



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Διπλωματική Εργασία**

**ΑΥΤΟΜΑΤΗ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΑΠΟ  
ΠΟΛΛΑΠΛΟΥΣ ΚΑΝΝΑΒΟΥΣ ΜΕ ΤΥΧΑΙΟ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟ**

**Κάβκα Μόνικα Σάρα**

(ΑΜ: 16020)

Επιβλέποντες Καθηγητές:

Γραμματικόπουλος Λάζαρος, Επικουρος Καθηγητής ΠΑΔΑ

Πέτσα Έλλη, Καθηγήτρια ΠΑΔΑ

ΑΘΗΝΑ, ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2021



UNIVERSITY OF WEST ATTICA  
FACULTY OF ENGINEERING  
DEPARTMENT OF SURVEYING AND GEOINFORMATICS ENGINEERING

**Diploma Thesis**

**CAMERA CALIBRATION USING MULTIPLE UNORDERED  
COPLANAR CHECKERBOARDS**

**Kawka Monika Sara**

(Registration Number: 16020)

Supervisors:

Grammatikopoulos Lazaros, Assistant Professor UNIWA

Petsa Elli, Professor UNIWA

ATHENS, OCTOBER 2021

## Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής συμπεριλαμβανομένου και του Εισηγητή

Η διπλωματική εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι Εξεταστική Επιτροπή:

A/α	ΟΝΟΜΑ ΕΠΩΝΥΜΟ	ΒΑΘΜΙΔΑ/ΙΔΙΟΤΗΤΑ	ΨΗΦΙΑΚΗ ΥΠΟΓΡΑΦΗ
1	Γραμματικόπουλος Λάζαρος (Επιβλέπων)	Επικουρος Καθηγητής ΠΑΔΑ	
2	Πέτσα Έλλη (Επιβλέπουσα)	Καθηγήτρια ΠΑΔΑ	
3	Χλούπης Γεώργιος	Αναπληρωτής Καθηγητής ΠΑΔΑ	

**Copyright** © Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

**Κάβκα Μόνικα Σάρα, Οκτώβριος, 2021**

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τους συγγραφείς. Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν την συγγραφέα του και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις θέσεις του επιβλέποντος, της επιτροπής εξέτασης ή τις επίσημες θέσεις του Τμήματος και του Ιδρύματος.

### **ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ**

Η κάτωθι υπογεγραμμένη Κάβκα Μόνικα Σάρα του Πιότρ Στάνισλαβ, με αριθμό μητρώου 16020, φοιτήτρια του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής/διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Η Δηλούσα

Κάβκα Μόνικα Σάρα



*Στην μνήμη της γιαγιάς μου*

## Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους επιβλέποντες καθηγητές της διπλωματικής μου εργασίας, την κυρία Έλλη Πέτσα και τον κύριο Λάζαρο Γραμματικόπουλο, τόσο για την εμπιστοσύνη τους στην ανάθεση του θέματος, όσο και για την άμεση ανταπόκριση και την καθοδήγησή τους καθ' όλη την διάρκεια της διπλωματικής αυτής εργασίας. Επιπλέον, τους ευχαριστώ για την μεγάλη υποστήριξή τους καθ' όλο το διάστημα της ακαδημαϊκής μας συνεργασίας. Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Γιώργο Καρρά για το ενδιαφέρον, τις συμβουλές και τον χρόνο που διέθεσε κατά την εκπόνηση αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Παράλληλα, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά όλους τους καθηγητές του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής, με τους οποίους είχα την ευκαιρία να συνεργαστώ κατά τη διάρκεια των σπουδών μου, για τον επαγγελματισμό τους και τις γνώσεις που πήρα από εκείνους.

Επιπρόσθετα, ευχαριστώ τους συμφοιτητές και φίλους που γνώρισα κατά τη διάρκεια των σπουδών για τη βοήθεια και υποστήριξη τους.

Ευχαριστώ πολύ την καλή μου φίλη Νικόλ Καλούδη, για τη συνεχή στήριξη και την άμετρη συμπαράσταση που μου έδειξε.

Τέλος, θέλω από τα βάθη της καρδιάς μου να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για την αγάπη, την υπομονή και την υποστήριξή τους.

## Περίληψη

Η παρούσα διπλωματική εργασία ασχολείται με τον πλήρως αυτόματο προσδιορισμό του εσωτερικού προσανατολισμού μηχανής από λήψεις πολλαπλών καννάβων (σκακιέρες) τυχαίου προσανατολισμού. Ο αλγόριθμος που προτείνεται εδώ εντοπίζει αρχικά τους κόμβους κάθε σκακιέρας στις εικόνες, δεδομένης της γνωστής διάστασης των σκακιερών. Στη συνέχεια, εφαρμόζει την μέθοδο PCA (Principal Component Analysis) για τον υπολογισμό προσεγγιστικών τιμών για τους δισδιάστατους μετασχηματισμούς στερεού σώματος, οι οποίοι συνδέουν όλες τις σκακιέρες με την κεντρική. Επιπλέον, υπολογίζονται οι προσεγγιστικές τιμές των μετασχηματισμών ομογραφίας ως προς την κεντρική σκακιέρα. Σε δεύτερο βήμα, προσδιορίζονται οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των δύο αυτών μετασχηματισμών μέσω μη γραμμικών συνορθώσεων. Με τη χρήση των τελικών ομογραφιών, ο αλγόριθμος υπολογίζει αρχικές τιμές για τα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού καθώς και των εξωτερικών προσανατολισμών των εικόνων. Τέλος, οι βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής λήψης εκτιμώνται μέσω συνόρθωσης δέσμης. Στην εργασία αναλύεται το θεωρητικό υπόβαθρο της μεθοδολογίας και περιγράφεται η δομή και ο τρόπος λειτουργίας της αρχικής υλοποίησης του αλγορίθμου, καθώς και οι βελτιστοποιήσεις και επεκτάσεις του που υλοποιήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Τέλος, παρουσιάζονται και αξιολογούνται οι εφαρμογές του αλγορίθμου σε σύνολα πραγματικών λήψεων.

**Λέξεις-κλειδιά:** βαθμονόμηση μηχανής, μέθοδος δέσμης με αυτοβαθμονόμηση, προβολικός μετασχηματισμός, ομογραφία, δισδιάστατος μετασχηματισμός στερεού σώματος, Principal Component Analysis, αυτόματος εντοπισμός σημείων, αυτόματος εντοπισμός κανάβων, προσεγγιστικές τιμές

## Abstract

This diploma thesis presents a fully automatic procedure for camera calibration using multiple unordered coplanar chessboards. The proposed algorithm first detects the nodes of each chessboard on the images, given the known dimension of the chessboards. It then applies the Principal Component Analysis to calculate approximate values of the 2D rigid body transformations that connect all the chessboards to a reference chessboard. In addition, the approximate values for the homographies with respect to the reference chessboard are calculated. In a second step, the optimal values of the parameters of the previous transformations are determined by non-linear adjustments. Using the final homographies, the algorithm computes the initial values for the common interior orientation elements as well as the elements of the exterior orientations of the images. Lastly, a self-calibrating bundle adjustment estimates the optimal values of the camera parameters. The thesis analyses the theoretical background and presents the structure and the mode of operation of the initial implementation of the algorithm, as well as the optimizations and extensions that were implemented in this thesis. Finally, results from real data are presented and evaluated.

**Keywords:** camera calibration, self-calibrating bundle adjustment, projective transformation, homography, 2D rigid body transformation, Principal Component Analysis, automatic points detection, automatic detection of chessboards, approximate values



## Κατάλογος πινάκων

<b>Πίνακας 3-1:</b> Λήψεις με τη μηχανή του Phantom 4 Pro.....	28
<b>Πίνακας 3-2:</b> Λήψεις με τη μηχανή Sony NEX-5N .....	28
<b>Πίνακας 3-3:</b> Λήψεις με τη μηχανή Canon EOS 550D.....	29
<b>Πίνακας 3-4:</b> Εικόνες από την μηχανή του Phantom 4 Pro.....	30
<b>Πίνακας 3-5:</b> Εικόνες από την μηχανή Sony NEX-5N .....	30
<b>Πίνακας 3-6:</b> Εικόνες από την μηχανή Canon EOS 550D .....	30
<b>Πίνακας 3-7:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού με το ενδιάμεσο βήμα .....	33
<b>Πίνακας 3-8:</b> Αρχικές τιμές εξωτερικών προσανατολισμών με το ενδιάμεσο βήμα .....	33
<b>Πίνακας 3-9:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης με το ενδιάμεσο βήμα.....	33
<b>Πίνακας 3-10:</b> Αποτελέσματα εσωτερικού προσανατολισμού με το ενδιάμεσο βήμα .....	34
<b>Πίνακας 3-11:</b> Αποτελέσματα εξωτερικών προσανατολισμών με το ενδιάμεσο βήμα .....	34
<b>Πίνακας 3-12:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού χωρίς το ενδιάμεσο βήμα.....	34
<b>Πίνακας 3-13:</b> Αρχικές τιμές εξωτερικών προσανατολισμών χωρίς το ενδιάμεσο βήμα .....	34
<b>Πίνακας 3-14:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης χωρίς το ενδιάμεσο βήμα.....	35
<b>Πίνακας 3-15:</b> Αποτελέσματα εσωτερικού προσανατολισμού χωρίς το ενδιάμεσο βήμα ....	35
<b>Πίνακας 3-16:</b> Αποτελέσματα εξωτερικών προσανατολισμών χωρίς το ενδιάμεσο βήμα ...	35
<b>Πίνακας 4-1:</b> Ρυθμίσεις λήψεων πρώτου σετ .....	38
<b>Πίνακας 4-2:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	38
<b>Πίνακας 4-3:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης .....	38
<b>Πίνακας 4-4:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	39
<b>Πίνακας 4-5:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης .....	39
<b>Πίνακας 4-6:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	39
<b>Πίνακας 4-7:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης .....	39
<b>Πίνακας 4-8:</b> Παράμετροι εξωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων .....	41
<b>Πίνακας 4-9:</b> Ρυθμίσεις λήψεων δεύτερου σετ.....	43
<b>Πίνακας 4-10:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	44
<b>Πίνακας 4-11:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	44
<b>Πίνακας 4-12:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	44
<b>Πίνακας 4-13:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης .....	44
<b>Πίνακας 4-14:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	45
<b>Πίνακας 4-15:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης .....	45
<b>Πίνακας 4-16:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων .....	47
<b>Πίνακας 4-17:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπυλών ακτινικής διαστροφής .....	49
<b>Πίνακας 4-18:</b> Ρυθμίσεις λήψεων πρώτου σετ.....	50
<b>Πίνακας 4-19:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	50
<b>Πίνακας 4-20:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης .....	50
<b>Πίνακας 4-21:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	51
<b>Πίνακας 4-22:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	51
<b>Πίνακας 4-23:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων .....	52
<b>Πίνακας 4-24:</b> Ρυθμίσεις λήψεων δεύτερου σετ.....	56
<b>Πίνακας 4-25:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	57
<b>Πίνακας 4-26:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	57
<b>Πίνακας 4-27:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού .....	57
<b>Πίνακας 4-28:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης .....	57

<b>Πίνακας 4-29:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων.....	59
<b>Πίνακας 4-30:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπύλων ακτινικής διαστροφής.....	62
<b>Πίνακας 4-31:</b> Ρυθμίσεις λήψεων του σετ.....	63
<b>Πίνακας 4-32:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού.....	63
<b>Πίνακας 4-33:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	63
<b>Πίνακας 4-34:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού.....	63
<b>Πίνακας 4-35:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	64
<b>Πίνακας 4-36:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων.....	66
<b>Πίνακας 4-37:</b> Ρυθμίσεις λήψεων πρώτου σετ.....	69
<b>Πίνακας 4-38:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	70
<b>Πίνακας 4-39:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	71
<b>Πίνακας 4-40:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων.....	73
<b>Πίνακας 4-41:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπύλων ακτινικής διαστροφής.....	75
<b>Πίνακας 4-42:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπύλων ακτινικής διαστροφής.....	76
<b>Πίνακας 4-43:</b> Ρυθμίσεις λήψεων του σετ.....	76
<b>Πίνακας 4-44:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	76
<b>Πίνακας 4-45:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης.....	77
<b>Πίνακας 4-46:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων.....	78
<b>Πίνακας 4-47:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπύλων ακτινικής διαστροφής.....	82
<b>Πίνακας 4-48:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπύλων ακτινικής διαστροφής.....	82

## Κατάλογος εικόνων

<b>Εικόνα 1:</b> Ταξινόμηση της σειράς σκακιερών όλων των εικόνων ως προς την πρώτη εικόνα	13
<b>Εικόνα 2:</b> Αριθμός των κορυφών κατά $x$ και κατά $y$ .....	17
<b>Εικόνα 3:</b> Τέσσερα μοτίβα κανάβου .....	18
<b>Εικόνα 4:</b> Επιτυχημένος υπολογισμός διαστάσεων και κορυφών της σκακιέρας.....	19
<b>Εικόνα 5:</b> Αποτέλεσμα ταξινόμησης των σκακιερών ως προς το κεντρικό σημείο. ....	20
<b>Εικόνα 6:</b> Παραδείγματα ορισμού συστήματος δύο ασύμμετρων σκακιερών.....	21
<b>Εικόνα 7:</b> Σύγκριση σημείων στο 2D χώρο υπολογισμένων με βάση αρχικούς (κόκκινα) και νέους (πράσινα) μετασχηματισμούς στερεού σώματος.....	26
<b>Εικόνα 8:</b> Παράδειγμα 1 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση αρχικούς μετασχηματισμούς (κόκκινα) .....	26
<b>Εικόνα 9:</b> Παράδειγμα 1 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση νέους μετασχηματισμούς (πράσινα).....	26
<b>Εικόνα 10:</b> Παράδειγμα 2 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση αρχικούς μετασχηματισμούς (κόκκινα) .....	26
<b>Εικόνα 11:</b> Παράδειγμα 2 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση νέους μετασχηματισμούς (πράσινα).....	26
<b>Εικόνα 12:</b> Παράδειγμα 3 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση αρχικούς μετασχηματισμούς (κόκκινα) .....	27
<b>Εικόνα 13:</b> Παράδειγμα 3 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση νέους μετασχηματισμούς (πράσινα).....	27
<b>Εικόνα 14:</b> Ανηγμένη εικόνα - DSCo6902.JPG .....	34
<b>Εικόνα 15:</b> Ανηγμένη εικόνα - DSCo6888.JPG .....	34
<b>Εικόνα 16:</b> Ανηγμένη εικόνα - DSCo6896.JPG .....	34
<b>Εικόνα 17:</b> Ανηγμένη εικόνα - DSCo6898.JPG .....	34
<b>Εικόνα 18:</b> Αρχική εικόνα - DSCo6902.JPG .....	35
<b>Εικόνα 19:</b> Αρχική εικόνα - DSCo6888.JPG .....	35
<b>Εικόνα 20:</b> Αρχική εικόνα - DSCo6896.JPG .....	35
<b>Εικόνα 21:</b> Αρχική εικόνα - DSCo6898.JPG .....	35
<b>Εικόνα 22:</b> Αρχική εικόνα - DSCo6902.JPG .....	36
<b>Εικόνα 23:</b> Ανηγμένη εικόνα - DSCo6902.JPG .....	36
<b>Εικόνα 24:</b> DJI_0766.JPG .....	38
<b>Εικόνα 25:</b> DJI_0760.JPG.....	38
<b>Εικόνα 26:</b> DJI_0757.JPG.....	38
<b>Εικόνα 27:</b> DJI_0766.JPG.....	38
<b>Εικόνα 28:</b> DJI_0760.JPG .....	38
<b>Εικόνα 29:</b> DJI_0755.JPG.....	38
<b>Εικόνα 30:</b> DJI_0764.JPG .....	39
<b>Εικόνα 31:</b> DJI_0761.JPG.....	39
<b>Εικόνα 32:</b> DJI_0755.JPG.....	39
<b>Εικόνα 33:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους .....	40
<b>Εικόνα 34:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους .....	40
<b>Εικόνα 35:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους .....	40
<b>Εικόνα 36:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους .....	41
<b>Εικόνα 37:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	41
<b>Εικόνα 38:</b> Όλες εικόνες του πρώτου σετ εικόνων.....	41
<b>Εικόνα 39:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους .....	42
<b>Εικόνα 40:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους .....	42
<b>Εικόνα 41:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	42



<b>Εικόνα 92:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9] .....	61
<b>Εικόνα 93:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 8-13].....	61
<b>Εικόνα 94:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9] .....	62
<b>Εικόνα 95:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 8-13].....	62
<b>Εικόνα 96:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής.....	62
<b>Εικόνα 97:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής.....	62
<b>Εικόνα 98:</b> Πέντε εικόνες με φτωχή γεωμετρία.....	63
<b>Εικόνα 99:</b> Πέντε εικόνες καλής γεωμετρίας.....	63
<b>Εικόνα 100:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	64
<b>Εικόνα 101:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	64
<b>Εικόνα 102:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	64
<b>Εικόνα 103:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	65
<b>Εικόνα 104:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	65
<b>Εικόνα 105:</b> Όλες εικόνες του σετ.....	65
<b>Εικόνα 106:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9] .....	66
<b>Εικόνα 107:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16] ..	67
<b>Εικόνα 108:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9] ...	67
<b>Εικόνα 109:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16]	67
<b>Εικόνα 110:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]....	67
<b>Εικόνα 111:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16] .	68
<b>Εικόνα 112:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9] ...	68
<b>Εικόνα 113:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16].	68
<b>Εικόνα 114:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9] ...	68
<b>Εικόνα 115:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16].	69
<b>Εικόνα 116:</b> Επιλογές στο πρόγραμμα <i>Fauccal</i> .....	70
<b>Εικόνα 117:</b> Πέντε εικόνες με φτωχή γεωμετρία.....	70
<b>Εικόνα 118:</b> Πέντε εικόνες με καλή γεωμετρία .....	71
<b>Εικόνα 119:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	71
<b>Εικόνα 120:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	71
<b>Εικόνα 121:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	72
<b>Εικόνα 122:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	72
<b>Εικόνα 123:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	72
<b>Εικόνα 124:</b> Όλες εικόνες του σετ.....	72
<b>Εικόνα 125:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	73
<b>Εικόνα 126:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	74
<b>Εικόνα 127:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	74
<b>Εικόνα 128:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	74
<b>Εικόνα 129:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	74
<b>Εικόνα 130:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστροφής – 11 λήψεις μίας σκακιέρας	75
<b>Εικόνα 131:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής.....	75
<b>Εικόνα 132:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστροφής – 11 εικόνες μίας σκακιέρας	75
<b>Εικόνα 133:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής.....	75
<b>Εικόνα 134:</b> Πέντε εικόνες με την φτωχότερη γεωμετρία προοπτική από το σετ.....	76
<b>Εικόνα 135:</b> Πέντε εικόνες καλής γεωμετρίας.....	76
<b>Εικόνα 136:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	77
<b>Εικόνα 137:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	77
<b>Εικόνα 138:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	77
<b>Εικόνα 139:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	77
<b>Εικόνα 140:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους.....	78
<b>Εικόνα 141:</b> Όλες οι εικόνες του σετ.....	79

<b>Εικόνα 142:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8] .....	79
<b>Εικόνα 143:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $c$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14] ....	80
<b>Εικόνα 144:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8] ....	80
<b>Εικόνα 145:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $x_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14] ..	80
<b>Εικόνα 146:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]....	80
<b>Εικόνα 147:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $y_0$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14] ..	81
<b>Εικόνα 148:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]...	81
<b>Εικόνα 149:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_1$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]..	81
<b>Εικόνα 150:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]...	81
<b>Εικόνα 151:</b> Απόλυτες συσχετίσεις του $k_2$ με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]...	82
<b>Εικόνα 152:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστροφής – 14 λήψεις μίας σκακιέρας	82
<b>Εικόνα 153:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής .....	82
<b>Εικόνα 154:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστροφής – 14 λήψεις μίας σκακιέρας	82
<b>Εικόνα 155:</b> Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής .....	82

# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες .....	iv
Περίληψη .....	v
Abstract .....	vi
1. Εισαγωγή .....	1
1.1. Στόχος της εργασίας .....	3
1.2. Διάρθρωση της εργασίας .....	4
2. Θεωρητικό Υπόβαθρο .....	5
2.1. Εσωτερικός προσανατολισμός .....	5
2.1.1. Συμμετρική ακτινική διαστροφή του φακού .....	5
2.1.2. Έκκεντρη διαστροφή του φακού .....	6
2.1.3. Αφινικές παραμορφώσεις .....	6
2.2. Μετασχηματισμοί .....	7
2.2.1. Προβολικός μετασχηματισμός .....	7
2.2.2. Δισδιάστατος μετασχηματισμός στερεού σώματος .....	7
2.3. Ανάλυση κυρίων συνιστωσών - Principal Component Analysis (PCA) .....	8
2.4. Εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού με χρήση ομογραφιών .....	9
2.5. Εφαρμογή της PCA για την εύρεση άγνωστων 2D μετασχηματισμών στερεού σώματος .....	13
2.6. Φωτοτριγωνισμός με αυτοβαθμονόμηση .....	14
3. Δομή και τρόπος λειτουργίας του αλγορίθμου .....	17
3.1. Αρχική υλοποίηση του αλγορίθμου .....	17
3.2. Υλοποιημένες βελτιστοποιήσεις και ελεγκτάσεις του αλγορίθμου .....	24
3.2.1. Υπολογισμός ομογραφιών και δισδιάστατων μετασχηματισμών στερεού σώματος .....	24
3.2.2. Εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εσωτερικού προσανατολισμού .....	27
3.2.3. Εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εξωτερικού προσανατολισμού .....	31
3.2.4. Εφαρμογή αναγωγής για ακριβέστερο εντοπισμό σημείων στις αρχικές εικόνες .....	31
4. Εφαρμογές του αλγορίθμου .....	37
4.1. Πραγματικές λήψεις πολλαπλών κανάβων τυχαίου προσανατολισμού .....	37
4.1.1. Λήψεις από Phantom 4 Pro .....	37
4.1.2. Λήψεις με μηχανή Sony NEX-5N .....	49
4.1.3. Λήψεις με μηχανή Canon EOS 550D .....	63
4.2. Πραγματικές λήψεις ενός κανάβου .....	69
4.2.1. Λήψεις με μηχανή Sony NEX-5N .....	69
4.2.2. Λήψεις με μηχανή Canon EOS 550D .....	76

5. Συμπεράσματα και Προτάσεις .....	83
Βιβλιογραφία.....	85
Παράρτημα .....	89



## 1. Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια η χρήση των μη επανδρωμένων αεροσκαφών (UAV) σε συνδυασμό με τις τεχνικές SfM (Structure-from-Motion) γίνεται όλο και πιο δημοφιλής, και αυτό χάρη στο συνεχώς επεκτεινόμενο εύρος των δυνατοτήτων μαζί με την αποτελεσματικότητα και το γενικά χαμηλό κόστος του συνδυασμού SfM/UAV. Αυτά τα πλεονεκτήματα προσελκύουν συνεχώς νέους χρήστες, συνήθως χωρίς ή με ελάχιστη γνώση φωτογραμμετρίας (James et al., 2019). Ωστόσο, η εξέταση όχι μόνο των δυνατοτήτων αλλά και ορισμένων περιορισμών των τεχνικών SfM/UAV υπό διαφορετικές πρακτικές συνθήκες εφαρμογής, καθώς και η παρουσίαση καλών πρακτικών και πρωτοπόρων μεθόδων, οι οποίες αποσκοπούν στην επίλυση των εμφανιζόμενων προβλημάτων, αποτελούν σημαντικό πεδίο συνεισφοράς της φωτογραμμετρικής κοινότητας, η οποία μπορεί να καθοδηγήσει τους μη ειδικούς χρήστες στην δημιουργία υψηλής ποιότητας χωρικών δεδομένων.

Η βαθμονόμηση της μηχανής είναι πρωταρχικής σημασίας για τις εφαρμογές φωτογραμμετρίας και όρασης υπολογιστών, όπως στην 3D ανακατασκευή, την δημιουργία ψηφιακών μοντέλων εδάφους (DEM), ορθομωσαϊκών κ.λπ., καθώς καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την ακρίβεια και την αξιοπιστία των χωρικών αυτών δεδομένων. Η αυτοβαθμονόμηση, που εκτελείται από τους αλγορίθμους SfM χωρίς παρέμβαση του χρήστη, επιλέγεται από πολλούς χρήστες “αυθόρμητα”, καθώς αποτελεί μια γρήγορη και απλή λύση. Όμως η “τυφλή” εμπιστοσύνη στους αλγορίθμους, των οποίων η λειτουργία παραμένει ένα “μαύρο κουτί” για την πλειονότητα των χρηστών, μπορεί να οδηγήσει άλλοτε σε ικανοποιητικά και άλλοτε σε αμφισβητήσιμα αποτελέσματα (Dall'Asta et al., 2015, Nyimbili et al., 2016). Τα αποτελέσματα της αυτοβαθμονόμησης επηρεάζονται συχνά από το σχεδιασμό και την εκτέλεση των λήψεων. Στην φωτογραμμετρική βιβλιογραφία έχουν προταθεί καλές πρακτικές, οι οποίες ενισχύουν την αποδοτικότητα της αυτοβαθμονόμησης, όπως π.χ. ύπαρξη πλάγιων εικόνων ή/και επαρκών σε αριθμό και κατάλληλα κατανομημένων φωτοσταθερών κ.ά. (James & Robson, 2014). Εντούτοις, η εφαρμογή αυτών των όρων μπορεί να μην είναι πάντοτε εφικτή, λόγω κυρίως της ιδιαιτερότητας της κάθε εφαρμογής SfM/UAV αλλά και της αδυναμίας του απλού χρήστη να τις ακολουθήσει.

Όταν δεν είναι δυνατόν να τηρηθούν ορισμένες απαραίτητες προϋποθέσεις οι οποίες να εξασφαλίζουν την επιτυχημένη αυτοβαθμονόμηση, η προβαθμονόμηση της μηχανής αποδεικνύεται ως μια προφανής, αλλά συχνά και αναπόφευκτη, επιλογή (Cramer et al., 2017). Έτσι συμβαίνει, για παράδειγμα, στην περίπτωση αδυναμίας χρήσης φωτοσταθερών. Γενικά, η κάθε εναλλακτική λύση που επιτρέπει την ελαχιστοποίηση ή ακόμη και την αποφυγή των φωτοσταθερών είναι επιθυμητή, καθώς η τοποθέτηση και μέτρησή τους είναι συνήθως μια αρκετά χρονοβόρα και κοστοβόρα διαδικασία (Hemerly et al., 2014). Η ανάγκη προβαθμονόμησης της μηχανής εμφανίζεται και όταν πρόκειται για περιβάλλον στο οποίο η πληροφορία της υψής είναι περιορισμένη, όπως συμβαίνει π.χ. κατά την παρακολούθηση των μετακινήσεων πουλιών στον εναέριο χώρο των αιολικών πάρκων (Fedorov et al., 2018). Όμως, αξίζει να σημειωθεί ότι η προβαθμονόμηση εξαρτάται έντονα από την σταθερότητα της εσωτερικής γεωμετρίας της μηχανής, η οποία θεωρείται ότι παρουσιάζει σημαντική αστάθεια όταν πρόκειται για τις μη μετρητικές ψηφιακές μηχανές, και για τον λόγο αυτό ενδέχεται να είναι απαραίτητη η συχνή επαναβαθμονόμηση τους (Whitehead & Hugenholtz, 2014) ή ακόμα καλύτερα η επιτόπου προβαθμονόμηση λίγο πριν ή αμέσως μετά από την πτήση. Διαφορετικά, συνιστάται η εύρωστη διαδικασία αυτοβαθμονόμησης, όταν αυτό είναι εφικτό (Benassi et al., 2017). Οι τιμές εσωτερικού προσανατολισμού που προκύπτουν με την προβαθμονόμηση χρησιμοποιούνται συνήθως είτε ως σταθερές τιμές είτε ως καλές προσεγγιστικές τιμές στην μέθοδο της δέσμης. Έχει προταθεί επίσης να αντιμετωπίζονται αυτές ως “ψευδο-παρατηρήσεις” με γνωστή μεταβλητότητα, με σκοπό οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού από την “ψευδο-αυτοβαθμονόμηση” να μην μεταβάλλονται ανεξέλεγκτα, όσο και οι εικόνες που έχουν ληφθεί να απεικονίζουν το αντικείμενο υπό διαφορετικές γωνίες και με σημαντική διαφορά βάθους (Shahbazi

et al., 2015). Ωστόσο, ο εσφαλμένος υπολογισμός των τιμών του εσωτερικού προσανατολισμού κατά την προβαθμονόμηση μπορεί να οδηγήσει σε ανακριβή προσανατολισμό των εικόνων όταν οι προβαθμονομημένες τιμές εισάγονται ως σταθερές τιμές στην μέθοδο της δέσμης. Πρόσφατα δείχθηκε ότι η επίδραση της λανθασμένα προβαθμονομημένης τιμής της σταθεράς μηχανής μπορεί να περιοριστεί με την ύπαρξη κατακόρυφων εικόνων που λήφθηκαν από διαφορετικά ύψη (Zhou et al., 2020).

Η προβαθμονόμηση πραγματοποιείται συχνά με χρήση επίπεδων αντικειμένων (ιδίως του τύπου σκακιέρας), και αυτό χάρη στο γεγονός ότι οι αλγόριθμοι που προορίζονται για τον συγκεκριμένο σκοπό είναι γενικά διαθέσιμοι και γρήγοροι. Τα δισδιάστατα αντικείμενα είναι από μόνα τους πολύ βολικά για βαθμονόμηση, ενώ και οι σχέσεις μεταξύ των εικόνων στις οποίες αυτά απεικονίζονται είναι απλές ομογραφίες. Ταυτόχρονα, έχει αναφερθεί ότι ο δισδιάστατος περιορισμός που εισάγεται μειώνει σημαντικά τους βαθμούς ελευθερίας, με αποτέλεσμα να οδηγεί σε πιο εύρωστα και ακριβή αποτελέσματα βαθμονόμησης (Herrera et al., 2016). Για να πραγματοποιηθεί αυτό του είδους η βαθμονόμηση απαιτούνται απλώς πολλές εικόνες του ίδιου επίπεδου αντικειμένου από διαφορετικές θέσεις και υπό διαφορετικές γωνίες. Το συνηθέστερα χρησιμοποιούμενο επίπεδο αντικείμενο για σκοπούς βαθμονόμησης είναι η σκακιέρα, κυρίως λόγω των πλεονεκτημάτων που προσφέρει αυτού του είδους το μοτίβο (π.χ. στην εξαγωγή σημείων), αλλά και επειδή μπορεί να δημιουργηθεί πολύ εύκολα και με μικρό κόστος, με την χρήση εκτυπωτή ή απλώς της οθόνης. Επιπλέον, η ευελιξία της σκακιέρας την κάνει να χρησιμοποιείται για βαθμονομήσεις όχι μόνο απλών μηχανών αλλά και υποβρύχιων (She et al., 2019) ή θερμικών (Javadnejad et al., 2019). Στο Διαδίκτυο υπάρχουν ελεύθερα διαθέσιμα εργαλεία που αξιοποιούν το συγκεκριμένο μοτίβο και είναι πλήρως αυτόματα. Από τα πιο γνωστά είναι ασφαλώς το Bouguet's Camera Calibration Toolbox του MATLAB, που περιλαμβάνεται και στην OpenCV, αλλά και το Agisoft Lens. Έχει προταθεί, επίσης, λογισμικό ανοικτού κώδικα υλοποιημένο στο MATLAB, το οποίο αξιοποιώντας διαφορετικές εικόνες μίας σκακιέρας υπολογίζει αυτόματα τα στοιχεία της βαθμονόμησης και τα στατιστικά δεδομένα για τις παραμέτρους της μηχανής που επιλέχθηκαν από τον χρήστη (Douskos et al., 2009). Ωστόσο, ανεξάρτητα από το εργαλείο που θα χρησιμοποιηθεί, θα πρέπει να δοθεί προσοχή στη διαδικασία λήψης των εικόνων, που σχετίζεται τόσο με τον αριθμό, τις θέσεις και τις γωνίες υπό τις οποίες θα πρέπει να ληφθούν οι εικόνες, όσο και με τον αριθμό των σημείων που θα απεικονίζονται σε αυτές (Ricolfe-Viala & Sanchez-Salmeron, 2011). Επιπρόσθετα, έχει προταθεί ένας "οδηγός βαθμονόμησης" που οδηγεί διαδραστικά τον χρήστη, ώστε να πετύχει την λήψη των βέλτιστων εικόνων για την βαθμονόμηση (Peng, & Sturm, 2019). Η βαθμονόμηση μηχανής βασίζεται κυρίως στην εξαγωγή χαρακτηριστικών σημείων, όμως επειδή αυτά μπορούν να είναι ευαίσθητα σε θόρυβο έχει επίσης παρουσιαστεί εναλλακτική λύση η οποία αξιοποιεί την καθετότητα των γραμμών της σκακιέρας για να εξάγει τα σημεία (Xu et al., 2016). Έχουν παρουσιαστεί επίσης εργαλεία εκμάθησης μηχανής (deep learning) για εύρωστη ανίχνευση των κόμβων της σκακιέρας (Donné et al., 2016; Raza et al., 2019). Αξίζει να τονιστεί ότι οι συνεχώς αναπτυσσόμενοι αλγόριθμοι για αξιόπιστη ανίχνευση, εντοπισμό, κατάταξη και συνταύτιση των κόμβων της σκακιέρας αποτελούν επαρκή απόδειξη του μεγάλου ενδιαφέροντος και ζήτησης για την βαθμονόμηση της μηχανής.

Είναι αξιοσημείωτο ότι, στην περίπτωση βαθμονόμησης της μηχανής με τη χρήση επίπεδου αντικειμένου, η ισχυρή γεωμετρία του μπλοκ εικόνων ενισχύει την ακρίβεια της βαθμονόμησης, κάνοντάς την αποδεκτή ή ακόμη και συγκρίσιμη με εκείνη της βαθμονόμησης με βάση τριδιάστατα πεδία ελέγχου (Hastedt & Luhmann, 2015). Ταυτόχρονα, θα πρέπει να ληφθεί μέριμνα για τον μετριασμό κατά το δυνατόν των υψηλών συσχετίσεων μεταξύ των παραμέτρων εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού, που οφείλονται στην επιπεδότητα του αντικειμένου (Datchev et al., 2018). Επιπλέον, θεωρώντας την προβαθμονόμηση ως απαραίτητο στοιχείο για τη επεξεργασία των δεδομένων UAV, ερευνητές έχουν υποστηρίξει ότι οι λύσεις

βασιζόμενες σε επίπεδα μοτίβα βαθμονόμησης μπορεί να επιτύχουν ακρίβεια κοντά σε εκείνη των 3D πεδίων βαθμονόμησης (Xiang et al., 2019).

Η σκακιέρα, παρ' όλα τα πλεονεκτήματά της, παρουσιάζει βέβαια – είτε είναι εκτυπωμένη είτε εμφανίζεται στην οθόνη – έναν σοβαρό περιορισμό που είναι το μέγεθός της. Ο περιορισμός αυτός υποβαθμίζει την ακρίβεια, κυρίως στην διεύθυνση του βάθους, οδηγώντας συχνά στην ανάγκη να χρησιμοποιούνται διαφορετικές ρυθμίσεις εστίασης στην προβαθμονόμηση, ώστε να εξασφαλιστεί ευκρίνεια των εικόνων και καλή κάλυψη του καρέ (Han et al., 2016). Για να γίνουν δυνατές οι μεγαλύτερες αποστάσεις λήψης και η εστίαση στο άπειρο θα απαιτούνταν μεγάλων διαστάσεων μοτίβα, διαφορετικά οι εικόνες θα ήταν θολές ή η κάλυψη του καρέ θα ήταν ανεπαρκής. Το μέγεθος μιας τυπικής σκακιέρας αποδεικνύεται προβληματικό όχι μόνο για τα UAV ή άλλες εξωτερικές εφαρμογές, αλλά και σε περιπτώσεις μεγάλων εσωτερικών χώρων και επίγειων εφαρμογών με μεγάλες αποστάσεις λήψης (Ortega et al., 2014, Deng et al., 2017). Επομένως, απαιτείται ένα νέο “περιβάλλον βαθμονόμησης” κατάλληλο για UAV (Lim et al., 2019). Σε αυτό το πλαίσιο, έχουν προταθεί μέθοδοι βαθμονόμησης οι οποίες αξιοποιούν την ποικιλία επίπεδων αντικειμένων κατάλληλου μεγέθους και υφής που αφθονούν σε αστικά περιβάλλοντα, π.χ. τοίχοι με γκράφιτι (Adam et al., 2013). Διαφορετικά, με στόχο την βελτίωση της συνταύτισης, έχει προταθεί η χρήση πολλών συνεπίπεδων φύλλων πάνω στα οποία είναι εκτυπωμένα εικονοσήματα με μοναδικό ID (Daftny et al. 2013). Όμως η χρήση “ημι-δομημένων (semi-structured)” αντικειμένων υπερτερεί της χρήσης εντελώς “αδόμητων” (unstructured) αντικειμένων, καθώς εισάγει πρόσθετους περιορισμούς, με συνέπεια να περιορίζεται σημαντικά ο αριθμός των αγνώστων και ταυτόχρονα να ενισχύεται η ευρωστία της βαθμονόμησης της μηχανής.

Αυτός ο κύριος περιορισμός, σε συνδυασμό με την χρησιμότητα και την δημοτικότητα της βαθμονόμησης της μηχανής με χρήση του μοτίβου της σκακιέρας, ώθησε τους Grammatikopoulos et al. (2019) στην παρουσίαση μίας εναλλακτικής λύσης βασισμένης σε ένα σύνολο συνεπίπεδων σκακιερών τυχαίου προσανατολισμού, οι οποίες έρχονται ουσιαστικά να “προσομοιάσουν” μια ανέφικτα μεγάλη σκακιέρα. Στην φωτογραμμετρική βιβλιογραφία είχε ήδη αναφερθεί η χρήση πολλαπλών μη συνεπίπεδων ή τρισδιάστατων σκακιερών (Geiger et al., 2012, Fu et al., 2019, Liu et al., 2019), ωστόσο η αξιοποίηση συνεπίπεδων σκακιερών για σκοπούς βαθμονόμησης διερευνήθηκε για πρώτη φορά από τους Grammatikopoulos et al. (2019). Η συγκεκριμένη μελέτη έδειξε, μέσω συνθετικών δεδομένων, ότι τα αποτελέσματα της βαθμονόμησης από πολλαπλές συνεπίπεδες σκακιέρες υπερσχύουν κατά κάποιον τρόπο της αντίστοιχης βαθμονόμησης από μια ισοδύναμη σκακιέρα, καθώς εισάγουν μεν πρόσθετες παραμέτρους, απαραίτητες για να περιγράψουν την άγνωστη σχέση μεταξύ των συνεπίπεδων μοτίβων, αυτές όμως στην ουσία ελαττώνουν τις συσχετίσεις των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού με εκείνες του εξωτερικού. Επιπλέον, τα αποτελέσματα του πειράματος με πραγματικές εικόνες, που πραγματοποιήθηκε με επίγειες λήψεις, αποδείχθηκαν συγκρίσιμα με εκείνα που προέκυψαν με γνωστή διάταξη των σκακιερών.

## 1.1. Στόχος της εργασίας

Σε αυτό το πλαίσιο, στόχος της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν να αναλύσει τη μεθοδολογία και να υλοποιήσει αλγόριθμο για την αυτόματη βαθμονόμηση μηχανής από λήψεις ενός συνόλου συνεπίπεδων σκακιερών άγνωστου τυχαίου προσανατολισμού, καθώς επίσης να παρουσιάσει και να αξιολογήσει τα αποτελέσματα εφαρμογής του. Συνοπτικά, ο αλγόριθμος σε πρώτη φάση εντοπίζει τους κόμβους κάθε σκακιέρας στις εικόνες, δεδομένης της γνωστής διάστασης των σκακιερών (γραμμές  $\times$  στήλες). Στη συνέχεια, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις εικόνες εκείνες στις οποίες εντοπίστηκαν με επιτυχία όλες οι σκακιέρες, εφαρμόζει την μέθοδο PCA (Principal Component Analysis), προκειμένου να υπολογιστούν προσεγγιστικές τιμές των 2D μετασχηματισμών στερεού σώματος που συνδέουν όλες τις σκακιέρες με μια “κεντρική”

σκακιέρα (επιλεγμένη σκακιέρα αναφοράς). Ταυτόχρονα, υπολογίζονται οι προσεγγιστικές τιμές των παραμέτρων του προβολικού μετασχηματισμού (ομογραφίες) κάθε εικόνας ως προς την σκακιέρα αναφοράς. Σε δεύτερο βήμα, μέσω μη γραμμικών συνορθώσεων, υπολογίζονται οι βέλτιστες τιμές των παραμέτρων των δύο προηγούμενων μετασχηματισμών. Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας τις τελικές ομογραφίες, ο αλγόριθμος υπολογίζει τις προσεγγιστικές τιμές για τις παραμέτρους του κοινού εσωτερικού προσανατολισμού όσο και των εξωτερικών προσανατολισμών των εικόνων. Τέλος, η συνόρθωση δέσμης εκτιμά τις τελικές βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής λήψης.

## 1.2. Διάρθρωση της εργασίας

Η παρούσα εργασία διαρθρώνεται στα ακόλουθα κεφάλαια. Στο Κεφάλαιο 2 αναλύεται το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο, στο οποίο στηρίζεται η εργασία. Ειδικότερα, αναφέρονται βασικά στοιχεία της φωτογραμμετρικής θεωρίας, μεταξύ των οποίων η μέθοδος εκτίμησης προσεγγιστικών τιμών του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού ενός συνόλου εικόνων με χρήση ομογραφιών και ο φωτοτριγωνισμός με αυτοβαθμονόμηση μέσω της μεθόδου της δέσμης. Επιπλέον, περιγράφεται η μέθοδος PCA και η εφαρμογή της για την εύρεση άγνωστων 2D μετασχηματισμών στερεού σώματος. Στο Κεφάλαιο 3 περιγράφεται η δομή και ο τρόπος λειτουργίας της αρχικής υλοποίησης του αλγορίθμου (δημοσίευση σε πρακτικά συνεδρίου), ενώ παρουσιάζονται αναλυτικά οι βελτιώσεις και επεκτάσεις του που υλοποιήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας. Στο Κεφάλαιο 4 πραγματοποιούνται εφαρμογές του αλγορίθμου σε σύνολα πραγματικών λήψεων, σχολιάζονται τα αποτελέσματα σε σχέση με την γεωμετρία των λήψεων και το μέγεθος των σκακιερών, ενώ συγκρίνονται με αντίστοιχα αποτελέσματα από τη χρήση μίας μόνο σκακιέρας. Στο Κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα συμπεράσματα για την γεωμετρική ακρίβεια, την ευρωστία και την αποτελεσματικότητα της συγκεκριμένης μεθόδου, ενώ γίνονται προτάσεις για την περαιτέρω βελτίωσή της. Τέλος, η εργασία ολοκληρώνεται με την βιβλιογραφία που αξιοποιήθηκε κατά την εκπόνησή της και με το Παράρτημα.

## 2. Θεωρητικό Υπόβαθρο

### 2.1. Εσωτερικός προσανατολισμός

Ο εσωτερικός προσανατολισμός της εικόνας αποτελεί την διαδικασία μαθηματικής ανάπλασης της δέσμης προβολικών ακτίνων, όπως αυτή υπήρξε στον χώρο κατά την στιγμή της λήψης. Οι τρεις βασικές παράμετροι, που ορίζουν την κεντρική προβολή, είναι οι εικονοσυντεταγμένες  $x_o, y_o$  του πρωτεύοντος σημείου και η σταθερά μηχανής  $c$ . Εντούτοις, για τη αποκατάσταση της δέσμης θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι αποκλίσεις από το μοντέλο της κεντρικής προβολής λόγω της φυσικής διαδικασίας της λήψης. Σημαντικότερη απόκλιση δημιουργεί η συμμετρική ακτινική διαστροφή του φακού, εξαιτίας της οποίας οι ευθείες του χώρου δεν εμφανίζονται ως ευθείες αλλά καμπυλωμένες. Άλλοι αξιοπρόσεκτοι παράγοντες που επενεργούν στην φυσική διαδικασία της απεικόνισης είναι η έκκεντρη διαστροφή του φακού, όσο και οι αφινικές παραμορφώσεις ψηφιακών μηχανών, δηλαδή η διαφορετική κλίμακα κατά  $x$  και  $y$  (aspect ratio) και η μη ορθογωνικότητα των αξόνων (skewness).

Κατά την βαθμονόμηση της μηχανής προσδιορίζεται η κεντρική προβολή, που αφορά τόσο τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά που την ορίζουν ( $c, x_o, y_o$ ) όσο και τα φυσικά χαρακτηριστικά που περιγράφουν τις αποκλίσεις από αυτήν ( $\Delta r, \dots$ ), καθώς και η εκτίμηση των αποκλίσεων  $\sigma_x, \sigma_y$  από το μαθηματικό μοντέλο (σφάλματα μετρήσεων, αδιόρθωτα συστηματικά σφάλματα).

#### 2.1.1. Συμμετρική ακτινική διαστροφή του φακού

Η συμμετρική ακτινική διαστροφή  $\Delta r$  του φακού εκφράζεται μέσω του ακόλουθου πολυωνύμου περιττών δυνάμεων της ακτινικής απόστασης:

$$\Delta r = k_0 r + k_1 r^3 + k_2 r^5 + \dots \quad (2.1)$$

όπου  $k_i$  οι συντελεστές του πολυωνύμου και  $r$  η ακτινική απόσταση από το πρωτεύον σημείο (που συχνά θεωρείται ως κέντρο συμμετρίας της ακτινικής διαστροφής).

Ο προσδιορισμός της ακτινικής διαστροφής σημαίνει πρακτικά τον προσδιορισμό των συντελεστών αυτών, και αν αυτός πραγματοποιείται υπό κάποια δέσμευση τότε πρόκειται για *βαθμονομημένη* ακτινική διαστροφή. Επιπλέον, όταν το  $c$  δεν είναι εκ των προτέρων γνωστό αλλά πρόκειται να προσδιοριστεί μαζί με το παραπάνω πολυώνυμο, επιβάλλεται ότι  $k_0 = 0$  αφού και αυτό δεν είναι παρά ένας συντελεστής γραμμικής μεταβολής κλίμακας όπως το  $c$  (Καρράς, 1992). Έτσι, με την βαθμονόμηση της καμπύλης της ακτινικής διαστροφής οι συντελεστές του πολυωνύμου αλλάζουν, καθώς η σταθερά μηχανής αντιστοιχεί σε  $c + \Delta c$ :

$$k_0' = -\frac{\Delta c}{c} \quad (2.2)$$

$$k_i' = \left(1 + \frac{\Delta c}{c}\right) k_i \quad (2.3)$$

Για τον μετασχηματισμό μιας συγκεκριμένης καμπύλης ακτινικής διαστροφής σε μια άλλη θα πρέπει να ικανοποιούνται ορισμένα κριτήρια. Ένα σύνηθες κριτήριο αποτελεί ο μηδενισμός της ακτινικής διαστροφής σε επιλεγμένη ακτινική απόσταση  $r_o$ . Διαφορετικά, μπορεί να απαιτηθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της διαστροφής να είναι ίσες κατ' απόλυτη τιμή. Ένα άλλο κριτήριο είναι η ελαχιστοποίηση της μέσης τετραγωνικής τιμής της διαστροφής έως κάποια

μέγιστη ακτινική απόσταση  $r_{max}$ , όπου απαιτείται ουσιαστικά η ελαχιστοποίηση της τιμής του ακόλουθου ορισμένου ολοκληρώματος:

$$D = \int_0^{r_{max}} [\Delta r(1 + e) - er]^2 dr \quad (2.4)$$

όπου  $e = \Delta c/c$ .

Διαφορετικά, το  $D$  μπορεί να γραφτεί ως:

$$D = (1 + e)^2 \cdot D_1 - 2(1 + e)e \cdot D_2 + e^2 \cdot D_3 \quad (2.5)$$

όπου  $D_1 = \int_0^{r_{max}} \Delta r^2 dr$ ,  $D_2 = \int_0^{r_{max}} r \Delta r dr$  και  $D_3 = \int_0^{r_{max}} r^2 dr$ .

Έτσι, το  $D$  παίρνει την ελάχιστη τιμή με το μηδενισμό της παραγώγου του ως προς το  $e$ , δηλαδή για:

$$\Delta c = c \frac{D_2 - D_1}{D_1 - 2D_2 + D_3} \quad (2.6)$$

Υπολογίζοντας τα ολοκληρώματα  $D_1$ ,  $D_2$  και  $D_3$  και θεωρώντας, σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν, ότι  $k_0 = 0$ , παίρνει κανείς:

$$D_1 = k_1^2 \frac{r_{max}^7}{7} + k_1 k_2 \frac{r_{max}^9}{9} + k_2^2 \frac{r_{max}^{11}}{11} \quad (2.7)$$

$$D_2 = k_1 \frac{r_{max}^5}{5} + k_2 \frac{r_{max}^7}{7} \quad (2.8)$$

$$D_3 = \frac{r_{max}^3}{3} \quad (2.9)$$

### 2.1.2. Έκκεντρη διαστροφή του φακού

Η ασύμμετρη έκκεντρη διαστροφή του φακού έχει δύο συνιστώσες, την μη συμμετρική ακτινική και την εφαπτομενική, και περιγράφεται μέσω των εξής σχέσεων:

$$\Delta x^d = p_1 \cdot (r^2 + 2 \cdot (\tilde{x} - x_0)^2) + 2 \cdot p_2 \cdot (\tilde{x} - x_0) \cdot (\tilde{y} - y_0) \quad (2.10)$$

$$\Delta y^d = p_2 \cdot (r^2 + 2 \cdot (\tilde{y} - y_0)^2) + 2 \cdot p_1 \cdot (\tilde{x} - x_0) \cdot (\tilde{y} - y_0) \quad (2.11)$$

όπου  $r^2 = (\tilde{x} - x_0)^2 + (\tilde{y} - y_0)^2$  και  $p_1, p_2$  οι συντελεστές της έκκεντρης διαστροφής.

Αξίζει να αναφερθεί πως η έκκεντρη διαστροφή έχει υποπολλαπλάσιο μέγεθος σε σχέση με την συμμετρική ακτινική διαστροφή, ωστόσο είναι σημαντικό να λαμβάνεται υπόψη σε περιπτώσεις υψηλών απαιτήσεων ακρίβειας.

### 2.1.3. Αφινικές παραμορφώσεις

Οι αφινικές παραμορφώσεις αφορούν τα σφάλματα του αισθητήρα της ψηφιακής μηχανής και αποτελούν αιτία της μη “τετραγωνικότητας” των εικονοψηφίδων. Ειδικότερα, πρόκειται για διαφορετικές κλίμακες κατά  $x$  και  $y$  και μη ορθογωνικότητα της εικονοψηφίδας. Η πρώτη παράμετρος αντιστοιχεί στη σταθερά  $\alpha$  (aspect ratio) και εκφράζει την σχετική κλίμακα μεταξύ των δύο αξόνων. Από την άλλη μεριά, η δεύτερη παράμετρος αντιστοιχεί στην σταθερά  $s$  και αφορά την απόκλιση των αξόνων  $x$  και  $y$  της εικόνας από την καθετότητα. Σε πολλές εφαρμογές η επίδραση των δύο παραμέτρων θεωρείται αμελητέα ( $s = 0$  και  $\alpha = 1 \rightarrow c_x = c_y = c$ ). Ωστόσο, στην περίπτωση όπου οι εικονοψηφίδες δεν μπορούν θεωρηθούν τετραγωνικές, είναι σημαντικό να μην αγνοείται η σχετική κλίμακα  $\alpha$ . Γενικά πάντως, η περίπτωση της μη ορθογω-

νικότητας των πλευρών των εικονοψηφίδων ( $s \neq 0$ ) είναι σπάνια (Γραμματικόπουλος, 2007).

## 2.2. Μετασχηματισμοί

### 2.2.1. Προβολικός μετασχηματισμός

Ο προβολικός μετασχηματισμός αποτελεί έναν δισδιάστατο μετασχηματισμό, του οποίου βασική εφαρμογή είναι στην φωτογραμμετρική απόδοση του χώρου από τις μετρήσεις στις εικόνες. Γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η μονοεικονική αυτή τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο για απόδοση επίπεδων αντικειμένων ( $Z = \text{σταθερό}$  ή  $Z = 0$ ). Ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός εκφράζεται μέσω 8 ανεξάρτητων συντελεστών  $a_{ij}$  (ή  $A_{ij}$ ) και είναι αμφιμονοσήμαντος. Αυτό σημαίνει ότι είναι δυνατός ο υπολογισμός των επίπεδων συντεταγμένων  $X, Y$  από τις μετρημένες εικονοσυντεταγμένες  $x, y$  (εικόνα  $\rightarrow$  χώρος) και το αντίστροφο (χώρος  $\rightarrow$  εικόνα). Οι εξισώσεις που εκφράζουν τον προβολικό μετασχηματισμό είναι:

$$x = \frac{a_{11}X + a_{12}Y + a_{13}}{a_{31}X + a_{32}Y + 1} \quad y = \frac{a_{21}X + a_{22}Y + a_{23}}{a_{31}X + a_{32}Y + 1} \quad (2.12)$$

$$X = \frac{A_{11}x + A_{12}y + A_{13}}{A_{31}x + A_{32}y + 1} \quad Y = \frac{A_{21}x + A_{22}y + A_{23}}{A_{31}x + A_{32}y + 1} \quad (2.13)$$

Ταυτόχρονα, αξίζει να αναφερθεί ότι δεν είναι αναγκαίο να χρησιμοποιηθούν οι εικονοσυντεταγμένες  $x, y$ , αλλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν απευθείας οι συντεταγμένες pixel  $i, j$ .

Για την εύρεση των 8 συντελεστών  $a_{ij}$  (ή  $A_{ij}$ ) απαιτούνται τουλάχιστον 4 σημεία γνωστά και στα δύο συστήματα (εικόνας και χώρου), τα οποία θα πρέπει κατ' αρχάς να μην είναι ανά τρία συνευθειακά και να είναι κατάλληλα κατανεμημένα ώστε να περιβάλλουν κατά το δυνατόν το αντικείμενο ενδιαφέροντος.

Οι εξισώσεις (2.12), (2.13) δεν είναι γραμμικές ως προς τους άγνωστους συντελεστές, ωστόσο δεν είναι πάντοτε απαραίτητο να γραμμικοποιηθούν, αφού μπορούν να γραφούν διαφορετικά ως εξής:

$$x = a_{11}X + a_{12}Y + a_{13} - a_{31}Xx - a_{32}Yx \quad y = a_{21}X + a_{22}Y + a_{23} - a_{31}Xy - a_{32}Yy \quad (2.14)$$

$$X = A_{11}x + A_{12}y + A_{13} - A_{31}xX - A_{32}yX \quad Y = A_{21}x + A_{22}y + A_{23} - A_{31}xY - A_{32}yY \quad (2.15)$$

Οι εξισώσεις αυτές συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται στην περίπτωση περίσσειας παρατηρήσεων για τον υπολογισμό καλών προσεγγιστικών τιμών των αγνώστων. Οι εν λόγω εξισώσεις γράφονται στην συνέχεια σε μορφή πινάκων και, μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, υπολογίζονται οι βέλτιστες τιμές των 8 παραμέτρων:

$$\mathbf{b} = \mathbf{Ax} + \mathbf{v} \xrightarrow{\min(\mathbf{v}^T \mathbf{v})} \mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}, \mathbf{v} = \mathbf{b} - \mathbf{Ax} \quad (2.16)$$

### 2.2.2. Δισδιάστατος μετασχηματισμός στερεού σώματος

Γενικότερα, ως δισδιάστατος μετασχηματισμός στερεού σώματος ορίζεται ο μετασχηματισμός ο οποίος αν εφαρμοστεί σε ένα δισδιάστατο σημειοσύνολο  $XY$  δεν θα μεταβάλει το σχήμα και το μέγεθος του. Ο δισδιάστατος μετασχηματισμός στερεού σώματος περιλαμβάνει στροφή και μετάθεση. Στην περίπτωση ταυτόχρονης εφαρμογής τους, ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός παρουσιάζει τρεις βαθμούς ελευθερίας που εκφράζονται από τις δύο μεταθέσεις  $t_x, t_y$  και την στροφή  $\theta$ :

$$\mathbf{X}' = \mathbf{R}\mathbf{X} + \mathbf{T} \rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Παρατηρώντας τις παραπάνω εξισώσεις, βλέπει κανείς ότι κάθε σημείο γνωστό και στα δύο συστήματα δίνει μια εξίσωση για κάθε συνιστώσα θέσης, δηλαδή συνολικά δύο εξισώσεις. Επομένως, για τον προσδιορισμό των τριών παραμέτρων τα ελάχιστα σημεία που απαιτούνται και στα δύο συστήματα είναι ένα πλήρες σημείο και ένα με γνωστή μια από τις δύο συντεταγμένες του.

Με περίσσεια γνωστών σημείων οι βέλτιστες τιμές των τριών παραμέτρων υπολογίζονται μέσω της ελαχιστοποίησης του αθροίσματος των τετραγώνων των υπολοίπων της Εξ. (2.17):

$$\min[u_i u_i], \text{ όπου } [u_i u_i] = \sum_{i=1}^n (\mathbf{X}'_i - \hat{\mathbf{R}}\mathbf{X}_i - \hat{\mathbf{T}})^2 \quad (2.18)$$

Εντούτοις, η επίλυση του συστήματος με μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων απαιτεί γραμμικοποίηση των εξισώσεων παρατήρησης και εύρεση προσεγγιστικών τιμών, αφού η σχέση (2.17) δεν είναι γραμμική ως προς τα στοιχεία του πίνακα στροφής  $\mathbf{R}$ . Συνεπώς, η εύρεση καλών προσεγγιστικών είναι κρίσιμη για τη σύγκλιση του αλγορίθμου σε ένα γενικό ελάχιστο της συνάρτησης σφάλματος (2.18).

### 2.3. Ανάλυση κύριων συνιστωσών - Principal Component Analysis (PCA)

Η ανάλυση κύριων συνιστωσών αποτελεί γενικά μια στατιστική διαδικασία, η οποία επιτυγχάνει μέσα από ένα αρχικό σύνολο συσχετισμένων δεδομένων να εντοπίσει τελικά ένα νέο σύνολο μη συσχετισμένων δεδομένων. Αυτό είναι εφικτό μέσω της μετατροπής των πιθανώς συσχετισμένων δεδομένων σε μη γραμμικά συσχετισμένες μεταβλητές, οι οποίες ονομάζονται κύριες συνιστώσες. Ο αριθμός των νέων μεταβλητών (κύριων συνιστωσών) μπορεί να είναι το πολύ ίσος από τον αριθμό των αρχικών μεταβλητών. Ο μετασχηματισμός πραγματοποιείται με τέτοιο τρόπο, ώστε η πρώτη συνιστώσα να αντιστοιχεί στην μέγιστη διακύμανση που υπάρχει μεταξύ των αρχικών μεταβλητών. Αντίστοιχα, η κάθε επομένη κύρια συνιστώσα, ασυσχέτιστη με τις προηγούμενες της, αντιστοιχεί στην αμέσως μικρότερη μεταβλητότητα. Με αυτόν τον τρόπο, ένα σύνολο, έστω  $k$ , νέων μεταβλητών περιέχει ένα σημαντικό ποσοστό της συνολικής μεταβλητότητας των δεδομένων.

Έστω αρχικά δεδομένα με την μορφή του ακόλουθου πίνακα διαστάσεων  $n \times m$ :

$$X = \begin{pmatrix} x_j^{(1)} & \cdots & x_j^{(m)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n^{(1)} & \cdots & x_n^{(m)} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Το πρώτο στάδιο της ανάλυσης κύριων συνιστωσών αντιπροσωπεύει η προεπεξεργασία των αρχικών δεδομένων, έτσι ώστε να έχουν μηδενικό μέσο όρο. Αυτό επιτυγχάνεται με την αφαίρεση του μέσου όρου της μεταβλητής από τα δείγματα της:

$$x_j^{(i)} = x_j^{(i)} - \mu_j, \text{ όπου } \mu_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_j^{(i)} \quad (2.20)$$

Επιπλέον, αν η κλίμακα των μεταβλητών είναι σημαντικά διαφορετική, μπορεί να πραγματοποιηθεί μετασχηματισμός των μεταβλητών σε κανονικοποιημένες:



$$x_j^{(i)} = \frac{x_j^{(i)} - \mu_j}{\sigma_j}, \text{ όπου } \sigma_j^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_j^{(i)} - \mu_j)^2 \quad (2.21)$$

Έλεται ο υπολογισμός του πίνακα μεταβλητότητας–συμμεταβλητότητας διαστάσεων  $n \times n$ :

$$\Sigma = \frac{1}{m} \mathbf{X} \mathbf{X}^T \quad (2.22)$$

Στην συνέχεια πραγματοποιείται υπολογισμός των ιδιζόντων διανυσμάτων του πίνακα μεταβλητότητας–συμμεταβλητότητας μέσω της παραγοντοποίησης ιδιζουσών τιμών (SVD), σύμφωνα με την οποία ο πίνακας  $\Sigma$  μπορεί να εκφραστεί ως γινόμενο τριών πινάκων:

$$\Sigma = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (2.23)$$

Τα ιδιάζοντα διανύσματα του πίνακα μεταβλητότητας–συμμεταβλητότητας εμπεριέχονται στον πίνακα  $\mathbf{U}_{(n \times n)}$ . Τα διανύσματα αυτού του πίνακα ονομάζονται αριστερά ιδιάζοντα διανύσματα και είναι ταξινομημένα με τρόπο ώστε τα ιδιάζοντα διανύσματα που αντιστοιχούν σε μεγάλες ιδιάζουσες τιμές του πίνακα  $\Sigma_{(n \times n)}$  να βρίσκονται στο αριστερό μέρος του πίνακα.

Ύστερα, μπορεί να ακολουθήσει η επιλογή των  $k$  στηλών-διανυσμάτων του πίνακα  $\mathbf{U}$ , ώστε να ακολουθήσει η ανακατασκευή των δεδομένων, ως εξής:

$$\mathbf{z} = \mathbf{U}^T_{reduce} \mathbf{x} \quad (2.24)$$

Η επιλογή του ελάχιστου  $k$  σχετίζεται με το ποσοστό της διακύμανσης που θα διατηρήσουν τα δεδομένα έπειτα από την ανακατασκευή τους. Έτσι, για την επιλογή του ελάχιστου  $k$  πρέπει να ισχύει το ακόλουθο:

$$\frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \|x^{(i)} - x_{approx}^{(i)}\|^2}{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \|x^{(i)}\|^2} \leq a \quad (2.25)$$

όπου  $1 - a$  το ποσοστό της διακύμανσης των δεδομένων, το οποίο συνηθέστερα παίρνει τις τιμές 95% ή 99%.

## 2.4. Εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού με χρήση ομογραφιών

Το 2000 ο Zhengyou Zhang πρότεινε έναν αλγόριθμο αυτόματης βαθμονόμησης με χρήσης μίας σκακιέρας. Η μέθοδος την οποία περιέγραψε επιτρέπει την εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εσωτερικού, αλλά και εξωτερικού προσανατολισμού ενός συνόλου εικόνων με χρήση ομογραφιών. Η εκτίμηση αυτή βασίζεται στην ακόλουθη σχέση, η οποία ισχύει στην περίπτωση επίπεδων αντικειμένων ( $Z = 0$ ) και συνδέει την ομογραφία με τις παραμέτρους εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού. Ειδικότερα, συμβολίζοντας με  $\mathbf{h}_i$  την στήλη  $i$  του πίνακα  $\mathbf{H}$  της ομογραφίας, ως  $\mathbf{K}$  τον πίνακα μηχανής, με  $r_i$  την στήλη  $i$  του πίνακα στροφής  $\mathbf{R}$  και ως  $\mathbf{t}$  το διάνυσμα μετάθεσης, προκύπτει η σχέση:

$$[\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] = \mu \mathbf{K} [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] \quad (2.26)$$

$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} c_x & s & x_o \\ 0 & c_y & y_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & t_z \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

όπου  $\mu$  αυθαίρετος συντελεστής κλίμακας.

Τα διανύσματα  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  είναι ορθοκανονικά, επομένως το εσωτερικό γινόμενο τους είναι μηδέν και τα μήκη τους είναι ίσα:

$$\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 = 0 \quad (2.28)$$

$$\|\mathbf{r}_1\|^2 = \|\mathbf{r}_2\|^2 \rightarrow \mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_2 \quad (2.29)$$

Ακολουθώντας, με βάση την (2.26) προκύπτουν οι παρακάτω σχέσεις:

$$\mathbf{r}_1 = \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 \quad (2.30)$$

$$\mathbf{r}_2 = \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \quad (2.31)$$

$$\mathbf{t} = \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_3 \quad (2.32)$$

όπου  $\lambda = \mu^{-1}$ .

Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις (2.30) - (2.32) στις (2.28) και (2.29), έχει κανείς:

$$(\lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1)^T \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \rightarrow$$

$$\lambda \mathbf{K}^{-T} \mathbf{h}_1^T \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \rightarrow$$

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0 \quad (2.33)$$

$$(\lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1)^T \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = (\lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2)^T \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \rightarrow$$

$$\lambda \mathbf{K}^{-T} \mathbf{h}_1^T \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = \lambda \mathbf{K}^{-T} \mathbf{h}_2^T \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \rightarrow$$

$$\mathbf{h}_1^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \quad (2.34)$$

Το  $\mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$  περιγράφει την εικόνα της απόλυτης κωνικής  $\omega$  (Image of the Absolute Conic - IAC), η οποία αποτελεί μια φανταστική κωνική που εκφράζεται μέσω ενός συμμετρικού ομογενή πίνακα  $3 \times 3$  έξι παραμέτρων με πέντε βαθμούς ελευθερίας (Γραμματικόπουλος, 2007).

Όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη ενότητα, ο προβολικός μετασχηματισμός (ομογραφία) έχει 8 βαθμούς ελευθερίας. Ταυτόχρονα, σύμφωνα με όσα παρουσιάστηκαν ήδη, συνδέεται με τις 6 παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού (3 για τη μετάθεση και 3 για τη στροφή), οπότε μπορούν να τεθούν δύο δεσμεύσεις στις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού από κάθε λήψη. Αν ληφθεί υπόψη ότι για  $n$  εικόνες οι συντελεστές του προβολικού μετασχηματισμού είναι  $8n$  και οι άγνωστοι σε αυτή την περίπτωση είναι  $6n$  για τον εξωτερικό προσανατολισμό και επιπλέον 5 για τον εσωτερικό προσανατολισμό ( $c_x, c_y, x_0, y_0, sk$ ), προκύπτει ότι απαιτούνται τουλάχιστον  $8n \geq 6n + 5 \rightarrow n \geq 3$  εικόνες σκακιέρας, στις οποίες έχουν εντοπιστεί τουλάχιστον τέσσερις κόμβοι της. Συνεπώς, αν  $s = 0$ , κάτι που ισχύει συχνά, τότε απαιτούνται τουλάχιστον δύο εικόνες σκακιέρας.

Η εκτίμηση των προσεγγιστικών τιμών για τις παραμέτρους των προσανατολισμών αναφέρεται στην δημοσίευση του Zhang ως "λύση κλειστής μορφής". Αρχικά, έστω  $\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$ , όπου  $\mathbf{B}$  συμμετρικός πίνακας διαστάσεων  $3 \times 3$ :

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c_x^2} & -\frac{s}{c_x^2 c_y} & \frac{y_0 s - x_0 c_y}{c_x^2 c_y} \\ -\frac{s}{c_x^2 c_y} & \frac{s^2}{c_x^2 c_y^2} + \frac{1}{c_y^2} & -\frac{s(y_0 s - x_0 c_y)}{c_x^2 c_y^2} - \frac{y_0}{c_y^2} \\ \frac{y_0 s - x_0 c_y}{c_x^2 c_y} & -\frac{s(y_0 s - x_0 c_y)}{c_x^2 c_y^2} - \frac{y_0}{c_y^2} & \frac{(y_0 s - x_0 c_y)^2}{c_x^2 c_y^2} + \frac{y_0^2}{c_y^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Αφού ο  $\mathbf{B}$  είναι συμμετρικός, μπορεί να γραφτεί σε μορφή ενός διανύσματος 6 διαστάσεων:

$$\mathbf{b} = [B_{11} \ B_{12} \ B_{22} \ B_{13} \ B_{23} \ B_{33}] \quad (2.36)$$

Αντικαθιστώντας το  $\mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$  στην εξίσωση (2.33) και γράφοντάς την συναρτήσει του διανύσματος  $\mathbf{b}$ , παίρνει κανείς την εξής σχέση:

$$\bar{\mathbf{h}}_i^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{h}}_j = \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b} \quad (2.37)$$

όπου  $\bar{\mathbf{h}}_i$  είναι το διάνυσμα-στήλη του ανάστροφου του πίνακα ομογραφίας της μορφής  $\bar{\mathbf{h}}_i = [h_{i1} \ h_{i2} \ h_{i3}]^T$  και αντίστοιχα για το  $\bar{\mathbf{h}}_j$ . Το  $\mathbf{v}_{ij}^T$  αντιπροσωπεύει ένα διάνυσμα έξι διαστάσεων της ακόλουθης μορφής:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{h}}_i^T \mathbf{B} \bar{\mathbf{h}}_j &= \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b} \rightarrow \\ B_{11} \bar{h}_{i1} \bar{h}_{j1} + B_{21} \bar{h}_{i2} \bar{h}_{j1} + B_{31} \bar{h}_{i3} \bar{h}_{j1} + B_{12} \bar{h}_{i1} \bar{h}_{j2} + B_{22} \bar{h}_{i2} \bar{h}_{j2} + B_{32} \bar{h}_{i3} \bar{h}_{j2} + B_{13} \bar{h}_{i1} \bar{h}_{j3} \\ &+ B_{23} \bar{h}_{i2} \bar{h}_{j3} + B_{33} \bar{h}_{i3} \bar{h}_{j3} = \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b} \rightarrow \\ \mathbf{v}_{ij} &= [\bar{h}_{i1} \bar{h}_{j1} \ \bar{h}_{i1} \bar{h}_{j2} + \bar{h}_{i2} \bar{h}_{j1} \ \bar{h}_{i2} \bar{h}_{j2} \ \bar{h}_{i1} \bar{h}_{j3} + \bar{h}_{i3} \bar{h}_{j1} \ \bar{h}_{i2} \bar{h}_{j3} + \bar{h}_{i3} \bar{h}_{j2} \ \bar{h}_{i3} \bar{h}_{j3}]^T \end{aligned} \quad (2.38)$$

Οι δύο περιορισμοί που περιγράφονται μέσω των εξισώσεων (2.33) και (2.34) μπορούν να γραφούν μέσω της (2.37), ως εξής:

$$\mathbf{v}_{12}^T \mathbf{b} = 0 \quad (2.39)$$

$$\mathbf{v}_{11}^T \mathbf{b} = \mathbf{v}_{22}^T \mathbf{b} \rightarrow (\mathbf{v}_{11}^T - \mathbf{v}_{22}^T) \mathbf{b} = 0 \quad (2.40)$$

Οι ανωτέρω εξισώσεις μπορούν να γραφτούν σε μορφή πινάκων με τον εξής τρόπο:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ (\mathbf{v}_{11} - \mathbf{v}_{22})^T \end{bmatrix} \mathbf{b} = 0 \quad (2.41)$$

Επομένως, για  $n$  εικόνες προκύπτουν  $2n$  εξισώσεις. Ταυτόχρονα, το διάνυσμα  $\mathbf{b}$  αποτελείται από 6 αγνώστους, άρα απαιτούνται τουλάχιστον τρεις εικόνες για τον υπολογισμό τους. Συμβολίζοντας ως  $\mathbf{A}$  πίνακα  $2n \times 6$  διαστάσεων, εντός του οποίου περιέχονται οι δύο εξισώσεις για κάθε εικόνα, μπορεί κανείς να γράψει την σχέση (2.41) ως:

$$\mathbf{A} \mathbf{b} = 0 \quad (2.42)$$

Αξίζει να αναφερθεί ότι, στην περίπτωση που θεωρηθεί πως  $s = 0$ , ισχύει ότι:

$$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{b} = 0 \quad (2.43)$$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να προστεθεί ως επιπρόσθετη εξίσωση, και σε αυτήν την περίπτωση θα απαιτούνται τουλάχιστον δύο εικόνες για τον υπολογισμό των αγνώστων του  $\mathbf{b}$ .

Η λύση της (2.42) προκύπτει με υπολογισμό του ιδιάζοντος διανύσματος του  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ , που σχετίζεται με την μικρότερη ιδιάζουσα τιμή. Ειδικότερα, το διάνυσμα  $\mathbf{b}$  ισούται με την τελευταία στήλη (τελευταίο δεξι-ιδιάζον διάνυσμα) του πίνακα  $\mathbf{V}$ . Ο πίνακας  $\mathbf{V}$  υπολογίζεται μέσω της

παραγοντοποίησης ιδιοζουσών τιμών (SVD), η οποία αναφέρθηκε στην προηγούμενη ενότητα, σύμφωνα με την οποία ο πίνακας  $\mathbf{A}$  μπορεί να εκφραστεί ως γινόμενο τριών πινάκων:

$$\mathbf{A} = \mathbf{USV}^T \quad (2.44)$$

Με τον υπολογισμό του διανύσματος  $\mathbf{b}$  είναι δυνατός ο προσδιορισμός των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού, οι οποίες περιλαμβάνονται εντός του πίνακα μηχανής  $\mathbf{K}$ . Ο πίνακας  $\mathbf{B}$  υπολογίζεται ως προς αυθαίρετο συντελεστή κλίμακας  $\lambda$ , δηλαδή  $\mathbf{B} = \lambda \mathbf{K}^{-T} \mathbf{K}^{-1}$ . Τελικά, οι παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού υπολογίζονται μέσω των ακόλουθων σχέσεων:

$$y_0 = \frac{B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2} \quad (2.45)$$

$$\lambda = B_{33} - \frac{B_{13}^2 + y_0(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})}{B_{11}} \quad (2.46)$$

$$c_x = \sqrt{\frac{\lambda}{B_{11}}} \quad (2.47)$$

$$c_y = \sqrt{\frac{\lambda B_{11}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}} \quad (2.48)$$

$$s = -\frac{B_{12}c_x^2 c_y}{\lambda} \quad (2.49)$$

$$x_0 = \frac{sy_0}{c_y} - \frac{B_{13}c_x^2}{\lambda} \quad (2.50)$$

Με την εκτίμηση των προσεγγιστικών τιμών των παραμέτρων εσωτερικού προσανατολισμού, ο πίνακας μηχανής  $\mathbf{K}$  είναι γνωστός και μπορεί να ακολουθήσει η εκτίμηση των παραμέτρων του εξωτερικού προσανατολισμού, μέσω των Εξ. (2.30)-(2.32). Για τον πλήρη υπολογισμό του πίνακα στροφής  $\mathbf{R}$  απαιτείται ο προσδιορισμός και της τρίτης στήλης του. Δεδομένου όμως ότι ο πίνακας στροφής  $\mathbf{R}$  είναι ορθοκανονικός, οι στήλες αποτελούν ορθοκανονικά διανύσματα. Έτσι, για τον υπολογισμό του διανύσματος  $\mathbf{r}_3$  μπορεί να εκμεταλλευτεί κανείς το γεγονός ότι αυτό είναι κάθετο στο επίπεδο των  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ , άρα ισούται με το εξωτερικό γινόμενο τους:

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \quad (2.51)$$

Επιπλέον, ο συντελεστής κλίμακας των σχέσεων (2.30)-(2.32) υπολογίζεται με τον ακόλουθο τρόπο:

$$\lambda = \frac{1}{\|\mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_1\|} = \frac{1}{\|\mathbf{K}^{-1}\mathbf{h}_2\|} \quad (2.52)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι η εκτίμηση των παραμέτρων εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού με χρήση ομογραφιών είχε επίσης προταθεί από τον Lee Uhrig Bender το 1971. Ειδικότερα, για τον υπολογισμό των 8 στοιχείων εσωτερικού-εξωτερικού προσανατολισμού από τους 8 συντελεστές της ομογραφίας, με γνωστή την τιμή της σταθεράς μηχανής  $c$ , χρησιμοποιήσε σχετικές εξισώσεις του von Gruber από την δεκαετία του 1930.

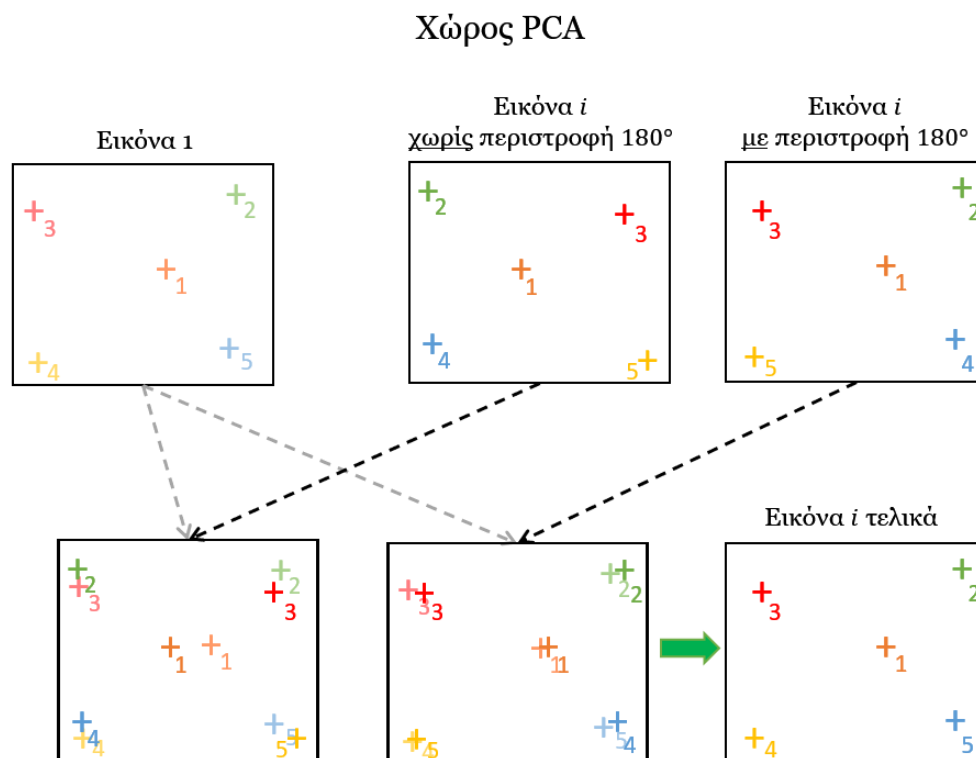
Στη αρχική υλοποίηση του αλγορίθμου για την εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών του εσωτερικού προσανατολισμού χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του Zhang (2000), ενώ για την εκτίμηση

προσεγγιστικών τιμών των εξωτερικών προσανατολισμών εφαρμόστηκαν οι εξισώσεις που πρότεινε ο Bender (1971).

## 2.5. Εφαρμογή της PCA για την εύρεση άγνωστων 2D μετασχηματισμών στερεού σώματος

Στην περίπτωση φωτογράφισης μίας σκακιέρας υπό διαφορετικές γωνίες και από διαφορετικές θέσεις επιλέγεται συνήθως η κάτω αριστερή ή κεντρική κορυφή της ως αρχή των αξόνων και, γνωρίζοντας τις διαστάσεις της σκακιέρας, υπολογίζει κανείς τις συντεταγμένες χώρου όλων των κορυφών της. Διαφορετικά, όταν πρόκειται για φωτογράφιση περισσότερων σκακιερών, αυτός ο τρόπος εύρεσης των συντεταγμένων χώρου μπορεί να εφαρμοστεί μόνο στην περίπτωση μίας σκακιέρας, π.χ. της κεντρικής. Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψη το γεγονός ότι η διάταξη των σκακιερών στο χώρο είναι πάντοτε η ίδια, μπορεί κανείς να βρει την σχέση που συνδέει τις σκακιέρες μεταξύ τους. Ειδικότερα, ορίζοντας ως αρχή των αξόνων μία από τις κορυφές της κεντρικής σκακιέρας, θα μπορούσε να υπολογίσει κανείς την στροφή και την μετάθεση (κατά  $X$  και  $Y$ ) που συνδέει κάθε σκακιέρα με την κεντρική. Άρα πρόκειται για εύρεση 2D μετασχηματισμών στερεού σώματος που συνδέουν όλες τις σκακιέρες με την κεντρική.

Αρχικά, είναι δυνατή η εκτίμηση προσεγγιστικών θέσεων των σκακιερών αξιοποιώντας την ομογραφία που μπορεί να υπολογιστεί για την κεντρική σκακιέρα. Ο υπολογισμός της ομογραφίας αξιοποιώντας μόνο μία από τις σκακιέρες δεν οδηγεί βέβαια στην βέλτιστη λύση, κυρίως επειδή η μία σκακιέρα καταλαμβάνει στην προκειμένη περίπτωση μικρό μόνο μέρος της εικόνας, ωστόσο μπορεί να θεωρηθεί σαν μια αποδεκτή αρχική εκτίμηση. Επομένως, με τον υπολογισμό αυτών των ομογραφιών μπορεί να πραγματοποιηθεί ένας αρχικός μετασχηματισμός των σημείων των εικόνων σε σημεία του χώρου.



**Εικόνα 1:** Ταξινόμηση της σειράς σκακιερών όλων των εικόνων ως προς την πρώτη εικόνα

Οι σκακιέρες εντοπιζόμενες αυτόματα στις εικόνες δεν είναι απαραίτητο να εντοπίζονται με την ίδια σειρά. Η εύρεση της κεντρικής σκακιέρας και η επιλογή της π.χ. ως πρώτης σε όλες τις εικόνες αποτελεί απλή διαδικασία, αφού αρκεί ο υπολογισμός του μέσου όρου των κεντρικών σημείων των σκακιερών (κέντρο βάρους όλων των σημείων των σκακιερών) και η εύρεση του πιο κοντινού κεντρικού σημείου σε αυτό (π.χ. με την σύγκριση των Ευκλείδειων αποστάσεων). Επιπλέον, θα μπορούσε κανείς να ταξινομήσει τις σκακιέρες κάθε εικόνας ανάλογα με την απόστασή τους από την κεντρική σκακιέρα. Ωστόσο, λόγω της διαφορετικής θέσης και γωνίας υπό την οποία έχει ληφθεί η κάθε εικόνα, δεν είναι αναγκαίο η σειρά των εντοπιζόμενων σκακιερών να ίδια σε όλες τις εικόνες. Έχοντας υπολογίσει τις θέσεις των σκακιερών στο χώρο για κάθε εικόνα μπορεί να εφαρμοστεί η ανάλυση κύριων συνιστωσών, η οποία θα μεταφέρει τις σκακιέρες σε ένα άλλο διδιάστατο σύστημα που όμως είναι κοινό για κάθε εικόνα, αφού πρόκειται στην πραγματικότητα για το ίδιο σύνολο δεδομένων. Εντούτοις πρέπει να ληφθεί υπόψη και η ασάφεια του ίδιου του PCA που αφορά ενδεχόμενη περιστροφή κατά  $180^\circ$  περί τους κύριους άξονες, καθώς αυτό δεν συμβαίνει για όλες τις εικόνες. Για να λυθεί το κρίσιμο αυτό πρόβλημα, έπειτα από τη μεταφορά των σημείων στο χώρο του PCA οι θέσεις των σκακιερών κάθε εικόνας με ή χωρίς την στροφή τους κατά  $180^\circ$  συγκρίνονται με τις αντίστοιχες θέσεις των σκακιερών της πρώτης εικόνας. Ειδικότερα, έχοντας μεταφέρει τις θέσεις των σκακιερών της πρώτης και κάποιας άλλης εικόνας στον χώρο PCA και μετρώντας τις αποστάσεις των κοντινότερων σημείων και στις δύο περιπτώσεις, μπορεί να κάνει κανείς την αντιστοίχιση των θέσεων και να κρατήσει την περίπτωση που αντιστοιχεί στην ελάχιστη συνολική απόσταση μεταξύ των ίδιων θέσεων (Εικ. 1).

Με την ολοκλήρωση της παραπάνω διαδικασίας έχει αποδοθεί η ίδια σειρά στις σκακιέρες της κάθε εικόνας. Η διαδικασία αυτή είχε σκοπό να προσομοιάσει την αρίθμηση των σκακιερών που υφίσταται στην πρώτη εικόνα, ώστε τα σημεία χώρου που προέκυψαν μέσω ομογραφίας της να χρησιμοποιηθούν τελικά για την εκτίμηση της μετάθεσης και της στροφής κάθε σκακιέρας ως προς την κεντρική. Για τον υπολογισμό των παραμέτρων του 2D μετασχηματισμού στερεού σώματος απαιτούνται τουλάχιστον δύο σημεία ή ειδικότερα δύο κορυφές και στις δύο σκακιέρες. Η χρήση περισσότερων κορυφών δίνει περίσσεια παρατηρήσεων, οπότε οι βέλτιστες τιμές των τριών παραμέτρων προσδιορίζονται με την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων.

## 2.6. Φωτοτριγωνισμός με αυτοβαθμονόμηση

Ο φωτοτριγωνισμός αντιπροσωπεύει την συνηθέστερα εφαρμοζόμενη διαδικασία ταυτόχρονου προσδιορισμού των εξωτερικών ή και του εσωτερικού προσανατολισμού του συνόλου των εικόνων με ενιαία ακρίβεια. Προσανατολίζει σε ένα βήμα όλες τις εικόνες την ίδια στιγμή, ακόμα και χωρίς φωτοσταθερά, δηλαδή με την λιγότερη δυνατή εξωτερική πληροφορία. Ουσιαστικά, πρόκειται για μια ενιαία συνόρθωση η οποία περιλαμβάνει τις συντεταγμένες εικόνας και χώρου (σε γεωδαιτικό ή αυθαίρετο σύστημα) των σημείων σύνδεσης ή και των φωτοσταθερών. Η μέθοδος φωτοτριγωνισμού που χρησιμοποιείται αποκλειστικά σήμερα είναι η μέθοδος της δέσμης. Ένα από τα σημαντικότερα πλεονεκτήματά της είναι η δυνατότητα προσδιορισμού και των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού, η λεγόμενη αυτοβαθμονόμηση. Ταυτόχρονα, επιτρέπει συμμετοχή πρόσθετων παρατηρήσεων, πχ. από GPS, πρόσθετων παραμέτρων που αφορούν την αποχή του μοντέλου από εκείνο της κεντρικής προβολής, π.χ. συντελεστών των πολυωνύμων διαστροφής του φακού, ή και εισαγωγή άλλων γεωμετρικών δεσμεύσεων (Αδάμ, 2011).

Η εν λόγω μέθοδος, σύμφωνα με το όνομά της, βασίζεται στην δέσμη των ακτίνων κάθε εικόνας, και σκοπός της είναι οι δέσμες αυτές να μετατοπιστούν  $(X_o, Y_o, Z_o)$  και στραφούν  $(\omega, \varphi, \kappa)$  με τρόπο ώστε να τέμνονται στα σημεία σύνδεσης και να ταυτίζονται στα φωτοσταθερά, εάν εκείνα υπάρχουν. Το μαθηματικό μοντέλο της συνόρθωσης δέσμης είναι η συνθήκη συγγραμ-

μικότητας, και πρόκειται για συνόρθωση με την μέθοδο έμμεσων παρατηρήσεων. Στην περίπτωση συνόρθωσης δέσμης με αυτοβαθμονόμηση, οι άγνωστες παράμετροι είναι τα 6 στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού για κάθε εικόνα και τα στοιχεία του κοινού εσωτερικού προσανατολισμού. Ταυτόχρονα, στην προκειμένη περίπτωση πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι 3 παράμετροι του μετασχηματισμού στερεού σώματος για κάθε σκακιέρα εκτός της κεντρικής. Παρατηρήσεις είναι οι εικονοσυντεταγμένες των κορυφών των σκακιερών σε όλες τις εικόνες. Με βάση τα προηγούμενα και με  $c, x_o, y_o, k_1, k_2$  τα άγνωστα στοιχεία του εσωτερικού προσανατολισμού, το μαθηματικό μοντέλο παίρνει την εξής μορφή:

$$x = x_o - c \frac{r_{11}(\tilde{X} - X_o) + r_{12}(\tilde{Y} - Y_o) + r_{13}(\tilde{Z} - Z_o)}{r_{31}(\tilde{X} - X_o) + r_{32}(\tilde{Y} - Y_o) + r_{33}(\tilde{Z} - Z_o)} + \Delta x_r \quad (2.53)$$

$$y = y_o - c \frac{r_{21}(\tilde{X} - X_o) + r_{22}(\tilde{Y} - Y_o) + r_{23}(\tilde{Z} - Z_o)}{r_{31}(\tilde{X} - X_o) + r_{32}(\tilde{Y} - Y_o) + r_{33}(\tilde{Z} - Z_o)} + \Delta y_r \quad (2.54)$$

όπου

$$\Delta x_r = (\tilde{x} - x_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (2.55)$$

$$\Delta y_r = (\tilde{y} - y_o)(k_1 r^2 + k_2 r^4) \quad (2.56)$$

με χρήση της αυστηρής προσέγγισης της ακτινικής διαστροφής.

Ταυτόχρονα, τα  $\tilde{X}, \tilde{Y}$  υπολογίζονται μέσω του δισδιάστατου μετασχηματισμού στερεού σώματος μεταξύ της κεντρικής και κάθε άλλης σκακιέρας εφαρμοζόμενου σε κάθε σημείο της πρώτης σκακιέρας:

$$\tilde{X}_{i,v+1} = X_{i,1} \cos \theta_v - Y_{i,1} \sin \theta_v + t_{X_v} \quad (2.57)$$

$$\tilde{Y}_{i,v+1} = X_{i,1} \sin \theta_v + Y_{i,1} \cos \theta_v + t_{Y_v} \quad (2.58)$$

όπου  $i$  ο δείκτης της κορυφής και  $v$  ο δείκτης του μετασχηματισμού στερεού σώματος μεταξύ της κεντρικής (1) και της σκακιέρας  $v + 1$  (το  $v$  παίρνει τιμές από 1 έως  $K - 1$ , όπου  $K$  ο αριθμός των σκακιερών).

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι σχέσεις αυτές ισχύουν στην περίπτωση όλων των σκακιερών πλην της κεντρικής. Ορίζοντας αυθαίρετα ως αρχή των αξόνων την κάτω αριστερή κορυφή της και γνωρίζοντας τις διαστάσεις των τετραγώνων της, υπολογίζονται όλες οι συντεταγμένες χώρου των κορυφών της κεντρικής σκακιέρας. Επομένως, αποκλειστικά για αυτή την σκακιέρα οι παραπάνω σχέσεις γράφονται στην κλασική μορφή τους:

$$x = x_o - c \frac{r_{11}(X - X_o) + r_{12}(Y - Y_o) + r_{13}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)} + \Delta x_r \quad (2.59)$$

$$y = y_o - c \frac{r_{21}(X - X_o) + r_{22}(Y - Y_o) + r_{23}(Z - Z_o)}{r_{31}(X - X_o) + r_{32}(Y - Y_o) + r_{33}(Z - Z_o)} + \Delta y_r \quad (2.60)$$

Ως γνωστόν, η συνθήκη συγγραμμικότητας δεν είναι γραμμική ως προς τους αγνώστους, επομένως απαιτείται η γραμμικοποίησή της. Οι εξισώσεις παρατήρησης για κάθε σημείο μίας εικόνας έχουν την εξής μορφή:

$$b_x = x - x^o = \frac{\partial x}{\partial X_o} \delta X_o + \frac{\partial x}{\partial Y_o} \delta Y_o + \frac{\partial x}{\partial Z_o} \delta Z_o + \frac{\partial x}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial x}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial x}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial x}{\partial \theta} \delta \theta \quad (2.61)$$

$$+ \frac{\partial x}{\partial t_x} \delta t_x + \frac{\partial x}{\partial t_y} \delta t_y + \frac{\partial x}{\partial c} \delta c + \frac{\partial x}{\partial x_o} \delta x_o + \frac{\partial x}{\partial y_o} \delta y_o + \frac{\partial x}{\partial k_1} \delta k_1 + \frac{\partial x}{\partial k_2} \delta k_2 + v_x$$

$$b_y = y - y^o = \frac{\partial y}{\partial X_o} \delta X_o + \frac{\partial y}{\partial Y_o} \delta Y_o + \frac{\partial y}{\partial Z_o} \delta Z_o + \frac{\partial y}{\partial \omega} \delta \omega + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial y}{\partial \kappa} \delta \kappa + \frac{\partial y}{\partial \theta} \delta \theta \quad (2.62)$$

$$+ \frac{\partial y}{\partial t_x} \delta t_x + \frac{\partial y}{\partial t_y} \delta t_y + \frac{\partial y}{\partial c} \delta c + \frac{\partial y}{\partial x_o} \delta x_o + \frac{\partial y}{\partial y_o} \delta y_o + \frac{\partial y}{\partial k_1} \delta k_1 + \frac{\partial y}{\partial k_2} \delta k_2 + v_y$$

όπου  $x^o, y^o$  οι προσεγγιστικές τιμές των εικονοσυντεταγμένων.

Η μη γραμμικότητα των εξισώσεων παρατήρησης καθιστά αναγκαία την εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών των αγνώστων. Ο τρόπος εύρεσης των βασικών παραμέτρων του εσωτερικού ( $c, x_o, y_o$ ), του εξωτερικού και του μετασχηματισμού στερεού σώματος έχει ήδη περιγραφεί στα προηγούμενα κεφάλαια, ενώ οι παράμετροι της ακτινικής διαστροφής υποτίθενται αρχικά με μηδενικές τιμές. Οι εξισώσεις παρατήρησης γράφονται σε μορφή πινάκων ως:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \mathbf{dx} + \mathbf{v} \quad (2.63)$$

όπου  $\mathbf{b}$  το διάνυσμα ανηγμένων παρατηρήσεων,  $\mathbf{A}$  ο πίνακας σχεδιασμού ή Ιακωβιανός πίνακας,  $\mathbf{dx}$  το διάνυσμα των διορθώσεων των αγνώστων παραμέτρων και  $\mathbf{v}$  το διάνυσμα των εναπομενοντων σφαλμάτων. Το διάνυσμα  $\mathbf{dx}$  υπολογίζεται ως:

$$\mathbf{dx} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{dx} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{u} \quad (2.64)$$

Επιπλέον, το διάνυσμα  $\mathbf{v}$  προκύπτει τελικά ως εξής:

$$\mathbf{v} = \mathbf{b} - \mathbf{A} \mathbf{dx} \quad (2.65)$$

Βασική εκτίμηση της ακρίβειας της συνόρθωσης δίνεται από την τιμή του τυπικού σφάλματος μονάδας βάρους που υπολογίζεται ως:

$$\sigma_o = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{v}}{r}} \quad (2.66)$$

όπου  $r$  οι βαθμοί ελευθερίας που υπολογίζονται με αφαίρεση του αριθμού των αγνώστων από τον αριθμό των παρατηρήσεων. Εν προκειμένω οι παρατηρήσεις είναι  $2 \times M \times K \times N$ , όπου  $M$  ο αριθμός των εικόνων,  $K$  ο αριθμός των σκακιερών και  $N$  ο αριθμός των κορυφών της σκακιέρας, ενώ οι άγνωστες παράμετροι είναι  $6 \times M + 3 \times (K - 1) + 5$ .

Επιπλέον, μπορεί να υπολογιστεί ο πίνακας μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας  $\mathbf{V}$  μέσω του οποίου δίνονται τα τυπικά σφάλματα και οι συσχετίσεις μεταξύ των αγνώστων παραμέτρων. Αυτός ορίζεται ως:

$$\mathbf{V} = \sigma_o^2 \mathbf{N}^{-1} \quad (2.67)$$

Αξίζει να αναφερθεί πως, για σκοπούς καλής βαθμονόμησης, είναι κρίσιμο οι συσχετίσεις μεταξύ των αγνώστων παραμέτρων να μην είναι σημαντικές. Ταυτόχρονα, θα πρέπει να αποφεύγεται η “υπερ-παραμετροποίηση” του προβλήματος, της οποίας ένδειξη μπορεί να αποτελούν υψηλές συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων του πίνακα.



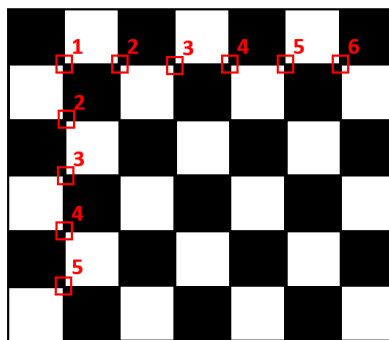
### 3. Δομή και τρόπος λειτουργίας του αλγορίθμου

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η δομή και ο τρόπος λειτουργίας της αρχικής υλοποίησης του αλγορίθμου, δημοσιευμένου σε πρακτικά συνεδρίου (Grammatikopoulos et al., 2019), καθώς και επεκτάσεις του που υλοποιήθηκαν στο πλαίσιο της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

#### 3.1. Αρχική υλοποίηση του αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος αναπτύχθηκε για την αυτόματη βαθμονόμηση μηχανής με χρήση πολλαπλών καννάβων τύπου σκακιέρας με τυχαίο προσανατολισμό. Για το σκοπό αυτό απαιτείται γνώση του μεγέθους της εικονοψηφίδας, του αριθμού των σκακιερών, της διάστασης των τετραγώνων και του αριθμού των κορυφών της σκακιέρας στις δύο διαστάσεις της. Οι σκακιέρες εντοπίζονται αυτόματα στις εικόνες μέσω της συνάρτησης *detectCheckerboardPoints*, βασισμένης στην δημοσίευση "A toolbox for automatic calibration of range and camera sensors using a single shot" (Geiger et al., 2012), ύστερα από την ψηφιακή επεξεργασία τους. Ο εν λόγω αλγόριθμος χρησιμοποιεί στην μετέπειτα επεξεργασία μόνο τις εικόνες στις οποίες εντοπίστηκαν όλες οι σκακιέρες. Στην συνέχεια, οι σκακιέρες κάθε εικόνας κατατάσσονται με τρόπο ώστε η πρώτη σκακιέρα να αντιστοιχεί στην κεντρική (σκακιέρα αναφοράς). Με βάση αυτήν την σκακιέρα υπολογίζονται οι ομογραφίες, οι οποίες χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό των συντεταγμένων χώρου για κάθε εικόνα. Ακολούθως, τα ίδια στην πραγματικότητα σύνολα σημείων μεταφέρονται στον χώρο PCA, όπου με τη αξιοποίηση της ομοιότητάς τους, οι σκακιέρας σε όλες τις εικόνες διατάσσονται με τρόπο ώστε η σειρά τους να ταυτίζεται με την σειρά που έχουν στην εικόνα αναφοράς. Με τη χρήση των συντεταγμένων χώρου, οι οποίες υπολογίστηκαν μέσω της ομογραφίας της πρώτης εικόνας, προσδιορίζεται ο δισδιάστατος μετασχηματισμός στερεού σώματος μεταξύ της πρώτης και κάθε άλλης σκακιέρας. Οι προσεγγιστικές τιμές των στοιχείων του κοινού εσωτερικού και των εξωτερικών προσανατολισμών εκτιμώνται από τις υπολογισμένες με βάση την κεντρική σκακιέρα ομογραφίες. Ειδικότερα, για τον υπολογισμό του εσωτερικού προσανατολισμού χρησιμοποιείται η εικόνα της απόλυτης κωνικής, όπως αυτό περιγράφηκε προηγουμένως. Διαφορετικά, οι εξωτερικοί προσανατολισμοί υπολογίζονται με αξιοποίηση γνωστής τιμής της σταθεράς μηχανής και τις εξισώσεις του von Gruber, όπως αυτές διαμορφώθηκαν από τον Bender (1971). Τέλος, η συνόρθωση δέσμης εκτιμά τις βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους του εσωτερικού και των εξωτερικών προσανατολισμών, καθώς και των παραμέτρων των δισδιάστατων μετασχηματισμών.

Ο αλγόριθμος αναπτύχθηκε στο περιβάλλον του MATLAB λαμβάνοντας υπόψη τις δυνατότητες του στην επεξεργασία εικόνων, την διαχείριση των πινάκων, καθώς και την διαθεσιμότητα μεγάλου πλήθους βιβλιοθηκών. Στην συνέχεια αναλύονται όλα τα επιμέρους στάδια του αλγορίθμου και περιγράφονται οι χρησιμοποιούμενες βιβλιοθήκες στις οποίες αυτός στηρίχθηκε.



Εικόνα 2: Αριθμός των κορυφών κατά  $x$  και κατά  $y$

Όπως προαναφέρθηκε, ο αλγόριθμος λαμβάνει ως στοιχεία εισόδου τις εικόνες, τον αριθμό των σκακιερών, των διαστάσεων των τετραγώνων τους και τον αριθμό των κορυφών της σκακιέρας στις δύο διαστάσεις της.

Στην συνέχεια, εντοπίζονται οι σκακιέρες σε κάθε εικόνα. Για το σκοπό αυτό, εκτός από τις εικόνες αξιοποιείται και η πληροφορία για τον αριθμό των κορυφών των σκακιερών. Κάθε εικόνα μετατρέπεται από έγχρωμη σε ασπρόμαυρη με αποχρώσεις του γκρι και αύξηση της αντίθεσης της. Επιπλέον, για την εκτέλεση πράξεων οι τιμές των εικονοψηφίδων της εικόνας μετατρέπονται σε κινητής υποδιαστολής διπλής ακρίβειας (double). Ύστερα δημιουργούνται τέσσερα μοτίβα κανάβου διαστάσεων  $11 \times 11$  pixel και με τιμές pixel  $-1$  και  $1$ , τα οποία θα χρησιμοποιούνται κατόπιν για την συνέλιξη τους με την εκάστοτε εικόνα. Τα τυπικά αυτά μοτίβα παρουσιάζονται στην Εικ. 3:

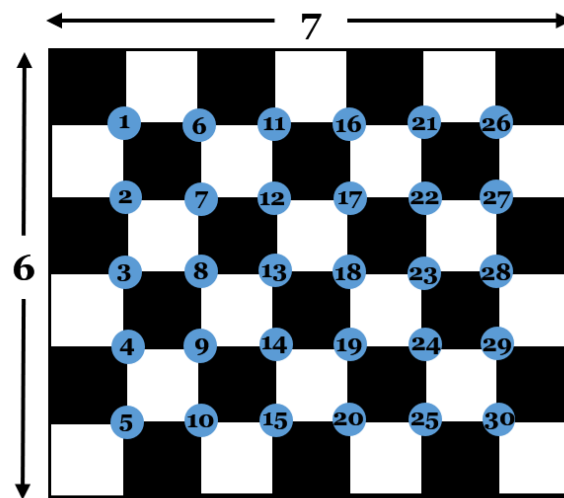


Εικόνα 3: Τέσσερα μοτίβα κανάβου

Οι τιμές κάθε μίας από τις τέσσερις εικόνες, οι οποίες προέκυψαν ως αποτέλεσμα της συνέλιξης της εικόνας με κάθε μοτίβο, υψώνονται στο τετράγωνο ώστε μην υπάρχουν οι αρνητικές τιμές. Ακολούθως, η πρώτη με τη δεύτερη καθώς και η τρίτη με τη τέταρτη πολλαπλασιάζονται μεταξύ τους, και έπειτα οι δύο προκύπτουσες εικόνες προστίθενται. Αυτές οι πράξεις αποσκοπούν στην ανάδειξη κατά το δυνατόν των κορυφών των σκακιερών. Κατόπιν διατηρούνται μόνο οι εικονοψηφίδες με τιμή πάνω από ένα ορισμένο όριο. Αποτέλεσμα είναι μια δυαδική εικόνα, όπου με άσπρο χρώμα απεικονίζονται οι εικονοψηφίδες με υψηλή τιμή έντασης. Έλεται η διαστολή της εικόνας με τετραγωνικό δομικό στοιχείο διαστάσεων  $100 \times 100$  pixel. Αυτή η μορφολογική πράξη αποσκοπεί στην δημιουργία συνδεδεμένων συνιστωσών (connected components) που να αντιστοιχούν στις σκακιέρες της εικόνας. Ο υπολογισμός των περιγεγραμμένων πλαισίων των συνδεδεμένων συνιστωσών επιτρέπει την αποκοπή της εικόνας στην περιοχή όπου αυτά υπάρχουν, αν ο αριθμός των συνδεδεμένων συνιστωσών μέσα στο περιγεγραμμένο πλαίσιο είναι επαρκής, και έτσι την ανίχνευση σκακιερών. Ύστερα, η ανίχνευση των κορυφών της κάθε σκακιέρας πραγματοποιείται με την συνάρτηση *detectCheckerboardPoints*. Η συνάρτηση παίρνει ως είσοδο μια εικόνα. Στην προκειμένη περίπτωση η εικόνα αυτή είναι ένα απόκομμα της αρχικής και απεικονίζει αποκλειστικά μία από τις σκακιέρες. Η συνάρτηση επιστρέφει τα εντοπισμένα σημεία και τις διαστάσεις της σκακιέρας (μετρημένες σε τετράγωνα). Οι συντεταγμένες αυτών των σημείων, έπειτα από την μεταφορά τους στο σύστημα της αρχικής εικόνας, χρησιμοποιούνται απλώς ως αρχικές τιμές, καθώς ακολουθεί μέθοδος βελτιστοποίησης βασισμένη στην μέθοδο του Harris για την εύρεσης των κορυφών, η οποία ανιχνεύει τελικά τις κορυφές με ακρίβεια καλύτερη της εικονοψηφίδας (subpixel). Για τον σκοπό αυτό, η συνάρτηση *cornerfinder* παίρνει ως στοιχεία εισόδου την αρχική ασπρόμαυρη εικόνα και τα ανιχνευμένα μέσω της προηγούμενης συνάρτησης σημεία. Με την ολοκλήρωση έτσι της διαδικασίας έχουν προσδιοριστεί οι κορυφές με υποψηφιακή ακρίβεια, καθώς και οι διαστάσεις των σκακιερών σε κάθε εικόνα.

Η συνάρτηση *detectCheckerboardPoints* βασίζεται στον αλγόριθμο των Geiger et al. (2012). Για την ανίχνευση των κορυφών της σκακιέρας σε εικόνα με αποχρώσεις του γκρι, υπολογίζεται η πιθανότητα να υπάρχει η κορυφή σε κάθε μια από τις εικονοψηφίδες με χρήση δύο διαφορετικών προτύπων κορυφής διαστάσεων  $n \times n$ . Το ένα πρότυπο αφορά τις κορυφές ευθυγραμμισμένες με τον άξονα, ενώ το άλλο τις κορυφές με στροφή  $45^\circ$ . Με βάση κάθε πρότυπο δημιουργούνται τέσσερα φίλτρα, τα οποία διαφέρουν μεταξύ τους κατά στροφή  $90^\circ$ , για την μετέπειτα συνέλιξη τους με την εικόνα. Τα αποτελέσματα της συνέλιξης της εικόνας με τα φίλτρα οδηγούν τελικά σε μια εικόνα όπου η τιμή κάθε εικονοψηφίδας αντιστοιχεί σε πιθανότητα ύπαρξης κορυφής. Για τον περιορισμό των υπολογισμένων κορυφών εφαρμόζεται η λεγόμενη καταστολή των μη μεγίστων (*non-maxima-suppression*). Τέλος, οι κορυφές επαληθεύονται μέσω της κατανομής της κλίσης τους. Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος περιλαμβάνει και την βελ-

τιστοποίηση της θέσης των κορυφών με ακρίβεια καλύτερη του pixel (subpixel), ωστόσο επιλέχθηκε να εφαρμοστεί και η συνάρτηση *cornerfinder* για την αύξηση της ακρίβειας ανίχνευσης των σημείων.



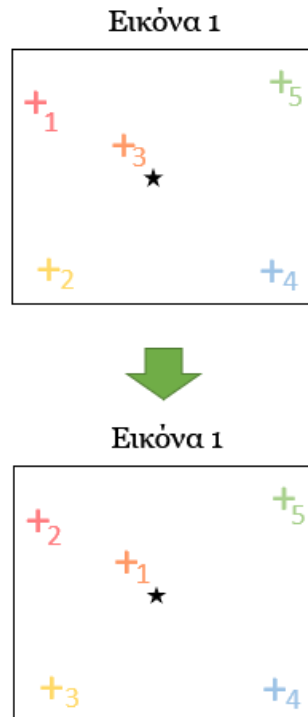
**Εικόνα 4:** Επιτυχημένος υπολογισμός διαστάσεων και κορυφών της σκακιέρας.

Αξίζει να αναφερθεί ότι, η συνάρτηση *detectCheckerboardPoints* απαιτεί η σκακιέρα να είναι ασύμμετρη, δηλαδή η μία πλευρά πρέπει να έχει άρτιο αριθμού τετραγώνων και η άλλη περιττό. Διαφορετικά, ο προσανατολισμός της σκακιέρας μπορεί να ανιχνευτεί λανθασμένα. Ειδικότερα, με ασύμμετρη σκακιέρα, όπου η μια πλευρά έχει περιττό αριθμό τετραγώνων και η άλλη άρτιο, η αρχή των αξόνων ορίζεται με τρόπο ώστε το τετράγωνο που προηγείται να είναι μαύρο, η μεγαλύτερη πλευρά του να αντιστοιχεί στον άξονα  $x$ , ο οποίος δείχνει προς τα δεξιά (ή αριστερά), και η μικρότερη να αντιστοιχεί στον άξονα  $y$ , ο οποίος δείχνει προς τα κάτω (ή πάνω).

Στα επόμενα στάδια του αλγορίθμου χρησιμοποιούνται μόνο οι εικόνες στις οποίες έχουν ανιχνευτεί με επιτυχία όλες κορυφές όλων των σκακιερών. Στην συνέχεια, οι σκακιέρες διατάσσονται με τρόπο ώστε η κεντρική σκακιέρα να αποτελεί την πρώτη στην διάταξη για κάθε εικόνα. Ο εντοπισμός της κεντρικής σκακιέρας σε κάθε εικόνα είναι απαραίτητος, καθώς με βάση αυτήν την σκακιέρα προσδιορίζονται στην συνέχεια οι ομογραφίες και ύστερα ως προς εκείνη την σκακιέρα υπολογίζονται οι δισδιάστατοι μετασχηματισμοί στερεού σώματος. Για την ανίχνευση της κεντρικής σκακιέρας χρησιμοποιείται αποκλειστικά η πρώτη εικόνα. Συγκεκριμένα, υπολογίζεται αρχικά το μέσο σημείο κάθε σκακιέρας (μέσος όρος όλων των κορυφών της) και έπειτα υπολογίζεται ο μέσος όρος τους, που αντιστοιχεί στο κεντρικό σημείο όλων των σκακιερών. Με τον υπολογισμό των αποστάσεων του μέσου σημείου κάθε σκακιέρας από το κεντρικό σημείο προσδιορίζεται τελικά η σκακιέρα που βρίσκεται πλησιέστερα στο κεντρικό σημείο, άρα αντιπροσωπεύει την κεντρική σκακιέρα. Ταυτόχρονα, μπορούν να ταξινομηθούν όλες οι σκακιέρες από την πλησιέστερη στο κεντρικό σημείο έως την πιο απομακρυσμένη. Ύστερα, η σειρά αυτή των σκακιερών μπορεί να αποδοθεί σε όλες τις εικόνες.

Είναι αξιοσημείωτο ότι αυτό δεν εξασφαλίζει ταυτόχρονα πως η κατάταξη των σκακιερών με τον τρόπο που περιγράφηκε θα είναι ίδια για όλες τις εικόνες. Έτσι, απαιτείται η απόδοση της ίδιας σειράς σκακιερών σε όλες τις εικόνες. Για το σκοπό αυτό θα εφαρμοστεί η μέθοδος κύριων συνιστωσών, όπως αυτό περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αρχικά, χρησιμοποιώντας την κεντρική σκακιέρα, μπορεί κανείς να υπολογίσει τις ομογραφίες. Οι συντεταγμένες των κορυφών σε κάθε εικόνα έχουν εντοπιστεί αυτόματα, σύμφωνα με όσα έχουν περιγραφεί. Οι συντεταγμένες χώρου μπορούν να υπολογιστούν από την πληροφορία για τον αριθμό και τις διαστάσεις των τετραγώνων της σκακιέρας. Τα τέσσερα περιμετρικά σημεία και στα δύο

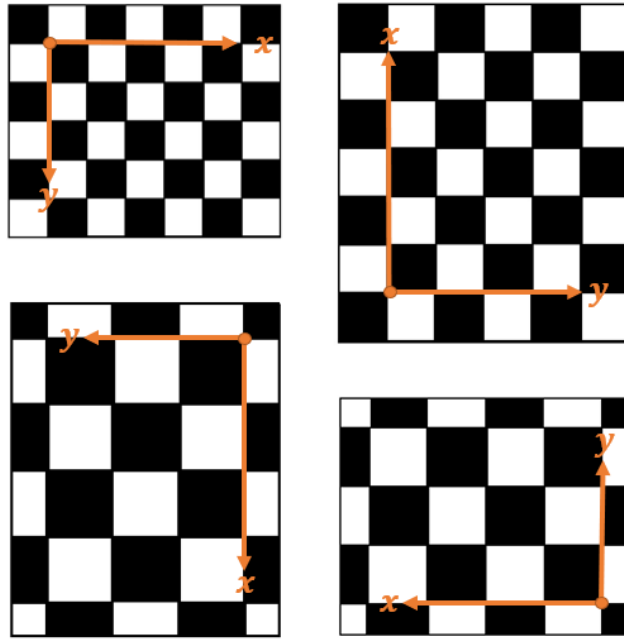
συστήματα αρκούν για τον υπολογισμό των ομογραφιών. Έπειτα τα σημεία χώρου όλων των υπόλοιπων σκακιερών σε όλες τις εικόνες μπορούν να προσδιοριστούν από τις υπολογισμένες ομογραφίες. Αξίζει να σημειωθεί πως πρόκειται για ίδιες συντεταγμένες χώρου υπολογισμένες από διαφορετικές ομογραφίες, οι οποίες λόγω της χρήσης μικρό μόνο τμήματος της εικόνας (μια σκακιέρα) οδηγούν σε μικρές αποκλίσεις μεταξύ των θεωρητικά ίδιων συντεταγμένων.



**Εικόνα 5:** Αποτέλεσμα ταξινόμησης των σκακιερών ως προς το κεντρικό σημείο.

Έπειτα, υπολογίζεται το μέσο σημείο κάθε σκακιέρας σε συντεταγμένες χώρου για κάθε εικόνα. Τα σημεία αυτά αναπαριστούν ουσιαστικά τις θέσεις των σκακιερών για κάθε εικόνα. Στην συνέχεια, ακολουθεί η διαδικασία που αναλύθηκε σε προηγούμενη ενότητα, δηλαδή οι θέσεις των σκακιερών μετασχηματίζονται για κάθε εικόνα με βάση την ανάλυση κύριων συνιστωσών (PCA) και έπειτα, με επιλογή των σημείων έστω της πρώτης εικόνας ως βάση, αποδίδεται η ίδια διάταξη των σκακιερών σε όλες τις υπόλοιπες εικόνες. Ειδικότερα, έπειτα από το μετασχηματισμό των σημείων όλων των εικόνων προσδιορίζεται το ποια σημεία κάθε εικόνας στο χώρο PCA βρίσκονται πλησιέστερα στα αντίστοιχα σημεία της πρώτης και τους αποδίδεται η σειρά που έχουν στην πρώτη εικόνα. Όπως σημειώθηκε ήδη, πρέπει να ληφθεί υπόψη και η περίπτωση της ασάφειας του PCA, λόγω της οποίας τα μετασχηματισμένα σημεία ενδέχεται να είναι στραμμένα κατά  $180^\circ$ . Κάνοντας την σύγκριση με και χωρίς την περιστροφή  $180^\circ$ , διατηρεί κανείς την περίπτωση όπου η συνολική απόσταση των σημείων κάποιας εικόνας από τα σημεία της πρώτης είναι η μικρότερη. Η ανάλυση κύριων συνιστωσών έχει υλοποιηθεί στο MATLAB ως συνάρτηση με το αντίστοιχο όνομα – *pca*.

Με το τέλος της διαδικασίας αυτής, η σειρά της ανίχνευσης των σκακιερών είναι ίδια για όλες τις εικόνες. Αξίζει να σημειωθεί πως η σειρά ανίχνευσης των κορυφών κάθε σκακιέρας είναι ίδια για όλες τις εικόνες σύμφωνα με όσα προαναφέρθηκαν. Συγκεκριμένα, στο πλαίσιο της διπλωματικής εργασίας οι πολλαπλές σκακιέρες που χρησιμοποιήθηκαν είχαν  $6 \times 7$  είτε  $5 \times 6$  τετράγωνα. Επομένως, υπάρχει ένας και μοναδικός τρόπος αρίθμησης των κορυφών των σκακιερών, έτσι ώστε να ισχύουν όσα προαναφέρθηκαν για τον ορισμό του συστήματος μιας ασύμμετρης σκακιέρας.



**Εικόνα 6:** Παραδείγματα ορισμού συστήματος δύο ασύμμετρων σκακιερών.

Έπειτα από την ταύτιση της σειράς των σκακιερών όλων των εικόνων με την σειρά της πρώτης εικόνας μπορεί να ακολουθήσει η εκτίμηση των προσεγγιστικών τιμών των δισδιάστατων μετασχηματισμών στερεού σώματος μεταξύ πρώτης και κάθε άλλης σκακιέρας, με τη χρήση των υπολογισμένων στο σύστημα χώρου κορυφών των σκακιερών της πρώτης εικόνας.

Η εκτίμηση των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού πραγματοποιείται με την αξιοποίηση της εικόνας της απόλυτης κωνικής, όπως αυτό περιγράφηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Αρχικά πραγματοποιείται ο υπολογισμός των ομογραφιών. Ο πίνακας των συντελεστών του τυπικού προβολικού μετασχηματισμού είναι της μορφής:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Ωστόσο, στην προκειμένη περίπτωση η επιθυμητή μορφή του δίνεται από τον ανάστροφο του. Με την χρήση των συντελεστών του προβολικού μετασχηματισμού υπολογίζονται τα διανύσματα  $\mathbf{v}_{11}$ ,  $\mathbf{v}_{12}$  και  $\mathbf{v}_{22}$  ως εξής:

$$\mathbf{v}_{11} = [h_{11}h_{11} \quad h_{11}h_{12} + h_{12}h_{11} \quad h_{12}h_{12} \quad h_{11}h_{13} + h_{13}h_{11} \quad h_{12}h_{13} + h_{13}h_{12} \quad h_{13}h_{13}] \quad (3.2)$$

$$\mathbf{v}_{12} = [h_{11}h_{21} \quad h_{11}h_{22} + h_{12}h_{21} \quad h_{12}h_{22} \quad h_{11}h_{23} + h_{13}h_{21} \quad h_{12}h_{23} + h_{13}h_{22} \quad h_{13}h_{23}] \quad (3.3)$$

$$\mathbf{v}_{22} = [h_{21}h_{21} \quad h_{21}h_{22} + h_{22}h_{21} \quad h_{22}h_{22} \quad h_{21}h_{23} + h_{23}h_{21} \quad h_{22}h_{23} + h_{23}h_{22} \quad h_{23}h_{23}] \quad (3.4)$$

Ο υπολογισμός των διανυσμάτων αυτών επιτρέπει την κατασκευή του πίνακα  $\mathbf{A}$  διαστάσεων  $2n \times 6$ , όπου  $n$  ο αριθμός των εικόνων, όπως παρουσιάζεται παρακάτω:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} v_{12} \\ v_{11} - v_{22} \\ v_{12}' \\ v_{11}' - v_{22}' \\ \vdots \\ v_{12}^n \\ v_{11}^n - v_{22}^n \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Ταυτόχρονα, θεωρώντας ότι  $s = 0$ , προστίθεται άλλη μία γραμμή στον παραπάνω πίνακα:

$$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (3.6)$$

Το ζητούμενο διάνυσμα  $\mathbf{b}$ , μέσω του οποίου θα υπολογιστούν τελικά οι προσεγγιστικές τιμές των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού, δίνεται από την τελευταία στήλη του πίνακα  $\mathbf{V}$ , ο οποίος όπως προαναφέρθηκε υπολογίζεται μέσω της παραγοντοποίησης ιδιαζουσών τιμών. Ο αλγόριθμος αξιοποιεί μόνο τις προσεγγιστικές τιμές των  $c_x, c_y$  από το μέσο όρο των οποίων προκύπτει ένα ενιαίο  $c$ . Διαφορετικά, θεωρείται ότι το πρωτεύον σημείο βρίσκεται στο κέντρο της εικόνας  $x_o = y_o = 0$ , λόγω της γενικής αστάθειας του, καθώς και ότι οι εικονοψηφίδες είναι τετραγωνικές ( $a = 1, s = 0$ ). Επομένως, ο πίνακας της μηχανής παίρνει τελικά την μορφή:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} c & 0 & x_o \\ 0 & c & y_o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ή} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Η εκτίμηση της σταθεράς μηχανής και οι υπολογισμένες ομογραφίες επιτρέπουν την εκτίμηση των παραμέτρων του εξωτερικού προσανατολισμού με την χρήση των σχέσεων που προτάθηκαν από τον Bender (1971) και παρουσιάζονται στο παράρτημα.

Η εύρεση των προσεγγιστικών τιμών των στοιχείων του εσωτερικού και εξωτερικών προσανατολισμών επιτρέπει τον υπολογισμό των βέλτιστων τιμών τους μέσω της συνόρθωσης δέσμης. Στην προκειμένη περίπτωση επιλέχθηκε να υπολογιστούν οι 5 βασικές παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού ( $c, x_o, y_o, k_1, k_2$ ). Οι προσεγγιστικές τιμές των συντελεστών του πολυωνύμου ακτινικής διαστρωφής επιλέχθηκε να είναι μηδενικές. Η συνόρθωση δέσμης αποτελεί, όπως προαναφέρθηκε, μια επαναληπτική μη γραμμική βελτιστοποίηση ελαχίστων τετραγώνων, η οποία στην προκειμένη περίπτωση πραγματοποιήθηκε με χρήση του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt, ο οποίος δημοσιεύθηκε πρώτα από τον Levenberg (Levenberg, 1944) και επικαιροποιήθηκε ξανά από τον Marquardt (Marquardt, 1963). Ο συγκεκριμένος αλγόριθμος αποτελεί ουσιαστικά συνδυασμό δύο αλγορίθμων βελτιστοποίησης: του Gauss-Newton και του Gradient Descent. Ειδικότερα, στην περίπτωση όπου οι παράμετροι απέχουν σημαντικά από την βέλτιστη τιμή τους, ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt συμπεριφέρεται περισσότερο σαν Gradient Descent, ενώ όταν οι παράμετροι πλησιάζουν την βέλτιστη τιμή τους συμπεριφέρεται όπως ο Gauss-Newton (Gavin, 2019). Στην μέθοδο Gradient Descent οι παράμετροι ενημερώνονται μέχρι την ελαχιστοποίηση του αθροίσματος των τετραγωνικών σφαλμάτων. Η μέθοδος Gauss-Newton, που είναι γνωστή και ως μέθοδος γραμμικοποίησης, αποτελεί μία επαναληπτική μέθοδο εκτίμησης και χρησιμοποιεί το ανάπτυγμα Taylor για την γραμμικοποίηση της μη γραμμικής συνάρτησης, και ύστερα για την εκτίμηση των παραμέτρων εφαρμόζει την μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων. Η μέθοδος Gauss-Newton, προϋποθέτει ο λεγόμενος Εσσιανός πίνακας  $\mathbf{H}_e = \mathbf{J}^T \mathbf{J}$  (ή διατηρώντας τον προηγούμενο συμβολισμό  $\mathbf{H}_e = \mathbf{A}^T \mathbf{A}$ ) να είναι αντιστρέψιμος, κάτι το οποίο μπορεί να εξασφαλίσει ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt μέσω προσεγγιστικής τεχνικής, η οποία κάνει τα στοιχεία της κύριας διαγώνιου του Εσσιανού πίνακα να είναι πάντοτε μεγαλύτερα του μηδενός (Καπετανάκης, 2019). Ταυτόχρονα, αξίζει να σημειωθεί πως η μέθοδος Gauss-Newton, σε αντίθεση με την Gradient Descent, επηρεάζεται σημαντικά από την επιλογή προσεγγιστικών τιμών, κάτι το οποίο μπορεί να οδηγήσει στην μη σύγκλιση του αλγορίθμου. Έτσι, ο αλγόριθμος Levenberg-Marquardt ως συνδυασμός δύο διαφορετικών αλγορίθμων καταφέρνει να ξεπεράσει ορισμένους από τους περιορισμούς τους και να εκμεταλλευτεί τα πλεονεκτήματά τους.

Για την επίλυση τους προβλήματος μη γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων εφαρμόστηκε η έτοιμη συνάρτηση του MATLAB *lsqnonlin*. Η συνάρτηση, της οποίας το άθροισμα των τετραγώνων θα ελαχιστοποιείται, περιγράφεται ως εξής. Αρχικά, υπολογίζονται οι συντεταγμένες

χώρου των κορυφών της κεντρικής σκακιέρας με τον ορισμό της κάτω αριστερής κορυφής της ως αρχής του συστήματος και με αξιοποίηση της πληροφορίας για τον αριθμό και τις διαστάσεις των τετραγώνων. Ακολουθεί ο υπολογισμός των συντεταγμένων χώρου των κορυφών των υπόλοιπων σκακιερών που γίνεται με χρήση αρχικά των προσεγγιστικών και έπειτα των νέων τιμών των παραμέτρων του δισδιάστατου μετασχηματισμού στερεού σώματος που υπολογίζονται σε κάθε επανάληψη:

$$\mathbf{X}'_{i,v+1} = \mathbf{R}_v^o \mathbf{X}_{i,1} + \mathbf{T}_v^o \quad (3.8)$$

όπου  $i$  ο δείκτης της κορυφής και  $v$  ο δείκτης του μετασχηματισμού στερεού σώματος μεταξύ της κεντρικής (1) και της σκακιέρας  $v + 1$  (το  $v$  παίρνει τιμές από 1 έως  $K - 1$ , όπου  $K$  ο αριθμός των σκακιερών).

Ακολούθως, με την αξιοποίηση των παραπάνω σημείων και των παραμέτρων του εσωτερικού και των εξωτερικών προσανατολισμών, μπορούν τα σημεία αυτά σε κάθε επανάληψη να προβάλονται μέσω της συνθήκης συγγραμμικότητας στις εικόνες και να συγκρίνονται με τα αντίστοιχα σημεία που εντοπίστηκαν αυτόματα. Ειδικότερα, οι πίνακες μηχανής, στροφής και μετάθεσης παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$\mathbf{K}^o = \begin{bmatrix} c^o & 0 & x_o^o \\ 0 & c^o & y_o^o \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R}^o = \begin{bmatrix} r_{11}^o & r_{12}^o & r_{13}^o \\ r_{21}^o & r_{22}^o & r_{23}^o \\ r_{31}^o & r_{32}^o & r_{33}^o \end{bmatrix}, \mathbf{T}^o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -X_o^o \\ 0 & 1 & 0 & -Y_o^o \\ 0 & 0 & 1 & -Z_o^o \end{bmatrix}$$

Οι συντεταγμένες χώρου των κορυφών των σκακιέρας μετατρέπονται σε ομογενείς και οι εικονοσυντεταγμένες κάθε εικόνας προκύπτουν ως εξής:

$$\mathbf{x}^o_{(3 \times n)} = \mathbf{K}^o_{(3 \times 3)} \cdot \mathbf{R}^o_{(3 \times 3)} \cdot \mathbf{T}^o_{(3 \times 4)} \cdot \mathbf{X}^o_{(4 \times n)} \quad (3.9)$$

όπου  $n$  ο αριθμός των σημείων.

Στην συνέχεια, το διάνυσμα κάθε σημείου μετατρέπεται σε δύο διαστάσεων με διαίρεση της πρώτης και της δεύτερης γραμμής με την τρίτη. Επιπλέον, για την σύγκριση των συγκεκριμένων σημείων με εκείνα που εντοπίστηκαν αυτόματα στην εικόνα απαιτείται η προσθήκη της ακτινικής διαστροφής σε κάθε εικονοσυντεταγμένη ως εξής:

$$x_{i,j}^{o'} = x_{i,j}^o + (x_{i,j}^o - x_o^o)(k_1^o r^2 + k_2^o r^4) \quad (3.10)$$

$$y_{i,j}^{o'} = y_{i,j}^o + (y_{i,j}^o - y_o^o)(k_1^o r^2 + k_2^o r^4) \quad (3.11)$$

όπου  $i$  ο δείκτης του σημείου και  $j$  της εικόνας.

Το άθροισμα των τετραγώνων των διαφορών μεταξύ υπολογισμένων με τον τρόπο αυτό σημείων και σημείων που εντοπίστηκαν αυτόματα στην εικόνα είναι εκείνο που θα επιδιώξει να ελαχιστοποιήσει η συνάρτηση  $lsqnonlin$  μέσω του αλγορίθμου Levenberg-Marquardt.

Με το τέλος της περιγραφείσας διαδικασίας, εκτός από τις βέλτιστες τιμές των άγνωστων παραμέτρων υπολογίζεται το τυπικό σφάλμα της μονάδας βάρους:

$$\sigma_o = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{v}}{r}} \quad (3.12)$$

όπου  $r$  οι βαθμοί ελευθερίας που προκύπτουν με αφαίρεση του αριθμού των αγνώστων από τον αριθμό των παρατηρήσεων.

Επιπλέον, υπολογίζεται και ο πίνακας μεταβλητότητας-συμμεταβλητότητας, ο οποίος επιτρέπει τον έλεγχο των συσχετίσεων μεταξύ των αγνώστων παραμέτρων:

$$\mathbf{V} = \sigma_o^2 \mathbf{N}^{-1} \quad (3.13)$$

Τα τελικά αποτελέσματα που αποδίδει ο αλγόριθμος μετά από την ολοκλήρωση της όλης διαδικασίας είναι: ο αριθμός των επαναλήψεων, το τυπικό σφάλμα μονάδας βάρους και τιμές παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού μαζί με τα τυπικά τους σφάλματα.

## 3.2. Υλοποιημένες βελτιστοποιήσεις και ελεγκτάσεις αλγορίθμου

### 3.2.1. Υπολογισμός ομογραφιών και δισδιάστατων μετασχηματισμών στερεού σώματος

Η εύρεση των προσεγγιστικών τιμών όλων των αγνώστων βασίστηκε στις υπολογισμένες, με βάση αποκλειστικά την κεντρική σκακιέρα, ομογραφίες. Αν και από όλες τις υπόλοιπες σκακιέρες η κεντρική αποτελεί την καταλληλότερη για το συγκεκριμένο σκοπό, αντιστοιχεί προφανώς σε ένα μικρό μέρος της εικόνας, με συνέπεια οι υπολογισμένες ομογραφίες να μην αντιπροσωπεύουν πιστά τις πραγματικές, δηλαδή εκείνες που υπολογίζονται ιδανικά με βάση όλες τις σκακιέρες. Υπολογισμός των ομογραφιών με την αξιοποίηση όλων των σκακιερών κάθε εικόνας είναι δυνατός έχοντας υπολογίσει προηγουμένως τις παραμέτρους των δισδιάστατων μετασχηματισμών στερεού σώματος, αφού αυτό επιτρέπει πλέον τον προσδιορισμό των συντεταγμένων χώρου όλων των σκακιερών. Οι σχέσεις που συνδέουν τις παραμέτρους προβολικού μετασχηματισμού με εκείνες του δισδιάστατου μετασχηματισμού στερεού σώματος είναι:

$$x_{i,v+1} = \frac{h_{11}\tilde{X}_{i,v+1} + h_{12}\tilde{Y}_{i,v+1} + h_{13}}{h_{31}\tilde{X}_{i,v+1} + h_{32}\tilde{Y}_{i,v+1} + 1} \quad y_{i,v+1} = \frac{h_{21}\tilde{X}_{i,v+1} + h_{22}\tilde{Y}_{i,v+1} + h_{23}}{h_{31}\tilde{X}_{i,v+1} + h_{32}\tilde{Y}_{i,v+1} + 1} \quad (3.14)$$

όπου:

$$\tilde{X}_{i,v+1} = X_{i,1} \cos \theta_v - Y_{i,1} \sin \theta_v + t_{X_v} \quad (3.15)$$

$$\tilde{Y}_{i,v+1} = X_{i,1} \sin \theta_v + Y_{i,1} \cos \theta_v + t_{Y_v} \quad (3.16)$$

Αξίζει να σημειωθεί ότι, για τα σημεία αποκλειστικά της πρώτης σκακιέρας ισχύουν οι κλασικές σχέσεις:

$$x_{i,1} = \frac{h_{11}X_{i,1} + h_{12}Y_{i,1} + h_{13}}{h_{31}X_{i,1} + h_{32}Y_{i,1} + 1} \quad y_{i,1} = \frac{h_{21}X_{i,1} + h_{22}Y_{i,1} + h_{23}}{h_{31}X_{i,1} + h_{32}Y_{i,1} + 1} \quad (3.17)$$

Όπως φαίνεται, οι σχέσεις δεν είναι γραμμικές ως προς τους αγνώστους, επομένως απαιτείται γραμμικοποίησή τους και εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών των αγνώστων. Οι προσεγγιστικές τιμές των συντελεστών του προβολικού μετασχηματισμού μπορούν να υπολογιστούν κατά τα γνωστά με βάση την κεντρική σκακιέρα. Αντίστοιχα, οι προσεγγιστικές τιμές των παραμέτρων των δισδιάστατων μετασχηματισμών στερεού σώματος προκύπτουν, όπως ήδη περιγράφηκε, με εφαρμογή της ανάλυσης κύριων συνιστωσών. Οι εξισώσεις παρατήρησης γράφονται στην μορφή πινάκων ως εξής:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \mathbf{dx} + \mathbf{v} \quad (3.18)$$

όπου  $\mathbf{b}$  το διάνυσμα ανηγμένων παρατηρήσεων,  $\mathbf{A}$  ο πίνακας σχεδιασμού ή Ιακωβιανός πίνακας,  $\mathbf{dx}$  το διάνυσμα των διορθώσεων των αγνώστων παραμέτρων και  $\mathbf{v}$  το διάνυσμα των εναπομενοντων σφαλμάτων. Η μορφή καθενός από τους πίνακες είναι:



$$\mathbf{b}_{2NK \times 1} = \begin{bmatrix} x_{i,1} - x_{i,1}^o \\ y_{i,1} - y_{i,1}^o \\ \vdots \\ x_{N,K} - x_{N,K}^o \\ y_{N,K} - y_{N,K}^o \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{2NK \times 8+3 \times (K-1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{i,1}}{\partial h_{11}} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_{N,K}}{\partial h_{11}} & \dots & \frac{\partial y_{N,K}}{\partial \delta t_{Y_{K-1}}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{dx}_{8+3 \times (K-1)} = \begin{bmatrix} \delta h_{11} \\ \vdots \\ \delta h_{32} \\ \delta \theta_1 \\ \delta t_{X_1} \\ \delta t_{Y_1} \\ \vdots \\ \delta \theta_{K-1} \\ \delta t_{X_{K-1}} \\ \delta t_{Y_{K-1}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_{2NK \times 1} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{2NK} \end{bmatrix}$$

Το διάνυσμα των διορθώσεων των αγνώστων παραμέτρων υπολογίζεται ως:

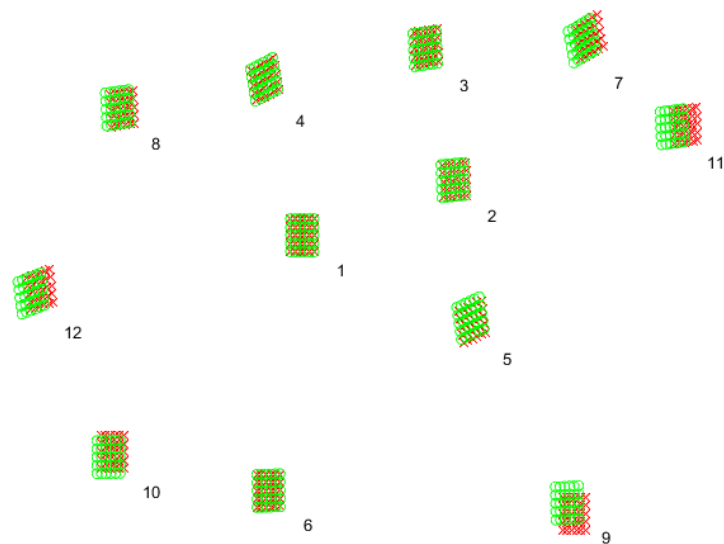
$$\mathbf{dx} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{dx} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{u} \quad (3.19)$$

Η επαναληπτική διαδικασία τερματίζεται όταν οι απόλυτες διορθώσεις των γωνιών  $\theta_v$  γίνουν μικρότερες από  $0.001^\circ$  και αντίστοιχα των μεταθέσεων  $t_{X_v}, t_{Y_v}$  μικρότερες από  $0.001 \text{ m}$ . Λόγω της ιδιαιτερότητας των συντελεστών της ομογραφίας δεν επιλέχθηκε κάποιο όριο τερματισμού που να αφορά τις διορθώσεις των δικών τους τιμών.

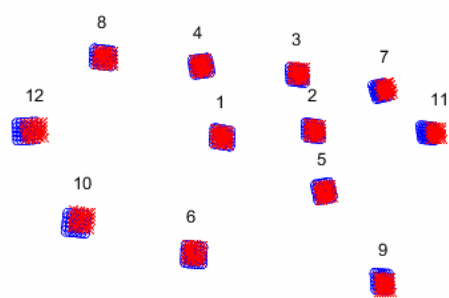
Αξίζει να σημειωθεί ότι, με βάση τα παραπάνω, οι παράμετροι των δισδιάστατων μετασχηματισμών στερεού σώματος υπολογίζονται για κάθε εικόνα. Ωστόσο ο συγκεκριμένος μετασχηματισμός θα όφειλε να μην διαφέρει από εικόνα σε εικόνα, αφού υφίσταται μεταξύ σημείων του χώρου. Επομένως, ύστερα από το υπολογισμό όλων των ομογραφιών, οι τελικές τιμές των παραμέτρων των δισδιάστατων μετασχηματισμών στερεού σώματος προκύπτουν από τον μέσο όρο των τιμών τους που υπολογίστηκαν για κάθε εικόνα.

Η βελτίωση των τιμών των δύο μετασχηματισμών φαίνεται στις επόμενες εικόνες. Στην Εικ. 7 απεικονίζονται τα σημεία 2D χώρου, όπου με κόκκινο χρώμα αναπαριστώνται τα σημεία που υπολογίστηκαν με τους αρχικούς μετασχηματισμούς στερεού σώματος, ενώ με πράσινο χρώμα εκείνα που υπολογίστηκαν με τη χρήση των νέων τιμών τους από την ενιαία συνόρθωση. Ευκόλα παρατηρείται η απόκλιση μεταξύ των σημείων, η οποία υφίστανται κυρίως στην περίπτωση των σκακιερών που βρίσκονται στην αριστερή και στην δεξιά άκρη.

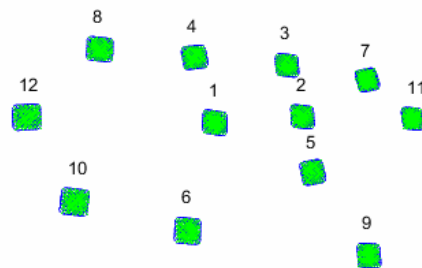
Στις Εικ. 8 - 13 με μπλε χρώμα παρουσιάζονται τα αυτόματα εντοπισμένα εικονοσημεία σε διαφορετικές εικόνες: με κόκκινο τα σημεία που προέκυψαν με την αξιοποίηση των αρχικών ομογραφιών (υπολογισμένων με βάση μόνο την αρχική σκακιέρα αναφοράς) και μετασχηματισμών στερεού σώματος, ενώ με πράσινο τα σημεία που προέκυψαν με βάση τις νέες τιμές τους από την ενιαία συνόρθωση. Στην περίπτωση των εικόνων της αριστερής στήλης, είναι σαφές ότι τα κόκκινα σημεία των σκακιερών που βρίσκονται στις άκρες αποκλίνουν από τα μπλε, κυρίως όταν η εικόνα έχει έντονη στροφή  $\omega$  ή  $\varphi$ . Διαφορετικά, τα πράσινα σημεία που υπολογίστηκαν με τις ανανεωμένες τιμές των ομογραφιών και δισδιάστατους μετασχηματισμούς στερεού σώματος φαίνεται να έχουν ταυτιστεί με τα εντοπισμένα αυτόματα μπλε σημεία. Όπως προαναφέρθηκε, ο υπολογισμός των ομογραφιών είναι κρίσιμος, καθώς σε εκείνες βασίζονται οι προσεγγιστικές τιμές του εσωτερικού αλλά και των εξωτερικών προσανατολισμών.



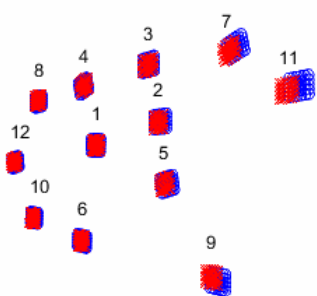
**Εικόνα 7:** Σύγκριση σημείων στο 2D χώρο υπολογισμένων με βάση αρχικούς (κόκκινα) και νέους (πράσινα) μετασχηματισμούς στερεού σώματος



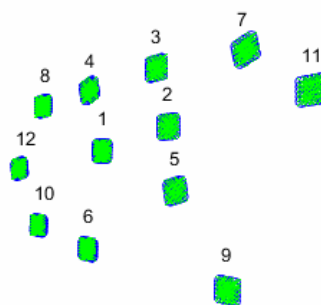
**Εικόνα 8:** Παράδειγμα 1 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση αρχικούς μετασχηματισμούς (κόκκινα)



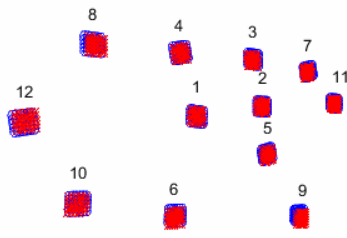
**Εικόνα 9:** Παράδειγμα 1 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση νέους μετασχηματισμούς (πράσινα)



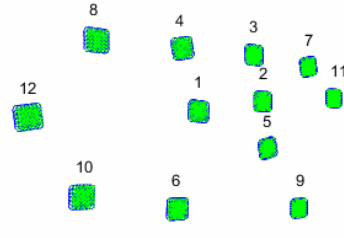
**Εικόνα 10:** Παράδειγμα 2 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση αρχικούς μετασχηματισμούς (κόκκινα)



**Εικόνα 11:** Παράδειγμα 2 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση νέους μετασχηματισμούς (πράσινα)



**Εικόνα 12:** Παράδειγμα 3 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση αρχικούς μετασχηματισμούς (κόκκινα)



**Εικόνα 13:** Παράδειγμα 3 - Σύγκριση εικονοσημείων εντοπισμένων αυτόματα (μπλε) και υπολογισμένων με βάση νέους μετασχηματισμούς (πράσινα)

### 3.2.2. Εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εσωτερικού προσανατολισμού

Η εκτίμηση των προσεγγιστικών τιμών του εσωτερικού προσανατολισμού με χρήση της εικόνας της απόλυτης κωνικής, όπως αυτό περιγράφηκε από τον Zhang (2000), παρ' όλο που είναι γενικά ικανοποιητική μπορεί να θεωρηθεί σύνθετη υπολογιστικά. Έτσι, έγιναν δοκιμές υπολογισμού της σταθεράς της μηχανής με απλούστερη μέθοδο, η οποία επιτυγχάνει ικανοποιητική εκτίμηση του  $c$ . Τελικά, επελέγη ο υπολογισμός της σταθεράς της μηχανής να πραγματοποιείται με τις σχέσεις που συνδέουν τους συντελεστές της ομογραφίας με τις παραμέτρους της συνθήκης συγγραμμικότητας, λαμβανομένων υπόψη των δεσμεύσεων μεταξύ των στοιχείων του πίνακα στροφής και με την υπόθεση ότι  $x_o = y_o = 0$ . Ειδικότερα, οι χρησιμοποιούμενες στην προκειμένη περίπτωση σχέσεις, οι οποίες συνδέουν τους συντελεστές της ομογραφίας με τις παραμέτρους της συγγραμμικότητας, είναι για  $x_o = y_o = 0$ :

$$\begin{aligned} h_{11} &= \frac{-cr_{11}}{D} & h_{21} &= \frac{-cr_{21}}{D} & h_{31} &= \frac{r_{31}}{D} \\ h_{12} &= \frac{-cr_{12}}{D} & h_{22} &= \frac{-cr_{22}}{D} & h_{32} &= \frac{r_{32}}{D} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$D = -(r_{31}X_o + r_{32}Y_o + r_{33}H)$$

Οι δεσμεύσεις μεταξύ των στοιχείων του πίνακα στροφής, οι οποίες επιτρέπουν σε συνδυασμό με τις παραπάνω σχέσεις τον υπολογισμό του  $c$ , είναι οι εξής:

$$r_{11}r_{12} + r_{21}r_{23} + r_{31}r_{32} = 0 \quad (3.21)$$

$$r_{12}^2 + r_{22}^2 + r_{32}^2 = 1 \quad (3.22)$$

$$r_{11}^2 + r_{21}^2 + r_{31}^2 = 1 \quad (3.23)$$

Αντικαθιστώντας τις (3.20) στην (3.21), παίρνει κανείς την σταθερά της μηχανής ως:

$$c_1 = \sqrt{\frac{h_{11}h_{12} + h_{21}h_{22}}{-h_{31}h_{32}}} \quad (3.24)$$

Αντίστοιχα, αντικαθιστώντας τις (3.20) στις (3.22) και (3.23) έχει κανείς:

$$(h_{11}^2 + h_{21}^2) \frac{1}{c^2} + h_{31}^2 = \frac{1}{D^2} \quad (3.25)$$

$$(h_{12}^2 + h_{22}^2) \frac{1}{c^2} + h_{32}^2 = \frac{1}{D^2} \quad (3.26)$$

Επομένως, η σταθερά μηχανής υπολογίζεται τελικά με βάση την ακόλουθη σχέση:

$$c_2 = \sqrt{\frac{h_{11}^2 - h_{12}^2 + h_{21}^2 - h_{22}^2}{h_{32}^2 - h_{31}^2}} \quad (3.27)$$

Τέλος, μια τρίτη τιμή της σταθεράς μηχανής προκύπτει ως η μέση τιμή των δύο προηγούμενων:

$$c_m = \frac{c_1 + c_2}{2} \quad (3.28)$$

Η εκτίμηση των τριών αυτών τιμών του  $c$  πραγματοποιείται για κάθε εικόνα. Αυτό σημαίνει πως ενδέχεται να υπάρχουν διαφορές στις τιμές που υπολογίζονται μεταξύ των εικόνων. Για να μην επηρεάζεται η τελική τιμή κάθε σταθεράς από τις ακραίες τιμές, υπολογίζεται η διάμεσος των τιμών που προκύπτουν για κάθε εικόνα.

Αρχικά αποφασίστηκε η τελική προσεγγιστική τιμή της σταθεράς της μηχανής να δίνεται από την τελική τιμή του  $c_m$ , ωστόσο ανάλογα με το διαφορετικό σύνολο των εικόνων η μία από τις σταθερές  $c_1$ ,  $c_2$ , ή και οι δύο σε διαφορετικό βαθμό, παρουσιάζουν σημαντικές διαφορές στην τιμές τους μεταξύ των εικόνων. Επομένως, τελικά το  $c_m$  επηρεάζεται από αστάθεια της μίας από τις δύο υπολογιζόμενες σταθερές μηχανής. Έτσι, παρ' όλο που τελικά η τιμή  $c_m$  δίνεται από την διάμεσο των τιμών και δεν επηρεάζεται με αυτόν τον τρόπο από τις ακραίες τιμές της, αυτό δεν εξασφαλίζει ότι αντιπροσωπεύει καλύτερη επιλογή από τις τιμές των  $c_1$ ,  $c_2$ . Παρουσιάζονται οι τιμές των  $c_1$ ,  $c_2$  και  $c_m$  για τρία σύνολα εικόνων από διαφορετικές μηχανές.

<b>Πίνακας 3-1:</b> Λήψεις με τη μηχανή του Phantom 4 Pro			
Εικόνα	$c_1$ [pixel]	$c_2$ [pixel]	$c_m$ [pixel]
1	3686.66	3643.44	3665.05
2	3039.03	3598.63	3318.83
3	3255.84	3618.62	3437.23
4	2767.17	3459.89	3113.53
5	3828.43	3668.88	3748.66
6	3782.84	3661.90	3722.37
7	3659.10	3721.77	3690.44
$\delta_{c_i}$	<b>3659.10</b>	<b>3643.44</b>	<b>3665.05</b>
$\sigma_{c_i}$	<b>480.87</b>	<b>85.09</b>	<b>284.86</b>
Τιμή της σταθεράς μηχανής μετά από την συνόρθωση δέσμης			3619.40 pixel

Σύμφωνα με τα παραπάνω, κυρίως στην περίπτωση της  $c_1$  οι τιμές μεταξύ των εικόνων διαφέρουν σημαντικά μεταξύ τους. Επομένως, η μεγαλύτερη τυπική απόκλιση αντιστοιχεί στην σταθερά μηχανής  $c_1$ . Η τυπική απόκλιση του  $c_m$  είναι επίσης υψηλή, καθώς οι τιμές της επηρεάζονται από τις ασταθείς τιμές του  $c_1$ .

<b>Πίνακας 3-2:</b> Λήψεις με τη μηχανή Sony NEX-5N			
Εικόνα	$c_1$ [pixel]	$c_2$ [pixel]	$c_m$ [pixel]
1	4194.37	3961.27	4077.82
2	4023.35	4132.00	4077.67
3	4032.86	4396.24	4214.55
4	4190.20	4264.08	4227.14
5	4001.13	4082.63	4041.88
6	3890.58	4201.82	4046.20
7	4206.47	5029.20	4617.83
8	4023.65	4263.86	4143.75
9	4621.46	4196.29	4408.87
10	4173.26	3954.96	4064.11

11	7035.14	3280.83	5157.98
12	4102.55	4307.88	4205.21
13	4206.07	1516.99	2861.53
14	4451.07	4320.94	4386.00
$\delta_{c_i}$	<b>4181.73</b>	<b>4199.05</b>	<b>4174.48</b>
$\sigma_{c_i}$	<b>813.60</b>	<b>828.99</b>	<b>485.05</b>

Τιμή της σταθεράς μηχανής μετά από την συνόρθωση δέσμης	4195.20 <i>pixel</i>
---	----------------------

Στην περίπτωση των εικόνων από την μηχανή Sony NEX-5N, οι διαφοροποιήσεις μεταξύ των τιμών των  $c_1$ ,  $c_2$  φαίνεται να είναι παρόμοιες, κάτι το οποίο διαπιστώνεται εάν παρατηρήσει κανείς τις τυπικές τους αποκλίσεις. Ωστόσο, αν και η τιμή της  $c_2$  είναι πλησιέστερα στην βέλτιστη τιμή της σταθεράς μηχανής, η τυπική της απόκλιση έχει την υψηλότερη τιμή. Οι ανάλογες διαφοροποιήσεις των τιμών των  $c_1$ ,  $c_2$  οδηγούν την τυπική απόκλιση της  $c_m$  να αντιστοιχεί στην μικρότερη από τις τρεις τιμές.

Πίνακας 3-3: Λήψεις με τη μηχανή Canon EOS 550D			
Εικόνα	$c_1$ [ <i>pixel</i> ]	$c_2$ [ <i>pixel</i> ]	$c_m$ [ <i>pixel</i> ]
1	4950.97	4865.47	4908.22
2	4759.63	4969.64	4864.64
3	4891.09	4705.72	4798.40
4	4896.79	4059.17	4477.98
5	3964.22	4912.70	4438.46
6	5011.34	4860.57	4935.96
7	4572.62	4918.92	4745.77
8	4910.55	4861.59	4886.07
9	4927.04	4842.96	4885.00
10	4522.27	<b>18330.20</b>	<b>11426.23</b>
11	4894.89	4937.11	4916.00
12	4007.11	4952.25	4479.68
13	4916.43	4851.93	4884.18
14	5028.67	4939.61	4984.14
15	4941.94	4798.93	4870.44
16	4873.13	4940.43	4906.78
$\delta_{c_i}$	<b>4895.84</b>	<b>4889.09</b>	<b>4884.59</b>
$\sigma_{c_i}$	<b>361.35</b>	<b>3477.73</b>	<b>1700.26</b>

Τιμή της σταθεράς μηχανής μετά την συνόρθωση δέσμης	4938.20 <i>pixel</i>
---	----------------------

Όπως προκύπτει από τον πίνακα αυτόν, η υψηλότερη τιμή της τυπικής απόκλισης αντιστοιχεί στην σταθερά μηχανής  $c_2$ , κάτι το οποίο οφείλεται κυρίως στην ακραία υψηλότερη τιμή.

Φαίνεται πως το ποια από τις σταθερές θα παρουσιάζει μεγαλύτερη διακύμανση, ανάλογα με το σύνολο των εικόνων, δεν είναι δεδομένο. Έτσι, για την απαλοιφή των ακραίων τιμών της κάθε μιας για κάθε σταθερά μηχανής υπολογίζεται η τυπική απόκλισή της, όμως όχι από την μέση τιμή της αλλά από την διάμεσό της. Δηλαδή:

$$\sigma_{c_i} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (c_{i,j} - \delta_{c_i})^2}{N - 1}} \quad (3.29)$$

όπου  $N$  ο αριθμός των εικόνων.

Οι τιμές που βρίσκονται εκτός των ορίων  $[\delta_{c_i} - \sigma_{c_i}, \delta_{c_i} + \sigma_{c_i}]$  απορρίπτονται. Στην συνέχεια, υπολογίζεται εκ νέου η διάμεσος και η τυπική απόκλιση κάθε σταθεράς. Τελικά ως καλύτερη

εκτίμηση της προσεγγιστικής τιμής της σταθεράς μηχανής επιλέγεται η διάμεσος της σταθεράς  $c_1$  ή  $c_2$  με την ελάχιστη τιμή τυπικής απόκλισης της διαμέσου της.

<b>Πίνακας 3-4:</b> Εικόνες από την μηχανή του Phantom 4 Pro			
Εικόνα	$c_1$ [pixel]	$c_2$ [pixel]	$c_m$ [pixel]
1	3686.66	3643.44	3665.05
2	-	3598.63	-
3	3255.84	3618.62	3437.23
4	-	-	-
5	3828.43	3668.88	3748.66
6	3782.84	3661.90	3722.37
7	3659.10	3721.77	3690.44
$\delta_{c_i}$	<b>3686.66</b>	<b>3652.67</b>	<b>3690.44</b>
$\sigma_{c_i}$	<b>232.23</b>	<b>43.10</b>	<b>131.50</b>
Τιμή της σταθεράς μηχανής μετά από την συνόρθωση δέσμης			3619.40 pixel

<b>Πίνακας 3-5:</b> Εικόνες από την μηχανή Sony NEX-5N			
Εικόνα	$c_1$ [pixel]	$c_2$ [pixel]	$c_m$ [pixel]
1	4194.37	3961.27	4077.82
2	4023.35	4132.00	4077.67
3	4032.86	4396.24	4214.55
4	4190.20	4264.08	4227.14
5	4001.13	4082.63	4041.88
6	3890.58	4201.82	4046.20
7	4206.47	-	4617.83
8	4023.65	4263.86	4143.75
9	4621.46	4196.29	4408.87
10	4173.26	3954.96	4064.11
11	-	-	-
12	4102.55	4307.88	4205.21
13	4206.07	-	-
14	4451.07	4320.94	4386.00
$\delta_{c_i}$	<b>4173.26</b>	<b>4201.82</b>	<b>4174.48</b>
$\sigma_{c_i}$	<b>195.80</b>	<b>144.53</b>	<b>182.77</b>
Τιμή της σταθεράς μηχανής μετά από την συνόρθωση δέσμης			4195.20 pixel

<b>Πίνακας 3-6:</b> Εικόνες από την μηχανή Canon EOS 550D			
Εικόνα	$c_1$ [pixel]	$c_2$ [pixel]	$c_m$ [pixel]
1	4950.97	4865.47	4908.22
2	4759.63	4969.64	4864.64
3	4891.09	4705.72	4798.40
4	4896.79	4059.17	4477.98
5	-	4912.70	4438.46
6	5011.34	4860.57	4935.96
7	4572.62	4918.92	4745.77
8	4910.55	4861.59	4886.07
9	4927.04	4842.96	4885.00
10	-	-	-
11	4894.89	4937.11	4916.00
12	-	4952.25	4479.68
13	4916.43	4851.93	4884.18

14	5028.67	4939.61	4984.14
15	4941.94	4798.93	4870.44
16	4873.13	4940.43	4906.78
$\delta_{c_i}$	<b>4910.55</b>	<b>4865.47</b>	<b>4884.18</b>
$\sigma_{c_i}$	<b>117.69</b>	<b>226.86</b>	<b>201.63</b>
Τιμή της σταθεράς μηχανής μετά την συνόρθωση δέσμης			4938.20 <i>pixel</i>

Όπως μπορεί να παρατηρήσει κανείς κοιτάζοντας τα αποτελέσματα, η διαδικασία που περιγράφηκε φαίνεται να επιτυγχάνει ικανοποιητική, γενικά, εκτίμηση της προσεγγιστικής τιμής της σταθεράς μηχανής.

### 3.2.3. Εκτίμηση προσεγγιστικών τιμών εξωτερικού προσανατολισμού

Για τον υπολογισμό εξωτερικών προσανατολισμών, αντί να χρησιμοποιηθούν οι σύνθετες σχέσεις που προτάθηκαν από τον Bender (1971), εφαρμόστηκε ο τρόπος που αναλύθηκε στο δεύτερο κεφάλαιο, δηλαδή με την αξιοποίηση των υπολογισμένων ομογραφιών και γνωστού πίνακα μηχανής, όπως αυτό περιγράφηκε από τον Zhang (2000). Ειδικότερα, ο πίνακας της ομογραφίας χωρίζεται αρχικά σε τρία διανύσματα – ένα για κάθε στήλη του.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3] \quad (3.30)$$

Σύμφωνα με όσο αναφέρθηκαν στο δεύτερο κεφάλαιο, τα τρία διανύσματα-στήλες του πίνακα στροφής υπολογίζονται ως εξής:

$$\mathbf{r}_1 = \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1 \quad (3.31)$$

$$\mathbf{r}_2 = \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_2 \quad (3.32)$$

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \quad (3.33)$$

Ταυτόχρονα, το διάνυσμα της θέσης δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{t} = \lambda \mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_3 \quad (3.34)$$

όπου  $\lambda$  ο συντελεστής κλίμακας που υπολογίζεται ως:

$$\lambda = \frac{1}{\|\mathbf{K}^{-1} \mathbf{h}_1\|} \quad (3.35)$$

### 3.2.4. Εφαρμογή αναγωγής για ακριβέστερο εντοπισμό σημείων στις αρχικές εικόνες

Με σκοπό την εύρεση κατά το δυνατόν ακριβέστερων σημείων στις εικόνες έγινε προσπάθεια να αναχθούν μέσω της ομογραφίας, ώστε να εντοπισθούν σε αυτές τις εικόνες, αντί των αρχικών, τα σημεία και στην συνέχεια να μεταφερθούν (μέσω του πίνακα  $\mathbf{H}$ ) στις αρχικές εικόνες. Αυτό γίνεται με σκοπό να πραγματοποιηθεί η βαθμονόμηση στις αρχικές προφανώς εικόνες χρησιμοποιώντας όμως τις εικονοσυντεταγμένες που εξάγονται αυτόματα στις ανηγμένες εικόνες (που προσφέρουν καλύτερη προοπτική). Έτσι, αυτό το ενδιάμεσο βήμα αποσκοπούσε αποκλειστικά στο εντοπισμό ακριβέστερων σημείων στις αρχικές εικόνες.

Ειδικότερα, αρχικά πραγματοποιείται ο αυτόματος εντοπισμός των σκακιερών και των κορυφών τους στις αρχικές εικόνες. Το μέγεθος της εδαφοψηφίδας των ανηγμένων εικόνων ορίστηκε ως 50  $\mu\text{m}$ , έπειτα από δοκιμές για την εύρεση της μικρότερης δυνατής εδαφοψηφίδας.

Με την αξιοποίηση των υπολογισμένων βάσει της κεντρικής σκακιέρας ομογραφιών και της πληροφορίας για την διάσταση των εικόνων, υπολογίζονται οι συντεταγμένες χώρου των τεσσάρων άκρων κάθε εικόνας. Με τη γνώση των τεσσάρων ζευγών συντεταγμένων μπορεί να βρεθεί η μέγιστη και ελάχιστη κατά  $X$  και κατά  $Y$  συντεταγμένη, ώστε να υπολογιστούν οι διαστάσεις κάθε ανηγμένης εικόνας κατά  $X$  και  $Y$  και ακολούθως οι διαστάσεις σε *pixel*, ως εξής:

$$width_{rec} = X_{max} - X_{min} \qquad height_{rec} = Y_{max} - Y_{min} \qquad (3.36)$$

$$columns_{rec} = \left\lceil \frac{X_{max} - X_{min}}{d} \right\rceil \qquad rows_{rec} = \left\lceil \frac{Y_{max} - Y_{min}}{d} \right\rceil \qquad (3.37)$$

όπου  $d$  το μέγεθος της εδαφοψηφίδας.

Ακολουθεί η επανασύσταση της εικόνας με τη χρήση της δικυβικής παρεμβολής. Με την επανασύσταση της εικόνας εννοείται ουσιαστικά η εύρεση τιμών χρώματος της νέας εικόνας. Πρώτα, υπολογίζονται οι 8 συντελεστές του αντίστροφου προβολικού μετασχηματισμού. Ο υπολογισμός των συντεταγμένων  $X$  και  $Y$  του κάθε *pixel* πραγματοποιείται με χρήση της εδαφοψηφίδας  $d$  ως εξής:

$$X_{rec} = X_{min} + (j_{rec} - 1)d \qquad Y_{rec} = Y_{max} - (i_{rec} - 1)d \qquad (3.38)$$

Για τον υπολογισμό των εικονοσυντεταγμένων  $i, j$  της αρχικής εικόνας μετασχηματίζονται οι συντεταγμένες  $X_{rec}, Y_{rec}$  μέσω του αντίστροφου προβολικού μετασχηματισμού:

$$j = \frac{h_{11}X_{rec} + h_{12}Y_{rec} + h_{13}}{h_{31}X_{rec} + h_{32}Y_{rec} + 1} \qquad i = \frac{h_{21}X_{rec} + h_{22}Y_{rec} + h_{23}}{h_{31}X_{rec} + h_{32}Y_{rec} + 1} \qquad (3.39)$$

Κάθε εικονοψηφίδα  $g(i', j')$  της νέας εικόνας υπολογίζεται ως κεντροβαρικός μέσος όρος των τόνων σε μια γειτονιά  $4 \times 4$  *pixel*. Τα βάρη στην προκειμένη περίπτωση προκύπτουν, ως γνωστόν, μέσω κυβικής συνάρτησης (spline) κατά  $i$  και  $j$ :

$$w(x) = \begin{cases} 1 - 2x^2 + |x|^3 & 0 \leq |x| < 1 \\ 4 - 8|x| + 5x^2 - |x|^3 & 1 \leq |x| < 2 \\ 0 & 2 \leq |x| \end{cases} \qquad (3.40)$$

Τα βάρη κατά  $i$  προκύπτουν ως εξής:

$$\begin{cases} w(x_1) = w(1 + a) \\ w(x_2) = w(a) \\ w(x_3) = w(1 - a) \\ w(x_4) = w(2 - a) \end{cases} \qquad (3.41)$$

όπου  $a = i - \lfloor i \rfloor$ .

Αντίστοιχα, για τα βάρη κατά  $j$  έχει κανείς:

$$\begin{cases} w(y_1) = w(1 + b) \\ w(y_2) = w(b) \\ w(y_3) = w(1 - b) \\ w(y_4) = w(2 - b) \end{cases} \qquad (3.42)$$

όπου  $a = j - \lfloor j \rfloor$ .

Τα τελικά βάρη υπολογίζονται ως εξής:



$$w(k, l) = w(x_k)w(y_l) \quad (3.43)$$

Ταυτόχρονα, ισχύει ότι:

$$\sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 w(k, l) = 1 \quad (3.44)$$

Τελικά, οι εικονοσυντεταγμένες της νέας εικόνας υπολογίζονται ως:

$$g(i', j') = \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 w(k, l) f(i + k - 2, j + l - 2) \quad (3.45)$$

όπου  $f(i + k - 2, j + l - 2)$  η τρέχουσα εικονοψηφίδα της αρχικής εικόνας.

Στην συνέχεια, στις νέες ανηγμένες εικόνες εντοπίζονται αυτόματα οι κορυφές των σκακιερών, όπως αυτό περιγράφηκε προηγουμένως. Για τη μεταφορά των εντοπισμένων σημείων στις αρχικές εικόνες, υπολογίζονται αρχικά οι συντεταγμένες χώρου των κορυφών των σκακιερών κάθε εικόνας με χρήση της επιλεγμένης εδαφοψηφίδας:

$$X_{k,p} = X_{min} + (j'_{k,p} - 1)d \quad Y_{k,p} = Y_{max} - (i'_{k,p} - 1)d \quad (3.46)$$

όπου  $k$  ο δείκτης της σκακιέρας και  $p$  ο δείκτης της κορυφής.

Για τον υπολογισμό των εικονοσυντεταγμένων  $j_{k,p}, i_{j_{k,p}}$  της αρχικής εικόνας μετασχηματίζονται οι ανωτέρω συντεταγμένες  $X_{k,p}, Y_{k,p}$  με τον αντίστροφο προβολικό μετασχηματισμό:

$$j_{k,p} = \frac{h_{11}X_{k,p} + h_{12}X_{k,p} + h_{13}}{a_{31}X_{k,p} + h_{32}X_{k,p} + 1} \quad i_{j_{k,p}} = \frac{h_{21}X_{k,p} + h_{22}X_{k,p} + h_{23}}{h_{31}X_{k,p} + h_{32}X_{k,p} + 1} \quad (3.47)$$

Με αυτές πλέον τις εικονοσυντεταγμένες πραγματοποιείται η βαθμονόμηση στις αρχικές εικόνες. Έπειτα από δοκιμές φάνηκε πως το ενδιάμεσο αυτό βήμα δεν κατορθώνει να βελτιώσει την ακρίβεια της συνόρθωσης. Παρακάτω παρουσιάζονται τα ενδεικτικά αποτελέσματα μίας από τις δοκιμές.

### Με το ενδιάμεσο βήμα (αναγωγή)

<b>Πίνακας 3-7: Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού με το ενδιάμεσο βήμα</b>		
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)
4102.69	2455.50	1631.50

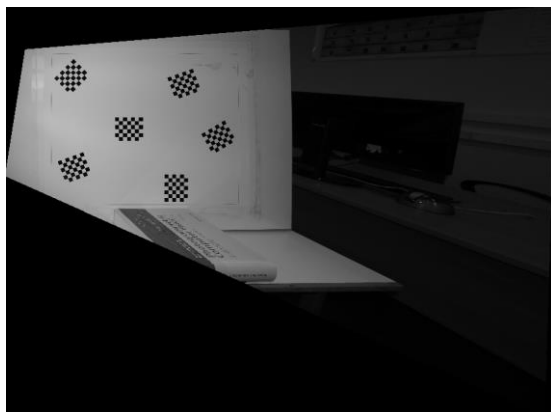
Τα  $x_o, y_o$  αναφέρονται εδώ το σύστημα της ψηφιακής εικόνας.

<b>Πίνακας 3-8: Αρχικές τιμές εξωτερικών προσανατολισμών με το ενδιάμεσο βήμα</b>						
	$X_o$ (m)	$Y_o$ (m)	$Z_o$ (m)	$\omega$ (deg)	$\varphi$ (deg)	$\kappa$ (deg)
DSC06902.JPG	-0.873	0.243	1.220	-10.083	-39.715	-12.156
DSC06888.JPG	1.210	-0.658	1.079	29.801	38.391	-11.427
DSC06896.JPG	0.604	0.766	1.480	-24.475	13.922	6.236
DSC06898.JPG	0.254	0.258	1.483	-9.129	6.375	0.840

<b>Πίνακας 3-9: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης με το ενδιάμεσο βήμα</b>	
Αριθμός επαναλήψεων	4
$\sigma_o$ (pixel)	0.499

<b>Πίνακας 3-10:</b> Αποτελέσματα εσωτερικού προσανατολισμού με το ενδιάμεσο βήμα				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4199.4	-3.4	23.0	-7.867e-09	3.425e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
1.2	3.2	3.1	1.563e-10	3.938e-17

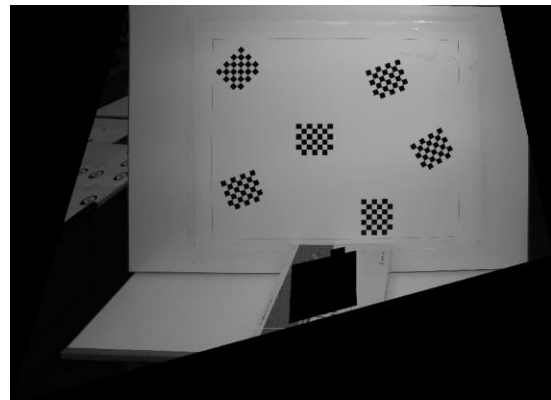
<b>Πίνακας 3-11:</b> Αποτελέσματα εξωτερικών προσανατολισμών με το ενδιάμεσο βήμα						
	$X_o$ (m)	$Y_o$ (m)	$Z_o$ (m)	$\omega$ (deg)	$\varphi$ (deg)	$\kappa$ (deg)
DSC06902.JPG	-0.888	0.251	1.171	-10.544	-41.193	-12.373
DSC06888.JPG	1.221	-0.647	1.067	30.120	39.056	-11.674
DSC06896.JPG	0.593	0.784	1.479	-24.795	13.673	6.102
DSC06898.JPG	0.266	0.282	1.467	-9.811	6.917	0.888



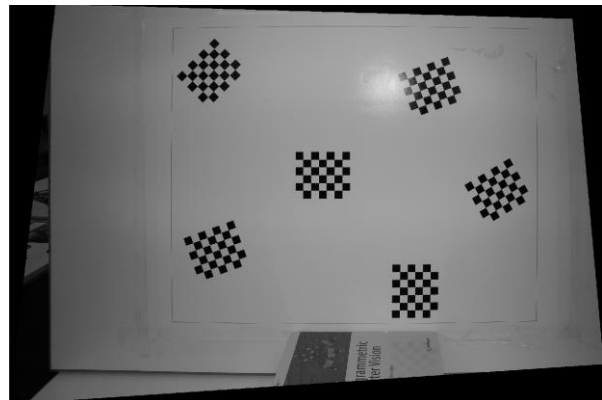
Εικόνα 14: Ανηγμένη εικόνα - DSC06902.JPG



Εικόνα 15: Ανηγμένη εικόνα - DSC06888.JPG



Εικόνα 16: Ανηγμένη εικόνα - DSC06896.JPG



Εικόνα 17: Ανηγμένη εικόνα - DSC06898.JPG

### Χωρίς το ενδιάμεσο βήμα (αναγωγή)

<b>Πίνακας 3-12:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού χωρίς το ενδιάμεσο βήμα		
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)
4102.55	2455.50	1631.50

Τα  $x_o, y_o$  αναφέρονται εδώ το σύστημα της ψηφιακής εικόνας.

<b>Πίνακας 3-13:</b> Αρχικές τιμές εξωτερικών προσανατολισμών χωρίς το ενδιάμεσο βήμα						
	$X_o$ (m)	$Y_o$ (m)	$Z_o$ (m)	$\omega$ (deg)	$\varphi$ (deg)	$\kappa$ (deg)
DSC06902.JPG	-0.873	0.243	1.220	-10.083	-39.717	-12.151
DSC06888.JPG	1.210	-0.658	1.078	29.814	38.403	-11.468
DSC06896.JPG	0.603	0.766	1.480	-24.484	13.899	6.247
DSC06898.JPG	0.252	0.258	1.483	-9.127	6.307	0.826

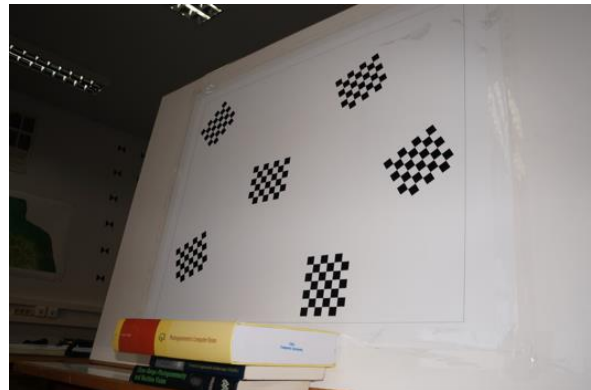
<b>Πίνακας 3-14:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης χωρίς το ενδιαμέσο βήμα	
Αριθμός επαναλήψεων	4
$\sigma_o$ (pixel)	0.392

<b>Πίνακας 3-15:</b> Αποτελέσματα εσωτερικού προσανατολισμού χωρίς το ενδιαμέσο βήμα				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4199.7	-0.2	22.5	-7.771e-09	3.186e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-2</sup> )
0.9	2.6	2.4	1.230e-10	3.104e-17

<b>Πίνακας 3-16:</b> Αποτελέσματα εξωτερικών προσανατολισμών χωρίς το ενδιαμέσο βήμα						
	$X_o$ (m)	$Y_o$ (m)	$Z_o$ (m)	$\omega$ (deg)	$\varphi$ (deg)	$\kappa$ (deg)
DSC06902.JPG	-0.888	0.251	1.171	-10.571	-41.233	-12.395
DSC06888.JPG	1.221	-0.647	1.068	30.092	39.009	-11.663
DSC06896.JPG	0.593	0.785	1.479	-24.802	13.627	6.101
DSC06898.JPG	0.266	0.282	1.467	-9.820	6.877	0.884



**Εικόνα 18:** Αρχική εικόνα - DSC06902.JPG



**Εικόνα 19:** Αρχική εικόνα - DSC06888.JPG



**Εικόνα 20:** Αρχική εικόνα - DSC06896.JPG

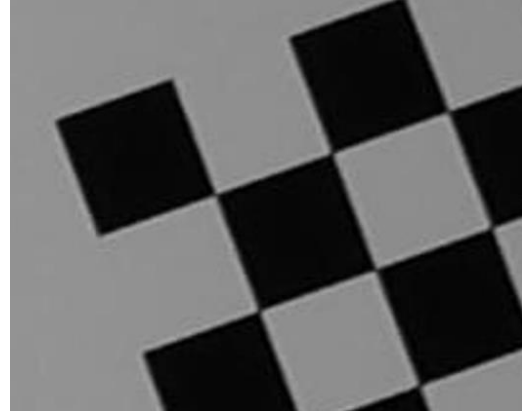


**Εικόνα 21:** Αρχική εικόνα - DSC06898.JPG

Σύμφωνα με αυτά τα αποτελέσματα, οι προσεγγιστικές και οι τελικές τιμές που προκύπτουν με και χωρίς την εφαρμογή του ενδιαμέσου βήματος είναι παραπλήσιες. Οι μεγαλύτερες διαφορές, όσον αφορά τις προσεγγιστικές τιμές, παρατηρούνται μεταξύ των τιμών των στροφών και κυρίως μεταξύ των  $\varphi$ . Όσον αφορά τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού, οι ακρίβειες προσδιορισμού είναι υψηλότερες στην περίπτωση της επίλυσης όπου δεν χρησιμοποιήθηκε το ενδιαμέσο βήμα. Ταυτόχρονα, και το  $\sigma_o$  έχει χαμηλότερη τιμή.



**Εικόνα 22:** Αρχική εικόνα - DSC06902.JPG



**Εικόνα 23:** Ανηγμένη εικόνα - DSC06902.JPG

Για την επίτευξη ικανοποιητικής ανάλυσης των ανηγμένων εικόνων επιλέχθηκε όσο το δυνατόν μικρότερο μέγεθος εδαφοψηφίδας. Ταυτόχρονα, πραγματοποιήθηκε δικυβική παρεμβολή για την επανασύσταση των εικόνων, ώστε να είναι αυτές λιγότερο θορυβώδης. Εντούτοις, η έντονη προοπτική παραμόρφωση του απεικονιζόμενου στην εικόνα αντικειμένου έχει ως αποτέλεσμα αυτό να καταλαμβάνει τελικά μικρότερο μέρος της συνολικής ανηγμένης εικόνας. Έτσι, τα αυτόματα ανιχνευμένα σημεία στις ανηγμένες εικόνες φαίνεται ότι τελικά αποδεικνύονται λιγότερο ακριβή από τα αντίστοιχα ανιχνευμένα στις αρχικές εικόνες. Αυτός μπορεί να είναι και ο λόγος για τον οποίο η βαθμονόμηση στις αρχικές εικόνες, αλλά με εικονοσυντεταγμένες εντοπισμένες στις ανηγμένες, φάνηκε να μην επιτυγχάνει καλύτερα αποτελέσματα. Ταυτόχρονα, σύμφωνα με το παραπάνω παράδειγμα, με την εφαρμογή του ενδιάμεσου βήματος ο αλγόριθμος απαιτεί τον δεκαπενταπλάσιο χρόνο για την εξαγωγή των αποτελεσμάτων. Για τους λόγους αυτούς, το ενδιάμεσο αυτό βήμα δεν συμπεριλήφθηκε τελικά στην τελική εκδοχή του αλγορίθμου.

## 4. Εφαρμογές του αλγορίθμου

Οι εφαρμογές του αλγορίθμου σε σύνολα πραγματικών λήψεων είχαν προηγηθεί από τις εφαρμογές του σε προσομοιωμένες εικόνες, ώστε ελεγχθεί η ορθότητα των αποτελεσμάτων και να μελετηθούν οι δυνατότητες του αλγορίθμου όσον αφορά την εύρεση των αρχικών τιμών υπό διαφορετικές συνθήκες. Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια, η εύρεση του εσωτερικού προσανατολισμού προηγείται και αποτελεί προϋπόθεση για την εύρεση των εξωτερικών προσανατολισμών. Επομένως, η επίδραση του εσωτερικού προσανατολισμού και ειδικότερα της σταθεράς μηχανής στους εξωτερικούς προσανατολισμούς είναι αναμενόμενη. Έτσι, εξετάστηκε η επίδραση του εσφαλμένου  $c$ , του θορύβου στις εικονοσυντεταγμένες, καθώς και των διαφορετικών φακών στο υπολογισμό των εξωτερικών προσανατολισμών. Τα συμπεράσματα που προέκυψαν είναι τα εξής:

- Οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείο  $x_0, y_0$  είναι πολύ ευαίσθητες στον θόρυβο των εικονοσυντεταγμένων, επομένως είναι λογικό να θεωρείται πάντοτε ως αρχική τιμή τους το μηδέν.
- Η σημαντικά εσφαλμένη τιμή του  $c$  δεν επιτρέπει το υπολογισμό του εξωτερικού προσανατολισμού. Η ανοχή της εξαρτάται από την γεωμετρία της εικόνας και ιδιαίτερα, την κλίση της. Συγκεκριμένα, για μεγάλες κλίσεις της εικόνας η ανοχή είναι όλο και πιο περιορισμένη.
- Στην περίπτωση του εσφαλμένου  $c$ , ο θόρυβος δεν έχει ουσιαστική επίδραση. Ωστόσο, ο υπολογισμός του  $c$  εξαρτάται από τον θόρυβο.
- Η επίδραση της εσφαλμένης κατά περίπου 10% τιμής του  $c$  είναι ανεκτή ακόμα και για σχετικά μεγάλες κλίσεις.
- Η επίδραση του εσφαλμένου  $c$ , καθώς και του θορύβου στις εικονοσυντεταγμένες είναι μεγαλύτερη όταν πρόκειται για ευρυγώνιο φακό και μικρότερο όταν πρόκειται για οξυγώνιο.

Παρακάτω θα γίνει η αξιολόγηση του εσωτερικού προσανατολισμού των διαθέσιμων συνόλων πραγματικών λήψεων, που απεικονίζουν πολλαπλούς κανάβους, βάσει των παρακάτω κριτηρίων:

1. Τα  $\sigma$  των παραμέτρων
2. Τις συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων του εσωτερικού και εξωτερικού, αλλά και μεταξύ των παραμέτρων του εσωτερικού και “in-plane” παραμέτρων μετάθεσης και στροφής των σκακιερών

Ταυτόχρονα, τα παραπάνω αποτελέσματα θα δοθούν για διαφορετικές λύσεις με διαφορετική γεωμετρία και αριθμό εικόνων. Έπειτα, τα αποτελέσματα αυτά θα συγκριθούν με λύσεις από μια σκακιέρα βάσει των κριτηρίων 1 και 2.

### 4.1. Πραγματικές λήψεις πολλαπλών κανάβων τυχαίου προσανατολισμού

Για την αξιολόγηση του εσωτερικού προσανατολισμού υπολογισμένου από τον αλγόριθμο, από κάθε σύνολο εικόνων χρησιμοποιήθηκαν μόνο οι εικόνες στις οποίες είχαν ανιχνευτεί με επιτυχία όλες οι σκακιέρες. Ο αποτυχημένος εντοπισμός κυρίως των σκακιερών που βρισκόντουσαν στις άκρες τις εικόνας οφειλόταν πιθανότερα στο μικρό μέγεθος τους και την μεγάλη κλίση της εικόνας.

#### 4.1.1. Λήψεις από Phantom 4 Pro

Ο αλγόριθμος είχε δοκιμασθεί σε δύο σύνολα εικόνων από την μηχανή του Phantom 4 Pro. Το πρώτο σύνολο αποτελείται από 7 εικόνες 12 σκακιερών διαστάσεων  $6 \times 7$ , ενώ το δεύτερο από

34 εικόνες 5 σκακιερών του Εργαστηρίου Φωτογραμμετρίας διαστάσεων  $5 \times 6$ . Αρχικά, θα παρουσιαστούν τα αποτελέσματα του πρώτου συνόλου για διαφορετικές λύσεις με διαφορετική γεωμετρία και αριθμό εικόνων.

Οι ρυθμίσεις των λήψεων του πρώτου σετ φαίνονται στον Πίνακα 4-1.

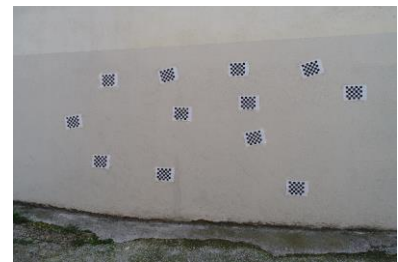
<b>Πίνακας 4-1:</b> Ρυθμίσεις λήψεων πρώτου σετ	
Εστιακή απόσταση:	8.8 mm
Ταχύτητα κλείστρου:	1/320 s ή 1/500 s
Διάφραγμα:	f/2.8 ή f/3.5 ή f/4
ISO:	100
Ονομαστική ανάλυση:	20 MP
Διάσταση εικόνων:	5472 × 3648



Εικόνα 24: DJI\_0766.JPG



Εικόνα 25: DJI\_0760.JPG

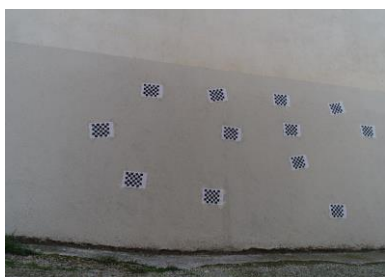


Εικόνα 26: DJI\_0757.JPG

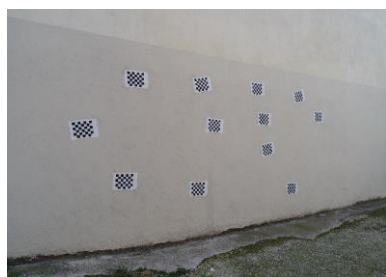
Αρχικά, επιλέχθηκαν από τις επτά εικόνες οι τρεις με την φτωχότερη γεωμετρία (Εικ. 24-26). Η τελική τιμή του  $c$  φαίνεται να διαφέρει από την αρχική κατά λιγότερο από 1%. Για τους λόγους που προαναφέρθηκαν, αρχικά θεωρείται ότι το πρωτεύον σημείο βρίσκεται στο κέντρο της εικόνας. Ωστόσο, οι τελικές τιμές των συντεταγμένων του δείχνουν πως απέχει σημαντικά από αυτό.

<b>Πίνακας 4-2:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3695.3	2735.5	1823.5	0.0	0.0

<b>Πίνακας 4-3:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3665.0	10.0	19.4	-4.637e-10	5.692e-17
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
2.4	2.7	3.0	1.071e-10	1.724e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.494	



Εικόνα 27: DJI\_0766.JPG



Εικόνα 28: DJI\_0760.JPG



Εικόνα 29: DJI\_0755.JPG

Με την αντικατάσταση της μίας εικόνας με μια άλλη με καλύτερη γεωμετρία (Εικ. 27-29) η ακρίβεια προσδιορισμού του  $c$  έχει αυξηθεί, ωστόσο του πρωτεύοντος σημείου έχει μειωθεί.

Επιπλέον, φαίνεται πως η τιμή του  $x_o$  έχει μεταβληθεί σημαντικά. Αρκετά μεγάλη μεταβολή παρουσιάζει και η συντεταγμένη  $y_o$ , καθώς και ο συντελεστής  $k_2$ .

<b>Πίνακας 4-4:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3643.8	2735.5	1823.5	0.0	0.0

<b>Πίνακας 4-5:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3641.8	-10.2	31.1	-4.687e-10	7.906e-17
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
1.8	3.0	3.6	1.248e-10	1.765e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.643	



**Εικόνα 30:** DJI\_0764.JPG



**Εικόνα 31:** DJI\_0761.JPG



**Εικόνα 32:** DJI\_0755.JPG

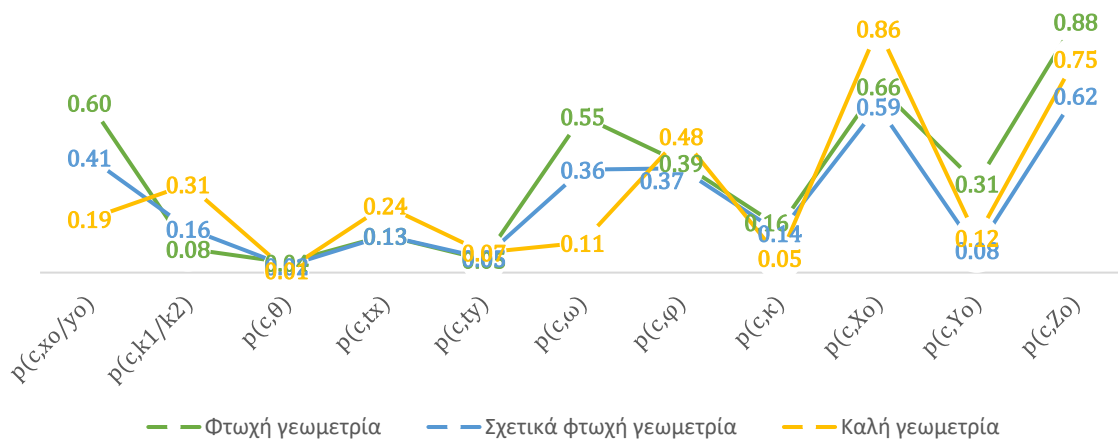
Η επιλογή των τριών εικόνων με την καλύτερη γεωμετρία από ολόκληρο το σετ (Εικ. 30-32) έχει ως αποτέλεσμα να μειωθούν οι ακρίβειες προσδιορισμού των τεσσάρων από τις πέντε παραμέτρους και να αυξηθεί ξανά το  $\sigma_o$ . Αυτό πιθανώς οφείλεται στο γεγονός ότι στις εικόνες με μικρές στροφές, εντοπίζονται καλύτερα τα σημεία από ό,τι στις εικόνες με εντονότερη προοπτική. Επομένως, αφού το  $\sigma_o$  αποτελεί στην πραγματικότητα μια ένδειξη για την ακρίβεια μέτρησης των σημείων, θα είναι μικρότερο για επίλυση στην οποία τα σημεία εντοπίζονται πιο εύκολα και με μεγαλύτερη ακρίβεια. Εύκολα παρατηρείται η σημαντική μεταβολή των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου σε σχέση με την προηγούμενη επίλυση. Ταυτόχρονα, μεταβλήθηκαν και οι συντελεστές της ακτινικής διαστρόφης.

<b>Πίνακας 4-6:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3652.7	2735.5	1823.5	0.0	0.0

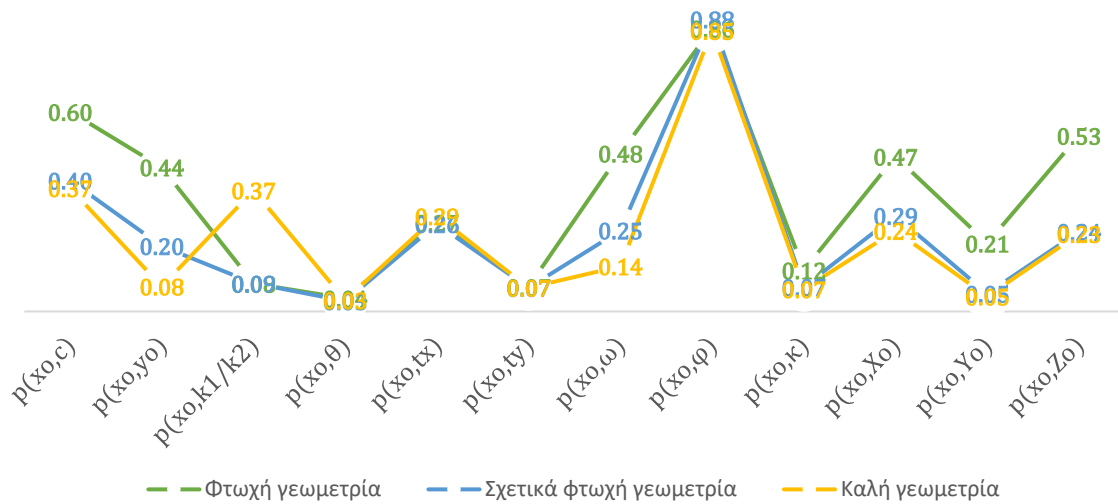
<b>Πίνακας 4-7:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_{12}$ (pixel <sup>-4</sup> )
3653.6	9.2	8.3	-3.650e-09	8.418e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
4.1	4.5	3.1	2.007e-10	5.200e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.743	

Σύμφωνα με το πρώτο διάγραμμα (Εικ. 33), το οποίο αναπαριστά τις απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους, φαίνεται πως η δεύτερη τριάδα των εικόνων επιτυγχάνει να μειώσει τις συσχετίσεις του  $c$  με τις παραμέτρους εξωτερικού προσανατολισμού αποτελεσματικότερα από τις άλλες δύο ομάδες. Διαφορετικά, με τις εικόνες καλής γεωμετρίας αν και μειώνεται η συσχέτιση του  $c$  με τη στροφή  $\omega$ , αυξάνεται εκείνη με τη στροφή  $\varphi$  και την “in-plane” παράμετρο μετάθεσης  $t_x$ . Η φτωχή προοπτική των εικόνων φαίνεται να αυξάνει την συσχέτιση του  $c$  με τη στροφή  $\omega$  και τα  $Y_o, Z_o$ . Όσον αφορά τα  $x_o, y_o$  (Εικ. 34-35), η φτωχή γεωμετρία ευθύνεται για την γενική αύξηση των συσχετίσεών τους με τα στοιχεία του εξωτε-

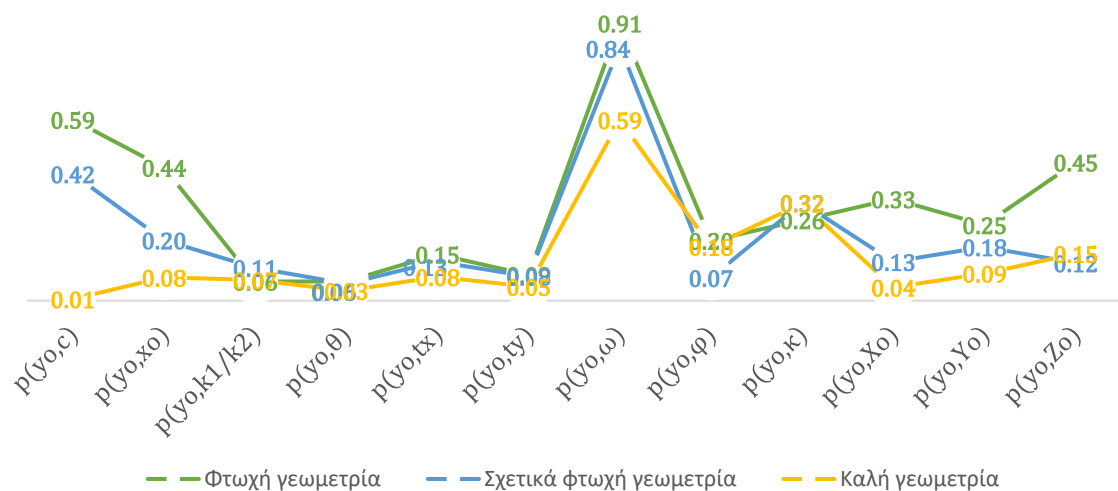
ρικού προσανατολισμού. Στην περίπτωση του συντελεστή  $k_2$  (Εικ. 37) οι εικόνες καλής γεωμετρίας φαίνεται να μεγαλώνουν τις συσχετίσεις του με τις υπόλοιπες παραμέτρους.



**Εικόνα 33:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

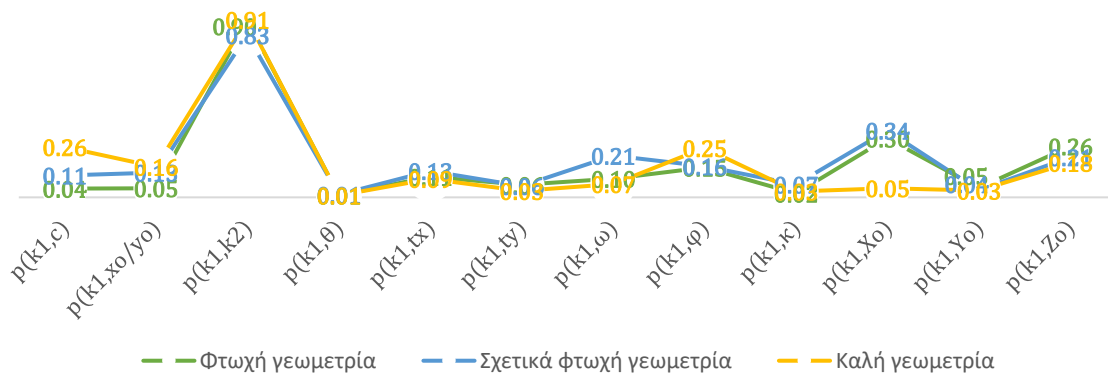


**Εικόνα 34:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

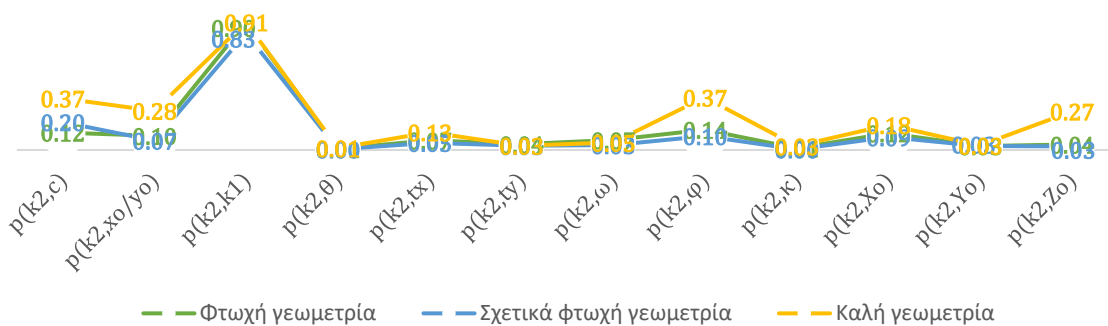


**Εικόνα 35:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους





**Εικόνα 36:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 37:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Στην συνέχεια εξετάζεται το πώς μεταβάλλεται η ακρίβεια προσδιορισμού των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς και οι τιμές των συσχετίσεων μεταξύ των στοιχείων του και των υπόλοιπων άγνωστων παραμέτρων συναρτήσει του αριθμού των εικόνων.



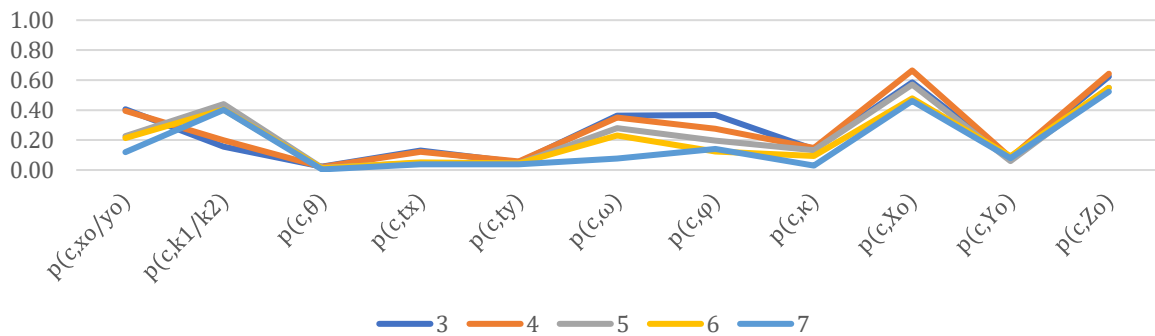
**Εικόνα 38:** Όλες εικόνες του πρώτου σετ εικόνων

Αριθμός εικόνων	$c$ (pixel)	$x_0$ (pixel)	$y_0$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )	$\sigma_0$ (pixel)
3 (1, 2, 3)	3641.8 ±1.8	-10.2 ±3.0	31.1 ±3.6	-4.687e-10 ±1.248e-10	7.906e-17 ±1.765e-17	±0.643
4 (1-4)	3639.5 ±2.0	-5.8 ±3.1	44.6 ±3.6	-7.052e-10 ±9.306e-11	7.870e-17 ±1.757e-17	±0.753
5 (1-5)	3637.8 ±1.8	-19.5 ±2.9	48.9 ±3.8	-9.921e-10 ±9.451e-11	1.308e-16 ±1.885e-17	±0.863
6 (1-6)	3632.5 ±1.6	3.4 ±2.8	35.6 ±3.7	-5.574e-10 ±8.771e-11	2.941e-17 ±1.539e-17	±0.927
7 (1-7)	3619.4 ±1.4	0.4 ±2.6	6.2 ±2.7	-3.080e-10 ±8.304e-11	3.546e-17 ±1.494e-17	±0.945

Φαίνεται πως ο αριθμός των εικόνων, αν και αυξάνει το  $\sigma_0$ , για τον λόγο που αναφέρθηκε παραπάνω, μειώνει γενικά τα  $\sigma$  των παραμέτρων (καλύτερη γεωμετρία). Ωστόσο, με τη προσθήκη τέταρτης εικόνας παρατηρήθηκε μείωση της ακρίβειας προσδιορισμού των παραμέτρων. Επίσης, το  $\sigma$  του  $y_0$ , σε αντίθεση με τις υπόλοιπες παραμέτρους, μειώνεται σημαντικά

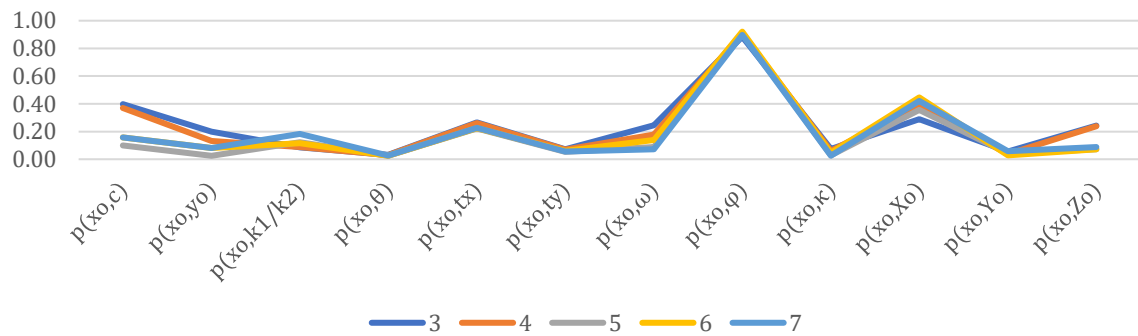
με τη προσθήκη της τελευταίας εικόνας. Η τιμή της σταθερά της μηχανής μειώνεται συνεχόμενα καθώς πληθαίνουν οι εικόνες. Οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου, οι οποίες αποτελούν τις πιο ασταθείς παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού, συνεχίζουν να μεταβάλλονται από επίλυση σε επίλυση. Αντίστοιχα, και οι τιμές του συντελεστή  $k_1$ ,  $k_2$  φαίνεται να μην έχουν σταθεροποιηθεί ακόμη.

Παρατηρείται (Εικ. 39) πως ο μεγαλύτερος αριθμός εικόνων ελαττώνει γενικά τη συσχέτιση του  $c$  με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού, αλλά και με τις “in-plane” παραμέτρους μετάθεσης και στροφής των σκακιερών.

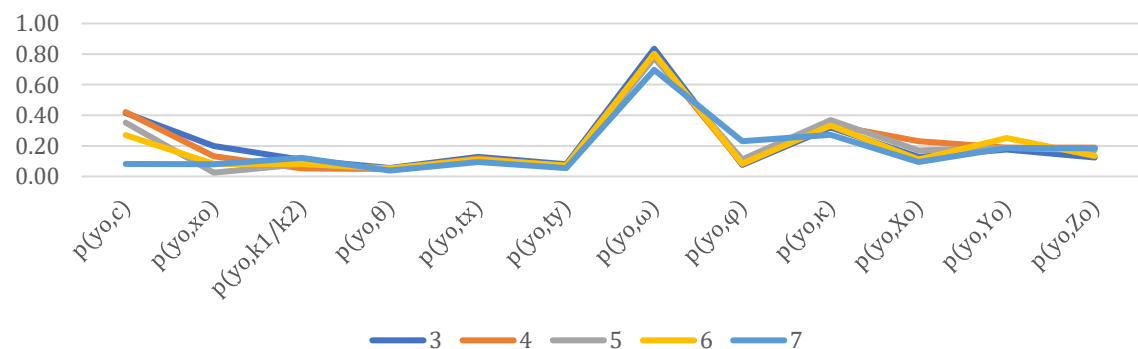


**Εικόνα 39:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Επιπλέον, εύκολα διαπιστώνει κανείς (Εικ. 41-42) την υψηλή συσχέτιση του  $x_0$  με τη στροφή  $\varphi$  και την αντίστοιχη συσχέτιση του  $y_0$  με τη στροφή  $\omega$  ανεξάρτητα από τον αριθμό των εικόνων. Ο μεγαλύτερος αριθμός εικόνων, όπως στην περίπτωση του  $c$ , ελαττώνει την ασθενή συσχέτιση των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου με τις “in-plane” παραμέτρους μετάθεσης και στροφής των σκακιερών. Επίσης, είναι εμφανής και η ασθενής συσχέτιση του  $x_0$  με το  $X_0$  και του  $y_0$  με τη στροφή  $\kappa$ .

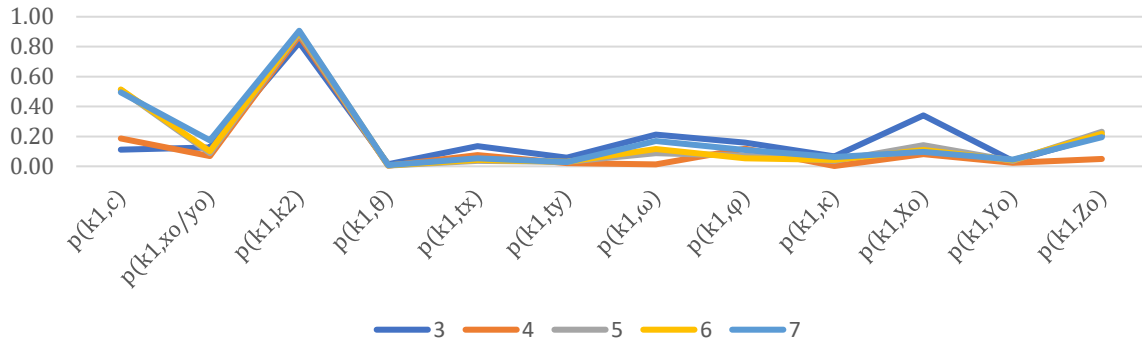


**Εικόνα 40:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

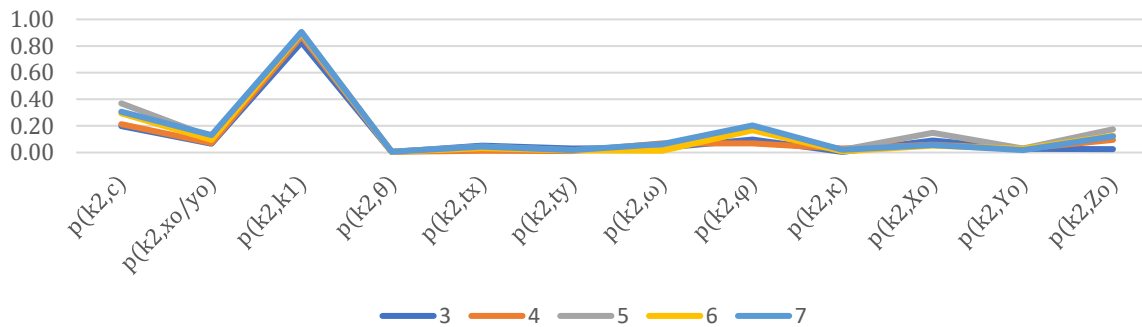


**Εικόνα 41:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Σύμφωνα με τα δύο επόμενα διαγράμματα (Εικ. 42-43), με τη χρήση επτά εικόνων ελαττώνονται οι συσχετίσεις των δύο συντελεστών της διαστροφής με τις “in-plane” παραμέτρους μετάθεσης και στροφής, ωστόσο αυξάνονται οι συσχετίσεις τους με τις τρεις στροφές και το  $Z_0$ . Παρ’ όλα αυτά παραμένουν ασήμαντες. Οι υψηλές συσχετίσεις μεταξύ των δύο συντελεστών της διαστροφής δεν δημιουργούν πρόβλημα, αφού πρόκειται για συσχετίσεις εντός του σετ των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού.



**Εικόνα 42:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 43:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Όπως προαναφέρθηκε, το δεύτερο σετ αποτελείται από 34 εικόνες πέντε σκακιερών διαστάσεων  $5 \times 6$ . Οι ρυθμίσεις των λήψεων του σετ αυτού φαίνονται στον Πίνακα 4-9.

<b>Πίνακας 4-9:</b> Ρυθμίσεις λήψεων δεύτερου σετ	
Εστιακή απόσταση:	8.8 mm
Ταχύτητα κλείστρου:	1/30 s ή 1/40 s ή 1/50 s ή 1/60 s
Διάφραγμα:	f/3.2 ή f/3.5
ISO:	100
Ονομαστική ανάλυση:	20 MP
Διάσταση εικόνων:	5472 × 3648

Αρχικά εξετάζονται οι ακρίβειες προσδιορισμού των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς και οι συσχετίσεις τους με τις υπόλοιπες παραμέτρους για διαφορετική γεωμετρία των λήψεων. Έτσι, επιλέχθηκαν πρώτα πέντε εικόνες φτωχής γεωμετρίας, οι οποίες παρουσιάζονται στην Εικ. 44.



**Εικόνα 44:** Πέντε εικόνες φτωχής γεωμετρίας

Η φτωχή γεωμετρία των εικόνων φαίνεται να επηρεάζει σημαντικά τον επιτυχημένο υπολογισμό της προσεγγιστικής τιμής του  $c$ . Ταυτόχρονα, χαμηλή είναι ακρίβεια προσδιορισμού του  $c$ , καθώς και του  $x_o$  (η οποία μάλιστα ξεπερνάει την τιμή του). Παρατηρείται αμέσως μια διαφορά στις τιμές των συντελεστών  $k_1, k_2$  του πολυωνύμου της ακτινική διαστροφή σε σχέση με το προηγούμενο σετ εικόνων. Αυτό συμβαίνει διότι, αν και πρόκειται για ίδιου τύπου μηχανή, το σύστημα διαθέτει στην μνήμη του μια βασική καμπύλη διαστροφής και, ανάλογα με την περίπτωση, κάνει μόνο του την διόρθωση και έτσι δίνει διορθωμένες εικόνες. Έτσι, δεν έχει νόημα η άμεση σύγκριση, καθώς πρόκειται για δύο διαφορετικές γεωμετρίες μηχανής.

Πίνακας 4-10: Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
5564.0	2735.5	1823.5	0.0	0.0

Πίνακας 4-11: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3649.3	-2.2	-19.3	8.091e-10	-6.217e-17
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
49.0	7.2	2.5	5.352e-11	8.046e-18
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
56			0.429	



Εικόνα 45: Πέντε εικόνες με μικρές στροφές  $\omega$  και  $\varphi$

Η επιλογή εικόνων κάπως καλύτερης γεωμετρίας (Εικ. 45) φαίνεται να βελτιώνει την ακρίβεια προσδιορισμού των τριών βασικών παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού. Η αρχική τιμή του  $c$  φαίνεται να προσεγγίζει τώρα καλύτερα την τελική τιμή του, η οποία διαφέρει κατά περίπου 1% από αντίστοιχη της προηγούμενης επίλυσης. Την σημαντικότερη μεταβολή εμφανίζει ο συντελεστής  $k_2$ . Αξίζει να παρατηρηθεί η σημαντική μείωση του αριθμού των επαναλήψεων που απαιτούνται για την ολοκλήρωση της συνόρθωσης.

Πίνακας 4-12: Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3785.5	2735.5	1823.5	0.0	0.0

Πίνακας 4-13: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
3688.8	-5.5	-25.8	1.073e-09	-1.017e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
7.1	1.4	1.7	6.390e-11	1.017e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
5			0.431	

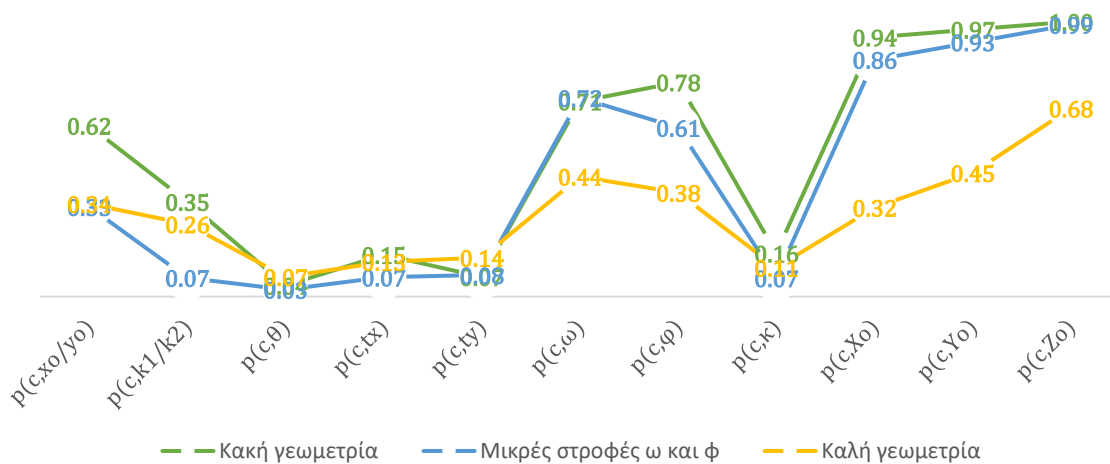


Εικόνα 46: Πέντε εικόνες καλής γεωμετρίας

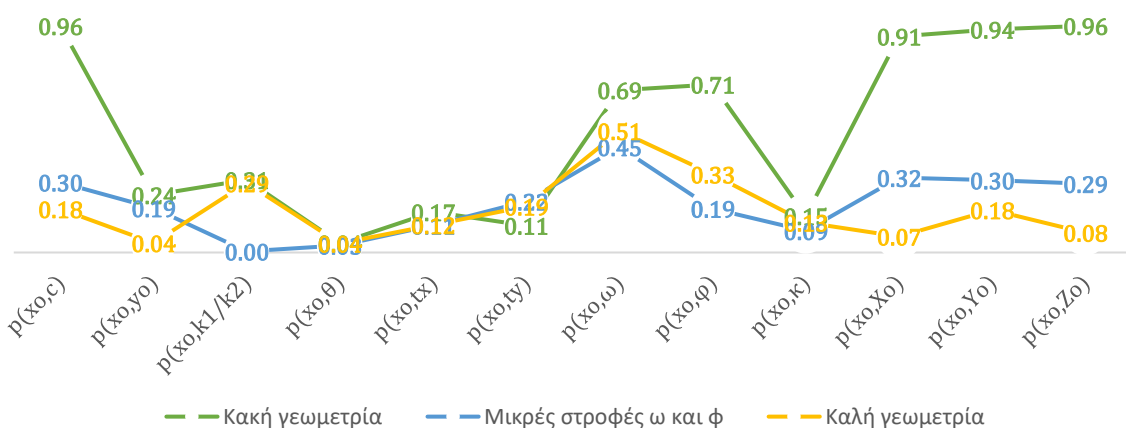
Η καλή γεωμετρία των λήψεων (Εικ. 46) αυξάνει την ακρίβεια προσδιορισμού όλων των παραμέτρων. Η τιμή της σταθεράς μηχανής διαφοροποιήθηκε ελάχιστα από την αντίστοιχη τιμή της προηγούμενης επίλυσης. Διαφορετικά, την υψηλότερη μεταβολή παρουσιάζουν οι συντελεστές της ακτινικής διαστρόφης.

Πίνακας 4-14: Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>4</sup> )
3648.5	2735.5	1823.5	0.0	0.0

Πίνακας 4-15: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>4</sup> )
3687.4	-3.1	-22.1	4.751e-10	-3.486e-17
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>4</sup> )
1.0	1.0	1.5	5.868e-11	7.870e-18
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
3			0.457	



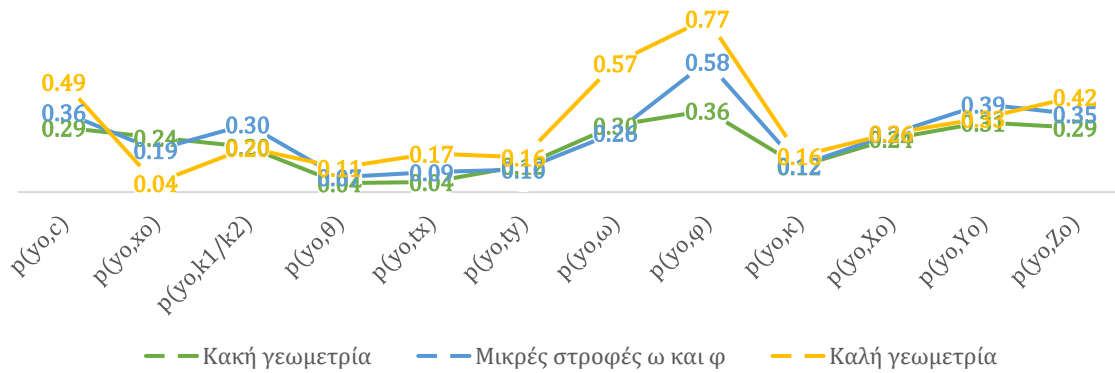
Εικόνα 47: Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



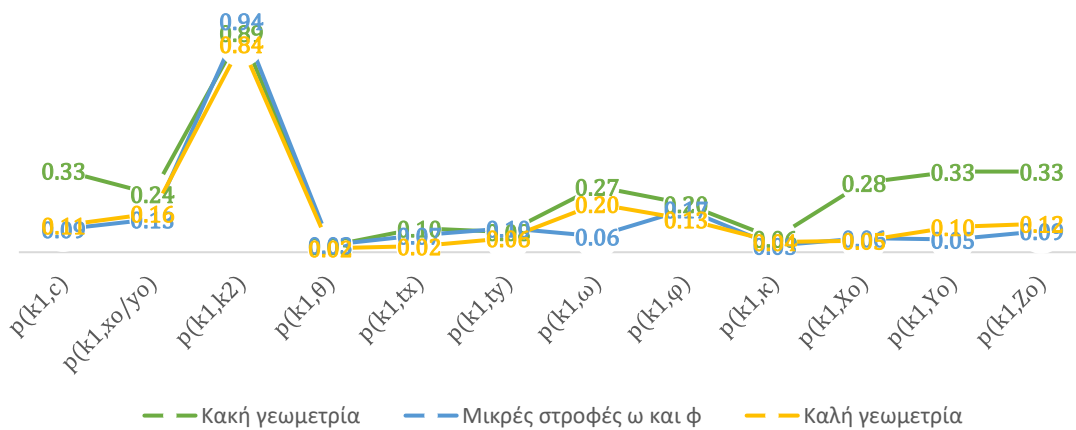
Εικόνα 48: Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Εύκολα παρατηρείται πως η καλή γεωμετρία των εικόνων μειώνει πολύ τις συσχετίσεις του  $c$  με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού (Εικ. 47). Στην περίπτωση του  $x_o$  (Εικ. 48) αυτό επιτυγχάνεται και για εικόνες με μικρές στροφές  $\omega$  και  $\varphi$ . Διαφορετικά όμως, η καλύ-

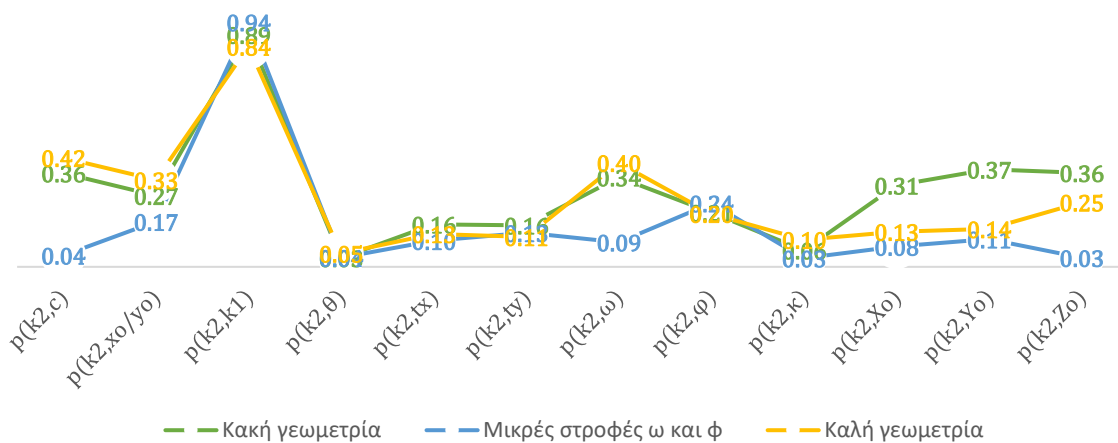
τερη γεωμετρία των λήψεων δείχνει εδώ (Εικ. 49) να αυξάνει γενικά τις συσχετίσεις του  $y_0$  με τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού, καθώς και με τις “in-plane” παραμέτρους μετάθεσης και στροφής. Όσον αφορά τους συντελεστές της ακτινικής διαστολής (Εικ. 50-51), οι εικόνες του δεύτερου και τρίτου σετ επιτυγχάνουν την μείωση των συσχετίσεών τους με τις υπόλοιπες παραμέτρους, ωστόσο αξίζει να παρατηρηθεί πως η εικόνας με καλή γεωμετρία αυξάνουν τη συσχέτιση των δύο συντελεστών με τη στροφή  $\omega$ , ενώ εκείνες με μικρές στροφές τη συσχέτισή τους με τη στροφή  $\phi$ .



**Εικόνα 49:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 50:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 51:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Ακολούθως, εξετάστηκε το πώς μεταβάλλονται τα ανωτέρω συναρτήσι του αριθμού των εικόνων (όλες οι εικόνες φαίνονται στην Εικ. 52).

Εύκολα παρατηρεί κανείς στον Πίνακα 4-16 πως η ακρίβεια προσδιορισμού όλων των παραμέτρων αυξάνεται με τον αριθμό των εικόνων. Η τιμή της σταθεράς μηχανής δεν μεταβάλλεται σημαντικά καθώς προστίθενται νέες εικόνες.

Από την άλλη μεριά, οι τιμές των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου παρουσιάζουν μεγαλύτερες μεταβολές, ωστόσο από 12 εικόνες και πέρα οι μεταβολές αυτές δεν ξεπερνούν το 1 *pixel*.

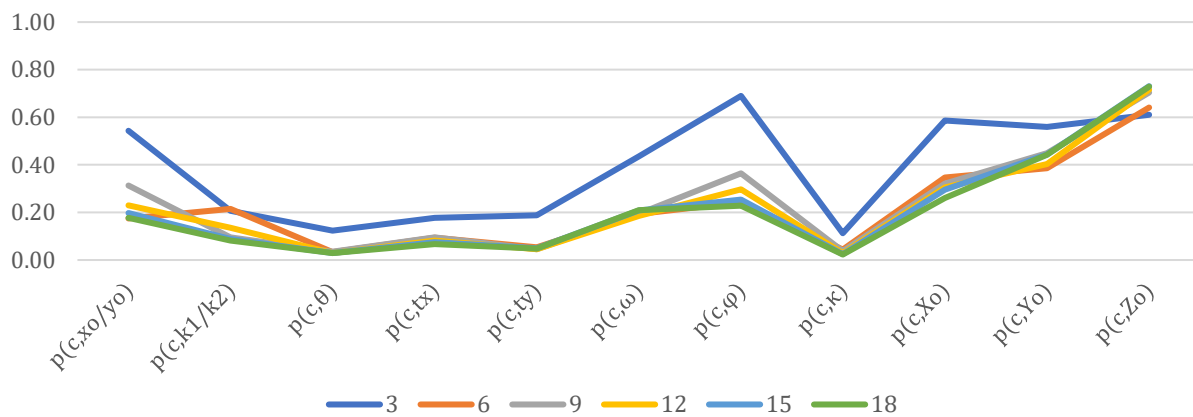
Τέλος, οι τιμές των συντελεστών της ακτινικής διαστρωφής, αν και τείνουν να σταθεροποιούνται από 9 και πλέον εικόνες, εξακολουθούν να παρουσιάζουν κάποιες μικρές μεταβολές.

<b>Πίνακας 4-16:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσι του αριθμού των εικόνων						
Αριθμός εικόνων	$c$ ( <i>pixel</i> )	$x_o$ ( <i>pixel</i> )	$y_o$ ( <i>pixel</i> )	$k_1$ ( <i>pixel</i> <sup>-2</sup> )	$k_2$ ( <i>pixel</i> <sup>-4</sup> )	$\sigma_o$ ( <i>pixel</i> )
3 (1, 2, 3)	3688.0 ±1.7	-4.5 ±2.0	-18.9 ±2.9	7.238e-10 ±1.042e-10	-8.071e-17 ±1.499e-17	±0.454
6 (1-6)	3688.4 ±0.9	-7.0 ±1.0	-17.6 ±1.3	8.055e-10 ±5.742e-11	-7.008e-17 ±7.928e-18	±0.463
9 (1-9)	3688.3 ±0.8	-3.5 ±0.7	-13.4 ±0.8	5.882e-10 ±3.762e-11	-3.111e-17 ±4.203e-18	±0.474
12 (1-12)	3687.7 ±0.7	-3.0 ±0.6	-15.0 ±0.7	5.377e-10 ±3.267e-11	-2.713e-17 ±3.662e-18	±0.477
15 (1-15)	3688.4 ±0.7	-4.0 ±0.5	-15.8 ±0.6	5.056e-10 ±2.830e-11	-2.337e-17 ±3.164e-18	±0.464
18 (1-18)	3688.3 ±0.6	-4.4 ±0.5	-16.2 ±0.6	4.843e-10 ±2.700e-11	-2.158e-17 ±2.989e-18	±0.461
21 (1-21)	3688.0 ±0.6	-4.1 ±0.4	-16.1 ±0.5	5.270e-10 ±2.349e-11	-2.552e-17 ±2.705e-18	±0.457
24 (1-24)	3687.7 ±0.6	-4.0 ±0.4	-15.7 ±0.5	5.686e-10 ±2.131e-11	-2.946e-17 ±2.530e-18	±0.453
27 (1-27)	3687.5 ±0.6	-4.1 ±0.4	-15.7 ±0.4	6.156e-10 ±1.915e-11	-3.309e-17 ±2.391e-18	±0.461
30 (1-30)	3687.5 ±0.5	-4.2 ±0.4	-15.9 ±0.4	6.292e-10 ±1.885e-11	-3.485e-17 ±2.346e-18	±0.471
34 (1-34)	3687.5 ±0.5	-4.2 ±0.4	-16.4 ±0.4	6.237e-10 ±1.823e-11	-3.482e-17 ±2.282e-18	±0.467

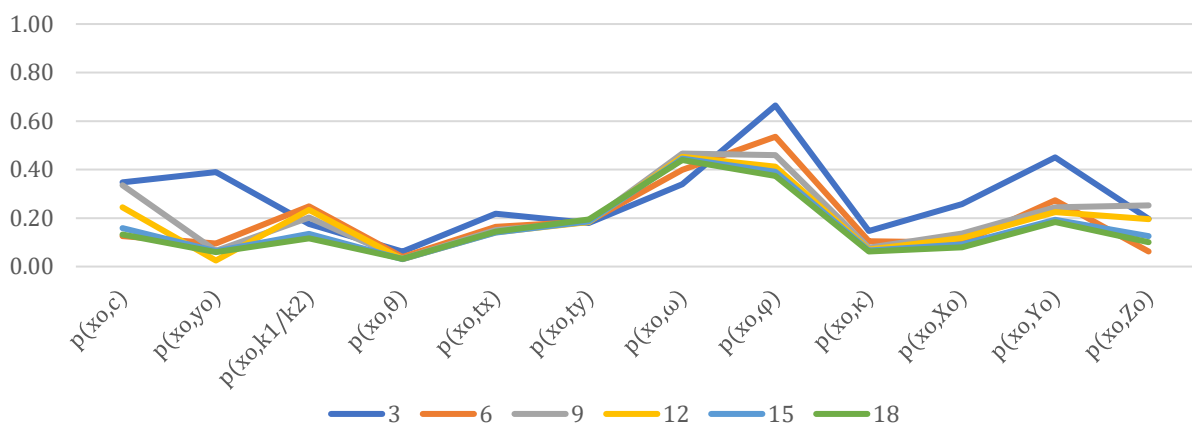


**Εικόνα 52:** Όλες εικόνες του δεύτερου σετ

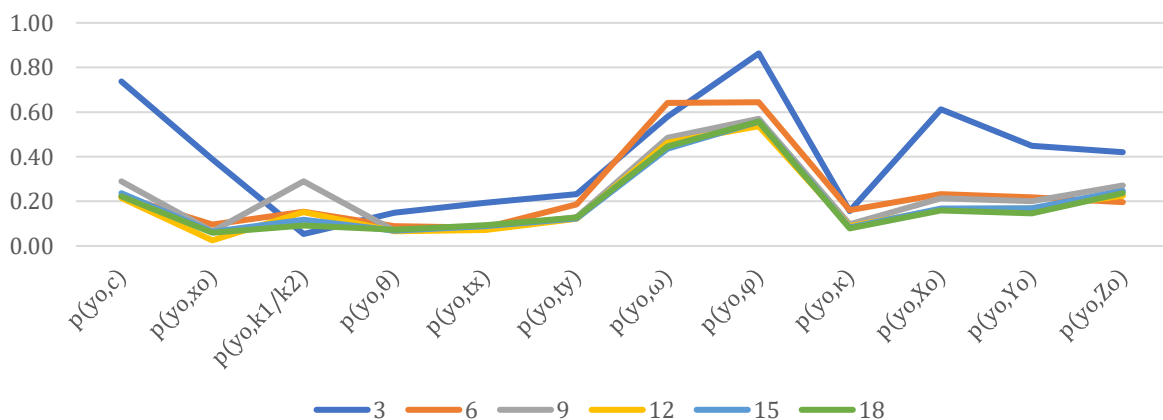
Οι συσχετίσεις των παραμέτρων του εσωτερικού με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού (Εικ. 53-57) φαίνεται γενικά να μειώνονται με την αύξηση του αριθμού των εικόνων. Η αρχικά υψηλή συσχέτιση του  $c$  με την στροφή  $\varphi$  γρήγορα ελαττώνεται με περισσότερες εικόνες. Οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου εμφανίζουν συσχετίσεις και με τις δύο στροφές  $\omega$  και  $\varphi$ . Ωστόσο το  $x_0$  συσχετίζεται, ως συνήθως, πιο έντονα με τη στροφή  $\omega$ , ενώ το  $y_0$  με τη  $\varphi$ . Οι συσχετίσεις πρακτικά σταματούν να διαφοροποιούνται έπειτα από 15 εικόνες. Για τον λόγο αυτό επιλέχθηκε να μην παρουσιάζονται στα διαγράμματα αυτά οι τιμές των συσχετίσεων για πάνω από 18 εικόνες.



**Εικόνα 53:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

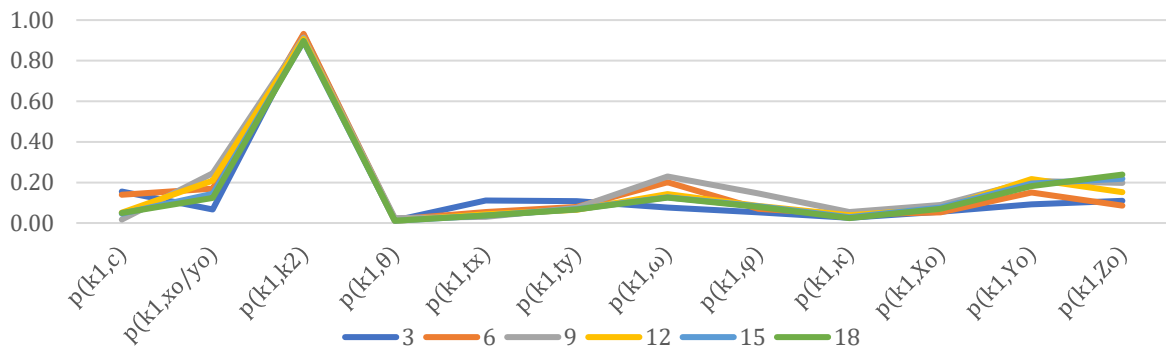


**Εικόνα 54:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

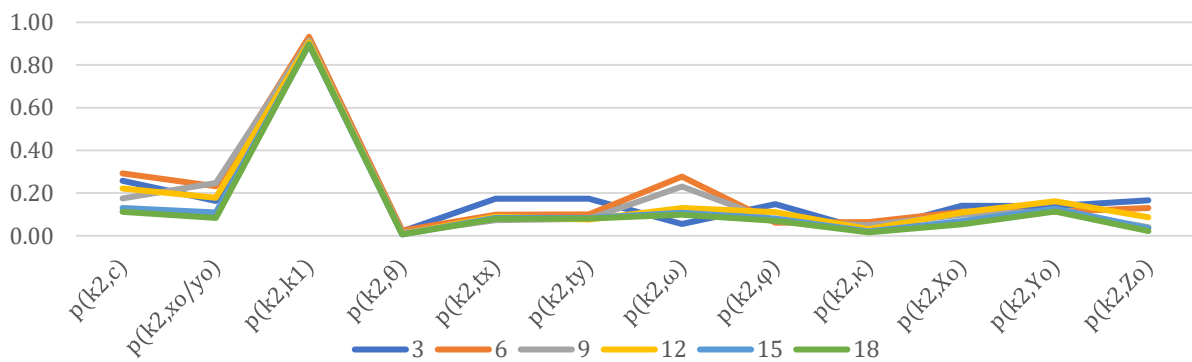


**Εικόνα 55:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



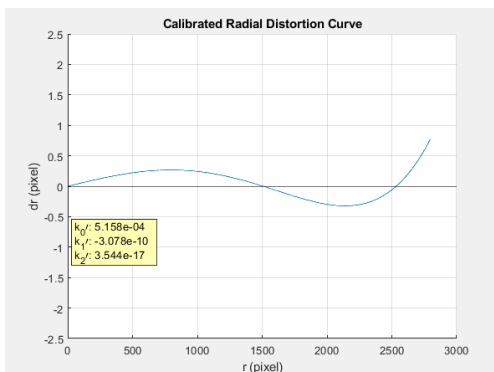


**Εικόνα 56:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

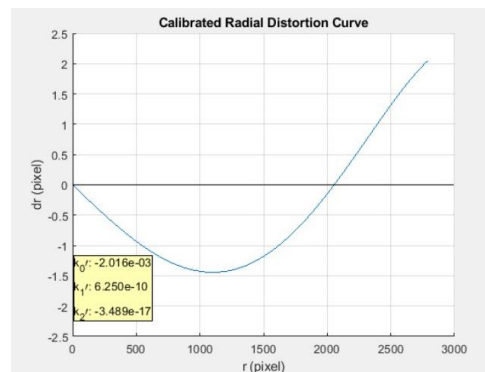


**Εικόνα 57:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Αξίζει να παρατηρηθούν οι βαθμονομημένες καμπύλες ακτινικής διαστρόφης (Εικ. 58-59), καθώς και τα  $c$  που αντιστοιχούν σε εκείνες για τις επιλύσεις με τα δύο διαφορετικά σετ εικόνων ίδιας μηχανής. Η αριστερή καμπύλη φαίνεται να είναι σχεδόν πλήρως διορθωμένη, λόγω της διόρθωσης που κάνει το ίδιο το σύστημα. Έτσι εξηγείται και η διαφορά στις τιμές των νέων  $c$ .



**Εικόνα 58:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης για επίλυση με εικόνες 12 σκακιερών



**Εικόνα 59:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης για επίλυση με εικόνες 5 σκακιερών

<b>Πίνακας 4-17:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπυλών ακτινικής διαστρόφης	
$c + \Delta c = 3617.5 \text{ pixel}$	$c + \Delta c = 3694.9 \text{ pixel}$

#### 4.1.2. Λήψεις με μηχανή Sony NEX-5N

Στην συνέχεια, ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε σε δύο ομάδες λήψεων από τη μηχανή Sony NEX-5N, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν στο Εργαστήριο Φωτογραμμετρίας σε διαφορετική χρονική στιγμή. Το πρώτο σετ αποτελείται από 14 λήψεις έξι σκακιερών διαστάσεων  $6 \times 7$ , ενώ το δεύτερο από 13 λήψεις πέντε σκακιερών διαστάσεων  $5 \times 6$ . Αρχικά, θα παρουσιαστούν τα

αποτελέσματα του πρώτου συνόλου για διαφορετικές λύσεις με διαφορετική γεωμετρία και αριθμό εικόνων.

Οι ρυθμίσεις των λήψεων του πρώτου σετ φαίνονται στον Πίνακα 4-18.

<b>Πίνακας 4-18:</b> Ρυθμίσεις λήψεων πρώτου σετ	
Εστιακή απόσταση:	20 mm
Ταχύτητα κλείστρου:	1/60 s
Διάφραγμα:	f/9
ISO:	200
Ονομαστική ανάλυση:	16.1 MP
Διάσταση εικόνων:	4912 × 3264

Το πρώτο σετ αποτελείται κυρίως από εικόνες με γωνίες στροφής  $\varphi$  πάνω από  $30^\circ$  και ταυτόχρονα με γωνίες στροφής  $\omega$  πάνω από  $20^\circ$ . Έτσι, για την αξιολόγηση των ακριβειών προσδιορισμού των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς των συσχετίσεων τους με τις υπόλοιπες παραμέτρους ανάλογα με διαφορετική γεωμετρία εικόνων, επιλέχθηκαν από το σύνολο πέντε εικόνες με την σχετικά φτωχότερη γεωμετρία (Εικ. 60) και πέντε με την σχετικά καλύτερη (Εικ. 61).

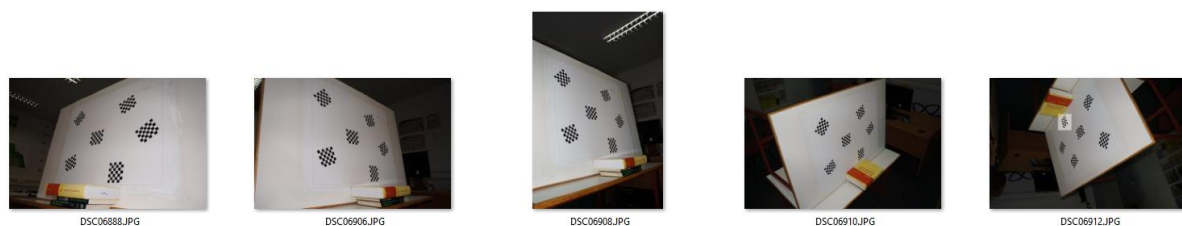


**Εικόνα 60:** Πέντε εικόνες φτωχής γεωμετρίας

Η επιλογή των εικόνων με την χειρότερη γεωμετρία φαίνεται να μην επηρεάζει σημαντικά την ακρίβεια προσδιορισμού του  $c$  (Πίνακες 4-19 και 4-20). Η αρχική τιμή του  $c$  διαφέρει από την τελική του κατά λιγότερο από 1%. Επιπλέον, σύμφωνα με τις συντεταγμένες, το πρωτεύον σημείο απέχει σημαντικά από το κέντρο της εικόνας.

<b>Πίνακας 4-19:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4164.1	2455.5	1631.5	0.0	0.0

<b>Πίνακας 4-20:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4197.8	-8.3	21.3	-8.157e-09	3.912e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
0.8	1.5	1.3	9.102e-11	2.402e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.333	



**Εικόνα 61:** Πέντε εικόνες με καλή γεωμετρία

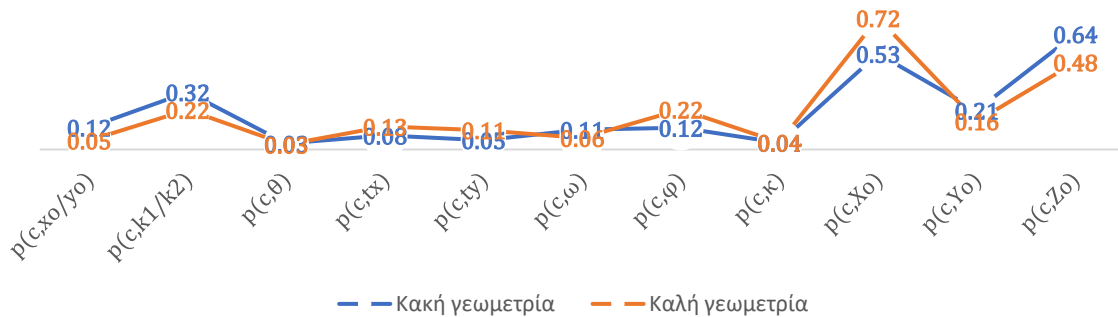
Στην δεύτερη περίπτωση, η καλή γεωμετρία των εικόνων φαίνεται μάλλον να μειώνει την στατιστική ακρίβεια προσδιορισμού τεσσάρων από τις πέντε παραμέτρους του εσωτερικού

προσανατολισμού. Εκτός από το  $c$ , οι υπόλοιπες παράμετροι φαίνεται να έχουν μεταβληθεί σημαντικά. Την υψηλότερη μεταβολή παρουσιάζει ο συντελεστής  $k_2$ .

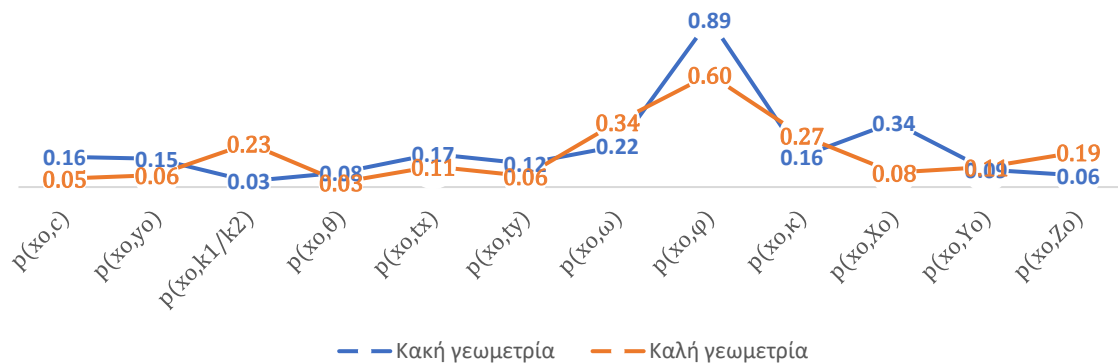
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4032.9	2455.5	1631.5	0.0	0.0

$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4192.5	-1.7	7.2	-1.004e-08	9.913e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
1.2	1.3	1.7	1.820e-10	7.982e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.377	

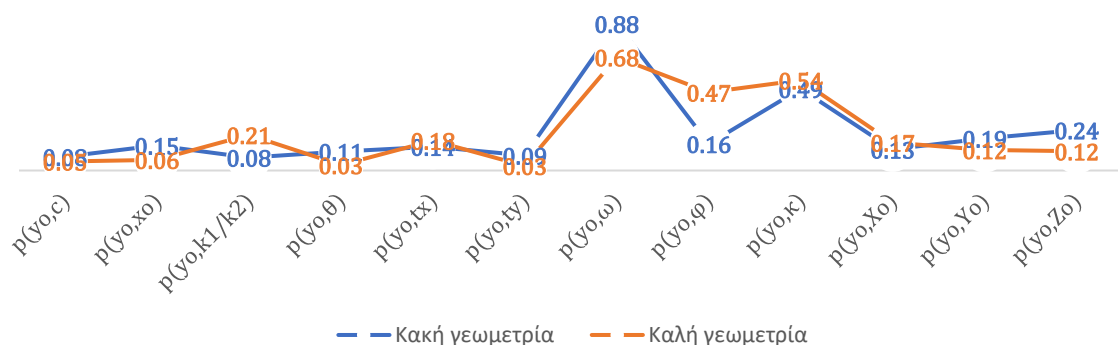
Στις Εικ. 62-65 φαίνονται οι συσχετίσεις μεταξύ των τιμών των παραμέτρων.



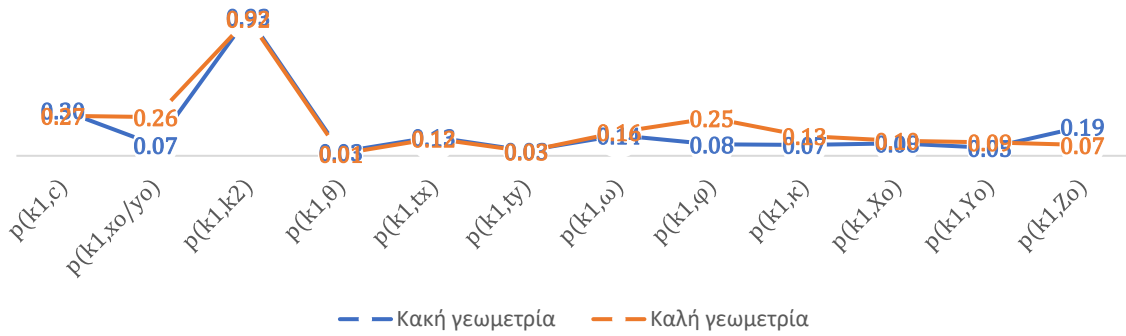
**Εικόνα 62:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



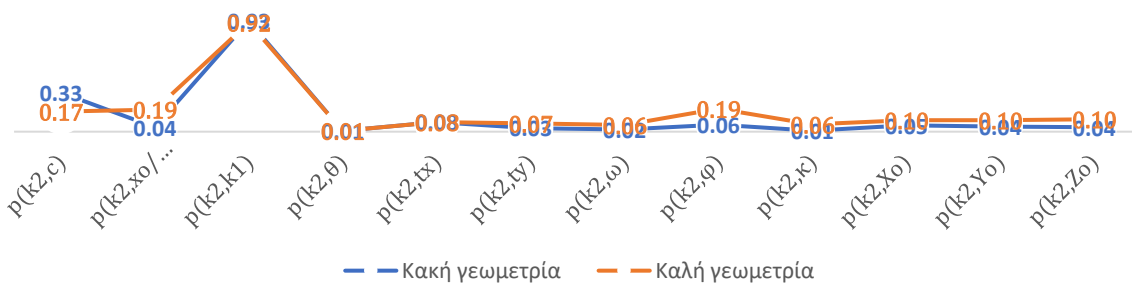
**Εικόνα 63:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 64:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 65:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 66:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Παρατηρείται πως η θεωρούμενη καλύτερη γεωμετρία αυξάνει κάπως τη συσχέτιση όλων των παραμέτρων, εκτός του  $x_0$ , με τη στροφή  $\phi$ . Στην περίπτωση του  $c$ , οι εικόνες με έντονη προοπτική ελαττώνουν τη συσχέτισή του με το  $Z_0$  με αύξηση της συσχέτισής του με το  $X_0$ .

Αντίστοιχα, μειώνει τη συσχέτιση του  $x_0$  με τη στροφή  $\phi$  και το  $X_0$ , αυξάνοντας με αυτόν τον τρόπο τη συσχέτισή του με τις στροφές  $\omega$ ,  $\kappa$  και αντίστοιχα με τα  $Y_0$ ,  $Z_0$ . Το ανάλογο συμβαίνει στην περίπτωση του  $y_0$  και της συσχέτισής του με τη στροφή  $\omega$ .

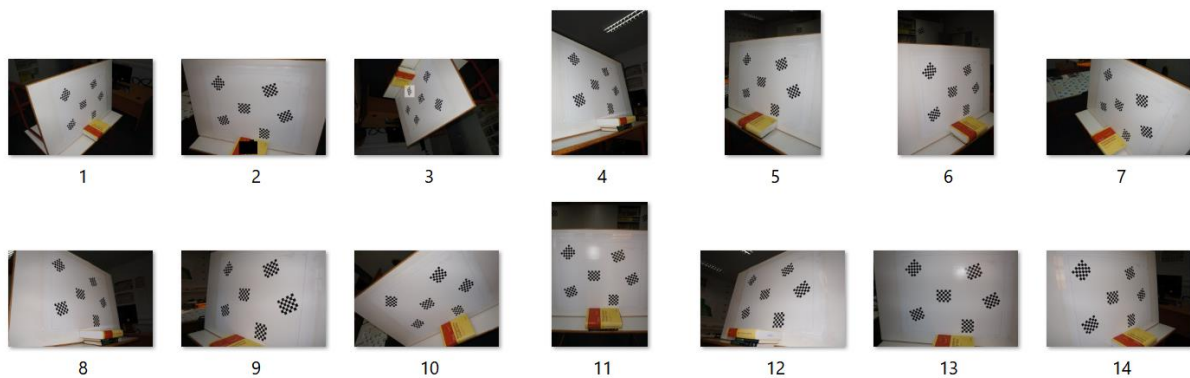
Επιπλέον, η καλή γεωμετρία των εικόνων ελαττώνει τη συσχέτιση του  $k_1$  με το  $Z_0$ , όμως ταυτόχρονα φαίνεται να αυξάνει ελάχιστα τις συσχετίσεις του  $k_2$  με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού και τις “in-plane” παραμέτρους μετάθεσης.

Ακολουθως, εξετάζεται με επιλεκτική χρήση όλων των εικόνων (που φαίνονται στην Εικ. 67) το πώς μεταβάλλεται η ακρίβεια προσδιορισμού των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς και οι τιμές συσχετίσεων των στοιχείων αυτών με τις υπόλοιπες άγνωστες παραμέτρους συναρτήσει του αριθμού των εικόνων (Πίνακας 4-23).

Αριθμός εικόνων	$c$ (pixel)	$x_0$ (pixel)	$y_0$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )	$\sigma_0$ (pixel)
3 (1, 2, 3)	4196.9 ±2.6	-4.3 ±1.7	16.1 ±1.8	-9.073e-09 ±1.603e-10	8.240e-16 ±5.788e-17	±0.256
4 (1-4)	4196.1 ±1.7	-6.3 ±1.6	18.3 ±1.7	-9.301e-09 ±1.571e-10	9.158e-16 ±6.096e-17	±0.321
5 (1-5)	4195.8 ±1.4	-5.5 ±1.4	23.8 ±1.3	-9.366e-09 ±1.469e-10	9.478e-16 ±5.853e-17	±0.337
6 (1-6)	4197.7 ±1.2	-7.6 ±1.1	16.9 ±1.1	-9.666e-09 ±1.281e-10	1.070e-15 ±5.178e-17	±0.331
7 (1-7)	4194.5 ±1.0	-5.6 ±1.0	18.4 ±1.0	-8.808e-09 ±1.183e-10	7.502e-16 ±4.653e-17	±0.337

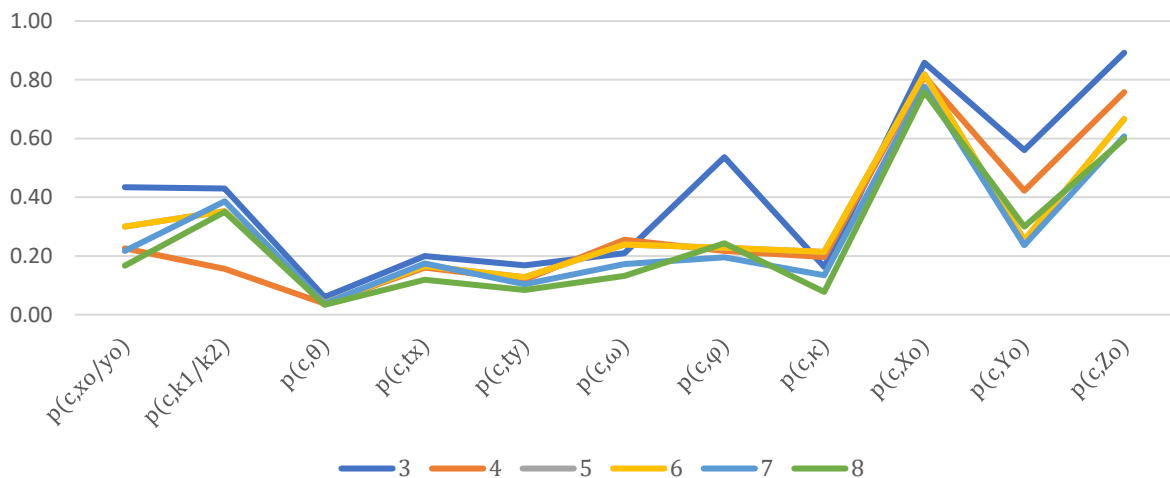
8 (1-8)	4195.6 $\pm 0.9$	-2.0 $\pm 0.8$	16.2 $\pm 0.9$	-9.086e-09 $\pm 1.139e-10$	8.292e-16 $\pm 4.391e-17$	$\pm 0.353$
9 (1-9)	4196.9 $\pm 0.8$	-1.6 $\pm 0.7$	15.1 $\pm 0.8$	-9.319e-09 $\pm 1.081e-10$	8.719e-16 $\pm 4.119e-17$	$\pm 0.361$
10 (1-10)	4196.4 $\pm 0.7$	-1.8 $\pm 0.7$	18.2 $\pm 0.8$	-8.823e-09 $\pm 9.459e-11$	6.428e-16 $\pm 3.361e-17$	$\pm 0.369$
11 (1-11)	4194.5 $\pm 0.7$	-4.8 $\pm 0.6$	17.0 $\pm 0.7$	-8.795e-09 $\pm 8.928e-11$	6.352e-16 $\pm 3.184e-17$	$\pm 0.358$
12 (1-12)	4196.3 $\pm 0.6$	-4.3 $\pm 0.6$	15.0 $\pm 0.7$	-8.738e-09 $\pm 9.183e-11$	6.103e-16 $\pm 3.317e-17$	$\pm 0.384$
13 (1-13)	4194.4 $\pm 0.6$	-3.1 $\pm 0.6$	15.1 $\pm 0.7$	-8.394e-09 $\pm 7.016e-11$	4.813e-16 $\pm 2.191e-17$	$\pm 0.379$
14 (1-14)	4195.2 $\pm 0.5$	-4.8 $\pm 0.6$	16.6 $\pm 0.6$	-8.272e-09 $\pm 6.617e-11$	4.298e-16 $\pm 1.998e-17$	$\pm 0.383$

Από τον Πίνακα 4-23 διαπιστώνεται ότι η αύξηση του αριθμού των εικόνων αυξάνει την ακρίβεια προσδιορισμού όλων παραμέτρων. Η τιμή της σταθερά της μηχανής δεν παρουσιάζει σημαντικές μεταβολές ( $< 1\%$ ), σε αντίθεση με τις συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου. Ωστόσο, από τις δύο συντεταγμένες το  $y_0$  παρουσιάζει μικρότερη αστάθεια. Επιπλέον, είναι εμφανές πως ο συντελεστής  $k_2$  μεταβάλλεται εντονότερα από ό,τι ο  $k_1$ .

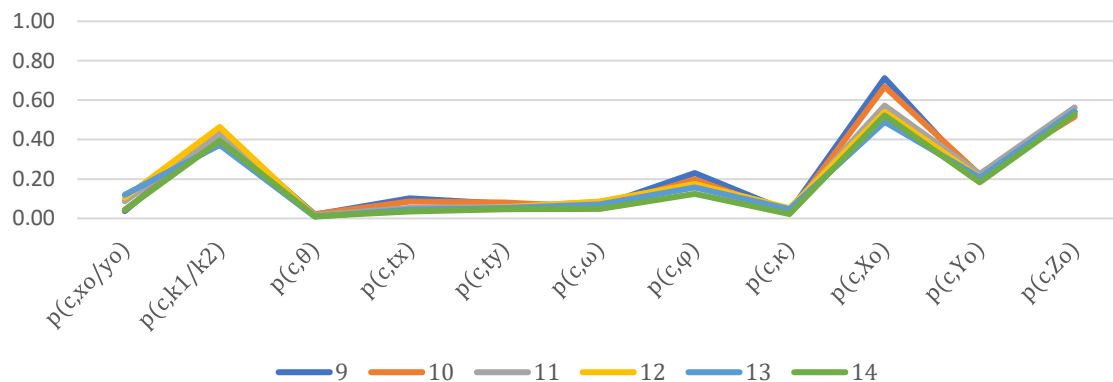


**Εικόνα 67:** Όλες εικόνες του πρώτου σετ

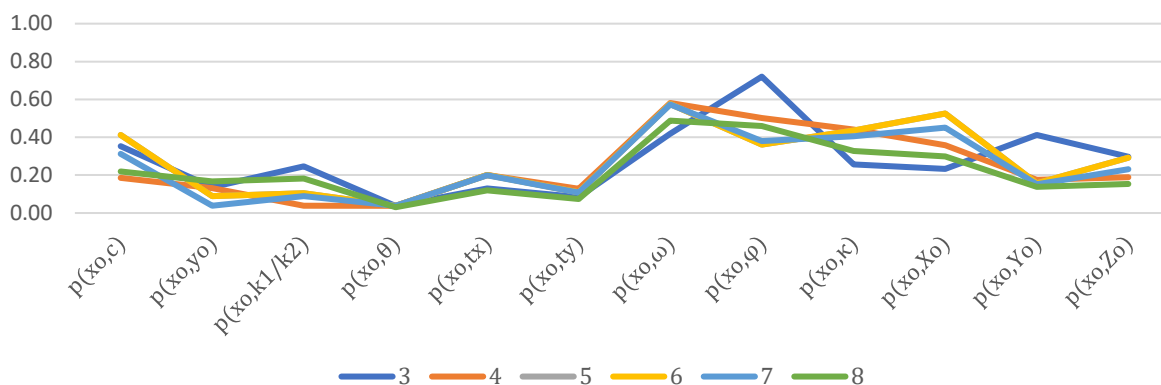
Στις Εικ. 68-77 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις μεταξύ των τιμών των παραμέτρων.



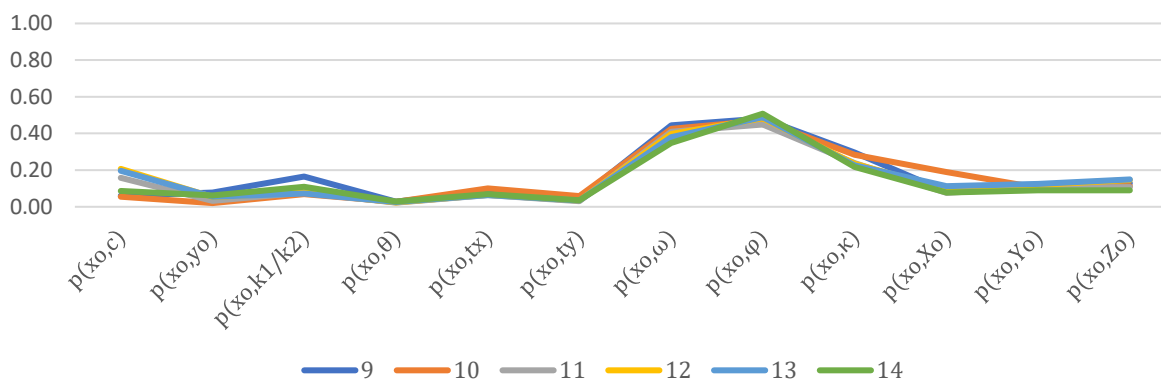
**Εικόνα 68:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-8]



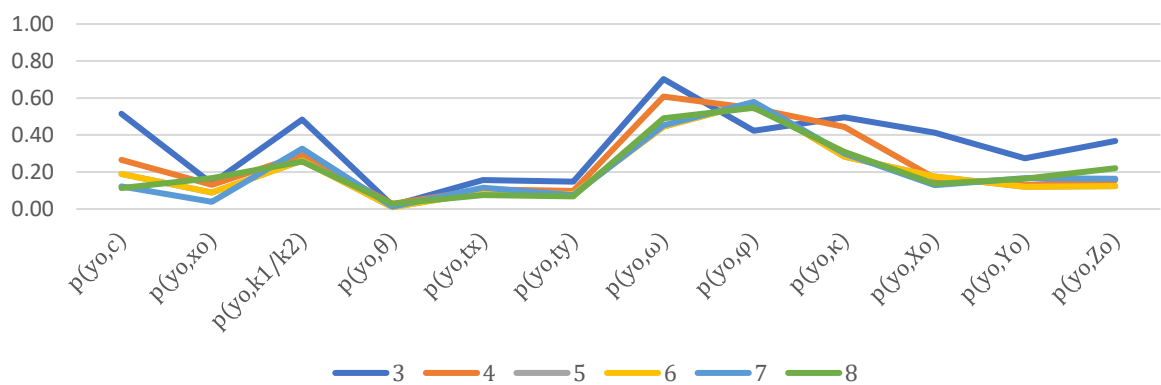
**Εικόνα 69:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]



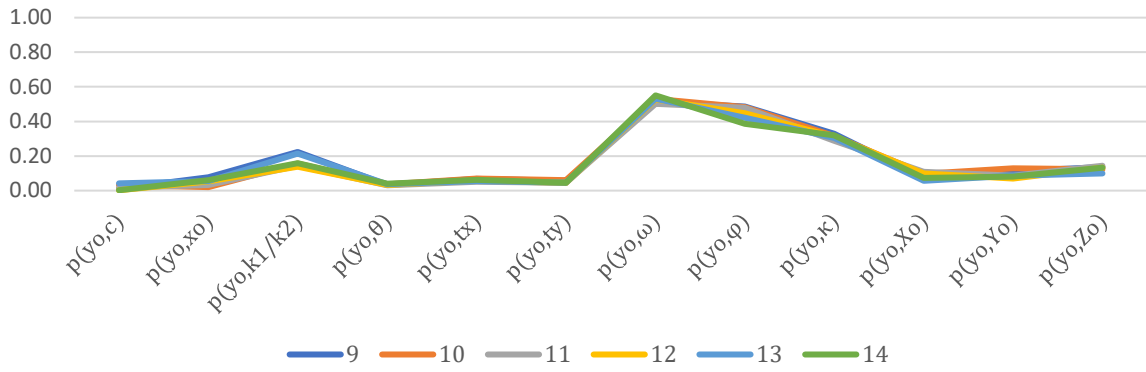
**Εικόνα 70:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-8]



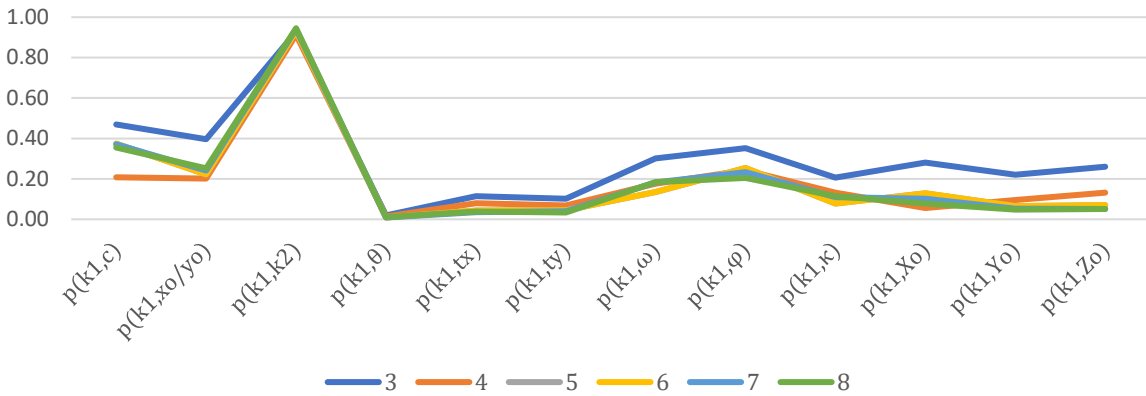
**Εικόνα 71:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]



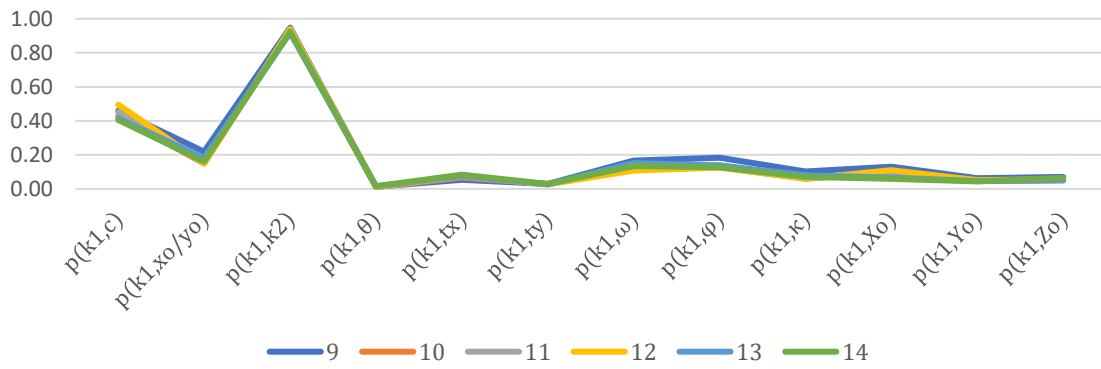
**Εικόνα 72:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-8]



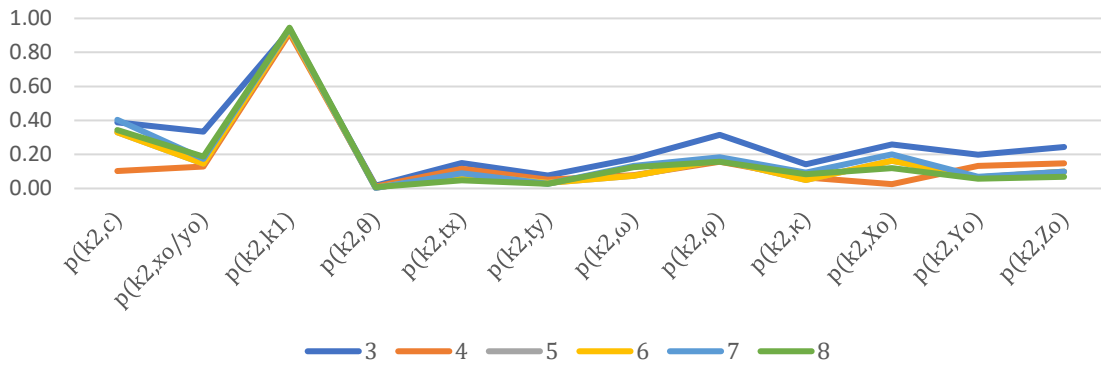
**Εικόνα 73:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]



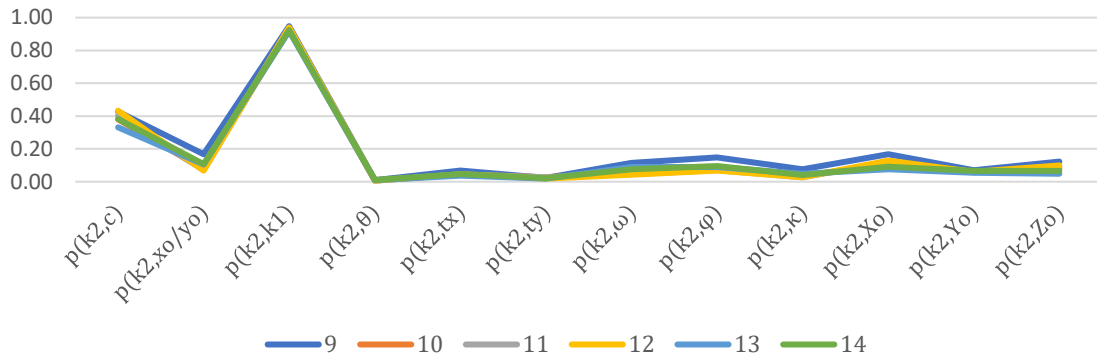
**Εικόνα 74:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-8]



**Εικόνα 75:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]



**Εικόνα 76:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-8]



**Εικόνα 77:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]

Παρατηρείται η σημαντική συσχέτιση του  $c$  του με τα  $X_o$ ,  $Z_o$  η οποία εξακολουθεί να υπάρχει ανεξαρτήτως του αριθμού των εικόνων, ωστόσο καθώς αυξάνονται οι εικόνες αυτή μειώνεται σταδιακά. Συγκεκριμένα, με 14 εικόνες είναι περίπου 50%. Ταυτόχρονα, ο μεγαλύτερος αριθμός εικόνων ελαττώνει τις συσχετίσεις του  $c$  με τη στροφή  $\varphi$  και τις παραμέτρους του δισδιάστατου μετασχηματισμού στερεού σώματος. Αρχικά το  $x_o$  εμφανίζει υψηλή συσχέτιση με τη στροφή  $\varphi$  και τη συντεταγμένη  $Y_o$ , όμως όσο αυξάνονται οι εικόνες αυτές ελαττώνονται με την ταυτόχρονη αύξηση των συσχετίσεών του με τη στροφή  $\omega$  και την συντεταγμένη  $X_o$ . Η συσχέτισή του με τη στροφή  $\varphi$  με τη χρήση όλων των εικόνων είναι περίπου 50%. Αντίστοιχη μείωση παρατηρείται και στην περίπτωση της συσχέτισης μεταξύ του  $y_o$  και της στροφής  $\omega$  και  $\kappa$ , με τη αύξηση της συσχέτισής του με τη στροφή  $\varphi$  (~60%). Τέλος, οι συντελεστές της ακτινικής διαστροφής εμφανίζουν μάλλον ασήμαντες συσχετίσεις (κυρίως με τις στροφές  $\omega$  και  $\varphi$  και τη συντεταγμένη  $X_o$ ).

Το δεύτερο σετ αποτελείται από 13 εικόνες πέντε σκακιερών διαστάσεων  $5 \times 6$ . Οι ρυθμίσεις των λήψεων του δεύτερου σετ φαίνονται στον Πίνακας 4-24.

<b>Πίνακας 4-24:</b> Ρυθμίσεις λήψεων δεύτερου σετ	
Εστιακή απόσταση:	20 mm
Ταχύτητα κλείστρου:	1/8 s ή 1/10 s ή 1/13 s ή 1/50 s ή 1/80 s
Διάφραγμα:	f/4.5 ή f/5.6 ή f/13
ISO:	200
Ονομαστική ανάλυση:	16.1 MP
Διάσταση εικόνων:	4912 × 3264

Αρχικά εξετάζονται οι ακρίβειες προσδιορισμού των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς και οι συσχετίσεις τους με τις υπόλοιπες παραμέτρους ανάλογα με τη διαφορετική γεωμετρία. Έτσι, επιλέχθηκαν πρώτα πέντε εικόνες με τη πιο φτωχή προοπτική από όλο το σετ (Εικ. 78).



**Εικόνα 78:** Πέντε εικόνες με σχετικά φτωχή γεωμετρία

Από τον Πίνακα 4-25 φαίνεται ότι η αρχική εκτίμηση του  $c$  διαφέρει σημαντικά από την τελική τιμή του, συγκεκριμένα κατά περίπου 26%. Αξίζει να παρατηρηθεί και ο υψηλός αριθμός ελαλήψεων σε σχέση με όλες τις προηγούμενες επιλύσεις που παρουσιάστηκαν.



Πίνακας 4-25: Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
5907.8	2455.5	1631.5	0.0	0.0

Πίνακας 4-26: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4345.2	-16.1	37.1	-6.184e-09	1.766e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
6.1	3.2	4.2	1.173e-10	2.540e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
25			0.299	



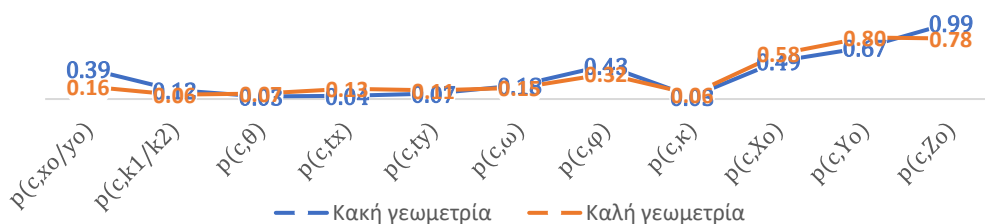
Εικόνα 79: Πέντε εικόνες καλής γεωμετρίας

Η επιλογή πέντε εικόνων με καλή γεωμετρία (Εικ. 79) αυξάνει την ακρίβεια προσδιορισμού όλων των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού εκτός του  $x_o$  (Πίνακας 4-28). Εκτός από την τιμή της σταθερά μηχανής, οι τιμές όλων των υπόλοιπων στοιχείων διαφέρουν σημαντικά από εκείνες της προηγούμενης επίλυσης. Παρατηρείται επίσης η σημαντική μείωση του αριθμού των επαναλήψεων. Ταυτόχρονα, η εκτίμηση της τιμής του  $c$  είναι τώρα σαφώς καλύτερη.

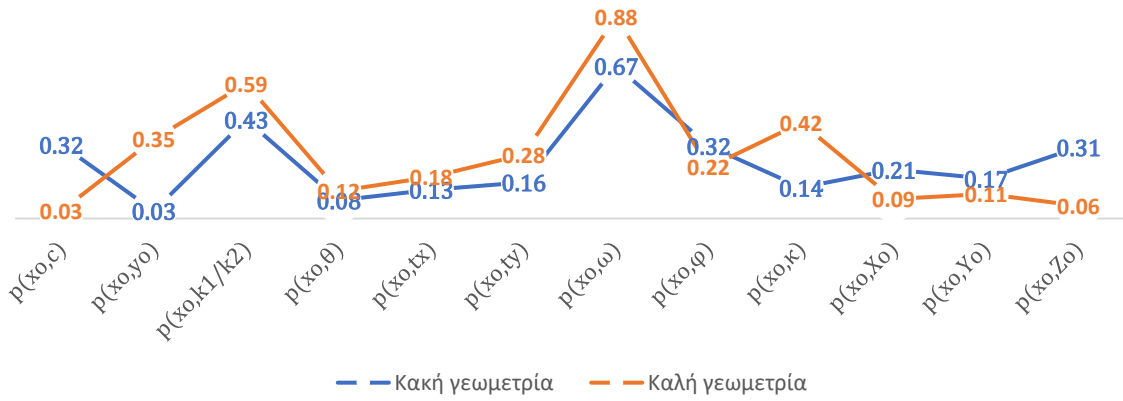
Πίνακας 4-27: Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4498.2	2455.5	1631.5	0.0	0.0

Πίνακας 4-28: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4219.1	-25.0	-6.4	-7.579e-09	3.381e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
2.4	4.2	4.1	7.656e-11	1.481e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
5			0.387	

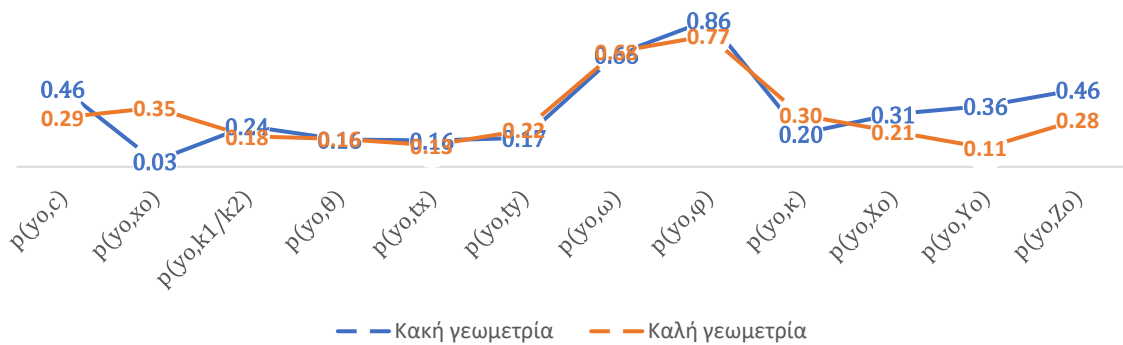
Από τα διαγράμματα των Εικ. 80-84 φαίνεται ότι η καλύτερη γεωμετρία των εικόνων μειώνει τη συσχέτιση του  $c$  με το  $Z_o$ , αυξάνοντας κάπως τη συσχέτισή του με τα  $X_o$ ,  $Y_o$ . Ταυτόχρονα, μειώνει και τις συσχετίσεις όλων των υπόλοιπων παραμέτρων με τις συντεταγμένες του σημείου λήψης, αλλά αυξάνει τη συσχέτισή τους με τη στροφή  $\kappa$ . Στην περίπτωση της καλής γεωμετρίας το  $x_o$  συσχετίζεται περισσότερο με τις παραμέτρους του διαστάτου μετασχηματισμού στερεού σώματος. Επιπλέον, αξίζει να παρατηρηθεί και η απότομη αύξηση της συσχέτισης του  $x_o$  με τη στροφή  $\omega$ . Τέλος, είναι εμφανής η συσχέτιση των δύο συντελεστών  $k_1$  και  $k_2$  με την στροφή  $\omega$ .



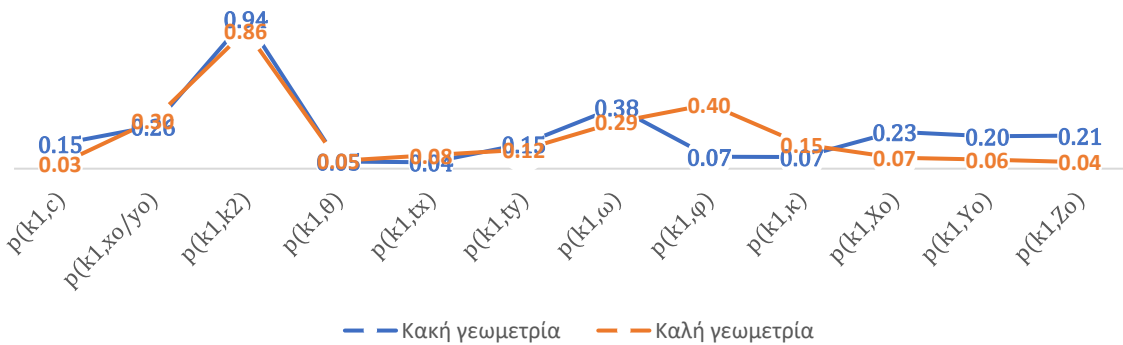
Εικόνα 80: Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



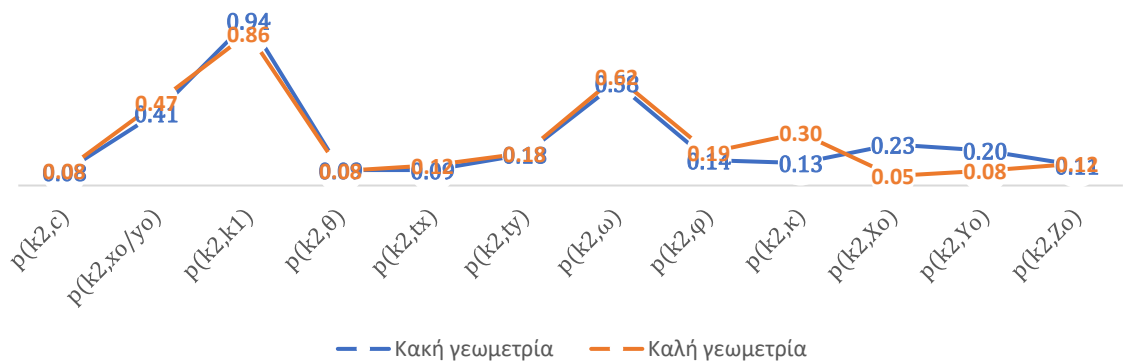
**Εικόνα 81:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 82:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



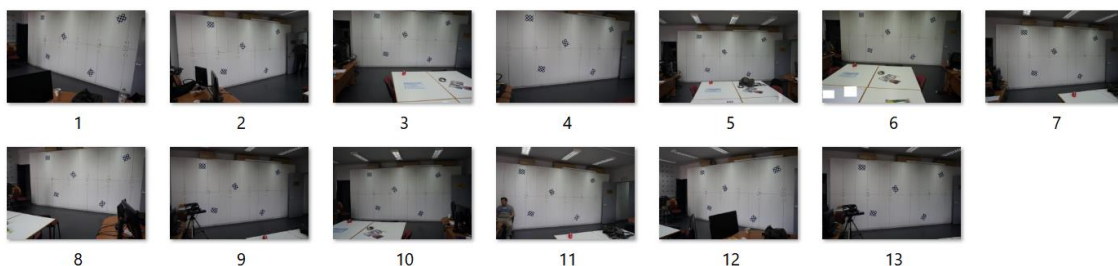
**Εικόνα 83:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



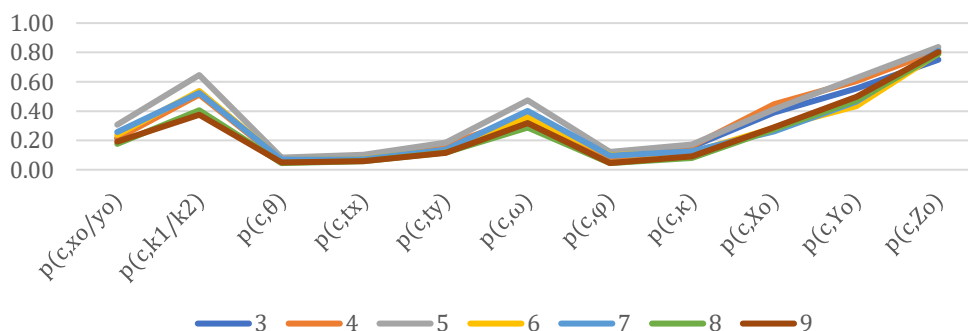
**Εικόνα 84:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Πίνακας 4-29: Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων						
Αριθμός εικόνων	$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )	$\sigma_o$ (pixel)
3 (1, 2, 3)	4216.5 ±2.7	-5.8 ±5.8	64.2 ±7.0	-6.018e-09 ±2.036e-10	2.384e-16 ±3.593e-17	±0.382
4 (1-4)	4216.0 ±2.6	-14.7 ±4.5	51.7 ±5.5	-5.963e-09 ±1.818e-10	2.163e-16 ±3.121e-17	±0.378
5 (1-5)	4216.9 ±2.4	-15.3 ±3.4	60.6 ±4.8	-6.707e-09 ±1.373e-10	3.280e-16 ±2.518e-17	±0.375
6 (1-6)	4217.3 ±1.8	-1.5 ±3.0	54.7 ±4.7	-7.168e-09 ±1.222e-10	4.013e-16 ±2.229e-17	±0.382
7 (1-7)	4217.5 ±1.7	-4.4 ±2.7	47.1 ±4.3	-7.278e-09 ±1.113e-10	4.003e-16 ±2.053e-17	±0.371
8 (1-8)	4215.6 ±1.5	-4.2 ±2.5	37.1 ±3.9	-7.347e-09 ±9.416e-11	3.793e-16 ±1.545e-17	±0.366
9 (1-9)	4214.6 ±1.4	-4.7 ±2.4	34.8 ±3.6	-7.291e-09 ±8.606e-11	3.690e-16 ±1.452e-17	±0.364
10 (1-10)	4212.6 ±1.3	-7.2 ±2.1	40.3 ±3.1	-7.320e-09 ±7.707e-11	3.836e-16 ±1.309e-17	±0.349
11 (1-11)	4213.9 ±1.3	-9.5 ±2.0	24.7 ±2.7	-7.595e-09 ±6.099e-11	4.043e-16 ±1.150e-17	±0.350
12 (1-11)	4216.7 ±1.2	-5.1 ±1.9	20.1 ±2.4	-7.727e-09 ±5.576e-11	4.181e-16 ±1.064e-17	±0.352
13 (1-13)	4218.6 ±1.5	-2.5 ±2.3	42.0 ±2.8	-7.508e-09 ±7.056e-11	4.198e-16 ±1.389e-17	±0.447

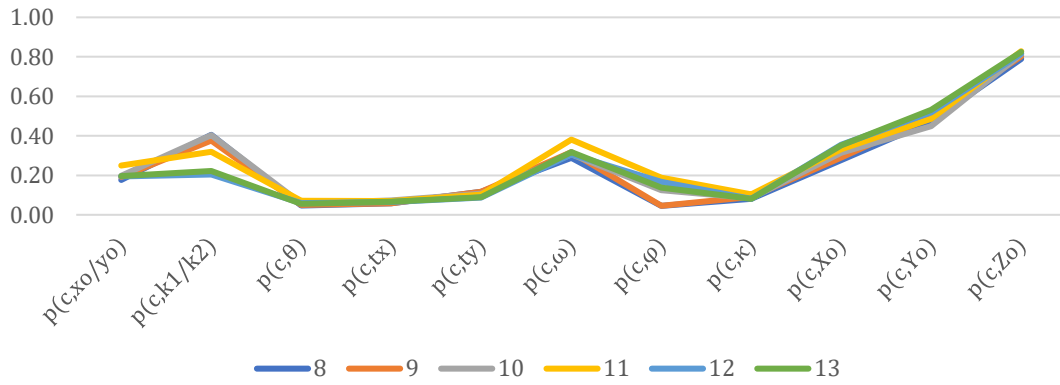
Όπως δείχνει ο Πίνακας 4-29, τα  $\sigma$  των παραμέτρων μειώνονται με την πρόσθεση νέων εικόνων (όλες οι εικόνες φαίνονται στην Εικ. 85), ωστόσο στην περίπτωση 13 εικόνων παρατηρείται κάποια αύξησή τους. Η σταθερά μηχανής εμφανίζει τις μικρότερες μεταβολές στην τιμή της από επίλυση σε επίλυση, ενώ οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου τις σημαντικότερες. Ταυτόχρονα, η θέση του πρωτεύοντος σημείου φαίνεται να μην έχει σταθεροποιηθεί μέχρι τις 13 εικόνες. Αυτό μπορεί να αποδοθεί στις σχετικά μικρές στροφές  $\omega$  και  $\varphi$ , καθώς και στο γεγονός ότι η στροφή  $\kappa$  δεν ποικίλλει στις εικόνες.



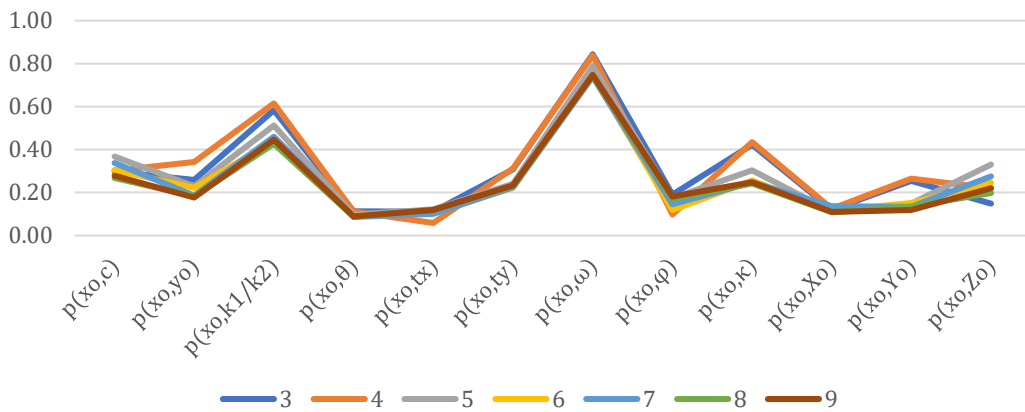
Εικόνα 85: Όλες εικόνες του δεύτερου σετ



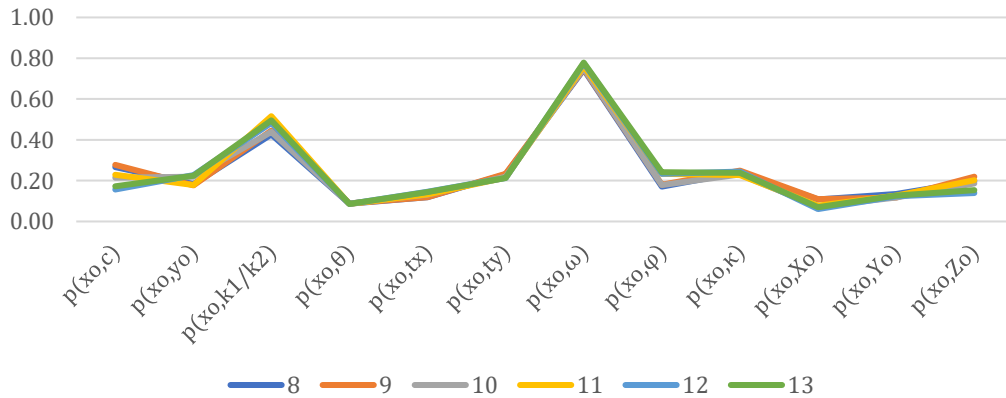
Εικόνα 86: Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



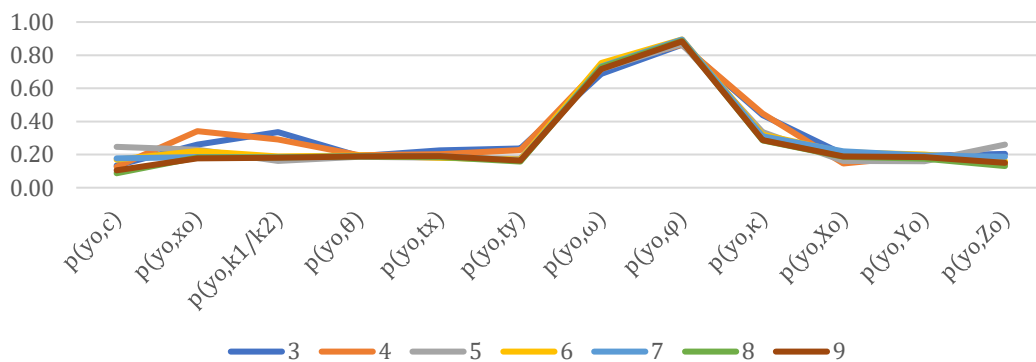
**Εικόνα 87:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 8-13]



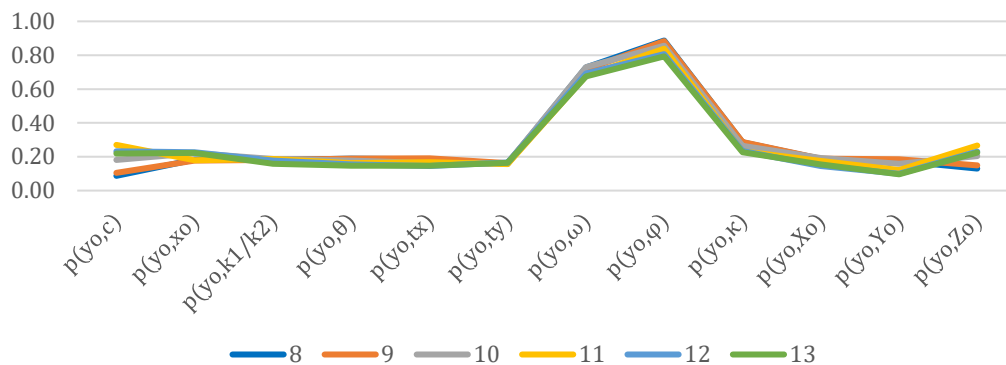
**Εικόνα 88:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



**Εικόνα 89:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 8-13]

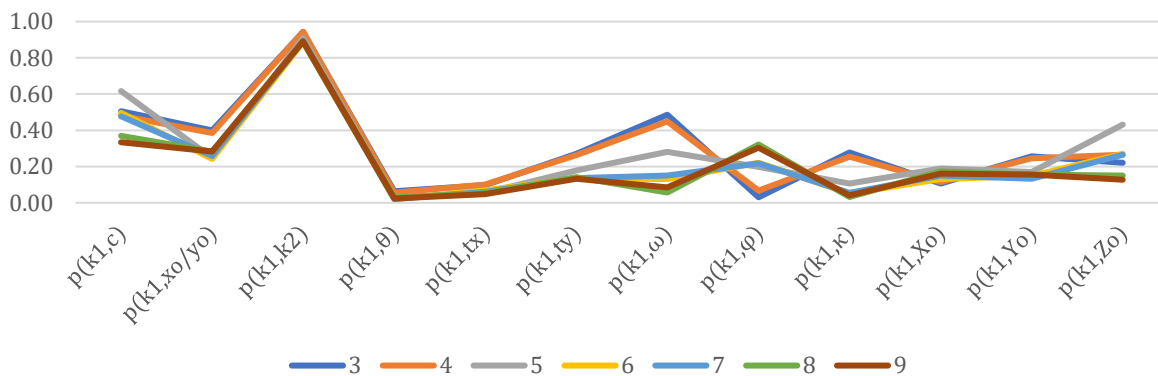


**Εικόνα 90:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]

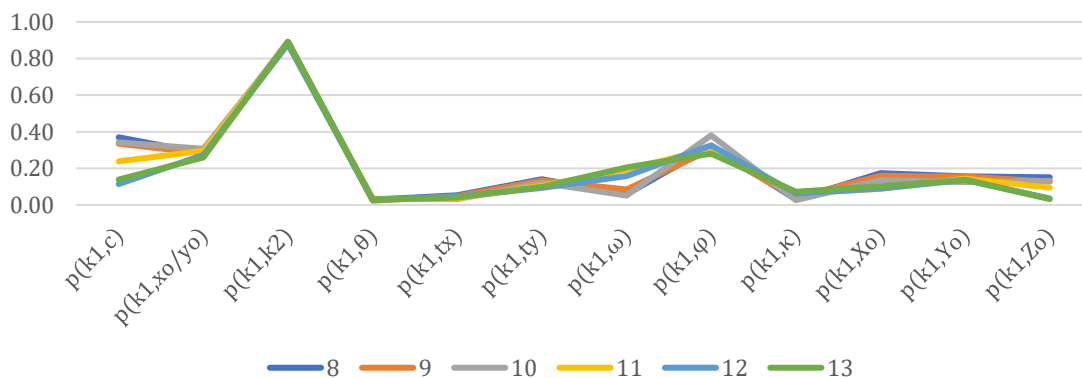


**Εικόνα 91:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 8-13]

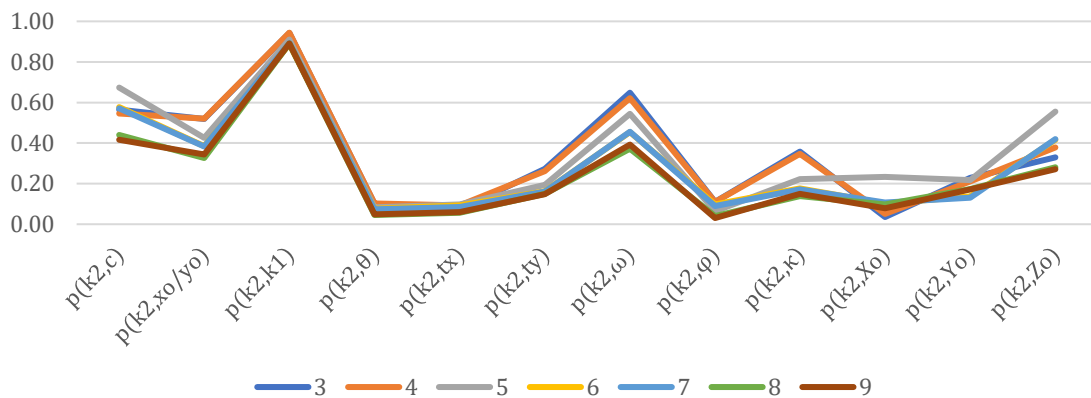
Στα διαγράμματα των Εικ. 86-91 παρατηρείται η σημαντική συσχέτιση του  $c$  με τις συντεταγμένες του σημείου λήψης, με μεγαλύτερη εκείνη με το  $Z_0$ , η οποία παραμένει υψηλή καθώς αυξάνεται ο αριθμός των εικόνων. Εμφανής είναι και η συσχέτιση του  $c$  με τη στροφή  $\omega$ , που σταδιακά ελαττώνεται. Οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείο συσχετίζονται έντονα με τη στροφή  $\omega$ . Η συσχέτιση αυτή παραμένει υψηλή και με τη εισαγωγή περισσότερων εικόνων. Το ίδιο ισχύει και στην περίπτωση σημαντικής συσχέτισης του  $y_0$  με το  $\varphi$ . Επιπλέον, εύκολα παρατηρεί κανείς κάποια συσχέτιση του συντελεστή  $k_1$  με τη κάθε στροφή ανάλογα με το αριθμό των εικόνων. Για λιγότερες εικόνες η συσχέτιση μεταξύ του  $k_1$  και των στροφών  $\omega, \kappa$  είναι υψηλότερη, ενώ για περισσότερες μεγαλύτερη είναι εκείνη με τη στροφή  $\varphi$ . Οι συσχετίσεις των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού με τις “in-plane” παραμέτρους μετάθεσης και στροφής των σκακιερών είναι γενικά χαμηλές. Η υψηλότερη είναι κάτω του 30%. Η συμπεριφορά των συσχετίσεων παύει να μεταβάλλεται από 8 και πλέον εικόνες, ωστόσο παρατηρείται μικρή αλλά συνεχόμενη αύξηση των τιμών των συσχετίσεων.



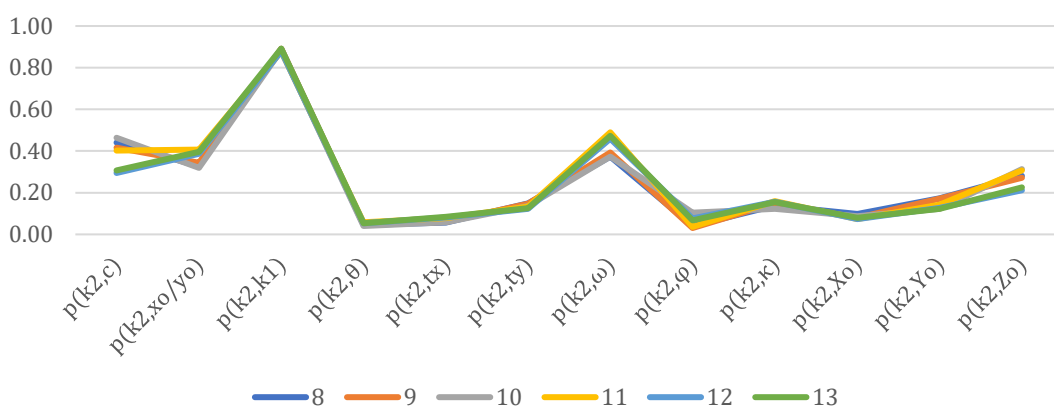
**Εικόνα 92:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



**Εικόνα 93:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 8-13]



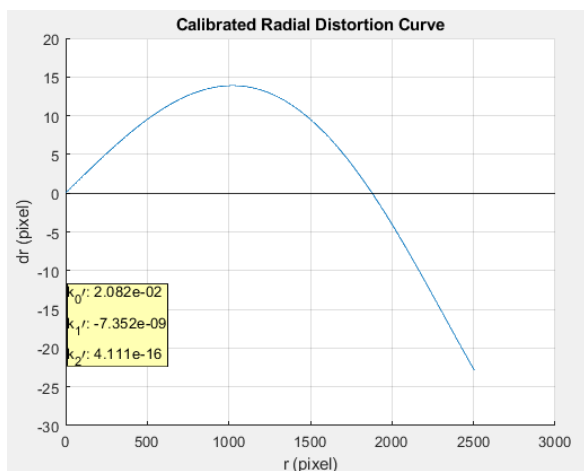
**Εικόνα 94:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



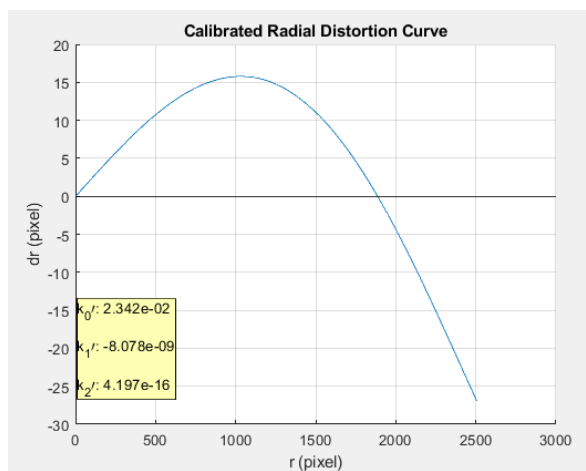
**Εικόνα 95:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 8-13]

Σύμφωνα με τις Εικ. 96-97, η ακτινική διαστρόφη είναι υψηλότερη στην περίπτωση των εικόπων που απεικονίζουν έξι σκακιέρες. Με τον υπολογισμό των νέων  $c$  που αντιστοιχούν στα  $k'$ , παρατηρείται ότι οι τιμές διαφέρουν κατά περίπου 34 *pixel*.

<b>Πίνακας 4-30:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπυλών ακτινικής διαστρόφης	
$c + \Delta c = 4130.8 \text{ pixel}$	$c + \Delta c = 4096.9 \text{ pixel}$



**Εικόνα 96:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης για επίλυση με εικόνες 5 σκακιερών



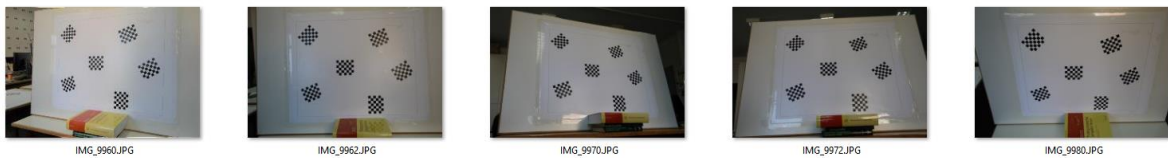
**Εικόνα 97:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης για επίλυση με εικόνες 6 σκακιερών

### 4.1.3. Λήψεις με μηχανή Canon EOS 550D

Ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε ακόμα σε ομάδα λήψεων από Canon EOS 550D αποτελούμενη από 16 εικόνες έξι συνεπίπεδων σκακιερών διαστάσεων  $6 \times 7$ . Στην συνέχεια, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για διαφορετικές λύσεις με διαφορετική γεωμετρία και αριθμό εικόνων.

Οι ρυθμίσεις των λήψεων φαίνονται στον Πίνακα 4-31.

<b>Πίνακας 4-31:</b> Ρυθμίσεις λήψεων του σετ	
Εστιακή απόσταση:	22 mm
Ταχύτητα κλείστρου:	1/60 s ή 1/80 s
Διάφραγμα:	f/7.1
ISO:	200
Ονομαστική ανάλυση:	18 MP
Διάσταση εικόνων:	5184 × 3456

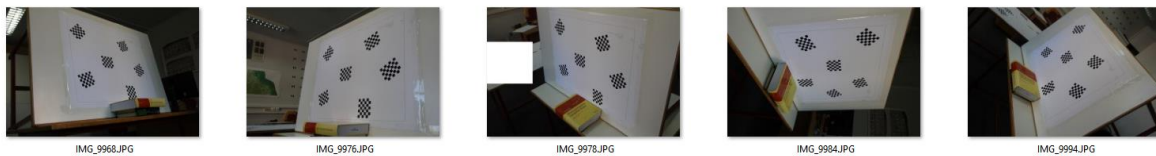


**Εικόνα 98:** Πέντε εικόνες με φτωχή γεωμετρία

Αρχικά επιλέχθηκαν από το σετ πέντε εικόνες με τη φτωχότερη γεωμετρία (Εικ. 98). Η αρχική εκτίμηση της τιμής του  $c$  διαφέρει κατά λιγότερο από 1% από την τιμή της επίλυσης (Πίνακες 4-32 και 4-33). Επιπλέον, η συγκεκριμένη γεωμετρία των εικόνων επιτρέπει καλύτερη ανίχνευση των κορυφών της σκακιέρας, άρα και μικρό  $\sigma_o$ .

<b>Πίνακας 4-32:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4906.4	2591.5	1727.5	0.0	0.0

<b>Πίνακας 4-33:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4946.4	2.1	23.5	-8.017e-10	1.023e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
1.1	1.3	1.6	8.787e-11	2.546e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.266	



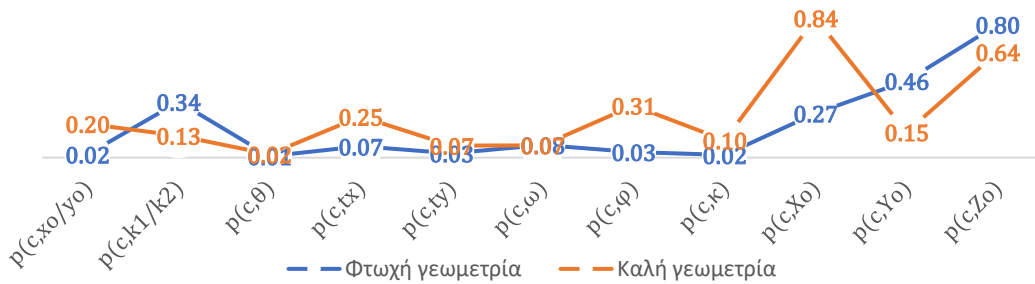
**Εικόνα 99:** Πέντε εικόνες καλής γεωμετρίας

Με την επιλογή εικόνων με καλή γεωμετρία (Εικ. 99), η αρχική τιμή του  $c$  διαφέρει ελάχιστα από την τελική τιμή του (Πίνακες 4-34 και 4-35), ωστόσο φαίνεται να έχει μειωθεί η ακρίβεια προσδιορισμού των παραμέτρων. Το  $x_o$  παρουσιάζει την υψηλότερη μεταβολή από όλες τις παραμέτρους, ωστόσο σημαντικές είναι και οι μεταβολές των συντελεστών  $k_1$  και  $k_2$ .

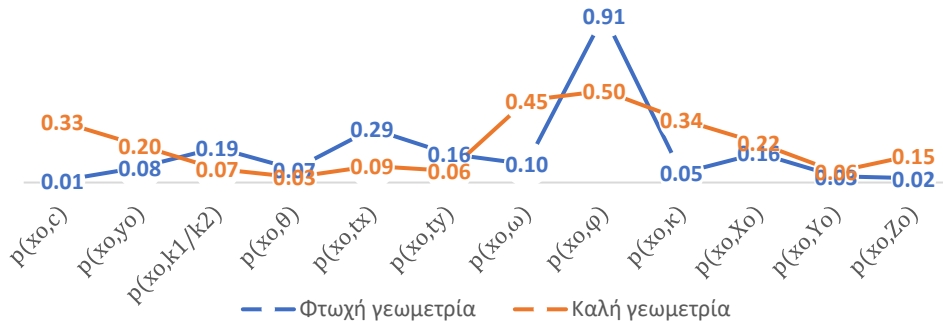
<b>Πίνακας 4-34:</b> Αρχικές τιμές εσωτερικού προσανατολισμού				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4939.6	2591.5	1727.5	0.0	0.0

Πίνακας 4-35: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>4</sup> )
4939.2	11.4	19.4	-2.548e-10	5.578e-17
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>4</sup> )
1.5	1.4	1.6	1.514e-10	5.465e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.405	

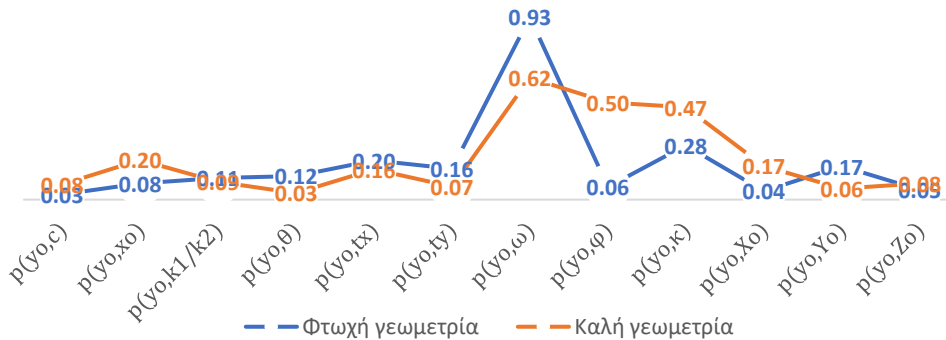
Κατά τα διαγράμματα των Εικ. 100-104, η καλή γεωμετρία των λήψεων μειώνει τη συσχέτιση του  $c$  με τα  $Y_o, Z_o$ , αυξάνοντας παράλληλα τη συσχέτιση του  $c$  με το  $X_o$ . Ταυτόχρονα, παρατηρείται αύξηση της συσχέτισης του  $c$  με τη στροφή  $\varphi$  καθώς και την “in-plane” παράμετρο μετάθεσης  $t_x$ . Όσον αφορά τις συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου, η καλή γεωμετρία επιτυγχάνει να ελαττώσει τη συσχέτιση του  $x_o$  με τη στροφή  $\varphi$  και του  $y_o$  με τη στροφή  $\omega$ , αυξάνοντας τις συσχετίσεις με τις άλλες δύο στροφές. Επιπλέον, στην περίπτωση και των δύο συντεταγμένων η έντονη προοπτική των εικόνων ενισχύει τη συσχέτισή τους με τα  $X_o$  και  $Z_o$ , αλλά μειώνει εκείνες με τις “in-plane” παραμέτρους μετάθεσης και στροφής. Η αύξηση της συσχέτισης με τα  $X_o, Z_o$  παρατηρείται και στην περίπτωση του  $k_1$ . Διαφορετικά, με την καλή γεωμετρία οι συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους γενικά μειώνονται.



Εικόνα 100: Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

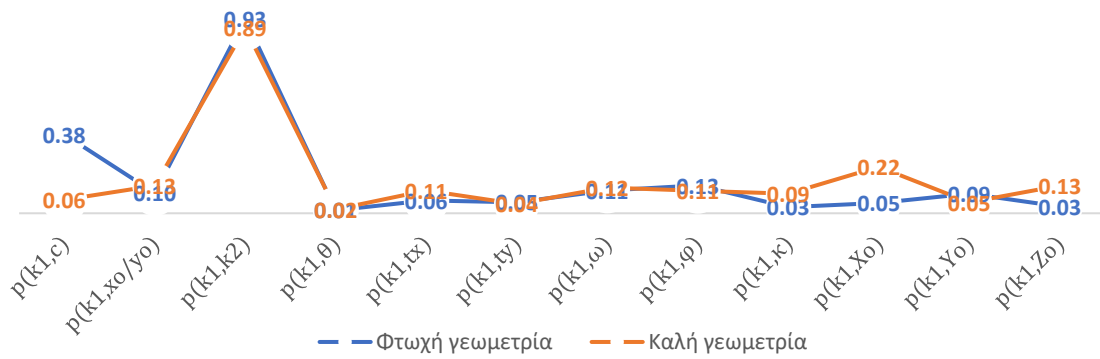


Εικόνα 101: Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

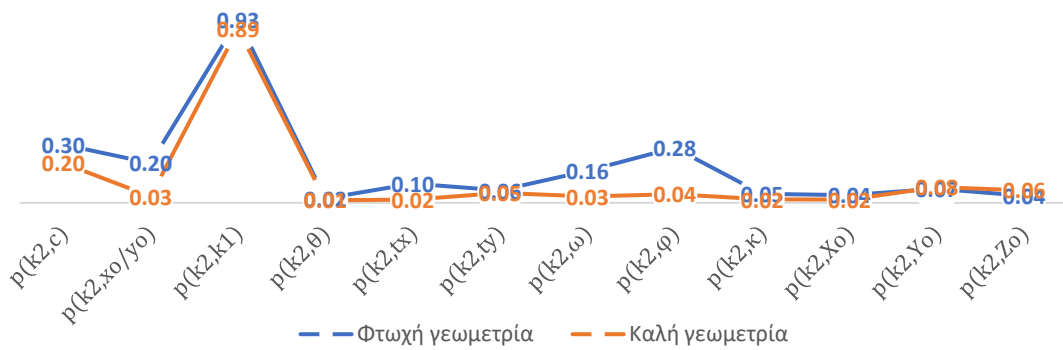


Εικόνα 102: Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους





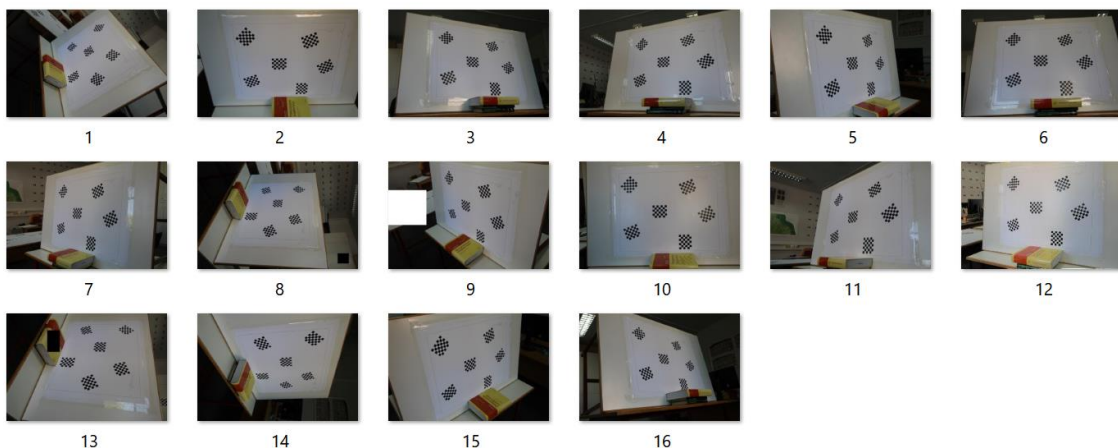
**Εικόνα 103:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 104:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Στην συνέχεια, παρουσιάζεται η μεταβολή της ακρίβειας προσδιορισμού των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς και των τιμών συσχετίσεων των στοιχείων αυτών με τις υπόλοιπες άγνωστες παραμέτρους, συναρτήσει του αριθμού των εικόνων. Όλες οι εικόνες του σετ εμφανίζονται στην Εικ. 105 και τα αποτελέσματα στον Πίνακα 4-36.

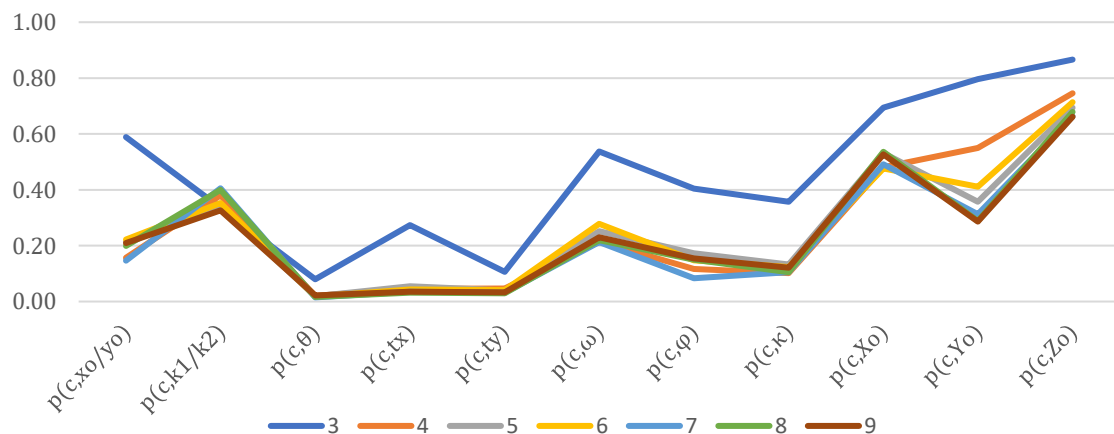
Παρατηρείται αμέσως πως ο μεγαλύτερος αριθμός των εικόνων αυξάνει την ακρίβεια προσδιορισμού όλων παραμέτρων. Η τιμή της σταθερά μηχανής δεν παρουσιάζει σημαντικές μεταβολές καθώς αυξάνεται ο αριθμός των εικόνων. Διαφορετικά, οι τιμές των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου μεταβάλλονται σημαντικά από τρεις έως πέντε εικόνες. Για μεγαλύτερο αριθμό εικόνων παρουσιάζουν διαφορές έως και 3 pixels. Από τις δύο συντεταγμένες τις υψηλότερες μεταβολές εμφανίζει το  $x_0$ , όμως το  $\sigma$  του μειώνεται ταχύτερα. Οι τιμές των συντελεστών φαίνεται να μην έχουν σταθεροποιηθεί ακόμη.



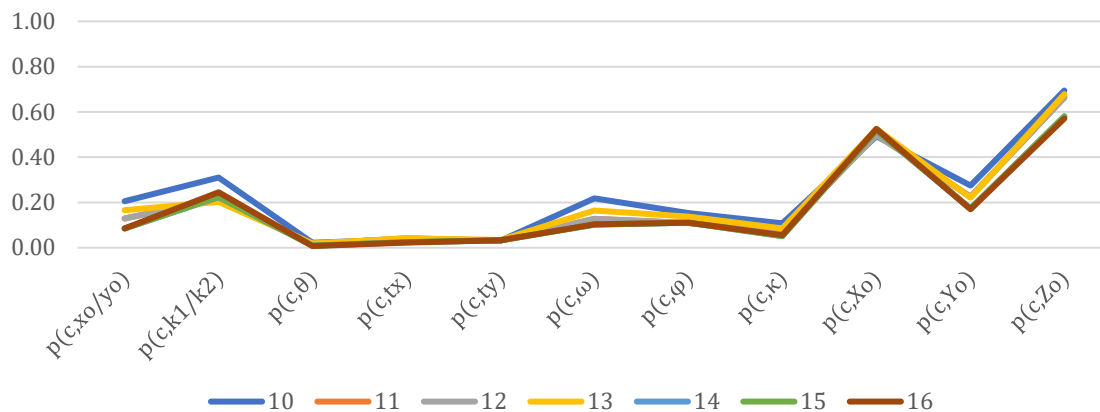
**Εικόνα 105:** Όλες εικόνες του σετ

Πίνακας 4-36: Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων						
Αριθμός εικόνων	$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )	$\sigma_o$ (pixel)
3 (1, 2, 3)	4937.1 ±2.6	-4.8 ±2.3	25.4 ±2.4	-1.352e-09 ±1.334e-10	1.403e-16 ±3.598e-17	±0.308
4 (1-4)	4936.6 ±1.4	1.6 ±1.6	22.4 ±1.8	-1.073e-09 ±1.202e-10	1.631e-16 ±3.266e-17	±0.326
5 (1-5)	4936.9 ±1.1	5.8 ±1.6	27.4 ±1.7	-9.202e-10 ±1.167e-10	2.068e-16 ±3.370e-17	±0.355
6 (1-6)	4937.5 ±1.0	4.7 ±1.3	27.5 ±1.6	-9.709e-10 ±1.021e-10	2.168e-16 ±3.061e-17	±0.345
7 (1-7)	4938.5 ±0.9	2.6 ±1.2	27.6 ±1.5	-1.068e-09 ±9.519e-11	2.084e-16 ±2.893e-17	±0.349
8 (1-8)	4938.2 ±0.9	5.1 ±0.9	26.3 ±1.2	-1.074e-09 ±8.944e-11	2.056e-16 ±2.758e-17	±0.347
9 (1-9)	4936.8 ±0.8	6.7 ±0.9	26.9 ±1.2	-7.098e-10 ±8.449e-11	1.249e-16 ±2.659e-17	±0.356
10 (1-10)	4936.9 ±0.8	6.8 ±0.9	27.6 ±1.1	-7.098e-10 ±7.678e-11	1.065e-16 ±2.337e-17	±0.348
11 (1-11)	4936.7 ±0.7	6.2 ±0.9	24.5 ±1.0	-6.838e-10 ±7.464e-11	8.717e-17 ±2.310e-17	±0.361
12 (1-11)	4937.1 ±0.7	7.8 ±0.8	24.7 ±1.0	-6.757e-10 ±6.975e-11	1.019e-16 ±2.184e-17	±0.351
13 (1-13)	4937.6 ±0.7	7.3 ±0.7	24.8 ±0.8	-9.911e-10 ±5.977e-11	2.027e-16 ±1.730e-17	±0.348
14 (1-14)	4937.6 ±0.6	10.2 ±0.7	21.8 ±0.7	-9.354e-10 ±6.083e-11	1.981e-16 ±1.757e-17	±0.363
15 (1-15)	4938.8 ±0.6	9.3 ±0.7	22.4 ±0.7	-1.056e-09 ±6.140e-11	2.323e-16 ±1.785e-17	±0.375
16 (1-16)	4938.2 ±0.6	8.5 ±0.7	21.9 ±0.7	-1.248e-09 ±5.953e-11	2.816e-16 ±1.749e-17	±0.375

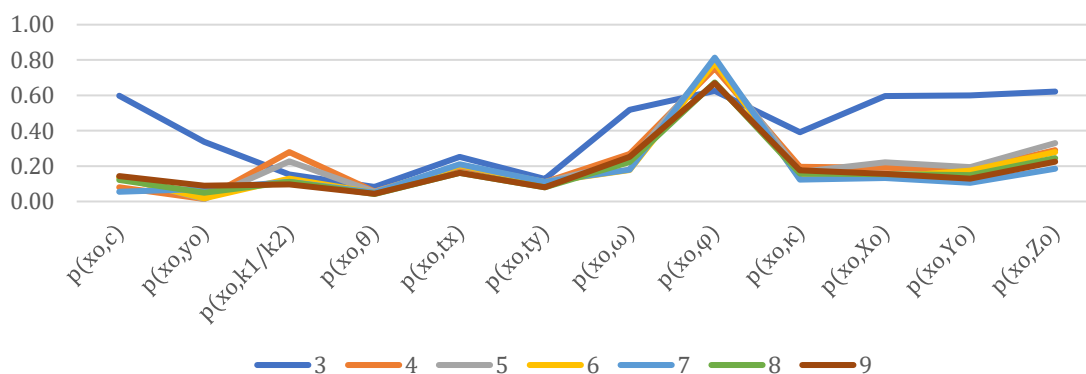
Από τις Εικ. 106-115 βλέπει κανείς ότι οι αρχικά υψηλές συσχετίσεις των  $c$ ,  $x_o$ ,  $y_o$  που εμφανίζονται με τη χρήση τριών εικόνων γρήγορα ελαττώνονται. Το  $c$  παρουσιάζει υψηλή συσχέτιση με τα  $X_o$ ,  $Z_o$ , η οποία μειώνεται με την αύξηση του αριθμού των εικόνων, ωστόσο εξακολουθεί να είναι περί το 50% – 60%. Το αντίστοιχο ισχύει για τις συσχετίσεις μεταξύ του  $x_o$  και της στροφής  $\varphi$ , καθώς και του  $y_o$  και της στροφής  $\omega$ . Ο συντελεστής  $k_1$  εμφανίζει για μικρό αριθμό εικόνων διακριτή αλλά χαμηλή συσχέτιση με τη στροφή  $\varphi$ , η οποία ελαττώνεται καθώς αυξάνονται οι εικόνες. Γενικά, οι συσχετίσεις μεταξύ των δύο συντελεστών και των υπόλοιπων παραμέτρων είναι ασήμαντες.



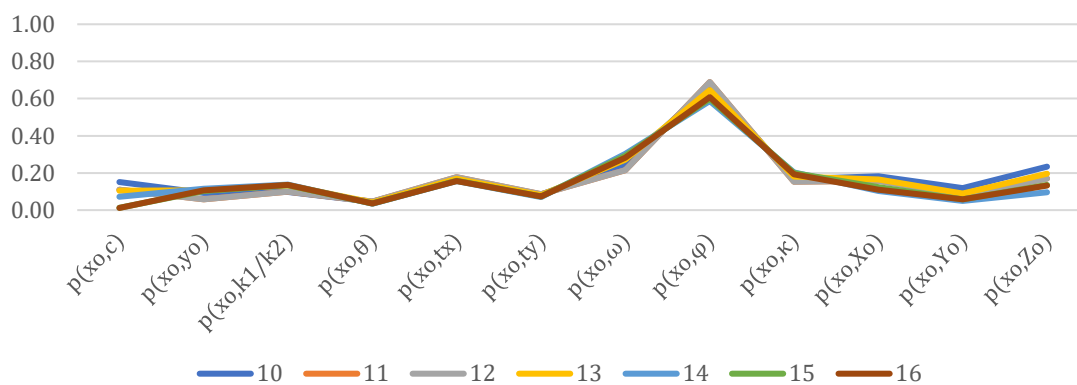
Εικόνα 106: Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



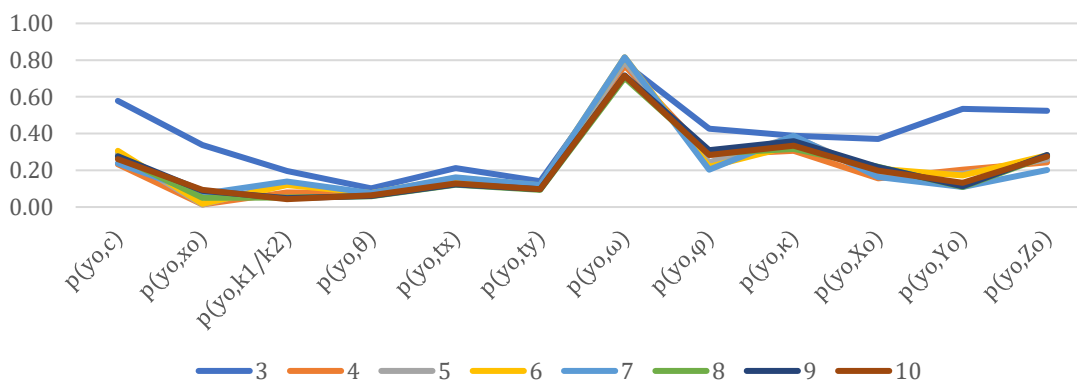
**Εικόνα 107:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16]



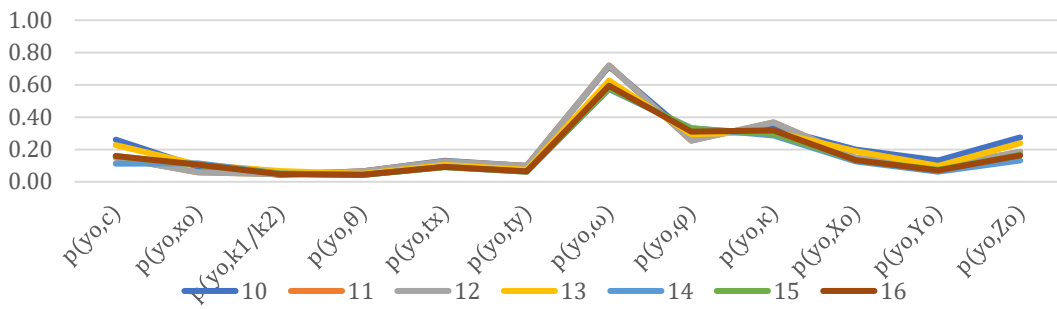
**Εικόνα 108:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



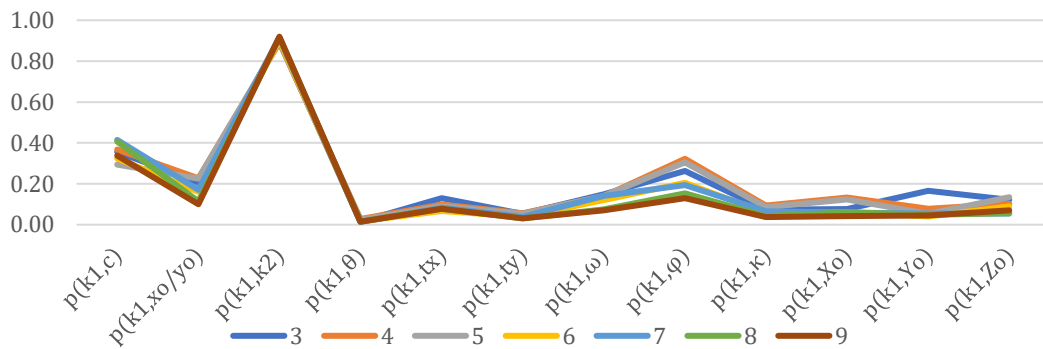
**Εικόνα 109:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16]



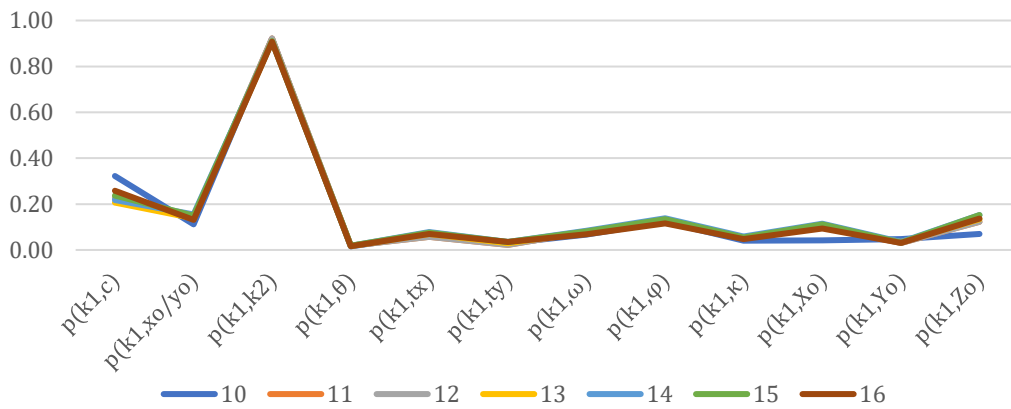
**Εικόνα 110:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



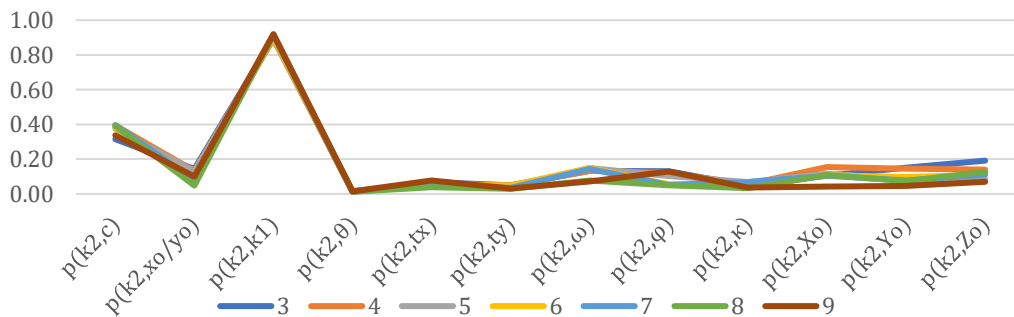
**Εικόνα 111:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16]



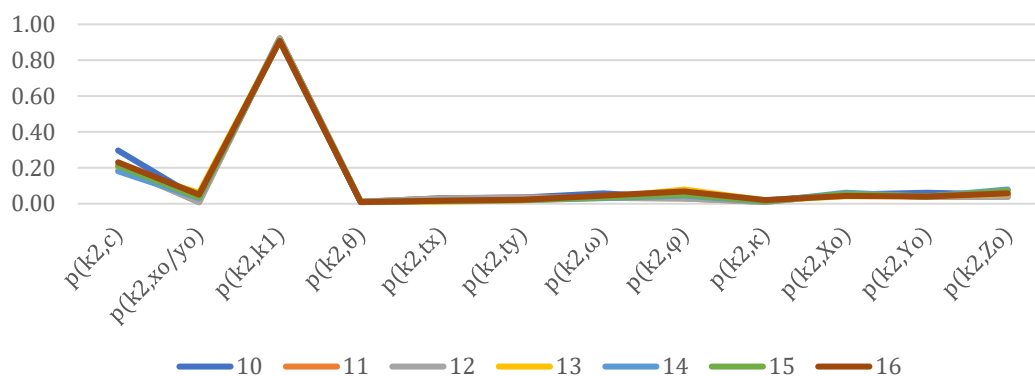
**Εικόνα 112:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



**Εικόνα 113:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16]



**Εικόνα 114:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 3-9]



**Εικόνα 115:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 10-16]

## 4.2. Πραγματικές λήψεις μίας μοναδικής σκακιέρας

Εκτός από την προηγηθείσα αξιολόγηση των εσωτερικών προσανατολισμών με βάση τις στατιστικές ακρίβειες προσδιορισμού των παραμέτρων καθώς και των συσχετίσεών τους με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού όσο και του δισδιάστατου μετασχηματισμού στερεού σώματος των σκακιερών, αποφασίστηκε να συγκριθούν τα αποτελέσματα από πολλές σκακιέρες με τους αντίστοιχους εσωτερικούς προσανατολισμούς που υπολογίζονται χρησιμοποιώντας μία μοναδική (“ισοδύναμη”) σκακιέρα. Το μέγεθος της σκακιέρας ήταν τέτοιο ώστε να καλύπτει χονδρικά την ίδια επιφάνεια που καλύπτουν οι πολλές μικρότερες σκακιέρες, προκειμένου τα αποτελέσματα να είναι κατά το δυνατό άμεσα συγκρίσιμα. Για το σκοπό αυτό αξιοποιήθηκε το λογισμικό ανοιχτού κώδικα *Fauccal* (Douskos et al., 2009), βασισμένο στη διπλωματική εργασία του Ντούσκου (2006). Το πρόγραμμα αυτό, που λειτουργεί αυτόματα, δέχεται ως είσοδο εικόνες μίας σκακιέρας που έχουν ληφθεί υπό διαφορετικές θέσεις και γωνίες. Εν συνεχεία, ανιχνεύει αυτόματα τους κόμβους της, επιλέγει τους έγκυρους, τους ταξινομεί κατά γραμμή και στήλη και, τέλος, προσδιορίζει τις επιλεγμένες από τον χρήστη παραμέτρους της γεωμετρίας της μηχανής με συνόρθωση δέσμης με αυτοβαθμονόμηση.

Για τη σύγκριση των εσωτερικών προσανατολισμών χρησιμοποιήθηκαν δύο ομάδες λήψεων μίας σκακιέρας. Οι εικόνες του πρώτου σετ λήφθηκαν με τη μηχανή Sony Nex-5n την ίδια μέρα που λήφθηκαν και οι εικόνες των έξι σκακιερών. Το ίδιο ισχύει και για τις λήψεις του δεύτερου σετ, οι οποίες πραγματοποιήθηκαν με τη μηχανή Canon EOS 550D.

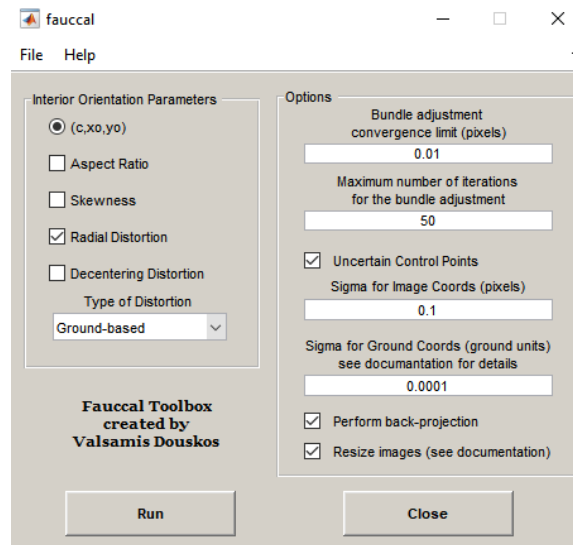
Όπως και στην περίπτωση πολλαπλών κανάβων, πραγματοποιήθηκε η αξιολόγηση του εσωτερικού προσανατολισμού των διαθέσιμων συνόλων εικόνων βάσει των ακριβειών προσδιορισμού των παραμέτρων, καθώς των συσχετίσεων μεταξύ των παραμέτρων του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού. Ταυτόχρονα, τα αποτελέσματα αυτά θα δοθούν για διαφορετικές λύσεις με διαφορετική γεωμετρία και αριθμό εικόνων.

### 4.2.1. Λήψεις με μηχανή Sony NEX-5N

Οι εικόνες της μίας σκακιέρας που λήφθηκαν με τη μηχανή Sony NEX-5N είναι συνολικά 11. Οι ρυθμίσεις των λήψεων φαίνονται στον Πίνακα 4-37.

Εστιακή απόσταση:	20 mm
Ταχύτητα κλείστρου:	1/60 s
Διάφραγμα:	f/9
ISO:	200
Ονομαστική ανάλυση:	16.1 MP
Διάσταση εικόνων:	4912 × 3264

Στο πρόγραμμα επελέγη να προσδιοριστούν πέντε παράμετροι του εσωτερικού προσανατολισμού, δηλαδή:  $c$ ,  $x_o$ ,  $y_o$ ,  $k_1$  και  $k_2$ . Επιπλέον, επελέγη η επιλογή σύμφωνα με την οποία οι κόμβοι της σκακιέρας υπόκεινται σε αβεβαιότητα (*Uncertain control points*). Σε αυτήν την περίπτωση, πρέπει να εισαχθεί η αβεβαιότητα των εικονοσυντεταγμένων και των συντεταγμένων χώρου. Εδώ διατηρήθηκαν οι προκαθορισμένες τιμές. Ταυτόχρονα, επελέγη και η επιλογή *Perform back-projection*, η οποία επιτρέπει την εύρεση των κόμβων της σκακιέρας που για κάποιο λόγο δεν εντοπίστηκαν αρχικά στις εικόνες, ώστε να ενταχθούν στην τελική λύση. Τέλος, χρησιμοποιήθηκε και η επιλογή της αλλαγής του μεγέθους των εικόνων για ταχύτερη ανίχνευση των σημείων. Αξίζει να αναφερθεί πως σε κάθε επίλυση αποκλείονταν ορισμένα σημεία με υψηλά εναπομένοντα σφάλματα. Οι βασικές επιλογές φαίνονται στην Εικ. 116.



Εικόνα 116: Επιλογές στο πρόγραμμα *Faucal*

Αρχικά, επιλέχθηκαν από όλο το σετ πέντε εικόνες με την φτωχότερη γεωμετρία (Εικ. 117) και έδωσαν τα αποτελέσματα του Πίνακα 4-38. Η τιμή της σταθεράς μηχανής διαφέρει από την αντίστοιχη τιμή που προκύπτει στην περίπτωση πολλαπλών σκακιερών κατά 11 pixel. Διαφορές παρουσιάζουν και οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου, με σημαντικότερη την διαφορά του  $x_o$ , η οποία ξεπερνάει τα 10 pixel. Οι διαφορές στις τιμές των συντελεστών της ακτινικής διαστρόφης δεν είναι σημαντικές.



Εικόνα 117: Πέντε εικόνες με φτωχή γεωμετρία

Πίνακας 4-38: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )
4208.8	2.1	16.8	-8.030e-09	4.050e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>-2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>-4</sup> )
0.8	1.0	1.9	8.60e-11	2.55e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
5			0.354	

Η χρήση εικόνων καλύτερης γεωμετρίας (Εικ. 118) έδωσε τα αποτελέσματα του Πίνακα 4-39.

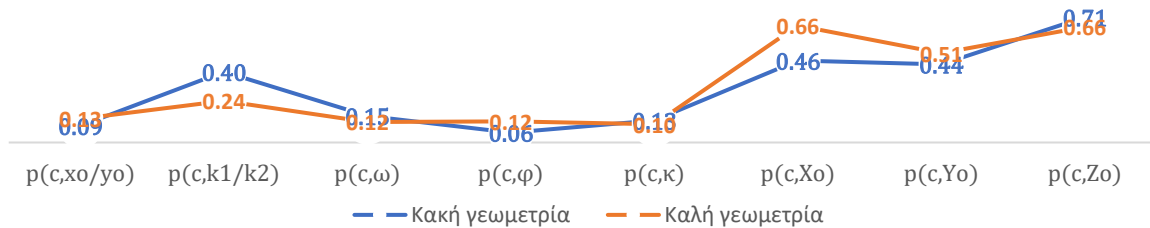
Παρατηρείται κάποια μείωση του  $\sigma_o$ , αλλά ταυτόχρονη αύξηση των  $\sigma$  των τεσσάρων από τις πέντε παραμέτρους. Σημαντικότερη μεταβολή παρουσιάζει το  $x_o$ , του οποίου το  $\sigma$  έχει την υψηλότερη τιμή. Η τιμή της σταθεράς μηχανής διαφέρει τώρα από την αντίστοιχη τιμή που προκύπτει στην περίπτωση πολλαπλών σκακιερών κατά 10 pixel, ενώ οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου κατά λιγότερο από 2 pixel. Διαφορετικά, οι διαφορές στις τιμές των συντελεστών  $k_1$  και  $k_2$  είναι μεγαλύτερες από ό,τι στην περίπτωση της φτωχής προοπτικής των εικόνων.



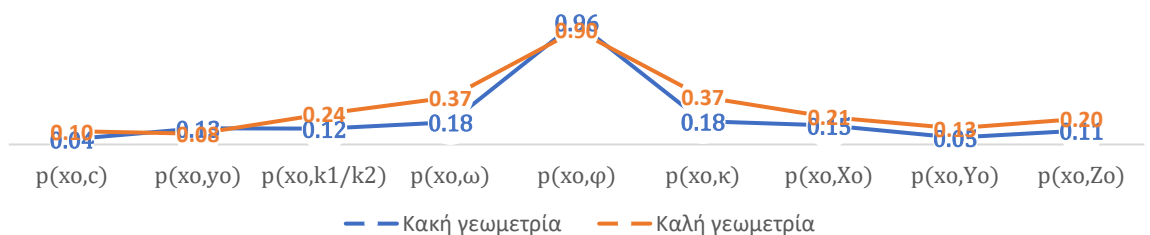
**Εικόνα 118:** Πέντε εικόνες με καλή γεωμετρία

<b>Πίνακας 4-39: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης</b>				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>4</sup> )
4202.4	-2.1	9.0	-7.914e-09	4.234e-16
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>4</sup> )
1.0	2.1	1.8	1.54e-10	6.33e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
5			0.320	

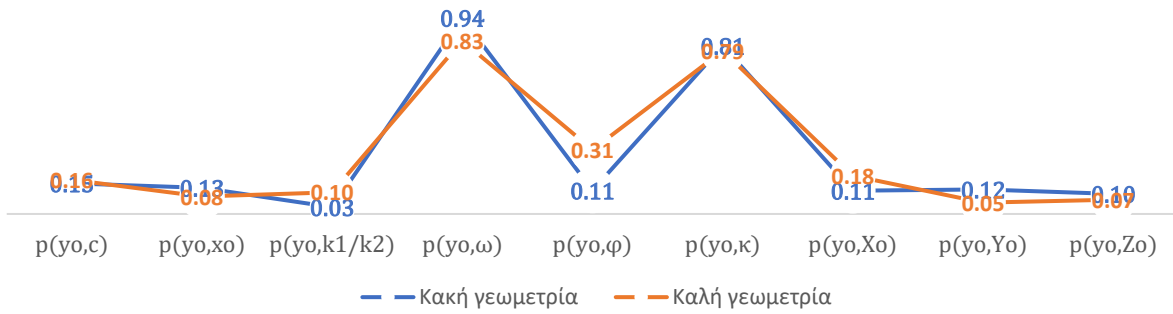
Από τις Εικ. 119-123 φαίνεται ότι το  $c$  παρουσιάζει υψηλή συσχέτιση με το  $Z_o$ , η οποία όμως ελαττώνεται στην περίπτωση έντονης προοπτικής των εικόνων με παράλληλα αύξηση των συσχετίσεων του  $c$  με τα  $X_o$ ,  $Y_o$ . Όσον αφορά τις συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου, η στροφή  $\kappa$  που ποικίλλει στις εικόνες μειώνει την σημαντική συσχέτιση του  $x_o$  με τη στροφή  $\varphi$ , ωστόσο αυξάνοντας τις συσχετίσεις του με όλες τις υπόλοιπες παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού και ταυτόχρονα ελαττώνει τις συσχετίσεις μεταξύ του  $y_o$  και των στροφών  $\omega$  και  $\kappa$ , μεγαλώνοντας έτσι τη συσχέτισή του με τη στροφή  $\varphi$ . Οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου δεν εμφανίζουν υψηλή συσχέτιση με τις συντεταγμένες του σημείου λήψης. Στην περίπτωση των συντελεστών της ακτινικής διαστρωφής, η καλή γεωμετρία των λήψεων αυξάνει λίγο τις συσχετίσεις τους με τις τρεις στροφές.



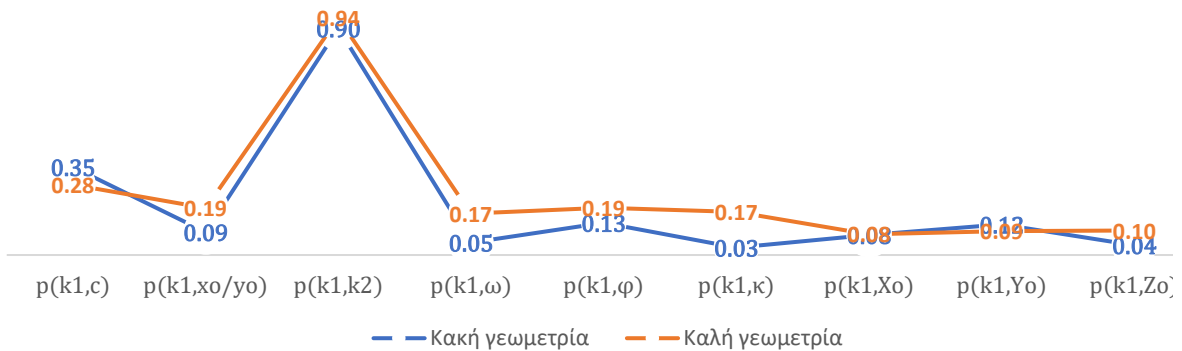
**Εικόνα 119:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



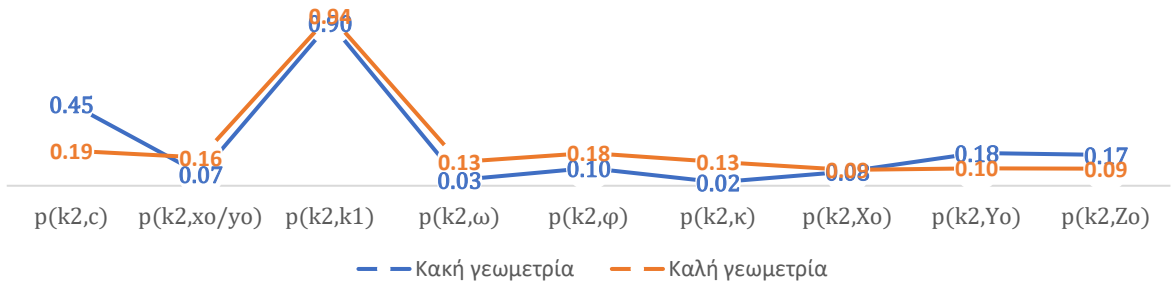
**Εικόνα 120:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 121:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

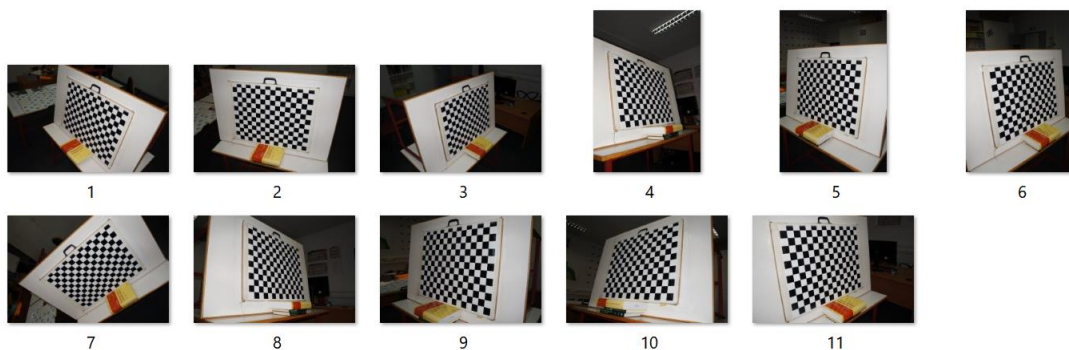


**Εικόνα 122:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 123:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Συγκρινόμενες με τις αντίστοιχες συσχετίσεις στην περίπτωση των πολλαπλών καννάβων, οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου παρουσιάζουν γενικά υψηλότερη συσχέτιση με τις στροφές όταν πρόκειται για μία μόνο σκακιέρα. Το ανάλογο ισχύει όσον αφορά τη συνολική συσχέτιση μεταξύ της σταθεράς μηχανής και των συντεταγμένων του σημείου λήψης. Ας σημειωθεί, ωστόσο, ότι στην περίπτωση πολλαπλών σκακιερών η σταθερά μηχανής συσχετίζεται περισσότερο με το  $X_0$  από ό,τι στην περίπτωση της μίας σκακιέρας.



**Εικόνα 124:** Όλες εικόνες του σετ

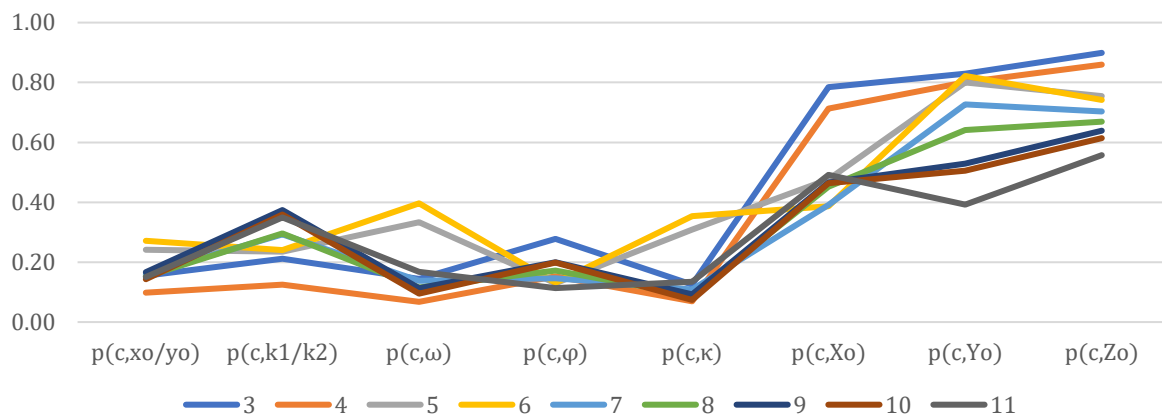


Στην συνέχεια, με αξιοποίηση όλων των εικόνων του σετ (Εικ. 124), παρουσιάζεται η μεταβολή στην ακρίβεια προσδιορισμού των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού (Πίνακας 4-40), καθώς και στις τιμές συσχετίσεων των στοιχείων αυτών με τις υπόλοιπες άγνωστες παραμέτρους συναρτήσει του αριθμού των εικόνων (Εικ. 125-129).

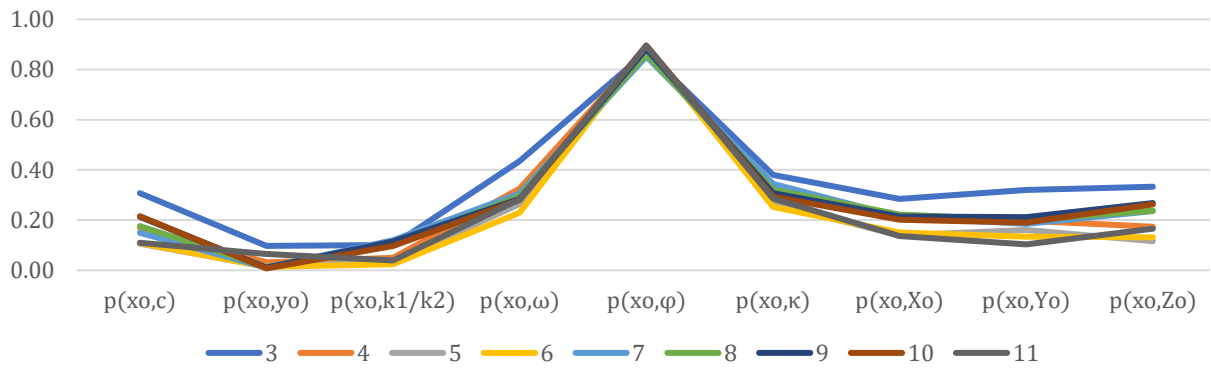
<b>Πίνακας 4-40:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων						
Αριθμός εικόνων	$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>4</sup> )	$\sigma_o$ (pixel)
3 (1, 2, 3)	4215.2 ±1.7	2.1 ±2.0	12.8 ±1.9	-8.337e-09 ±1.62e-10	4.824e-16 ±6.73e-17	±0.246
4 (1-4)	4217.6 ±1.5	-4.7 ±2.1	8.1 ±2.1	-8.152e-09 ±1.61e-10	4.657e-16 ±6.72e-17	±0.276
5 (1-5)	4210.5 ±1.2	0.0 ±2.0	13.7 ±2.2	-7.856e-09 ±1.52e-10	2.925e-16 ±6.08e-17	±0.300
6 (1-6)	4208.0 ±0.9	0.4 ±2.2	6.3 ±1.9	-7.977e-09 ±1.29e-10	3.308e-16 ±5.15e-17	±0.330
7 (1-7)	4207.4 ±1.0	3.4 ±1.7	15.5 ±1.8	-7.939e-09 ±1.17e-10	3.540e-16 ±4.69e-17	±0.331
8 (1-8)	4205.2 ±0.9	4.7 ±1.7	14.7 ±1.8	-7.715e-09 ±1.16e-10	2.781e-16 ±4.77e-17	±0.338
9 (1-9)	4204.5 ±0.8	2.4 ±1.7	16.4 ±1.6	-7.631e-09 ±1.01e-10	2.533e-16 ±3.91e-17	±0.344
10 (1-10)	4204.9 ±0.7	0.6 ±1.7	15.2 ±1.5	-7.785e-09 ±9.16e-11	3.389e-16 ±3.41e-17	±0.342
11 (1-11)	4207.1 ±0.6	0.3 ±1.6	12.5 ±1.3	-8.044e-09 ±6.17e-11	4.055e-16 ±1.81e-17	±0.356

Φαίνεται σαφώς πως ο αριθμός των εικόνων αυξάνει την ακρίβεια προσδιορισμού όλων παραμέτρων. Η σταθερά μηχανής και ο συντελεστής  $k_1$  παρουσιάζουν τις μικρότερες μεταβολές. Διαφορετικά, οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου μεταβάλλονται έντονα από επίλυση σε επίλυση, ωστόσο το  $y_o$  φαίνεται να είναι λιγότερο ασταθές.

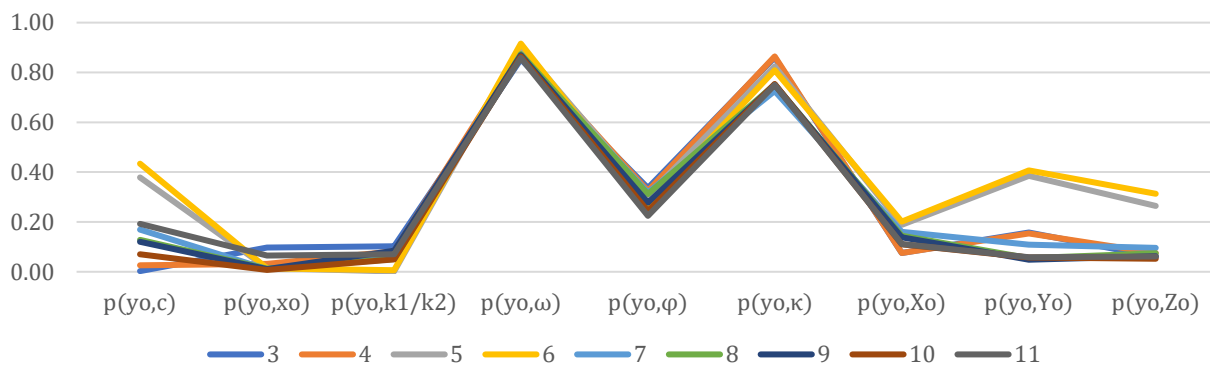
Αξίζει να παρατηρηθεί πως στην περίπτωση των αντίστοιχων αποτελεσμάτων από τη χρήση εικόνων πολλαπλών καννάβων το  $\sigma_o$  ήταν μεγαλύτερο κατά κανόνα κατά περίπου 0.2 pixel (πράγμα που πιθανότατα έχει να κάνει με την διαφορετική διαδικασία αυτόματης εξαγωγής σημείων που εφαρμόζεται στους δύο αλγορίθμους), οι ακρίβειες προσδιορισμού των συντεταγμένων του πρωτεύοντος μεγαλύτερες, ενώ των συντελεστών της ακτινικής διαστρόφης μικρότερες. Επίσης, με τη χρήση πολλών σκακιερών οι μεταβολές όλων των παραμέτρων, εκτός του  $k_1$ , ήταν λιγότερο έντονες.



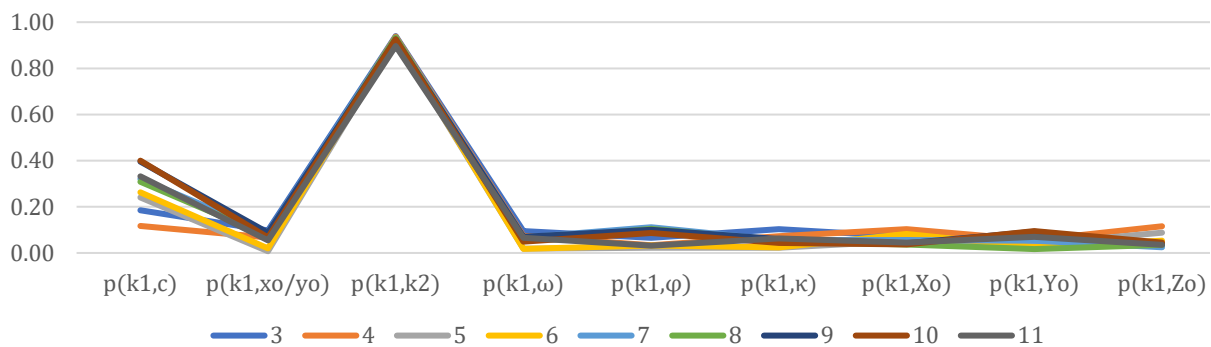
**Εικόνα 125:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



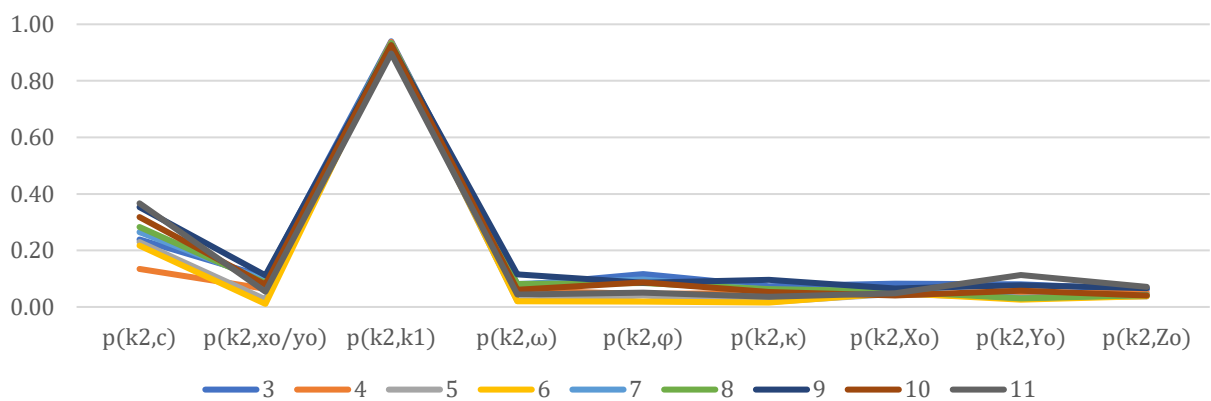
**Εικόνα 126:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 127:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 128:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



**Εικόνα 129:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

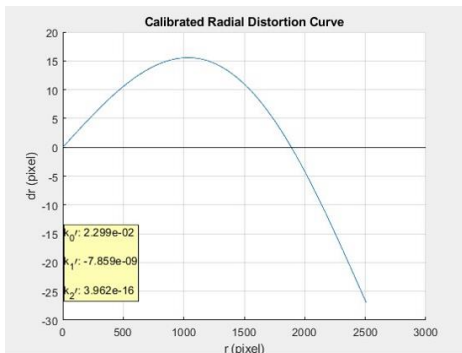
Παρατηρείται αμέσως η υψηλή συσχέτιση του  $c$  με τις συντεταγμένες του σημείου λήψης, η οποία γενικώς μειώνεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των εικόνων. Τελικά, το  $c$  παρουσιάζει ισχυρότερη συσχέτιση με τη συντεταγμένη  $Z_o$ , η οποία υπερβαίνει το 60%.

Το  $x_o$  συσχετίζεται έντονα με τη στροφή  $\varphi$ . Η συσχέτιση αυτή, αν και ελαττώνεται με περισσότερες εικόνες, παραμένει πολύ ισχυρή (> 85%). Οι συσχετίσεις με τις υπόλοιπες δύο στροφές δεν ξεπερνούν το 30%. Σημαντικές παραμένουν και οι συσχετίσεις μεταξύ του  $y_o$  και των στροφών  $\omega$  και  $\kappa$ . Τέλος, οι συσχετίσεις μεταξύ των συντελεστών της ακτινικής διαστρωφής και των υπόλοιπων παραμέτρων είναι ασθενείς.

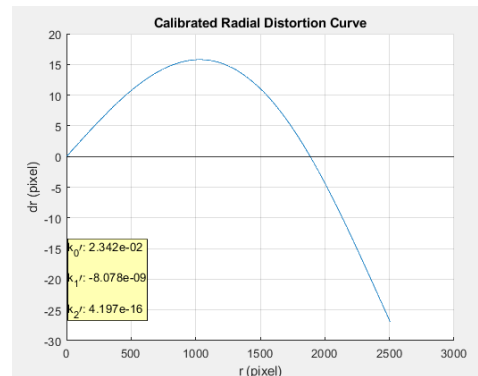
Στην περίπτωση των πολλαπλών σκακιερών και για τον ίδιο αριθμό εικόνων, η συσχέτιση του  $c$  με τις συντεταγμένες του σημείου λήψης είναι συνολικά χαμηλότερη, κυρίως εξαιτίας της συγκριτικά μικρότερης συσχέτισής του με το  $Y_o$ . Ωστόσο, η συσχέτιση μεταξύ του  $c$  και του  $X_o$  είναι εκεί ισχυρότερη, αλλά μικρότερη από 70%.

Επιπλέον, με τη χρήση πολλαπλών καννάβων η συσχέτιση μεταξύ του  $x_o$  και της στροφής  $\varphi$  καθώς και του  $y_o$  και των στροφών  $\omega$  και  $\kappa$  είναι αρκετά ασθενής. Οι συντελεστές ακτινικής διαστρωφής και στις δύο περιπτώσεις εικόνων παρουσιάζουν ασθενή συσχέτιση με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού. Πάντως με τη χρήση εικόνων μίας σκακιέρας οι συσχετίσεις αυτές έχουν χαμηλότερες τιμές.

Σύμφωνα με τις καμπύλες των Εικ. 130-133 υπάρχει για σημαντική ακτινική διαστρωφή. Οι τιμές των συντελεστών της δεν παρουσιάζουν αξιολογικές διαφορές, ωστόσο με τον υπολογισμό των σταθερών που αντιστοιχούν στους συντελεστές αυτούς διαπιστώνει κανείς ότι υπάρχει μεταξύ τους διαφορά 15 pixel στην περίπτωση ίδιου αριθμού εικόνων (Πίνακες 4-41 και 4-42).

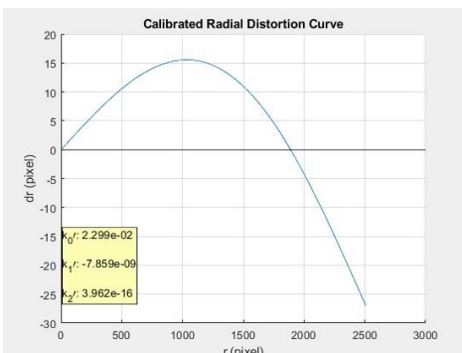


**Εικόνα 130:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρωφής – 11 λήψεις μίας σκακιέρας

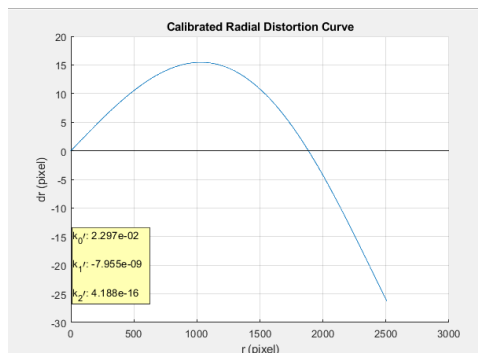


**Εικόνα 131:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρωφής – 14 εικόνες πολλαπλών σκακιερών

<b>Πίνακας 4-41:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπύλων ακτινικής διαστρωφής	
$c + \Delta c = 4110.3 \text{ pixel}$	$c + \Delta c = 4096.9 \text{ pixel}$



**Εικόνα 132:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρωφής – 11 εικόνες μίας σκακιέρας



**Εικόνα 133:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρωφής – 11 εικόνες πολλαπλών σκακιερών

<b>Πίνακας 4-42:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπύλων ακτινικής διαστρόφης	
$c + \Delta c = 4110.3 \text{ pixel}$	$c + \Delta c = 4095.3 \text{ pixel}$

#### 4.2.2. Λήψεις με μηχανή Canon EOS 550D

Οι εικόνες της μιας σκακιέρας που λήφθηκαν με τη μηχανή Canon EOS 550D είναι συνολικά 14. Οι ρυθμίσεις των λήψεων φαίνονται στον Πίνακα 4-43.

<b>Πίνακας 4-43:</b> Ρυθμίσεις λήψεων του σετ	
Εστιακή απόσταση:	22 mm
Ταχύτητα κλείστρου:	1/50 s ή 1/60 s
Διάφραγμα:	f/5.6 ή f/6.3
ISO:	200
Ονομαστική ανάλυση:	18 MP
Διάσταση εικόνων:	5184 × 3456

Οι επιλογές που έγιναν στο *Fauccal* είναι ίδιες με εκείνες που παρουσιάστηκαν παραπάνω.



**Εικόνα 134:** Πέντε εικόνες με την φτωχότερη γεωμετρία προοπτική από το σετ

<b>Πίνακας 4-44:</b> Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c \text{ (pixel)}$	$x_o \text{ (pixel)}$	$y_o \text{ (pixel)}$	$k_1 \text{ (pixel}^{-2}\text{)}$	$k_2 \text{ (pixel}^{-4}\text{)}$
4955.9	5.4	12.6	-3.720e-10	7.177e-17
$\sigma_c \text{ (pixel)}$	$\sigma_{x_o} \text{ (pixel)}$	$\sigma_{y_o} \text{ (pixel)}$	$\sigma_{k_1} \text{ (pixel}^{-2}\text{)}$	$\sigma_{k_2} \text{ (pixel}^{-4}\text{)}$
1.1	1.3	1.6	8.59e-11	2.05e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o \text{ (pixel):}$	
5			0.271	

Χρησιμοποιήθηκαν αρχικά πέντε εικόνες με σχετικά φτωχή γεωμετρία (Εικ. 134). Τα αποτελέσματα φαίνονται στον Πίνακα 4-44. Οι ακρίβειες προσδιορισμού των  $c$ ,  $x_o$ ,  $y_o$  είναι ίδιες με εκείνες που είχαν προκύψει στην αντίστοιχη επίλυση πολλών σκακιερών. Διαφορετικά, εδώ τα  $\sigma$  των συντελεστών της ακτινικής διαστρόφης είναι χαμηλότερα. Ταυτόχρονα, διαπιστώνεται η διαφορά μεταξύ τιμών των παραμέτρων των αντίστοιχων επιλύσεων.

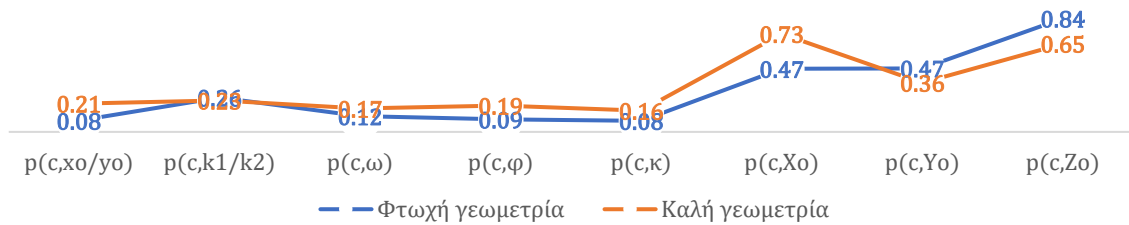


**Εικόνα 135:** Πέντε εικόνες καλής γεωμετρίας

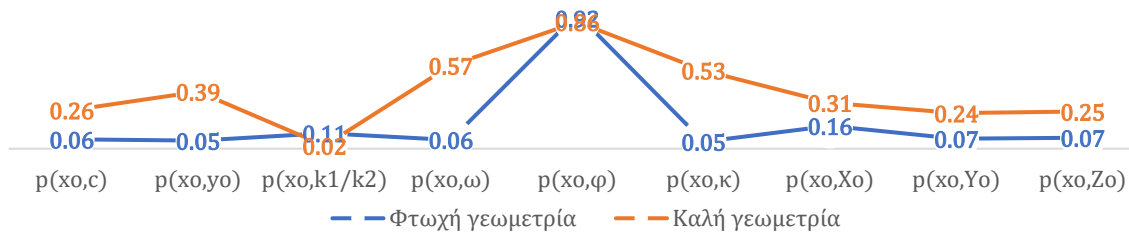
Με την επιλογή εικόνων με καλύτερη γεωμετρία (Εικ. 135), παρατηρείται αύξηση της τιμής του  $\sigma_o$  και παράλληλη μείωση των ακριβειών προσδιορισμού. Σημαντικότερη μεταβολή παρουσιάζουν το  $x_o$  και ο συντελεστής  $k_2$ . Ταυτόχρονα, διαπιστώνεται και εδώ η διαφορά μεταξύ τιμών των παραμέτρων στην συγκεκριμένη επίλυση και στην αντίστοιχη επίλυση που προκύπτει για εικόνες πολλαπλών σκακιερών. Επίσης, σε εκείνη την επίλυση το  $\sigma$  της σταθεράς μηχανής ήταν υψηλότερο, ενώ των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου χαμηλότερα.

Πίνακας 4-45: Αποτελέσματα συνόρθωσης δέσμης				
$c$ (pixel)	$x_o$ (pixel)	$y_o$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>4</sup> )
4952.9	3.0	11.8	-4.173e-10	4.212e-17
$\sigma_c$ (pixel)	$\sigma_{x_o}$ (pixel)	$\sigma_{y_o}$ (pixel)	$\sigma_{k_1}$ (pixel <sup>2</sup> )	$\sigma_{k_2}$ (pixel <sup>4</sup> )
1.2	2.2	1.8	1.41e-10	5.51e-17
Αριθμός επαναλήψεων:			$\sigma_o$ (pixel):	
4			0.375	

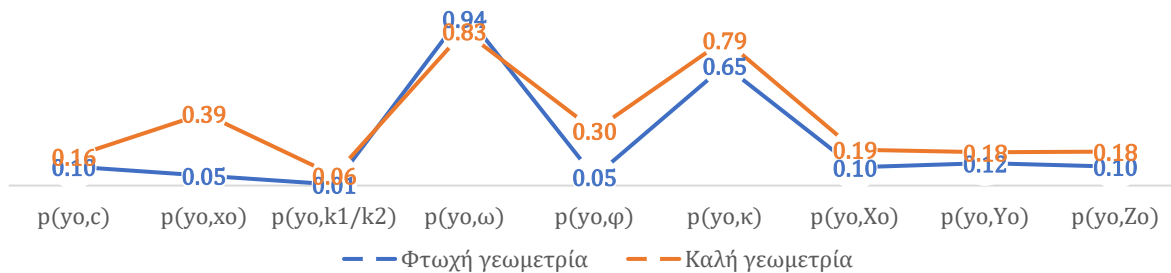
Από τις Εικ. 136-1 40 προκύπτει ότι η αναμενόμενη συσχέτιση του  $c$  με το  $Z_o$  μειώνεται χάρη στην έντονη προοπτική των εικόνων, αυξάνοντας ωστόσο σημαντικά τη συσχέτισή του με το  $X_o$ . Ταυτόχρονα, παρατηρείται ότι η καλή γεωμετρία των εικόνων αυξάνει τις συσχετίσεις του με τις τρεις στροφές. Όσον αφορά τις συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου, αν και η καλή γεωμετρία εικόνων μειώνει τη συσχέτιση μεταξύ του  $x_o$  και του  $\varphi$  και μεταξύ του  $y_o$  και του  $\omega$ , αυξάνει ταυτόχρονα τις συσχετίσεις τους με τις υπόλοιπες παραμέτρους. Τέλος, οι συντελεστές της ακτινικής διαστολής δεν συσχετίζονται σημαντικά με τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού.



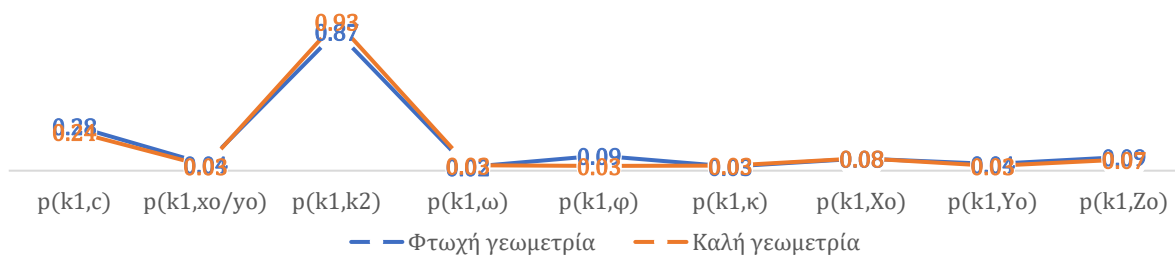
Εικόνα 136: Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



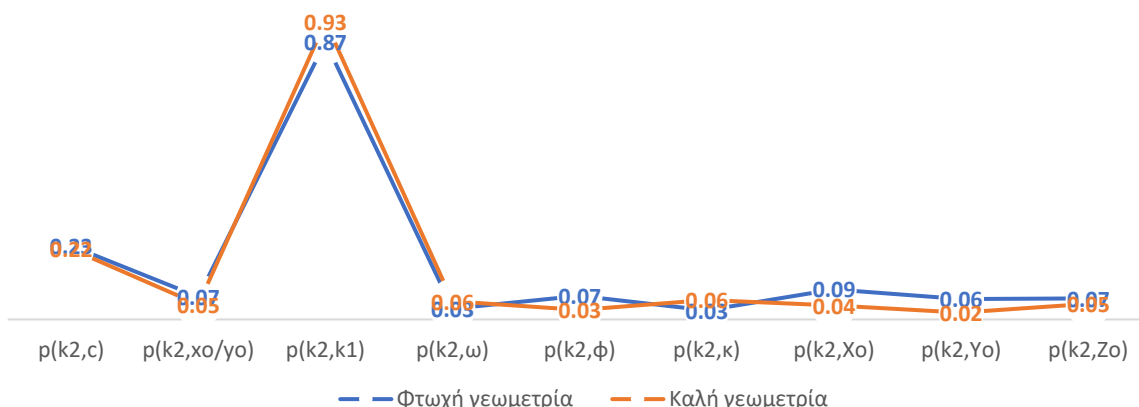
Εικόνα 137: Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



Εικόνα 138: Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους



Εικόνα 139: Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

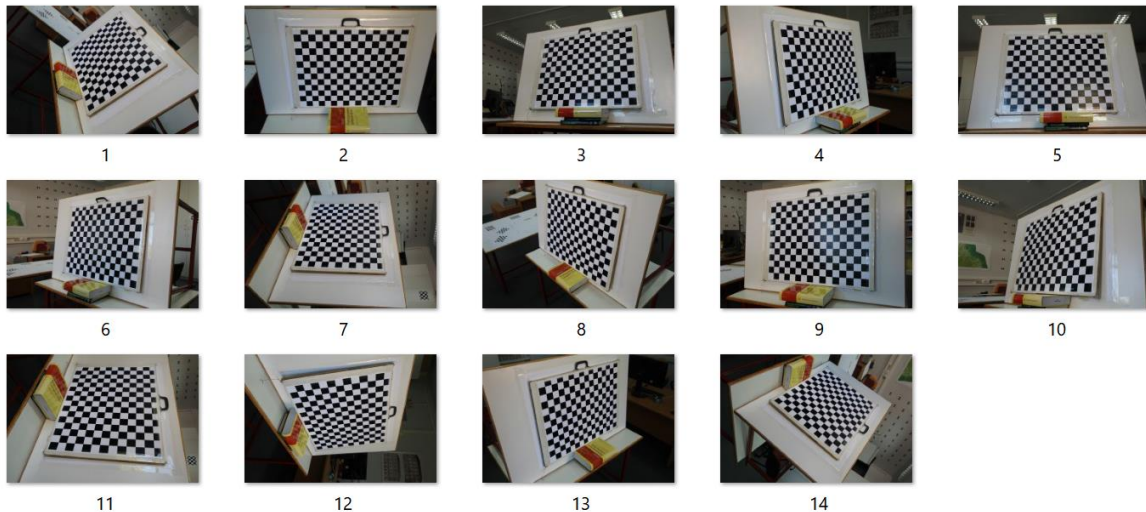


**Εικόνα 140:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους

Συγκριτικά με τις αντίστοιχες συσχετίσεις στην περίπτωση των πολλαπλών σκακιερών, οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου παρουσιάζουν γενικά υψηλότερη συσχέτιση με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού όταν πρόκειται για μία μόνο σκακιέρα. Ωστόσο, στην περίπτωση καλής γεωμετρίας λήψεων, η σταθερά μηχανής συσχετίζεται περισσότερο με το  $X_0$  και τη στροφή  $\phi$  από ό,τι στην περίπτωση μιας σκακιέρα. Ταυτόχρονα, οι συσχετίσεις μεταξύ του συντελεστή  $k_1$  και των στοιχείων του εξωτερικού προσανατολισμού είναι λίγο υψηλότερες αλλά όχι σημαντικές στην περίπτωση λήψεων πολλαπλών καννάβων.

Στον Πίνακα 4-46 παρουσιάζεται η μεταβολή της ακρίβειας προσδιορισμού των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού, καθώς και των τιμών συσχετίσεων των στοιχείων αυτών με τις υπόλοιπες άγνωστες παραμέτρους συναρτήσει του αριθμού των εικόνων (το σύνολο των εικόνων του σετ φαίνεται στην Εικ. 141).

<b>Πίνακας 4-46:</b> Παράμετροι εσωτερικού προσανατολισμού συναρτήσει του αριθμού των εικόνων						
Αριθμός εικόνων	$c$ (pixel)	$x_0$ (pixel)	$y_0$ (pixel)	$k_1$ (pixel <sup>-2</sup> )	$k_2$ (pixel <sup>-4</sup> )	$\sigma_0$ (pixel)
3 (1, 2, 3)	4946.7 ±2.4	7.2 ±2.1	16.6 ±2.1	-9.099e-10 ±1.21e-10	2.182e-16 ±3.36e-17	±0.332
4 (1-4)	4949.0 ±1.2	5.6 ±1.9	14.6 ±2.0	-8.591e-10 ±1.08e-10	1.766e-16 ±2.98e-17	±0.324
5 (1-5)	4949.5 ±1.1	3.8 ±1.6	15.7 ±1.9	-7.811e-10 ±8.58e-11	1.549e-16 ±2.34e-17	±0.313
6 (1-6)	4952.3 ±0.9	2.0 ±1.6	14.2 ±1.9	-7.523e-10 ±8.55e-11	1.405e-16 ±2.27e-17	±0.332
7 (1-7)	4950.9 ±1.0	2.7 ±1.6	13.5 ±1.9	-9.025e-10 ±8.69e-11	1.964e-16 ±2.35e-17	±0.343
8 (1-8)	4950.9 ±0.8	3.1 ±1.5	12.2 ±1.7	-8.611e-10 ±7.47e-11	1.956e-16 ±2.08e-17	±0.333
9 (1-9)	4950.9 ±0.8	2.8 ±1.5	12.4 ±1.6	-8.202e-10 ±7.01e-11	1.743e-16 ±1.97e-17	± 3.29
10 (1-10)	4951.7 ±0.7	1.6 ±1.5	13.4 ±1.4	-8.506e-10 ±6.50e-11	1.759e-16 ±1.91e-17	±0.328
11 (1-11)	4949.8 ±0.7	4.1 ±1.4	14.7 ±1.4	-7.917e-10 ±6.39e-11	1.735e-16 ±1.84e-17	±0.345
12 (1-12)	4950.0 ±0.7	3.0 ±1.3	12.8 ±1.3	-7.145e-10 ±6.29e-11	1.599e-16 ±1.82e-17	±0.353
13 (1-13)	4948.7 ±0.7	4.0 ±1.3	15.1 ±1.3	-5.900e-10 ±6.15e-11	1.461e-16 ±1.82e-17	±0.362
14 (1-14)	4948.5 ±0.6	2.0 ±1.1	13.4 ±1.2	-5.998e-10 ±6.00e-11	1.410e-16 ±1.78e-17	±0.365



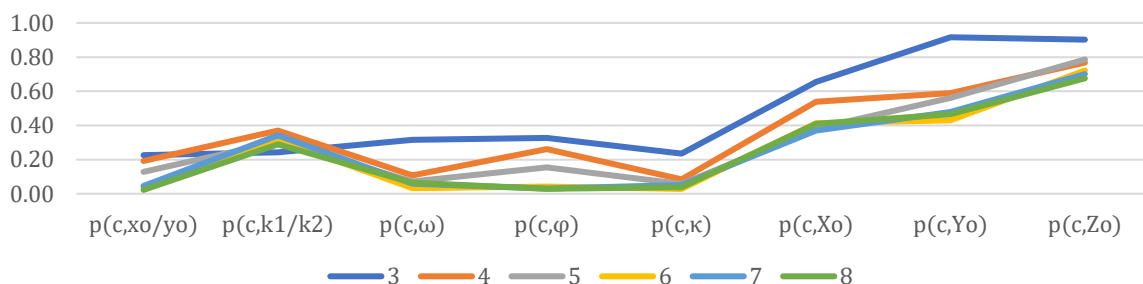
**Εικόνα 141:** Όλες οι εικόνες του σετ

Η ακρίβεια προσδιορισμού των παραμέτρων φαίνεται γενικά να αυξάνεται συναρτήσει του αριθμού των εικόνων. Η τιμή της σταθεράς μηχανής δεν μεταβάλλεται έντονα από επίλυση σε επίλυση. Οι υπόλοιπες παράμετροι παρουσιάζουν μεγαλύτερες μεταβολές, με υψηλότερες εκείνες του  $x_0$  και του συντελεστή  $k_2$ .

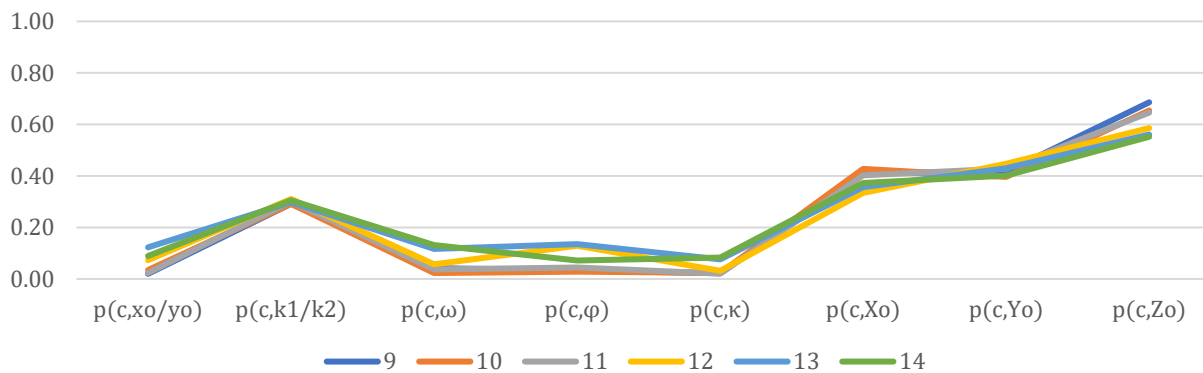
Συγκρίνοντας τα ανωτέρω αποτελέσματα με τα αντίστοιχα της περίπτωσης πολλαπλών σκακιερών, βλέπει κανείς πως το  $c$  και το  $y_0$  παρουσιάζουν συνολικά μικρότερες μεταβολές όταν πρόκειται για εικόνες πολλών σκακιερών. Οι μεταβολές της τιμής του  $x_0$  από επίλυση σε επίλυση είναι έντονες και στις δύο περιπτώσεις εικόνων. Η μεγαλύτερη μεταβολή του  $x_0$ , όταν πρόκειται για εικόνες πολλών σκακιερών, συμβαίνει από τις 3 έως 5 εικόνες. Ύστερα οι μεταβολές του είναι συνολικά μικρότερες σε σχέση με εκείνες που συμβαίνουν για εικόνες μίας σκακιέρας. Οι ακρίβεια προσδιορισμού των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου και του συντελεστή  $k_2$  είναι υψηλότερες για εικόνες πολλαπλών κανάβων. Ωστόσο, η διαφορά ανάμεσα στα  $\sigma$  των δύο επιλύσεων είναι μικρή.

Όσον αφορά τις συσχετίσεις (Εικ. 142-151), παρατηρείται η υψηλή συσχέτιση μεταξύ του  $c$  και των συντεταγμένων του σημείου λήψης, η οποία ελαττώνεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των εικόνων. Με τη χρήση περισσότερων από 12 εικόνων η συσχέτιση του  $c$  με το  $Z_0$  είναι μικρότερη από 60%.

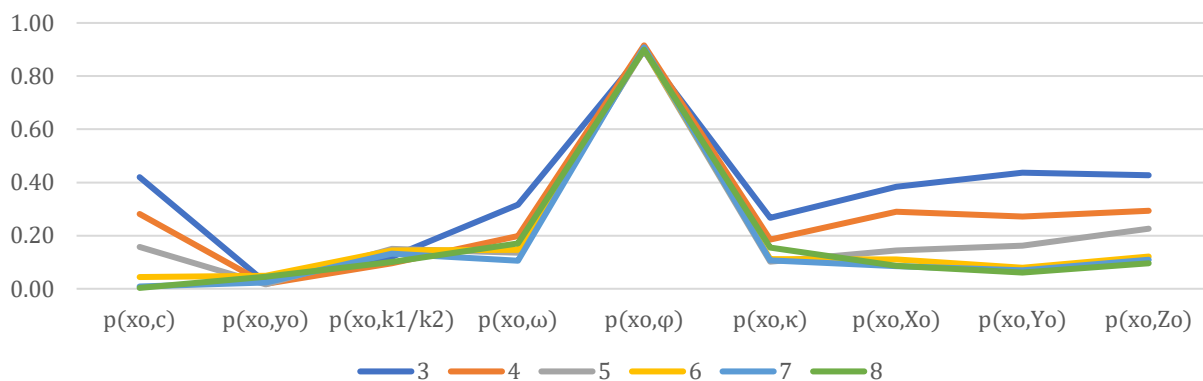
Το  $x_0$  παρουσιάζει έντονη συσχέτιση με τη στροφή  $\varphi$ , η οποία αν και ελαττώνεται όσο αυξάνεται ο αριθμός των εικόνων, εξακολουθεί να είναι υψηλή (> 80%). Ο μεγαλύτερος αριθμός των εικόνων επιτυγχάνει μείωση της συσχέτισης μεταξύ του  $y_0$  και των στροφών  $\omega$  και  $\kappa$ , ωστόσο η συσχέτιση μεταξύ του  $y_0$  και της στροφής  $\omega$  παραμένει ισχυρή (> 80%). Οι συσχετίσεις μεταξύ των συντελεστών  $k_1$ ,  $k_2$  και των στοιχείων του εξωτερικού προσανατολισμού δεν είναι σημαντικές.



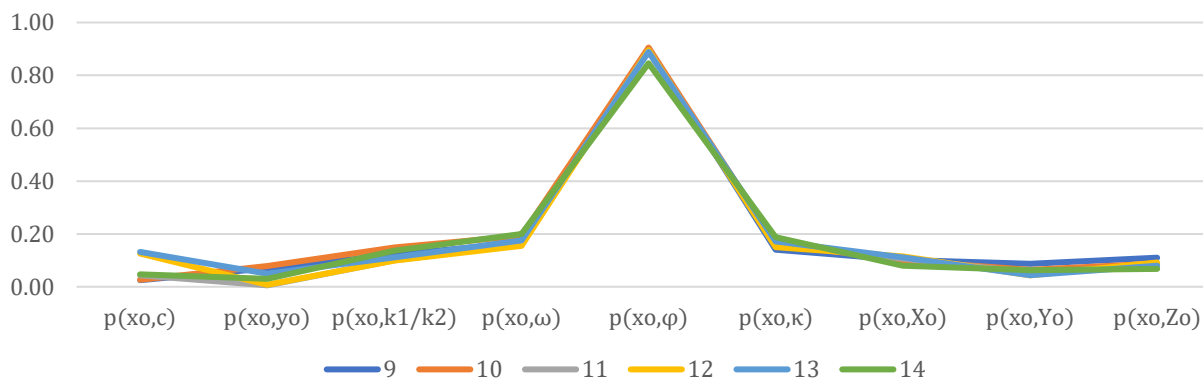
**Εικόνα 142:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]



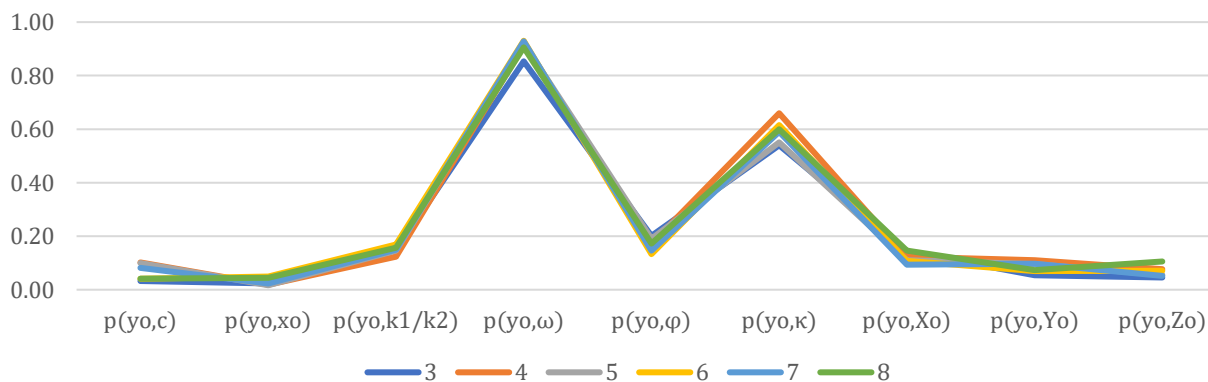
**Εικόνα 143:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $c$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]



**Εικόνα 144:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]

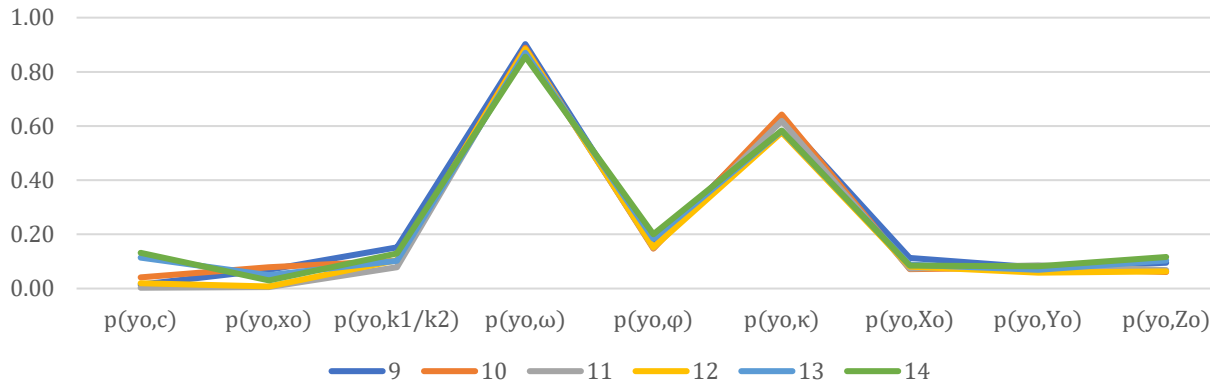


**Εικόνα 145:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $x_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]

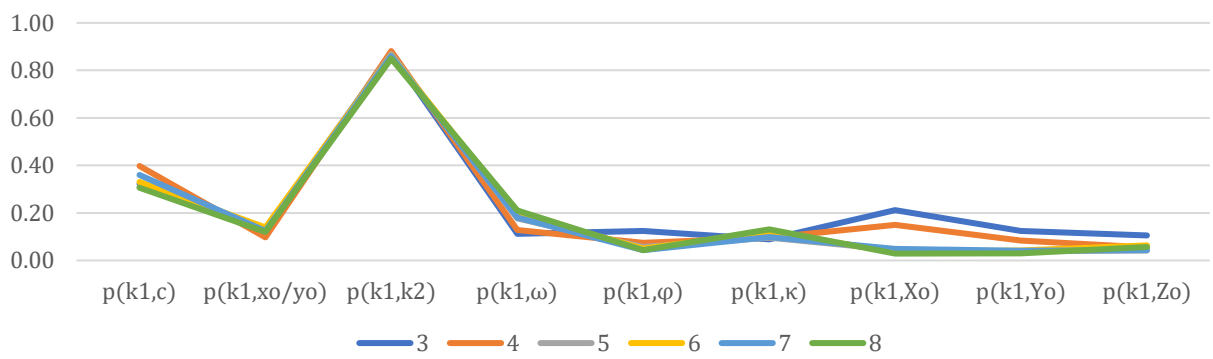


**Εικόνα 146:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_o$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]

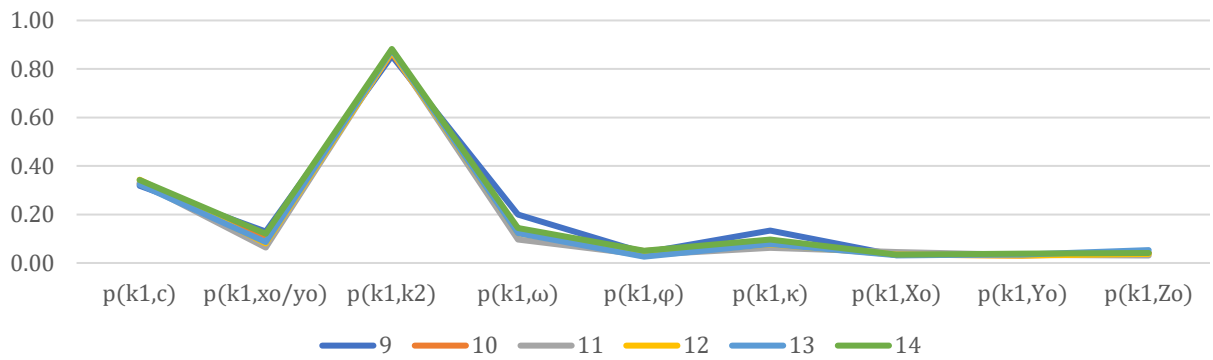




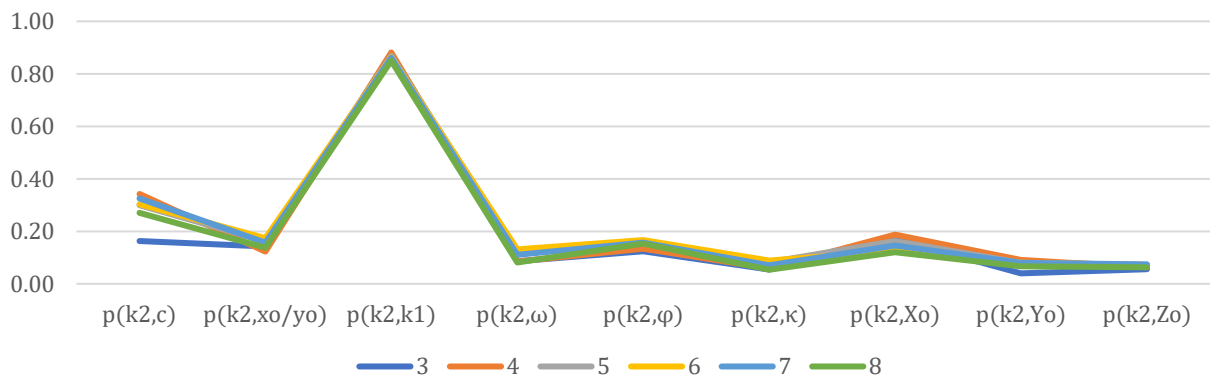
**Εικόνα 147:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $y_0$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]



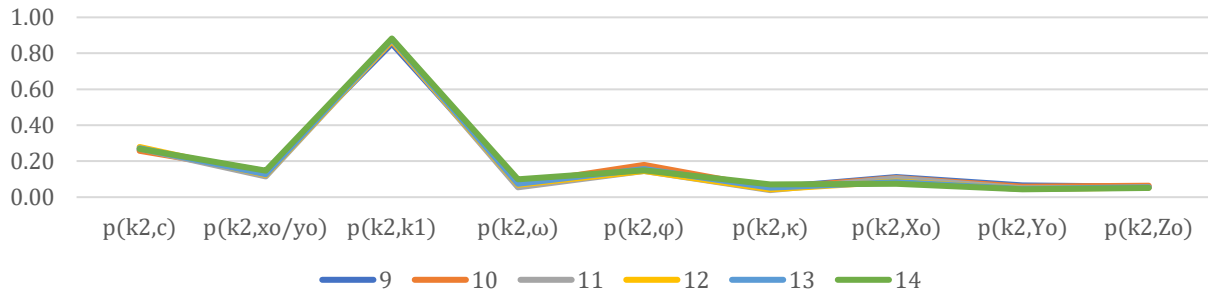
**Εικόνα 148:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]



**Εικόνα 149:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_1$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]



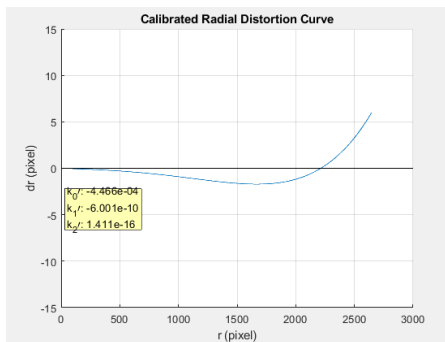
**Εικόνα 150:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 1-8]



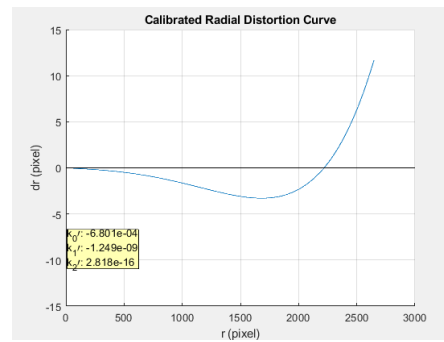
**Εικόνα 151:** Απόλυτες συσχετίσεις του  $k_2$  με τις υπόλοιπες παραμέτρους [εικόνες 9-14]

Με τη χρήση λήψεων μίας σκακιέρας, η συνολική συσχέτιση μεταξύ του  $c$  και των συντεταγμένων του σημείου λήψης είναι γενικά υψηλότερη. Ωστόσο, την περίπτωση πολλαπλών σκακιερών, η συσχέτιση του  $c$  με το  $X_o$  είναι λίγο μεγαλύτερη. Ταυτόχρονα, η συσχέτιση μεταξύ του  $x_o$  και της στροφής  $\varphi$ , καθώς και του  $y_o$  και των στροφών  $\omega$ ,  $\kappa$  είναι σημαντικά χαμηλότερη με τη χρήση λήψεων πολλών σκακιερών. Τέλος, και στις δύο περιπτώσεις λήψεων, οι συσχετίσεις μεταξύ των συντελεστών της ακτινικής διαστρόφης και των παραμέτρων του εξωτερικού προσανατολισμού είναι ασθενείς ( $< 20\%$ ).

Παρατηρείται πως οι συντελεστές  $k'$  διαφέρουν μεταξύ των επιλύσεων. Με τον υπολογισμό των σταθερών που αντιστοιχούν στις βαθμονομημένες καμπύλες διαστρόφης (Εικ. 152-155), διαπιστώνει κανείς ότι υπάρχει διαφορά μεταξύ των τιμών τους που ξεπερνάει τα 9 pixel στην περίπτωση 16 λήψεων πολλαπλών κανάβων και 12 pixel στην περίπτωση των 14 λήψεων.

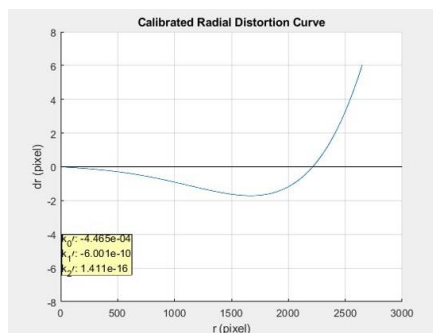


**Εικόνα 152:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης – 14 λήψεις μίας σκακιέρας

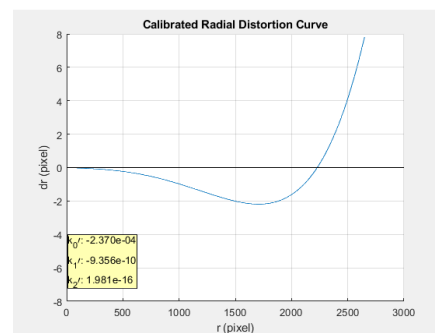


**Εικόνα 153:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης – 16 λήψεις πολλαπλών σκακιερών

<b>Πίνακας 4-47:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπυλών ακτινικής διαστρόφης	
$c + \Delta c = 4950.7 \text{ pixel}$	$c + \Delta c = 4941.6 \text{ pixel}$



**Εικόνα 154:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης – 14 λήψεις μίας σκακιέρας



**Εικόνα 155:** Βαθμονομημένη καμπύλη ακτινικής διαστρόφης – 14 λήψεις πολλαπλών σκακιερών

<b>Πίνακας 4-48:</b> Σταθερές μηχανής των βαθμονομημένων καμπυλών ακτινικής διαστρόφης	
$c + \Delta c = 4950.7 \text{ pixel}$	$c + \Delta c = 4938.7 \text{ pixel}$

## 5. Συμπεράσματα και Προτάσεις

Σκοπός της παρούσας διπλωματικής εργασίας ήταν η ανάπτυξη, υλοποίηση και ανάλυση της μεθοδολογίας για την πλήρως αυτόματη βαθμονόμηση μηχανής από λήψεις ενός συνόλου συνεπίπεδων σκακιερών τυχαίου (δηλαδή άγνωστου) προσανατολισμού, καθώς επίσης και μια πρώτη αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής του.

Ο αλγόριθμος που παρουσιάστηκε εντοπίζει αρχικά τους κόμβους κάθε σκακιέρας στις εικόνες, δεδομένης της γνωστής διάστασης των σκακιερών. Ακολούθως, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις εικόνες εκείνες στις οποίες έχουν εντοπιστεί με επιτυχία όλες οι σκακιέρες, εφαρμόζει την τεχνική PCA προκειμένου να υπολογιστούν οι προσεγγιστικές τιμές των παραμέτρων στροφής και μετάθεσης των σκακιερών στο επίπεδό τους (“in-plane”) που συνδέουν όλες τις σκακιέρες με την κεντρική σκακιέρα (σκακιέρα αναφοράς). Επιπλέον, υπολογίζονται οι προσεγγιστικές τιμές των παραμέτρων του προβολικού μετασχηματισμού κάθε εικόνας ως προς την κεντρική σκακιέρα. Σε δεύτερο βήμα, υπολογίζονται μέσω μη γραμμικών συννορθώσεων οι βέλτιστες τιμές των προαναφερθεισών παραμέτρων. Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας τις τελικές ομογραφίες, ο αλγόριθμος υπολογίζει τις αρχικές τιμές για τα στοιχεία του κοινού εσωτερικού προσανατολισμού καθώς και των εξωτερικών προσανατολισμών των εικόνων. Τέλος, η συνόρθωση δέσμης εκτιμά σε διαδικασία διαδοχικών προσεγγίσεων τις βέλτιστες τιμές για τις παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού της μηχανής λήψης.

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής του αλγορίθμου σε σύνολα πραγματικών λήψεων οδηγεί στα εξής πρώτα συμπεράσματα:

- Η υλοποιημένη αυτόματη ανίχνευση των σκακιερών και των κορυφών τους είναι, κατ' αρχήν, ικανοποιητική. Αποτελεσματικότερη είναι πάντως στην περίπτωση μικρότερου αριθμού σκακιερών (πχ. 5-6 αντί των 12).
- Εικόνες με πολύ έντονη προοπτική συνεισφέρουν στην ενίσχυση της γεωμετρίας της επίλυσης, ενδέχεται όμως να προκαλούν αποτυχημένο εντοπισμό των σκακιερών που βρίσκονται κοντά στις άκρες της εικόνας.
- Με καλή γεωμετρία εικόνων, η αρχική τιμή της σταθεράς της μηχανής προσεγγίζει καλύτερα της τελική τιμή της, διευκολύνοντας έτσι την σύγκλιση του αλγορίθμου.
- Από τις πέντε βασικές παραμέτρους του εσωτερικού προσανατολισμού, η σταθερά μηχανής εμφανίζει γενικά την μικρότερη αστάθεια, ενώ οι συντεταγμένες του πρωτεύοντος σημείου την μεγαλύτερη (όπως άλλωστε τεκμηριώνεται και στην βιβλιογραφία, όπου και προτείνεται η κατά το δυνατόν συμμετοχή εικόνων με μεγάλη στροφή περί τον άξονα της μηχανής).
- Πράγματι, διαπιστώθηκε ότι η ποικιλία γωνιών στροφής κόντως ελαττώνει την έντονη συσχέτιση των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου με τις στροφές εκτός επιπέδου (ιδίως του  $x_o$  με το  $\varphi$  και του  $y_o$  με το  $\omega$ ) “μοιράζοντάς” την στις άλλες δύο στροφές. Επιπλέον, μειώνει τις συσχετίσεις των συντελεστών της ακτινικής διαστροφής με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού. Ταυτόχρονα, επιτρέπει καλύτερη εκτίμηση των  $x_o$ ,  $y_o$  μειώνοντας την αστάθεια τους.
- Κρίσιμη παρατήρηση είναι ότι η έντονη προοπτική των εικόνων μειώνει γενικά τη συσχέτιση του  $c$  με τις συντεταγμένες του σημείου λήψης. Ειδικότερα, διαπιστώθηκε μείωση των συσχετίσεων του  $c$  με το  $Y_o$  και κυρίως με το  $Z_o$  (με παράλληλη “μεταφορά” μέρους τους σε εκείνη με το  $X_o$ ).
- Ο μεγαλύτερος αριθμός εικόνων αυξάνει την ακρίβεια προσδιορισμού των στοιχείων του εσωτερικού προσανατολισμού και μειώνει τις συσχετίσεις τους με τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού, καθώς και με τις “in-plane” παραμέτρους στροφής και μετάθεσης των σκακιερών.
- Γενικά, οι συσχετίσεις μεταξύ των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού και

των “in-plane” παραμέτρων στροφής και μετάθεσης των σκακιερών είναι ασήμαντες. ( $\leq 20\%$ ).

- Με τη χρήση των εικόνων πολλαπλών καννάβων, η ακρίβεια προσδιορισμού των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου είναι υψηλότερη από εκείνη της αντίστοιχης επίλυσης με εικόνες μίας μόνης σκακιέρας, ενώ της σταθεράς μηχανής χαμηλότερη για μικρό αριθμό εικόνων και συγκρίσιμη για μεγαλύτερο ( $> 5 - 7$  εικόνες).
- Η συνολική συσχέτιση του  $c$  με τις συντεταγμένες του σημείου λήψης είναι, γενικά, μικρότερη σε λήψεις πολλαπλών καννάβων. Επίσης, σημαντικά χαμηλότερη είναι η συσχέτιση μεταξύ των συντεταγμένων του πρωτεύοντος σημείου και των τριών στροφών.
- Η συσχέτιση του  $c$  ειδικά με το  $X_0$  είναι γενικά υψηλότερη όταν πρόκειται για εικόνες πολλαπλών καννάβων, ωστόσο με τη χρήση περισσότερων εικόνων η συσχέτιση αυτή μειώνεται αρκετά (για  $>10$  εικόνες φάνηκε να ελαττώνεται κατά  $\sim 30 - 35\%$ ).
- Οι συσχετίσεις των συντελεστών της ακτινικής διαστροφής με τις παραμέτρους του εξωτερικού προσανατολισμού είναι μεγαλύτερες στην περίπτωση λήψεων πολλαπλών σκακιερών, ωστόσο παραμένουν χαμηλές ( $< 40\%$  για μικρό αριθμό εικόνων και  $< 25\%$  για περισσότερες από επτά εικόνες).
- Οι συντελεστές της ακτινικής διαστροφής προσδιορίζονται με υψηλότερη ακρίβεια και εμφανίζουν πιο μικρές μεταβολές από επίλυση σε επίλυση με τη χρήση μιας σκακιέρας.
- Οι μεγάλες συσχετίσεις μεταξύ των συντελεστών  $k_1$  και  $k_2$  της διαστροφής (που είναι γνωστές στην βιβλιογραφία), δεν έχουν κατ’ αρχήν ιδιαίτερη σημασία αφού μια προβαθμονόμηση δίνει μια ομάδα συσχετισμένων τιμών παραμέτρων που προορίζεται να χρησιμοποιηθεί ως σύνολο στην συνέχεια. Αντίθετα, κρίσιμο ζήτημα σε μια προβαθμονόμηση είναι οι κατά το δυνατό μικρότερες συσχετίσεις των παραμέτρων της με τα στοιχεία του εξωτερικού προσανατολισμού των εικόνων.

Ο αλγόριθμος δοκιμάστηκε σε σύνολα πραγματικών λήψεων με διαφορετικό αριθμό εικόνων και απεικονιζόμενων σε αυτές σκακιερών που έγιναν με διαφορετικές μηχανές. Αυτό έδωσε την δυνατότητα να αναδειχθούν ορισμένοι περιορισμοί του συγκεκριμένου αλγορίθμου. Θα μπορούσαν να προταθούν ενδεικτικά οι ακόλουθοι πιθανοί τρόποι βελτίωσής του:

- Υπολογισμός προσεγγιστικών τιμών για τους συντελεστές της ακτινικής διαστροφής, η οποία αγνοείται κατά τον υπολογισμό της ομογραφίας και μπορεί και να επηρεάζει αρνητικά την ακρίβεια προσδιορισμού της αρχικής τιμής της σταθεράς  $c$  αλλά και τον υπολογισμό των ίδιων των συντελεστών. Αυτό ισχύει ιδίως για φακούς πολύ ευρυγώνιους που προκαλούν έντονες παραμορφώσεις.
- Βελτίωση του τρόπου ανίχνευσης των σκακιερών, προκειμένου να εντοπίζονται όλες οι σκακιέρες και υπό πιο έντονες κλίσεις των εικόνων.
- Ανάπτυξη, με εκτενέστερο έλεγχο της βιβλιογραφίας, και άλλης μεθόδου εξαγωγής των σημείων για την αύξηση της ακρίβειας προσδιορισμού των παραμέτρων του εσωτερικού προσανατολισμού.
- Εισαγωγή στο μαθηματικό μοντέλο των δύο συντελεστών  $p_1$  και  $p_2$  της έκκεντρης διαστροφής του φακού.

Τέλος, σημειώνεται ότι το βασικό κίνητρο για αυτή την εργασία ήταν η ανάγκη να μπορεί να εφαρμόζεται η (εύχρηστη και, ως εκ τούτου, ιδιαίτερα δημοφιλής σήμερα) διαδικασία βαθμονόμησης με μια απλή σκακιέρα και για μεγαλύτερες αποστάσεις λήψης από όσο εκ των πραγμάτων επιτρέπει το περιορισμένο φυσικό μέγεθος μιας και μόνης σκακιέρας. Διαπιστώθηκε ότι η μέθοδος με πολλαπλές σκακιέρες (που επιτρέπουν μεγαλύτερα πεδία βαθμονόμησης και συνεπώς πολύ μεγαλύτερες αποστάσεις λήψης και εστίασης) είναι, κατ’ αρχήν, απολύτως συγκρίσιμη με τις επιλύσεις με μία σκακιέρα. Μένει να αξιολογηθεί η επίδοση της μεθόδου και σε συνθήκες πραγματικές, ιδίως δε σε περιπτώσεις λήψεων από μεγαλύτερες αποστάσεις με μηχανές σε UAV.

## Βιβλιογραφία

Adam, K., Kalisperakis, I., Grammatikopoulos, L., Karras, G. and Petsa, E., 2013. Automatic camera calibration for cultural heritage applications using unstructured planar objects. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XL-5/W2, pp.1–6.

Agisoft Metashape Professional. Διαθέσιμο στο: <https://www.agisoft.com/downloads/installer/> (Ανακτήθηκε 05/04/2021).

Benassi, F., Dall'Asta, E., Diotri, F., Forlani, G., Morra di Cella, U., Roncella, R. and Santise, M., 2017. Testing accuracy and repeatability of UAV blocks oriented with GNSS-supported aerial triangulation. *Remote Sensing*, 9(2), 172.

Bender, L. U., 1971. *Analytical Photogrammetry: A Collinear Theory*. The Ohio State University.

Bouguet, J.-Y. *Camera Calibration Toolbox for Matlab*. Διαθέσιμο στο: [http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib\\_doc/](http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/calib_doc/) (Ανακτήθηκε 05/04/2021).

Bradski, G. *The OpenCV Library*. Dr. Dobb's Journal of Software Tools 2000. Διαθέσιμο στο: <https://www.drdobbs.com/open-source/the-opencv-library/184404319> (Ανάκτηση: 05/04/2021).

Cramer, M., Przybilla, H.-J., Zurhorst, A., 2017. UAV cameras: overview and geometric calibration benchmark, *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLII-2/W6, pp. 85-92.

Daftry, S., Maurer, M., Wendel, A. and Bischof, H., 2013. Flexible and user-centric camera calibration using planar fiducial markers. *Proc. of the British Machine Vision Conference*.

Dall'Asta, E., Thoeni, K., Santise, M., Forlani, G., Giacomini, A. and Roncella, R., 2015. Network design and quality checks in automatic orientation of close-range photogrammetric Blocks. *Sensors*, 15(4), pp.7985–8008.

Deng, Y., Hong, H., Deng, H. and Luo, H., 2017. BIM-based indoor positioning technology using a monocular camera. *Proc. of the 34<sup>th</sup> International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC)*.

Detchev, I., Habib, A., Mazaheri, M. and Lichti, D., 2018. Practical in situ implementation of a multicamera multisystem calibration. *Journal of Sensors*, 2018, pp.1–12.

Donné, S., De Vylder, J., Goossens, B. and Philips, W., 2016. MATE: Machine learning for adaptive calibration template detection. *Sensors*, 16(11), 1858.

Douskos, V., Grammatikopoulos, L., Kalisperakis, I., Karras, G., Petsa, E., 2009. FAUCCAL: An open source toolbox for fully automatic camera calibration. *XXII CIPA Symposium on Digital Documentation, Interpretation & Presentation of Cultural Heritage*, October 11-15, 2009, Kyoto, Japan.

Fedorov, I., Lawal, N., Thörnberg, B., Alqaysi, H. and O'Nils, M., 2018. Towards calibration of outdoor multi-camera visual monitoring system. *Proc. of the 12<sup>th</sup> International Conference on Distributed Smart Cameras*.

Fu, B., Wang, Y., Ding, X., Jiao, Y., Tang, L. and Xiong, R., 2019. LiDAR camera calibration under arbitrary configurations: observability and methods. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 69(6), pp.3089–3102.

Gavin, H. P. (2019). The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems. *Department of Civil & Environmental Engineering, Duke University*, 1-19.

Geiger, A., Moosmann, F., Car, O. and Schuster, B., 2012. Automatic camera and range sensor calibration using a single shot. *IEEE International Conference on Robotics & Automation*.

Grammatikopoulos, L., Adam, K., Petsa, E. and Karras, G., 2019. Camera calibration using multiple unordered coplanar checkerboards. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLII-2/W18, pp.59–66.

Han, S., Park, J. and Lee, W., 2016. On-site vs. laboratorial implementation of camera self-calibration for UAV photogrammetry. *Journal of the Korean Society of Surveying, Geodesy, Photogrammetry and Cartography*, 34(4), pp.349–356.

Hastedt, H. and Luhmann, T., 2015. Investigations on the quality of the interior orientation and its impact in object space for UAV photogrammetry. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XL-1/W4, pp.321–328.

Hemerly, E.M., 2014. Automatic georeferencing of images acquired by UAVs. *International Journal of Automation and Computing*, 11(4), pp.347–352.

Herrera, D., Kannala, C.J. and Heikkila, J., 2016. Forget the checkerboard: practical self-calibration using a planar scene. *IEEE Winter Conference on Applications of Computer Vision (WACV)*.

James, M.R., Chandler, J.H., Eltner, A., Fraser, C., Miller, P.E., Mills, J.P., Noble, T., Robson, S. and Lane, S.N., 2019. Guidelines on the use of structure-from-motion photogrammetry in geomorphic research. *Earth Surface Processes and Landforms*, 44(10), pp.2081–2084.

Javadnejad, F., Gillins, D.T., Parrish, C.E. and Slocum, R.K., 2019. A photogrammetric approach to fusing natural colour and thermal infrared UAS imagery in 3D point cloud generation. *International Journal of Remote Sensing*, 41(1), pp.211–237.

Levenberg, K., 1944. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2), 164-168.

Lim, P.C., Seo, J., Son, J. and Kim, T., 2019. Analysis of orientation accuracy of an UAV image according to camera calibration. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XLII-2/W13, pp.437–442.

Marquardt, D. W., 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431-441.

Ng, A. [Machine Learning and AI] (2017, 3 Αυγούστου). *Dimensionality Reduction | ML-005 Lecture 14 | Stanford University | Andrew Ng* [αρχείο βίντεο]. Ανακτήθηκε από: <https://www.youtube.com/watch?v=pAwjiGkafbM>

Nyimbili, P. H., Demirel, H., Şeker, D. Z., & Erden, T., 2016. Structure from motion (SfM) – approaches and applications. *Proc. of the International Scientific Conference on Applied Sciences*, Antalya, Turkey, pp. 27-30.

Ortega, A., Silva, M., Teniente, E., Ferreira, R., Bernardino, A., Gaspar, J. and Andrade-Cetto, J., 2014. Calibration of an outdoor distributed camera network with a 3D point cloud. *Sensors*, 14(8), pp. 13708–13729.

Peng, S. and Sturm, P., 2019. Calibration Wizard: a guidance system for camera calibration based on modelling geometric and corner uncertainty. *IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)*.

Raza, S.N., Raza ur Rehman, H., Lee, S.G. and Sang Choi, G., 2019. Artificial intelligence based camera calibration. *15<sup>th</sup> International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC)*.

Rehman, H. Z. U., Lee, S., 2018. Automatic image alignment using principal component analysis. *IEEE Access*, 6, 72063-72072.

Ricolfe-Viala, C. and Sanchez-Salmeron, A.-J., 2011. Camera calibration under optimal conditions. *Optics Express*, 19(11), p.10769.

Shahbazi, M., Sohn, G., Théau, J. and Ménard, P., 2015. UAV-based point cloud generation for open-pit mine modelling. *ISPRS - International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XL-1/W4, pp.313–320.

She, M., Song, Y., Mohrmann, J. and Köser, K., 2019. Adjustment and calibration of dome port camera systems for underwater vision. *DAGM GCPR Pattern Recognition*, Lecture Notes in Computer Science, Springer, vol. 11824, pp.79–92.

Whitehead, K. and Hugenholtz, C.H., 2014. Remote sensing of the environment with small unmanned aircraft systems (UASs), part 1: a review of progress and challenges. *Journal of Unmanned Vehicle Systems*, 02(03), pp.69–85.

Xiang, T.-Z., Xia, G.-S. and Zhang, L., 2019. Mini-UAV-based remote sensing: techniques, applications and prospectives. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Magazine*, 7(3), pp.29–63.

Xu, G., Zheng, A., Li, X. and Su, J., 2016. A method to calibrate a camera using perpendicularity of 2D lines in the target observations. *Scientific Reports*, 6(1).

Zhang Z., 2000. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11), pp. 1330-1344.

Zhou, Y., Rupnik, E., Meynard, C., Thom, C. and Pierrot-Deseilligny, M., 2019. Simulation and Analysis of Photogrammetric UAV Image Blocks—Influence of Camera Calibration Error. *Remote Sensing*, 12(1), p.22.

Αδάμ Κ., 2011. *Γεωμετρία του Στερεοζεύγους από Βαθμονομημένες και από μη Βαθμονομημένες Μηχανές*. Διπλωματική εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Γραμματικόπουλος, Λ., 2007. *Γεωμετρική Πληροφορία από Μεμονωμένες Εικόνες στην Φωτογραμμετρία και την Όραση Υπολογιστών*. Διδακτορική διατριβή, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Καλησπεράκης Η., 2021. *Ανάλυση Κυρίων Συνιστωσών Principal Component Analysis (PCA)*. Σπουδαστικές σημειώσεις. Τμήμα Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής ΠΑΔΑ.

Καπετανάκης Θ. Ν., 2019. *Μελέτη με Ημιανλυτικές Τεχνικές ή Μεθόδους Τεχνητής Νοημοσύνης της Ακτινοβολίας Κυκλικής Βροχοκεραίας Παρουσία ή μη Ένθετων Διηλεκτρικών Κυκλικών Κυλινδρικών Ράβδων*. Διδακτορική διατριβή, Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπισκόπησης Πανεπιστημίου Πελοποννήσου.

Καρράς Γ., 1992. *Η Τοπογραφία Μοιρέ ως Μέθοδος της Φωτογραμμετρίας Μικρών Αποστάσεων στην Βιοστερεομετρία*. Διδακτορική διατριβή, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Καρράς Γ., 1998. *Γραμμικοί Μετασχηματισμοί Συντεταγμένων στη Φωτογραμμετρία*. Σπουδαστικές σημειώσεις, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Κρανάς Ι., 2015. *Τρισδιάστατη Απεικόνιση Μοντέλου με Χρήση Φωτογραμμετρικών Σταθμών*. Διπλωματική εργασία, ΗΜΜΥ Πολυτεχνείου Κρήτης.

Κυπαρίσση Β., 2011. *Συνένωση Νεφών Σημείων από Ομολογίες Εικόνων*. Διπλωματική εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Κωνσταντίνου Κ., 2012. *Ποσοτική Ανάλυση Εικόνας Μαγνητικής Τομογραφίας για Εύρεση Υπερσιδήρωσης Ήπατος και Μυοκάρδιου σε Ασθενείς με Θαλασσαιμία*. Μεταπτυχιακή εργασία, Τμήμα Πληροφορικής Πανεπιστημίου Κύπρου.

Ντούσκος Β., 2006. *Αυτόματη Βαθμονόμηση Ψηφιακών Μηχανών από Εικόνες Επίπεδου Καννάβου*. Διπλωματική εργασία, ΣΑΤΜ ΕΜΠ.

Παπαδόπουλος, Α., Μανωλόπουλος, Ι., Τσίγλας, Κ. 2015. Λανθάνουσα Σηματολογική Ανάλυση. [Κεφάλαιο Συγγράμματος]. Στο Παπαδόπουλος, Α., Μανωλόπουλος, Ι., Τσίγλας, Κ., *Ανάκτηση Πληροφορίας*. [ηλεκτρ. βιβλ.] Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών, κεφ 8. Διαθέσιμο στο: <http://hdl.handle.net/11419/4200>

Πετρίδης, Δ. 2015. Ανάλυση Κύριων Συνιστωσών - Παραγοντική Ανάλυση. Στο: Πετρίδης, Δ., *Ανάλυση Πολυμεταβλητών Τεχνικών*. [ηλεκτρ. βιβλ.] Αθήνα: Σύνδεσμος Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών. κεφ 4. Διαθέσιμο στο: <http://hdl.handle.net/11419/2129>

Τασοπούλου Α., 2013. *Μη-Γραμμική Παλινδρόμηση: Έλεγχος Προσαρμογής Μοντέλων Αυτής σε Χειμερινές Θερμοκρασίες του Ελλαδικού Χώρου*. Μεταπτυχιακή εργασία, Τμήμα Μαθηματικών ΑΠΘ.



## Παράρτημα

### Εκτίμηση του εξωτερικού προσανατολισμού μέσω των σχέσεων του Bender (1971)

Για τον υπολογισμό των 8 στοιχείων του εσωτερικού και εξωτερικού προσανατολισμού εικόνας με γνωστό  $c$  από τους 8 συντελεστές της αναγωγής, ο Bender χρησιμοποιεί εξισώσεις του von Gruber. Οι εξισώσεις που πρότεινε ο Bender του παρουσιάζονται ως εξής:

$$D = -\frac{1}{\sqrt{a_{31}^2 + a_{32}^2}} \cdot \frac{a_{32}}{|a_{32}|}$$

$$A = \tan^{-1}\left(\frac{a_{31}}{a_{32}}\right)$$

$$x_c = [a_{31}(a_{11} - a_{22}) + a_{32}(a_{12} + a_{21})] \cdot D^2$$

$$y_c = [a_{31}(a_{12} + a_{21}) - a_{32}(a_{11} - a_{22})] \cdot D^2$$

$$S = \tan^{-1}\left(\frac{a_{22}a_{31} - a_{21}a_{32}}{a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31}}\right) + 4\tan^{-1}(1)$$

$$f_1 = -[a_{31}(a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31}) + a_{32}(a_{22}a_{31} - a_{21}a_{32})] \cdot \frac{D^3}{\sin(S + A)}$$

$$f_2 = -[a_{32}(a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31}) - a_{31}(a_{22}a_{31} - a_{21}a_{32})] \cdot \frac{D^3}{\cos(S + A)}$$

$$F = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

$$x^c = [\cos(S - A) \cdot (a_{13} - x_c) - \sin(S - A) \cdot (a_{23} - y_c)] \cdot \frac{D}{F}$$

$$y^c = [\sin(S - A) \cdot (a_{13} - x_c) + \cos(S - A) \cdot (a_{23} - y_c)] \cdot \frac{D}{F}$$

$$H = D - \sin(A) x^c - \cos(A) y^c$$

$$T = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{c}{F}\right)^2} - 1}}{\sqrt{\left(\frac{c}{F}\right)^2} - 1}\right) \cdot \frac{c/F}{|c/F|}$$

$$Z_o = -H \sin(T)$$

$$X_o = -Z_o \sin(A) \tan\left(\frac{T}{2}\right) + x^c$$

$$Y_o = -Z_o \cdot \cos(A) \cdot \tan\left(\frac{T}{2}\right) + y^c$$

$$x_h = c \cdot \sin(S) \cdot \tan\left(\frac{T}{2}\right) + x^c$$

$$y_h = c \cdot \cos(S) \cdot \tan\left(\frac{T}{2}\right) + y^c$$

$$\kappa = \tan^{-1}\left(\frac{\tan(S) - \tan(A) \cos(T)}{1 + \tan(S) \tan(A) \cos(T)}\right)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{[-\sin(T)\sin(A)]^2} - 1}} \right) \cdot \frac{-\sin(T)\sin(A)}{|-\sin(T)\sin(A)|}$$

$$\omega = \tan^{-1}(\tan(T)\cos(A))$$