \right]$

δηλαδή χρησιμοποιείται ενιαία ακτίνα αναφοράς ακαι μάζα M , προϋποτίθεται ότι και οι συντελεστές των αναπτυγμάτων δίνονται/υπολογίζονται με αναφορά σε αυτά τα μεγέθη. Σε περίπτωση που αυτά είναι διαφορετικά (το οποίο είναι και το πιο σύνηθες), οι συντελεστές του κανονικού δυναμικού θα έπρεπε κανονικά να αναχθούν σύμφωνα με τη σχέση [Barthelmes, 2013]:

$C_{nm}^U = C_{nm}^* * \frac{G * M^U}{G * M} * \left(\frac{a^U}{a}\right)^n$	(3.6)
--	-------

όπου C_{nm}^* είναι οι συντελεστές που δίνονται (ή υπολογίζονται) για ένα συγκεκριμένο χωροσταθμικό ΕΕΠ, M^U είναι η μάζα του ΕΕΠ και a^U η ακτίνα αναφοράς του. Ο συντελεστής C_{nm}^U είναι αυτός που θα σχηματίσει εν τέλει την διαφορά $\Delta\bar{C}_{nm}$.

Τέλος, ο αλγόριθμος δεν λαμβάνει υπόψη καμμία διόρθωση στα υπολογιζόμενα μεγέθη από το φαινόμενο της παλίρροιας, αλλά διατηρεί το μοντέλο της παλίρροιας που υπεισέρχεται στους συντελεστές του κάθε γεωδυναμικού μοντέλου, με τον τρόπο που αυτοί υπολογίστηκαν. Η παλίρροια, οφειλόμενη στην έλξη του Ήλιου και της Σελήνης προς τη Γη, επηρεάζει τα μεγέθη μας με δύο τρόπους: α) Αρχικά εισάγει έναν πρόσθετο όρο στο δυναμικό οποιουδήποτε σημείου και β) Αλλάζει το σχήμα της Γης (ωκεανούς και ξηρά), μεταβάλλοντας έτσι και το Γεωειδές της. Η περίπτωση α) ανωτέρω κανονικά δεν θα έπρεπε να μας απασχολεί, αφού στην περίπτωση του δυναμικού εξετάζουμε μόνο την αλληλεπίδραση της Γης με το σημείο που μας ενδιαφέρει, αλλά η περίπτωση β) είναι αρκετά πιο σοβαρή. Ο λόγος είναι ο εξής: οι μετρήσεις που γίνονται στην επιφάνεια της Γης κατά την δημιουργία ενός γεωδυναμικού μοντέλου, εμπεριέχουν ήδη τις μεταβολές του Γεωειδούς λόγω της παλίρροιας, συνεπώς θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και στους περαιτέρω υπολογισμούς. Ανάλογα με την αντιμετώπισή τους, στη βιβλιογραφία έχουμε διαφόρων ειδών μοντέλα παλίρροιας, όπου είτε λαμβάνονται υπόψη οι επιδράσεις ενός μέσου όρου της παλίρροιας (mean tide models), είτε αφαιρούνται όλοι οι όροι της παλίρροιας και οι έμμεσες επιδράσεις της (tide free models), είτε αφαιρούνται όλοι οι όροι της παλίρροιας αλλά όχι οι έμμεσες επιδράσεις της (zero tide models).

3.2 Παραδοχές – Προβλήματα 2^{ης} υπορουτίνας

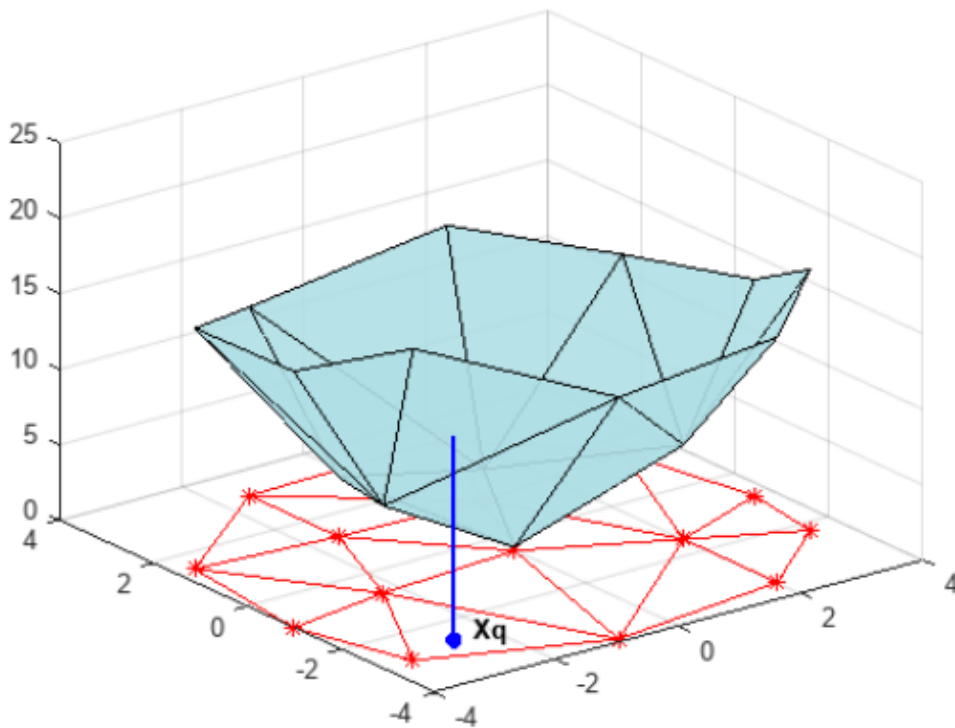
Η χρήση του ολοκληρώματος του Stokes για την εύρεση της αποχής του Γεωειδούς από τιμές ανωμαλιών της βαρύτητας, ακόμη και στην αριθμητική του μορφή προϋποθέτει κάτι ουτοπικό: την ύπαρξη ανωμαλιών βαρύτητας σε όλη την επιφάνεια της Γης. Αυτό ουσιαστικά είναι αδύνατο, σε περίπτωση δε που υπήρχε, η χρήση του ολοκληρώματος του Stokes δεν θα είχε πρακτική σημασία. Ακόμη κάτι

παρεμφερές, είναι ότι τα δεδομένα των ανωμαλιών βαρύτητας ποικίλουν από περιοχή σε περιοχή τόσο ως προς την ακρίβεια όσο και ως προς την πυκνότητά τους. Έτσι, αυτό που γίνεται συνήθως, είναι η δημιουργία «μέσων όρων» ανά κελί διαθέσιμων καννάβων, είτε γεωγραφικών/ορθογωνικών καννάβων, είτε κυκλικών τομέων, όπως αναφέρθηκαν και στο κεφάλαιο 2 του παρόντος. Στο ίδιο κεφάλαιο επίσης, αναφέρθηκε και η χρήση μόνο της εσωτερικής ζώνης (πρακτικά έως 600 χλμ από το σημείο υπολογισμού), σε αρκετές πρακτικές εφαρμογές, αγνοώντας την επίδραση από τις υπόλοιπες απομακρυσμένες μάζες.

Στον παρόντα αλγόριθμο, εφαρμόστηκαν οι δύο προαναφερθείσες παραδοχές, ωστόσο επεκτείνοντάς τις. Αρχικά, οι τιμές των ανωμαλιών βαρύτητας αναφέρονται σε γεωγραφικό κάρναβο, ωστόσο δεν περιορίζουν τον χρήστη του αλγορίθμου για το εύρος της εσωτερικής ζώνης. Ο χρήστης είναι ελεύθερος να εισάγει στον αλγόριθμο όσα δεδομένα (με γεωγραφική αναφορά) ανωμαλιών βαρύτητας επιθυμεί. Ο αλγόριθμος θα περιορίσει την εσωτερική ζώνη – άρα και την ζώνη επιρροής – στα όρια των γεωγραφικών συντεταγμένων των ανωμαλιών βαρύτητας και επιπλέον, θα χρησιμοποιήσει έναν αλγόριθμο παρεμβολής, ο οποίος θα είναι απαραίτητος για την δημιουργία ενός πλέγματος τιμών σε γεωγραφικό κάρναβο. Αυτό ουσιαστικά σημαίνει ότι η ποιότητα του τελικού αποτελέσματος εξαρτάται από τον χρήστη: Θα πρέπει αφενός να εισάγει όσο το δυνατόν περισσότερο γεωγραφικά κατανεμημένες τιμές ανωμαλιών βαρύτητας και επιπλέον όσο το δυνατόν ευρύτερες (τέτοιες ώστε η εσωτερική ζώνη να θεωρείται επαρκής). Εδώ επισημαίνεται ότι ο αλγόριθμος θα υπολογίσει αποτελέσματα ακόμη και για ελάχιστα δεδομένα ανωμαλιών βαρύτητας, ωστόσο αυτό δεν σημαίνει ότι αυτό το αποτέλεσμα θα ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα.

Ο αλγόριθμος που χρησιμοποιήθηκε για την παρεμβολή είναι ο ScatteredInterpolant. Αρχικά επιχειρήθηκε η χρήση του αλγορίθμου Griddata ο οποίος είναι ο προτεινόμενος για την παρεμβολή τιμών σε κάρναβο, αλλά απορρίφθηκε για τον λόγο του ότι δεν υποστηρίζει την παρεμβολή των σημείων έξω από το κλειστό πολύγωνο που σχηματίζουν τα σημεία των δεδομένων. Ουσιαστικά δεν υποστηρίζει την επέκταση των δεδομένων (extrapolation). Ο αλγόριθμος ScatteredInterpolant μπορεί να είναι λίγο πιο αργός στην επεξεργασία των δεδομένων από τον

Griddata αλλά ωστόσο υποστηρίζει την επέκταση. Έτσι, με αυτό τον τρόπο, ο χρήστης δεν περιορίζεται στο να ορίσει εξαρχής σημεία τέτοια που να εξυπηρετούν ένα πλέγμα τιμών, αλλά οποιαδήποτε σημεία [Matlab Documentation]Εικ. 3.3. Επισημαίνεται ότι ο αλγόριθμος παρεμβολής που χρησιμοποιήθηκε (όπως και όλοι οι αλγόριθμοι παρεμβολής του Matlab) διατηρούν την τιμή των δεδομένων στις θέσεις των δεδομένων (δεν κάνουν δηλαδή fitting).



Εικ. 3.3: Η ScatteredInterpolant λειτουργεί με τριγωνισμούς. Στην περίπτωσή μας το X_q της εικόνας υπολογίζεται πλέον επάνω στους κόμβους του πλέγματος τιμών. [Matlab documentation]

Κατόπιν της διαδικασίας της παρεμβολής, πλέον προκύπτουν τιμές στις κορυφές του καννάβου που επιλέγειο χρήστης, αλλά ο υπολογισμός της συνάρτησης $S(\psi)$ του Stokes, απαιτεί την σφαιρική απόσταση συγκεκριμένου σημείου από το σημείο υπολογισμού και για το λόγο αυτό στον αλγόριθμο, υπολογίζεται πλέον, μέσω ενός απλού μέσου όρου των τεσσάρων κορυφών που περιστοιχίζουν κάθε κελί του καννάβου, το

κέντρο του. Αντίστοιχα, υπολογίζεται το εμβαδό του κελιού του καννάβου, όπου χρησιμοποιείται ο όρος $\cos(\phi)$ μιας και πρόκειται για εμβαδό γεωγραφικού κελιού καννάβου, ο οποίος πάλι ανάγεται στην τιμή ϕ στο κέντρο του κελιού. Τέλος, η αντιπροσωπευτική τιμή της ανωμαλίας βαρύτητας για κάθε κελί, προκύπτει και αυτή ως ο μέσος όρος των τεσσάρων οικείων κορυφών του πλέγματος.

Στο ανωτέρω πλαίσιο πρέπει επίσης να επισημανθεί, ότι η παρεμβολή ακολουθεί τη λογική ορθογωνικού καννάβου και προφανώς συμπεριλαμβάνονται σε αυτή σφάλματα απόκλισης από την ορθογωνικότητα, αφού αναφερόμαστε σε γεωγραφικό κάρναβο. Επιπρόσθετα, εισάγεται μεν από τον χρήστη, η απόσταση μεταξύ των γραμμών του καννάβου, αλλά θεωρείται ίση κατά ϕ και κατά λ .

Τέλος, όπως και στον πρώτο αλγόριθμο, δεν λαμβάνεται υπόψη η διαφορά μάζας μεταξύ του χωροσταθμικού ΕΕΠ και της Γης, αλλά και η διαφορά δυναμικού μεταξύ του χωροσταθμικού ΕΕΠ και του Γεωειδούς. Εάν λαμβάνονταν υπόψη, τότε θα ίσχυε η σχέση (2.50) για τον υπολογισμό της αποχής του Γεωειδούς.

3.3 Παραδοχές – Προβλήματα 3^{ης} υπορουτίνας

Στον υπολογισμό της τοπογραφικής αναγωγής, χρησιμοποιείται η περίπτωση του ορθογωνικού καννάβου (καρτεσιανών συντεταγμένων). Κι εδώ ο χρήστης δεν είναι υποχρεωμένος να εισάγει έναν κάρναβο όπου το κάθε ορθογωνικό πρίσμα θα έχει εξαρχής καθορισμένο μέσο ύψος και μέση πυκνότητα. Με μια παρόμοια λογική με αυτή του 2^{ου} αλγορίθμου, ο χρήστης θα εισάγει μόνο κάποια σημεία για τα οποία θα είναι γνωστές οι συντεταγμένες τους (τετμημένη και τεταγμένη) σε κάποιο τρισσορθόγωνιο καρτεσιανό σύστημα αναφοράς, όπου ο άξονας z θα είναι παράλληλος με την κατακόρυφο των σημείων (θεωρείται παράλληλος παντού), το ορθομετρικό υψόμετρό τους και την πυκνότητά τους. Ως πυκνότητα θα ορίσουμε την πυκνότητα της «στήλης» κάτωθι του σημείου και μέχρι το Γεωειδές. Από τα στοιχεία αυτά, πάλι μέσω της συνάρτησης `ScatteredInterpolant`, θα κατασκευάσουμε ένα πλέγμα, με ισοδιάσταση την οποία θα εισάγει ο χρήστης και πάλι, με τιμές στις κορυφές του οι

οποίες θα έχουν προκύψει από την παρεμβολή, για την πυκνότητά του και το ορθομετρικό του υψόμετρο. Τα ορθογωνικά πρίσματα στη συνέχεια, θα έχουν πυκνότητα και μέσο ύψος, που θα προκύπτουν από έναν απλό μέσο όρο των τεσσάρων γειτονικών κορυφών τους. Στη συνέχεια ο αλγόριθμος εκτελεί κανονικά την σχέση υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής μέσω ορθογωνικού καννάβου. Με βάση τα ανωτέρω, και πάλι με παρόμοια λογική με αυτή του 2^{ου} αλγορίθμου, ο χρήστης είναι υπεύθυνος για την ποιότητα του τελικού αποτελέσματος. Οι διαδικασίες παρεμβολής που χρησιμοποιούνται στους αλγορίθμους, έχουν ωστόσο και πρακτική σημασία, αφού μπορούν να θεωρηθούν ακριβείς σε μικρές εκτάσεις όπου οι διαφορές υψομέτρων στην ΦΓΕ όσο και οι διαφορές στην πυκνότητα των υπερκείμενων του Γεωειδούς μαζών, δεν είναι μεγάλες και μπορούν να θεωρηθούν ομαλές.

Ακόμα ένα πρόβλημα που παρουσιάστηκε στην 3^η υπορουτίνα ήταν στην σχέση του υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής στην περίπτωση του ορθογωνικού καννάβου. Συγκεκριμένα, η σχέση (2.59) τροποποιήθηκε έτσι ώστε να λαμβάνει υπόψη της την ενιαία πλάκα Bouguer. Έτσι, πλέον ελήφθησαν υπόψη μόνο τα πρίσματα με μέσο υψόμετρο την υψομετρική διαφορά από την πλάκα Bouguer, ήτοι $z_1=0$ και $z_2=H_p-H$. Ωστόσο, όπως παρατηρούμε, στην περίπτωση που το πρίσμα είχε μέσουψόμετρο ίσο με το υψόμετρο του σημείου υπολογισμού (ίσο με αυτό της πλάκας Bouguer), στην σχέση εμφανίζεται σφάλμα. Συγκεκριμένα, εμφανίζεται τοπογραφική αναγωγή, εκεί που κανονικά θα έπρεπε να είναι μηδενική. Ενώ το αρχικό ολοκλήρωμα (2.58) είναι σωστό, η εξέλιξη της σχέσης παρουσιάζει αυτό το πρόβλημα. Ωστόσο, αυτό διορθώθηκε εισάγοντας μία επιπλέον συνθήκη (if) στον αλγόριθμο, ελέγχοντας την περίπτωση όπου το υψόμετρο του σημείου υπολογισμού είναι ίσο με το μέσο υψόμετρο του πρίσματος. Στην περίπτωση αυτή και μόνο, η τοπογραφική αναγωγή (για αυτό το πρίσμα) υπολογίζεται ως μηδενική.

3.4 Κοινές παραδοχές για τους αλγόριθμους 1 και 2

Όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.3 ανωτέρω, λόγω του ότι όλα τα διαταρακτικά μεγέθη προκύπτουν από το διαταρακτικό δυναμικό, οι ιδιότητές του κληροδοτούνται και σε αυτά. Η κυριότερη εξ αυτών είναι ότι το διαταρακτικό δυναμικό είναι αρμονική συνάρτηση μόνο έξω από τις μάζες. Έτσι, τόσο η ανάπτυξη των διαταρακτικών μεγεθών σε σφαιρικές αρμονικές (αλγόριθμος 1) όσο και η εφαρμογή του νόμου του Stokes (αλγόριθμος 2), απαιτούν να μην υπάρχουν μάζες υπερκείμενες του Γεωειδούς. Επειδή αυτό είναι αδύνατο πρακτικά, εφαρμόζεται αρχικά η αφαίρεση ή συμπίεση επί του Γεωειδούς των υπερκείμενων αυτών μαζών. Αυτό ωστόσο, έχει ως συνέπεια την αλλαγή της επιφάνειας του Γεωειδούς. Η νέα επιφάνεια για την οποία ισχύει $W=W_0$ ονομάζεται αντισταθμισμένο γεωειδές (cogeoid) ενώ η αντίστοιχη αποχή του από το χωροσταθμικό ΕΕΠ συμβολίζεται με N_c . Ο υπολογισμός του Γεωειδούς από το σχεδόν γεωειδές γίνεται μέσω της έμμεσης επίδρασης δN για την οποία πλέον ισχύει :

$N = N_c + \delta N$	(3.7)
----------------------	-------

Η έμμεση επίδραση υπολογίζεται από την σχέση [Heiskanen, Moritz, 1967]:

$\delta N = \frac{\delta W}{\gamma}$	(3.8)
--------------------------------------	-------

όπου δW είναι η διαφορά του βαρυτικού δυναμικού στην επιφάνεια του Γεωειδούς, πριν και μετά την αφαίρεση ή συμπίεση των υπερκείμενων μαζών, και είναι προφανές ότι απαιτεί πληροφορία για το τοπογραφικό ανάγλυφο. Το τοπογραφικό ανάγλυφο συνήθως δίνεται σε μορφή DEM διαφόρων χωρικών αναλύσεων, αλλά στα πλαίσια αυτής της εργασίας, δεν αναζητήθηκαν τέτοια δεδομένα. Έτσι, στον 1^ο αλγόριθμο, ήταν απαραίτητη η εισαγωγή μίας άλλης σημαντικής ποσότητας, της ανωμαλίας ύψους (ζ). Η ανωμαλία ύψους αναφέρεται στην θεωρία του Molodensky και είναι η απόσταση της ΦΓΕ από το σημείο όπου το κανονικό δυναμικό έχει ίση τιμή με το βαρυτικό δυναμικό της ΦΓΕ. Έτσι

ορίζονται πλέον οι επιφάνειες του σχεδόν -Γεωειδούς, όπου αυτή είναι η επιφάνεια που απέχει από το ΕΕΠ απόσταση ίση με ζ , και του τελλουροειδούς, όπου αυτή είναι η επιφάνεια που απέχει από το ΕΕΠ απόσταση $h-\zeta$. (Εικ. 3.4)

Το ζ σε μία προσέγγιση όπου δεν χρησιμοποιείται τοπογραφικό ανάγλυφο, αναπτύσσεται σε σφαιρικές αρμονικές σύμφωνα με τον τύπο [Barthelmes,2013]:

$\zeta = \frac{G * M}{r * \gamma} * \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\alpha}{r}\right)^n \sum_{m=0}^n (\Delta\bar{C}_{nm} * \cos m\lambda + \Delta\bar{S}_{nm} * \sin m\lambda) * \bar{P}_{nm}(\cos\theta)$	(3.9)
--	-------

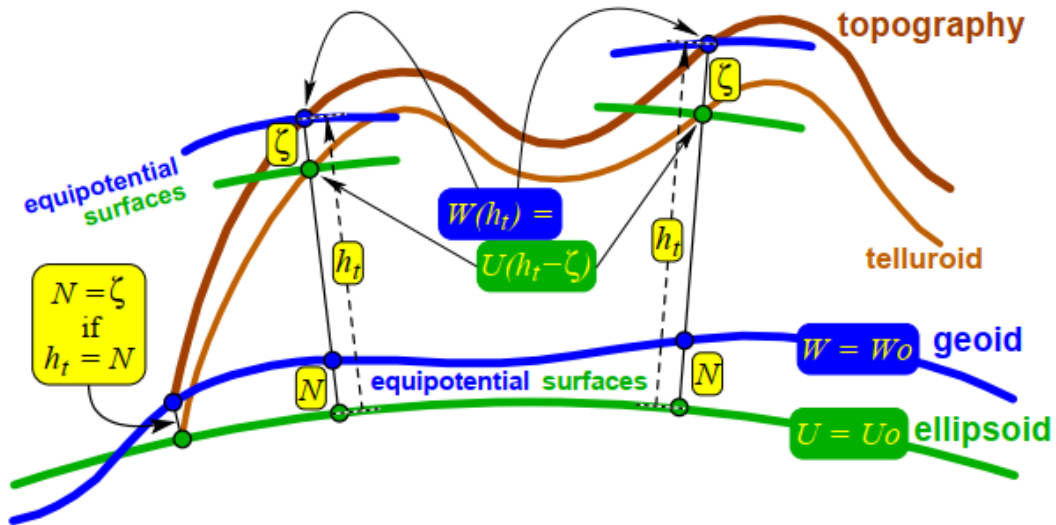
όπου παρατηρούμε ότι συμπίπτει με την εξίσωση (2.22) για την αποχή του Γεωειδούς χωρίς τη χρήση μοντέλου τοπογραφικού αναγλύφου.

Το N συνδέεται με το ζ με τη σχέση [Heiskanen,Moritz,1967]:

$N = \zeta + \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}}$	(3.10)
---	--------

όπου \bar{g} είναι η μέση βαρύτητα κατά μήκος της βαρυτικής γραμμής μεταξύ Γεωειδούς και ΦΓΕ και $\bar{\gamma}$ είναι η μέση κανονική βαρύτητα κατά μήκος της κάθετης στο χωροσταθμικό ΕΕΠ μεταξύ ΕΕΠ και τελλουροειδούς.

Η διαφορά $\bar{g} - \bar{\gamma}$, σύμφωνα με τους [Heiskanen,Moritz,1967] μπορεί να προσεγγιστεί με την ανωμαλία Bouguer , για την οποία όπως είδαμε απαιτείται η ύπαρξη τοπογραφικού αναγλύφου.



Εικ. 3.4: Η επιφάνεια του τελλουροειδούς και η σχέση του με τις υπόλοιπες επιφάνειες της Φυσικής Γεωδαισίας.[Barthelmes,2013]

Για αυτό το λόγο, στον 1ο αλγόριθμο, οι υπολογισμοί δεν αναφέρονται στο N αλλά στο ζ .

Στον 2^ο αλγόριθμο, σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, ο νόμος του Stokes θα έπρεπε να συμπληρώνεται με το δN ως διόρθωση της έμμεσης επίδρασης.

Τη λύση στα ανωτέρω προβλήματα, ήρθε να δώσει η λεγόμενη μέθοδος της συμπίεσης των μαζών του Helmert (Helmerts condensation method), όπου ουσιαστικά οι μάζες οι υπερκείμενες του Γεωειδούς συμπιέζονται σε μία «φλούδα» επί του Γεωειδούς με ισοδύναμη ανηγμένη επιφανειακή πυκνότητα.

Τα πλεονεκτήματα στη χρήση αυτής της μεθόδου είναι ότι η έμμεση επίδραση (δN) είναι πάρα πολύ μικρή και μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Με αυτό τον τρόπο, εάν θεωρηθεί ότι χρησιμοποιήθηκε ο νόμος Helmert για τον υπολογισμό των συντελεστών των γεωδυναμικών μοντέλων, τότε το N είναι πολύ κοντά στο ζ και ο 1^{ος} αλγόριθμος μπορεί ικανοποιητικά να προσεγγίσει τόσο το ζ όσο και το N χωρίς την ύπαρξη τοπογραφικού αναγλύφου. Ακόμη ένα πλεονέκτημα της μεθόδου είναι ότι η διαφορά των έλξεων συμπίεσης και τοπογραφικού αναγλύφου είναι σχεδόν μηδενική, το οποίο σημαίνει ότι ο υποβιβασμός του σημείου στο

Γεωειδές μπορεί να θεωρηθεί ότι γίνεται σε «ελεύθερο αέρα» (free air anomalies).

Με αυτό τον τρόπο, στον 2^ο αλγόριθμο ο νόμος Stokes, αφενός προϋποθέτει από τον χρήστη του αλγορίθμου την χρήση ανωμαλιών βαρύτητας προσθέτοντας μόνο μία free air διόρθωση, η οποία μπορεί να υπολογιστεί ικανοποιητικά από τον χρήστη από την σχέση [Αραμπέλος,Τζιαβός,2007]:

$\delta g_F = -\frac{\partial g}{\partial H} * H \cong 0.3086 * 10^{-5} * H$	(3.11)
--	--------

δηλαδή η πραγματική τιμή της κατακόρυφης βαθμίδας της βαρύτητας προσεγγίζεται από την αντίστοιχη τιμή του κανονικού πεδίου της βαρύτητας.

Αφετέρου η διόρθωση της έμμεσης επίδρασης δN είναι περίπου 0, συνεπώς και σε αυτή την περίπτωση μπορούμε να ισχυριστούμε ότι ο 2^{ος} αλγόριθμος προσεγγίζει ικανοποιητικά την αποχή του Γεωειδούς N .

3.5 Κοινές παραδοχές για τους αλγορίθμους 2 και 3

Ένα πρόβλημα που παρουσιάστηκε στον 3^ο αλγόριθμο, αλλά δυνητικά θα παρουσιαζόταν και στον 2^ο, προκύπτει κατά την διαδικασία της παρεμβολής. Στους μέσους όρους, οι υπολογισμοί μέσω υπολογιστή δημιουργούν σφάλματα στρογγυλοποίησης (round off errors). Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα, στην περίπτωση που ένας αριθμός αφαιρείται από τον εαυτό του, να προκύπτουν πολύ μικρές (θετικές ή αρνητικές) τιμές. Συνεπακόλουθα, προέκυπταν προβλήματα όπως αρνητικές ρίζες ή τριγωνομετρικοί αριθμοί μεγαλύτεροι από την μονάδα, με αποτελέσματα εισαγόμενα στο πεδίο των μιγαδικών πλέον αριθμών. Το πρόβλημα αντιμετωπίστηκε με στρογγυλοποίηση των μέσων όρων στα υψόμετρα και στην πυκνότητα, στο τέταρτο ψηφίο μετά την υποδιαστολή, ενώ στον δεύτερο αλγόριθμο μόνο στα γεωδαιτικά μήκη, στο έκτο ψηφίο μετά την υποδιαστολή. Πρόβλημα ακρίβειας δεν μπορεί να προκύψει με αυτή την στρογγυλοποίηση, γιατί πρακτικά δεν μετράμε με τέτοια ακρίβεια.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

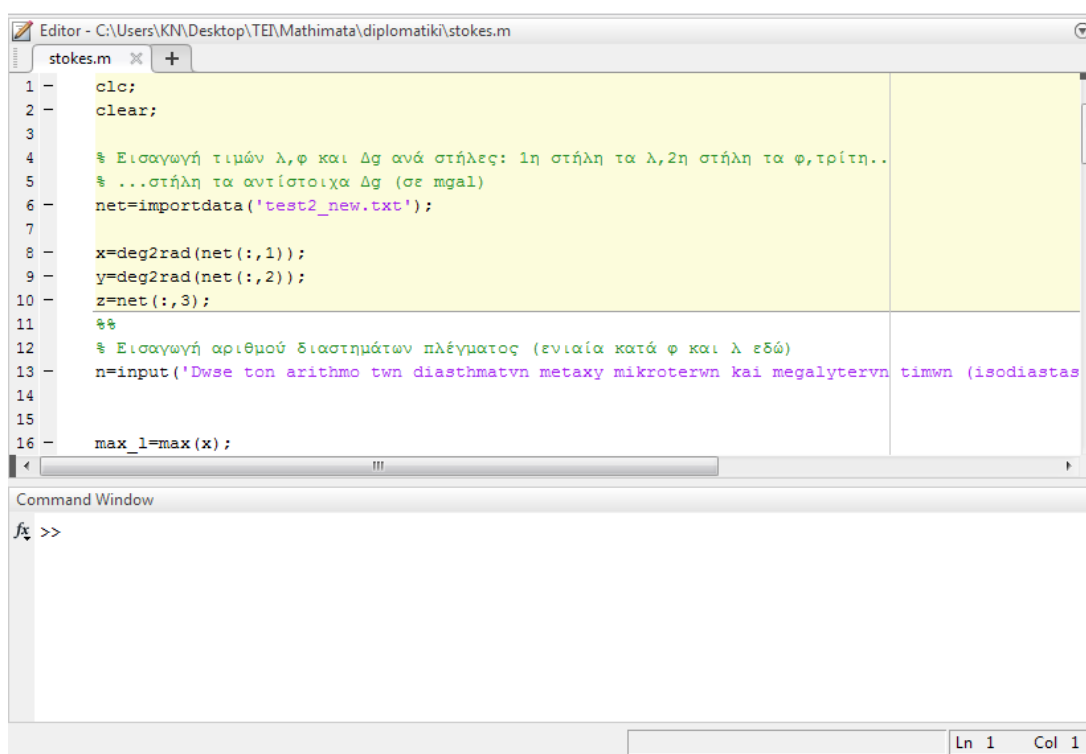
4) Προγραμματιστικό Περιβάλλον

Οι τρεις αλγόριθμοι που αναφέρθηκαν ανωτέρω, προγραμματίστηκαν στο περιβάλλον του εργαλείου Matlab και συγκεκριμένα της έκδοσης 2017a. Οι ρουτίνες επαληθεύτηκαν και μπορούν να εκτελεστούν και σε μεταγενέστερες εκδόσεις (τουλάχιστον έως και την 2022b), ενώ για προγενέστερες εκδόσεις, απαιτείται επιπλέον διερεύνηση. Αρχικά, σκοπός της εργασίας ήταν η κατασκευή τριών ανεξάρτητων αλγορίθμων σε πρωταρχική (raw) μορφή. Ωστόσο, στη συνέχεια, αποφασίστηκε η εκτέλεση των αλγορίθμων στο περιβάλλον ενός ενιαίου αλγορίθμου και μάλιστα σε γραφικό περιβάλλον διεπαφής χρήστη (Graphical User Interface - GUI). Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στις τεχνικές που χρησιμοποιήθηκαν στο πλαίσιο κατασκευής του αλγορίθμου και σε κάποιες ιδιαιτερότητές του.

Τα περιβάλλοντα GUI είναι περιβάλλοντα αλληλεπίδρασης του χρήστη με ένα πρόγραμμα, τα οποία βασίζονται περισσότερο σε γραφικά στοιχεία, παρά σε στοιχεία κειμένου. Συγκεκριμένα, ο χρήστης δεν χειρίζεται πλέον το πρόγραμμα διαβάζοντας κώδικα και εισάγοντας κώδικα, μέσω λειτουργίας κειμένου (text editor), αλλά αλληλοεπιδρώντας με διάφορα στοιχεία, όπως κουμπιά, λίστες κλπ. Η πλειονότητα της εισαγωγής των απαραίτητων δεδομένων ενός κώδικα, γίνεται με το ποντίκι του υπολογιστή, ενώ ο χρήστης δεν έρχεται (και συνήθως δεν έχει δικαίωμα να έρθει) καθόλου σε επαφή με τον σχετικό αλγόριθμο.

Τα περισσότερα προγράμματα και συστήματα σήμερα, διαθέτουν και λειτουργίες GUI. Κλασικό παράδειγμα, είναι το λειτουργικό σύστημα των Windows, όπου όλη του η λειτουργία είναι στην ουσία ένα

περιβάλλον GUI. Όσον αφορά στο εργαλείο προγραμματισμού Matlab, η κλασική προσέγγιση υλοποίησης αλγορίθμων, είναι η γραμμή εντολών (Command Line Interface – CLI) (Εικ. 4.1) Ωστόσο και αυτό το εργαλείο προσφέρει τη δυνατότητα δημιουργίας GUI, με δύο βασικούς τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι να δημιουργηθεί το GUI απευθείας μέσω γραμμής εντολών, ενσωματώνοντας ουσιαστικά στον αρχικό αλγόριθμο υπολογισμού, συναρτήσεις οι οποίες με την σειρά τους θα δημιουργήσουν το GUI ενσωματώνοντας σε αυτό τον αρχικό αλγόριθμο. Ο συγκεκριμένος τρόπος τον μεγαλύτερο βαθμό ελέγχου στο πρόγραμμα, αλλά απαιτεί αρκετή εμπειρία. Ο δεύτερος τρόπος, ο οποίος επιλέχθηκε και στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, είναι μέσω ενσωματωμένων υποστηρικτικών πακέτων, τους wizards. Σε αυτή την περίπτωση, ο χρήστης συνήθως χρησιμοποιεί ήδη ένα έμμεσο GUI, το οποίο τον καθοδηγεί στο να δημιουργήσει το τελικό GUI που τον ενδιαφέρει. Και σε αυτή την περίπτωση ωστόσο, αρκετές εντολές, αν όχι όλες, καταγράφονται και σε μορφή συναρτήσεων/κλασσικού αλγορίθμου.



```
Editor - C:\Users\KN\Desktop\TEI\Mathimata\diplomati\stokes.m
stokes.m x +
1 -   clc;
2 -   clear;
3
4 -   % Εισαγωγή τιμών λ,φ και Δg ανά στήλες: 1η στήλη τα λ,2η στήλη τα φ, τρίτη..
5 -   % ...στήλη τα αντίστοιχα Δg (σε mgal)
6 -   net=importdata('test2_new.txt');
7
8 -   x=deg2rad(net(:,1));
9 -   y=deg2rad(net(:,2));
10 -  z=net(:,3);
11
12 -  %%
13 -  % Εισαγωγή αριθμού διαστημάτων πλέγματος (ενιαία κατά φ και λ εδώ)
14 -  n=input('Dwse ton arithmo twn diasthmatwn metaxy mikroterwn kai megalyterwn timwn (isodiastas
15
16 -  max_l=max(x);

Command Window
fx >>

Ln 1 Col 1
```

Εικ. 4.1: Τυπικό δείγμα υλοποίησης αλγορίθμου μέσω CLI.

Στο περιβάλλον του Matlab, υπάρχουν δύο wizards για αυτό τον σκοπό, το GUIDE (GUI Design Environment) και το AppDesigner. Το AppDesigner είναι το συνιστώμενο από το Matlab περιβάλλον για την δημιουργία GUI και το πιο πρόσφατο, αφού εισήχθη με την έκδοση R2016a (2016). Το GUIDE είναι ο παλιότερος wizard για GUI του Matlab και εισήχθη το 1996, στην αρχική του μορφή. Στο πλαίσιο αυτής της εργασίας επιλέχθηκε το GUIDE. Το GUI που δημιουργήθηκε για την εργασία, μπορεί να εκτελεσθεί σε οποιαδήποτε έκδοση του Matlab από το 2017 και μετά, ενώ για προηγούμενες εκδόσεις απαιτείται διερεύνηση. Ωστόσο, η εταιρεία παραγωγής και διανομής του Matlab, εφιστά την προσοχή στους χρήστες ότι το GUIDE θα αφαιρεθεί από κάποια μελλοντική έκδοσή του και μετά, ως παρωχημένο. Αυτό ωστόσο, δεν σημαίνει ότι το GUI που δημιουργήθηκε, δεν θα μπορεί να εκτελείται, αλλά δεν θα είναι προσβάσιμο για αλλαγές και οποιαδήποτε επεξεργασία. Κυκλοφορούν παρ' όλα αυτά, κάποια εργαλεία στο διαδίκτυο, όπου μπορούν να βοηθήσουν ένα χρήστη να μετατρέψει ένα GUI που κατασκευάστηκε μέσω GUIDE σε ένα συμβατό με τον AppDesigner, ο οποίος προφανώς θα συνεχίσει να υφίσταται σε μελλοντικές εκδόσεις. Στην (Εικ.4.2) συνοψίζεται η εφικτότητα και η δυσκολία κάποιων θεμελιωδών διαδικασιών, από την στιγμή που ο GUIDE θα σταματήσει να υφίσταται.

What can I do with my GUIDE app when GUIDE is removed?

Action	Options			
	Do Nothing	Export to .m	Migrate to App Designer	Rebuild with App Designer
Run app	✓	✓	✓	✓
- Initial effort to run app	n/a	Low	Med	High
Edit app layout	✗	✓	✓	✓
- Interactively	✗	✗	✓	✓
- Programmatically	✗	✓	✗	✗
Edit app code (behavior)	✓	✓	✓	✓
- Effort to maintain code	Med	Med	Med	Low
- Effort to enhance app	High	High	Med	Low

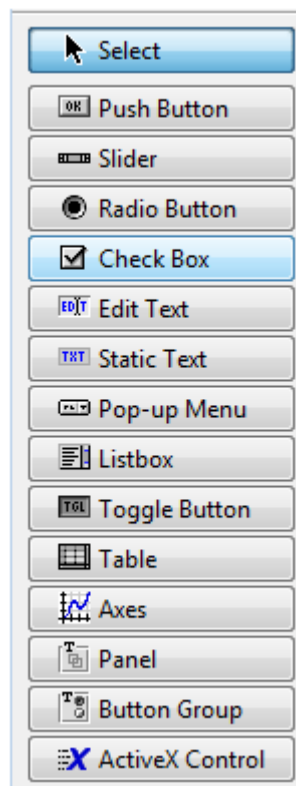
Εικ.4.2: Οι δυνατότητες του GUIDE και η συμβατότητά του με τον AppDesigner σε μεταγενέστερες εκδόσεις του Matlab. [Matlab documentation]

Ένα GUI που δημιουργείται μέσω του GUIDE έχει τα εξής χαρακτηριστικά: Δημιουργείται ένας αλγόριθμος (ένα αρχείο .m) και ένα γραφικό περιβάλλον (ένα αρχείο .fig). Τα δύο αυτά αρχεία είναι απαραίτητα για το GUI και δεν μπορούν να λειτουργήσουν ανεξάρτητα. Εκτός αυτού, το GUI εκκινείται όπως οποιαδήποτε ρουτίνα του Matlab, δηλαδή μέσω εκτέλεσης του αρχείου .m. Περισσότερα για τις διαδικασίες σωστής προβολής του GUI θα αναφερθούν στην ενότητα όπου παρουσιάζεται το εγχειρίδιο/manual του αλγορίθμου της εργασίας.

Μιας και ο αλγόριθμος της εργασίας αποτελούνταν από τρεις υπορουτίνες, η πορεία των εργασιών ήταν η εξής: αρχικά προγραμματίστηκε η κάθε ρουτίνα ξεχωριστά, με λογικές CLI και στη συνέχεια αυτές ενοποιήθηκαν κατά την κατασκευή του GUI, αξιοποιώντας μία λίστα πολλαπλών επιλογών.

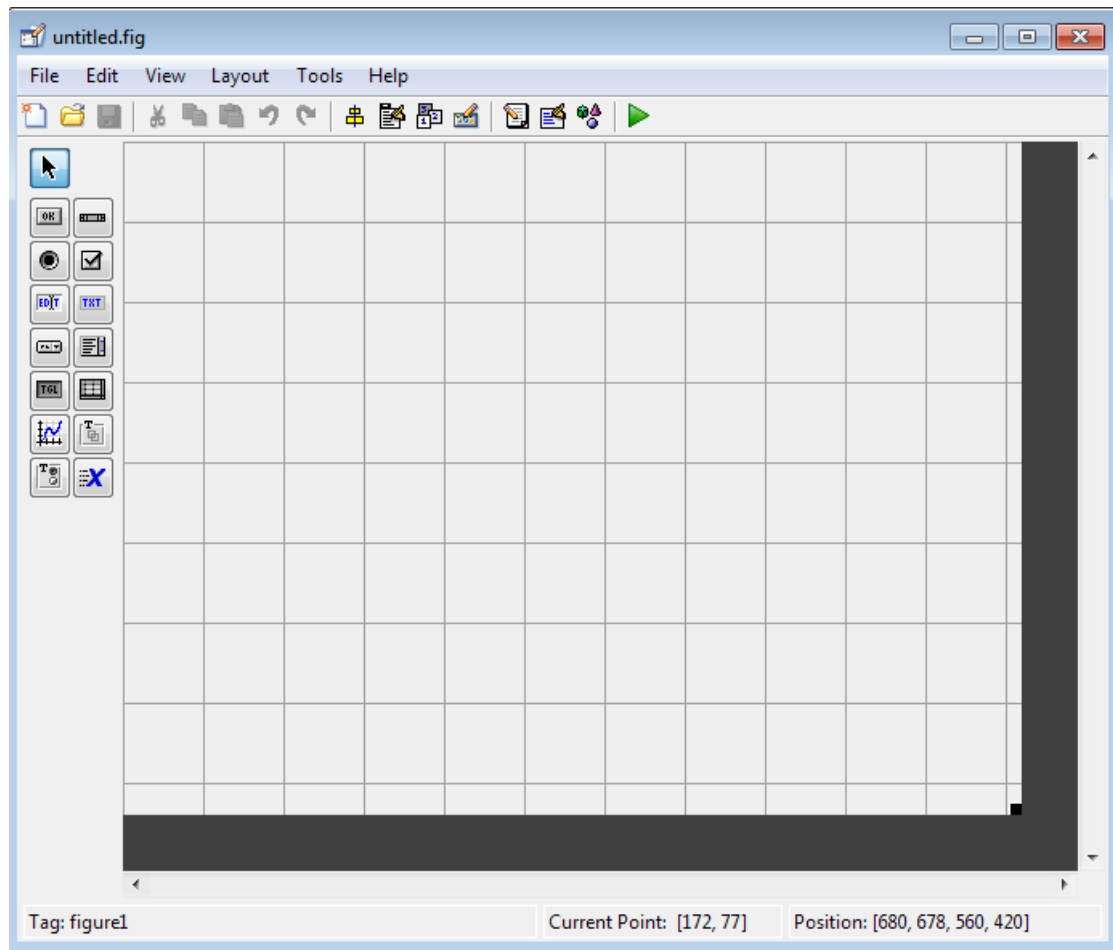
Οι λειτουργίες GUI που αξιοποιούνται σε αλγορίθμους μέσω του GUIDE φαίνονται στην Εικ. 4.3. Στην εργασία αυτή χρησιμοποιήθηκαν τα pushbuttons, τα edit texts, τα static texts, τα popup menus και τα panels. Οι λειτουργίες select και button group χρησιμοποιήθηκαν μεν, αλλά είναι εργαλεία επεξεργασίας του GUI και όχι δομικά του στοιχεία. Τα push buttons είναι «κουμπιά», όπου κάνοντας κλικ με το ποντίκι σε αυτά ο χρήστης, εκκινούν μια διαδικασία, που στην δημιουργία GUI ονομάζεται callback. Σε αυτή ενσωματώνεται και το αντίστοιχο κομμάτι του κυρίως αλγορίθμου. Τα κείμενα στο GUI χωρίζονται σε edit texts, όπου εμφανίζουν τιμές ως αποτέλεσμα μιας συνάρτησης και τα static texts, όπου τα κείμενά τους είναι διακοσμητικό ή πληροφοριακό για τον χρήστη. Τα popup menus, είναι ουσιαστικά λίστες πολλαπλών επιλογών και χρησιμοποιούνται για τον διαχωρισμό μεταξύ αλγορίθμων (συνήθως με την αξιοποίηση της εντολής if). Στον αλγόριθμό μας λ.χ. χρησιμοποιήθηκαν για τον διαχωρισμό μεταξύ των υπορουτινών, στον υπολογισμό ενός ή πολλαπλών σημείων και στην χρήση διάφορων default τιμών (όπως π.χ. στην χρήση default χωροσταθμικών ΕΕΠ). Τα panels, είναι βασικό στοιχείο του GUI, ουσιαστικά είναι ένα «ταμπλό»,

επί του οποίου σχεδιάζεις το γραφικό περιβάλλον. Στον αλγόριθμό μας, χρησιμοποιήθηκαν τρία panels, ένα για κάθε υπορουτίνα, όπου ορίστηκε η ορατότητά τους, οι διαστάσεις τους και η επικάλυψή τους, η ιεραρχία τους, οι προεπιλεγμένες τιμές εμφάνισής τους κ.α.Επίσης, χρησιμοποιήθηκαν παράθυρα ενημέρωσης του χρήστη για την περαίωση των υπολογισμών καθώς και εισαγωγή προεπιλογών (όπως λ.χ. ότι η επιλογή του χωροσταθμικού ΕΕΠ στην 1^ο υπορουτίνα αφήνει ανοικτά τα πεδία για την συμπλήρωσή τους, εισάγοντας έτσι ένα «custom» χωροσταθμικό ΕΕΠ).



Εικ. 4.3: Οι λειτουργίες του GUI του Matlab, μέσω του GUIDE.

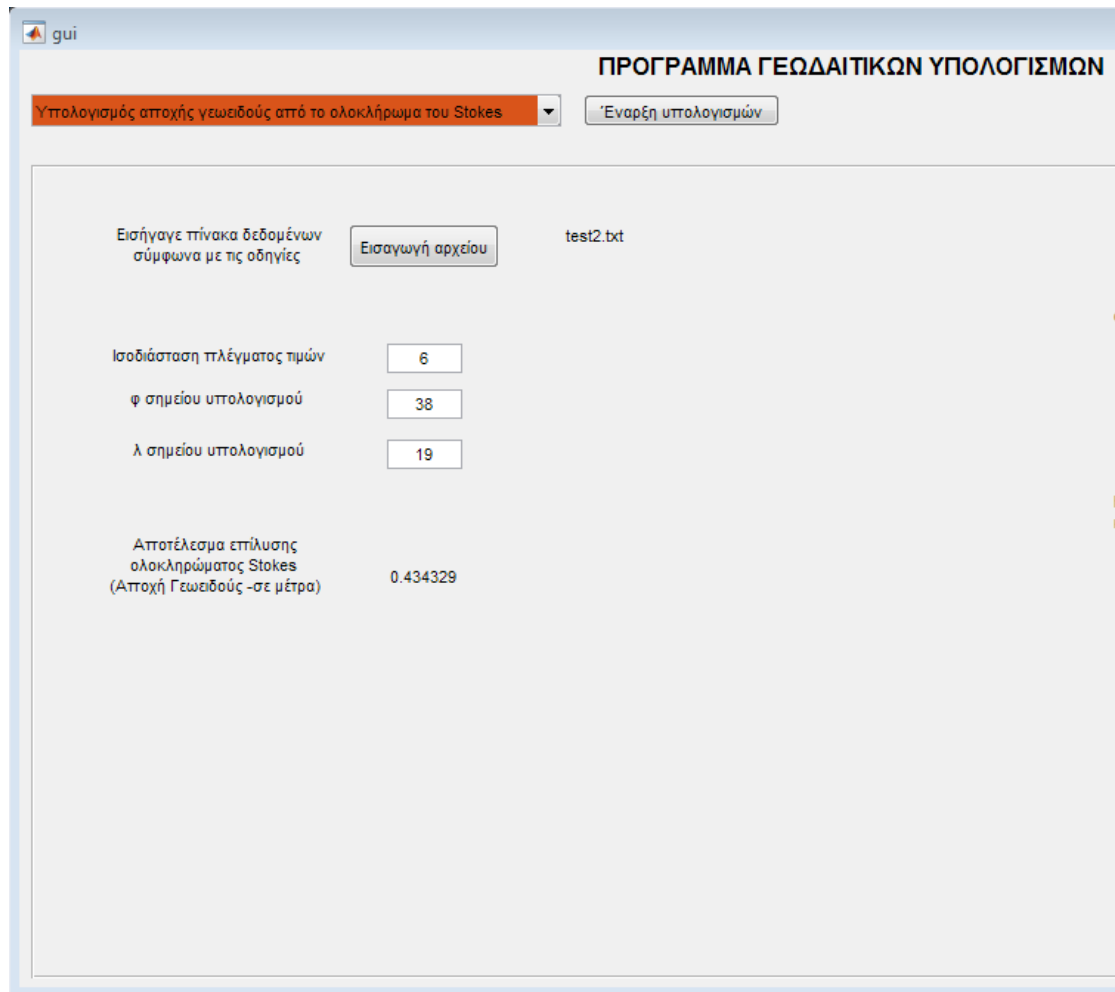
Μια τυπική έναρξη δημιουργίας γραφικών με τον GUIDE φαίνεται στην Εικ. 4.4. Μέσω του GUIDE, και αυτός που προγραμματίζει τον αλγόριθμο αλλά και ο χρήστης, μπορεί να παρεμβαίνει στην εμφάνιση του GUI, μέσω της εντολής «GUIDE» στο Command Window του αλγορίθμου (αρχείο μορφής .m).



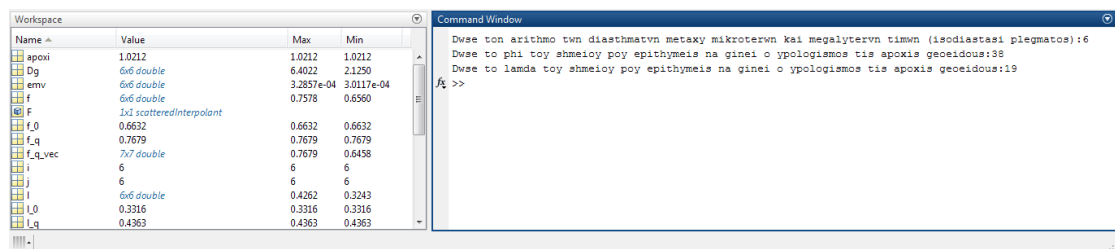
Εικ. 4.4: Το αρχικό περιβάλλον διάδρασης του GUIDE.

Το σοβαρό πλεονέκτημα χρήσης GUI για περιβάλλον Matlab είναι το αυτονόητο: Περισσότεροι μη τεχνικοί χρήστες μπορούν να έχουν πρόσβαση στους υπολογισμούς που διεκπεραιώνει ο αλγόριθμος, αφού τα γραφικά περιβάλλοντα είναι πιο φυσικά για τον άνθρωπο. Από την άλλη, υπάρχουν και κάποια μειονεκτήματα. Το πιο σοβαρό από αυτά είναι ότι ο πιο εξειδικευμένος χρήστης δεν είναι σε θέση να ελέγξει την ποιότητα των υπολογισμών – λ.χ. μέσω ελέγχου των αλγορίθμων που χρησιμοποιούνται, κάτι που σε έναν απλό αλγόριθμο θα ήταν άμεσα προσβάσιμο. Συνεπώς σε αυτές τις περιπτώσεις είναι απαραίτητη τόσο η χρήση manual, όσο και οι υποθέσεις/παραδοχές του προγραμματιστή για τον πρωτογενή αλγόριθμο και αν το πρώτο είναι σύνηθες, στο δεύτερο σπάνια δίνεται η σημασία που απαιτείται. Ακόμη ένα μειονέκτημα των GUI για το Matlab συγκεκριμένα, είναι η

ιδιαιτερότητα της μη αποθήκευσης των τιμών στον αλγόριθμο. Οι τιμές στις οποίες μπορεί ο χρήστης να έχει πρόσβαση είναι μόνο αυτές που βλέπει στην οθόνη του, ως αποτέλεσμα πλέον του GUI. Σε αντίθεση, οι αλγόριθμοι CLI, σε κάθε περίπτωση εμφανίζουν όλες τις μεταβλητές του αλγορίθμου, στο παράθυρο workspace, το οποίο μπορεί να είναι χρήσιμο, είτε για την εξαγωγή ενδιάμεσης πληροφορίας, είτε όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, για επαλήθευση των υπολογισμών.(Εικ.4.5)



α)



β)

Εικ.4.5: Η διαφορά του GUI (α) από το CLI (β) συγκεκριμένα στο Matlab. Αριστερά στο (β) φαίνεται η καρτέλα Workspace με όλες τις ενδιάμεσες μεταβλητές του αλγορίθμου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

5) Εγχειρίδιο Χρήσης Προγράμματος

Εισαγωγή

Το ελεύθερο λογισμικό αυτό, προγραμματίστηκε στο πλαίσιο της διπλωματικής μου εργασίας. Έχει τρεις λειτουργίες: 1) του υπολογισμού μεγεθών ενδιαφέροντος φυσικής γεωδαισίας από αναπτύγματα σφαιρικών αρμονικών συγκεκριμένων γεωδυναμικών μοντέλων, 2) τον υπολογισμό αποχής γεωειδούς από μία αριθμητική επίλυση του ολοκληρώματος του Stokes λαμβάνοντας υπόψη μία εγγύς περιοχή και 3) τον υπολογισμό της τοπογραφικής αναγωγής λαμβάνοντας υπόψη μία εγγύς περιοχή

1. Ενεργοποίηση του λογισμικού

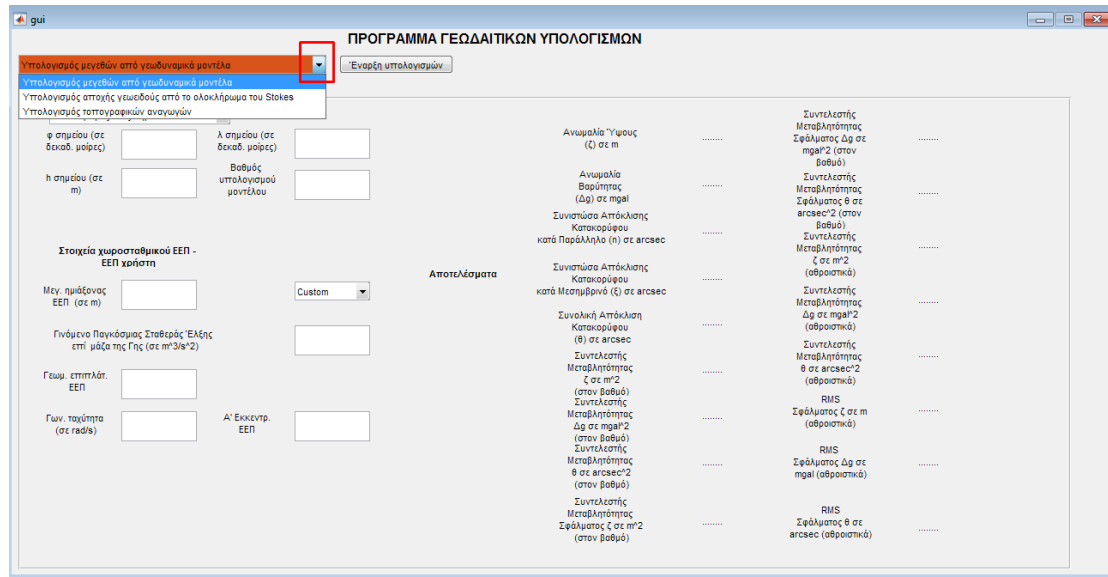
Για την ενεργοποίηση του λογισμικού είναι απαραίτητη η χρήση λογισμικού Matlab. Η χρήση των εκδόσεων από τις 2017a και έπειτα δεν παρουσιάζει κανένα πρόβλημα. Για προγενέστερες εκδόσεις απαιτείται τεκμηρίωση. Απαραιτήτως πρέπει να υπάρχουν στο φάκελο εργασίας: 1) το αρχείο `gui.m`, 2) το αρχείο `gui.fig` και 3) τα αρχεία `.txt` των γεωδυναμικών μοντέλων (λ.χ. EGM2008, GIF48 κλπ). Η εκκίνηση του λογισμικού γίνεται από το αρχείο `gui.m`. Πιο πριν, θα πρέπει ο φάκελος εργασίας να συνδεθεί στο πρόγραμμα.

Προσοχή! *Ενεργοποίηση από το `gui.fig` δημιουργεί δυσλειτουργίες.*

2. Αρχική οθόνη διεπαφής (interface)/Επιλογή μεταξύ υποπρογραμμάτων

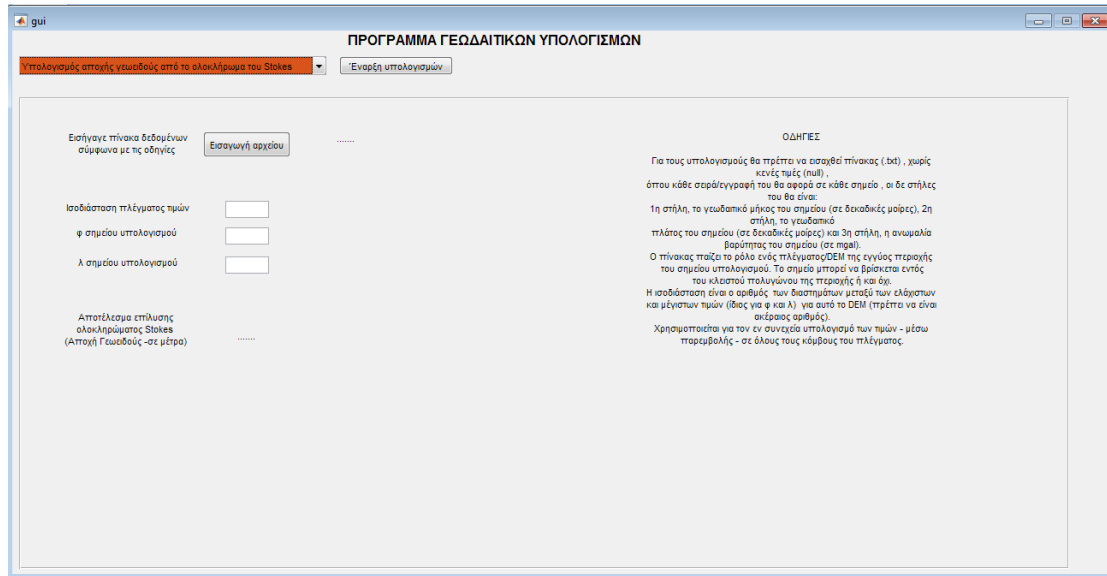
Μετά την εκκίνηση του λογισμικού, εμφανίζεται η παρακάτω εικόνα (Εικ.5.1). Σε αυτήν φαίνεται το βελάκι μιας αναπτυσσόμενης λίστας με

τα τρία υποπρογράμματα του λογισμικού. Πατώντας στο καθένα εμφανίζεται και μία διαφορετική οθόνη. Ως προεπιλογή σαν πρώτη οθόνη, εμφανίζεται ο αλγόριθμος υπολογισμού μεγεθών από αναπτύγματα σφαιρικών αρμονικών. Η ίδια οθόνη επίσης εμφανίζεται εάν πατήσουμε «Υπολογισμός μεγεθών από γεωδυναμικά μοντέλα»



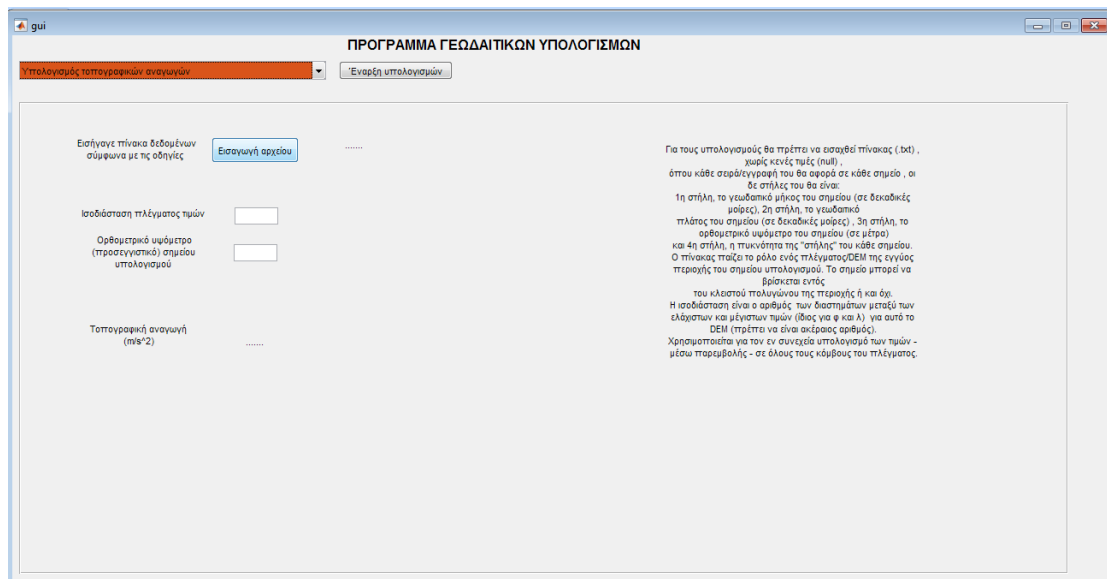
Εικ.5.1: Η αρχική οθόνη διεπαφής/ Η οθόνη διεπαφής του υπολογισμού μεγεθών από γεωδυναμικά μοντέλα

Εάν πατήσουμε «Υπολογισμός αποχής γεωειδούς από το ολοκλήρωμα του Stokes», εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη (Εικ.5.2)



Εικ.5.2: Η οθόνη διεπαφής του υπολογισμού της αποχής γεωειδούς από το ολοκλήρωμα του Stokes

Τέλος, εάν πατήσουμε «Υπολογισμός τοπογραφικών αναγωγών» , εμφανίζεται η παρακάτω οθόνη (Εικ.5.3)



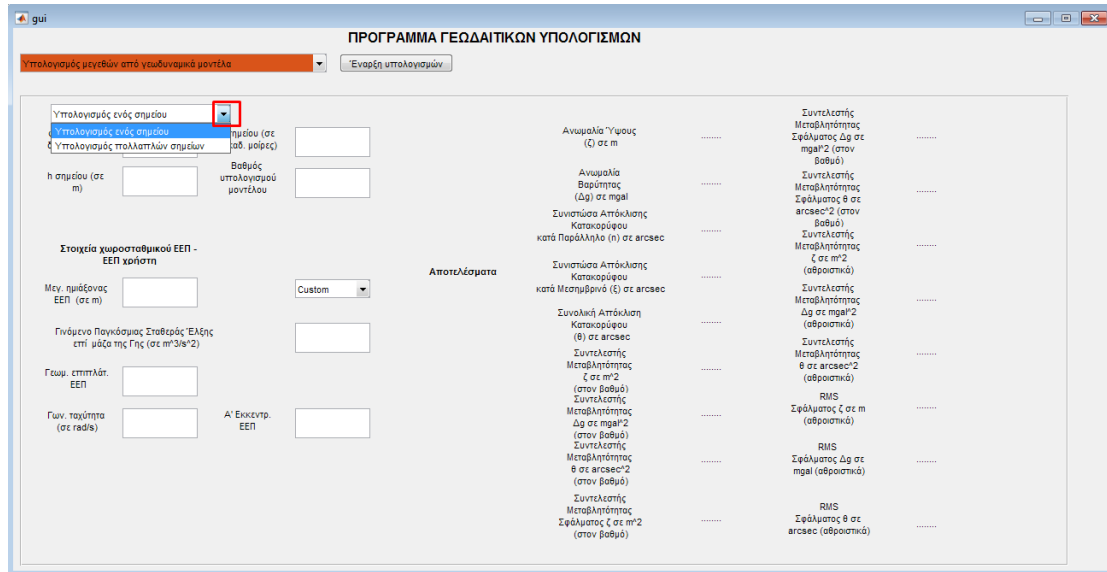
Εικ.5.3: Η οθόνη διεπαφής του υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής

3. Υποπρόγραμμα υπολογισμού μεγεθών από γεωδυναμικά μοντέλα

Όπως είπαμε και παραπάνω, εάν επιλέξουμε «Υπολογισμός μεγεθών από γεωδυναμικά μοντέλα», εμφανίζεται η πρώτη καρτέλα του προγράμματος. Το υποπρόγραμμα δίνει την δυνατότητα υπολογισμού των εξής μεγεθών: 1) Ανωμαλία ύψους (ζ) σε m, 2) Ανωμαλία Βαρύτητας (Δg) σε mgal, 3) Συνιστώσα απόκλισης κατακορύφου κατά πρώτη κάθετη τομή (n) σε arcsec, 4) Συνιστώσα απόκλισης κατακορύφου κατά μεσημβρινή τομή (ξ) σε arcsec, 5) Συνολική απόκλιση κατακορύφου (θ) σε arcsec, 6) Συντελεστές μεταβλητότητας ανωμαλίας ύψους ζ ανά βαθμό ανάπτυξης σε m^2 , 7) Συντελεστές μεταβλητότητας ανωμαλιών βαρύτητας Δg ανά βαθμό ανάπτυξης σε $mgal^2$, 8) Συντελεστές μεταβλητότητας απόκλισης της κατακορύφου θ ανά βαθμό ανάπτυξης σε $arcsec^2$, 9) Συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος ανωμαλίας ύψους ζ ανά βαθμό ανάπτυξης σε m^2 , 10) Συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος ανωμαλιών βαρύτητας Δg ανά βαθμό ανάπτυξης σε $mgal^2$, 11) Συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος απόκλισης της κατακορύφου θ ανά βαθμό ανάπτυξης σε $arcsec^2$, 12) Συντελεστές μεταβλητότητας ανωμαλιών ύψους ζ αθροιστικά σε m^2 , 13) Συντελεστές μεταβλητότητας ανωμαλιών βαρύτητας Δg αθροιστικά σε $mgal^2$, 14) Συντελεστές μεταβλητότητας απόκλισης της κατακορύφου θ αθροιστικά σε $arcsec^2$, 15) RMS σφάλματος ζ (αθροιστικά) σε m, 16) RMS σφάλματος Δg (αθροιστικά) σε mgal και 17) RMS σφάλματος θ (αθροιστικά) σε arcsec.

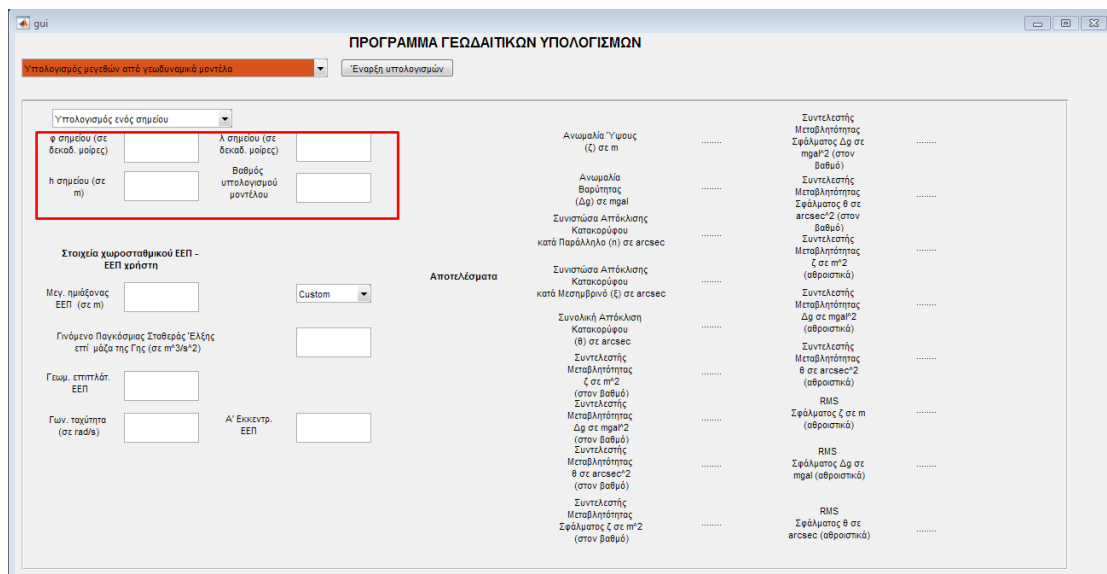
Το υποπρόγραμμα απαιτεί την είσοδο κάποιων τιμών για να κάνει επιλύσεις.

Αρχικά, μπορεί να γίνει υπολογισμός είτε για ένα σημείο ενδιαφέροντος (με έξοδο επί της οθόνης του χρήστη), είτε για περισσότερα (με έξοδο σε αρχείο .txt). Αυτή η επιλογή γίνεται μέσω της αναπτυσσόμενης λίστας που φαίνεται παρακάτω (Εικ.5.4).



Εικ.5.4: Η επιλογή υπολογισμού μεταξύ ενός ή περισσότερων σημείων

Εάν πατήσουμε «Υπολογισμός ενός σημείου» (είναι και η προεπιλογή του υποπρογράμματος), τότε το υποπρόγραμμα εμφανίζεται όπως παρακάτω. (Εικ.5.5)



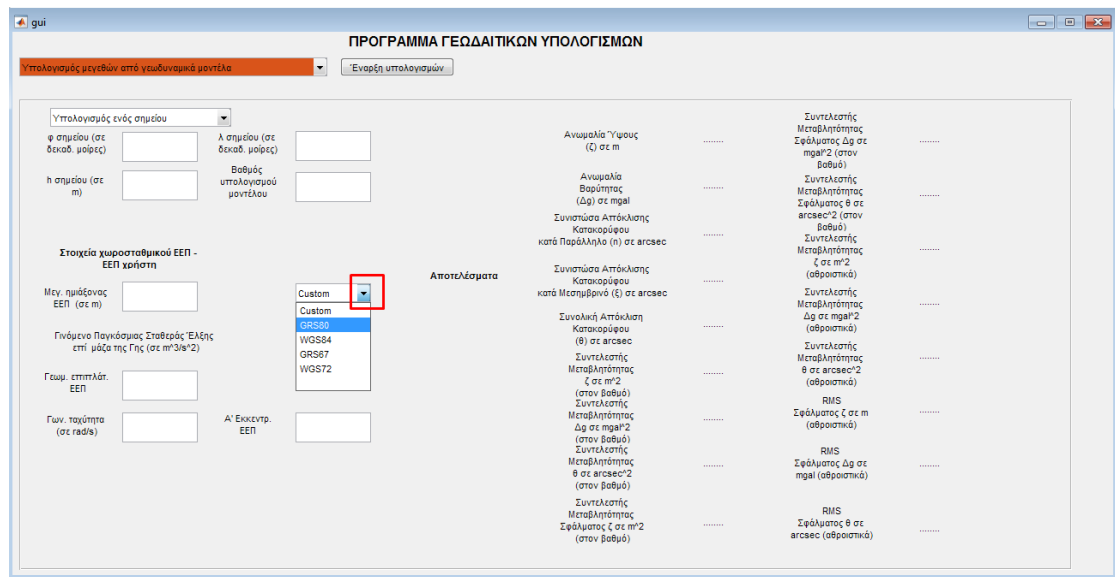
Εικ.5.5: Συμπλήρωση γεωδαιτικών συντεταγμένων σημείου και βαθμού υπολογισμού μοντέλου

Αρχικά, θα πρέπει να εισαχθούν οι συντεταγμένες του σημείου ενδιαφέροντος, για το οποίο θα υπολογιστούν τα μεγέθη που προαναφέραμε. Αυτές είναι γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ,λ,η) σε παγκόσμιο σύστημα αναφοράς. Το φ και το λ θα πρέπει να εισαχθούν σε δεκαδική μορφή, σε μοίρες. Επίσης, το η (γεωμετρικό υψόμετρο) θα εισαχθεί σε δεκαδικά μέτρα. Ακόμα ένα πεδίο που θα πρέπει να συμπληρωθεί είναι ο βαθμός ανάπτυξης του γεωδυναμικού μοντέλου, για τις αντίστοιχες σφαιρικές αρμονικές.

Όπως φαίνεται, υπάρχει ακόμη μία αναπτυσσόμενη λίστα με τα στοιχεία χωροσταθμικού ΕΕΠ/ΕΕΠ χρήστη. (Εικ.5.6)

Επισημάνση: Στο υποπρόγραμμα γίνεται παραδοχή ότι το χωροσταθμικό ΕΕΠ που θα χρησιμοποιηθεί (για υπολογισμό των κανονικών μεγεθών), είναι ίδιο με αυτό που χρησιμοποιεί ο χρήστης όταν δίνει τις συντεταγμένες του/των σημείων υπολογισμού. Συνεπώς, σε περίπτωση που ο χρήστης θέλει να εισάγει συντεταγμένες σημείου υπολογισμού που αναφέρονται σε γεωδαιτικό σύστημα διαφορετικό από αυτό που θέλει να υπολογιστούν τα μεγέθη ενδιαφέροντος, θα πρέπει εξ αρχής να μετατρέψει τις συντεταγμένες στο σύστημα του χωροσταθμικού ΕΕΠ.

Στην λίστα μπορούμε να επιλέξουμε κάποια από τα συνηθισμένα παγκόσμια γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς ως αυτό από το οποίο θα αντληθούν τα στοιχεία του χωροσταθμικού ΕΕΠ. Αυτά είναι τα εξής: 1) GRS80, 2) GRS67, 3) WGS84 και 4) WGS72 . Πέρα από αυτά, δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να επιλέξει και ένα οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς, πατώντας την επιλογή «**Custom**» από την αναπτυσσόμενη λίστα. Σε αυτή την περίπτωση , ο χρήστης θα πρέπει να εισάγει και τα εξής μεγέθη: 1) Τον μεγάλο ημιάξονα του ΕΕΠ (σε δεκαδικά μέτρα), 2) Το $G*M$, δηλαδή το γινόμενο παγκόσμιας σταθεράς έλξης επί την μάζα της Γης (σε m^3/s^2), 3) Την γεωμετρική επιπλάτωση του ΕΕΠ, 4) την γωνιακή ταχύτητα του ΕΕΠ (σε rad/s) και 5) την πρώτη εκκεντρότητα του ΕΕΠ. Τα ανωτέρω στοιχεία δεν απαιτείται να εισαχθούν, εάν ο χρήστης χρησιμοποιήσει ένα από τα συστήματα που προαναφέρθηκαν στην αρχή της παραγράφου, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα, όπου για τους σκοπούς του παραδείγματος, έχει επιλεγθεί το GRS80.

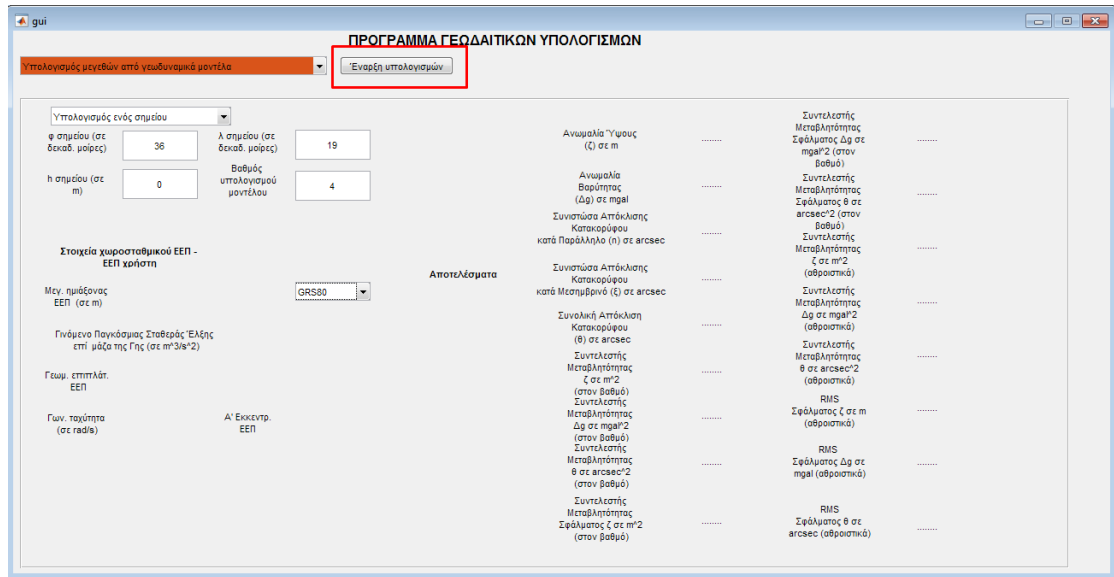


Εικ.5.6: Συμπλήρωση στοιχείων χωροσταθμικού ΕΕΠ (ΕΕΠ χρήστη)

Προσοχή! Όλα τα μεγέθη θα πρέπει να δοθούν αριθμητικά με όλα του τα ψηφία ή με επιστημονική μορφή. π.χ. ο αριθμός 10000, είτε θα γραφεί 10000 είτε $1e4$. Εάν εισάγουμε 10^4 είτε $10*1e3$, το υποπρόγραμμα θα εξάγει εσφαλμένα αποτελέσματα.

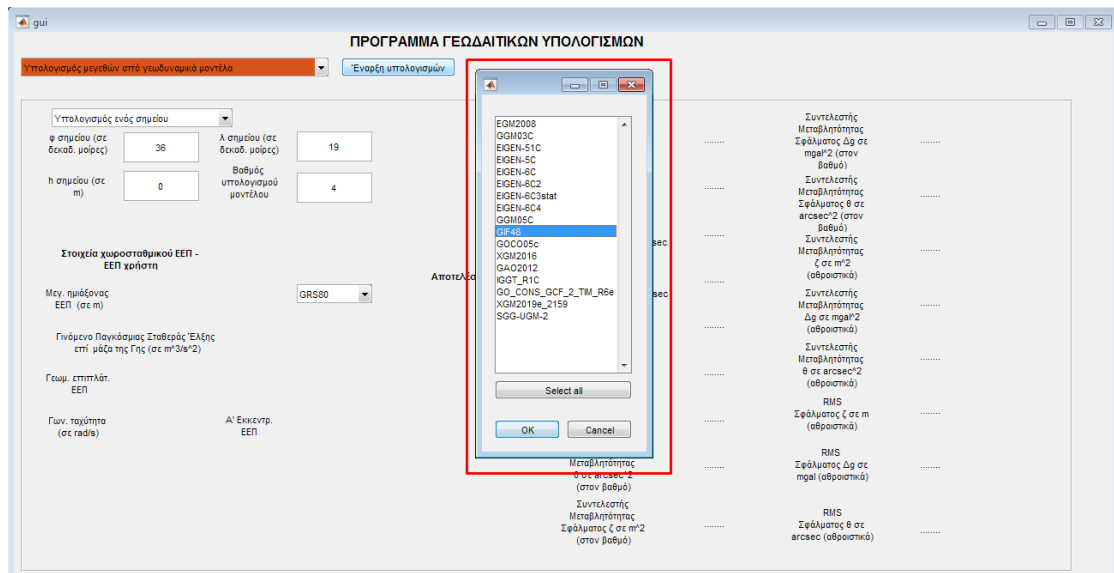
Προσοχή! Οι δεκαδικές μορφές των αριθμών θα εισάγονται με τελεία και όχι με κόμμα. π.χ. 0.5 αντί για 0,5.

Στην παρακάτω εικόνα (Εικ.5.7), βλέπουμε μία τυπική μορφή συμπληρωμένων στοιχείων εισόδου για το εν λόγω υποπρόγραμμα. (Παρατηρούμε ότι δίπλα στα πεδία ορισμού του χωροσταθμικού ΕΕΠ/ΕΕΠ χρήστη δεν υπάρχουν πεδία, λόγω του ότι επιλέχθηκε από την αναπτυσσόμενη λίστα το GRS80). Στη συνέχεια, πατάμε «Εναρξη υπολογισμών»



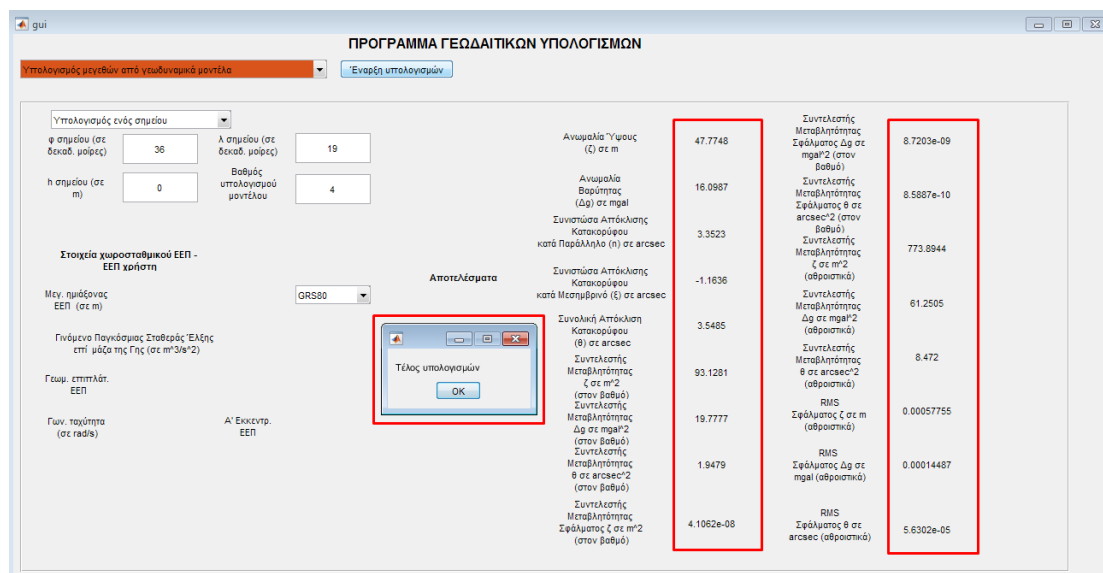
Εικ.5.7: Η εκτέλεση της έναρξης των υπολογισμών του 1^{ου} υποαλγορίθμου

Εμφανίζεται ένας πίνακας επιλογής των γεωδυναμικών μοντέλων τα οποία χρησιμοποιεί το υποπρόγραμμα, όπως στην παρακάτω εικόνα (Εικ.5.8). Στο εν λόγω παράδειγμα, έχουμε επιλέξει το «GIF48». Στη συνέχεια πατάμε «OK».



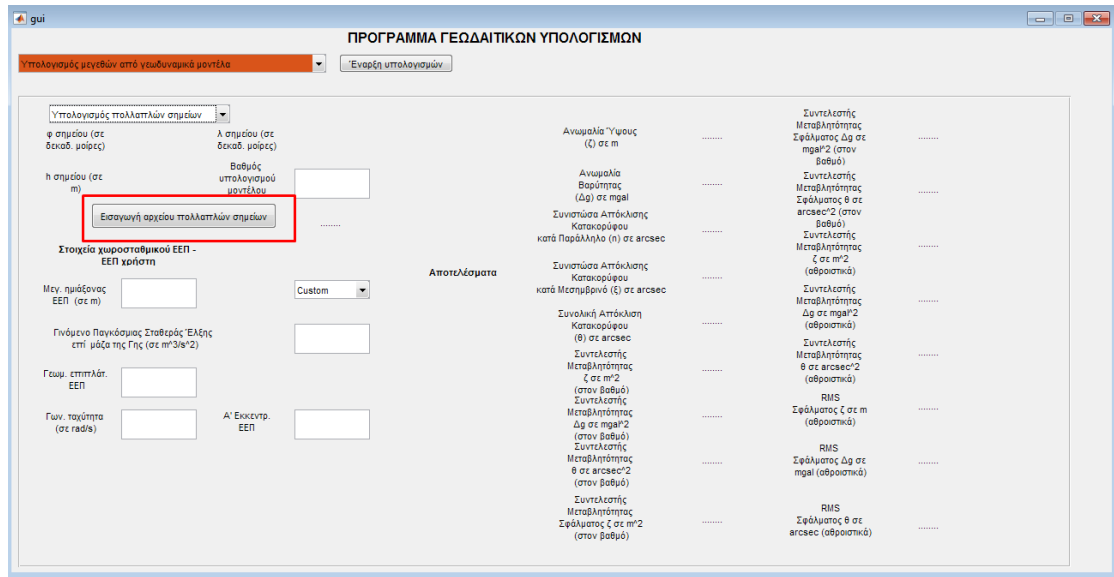
Εικ.5.8: Η επιλογή μεταξύ των διαφόρων γεωδυναμικών μοντέλων

Μετά από ένα χρονικό διάστημα, εμφανίζεται ένα παράθυρο, που αναφέρει «Τέλος υπολογισμών». Σε αυτό, πατάμε «OK». Τα αποτελέσματα των μεγεθών ενδιαφέροντος, εμφανίζονται, όπως φαίνεται παρακάτω (Εικ.5.9).



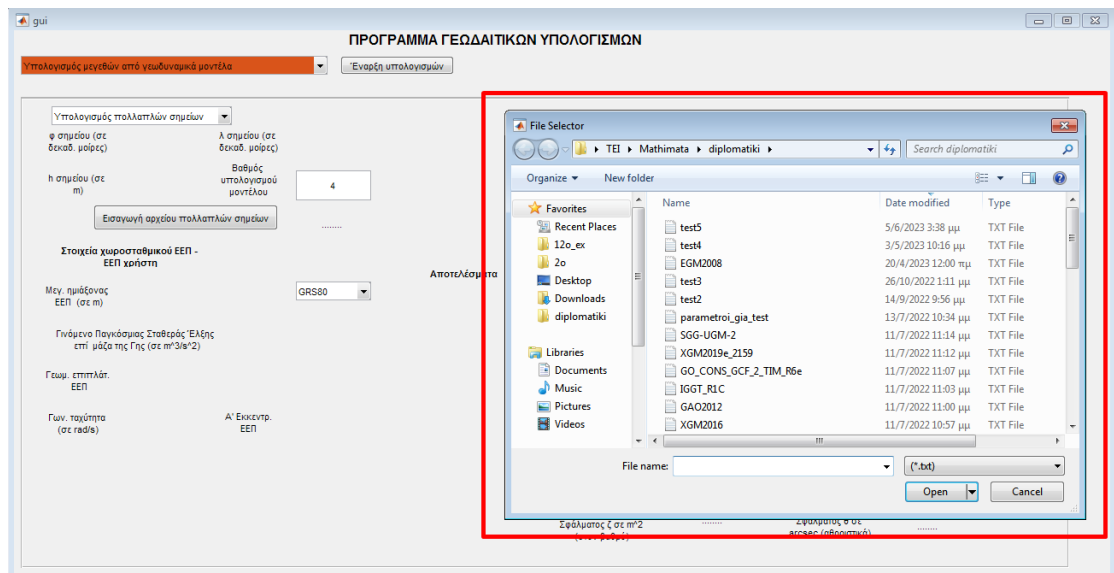
Εικ.5.9: Η ολοκλήρωση της εκτέλεσης των υπολογισμών του 1^{ου} υποαλγορίθμου

Όπως προαναφέραμε, υπάρχει η επιλογή να εισάγουμε περισσότερα του ενός σημεία υπολογισμού, για το καθένα από τα οποία θα υπολογιστούν τα μεγέθη ενδιαφέροντος. Η επιλογή γίνεται από την αναπτυσσόμενη λίστα όπου πλέον επιλέγουμε «Υπολογισμός πολλαπλών σημείων». Στη συνέχεια, εμφανίζεται μία επιλογή με την ένδειξη «Εισαγωγή αρχείου πολλαπλών σημείων», όπως φαίνεται παρακάτω (Εικ.5.10).



Εικ.5.10: Η εκτέλεση της εισαγωγής αρχείου πολλαπλών σημείων

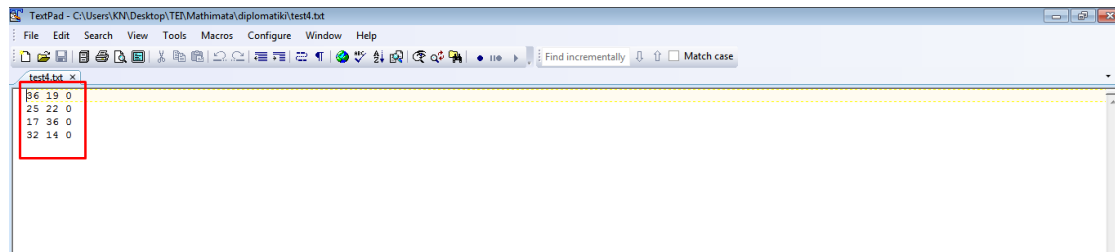
Ενεργοποιώντας την ένδειξη «**Εισαγωγή αρχείου πολλαπλών σημείων**», εμφανίζεται ένα παράθυρο επιλογής αρχείου προς εισαγωγή, όπως στην παρακάτω εικόνα (Εικ.5.11).



Εικ.5.11: Η οθόνη επιλογής εισαγωγής του αρχείου πολλαπλών σημείων

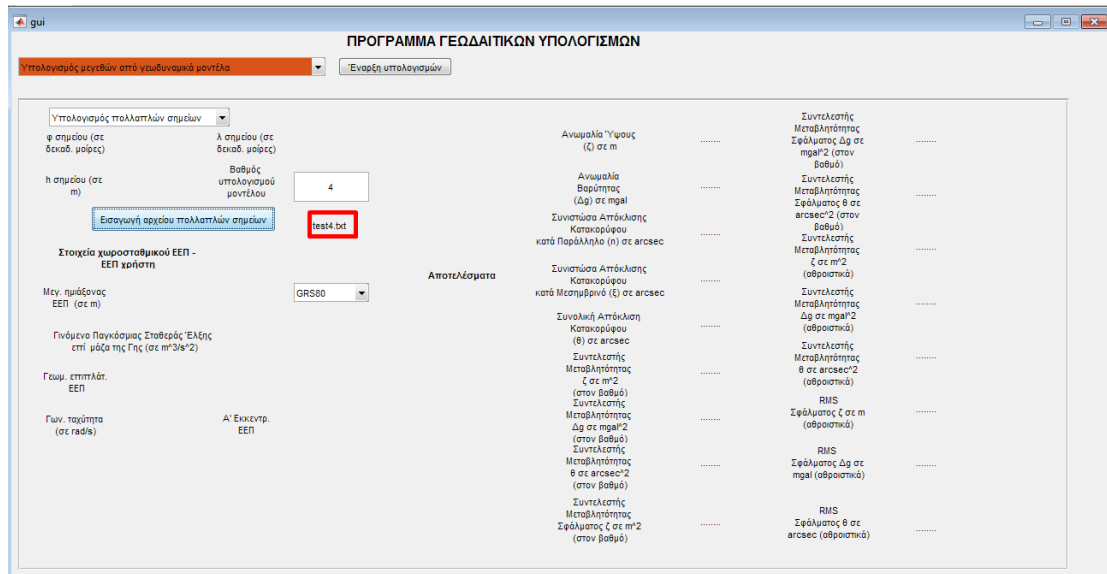
Το αρχείο που θα πρέπει να εισάγουμε, θα πρέπει προφανώς να το έχουμε δημιουργήσει εξ αρχής. Αυτό θα είναι ένα απλό .txt αρχείο, χρησιμοποιώντας οποιονδήποτε texteditor. Τα περιεχόμενα του αρχείου θα πρέπει να είναι ως εξής: 1) Θα έχει τόσες σειρές, όσα είναι και τα σημεία που μας ενδιαφέρει να υπολογίσουμε. Κάθε σειρά, θα αντιστοιχεί σε ένα σημείο. 2) Η κάθε σειρά θα αποτελείται από τρεις στήλες, χωρισμένες μεταξύ τους με ένα απλό κενό (spacebar). Η πρώτη στήλη θα περιέχει το γεωδαιτικό πλάτος σε δεκαδικές μοίρες, η δεύτερη το γεωδαιτικό μήκος σε δεκαδικές μοίρες και η τρίτη στήλη το γεωμετρικό υψόμετρο σε δεκαδικά μέτρα. (Εικ.5.12)

Προσοχή! Το αρχείο δεν θα πρέπει να περιέχει κεφαλίδες στηλών και κενά πριν την πρώτη γραμμή. Μία τυπική μορφή του περιεχομένου του φαίνεται παρακάτω.



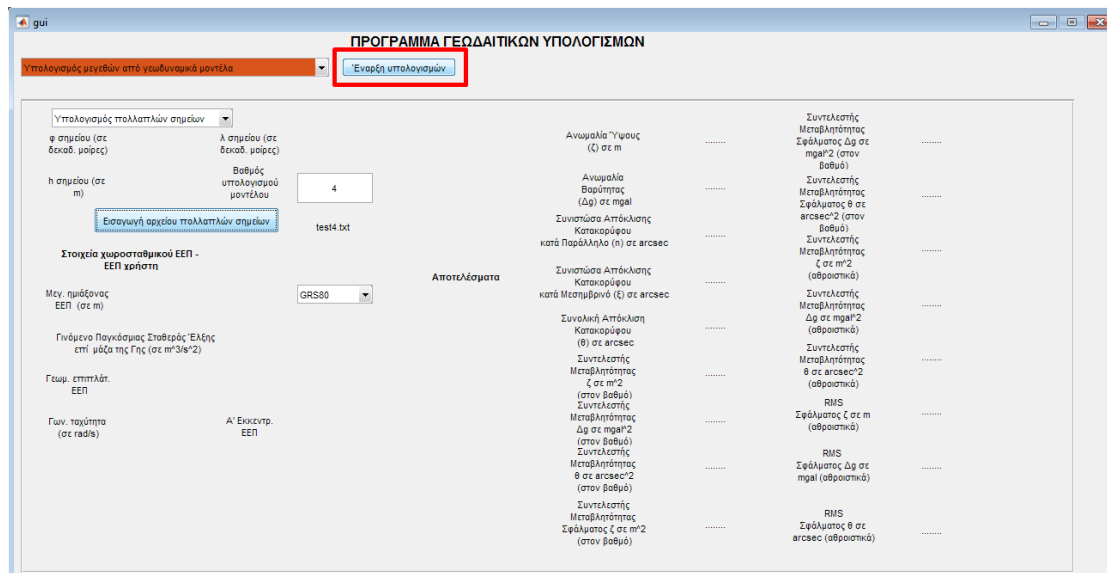
Εικ.5.12: Η υποχρεωτική μορφοποίηση του αρχείου εισαγωγής πολλαπλών σημείων

Αφού επιλέξουμε το αρχείο και πατήσουμε «Open» στο παράθυρο διαλόγου εισαγωγής αρχείων που είδαμε προηγουμένως, το αρχείο φορτώνεται. Δίπλα στην επιλογή «Εισαγωγή αρχείου πολλαπλών σημείων» που πατήσαμε προηγουμένως για να εισάγουμε το αρχείο, εμφανίζεται πλέον το όνομα του αρχείου που συνδέσαμε, όπως στην παρακάτω εικόνα (εμφανίζεται το αρχείο test4.txt). (Εικ.5.13)

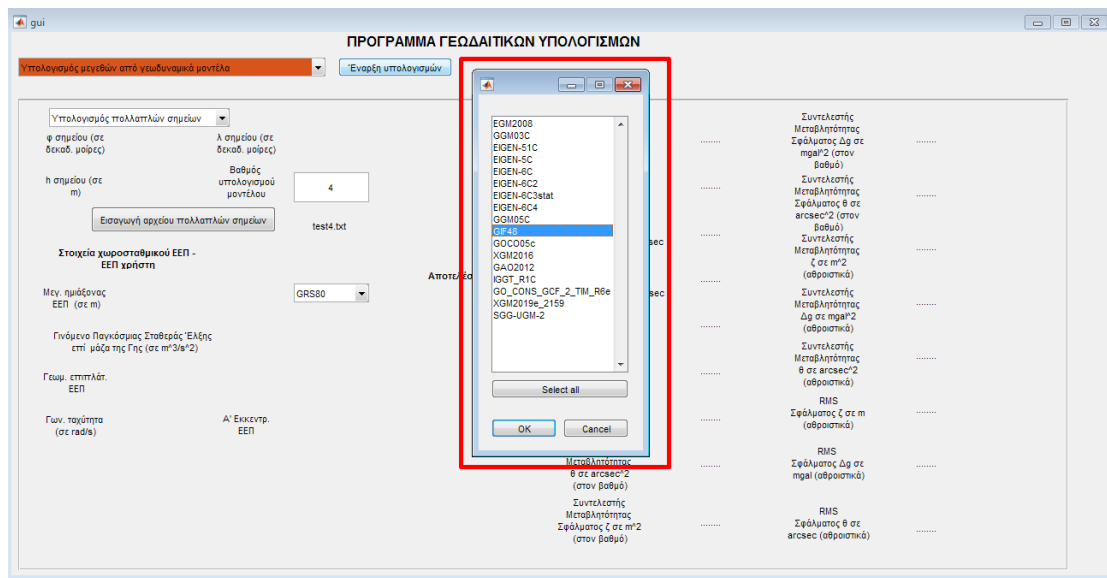


Εικ.5.13: Η εμφάνιση του ονόματος του αρχείου εισαγωγής πολλαπλών σημείων

Η συνέχεια είναι παρόμοια με την διαδικασία υπολογισμού ενός σημείου. Συγκεκριμένα, επιλέγουμε «Έναρξη υπολογισμών», επιλέγουμε γεωδυναμικό μοντέλο από τον αναδυόμενο πίνακα επιλογής και πατάμε «OK». (Εικ.5.14), (Εικ.5.15)

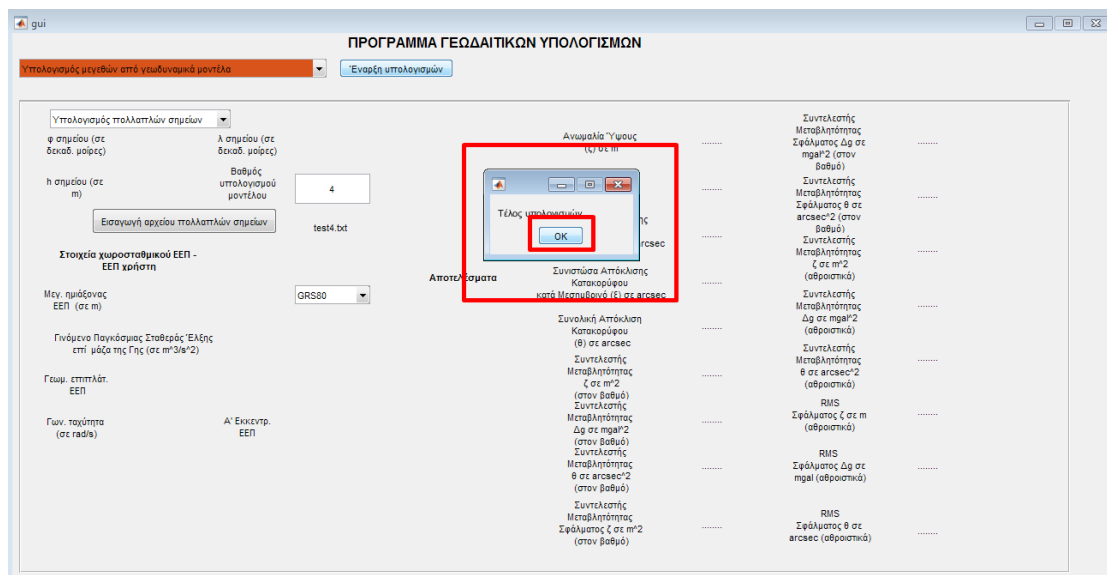


Εικ.5.14: Η εκτέλεση της έναρξης των υπολογισμών του 1^{ου} υποαγορίθμου (περίπτωση πολλαπλών σημείων)



Εικ.5.15: Η επιλογή μεταξύ των διαφόρων γεωδυναμικών μοντέλων

Στη συνέχεια, παρατηρούμε ότι εμφανίζεται το μήνυμα «**Τέλος υπολογισμών**», (Εικ.5.16) στο οποίο πατάμε «**OK**», αλλά τώρα πλέον, δεν εμφανίζονται τιμές δίπλα από κάθε μέγεθος ενδιαφέροντος στην οθόνη του υποπρογράμματος.

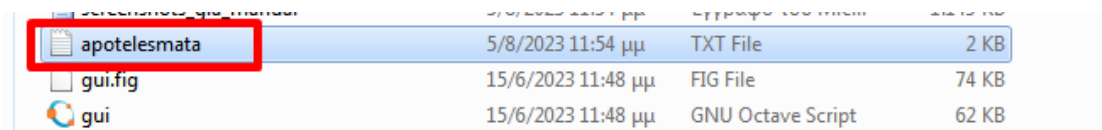


Εικ.5.16: Η ολοκλήρωση της εκτέλεσης των υπολογισμών του 1^{ου}

υποαλγόριθμου (περίπτωση πολλαπλών σημείων)

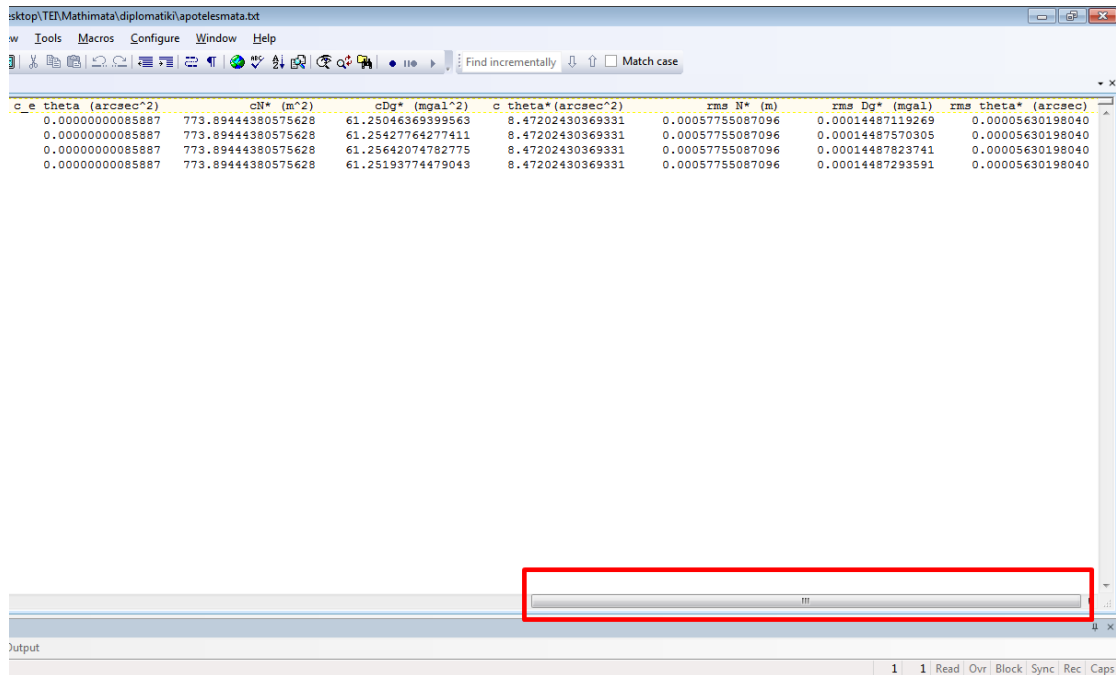
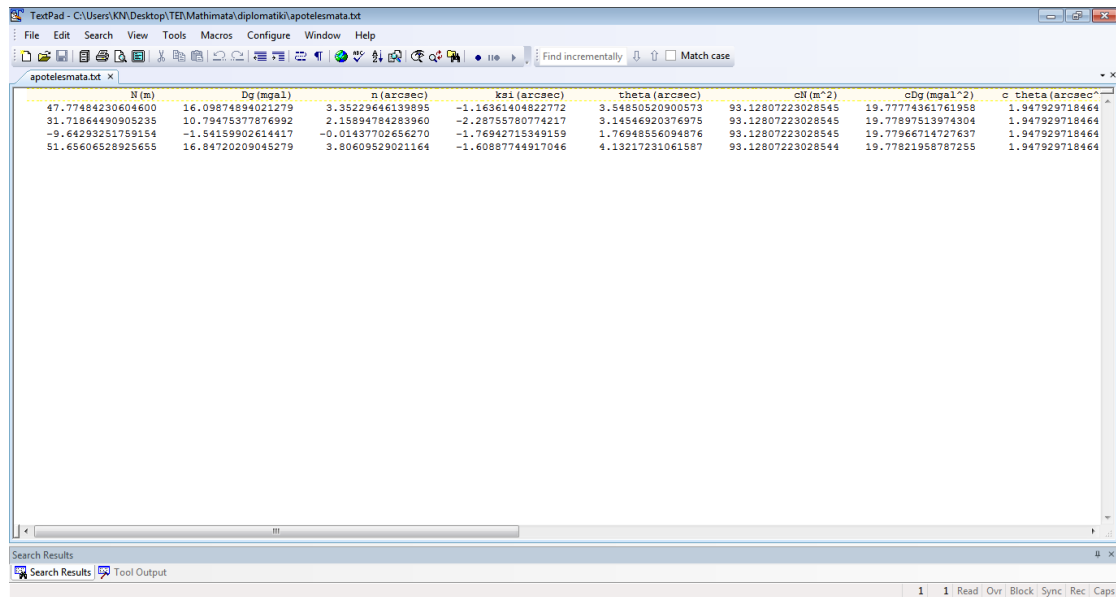
Αντιθέτως, στον φάκελο εργασίας, θα έχει δημιουργηθεί ένα αρχείο .txt, με τον τίτλο «apotelesmata» (Εικ.5.17), το οποίο θα περιέχει ανά σημείο, με την αντίστοιχη σειρά που εισήχθησαν στο αρχείο εισαγωγής τους, τα μεγέθη ενδιαφέροντος και σε κάθε στήλη τον τίτλο του κάθε μεγέθους, όπως φαίνεται παρακάτω. Λόγω των πολλών αποτελεσμάτων, για την θέαση όλων των αποτελεσμάτων, θα πρέπει να γίνει χρήση της οριζόντιας μπάρας κύλισης του texteditor. (Εικ.5.18)

Επισήμανση: Για την αποφυγή προβλημάτων στην θέαση των αποτελεσμάτων, συστήνεται η χρήση ελεύθερων λογισμικών/texteditors όπως λ.χ. το TextPad.



File Name	Created	Type	Size
apotelesmata	5/8/2023 11:54 μμ	TXT File	2 KB
gui.fig	15/6/2023 11:48 μμ	FIG File	74 KB
gui	15/6/2023 11:48 μμ	GNU Octave Script	62 KB

Εικ.5.17: Η εξαγωγή του αρχείου «apotelesmata.txt» (περίπτωση πολλαπλών σημείων)



Εικ.5.18: Η μορφή του αρχείου «apotelesmata.txt» (περίπτωση πολλαπλών σημείων) και η ύπαρξη slider bar για την θέαση του συνόλου των αποτελεσμάτων

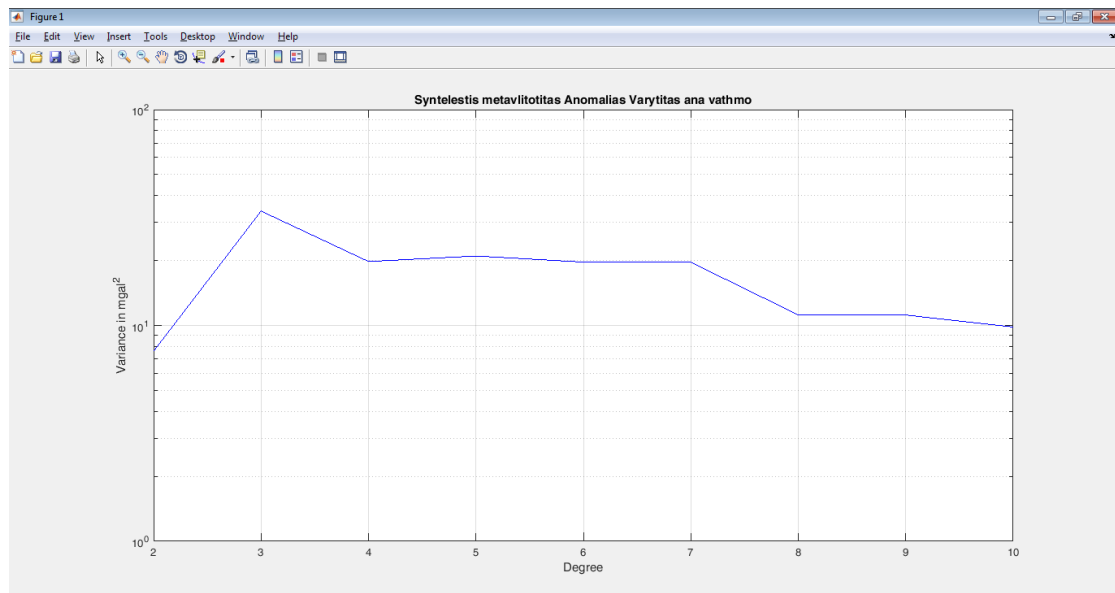
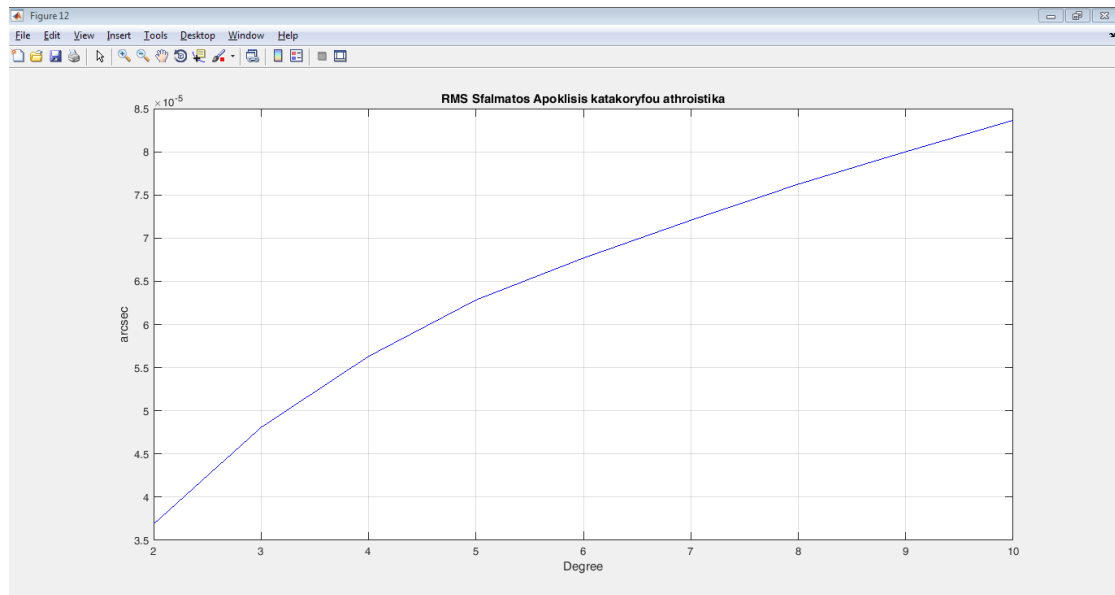
Επισήμανση: Στο αρχείο αποτελεσμάτων, όσον αφορά στις μεταβλητότητες μεγεθών και σφάλματος μεγεθών, αυτές, λόγω του ότι είναι αδιάφορες ως προς το σημείο υπολογισμού, υπολογίζονται μόνο μία φορά,

στο τέλος του αρχείου, για το τελευταίο σημείο. Σε όλα τα προηγούμενα σημεία εμφανίζεται η τιμή «0» .

Τέλος, ένα άλλο στοιχείο του υποπρογράμματος, είναι η δημιουργία γραφημάτων για τα παρακάτω μεγέθη: 1) Συντελεστές μεταβλητότητας ζ ανά βαθμό ανάπτυξης σε m^2 , 2) Συντελεστές μεταβλητότητας Δg ανά βαθμό ανάπτυξης σε $mgal^2$, 3) Συντελεστές μεταβλητότητας θ ανά βαθμό ανάπτυξης σε $arcsec^2$, 4) Συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος ζ ανά βαθμό ανάπτυξης σε m^2 , 5) Συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος Δg ανά βαθμό ανάπτυξης σε $mgal^2$, 6) Συντελεστές μεταβλητότητας σφάλματος θ ανά βαθμό ανάπτυξης σε $arcsec^2$, 7) Συντελεστές μεταβλητότητας ζ αθροιστικά σε m^2 , 8) Συντελεστές μεταβλητότητας Δg αθροιστικά σε $mgal^2$, 9) Συντελεστές μεταβλητότητας θ αθροιστικά σε $arcsec^2$, 10) RMS σφάλματος ζ (αθροιστικά) σε m , 11) RMS σφάλματος Δg (αθροιστικά) σε $mgal$ και 12) RMS σφάλματος θ (αθροιστικά) σε $arcsec$.

Για καθένα από τα ανωτέρω μεγέθη, εμφανίζεται ένα γράφημα (συνεπώς, συνολικά 12 γραφήματα), όπου το μέγεθος εμφανίζεται στον κατακόρυφο άξονα και οι βαθμοί στον οριζόντιο άξονα. Προφανώς, στα αθροιστικά μεγέθη, οι βαθμοί αφορούν το μέγεθος μέχρι αυτόν τον βαθμό, ενώ στα μη αθροιστικά σε αυτό τον βαθμό. (Εικ.5.19)

Έτσι, αν επιλέξουμε βαθμό υπολογισμού μοντέλου, λ.χ. 10, θα εμφανιστούν τα 12 αυτά γραφήματα, όπως παρακάτω. Επίσης, επισημαίνεται, ότι η δημιουργία γραφημάτων πραγματοποιείται τόσο στον υπολογισμό ενός όσο και περισσότερων του ενός σημείων, αφού ούτως ή άλλως, τα μεγέθη των συντελεστών μεταβλητότητας και συντελεστών μεταβλητότητας σφαλμάτων, είναι ανεξάρτητα από τις συντεταγμένες του κάθε σημείου.



Εικ.5.19: Η παρουσίαση των διαγραμμάτων συντελεστών μεταβλητοτήτων μεγεθών και των σφαλμάτων τους (ενδεικτικά εδώ παρουσιάζεται το RMS σφάλματος θ και ο συντελεστής μεταβλητότητας Δg ανά βαθμό)

Επίσης, στον φάκελο εργασίας του χρήστη, θα δημιουργηθεί ένα αρχείο καταγραφής μορφής .txt, το οποίο εμπεριέχει τις τιμές των διαγραμμάτων ανά βαθμό, για περαιτέρω αξιοποίηση από άλλα λογισμικά. Το αρχείο έχει όνομα ως default, «arχειο_katagrafis» και φαίνεται παρακάτω (Εικ.5.20).


```

arxio_katagrafis.txt
arxio_katagrafis
Vathmos cDg (mga1^2)
2 7.59432894977682
3 33.87839112659923
4 19.77774361761958
5 20.97979238847825
6 19.6591173052688
7 19.61192312322697
Vathmos cN (m^2)
2 321.83686156734484
3 358.92951000812610
4 93.12807223028545
5 55.56836047739887
6 33.32500797580270
7 23.08681703669632
Vathmos c theta (arccos^2)
2 2.01952721278510

```

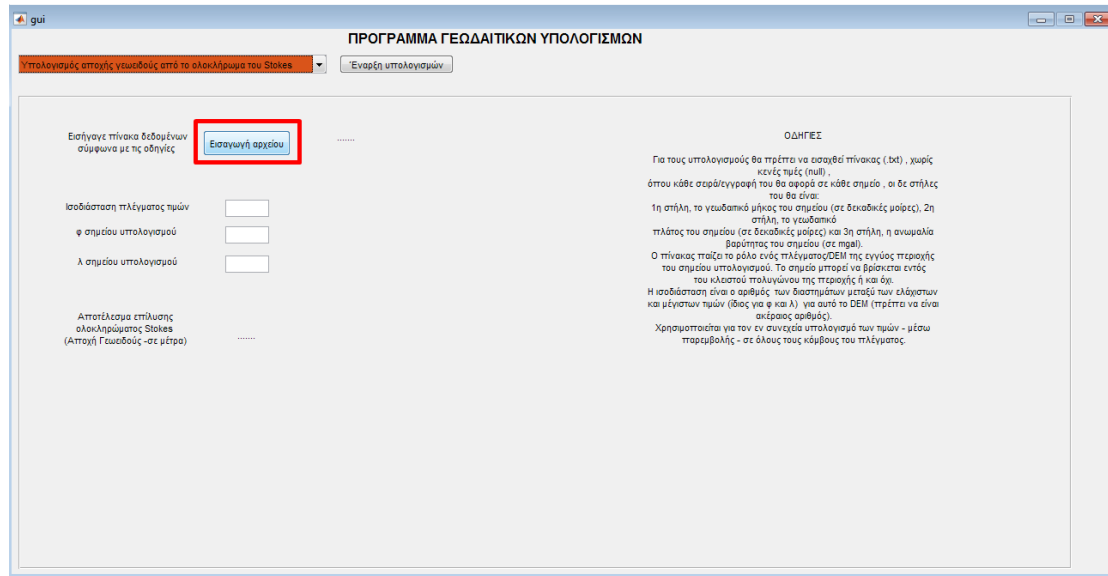
Εικ.5.20: Η μορφή του εξαγόμενου αρχείου καταγραφής των συντελεστών μεταβλητοτήτων μεγεθών/σφαλμάτων «arxio_katagrafis»

Επισημάνση: Τα μεγέθη που υπολογίζονται από το ανωτέρω υποπρόγραμμα θεωρεί ότι η μάζα της Γης συμπίπτει με την μάζα του εκάστοτε χωροσταθμικού ΕΕΠ, συνεπώς αγνοεί (και δεν συμπεριλαμβάνει στους υπολογισμούς) την συνιστώσα μηδενικής τάξης.

4. Υποπρόγραμμα υπολογισμού αποχής γεωειδούς από το ολοκλήρωμα του Stokes

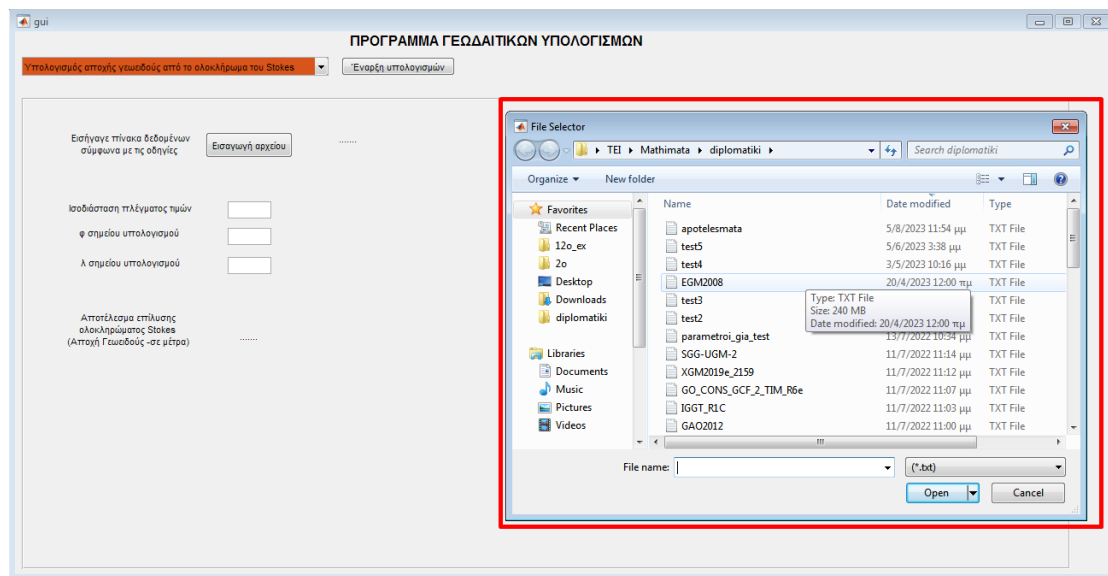
Όπως είπαμε και παραπάνω, εάν επιλέξουμε «Υπολογισμός αποχής γεωειδούς από το ολοκλήρωμα του Stokes», εμφανίζεται η δεύτερη καρτέλα του προγράμματος. Το υποπρόγραμμα δίνει την δυνατότητα υπολογισμού της αποχής γεωειδούς σε m, μέσω αριθμητικής επίλυσης του ολοκληρώματος του Stokes.

Αφού εμφανιστεί η καρτέλα του υποπρογράμματος, επιλέγουμε «Εισαγωγή αρχείου», όπως παρακάτω (Εικ.5.21).



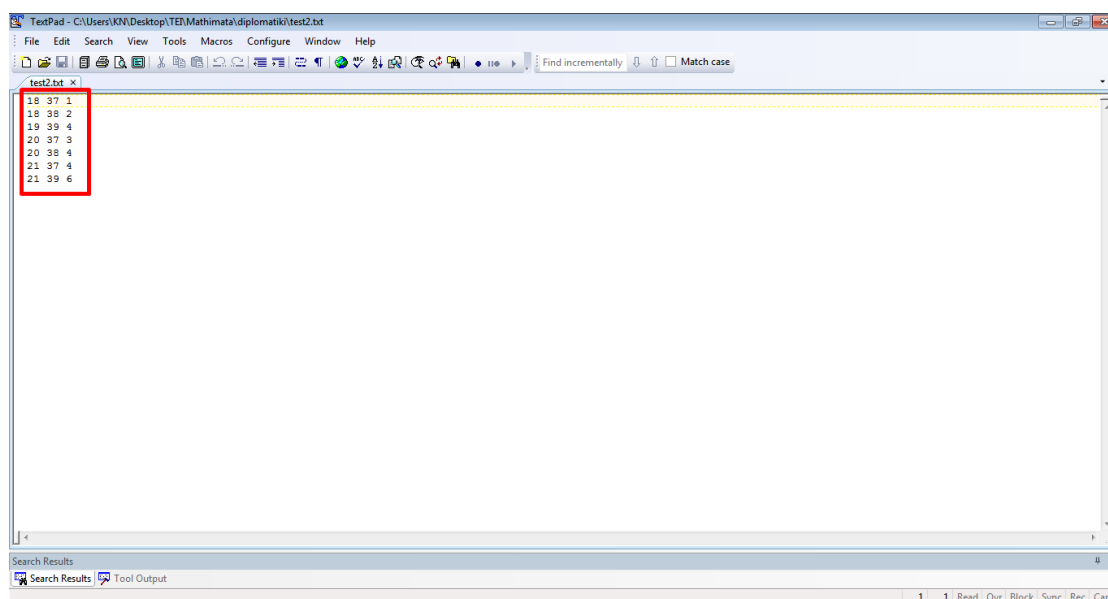
Εικ.5.21: Η εκτέλεση της εισαγωγής αρχείου πλέγματος τιμών (2^{ος} υποαλγόριθμος)

Εμφανίζεται, κατά τα γνωστά, το παράθυρο επιλογής αρχείου για εισαγωγή, όπως παρακάτω (Εικ.5.22).



Εικ.5.22: Η οθόνη επιλογής εισαγωγής του αρχείου πλέγματος τιμών (2^{ος} υποαλγόριθμος)

Το αρχείο που θα εισαχθεί, θα πρέπει να είναι ένα αρχείο .txt, χωρίς κενές (null) τιμές. Κάθε σειρά του αρχείου θα αντιστοιχεί σε ένα σημείο για το οποίο είναι γνωστή η θέση του (φ και λ) και η ανωμαλία βαρύτητας. Συγκεκριμένα, στην πρώτη στήλη κάθε σειράς, θα εισάγεται το γεωδαιτικό μήκος του σημείου (σε δεκαδικές μοίρες), στην δεύτερη στήλη το γεωδαιτικό πλάτος του σημείου (σε δεκαδικές μοίρες) και στην τρίτη στήλη, η ανωμαλία βαρύτητας του σημείου σε mgal. Ένα παράδειγμα των περιεχομένων τέτοιου αρχείου με επτά σημεία, φαίνεται παρακάτω (Εικ.5.23) (οι τιμές δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα, χρησιμοποιούνται λόγω απλότητας στο παράδειγμα).



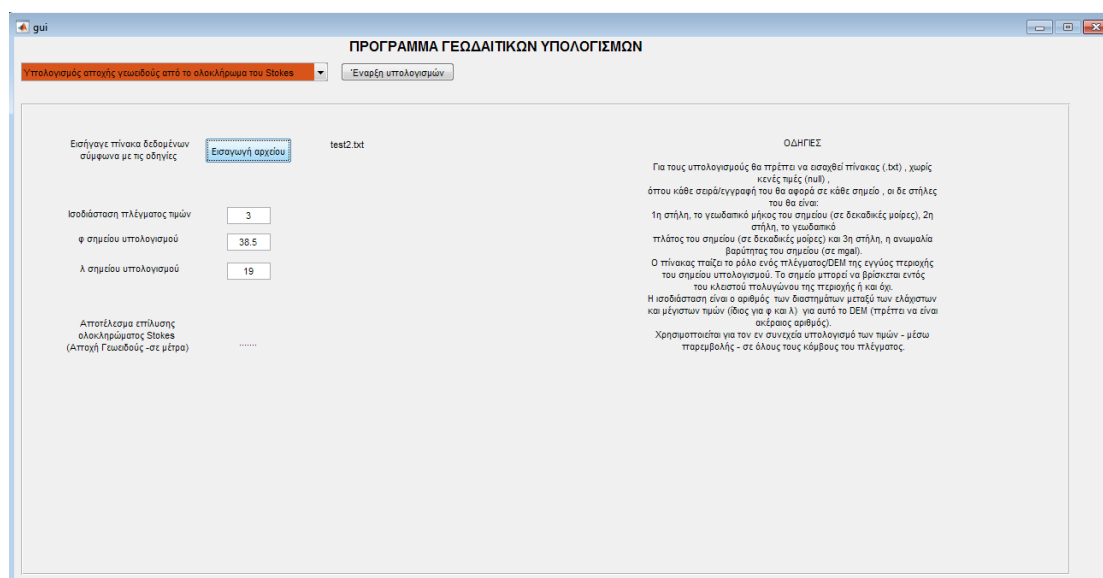
Εικ.5.23: Η υποχρεωτική μορφοποίηση του αρχείου πλέγματος τιμών (2^{ος} υποαλγόριθμος)

Ο πίνακας του αρχείου .txt, παίζει το ρόλο ενός πλέγματος τιμών της εγγύς περιοχής του σημείου υπολογισμού της αποχής. Στη συνέχεια, συμπληρώνουμε το πεδίο «**Ισοδιάσταση πλέγματος τιμών**», με έναν ακέραιο αριθμό, ο οποίος θα είναι ο αριθμός των διαστημάτων μεταξύ των ελάχιστων και μέγιστων τιμών. Η ισοδιάσταση χρησιμοποιείται για την παρεμβολή των τιμών της ανωμαλίας βαρύτητας, έτσι ώστε να δημιουργηθεί ένα πλέγμα τιμών χωρίς «κενά» και να μπορέσει να χρησιμοποιηθεί η αριθμητική ολοκλήρωση του Stokes.

Επισήμανση: Το υποπρόγραμμα υπολογίζει ενιαία ισοδιάσταση για τα ϕ και λ .

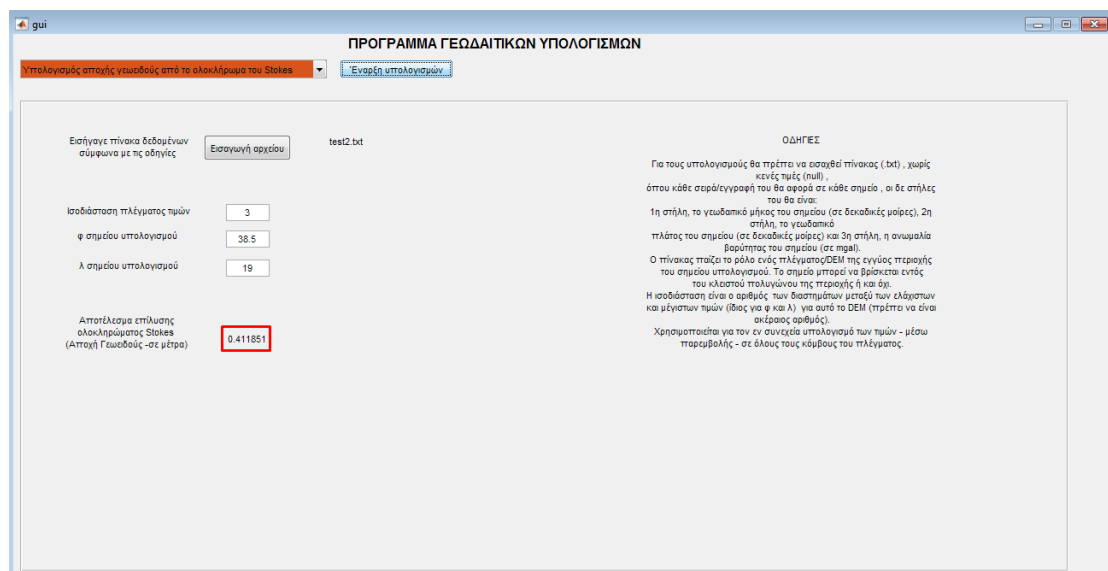
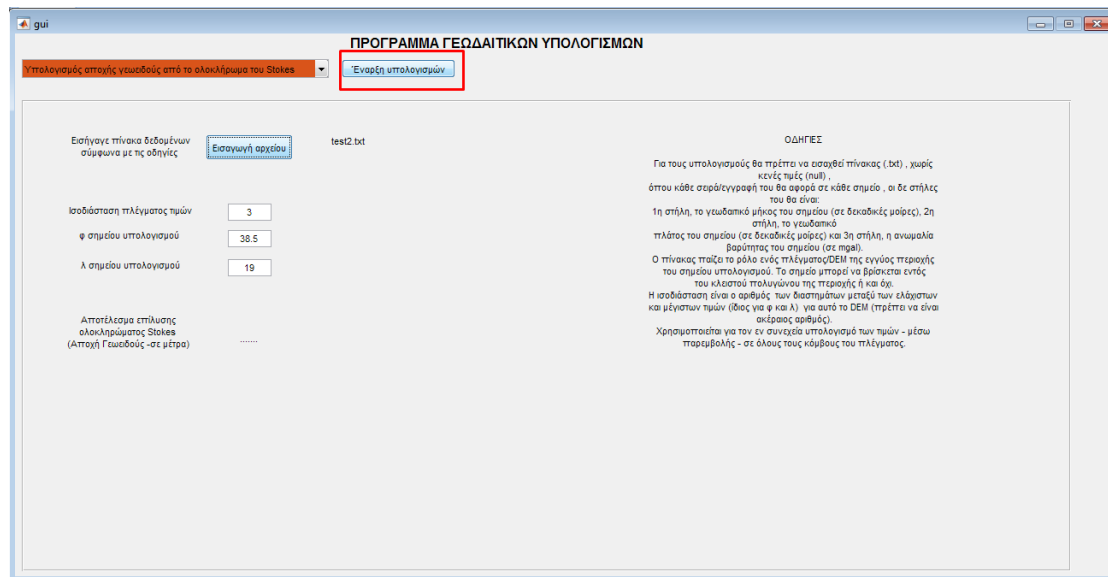
Προσοχή! Το υποπρόγραμμα υπολογίζει την αποχή του γεωειδούς, λαμβάνοντας υπόψη μόνο την εγγύς περιοχή του και όχι το σύνολο της επιφάνειας της Γης. Είναι, δηλαδή η συνεισφορά της εσωτερικής ζώνης στον υπολογισμό του σημείου. Είναι προφανώς ευθύνη του χρήστη, το σημείο υπολογισμού να βρίσκεται στην εγγύς περιοχή των μετρήσεων των ανωμαλιών βαρύτητας. Το σημείο υπολογισμού μπορεί να βρίσκεται εντός του κλειστού πολυγώνου της περιοχής είτε όχι.

Στη συνέχεια, συμπληρώνουμε το γεωδαιτικό πλάτος και μήκος, σε δεκαδικές μοίρες, του σημείου για το οποίο θα υπολογιστεί η αποχή γεωειδούς. Τα παραπάνω βήματα φαίνονται στην παρακάτω εικόνα (Εικ.5.24).



Εικ.5.24: Η συμπλήρωση του γεωδαιτικού πλάτους και μήκους για το σημείο υπολογισμού όσο και της «ισοδιάστασης» του πλέγματος παρεμβολής

Στη συνέχεια, πατάμε «Έναρξη υπολογισμών» και υπολογίζεται η αποχή γεωειδούς σε μέτρα (Εικ.5.25).



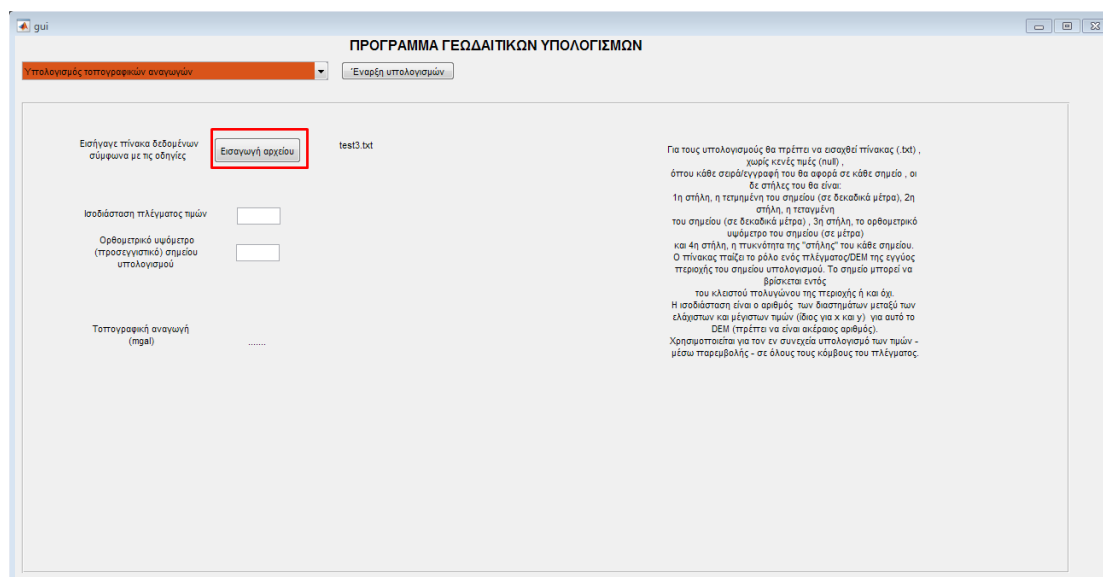
Εικ.5.25: Η εκτέλεση της έναρξης υπολογισμών του 2^{ου} υποαλγορίθμου και η εμφάνιση της αποχής γεωειδούς

5. Υποπρόγραμμα υπολογισμού τοπογραφικής αναγωγής

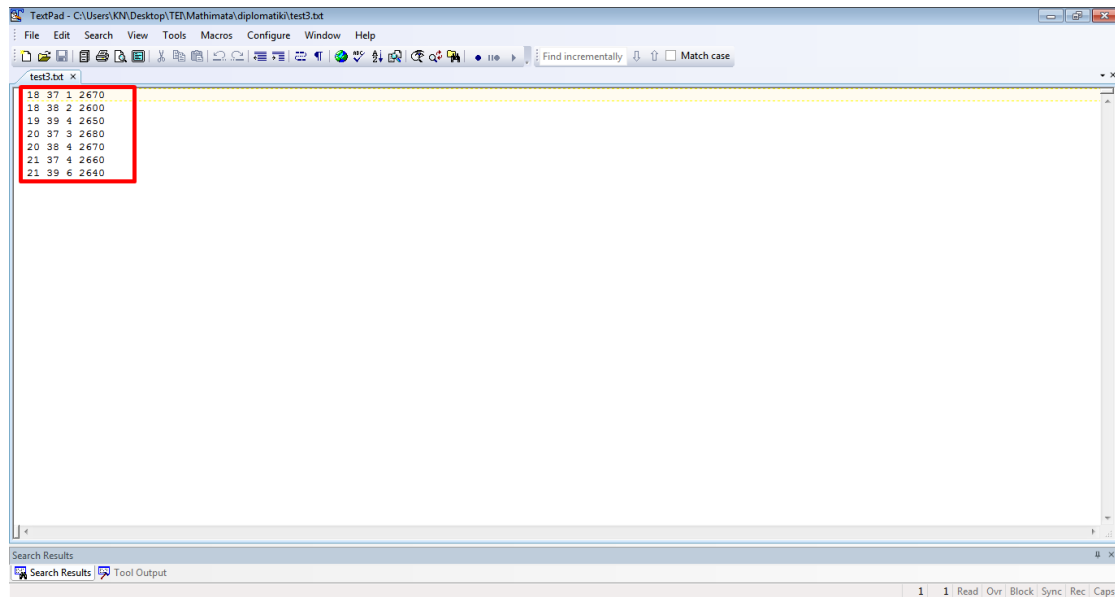
Όπως είπαμε και παραπάνω, εάν επιλέξουμε «Υπολογισμός τοπογραφικών αναγωγών», εμφανίζεται η τρίτη καρτέλα του προγράμματος. Το υποπρόγραμμα δίνει την δυνατότητα υπολογισμού της τοπογραφικής αναγωγής (δg_T) σε $mgal$, για μια κοντινή περιοχή του σημείου ενδιαφέροντος, χρησιμοποιώντας επίπεδο καρτεσιανό κάρναβο

πληροφορίας για τα υψόμετρα. Τα σύγχρονα ψηφιακά μοντέλα εδάφους (DigitalTerrainModels – DTM) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό της τοπογραφικής αναγωγής, με τις προϋποθέσεις που έχουν αναφερθεί προηγουμένως.

Αφού εμφανιστεί η καρτέλα του υποπρογράμματος, επιλέγουμε «Εισαγωγή αρχείου» (Εικ.5.26). Το αρχείο που θα εισαχθεί, θα πρέπει να είναι ένα αρχείο .txt, χωρίς κενές (null) τιμές. Κάθε σειρά του αρχείου θα αντιστοιχεί σε ένα σημείο για το οποίο είναι γνωστή η θέση του (x και y), η πυκνότητά του (η πυκνότητα της τοπογραφίας κοντά στο σημείο) και το ορθομετρικό του υψόμετρο (Εικ.5.27). Συγκεκριμένα, στην πρώτη στήλη κάθε σειράς, θα εισάγεται η τετμημένη του σημείου (σε δεκαδικά μέτρα), στην δεύτερη στήλη η τεταγμένη του σημείου (σε δεκαδικά μέτρα), στην τρίτη στήλη το ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου και στην τέταρτη στήλη η πυκνότητα της «στήλης» κάτωθι του σημείου σε $kg \cdot m^{-3}$.



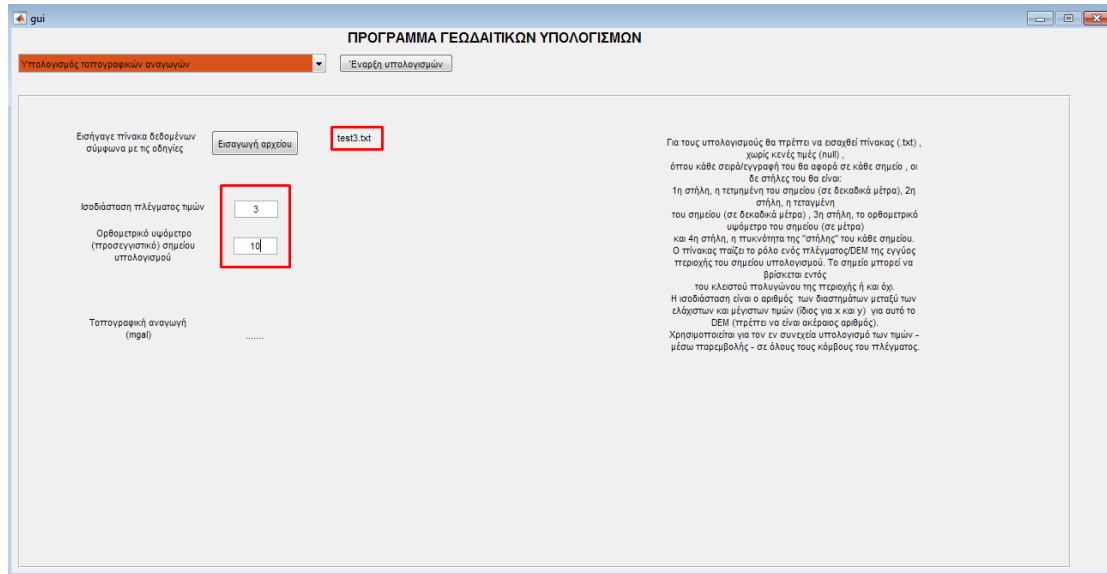
Εικ.5.26: Η εκτέλεση της εισαγωγής αρχείου πλέγματος τιμών ($3^{ος}$ υποαλγόριθμος)



Εικ.5.27: Η υποχρεωτική μορφοποίηση του αρχείου πλέγματος τιμών (3^{ος} υποαλγόριθμος)

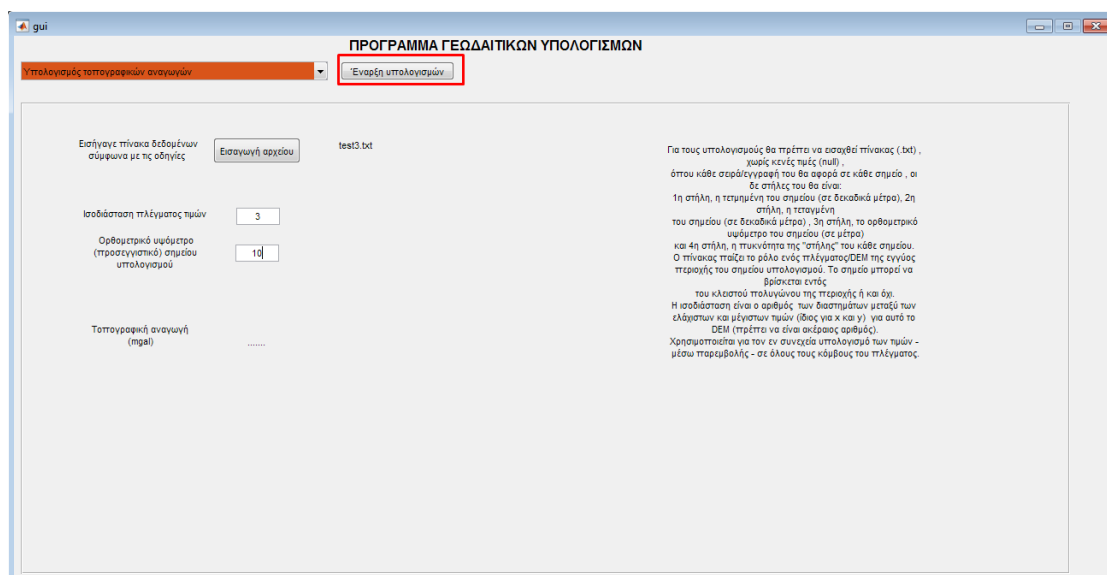
Επισήμανση: Σύμφωνα με τη θεωρία, η αρχή του συστήματος συντεταγμένων για τον καρτεσιανό κάνναβο, είναι το σημείο ενδιαφέροντος. Δηλαδή για το σημείο αυτό θα είναι $(x,y) = (0,0)$. Επίσης, για λόγους ομοιομορφίας, προτιμητέο είναι ο κάνναβος να εκτείνεται εκατέρωθεν του σημείου ενδιαφέροντος (δηλαδή το σημείο να βρίσκεται εντός του καννάβου και όχι στις άκρες του).

Στη συνέχεια, εισάγουμε το προσεγγιστικό ορθομετρικό υψόμετρο του σημείου ενδιαφέροντος σε m , και την ισοδιάσταση, δηλαδή ένας ακέραιος αριθμός, ο οποίος θα είναι ο αριθμός των διαστημάτων μεταξύ των ελάχιστων και μέγιστων τιμών για τα x και y (ίδιος για τα x και y). Κατ' αναλογία και με το δεύτερο υποπρόγραμμα, μας δίνεται και εδώ η δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε τιμές οι οποίες δεν δημιουργούν εξαρχής πλέγμα τιμών αλλά δημιουργούνται μέσω παρεμβολής. Τα ανωτέρω βήματα φαίνονται παρακάτω (Εικ.5.28).

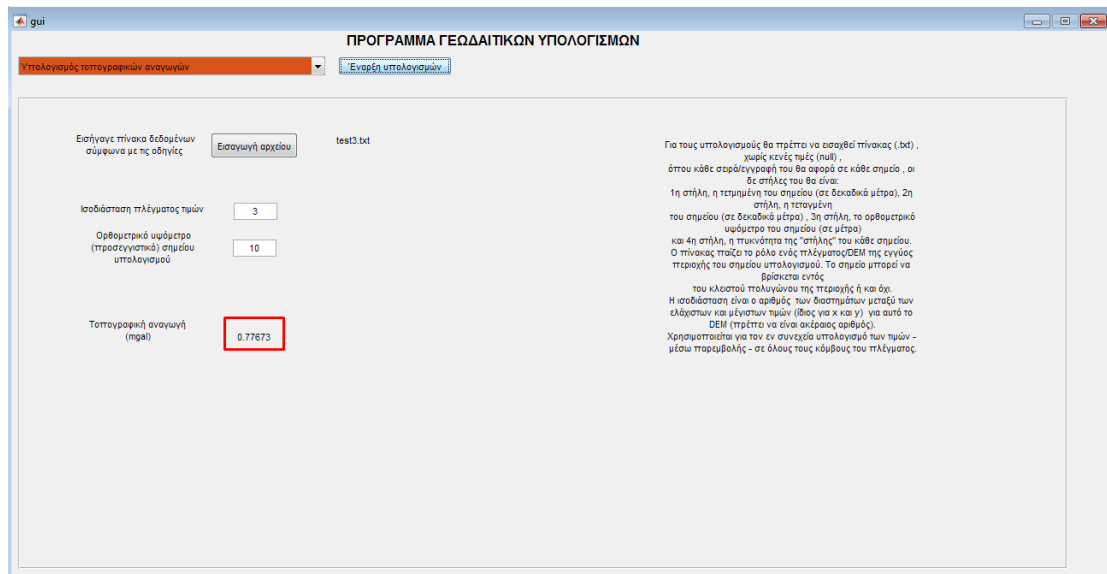


Εικ.5.28: Η συμπλήρωση του προσεγγιστικού ορθομετρικού υψόμετρου για το σημείο υπολογισμού όσο και της «ισοδιάστασης» του πλέγματος παρεμβολής.

Στη συνέχεια, κατά τα γνωστά, πατάμε «Έναρξη υπολογισμών» και έτσι υπολογίζεται η τοπογραφική αναγωγή για το σημείο ενδιαφέροντος σε mgal. (Εικ.5.29), (Εικ.5.30)



Εικ.5.29: Η εκτέλεση της έναρξης υπολογισμών του 3^{ου} υποαλγορίθμου



Εικ.5.30: Η εμφάνιση του αποτελέσματος της τοπογραφικής αναγωγής

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Αλγόριθμος εργασίας σε μορφή κειμένου

Στο παρόν παράρτημα, παρατίθεται ο αλγόριθμος, σε μορφή κειμένου. Όπως προαναφέρθηκε, ο αλγόριθμος δεν μπορεί να λειτουργήσει ανεξάρτητα από το figure που έχει δημιουργηθεί (βλ. Κεφάλαια 4 & 5).

```
function varargout = gui(varargin)
% GUI MATLAB code for gui.fig
%   GUI, by itself, creates a new GUI or raises the existing
%   singleton*.
%
%   H = GUI returns the handle to a new GUI or the handle to
%   the existing singleton*.
%
%   GUI('CALLBACK',hObject,eventData,handles,...) calls the local
%   function named CALLBACK in GUI.M with the given input
%   arguments.
%
%   GUI('Property','Value',...) creates a new GUI or raises the
%   existing singleton*. Starting from the left, property value
%   pairs are
%   applied to the GUI before gui_OpeningFcn gets called. An
%   unrecognized property name or invalid value makes property
%   application
%   stop. All inputs are passed to gui_OpeningFcn via varargin.
%
%   *See GUI Options on GUIDE's Tools menu. Choose "GUI allows
%   only one
%   instance to run (singleton)".
%
% See also: GUIDE, GUIDATA, GUIHANDLES

% Edit the above text to modify the response to help gui

% Last Modified by GUIDE v2.5 03-May-2023 22:48:30

% Begin initialization code - DO NOT EDIT
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',  gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @gui_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @gui_OutputFcn, ...
```

```

        'gui_LayoutFcn', [], ...
        'gui_Callback', []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargin
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end
% End initialization code - DO NOT EDIT

% --- Executes just before gui is made visible.
function gui_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
% This function has no output args, see OutputFcn.
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
% varargin   command line arguments to gui (see VARARGIN)

% Choose default command line output for gui
handles.output = hObject;

% Update handles structure
guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes gui wait for user response (see UIRESUME)
% uiwait(handles.figure1);
% Εδώ βάζω ο,τι χρειάζεται για αρχικοποιήσεις
set(handles.answer_static_filename2,'Visible','off'); %
Απενεργοποίηση των κουμπιών επιλογής πολλαπλών σημείων
set(handles.pushbutton5,'Visible','off');
% --- Outputs from this function are returned to the command line.
function varargout = gui_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
% varargout  cell array for returning output args (see VARARGOUT);
% hObject    handle to figure
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Get default command line output from handles structure
varargout{1} = handles.output;

% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
val=get(handles.popupmenu1,'Value');
if val==1 % Υπορουτίνα υπολογισμού σφαιρικών αρμονικών
    % Δημιουργία λίστας με τα διαθέσιμα Γεωδ. Μοντέλα (ΓΔ)
list={'EGM2008','GGM03C','EIGEN-51C','EIGEN-5C','EIGEN-6C','EIGEN-
6C2','EIGEN-6C3stat','EIGEN-
6C4','GGM05C','GIF48','GOCO05c','XGM2016','GAO2012','IGGT_R1C','GO_CO
NS_GCF_2_TIM_R6e','XGM2019e_2159','SGG-UGM-2'};
% Δημιουργία διαδραστικής επιλογής ΓΔ από τη λίστα

```

```

[indx,tf]=listdlg('ListString',list);
% Δημιουργία λίστας με τις ακτίνες υπολογισμού των σφαιρικών
αρμονικών (R)
list_2=[0.63781363E+07,0.6378136300E+07,0.6378136460E+07,0.6378136460
E+07,0.6378136460E+07,0.6378136460E+07,0.6378136460E+07,0.6378136460E
+07,6.378136300E+06,0.6378136300E+07,0.63781363000E+07,0.63781363000E
+07,6378137.0,0.6378136460E+07,6378136.46,6378136.3,6378136.3];
% Όνομα ΓΔ σε string
model_name=list{indx};
% Format αρχείου σε string
formatt='.txt';
% Ένωση των ανωτέρω strings
model_name=strcat(model_name,formatt);
% Φόρτωση του αρχείου συντελεστών (είναι σε μορφή structure)
model=importdata(model_name);
% Εύρεση και διατήρηση μόνο των όρων που δεν έχουν χρονική εξέλιξη
(π.χ...
% ..dot κλπ)
f1=find(strcmp(model.textdata,'gfc'));
f2=find(strcmp(model.textdata,'gfct'));
f=[f1;f2];
f=sort(f);
model.textdata=model.textdata(f);
model.rowheaders=model.rowheaders(f);
model.data=model.data(f,:);
% Αφαίρεση των δεδομένων κειμένου που περιέχονται στο structure
model=rmfield(model,'textdata');
model=rmfield(model,'rowheaders');
% Μετατροπή του σε cell array και εν συνεχεία σε πίνακα
model=struct2cell(model);
model=cell2mat(model);
% Ταξινόμηση των συντελεστών των μοντέλων ώστε να έχουν την μορφή
του...
% ...EGM2008
model=sortrows(model);

%Προσπέλαση βαθμού μοντέλου
stili=model(:,1);
meg=max(stili);
n=str2double(get(handles.edit13,'String')); % Εισαγωγή από χρήστη
επιθυμητού βαθμού υπολογισμού
if n>meg || mod(n,1)~0 || n<=0 % Έλεγχος για λανθασμένο βαθμό
    msgbox(sprintf('Σφάλμα! Εισάγετε ακέραιο επιθυμητό βαθμό
υπολογισμού έως %4.0f για το εν λόγω γεωδυναμικό μοντέλο',meg));
else
% Δημιουργία πίνακα συντελεστών γεωδυναμικού μοντέλου μέχρι τον
επιλεγμένο
% βαθμό και τάξη...εφόσον είναι σε διατεταγμένη τυπική μορφή (π.χ.
EGM2008)

% Εύρεση τελικής σειράς υποπίνακα
rowl=min(find(stili==n));
row_fin=rowl+n;

% Στήλη συντελεστών C
c_col=model(1:row_fin,3);
% Στήλη συντελεστών σC

```

```

sigmac_col=model(1:row_fin,5);
% Στήλη συντελεστών S
s_col=model(1:row_fin,4);
% Στήλη συντελεστών σS
sigmas_col=model(1:row_fin,6);
% Στήλη βαθμού (προσαυξημένης +1 για λόγους δεικτοδότησης)
n_col=model(1:row_fin,1)+1;

% Στήλη τάξης (προσαυξημένης +1 για λόγους δεικτοδότησης)
m_col=model(1:row_fin,2)+1;

% (Μηδενικός) Πίνακας συντελεστών C με δείκτες n,m (n+1,m+1)
c_pin=zeros(n+1,n+1);

% Χρήση των διανυσμάτων n_col και m_col ως δείκτες σειράς και στήλης
και
% μετατροπή σε απόλυτες θέσεις σε πίνακα διαστάσεων n+1Xn+1

v=sub2ind(size(c_pin),n_col,m_col);

% Δημιουργία Πίνακα συντελεστών C με δείκτες n,m (n+1,m+1)
c_pin(v)=c_col;

% (Μηδενικός) Πίνακας συντελεστών S με δείκτες n,m (n+1,m+1)
s_pin=zeros(n+1,n+1);

% Δημιουργία Πίνακα συντελεστών S με δείκτες n,m (n+1,m+1)
s_pin(v)=s_col;

% (Μηδενικός) Πίνακας συντελεστών σC με δείκτες n,m (n+1,m+1)
sigmac_pin=zeros(n+1,n+1);
% (Μηδενικός) Πίνακας συντελεστών σS με δείκτες n,m (n+1,m+1)
sigmas_pin=zeros(n+1,n+1);
% Δημιουργία Πίνακα συντελεστών σC με δείκτες n,m (n+1,m+1)
sigmac_pin(v)=sigmac_col;
% Δημιουργία Πίνακα συντελεστών σS με δείκτες n,m (n+1,m+1)
sigmas_pin(v)=sigmas_col;

%%
% Διαχωρισμός περιπτώσεων ενός ή περισσότερων σημείων
val3=get(handles.popupmenu3,'Value');
if val3==1 % Περίπτωση υπολογισμού για ένα σημείο
% Εισαγωγή φ,λ,h σημείου ενδιαφέροντος (σύστημα χρήστη)
phi=str2double(get(handles.edit1,'String'));
%phi=input('Dwse to φ του Simeiou se moires:');
phi=deg2rad(phi);
lamda=str2double(get(handles.edit2,'String'));
%lamda=input('Dwse to λ του Simeiou se moires:');
lamda=deg2rad(lamda);
h=str2double(get(handles.edit3,'String'));
%h=input('Dwse to h του Simeiou se metra:');

%%

```

```

% Εισαγωγή στοιχείων του ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΕΕΠ
val2=get(handles.popupmenu2,'Value');
if val2==1 % Περίπτωση custom ΕΕΠ
a_1=str2double(get(handles.edit6,'String'));
%a_1=input('Dwse ton megalο hmiαxona toy xwrostaumikou ΕΕΠ se metra
(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 6378137 m):');
GM_1=str2double(get(handles.edit7,'String'));
%GM_1=input('Dwse to ginomeno ths pagkosmias statheras elxis epi tin
maza ths Ghs "GM"(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 398600.5*10^9
m3/s2):');
f_1=str2double(get(handles.edit8,'String'));
%f_1=input('Dwse thn gewmetrikh epiplatynsh toy xwrostaumikou ΕΕΠ
(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 0.003352811) :');
w_1=str2double(get(handles.edit9,'String'));
%w_1=input('Dwse thn gwniaki taxythta toy xwrostaumikou ΕΕΠ se rad/s
(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 7.292115*10^-5 rad/s):');
e_1=str2double(get(handles.edit10,'String'));
%e_1=input('Dwse thn prwti arithmhtikh ekkentrothta toy xwrostaumikou
ΕΕΠ(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 0.081819218048345):');
elseif val2==2 % Περίπτωση GRS80 ΕΕΠ
a_1=6378137;
GM_1=398600.5*10^9;
f_1=0.003352811;
w_1=7.292115*10^-5;
e_1=0.081819218048345;
elseif val2==3 % Περίπτωση GRS67 ΕΕΠ
a_1=6378137;
GM_1=398600.4418*10^9;
f_1=1/298.257223563;
w_1=7.292115*10^-5;
e_1=0.081819190842621;
elseif val2==4 % Περίπτωση WGS84 ΕΕΠ
a_1=6378160;
GM_1=398603*10^9;
f_1=1/298.247167427;
w_1=7.2921151467*10^-5;
e_1= 0.081820567882212;
else % Περίπτωση WGS72 ΕΕΠ
a_1=6378135;
GM_1=398600.5*10^9;
f_1=1/298.257;
w_1=7.292115*10^-5;
e_1=0.081819221455523;
end
% Υπολογισμός στοιχείου m (απαραίτητο στους παρακάτω υπολογισμούς)
m_1=((w_1)^2*(a_1)^3*(1-f_1)/(GM_1));

% Υπολογισμός ακτίνας καμπυλότητας πρώτης κάθετης τομής

N=a_1/(1-((e_1^2)*(sin(phi))^2))^(1/2));

% Υπολογισμός γεωκεντρικών 3D καρτεσιανών συντεταγμένων

X=(N+h)*cos(phi)*cos(lamda);
Y=(N+h)*cos(phi)*sin(lamda);

```

```

Z=(N*(1-(e_1^2))+h)*sin(phi);

% Υπολογισμός γεωκεντρικής ακτίνας σε μέτρα και γεωκεντρικού πλάτους
(και γωνίας θ) σε rad
r=(X^2+Y^2+Z^2)^(1/2);
phi_bar=atan(Z/(sqrt(X^2+Y^2)));
thi_bar=(pi/2)-phi_bar;
%%

% Δημιουργία αρχικά κενού πίνακα κανονικοποιημένων συναρτήσεων
Legendre
pin_leg=zeros(n+1,n+1);

% Αρχικοποίηση κανονικ. συναρτήσεων Legendre (έχω λάβει υπόψη
δεικτοδότηση
% μηδενός άρα pin_leg(1,1)=p0,0 κλπ
pin_leg(1,1)=1;
pin_leg(2,1)=(sqrt(3))*cos(thi_bar);
pin_leg(2,2)=(sqrt(3))*sin(thi_bar);
pin_leg(3,1)=0.5*(sqrt(5))*((3*(cos(thi_bar))^2-1));
pin_leg(3,2)=(sqrt(15))*sin(thi_bar)*cos(thi_bar);
pin_leg(3,3)=0.5*(sqrt(15))*((sin(thi_bar))^2);

% Χρησιμοποιώ μία αναδρομική σχέση από τους Holmes & Featherstone

for i=3:n
    for j=0:i
        a_nm=sqrt(((2*i-1)*(2*i+1))/((i-j)*(i+j)));
        b_nm=sqrt(((2*i+1)*(i+j-1)*(i-j-1))/((i-j)*(i+j)*(2*i-3)));
        if i>j
            pin_leg(i+1,j+1)=(a_nm)*cos(thi_bar)*pin_leg(i,j+1)-
(b_nm)*pin_leg(i-1,j+1);
        elseif i==j
            pin_leg(i+1,j+1)=sin(thi_bar)*sqrt(((2*j)+1)/(2*j))*pin_leg(j,j);
        end
    end
end

% Υπολογισμός των στοιχείων του J (μόνο οι άρτιοι δείκτες - εδώ
βέβαια
% είναι περιττοί ακολουθώντας την λογική δεικτοδότησης και των άλλων
% πινάκων)

% Δημιουργία (άδειου) Πίνακα υπολογισμού J
j_pin=zeros(n+1,n+1);

for i=2:2:n % τα υπόλοιπα στοιχεία συνεχίζουν να είναι μηδενικά
    if i==2
        j_pin(i+1,1)=(2/3)*((f_1*(1-0.5*f_1))-m_1*0.5*(1-
((2/7)*(f_1))+((11/49)*((f_1)^2))); % Υπολογισμός του J2
    else
        j_pin(i+1,1)=((-
1)^((0.5*i+1))*3*((e_1)^(i))/((i+1)*(i+3)))* (1-
0.5*i+(5/2)*i*((j_pin(3,1))/(e_1^2))); % Το στοιχείο j(3,1) είναι
το J2 που έχει προυπολογιστεί
    end
end

```

```

end

%%
% Υπολογισμός του πίνακα ΔC

for i=2:n
    for j=0:i

dc(i+1,j+1)=((j_pin(i+1,j+1))/(sqrt((2*i)+1)))+c_pin(i+1,j+1); % Τα
περιττά στοιχεία μηδενίζουν το πρώτο σκέλος του δεύτερου μέλους
    end
end
%%

% % Υπολογισμός κανονικής βαρύτητας για h=0

e_2=e_1/(sqrt(1-((e_1)^2))); % η δεύτερη εκκεντρότητα
q_1=(0.5*(1+(3/((e_2)^2))*atan(e_2)))-(3/(2*e_2));
q_2=(3*(1+(1/(e_2)))*(1-(1/e_2)*atan(e_2)))-1;
g_e=((GM_1)/(a_1^2*(1-f_1)))*(1-m_1-((m_1*e_2*q_2)/(6*q_1)));
g_p=((GM_1)/((a_1)^2))*(1+(m_1*e_2*q_2/(3*q_1)));
b_1=(a_1)*(1-f_1);
%%
g_0=(a_1*g_e*(cos(phi)^2)+b_1*g_p*(sin(phi)^2))/sqrt(((a_1)^2)*(cos(p
hi)^2)+((b_1)^2)*(sin(phi)^2));

% Υπολογισμός του N (όχι σφαιρική προσέγγιση) - σε μέτρα

S_m=0;
S_n=0;
S_N_N=0;
R=list_2(indx);
%%
for i=2:n
    for j=0:i

S_m=S_m+(dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*pin_le
g(i+1,j+1);
        end
        S_n=S_n+(((R)/r)^i)*S_m;
        S_N_N=S_N_N+((GM_1)/(r*g_0))*S_n;
        S_m=0;
        S_n=0;
    end
end
% Παρουσίαση στο GUI
set(handles.answer1_static,'String',num2str(S_N_N));
% Υπολογισμός του Δg (όχι σφαιρική προσέγγιση) - σε m/s^2

S_m=0;
S_n=0;
S_N_Dg=0;

%%
for i=2:n
    for j=0:i

```



```

S_m=S_m+(dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*pin_le
g(i+1,j+1);
end
S_n=S_n+((i-1)*((R)/r)^i)*S_m;
S_N_Dg=S_N_Dg+(((GM_1)/(r^2))*S_n);
S_m=0;
S_n=0;
end

% Παρουσίαση στο GUI σε mgal
set(handles.answer2_static,'String',num2str(S_N_Dg*10^5));
% Υπολογισμός του n_syn (συνιστώσα απόκλισης κατακορύφου κατά
παράλληλο-όχι
% σφαιρική προσέγγιση)- σε rad

S_m=0;
S_n=0;
S_N_n=0;

%%
for i=2:n
    for j=0:i
        S_m=S_m+(-
dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*j*pin_leg(i+1,j
+1);
        end
        S_n=S_n+((R)/r)^i)*S_m;
        S_N_n=S_N_n-((1/cos(phi_bar))*S_n);
        S_m=0;
        S_n=0;
    end
end
% Παρουσίαση στο GUI σε arcsec
set(handles.answer3_static,'String',num2str(S_N_n*206264.806247));

% Υπολογισμός του ksi_syn (συνιστώσα απόκλισης κατακορύφου κατά
% μεσημβρινό-όχι σφαιρική προσέγγιση) - σε rad
% Απαιτείται υπολογισμός της παραγώγου των κανονικοποιημένων
συναρτήσεων...
% ...Legendre

% Χρησιμοποιώ μία αναδρομική σχέση από τους Holmes & Featherstone

for i=2:n % Εδώ σε αντίθεση με τον υπολογισμό των κανονικοποιημένων
συναρτήσεων legendre, ξεκινάμε από το i=2 γιατί δεν τις γνωρίζω (δεν
τις έχω ως seed τιμές)
    for j=0:i
        f_nm=sqrt((((i^2)-(j^2))*(2*i+1))/((2*i)-1));
        if i>j

der_pin_leg(i+1,j+1)=(1/sin(thi_bar))*(i*cos(thi_bar)*pin_leg(i+1,j+1
)-(f_nm)*pin_leg(i,j+1));
            elseif i==j

der_pin_leg(i+1,j+1)=(i*cos(thi_bar)*pin_leg(i+1,j+1))/(sin(thi_bar))
;
            end
        end
    end
end

```

```

end

S_m=0;% Εδώ δεν απαιτείται υπολογισμός μεσαίου όρου S_n γιατί το δεν
υπάρχει γινόμενο έξω από το άθροισμα
S_N_ksi=0;

%%
for i=2:n
    for j=0:i

S_m=S_m+(dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*der_pi
n_leg(i+1,j+1);
        end
        S_N_ksi=S_N_ksi+(((R)/r)^i)*S_m;
        S_m=0;
    end

% Παρουσίαση στο GUI σε arcsec

set(handles.answer4_static,'String',num2str(S_N_ksi*206264.806247));
% Υπολογισμός συνολικής απόκλισης κατακορύφου - σε rad
theta=sqrt((S_N_ksi)^2+(S_N_n)^2);
% Παρουσίαση στο GUI σε arcsec
set(handles.answer5_static,'String',num2str(theta*206264.806247));
% Υπολογισμός συντελεστών μεταβλητότητας υπολογισμένων μεγεθών
% Για Δg ανά βαθμό
S_m=0;

%%

for j=0:n
    S_m=S_m+((dc(n+1,j+1))^2)+((s_pin(n+1,j+1))^2);
end

c_Dg=(n-1)^2*((g_0)^2)*S_m;
% Παρουσίαση στο GUI σε mgal^2
set(handles.answer7_static,'String',num2str(c_Dg*10^10));

% Για N ανά βαθμό
c_N=((R^2)/((g_0)^2*((n-1)^2))*c_Dg;
% Παρουσίαση στο GUI
set(handles.answer6_static,'String',num2str(c_N));
% Για θ ανά βαθμό
c_theta=((n*(n+1))/((g_0)^2*((n-1)^2))*c_Dg;
% Παρουσίαση στο GUI σε arcsec^2

set(handles.answer10_static,'String',num2str(c_theta*(206264.806247^2
)));

% Για Δg,N,θ αθροιστικά και plot vectors αθροιστικά και ανα βαθμο
S_m=0;
c_Dg_athr(1)=0;
c_N_athr(1)=0;
c_theta_athr(1)=0;

```

```

%%
for i=2:n
    for j=0:i
        S_m=S_m+((dc(i+1,j+1))^2)+((s_pin(i+1,j+1))^2);
    end
    c_Dg_athr(i)=c_Dg_athr(i-1)+((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m);% plot vector
αθροιστικά
    c_Dg_plot(i)=((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m); % plot vector ανά βαθμο
    c_N_athr(i)=c_N_athr(i-1)+(R^2*S_m);% plot vector αθροιστικά
    c_N_plot(i)=(R^2*S_m);% plot vector ανά βαθμο
    c_theta_athr(i)= c_theta_athr(i-1)+(i*(i+1)*S_m);% plot vector
αθροιστικά
    c_theta_plot(i)=(i*(i+1)*S_m);% plot vector ανά βαθμο
    S_m=0;
end
% Παρουσίαση στο GUI
set(handles.answer14_static,'String',num2str(c_N_athr(end)));

set(handles.answer15_static,'String',num2str(c_Dg_athr(end)*10^10));

set(handles.answer16_static,'String',num2str(c_theta_athr(end)*(20626
4.806247^2)));

% Υπολογισμός συντελεστών μεταβλητότητας σφάλματος υπολογισμένων
μεγεθών
% Για Δg ανά βαθμό
S_m=0;

%%

for j=0:n
    S_m=S_m+((sigmac_pin(n+1,j+1))^2)+((sigmas_pin(n+1,j+1))^2);
end

c_eDg=(n-1)^2*((g_0)^2)*S_m;
% Παρουσίαση στο GUI
set(handles.answer12_static,'String',num2str(c_eDg*10^10));

% Για N ανά βαθμό
c_eN=((R^2)/((g_0)^2*((n-1)^2))*c_eDg;
% Παρουσίαση στο GUI
set(handles.answer11_static,'String',num2str(c_eN));

% Για θ ανά βαθμό
c_etheta=((n*(n+1))/(((g_0)^2)*((n-1)^2))*c_eDg;
% Παρουσίαση στο GUI

set(handles.answer13_static,'String',num2str(c_etheta*(206264.806247^
2)));

% Για Δg,N,θ αθροιστικά και plot vectors αθροιστικά και ανά βαθμο
S_m=0;
c_eDg_athr(1)=0;
c_eN_athr(1)=0;
c_etheta_athr(1)=0;
%%

```

```

for i=2:n
    for j=0:i
        S_m=S_m+((sigmac_pin(i+1,j+1))^2)+((sigmas_pin(i+1,j+1))^2);
    end
    c_eDg_athr(i)=c_eDg_athr(i-1)+((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m);% plot
vector αθροιστικά
    c_eDg_plot(i)=((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m);% plot vector ανα βαθμο
    c_eN_athr(i)=c_eN_athr(i-1)+(R^2*S_m);% plot vector αθροιστικά
    c_eN_plot(i)=(R^2*S_m);% plot vector ανα βαθμο
    c_etheta_athr(i)= c_etheta_athr(i-1)+(i*(i+1)*S_m);% plot vector
αθροιστικά
    c_etheta_plot(i)=(i*(i+1)*S_m);% plot vector ανα βαθμο
    S_m=0;
end
% Παρουσίαση στο GUI

set(handles.answer17_static,'String',num2str(sqrt(c_eN_athr(end))));

set(handles.answer18_static,'String',num2str(sqrt(c_eDg_athr(end)*10^
10)));

set(handles.answer19_static,'String',num2str(sqrt(c_etheta_athr(end)*
(206264.806247^2))));

else % περίπτωση υπολογισμού πολλαπλών σημείων
% Εισαγωγή στοιχείων του ΧΩΡΟΣΤΑΘΜΙΚΟΥ ΕΕΠ
val2=get(handles.popupmenu2,'Value');
if val2==1
a_1=str2double(get(handles.edit6,'String'));
%a_1=input('Dwse ton megalon hmiaxonon toy xwrostaumikou EEP se metra
(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 6378137 m):');
GM_1=str2double(get(handles.edit7,'String'));
%GM_1=input('Dwse to ginomeno ths pagkosmias statheras elxis epi tin
maza ths Ghs "GM"(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 398600.5*10^9
m3/s2):');
f_1=str2double(get(handles.edit8,'String'));
%f_1=input('Dwse thn gewmetrikh epiplatynsh toy xwrostaumikou EEP
(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 0.003352811):');
w_1=str2double(get(handles.edit9,'String'));
%w_1=input('Dwse thn gwniaki taxytitha toy xwrostaumikou EEP se rad/s
(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 7.292115*10^-5 rad/s):');
e_1=str2double(get(handles.edit10,'String'));
%e_1=input('Dwse thn prwti arithmhtikh ekkentrothta toy xwrostaumikou
EEP(Plhroforiaka,toy GRS80 einai 0.081819218048345):');
elseif val2==2
a_1=6378137;
GM_1=398600.5*10^9;
f_1=0.003352811;
w_1=7.292115*10^-5;
e_1=0.081819218048345;
elseif val2==3
a_1=6378137;
GM_1=398600.4418*10^9;
f_1=1/298.257223563;
w_1=7.292115*10^-5;
e_1=0.081819190842621;

```

```

elseif val2==4
a_1=6378160;
GM_1=398603*10^9;
f_1=1/298.247167427;
w_1=7.2921151467*10^-5;
e_1= 0.081820567882212;
else
a_1=6378135;
GM_1=398600.5*10^9;
f_1=1/298.257;
w_1=7.292115*10^-5;
e_1=0.081819221455523;
end
% Υπολογισμός στοιχείου m (απαραίτητο στους παρακάτω υπολογισμούς)
m_1=((w_1)^2*(a_1)^3*(1-f_1)/(GM_1));

% % Στοιχεία για υπολογισμό κανονικής βαρύτητας για h=0 (η ίδια
% υπολογίζεται για κάθε σημείο χωριστά παρακάτω στον αλγόριθμο)
%
% (Για GRS80) g_0=9.78032677*(1+0.001931851353*((sin(phi))^2))/(1-
0.0066943800229*((sin(phi))^2)^(1/2));

e_2=e_1/(sqrt(1-((e_1)^2))); % η δεύτερη εκκεντρότητα
q_1=(0.5*(1+(3/((e_2)^2))*(atan(e_2))))-(3/(2*e_2));
q_2=(3*(1+(1/(e_2)))*(1-(1/e_2)*atan(e_2)))-1;
g_e=((GM_1)/(a_1^2*(1-f_1)))*(1-m_1-((m_1*e_2*q_2)/(6*q_1)));
g_p=((GM_1)/((a_1)^2))*(1+(m_1*e_2*q_2/(3*q_1)));
b_1=(a_1)*(1-f_1);

net3=get(handles.answer_static_filename2,'String'); % Εισαγωγή
ονόματιος αρχείου από το static text δίπλα στο pushbutton του Browser
net4=importdata(net3);
phi_pin=net4(:,1);
lamda_pin=net4(:,2);
h_pin=net4(:,3);
plithos=size(phi_pin,1); % Σύνολο σημείων εισαχθέντος αρχείου
for k=1:plithos
phi=phi_pin(k);
lamda=lamda_pin(k);
h=h_pin(k);
phi=deg2rad(phi);
lamda=deg2rad(lamda);
% Υπολογισμός ακτίνας καμπυλότητας πρώτης κάθετης τομής

N=a_1/(1-((e_1^2)*(sin(phi))^2))^(1/2);

% Υπολογισμός κανονικής βαρύτητας
g_0=(a_1*g_e*(cos(phi)^2)+b_1*g_p*(sin(phi)^2))/sqrt(((a_1)^2*(cos(p
hi)^2)+((b_1)^2)*(sin(phi)^2));

% Υπολογισμός γεωκεντρικών 3D καρτεσιανών συντεταγμένων

X=(N+h)*cos(phi)*cos(lamda);
Y=(N+h)*cos(phi)*sin(lamda);
Z=(N*(1-(e_1^2))+h)*sin(phi);

```

```

% Υπολογισμός γεωκεντρικής ακτίνας σε μέτρα και γεωκεντρικού πλάτους
(και γωνίας  $\theta$ ) σε rad
r=(X^2+Y^2+Z^2)^(1/2);
phi_bar=atan(Z/(sqrt(X^2+Y^2)));
thi_bar=(pi/2)-phi_bar;
%%

% Δημιουργία αρχικά κενού πίνακα κανονικοποιημένων συναρτήσεων
Legendre
pin_leg=zeros(n+1,n+1);

% Αρχικοποίηση κανονικ. συναρτήσεων Legendre (έχω λάβει υπόψη
δεικτοδότηση
% μηδενός άρα pin_leg(1,1)=p0,0 κλπ
pin_leg(1,1)=1;
pin_leg(2,1)=(sqrt(3))*cos(thi_bar);
pin_leg(2,2)=(sqrt(3))*sin(thi_bar);
pin_leg(3,1)=0.5*(sqrt(5))*((3*(cos(thi_bar))^2-1));
pin_leg(3,2)=(sqrt(15))*sin(thi_bar)*cos(thi_bar);
pin_leg(3,3)=0.5*(sqrt(15))*((sin(thi_bar))^2);

% Χρησιμοποιώ μία αναδρομική σχέση από τους Holmes & Featherstone

for i=3:n
    for j=0:i
        a_nm=sqrt(((2*i-1)*(2*i+1))/((i-j)*(i+j)));
        b_nm=sqrt(((2*i+1)*(i+j-1)*(i-j-1))/((i-j)*(i+j)*(2*i-3)));
        if i>j
            pin_leg(i+1,j+1)=(a_nm)*cos(thi_bar)*pin_leg(i,j+1)-
(b_nm)*pin_leg(i-1,j+1);
        elseif i==j
            pin_leg(i+1,j+1)=sin(thi_bar)*sqrt(((2*j)+1)/(2*j))*pin_leg(j,j);
        end
    end
end

% Υπολογισμός των στοιχείων του J (μόνο οι άρτιοι δείκτες - εδώ
βέβαια
% είναι περιττοί ακολουθώντας την λογική δεικτοδότησης και των άλλων
% πινάκων)

% Δημιουργία (άδειου) Πίνακα υπολογισμού J
j_pin=zeros(n+1,n+1);

for i=2:2:n % τα υπόλοιπα στοιχεία συνεχίζουν να είναι μηδενικά
    if i==2
        j_pin(i+1,1)=(2/3)*((f_1*(1-0.5*f_1))-m_1*0.5*(1-
((2/7)*(f_1)+(11/49)*((f_1)^2))); % Υπολογισμός του J2
    else
        j_pin(i+1,1)=((-
1)^((0.5*i)+1))*3*((e_1)^(i))/((i+1)*(i+3))*1-
0.5*i+(5/2)*i*((j_pin(3,1))/((e_1)^2)); % Το στοιχείο j(3,1) είναι
το J2 που έχει προυπολογιστεί
    end
end
end

```

```

%%
% Υπολογισμός του πίνακα ΔC

for i=2:n
    for j=0:i

dc(i+1,j+1)=((j_pin(i+1,j+1))/(sqrt((2*i)+1)))+c_pin(i+1,j+1); % Τα
περιτιτά στοιχεία μηδενίζουν το πρώτο σκέλος του δεύτερου μέλους
    end
end
% Υπολογισμός του N (όχι σφαιρική προσέγγιση) - σε μέτρα

S_m=0;
S_n=0;
S_N_N=0;
R=list_2(indx);
%%
for i=2:n
    for j=0:i

S_m=S_m+(dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*pin_le
g(i+1,j+1);
        end
        S_n=S_n+(((R)/r)^i)*S_m;
        S_N_N=S_N_N+((GM_1)/(r*g_0))*S_n;
        S_m=0;
        S_n=0;
    end
    % Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
    S_N_N_vec(k)=S_N_N;
    % Υπολογισμός του Δg (όχι σφαιρική προσέγγιση) - σε m/s^2

S_m=0;
S_n=0;
S_N_Dg=0;

%%
for i=2:n
    for j=0:i

S_m=S_m+(dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*pin_le
g(i+1,j+1);
        end
        S_n=S_n+((i-1)*((R)/r)^i)*S_m;
        S_N_Dg=S_N_Dg+((GM_1)/(r^2))*S_n;
        S_m=0;
        S_n=0;
    end
    % Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
    S_N_Dg_vec(k)=S_N_Dg;
    % Υπολογισμός του n_syn (συνιστώσα απόκλισης κατακορύφου κατά
    παράλληλο-όχι
    % σφαιρική προσέγγιση)- σε rad

S_m=0;
S_n=0;
S_N_n=0;

```

```

%%
for i=2:n
    for j=0:i
        S_m=S_m+(-
dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*j*pin_leg(i+1,j
+1);
        end
        S_n=S_n+((R)/r)^i*S_m;
        S_N_n=S_N_n-((1/cos(phi_bar))*S_n);
        S_m=0;
        S_n=0;
end
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
S_N_n_vec(k)=S_N_n;

% Υπολογισμός του ksi_syn (συνιστώσα απόκλισης κατακορύφου κατά
% μεσημβρινό-όχι σφαιρική προσέγγιση) - σε rad
% Απαιτείται υπολογισμός της παραγώγου των κανονικοποιημένων
συναρτήσεων...
% ...Legendre

% Χρησιμοποιώ μία αναδρομική σχέση από τους Holmes & Featherstone

for i=2:n % Εδώ σε αντίθεση με τον υπολογισμό των κανονικοποιημένων
συναρτήσεων legendre, ξεκινάμε από το i=2 γιατί δεν τις γνωρίζω (δεν
τις έχω ως seed τιμές)
    for j=0:i
        f_nm=sqrt(((i^2)-(j^2))*(2*i+1))/((2*i)-1));
        if i>j

der_pin_leg(i+1,j+1)=(1/sin(thi_bar))*(i*cos(thi_bar)*pin_leg(i+1,j+1
)-(f_nm)*pin_leg(i,j+1));
            elseif i==j

der_pin_leg(i+1,j+1)=(i*cos(thi_bar)*pin_leg(i+1,j+1))/(sin(thi_bar))
;
                end
            end
        end
end

S_m=0;% Εδώ δεν απαιτείται υπολογισμός μεσαίου όρου S_n γιατί το δεν
υπάρχει γινόμενο έξω από το άθροισμα
S_N_ksi=0;

%%
for i=2:n
    for j=0:i

S_m=S_m+(dc(i+1,j+1)*cos(j*lamda)+s_pin(i+1,j+1)*sin(j*lamda))*der_pi
n_leg(i+1,j+1);
        end
        S_N_ksi=S_N_ksi+((R)/r)^i*S_m;
        S_m=0;
end

```



```

% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
S_N_ksi_vec(k)=S_N_ksi;
% Υπολογισμός συνολικής απόκλισης κατακορύφου - σε rad
theta=sqrt((S_N_ksi)^2+(S_N_n)^2);
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
theta_vec(k)=theta;

end
% Υπολογισμός συντελεστών μεταβλητότητας υπολογισμένων μεγεθών
% Για Δg ανά βαθμό
S_m=0;

%%

for j=0:n
    S_m=S_m+((dc(n+1,j+1))^2)+((s_pin(n+1,j+1))^2);
end

c_Dg=(n-1)^2*((g_0)^2)*S_m;
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
c_Dg_vec(k)=c_Dg;

% Για N ανά βαθμό
c_N=((R^2)/((g_0)^2*((n-1)^2))*c_Dg;
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
c_N_vec(k)=c_N;
% Για θ ανά βαθμό
c_theta=((n*(n+1))/(((g_0)^2)*((n-1)^2))*c_Dg;
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
c_theta_vec(k)=c_theta;

% Για Δg,N,θ αθροιστικά και plot vectors αθροιστικά και ανα βαθμο
S_m=0;
c_Dg_athr(1)=0;
c_N_athr(1)=0;
c_theta_athr(1)=0;
%%
for i=2:n
    for j=0:i
        S_m=S_m+((dc(i+1,j+1))^2)+((s_pin(i+1,j+1))^2);
    end
    c_Dg_athr(i)=c_Dg_athr(i-1)+((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m);% plot vector
αθροιστικά
    c_Dg_plot(i)=((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m); % plot vector ανα βαθμο
    c_N_athr(i)=c_N_athr(i-1)+(R^2*S_m);% plot vector αθροιστικά
    c_N_plot(i)=(R^2*S_m);% plot vector ανα βαθμο
    c_theta_athr(i)= c_theta_athr(i-1)+(i*(i+1)*S_m);% plot vector
αθροιστικά
    c_theta_plot(i)=(i*(i+1)*S_m);% plot vector ανα βαθμο
    S_m=0;
end
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα

```

```

c_Dg_athr_vec(k)=c_Dg_athr(end);
c_N_athr_vec(k)=c_N_athr(end);
c_theta_athr_vec(k)=c_theta_athr(end);

% Υπολογισμός συντελεστών μεταβλητότητας σφάλματος υπολογισμένων
μεγεθών
% Για Δg ανά βαθμό
S_m=0;

%%

for j=0:n
    S_m=S_m+((sigmac_pin(n+1,j+1))^2)+((sigmas_pin(n+1,j+1))^2);
end

c_eDg=(n-1)^2*((g_0)^2)*S_m;
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
c_eDg_vec(k)=c_eDg;

% Για N ανά βαθμό
c_eN=((R^2)/((g_0)^2*((n-1)^2))*c_eDg;
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
c_eN_vec(k)=c_eN;

% Για θ ανά βαθμό
c_etheta=((n*(n+1))/(((g_0)^2)*((n-1)^2))*c_eDg;
% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
c_etheta_vec(k)=c_etheta;

% Για Δg,N,θ αθροιστικά και plot vectors αθροιστικά και ανα βαθμο
S_m=0;
c_eDg_athr(1)=0;
c_eN_athr(1)=0;
c_etheta_athr(1)=0;
%%
for i=2:n
    for j=0:i
        S_m=S_m+((sigmac_pin(i+1,j+1))^2)+((sigmas_pin(i+1,j+1))^2);
    end
    c_eDg_athr(i)=c_eDg_athr(i-1)+((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m);% plot
vector αθροιστικά
    c_eDg_plot(i)=((i-1)^2*((g_0)^2)*S_m);% plot vector ανα βαθμο
    c_eN_athr(i)=c_eN_athr(i-1)+(R^2*S_m);% plot vector αθροιστικά
    c_eN_plot(i)=(R^2*S_m);% plot vector ανα βαθμο
    c_etheta_athr(i)= c_etheta_athr(i-1)+(i*(i+1)*S_m);% plot vector
αθροιστικά
    c_etheta_plot(i)=i*(i+1)*S_m;% plot vector ανα βαθμο
    S_m=0;
end

% Αποθήκευση αποτελέσματος επανάληψης σε διάνυσμα
c_eDg_athr_vec(k)=c_eDg_athr(end);
c_eN_athr_vec(k)=c_eN_athr(end);
c_etheta_athr_vec(k)=c_etheta_athr(end);
% Παρουσίαση αποτελεσμάτων πολλαπλών σημείων (σε αρχείο)

```

```

pin_apotelesm=[S_N_N_vec;S_N_Dg_vec*10^5;S_N_n_vec*206264.806247;S_N_
ksi_vec*206264.806247;theta_vec*206264.806247;c_N_vec;c_Dg_vec*10^10;
c_theta_vec*(206264.806247^2);c_eN_vec;c_eDg_vec*10^10;c_etheta_vec*(
206264.806247^2);c_N_athr_vec;c_Dg_athr_vec*10^10;c_theta_athr_vec*(2
06264.806247^2);sqrt(c_eN_athr_vec);sqrt(c_eDg_athr_vec*10^10);sqrt(c
_etheta_athr_vec*(206264.806247^2))];
fileID=fopen('apotelesmata.txt','w');
fprintf(fileID,'%20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s
%20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s %20s
%20s\n','N(m)', 'Dg(mgal)', 'n(arcsec)', 'ksi(arcsec)', 'theta(arcsec)', '
cN(m^2)', 'cDg(mgal^2)', 'c_theta(arcsec^2)', 'c_e N (m^2)', 'c_e Dg
(mgal^2)', 'c_e theta (arcsec^2)', 'cN* (m^2)', 'cDg* (mgal^2)', 'c
theta*(arcsec^2)', 'rms N* (m)', 'rms Dg* (mgal)', 'rms theta*
(arcsec)');
fprintf(fileID,'%20.14f %20.14f %20.14f %20.14f %20.14f %20.14f
%20.14f %20.14f %20.14f %20.14f %20.14f %20.14f %20.14f %20.14f
%20.14f %20.14f %20.14f\n',pin_apotelesm);
fclose(fileID);

```

end

```

% Plots όλων των παραπάνω
figure;
semilogy(2:n, (c_Dg_plot(2:n))*10^10, 'b-');
grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Anomalias Varytitas ana vathmo');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in mgal^2');

figure;
semilogy(2:n, c_N_plot(2:n), 'b-');
grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Apoxis Geoeidous ana vathmo');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in m^2');

figure;
semilogy(2:n, (c_theta_plot(2:n))*(206264.806247^2), 'b-');
grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Apoklisis katakoryfou ana
vathmo');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in arcsec^2');

figure;
semilogy(2:n, (c_eDg_plot(2:n))*10^10, 'b-');
grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Sfalματος Anomalias Varytitas ana
vathmo');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in mgal^2');

figure;
semilogy(2:n, c_eN_plot(2:n), 'b-');

```

```

grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Sfalmatos Apoxis Geoeidous ana
vathmo');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in m^2');

figure;
semilogy(2:n, (c_etheta_plot(2:n))*(206264.806247^2), 'b-');
grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Sfalmatos Apoklisis katakoryfou
ana vathmo');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in arcsec^2');

figure;
plot(2:n, (c_Dg_athr(2:n))*10^10, 'b-');
grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Anomalias Varytitas athroistika');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in mgal^2');

figure;
plot(2:n, c_N_athr(2:n), 'b-');
grid on;
title('Syntelestis metavlitotitas Apoxis Geoeidous athroistika');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in m^2');

figure;
plot(2:n, (c_theta_athr(2:n))*(206264.806247^2), 'b-');
grid on;
title('Syntelestis      metavlitotitas      Apoklisis      katakoryfou
athroistika');
xlabel('Degree');
ylabel('Variance in arcsec^2');

figure;
plot(2:n, sqrt((c_eDg_athr(2:n))*10^10), 'b-');
grid on;
title('RMS Sfalmatos Anomalias Varytitas athroistika');
xlabel('Degree');
ylabel('mgal');

figure;
plot(2:n, sqrt(c_eN_athr(2:n)), 'b-');
grid on;
title('RMS Sfalmatos Apoxis Geoeidous athroistika');
xlabel('Degree');
ylabel('m');

figure;
plot(2:n, sqrt((c_etheta_athr(2:n))*(206264.806247^2)), 'b-');
grid on;
title('RMS Sfalmatos Apoklisis katakoryfou athroistika');
xlabel('Degree');
ylabel('arcsec');

```

```

% Δημιουργία αρχείου καταγραφής

katagraf1=[2:n;(c_Dg_plot(2:n))*10^10];
katagraf2=[2:n;(c_N_plot(2:n))];
katagraf3=[2:n;(c_theta_plot(2:n))*(206264.806247^2)];
katagraf4=[2:n;(c_eDg_plot(2:n))*10^10];
katagraf5=[2:n;c_eN_plot(2:n)];
katagraf6=[2:n;(c_etheta_plot(2:n))*(206264.806247^2)];
katagraf7=[2:n;(c_Dg_athr(2:n))*10^10];
katagraf8=[2:n;c_N_athr(2:n)];
katagraf9=[2:n;(c_theta_athr(2:n))*(206264.806247^2)];
katagraf10=[2:n;sqrt((c_eDg_athr(2:n))*10^10)];
katagraf11=[2:n;sqrt(c_eN_athr(2:n))];
katagraf12=[2:n;sqrt((c_etheta_athr(2:n))*(206264.806247^2))];
fileID=fopen('arxeio_katagrafis.txt','w');
fprintf(fileID,'Arxeio Katagrafis\n\n');
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','cDg(mgal^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf1);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','cN(m^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf2);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','c theta(arcsec^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf3);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','c_e Dg (mgal^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf4);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','c_e N (m^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf5);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','c_e theta (arcsec^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf6);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','cDg* (mgal^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf7);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','cN* (m^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf8);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','c theta*(arcsec^2)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf9);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','Rms Dg* (mgal)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf10);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','Rms N* (m)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf11);
fprintf(fileID,'%2s %15s\n\n','Vathmos','Rms theta* (arcsec)');
fprintf(fileID,'%3.0f %20.14f\n\n',katagraf12);
fclose(fileID);

msgbox('Τέλος υπολογισμών');
end
elseif val==2 % Υπορουτίνα υπολογισμού N από ολοκλήρωμα Stokes
    % Εισαγωγή τιμών λ,φ και Δg ανά στήλες: 1η στήλη τα λ,2η στήλη τα
    φ,τρίτη..
    % ...στήλη τα αντίστοιχα Δg (σε mgal)
    %net=importdata('test2.txt');
    net0=get(handles.answer_static_filename,'String'); % Εισαγωγή
    ονόματος αρχείου από το static text δίπλα στο pushbutton του Browser
    net=importdata(net0);
    x=deg2rad(net(:,1));
    y=deg2rad(net(:,2));
    z=net(:,3);
    %%
    % Εισαγωγή αριθμού διαστημάτων πλέγματος (ενιαία κατά φ και λ εδώ)

```

```

%n=input('Dwse ton arithmo tw'n diasthmatvn metaxy mikroterwn kai
megalytervn timwn (isodiastasi plegmatos:');
n=str2double(get(handles.edit14,'String'));
max_l=max(x);
min_l=min(x);
max_f=max(y);
min_f=min(y);

l_q=min_l;
l_q_vec=[l_q];
f_q=min_f;
f_q_vec=[f_q];

for i=1:n
    l_q=l_q+(max_l-min_l)/n;
    l_q_vec=[l_q_vec;l_q];
    f_q=f_q+(max_f-min_f)/n;
    f_q_vec=[f_q_vec;f_q];
end

% Δημιουργία πλέγματος
[l_q_vec,f_q_vec]=meshgrid(l_q_vec,f_q_vec);
%%
% l_q_vec=l_q_vec(:);
% f_q_vec=f_q_vec(:);

%%

% Χρησιμοποιώ scatteredInterpolant γιατί η griddata χρησιμοποιεί
convex
% hulls και μπορεί να δώσει τιμές NaNs
F=scatteredInterpolant(x,y,z);
vq=F(l_q_vec,f_q_vec);

% Φτιάχνω υποπίνακες με μέσες τιμές φ,λ και Δφ αλλά και τα εμβαδά των
στοιχειωδών τραπεζίων (θα έχουν διαστάσεις κατά
% μία μικρότερη από τους κανονικούς, αφού χρησιμοποιώ μέσο όρο
τεσσάρων
% γειτονικών κελιών)
for i=1:n
    for j=1:n

f(i,j)=(f_q_vec(i,j)+f_q_vec(i+1,j)+f_q_vec(i,j+1)+f_q_vec(i+1,j+1))/
4;

l(i,j)=(l_q_vec(i,j)+l_q_vec(i+1,j)+l_q_vec(i,j+1)+l_q_vec(i+1,j+1))/
4;
        l(i,j)=round(l(i,j),6);
        Dg(i,j)=(vq(i,j)+vq(i+1,j)+vq(i,j+1)+vq(i+1,j+1))/4;
        emv(i,j)=abs(f_q_vec(i,j)-f_q_vec(i+1,j))*abs(l_q_vec(i,j)-
l_q_vec(i,j+1))*cos(f(i,j));
    end
end

```

```

% Εισαγωγή από τον χρήστη του σημείου (φ,λ) που επιθυμεί τον
υπολογισμό...
% ...του N

%f_0=input('Dwse to phi toy shmeioug pou epithymeis na ginei o
ypologismos tis apoxis geoeidous:');
f_0=str2double(get(handles.edit15,'String'));
f_0=deg2rad(f_0);
%l_0=input('Dwse to lamda toy shmeioug pou epithymeis na ginei o
ypologismos tis apoxis geoeidous:');
l_0=str2double(get(handles.edit16,'String'));
l_0=deg2rad(l_0);
% Υπολογισμός του N από αριθμητική επίλυση του ολοκληρώματος του
Stokes

for i=1:n
    for j=1:n

psi=acos(sin(f(i,j))*sin(f_0)+cos(f(i,j))*cos(f_0)*cos(l(i,j)-l_0));
% Η σφαιρική απόσταση σύμφωνα με το βιβλίο (πιο σωστά όμως το όρισμά
της)
    s_psi=(1/(sin(psi/2)))-6*sin(psi/2)+1-5*cos(psi)-
3*cos(psi)*log(sin(psi/2)+((sin(psi/2))^2)); % Η συνάρτηση του Stokes
    N(i,j)=(6.5/(4*pi))*s_psi*emv(i,j)*Dg(i,j); % Το ολοκλήρωμα
του Stokes στην αριθμητική του μορφή. Το 6.5 είναι το R/γm (σε
m/mgal)
    end
end

apoxi=sum(sum(N));
% Παρουσίαση στο GUI
set(handles.answer_static_stokes,'String',apoxi);
else % Υπορουτίνα υπολογισμού τοπογραφικής αναγωγής
    % Υπολογισμός αναγωγής (περίπτωση επίπεδης πλάκας Bouguer)

%h_p=input('Dwse to orthometriko ypsometro (proseggistika) toy
shmeioug ypologismou:');
h_p=str2double(get(handles.edit19,'String'));
ta_1=0.1119*10^-5*h_p; % Για μέση πυκνότητα 2670 kg/m^3
G=6.673*(10^-11);

% Περίπτωση γεωγραφικού καννάβου με παρεμβολή

% Εισαγωγή τιμών λ,φ,H και ρ ανά στήλες: 1η στήλη τα λ,2η στήλη τα
φ,τρίτη..
% ...στήλη τα H (σε m)και ρ (σε kg/m^3)
%net1=importdata('test3.txt');
net2=get(handles.answer_static_filename1,'String'); % Εισαγωγή
ονόματος αρχείου από το static text δίπλα στο pushbutton του Browser
net1=importdata(net2);
x=net1(:,1);
y=net1(:,2);
z=net1(:,3);
p=net1(:,4);

% Εισαγωγή αριθμού διαστημάτων πλέγματος (ενιαία κατά φ και λ εδώ)

```

```

%n=input('Dwse ton arithmo tw'n diasthmatwn metaxy mikroterwn kai
megalyterwn timwn (isodiastasi plegmatos:');
n=str2double(get(handles.edit18,'String'));
max_x=max(x);
min_x=min(x);
max_y=max(y);
min_y=min(y);

x_q=min_x;
x_q_vec=[x_q];
y_q=min_y;
y_q_vec=[y_q];

for i=1:n
    x_q=x_q+(max_x-min_x)/n;
    x_q_vec=[x_q_vec;x_q];
    y_q=y_q+(max_y-min_y)/n;
    y_q_vec=[y_q_vec;y_q];
end

% Δημιουργία πλέγματος
[x_q_vec,y_q_vec]=meshgrid(x_q_vec,y_q_vec);
%%

%%

% Χρησιμοποιώ scatteredInterpolant γιατί η griddata χρησιμοποιεί
convex
% hulls και μπορεί να δώσει τιμές NaNs
F1=scatteredInterpolant(x,y,z);
vq1=F1(x_q_vec,y_q_vec); % Το διανυσμα του παρεμβαλλόμενου
ορθομετρικού υψομέτρου
F2=scatteredInterpolant(x,y,p);
vq2=F2(x_q_vec,y_q_vec);% Το διανυσμα της παρεμβαλλόμενης πυκνότητας

% Φτιάχνω υποπίνακες με μέσες τιμές ορθομετρικού υψομέτρου και
πυκνότητας (θα έχουν διαστάσεις κατά
% μία μικρότερη από τους κανονικούς, αφού χρησιμοποιώ μέσο όρο
τεσσάρων
% γειτονικών κελιών)

for i=1:n
    for j=1:n
        h(i,j)=(vq1(i,j)+vq1(i+1,j)+vq1(i,j+1)+vq1(i+1,j+1))/4;
        h(i,j)=round(h(i,j),4);
        dh(i,j)=h_p-h(i,j);
        pyk(i,j)=(vq2(i,j)+vq2(i+1,j)+vq2(i,j+1)+vq2(i+1,j+1))/4;
        pyk(i,j)=round(pyk(i,j),4);
    end
end

s_f_z_3=0;
for i=1:n
    for j=1:n
        x1=x_q_vec(1,i);

```



```

x2=x_q_vec(1,i+1);
y1=y_q_vec(j,1);
y2=y_q_vec(j+1,1);
z1=0;
z2=dh(j,i);
r111=sqrt(x1^2+y1^2+z1^2);
r222=sqrt(x2^2+y2^2+z2^2);
r122=sqrt(x1^2+y2^2+z2^2);
r212=sqrt(x2^2+y1^2+z2^2);
r112=sqrt(x1^2+y1^2+z2^2);
r221=sqrt(x2^2+y2^2+z1^2);
r121=sqrt(x1^2+y2^2+z1^2);
r211=sqrt(x2^2+y1^2+z1^2);
if z2==0
    f_z_3=0
else
    f_z_3=G*pyk(j,i)*(x2*log(y2+r222)+y2*log(x2+r222)-
z2*asin((z2^2+y2^2+y2*r222)/((y2+r222)*sqrt(y2^2+z2^2))))-
G*pyk(j,i)*(x1*log(y2+r122)+y2*log(x1+r122)-
z2*asin((z2^2+y2^2+y2*r122)/((y2+r122)*sqrt(y2^2+z2^2))))-
G*pyk(j,i)*(x2*log(y1+r212)+y2*log(x1+r212)-
z2*asin((z2^2+y1^2+y1*r212)/((y1+r212)*sqrt(y1^2+z2^2))))+G*pyk(j,i)*
(x1*log(y1+r112)+y1*log(x1+r112)-
z2*asin((z2^2+y1^2+y1*r112)/((y1+r112)*sqrt(y1^2+z2^2))))-
G*pyk(j,i)*(x2*log(y2+r221)+y2*log(x2+r221)-
z1*asin((z1^2+y2^2+y2*r221)/((y2+r221)*sqrt(y2^2+z1^2))))+G*pyk(j,i)*
(x1*log(y2+r121)+y2*log(x1+r121)-
z1*asin((z1^2+y2^2+y2*r121)/((y2+r121)*sqrt(y2^2+z1^2))))+G*pyk(j,i)*
(x2*log(y1+r211)+y1*log(x2+r211)-
z1*asin((z1^2+y1^2+y1*r211)/((y1+r211)*sqrt(y1^2+z1^2))))-
G*pyk(j,i)*(x1*log(y1+r111)+y1*log(x1+r111)-
z1*asin((z1^2+y1^2+y1*r111)/((y1+r111)*sqrt(y1^2+z1^2))));
end
    s_f_z_3=s_f_z_3+f_z_3;
end
end
ta_4=ta_1+s_f_z_3;
% Παρουσίαση στο GUI
set(handles.answer_static_ta,'String',num2str(ta_4*10^5));
end

% --- Executes on selection change in popupmenu1.
function popupmenu1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = cellstr(get(hObject,'String')) returns popupmenu1
contents as cell array
%         contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from
popupmenu1
% val=get(hObject,'Value');

if get(handles.popupmenu1,'Value')==1
set(handles.panel1,'Visible','on');
set(handles.panel2,'Visible','off');
set(handles.panel3,'Visible','off');
elseif get(handles.popupmenu1,'Value')==2

```

```

set(handles.panel1,'Visible','off');
set(handles.panel2,'Visible','on');
set(handles.panel3,'Visible','off');
else
set(handles.panel1,'Visible','off');
set(handles.panel2,'Visible','off');
set(handles.panel3,'Visible','on');
end

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popupmenu1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on
Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- If Enable == 'on', executes on mouse press in 5 pixel border.
% --- Otherwise, executes on mouse press in 5 pixel border or over
popupmenu1.
function popupmenu1_ButtonDownFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

function edit1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit1 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit1
as a double


```

```

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%     See ISPC and COMPUTER.
if      ispc      &&      isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit2 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit2
as a double

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

```

```

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%     See ISPC and COMPUTER.
if      ispc      &&      isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit3 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit3
as a double

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

```

```

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%     See ISPC and COMPUTER.

```

```

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit4_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit4 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit4
as a double

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit4_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit4 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

```

```

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit5_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit5 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit5
as a double

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit5_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

```

```

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit6_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit6 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit6 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit6
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit6_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit6 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc      &&      isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit7_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit7 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit7 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit7
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit7_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit7 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%        See ISPC and COMPUTER.
if ispc      &&      isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit8_Callback(hObject, eventdata, handles)

```

```

% hObject      handle to edit8 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit8 as text
%           str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit8
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit8_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject      handle to edit8 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc      &&      isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit9_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject      handle to edit9 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit9 as text
%           str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit9
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit9_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject      handle to edit9 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles      empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%           See ISPC and COMPUTER.
if ispc      &&      isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit10_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject      handle to edit10 (see GCBO)
% eventdata    reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles      structure with handles and user data (see GUIDATA)

```

```

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit10 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit10
as a double

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit10_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit10 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

```

```

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit12_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit12 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

```

```

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit12 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit12
as a double

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit12_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit12 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

```

```

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

function edit13_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit13 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

```

```

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit13 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit13
as a double

```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit13_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit13 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
[filename, pathname] = uigetfile({'*.txt'}, 'File Selector');
if ~ischar(filename)
    return; % User aborted the file selection
end
set(handles.answer_static_filename, 'String', filename);

function edit14_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit14 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit14 as text
%         str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit14
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit14_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit14 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit15_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit15 (see GCBO)

```



```

% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit15 as text
% str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit15
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit15_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit15 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit16_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit16 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit16 as text
% str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit16
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit16_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to edit16 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
% See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in pushbutton3.
function pushbutton3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to pushbutton3 (see GCBO)
% eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
[filename1, pathname1] = uigetfile({'*.txt'}, 'File Selector');
if ~ischar(filename1)

```

```

    return; % User aborted the file selection
end
set(handles.answer_static_filename1,'String',filename1);

function edit18_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit18 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit18 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit18
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit18_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit18 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function edit19_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit19 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: get(hObject,'String') returns contents of edit19 as text
%        str2double(get(hObject,'String')) returns contents of edit19
as a double

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function edit19_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to edit19 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: edit controls usually have a white background on Windows.
%       See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

% --- Executes on selection change in popupmenu2.
function popupmenu2_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = cellstr(get(hObject,'String')) returns popupmenu2
contents as cell array
%         contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from
popupmenu2
val2=get(handles.popupmenu2,'Value');
if val2==2
set(handles.edit6,'Visible','off');
set(handles.edit7,'Visible','off');
set(handles.edit8,'Visible','off');
set(handles.edit9,'Visible','off');
set(handles.edit10,'Visible','off');
elseif val2==3
set(handles.edit6,'Visible','off');
set(handles.edit7,'Visible','off');
set(handles.edit8,'Visible','off');
set(handles.edit9,'Visible','off');
set(handles.edit10,'Visible','off');
elseif val2==4
set(handles.edit6,'Visible','off');
set(handles.edit7,'Visible','off');
set(handles.edit8,'Visible','off');
set(handles.edit9,'Visible','off');
set(handles.edit10,'Visible','off');
elseif val2==5
set(handles.edit6,'Visible','off');
set(handles.edit7,'Visible','off');
set(handles.edit8,'Visible','off');
set(handles.edit9,'Visible','off');
set(handles.edit10,'Visible','off');
else
set(handles.edit6,'Visible','on');
set(handles.edit7,'Visible','on');
set(handles.edit8,'Visible','on');
set(handles.edit9,'Visible','on');
set(handles.edit10,'Visible','on');
end
% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popupmenu2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu2 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on
Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

```

```

% --- Executes on selection change in popupmenu3.
function popupmenu3_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

% Hints: contents = cellstr(get(hObject,'String')) returns popupmenu3
contents as cell array
%         contents{get(hObject,'Value')} returns selected item from
popupmenu3
val3=get(handles.popupmenu3,'Value');
if val3==2
set(handles.edit1,'Visible','off');
set(handles.edit2,'Visible','off');
set(handles.edit3,'Visible','off');
set(handles.answer_static_filename2,'Visible','on');
set(handles.pushbutton5,'Visible','on');
else
set(handles.edit1,'Visible','on');
set(handles.edit2,'Visible','on');
set(handles.edit3,'Visible','on');
set(handles.answer_static_filename2,'Visible','off');
set(handles.pushbutton5,'Visible','off');
end

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function popupmenu3_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to popupmenu3 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    empty - handles not created until after all CreateFcns
called

% Hint: popupmenu controls usually have a white background on
Windows.
%         See ISPC and COMPUTER.
if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in pushbutton5.
function pushbutton5_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton5 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)
[filename2, pathname2] = uigetfile({'*.txt'},'File Selector');
if ~ischar(filename2)
return; % User aborted the file selection
end
set(handles.answer_static_filename2,'String',filename2);

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Καλτσίκης Χ.Ι., Φωτίου Α., «Γενική Τοπογραφία», Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 2007
2. Αραμπέλος Δ, Τζιαβός Η., «Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας της Γης», Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 2007
3. Φωτίου Α., «Γεωμετρική Γεωδαισία – Θεωρία και Πράξη», Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη, 2007
4. Heiskanen W., Moritz H., «Physical Geodesy», W.H. Freeman and Company, San Francisco and London, 1967
5. Vanicek P., «Physical Geodesy», University of New Brunswick, Department of Surveying Engineering, 1976
6. Colombo O., «Numerical Methods for Harmonic Analysis on the Sphere», Ohio State University, Department of Geodetic Science, 1981
7. Forsberg R., Sideris M., «Review of Geoid Prediction Methods in Mountainous Regions», International Association of Geodesy Symposia – Determination of the Geoid, Springer – Verlag New York, 1991
8. Grafarend E.W., Martinec Z., Matyska C., Vanicek P., «On Helmerts 2nd condensation method», Manuscripta Geodetica, Springer – Verlag, 1993
9. Torge W., «Geodesy», Walter de Gruyter, Berlin, New York, 2001
10. Featherstone W. E., Holmes S.A., «A unified approach to the Clenshaw summation and the recursive computation of very high

degree and order normalized associated Legendre functions», Journal of Geodesy, Springer – Verlag , 2002

11. Barthelmes Franz, «Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models», Scientific Technical Report STR09/02, Helmholtz – Zentrum Potsdam, Potsdam, 2013
12. Andritsanos V., Grigoriadis V., Pagounis V., Tziavos I., Vergos G., «GOCE/GRACE GGM evaluation over Attica and Thessaloniki, Greece and local geoid modeling in support of height unification», South – Eastern European Journal of Earth Observation and Geomatics, Thessaloniki, 2015
13. Vermeer M., «Physical Geodesy», Aalto University , School of Engineering, Helsinki, 2020
14. IERS Technical Note No.36 , «IERS conventions 2010», International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) Conventions Centre
15. Matlab Documentation, Mathworks, www.mathworks.com