



Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Τομέας Δομοστατικής

Διπλωματική Εργασία

Τίτλος «Διερεύνηση της γεωμετρίας της διατομής και του προφίλ του
τένοντα στην αντοχή προεντεταμένης δοκού»

Φοιτητής

π. Σταύρος (Κωνσταντίνος) Μπιζάς

ΑΜ: 6740

Επιβλέπων

Καθηγητής Κωνσταντίνος Β. Δημάκος

Δρ. Πολιτικός Μηχανικός ΕΜΠ

Αθήνα, 2024

Η Διπλωματική Εργασία έγινε αποδεκτή και βαθμολογήθηκε από την εξής τριμελή επιτροπή:

Κ. Δημάκος, Καθηγητής	Ν. Πνευματικός, Καθηγητής	Σ. Δενεζάκη, Λέκτορας
(Υπογραφή)	(Υπογραφή)	(Υπογραφή)

Copyright © Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ και Σταύρος-Κωνσταντίνος Μπιζάς,
Νοέμβριος 2024**

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τους συγγραφείς.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον την συγγραφέα του και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις θέσεις του επιβλέποντος, της επιτροπής εξέτασης ή τις επίσημες θέσεις του Τμήματος και του Ιδρύματος.

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο υπογεγραμμένος Μπιζάς Σταύρος-Κωνσταντίνος του Ιωάννου, με αριθμό μητρώου 6740 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ του Τμήματος ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε

ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου.»

Ο Δηλών

A handwritten signature in blue ink, enclosed in a blue oval. The signature is written in a cursive style and appears to read 'Mpizas Stavros-Konstantinos'. There are small marks at the top and bottom of the oval, possibly indicating where to cut or staple.

(Υπογραφή φοιτητή)

Μπιζάς Σταύρος-Κωνσταντίνος

Ευχαριστίες

Με το πέρας της παρούσας διπλωματικής εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους συνέβαλαν με τον ένα ή τον άλλο τρόπο στην εκπόνηση της. Ιδιαίτερες ευχαριστίες επιθυμώ να εκφράσω στον επιβλέποντα την εργασία μου, Καθηγητή κ. Κωνσταντίνο Δημάκο, για την πολύτιμη βοήθεια και την πραγματικά αμέριστη συμβολή του σε κάθε στάδιο εκπόνησης της διατριβής μου,

Θα ήθελα επίσης με την ευκαιρία να ευχαριστήσω από καρδιάς την οικογένειά μου για τη στήριξη και τη συμπαράστασή της κατά τη διάρκεια όλης της ακαδημαϊκής μου πορείας, από τα πρώτα μου φοιτητικά χρόνια μέχρι και αυτή τη συγκεκριμένη σημαντική στιγμή. Για το λόγο αυτό και ως ελάχιστη ένδειξη ευγνωμοσύνης ιδιαίτερος αφιερώνω την παρούσα διπλωματική μου εργασία στον αγαπημένο μου μπαμπά και στην αδελφή μου, χωρίς την υποστήριξη και τη βοήθεια τους, η ολοκλήρωση αυτής της εργασίας δεν θα ήταν δυνατή.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα μελέτη ασχολείται με τη διερεύνηση της επίδρασης της γεωμετρίας του τένοντα και της διατομής στην αντοχή προεντεταμένων δοκών. Μέσω παραμετρικών αναλύσεων, εξετάστηκαν διάφορες εκκεντρότητες του τένοντα, όπως $e=0.6m$ και $e=0.25m$, καθώς και διαφορετικές γεωμετρικές διατομών. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η αύξηση της εκκεντρότητας ενισχύει την αντοχή της δοκού, με τη μέγιστη τιμή οριακού φορτίου να αυξάνεται κατά 7.93% όταν η εκκεντρότητα ήταν $e=0.6m$. Επιπλέον, οι μεγαλύτερες διατομές παρουσιάζουν αυξημένη ικανότητα κατανομής τάσεων, οδηγώντας σε μεγαλύτερη αντοχή. Αυτές οι παρατηρήσεις έχουν άμεσες επιπτώσεις για τις πρακτικές του τομέα των κατασκευών, προτείνοντας τη βελτιστοποίηση των προεντεταμένων στοιχείων για τη μείωση κόστους και τη βελτίωση της σταθερότητας των κατασκευών. Συνολικά, η μελέτη καταλήγει ότι η σωστή επιλογή της γεωμετρίας του τένοντα και της διατομής μπορεί να οδηγήσει σε πιο αποδοτικές και ανθεκτικές κατασκευές, ενώ τα ευρήματα αυτά ανοίγουν νέους δρόμους για περαιτέρω έρευνα σε δυναμικά φορτία και περιβαλλοντικές καταπονήσεις.

Λέξεις-κλειδιά: προεντεταμένες δοκοί, γεωμετρία τένοντα, εκκεντρότητα, διατομή, αντοχή, παραμετρικές αναλύσεις

ABSTRACT

This study investigates the effect of tendon geometry and cross-section on the strength of prestressed beams. Through parametric analyses, various tendon eccentricities, such as $e=0.6\text{m}$ and $e=0.25\text{m}$, were examined, along with different cross-section geometries. The results show that increasing the eccentricity enhances the beam's strength, with the maximum load capacity increasing by 7.93% when the eccentricity was $e=0.6\text{m}$. Additionally, larger cross-sections exhibit improved stress distribution capacity, resulting in greater durability. These findings have direct implications for construction practices, suggesting the optimization of prestressed elements to reduce costs and improve structural stability. Overall, the study concludes that the proper selection of tendon geometry and cross-section can lead to more efficient and durable structures, while these findings pave the way for further research on dynamic loads and environmental impacts.

Keywords: prestressed beams, tendon geometry, eccentricity, cross-section, strength, parametric analyses

Περιεχόμενα

ΠΕΡΙΛΗΨΗ	5
ABSTRACT	6
Περιεχόμενα	7
Λίστα Εικόνων	9
1. Εισαγωγή	10
<i>1.1. Σκοπός και στόχοι της εργασίας</i>	<i>10</i>
<i>1.2.Αναγκαιότητα της μελέτης στην κατασκευαστική βιομηχανία</i>	<i>12</i>
2.Θεωρητικό Υπόβαθρο	13
<i>2.1.Βασικές αρχές προεντεταμένων δοκών</i>	<i>13</i>
<i>2.2.Ιστορική εξέλιξη και χρήση προεντεταμένων στοιχείων</i>	<i>16</i>
<i>2.3.Τύποι προεντεταμένων δοκών και γεωμετρία διατομών</i>	<i>18</i>
3.Ανάλυση Τενόντων	21
<i>3.1.Ιδιότητες των τενόντων σε προεντεταμένα στοιχεία</i>	<i>21</i>
<i>3.2.Σημασία της γεωμετρίας του τένοντα</i>	<i>23</i>
4.Παραμετρικές Αναλύσεις	26
<i>4.1.Εισαγωγή</i>	<i>26</i>
<i>4.2. Παραμετρική ανάλυση 1</i>	<i>27</i>
<i>4.3.Παραμετρική ανάλυση 2</i>	<i>31</i>
<i>4.4.Παραμετρική ανάλυση 3, μεταβάλλοντας την εκκεντρότητα του τένοντα</i>	<i>35</i>

4.5.Παραμετρική ανάλυση 4

37

Λίστα Βιβλιογραφικών Αναφορών

41

Λίστα Εικόνων

Εικόνα 1. Πλάκες με προένταση μετά τη σκλήρυνση σκυροδέματος (Πηγή: (ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΠΡΟΕΝΤΑΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗ ΣΚΛΗΡΥΝΣΗ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ - ktirio.gr, 2017)	11
Εικόνα 2. Ενδεικτικό διάγραμμα κατανομής τάσεων σε προεντεταμένη δοκό (Πηγή: BuildingHow > Προϊόντα > Βιβλία > Τόμος Β > Προσομοιώματα-Επιλύσεις > Μηχανικό Προσομοίωμα, n.d.)	12
Εικόνα 3. Εφαρμογή της προέντασης (Πηγή: Ενισχυμένο Σκυρόδεμα Έναντι Προεντεταμένου Σκυροδέματος, 2019)	15
Εικόνα 4. Απεικόνιση δοκού με μεταγενέστερη προένταση (Πηγή: R, 2021)	19
Εικόνα 5. Στοιχεία Διατομής Παραμετρικής Ανάλυσης 1	28
Εικόνα 6. Στοιχεία Διατομής Παραμετρικής Ανάλυσης 2	32

1. Εισαγωγή

1.1. Σκοπός και στόχοι της εργασίας

Ο σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η διερεύνηση της επίδρασης της γεωμετρίας της διατομής πλακοδοκού και του προφίλ του τένοντα στην αντοχή προεντεταμένης δοκού. Οι προεντεταμένες δοκοί αποτελούν ένα από τα βασικότερα στοιχεία σε σύγχρονες κατασκευές, ιδίως σε έργα πολιτικού μηχανικού όπως γέφυρες, μεγάλα κτίρια και υποδομές μεταφορών (Kotsonos, 2017). Η ορθή σχεδίαση και ανάλυση των προεντεταμένων δοκών απαιτεί την κατανόηση των γεωμετρικών παραμέτρων τους, καθώς αυτές επηρεάζουν την αντοχή και τη διάρκεια ζωής των κατασκευών.

Η μελέτη εστιάζει στην ανάλυση των διατομών και της γεωμετρίας των τενόντων, καθώς η επιλογή των διαστάσεων και του προφίλ των τενόντων είναι κρίσιμη για την εξασφάλιση της ανθεκτικότητας της κατασκευής (Chudoba & Hegger, 2018). Συγκεκριμένα, θα εξεταστεί η επίδραση του πλάτους και πάχους του άνω πέλματος, του πάχους του κορμού, και των διαφόρων διατομών στην ικανότητα της δοκού να αντέχει φορτία. Στόχος της μελέτης είναι να διερευνηθούν οι παράγοντες που οδηγούν σε βελτιστοποίηση της αντοχής της δοκού μέσω της γεωμετρικής σχεδίασης του τένοντα και της διατομής.

Οι κύριοι στόχοι της εργασίας με βιβλιογραφική τεκμηρίωσή τους περιλαμβάνουν τα εξής:

1. **Ανάλυση της γεωμετρίας των διατομών:** Ο πρώτος στόχος είναι η κατανόηση του τρόπου με τον οποίο οι διαφορετικές διατομές επηρεάζουν την αντοχή της δοκού. Θα αναλυθούν διάφορες γεωμετρικές παράμετροι όπως το ύψος, το πλάτος και το πάχος των διατομών των πλακοδοκών (Thorenfeldt & Arnesen, 2019).
2. **Μελέτη της επίδρασης του προφίλ του τένοντα:** Θα διερευνηθεί πώς η τοποθέτηση, το μήκος και η εκκεντρότητα του τένοντα επηρεάζουν την κατανομή των τάσεων στη δοκό. Η ανάλυση αυτή θα γίνει μέσω παραμετρικών μελετών και μαθηματικών μοντέλων (Freyssinet, 2015).
3. **Παραμετρική ανάλυση για βέλτιστη αντοχή:** Στόχος της εργασίας είναι να εκτιμηθούν οι βέλτιστες διαστάσεις και τοποθετήσεις των διατομών και των τενόντων, ώστε να επιτυγχάνεται η μέγιστη αντοχή με το μικρότερο δυνατό κόστος και υλικά (Lublimer, 2008).
4. **Σύγκριση με υπάρχουσες μεθοδολογίες και κώδικες:** Η εργασία θα περιλάβει σύγκριση των αποτελεσμάτων των αναλύσεων με υπάρχοντες κανονισμούς και κώδικες, όπως ο Eurocode 2 και το ACI 318, προκειμένου να επαληθευτεί η

εγκυρότητα των συμπερασμάτων (Fib Bulletin, 2017).

Η διεξαγωγή αυτής της μελέτης θα συμβάλει στην βελτίωση της σχεδίασης των προεντεταμένων δοκών, δίνοντας τη δυνατότητα στους μηχανικούς να επιλέγουν τις βέλτιστες διαστάσεις και τοποθετήσεις τενόντων με βάση συγκεκριμένα γεωμετρικά χαρακτηριστικά. Κατά συνέπεια, τα ευρήματα αυτής της εργασίας θα έχουν πρακτική αξία σε μεγάλα έργα πολιτικού μηχανικού και θα συμβάλλουν στην ασφάλεια και την αποτελεσματικότητα των κατασκευών (Lin & Burns, 1981).

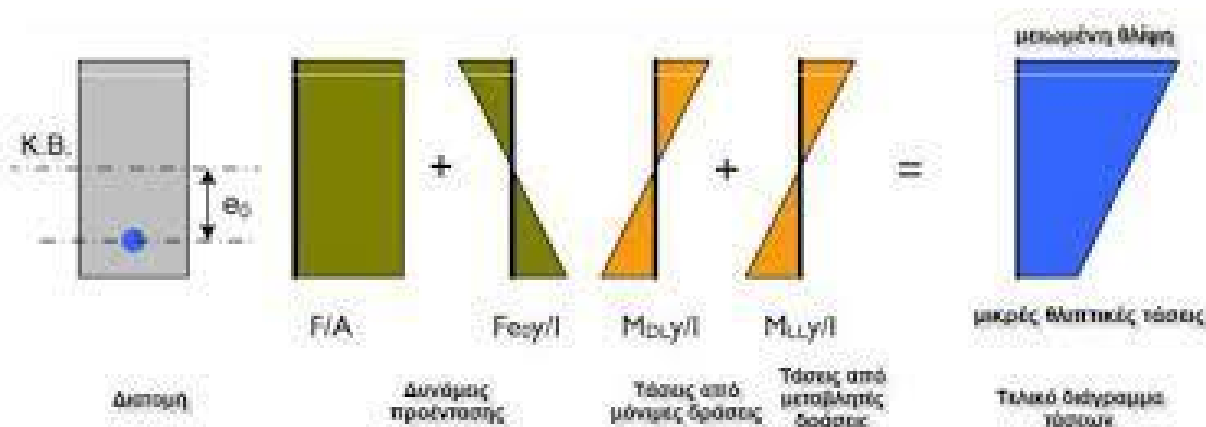


Εικόνα 1. Πλάκες με προένταση μετά τη σκλήρυνση σκυροδέματος (Πηγή: (ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΠΡΟΕΝΤΑΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗ ΣΚΛΗΡΥΝΣΗ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ - ktirio.gr, 2017)

1.2.Αναγκαιότητα της μελέτης στην κατασκευαστική βιομηχανία

Η μελέτη της γεωμετρίας των διατομών και του προφίλ του τένοντα στις προεντεταμένες δοκούς είναι κρίσιμη για την κατασκευαστική βιομηχανία, καθώς η αποτελεσματική και ασφαλής σχεδίαση αυτών των στοιχείων έχει άμεση επίδραση στην αντοχή, την ανθεκτικότητα, και τη μακροχρόνια απόδοση των δομικών έργων (Freyssinet, 2015). Οι προεντεταμένες δοκοί χρησιμοποιούνται ευρέως σε έργα πολιτικού μηχανικού όπως γέφυρες, μεγάλα κτίρια και υπερκατασκευές, λόγω της ικανότητάς τους να αντέχουν μεγάλες καταπονήσεις και να παρέχουν υψηλή διαρθρωτική απόδοση με ελάχιστη χρήση υλικών (Kotsonos, 2017).

Η βελτίωση της γεωμετρικής σχεδίασης των δοκών είναι απαραίτητη για την αντιμετώπιση των αυξανόμενων απαιτήσεων όσον αφορά τη φόρτιση, τη βιωσιμότητα και την αντοχή των κατασκευών. Η αποτελεσματική χρήση υλικών, όπως το σκυρόδεμα και ο χάλυβας, είναι πλέον πιο σημαντική από ποτέ, καθώς οι κατασκευαστικές εταιρείες προσπαθούν να μειώσουν το κόστος κατασκευής, ενώ ταυτόχρονα να διατηρούν την ποιότητα και την αντοχή των κατασκευών (Lin & Burns, 1981). Η γνώση των γεωμετρικών παραμέτρων της διατομής μιας προεντεταμένης δοκού βοηθά τους μηχανικούς να προσαρμόζουν τον σχεδιασμό ανάλογα με τις ανάγκες της κάθε κατασκευής, βελτιώνοντας την αντοχή χωρίς υπερβολική κατανάλωση υλικών (Chudoba & Hegger, 2018).



Εικόνα 2. Ενδεικτικό διάγραμμα κατανομής τάσεων σε προεντεταμένη δοκό (Πηγή: BuildingHow > Προϊόντα > Βιβλία > Τόμος Β > Προσομοιώματα-Επιλύσεις > Μηχανικό Προσομοίωμα, n.d.)

Η χρήση προεντεταμένων δοκών προσφέρει καινοτόμες λύσεις σε διάφορες κατασκευαστικές προκλήσεις, ιδίως σε περιοχές με έντονη σεισμική δραστηριότητα, καθώς οι δοκοί αυτές είναι

γνωστές για την ικανότητά τους να απορροφούν και να διαχειρίζονται τις δυναμικές καταπονήσεις πιο αποτελεσματικά από ό,τι τα συμβατικά στοιχεία (Thorenfeldt & Arnesen, 2019). Η ανάλυση των γεωμετρικών χαρακτηριστικών προεντεταμένων πλακοδοκών, όπως η εκκεντρότητα των τενόντων και οι διαστάσεις του άνω πέλματος και του κορμού, είναι θεμελιώδης για τη μεγιστοποίηση της αποδοτικότητας των δοκών, μειώνοντας παράλληλα τις πιθανότητες αστοχίας υπό φορτία (Fib Bulletin, 2017).

Παράλληλα, με την έμφαση που δίνεται στη βιώσιμη κατασκευή και στην ελαχιστοποίηση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων, η έρευνα γύρω από την ορθολογική χρήση των υλικών και τη μείωση των αποβλήτων είναι καθοριστική. Η δυνατότητα να σχεδιάζονται δοκοί με αυξημένη αντοχή και διάρκεια ζωής, χρησιμοποιώντας βελτιωμένες γεωμετρικές παραμέτρους, συμβάλλει στη μείωση της χρήσης υλικών και στην αύξηση της ενεργειακής αποδοτικότητας των κατασκευών (Lublinter, 2008). Επιπλέον, η σωστή διαχείριση των τάσεων και των καταπονήσεων με βάση τη γεωμετρία του προφίλ του τένοντα μπορεί να οδηγήσει σε σημαντικές οικονομίες κλίμακας και στην ενίσχυση της ανθεκτικότητας των υποδομών (Kotsonos, 2017).

Συμπερασματικά, η μελέτη αυτή είναι αναγκαία για την κατασκευαστική βιομηχανία, καθώς συνεισφέρει στη βελτίωση των κατασκευών μέσω της επιστημονικής κατανόησης των παραγόντων που επηρεάζουν την αντοχή και τη συμπεριφορά των προεντεταμένων δοκών. Η ενσωμάτωση των παραμετρικών αναλύσεων αυτών των χαρακτηριστικών παρέχει στους μηχανικούς τα απαραίτητα εργαλεία για να προσαρμόζουν τη σχεδίαση των κατασκευών στις ανάγκες της σύγχρονης κατασκευαστικής βιομηχανίας, επιτυγχάνοντας μεγαλύτερη αντοχή, βιωσιμότητα και ασφάλεια (Chudoba & Hegger, 2018).

2.Θεωρητικό Υπόβαθρο

2.1.Βασικές αρχές προεντεταμένων δοκών

Οι προεντεταμένες δοκοί αποτελούν ένα από τα πιο κρίσιμα στοιχεία σε πολλές σύγχρονες κατασκευές λόγω της ικανότητάς τους να αντέχουν σημαντικά φορτία, παρέχοντας ταυτόχρονα μεγαλύτερη απόδοση από τις συμβατικές ενισχυμένες δοκούς (Freysinet, 2015). Η βασική αρχή πίσω από τη λειτουργία των προεντεταμένων δοκών είναι η εισαγωγή μιας αρχικής θλιπτικής τάσης στο σκυρόδεμα, πριν την εφαρμογή εξωτερικών φορτίων. Αυτή η προένταση επιτυγχάνεται με τη χρήση τενόντων υψηλής αντοχής, οι οποίοι εκτείνονται και στη συνέχεια αγκυρώνονται στο σκυρόδεμα, δημιουργώντας ένα προϋπολογισμένο θλιπτικό

φορτίο (Lin & Burns, 1981).

Αρχή Λειτουργίας των Προεντεταμένων Δοκών

Η ιδέα της προέντασης είναι ότι οι θλιπτικές τάσεις που αναπτύσσονται στο σκυρόδεμα από τους τένοντες εξουδετερώνουν ή μειώνουν τις εφελκυστικές τάσεις που προκαλούνται από τα εξωτερικά φορτία. Σε συμβατικές δοκούς από σκυρόδεμα, το σκυρόδεμα παρουσιάζει αστοχία όταν αναπτυχθούν σημαντικές εφελκυστικές τάσεις, καθώς το σκυρόδεμα είναι ισχυρό στη θλίψη αλλά αδύναμο στον εφελκυσμό (Chudoba & Hegger, 2018). Με την προένταση, οι τένοντες επιβάλλουν αρχικές θλιπτικές τάσεις στο σκυρόδεμα, οι οποίες μειώνουν την ανάγκη για την αποδοχή εφελκυστικών τάσεων όταν η δοκός φορτίζεται.

Η διαδικασία της προέντασης μπορεί να γίνει με δύο βασικούς τρόπους:

1. **Προένταση εκ των προτέρων (pre-tensioning)**: Στην περίπτωση αυτή, οι τένοντες τεντώνονται πριν από τη σκυροδέτηση και παραμένουν σε τάση καθώς το σκυρόδεμα στερεοποιείται γύρω τους (Fib Bulletin, 2017).
2. **Μεταγενέστερη προένταση (post-tensioning)**: Εδώ οι τένοντες τοποθετούνται σε αγωγούς μέσα στη δοκό και τεντώνονται μετά τη σκυροδέτηση, δημιουργώντας θλίψη μέσω της αγκύρωσης των τενόντων στις άκρες της δοκού (Kotsovos, 2017).

Υπολογισμός Προέντασης

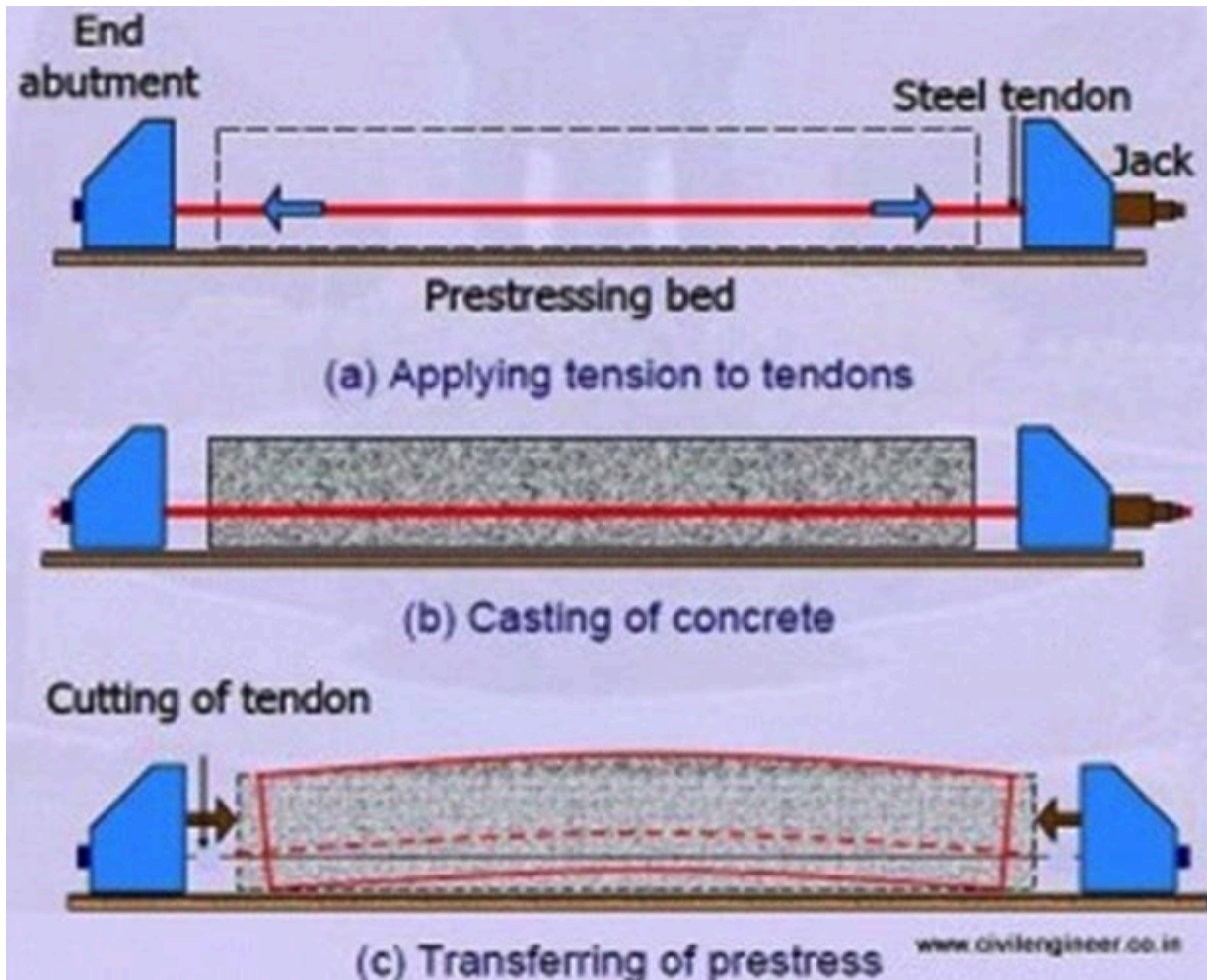
Ο υπολογισμός των τάσεων που δημιουργούνται από την προένταση είναι σημαντικός για τη σωστή διαστασιολόγηση της δοκού. Η βασική εξίσωση που περιγράφει την προένταση είναι η εξής:

$$\sigma_p = \frac{P}{A_c}$$

όπου:

- σ_p είναι η προένταση στο σκυρόδεμα,
- P είναι η δύναμη προέντασης,
- A_c είναι η επιφάνεια της διατομής του σκυροδέματος.

Επιπλέον, οι απώλειες στην προένταση λόγω φαινομένων όπως η ερπυσμός, η συστολή και η χαλάρωση των τενόντων πρέπει να λαμβάνονται υπόψη στον σχεδιασμό. Οι απώλειες αυτές μπορούν να φτάσουν έως και το 30% της αρχικής προέντασης (Thorenfeldt & Arnesen, 2019).



Εικόνα 3. Εφαρμογή της προέντασης (Πηγή: Ενισχυμένο Σκυρόδεμα Έναντι Προεντεταμένου Σκυροδέματος, 2019)

Προένταση και Μορφές Αστοχίας

Η σωστή σχεδίαση των προεντεταμένων δοκών διασφαλίζει ότι οι θλιπτικές τάσεις στο σκυρόδεμα διατηρούνται σε ασφαλή όρια. Ωστόσο, υπάρχουν συγκεκριμένες μορφές αστοχίας που μπορεί να εμφανιστούν. Η πιο συνηθισμένη μορφή αστοχίας είναι η διάρρηξη της δοκού λόγω υπερβολικών τάσεων, που συνήθως προκαλείται από την εμφάνιση υπερβολικών εφελκυστικών τάσεων στην ίνα της δοκού (Freyssinet, 2015). Επίσης, οι τένοντες μπορεί να υποστούν κόπωση εάν οι επαναλαμβανόμενες καταπονήσεις είναι υπερβολικές, οδηγώντας σε μείωση της αντοχής.

Στον σχεδιασμό των προεντεταμένων δοκών, η αναλογία του ύψους προς το πλάτος της διατομής, η εκκεντρότητα των τενόντων, καθώς και η κατανομή των τάσεων είναι κρίσιμα σημεία. Όλα αυτά τα χαρακτηριστικά μπορούν να βελτιώσουν ή να μειώσουν τη συνολική απόδοση της δοκού (Lin & Burns, 1981).

Προένταση και Οικονομία Κατασκευής

Οι προεντεταμένες δοκοί αποτελούν επίσης μια οικονομική λύση, καθώς η προένταση

επιτρέπει τη μείωση της διατομής των στοιχείων σκυροδέματος, χωρίς όμως να μειώνεται η αντοχή τους (Chudoba & Hegger, 2018). Με αυτόν τον τρόπο, γίνεται καλύτερη διαχείριση των υλικών, καθώς οι κατασκευές απαιτούν λιγότερο σκυρόδεμα και χάλυβα. Επιπλέον, η μακροχρόνια αντοχή των προεντεταμένων στοιχείων οδηγεί σε μείωση των κόστους συντήρησης, καθιστώντας την προένταση μια οικονομική και βιώσιμη επιλογή για την κατασκευαστική βιομηχανία (Fib Bulletin, 2017).

Τυπολογία Προεντεταμένων Δοκών

Η γεωμετρία και η μορφολογία των προεντεταμένων δοκών μπορεί να διαφέρει ανάλογα με τις απαιτήσεις του έργου. Οι δοκοί μπορούν να έχουν διάφορες μορφές διατομών, όπως ορθογώνιες, τραπεζοειδείς ή σύνθετες διατομές, ανάλογα με τις απαιτήσεις φόρτισης και τις κατασκευαστικές ανάγκες (Kotsonos, 2017). Η επιλογή της κατάλληλης διατομής εξαρτάται από τη φόρτιση που πρόκειται να υποστεί η δοκός και από την ανάγκη για οικονομία υλικών.

2.2. Ιστορική εξέλιξη και χρήση προεντεταμένων στοιχείων

Η έννοια της προέντασης εμφανίζεται για πρώτη φορά στα μέσα του 19ου αιώνα, όταν ο William F. Wunsh σκέφτηκε την ιδέα της προέντασης για την αποτροπή αστοχίας σε κατασκευές από σκυρόδεμα λόγω εφελκυστικών τάσεων. Ωστόσο, οι αρχικές προσπάθειες για τη δημιουργία προεντεταμένων δοκών δεν στέφθηκαν με επιτυχία, λόγω της αδυναμίας να διατηρηθεί η τάση στους τένοντες για μεγάλο χρονικό διάστημα. Αυτό οφειλόταν κυρίως στην ανεπάρκεια των υλικών εκείνης της εποχής, τα οποία δεν μπορούσαν να αντέξουν τις απαραίτητες καταπονήσεις (Freysinet, 2015).

Στις αρχές του 20ού αιώνα, ο Γάλλος μηχανικός Eugène Freyssinet έκανε σημαντικά βήματα προόδου στον τομέα των προεντεταμένων δοκών. Ο Freyssinet ανακάλυψε ότι χρησιμοποιώντας χάλυβα υψηλής αντοχής μπορούσε να επιτύχει την επιθυμητή προένταση στους τένοντες χωρίς να εμφανίζονται προβλήματα απωλειών της τάσης. Το 1928, ανέπτυξε τη μέθοδο της προέντασης, η οποία επιτρέπει την τοποθέτηση των τενόντων με προκατασκευασμένη τάση στο σκυρόδεμα πριν από την εφαρμογή των εξωτερικών φορτίων (Kotsonos, 2017). Η τεχνική αυτή αποτέλεσε μια επαναστατική ανακάλυψη, καθώς επέτρεψε τη βελτίωση της αντοχής και της απόδοσης του σκυροδέματος, ιδιαίτερα σε έργα μεγάλης κλίμακας όπως γέφυρες και κτίρια υψηλού φορτίου (Lin & Burns, 1981).

Η Εξέλιξη της Προέντασης

Η προένταση εισήχθη αρχικά ως λύση για την αποφυγή της εμφάνισης ρωγμών σε κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα. Οι πρώτες εμπορικές εφαρμογές της προέντασης σημειώθηκαν τη δεκαετία του 1930, όταν οι πρώτες προεντεταμένες γέφυρες και κτίρια άρχισαν να

κατασκευάζονται με επιτυχία στην Ευρώπη. Η τεχνολογία εξαπλώθηκε ταχύτατα, με τη Γαλλία και τη Γερμανία να ηγούνται των προσπαθειών αυτών. Τη δεκαετία του 1950, η τεχνολογία προέντασης υιοθετήθηκε ευρέως στις Ηνωμένες Πολιτείες και τον υπόλοιπο κόσμο, με τη χρήση προεντεταμένων δοκών να αυξάνεται ραγδαία (Freyssinet, 2015).

Κατά τις επόμενες δεκαετίες, η τεχνολογία προέντασης εξελίχθηκε περαιτέρω με την εισαγωγή της μεταγενέστερης προέντασης (post-tensioning), όπου οι τένοντες τοποθετούνται μέσα στη δοκό και τεντώνονται μετά την κατασκευή της (Fib Bulletin, 2017). Αυτό επέτρεψε τη χρήση της προέντασης σε πιο πολύπλοκα έργα, καθώς η τοποθέτηση των τενόντων μπορούσε να γίνει με μεγαλύτερη ακρίβεια. Η μεταγενέστερη προένταση έκανε δυνατή τη δημιουργία δοκών με μεγάλες διατομές και μήκη, καθιστώντας την ιδανική για γέφυρες και κατασκευές μεγάλης κλίμακας.

Σύγχρονη Χρήση των Προεντεταμένων Στοιχείων

Σήμερα, οι προεντεταμένες δοκοί αποτελούν αναπόσπαστο μέρος πολλών κατασκευαστικών έργων πολιτικού μηχανικού. Χρησιμοποιούνται ευρέως σε γέφυρες, υπερκατασκευές και κτίρια υψηλών απαιτήσεων, καθώς προσφέρουν μεγαλύτερη αντοχή και οικονομία σε σχέση με τις συμβατικές δομές από οπλισμένο σκυρόδεμα (Chudoba & Hegger, 2018). Στην κατασκευή γεφυρών, οι προεντεταμένες δοκοί επιτρέπουν την κατασκευή γεφυρών μεγάλου ανοίγματος, χωρίς να απαιτούνται πολλαπλά στηρίγματα, κάτι που βελτιώνει τόσο την αισθητική όσο και τη λειτουργικότητα των κατασκευών (Thorenfeldt & Arnesen, 2019).

Επιπλέον, οι προεντεταμένες δοκοί βρίσκουν εφαρμογή και σε κτίρια με ειδικές ανάγκες αντοχής, όπως εργοστάσια και πολυώροφα κτίρια, όπου οι υψηλές απαιτήσεις φόρτισης καθιστούν αναγκαία την παρουσία ισχυρών στοιχείων με μεγάλη ικανότητα αντοχής. Η χρήση προεντεταμένων στοιχείων προσφέρει λύσεις και στις σύγχρονες ανάγκες για βιώσιμες κατασκευές, καθώς η μείωση της ποσότητας σκυροδέματος και η μεγιστοποίηση της απόδοσης των υλικών συμβάλλουν στη μείωση των περιβαλλοντικών επιπτώσεων των κατασκευών (Lin & Burns, 1981).

Σημαντικές σύγχρονες εφαρμογές της προέντασης περιλαμβάνουν την κατασκευή μεγάλων πλοίων, δεξαμενών πετρελαίου και έργων αποθήκευσης υγρών. Σε αυτές τις περιπτώσεις, οι προεντεταμένες δομές προσφέρουν βέλτιστες λύσεις για τη διαχείριση των δυναμικών φορτίων και των μεγάλων διαστατικών απαιτήσεων (Chudoba & Hegger, 2018).

Βελτιώσεις στην Τεχνολογία Υλικών

Μια από τις μεγαλύτερες προόδους στην εξέλιξη των προεντεταμένων δοκών ήταν η βελτίωση των υλικών. Η ανάπτυξη νέων τύπων σκυροδέματος υψηλής αντοχής και η βελτίωση της ποιότητας των τενόντων, κυρίως μέσω της χρήσης χάλυβα υψηλής αντοχής, έχουν αυξήσει τη

διάρκεια ζωής και την αντοχή των προεντεταμένων στοιχείων (Kotsovos, 2017). Επιπλέον, η χρήση σύνθετων υλικών (composites) και οι νέες τεχνολογίες κατασκευής έχουν επιτρέψει τη δημιουργία πιο σύνθετων δομών με μειωμένο βάρος και βελτιωμένη αντοχή, αυξάνοντας τις δυνατότητες εφαρμογής των προεντεταμένων στοιχείων σε νέους τομείς (Fib Bulletin, 2017). Η ιστορική εξέλιξη της προέντασης και η σύγχρονη χρήση της στην κατασκευαστική βιομηχανία αποτελούν απόδειξη της σημαντικής συνεισφοράς της τεχνολογίας αυτής στην ανάπτυξη ασφαλών, αποδοτικών και οικονομικά συμφέρουσων κατασκευών. Από τις πρώτες πειραματικές εφαρμογές μέχρι τη σημερινή χρήση σε μεγάλα και πολύπλοκα έργα, η προένταση συνεχίζει να εξελίσσεται, προσφέροντας λύσεις στις σύγχρονες ανάγκες της κατασκευαστικής βιομηχανίας (Freyssinet, 2015).

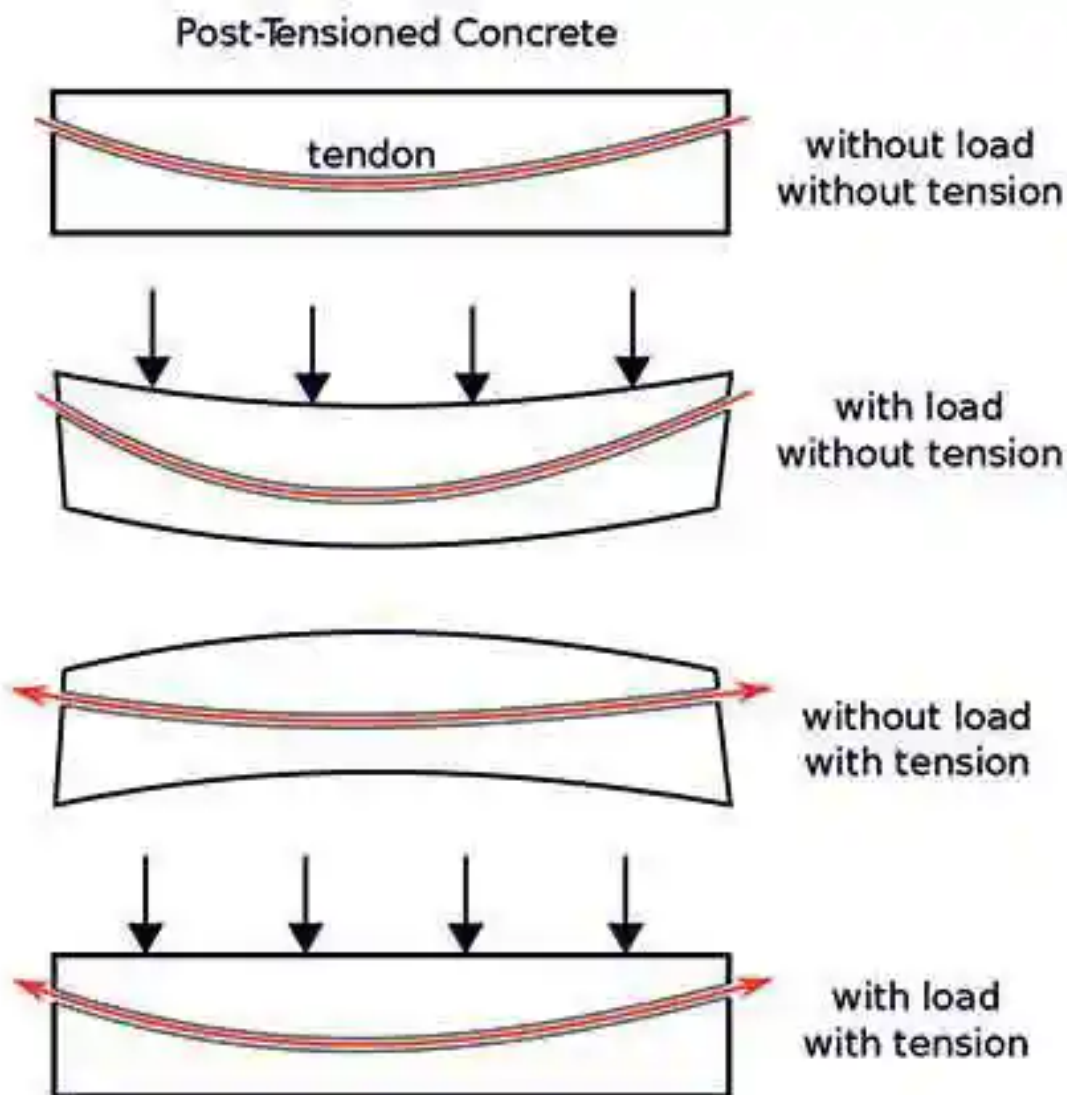
2.3. Τύποι προεντεταμένων δοκών και γεωμετρία διατομών

Οι προεντεταμένες δοκοί κατασκευάζονται με βάση τη διαδικασία της προέντασης, η οποία επιτρέπει την ανάπτυξη θλιπτικών τάσεων στο σκυρόδεμα μέσω της χρήσης τενόντων. Ανάλογα με την κατασκευαστική μέθοδο και τη γεωμετρία τους, οι προεντεταμένες δοκοί διακρίνονται σε διάφορους τύπους, καθένας από τους οποίους χρησιμοποιείται ανάλογα με τις απαιτήσεις του εκάστοτε έργου. Οι κύριες διακρίσεις των προεντεταμένων δοκών αφορούν τη μέθοδο κατασκευής, τη γεωμετρία της διατομής και τον τρόπο που επιτυγχάνεται η προένταση.

Τύποι Προεντεταμένων Δοκών

1. **Δοκοί με προένταση εκ των προτέρων (pre-tensioned beams):** Η μέθοδος της προέντασης εκ των προτέρων είναι η πρώτη τεχνική που εφαρμόστηκε ευρέως στην κατασκευή προεντεταμένων δοκών. Στην περίπτωση αυτή, οι τένοντες τεντώνονται πριν από τη σκυροδέτηση, παραμένοντας σε τάση καθώς το σκυρόδεμα σκληραίνει. Αυτή η διαδικασία εξασφαλίζει ότι οι θλιπτικές τάσεις ενσωματώνονται στο σκυρόδεμα αμέσως μετά την ολοκλήρωση της σκυροδέτησης (Lin & Burns, 1981). Οι προεντεταμένες δοκοί εκ των προτέρων χρησιμοποιούνται συνήθως σε προκατασκευασμένες κατασκευές, όπου τα δομικά στοιχεία κατασκευάζονται εκτός του χώρου του έργου και μεταφέρονται στον χώρο για συναρμολόγηση.
2. **Δοκοί με μεταγενέστερη προένταση (post-tensioned beams):** Σε αυτή τη μέθοδο, οι τένοντες τοποθετούνται σε ειδικούς αγωγούς μέσα στη δοκό μετά τη σκυροδέτηση. Η προένταση επιτυγχάνεται τεντώνοντας τους τένοντες αφού το σκυρόδεμα έχει σκληρύνει πλήρως, δημιουργώντας θλιπτικές τάσεις μέσω της αγκύρωσης των

τενόντων στις άκρες της δοκού (Freyssinet, 2015). Αυτή η τεχνική προσφέρει μεγαλύτερη ευελιξία στον σχεδιασμό, καθώς η ένταση μπορεί να εφαρμοστεί ανάλογα με τις πραγματικές ανάγκες της κατασκευής. Οι δοκοί με μεταγενέστερη προένταση χρησιμοποιούνται συχνά σε γέφυρες μεγάλων ανοιγμάτων και σε κτίρια με μεγάλες απαιτήσεις φόρτισης (Chudoba & Hegger, 2018).



Εικόνα 4. Απεικόνιση δοκού με μεταγενέστερη προένταση (Πηγή: R, 2021)

- 3. Προεντεταμένες δοκοί με συνεχή κατασκευή (continuous prestressed beams):** Οι προεντεταμένες δοκοί αυτής της κατηγορίας εφαρμόζονται σε περιπτώσεις όπου η κατασκευή περιλαμβάνει πολλές συνεχόμενες δοκούς χωρίς διακοπές. Αυτό επιτρέπει την ομαλή κατανομή των φορτίων σε όλη την κατασκευή και μειώνει την ανάγκη για πολλαπλά στηρίγματα (Fib Bulletin, 2017). Η συνεχής προένταση βοηθά στη διατήρηση της δομικής σταθερότητας σε μεγάλα έργα, όπως γέφυρες και αυτοκινητόδρομοι, προσφέροντας μεγαλύτερη αντοχή στα δυναμικά φορτία και στις

καταπονήσεις που προκαλούνται από θερμικές και άλλες παραμορφώσεις.

4. **Μονόσπαστες προεντεταμένες δοκοί (monostrand prestressed beams):** Αυτές οι δοκοί χρησιμοποιούν ένα μόνο τένοντα υψηλής αντοχής και συνήθως εφαρμόζονται σε μικρότερα έργα ή σε προκατασκευασμένες κατασκευές με συγκεκριμένες ανάγκες φόρτισης. Οι μονόσπαστες δοκοί είναι πιο οικονομικές και χρησιμοποιούνται σε έργα όπου δεν απαιτούνται μεγάλες καταπονήσεις ή σύνθετες διατομές (Thorenfeldt & Arnesen, 2019).

Γεωμετρία Διατομών Προεντεταμένων Δοκών

Η γεωμετρία της διατομής μιας προεντεταμένης δοκού διαδραματίζει καίριο ρόλο στη συμπεριφορά της δομής υπό φορτίο. Η επιλογή της κατάλληλης διατομής είναι απαραίτητη για την εξασφάλιση της μέγιστης αντοχής και απόδοσης της δοκού. Οι πιο συνήθεις τύποι διατομών για προεντεταμένες δοκούς περιλαμβάνουν τις εξής:

1. **Ορθογώνια διατομή:** Οι προεντεταμένες δοκοί με ορθογώνια διατομή είναι οι απλούστερες σε σχεδίαση και χρήση. Χρησιμοποιούνται συνήθως σε μικρές και μεσαίες κατασκευές, όπου οι απαιτήσεις φόρτισης δεν είναι πολύ μεγάλες (Kotsovos, 2017). Η ορθογώνια διατομή προσφέρει ομοιόμορφη κατανομή των καταπονήσεων και επιτρέπει την ευκολότερη κατασκευή και εφαρμογή της προέντασης. Ωστόσο, η απλότητα αυτής της διατομής περιορίζει την αντοχή της σε μεγάλες καταπονήσεις και σε έργα μεγάλης κλίμακας.
2. **Τραπεζοειδής διατομή:** Η τραπεζοειδής διατομή είναι μια συχνά χρησιμοποιούμενη γεωμετρία για προεντεταμένες δοκούς σε γέφυρες και άλλες κατασκευές μεγάλων ανοιγμάτων (Fib Bulletin, 2017). Αυτή η διατομή επιτρέπει την καλύτερη κατανομή των τάσεων και προσφέρει μεγαλύτερη αντοχή σε σχέση με την ορθογώνια διατομή. Επιπλέον, η τραπεζοειδής διατομή μειώνει το συνολικό βάρος της δοκού, επιτρέποντας τη χρήση μικρότερης ποσότητας σκυροδέματος χωρίς μείωση της αντοχής.
3. **Διατομή τύπου "T" (T-section):** Η διατομή τύπου "T" είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική σε κατασκευές με υψηλές απαιτήσεις φόρτισης, όπως γέφυρες και μεγάλες κτιριακές δομές. Το πλατύ άνω πέλμα της διατομής "T" επιτρέπει την κατανομή των φορτίων σε μεγαλύτερη επιφάνεια, μειώνοντας τις εφελκυστικές τάσεις και αυξάνοντας την αντοχή στη θλίψη (Lin & Burns, 1981). Η χρήση της διατομής "T" προσφέρει επίσης βελτιωμένη σταθερότητα και αντοχή σε καταπονήσεις λόγω θλίψης, καθώς το άνω πέλμα μπορεί να υποστηρίξει μεγαλύτερα φορτία.
4. **Διατομή τύπου "I" (I-section):** Η διατομή τύπου "I" είναι μια από τις πιο αποτελεσματικές γεωμετρίες για προεντεταμένες δοκούς που χρησιμοποιούνται σε

μεγάλα έργα πολιτικού μηχανικού, όπως γέφυρες μεγάλου ανοίγματος και βιομηχανικές κατασκευές (Chudoba & Hegger, 2018). Το μεγάλο ύψος του κορμού και τα δύο πέλαμα της διατομής "I" επιτρέπουν τη μέγιστη αντοχή στις εφελκυστικές και θλιπτικές τάσεις, ενώ ταυτόχρονα μειώνουν το συνολικό βάρος της δοκού. Η διατομή "I" προσφέρει εξαιρετική αντοχή σε κάμψη, ενώ επιτρέπει τη χρήση λιγότερου σκυροδέματος και χάλυβα σε σχέση με άλλες διατομές.

Η επιλογή του κατάλληλου τύπου προεντεταμένης δοκού και η γεωμετρία της διατομής της είναι ζωτικής σημασίας για την απόδοση και την αντοχή των κατασκευών. Κάθε τύπος διατομής έχει διαφορετικές ιδιότητες, οι οποίες πρέπει να λαμβάνονται υπόψη ανάλογα με τις κατασκευαστικές απαιτήσεις και τις συνθήκες φόρτισης. Η προένταση, σε συνδυασμό με την κατάλληλη γεωμετρία διατομής, επιτρέπει τη βέλτιστη αξιοποίηση των υλικών και τη δημιουργία ασφαλών, οικονομικών και βιώσιμων κατασκευών (Thorenfeldt & Arnesen, 2019).

3. Ανάλυση Τενόντων

3.1. Ιδιότητες των τενόντων σε προεντεταμένα στοιχεία

Οι τένοντες αποτελούν ένα από τα σημαντικότερα δομικά στοιχεία στις προεντεταμένες κατασκευές, καθώς είναι υπεύθυνοι για τη μετάδοση των θλιπτικών τάσεων στο σκυρόδεμα, επιτρέποντας την αποτελεσματική λειτουργία της προέντασης. Οι τένοντες κατασκευάζονται από χάλυβα υψηλής αντοχής ή άλλα υλικά υψηλής απόδοσης και τοποθετούνται με τέτοιο τρόπο ώστε να εξασφαλίζουν την ανθεκτικότητα και την απόδοση της δομής (Lin & Burns, 1981). Η σωστή επιλογή και τοποθέτηση των τενόντων είναι κρίσιμη για την απόδοση των προεντεταμένων στοιχείων, και εξαρτάται από τις ιδιότητες του υλικού, την αντοχή σε κάμψη και εφελκυσμό, καθώς και την ανθεκτικότητα σε διάφορους περιβαλλοντικούς παράγοντες.

Υλικά Κατασκευής Τενόντων

Οι τένοντες κατασκευάζονται κυρίως από χάλυβα υψηλής αντοχής, γνωστός για την ανθεκτικότητά του στις εφελκυστικές τάσεις. Ο χάλυβας αυτός έχει υψηλή αντοχή στη θραύση και είναι ικανός να αντέξει τα φορτία που απαιτούνται για την επιβολή των αρχικών θλιπτικών τάσεων στο σκυρόδεμα (Freysinet, 2015). Τα βασικά χαρακτηριστικά του χάλυβα των τενόντων περιλαμβάνουν υψηλή αντοχή σε διάτμηση, αντοχή σε εφελκυσμό και χαμηλή τάση υποχώρησης. Ο χάλυβας που χρησιμοποιείται για τους τένοντες είναι ειδικά επεξεργασμένος ώστε να έχει αντοχή σε περιβαλλοντικούς παράγοντες, όπως η διάβρωση και η κόπωση, που μπορούν να μειώσουν τη διάρκεια ζωής των δοκών (Chudoba & Hegger, 2018).

Οι τένοντες μπορεί επίσης να κατασκευαστούν από σύνθετα υλικά όπως το ανθρακόνημα

(carbon fiber) ή άλλες μορφές πολυμερών υψηλής αντοχής. Αυτά τα σύνθετα υλικά παρέχουν αυξημένη ανθεκτικότητα σε διάβρωση και κόπωση, καθώς και μικρότερο βάρος σε σχέση με τον χάλυβα. Ειδικά σε κατασκευές που εκτίθενται σε αυξημένες περιβαλλοντικές καταπονήσεις ή όπου το βάρος της κατασκευής είναι κρίσιμος παράγοντας, οι τένοντες από σύνθετα υλικά μπορούν να προσφέρουν σημαντικά πλεονεκτήματα (Thorenfeldt & Arnesen, 2019). Ωστόσο, η χρήση τους παραμένει περιορισμένη λόγω του υψηλού κόστους κατασκευής και των ιδιαίτερων απαιτήσεων εγκατάστασης.

Αντοχή των Τενόντων σε Εφελκυσμό

Μία από τις βασικές ιδιότητες των τενόντων στις προεντεταμένες δοκούς είναι η αντοχή τους σε εφελκυσμό. Οι τένοντες πρέπει να είναι ικανοί να αντέξουν τις υψηλές τάσεις εφελκυσμού που αναπτύσσονται κατά τη διαδικασία προέντασης, χωρίς να υποστούν παραμόρφωση ή θραύση. Το υλικό του τένοντα πρέπει να έχει υψηλό όριο διαρροής (yield strength) και να μπορεί να διατηρεί την τάση του με ελάχιστες απώλειες καθ' όλη τη διάρκεια ζωής της κατασκευής (Fib Bulletin, 2017).

Η αντοχή των τενόντων υπολογίζεται με βάση τις ιδιότητες του υλικού και το μήκος της διατομής τους. Στην πράξη, οι τένοντες κατασκευάζονται ώστε να διατηρούν την προένταση με την ελάχιστη δυνατή υποχώρηση (relaxation), γεγονός που συμβάλλει στη διατήρηση της αντοχής της κατασκευής για μακροχρόνια χρήση. Το βασικό τυπολόγιο για την αντοχή των τενόντων σε εφελκυσμό μπορεί να δοθεί από την εξίσωση:

$$\sigma_t = \frac{F_t}{A_t}$$

που:

- σ_t είναι η τάση στον τένοντα,
- F_t είναι η δύναμη εφελκυσμού που ασκείται στον τένοντα,
- A_t είναι η διατομή του τένοντα.

Αυτή η εξίσωση είναι καθοριστική για τον υπολογισμό της αντοχής σε εφελκυσμό και για τη διαστασιολόγηση των τενόντων, έτσι ώστε να μπορούν να αντέξουν τις απαιτούμενες φορτίσεις (Lin & Burns, 1981).

Αντοχή σε Κάμψη και Διάτμηση

Εκτός από την αντοχή σε εφελκυσμό, οι τένοντες πρέπει να είναι ικανοί να αντέξουν τις τάσεις κάμψης και διάτμησης που αναπτύσσονται στη δομή κατά τη φόρτιση. Οι τένοντες μεταδίδουν τις τάσεις αυτές μέσω της αγκύρωσής τους στα άκρα της δοκού, όπου το σύστημα αγκύρωσης πρέπει να είναι εξίσου ισχυρό ώστε να αποτρέπεται η αποκόλληση των τενόντων από τη δομή.

Η αντοχή σε διάτμηση και κάμψη είναι ιδιαίτερα σημαντική σε κατασκευές μεγάλου μήκους, όπως γέφυρες, όπου οι τένοντες υφίστανται μεγάλα δυναμικά φορτία (Chudoba & Hegger, 2018).

Η διατομή του τένοντα και η μορφή του επηρεάζουν επίσης την αντοχή του σε κάμψη. Στην περίπτωση τενόντων με πλεξούδα (braided tendons), η κατασκευή αυτή παρέχει μεγαλύτερη αντοχή στη διάτμηση και είναι πιο κατάλληλη για εφαρμογές όπου απαιτείται μεγαλύτερη ευκαμψία και προσαρμογή στις απαιτήσεις φόρτισης της δοκού (Freysinet, 2015).

Ανθεκτικότητα σε Διάβρωση και Κόπωση

Η ανθεκτικότητα των τενόντων στις περιβαλλοντικές καταπονήσεις είναι καθοριστική για τη μακροχρόνια απόδοση των προεντεταμένων στοιχείων. Η διάβρωση είναι ένας από τους πιο σημαντικούς παράγοντες φθοράς των τενόντων, ιδιαίτερα σε κατασκευές που βρίσκονται κοντά σε θάλασσα ή σε περιοχές με υψηλή υγρασία και ατμοσφαιρική ρύπανση (Thorenfeldt & Arnesen, 2019). Οι τένοντες προστατεύονται συχνά με τη χρήση προστατευτικών αγωγών ή επενδύσεων, όπως πλαστικό ή εποξειδική ρητίνη, που αποτρέπουν την άμεση επαφή με το περιβάλλον.

Η κόπωση είναι επίσης σημαντικός παράγοντας, ιδίως σε κατασκευές που εκτίθενται σε επαναλαμβανόμενα φορτία, όπως γέφυρες και υπερκατασκευές. Η ανθεκτικότητα των τενόντων στην κόπωση εξαρτάται από την ποιότητα του υλικού και την αντοχή του σε επαναλαμβανόμενες καταπονήσεις (Fib Bulletin, 2017). Ο σχεδιασμός των τενόντων πρέπει να εξασφαλίζει ότι μπορούν να αντέξουν εκατομμύρια κύκλους φόρτισης χωρίς να υποστούν αστοχία, ενώ η συντήρηση των κατασκευών είναι επίσης σημαντική για την αποτροπή της κόπωσης.

Οι ιδιότητες των τενόντων είναι ζωτικής σημασίας για την επιτυχή προένταση των κατασκευών, καθώς οι τένοντες είναι αυτοί που επιβάλλουν τις θλιπτικές τάσεις στο σκυρόδεμα. Η επιλογή των υλικών, η αντοχή σε εφελκυσμό, κάμψη και διάτμηση, καθώς και η ανθεκτικότητα σε διάβρωση και κόπωση, είναι οι βασικές παράμετροι που πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τον σχεδιασμό των τενόντων σε προεντεταμένες δοκούς (Chudoba & Hegger, 2018). Η εξέλιξη των υλικών και των τεχνολογιών παραγωγής τενόντων έχει βελτιώσει την απόδοση των προεντεταμένων στοιχείων και έχει επεκτείνει τη διάρκεια ζωής τους.

3.2.Σημασία της γεωμετρίας του τένοντα

Η γεωμετρία του τένοντα είναι ένας από τους πιο κρίσιμους παράγοντες στον σχεδιασμό και την απόδοση των προεντεταμένων στοιχείων, καθώς επηρεάζει άμεσα την κατανομή των

τάσεων και την αντοχή της κατασκευής. Η θέση και η εκκεντρότητα του τένοντα μέσα στη δοκό, το μήκος του, η καμπυλότητά του και η γωνία που σχηματίζει κατά μήκος της δοκού διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στην κατανομή των θλιπτικών και εφελκυστικών τάσεων που αναπτύσσονται στο σκυρόδεμα (Lin & Burns, 1981). Η σωστή διαχείριση της γεωμετρίας του τένοντα συμβάλλει στη βελτίωση της απόδοσης του σκυροδέματος και στην αύξηση της διάρκειας ζωής της κατασκευής.

Εκκεντρότητα του Τένοντα

Η εκκεντρότητα του τένοντα, δηλαδή η απόσταση του από τον ουδέτερο άξονα της διατομής της δοκού, επηρεάζει σημαντικά την κατανομή των τάσεων στο σκυρόδεμα. Όσο μεγαλύτερη είναι η εκκεντρότητα, τόσο πιο αποτελεσματικά μπορεί ο τένοντας να μεταφέρει τις θλιπτικές τάσεις στο σκυρόδεμα, μειώνοντας τις εφελκυστικές τάσεις που αναπτύσσονται λόγω των εξωτερικών φορτίων (Thorenfeldt & Arnesen, 2019). Μια σημαντική εξίσωση που περιγράφει την επίδραση της εκκεντρότητας είναι η ακόλουθη:

$$M = P \cdot e$$

όπου:

- M είναι η ροπή που αναπτύσσεται λόγω της προέντασης,
- P είναι η δύναμη της προέντασης,
- e είναι η εκκεντρότητα του τένοντα από τον ουδέτερο άξονα.

Η ροπή που αναπτύσσεται από την εκκεντρότητα του τένοντα επιτρέπει στην προεντεταμένη δοκό να αντέχει μεγαλύτερα φορτία κάμψης χωρίς να εμφανίζονται σημαντικές εφελκυστικές τάσεις, οι οποίες θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε ρωγμές και αστοχία του σκυροδέματος. Η σωστή τοποθέτηση του τένοντα κάτω από τον ουδέτερο άξονα της δοκού, σε συνδυασμό με την κατάλληλη εκκεντρότητα, μπορεί να εξασφαλίσει τη βέλτιστη κατανομή των καταπονήσεων (Freysinet, 2015).

Καμπυλότητα και Μήκος του Τένοντα

Η καμπυλότητα του τένοντα, δηλαδή η κλίση του σε σχέση με τον οριζόντιο άξονα της δοκού, έχει επίσης μεγάλη σημασία για την απόδοση του προεντεταμένου στοιχείου. Σε πολλές περιπτώσεις, οι τένοντες δεν τοποθετούνται ευθύγραμμα αλλά με καμπυλότητα, για να βελτιώσουν τη μεταφορά των θλιπτικών τάσεων στο σκυρόδεμα. Η καμπύλη πορεία του τένοντα επιτρέπει τη διατήρηση της θλιπτικής τάσης σε περιοχές της δοκού όπου εμφανίζονται υψηλές εφελκυστικές τάσεις λόγω εξωτερικών φορτίων (Lin & Burns, 1981). Η καμπυλότητα του τένοντα υπολογίζεται με βάση την απαιτούμενη ροπή και την επιδιωκόμενη αντοχή της

δοκού, χρησιμοποιώντας την ακόλουθη σχέση:

$$\Delta h = \frac{M}{P}$$

όπου:

- Δh είναι η μεταβολή στο ύψος της πορείας του τένοντα,
- M είναι η ροπή που πρέπει να εξουδετερωθεί,
- P είναι η δύναμη προέντασης.

Οι καμπύλες τένοντες έχουν την ικανότητα να κατανέμουν τις τάσεις πιο ομοιόμορφα κατά μήκος της δοκού, επιτρέποντας την αποφυγή υπερβολικών τοπικών τάσεων που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε αστοχία. Για παράδειγμα, σε γέφυρες μεγάλων ανοιγμάτων, οι καμπύλες τένοντες χρησιμοποιούνται για να εξασφαλίσουν ότι η δοκός θα μπορέσει να αντέξει τα εξαιρετικά δυναμικά φορτία που αναπτύσσονται (Chudoba & Hegger, 2018).

Γωνία και Τοποθέτηση του Τένοντα

Η γωνία τοποθέτησης του τένοντα σε σχέση με την κάθετη ή οριζόντια επιφάνεια της δοκού είναι επίσης κρίσιμη για τη σωστή κατανομή των τάσεων. Οι τένοντες που τοποθετούνται με γωνία επιτρέπουν την εξισορρόπηση των θλιπτικών και εφελκυστικών τάσεων, μειώνοντας τις πιθανότητες εμφάνισης ρωγμών στη δοκό. Η γωνία του τένοντα πρέπει να υπολογίζεται με ακρίβεια για να εξασφαλιστεί η βέλτιστη κατανομή των τάσεων και να αποφευχθούν τα σημεία συγκέντρωσης τάσεων (Fib Bulletin, 2017).

Επιπλέον, η θέση του τένοντα σε σχέση με το μήκος της δοκού επηρεάζει την κατανομή των τάσεων και τη συμπεριφορά της κατασκευής υπό φορτίο. Οι τένοντες που τοποθετούνται πλησίον των άκρων της δοκού βοηθούν στην αποφυγή συγκέντρωσης εφελκυστικών τάσεων σε αυτές τις περιοχές, αυξάνοντας έτσι την αντοχή της δοκού στα σημεία στήριξης. Στη μέση της δοκού, οι τένοντες πρέπει να βρίσκονται πιο κοντά στον ουδέτερο άξονα, για να εξασφαλιστεί η ομοιόμορφη κατανομή των τάσεων σε όλο το μήκος της (Lin & Burns, 1981).

Βελτίωση της Αντοχής μέσω της Γεωμετρίας του Τένοντα

Η γεωμετρία του τένοντα μπορεί να βελτιώσει την αντοχή της δοκού αυξάνοντας την αποτελεσματικότητα της προέντασης και μειώνοντας τις εφελκυστικές τάσεις που προκαλούν ρωγμές. Με την κατάλληλη εκκεντρότητα, καμπυλότητα και γωνία τοποθέτησης του τένοντα, οι τάσεις κατανέμονται ομοιόμορφα κατά μήκος της δοκού, εξασφαλίζοντας τη μακροχρόνια ανθεκτικότητα της κατασκευής (Thorenfeldt & Arnesen, 2019).

Επιπλέον, η σωστή γεωμετρία του τένοντα βοηθά στην αποφυγή σημειακών αστοχιών, όπως η κόπωση των τενόντων λόγω δυναμικών φορτίων, και ενισχύει τη δομή έναντι περιβαλλοντικών επιδράσεων, όπως η διάβρωση. Με τη σωστή σχεδίαση και τοποθέτηση των

τενόντων, μπορούν να απορροφηθούν αποτελεσματικά οι τάσεις που προκαλούν αστοχία (Freyssinet, 2015).

Η γεωμετρία του τένοντα στις προεντεταμένες δοκούς είναι εξαιρετικά σημαντική για την απόδοση και την ανθεκτικότητα της κατασκευής. Η εκκεντρότητα, η καμπυλότητα, το μήκος και η γωνία τοποθέτησης του τένοντα πρέπει να σχεδιάζονται προσεκτικά, λαμβάνοντας υπόψη τις απαιτήσεις φόρτισης και τις ιδιαιτερότητες της κατασκευής. Μέσω της σωστής διαχείρισης της γεωμετρίας του τένοντα, επιτυγχάνεται η βέλτιστη κατανομή των τάσεων και η αύξηση της αντοχής της δοκού, καθιστώντας την ικανή να αντέξει τα φορτία και τις περιβαλλοντικές καταπονήσεις που υφίσταται κατά τη διάρκεια της ζωής της (Chudoba & Hegger, 2018).

4. Παραμετρικές Αναλύσεις

4.1.Εισαγωγή

Οι παραμετρικές αναλύσεις που παρουσιάζονται στο πλαίσιο αυτής της εργασίας επικεντρώνονται στη διερεύνηση της επίδρασης της γεωμετρίας της διατομής και του προφίλ του τένοντα στην αντοχή προεντεταμένων δοκών. Συγκεκριμένα, η ανάλυση βασίζεται σε δοκούς μήκους 10 μέτρων, που φέρουν κατανεμημένο φορτίο σύμφωνα με τον βασικό συνδυασμό φόρτισης $P=1.35G+1.5Q$ (όπου G τα μόνιμα φορτία και Q τα κινητά φορτία) και με σκυρόδεμα κατηγορίας C40/50. Οι απώλειες της προέντασης υπολογίζονται σε ποσοστό 20%, εξασφαλίζοντας ότι η πραγματική προένταση είναι το 80% της αρχικής.

Οι διατομές των πλακοδοκών ποικίλλουν ανάλογα με τις παραμέτρους που εξετάζονται. Σε μία περίπτωση, η διατομή έχει άνω πέλμα πλάτους 0.6m και πάχους 0.2m, με κορμό πάχους 0.2m και ύψους 1.0m, οδηγώντας σε συνολικό ύψος διατομής 1.2m. Σε άλλες περιπτώσεις, η διατομή της δοκού είναι διαφορετική, με άνω πέλμα πλάτους 0.9m, πάχους 0.3m, και κορμό πάχους 0.3m, με συνολικό ύψος διατομής 1.8m. Αυτές οι γεωμετρικές διαφοροποιήσεις επιτρέπουν τη μελέτη της επίδρασης της διατομής στην αντοχή και την απόδοση της προεντεταμένης δοκού.

Οι παραμετρικές μελέτες επικεντρώνονται στην ανάλυση των στατικών υψών και των τάσεων που αναπτύσσονται στις διατομές, υπολογίζοντας τις ροπές αδράνειας και τη στατική συμπεριφορά των δοκών υπό φορτία. Επίσης, χρησιμοποιούνται οι βασικές ανισώσεις (Κ. Δημάκος, 2019) για την εύρεση της κρίσιμης ροπής $M_nM_nM_n$, λαμβάνοντας υπόψη τις ανισότητες που πρέπει να πληρούνται ώστε να επιτευχθεί η επιθυμητή αντοχή.

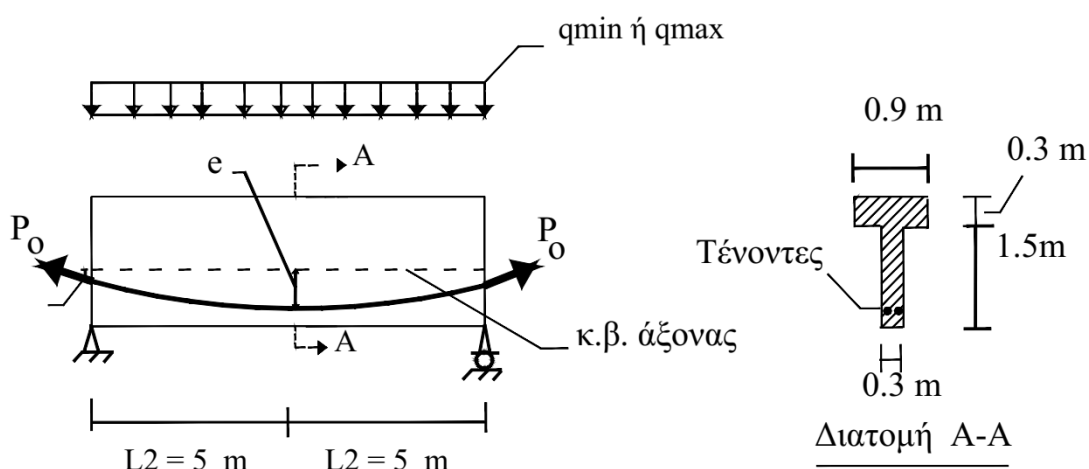
Τέλος, οι αναλύσεις περιλαμβάνουν την εφαρμογή των ανισοτήτων για διάφορες τιμές

εκκεντρότητας του τένοντα (π.χ. $e=0.6\text{m}$ και $e=0.25\text{m}$) και την αντίστοιχη επίδραση στην οριακή τιμή του φορτίου Q που μπορεί να αντέξει η δοκός. Στόχος αυτών των αναλύσεων είναι να προσδιοριστούν οι βέλτιστες γεωμετρικές διαμορφώσεις και η βέλτιστη τοποθέτηση των τενόντων, ώστε να εξασφαλιστεί η μέγιστη δυνατή αντοχή και απόδοση των προεντεταμένων δοκών.

4.2. Παραμετρική ανάλυση 1

• Επίλυση δοκού 1 με μεγαλύτερο ύψος κορμού και πάχος πέλματος και κορμού

Η δοκός έχει μήκος 10m και το φορτίο που αναλαμβάνει είναι κατανεμημένο και ίσο με τον βασικό συνδυασμό φόρτισης, δηλαδή $P=1.35G+1.5Q$. Στο ακόλουθο σχήμα παρατίθενται τα στοιχεία της δοκού.



Εικόνα 5. Στοιχεία Διατομής Παραμετρικής Ανάλυσης 1

Το σκυρόδεμα είναι κατηγορίας C40/50.

Οι απώλειες είναι 20% άρα $\omega=80\%$

Η διατομή της δοκού είναι συγκεκριμένη και είναι η ακόλουθη:

Η διατομή της πλακοδοκού σχεδιάστηκε σύμφωνα με τις δοθείσες διαστάσεις:

- Άνω πέλμα πλάτους 0.9m και πάχους 0.3m .
- Κορμός πάχους 0.3m και ύψους 1.5m .

- Συνολικό ύψος διατομής 1.8m.

Οι 4 ανισώσεις που καλύπτουν τον έλεγχο των τάσεων για μία προεντεταμένη δοκό είναι οι ακόλουθες (Κ. Δημάκος 2019):

$$\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{min}}{z_t} = f'_t \geq f'_{min} = - \frac{1N}{mm^2} \quad (1)$$

$$\frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{min}}{z_b} = f'_b \leq f'_{max} = 0.4f_{ck} \quad (2)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} - \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{max}}{z_t} = f_t \leq f_{max} = 0.6f_{ck} \quad (3)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} + \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{max}}{z_b} = f_b \geq f_{min} = 0 \quad (4)$$

Οι πρώτες ανισώσεις που επιλύω και συναληθεύω ως προς M_v είναι οι ακόλουθες:

$$z_t \geq \frac{M_v}{(f'_{max} - \omega \cdot f'_{min})} > 0$$

$$z_b \geq \frac{M_v}{(\omega \cdot f'_{max} - f'_{min})} > 0$$

$$\text{όπου } M_v \approx M_{max} - M_{min}$$

Καταρχήν για τις δύο ανισώσεις ισχύουν τα εξής στοιχεία:

$$f_{max} = 0.6 * f_{ck} = 0.6 * 40 = 24MPa$$

$$f_{min} = 0.000$$

$$f'_{min} = - 1.000MPa$$

$$f'_{max} = 0.8 * f_{ck} = 0.8 * 40 = 32MPa$$

zt – Στατική ροπή αδράνειας για άνω πέλμα

zb – Στατική ροπή αδράνειας για κάτω πέλμα

Για να υπολογίσουμε τις στατικές ροπές αδράνειας zt και zb για την δεδομένη διατομή της πλακοδοκού, θα πρέπει να βρούμε πρώτα το κέντρο βάρους της διατομής και τις ροπές αδράνειας των επιμέρους τμημάτων της διατομής (άνω πέλμα και κορμός).

Βήμα 1: Υπολογισμός του Κέντρου Βάρους της Διατομής

Διαστάσεις:

Άνω πέλμα:

Πλάτος: $b_t=0.9$ m

Πάχος: $h_t=0.3$ m

Κορμός:

Πλάτος: $b_w=0.3$ m

Ύψος: $h_w=1.5$ m

Συνολικό Ύψος Διατομής:

$H=h_t+h_w=0.3$ m+ 1.5 m= 1.8 m

Θέση Κέντρου Βάρους:

Απόσταση κέντρου βάρους άνω πέλματος από τη βάση:

$$y_t = H - \frac{h_t}{2} = 1.8 - \frac{0.3}{2} = 1.650m$$

Απόσταση κέντρου βάρους κορμού από τη βάση:

$$y_w = \frac{h_w}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.750m$$

Θέση συνολικού κέντρου βάρους:

$$y_{cg} = \frac{A_t \cdot y_t + A_w \cdot y_w}{A_t + A_w} = \frac{0.27 \cdot 1.65 + 0.45 \cdot 0.75}{0.27 + 0.45} = \frac{0.4455 + 0.3375}{0.72} = \frac{0.783}{0.72} \approx 1.088m$$

Βήμα 2: Υπολογισμός Ροπών Αδράνειας

Ροπή αδράνειας άνω πέλματος γύρω από τον δικό του κεντροειδή άξονα:

$$I_t = \frac{b_t \cdot h_t^3}{12} = \frac{0.9 \cdot (0.3)^3}{12} = \frac{0.9 \cdot 0.027}{12} = 0.002m^4$$

Ροπή αδράνειας κορμού γύρω από τον δικό του κεντροειδή άξονα:

$$I_w = \frac{b_w \cdot h_w^3}{12} = \frac{0.3 \cdot (1.5)^3}{12} = \frac{0.3 \cdot 3.375}{12} = 0.084m^4$$

Υπολογισμός των ροπών αδράνειας (Θεώρημα του Steiner):

Υπολογισμός ροπής αδράνειας άνω πέλματος στο κέντρο βάρους όλης της διατομής:

$$I'_t = I_t + A_t \cdot (y_{cg} - y_t)^2 = 0.002025 + 0.27 \cdot (1.0875 - 1.65)^2 = 0.002025 + 0.27 \cdot (-0.5625)^2 =$$

Υπολογισμός ροπής αδράνειας κορμού στο κέντρο βάρους όλης της διατομής:

$$I'_w = I_w + A_w \cdot (y_{cg} - y_w)^2 = 0.084375 + 0.45 \cdot (1.0875 - 0.75)^2 = 0.084375 + 0.45 \cdot (0.3375)^2 =$$

Συνολική ροπή αδράνειας της διατομής:

$$I = I'_t + I'_w = 0.087884375 + 0.1355053125 \approx 0.223m^4$$

Βήμα 3: Υπολογισμός Στατικών Ροπών Αδρανείας z_t και z_b

Απόσταση του κέντρου βάρους από την άνω ίνα:

$$d_t = H - y_{cg} = 1.8 - 1.0875 \approx 0.7125m$$

Απόσταση του κέντρου βάρους από την κάτω ίνα:

$$d_b = y_{cg} = 1.0875m$$

Στατικές Ροπές Αδράνειας:

$$z_t: z_t = \frac{I}{d_t} = \frac{0.2233896875}{0.7125} \approx 0.314m^3 \quad z_b: z_b = \frac{I}{d_b} = \frac{0.2233896875}{1.0875} \approx 0.206m^3$$

Αυτές οι τιμές αντιπροσωπεύουν τις στατικές ροπές αδράνειας για την δεδομένη διατομή της πλακοδοκού, τα οποία χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς για τις τάσεις εφελκυσμού και θλίψης.

Επιλύουμε τώρα τις δύο ανισώσεις έχοντας τα παραπάνω ως δεδομένα.

$$z_t \geq \frac{M_v}{(f_{max} - \omega \cdot f'_{min})} > 0 \Rightarrow 0.3135 \geq \frac{M_v}{(24000 + 1000 \cdot 0.8)} > 0$$

$$\Rightarrow 7774.8kNm \geq M_v > 0$$

$$z_b \geq \frac{M_v}{(\omega \cdot f'_{max} - f_{min})} > 0 \Rightarrow 0.2055 \geq \frac{M_v}{(0.8 \cdot 32000 - 0)} > 0 \Rightarrow 5260.8kNm \geq M_v > 0$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η δεύτερη είναι κρισιμότερη ως προς τη

συναλήθευση για το M_v :

$$5260.8 \text{ kNm} \geq M_v > 0$$

Το ίδιο βάρος της δοκού (G) είναι γνωστό και είναι ίσο με:

$$G = (A_t + A_w) * \gamma_\sigma = (0.27 + 0.45) * 25 \text{ kN/m}^3 = 18 \text{ kN/m}$$

Συνεπώς κατά την επίλυση το μοναδικό άγνωστο είναι το κινητό φορτίο Q .

Η M_{min} στη μέση της δοκού λόγω των μόνιμων φορτίων προκύπτει ίση με:

$$M_{(min)} = G * L^2/8 = 18 * 100/8 = 225 \text{ kNm}$$

Η M_{max} στη μέση της δοκού λόγω των κινητών και των σταθερών φορτίων στον βασικό συνδυασμό προκύπτει ίση με:

$$M_{(max)} = (1.35G + 1.5q) * L^2/8 = (1.35 * 18 + 1.5 * q) * 100/8 = 12.5 * (24.3 + 1.5q) = 303.75$$

$$M_{(max)} \leq a + M_{(min)} \Rightarrow$$

$$303.75 + 18.75Q \leq 5260.8 + 225 \Rightarrow$$

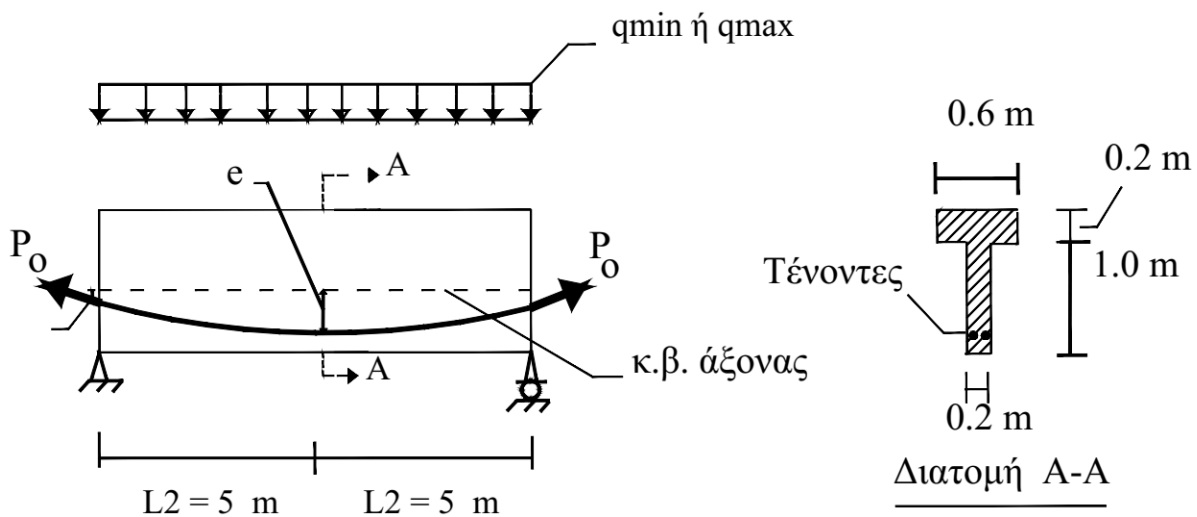
$$18.75Q \leq 5181.25 \Rightarrow$$

$$Q \leq 276.360 \text{ kN/m}$$

4.3. Παραμετρική ανάλυση 2

- **Επίλυση δοκού 2 με μικρότερο ύψος κορμού και πάχος πέλματος**

Η δοκός έχει μήκος 10m και το φορτίο που αναλαμβάνει είναι κατανεμημένο και ίσο με τον βασικό συνδυασμό φόρτισης, δηλαδή $P=1.35G+1.5Q$. Στο ακόλουθο σχήμα παρατίθενται τα στοιχεία της δοκού.



Εικόνα 6. Στοιχεία Διατομής Παραμετρικής Ανάλυσης 2

Η δοκός έχει μήκος 10m και το φορτίο που αναλαμβάνει είναι κατανεμημένο και ίσο με τον βασικό συνδυασμό φόρτισης, δηλαδή $P=1.35G+1.5Q$.

Το σκυρόδεμα είναι κατηγορίας C40/50.

Οι απώλειες είναι 20% άρα $\omega=80\%$

Η διατομή της δοκού είναι συγκεκριμένη και είναι η ακόλουθη:

Άνω πέλμα 0.6m.

Πάχος πέλματος 0.2m.

Πάχος κορμού 0.2m.

Ύψος κορμού = 1.0m.

Συνολικό ύψος διατομής $0.2+1.0=1.2m$

Οι 4 ανισώσεις που καλύπτουν τον έλεγχο των τάσεων για μία προεντεταμένη δοκό είναι οι ακόλουθες (Κ. Δημάκος 2019):

$$\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{min}}{z_t} = f'_t \geq f'_{min} = - \frac{1N}{mm^2} \quad (1)$$

$$\frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{min}}{z_b} = f'_b \leq f'_{max} = 0.4f_{ck} \quad (2)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} - \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{max}}{z_t} = f_t \leq f_{max} = 0.6f_{ck} \quad (3)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} + \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{max}}{z_b} = f_b \geq f_{min} = 0 \quad (4)$$

Οι πρώτες ανισώσεις που επιλύω και συναληθεύω ως προς M_v είναι οι ακόλουθες:

$$z_t \geq \frac{M_v}{(f_{max} - \omega \cdot f'_{min})} > 0$$

$$z_b \geq \frac{M_v}{(\omega \cdot f'_{max} - f_{min})} > 0$$

Καταρχήν για τις δύο ανισώσεις ισχύουν τα εξής στοιχεία:

$$f_{max} = 0.6 * f_{ck} = 0.6 * 40 = 24MPa$$

$$f_{min} = 0$$

$$f'_{min} = -1MPa$$

$$f'_{max} = 0.8 * f_{ck} = 0.8 * 40 = 32MPa$$

zt – Στατικές ροπές αδράνειας για άνω πέλμα

zb – Στατικές ροπές αδράνειας για κάτω πέλμα

Για να υπολογίσουμε τις στατικές ροπές αδράνειας z_t και z_b για την δεδομένη διατομή της πλακοδοκού, θα πρέπει να βρούμε πρώτα το κέντρο βάρους της διατομής και τις ροπές αδράνειας των επιμέρους τμημάτων της διατομής (άνω πέλμα και κορμός).

Βήμα 1: Υπολογισμός του Κέντρου Βάρους της Διατομής

Διαστάσεις:

Άνω πέλμα:

Πλάτος: $b_t = 0.6$ m

Πάχος: $h_t = 0.2$ m

Κορμός:

Πλάτος: $b_w = 0.2$ m

Ύψος: $h_w = 1.0$ m

Συνολικό Ύψος Διατομής:

$H = h_t + h_w = 0.2$ m + 1.0 m = 1.2 m

Θέση Κέντρου Βάρους:

Απόσταση κέντρου βάρους άνω πέλματος από τη βάση:

$$y_t = H - \frac{h_t}{2} = 1.2 - \frac{0.2}{2} = 1.10m$$

Απόσταση κέντρου βάρους κορμού από τη βάση:

$$y_w = \frac{h_w}{2} = \frac{1.0}{2} = 0.5m$$

Θέση συνολικού κέντρου βάρους:

$$y_{cg} = \frac{A_t \cdot y_t + A_w \cdot y_w}{A_t + A_w} = \frac{0.12 \cdot 1.10 + 0.20 \cdot 0.50}{0.12 + 0.20} = 0.725m$$

Βήμα 2: Υπολογισμός Ροπών Αδράνειας

Ροπή αδράνειας άνω πέλματος γύρω από τον δικό του κεντροειδή άξονα:

$$I_t = \frac{b_t \cdot h_t^3}{12} = \frac{0.6 \cdot (0.2)^3}{12} = \frac{0.6 \cdot 0.008}{12} = 0.0004m^4$$

Ροπή αδράνειας κορμού γύρω από τον δικό του κεντροειδή άξονα:

$$I_w = \frac{b_w \cdot h_w^3}{12} = \frac{0.2 \cdot (1.0)^3}{12} = \frac{0.2}{12} = 0.01667m^4$$

Υπολογισμός των ροπών αδράνειας (Θεώρημα του Steiner):

Υπολογισμός ροπής αδράνειας άνω πέλματος στο κέντρο βάρους όλης της διατομής:

$$I'_t = I_t + A_t \cdot (y_{cg} - y_t)^2 = 0.0004 + 0.12 \cdot (0.725 - 1.10)^2 \Rightarrow I'_t = 0.0173m^4$$

Υπολογισμός ροπής αδράνειας κορμού στο κέντρο βάρους όλης της διατομής:

$$I'_w = I_w + A_w \cdot (y_{cg} - y_w)^2 = 0.01667 + 0.2 \cdot (0.50 - 0.75)^2 \Rightarrow I'_w = 0.0292m^4$$

Συνολική ροπή αδράνειας της διατομής:

$$I = I'_t + I'_w = 0.0173 + 0.0292 \approx 0.0464m^4$$

Βήμα 3: Υπολογισμός Στατικών Ροπών Αδράνειας zt και zb

Απόσταση του κέντρου βάρους από την άνω ίνα:

$$d_t = H - y_{cg} = 1.2 - 0.725 \approx 0.475m$$

Απόσταση του κέντρου βάρους από την κάτω ίνα:

$$d_b = y_{cg} = 0.725m$$

Στατικές Ροπές Αδράνειας:

$$z_t: z_t = \frac{I}{d_t} = \frac{0.0464}{0.475} \approx 0.0977m^3 \quad z_b: z_b = \frac{I}{d_b} = \frac{0.0464}{0.725} \approx 0.064m^3$$

Αυτές οι τιμές αντιπροσωπεύουν τις στατικές ροπές αδρανείας για την δεδομένη διατομή της πλακοδοκού, τα οποία χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς για τις τάσεις εφελκυσμού και θλίψης.

Επιλύουμε τώρα τις δύο ανισώσεις έχοντας τα παραπάνω ως δεδομένα.

$$z_t \geq \frac{M_v}{(f_{max} - \omega \cdot f'_{min})} > 0 \Rightarrow 0.0977 \geq \frac{M_v}{(24000 + 1000 \cdot 0.8)} > 0$$

$$\Rightarrow 2422.96 \text{ kNm} \geq M_v > 0$$

$$z_b \geq \frac{M_v}{(\omega \cdot f'_{max} - f_{min})} > 0 \Rightarrow 0.064 \geq \frac{M_v}{(0.8 \cdot 32000)} > 0 \Rightarrow 1638.4 \text{ kNm} \geq M_v > 0$$

Από τις παραπάνω σχέσεις προκύπτει ότι η δεύτερη είναι κρισιμότερη ως προς τη συναλήθευση για το M_v :

$$1638.4 \text{ kNm} \geq M_v > 0$$

Το ίδιο βάρος της δοκού (G) είναι γνωστό και είναι ίσο με:

$$G = (A_t + A_w) \cdot \gamma_\sigma = (0.12 + 0.2) \cdot 25 \text{ kN/m}^3 = 8 \text{ kN/m}$$

Συνεπώς κατά την επίλυση το μοναδικό άγνωστο είναι το κινητό φορτίο Q.

Η M_{min} στη μέση της δοκού λόγω των μονίμων φορτίων προκύπτει ίση με:

$$M_{(min)} = G \cdot L^2 / 8 = 8 \cdot 100 / 8 = 100 \text{ kNm}$$

Η M_{max} στη μέση της δοκού λόγω των κινητών και των σταθερών φορτίων στον βασικό συνδυασμό προκύπτει ίση με:

$$M_{(max)} = (1.35G + 1.5Q) \cdot L^2 / 8 = (1.35 \cdot 8 + 1.5 \cdot Q) \cdot 100 / 8 = 12.5 \cdot (10.8 + 1.5Q) = 135 +$$

$$M_{(max)} \leq a + M_{(min)} \Rightarrow$$

$$135 + 18.75Q \leq 1638.4 + 100 \Rightarrow$$

$$18.75Q \leq 1603.4 \Rightarrow$$

$$Q \leq 85.51 \text{ kN/m}$$

Παρατηρείται (σε σχέση με τα 276.33 kN/m της προηγούμενης επίλυσης) μείωση του οριακού φορτίου Q ίση με: 223.15%.

4.4. Παραμετρική ανάλυση 3, μεταβάλλοντας την εκκεντρότητα του τένοντα

- Επίλυση δοκού 2 (bt=0.6m, ht=0.2m, bw=0.2m, hw=1.0m, H=1.2m) με εκκεντρότητα e=0.6m

Έχουμε ως δεδομένο ότι $M_{(min)} = 100kNm$ και έστω $M_{(max)} = 135 + 18.75Q$

Οι 4 ανισότητες της προέντασης (Κ. Δημάκος 2019):

$$\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{min}}{z_t} = f'_t \geq f'_{min} = -\frac{1N}{mm^2} \quad (1)$$

$$\frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{min}}{z_b} = f'_b \leq f'_{max} = 0.4f_{ck} \quad (2)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} - \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{max}}{z_t} = f_t \leq f_{max} = 0.6f_{ck} \quad (3)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} + \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{max}}{z_b} = f_b \geq f_{min} = 0 \quad (4)$$

Αντικαθιστώ στην (1):

$$\begin{aligned} \frac{P_0}{0.32} - \frac{P_0 \cdot 0.6}{0.098} + \frac{100}{0.098} &\geq -1000 \Rightarrow \\ 3.125P_0 - 6.122P_0 + 1020.41 &\geq -1000 \Rightarrow \\ -2.997P_0 &\geq -2020.41 \Rightarrow \\ P_0 &\leq 674.14kN \end{aligned}$$

Αντικαθιστώ στην (2):

$$\begin{aligned} \frac{P_0}{0.32} + \frac{P_0 \cdot 0.6}{0.064} - \frac{100}{0.064} &\leq 0.4 * 40 \Rightarrow \\ 3.125P_0 + 9.375P_0 - 1562.5 &\leq 16000 \Rightarrow \\ 12.5P_0 &\leq 17562.5 \Rightarrow \\ P_0 &\leq 1405kN \end{aligned}$$

Αντικαθιστώ στην (3):

$$\begin{aligned} \frac{0.8 \cdot P_0}{0.32} - \frac{0.8 \cdot P_0 \cdot 0.6}{0.098} + \frac{135+18.75Q}{0.098} &\leq 24000 \Rightarrow \\ 2.5 \cdot P_0 - 4.898 \cdot P_0 + 1377.55 + 191.36Q &\leq 24000 \Rightarrow \\ -2.398 \cdot P_0 &\leq 22622.45 - 191.36Q \Rightarrow \\ P_0 &\geq 79.8Q - 9433.88kN \end{aligned}$$

Αντικαθιστώ στην (4):

$$\frac{0.8 \cdot P_0}{0.32} + \frac{0.8 \cdot P_0 \cdot 0.6}{0.064} - \frac{135 + 18.75Q}{0.064} \geq 0 \Rightarrow$$

$$2.5 \cdot P_0 + 7.5 \cdot P_0 \geq 2109.375 - 292.96Q \Rightarrow$$

$$P_0 \geq 210.93 - 29.296Q \text{ kN}$$

Άρα έχουμε τις 4 ανισώσεις που πρέπει να συναληθεύουν:

$$P_0 \leq 674.14 \text{ kN}$$

$$P_0 \leq 1405 \text{ kN}$$

$$P_0 \geq 79.8Q - 9433.88 \text{ kN}$$

$$P_0 \geq 210.93 - 29.296Q \text{ kN}$$

Η δυσμενέστερη από τις 2 πρώτες σχέσεις είναι η 1^η ανίσωση Άρα πρέπει να τεθεί δύναμη $P_0 \leq 674.14 \text{ kN}$.

Διαλέγω οριακά τιμή $P_0 = 674.14 \text{ kN}$ για να προκύψει η οριακή τιμή του Q .

Αντικαθιστώ την τιμή αυτή του P_0 στις εξισώσεις (3) και (4).

$$P_0 \geq 79.8Q - 9433.88 \Rightarrow 674.14 \geq 79.8Q - 9433.88$$

$$Q \leq 126.67 \text{ kN/m}$$

$$P_0 \geq 210.93 - 29.296Q \Rightarrow 674.14 \geq 210.93 - 29.296Q$$

$$Q \geq -30.21 \text{ kN/m}$$

Σε συνδυασμό με τον αρχικό περιορισμό ότι $Q \leq 85.51 \text{ kN/m}$ από την προεκτίμηση της διατομής της πλακοδοκού με συνολικό ύψος 1.2m, προκύπτει ότι το οριακό φορτίο της δοκού για $e=0.6\text{m}$ είναι (προς την πλευρά της ασφάλειας) το $Q=85.51 \text{ kN/m}$.

4.5. Παραμετρική ανάλυση 4

- Επίλυση δοκού 2 ($b_t=0.6\text{m}$, $h_t=0.2\text{m}$, $b_w=0.2\text{m}$, $h_w=1.0\text{m}$, $H=1.2\text{m}$) με εκκεντρότητα $e=0.25 \text{ m}$

Έχουμε ως δεδομένο ότι $M_{(min)} = 100 \text{ kNm}$ και έστω $M_{(max)} = 135 + 18.75Q$

Οι 4 ανισότητες της προέντασης (Κ. Δημάκος 2019):

$$\frac{P_0}{A} - \frac{P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{min}}{z_t} = f'_t \geq f'_{min} = - \frac{1N}{mm^2} \quad (1)$$

$$\frac{P_0}{A} + \frac{P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{min}}{z_b} = f'_b \leq f'_{max} = 0.4 f_{ck} \quad (2)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} - \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_t} + \frac{M_{max}}{z_t} = f_t \leq f_{max} = 0.6 f_{ck} \quad (3)$$

$$\frac{\omega \cdot P_0}{A} + \frac{\omega \cdot P_0 \cdot e}{z_b} - \frac{M_{max}}{z_b} = f_b \geq f_{min} = 0 \quad (4)$$

Αντικαθιστώ στην (1):

$$\begin{aligned} \frac{P_0}{0.32} - \frac{P_0 \cdot 0.25}{0.098} + \frac{100}{0.098} &\geq -1000 \Rightarrow \\ 3.125P_0 - 2.55P_0 + 1020.41 &\geq -1000 \Rightarrow \\ 0.575P_0 &\geq -2020.41 \Rightarrow \\ P_0 &\geq -3513.76 \text{ kN} \end{aligned}$$

Αντικαθιστώ στην (2):

$$\begin{aligned} \frac{P_0}{0.32} + \frac{P_0 \cdot 0.25}{0.064} - \frac{100}{0.064} &\leq 0.4 * 40 \Rightarrow \\ 3.125P_0 + 3.906P_0 - 1562.5 &\leq 16000 \Rightarrow \\ 7.031P_0 &\leq 17562.5 \Rightarrow \\ P_0 &\leq 2497.87 \text{ kN} \end{aligned}$$

Αντικαθιστώ στην (3):

$$\begin{aligned} \frac{0.8 \cdot P_0}{0.32} - \frac{0.8 \cdot P_0 \cdot 0.25}{0.098} + \frac{135 + 18.75Q}{0.098} &\leq 24000 \Rightarrow \\ 2.5 \cdot P_0 - 2.041 \cdot P_0 + 1377.55 + 191.33Q &\leq 24000 \Rightarrow \\ 0.459 \cdot P_0 &\leq 22622.45 - 191.33Q \Rightarrow \\ P_0 &\leq 49286.38 - 416.84Q \end{aligned}$$

Αντικαθιστώ στην (4):

$$\begin{aligned} \frac{0.8 \cdot P_0}{0.32} + \frac{0.8 \cdot P_0 \cdot 0.25}{0.064} - \frac{135 + 18.75Q}{0.064} &\geq 0 \Rightarrow \\ 2.5 \cdot P_0 + 3.125 \cdot P_0 &\geq 2109.375 - 292.96Q \Rightarrow \\ P_0 &\geq 375 - 52.08 Q \text{ kN} \end{aligned}$$

Άρα έχουμε τις 4 ανισώσεις που πρέπει να συναληθεύουν:

$$P_0 \geq - 3513.76 \text{ kN}$$

$$P_0 \leq 2497.87 \text{ kN}$$

$$P_0 \leq 49286.38 - 416.84Q$$

$$P_0 \geq 375 - 52.08 Q \text{ kN}$$

Η δυσμενέστερη είναι η 2^η ανίσωση δεδομένου ότι $Q \leq 85.51 \text{ kN/m}$. Άρα πρέπει να τεθεί δύναμη $P_0 \leq 2497.87 \text{ kN}$.

Διαλέγω οριακά τιμή $P_0 = 674.14 \text{ kN}$, όση και στην πρώτη επίλυση για να προκύψει η οριακή τιμή του Q.

Αντικαθιστώ την τιμή αυτή του P_0 στις εξισώσεις (3) και (4).

$$P_0 \leq 49286.38 - 416.84Q \Rightarrow 674.14 \leq 49286.38 - 416.84Q \Rightarrow Q \leq 116.62 \text{ kN/m}$$

$$P_0 \geq 375 - 52.08 Q \Rightarrow 674.14 \geq 375 - 52.08 Q \Rightarrow Q \geq - 5.74 \text{ kN/m}$$

Σε συνδυασμό με τον αρχικό περιορισμό ότι $Q \leq 85.51 \text{ kN/m}$ προκύπτει ότι το οριακό φορτίο της δοκού για $e=0.25 \text{ m}$ είναι το $Q=85.51 \text{ kN/m}$.

4.1 Ανάλυση των Αποτελεσμάτων από τις Παραμετρικές Μελέτες

Οι παραμετρικές αναλύσεις ανέδειξαν τη σημαντική επίδραση της εκκεντρότητας του τένοντα και της γεωμετρίας της διατομής στην αντοχή των προεντεταμένων δοκών. Η εκκεντρότητα του τένοντα αποδείχθηκε καθοριστικός παράγοντας: για $e=0.6 \text{ m}$ το οριακό φορτίο αυξήθηκε κατά 7.93% σε σχέση με $e=0.25 \text{ m}$. Η αύξηση της εκκεντρότητας ενισχύει τις θλιπτικές τάσεις στο σκυρόδεμα και μειώνει τις εφελκυστικές, βελτιώνοντας τη συνολική αντοχή της δοκού.

Η γεωμετρία της διατομής επίσης επηρεάζει την αντοχή. Δοκοί με μεγαλύτερες διατομές και αυξημένες ροπές αδράνειας παρουσίασαν αυξημένη ικανότητα μεταφοράς φορτίων, λόγω της καλύτερης κατανομής τάσεων και της αντοχής σε κάμψη και θλίψη. Τα ευρήματα υπογραμμίζουν τη σημασία του σωστού σχεδιασμού τόσο της εκκεντρότητας όσο και της διατομής κατά τη φάση μελέτης.

4.2 Συζήτηση Αποτελεσμάτων

Τα ευρήματα έχουν άμεσες πρακτικές εφαρμογές στην κατασκευαστική βιομηχανία, ιδιαίτερα σε έργα μεγάλης κλίμακας όπως γέφυρες και υπερκατασκευές. Μεγαλύτερη εκκεντρότητα

εξασφαλίζει ανθεκτικότερες δοκούς που αντέχουν υψηλότερα φορτία, μειώνοντας την ανάγκη για ενίσχυση σκυροδέματος και καθιστώντας τις κατασκευές πιο οικονομικές. Παράλληλα, η γεωμετρία της διατομής προσφέρει αυξημένη σταθερότητα, ιδιαίτερα σε περιοχές με σεισμική δραστηριότητα ή περιβαλλοντικές καταπονήσεις.

Η σωστή επιλογή των παραμέτρων αυτών μπορεί να μειώσει το κόστος και τη συντήρηση, διατηρώντας υψηλά επίπεδα αντοχής και μακροχρόνιας αξιοπιστίας. Επιπλέον, τα αποτελέσματα ενισχύουν την ανάγκη ανάπτυξης βελτιωμένων κανονισμών σχεδιασμού, ώστε να επιτευχθεί η βέλτιστη χρήση υλικών και η βιωσιμότητα των κατασκευών.

4.3 Προτάσεις για Περαιτέρω Έρευνα

Παρόλο που η μελέτη επικεντρώθηκε σε στατικά φορτία, προτείνεται η διερεύνηση της συμπεριφοράς προεντεταμένων δοκών υπό δυναμικά φορτία, όπως σεισμικές καταπονήσεις. Επιπλέον, η χρήση νέων υλικών, όπως σύνθετων τενόντων, και η επίδραση περιβαλλοντικών παραγόντων, όπως η διάβρωση, στη διάρκεια ζωής των δοκών αποτελούν υποσχόμενα πεδία έρευνας.

Η ανάπτυξη προσομοιώσεων με πιο εξελιγμένα υπολογιστικά μοντέλα θα μπορούσε να βελτιώσει την ακρίβεια του σχεδιασμού και να ενισχύσει την αποτελεσματικότητα των προεντεταμένων δομικών στοιχείων. Τέλος, η ενσωμάτωση των ευρημάτων αυτών σε νέα πρότυπα σχεδιασμού θα συμβάλει στην κατασκευή ασφαλέστερων, οικονομικότερων και πιο βιώσιμων έργων.

Λίστα Βιβλιογραφικών Αναφορών

- BuldingHow* > Προϊόντα > Βιβλία > Τόμος Β > Προσομοιώματα-Επιλύσεις > Μηχανικό προσομοίωμα. (n.d.). <https://buildinghow.com/el>
- Chudoba, R., & Hegger, J. (2018). *Precast prestressed concrete elements*. Springer.
- Collins, M. P., & Mitchell, D. (1997). *Prestressed concrete structures*. Prentice Hall.
- Elshafey, A. A., & Ghali, A. (2008). Optimization of prestressed concrete beams. *Journal of Structural Engineering*, 134(10), 1602–1611.
- Fib Bulletin (2017). *Model Code 2010*. Federation internationale du beton.
- Freyssinet, E. (2015). *Prestressed concrete: Development and design considerations*. Wiley.
- Hewitt, B. E. (2010). Long-term performance of prestressed concrete girders. *Structural Concrete Journal*, 11(2), 84–93.
- Kotsovos, M. D. (2017). *Structural concrete: Strength and behaviour*. Elsevier.
- Leonhardt, F. (2001). *Prestressed concrete design and construction*. McGraw-Hill.
- Lin, T. Y., & Burns, N. H. (1981). *Design of prestressed concrete structures*. Wiley.
- Lubliner, J. (2008). *Plasticity theory*. Dover Publications.
- Mendis, P. (2001). Design of prestressed concrete bridges. *Bridge Engineering Handbook*, CRC Press.
- Naaman, A. E. (2004). *Prestressed concrete analysis and design*. CRC Press.
- Nawy, E. G. (1996). *Prestressed concrete: A fundamental approach*. Prentice Hall.
- R, M. (2021, October 9). *Sensitivity Analysis of Cable Profile of Prestressed Concrete Beams*. <https://www.nbmcmw.com/product-technology/construction-chemicals-waterproofing/concrete-admixtures/sensitivity-analysis-of-cable-profile-of-prestressed-concrete-beams.html>
- Thorenfeldt, E., & Arnesen, A. (2019). *Structural behavior of prestressed concrete beams*. Taylor & Francis.
- Trost, H. (2004). *Prestressed concrete design*. Wiley.
- Ενισχυμένο σκυρόδεμα έναντι προεντεταμένου σκυροδέματος. (2019, February 21). Λογισμικό SkyCiv Cloud Structural Analysis | Cloud Structural Analysis Software and Calculators. <https://skyciv.com/el/docs/tutorials/reinforced-concrete-tutorials/reinforced-concrete-vs-prestressed-concrete/>
- ΠΛΑΚΕΣ ΜΕ ΠΡΟΕΝΤΑΣΗ ΜΕΤΑ ΤΗ ΣΚΛΗΡΥΝΣΗ ΣΚΥΡΟΔΕΜΑΤΟΣ - ktirio.gr. (2017, November 29). <https://ktirio.gr/el>