



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΥΓΕΙΑΣ & ΠΡΟΝΟΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΟΠΤΙΚΗΣ & ΟΠΤΟΜΕΤΡΙΑΣ

Ανάπτυξη μεθοδολογίας υπολογισμού  
διαθλαστικών εκτροπών του ανθρώπινου  
οφθαλμού

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Παναγιώτης Βασιλειάδης

216/78421

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: Γεώργιος Νίνος

ΤΙΤΛΟΣ: Λέκτορας

ΑΘΗΝΑ 2024



UNIVERSITY OF WEST ATTICA  
FACULTY OF HEALTH AND CARE SCIENCES  
DEPARTMENT OF BIOMEDICAL SCIENCES  
DIVISION OF OPTICS AND OPTOMETRY

Methodology development for calculating  
refractive aberrations of the human eye

**DISSERTATION**  
**Panagiotis Vasileiadis**  
**216/78421**

Supervisor: Georgios Ninos  
Title: Lecturer

ATHENS 2024

# Τριμελής Εξεταστική Επιτροπή

Νίνος Γεώργιος (Επιβλέπων)

Λέκτορας

Δρακόπουλος Παναγιώτης

Καθηγητής

Μπαρτζής Βασίλειος

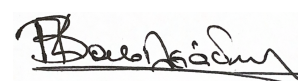
Επίκουρος Καθηγητής

# Δήλωση συγγραφέα διπλωματικής εργασίας

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Βασιλειάδης Παναγιώτης του Κωνσταντίνου, με αριθμό μητρώου 21678421 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Επιστημών Υγείας και Πρόνοιας του Τμήματος Βιοϊατρικών επιστημών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος. Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου»

Ο Δηλών,



Βασιλειάδης Παναγιώτης  
(07-Οκτ-2024)

# Περιεχόμενα

<b>1</b>	<b>Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Διαθλαστικά Σφάλματα</b>	<b>3</b>
2.1	Μέτρηση των Διαθλαστικών Σφαλμάτων: Ιστορική Αναδρομή . . . . .	5
2.2	Σημασία των Μετρήσεων με Ακρίβεια . . . . .	5
2.3	Αντιμετώπιση των Διαθλαστικών Σφαλμάτων . . . . .	6
2.4	Μαθηματική Προσέγγιση στη Διόρθωση των Διαθλαστικών Σφαλμάτων . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Στοιχεία Γεωμετρικής &amp; Φυσικής Οπτικής</b>	<b>9</b>
3.1	Εφαρμογές . . . . .	10
3.2	Εφαρμογή Διορθωτικών Οφθαλμικών Φακών . . . . .	11
3.3	Εφαρμογή Φακών Επαφής . . . . .	12
3.4	Εκτροπές . . . . .	12
3.4.1	Μέθοδοι Ελαχιστοποίησης Οπτικών Εκτροπών . . . . .	14
3.5	Ανάλυση Πολυωνύμων Zernike . . . . .	14
3.5.1	Ορισμός και Ιδιότητες . . . . .	15
3.5.2	Εφαρμογές στην Οπτική . . . . .	16
<b>4</b>	<b>Εκτροπομετρία</b>	<b>17</b>
4.1	Γενικά . . . . .	17
4.1.1	Εφαρμογές . . . . .	17
4.2	Τρέχουσα Έρευνα στην Εκτροπομετρία . . . . .	18
4.3	Μέθοδοι Μέτρησης Εκτροπών . . . . .	19
4.3.1	Αισθητήρας Κυματομορφής Shack-Hartmann . . . . .	19
4.3.2	Αισθητήρας Κυματομορφής Hartmann-Shack . . . . .	19
4.4	Εκτροπόμετρο . . . . .	21
4.4.1	Τεχνικές Προδιαγραφές . . . . .	22
4.4.2	Προδιαγραφές Λογισμικού . . . . .	22
4.4.3	Τρέχοντες Χρήστες . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Μαθηματική Μοντελοποίηση</b>	<b>29</b>
5.1	Αρχές του Αισθητήρα Hartmann-Shack . . . . .	29
5.2	Ανακατασκευή του Μετώπου Κύματος . . . . .	30

5.3	Πολυώνυμα Zernike . . . . .	30
5.4	Συντελεστές Zernike και Περιγραφή του Μετώπου Κύματος . . . . .	30
5.5	Μετατροπή των Συντελεστών Zernike σε Κλινική Συνταγή . . . . .	31
5.6	Εκτροπές Ανώτερης Τάξης . . . . .	36
<b>6</b>	<b>Συλλογή Δεδομένων</b>	<b>37</b>
6.1	Παραγωγή τεχνητών δεδομένων . . . . .	37
6.1.1	Στόχος . . . . .	37
6.1.2	Διαδικασία . . . . .	38
6.2	Θεωρητική διαδικασία λήψης δεδομένων από συμμετέχοντες . . . . .	39
6.2.1	Προετοιμασία πριν την εξέταση . . . . .	39
6.2.2	Βαθμονόμηση Εξοπλισμού . . . . .	40
6.2.3	Διαδικασία Συλλογής Δεδομένων . . . . .	40
6.2.4	Έλεγχος Ποιότητας . . . . .	42
6.2.5	Διαδικασίες Μετά την Εξέταση . . . . .	42
<b>7</b>	<b>Επεξεργασία Δεδομένων</b>	<b>43</b>
7.1	Προετοιμασία Δεδομένων . . . . .	44
7.1.1	Εισαγωγή Δεδομένων . . . . .	44
7.1.2	Επιθεώρηση Δεδομένων . . . . .	44
7.1.3	Καθαρισμός Δεδομένων . . . . .	44
7.2	Επεξεργασία Δεδομένων . . . . .	45
7.2.1	Ευθυγράμμιση Δεδομένων . . . . .	45
7.2.2	Εκτίμηση Συνταγών . . . . .	45
<b>8</b>	<b>Σύγκριση Αποτελεσμάτων</b>	<b>46</b>
8.1	Στατιστική Ανάλυση . . . . .	46
8.1.1	Περιγραφική Στατιστική . . . . .	46
8.1.2	Συγκριτική Ανάλυση . . . . .	50
8.2	Συνδυασμός Δεδομένων . . . . .	52
8.3	Αποτελέσματα . . . . .	53
8.3.1	Αποτελέσματα T-Test Ελέγχων Υποθέσεων . . . . .	53
8.3.2	Αποτελέσματα Πολυμεταβλητής Ανάλυσης . . . . .	54
8.3.3	Ανάλυση των Αποτελεσμάτων της MANOVA για τον Αριστερό οφθαλμό (OS) . . . . .	55
<b>9</b>	<b>Συζήτηση - Συμπεράσματα</b>	<b>58</b>
<b>10</b>	<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>60</b>
<b>11</b>	<b>Παράρτημα Α</b>	<b>62</b>
<b>12</b>	<b>Παράρτημα Β</b>	<b>68</b>

13 Παράρτημα C	69
14 Παράρτημα D	70
15 Παράρτημα E	72

## Κατάλογος Σχημάτων

2.1 Διαγραμματική αναπαράσταση της μυωπίας . . . . .	4
2.2 Διαγραμματική αναπαράσταση της υπερμετροπίας . . . . .	4
2.3 Benjamin Franklin (Πηγή: <a href="https://www.britannica.com/biography/Benjamin-Franklin">https://www.britannica.com/biography/Benjamin-Franklin</a> )	5
2.4 Οφθαλμικοί φακοί και φακοί επαφής για την αντιμετώπιση διαθλαστικών σφαλμάτων . . .	6
2.5 Διόρθωση σφαιρικών διαθλαστικών σφαλμάτων με τη χρήση οφθαλμικών φακών . . . . .	7
2.6 Σύστημα λεπτών φακών σε επαφή . . . . .	8
3.1 Διαφορά σφαιρικών κι ασφαιρικών φακών . . . . .	14
3.2 Πυραμίδα πολωνύμων Zernike (Kuo et al, 2022 [8]) . . . . .	15
4.1 Πειραματική διάταξη μεθόδου Shack-Hartmann (ISO 15367-2:2005 [4]) . . . . .	20
4.2 Πειραματική διάταξη μεθόδου Tscherning (Mrochen et al., 2000 [13]) . . . . .	21
6.1 Εκτροπόμετρο CSO Osiris . . . . .	40
6.2 Αυτόματο Διαθλασίμετρο . . . . .	41
8.1 OD Sphere Ραβδόγραμμα . . . . .	47
8.2 OS Sphere Ραβδόγραμμα . . . . .	47
8.3 OD Cylinder Ραβδόγραμμα . . . . .	48
8.4 OS Cylinder Ραβδόγραμμα . . . . .	48
8.5 OD Axis Ραβδόγραμμα . . . . .	49
8.6 OD Axis Ραβδόγραμμα . . . . .	49

# Αφιέρωση

*Στον αγαπημένο μου παππού Νίκο, που αφιέρωσε ατελείωτες ώρες μαζί μου ως παιδί αλλά και τη θεία και νοιά μου Τατιάνα, ένα κομβικό πρόσωπο στη ζωή μου, που ήταν οι ακρογωνιαίοι λίθοι για να αγαπήσω την επιστήμη της οπτομετρίας όντας αμφότεροι, οι ίδιοι διακεκριμένοι επιστήμονες στον τομέα, στην χώρα αλλά κι έξω από αυτή.*



# Ευχαριστίες

Μέσα από αυτήν την ενότητα θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κύριο Νίνο Γεώργιο πρωτίστως για την ευκαιρία που μου έδωσε να συνεργαστούμε και να μελετήσω ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα αλλά και για τη συμβολή του στην εξαγωγή του αποτελέσματος αυτής της εργασίας, χωρίς τον οποίο δεν θα ήταν το ίδιο.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, τους γονείς μου Μαριλένα και Ντίνο αλλά και την αδερφή της μητέρας μου Τατιάνα για την αέναη υποστήριξη τους, καθόλη τη διάρκεια της προσπάθειάς μου τα χρόνια των σπουδών αλλά και για την έμπνευση που μου παρείχαν όντας οι ίδιες η θεία μου και η μητέρα μου οπτομέτρης και οπτικός αντίστοιχα.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους μου και την σύντροφό μου Αλίκη για την στήριξή τους και την ανοχή τους στις πιο πιεσμένες ημέρες μου ως φοιτητής στο τμήμα, αλλά και για όλες τις ευχάριστες και ξέγνοιαστες στιγμές που περάσαμε μαζί αυτά τα χρόνια.

# Πρόλογος

Ακολουθώντας μια μακρά οικογενειακή παράδοση στον χώρο της οπτομετρίας, όντας ο ίδιος η τέταρτη γενιά που ασχολείται με την επιστήμη μας, θέλησα να μελετήσω μια νέα ρηξικέλευθη πρακτική που δεν είναι ακόμη εφαρμόσιμη ευρέως στις κλινικές καθώς απαιτεί αρκετά ακριβό εξοπλισμό, η ακρίβεια του οποίου θα μελετηθεί στην παρούσα διπλωματική εργασία.

Έχοντας ως εφόδια τις γνώσεις μου από το πρώτο μου δίπλωμα, αυτό του Μηχανολόγου Μηχανικού ληφθέν υπό του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης αλλά και το μεράκι μου να διευρύνω συνεχώς τα όρια των γνώσεων μου αποφάσισα να μελετήσω την υπάρχουσα βιβλιογραφία σχετικά με την αξιοποίηση της εκτροπομετρίας ως μέθοδος αυτόματης εξαγωγής συνταγής οφθαλμικών φακών.

Επιλέγοντας ένα τέτοιο θέμα μου δίνεται η ευκαιρία να αξιοποιήσω τα όσα έμαθα τα χρόνια των σπουδών μου στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής αλλά και τις γνώσεις μου ως επαγγελματίας Μηχανολόγος στο χώρο των ηλεκτροπτικών συνδυάζοντας τοιούτοτρόπως τις αγαπημένες μου επιστήμες.

Στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι να δοθεί στον αναγνώστη η ευκαιρία να συγκρίνει την ευρέως διαδεδομένη πρακτική της αυτόματης διαθλασιμετρίας με την αναπτυσσόμενη πρακτική της εκτροπομετρίας αξιοποιώντας συμπεράσματα στατιστικών μοντέλων που συγκρίνουν τις μετρήσεις των εργαλείων που χρησιμοποιήθηκαν αλλά και μετρήσεις από μαθηματικά μοντέλα της βιβλιογραφίας που μέσω προγραμματισμού αξιοποιήθηκαν για να εξαχθούν επιπλέον αποτελέσματα.

Αξίζει να σημειωθεί πως η παρούσα εργασία αποτελεί τη συνέχεια της προσπάθειας που είχε ξεκινήσει με τη δημοσίευση [15] σε μορφή 'Mini Review' στο αμερικάνικο περιοδικό *Research in Medical & Engineering Sciences* του εκδοτικού οίκου *Crimson Publishers* τον Μάιο του 2021 με συγγραφείς τον συγγραφέα της παρούσας διπλωματικής εργασίας και τον επιβλέποντα καθηγητή του. Σκοπός των τελευταίων είναι η δημοσίευση και των αποτελεσμάτων της εν λόγω διπλωματικής εργασίας ολοκληρώνοντας τη μελέτη με ένα πλήρες 'Review'.

# Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία διερευνά τη δυνατότητα χρήσης του εκτροπόμετρου ως προηγμένη εναλλακτική λύση στο παραδοσιακό αυτόματο διαθλασίμετρο, με στόχο να προσδιοριστεί εάν το εκτροπόμετρο παρέχει πιο ακριβείς μετρήσεις για διαθλαστικά σφάλματα στον ανθρώπινο οφθαλμό. Η μελέτη περιλάμβανε μια συγκριτική ανάλυση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τα δύο όργανα, χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους όπως t-tests και MANOVA για την αξιολόγηση της ακρίβειας και αξιοπιστίας κάθε εργαλείου. Επιπλέον, ενσωματώθηκαν τρία μαθηματικά μοντέλα από την υπάρχουσα βιβλιογραφία σε έναν προσαρμοσμένο κώδικα για την περαιτέρω αξιολόγηση της ακρίβειας του εκτροπόμετρου. Τα ευρήματα υποδεικνύουν ότι το εκτροπόμετρο, όταν συνδυάζεται με προχωρημένη μαθηματική μοντελοποίηση, μπορεί να λειτουργήσει ως ένα ακριβές εργαλείο για τη μέτρηση διαθλαστικών σφαλμάτων, πιθανώς υπερέχοντας του παραδοσιακού αυτόματου διαθλασίμετρου σε κλινικές εφαρμογές. Ακολουθούμενη την παρούσα μελέτη θα πρέπει οι ερευνητές να προχωρήσουν σε νέες που θα εισάγουν περισσότερες μεταβλητές και μεγαλύτερους πληθυσμούς προκειμένου να επιβεβαιωθούν τα ευρήματα.

# Abstract

This thesis explores the potential of using an aberrometer as an advanced alternative to the traditional auto-refractometer, aiming to determine whether the aberrometer provides more precise measurements for refractive errors in the human eye. The study involved a comparative analysis of results obtained from both devices, utilizing statistical methods such as t-tests and MANOVA to evaluate the accuracy and reliability of each instrument. Additionally, three mathematical models from existing literature was integrated into a custom code to further assess the aberrometer's precision. The findings suggest that the aberrometer, when combined with advanced mathematical modeling, can serve as an accurate tool for refractive error measurement, potentially surpassing the conventional auto-refractometer in clinical settings. Following the current study, the researchers should further continue studying variables that affect the usage of the aberrometer with bigger populations in order to confirm the study's results.

# Αρκετικόλεξα

**ANOVA** Analysis of Variance

**CCD** Charge-Coupled Devices

**CMOS** Complementary Metal-Oxide-Semiconductor

**Cyl** Cylinder

**GUI** Graphical User Interface

**HOA** Higher Order Aberrations

**IOL** Intra-Ocular Lens

**LASIK** Laser-Assisted In Situ Keratomileusis

**MANOVA** Multivariate Analysis of Variance

**MRI** Magnetic Resonance Imaging

**OCT** Optical Coherence Tomography

**OD** Oculus Dextrus

**Ortho-K** Orthokeratology

**OS** Oculus Sinister

**PRK** Photorefractive Keratectomy

**PV** Peak-to-Valley

**RMS** Root Mean Squared

**SE** Standard Error

**Sph** Sphere

**κ.α.** και άλλα

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή

Ο ακριβής προσδιορισμός των διαθλαστικών σφαλμάτων είναι ζωτικής σημασίας για τη συνταγογράφηση διορθωτικών φακών που ενισχύουν την οπτική οξύτητα και βελτιώνουν την ποιότητα ζωής των ατόμων με προβλήματα όρασης. Παραδοσιακά, τα αυτόματα διαθλασίμετρα χρησιμοποιούνται ευρέως σε κλινικά περιβάλλοντα για τη μέτρηση των διαθλαστικών σφαλμάτων λόγω της ευκολίας χρήσης τους και της δυνατότητάς τους να παρέχουν ταχύτατα αποτελέσματα. Ωστόσο, με τις εξελίξεις στην τεχνολογία, τα εκτροπόμετρα (aberrometers) έχουν αναδειχθεί ως μια εξελιγμένη εναλλακτική λύση, προσφέροντας λεπτομερή ανάλυση του μετώπου κύματος που παρέχει μια πιο ολοκληρωμένη κατανόηση των οπτικών εκτροπών του οφθαλμού.

Η παρούσα διπλωματική εργασία αποσκοπεί στην ανάπτυξη ενός αλγορίθμου υπολογισμού συνταγών οφθαλμικών φακών. Για την επίτευξη αυτού του στόχου, συγκεντρώθηκαν τρεις διαφορετικές μέθοδοι από τη βιβλιογραφία, οι οποίες ενσωματώθηκαν στον κώδικα με σκοπό σύγκριση των αποτελεσμάτων των αυτόματων διαθλασίμετρων και των εκτροπόμετρων με τα αποτελέσματα που έδιναν οι μέθοδοι αυτές όσον αφορά την αποτελεσματικότητά και την αξιοπιστία τους στον καθορισμό συνταγών οφθαλμικών φακών με ακρίβεια. Συγκεκριμένα, επιδιώκει να αξιολογήσει κατά πόσον οι προηγμένες μετρήσεις που παρέχουν τα εκτροπόμετρα μεταφράζονται σε σημαντικά διαφορετικές ή ακριβέστερες συνταγές σε σύγκριση με εκείνες που λαμβάνονται από τα αυτόματα διαθλασίμετρα και ποια μεθοδολογία παρέχει τα βέλτιστα αποτελέσματα. Με τη διενέργεια αυτής της συγκριτικής ανάλυσης, η μελέτη προσπαθεί να παράσχει πληροφορίες που μπορούν να ενημερώσουν τις κλινικές πρακτικές και να βελτιώσουν την ακρίβεια της αυτόματης εξέτασης της οπτικής οξύτητας.

Οι στόχοι της παρούσας έρευνας είναι η ανάλυση των διαφορών στις μετρήσεις του διαθλαστικού σφάλματος που λαμβάνονται από αυτόματους διαθλασίμετρους και από εκτροπόμετρα, η εκτίμηση της επίπτωσης αυτών των διαφορών στις προκύπτουσες συνταγές οφθαλμικών φακών και ο προσδιορισμός της σχετικής

ακρίβειας και αξιοπιστίας των δύο οργάνων στην κλινική πράξη. Για την επίτευξη αυτών των στόχων, θα διεξαχθεί μια ολοκληρωμένη ανασκόπηση της υπάρχουσας βιβλιογραφίας, ακολουθούμενη από εμπειρική έρευνα που θα περιλαμβάνει τη συλλογή και ανάλυση δεδομένων τόσο από ένα αυτόματο διαθλασίμετρο όσο και από ένα εκτροπόμετρο. Η μελέτη θα περιλαμβάνει ένα υπολογιστικό μέρος, όπου θα χρησιμοποιηθούν προσαρμοσμένες συναρτήσεις που βασίζονται σε βιβλιογραφικές πηγές για τον υπολογισμό των συνταγών, παρέχοντας ένα πρόσθετο επίπεδο ανάλυσης.

Η σημασία αυτής της έρευνας έγκειται στη δυνατότητά της να ενισχύσει την υπάρχουσα γνώση αναφορικά με την ακρίβεια των συνταγών οφθαλμικών φακών που εξάγονται με αυτοματοποιημένες μεθόδους, βελτιώνοντας έτσι τα οπτικά αποτελέσματα για τους ασθενείς. Γεφυρώνοντας το χάσμα μεταξύ των παραδοσιακών και των προηγμένων τεχνολογιών διαθλαστικής μέτρησης, η παρούσα μελέτη επιδιώκει να συμβάλει στη συνεχή εξέλιξη των οπτομετρικών πρακτικών.

Η διάρθρωση της παρούσας εργασίας έχει ως εξής: στα επόμενα κεφάλαια γίνεται λεπτομερής ανασκόπηση της βιβλιογραφίας σχετικά με τα διαθλαστικά σφάλματα, τη γεωμετρική και οπτική φυσική, τη λειτουργία και τη χρήση των αυτόματων διαθλασίμετρων και των εκτροπόμετρων, επισημαίνοντας τα βασικά ευρήματα και εντοπίζοντας τα κενά. Τα κεφάλαια της μεθοδολογίας περιγράφουν τον ερευνητικό σχεδιασμό, τη συλλογή δεδομένων και τις μεθόδους επεξεργασίας αυτών αλλά και της ανάλυσης των αποτελεσμάτων με στατιστικά εργαλεία. Ακολουθεί το κεφάλαιο των αποτελεσμάτων, το οποίο παρουσιάζει τα ευρήματα της μελέτης, και το κεφάλαιο των συμπερασμάτων, το οποίο ερμηνεύει τα ευρήματα αυτά στο πλαίσιο της υπάρχουσας έρευνας.

## Κεφάλαιο 2

# Διαθλαστικά Σφάλματα

Τα διαθλαστικά σφάλματα είναι μια κοινή αιτία οπτικής ανεπάρκειας, προερχόμενα από ατέλειες στο οπτικό σύστημα του οφθαλμού. Αυτές εμποδίζουν τον οφθαλμό να εστιάσει σωστά το φως στον αμφιβληστροειδή, με αποτέλεσμα την ατελή όραση. Αυτά τα σφάλματα προκύπτουν όταν το σχήμα του οφθαλμού δεν διαθλά το φως σωστά. Οι κύριοι τύποι διαθλαστικών σφαλμάτων είναι η μυωπία, η υπερμετρωπία, ο αστιγματισμός και η πρεσβυωπία. Κατά τη διάρκεια των αιώνων, η μέτρηση και η διόρθωση αυτών των σφαλμάτων έχουν εξελιχθεί από πρωτόγονους μεγεθυντικούς φακούς σε προηγμένες τεχνολογίες όπως τα αυτόματα διαθλασίμετρα και τα εκτροπόμετρα. Οι ακριβείς μετρήσεις είναι κρίσιμες για την παροχή βέλτιστης οπτικής διόρθωσης, τη βελτίωση της ποιότητας ζωής και την καθοδήγηση των χειρουργικών επεμβάσεων. Διάφορες μέθοδοι, συμπεριλαμβανομένων των διορθωτικών φακών, της χειρουργικής διόρθωσης, της ορθοκερατολογίας και της οπτικής θεραπείας, χρησιμοποιούνται για την αντιμετώπιση αυτών των σφαλμάτων. Η ενσωμάτωση της φυσικής και των μαθηματικών είναι απαραίτητη για την κατανόηση και την αντιμετώπιση των διαθλαστικών σφαλμάτων, εξασφαλίζοντας ότι οι ασθενείς λαμβάνουν τις πιο αποτελεσματικές διαθέσιμες θεραπείες. [14]

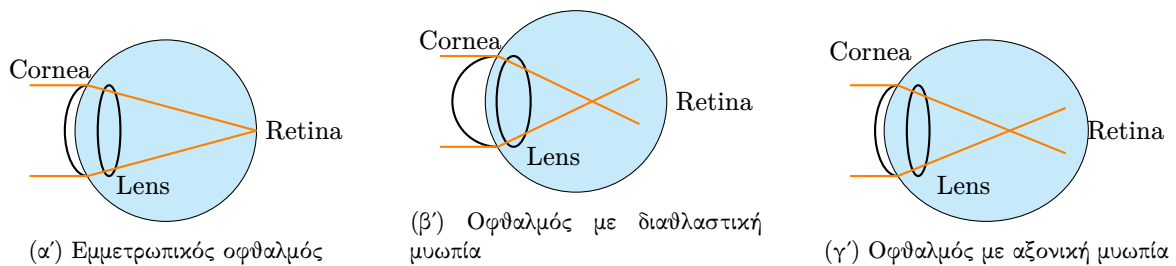
**Μυωπία** Η μυωπία εμφανίζεται όταν ο οφθαλμός είναι πολύ μακρύς σε σχέση με την δύναμη εστίασής του, προκαλώντας την εστίαση των φωτεινών ακτίνων μπροστά από τον αμφιβληστροειδή. Αυτή η κατάσταση έχει ως αποτέλεσμα την καθαρή όραση για κοντινά αντικείμενα αλλά την θολή όραση για μακρινά αντικείμενα. Η μυωπία μπορεί να διαχωριστεί σε διαθλαστική, αξονική, ή συνδυαστικά διαθλαστική και αξονική παράλληλα. Η αξονική προκύπτει όταν το σχήμα του οφθαλμού είναι τέτοιο ώστε να έχει μεγάλο αξονικό μήκος ενώ η διαθλαστική όταν η δύναμη εστίασης του κερατοειδούς και του ενδοφακού είναι αρκετά μεγάλη ώστε το είδωλο να εστιάζεται μπροστά από τον αμφιβληστροειδή αντί επάνω σε αυτόν. Στο σχήμα 2.1 παρουσιάζονται τα είδη της μυωπίας.



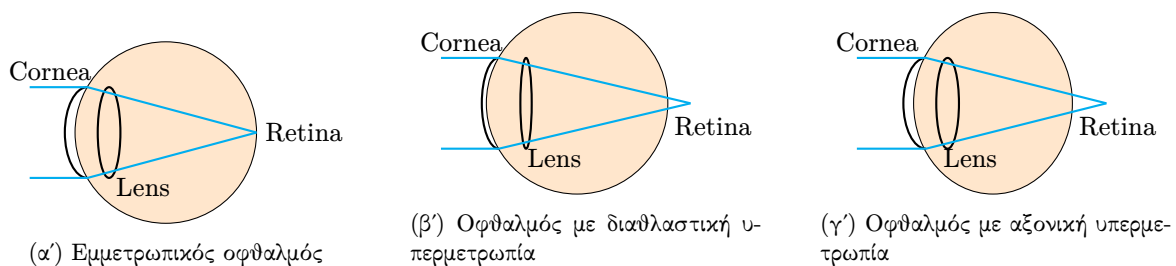
**Υπερμετρωπία** Η υπερμετρωπία εμφανίζεται όταν ο οφθαλμός είναι πολύ κοντός, προκαλώντας την εστίαση του φωτός πίσω από τον αμφιβληστροειδή. Αυτή η κατάσταση έχει ως αποτέλεσμα την δυσκολία στην εστίαση σε κοντινά αντικείμενα, ενώ τα μακρινά αντικείμενα μπορεί να φαίνονται πιο καθαρά. Η υπερμετρωπία μπορεί να διαχωριστεί σε διαθλαστική, αξονική, ή συνδυαστικά διαθλαστική και αξονική παράλληλα όπως και η μυωπία. Η αξονική προκύπτει όταν το σχήμα του οφθαλμού είναι τέτοιο ώστε να έχει μικρό αξονικό μήκος ενώ η διαθλαστική όταν η δύναμη εστίασης του κερατοειδούς και του ενδοφακού δεν είναι αρκετά μεγάλη ώστε το είδωλο να εστιάζει επάνω στον αμφιβληστροειδή αλλά πίσω από αυτόν. Στο σχήμα 2.2 παρουσιάζονται τα είδη της υπερμετρωπίας.

**Αστιγματισμός** Ο αστιγματισμός προκαλείται από έναν ακανόνιστο σχήμα κερατοειδούς ή φακού που οδηγεί σε πολλαπλά σημεία εστίασης. Αυτή η κατάσταση έχει ως αποτέλεσμα την παραμορφωμένη ή ατελή όραση σε όλες τις αποστάσεις.

**Πρεσβυωπία** Η πρεσβυωπία είναι μια ηλικιακή κατάσταση όπου ο φακός του οφθαλμού χάνει την ευκαμψία του, κάνοντας δύσκολη την εστίαση σε κοντινά αντικείμενα. Συνήθως γίνεται αντιληπτή στη μέση ηλικία.



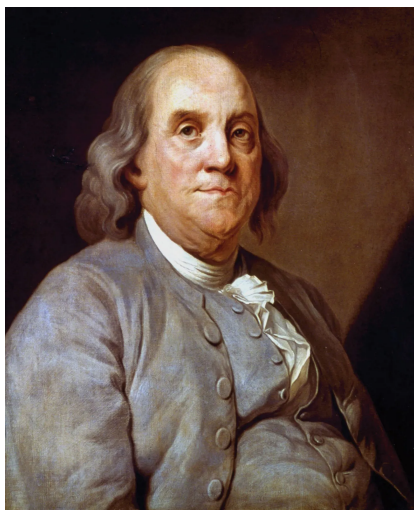
Σχήμα 2.1: Διαγραμματική αναπαράσταση της μυωπίας



Σχήμα 2.2: Διαγραμματική αναπαράσταση της υπερμετρωπίας

Η φυσική των διαθλαστικών σφαλμάτων περιλαμβάνει τις αρχές της οπτικής. ο οφθαλμός λειτουργεί ως ένα πολύπλοκο οπτικό σύστημα όπου ο κερατοειδής και ο φακός συνεργάζονται για να διαθλούν (κάμπτουν) τις φωτεινές ακτίνες ώστε να εστιάζονται στον αμφιβληστροειδή. Η διαθλαστική δύναμη του οφθαλμού μετράται σε διοπτρίες ( $D$ ), με την συνολική διαθλαστική δύναμη να είναι συνήθως γύρω στις  $+60D$ , κυρίως προσδιοριζόμενη από τον κερατοειδή ( $+40D$ ) και τον φακό ( $+20D$ ).

## 2.1 Μέτρηση των Διαθλαστικών Σφαλμάτων: Ιστορική Αναδρομή



Σχήμα 2.3: Benjamin Franklin (Πηγή: <https://www.britannica.com/biography/Benjamin-Franklin>)

Η μέτρηση των διαθλαστικών σφαλμάτων έχει εξελιχθεί σημαντικά κατά τη διάρκεια των αιώνων. Οι πρώτες προσπάθειες για τη διόρθωση της όρασης χρονολογούνται από τον 1ο αιώνα μ.Χ. με τη χρήση μεγεθυντικών φακών. Στον 13ο αιώνα, οι κυρτοί φακοί χρησιμοποιήθηκαν για τη διόρθωση της υπερμετρωπίας. Κατά τον 18ο και 19ο αιώνα, εμφανίστηκαν οι πρώτες συστηματικές μέθοδοι για τη μέτρηση των διαθλαστικών σφαλμάτων. Ο Benjamin Franklin εφηύρε τους διπλοεστιακούς οφθαλμικούς φακούς τον 18ο αιώνα, ενώ στον 19ο αιώνα, ο Hermann von Helmholtz εφηύρε το οφθαλμοσκόπιο, το οποίο επέτρεπε στους γιατρούς να βλέπουν μέσα στον οφθαλμό και να αξιολογούν τις οπτικές του ιδιότητες. Στον πρώιμο 20ό αιώνα, η εφεύρεση του φορόπτερου συνέβαλε στον ακριβέστερο προσδιορισμό των διαθλαστικών σφαλμάτων. Η συσκευή αυτή αποτελείται από πολλαπλούς φακούς και βοηθά στη μέτρηση του διαθλαστικού σφάλματος του ματιού

προσδιορίζοντας τη συνταγή φακών που παρέχει την πιο καθαρή όραση. Από τα τέλη του 20ού αιώνα έως σήμερα, η εισαγωγή αυτοματοποιημένων τεχνολογιών, όπως το αυτόματο διαθλασίμετρο και το εκτροπόμετρο, έφεραν την επανάσταση στη μέτρηση των διαθλαστικών σφαλμάτων. Τα αυτόματα διαθλασίμετρα χρησιμοποιούν υπέρυθρο φως για να μετρήσουν τον τρόπο που το φως αλλάζει καθώς εισέρχεται στον οφθαλμό, ενώ τα εκτροπόμετρα παρέχουν μια πιο ολοκληρωμένη ανάλυση μετρώντας τις κυματομορφικές ανωμαλίες, οι οποίες είναι αποκλίσεις των φωτεινών ακτίνων καθώς περνούν από τον οφθαλμό.

## 2.2 Σημασία των Μετρήσεων με Ακρίβεια

Η ακριβής μέτρηση των διαθλαστικών σφαλμάτων είναι κρίσιμη για διάφορους λόγους. Οι ακριβείς μετρήσεις εξασφαλίζουν ότι οι διορθωτικοί φακοί παρέχουν την καλύτερη δυνατή οπτική οξύτητα, μειώνοντας την καταπόνηση και την ενόχληση. Η σωστή διόρθωση της όρασης βελτιώνει την ποιότητα ζωής, επιτρέποντας στα άτομα να εκτελούν τις καθημερινές δραστηριότητες πιο αποτελεσματικά και κυρίως με ασφάλεια. Οι ακριβείς μετρήσεις είναι απαραίτητες για την παρακολούθηση της προόδου των διαθλαστικών σφαλμάτων, ειδικά σε καταστάσεις όπως η μυωπία που μπορεί να επιδεινωθεί με την πάροδο του χρόνου σε ανήλικο πληθυσμό. Η ακριβής αξιολόγηση είναι επίσης, ζωτικής σημασίας για τον σχεδιασμό και την εκτέλεση χειρουργικών επεμβάσεων διόρθωσης, όπως το LASIK, που αναμορφώνουν τον κερατοειδή για να διορθώσουν τα διαθλαστικά σφάλματα. Τεχνολογίες όπως η κυματομορφική εκτρο-

πομετρία επιτρέπουν προσαρμοσμένες λύσεις μέτρησης της απαιτούμενης διόρθωσης που αντιμετωπίζουν εκτροπές ανώτερης τάξης, οδηγώντας σε ανώτερα οπτικά αποτελέσματα σε σύγκριση με τις παραδοσιακές μεθόδους.

## 2.3 Αντιμετώπιση των Διαθλαστικών Σφαλμάτων

Τα διαθλαστικά σφάλματα αντιμετωπίζονται μέσω διαφόρων μεθόδων, που κυμαίνονται από διορθωτικούς φακούς έως χειρουργικές επεμβάσεις. Η επιλογή της θεραπείας εξαρτάται από τον τύπο και τη σοβαρότητα του σφάλματος, καθώς και από τους ειδικούς παράγοντες του ασθενούς.

**Οφθαλμικοί Φακοί - Γυαλιά** Η πιο κοινή και μη επεμβατική μέθοδος για τη διόρθωση των διαθλαστικών σφαλμάτων. Οι φακοί σχεδιάζονται για να αλλάξουν την πορεία του εισερχόμενου φωτός ώστε να εστιάζει σωστά στον αμφιβληστροειδή.

**Φακοί Επαφής** Αυτοί κάθονται απευθείας στον κερατοειδή και παρέχουν ένα ευρύτερο οπτικό πεδίο σε σύγκριση με οι οφθαλμικοί φακοί. Μπορούν να σχεδιαστούν για να διορθώνουν ταυτόχρονα πολλαπλά διαθλαστικά σφάλματα.



(α) Οφθαλμικοί φακοί (Πηγή: <https://www.charllaas.com/fitting-of-lenses-closer-to-perfection/>)

(β) Φακοί επαφής (Πηγή: <https://honitoneyeclinic.co.uk/contact-lenses/>)

Σχήμα 2.4: Οφθαλμικοί φακοί και φακοί επαφής για την αντιμετώπιση διαθλαστικών σφαλμάτων

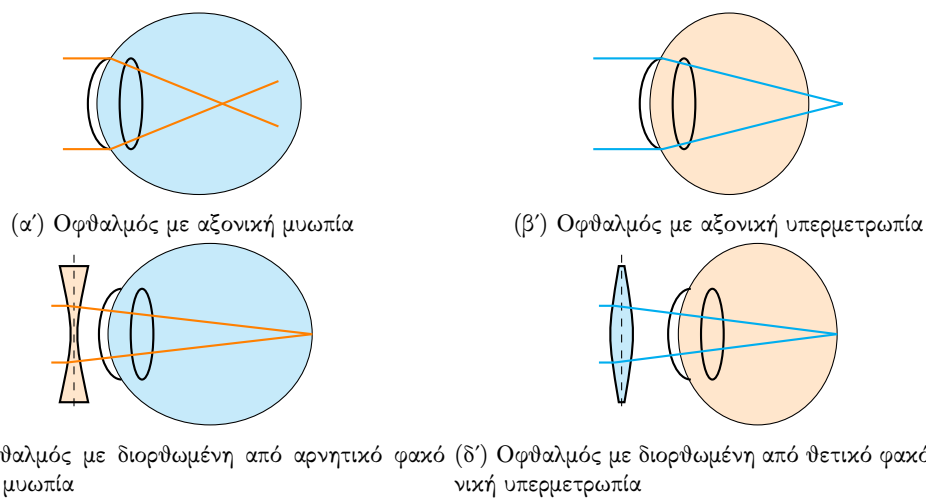
**Ορθοκερατολογία (Ortho-K)** Αυτή η μη χειρουργική μέθοδος περιλαμβάνει τη χρήση ειδικά σχεδιασμένων σκληρών φακών επαφής κατά τη διάρκεια της νύχτας για να αναμορφώσουν προσωρινά τον κερατοειδή. Αυτό παρέχει καθαρή όραση κατά τη διάρκεια της ημέρας χωρίς την ανάγκη για γυαλιά ή φακούς επαφής.

**Χειρουργική Διόρθωση - LASIK** Αυτή η χειρουργική επέμβαση με λέιζερ αναμορφώνει τον κερατοειδή για να διορθώσει τα διαθλαστικά σφάλματα. Είναι εξαιρετικά ακριβής και έχει γρήγορο χρόνο ανάρρωσης.

**PRK (Φωτοδιαθλαστική Κερατεκτομή)** Παρόμοια με το LASIK, η PRK αναμορφώνει τον κερατοειδή αλλά περιλαμβάνει την αφαίρεση του επιθηλίου του κερατοειδούς, το οποίο στη συνέχεια αναγεννάται.

**SMILE (Μικρή Εγχείρηση Αφαίρεσης Επικερατοειδικών Φακίσκων)** Μια νεότερη τεχνική που αφαιρεί ένα μικρό κομμάτι ιστού από τον κερατοειδή για να διορθώσει τη μυωπία.

**Εμφυτεύματα Φακών** Σε περιπτώσεις όπου η χειρουργική επέμβαση στον κερατοειδή δεν είναι κατάλληλη, μπορούν να εμφυτευτούν ενδοφθάλμιοι φακοί (IOLs). Αυτό χρησιμοποιείται συχνά στην επέμβαση καταρράκτη ή για σοβαρά διαθλαστικά σφάλματα.



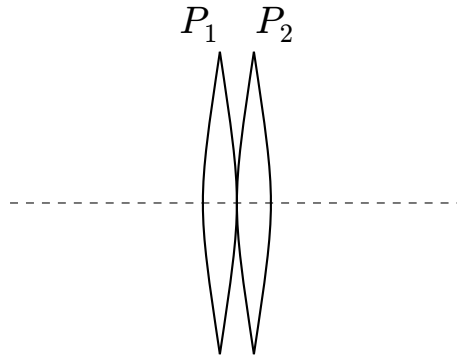
Σχήμα 2.5: Διόρθωση σφαιρικών διαθλαστικών σφαλμάτων με τη χρήση οφθαλμικών φακών

## 2.4 Μαθηματική Προσέγγιση στη Διόρθωση των Διαθλαστικών Σφαλμάτων

Τα μαθηματικά παίζουν κρίσιμο ρόλο στην κατανόηση και τη διόρθωση των διαθλαστικών σφαλμάτων. Η σχέση μεταξύ της καμπυλότητας του κερατοειδούς, της δύναμης του φακού και του αξονικού μήκους του οφθαλμού μπορεί να περιγραφεί με τον τύπο του φακού του Gauss:

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n-1}{R_1} - \frac{n-1}{R_2} \right) \tag{2.1}$$

όπου  $f$  είναι η εστιακή απόσταση,  $n$  είναι ο δείκτης διάθλασης και  $R_1$  και  $R_2$  είναι οι ακτίνες καμπυλότητας των επιφανειών του φακού.



Σχήμα 2.6: Σύστημα λεπτών φακών σε επαφή

Για διορθωτικούς φακούς, χρησιμοποιείται η εξίσωση του κατασκευαστή φακών:

$$P = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.2)$$

όπου  $P$  είναι η δύναμη του φακού σε διοπτρίες.

Στο πλαίσιο της χειρουργικής διόρθωσης, η φόρμουλα του Munnerlyn χρησιμοποιείται συχνά για να καθορίσει την ποσότητα ιστού κερατοειδούς που θα αφαιρεθεί κατά τη διάρκεια του LASIK:

$$\Delta R = \frac{S^2}{2 \times (R + \Delta R)} \quad (2.3)$$

όπου  $\Delta R$  είναι η αλλαγή στην ακτίνα του κερατοειδούς,  $S$  είναι η διάμετρος της ζώνης αφαίρεσης και  $R$  είναι η αρχική ακτίνα του κερατοειδούς.

Η κυματομορφική εκτροπομέτρια περιλαμβάνει πιο πολύπλοκα μαθηματικά μοντέλα, όπως τα πολυώνυμα Zernike, για την περιγραφή των ανωμαλιών ανώτερης τάξης. Το κυματομορφικό σφάλμα  $W(x, y)$  μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$W(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n c_{nm} Z_{nm}(x, y) \quad (2.4)$$

όπου  $c_{nm}$  είναι οι συντελεστές και  $Z_{nm}$  είναι τα πολυώνυμα Zernike.

## Κεφάλαιο 3

# Στοιχεία Γεωμετρικής & Φυσικής Οπτικής

Η γεωμετρική και οπτική φυσική εξετάζουν τη συμπεριφορά και τις ιδιότητες του φωτός. Η γεωμετρική οπτική, γνωστή και ως οπτική ακτίνων, εστιάζει στους νόμους της ανάκλασης και της διάθλασης, καθώς και στη διαμόρφωση εικόνας μέσω φακών και καθρεφτών. Αντιθέτως, η οπτική φυσική περιλαμβάνει επίσης την κυματική φύση του φωτός, ασχολούμενη με φαινόμενα όπως η συμβολή, η περίθλαση και η πόλωση. [14]

Αυτοί οι κλάδοι της φυσικής είναι βασικοί για την κατανόηση και διαχείριση του φωτός, κρίσιμοι για τον σχεδιασμό οπτικών συσκευών από απλούς φακούς μέχρι σύνθετα τηλεσκόπια και κάμερες. Στον τομέα της όρασης, τα διορθωτικά γυαλιά και οι φακοί επαφής χρησιμοποιούν αυτές τις αρχές για να διορθώσουν τα διαθλαστικά σφάλματα και να βελτιώσουν την οπτική οξύτητα.

Η ανάλυση των οπτικών ανωμαλιών με πολυώνυμα Zernike διευκολύνει τον σχεδιασμό συστημάτων υψηλής ακρίβειας. Η κατανόηση και η μείωση των ανωμαλιών είναι απαραίτητη για καθαρές και ακριβείς εικόνες τόσο σε καθημερινές συσκευές όσο και σε επιστημονικά όργανα.

Η συνεχής πρόοδος στη γεωμετρική και οπτική φυσική οδηγεί σε τεχνολογικές καινοτομίες, βελτιώνοντας την ικανότητά μας να βλέπουμε και να ερμηνεύουμε τον κόσμο μέσω κάμερων, τηλεσκοπίων και διορθωτικών φακών.

**Γεωμετρική Οπτική** Αυτός ο υποτομέας υποθέτει ότι το φως ταξιδεύει σε ευθείες γραμμές και χρησιμοποιεί απλά μαθηματικά μοντέλα για να περιγράψει τη διάδοση των φωτεινών ακτίνων. Χρησιμοποιεί αρχές όπως ο Νόμος του Snell για τη διάθλαση και ο Νόμος της Ανάκλασης για να κατανοήσει

πώς το φως αλληλεπιδρά με τις επιφάνειες.

**Φυσική Οπτική** Αυτός ο ευρύτερος τομέας περιλαμβάνει τη μελέτη του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, την αλληλεπίδραση του φωτός με την ύλη και την ανάπτυξη οπτικών τεχνολογιών. Θεωρεί τόσο τη σωματιδιακή όσο και την κυματική φύση του φωτός, εξερευνώντας έννοιες όπως η κβαντική οπτική και η φωτονική.

Η μελέτη της γεωμετρικής και οπτικής φυσικής είναι θεμελιώδης καθώς βοηθά στην κατανόηση της θεμελιώδους φύσης του φωτός και της αλληλεπίδρασής του με την ύλη, που είναι κρίσιμη για ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών κλάδων. Η γνώση της οπτικής φυσικής οδηγεί σε καινοτομίες στην τεχνολογία, όπως laser, οπτικές ίνες και συστήματα οπτικής επικοινωνίας, και είναι απαραίτητη για εφαρμογές στη διάγνωση και τη θεραπεία στην ιατρική, συμπεριλαμβανομένων των τεχνολογιών απεικόνισης όπως MRI, αξονικές τομογραφίες και ενδοσκόπηση. Ο σχεδιασμός τηλεσκοπίων και άλλων αστρονομικών οργάνων βασίζεται σε μεγάλο βαθμό στις αρχές της οπτικής φυσικής για να συλλάβει και να αναλύσει το φως από ουράνια αντικείμενα. Επίσης, συσκευές όπως κάμερες, προβολείς και οθόνες σχεδιάζονται χρησιμοποιώντας αρχές της γεωμετρικής οπτικής.

### 3.1 Εφαρμογές

Οι εφαρμογές της γεωμετρικής και οπτικής φυσικής είναι ποικίλες και εκτεταμένες, καλύπτοντας πολλούς τομείς της σύγχρονης ζωής και τεχνολογίας. Στον τομέα της οράσεως, τα διορθωτικά γυαλιά και οι φακοί επαφής αποτελούν βασικές εφαρμογές της γεωμετρικής οπτικής, βοηθώντας στην αντιμετώπιση διαθλαστικών σφαλμάτων και βελτιώνοντας την οπτική οξύτητα εκατομμυρίων ανθρώπων. Στη φωτογραφία, οι φακοί κάμερας και τα οπτικά όργανα χρησιμοποιούν τις αρχές της γεωμετρικής οπτικής για τη δημιουργία καθαρών εικόνων, επιτρέποντας την αποτύπωση στιγμών με εξαιρετική λεπτομέρεια. Στον τομέα της επικοινωνίας, οι οπτικές ίνες για υψηλής ταχύτητας μετάδοση δεδομένων βασίζονται στην οπτική φυσική για να παρέχουν αξιόπιστη και γρήγορη μεταφορά πληροφοριών σε παγκόσμια κλίμακα. Στην υγειονομική περίθαλψη, οι τεχνολογίες ιατρικής απεικόνισης, όπως η MRI και η αξονική τομογραφία, καθώς και η χειρουργική με laser, αξιοποιούν την οπτική φυσική για να προσφέρουν ακριβείς διαγνώσεις και ελάχιστα επεμβατικές θεραπευτικές επιλογές. Επιπλέον, στη βιομηχανία κατασκευής, η ακριβής κοπή και η ανάλυση υλικών με χρήση laser επιτρέπουν τη δημιουργία εξαρτημάτων υψηλής ακρίβειας και την ανάλυση των υλικών με απaráμιλλη λεπτομέρεια. Οι εφαρμογές αυτές καταδεικνύουν την καθοριστική σημασία της γεωμετρικής και οπτικής φυσικής στην προώθηση της τεχνολογίας και της βελτίωσης της καθημερινής ζωής.

## 3.2 Εφαρμογή Διορθωτικών Οφθαλμικών Φακών

Οι οφθαλμικοί φακοί διορθώνουν τα διαθλαστικά σφάλματα αλλάζοντας την πορεία του φωτός που εισέρχεται στον οφθαλμό, εξασφαλίζοντας ότι εστιάζει σωστά στον αμφιβληστροειδή. Ο σχεδιασμός των φακών περιλαμβάνει την κατανόηση των αρχών της γεωμετρικής οπτικής όπως το εστιακό μήκος και η ισχύς του φακού.

### Ισχύς Φακού και Εστιακό Μήκος

Η ισχύς  $P$  ενός φακού σε διοπτρίες ( $D$ ) δίνεται από το αντίστροφο του εστιακού μήκους  $f$  σε μέτρα [14]:

$$P = \frac{1}{f} \quad (3.1)$$

Για έναν συγκλινόμενο (κυρτό) φακό, το  $P$  είναι θετικό, ενώ για έναν αποκλινόμενο (κοίλο) φακό, το  $P$  είναι αρνητικό. Η εξίσωση του κατασκευαστή φακών χρησιμοποιείται για το σχεδιασμό φακών όπως παρουσιάζεται στην εξίσωση 2.1:

$$P = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

όπου  $n$  είναι ο δείκτης διάθλασης του υλικού του φακού και  $R_1$  και  $R_2$  είναι οι ακτίνες καμπυλότητας των επιφανειών του φακού.

### Διόρθωση Αστιγματισμού

Ο αστιγματισμός απαιτεί κυλινδρικούς φακούς, οι οποίοι έχουν διαφορετικές καμπυλότητες σε διαφορετικά επίπεδα. Ο φακός διορθώνει την ασύμμετρη καμπυλότητα του κερατοειδούς ή του φακού του ματιού, ευθυγραμμίζοντας τα σημεία εστίασης σε ένα μόνο σημείο στον αμφιβληστροειδή.



### 3.3 Εφαρμογή Φακών Επαφής

Οι φακοί επαφής λειτουργούν με παρόμοιο τρόπο με τους οφθαλμικούς φακούς των γυαλιών, διαθλώντας το φως για να διορθώσουν τα διαθλαστικά σφάλματα, αλλά τοποθετούνται απευθείας στον κερατοειδή. Πρέπει να σχεδιάζονται προσεκτικά λαμβάνοντας υπόψη το σχήμα του ματιού και το δακρυϊκό υγρό.

#### Υλικό και Σχεδιασμός

Οι φακοί επαφής κατασκευάζονται από διάφορα υλικά, συμπεριλαμβανομένων των μαλακών υδρογέλων και των σκληρών αεροδιαπερατών υλικών. Ο δείκτης διάθλασης αυτών των υλικών είναι κρίσιμος για τον καθορισμό της ισχύος και του πάχους του φακού.

#### Εφαρμογή και Άνεση

Η ακτίνα βάσης ενός φακού επαφής πρέπει να ταιριάζει με την καμπυλότητα του κερατοειδούς για να εξασφαλίσει σωστή εφαρμογή και άνεση. Αυτό περιλαμβάνει ακριβείς μετρήσεις και κατανόηση της γεωμετρικής οπτικής για να εξασφαλιστούν ελάχιστες εκτροπές και βέλτιστη διόρθωση της όρασης.

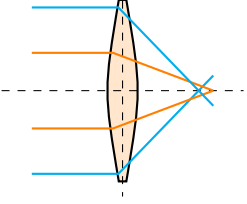
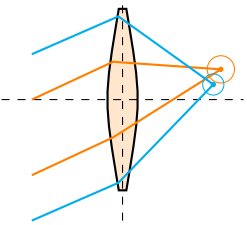
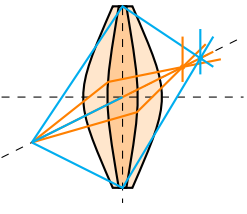
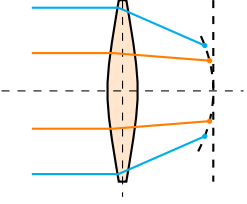
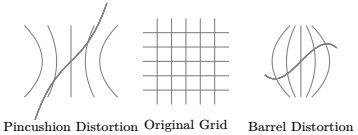
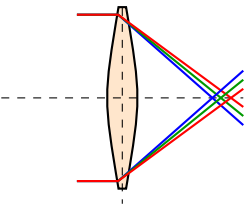
### 3.4 Εκτροπές

Οι εκτροπές είναι αποκλίσεις από τον ιδανικό σχηματισμό εικόνας σε οπτικά συστήματα, οδηγώντας σε ατέλειες της εικόνας. Κατηγοριοποιούνται σε γεωμετρικές (ή μονοχρωματικές) και χρωματικές (ή πολυχρωματικές) όπου

**Γεωμετρική Εκτροπή** Το είδωλο εμφανίζεται ατελές ή παραμορφωμένος εξαιτίας του σφάλματος προσέγγισης στην παραξονική προσέγγιση (δηλαδή προκύπτουν μικρές γωνίες πρόσπτωσης ως προς τον άξονα).

**Χρωματική Εκτροπή** Ακτίνες που αντιστοιχούν σε διαφορετικά μήκη κύματος καλύπτουν διαφορετικές οπτικές διαδρομές.

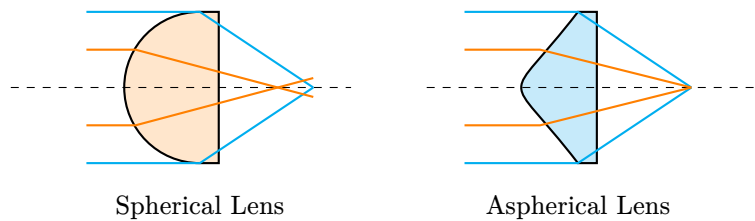
Κάποιες από τις πιο κοινές οπτικές εκτροπές παρουσιάζονται στον πίνακα 3.1.

Εκτροπή	Περιγραφή	Είδος	Σχηματική Αναπαράσταση
Σφαιρική εκτροπή	Προκύπτει όταν οι ακτίνες που περνούν από την περιφέρεια ενός φακού εστιάζονται σε διαφορετικά σημεία από αυτές που περνούν κοντά στο κέντρο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα μια θολή εικόνα.	Γεωμετρική	
Κόμα	Προκαλείται από ακτίνες φωτός εκτός άξονα, οδηγώντας σε παραμορφώσεις σε σχήμα κομήτη στην εικόνα. Είναι ιδιαίτερα προβληματική στα τηλεσκοπικά και φωτογραφικά συστήματα.	Γεωμετρική	
Αστιγματισμός	Αποτέλεσμα ασύμμετρων καμπυλοτήτων στο οπτικό σύστημα, προκαλώντας τις ακτίνες φωτός να εστιάζουν σε διαφορετικά σημεία κατά μήκος διαφορετικών αξόνων, οδηγώντας σε παραμορφωμένες εικόνες.	Γεωμετρική	
Καμπυλότητα Πεδίου	Το επίπεδο της εικόνας είναι καμπύλο αντί για επίπεδο, προκαλώντας μέρη της εικόνας να είναι εκτός εστίασης όταν άλλα είναι καθαρά.	Γεωμετρική	
Παραμόρφωση	Επηρεάζει το σχήμα της εικόνας. Η παραμόρφωση βαρελιού προκαλεί την εικόνα να διογκώνεται προς τα έξω, ενώ η παραμόρφωση σε σχήμα μαξιλαριού την κάνει να συσφίγγεται προς τα μέσα.	Γεωμετρική	
Χρωματική Εκτροπή	Προκύπτει από τη διάχυση του φωτός στα συστατικά του χρώματα, οδηγώντας σε χρωματικά περιγράμματα γύρω από τις εικόνες. Συμβαίνει επειδή διαφορετικά μήκη κύματος του φωτός διαθλώνται κατά διαφορετικά ποσά.	Χρωματική	

Πίνακας 3.1: Είδη εκτροπών

### 3.4.1 Μέθοδοι Ελαχιστοποίησης Οπτικών Εκτροπών

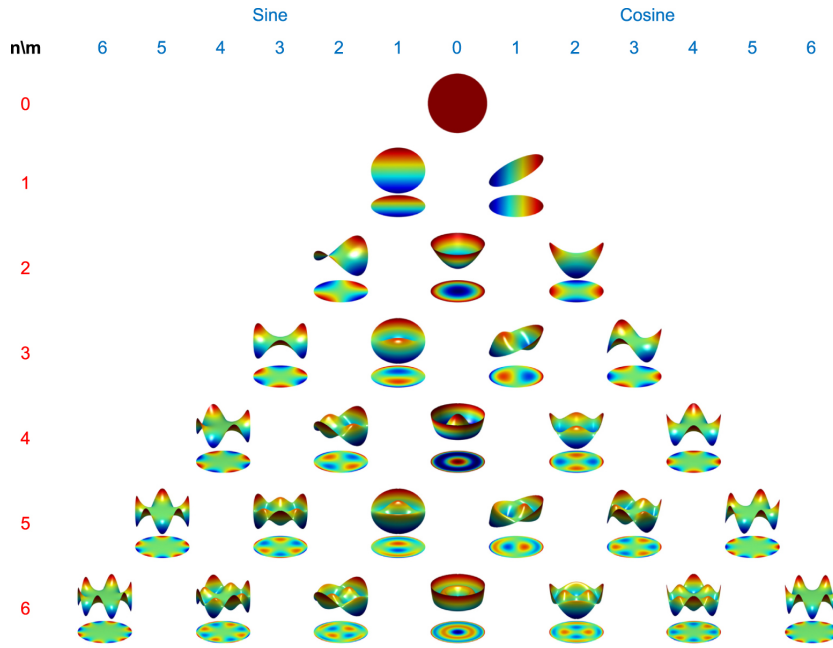
Οι τεχνικές για τη μείωση των οπτικών ανωμαλιών περιλαμβάνουν διάφορες προσεγγίσεις που στοχεύουν στη βελτίωση της ποιότητας της εικόνας σε οπτικά συστήματα. Ένας από τους πιο αποτελεσματικούς τρόπους είναι ο σχεδιασμός ασφαιρικών φακών, οι οποίοι χρησιμοποιούνται για τη μείωση των σφαιρικών ανωμαλιών. Αυτοί οι φακοί έχουν μη σφαιρικές επιφάνειες που επιτρέπουν την εστίαση του φωτός σε ένα σημείο, αποφεύγοντας έτσι την θολότητα και τη διασπορά της εικόνας. Άλλη σημαντική τεχνική είναι η χρήση αποχρωματικών φακών, οι οποίοι συνδυάζουν διαφορετικούς τύπους γυαλιού για να ελαχιστοποιήσουν τις χρωματικές εκτροπές. Αυτοί οι φακοί διορθώνουν την διάθλαση του φωτός σε διαφορετικά μήκη κύματος, αποτρέποντας την εμφάνιση χρωματικών περιγραμμάτων στις εικόνες. Επιπλέον, οι αντι-ανακλαστικές επικαλύψεις εφαρμόζονται στην επιφάνεια των φακών για να μειώσουν την αντανάκλαση και να βελτιώσουν την αντίθεση της εικόνας. Οι επικαλύψεις αυτές ελαχιστοποιούν την απώλεια φωτός λόγω ανακλάσεων και αυξάνουν τη διαύγεια και την καθαρότητα της τελικής εικόνας. Συνολικά, αυτές οι τεχνικές συνδυάζονται για να προσφέρουν υψηλής ποιότητας οπτικά συστήματα με μειωμένες εκτροπές και βελτιωμένες οπτικές επιδόσεις.



Σχήμα 3.1: Διαφορά σφαιρικών κι ασφαιρικών φακών

## 3.5 Ανάλυση Πολυωνύμων Zernike

Τα πολυώνυμα Zernike είναι μια σειρά ορθογώνιων πολυωνύμων που παρέχουν μια μαθηματική περιγραφή των κυματομορφικών ανωμαλιών σε οπτικά συστήματα. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμα στην περιγραφή των πολύπλοκων σχημάτων των οπτικών επιφανειών και των κυματομορφών με όρους απλών, ορθογώνιων συνιστωσών.



Σχήμα 3.2: Πυραμίδα πολωνύμων Zernike (Kuo et al, 2022 [8])

### 3.5.1 Ορισμός και Ιδιότητες

Ένα πολώνυμο Zernike  $Z_n^m$  μπορεί να εκφραστεί ως:

$$Z_n^m(\rho, \theta) = R_n^m(\rho) \cos(m\theta) \quad \text{ή} \quad Z_n^m(\rho, \theta) = R_n^m(\rho) \sin(m\theta) \tag{3.2}$$

όπου  $R_n^m(\rho)$  είναι το ακτινικό πολώνυμο,  $\rho$  είναι η ακτινική συντεταγμένη (κανονικοποιημένη στον ενιαίο κύκλο) και  $\theta$  είναι η αζιμουθιακή γωνία. Οι δείκτες  $n$  και  $m$  είναι μη αρνητικοί ακέραιοι με  $n \geq |m|$ .

Στον πίνακα 3.2 παρουσιάζονται τα πρώτα εννέα (9) πολώνυμα Zernike και η αντίστοιχη εκτροπή, την οποία εκφράζει.

Πολώνυμο Zernike	Εκτροπή
$Z_0$	piston
$Z_1$	x-tilt
$Z_2$	y-tilt
$Z_3$	focus
$Z_4$	astigmatism @0° & focus
$Z_5$	astigmatism @45° & focus
$Z_6$	coma & x-tilt
$Z_7$	coma & y-tilt
$Z_8$	spherical & focus

Πίνακας 3.2: Πολώνυμα Zernike και Εκτροπές (Wyant et al, 1992 [21])

### 3.5.2 Εφαρμογές στην Οπτική

Τα πολυώνυμα Zernike χρησιμοποιούνται για την ποσοτικοποίηση των ανωμαλιών σε φακούς και οπτικά συστήματα. Κάθε όρος πολυώνυμου αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο τύπο εκτροπής, όπως αφεστίαση, αστιγματισμός, κόμη και σφαιρική εκτροπή. Οι συντελεστές αυτών των πολυωνύμων υποδεικνύουν το μέγεθος κάθε συνιστώσας εκτροπής σε μια κυματομορφή.

## Κεφάλαιο 4

# Εκτροπομετρία

### 4.1 Γενικά

Η εκτροπομετρία είναι ένας κλάδος της οπτικής επιστήμης που ασχολείται με τη μέτρηση και ανάλυση των οπτικών εκτροπών, τόσο στον ανθρώπινο οφθαλμό όσο και σε άλλα οπτικά συστήματα. Οι εκτροπές αυτές, που αποτελούν αποκλίσεις από τις ιδανικές συνθήκες απεικόνισης, προκαλούνται από ατέλειες στο οπτικό σύστημα και μπορούν να οδηγήσουν σε παραμορφώσεις, θόλωση ή άλλες οπτικές ανεπάρκειες. Μέσω της εκτροπομετρίας, αυτές οι αποκλίσεις μπορούν να ποσοτικοποιηθούν και να διορθωθούν, με στόχο τη βελτίωση της ποιότητας της εικόνας και της οπτικής απόδοσης.

Η συνεχής έρευνα και ανάπτυξη στον τομέα αυτό επικεντρώνεται στη βελτίωση των τεχνικών μέτρησης, την ενίσχυση των διορθωτικών μεθόδων και την ενσωμάτωση της εκτροπομετρίας με άλλα διαγνωστικά εργαλεία, προκειμένου να προσφέρεται μια πιο ολοκληρωμένη φροντίδα της όρασης και να προωθείται η επιστημονική έρευνα. Με την αξιοποίηση μετρήσεων με ακρίβεια και προηγμένης τεχνολογίας, η εκτροπομετρία ανοίγει νέους δρόμους για πιο αποτελεσματικές και εξατομικευμένες λύσεις στη προαγωγή της καλής όρασης και τις διαγνώσεις οπτικών ατελειών. [15]

#### 4.1.1 Εφαρμογές

Η εκτροπομετρία έχει σημαντικές εφαρμογές:

**Οπτομετρία** Παρέχει μια πιο ολοκληρωμένη αξιολόγηση του οπτικού συστήματος του ματιού, επιτρέποντας ακριβέστερες διαγνώσεις για διάφορες οπτικές ανεπάρκειες.

**Επιστημονική Έρευνα** Χρησιμοποιείται στην έρευνα για την κατανόηση των οπτικών ιδιοτήτων του οφθαλμού και την ανάπτυξη νέων τεχνολογιών για τη διόρθωση της όρασης.

**Χειρουργικός σχεδιασμός** Χρησιμοποιείται για το σχεδιασμό προσαρμοσμένων διορθωτικών φακών και χειρουργικών επεμβάσεων, όπως το LASIK, αντιμετωπίζοντας εκτροπές ανώτερης τάξης που μπορεί να παραβλέπονται με παραδοσιακές μεθόδους.

**Αστρονομία** Σε αστρονομικά τηλεσκόπια, βοηθά στη χαρακτηριστική και διόρθωση των οπτικών εκτροπών για τη βελτίωση της καθαρότητας και της ακρίβειας των εικόνων.

**Επιστήμη Υλικών** Χρησιμοποιείται για την ανάλυση και τη διόρθωση ατελειών σε οπτικά υλικά και συσκευές.

## 4.2 Τρέχουσα Έρευνα στην Εκτροπομετρία

### Εξελίξεις στην Τεχνολογία Μέτρησης

Η έρευνα επικεντρώνεται στην ανάπτυξη ταχύτερων και πιο ακριβών εκτροπόμετρων που μπορούν να προσφέρουν ανάλυση εκτροπών σε πραγματικό χρόνο. Καινοτομίες περιλαμβάνουν την ενσωμάτωση της εκτροπομετρίας με προσαρμοστική οπτική για δυναμική διόρθωση εκτροπών.

### Βελτιωμένες Τεχνικές Διόρθωσης

Οι ερευνητές εξετάζουν νέες μεθόδους για τη διόρθωση σύνθετων εκτροπών που τα παραδοσιακά μέσα αντιμετώπισης μπορεί να μην αντιμετωπίζουν αποτελεσματικά. Αυτό περιλαμβάνει τη χρήση προηγμένων τεχνικών LASIK με καθοδήγηση κυματομορφής και προσαρμοσμένων φακών επαφής.

### Επίδραση στην Οπτική Απόδοση

Οι μελέτες διερευνούν πώς διάφοροι τύποι εκτροπών επηρεάζουν την οπτική απόδοση και την ποιότητα ζωής. Αυτή η έρευνα στοχεύει στην καλύτερη κατανόηση και λύσεις για ασθενείς με συγκεκριμένες οπτικές ανάγκες.

## Ενσωμάτωση με Άλλα Διαγνωστικά Εργαλεία

Η έρευνα συνεχίζεται για την ενσωμάτωση της εκτροπομετρίας με άλλες διαγνωστικές τεχνολογίες, όπως η Οπτική Τομογραφία Συνοχής (OCT), για να παρέχει μια πιο ολοκληρωμένη ανάλυση των οπτικών και δομικών ιδιοτήτων του ματιού.

### 4.3 Μέθοδοι Μέτρησης Εκτροπών

Οι εκτροπές μετριοούνται συνήθως με διάφορες τεχνικές, καθένα με τα πλεονεκτήματα και τους περιορισμούς της. Οι πιο κοινές μέθοδοι περιλαμβάνουν:

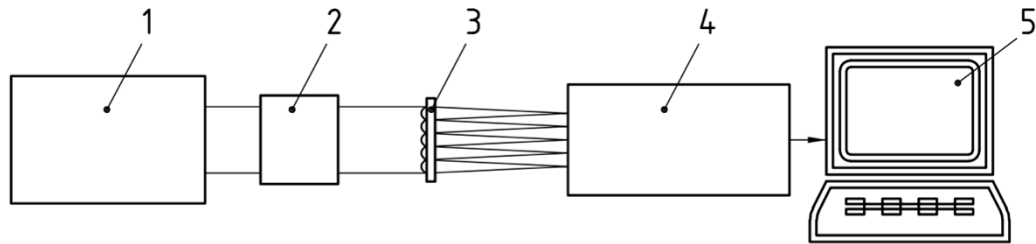
#### 4.3.1 Αισθητήρας Κυματομορφής Shack-Hartmann

Ο αισθητήρας Shack-Hartmann μετρά τις εκτροπές της κυματομορφής προβάλλοντας ένα πλέγμα φωτός στον οφθαλμό και αναλύοντας την απόκλιση του ανακλώμενου φωτός για να ανιχνεύσει αποκλίσεις από την ιδανική κυματομορφή. Το πλέγμα φωτός προβάλλεται στον αμφιβληστροειδή και το ανακλώμενο φως καταγράφεται από μια σειρά αισθητήρων. Οι μετατοπίσεις των ανακλώμενων σημείων αναλύονται στη συνέχεια για να προσδιοριστούν οι παραμορφώσεις της κυματομορφής. Ο αισθητήρας χρησιμοποιείται ευρέως λόγω της υψηλής ακρίβειας και της ικανότητάς του να μετρά τόσο εκτροπές χαμηλής όσο και υψηλής τάξης. [4][12]

#### 4.3.2 Αισθητήρας Κυματομορφής Hartmann-Shack

Παρόμοιος με τον αισθητήρα Shack-Hartmann, ο αισθητήρας Hartmann-Shack χρησιμοποιεί ένα πλέγμα μικρών φακών για τη μέτρηση αποκλίσεων στην κυματομορφή. Το φως περνά μέσα από τους μικρούς φακούς, οι οποίοι το εστιάζουν σε έναν ανιχνευτή, και οι παραμορφώσεις στην κυματομορφή προκαλούν αποκλίσεις στα εστιακά σημεία. Αυτές οι αποκλίσεις αναλύονται για να προσδιοριστούν οι εκτροπές. Ο αισθητήρας αυτός είναι ιδιαίτερα χρήσιμος για την καταγραφή λεπτομερών εκτροπών και χρησιμοποιείται συχνά στη διαγνωστική οφθαλμολογία.



**Key**

- 1 laser
- 2 attenuator
- 3 lenslet array
- 4 position sensitive detector
- 5 data acquisition and analysis system

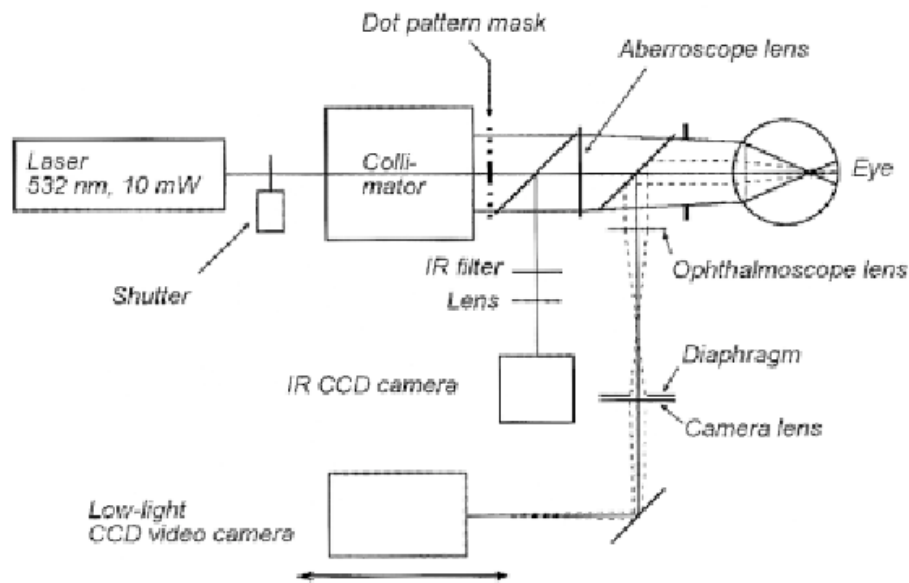
Σχήμα 4.1: Πειραματική διάταξη μεθόδου Shack-Hartmann (ISO 15367-2:2005 [4])

## Συμβολομετρία

Η συμβολομετρία περιλαμβάνει τη χρήση προτύπων παρεμβολών για τη μέτρηση των εκτροπών της κυματομορφής, προσφέροντας ιδιαίτερα ακριβείς μετρήσεις ακόμη και πολύ μικρών αποκλίσεων, αν και συχνά απαιτεί σύνθετη εγκατάσταση και βαθμονόμηση. Η διαδικασία βασίζεται στη σύγκριση μιας αναφοράς κυματομορφής με την υπό δοκιμή κυματομορφή, και το πρότυπο παρεμβολής που προκύπτει αναλύεται για να προσδιοριστούν οι αποκλίσεις από την ιδανική κυματομορφή.

## Tscherning Aberrator

Αυτή η μέθοδος περιλαμβάνει τη μεταβολή του μήκους κύματος του φωτός και τη μέτρηση των επακόλουθων αλλαγών στο πρότυπο εκτροπής, παρέχοντας λεπτομερείς πληροφορίες για τις οπτικές εκτροπές, αν και χρησιμοποιείται λιγότερο συχνά. Κατά τη διαδικασία, φως διαφορετικών μηκών κύματος χρησιμοποιείται για την ανίχνευση του οπτικού συστήματος, και οι αλλαγές στο πρότυπο εκτροπής που προκύπτουν από τη μεταβολή του μήκους κύματος αναλύονται για να προσδιοριστούν οι οπτικές ατέλειες. [12][13]



Σχήμα 4.2: Πειραματική διάταξη μεθόδου Tscherning (Mrochen et al., 2000 [13])

## 4.4 Εκτροπόμετρο

Το εκτροπόμετρο είναι μια εξελιγμένη οπτική συσκευή που έχει σχεδιαστεί για να μετρά τις εκτροπές του οφθαλμού με υψηλή ακρίβεια. Καταγράφει λεπτομερείς πληροφορίες για το πώς παραμορφώνεται το φως καθώς εισέρχεται και διατρέχει τον οφθαλμό, επιτρέποντας μια ολοκληρωμένη αξιολόγηση του οπτικού συστήματος. Τα εκτροπόμετρα είναι υψίστης σημασίας στη σύγχρονη οπτομετρία για την εξατομίκευση των μέσων διόρθωσης της όρασης και τη βελτίωση της οπτικής απόδοσης.

### Αρχή Λειτουργίας

τα εκτροπόμετρα λειτουργούν αναλύοντας την κυματομορφή του φωτός καθώς διέρχεται από το μάτι. Χρησιμοποιούν ένα συνδυασμό προηγμένων οπτικών στοιχείων και υπολογιστικών αλγορίθμων για να μετρήσουν και να ερμηνεύσουν τις εκτροπές. Η διαδικασία γενικά περιλαμβάνει τα εξής βήματα:

**Ανίχνευση Κυματομορφής** Η συσκευή προβάλλει ένα πρότυπο φως στο μάτι και μετρά πώς αυτό το πρότυπο παραμορφώνεται από τις οπτικές ατέλειες του ματιού.

**Απόκτηση Δεδομένων** Το εκτροπόμετρο καταγράφει τα παραμορφωμένα δεδομένα κυματομορφής χρησιμοποιώντας αισθητήρες, όπως CCDs (Charge-Coupled Devices) ή φωτοανιχνευτές.

**Ανάλυση Δεδομένων** Τα καταγεγραμμένα δεδομένα επεξεργάζονται με μαθηματικούς αλγόριθμους για τον υπολογισμό των εκτροπών και των αντίστοιχων συντελεστών Zernike.

#### 4.4.1 Τεχνικές Προδιαγραφές

**Οπτικά Στοιχεία** Τα εκτροπόμετρα χρησιμοποιούν συνήθως υψηλής ποιότητας φακούς, καθρέφτες και διαχωριστές δέσμης για την προβολή και την καταγραφή των προτύπων φωτός. Η ποιότητα αυτών των στοιχείων επηρεάζει άμεσα την ακρίβεια των μετρήσεων.

**Αισθητήρες** Υψηλής ανάλυσης CCDs ή φωτοανιχνευτές χρησιμοποιούνται για την καταγραφή των προτύπων φωτός και τη μέτρηση των παραμορφώσεων με μεγάλη ακρίβεια.

**Πηγή Φωτός** Τα εκτροπόμετρα χρησιμοποιούν συχνά μια πηγή laser ή LED για την προβολή ενός συνεκτικού και ομοιόμορφου προτύπου φωτός στον οφθαλμό.

#### 4.4.2 Προδιαγραφές Λογισμικού

Οι αλγόριθμοι επεξεργασίας δεδομένων παίζουν κρίσιμο ρόλο στη λειτουργία των εκτροπομέτρων, χρησιμοποιώντας προηγμένες τεχνικές όπως η ανάλυση Fourier και η προσαρμογή πολυωνύμων Zernike για τον ακριβή προσδιορισμό των οπτικών εκτροπών. Αυτοί οι αλγόριθμοι επιτρέπουν την ακριβή ανάλυση των καταγεγραμμένων δεδομένων, βοηθώντας τους ειδικούς να κατανοήσουν τις εκτροπές που επηρεάζουν την ποιότητα της όρασης. Επιπλέον, τα σύγχρονα εκτροπόμετρα διαθέτουν διεπαφές λογισμικού, σχεδιασμένες έτσι ώστε να επιτρέπουν στους επαγγελματίες υγείας να ερμηνεύουν εύκολα τα αποτελέσματα των μετρήσεων. Αυτές οι διεπαφές παρέχουν επίσης τη δυνατότητα να γίνουν οι απαραίτητες προσαρμογές στις συνταγές ή στα θεραπευτικά σχέδια, διασφαλίζοντας ότι κάθε ασθενής λαμβάνει την πιο κατάλληλη και εξατομικευμένη φροντίδα για τα προβλήματα όρασής του. Με την αλληλεπίδραση προηγμένων αλγορίθμων και φιλικών προς τον χρήστη διεπαφών, τα εκτροπόμετρα καθίστανται ισχυρά εργαλεία στη διάγνωση και αντιμετώπιση οπτικών ανωμαλιών.

### Αλγόριθμοι Επεξεργασίας Δεδομένων

#### Εισαγωγή

Οι αλγόριθμοι επεξεργασίας δεδομένων στην εκτροπομετρία είναι κρίσιμοι για την ερμηνεία των σύνθετων δεδομένων που καταγράφονται κατά τις μετρήσεις κυματομορφής. Αυτοί οι αλγόριθμοι μετατρέπουν τα ακατέργαστα δεδομένα των αισθητήρων σε σημαντικές μετρήσεις οπτικών εκτροπών, οι οποίες στη

συνέχεια χρησιμοποιούνται για τη σχεδίαση διορθωτικών μέτρων ή για την κατανόηση των οπτικών ιδιοτήτων.

### Συλλογή Δεδομένων και Αρχική Επεξεργασία

**Συλλογή Ακατέργαστων Δεδομένων** Τα εκτροπόμετρα καταγράφουν ακατέργαστα δεδομένα με τη μορφή παραμορφωμένων προτύπων φωτός που προβάλλονται στον αμφιβληστροειδή. Αυτά τα δεδομένα αποκτούνται συνήθως μέσω αισθητήρων όπως οι CCDs ή οι CMOS αισθητήρες, οι οποίοι καταγράφουν την ένταση και τη θέση των φωτεινών σημείων ή προτύπων.

**Διόρθωση Εικόνας και Βαθμονόμηση** Πριν από τη λεπτομερή ανάλυση, τα ακατέργαστα δεδομένα πρέπει να υποβληθούν σε διαδικασίες διόρθωσης για να αντιμετωπιστούν προβλήματα όπως ο θόρυβος του αισθητήρα, παραμορφώσεις ή εσφαλμένες ευθυγραμμίσεις. Η μείωση του θορύβου επιτυγχάνεται με την εφαρμογή φίλτρων, όπως το Gaussian φίλτρο, που αφαιρούν τον ανεπιθύμητο θόρυβο από την εικόνα, βελτιώνοντας την ποιότητα των δεδομένων. Παράλληλα, η γεωμετρική διόρθωση είναι απαραίτητη για την προσαρμογή των δεδομένων σε οποιεσδήποτε παραμορφώσεις που προκαλούνται είτε από το οπτικό σύστημα είτε από την εσφαλμένη ευθυγράμμιση των αισθητήρων, διασφαλίζοντας έτσι την ακρίβεια της ανάλυσης που ακολουθεί.

### Ανακατασκευή Κυματομορφής

**Ανίχνευση Κυματομορφής** Το εκτροπόμετρο μετρά τις παραμορφώσεις της κυματομορφής συγκρίνοντας την καταγεγραμμένη εικόνα με μια αναφορά κυματομορφής. Τα καταγεγραμμένα δεδομένα κυματομορφής συνήθως αναπαριστώνται ως πίνακας τιμών έντασης, οι οποίες πρέπει να επεξεργαστούν για την ανακατασκευή του πραγματικού σχήματος της κυματομορφής.

**Παρεμβολή και Δειγματοληψία** Οι αλγόριθμοι παρεμβολής χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση τιμών κυματομορφής μεταξύ των μετρούμενων σημείων, βελτιώνοντας την χωρική ανάλυση. Κοινές μέθοδοι περιλαμβάνουν:

**Διγραμμική Παρεμβολή** Εκτίμηση τιμών με βάση μια γραμμική συνάρτηση των γύρω μετρούμενων σημείων.

**Δικυβική Παρεμβολή** Χρήση κυβικών πολυωνύμων για την παρεμβολή δεδομένων, προσφέροντας ομαλότερα αποτελέσματα από τη διγραμμική παρεμβολή.

## Υπολογισμός Εκτροπών

**Προσαρμογή Πολυωνύμων Zernike** Οι εκτροπές συχνά περιγράφονται χρησιμοποιώντας πολυώνυμα Zernike, τα οποία διασπούν την κυματομορφή σε μια σειρά ορθογώνιων συναρτήσεων. Τα πολυώνυμα Zernike παρέχουν έναν συμπαγή και τυποποιημένο τρόπο για την αναπαράσταση τόσο των εκτροπών χαμηλής όσο και υψηλής τάξης.

**Μαθηματική Αναπαράσταση** Η επέκταση του πολυωνύμου Zernike δίνεται από:

$$W(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm} Z_{nm}(x, y) \quad (4.1)$$

όπου το  $W(x, y)$  είναι η εκτροπή της κυματομορφής, τα  $c_{nm}$  είναι οι συντελεστές και τα  $Z_{nm}(x, y)$  είναι τα πολυώνυμα Zernike.

**Υπολογισμός Συντελεστών** Για την εξαγωγή των συντελεστών  $c_{nm}$ , ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί συνήθως προσαρμογή ελαχίστων τετραγώνων:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{W} \quad (4.2)$$

όπου το  $\mathbf{Z}$  είναι ο πίνακας των πολυωνύμων Zernike και το  $\mathbf{W}$  είναι το διάνυσμα των μετρήσεων της κυματομορφής.

### Προχωρημένη Ανάλυση Εκτροπών

**Εκτροπές Ανώτερης Τάξης** Ενώ τα πολυώνυμα Zernike αναπαριστούν αποτελεσματικά κοινές εκτροπές όπως αφεστίαση και αστιγματισμό, η προχωρημένη ανάλυση περιλαμβάνει εκτροπές ανώτερης τάξης. Αυτές περιλαμβάνουν πολύπλοκα πρότυπα όπως κόμη και trefoil, τα οποία αναπαριστώνται από όρους πολυωνύμων Zernike ανώτερης τάξης ή άλλες βάσεις πολυωνύμων.

**Ανάλυση Σφαλμάτων Κυματομορφής** Τα σφάλματα κυματομορφής ποσοτικοποιούν τις αποκλίσεις από την ιδανική κυματομορφή και είναι κρίσιμα για την αξιολόγηση της ποιότητας ενός οπτικού συστήματος. Δύο από τις πιο κοινές μετρικές που χρησιμοποιούνται για αυτήν την ποσοτικοποίηση είναι το Σφάλμα Μέσου Τετραγώνου (RMS) και το Σφάλμα Κορυφής προς Κοιλιάδα (PV). Το RMS αντιπροσωπεύει την τυπική απόκλιση του σφάλματος κυματομορφής, παρέχοντας μια μέση τιμή των εκτροπών που συμβαίνουν στο σύστημα. Από την άλλη πλευρά, το PV μετρά τη μέγιστη απόκλιση από την ιδανική κυματομορφή, αναδεικνύοντας έτσι τις πιο σοβαρές εκτροπές που μπορεί να επηρεάσουν την απόδοση του συστήματος. Αυτές οι αριθμητικές αναπαραστάσεις είναι εξαιρετικά σημαντικές για την κατανόηση και τη διόρθωση των οπτικών ατελειών.

**Σχέση Strehl** Η σχέση Strehl χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της ποιότητας των οπτικών συστημάτων συγκρίνοντας την κορυφή έντασης της παραμορφωμένης εικόνας με την κορυφή έντασης της ιδανικής εικόνας. Παρέχει μια ένδειξη για το πόσο καλά αποδίδει το οπτικό σύστημα σε σύγκριση με ένα ιδανικό σύστημα.

### Ενοποίηση Δεδομένων και Οπτικοποίηση

**Ενοποίηση με Άλλα Διαγνωστικά Εργαλεία** Τα δεδομένα εκτροπομετρίας συχνά ενοποιούνται με άλλα διαγνωστικά εργαλεία, όπως η Οπτική Τομογραφία Συνοχής (OCT), για να παρέχουν μια ολοκληρωμένη ανάλυση των οπτικών και δομικών ιδιοτήτων του οφθαλμού. Η διαδικασία αυτή απαιτεί τη σύντηξη δεδομένων, η οποία περιλαμβάνει τον συνδυασμό δεδομένων από διαφορετικές πηγές με τη χρήση αλγορίθμων που αντιστοιχούν και ενσωματώνουν τις πληροφορίες με ακρίβεια. Επιπλέον, εφαρμόζεται πολυτροπική ανάλυση, όπου συνδυασμένες αριθμητικές αναπαραστάσεις από την εκτροπομετρία και το OCT χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση της συνολικής υγείας και απόδοσης του οφθαλμού, προσφέροντας μια πιο ολοκληρωμένη και ακριβή διάγνωση.

**Τεχνικές Οπτικοποίησης** Η αποτελεσματική οπτικοποίηση των δεδομένων εκτροπών είναι κρίσιμη για την ερμηνεία των αποτελεσμάτων και τη λήψη κλινικών αποφάσεων. Αυτή περιλαμβάνει τη χρήση διαφόρων τεχνικών, όπως οι χάρτες εκτροπών, που παρέχουν γραφικές αναπαραστάσεις των εκτροπών κατά μήκος της κόρης, δείχνοντας πώς οι παραμορφώσεις ποικίλουν ανάλογα με τη θέση. Επιπλέον, τα 3D γραφήματα επιφανειών επιτρέπουν την οπτικοποίηση του σχήματος της κυματομορφής και των παραμορφώσεων σε τρεις διαστάσεις, προσφέροντας μια σαφή εικόνα των χαρακτηριστικών της κυματομορφής. Οι χάρτες θερμότητας, από την άλλη πλευρά, αναδεικνύουν περιοχές με σημαντικές εκτροπές ή αποκλίσεις, διευκολύνοντας τον εντοπισμό προβληματικών σημείων και την κατανόηση της έκτασης των εκτροπών. Μέσω αυτών των τεχνικών, οι κλινικοί επιστήμονες μπορούν να πάρουν καλύτερα ενημερωμένες αποφάσεις για την πορεία των ασθενών.

### Προδιαγραφές Λογισμικού και Υπολογιστικές Εξετάσεις

**Απαιτήσεις Λογισμικού** Το λογισμικό εκτροπομετρίας πρέπει να είναι ικανό να χειρίζεται μεγάλα σύνολα δεδομένων, να εκτελεί σύνθετους υπολογισμούς και να παρέχει εύχρηστες διεπαφές για τους χρήστες. Οι κύριες απαιτήσεις περιλαμβάνουν την υπολογιστική υψηλών επιδόσεων, όπου χρησιμοποιούνται αποτελεσματικοί αλγόριθμοι επεξεργασίας για την ανάλυση δεδομένων σε πραγματικό χρόνο, εξασφαλίζοντας ταχύτητα και ακρίβεια. Επιπλέον, είναι σημαντική η ύπαρξη γραφικών διεπαφών χρήστη (GUIs), οι οποίες επιτρέπουν στους κλινικούς επιστήμονες να ερμηνεύουν τα αποτελέσματα και να λαμβάνουν αποφάσεις με ευκολία. Τέλος, η αποθήκευση και διαχείριση δεδομένων αποτελεί κρίσιμο στοιχείο, απαι-

τώντας αξιόπιστα συστήματα για την αποθήκευση και την αποτελεσματική διαχείριση μεγάλων όγκων δεδομένων μέτρησης, διασφαλίζοντας την πρόσβαση σε πληροφορίες όποτε χρειάζεται.

**Υπολογιστικοί Αλγόριθμοι** Η υπολογιστική απόδοση των αλγορίθμων είναι κρίσιμη για την εκτέλεση εφαρμογών σε πραγματικό χρόνο, και αυτό επιτυγχάνεται μέσω τεχνικών όπως ο Ταχεία Μετασχηματισμός Fourier (FFT), ο οποίος χρησιμοποιείται για την αποτελεσματική υπολογισμό της ανακατασκευής κυματομορφής και της προσαρμογής πολυωνύμων. Παράλληλα, η παράλληλη επεξεργασία αξιοποιεί πολυπύρηνους επεξεργαστές και GPUs, επιταχύνοντας τις εργασίες επεξεργασίας δεδομένων και βελτιώνοντας την απόδοση του συστήματος.

**Διαχείριση Σφαλμάτων και Βαθμονόμηση** Η ακριβής βαθμονόμηση και η διαχείριση σφαλμάτων είναι εξίσου απαραίτητες για την εξασφάλιση αξιόπιστων μετρήσεων. Οι αλγόριθμοι πρέπει να προσαρμόζονται ώστε να αντισταθμίζουν οποιεσδήποτε αποκλίσεις μεταξύ των ιδανικών και των πραγματικών συνθηκών μέτρησης, διασφαλίζοντας έτσι την ακρίβεια των αποτελεσμάτων. Επιπλέον, είναι απαραίτητο να αναγνωρίζουν και να διορθώνουν τυχόν τεχνουργήματα ή ανωμαλίες στη μέτρηση, ώστε να ελαχιστοποιούνται τα σφάλματα και να βελτιώνεται η ποιότητα των δεδομένων που αναλύονται.

Τεχμαίρεται λοιπόν, πως οι αλγόριθμοι επεξεργασίας δεδομένων στην εκτροπομετρία είναι απαραίτητοι για την ακριβή μέτρηση και ανάλυση των οπτικών εκτροπών. Με την εφαρμογή τεχνικών όπως η προσαρμογή πολυωνύμων Zernike, η ανάλυση σφαλμάτων κυματομορφής και οι προχωρημένες μέθοδοι οπτικοποίησης, η εκτροπομετρία παρέχει μια ολοκληρωμένη κατανόηση του οπτικού συστήματος. Αυτοί οι αλγόριθμοι επιτρέπουν την ακριβή διόρθωση της όρασης και συμβάλλουν στη συνεχιζόμενη έρευνα και ανάπτυξη στην οπτική επιστήμη. Καθώς η τεχνολογία προοδεύει, οι βελτιώσεις στις υπολογιστικές μεθόδους και η ενσωμάτωση με άλλα διαγνωστικά εργαλεία θα συνεχίσουν να ενισχύουν την αποτελεσματικότητα και τις εφαρμογές της εκτροπομετρίας.

#### 4.4.3 Τρέχοντες Χρήστες

**Οπτομέτρες** Τα εκτροπόμετρα χρησιμοποιούνται ευρέως σε κλινικά περιβάλλοντα για λεπτομερείς οφθαλμικές εξετάσεις και δημιουργία εξατομικευμένων συνταγών.

**Οφθαλμίατροι και Χειρουργοί Διόρθωσης Όρασης** Οι χειρουργοί χρησιμοποιούν αμπερόμετρα για τον προγραμματισμό και την εκτέλεση ακριβών χειρουργικών επεμβάσεων διόρθωσης της όρασης, διασφαλίζοντας τη βέλτιστη διόρθωση των εκτροπών ανώτερης τάξης.

**Ερευνητές** Οι επιστήμονες χρησιμοποιούν αμπερόμετρα στην έρευνα για να μελετήσουν τις οπτικές ιδιότητες του ματιού και να αναπτύξουν νέες τεχνολογίες διόρθωσης της όρασης.



## Σημασία στην Πράξη

Τα εκτροπόμετρα παρέχουν επίπεδο λεπτομέρειας που οι παραδοσιακές μέθοδοι, όπως τα αυτόματα διαθλασίμετρα, δεν μπορούν να επιτύχουν. Με τον εντοπισμό και την ποσοτικοποίηση των εκτροπών ανώτερης τάξης, επιτρέπουν πιο ακριβή και εξατομικευμένη διόρθωση της όρασης, οδηγώντας σε βελτιωμένα οπτικά αποτελέσματα και ικανοποίηση των ασθενών.

## Κεφάλαιο 5

# Μαθηματική Μοντελοποίηση

### 5.1 Αρχές του Αισθητήρα Hartmann-Shack

Όπως παρουσιάστηκε στην παράγραφο 4.3.1 ο αισθητήρας Hartmann-Shack αποτελείται από ένα σύνολο μικροφακών (lenslets) που εστιάζουν τμήματα ενός εισερχόμενου μετώπου κύματος σε έναν ανιχνευτή, συνήθως έναν ανιχνευτή φόρτισης (CCD). Όταν ένα επίπεδο μέτωπο κύματος (χωρίς παραμόρφωση) περνά μέσα από τον αισθητήρα, κάθε μικροφακός εστιάζει το φως σε ένα σημείο ακριβώς πάνω στον οπτικό άξονα. Ωστόσο, όταν ένα μέτωπο κύματος με εκτροπές περνά μέσα από τον αισθητήρα, τα σημεία εστίασης μετακινούνται από τις ιδανικές θέσεις τους. Αυτές οι μετατοπίσεις χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των τοπικών κλίσεων του μετώπου κύματος και κατά συνέπεια του ίδιου του μετώπου κύματος.

Μαθηματικά [2], αν το  $(x_i, y_i)$  αντιπροσωπεύει τη θέση του  $i$ -ου σημείου στην διάταξη CCD από μια ιδανική θέση αναφοράς  $(x_{0i}, y_{0i})$ , η τοπική κλίση του μετώπου κύματος  $(\partial W/\partial x, \partial W/\partial y)$  στον μικροφακό μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας τις εξής εξισώσεις:

$$\frac{\partial W}{\partial x} \approx \frac{x_i - x_{0i}}{f} \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} \approx \frac{y_i - y_{0i}}{f} \quad (5.2)$$

όπου  $f$  είναι η εστιακή απόσταση του μικροφακού.

## 5.2 Ανακατασκευή του Μετώπου Κύματος

Το συνολικό μέτωπο κύματος  $W(x, y)$  μπορεί να ανακατασκευαστεί με την ολοκλήρωση αυτών των τοπικών κλίσεων. Αυτό συνήθως γίνεται με την προσαρμογή των δεδομένων του μετώπου κύματος σε ένα σύνολο ορθογώνιων βασικών συναρτήσεων, όπως τα πολυώνυμα Zernike. [21]

## 5.3 Πολυώνυμα Zernike

Τα πολυώνυμα Zernike είναι μια σειρά ορθογώνιων πολυωνύμων που ορίζονται στον μοναδιαίο κύκλο, γεγονός που τα καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμα για την αναπαράσταση των δεδομένων του μετώπου κύματος σε κυκλική κόρη. Συνήθως αναφέρονται με μια διπλή αρίθμηση  $Z_n^m(\rho, \theta)$ , όπου  $n$  είναι η ακτινική τάξη και  $m$  η συχνότητα αζιμουθίου, και οι  $(\rho, \theta)$  είναι πολικές συντεταγμένες κανονικοποιημένες έτσι ώστε  $0 \leq \rho \leq 1$ .

Η γενική μορφή ενός πολυωνύμου Zernike είναι:

$$Z_n^m(\rho, \theta) = R_n^m(\rho) \cos(m\theta) \quad (5.3)$$

$$Z_n^{-m}(\rho, \theta) = R_n^m(\rho) \sin(m\theta) \quad (5.4)$$

όπου  $R_n^m(\rho)$  είναι το ακτινικό πολυώνυμο που ορίζεται ως εξής:

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} (-1)^k \frac{(n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} \rho^{n-2k} \quad (5.5)$$

## 5.4 Συντελεστές Zernike και Περιγραφή του Μετώπου Κύματος

Το μέτωπο κύματος  $W(\rho, \theta)$  εκφράζεται ως γραμμικός συνδυασμός των πολυωνύμων Zernike [12]:

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n C_n^m Z_n^m(\rho, \theta) \quad (5.6)$$

όπου  $C_n^m$  είναι οι συντελεστές Zernike.

Για τον υπολογισμό αυτών των συντελεστών, τα μετρούμενα δεδομένα του μετώπου κύματος προσαρμό-

ζονται στα πολυώνυμα Zernike χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων:

$$C_n^m = \int_0^{2\pi} \int_0^1 W(\rho, \theta) Z_n^m(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta \quad (5.7)$$

## 5.5 Μετατροπή των Συντελεστών Zernike σε Κλινική Συνταγή

Οι συντελεστές Zernike έως και τη δεύτερη τάξη σχετίζονται άμεσα με τα κοινά διαθλαστικά σφάλματα (εκτροπή και αστιγματισμός) και μπορούν να μετατραπούν σε κλινική συνταγή. Στην παρούσα πτυχιακή εργασία θα μελετηθούν τρεις προσεγγίσεις που βρέθηκαν στην βιβλιογραφία. Αυτές ονοματοδοτούνται από τους συγγραφείς των αντίστοιχων δημοσιεύσεών τους.

**Προσέγγιση 1 (Zhigang et al., 2017 [24])**

$$SPH = \frac{4\sqrt{3}}{R^2} C_5 \quad (5.8)$$

$$CYL = -\frac{2\sqrt{6}}{R^2} \sqrt{(C_4)^2 + (C_6)^2} \quad (5.9)$$

$$\theta = - \quad (5.10)$$

**Προσέγγιση 2 (Carvalho et al., 2002 [2])**

$$SPH = \frac{4\sqrt{C_5}}{d^2} \quad (5.11)$$

$$CYL = 4\sqrt{6} \frac{\sqrt{(C_4)^2 + (C_6)^2}}{R^2} \quad (5.12)$$

$$Carvalho \begin{cases} \theta = 90 + \arctan\left(\frac{C_6}{C_4}\right) & \text{if } \frac{C_6}{C_4} > 0 \\ \theta = \arctan\left(\frac{C_6}{C_4}\right) & \text{if } \frac{C_6}{C_4} \leq 0 \end{cases} \quad (5.13)$$

**Προσέγγιση 3 (Unterhorst et al, 2015 [20])**

$$SPH = -\frac{4\sqrt{3}C_2^0}{R^2} - \frac{2\sqrt{6}\sqrt{(C_2^{-2})^2 + (C_2^2)^2}}{R^2} \quad (5.14)$$

$$CYL = -\frac{4\sqrt{6}\sqrt{(C_2^{-2})^2 + (C_2^2)^2}}{R^2} \quad (5.15)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{C_2^{-2}}{C_2^2}\right) \quad (5.16)$$

**Κατανόηση των Διαφορών**

Οι εξισώσεις για την εξαγωγή των τιμών σφαίρας, κυλίνδρου και άξονα από τους συντελεστές Zernike διαφέρουν μεταξύ διαφόρων μελετών λόγω των διαφορετικών μεθοδολογιών και συμφραζόμενων στα οποία μετρώνται και ερμηνεύονται οι εκτροπές μετώπου κύματος. Αυτές οι διαφορές οφείλονται σε διάφορους παράγοντες, όπως οι τεχνικές και συνθήκες μέτρησης, που περιλαμβάνουν διαφορετικές διατάξεις αισθητήρων Hartmann-Shack, τη χρήση διαφορετικών διαδικασιών βαθμονόμησης και ποικίλες περιβαλλοντικές συνθήκες, κάθε μία από τις οποίες μπορεί να εισάγει μοναδικά συστηματικά σφάλματα ή να απαιτεί συγκεκριμένες προσαρμογές βαθμονόμησης. Επίσης, τα μαθηματικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται για την ερμηνεία των συντελεστών Zernike μπορεί να διαφέρουν, καθώς κάποια μοντέλα μπορεί να δίνουν προτεραιότητα στην ελαχιστοποίηση συγκεκριμένων τύπων εκτροπών ή να επικεντρώνονται σε διαφορετικές πτυχές των δεδομένων του μετώπου κύματος, οδηγώντας σε διαφορετικές εξισώσεις για τη σφαίρα, τον κύλινδρο και τον άξονα. Η ανακατασκευή του μετώπου κύματος από τοπικές κλίσεις μπορεί επίσης να προσεγγιστεί με διάφορους τρόπους, όπως μέσω μετασχηματισμών Fourier, χωρικής αποδιαμόρφωσης ή άμεσης προσαρμογής πολυωνύμων Zernike, που μπορεί να αποδώσουν ελαφρώς διαφορετικούς συντελεστές λόγω των υπολογιστικών διαδικασιών τους. Επιπλέον, ορισμένες μελέτες μπορεί να συμπεριλαμβάνουν εκτροπές ανώτερης τάξης στους υπολογισμούς τους, οδηγώντας σε πιο σύνθετες εξισώσεις, ενώ άλλες μπορεί να επικεντρώνονται αποκλειστικά σε εκτροπές χαμηλότερης τάξης, απλοποιώντας τα μοντέλα τους. Τέλος, οι πρακτικές, κλινικές προσεγγίσεις συχνά απλοποιούν τις εξισώσεις για ευκολία στη χρήση και γρήγορο υπολογισμό, εισάγοντας ενδεχομένως προσεγγίσεις που δεν υπάρχουν σε πιο αυστηρές θεωρητικές μελέτες.

## Παραδείγματα Υπολογισμών με Σταθερούς Συντελεστές

Για να καταδειχθούν οι διαφορές, ας εξετάσουμε τους ακόλουθους συντελεστές Zernike, οι οποίοι έχουν επιλεγθεί τυχαία:

- $C_2^0 = -0.2 \mu m$  (ή αλλιώς  $C_4$ )
- $C_2^{-2} = 0.1 \mu m$  (ή αλλιώς  $C_5$ )
- $C_2^2 = 0.05 \mu m$  (ή αλλιώς  $C_6$ )

με ακτίνα κόρης ίση με  $R = 3 mm$ .

Θα υπολογιστούν οι τιμές της σφαίρας, του κυλίνδρου και του άξονα χρησιμοποιώντας τις τρεις διαφορετικές προσεγγίσεις που παρουσιάστηκαν παραπάνω.

### Προσέγγιση 1 (Zhigang et al., 2017 [24])

$$SPH = \frac{4\sqrt{3}}{R^2} C_5$$

Αντικαθιστώντας  $C_5 = 0.1 \mu m$  και  $R = 3 mm$ :

$$SPH = \frac{4\sqrt{3} \times 0.1}{(3)^2} = \frac{0.4\sqrt{3}}{9} D \approx \frac{0.6928}{9} D \approx 0.077 D$$

$$CYL = -\frac{2\sqrt{6}}{R^2} \sqrt{(C_4)^2 + (C_6)^2}$$

Αντικαθιστώντας  $C_4 = -0.2 \mu m$ ,  $C_6 = 0.05 \mu m$  και  $R = 3 mm$ :

$$CYL = -\frac{2\sqrt{6}}{(3)^2} \sqrt{(-0.2)^2 + (0.05)^2} D = -\frac{2\sqrt{6}}{9} \sqrt{0.04 + 0.0025} D$$

$$CYL = -\frac{2\sqrt{6}}{9} \sqrt{0.0425} D \approx -\frac{2\sqrt{6} \times 0.206}{9} D \approx -\frac{1.008}{9} D \approx -0.112 D$$

$$\theta = -\arctan\left(\frac{C_6}{C_4}\right)$$

Αντικαθιστώντας  $C_6 = 0.05 \mu m$  και  $C_4 = -0.2 \mu m$ :

$$\theta = -\arctan\left(\frac{0.05}{-0.2}\right) = -\arctan(-0.25) \approx 14.04^\circ$$

**Προσέγγιση 2 (Carvalho et al., 2002 [2])**

$$SPH = \frac{4\sqrt{C_5}}{d^2}$$

Αντικαθιστώντας  $C_5 = 0.1 \mu m$ :

$$SPH = \frac{4\sqrt{0.1}}{d^2} = \frac{4 \times 0.316}{d^2} = \frac{1.264}{d^2} D$$

$$CYL = 4\sqrt{6} \frac{\sqrt{(C_4)^2 + (C_6)^2}}{R^2}$$

Αντικαθιστώντας  $C_4 = -0.2 \mu m$ ,  $C_6 = 0.05 \mu m$  και  $R = 3 mm$ :

$$CYL = 4\sqrt{6} \frac{\sqrt{0.04 + 0.0025}}{9} D = 4\sqrt{6} \times \frac{0.206}{9} D \approx \frac{4 \times 0.504}{9} D \approx 0.224 D$$

$$\begin{cases} \theta = 90 + \arctan\left(\frac{C_6}{C_4}\right) & \text{if } \frac{C_6}{C_4} > 0 \\ \theta = \arctan\left(\frac{C_6}{C_4}\right) & \text{if } \frac{C_6}{C_4} \leq 0 \end{cases}$$

Δεδομένων των τιμών,

$$\frac{C_6}{C_4} = \frac{0.05}{-0.2} = -0.25$$

Έτσι,

$$\theta = \arctan(-0.25) \approx -14.04^\circ$$

### Προσέγγιση 3 (Unterhorst et al, 2015 [20])

Έχοντας  $C_2^0 = C_4$ ,  $C_2^{-2} = C_5$ , και  $C_2^2 = C_6$ :

$$SPH = -\frac{4\sqrt{3}C_4}{R^2} - \frac{2\sqrt{6}\sqrt{(C_5)^2 + (C_6)^2}}{R^2}$$

Αντικαθιστώντας:

$$SPH = -\frac{4\sqrt{3}(-0.2)}{(3)^2} - \frac{2\sqrt{6}\sqrt{(0.1)^2 + (0.05)^2}}{9} D \Rightarrow$$

$$SPH = \frac{4(0.2\sqrt{3})}{9} - \frac{2\sqrt{6} \cdot 0.0125}{9} D \Rightarrow$$

$$SPH = \frac{0.8\sqrt{3}}{9} - \frac{0.504\sqrt{6}}{9} \approx 0.077 - 0.112 = -0.035 D$$

$$CYL = -\frac{4\sqrt{6}\sqrt{(C_5)^2 + (C_6)^2}}{R^2}$$

Αντικαθιστώντας  $C_5 = 0.1 \mu m$  και  $C_6 = 0.05 \mu m$ :

$$CYL = -\frac{4\sqrt{6}\sqrt{0.01 + 0.0025}}{9} D = -\frac{4 \cdot 0.504\sqrt{6}}{9} \approx -0.448 D$$

Τελικά, για τον άξονα

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{C_5}{C_6}\right)$$



Αντικαθιστώντας  $C_5 = 0.1 \mu m$  και  $C_6 = 0.05 \mu m$ :

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{0.1}{0.05}\right) = \frac{1}{2} \arctan(2) \approx \frac{1}{2} \times 63.43^\circ = 31.72^\circ$$

## 5.6 Εκτροπές Ανώτερης Τάξης

Οι εκτροπές ανώτερης τάξης (HOAs) περιλαμβάνουν όρους πέρα από τη δεύτερη τάξη, όπως το κόμη, το trefoil και η σφαιρική εκτροπή. Αυτές οι εκτροπές είναι πιο σύνθετες και συνήθως απαιτούν προηγμένες μεθόδους διόρθωσης, όπως προσαρμοσμένοι φακοί επαφής, χειρουργικές επεμβάσεις κ.α. αναλόγως της παθολογίας που σηματοδοτούν.

## Κεφάλαιο 6

# Συλλογή Δεδομένων

Ο σκοπός αυτής της μελέτης προϋπέθετε τη συλλογή μετρήσεων από συμμετέχοντες χρησιμοποιώντας δύο προηγμένα οφθαλμολογικά όργανα: ένα αυτόματο διαθλασίμετρο και το εκτροπόμετρο CSO Osiris, εξοπλισμό που διαθέτει το Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής. Η συλλογή δεδομένων στόχευε στην αξιολόγηση και σύγκριση των παραμέτρων διαθλαστικών σφαλμάτων και εκτροπών μετώπου κύματος των οφθαλμών των συμμετεχόντων. Παρακάτω παρατίθεται μια λεπτομερής περιγραφή της διαδικασίας που θα ακολουθείται κατά τη διάρκεια της μελέτης εφόσον είχαν χρησιμοποιηθεί πραγματικά δεδομένα στην παράγραφο 6.2. Στα πλαίσια της παρούσας διπλωματικής εργασίας τα δεδομένα παράχθηκαν τεχνητά, όπως παρουσιάζεται στην παράγραφο 6.1 και θεωρούμε πως οι συμμετέχοντες ήταν 13.

### 6.1 Παραγωγή τεχνητών δεδομένων

#### 6.1.1 Στόχος

Ο στόχος είναι η δημιουργία 13 εικονικών συνόλων δεδομένων, όπου οι τιμές για Sph, Cyl, Axis και οι συντελεστές Zernike προέρχονται από κατανομές βασισμένες σε στατιστικές παραμέτρους (μέση τιμή και τυπική απόκλιση). [10] [16]. Οι εικονικοί συμμετέχοντες θεωρούμε πως έχουν υγιείς, μη παθολογικούς οφθαλμούς για την διασφάλιση της αξιοπιστίας της εν λόγω μελέτης.

### 6.1.2 Διαδικασία

#### Ταυτοποίηση Στατιστικών Παραμέτρων

Ενδεικτικά παρουσιάζονται οι μέσες τιμές  $\mu$  που χρησιμοποιήθηκαν για Sph, Cyl και Axis στον πίνακα 6.1.

Οντότητα	Διαθλασίμετρο	6mm Εκτροπόμετρο	4mm Εκτροπόμετρο
Sph [D]	-2.47	-2.63	-2.44
Cyl [D]	-0.99	-1.16	-1.11
Axis [°]	121.51	120.95	122.32

Πίνακας 6.1: Μέσες τιμές Sph, Cyl & Axis που χρησιμοποιήθηκαν για τη γέννηση των δεδομένων

#### Παραγωγή Τυχαίων Τιμών από Κανονική Κατανομή

Για κάθε παράμετρο (Sph, Cyl και συντελεστές Zernike), γεννιούνται τιμές οι οποίες ακολουθούν την κανονική κατανομή  $N(\mu, \sigma)$ , όπου:

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

Αυτό σημαίνει ότι για κάθε συμμετέχοντα, η τιμή για Sph, Cyl και οι συντελεστές Zernike προκύπτουν από μια κανονική κατανομή με δεδομένη μέση τιμή και τυπική απόκλιση.

#### Δημιουργία 13 Συνόλων Δεδομένων

Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία δειγματοληψίας 13 φορές, δημιουργώντας κάθε φορά ένα νέο σύνολο δεδομένων. Βεβαιωνόμαστε ότι κάθε σύνολο δεδομένων ακολουθεί τις στατιστικές κατανομές που αναφέρονται στη βιβλιογραφία. Κάθε σύνολο δεδομένων θα περιέχει:

- Τιμές Sph και Cyl από το εκτροπόμετρο και το αυτόματο διαθλασίμετρο.
- Τιμές Άξονα Αστιγματισμού.
- Συντελεστές Zernike για τις κατώτερης και ανώτερης τάξης εκτροπές.

#### Δομή Δεδομένων

Οργανώνουμε τα δεδομένα σε μορφή όπου κάθε συμμετέχων αναπαρίσταται από μια σειρά και κάθε παράμετρος (Sph, Cyl, Άξονας, Zernike) αναπαρίσταται από μια στήλη και αποθηκεύονται σε μορφή csv.

Τα δεδομένα που παράχθηκαν για το εκτροπόμετρο παρουσιάζονται στο παράρτημα 11, όπου αναφέρονται σε μορφή πίνακα τα πολυώνυμα Zernike για κάθε συμμετέχοντα και στο παράρτημα 13, όπου αναφέρονται οι βαθμοί (Sph, Cyl, Axis) που το εκτροπόμετρο θα πρότεινε ότι θα χρειαζόταν κάθε συμμετέχοντας για να επιτύχει την βέλτιστη δυνατή οπτική οξύτητα. Αντίστοιχα, Τα δεδομένα που παράχθηκαν για το αυτόματο διαθλασίμετρο παρουσιάζονται στο παράρτημα 12.

### Έλεγχος Συνοχής Δεδομένων

Ελέγχουμε τη συνοχή μεταξύ των συνταγών διάθλασης (Sph, Cyl, Axis) και των συντελεστών Zernike για να διασφαλίσουμε ότι τα δεδομένα περιγράφουν ένα ρεαλιστικό οπτικό σύστημα.

## 6.2 Θεωρητική διαδικασία λήψης δεδομένων από συμμετέχοντες

Δεκατρία άτομα συμμετέχουν σε αυτήν τη μελέτη. Οι συμμετέχοντες επιλέγονται με βάση τα ακόλουθα κριτήρια:

1. Ηλικία άνω των 18 ετών
2. Καμία ενεργή οφθαλμική νόσος ή μόλυνση.
3. Αποφυγή χρήσης φακών επαφής τις τελευταίες 24 ώρες πριν την εξέταση.

### 6.2.1 Προετοιμασία πριν την εξέταση

**Ενημερωμένη Συγκατάθεση** Κάθε συμμετέχων ενημερώνεται για τον σκοπό της μελέτης, τις διαδικασίες που εμπλέκονται και τυχόν πιθανούς κινδύνους και λαμβάνεται γραπτή ενημερωμένη συγκατάθεση από όλους τους συμμετέχοντες.

**Έλεγχος Υγείας Οφθαλμών** Πραγματοποιείται ένας προκαταρκτικός έλεγχος υγείας των οφθαλμών για να διασφαλιστεί η καταλληλότητα των συμμετεχόντων. Αυτό περιλαμβάνει μια σύντομη λήψη ιστορικού και έλεγχο οπτικής οξύτητας.

### 6.2.2 Βαθμονόμηση Εξοπλισμού

**Βαθμονόμηση Αυτόματου Διαθλασίμετρου** Το αυτόματο διαθλασίμετρο βαθμονομείται σύμφωνα με τις οδηγίες του κατασκευαστή για να εξασφαλιστούν ακριβείς μετρήσεις. Αυτό περιλαμβάνει τη χρήση ενός μπλοκ βαθμονόμησης που παρέχεται από τον κατασκευαστή.

**Βαθμονόμηση Εκτροπόμετρου CSO Osiris** Ομοίως, το εκτροπόμετρο CSO Osiris βαθμονομείται χρησιμοποιώντας μια τυπική διαδικασία βαθμονόμησης που παρέχεται από τον κατασκευαστή. Αυτό το βήμα διασφαλίζει ότι η συσκευή μετρά με ακρίβεια τις εκτροπές του μετώπου κύματος.

### 6.2.3 Διαδικασία Συλλογής Δεδομένων

**Μετρήσεις με το Εκτροπόμετρο CSO Osiris**



Σχήμα 6.1: Εκτροπόμετρο CSO Osiris

- **Τοποθέτηση Συμμετέχοντα:** Ο συμμετέχων παραμένει καθισμένος στην ίδια θέση, με μικρές προσαρμογές για να εξυπηρετηθεί η χρήση του εκτροπόμετρου CSO Osiris.
- **Οδηγίες:** Ο συμμετέχων καθοδηγείται να εστιάσει σε ένα συγκεκριμένο σημείο μέσα στο εκτροπόμετρο. Ο στόχος εστίασης δεν είναι κρίσιμος για την απόκτηση ακριβών μετρήσεων καθώς το εκτροπόμετρο μπορεί να ανταπεξέλθει ανεξάρτητα από τη συμπεριφορά του ασθενή.

- **Διαδικασία Μέτρησης:** Ο ερευνητής ευθυγραμμίζει το εκτροπόμετρο με τον οφθαλμό του συμμετέχοντα. Η συσκευή εκπέμπει μια σειρά φωτεινών κυμάτων στον οφθαλμό και καταγράφει τα επιστρεφόμενα δεδομένα μετώπου κύματος. Αυτά τα δεδομένα χρησιμοποιούνται για την ανάλυση του οπτικού συστήματος του οφθαλμού και τον εντοπισμό τυχόν εκτροπών.
- **Καταγραφή Δεδομένων:** Δύο μετρήσεις λαμβάνονται για κάθε οφθαλμό για να διασφαλιστεί η ακρίβεια. Τα δεδομένα περιλαμβάνουν διάφορες παραμέτρους εκτροπών μετώπου κύματος, όπως εκτροπές χαμηλότερης τάξης (μυωπία, υπερμετρωπία και αστιγματισμός) και εκτροπές ανώτερης τάξης (κόμη, trefoil και σφαιρική εκτροπή).

### Μετρήσεις με το Αυτόματο Διαθλασίμετρο



Σχήμα 6.2: Αυτόματο Διαθλασίμετρο

1. **Τοποθέτηση Συμμετέχοντα:** Ο συμμετέχων κάνεται άνετα μπροστά από το αυτόματο διαθλασίμετρο. Το υποστήριγμα πηγουνιού και το στηρίγμα μετώπου ρυθμίζονται για να διασφαλιστεί η σταθερότητα του κεφαλιού του συμμετέχοντα.
2. **Οδηγίες:** Ο συμμετέχων καθοδηγείται να κοιτάξει τον στόχο εστίασης μέσα στο αυτόματο διαθλασίμετρο. Ο στόχος είναι συνήθως μια μικρή εικόνα που βοηθά στη διατήρηση της εστίασης του συμμετέχοντα.
3. **Διαδικασία Μέτρησης:** Ο ερευνητής ευθυγραμμίζει το όργανο με τον οφθαλμό του συμμετέχοντα και εστιάζει σε αυτό. Το αυτόματο διαθλασίμετρο λαμβάνει μια σειρά μετρήσεων διασφαλίζοντας την αξιοπιστία των δεδομένων.

4. **Καταγραφή Δεδομένων:** Καταγράφονται οι μετρήσεις, δηλαδή οι τιμές σφαίρας, κυλίνδρου και άξονα για κάθε οφθαλμό και για κάθε συμμετέχοντα.

#### 6.2.4 Έλεγχος Ποιότητας

Τα δεδομένα και από τις δύο συσκευές ελέγχονται για τυχόν ασυνέπειες ή αποκλίσεις, και σε περίπτωση που κάποια μέτρηση θεωρηθεί αμφισβητή, λαμβάνονται επιπρόσθετες μετρήσεις για να διασφαλιστεί η ακρίβεια. Επιπλέον, τα αποτελέσματα από το αυτόματο διαθλασίμετρο και το εκτροπόμετρο συγκρίνονται με απλή παρατήρηση σε πρώτη φάση και κατόπιν όπως θα δούμε και στο κεφάλαιο 7 αναλύονται και εξάγονται συμπεράσματα σχετικά με το κατά πόσο αυτά είναι συνεπή μεταξύ τους.

#### 6.2.5 Διαδικασίες Μετά την Εξέταση

Όλα τα συλλεχθέντα δεδομένα αποθηκεύονται με ασφάλεια σε ψηφιακή μορφή, με κάθε συμμετέχοντα να λαμβάνει έναν μοναδικό κωδικό για τη διασφάλιση της εμπιστευτικότητας.

Κατά τη διάρκεια της εξέτασης, οι συμμετέχοντες έχουν τη δυνατότητα να παρακολουθήσουν τη διαδικασία, να υποβάλουν ερωτήσεις σχετικά με αυτή και τη χρήση των εργαστηριακών εργαλείων, καθώς και να παρατηρήσουν τα αποτελέσματα των εξετάσεών τους.

## Κεφάλαιο 7

# Επεξεργασία Δεδομένων

Στον παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται η προσπάθεια που έγινε να συγκεντρωθούν από τη βιβλιογραφία μέθοδοι εξαγωγής συνταγών οφθαλμικών φακών εκμεταλλευόμενοι τα δεδομένα που προκύπτουν από την εξέταση με το εκτροπομέτρο, όπως τα πολυώνυμα Zernike ακολουθούμενη τη συλλογή των οπτικών μετρήσεων 13 συμμετεχόντων. Τα δεδομένα που συλλέχθηκαν επεξεργάστηκαν με τη χρήση κώδικα που αναπτύχθηκε από τον συγγραφέα της παρούσας διπλωματικής εργασίας με την υψηλού επιπέδου προγραμματιστική γλώσσα Python και αξιοποιήθηκαν προς εξαγωγή συνταγών οφθαλμικών φακών για κάθε συμμετέχοντα με τρεις διαφορετικές μεθόδους. Οι μέθοδοι αυτές προέκυψαν κατόπιν μελέτης της βιβλιογραφίας. Ο κώδικας έλαβε ως αρχικό όρισμα τις μετρήσεις από τα δύο εργαλεία, το εκτροπόμετρο και το αυτόματο διαθλασίμετρο κι εξήγαγε τις αντίστοιχες συνταγές όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως.

Επιπλέον, και πάλι προγραμματιστικά έγινε στατιστική ανάλυση για τη σύγκριση των συνταγών που εξήγαγαν το αυτόματο διαθλασίμετρο, το εκτροπόμετρο αλλά και οι μέθοδοι που βρέθηκαν στη βιβλιογραφία μεταξύ τους. Η σύγκριση πραγματοποιείται για να εξαχθούν συμπεράσματα αναφορικά με την αξιοπιστία των μεθόδων της βιβλιογραφίας αλλά και για σύγκριση των δύο διαθέσιμων εργαλείων, το *CSO Osiris* και το αυτόματο διαθλασίμετρο. Τα αποτελέσματα των συγκρίσεων παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 8.

Ο συνδυασμός περιγραφικών στατιστικών, συγκριτικής ανάλυσης και προηγμένης μοντελοποίησης παρέχει ένα ισχυρό πλαίσιο για την κατανόηση της συμφωνίας μεταξύ των δύο συσκευών και των αποτελεσμάτων που δίνουν οι βιβλιογραφικές μέθοδοι, όπως και την εξαγωγή ουσιαστικών συμπερασμάτων από τα δεδομένα.



## 7.1 Προετοιμασία Δεδομένων

### 7.1.1 Εισαγωγή Δεδομένων

Το πρώτο βήμα περιλαμβάνει την εισαγωγή των συλλεγμένων δεδομένων στην Python. Τα δεδομένα, που συνήθως αποθηκεύονται σε μορφή CSV, θα διαβαστούν σε ένα `DataFrame` χρησιμοποιώντας τη βιβλιοθήκη `Pandas`.

### 7.1.2 Επιθεώρηση Δεδομένων

Η επιθεώρηση των δεδομένων για την κατανόηση της δομής τους και την ταυτοποίηση τυχόν ανωμαλιών είναι κρίσιμη. Αυτό περιλαμβάνει τον έλεγχο για ελλιπή δεδομένα, διπλές εγγραφές και αποκλίσεις.

Επιπλέον παρατήρηθηκε ότι σε διαφορετικές μελέτες οι συντελεστές `Zernike` αναφέρονταν διαφορετικά, άλλοτε ολογράφως και άλλοτε σύμφωνα με τη μετατροπή του `Noll`. Γι'αυτό το λόγο χρησιμοποιήθηκε συνάρτηση μετατροπής των συντελεστών από τον ένα τρόπο γραφής στον άλλον. Από το εκτροπόμετρο τα δεδομένα εξάχθηκαν και είχαν τη μορφή  $c(n, m)$  για κάθε συντελεστή.

### 7.1.3 Καθαρισμός Δεδομένων

Ο καθαρισμός των δεδομένων περιλαμβάνει την αντιμετώπιση ελλιπών τιμών, την αφαίρεση διπλών εγγραφών και τη διόρθωση τυχόν ασυνεπειών. Για τις ελλιπείς τιμές, μπορεί να εφαρμοστούν στρατηγικές όπως η συμπλήρωση ή η διαγραφή, ανάλογα με την έκταση και τη σημασία των ελλιπών δεδομένων. Τέτοιο πρόβλημα εμφανίστηκε στην προσέγγιση `Zhigang et al.` όπου δεν υπήρχε υπολογισμός για τον άξονα. Σε αυτήν την περίπτωση δεν συμπεριλήφθηκε στις συγκρίσεις για την εξαγωγή συμπερασμάτων η μέθοδος για τον άξονα όπως επίσης ούτε στην `MANOVA` μετέπειτα για το σύνολο των μετρήσεων (`Sph`, `Cyl`, `Axis`).

## 7.2 Επεξεργασία Δεδομένων

### 7.2.1 Ευθυγράμμιση Δεδομένων

Η ευθυγράμμιση των δεδομένων από τις δύο συσκευές είναι απαραίτητη για να διασφαλιστεί ότι οι συγκρίσεις γίνονται με ακρίβεια. Αυτό περιλαμβάνει την αντιστοίχιση των εγγραφών με βάση τα αναγνωριστικά των συμμετεχόντων και τη διασφάλιση ότι και τα δύο σύνολα δεδομένων έχουν συνεπή μορφοποίηση. Η διαδικασία έγινε για τα απευθείας δεδομένα που εξήγαγαν οι δύο συσκευές αλλά και με τα δεδομένα που εξάχθηκαν από τον ίδιο τον κώδικα για τις εκτιμήσεις συνταγών.

### 7.2.2 Εκτίμηση Συνταγών

Χρησιμοποιώντας τα καθαρισμένα και ευθυγραμμισμένα δεδομένα, το επόμενο βήμα είναι η εκτίμηση των οπτικών συνταγών. Αυτό περιλαμβάνει τη μετατροπή των ακατέργαστων μετρήσεων σε τυπικές μορφές συνταγών (σφαίρα, κύλινδρος, άξονας). Η διαδικασία αυτή πραγματοποιήθηκε για τα δεδομένα των συντελεστών Zernike που παρείχε το εκτροπόμετρο. Τα αποτελέσματα των προσεγγίσεων των συνταγών όπως αυτά εκτιμήθηκαν από τις βιβλιογραφικές μεθόδους παρουσιάζονται στο 14.

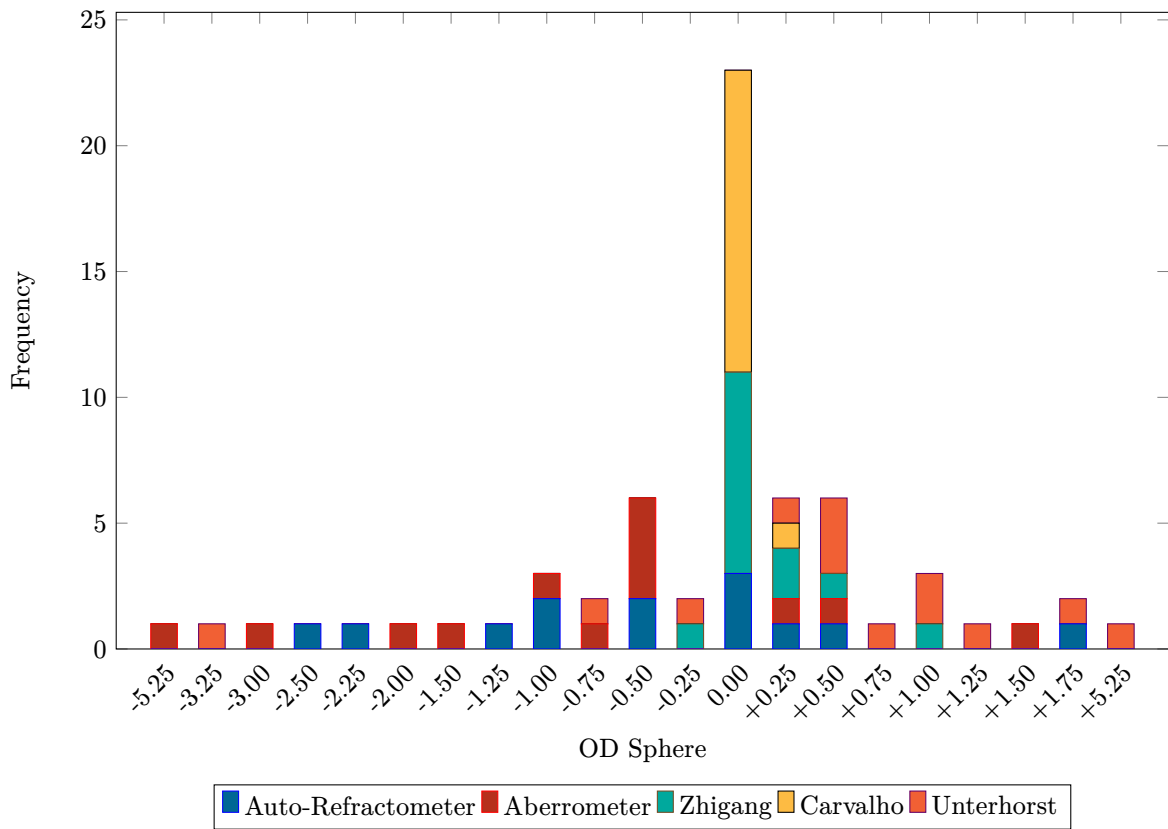
## Κεφάλαιο 8

# Σύγκριση Αποτελεσμάτων

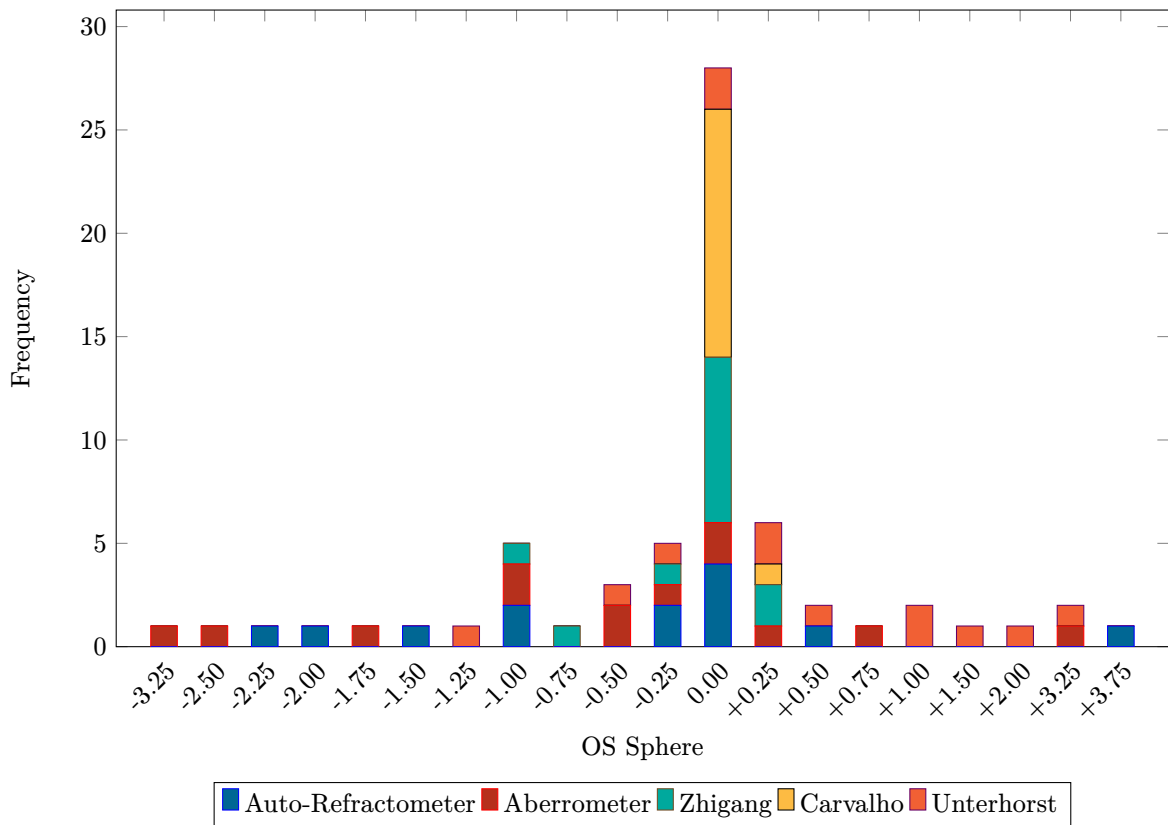
### 8.1 Στατιστική Ανάλυση

#### 8.1.1 Περιγραφική Στατιστική

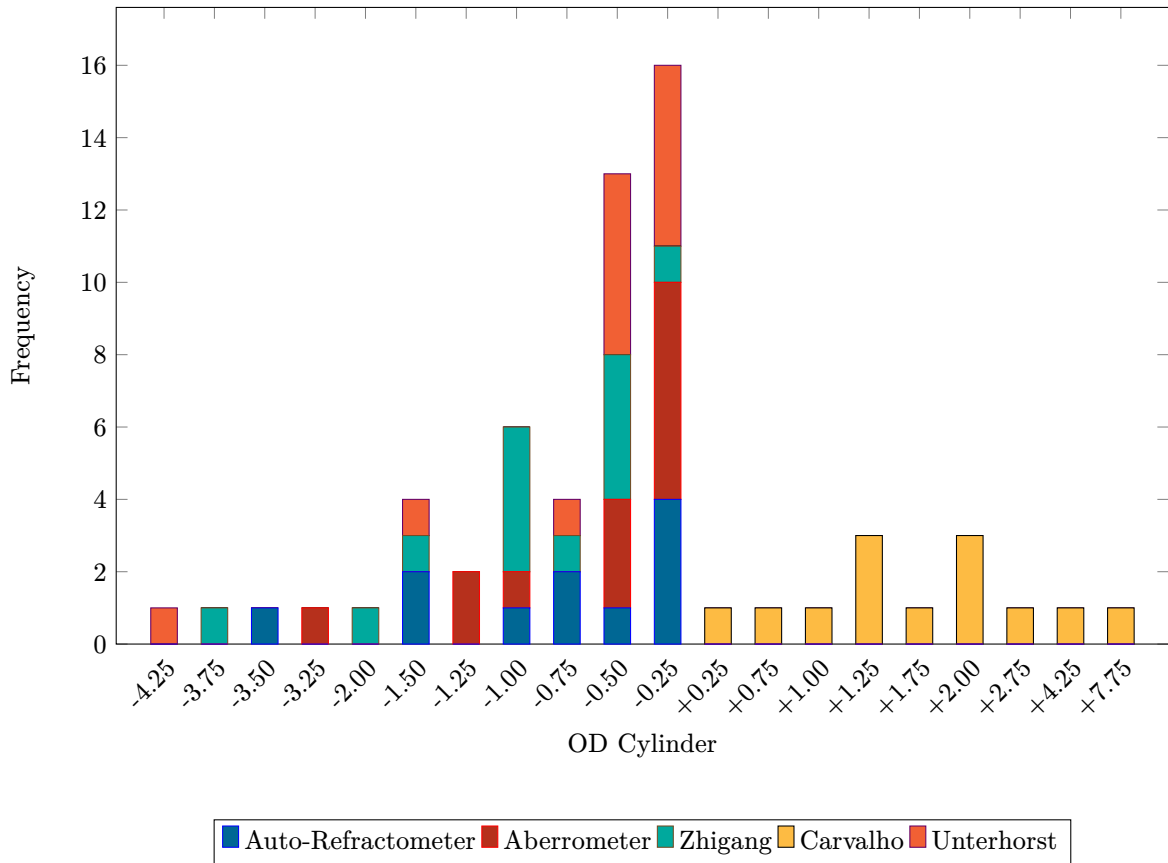
Οι μετρήσεις για Sph, Cyl και Axis για κάθε οφθαλμό συγκεντρώθηκαν στα παρακάτω ραβδογράμματα. Σκοπός της παρουσίασης αυτών η οπτική αντίληψη της ποσότητας των κοινών μετρήσεων ανά μέθοδο.



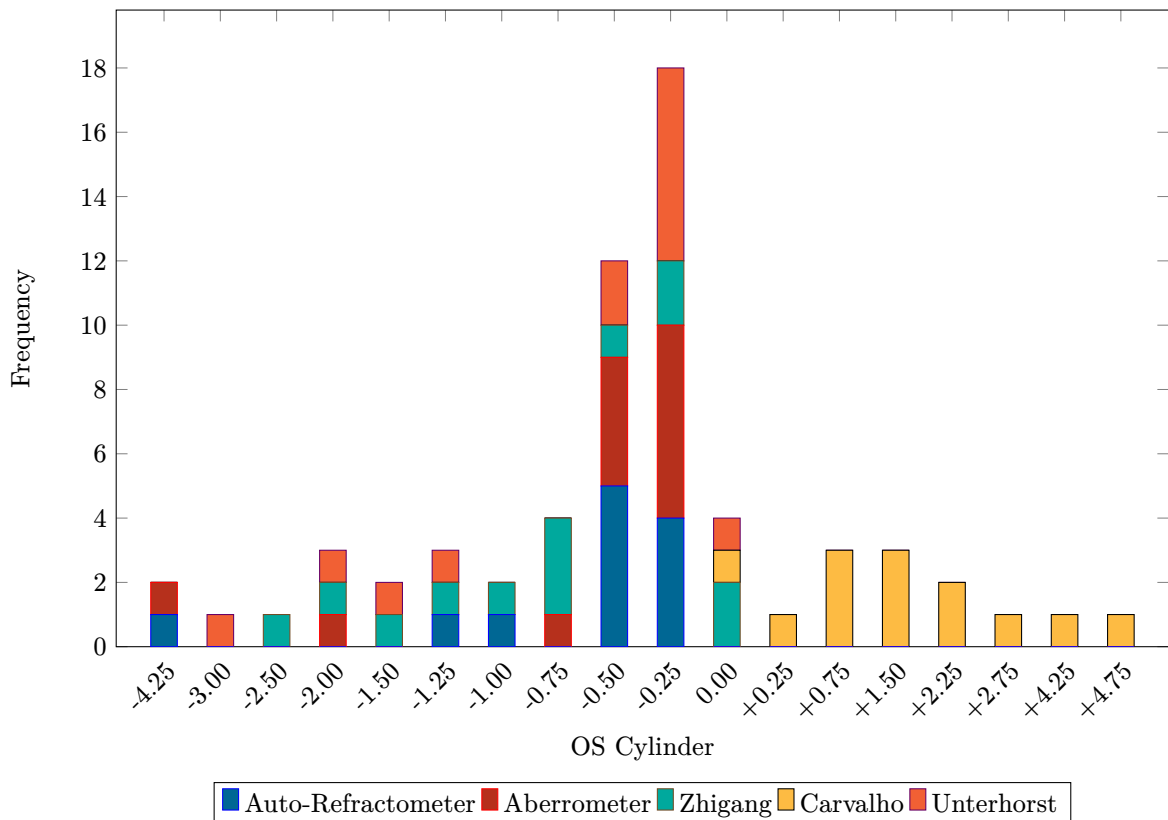
Σχήμα 8.1: OD Sphere Παβδόγραμμα



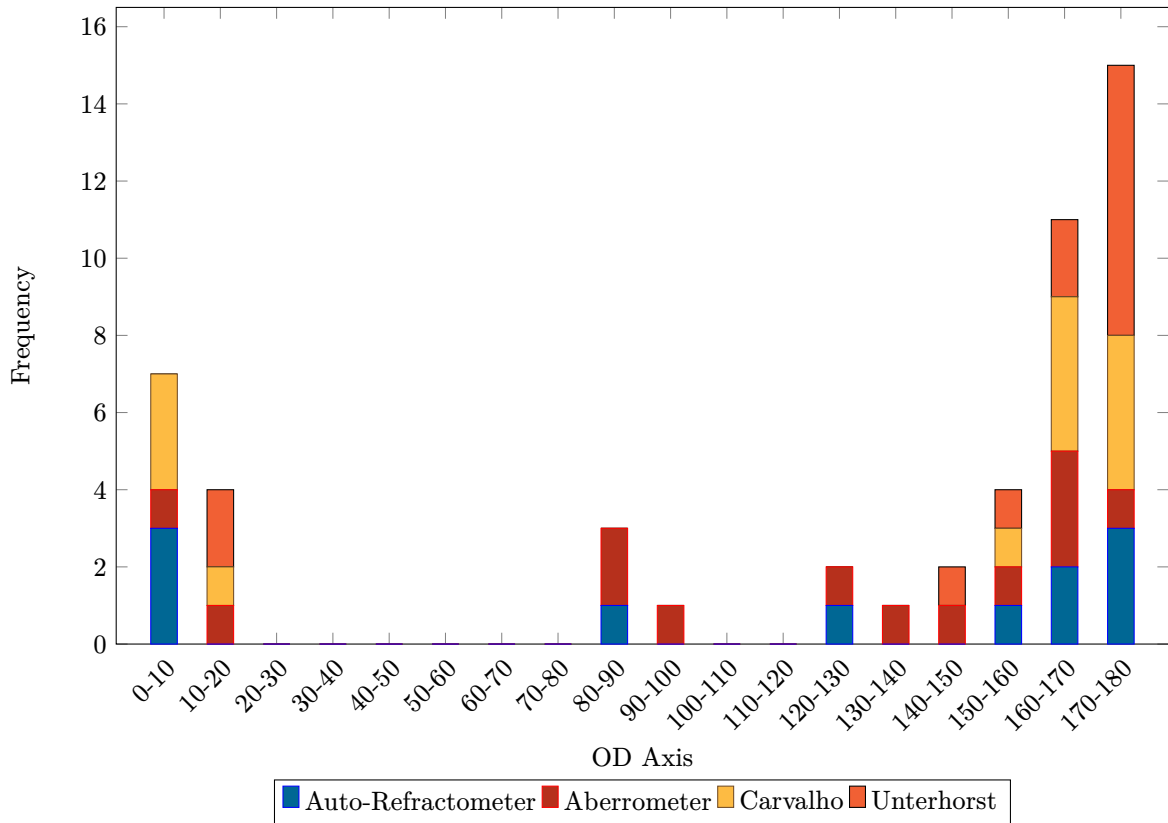
Σχήμα 8.2: OS Sphere Παβδόγραμμα



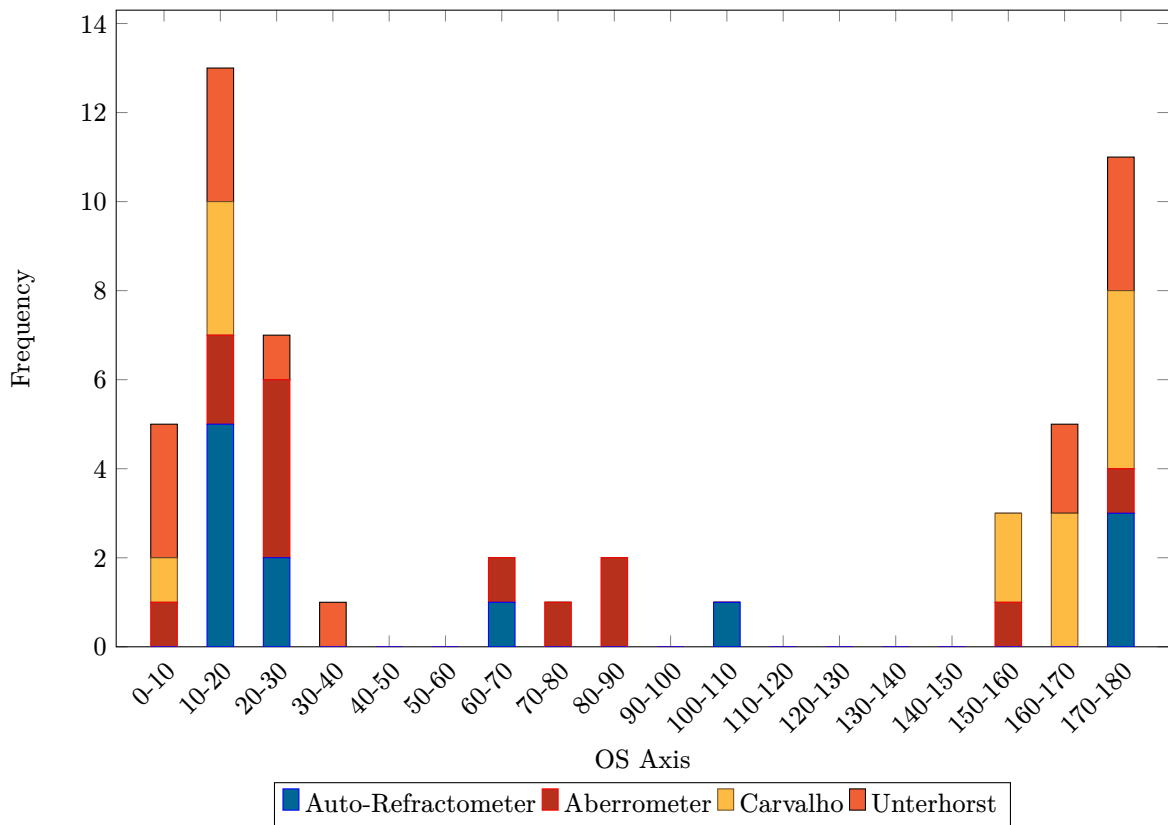
Σχήμα 8.3: OD Cylinder Ραβδόγραμμα



Σχήμα 8.4: OS Cylinder Ραβδόγραμμα



Σχήμα 8.5: OD Axis Παβδόγραμμα



Σχήμα 8.6: OS Axis Παβδόγραμμα

### 8.1.2 Συγκριτική Ανάλυση

Για τη σύγκριση των εκτιμήσεων συνταγών από τις δύο συσκευές, μπορούν να χρησιμοποιηθούν διάφορα στατιστικά τεστ. Τα t-tests ανά ζεύγη μεθόδων για κάθε μία από τις μετρήσεις (Sph, Cyl και Axis) είναι κατάλληλα για τη σύγκριση των μέσων τιμών δειγμάτων, ενώ τα η MANOVA μελετά εάν οι ανεξάρτητες μεταβλητές έχουν στατιστικά σημαντική επίδραση στις εξαρτημένες μεταβλητές. Αν βρεθεί στατιστική σημαντικότητα, μπορούμε να προχωρήσουμε σε περαιτέρω ανάλυση για να προσδιορίσουμε ποιες συγκεκριμένες εξαρτημένες μεταβλητές επηρεάζονται και με ποιο τρόπο. [19]

#### t-Test Δύο Δειγμάτων

Το t-test δύο δειγμάτων χρησιμοποιείται για να καθοριστεί εάν οι μέσες τιμές δύο ανεξάρτητων δειγμάτων είναι σημαντικά διαφορετικές. Η μηδενική υπόθεση ( $H_0$ ) και η εναλλακτική υπόθεση ( $H_A$ ) για αυτήν την ανάλυση ορίζονται ως:

- $H_0: \mu_1 = \mu_2$  (Οι μέσες τιμές των δύο πληθυσμών είναι ίδιες)
- $H_A: \mu_1 \neq \mu_2$  (Οι μέσες τιμές των δύο πληθυσμών δεν είναι ίδιες)

#### t-Statistic

Το t-statistic υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο τύπο:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad (8.1)$$

Όπου:

- $\bar{X}_1$  και  $\bar{X}_2$  είναι οι μέσες τιμές των δύο ομάδων.
- $S_1^2$  και  $S_2^2$  είναι οι διακυμάνσεις των δύο ομάδων.
- $n_1$  και  $n_2$  είναι τα μεγέθη δειγμάτων των δύο ομάδων.

## Βαθμοί Ελευθερίας

Οι βαθμοί ελευθερίας για το t-test μπορούν να προσεγγιστούν χρησιμοποιώντας τον ακόλουθο τύπο:

$$df = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1} + \frac{\left(\frac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}} \quad (8.2)$$

## p-Value

Η p-value αντιπροσωπεύει την πιθανότητα να προκύψουν τα αποτελέσματα της ανάλυσης το πολύ τόσο διαφορετικά με τη μηδενική υπόθεση όσο τα παρατηρημένα εφόσον η μηδενική υπόθεση είναι αληθής. Στο πλαίσιο του t-test:

- Μια χαμηλή p-value (τυπικά  $\leq 0.05$ ) υποδηλώνει ισχυρή ένδειξη κατά της μηδενικής υπόθεσης, επομένως απορρίπτετε τη μηδενική υπόθεση.
- Μια υψηλή p-value ( $> 0.05$ ) υποδηλώνει αδύναμη ένδειξη κατά της μηδενικής υπόθεσης, επομένως δεν απορρίπτετε τη μηδενική υπόθεση.

## Ερμηνεία Αποτελεσμάτων

- **t\_stat**: Το t-statistic είναι ένα μέτρο της διαφοράς μεταξύ των ομάδων σε σχέση με τη διακύμανση εντός των ομάδων. Μια υψηλότερη απόλυτη τιμή του t-statistic υποδηλώνει μεγαλύτερη διαφορά μεταξύ των μέσων τιμών των ομάδων.
- **p\_value**: Η p-value σας βοηθά να καθορίσετε τη σημασία των αποτελεσμάτων σας. Αν η p-value είναι κάτω από ένα συγκεκριμένο όριο (συνήθως 0.05), καταλήγετε στο συμπέρασμα ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των μέσων τιμών των δύο ομάδων.

## Πολυμεταβλητή ανάλυση μεταβλητότητας (MANOVA)

Αυτή η αναφορά παρουσιάζει μια λεπτομερή ανάλυση δύο συνόλων αποτελεσμάτων που παρέχονται σε μορφές CSV και κειμένου. Το πρώτο σύνολο αποτελεσμάτων αφορά τον έλεγχο υποθέσεων, ενώ το



δεύτερο σύνολο περιέχει αποτελέσματα από Πολυμεταβλητή Ανάλυση Μεταβλητότητας (MANOVA).

Η MANOVA είναι μια γενίκευση της μονομεταβλητής ανάλυσης διακύμανσης (ANOVA) σε πολλαπλές εξαρτημένες μεταβλητές. Αξιολογεί αν τα μέσα διάνυσματα πολλών ομάδων είναι σημαντικά διαφορετικά.

Η υπόθεση που δοκιμάζεται στη MANOVA είναι:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k \quad (8.3)$$

$$H_a : \text{Τουλάχιστον ένα } \mu_i \text{ διαφέρει} \quad (8.4)$$

όπου  $\mu_i$  είναι το μέσο διάνυσμα για την ομάδα  $i$ .

Το στατιστικό τεστ που χρησιμοποιείται στη MANOVA βασίζεται στο λόγο του καθοριστικού του πίνακα εντός ομάδας  $W$  προς τον καθοριστικό του συνολικού πίνακα  $T$ :

$$\Lambda = \frac{|W|}{|T|} \quad (8.5)$$

Το Wilks' Lambda ( $\Lambda$ ) χρησιμοποιείται συχνά, και οι μικρότερες τιμές του  $\Lambda$  υποδηλώνουν μεγαλύτερες διαφορές μεταξύ των ομάδων.

## 8.2 Συνδυασμός Δεδομένων

Η συνάρτηση συνδυάζει δεδομένα από πολλαπλά σύνολα δεδομένων για κάθε οφθαλμό (OD και OS) και διασφαλίζει ότι λαμβάνονται υπόψη μόνο τα σύνολα δεδομένων που περιλαμβάνουν όλες τις απαιτούμενες στήλες.

Στην περίπτωση της πολυμεταβλητής ανάλυσης μεταβλητότητας οι στήλες μετονομάζονται για να έχουν συνεπή ονόματα σε όλα τα σύνολα δεδομένων και προστίθεται μια επιπλέον στήλη Group για να υποδείξει την πηγή των δεδομένων.

## 8.3 Αποτελέσματα

### 8.3.1 Αποτελέσματα T-Test Ελέγχων Υποθέσεων

#### Αποτελέσματα Στατιστικά Σημαντικών t-tests ( $p$ -value < 0.05)

Από τα 16 έγκυρα t-tests, 7 παρουσίασαν στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα ( $p$ -value < 0.05). Παρακάτω παρουσιάζονται οι λεπτομέρειες αυτών των συγκρίσεων:

Method 1	Method 2	Eye	Attribute	t-statistic	p-value
Zhigang	Carvalho	OD	Cyl	-5.6261	8.60E-06
Zhigang	Carvalho	OS	Cyl	-5.8906	4.46E-06
Zhigang	Unterhorst	OD	Sph	-2.3817	0.0255
Carvalho	Unterhorst	OD	Cyl	5.2060	2.47E-05
Carvalho	Unterhorst	OS	Cyl	5.0203	3.95E-05
Carvalho	Aberrometer	OD	Sph	2.2592	0.0332
Carvalho	Aberrometer	OD	Cyl	5.1952	2.54E-05
Carvalho	Aberrometer	OD	Axis	-4.0736	0.0004
Carvalho	Aberrometer	OS	Cyl	5.0101	4.05E-05
Carvalho	Auto Refractometer	OD	Cyl	4.9920	5.37E-05
Carvalho	Auto Refractometer	OD	Axis	-3.3130	0.0032
Carvalho	Auto Refractometer	OS	Cyl	4.9842	4.85E-05
Unterhorst	Aberrometer	OD	Sph	2.9446	0.0071
Unterhorst	Aberrometer	OD	Axis	-7.3392	1.40E-07
Unterhorst	Aberrometer	OS	Axis	-3.5197	0.0018
Unterhorst	Auto Refractometer	OD	Sph	2.5678	0.0169
Unterhorst	Auto Refractometer	OD	Axis	-5.6070	1.23E-05
Unterhorst	Auto Refractometer	OS	Axis	-3.1394	0.0046

Πίνακας 8.1: Συγκρίσεις με στατιστικά σημαντική διαφορά ( $p$  – value < 0.05)

Τα υπόλοιπα αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά στον πίνακα 15.1

#### Παρατηρήσεις:

- **Unterhorst** εμφανίζεται συχνά σε συγκρίσεις με στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα, ειδικά όταν συγκρίνεται με το **Aberrometer** και το **Auto Refractometer**, με σταθερά αρνητικές ή πολύ κοντά στο μηδέν θετικές τιμές t-stat, υποδηλώνοντας ότι οι μετρήσεις του Unterhorst μπορεί να είναι συστηματικά χαμηλότερες.
- Το **OD** (δεξί οφθαλμό) εμπλέκεται πιο συχνά σε σημαντικές συγκρίσεις από το **OS** (αριστερό οφθαλμό), αλλά και στους δύο οφθαλμούς παρουσιάζονται σημαντικές διαφορές μεταξύ των μεθόδων.
- Το χαρακτηριστικό που συγκρίνεται σε όλα τα σημαντικά αποτελέσματα είναι ο **Άξονας**, υποδη-

λώνοντας ότι οι διαφορές στις μετρήσεις του Άξονα μεταξύ των συσκευών ή των μεθόδων είναι αξιολογικές.

### 8.3.2 Αποτελέσματα Πολυμεταβλητής Ανάλυσης

Ο τύπος 'Sph + Cyl + Axis Group' καθορίζει τις εξαρτημένες μεταβλητές (Sph, Cyl, και Axis) και την ανεξάρτητη μεταβλητή (Group).

#### Βασικοί Όροι και Έννοιες

Πριν προχωρήσουμε στα αποτελέσματα, είναι σημαντικό να κατανοήσουμε τους βασικούς όρους και τις έννοιες που χρησιμοποιούνται στη MANOVA:

- **Wilks' Lambda:** Ένα μέτρο του πόσο καλά η διαχωριστική συνάρτηση διαχωρίζει περιπτώσεις σε διαφορετικές ομάδες. Χαμηλότερες τιμές υποδεικνύουν μεγαλύτερη διαχωριστική ικανότητα.
- **Pillai's Trace:** Ένα πιο ανθεκτικό μέτρο σε παραβιάσεις των υποθέσεων. Αθροίζει τις διακυμάνσεις των κανονικών μεταβλητών.
- **Hotelling-Lawley Trace:** Παρόμοιο με το Wilks' Lambda, αλλά χρησιμοποιείται πιο συχνά σε ισορροπημένα σχέδια.
- **Roy's Greatest Root:** Εστιάζει στη μεγαλύτερη ιδιοτιμή του πίνακα και είναι πιο ευαίσθητο στη μεγαλύτερη κανονική συσχέτιση.
- **Αριθμός Ελευθερίας Αριθμητή (Num DF):** Οι βαθμοί ελευθερίας του αριθμητή.
- **Αριθμός Ελευθερίας Παρονομαστή (Den DF):** Οι βαθμοί ελευθερίας του παρονομαστή.
- **Τιμή F (F Value):** Το στατιστικό τεστ για το F-test.
- **Pr > F:** Η p-τιμή που δείχνει το επίπεδο σημαντικότητας του F-test.

#### Ανάλυση των Αποτελεσμάτων της MANOVA για τον δεξιό οφθαλμό (OD)

##### Στατιστικά της Τομής

- **Wilks' Lambda (0.2448):** Αυτή η χαμηλή τιμή υποδεικνύει ισχυρή επίδραση της τομής στις εξαρτημένες μεταβλητές. Η τιμή F (20.5622) και η αντίστοιχη p-τιμή (0.0000) δείχνουν ότι αυτή η επίδραση είναι εξαιρετικά σημαντική.

- **Pillai's Trace (0.7552)**: Υποστηρίζει το συμπέρασμα από το Wilks' Lambda, δείχνοντας μια σημαντική συνολική επίδραση.
- **Hotelling-Lawley Trace (3.0843)** και **Roy's Greatest Root (3.0843)**: Αυτά επίσης δείχνουν σημαντική επίδραση, ενισχύοντας τα ευρήματα του Wilks' Lambda και του Pillai's Trace.

Η τομή που είναι σημαντική σημαίνει ότι το βασικό επίπεδο των εξαρτημένων μεταβλητών (δηλ. οι μέσοι όροι τους) είναι σημαντικά διαφορετικό από το μηδέν.

### Στατιστικά της Ομάδας

- **Wilks' Lambda (0.9668)**: Αυτή η τιμή είναι κοντά στο 1, υποδεικνύοντας αδύναμη επίδραση της ομάδας στις εξαρτημένες μεταβλητές. Η τιμή F (0.2292) και η υψηλή p-τιμή (0.8749) υποδεικνύουν ότι αυτή η επίδραση δεν είναι στατιστικά σημαντική.
- **Pillai's Trace (0.0332)**, **Hotelling-Lawley Trace (0.0344)**, και **Roy's Greatest Root (0.0344)**: Όλα αυτά τα μέτρα υποστηρίζουν το συμπέρασμα ότι η επίδραση της ομάδας δεν είναι σημαντική.

Το γεγονός ότι η ομάδα δεν είναι σημαντική σημαίνει ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων σε ό,τι αφορά τις εξαρτημένες μεταβλητές για τον δεξί οφθαλμό.

### 8.3.3 Ανάλυση των Αποτελεσμάτων της MANOVA για τον Αριστερό οφθαλμό (OS)

#### Στατιστικά της Τομής

- **Wilks' Lambda (0.4115)**: Υποδεικνύει σημαντική επίδραση της τομής στις εξαρτημένες μεταβλητές. Η τιμή F (10.0127) και η αντίστοιχη p-τιμή (0.0003) δείχνουν υψηλή σημαντικότητα.
- **Pillai's Trace (0.5885)**, **Hotelling-Lawley Trace (1.4304)**, και **Roy's Greatest Root (1.4304)**: Όλα δείχνουν σημαντικές επιδράσεις, επιβεβαιώνοντας το εύρημα του Wilks' Lambda.

Όπως και με τον δεξιό οφθαλμό, η τομή που είναι σημαντική για τον αριστερό οφθαλμό σημαίνει ότι το βασικό επίπεδο των εξαρτημένων μεταβλητών είναι σημαντικά διαφορετικό από το μηδέν.

### Στατιστικά της Ομάδας

- **Wilks' Lambda (0.9936):** Υποδεικνύει μια πολύ αδύναμη επίδραση της ομάδας στις εξαρτημένες μεταβλητές. Η τιμή F (0.0447) και η εξαιρετικά υψηλή p-τιμή (0.9871) υποδηλώνουν μη στατιστική σημαντικότητα.
- **Pillai's Trace (0.0064), Hotelling-Lawley Trace (0.0064), και Roy's Greatest Root (0.0064):** Όλα αυτά υποστηρίζουν το συμπέρασμα ότι η επίδραση της ομάδας δεν είναι σημαντική.

Όπως και στον δεξιό οφθαλμό, η επίδραση της ομάδας δεν είναι σημαντική για τον αριστερό οφθαλμό, δείχνοντας ότι δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων σε ό,τι αφορά τις εξαρτημένες μεταβλητές για τον αριστερό οφθαλμό.

### Επιπτώσεις και Ερμηνεία

- **Εφαρμογή Μοντέλου:** Οι σημαντικές τομές και οι δύο οφθαλμοί (OD και OS) υποδεικνύουν ότι το μοντέλο ταιριάζει καλά με τα δεδομένα. Αυτό σημαίνει ότι τα βασικά επίπεδα των εξαρτημένων μεταβλητών είναι σημαντικά διαφορετικά από το μηδέν.
- **Επίδραση της Ομάδας:** Οι μη σημαντικές επιδράσεις της ομάδας και για οι δύο οφθαλμοί (OD και OS) υποδηλώνουν ότι οι ομάδες που συγκρίνονται δεν έχουν στατιστικά σημαντική διαφορά στο πολυδιάστατο χώρο των εξαρτημένων μεταβλητών. Σε πρακτικούς όρους, αυτό μπορεί να σημαίνει ότι ο παράγοντας που διακρίνει τις ομάδες (π.χ. τύπος θεραπείας, κατηγορία δημογραφικών) δεν έχει μετρήσιμη επίδραση στις εξαρτημένες μεταβλητές.

### Πρόσθετες Παρατηρήσεις

- **Υποθέσεις της MANOVA:** Η MANOVA υποθέτει πολυδιάστατη κανονικότητα, ομοιογένεια των μητρώων διακύμανσης-συνεξάρτησης, και ανεξαρτησία των παρατηρήσεων. Θα ήταν συνετό να ελεγχθούν αυτές οι υποθέσεις για το συγκεκριμένο σύνολο δεδομένων για να διασφαλιστεί η εγκυρότητα των αποτελεσμάτων.
- **Ανάλυση Post-hoc:** Αν η επίδραση της ομάδας ήταν σημαντική, θα ήταν απαραίτητη μια ανάλυση post-hoc για να προσδιοριστεί ποιες συγκεκριμένες εξαρτημένες μεταβλητές ή συνδυασμοί αυτών διαφέρουν μεταξύ των ομάδων.
- **Μέγεθος Επιδράσεων:** Παρόλο που δεν παρέχεται, ο υπολογισμός του μεγέθους των επιδράσεων θα μπορούσε να δώσει περισσότερο πλαίσιο σχετικά με τη πρακτική σημασία των ευρημάτων, ακόμα κι αν δεν επιτευχθεί στατιστική σημαντικότητα.

Συμπερασματικά, τα αποτελέσματα της MANOVA δείχνουν ότι, ενώ το συνολικό μοντέλο ταιριάζει καλά (όπως αποδεικνύεται από τις σημαντικές τομές), ο συγκεκριμένος παράγοντας ομάδας που ερευνάται δεν διαφοροποιεί σημαντικά τις ομάδες σε ό,τι αφορά τις εξαρτημένες μεταβλητές, είτε για τον δεξιό οφθαλμό είτε για τον αριστερό οφθαλμό.

## Κεφάλαιο 9

# Συζήτηση - Συμπεράσματα

Βάσει των ευρημάτων, η μελέτη καταλήγει στο ότι το εκτροπόμετρο, ειδικά όταν συνδυάζεται με προχωρημένα μαθηματική μοντελοποίηση, παρέχει πιο ακριβείς και αξιόπιστες μετρήσεις διαθλαστικών σφαλμάτων σε σύγκριση με το παραδοσιακό αυτόματο διαθλασίμετρο. Η στατιστική ανάλυση με χρήση t-tests και MANOVA υποστηρίζει τον ισχυρισμό ότι οι μετρήσεις που προκύπτουν από το εκτροπόμετρο διαφέρουν σημαντικά και ενδεχομένως είναι πιο ακριβείς από εκείνες που προκύπτουν από το αυτόματο διαθλασίμετρο.

Το εύρημα αυτό επιβεβαιώνει τη δυνατότητα του εκτροπόμετρου να λειτουργεί ως ακριβέστερο εργαλείο σε κλινικά περιβάλλοντα, όπου οι ακριβείς διαθλαστικές μετρήσεις είναι υψίστης σημασίας. Η ενσωμάτωση της μαθηματικής μοντελοποίησης στη διαδικασία του εκτροπόμετρου όχι μόνο ενισχύει την ακρίβειά του, αλλά και αποδεικνύει τη βιωσιμότητά του ως εναλλακτική λύση ή ακόμα και ως αντικατάσταση του παραδοσιακού αυτόματου διαθλασίμετρου, ιδιαίτερα σε περιπτώσεις που απαιτούν υψηλή ακρίβεια, όπως οι σύνθετες διορθώσεις όρασης ή οι προεγχειρητικές αξιολογήσεις. Βάσει αυτών των ευρημάτων, η μελέτη ενδέχεται να προτείνει την ευρύτερη ενσωμάτωση των εκτροπόμετρων στις συνήθεις οπτομετρικές εξετάσεις.

Επιπλέον, υπάρχει ένδειξη ότι θα ήταν επωφελής περαιτέρω έρευνα, ειδικά για τη βελτίωση των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται με τα εκτροπόμετρα ή για την εξερεύνηση της εφαρμογής τους σε ένα ευρύτερο φάσμα κλινικών σεναρίων, πιθανώς με τη συμμετοχή ενός μεγαλύτερου και πιο ποικιλόμορφου πληθυσμού. Τα μοντέλα που μελετήθηκαν στην παρούσα διπλωματική εργασία δεν παρείχαν στο σύνολό τους το ίδιο υψηλή ακρίβεια, και συνεπώς η περαιτέρω ανάπτυξη των μαθηματικών μοντέλων που εξάγουν τα αποτελέσματα των εκτροπόμετρων κρίνεται σκόπιμη.

Αυτή η μελέτη υπογραμμίζει τα πιθανά οφέλη από την υιοθέτηση προχωρημένων τεχνολογικών εργαλείων

στην οπτομετρία, με στόχο τη βελτίωση της ακρίβειας και της αποτελεσματικότητας των πρακτικών της πρωτογενούς φροντίδας της όρασης.



## Βιβλιογραφία

1. Buiatti, M. and van Vreeswijk, C., 2003. 'Variance normalisation: a key mechanism for temporal adaptation in natural vision?', *Vision Research*, 43(16), pp.1895-1906. doi:10.1016/S0042-6989(03)00312-2.
2. Carvalho, L., Castro, J.C. and Carvalho, L., 2002. 'Measuring higher order optical aberrations of the human eye: Techniques and applications', *Brazilian journal of medical and biological research = Revista brasileira de pesquisas médicas e biológicas / Sociedade Brasileira de Biofísica ... [et al.]*, 35, pp.1395-406. doi:10.1590/S0100-879X2002001100019.
3. Henault, F. and Pannetier, C., 2019. 'Hartmann vs. reverse Hartmann test: a Fourier optics point of view'.
4. ISO, 2005. 'Lasers and laser-related equipment — Test methods for determination of the shape of a laser beam wavefront — Part 2: Shack-Hartmann sensors', *ISO 15367-2:2005*.
5. ISO, 2013. 'Optics and photonics — Wavefront sensors for characterising optical systems and optical components', *ISO/TR 16743:2013*.
6. ISO, 2020. 'Ophthalmic optics and instruments — Reporting aberrations of the human eye, Amendment 1', *ISO 24157:2008/Amd.1:2020*.
7. ISO, 2023. 'Photography — Electronic still picture imaging — Resolution and spatial frequency responses', *ISO 12233:2023*.
8. Kuo N. and Chao T., 2022. 'Zernike polynomials and their applications', *Journal of Optics*, 24(12), pp.123001-123054. doi:10.1088/2040-8986/ac9e08.
9. Lakshminarayanan, V. and Fleck, A., 2011. 'Zernike polynomials: A guide', *Journal of Modern Optics*, 58(7), pp.545-561. doi:10.1080/09500340.2011.633763.
10. Lee, S., 2019. 'Comparison of Refractive Errors measured using Auto-Refractometer and calculated using Zernike Coefficients', *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*, 8(8), pp.754-757.

11. Maeda, N., 2009. 'Clinical applications of wavefront aberrometry – a review'. *Clinical and Experimental Ophthalmology*, 37(1), pp.118-129. doi:10.1111/j.1442-9071.2009.02005.x.
12. Mavrona, E., 2012. 'Study of aberrations in the human eye using Zernike polynomials', *National Technical University of Athens*.
13. Mrochen, M., Kaemmerer, M., Mierdel, P., Krinke, H.E., and Seiler, T., 2000. 'Principles of Tscherning aberrometry'. *Journal of refractive surgery*, 16(5), pp.S570. doi:10.3928/1081-597X-20000901-16.
14. Ninos, G., 2021. 'Class notes for Geometrical and Physical Optics', *University of West Attica*.
15. Ninos, G. and Vassiliades, P., 2024. 'Advancements in Wavefront Aberrometry: Precision Measurement and Applications in Auto-Refractive Technologies', *Research in Medical & Engineering Sciences*, 11(1), pp.1172-1174. doi: 10.31031/RMES.2024.10.000755.
16. Rosenfield M., Chiu N.N., 1995. 'Repeatability of subjective and objective refraction', *Optometry and Vision Science*, 72(8), pp.557-579. doi:10.1097/00006324-199508000-00007
17. Sarver, E.J., Schwiegerling, J. and Applegate, R.A., 2006. 'Extracting Wavefront Error From Shack-Hartmann Images Using Spatial Demodulation'. *Journal of Refractive Surgery*, 22(9), pp.949-953.
18. Siddik, A.B., Sandoval, S., Voelz, D., Boucheron, L.E. and Varela, L., 2023. 'Deep learning estimation of modified Zernike coefficients and recovery of point spread functions in turbulence', *Optics Express*, 31(14), pp.22903-22913. doi:10.1364/OE.493229.
19. Tagaras, G., 2010. 'Class notes for Statistics and Multivariate Statistics', *Aristotle University of Thessaloniki*.
20. Unterhorst, H.A., Rubin A., 2015. 'Ocular aberrations and wavefront aberrometry – A review', *African Vision and Eye Health*, 74(1), pp.1-6. doi:10.4102/aveh.v74i1.21.
21. Wyant, J.C. and Creath, K., 1992.' Basic Wavefront Aberration Theory for Optical Metrology'. *Applied Optics and Optical Engineering*, Vol. XI.
22. Yang, D., Li, F., Cheng, X., Jiang, Z. and Gong, S., 2007. 'Analysis on Shack–Hartmann wave-front sensor with Fourier optics' *Optics & Laser Technology*, 39(7), pp.1374-1379. doi:10.1016/j.optlastec.2006.10.014.
23. Yu, K.M., Lau, K.L.W. and Altman, M.S., 2019. 'Fourier optics of image formation in aberration-corrected LEEM', *Ultramicroscopy*, 200, pp.160-168. doi:10.1016/j.ultramic.2019.01.015.
24. Zhigang, J., Kai, X. and Fengzhou, F., 2017. 'Measurement of spectacle lenses using wavefront aberration in real view condition', *Optics Express*, 25(18), pp.22125-22139. doi:10.1364/OE.25.022125.

# Παράρτημα Α

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.08	-	-0.49	-	0.13	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	-0.08	-	0.06	-	0.06	-	0.00	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.00	-	-0.03	-	-0.03	-	-0.03	-	0.09	-	-	-
n=5	-	-	0.01	-	-0.01	-	0.00	-	0.00	-	0.01	-	0.02	-	-
n=6	-	-0.02	-	-0.01	-	-0.01	-	-0.00	-	-0.01	-	-0.03	-	0.03	-
n=7	-0.03	-	0.00	-	-0.00	-	0.00	-	0.01	-	-0.02	-	-0.01	-	0.01

Πίνακας 11.1: Zernike Polynomials of P0063898273 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.12	-	-0.32	-	0.12	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	-0.14	-	0.10	-	0.01	-	-0.02	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.03	-	0.01	-	-0.03	-	-0.00	-	0.03	-	-	-
n=5	-	-	-0.04	-	0.03	-	-0.02	-	-0.01	-	0.02	-	0.00	-	-
n=6	-	0.00	-	-0.03	-	-0.01	-	0.02	-	-0.05	-	0.01	-	-0.04	-
n=7	0.03	-	0.00	-	0.01	-	-0.02	-	-0.01	-	-0.00	-	0.00	-	0.01

Πίνακας 11.2: Zernike Polynomials of P0063898273 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-1.36	-	-1.91	-	0.59	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.94	-	-0.33	-	-0.03	-	-0.00	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.15	-	-0.18	-	-0.24	-	0.10	-	0.16	-	-	-
n=5	-	-	-0.03	-	0.06	-	-0.01	-	0.00	-	0.05	-	-0.07	-	-
n=6	-	-0.01	-	-0.01	-	-0.01	-	-0.05	-	0.04	-	-0.02	-	0.01	-
n=7	-0.02	-	0.00	-	-0.02	-	0.02	-	-0.00	-	-0.05	-	-0.04	-	0.05

Πίνακας 11.3: Zernike Polynomials of P0513601301 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.83	-	-1.47	-	0.51	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.85	-	-0.27	-	0.05	-	-0.05	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.02	-	0.07	-	-0.12	-	-0.01	-	0.12	-	-	-
n=5	-	-	0.00	-	-0.01	-	-0.01	-	0.00	-	-0.01	-	0.04	-	-
n=6	-	0.02	-	-0.01	-	-0.00	-	-0.00	-	0.02	-	-0.02	-	-0.05	-
n=7	-0.06	-	-0.01	-	-0.01	-	0.00	-	0.02	-	-0.01	-	-0.04	-	0.01

Πίνακας 11.4: Zernike Polynomials of P0513601301 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.84	-	-0.31	-	1.77	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.09	-	0.11	-	0.15	-	-0.01	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.02	-	-0.04	-	-0.13	-	-0.05	-	-0.02	-	-	-
n=5	-	-	0.07	-	0.02	-	0.05	-	-0.04	-	0.03	-	-0.05	-	-
n=6	-	-0.01	-	-0.06	-	-0.00	-	-0.04	-	-0.04	-	-0.02	-	0.06	-
n=7	0.03	-	-0.01	-	-0.01	-	0.01	-	0.00	-	-0.06	-	0.04	-	0.01

Πίνακας 11.5: Zernike Polynomials of P0528372441 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.76	-	0.74	-	1.90	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.08	-	0.04	-	-0.22	-	-0.00	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.03	-	0.03	-	-0.01	-	-0.02	-	0.02	-	-	-
n=5	-	-	0.03	-	0.00	-	0.02	-	0.01	-	0.00	-	0.02	-	-
n=6	-	-0.01	-	-0.01	-	-0.02	-	0.00	-	0.01	-	0.01	-	-0.02	-
n=7	-0.02	-	0.01	-	0.00	-	0.01	-	-0.00	-	-0.00	-	-0.00	-	0.02

Πίνακας 11.6: Zernike Polynomials of P0528372441 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.24	-	-0.77	-	0.16	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.02	-	0.03	-	0.05	-	0.06	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.05	-	-0.02	-	-0.01	-	-0.01	-	0.06	-	-	-
n=5	-	-	-0.01	-	-0.00	-	0.01	-	-0.04	-	0.03	-	0.03	-	-
n=6	-	0.00	-	-0.03	-	-0.00	-	-0.00	-	-0.02	-	-0.03	-	-0.02	-
n=7	-0.00	-	0.00	-	-0.01	-	-0.01	-	0.03	-	-0.03	-	-0.02	-	0.02

Πίνακας 11.7: Zernike Polynomials of P0581995566 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.06	-	0.05	-	-0.08	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.03	-	0.11	-	-0.06	-	-0.03	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.00	-	0.05	-	-0.03	-	0.01	-	0.06	-	-	-
n=5	-	-	-0.01	-	0.01	-	0.02	-	-0.04	-	0.01	-	-0.01	-	-
n=6	-	0.01	-	-0.01	-	-0.01	-	0.02	-	-0.00	-	-0.02	-	-0.05	-
n=7	-0.02	-	0.02	-	-0.01	-	0.02	-	0.02	-	-0.02	-	0.00	-	0.02

Πίνακας 11.8: Zernike Polynomials of P0581995566 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.03	-	0.38	-	-0.18	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.06	-	0.03	-	-0.05	-	-0.03	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.04	-	0.01	-	0.01	-	0.00	-	0.00	-	-	-
n=5	-	-	0.02	-	-0.01	-	0.02	-	-0.00	-	-0.01	-	0.00	-	-
n=6	-	-0.02	-	0.00	-	0.02	-	-0.02	-	-0.00	-	-0.01	-	0.00	-
n=7	-0.00	-	-0.01	-	-0.00	-	0.02	-	-0.01	-	-0.00	-	-0.01	-	0.00

Πίνακας 11.9: Zernike Polynomials of P1070143530 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.04	-	0.47	-	-0.20	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.09	-	-0.07	-	-0.02	-	-0.02	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.02	-	0.04	-	0.02	-	0.01	-	0.08	-	-	-
n=5	-	-	0.04	-	-0.02	-	0.02	-	0.03	-	0.01	-	-0.00	-	-
n=6	-	0.02	-	0.03	-	-0.00	-	-0.02	-	-0.03	-	-0.01	-	0.06	-
n=7	0.01	-	-0.02	-	-0.03	-	-0.02	-	-0.00	-	-0.00	-	-0.01	-	-0.01

Πίνακας 11.10: Zernike Polynomials of P1070143530 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.08	-	0.34	-	0.12	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.01	-	0.13	-	-0.13	-	-0.08	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.06	-	0.05	-	0.05	-	-0.08	-	0.04	-	-	-
n=5	-	-	-0.00	-	0.03	-	0.00	-	0.05	-	-0.03	-	0.10	-	-
n=6	-	-0.02	-	-0.02	-	-0.02	-	-0.00	-	-0.01	-	-0.04	-	-0.05	-
n=7	0.04	-	-0.03	-	0.03	-	-0.02	-	0.03	-	-0.03	-	0.01	-	0.01

Πίνακας 11.11: Zernike Polynomials of P1226687188 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.02	-	0.13	-	0.20	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.14	-	0.05	-	0.21	-	0.15	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.14	-	-0.04	-	-0.09	-	0.01	-	-0.03	-	-	-
n=5	-	-	-0.09	-	0.06	-	-0.06	-	-0.03	-	0.01	-	-0.01	-	-
n=6	-	-0.00	-	-0.01	-	-0.02	-	-0.03	-	0.01	-	-0.03	-	-0.09	-
n=7	0.03	-	-0.02	-	-0.01	-	0.04	-	-0.02	-	-0.03	-	-0.00	-	-0.00

Πίνακας 11.12: Zernike Polynomials of P1226687188 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.03	-	-5.11	-	-0.23	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.16	-	0.01	-	-0.02	-	0.07	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.05	-	-0.00	-	0.43	-	-0.03	-	0.01	-	-	-
n=5	-	-	0.07	-	0.01	-	-0.00	-	0.13	-	-0.01	-	0.10	-	-
n=6	-	0.01	-	-0.07	-	-0.02	-	-0.09	-	0.04	-	0.08	-	0.05	-
n=7	0.11	-	0.05	-	0.04	-	0.03	-	0.00	-	0.03	-	-0.05	-	-0.06

Πίνακας 11.13: Zernike Polynomials of P1265037730 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.10	-	-4.10	-	0.21	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.10	-	0.03	-	0.10	-	0.10	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.05	-	-0.10	-	0.46	-	-0.05	-	0.04	-	-	-
n=5	-	-	0.03	-	-0.00	-	0.01	-	-0.02	-	0.06	-	0.02	-	-
n=6	-	-0.00	-	0.02	-	0.03	-	-0.07	-	0.03	-	0.00	-	0.06	-
n=7	-0.00	-	-0.02	-	0.00	-	-0.02	-	0.03	-	-0.01	-	-0.01	-	0.02

Πίνακας 11.14: Zernike Polynomials of P1265037730 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.02	-	-0.80	-	-0.88	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.09	-	0.07	-	0.07	-	0.01	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.01	-	0.01	-	-0.14	-	0.03	-	-0.02	-	-	-
n=5	-	-	0.06	-	-0.01	-	0.00	-	0.03	-	0.01	-	0.02	-	-
n=6	-	-0.07	-	0.01	-	-0.00	-	0.01	-	-0.01	-	0.04	-	0.00	-
n=7	0.01	-	-0.03	-	0.02	-	-0.01	-	-0.00	-	-0.00	-	-0.01	-	0.03

Πίνακας 11.15: Zernike Polynomials of P1386786718 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.05	-	-1.18	-	-1.76	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.29	-	-0.01	-	-0.38	-	0.03	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.01	-	0.11	-	-0.30	-	0.02	-	0.03	-	-	-
n=5	-	-	-0.00	-	0.05	-	-0.04	-	0.03	-	0.00	-	0.01	-	-
n=6	-	0.01	-	-0.00	-	0.01	-	-0.05	-	-0.00	-	0.00	-	-0.00	-
n=7	-0.00	-	-0.03	-	0.03	-	-0.01	-	-0.03	-	-0.00	-	0.02	-	0.03

Πίνακας 11.16: Zernike Polynomials of P1386786718 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.21	-	-2.55	-	0.01	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.25	-	-0.24	-	0.22	-	-0.24	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.02	-	0.03	-	0.00	-	-0.09	-	0.04	-	-	-
n=5	-	-	-0.05	-	0.04	-	-0.04	-	-0.01	-	-0.03	-	0.06	-	-
n=6	-	0.01	-	-0.04	-	-0.01	-	-0.02	-	-0.01	-	-0.04	-	0.02	-
n=7	-0.03	-	0.00	-	-0.00	-	-0.01	-	0.03	-	-0.04	-	-0.02	-	0.02

Πίνακας 11.17: Zernike Polynomials of P1422685030 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.19	-	-2.16	-	0.38	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.37	-	-0.10	-	-0.24	-	0.49	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.15	-	0.02	-	-0.07	-	-0.11	-	0.10	-	-	-
n=5	-	-	-0.04	-	-0.04	-	0.04	-	0.02	-	-0.05	-	-0.04	-	-
n=6	-	-0.03	-	-0.01	-	0.00	-	0.01	-	-0.02	-	-0.03	-	0.06	-
n=7	-0.05	-	0.01	-	-0.03	-	0.06	-	-0.02	-	-0.01	-	0.07	-	-0.06

Πίνακας 11.18: Zernike Polynomials of P1422685030 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.10	-	-0.78	-	0.23	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.03	-	0.02	-	-0.04	-	0.01	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.01	-	0.00	-	0.06	-	0.00	-	0.06	-	-	-
n=5	-	-	0.01	-	0.01	-	0.00	-	0.01	-	0.01	-	0.01	-	-
n=6	-	-0.00	-	-0.02	-	0.01	-	-0.01	-	0.00	-	-0.03	-	0.02	-
n=7	-0.01	-	-0.01	-	-0.01	-	0.01	-	0.00	-	-0.01	-	-0.02	-	-0.00

Πίνακας 11.19: Zernike Polynomials of P1436725119 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.05	-	-0.58	-	0.09	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	-0.00	-	0.05	-	-0.07	-	-0.08	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.01	-	-0.01	-	0.03	-	-0.01	-	0.04	-	-	-
n=5	-	-	-0.01	-	0.01	-	-0.01	-	0.01	-	0.03	-	0.01	-	-
n=6	-	-0.00	-	-0.01	-	0.01	-	-0.01	-	0.00	-	-0.02	-	0.02	-
n=7	-0.02	-	-0.00	-	-0.01	-	0.00	-	-0.02	-	-0.00	-	0.00	-	-0.00

Πίνακας 11.20: Zernike Polynomials of P1436725119 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.33	-	-2.04	-	-0.07	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.07	-	-0.03	-	-0.04	-	0.17	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.01	-	0.00	-	-0.01	-	-0.09	-	0.00	-	-	-
n=5	-	-	-0.00	-	0.00	-	-0.02	-	-0.04	-	-0.00	-	0.01	-	-
n=6	-	-0.01	-	-0.03	-	0.02	-	0.00	-	0.02	-	-0.02	-	0.01	-
n=7	0.00	-	0.04	-	-0.02	-	0.02	-	0.03	-	-0.00	-	-0.01	-	0.02

Πίνακας 11.21: Zernike Polynomials of P1781370531 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.25	-	-1.18	-	-0.19	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.03	-	-0.02	-	0.10	-	0.02	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.01	-	0.03	-	0.01	-	-0.02	-	-0.02	-	-	-
n=5	-	-	0.01	-	-0.03	-	-0.01	-	-0.03	-	0.01	-	-0.02	-	-
n=6	-	-0.03	-	-0.00	-	-0.01	-	0.01	-	-0.00	-	-0.02	-	-0.01	-
n=7	-0.02	-	0.02	-	0.01	-	0.01	-	0.02	-	-0.01	-	0.00	-	0.02

Πίνακας 11.22: Zernike Polynomials of P1781370531 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.04	-	-2.46	-	0.96	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	-0.07	-	0.06	-	0.08	-	-0.13	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.03	-	0.04	-	0.10	-	-0.08	-	0.08	-	-	-
n=5	-	-	0.04	-	0.01	-	0.05	-	0.01	-	0.03	-	-0.00	-	-
n=6	-	0.01	-	0.03	-	-0.02	-	0.02	-	-0.00	-	-0.01	-	-0.01	-
n=7	-0.00	-	0.02	-	0.01	-	-0.02	-	-0.01	-	0.04	-	-0.02	-	-0.03

Πίνακας 11.23: Zernike Polynomials of P1940769883 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.11	-	-2.31	-	0.45	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.05	-	-0.08	-	-0.13	-	0.01	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.01	-	0.02	-	-0.03	-	-0.05	-	0.06	-	-	-
n=5	-	-	0.02	-	-0.03	-	0.01	-	-0.01	-	0.01	-	0.01	-	-
n=6	-	0.01	-	-0.01	-	-0.03	-	0.00	-	-0.01	-	-0.03	-	-0.00	-
n=7	-0.03	-	0.01	-	-0.01	-	0.02	-	0.01	-	0.00	-	-0.01	-	0.04

Πίνακας 11.24: Zernike Polynomials of P1940769883 OS

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	-0.07	-	-1.08	-	0.35	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.03	-	0.03	-	0.15	-	-0.11	-	-	-	-
n=4	-	-	-	0.08	-	-0.00	-	-0.13	-	0.01	-	-0.05	-	-	-
n=5	-	-	-0.02	-	0.01	-	-0.03	-	-0.02	-	-0.02	-	-0.02	-	-
n=6	-	-0.01	-	-0.02	-	-0.00	-	-0.07	-	-0.01	-	0.03	-	0.05	-
n=7	0.05	-	-0.00	-	0.04	-	-0.01	-	0.01	-	0.00	-	0.01	-	-0.00

Πίνακας 11.25: Zernike Polynomials of P2112298569 OD

	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
n=0	-	-	-	-	-	-	-	0.00	-	-	-	-	-	-	-
n=1	-	-	-	-	-	-	0.00	-	0.00	-	-	-	-	-	-
n=2	-	-	-	-	-	0.23	-	-0.35	-	0.21	-	-	-	-	-
n=3	-	-	-	-	0.16	-	0.01	-	-0.11	-	0.12	-	-	-	-
n=4	-	-	-	-0.06	-	-0.01	-	-0.06	-	-0.01	-	-0.05	-	-	-
n=5	-	-	-0.02	-	-0.04	-	-0.01	-	0.06	-	-0.00	-	0.07	-	-
n=6	-	-0.05	-	-0.02	-	0.02	-	-0.00	-	0.02	-	0.02	-	-0.00	-
n=7	0.03	-	0.01	-	-0.01	-	-0.01	-	0.01	-	0.00	-	-0.00	-	0.05

Πίνακας 11.26: Zernike Polynomials of P2112298569 OS



## Παράρτημα Β

Patient's ID	OD			OS		
	Sph	Cyl	Axis	Sph	Cyl	Axis
P0063898273	-0.50	-0.50	174	+0.00	-0.25	20
P0513601301	+0.00	-0.25	151	-0.25	-0.50	67
P0528372441	+1.75	-3.50	175	+3.75	-4.25	12
P0581995566	+0.25	-0.25	1	+0.00	-0.25	12
P1070143530	+0.50	-	-	+0.50	-	-
P1226687188	-1.00	-0.25	163	+0.00	-0.50	10
P1265037730	-1.25	-	-	-1.00	-0.50	177
P1386786718	-0.50	-1.00	85	-0.25	-1.25	100
P1422685030	-2.50	-0.25	128	-2.25	-0.50	12
P1436725119	+0.00	-1.50	168	-1.00	-0.50	176
P1781370531	-1.00	-0.75	7	-1.50	-0.25	26
P1940769883	-2.25	-1.50	177	-2.00	-1.00	179
P2112298569	+0.00	-0.75	6	+0.00	-0.25	17

Πίνακας 12.1: Auto Refractometer Measurements

## Παράρτημα C

Patient's ID	Radius	OD			OS		
		Sph	Cyl	Axis	Sph	Cyl	Axis
P0063898273	2.25	-0.57	-0.30	162	-0.39	-0.40	27
P0513601301	3.25	-0.45	-1.06	146	-0.44	-0.79	29
P0528372441	2.75	1.38	-3.14	168	3.23	-4.29	11
P0581995566	2.5	-0.62	-0.46	152	0.11	-0.13	71
P1070143530	2.5	0.57	-0.29	94	0.69	-0.33	86
P1226687188	3	0.36	-0.21	166	0.22	-0.20	6
P1265037730	2.5	-5.29	-0.34	86	-3.17	-0.25	12
P1386786718	3	-0.49	-1.34	89	0.12	-1.92	89
P1422685030	4	-2.9	-0.24	131	-2.49	-0.3	28
P1436725119	2	-1.02	-0.59	12	-0.88	-0.26	158
P1781370531	3	-1.39	-0.36	129	-1.06	-0.45	62
P1940769883	3	-1.95	-1.29	2	-1.66	-0.60	175
P2112298569	3	-0.64	-0.38	175	-0.21	-0.50	22

Πίνακας 13.1: Aberometer Refraction Measurements

## Παράρτημα D

Patient's ID	OD			OS		
	Sph	Cyl	Axis	Sph	Cyl	Axis
P0063898273	-0.11	-0.52	-	+0.20	-0.42	-
P0513601301	-0.75	-0.79	-	+0.48	-0.65	-
P0528372441	-0.93	-1.41	-	+1.11	-2.12	-
P0581995566	-0.27	-0.61	-	+0.05	-0.05	-
P1070143530	-0.03	-0.33	-	+0.05	-0.40	-
P1226687188	-0.05	-0.18	-	+0.02	-0.12	-
P1265037730	+0.03	-3.82	-	+0.08	-2.39	-
P1386786718	+0.02	-0.93	-	+0.04	-1.15	-
P1422685030	-0.12	-1.02	-	+0.09	-0.75	-
P1436725119	+0.17	-0.96	-	-0.09	-0.72	-
P1781370531	-0.25	-1.11	-	+0.28	-0.94	-
P1940769883	+0.05	-2.07	-	-0.09	-1.43	-
P2112298569	-0.05	-0.62	-	+0.25	-0.32	-

Πίνακας 14.1: Προσέγγιση συνταγών οφθαλμικών φακών με τη μέθοδο Zhigang et al.

Patient's ID	OD			OS		
	Sph	Cyl	Axis	Sph	Cyl	Axis
P0063898273	+0.06	+1.03	165.20	+0.09	+0.85	159.73
P0513601301	+0.09	+1.57	162.90	+0.08	+1.30	160.77
P0528372441	+0.15	+2.82	100.04	+0.18	+4.24	158.85
P0581995566	+0.08	+1.23	167.89	+0.03	+0.11	124.31
P1070143530	+0.03	+0.66	154.28	+0.03	+0.80	157.26
P1226687188	+0.03	+0.35	109.17	+0.01	+0.24	146.46
P1265037730	+0.03	+7.63	92.52	+0.04	+4.77	177.12
P1386786718	+0.02	+1.87	137.69	+0.02	+2.30	177.12
P1422685030	+0.04	+2.04	179.79	+0.03	+1.50	169.95
P1436725119	+0.08	+1.92	163.61	+0.06	+1.45	170.88
P1781370531	+0.06	+2.22	91.86	+0.08	+1.88	98.90
P1940769883	+0.03	+4.14	158.65	+0.04	+2.86	168.91
P2112298569	+0.03	+1.23	162.17	+0.08	+0.64	148.40

Πίνακας 14.2: Προσέγγιση συνταγών οφθαλμικών φακών με τη μέθοδο Carvalho et al.

Patient's ID	OD			OS		
	Sph	Cyl	Axis	Sph	Cyl	Axis
P0063898273	+0.55	-0.31	164.48	+0.36	-0.41	22.30
P0513601301	+0.48	-1.16	146.70	+0.46	-0.81	29.04
P0528372441	-1.19	-3.07	167.32	-3.21	-4.25	10.86
P0581995566	+0.62	-0.46	151.96	-0.10	-0.12	160.19
P1070143530	-0.57	-0.29	4.06	-0.68	-0.32	174.19
P1226687188	-0.31	-0.14	163.62	-0.19	-0.20	3.09
P1265037730	+5.22	-0.34	176.10	+3.24	-0.27	12.90
P1386786718	+0.20	-1.38	179.40	-0.05	-1.91	179.24
P1422685030	+1.36	-0.17	136.29	+0.90	-0.29	13.19
P1436725119	+1.01	-0.59	11.77	+0.88	-0.26	166.04
P1781370531	+1.39	-0.36	39.26	+1.07	-0.49	153.28
P1940769883	+1.97	-1.51	1.23	+1.70	-0.57	173.32
P2112298569	+0.64	-0.38	174.51	+0.14	-0.49	23.61

Πίνακας 14.3: Προσέγγιση συνταγών οφθαλμικών φακών με τη μέθοδο Unterhorst et al.

# Παράρτημα Ε

## Πίνακες Αποτελεσμάτων T-Tests

Method 1	Method 2	Eye	Attribute	t-statistic	p-value
Zhigang	Carvalho	OD	Sph	-2.6046	0.0155
Zhigang	Carvalho	OD	Cyl	-5.6261	8.60E-06
Zhigang	Carvalho	OD	Axis		
Zhigang	Carvalho	OS	Sph	1.4699	0.1546
Zhigang	Carvalho	OS	Cyl	-5.8906	4.46E-06
Zhigang	Carvalho	OS	Axis		
Zhigang	Unterhorst	OD	Sph	-2.3817	0.0255
Zhigang	Unterhorst	OD	Cyl	-0.9227	0.3653
Zhigang	Unterhorst	OD	Axis		
Zhigang	Unterhorst	OS	Sph	-0.3742	0.7115
Zhigang	Unterhorst	OS	Cyl	-0.2225	0.8258
Zhigang	Unterhorst	OS	Axis		
Carvalho	Unterhorst	OD	Sph	-1.8931	0.0705
Carvalho	Unterhorst	OD	Cyl	5.2060	2.47E-05
Carvalho	Unterhorst	OD	Axis	1.3115	0.2021
Carvalho	Unterhorst	OS	Sph	-0.7063	0.4868
Carvalho	Unterhorst	OS	Cyl	5.0203	3.95E-05
Carvalho	Unterhorst	OS	Axis	1.1322	0.2687
Zhigang	Aberrometer	OD	Sph	1.7310	0.0963
Zhigang	Aberrometer	OD	Cyl	-0.9663	0.3435
Zhigang	Aberrometer	OD	Axis		
Zhigang	Aberrometer	OS	Sph	1.4556	0.1585
Zhigang	Aberrometer	OS	Cyl	-0.2129	0.8332
Zhigang	Aberrometer	OS	Axis		
Zhigang	Auto Refractometer	OD	Sph	0.9853	0.3343
Zhigang	Auto Refractometer	OD	Cyl	-0.3827	0.7056
Zhigang	Auto Refractometer	OD	Axis		
Zhigang	Auto Refractometer	OS	Sph	1.1815	0.2490
Zhigang	Auto Refractometer	OS	Cyl	-0.1288	0.8987
Zhigang	Auto Refractometer	OS	Axis		

Method 1	Method 2	Eye	Attribute	t-statistic	p-value
Carvalho	Aberrometer	OD	Sph	2.2592	0.0332
Carvalho	Aberrometer	OD	Cyl	5.1952	2.54E-05
Carvalho	Aberrometer	OD	Axis	-4.0736	0.0004
Carvalho	Aberrometer	OS	Sph	1.1831	0.2483
Carvalho	Aberrometer	OS	Cyl	5.0101	4.05E-05
Carvalho	Aberrometer	OS	Axis	-1.1837	0.2481
Carvalho	Auto Refractometer	OD	Sph	1.7606	0.0910
Carvalho	Auto Refractometer	OD	Cyl	4.9920	5.37E-05
Carvalho	Auto Refractometer	OD	Axis	-3.3130	0.0032
Carvalho	Auto Refractometer	OS	Sph	0.8894	0.3826
Carvalho	Auto Refractometer	OS	Cyl	4.9842	4.85E-05
Carvalho	Auto Refractometer	OS	Axis	-1.2998	0.2066
Unterhorst	Aberrometer	OD	Sph	2.9446	0.0071
Unterhorst	Aberrometer	OD	Cyl	-0.0407	0.9678
Unterhorst	Aberrometer	OD	Axis	-7.3392	1.40E-07
Unterhorst	Aberrometer	OS	Sph	1.3476	0.1904
Unterhorst	Aberrometer	OS	Cyl	0.0070	0.9945
Unterhorst	Aberrometer	OS	Axis	-3.5197	0.0018
Unterhorst	Auto Refractometer	OD	Sph	2.5678	0.0169
Unterhorst	Auto Refractometer	OD	Cyl	0.4704	0.6427
Unterhorst	Auto Refractometer	OD	Axis	-5.6070	1.23E-05
Unterhorst	Auto Refractometer	OS	Sph	1.1298	0.2697
Unterhorst	Auto Refractometer	OS	Cyl	0.0773	0.9390
Unterhorst	Auto Refractometer	OS	Axis	-3.1394	0.0046
Aberrometer	Auto Refractometer	OD	Sph	-0.8884	0.3832
Aberrometer	Auto Refractometer	OD	Cyl	0.5097	0.6153
Aberrometer	Auto Refractometer	OD	Axis	0.1505	0.8817
Aberrometer	Auto Refractometer	OS	Sph	-0.2476	0.8066
Aberrometer	Auto Refractometer	OS	Cyl	0.0701	0.9447
Aberrometer	Auto Refractometer	OS	Axis	-0.3003	0.7667

Πίνακας 15.1: Αποτελέσματα Ελέγχων Υποθέσεων

## Πίνακες Αποτελεσμάτων MANOVA

MANOVA Results for OD Eye					
Parameter	Value	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
Intercept					
Wilks' lambda	0.00	48	11	-2.58e14	1.000
Pillai's trace	1.00	48	11	-2.58e14	1.000
Hotelling-Lawley trace	-1.13e15	48	11	-2.58e14	1.000
Roy's greatest root	-1.13e15	48	11	-2.58e14	1.000
Group					
Wilks' lambda	0.00	200	39	NaN	NaN
Pillai's trace	3.84	200	48	5.78	0.000
Hotelling-Lawley trace	-1.99e15	200	18	-7.85e13	1.000
Roy's greatest root	1.26e15	50	12	3.02e14	0.000
MANOVA Results for OS Eye					
Parameter	Value	Num DF	Den DF	F Value	Pr > F
Intercept					
Wilks' lambda	0.00	48	12	1.32e14	0.000
Pillai's trace	1.00	48	12	1.32e14	0.000
Hotelling-Lawley trace	5.30e14	48	12	1.32e14	0.000
Roy's greatest root	5.30e14	48	12	1.32e14	0.000
Group					
Wilks' lambda	0.00	200	43	1.04e11	0.000
Pillai's trace	3.92	200	52	13.18	0.000
Hotelling-Lawley trace	2.50e15	200	21	1.11e14	0.000
Roy's greatest root	4.50e15	50	13	1.17e15	0.000

Πίνακας 15.2: Αποτελέσματα MANOVA