



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Διπλωματική Εργασία

**Ίδρυση και εξάρτηση τριγωνομετρικού δικτύου στο ΕΓΣΑ 87 στην περιοχή
του Πόρου**

Συγγραφέας

Μαρία Παπαϊωάννου

ΑΜ: 13049

Επιβλέπων:

Βασίλειος Δ. Ανδριτσάνος

Αθήνα, Ιούλιος 2022



UNIVERSITY OF WEST ATTICA
SCHOOL OF ENGINEERING
DEPARTMENT OF SURVEYING AND GEOINFORMATICS ENGINEERING

Diploma Thesis

Surveying network establishment in GGRS87 at the area of Poros

Student name and surname:

Papaioannou Maria

Registration Number: 13049

Supervisor name and surname:

Andritsanos D. Vassilios

Athens, July 2022



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

**Ίδρυση και εξάρτηση τριγωνομετρικού δικτύου στο ΕΓΣΑ 87 στην περιοχή
του Πόρου**

Μέλη Εξεταστικής Επιτροπής συμπεριλαμβανομένου και του Εισηγητή

Η διπλωματική εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι Εξεταστική Επιτροπή:

A/a	ΟΝΟΜΑΕΠΩΝΥΜΟ	ΒΑΘΜΙΔΑ/ΙΔΙΟΤΗΤΑ	ΨΗΦΙΑΚΗ ΥΠΟΓΡΑΦΗ
	B. Ανδριτσάνος	Αναπλ. Καθηγητής	
	B. Παγούνης	Καθηγητής	
	M. Γιαννίου	Αναπλ. Καθηγητής	

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η κάτωθι υπογεγραμμένη Παπαϊωάννου Μαρία του Σπυρίδωνος, με αριθμό μητρώου 13049 φοιτητρια του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμηματος Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Η Δηλούσα

Μαρία Παπαϊωάννου



Περίληψη

Αντικείμενο της παρούσας διπλωματικής εργασίας είναι η ίδρυση τριγωνομετρικού δικτύου στο ΕΓΣΑ'87 στην περιοχή του Πόρου με σκοπό την εύρεση των τελικών συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου (X,Y,H), καθώς και των τοπικών παραμέτρων που προκύπτουν κατά την εφαρμογή του μετασχηματισμού από το σύστημα WGS84 στο ΕΓΣΑ'87. Συγκεκριμένα, το GPS μετράει στο σύστημα αναφοράς WGS84 και οι μετρήσεις αυτές θα πρέπει να μετασχηματιστούν στο Κρατικό σύστημα αναφοράς το οποίο είναι το ΕΓΣΑ'87. Θα πρέπει να πραγματοποιηθεί ένας μετασχηματισμός ομοιότητας όπου οι παράμετροι μετασχηματισμού που συνδέουν τα δύο συστήματα να αναφέρονται στην περιοχή του Πόρου, διότι οι ήδη υπάρχοντες παράμετροι αναφέρονται σε όλη την Ελλάδα, αφού έχει γίνει μια βέλτιστη προσαρμογή του παγκόσμιου συστήματος ως προς την Ελλάδα με πιθανό αποτέλεσμα να έχουν χαμηλή ακρίβεια σε τοπική κλίμακα. Έτσι η ίδρυση του δικτύου βοηθά σε μετέπειτα Τοπογραφικές εργασίες ακριβείας, όπως στην ίδρυση ενός νέου σημείου με σκοπό μια αποτύπωση, χρησιμοποιώντας το ήδη υπάρχον δίκτυο και τις τοπικές του παραμέτρους.

Η διπλωματική αποτελείται από, το θεωρητικό μέρος, τα τμήματα των μετρήσεων, της επεξεργασίας και των τελικών προϊόντων (παράμετροι μετασχηματισμών, τελικές συντεταγμένες, ακρίβειες κ.α.).

Αρχικά, η πρώτη ενέργεια που πραγματοποιήθηκε κατά την ανάθεση αυτής της διπλωματικής, ήταν ο σχεδιασμός και η επιλογή των κορυφών του δικτύου. Αφού εντοπίστηκαν τα “καλύτερα” τριγωνομετρικά σημεία (με κριτήρια που θα αναφερθούν στο κυρίως μέρος της εργασίας), από τη ΓΥΣ (Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού) και ορίστηκαν, όσο το δυνατόν, ομοιόμορφα τα σημεία εντός του Πόρου ακολούθησαν οι μετρήσεις στο πεδίο με τη χρήση δεκτών GPS. Η μέθοδος που χρησιμοποιήθηκε είναι ο σχετικός στατικός εντοπισμός, με τον οποίο έχουμε ακριβή προσδιορισμό της θέσης των σημείων.

Τέλος, μετά το πέρας των μετρήσεων των σημείων στο πεδίο, ακολούθησε η επεξεργασία αυτών. Χρησιμοποιώντας τα λογισμικά Topcon Tools, Matlab και Excel, προκύπτει το τελικό αποτέλεσμα δηλαδή, οι τελικές συντεταγμένες των κορυφών, οι τοπικές παράμετροι μετασχηματισμού αλλά και οι αντίστοιχες ακρίβειες των μετρήσεων. Η επίλυση του μετασχηματισμού που εφαρμόστηκε επιλύθηκε με δύο τρόπους, ακολουθώντας το 3-D και το 2-D μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας. Τέλος, η διπλωματική ολοκληρώνεται με τη

σύγκριση, των τελικών αποτελεσμάτων των παραπάνω μετασχηματισμών, τα συμπεράσματα της και τις προτάσεις που προέκυψαν από την εκπόνηση της.

Abstract

The object of this thesis is to establish a trigonometric network in the Greek Geodetic Reference System of 1987 (GGRS'87) in the Poros region to find the final coordinates of the network's vertices (E, N, H), as well as the local parameters arising during from the application of the transformation from the WGS84 system to the GGRS'87. Specifically, GPS measures in the WGS84 reference system and these measurements should be transformed into the State Reporting System which is GGRS'87. A similarity transformation should be carried out where the transformation parameters connecting the two systems refer to the area of Poros. The already existing parameters refer to the whole of Greece, since an optimal adaptation of the global system has been made to the entire Greek territory, resulting in low accuracy on a local scale. Thus, the establishment of the network helps in subsequent precision topographical works, such as the establishment of a new point for a mapping, using the already existing network and its local parameters. The thesis consists of the theoretical part, the parts of measurements, the processing and the final products (parameters of transformations, final coordinates, accuracy, etc.).

Initially, the first step during the assignment of this thesis was the design and selection of the benchmarks of the network. After the "best" trigonometric points were identified (based on adequate criteria that will be analyzed in the body text), by the HMGS (Hellenic Military Geographical Service) and the points within Poros were defined as evenly as possible, the measurements in the field followed using GPS receivers. The method used is the relative static positioning, by which we have an accurate determination of the location of the points.

Finally, after completion of the measurements of the points in the field, they were processed, using the software Topcon Tools, Matlab and Excel, the final result is obtained, which are the final coordinates of the vertices, the local transformation parameters and the corresponding accuracies of the measurements. The solution of the applied transformation was solved in two ways, in 3-D and 2-D space. Finally, the comparison of the final results of the above transformations, its conclusions and the proposals that resulted from its elaboration were presented.

Πρόλογος

Είναι γνωστό σε όλους του Τοπογράφους μηχανικούς, ότι η ύπαρξη αλλά και η επέκταση των γεωδαιτικών δικτύων είναι πολύ σημαντική, ώστε να εκτελούνται οι διάφορες τοπογραφικές εργασίες με μεγαλύτερη ευκολία και ταυτόχρονα με μικρότερη αβεβαιότητα. Έτσι λοιπόν, τα τελευταία χρόνια, η χρήση των δορυφορικών συστημάτων πλοήγησης στο καθημερινό αντικείμενο του Τοπογράφου έχει εδραιωθεί και οι βασικοί λόγοι που οδήγησαν σε αυτό είναι, η μεγάλη ακρίβεια που επιτυγχάνεται, η ταχύτητα και η εύκολη χρήση των δορυφορικών συστημάτων σε σχέση με τους κλασικούς γεωδαιτικούς σταθμούς. Τέλος η βασική προϋπόθεση λειτουργίας των συστημάτων, είναι ότι απαιτείται ανοιχτός ορίζοντας ώστε να εξασφαλίζεται η συνεχής λήψη του σήματος. Τα συστήματα αυτά χρησιμοποιούν μαθηματικά μοντέλα αναφοράς των τρισδιάστατων συντεταγμένων που παρέχουν, τα οποία ονομάζουμε Συστήματα Αναφοράς και συγκεκριμένα το σύστημα αναφοράς των GNSS συστημάτων είναι ένα Παγκόσμιο Γεωκεντρικό Σύστημα Αναφοράς το WGS84 (World Geodetic System 1984).

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Βασίλειο Δ. Ανδριτσάνο, τόσο για την πολύτιμη βοήθεια του, που ήταν καθοριστική στην ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας, όσο και για την εμπιστοσύνη και την υπομονή που έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια εκπόνησης αυτής, παρόλες τις δυσκολίες και καθυστερήσεις που υπήρξαν.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω το Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής για την εμπιστοσύνη του προς το πρόσωπο μου, παρέχοντας τον απαραίτητο εξοπλισμό για την περάτωση αυτής της εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, η οποία με στήριξε στις σπουδές μου.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	v
Abstract	vi
Πρόλογος	vii
Ευχαριστίες	viii
Περιεχόμενα	ix
Ευρετήριο Εικόνων.....	xii
Ευρετήριο Πινάκων.....	xiii
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1.....	15
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	15
1.1 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας	15
1.2 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	16
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	18
ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΥ ΘΕΣΗΣ.....	18
2.1 Γενικά.....	18
2.2 Περιγραφή των Συστημάτων GNSS	18
2.3 Αρχή λειτουργίας Συστημάτων Θέσης	22
2.4 Μέρη από τα οποία αποτελείται το GPS	25
2.4.1 Το τμήμα του διαστήματος.....	25
2.4.2 Το τμήμα ελέγχου.....	27
2.4.3 Το τμήμα του χρήστη	29
2.5 Το σήμα των Δορυφόρων	29
2.6 Μέθοδοι Προσδιορισμού Θέσης με Δέκτες GNSS	32
2.7 Οι τεχνικές του Σχετικού Προσδιορισμού Θέσης.....	34
2.7.1 Ο σχετικός στατικός εντοπισμός θέσης (Static Positioning).....	34
2.7.2 Ο ταχύς στατικός εντοπισμός (Fast Static).....	34
2.7.3 Ο σχετικός κινηματικός προσδιορισμός θέσης (Kinematic Positioning)....	34
2.7.4 Ο ημικινηματικός εντοπισμός (Stop and Go Kinematic)	36
2.7.5 Ο συνεχής κινηματικός εντοπισμός (Continuous Kinematic).....	36
2.8 Διαφορές των τεχνικών RTK και Static.....	36
2.9 Απλές, Διπλές και Τριπλές Διαφορές	37
2.9.1 Απλές Διαφορές (single difference)	37
2.9.2 Διπλές Διαφορές (double difference)	38

2.9.3	Τριπλές Διαφορές (triple difference).....	39
2.10	Σφάλματα Δορυφορικών Συστημάτων GNSS.....	39
2.11	Ο Δείκτης DOP (Dilution of Precision).....	41
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....		43
ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ.....		43
3.1	Γενικά.....	43
3.2	Αναγνώριση της περιοχής και επιλογή της θέσης των σημείων.....	44
3.3	Σήμανση, εξασφάλιση και επισήμανση των κορυφών του δικτύου.....	46
3.4	Πύκνωση δικτύων με δορυφορικό εντοπισμό.....	49
3.4.1	Κριτήρια σχεδιασμού και επιλογή βάσεων GPS.....	53
3.4.2	Συνόρθωση δικτύων GPS/GNSS.....	58
3.4.3	Σημαντικότερα δίκτυα μόνιμων Σταθμών στον κόσμο.....	62
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....		65
ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ GNSS.....		65
4.1	Γενικά.....	65
4.1.1	Γήινα ή Παγκόσμια συστήματα αναφοράς.....	66
4.1.2	Τοποκεντρικά ή αυθαίρετα συστήματα αναφοράς.....	66
4.1.3	Γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς.....	67
4.1.4	Αστρονομικά συστήματα αναφοράς.....	68
4.1.5	Αδρανειακά συστήματα αναφοράς.....	68
4.2	Συμβατικά Γήινα Συστήματα CTRS και πλαίσια Αναφοράς CRF.....	69
4.3	Το διεθνές Γήινο Σύστημα Αναφοράς ITRS και το πλαίσιο αναφοράς ITRF....	70
4.4	Το Διεθνές σύστημα Αναφοράς ICRS και πλαίσιο ICRF.....	70
4.5	Το Ευρωπαϊκό Σύστημα (ETRS) και Πλαίσιο Αναφοράς (ETRF).....	71
4.6	Το Παγκόσμιο Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς WGS84.....	72
4.6.1	Ορισμός του WGS84.....	73
4.6.2	Η υλοποίηση του WGS 84.....	73
4.6.3	Το ελλειψοειδές του WGS84.....	73
4.6.4	Το γεωδυναμικό μοντέλο EGM του WGS84.....	74
4.7	Το Ελληνικό σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ 87.....	74
4.7.1	Ορισμός του ΕΓΣΑ 87.....	74
4.7.2	Υλοποίηση του ΕΓΣΑ87.....	75
4.7.3	Εφαρμογή του ΕΓΣΑ87.....	75

4.8	Μετασχηματισμός συντεταγμένων από WGS 84 στο ΕΓΣΑ 87 (από GPS σε τοπικό σύστημα).....	76
4.9	Βήματα επίλυσης Βάσεων και συνόρθωσης Γεωδαιτικών Δικτύων με παρατηρήσεις GNSS 79	
4.9.1	Επεξεργασία Βάσεων	79
4.9.2	Συνόρθωση Δικτύων.....	80
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....		84
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΟΥ ΠΟΡΟΥ ΜΕ ΔΕΚΤΕΣ GNSS		84
5.1	Αναγνώριση Περιοχής Μελέτης.....	85
5.2	Σταθμός αναφοράς “ΤΕΙΑΤΗ”	88
5.3	Σχεδιασμός Δικτύου.....	90
5.4	Σχεδιασμός μετρήσεων	91
5.5	Βάθρα Δικτύου.....	93
5.6	Μελέτη δικτύου με τη Μέθοδο του Σχετικού Στατικού Εντοπισμού (Static)	94
5.7	Εξοπλισμός μετρήσεων για Static.....	95
5.8	Δυσκολίες που εντοπίστηκαν κατά τις μετρήσεις	96
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6.....		97
ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ – ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ.....		97
6.1	Γενικά.....	97
6.2	Αποθήκευση και εισαγωγή δεδομένων στο Topcon Tools.....	97
6.3	Επεξεργασία και επίλυση βάσεων κατά το Σχετικό Στατικό Εντοπισμό Θέσης (Static) στο Topcon Tools	98
6.4	Έλεγχος κλεισίματος τριγώνων	102
6.5	Μετασχηματισμός Δικτύου σε 1-D, 2-D και 3-D.....	107
6.5.1	Μετασχηματισμός 1-D και 2-D ομοιότητας.....	108
6.5.2	Μετασχηματισμός ομοιότητας 2-D με συνόρθωση παρατηρήσεων	115
6.5.3	Μετασχηματισμός ομοιότητας 3-D με συνόρθωση παρατηρήσεων	125
6.6	Συγκρίσεις Αποτελεσμάτων.....	133
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7.....		144
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....		144
7.1	Συμπεράσματα	144
7.2	Προτάσεις	148
Βιβλιογραφία.....		149

Παράρτημα Α	153
Παράρτημα Β	161
Παράρτημα Γ	164

Ευρετήριο Εικόνων

Εικόνα 2.2.1 Δορυφορικό πλέγμα του GPS.....	19
Εικόνα 2.2.2 Το σύστημα GPS.Μετρήσεις χρόνου άφιξης	20
Εικόνα 2.2.3 Το δορυφορικό σύστημα Galileo	21
Εικόνα 2.3.1 Δορυφόρος του συστήματος GPS. (Γεωδαιτικός Δορυφόρος)	22
Εικόνα 2.3.2 Η τομή των τριών κύκλων	23
Εικόνα 2.3.3 Η βασική αρχή λειτουργίας του GPS	24
Εικόνα 2.4.1 Τα τρία τμήματα του συστήματος GPS.....	25
Εικόνα 2.4.1.1 Το διαστημικό όχημα (ΔΟ) ή space vehicle (SV).....	26
Εικόνα 2.4.1.2 Δορυφορικός μετασχηματισμός: 24 δορυφόροι κατανεμημένοι σε 6 τροχιές	27
Εικόνα 2.4.2.1 Γεωγραφική κατανομή του επίγειου τμήματος ελέγχου του συστήματος GPS	28
Εικόνα 2.4.3.1 Δέκτης GPS σε αυτοκίνητο	29
Εικόνα 2.5.1 Μήκος κύματος	30
Εικόνα 2.9.1.1 Απλή διαφορά παρατηρήσεων GPS	38
Εικόνα 2.9.2.1 Διπλή διαφορά παρατηρήσεων GPS	38
Εικόνα 2.9.3.1 Τριπλή διαφορά παρατηρήσεων GPS	39
Εικόνα 2.11.1 Κακή (αριστερά) και καλή (δεξιά) γεωμετρία δορυφόρων με βάση το δείκτη GDOP	42
Εικόνα 3.3.1 Βάθρο από σκυρόδεμα του τριγωνομετρικού δικτύου της Ελλάδος.....	47
Εικόνα 3.3.2 Βάθρο PVC.....	47
Εικόνα 3.3.3 Ξύλινη σήμανση	48
Εικόνα 3.3.4 Σήμανση με καρφί.....	48
Εικόνα 3.3.5 Ανακλαστικοί στόχοι.....	48
Εικόνα 3.3.6 Παραδείγματα μηχανισμών κέντρωσης και στόχων πάνω σε βάθρο.....	49
Εικόνα 3.4.1.1 Επίλυση βάσεων από ταυτόχρονες παρατηρήσεις τριών δεκτών σε μετρητική περίοδο	54
Εικόνα 3.4.1.2 Επιλογή ανεξάρτητων βάσεων από ταυτόχρονες παρατηρήσεις 3 δεκτών	56
Εικόνα 3.4.1.1 Επίλογή ανεξάρτητων από ταυτόχρονες παρατηρήσεις 6 δεκτών	56
Εικόνα 3.4.3.1 Το δίκτυο μόνιμων σταθμών EPN όπου φαίνονται οι σταθμοί AUTH1	63
Εικόνα 5.1 Δορυφορική εικόνα δικτύου τριγωνομετρικών σημείων	85
Εικόνα 5.2 Κορυφές δικτύου στην Περιοχή μελέτης	85
Εικόνα 5.2.1 Η θέση του μόνιμου σταθμού TEIATH1	89
Εικόνα 5.2.2 Η κεραία του σταθμού TEIATH1	85

Εικόνα 5.5.1 Υψός κεραίας βάθρου.....	94
Εικόνα 6.1 Αρχεία Μόνιμου σταθμού (Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής).....	98
Εικόνα 6.2 Ρυθμίσεις δημιουργίας εργασίας στο περιβάλλον το Topcontools	99
Εικόνα 6.3 Ορισμός διαστήματος εμπιστοσύνης.....	99
Εικόνα 6.4 Ορισμός γωνίας αποκοπής	100
Εικόνα 6.5	100
Εικόνα 6.6	100
Εικόνα 6.7	100
Εικόνα 6.8 Αποτελέσματα ελέγχου κλεισίματος τριγώνων μεταξύ όλων των σημείων ΓΥΣ και του ΤΕΙΑΤΗ	103
Εικόνα 6.9 Σφάλμα κλεισίματος και τελικές συντεταγμένες των τριγωνομετρικών στο WGS84	103
Εικόνα 6.10 Αποτελέσματα ελέγχου κλεισίματος τριγώνων.....	104
Εικόνα 6.11 Συνολικό σφάλμα-Σφάλματα κλεισίματος.....	105
Εικόνα 6.12 Απεικόνιση του δικτύου με το μόνιμο σταθμό (ΤΕΙΑΤΗ)	106
Εικόνα 6.13 Τελική μορφή δικτύου μετά την επίλυση βάσεων και έλεγχο κλεισίματος	106

Ευρετήριο Πινάκων

Πίνακας 5.1 Περιγραφή κορυφών του δικτύου στο χώρο.....	87
Πίνακας 5.2 Μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο πεδίο μελέτης	93
Πίνακας 5.3 Μετρημένες βάσεις κατά το σχετικό στατικό εντοπισμό (static)	94
Πίνακας 6.1 Συντεταγμένες (καρτεσιανές) των σημείων του δικτύου στο ITRF2008 (εποχή 2011.0).....	107
Πίνακας 6.2 Διαφορές εύρεσης χονδροειδούς σφάλματος.....	109
Πίνακας 6.3 Προσεγγιστικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcon tools) και Μ.Ο. αυτών.....	109
Πίνακας 6.4 Συντεταγμένες κοινών σημείων από ΓΥΣ και ο Μ.Ο. αυτών.....	109
Πίνακας 6.5 Αναγωγή των τιμών ως προς το κέντρο βάρους (Μ.Ο).....	110
Πίνακας 6.6 Υπολογισμός των P1, P2, P3, P4, P.....	110
Πίνακας 6.7 Παράμετροι Μετασχηματισμού Ομοιότητας.....	110
Πίνακας 6.8 Αναγωγή μετρήσεων	111
Πίνακας 6.9 Τελικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ 87	111
Πίνακας 6.10 Ορθομετρικά υψόμετρα των τριγωνομετρικών σημείων.....	112
Πίνακας 6.11 Προσεγγιστικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcontools) και Μ.Ο. αυτών.....	117
Πίνακας 6.12 Συντεταγμένες κοινών σημείων από ΓΥΣ και ο Μ.Ο. αυτών.....	117
Πίνακας 6.13 Αναγωγή των τιμών ως προς το κέντρο βάρους (Μ.Ο).....	117
Πίνακας 6.14 Αναγωγή μετρήσεων	119
Πίνακας 6.15 Τελικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ 87	119

Πίνακας 6.16 Τελικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ 87 χωρίς αναγωγή στο Μ.Ο.....	123
Πίνακας 6.17 Προσεγγιστικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcon tools) στο WGS84.....	127
Πίνακας 6.18 Προσεγγιστικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcon tools) στο WGS84.....	127
Πίνακας 6.19 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο WGS84.....	129
Πίνακας 6.20 Διαφορές μεταξύ γεωκεντρικών συντεταγμένων των κορυφών από τη χρήση των εξισώσεων μετασχηματισμού ομοιότητας και του συστήματος A (πραγματικές από ΓΥΣ) στο WGS84	127
Πίνακας 6.21 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ87.....	130
Πίνακας 6.22 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο WGS84.....	127
Πίνακας 6.23 Διαφορές μεταξύ γεωκεντρικών συντεταγμένων από τη χρήση των εξισώσεων μετασχηματισμού ομοιότητας και του συστήματος b (Από GPS) στο WGS84	130
Πίνακας 6.24 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ87.....	130
Πίνακας 6.25 Διαφορές μεταξύ συντεταγμένων 2-D μετασχηματισμού (από αλγοριθμική διαδικασία) με ΓΥΣ και άλλου τοπογράφου	134
Πίνακας 6.26 Διαφορές μεταξύ 2-D μετασχηματισμού με αναλυτική αλγοριθμική επεξεργασία και με συνόρθωση παρατηρήσεων	136
Πίνακας 6.27 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων με ή χωρίς αναγωγή	127
Πίνακας 6.28 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3Δ μετασχηματισμό με τις αντίστοιχες συντεταγμένες από τοπογράφο και ΓΥΣ.....	139
Πίνακας 6.29 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3Δ μετασχηματισμό και 2Δ μετασχηματισμό (χωρίς αναγωγή).....	140
Πίνακας 6.30 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3Δ μετασχηματισμό και 2Δ μετασχηματισμό (χωρίς αναγωγή)	141
Πίνακας 6.31 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3Δ μετασχηματισμό και 2Δ μετασχηματισμό (απλοποίηση αλγορίθμου).....	143

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Σκοπός της Διπλωματικής Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο την ίδρυση ενός γεωδαιτικού δικτύου στην ευρύτερη περιοχή του Πόρου με σκοπό την εύρεση των τελικών συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου καθώς και των τοπικών παραμέτρων του μετασχηματισμού μεταξύ δύο συστημάτων αναφοράς, συγκεκριμένα, από το WGS84, όπου μετράει το GPS, στο ΕΓΣΑ'87 κρατικό σύστημα αναφοράς. Οι κορυφές του δικτύου επιλέχθηκαν με κριτήριο την ικανοποιητική κάλυψη της περιοχής μελέτης, να βρίσκονται ομοιόμορφα κατανεμημένα στην περιοχή και χωρίς εμπόδια (π.χ. δέντρα, σπίτια κλπ) στον ορίζοντα.

Το δίκτυο αυτό αποτελείται συνολικά από 7 κορυφές και μετρήθηκε τον Μάρτιο του 2018. Οι μετρήσεις GNSS πραγματοποιήθηκαν με την μέθοδο του σχετικού στατικού προσδιορισμού θέσης, χρησιμοποιώντας δύο δέκτες διπλής συχνότητας (Topcon Hyper Pro). Η επίλυση του δικτύου πραγματοποιήθηκε με το πρόγραμμα TopconTools και με κώδικα σε περιβάλλον Excel και Matlab με M.E.T. (Μέθοδο Ελάχιστων Τετραγώνων). Για τον υπολογισμό των τελικών συντεταγμένων του δικτύου, υπολογίσθηκαν οι τοπικές παράμετροι που απαιτούνται για το μετασχηματισμό (ομοιότητας) που εφαρμόστηκε από το ένα σύστημα στο άλλο. Συνοπτικά, κατά την επίλυση, στο TopconTools χρησιμοποιήθηκαν τα τρία τριγωνομετρικά της ΓΥΣ και ένα γνωστό σημείο του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής το οποίο έχει γνωστές συντεταγμένες στο WGS84 γι' αυτό θεωρήθηκε γνωστό και όλα τα σημεία της ΓΥΣ υπολογίσθηκαν στο σύστημα αυτό. Έπειτα μετασχηματίστηκαν στο ΕΓΣΑ'87 χρησιμοποιώντας κοινά σημεία και στα δύο συστήματα, υπολογίζοντας έτσι τις προσεγγιστικές συντεταγμένες. Επομένως, βρίσκοντας τις τοπικές παραμέτρους μετασχηματισμού ομοιότητας, με τρεις τρόπους, μπορούμε να υπολογίσουμε τις τελικές συντεταγμένες όλων των κορυφών του δικτύου και ταυτόχρονα να προσδιορίσουμε την αξιοπιστία και ακρίβεια των επιλύσεων των παρατηρήσεων.

Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι τοπικοί παράμετροι υπολογίζονται διότι οι παράμετροι που έχουν εφαρμοστεί κατά τη βέλτιστη προσαρμογή του WGS84 στο

ΕΓΣΑ'87 υπολογίζονται από κοινά σημεία όλης της χώρας και δεν δίνουν κατά κανόνα την απαιτούμενη ακρίβεια σε τοπική κλίμακα, είναι όμως κατάλληλη για έναν προσεγγιστικό μετασχηματισμό. Γι' αυτό το λόγο υπολογίστηκαν οι τοπικές παράμετροι προσδίδοντας στις τελικές συντεταγμένες των σημείων μεγαλύτερη ακρίβεια.

1.2 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία δομείται σε επτά κεφάλαια τα οποία περιγράφονται παρακάτω:

Κεφάλαιο 2^ο: Στο κεφάλαιο αυτό αναλύεται το παγκόσμιο δορυφορικό σύστημα εντοπισμού GNSS και συγκεκριμένα η αρχή λειτουργίας του, τα τμήματα από τα οποία αποτελείται, οι μέθοδοι εντοπισμού και τέλος τα σφάλματα που προκύπτουν κατά τις μετρήσεις.

Κεφάλαιο 3^ο: Στο κεφάλαιο αυτό αναλύονται τα βήματα που προαπαιτούνται ώστε να εγκατασταθεί και ιδρυθεί ένα γεωδαιτικό δίκτυο. Συγκεκριμένα γίνεται αναγνώριση της περιοχής και τα κριτήρια σχεδίασης γεωδαιτικών δικτύων με τη χρήση GPS.

Κεφάλαιο 4^ο: Στο κεφάλαιο αυτό δίνονται κάποιοι απαραίτητοι ορισμοί, η χρήση των οποίων γίνεται σε όλη την εργασία. Επίσης, διατυπώνονται τα κυριότερα συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούνται σήμερα, με έμφαση στα συστήματα αναφοράς όπου αναφέρονται οι μετρήσεις με δέκτες GNSS καθώς και οι μετασχηματισμοί που πρέπει να γίνουν για να μεταβούμε από ένα σύστημα σε ένα άλλο.

Κεφάλαιο 5^ο: Στο κεφάλαιο αυτό αναφέρεται στη διαδικασία των μετρήσεων. Συγκεκριμένα γίνεται αναφορά στον αριθμό των κορυφών του γεωδαιτικού δικτύου που επιλέχθηκαν, στις μετρημένες βάσεις, στις μεθόδους μέτρησης που ακολουθήθηκαν και τέλος στα προβλήματα που προέκυψαν κατά τις μετρήσεις.

Κεφάλαιο 6^ο: Εδώ περιγράφονται τα βήματα του μετασχηματισμού ομοιότητας, σε 2-Δ και 3-Δ διαστάσεις, που εφαρμόστηκε προκειμένου να βρεθούν οι τελικές συντεταγμένες των κορυφών των δικτύων με τις αντίστοιχες ακρίβειες των παρατηρήσεων καθώς και οι μεταξύ συγκρίσεις των αποτελεσμάτων.

Κεφάλαιο 7^ο: Το τελευταίο κεφάλαιο στο οποίο παρουσιάζονται τα τελικά συμπεράσματα που προέκυψαν από την ολοκλήρωση της διπλωματικής εργασίας και παρουσιάζονται κάποιες προτάσεις πάνω σε αυτά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΥ ΘΕΣΗΣ

2.1 Γενικά

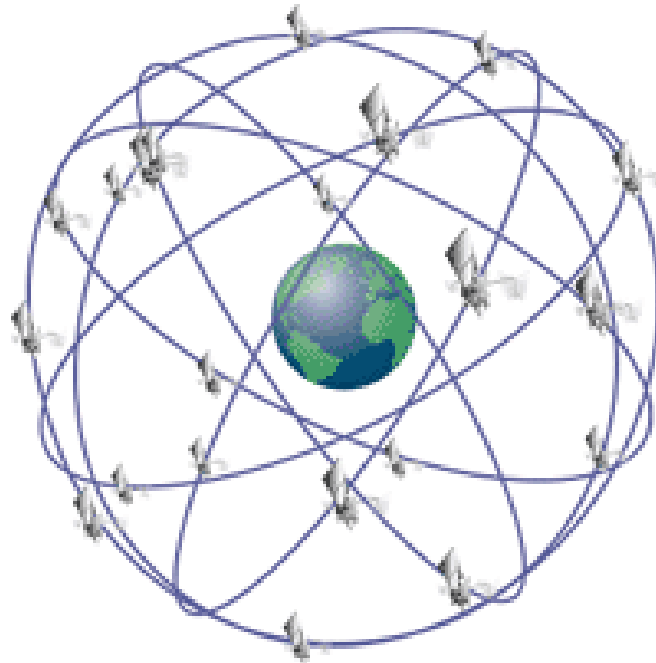
Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται τα παγκόσμια δορυφορικά συστήματα εντοπισμού θέσης GNSS (Global Navigation Satellite System) και συγκεκριμένα την αρχή λειτουργίας τους, τα τμήματα που τα αποτελούν, τις μεθόδους προσδιορισμού θέσης, τα σφάλματα που παρεμβαίνουν κατά τις μετρήσεις και τις τελικές ακρίβειες που προκύπτουν.

2.2 Περιγραφή των Συστημάτων GNSS

Τα συστήματα GNSS (Global Navigation Satellite Systems) ή Γεωδαιτικά Δορυφορικά Συστήματα Εντοπισμού είναι παγκόσμια δορυφορικά συστήματα προσδιορισμού θέσης, χρόνου και ταχύτητας, σε οποιαδήποτε γεωγραφική θέση της επιφάνειας της γης ή και πάνω από αυτήν, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή. Ως εκ τούτου η μόνη συνθήκη που πρέπει να ικανοποιείται είναι η ύπαρξη ορατότητας, μεταξύ του δέκτη GNSS και των δορυφόρων, οι οποίοι πρέπει να είναι τουλάχιστον τέσσερις. Στην κατηγορία των συστημάτων GNSS, δηλαδή των παγκόσμιων δορυφορικών συστημάτων πλοήγησης, ανήκουν το Αμερικάνικο GPS, το Ρωσικό GLONASS, το Ευρωπαϊκό GALILEO, το Κινέζικο Beidu και άλλα. (Γεωργιλάκης, 2015).

Η επιστημονική περιοχή της γεωδαισίας, που ασχολείται με μετρήσεις από σημεία της ΦΓΕ προς τους τεχνητούς δορυφόρους, και στη συνέχεια τον υπολογισμό των συντεταγμένων τους, ονομάζεται δορυφορική γεωδαισία. Η εποχή της δορυφορικής γεωδαισίας άρχισε τον Οκτώβριο του 1957 με την εκτόξευση του πρώτου τεχνητού δορυφόρου SputnikI, από την τότε Σοβιετική Ένωση. Το πρώτο αμερικάνικο σύστημα δορυφόρων πλοήγησης, με το όνομα TRANSIT, ξεκίνησε με την εκτόξευση του πρώτου δορυφόρου τη δεκαετία του 1960. Ολοκληρώθηκε επιχειρησιακά το 1964 και διαβαθμίστηκε για στρατιωτική χρήση μέχρι το 1967, οπότε και απέκτησε πολιτική χρήση. Στη συνέχεια, τη δεκαετία του 1980, αναπτύχθηκε από την Αμερική το παγκόσμιο δορυφορικό σύστημα εντοπισμού **GPS** (Global Positioning System). Το NAVSTAR/G.P.S. (NAVigation System with Timing And Ranging-Global

Positional System) ή απλά GPS, είναι ένα σύστημα πλοήγησης από δορυφόρους και χρηματοδοτείται και ελέγχεται από το υπουργείο άμυνας των ΗΠΑ. Παρότι το χρησιμοποιούν χιλιάδες άνθρωποι ανά τον κόσμο, το σύστημα σχεδιάστηκε και είναι υπό τον έλεγχο του αμερικάνικου στρατού. Στη συνέχεια προέκυψε ότι μπορεί παράλληλα να χρησιμοποιηθεί και από τους πολίτες για πολλές και ποικίλες εφαρμογές οπότε το Υπουργείο Άμυνας των ΗΠΑ βοήθησε ώστε να εξυπηρετηθούν και οι εφαρμογές αυτές.



Εικόνα 2.2.1 Δορυφορικό πλέγμα του GPS

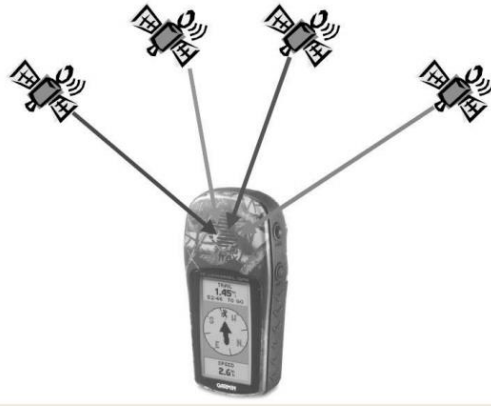
[Πηγή: <https://www.wikiwand.com/sv/GPS-signaler>]

Το GPS αποτελείται από 32 δορυφόρους, ενώ η πλήρης ανάπτυξη του συστήματος απαιτεί 24 δορυφόρους, έτσι ώστε να καλύπτεται με καλή γεωμετρία (με 4 τουλάχιστον δορυφόρους) κάθε θέση πάνω στη γη. Οι δορυφόροι είναι τοποθετημένοι ομοιόμορφα σε 6 τροχιακά επίπεδα ανά 60° και έχουν γωνία κλίσης 55° ως προς αυτό, με περίοδο περιστροφής δορυφόρων 12 ώρες (αστρικός χρόνος) και μέσο ύψος των δορυφόρων από την επιφάνεια της Γής είναι 20189 Km.

Επομένως οι στόχοι του GPS είναι μέσω τεχνητών δορυφόρων να μεταδίδει ειδικά κωδικοποιημένα σήματα τα οποία λαμβάνονται και επεξεργάζονται από δέκτη GPS, δίνοντας έτσι τη δυνατότητα στον δέκτη να υπολογίσει:

- i. Θέση (X,Y,Z),
- ii. Ταχύτητα και
- iii. χρόνο

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 2.2.2, σήματα από τουλάχιστον τέσσερις δορυφόρους GPS χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό θέσης στον τρισδιάστατο χώρο και τη μετατόπιση του χρόνου (offset) σε ένα χρονόμετρο του δέκτη.



Εικόνα 2.2.2 Το σύστημα GPS. Μετρήσεις του χρόνου άφιξης της φάσης του κώδικα από τουλάχιστον 4 δορυφόρους χρησιμοποιούνται με στόχο τον υπολογισμό τεσσάρων ποσοτήτων: Τρισδιάστατες συντεταγμένες X, Y, Z και χρόνος TGPS.

[Πηγή: Ιωάννης Ν. Χατζόπουλος, Αθήνα 2009]

Επιπρόσθετα θα αναφερθούν τα πιο σημαντικά συστήματα που είναι όμοια με το GPS, όπου τα τελευταία χρόνια χρησιμοποιούνται και αυτά είναι:

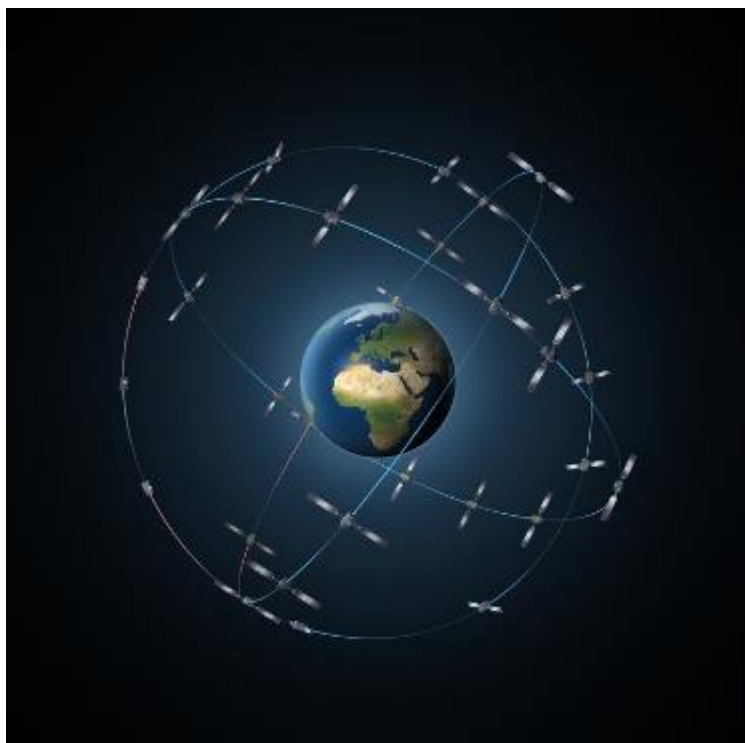
- i. το σύστημα **GLONASS** το οποίο είναι ένα σύστημα δορυφορικού εντοπισμού που δημιουργήθηκε από την πρώην Σοβιετική Ένωση, παράλληλα με το GPS. Αρχικά, ο χαρακτήρας του συστήματος GLONASS ήταν στρατιωτικός, αντίστοιχος με το GPS. Με τη διάλυση της Σοβιετικής Ένωσης και τις αλλαγές σε πολιτικό επίπεδο, η χρήση του συστήματος GLONASS άρχισε να επεκτείνεται και έξω από τα σύνορα της Σοβιετικής Ένωσης.

Έχει σχεδιαστεί σε τρία τροχιακά επίπεδα και υπάρχουν σε τροχιά 6 δορυφόροι σε πλήρη επιχειρησιακή δραστηριότητα. Σύμφωνα με τον αρχικό σχεδιασμό του συστήματος, ο αστερισμός του GLONASS περιλαμβάνει 24 δορυφόρους (21+3) σε τροχιά (ισχύει εδώ και ένα περίπου χρόνο), ισοκατανεμημένους σε τρία τροχιακά επίπεδα με οχτώ δορυφόρους στο κάθε ένα.

Οι δορυφόροι διατηρούν μια σχεδόν κυκλική τροχιά με κλίση 64.8° ως προς το ισημερινό επίπεδο, περίοδο περιστροφής $11^h 15^m$ και σε ύψος 19100 km πάνω από την επιφάνεια της Γης.

το σύστημα **GALILEO** αναπτύσσεται από την Ευρωπαϊκή Ένωση και υλοποιείται από την Ευρωπαϊκή Διαστημική Υπηρεσία (European Space Agency). Αποτελεί

ένα νέο σύστημα εντοπισμού το οποίο θα έχει πολιτικό χαρακτήρα και θα καλύπτει με μεγάλη σχεδόν ακρίβεια το 99% της γήινης επιφάνειας. Το σύστημα αποτελείται από 30 δορυφόρους τοποθετημένους σε τρία τροχιακά επίπεδα με γωνία κλίσης 56° ως προς το ισημερινό επίπεδο και περίοδο περιστροφής περίπου 14 ώρες. Το ύψος της τροχιάς των δορυφόρων είναι περίπου 23600 Km. Το επίγειο τμήμα θα αποτελείται από δύο κέντρα ελέγχου και από 20 σταθμούς παρακολούθησης.(Ε.Λάμπρου, Γ. Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015)



Εικόνα 2.2.3 Το δορυφορικό σύστημα Galileo

[Πηγή: <http://iknowgr.blogspot.com/2016/01/galileo.html>]

Θα πρέπει να τονισθεί ότι τα τελευταία χρόνια και συγκεκριμένα από το 2008 έχουν κατασκευαστεί δέκτες οι οποίοι μπορούν και λαμβάνουν σήμα από δορυφόρους του συστήματος GPS και GLONASS βελτιώνοντας τη λειτουργία των συστημάτων, το οποίο παλαιότερα δεν ήταν εφικτό.

Τέλος, εκτός από τα GPS, GLONASS και GALILEO υπάρχουν, εξίσου σημαντικά, και τα εξής συστήματα, τα οποία πρόκειται να λειτουργήσουν στο άμεσο μέλλον: Το Κινέζικο BeiDou, το Ινδικό GAGAN και το Ιαπωνικό QZSS, τα οποία προγραμματίζεται να συνδεθούν με τα συστήματα των ΗΠΑ και Ρωσίας.

2.3 Αρχή λειτουργίας Συστημάτων Θέσης

Η αρχή λειτουργίας των συστημάτων δορυφορικής πλοήγησης, βασίζεται στο εκπεμπόμενο σήμα των δορυφόρων και στους δέκτες, όπου οι δορυφόροι βρίσκονται σε συνεχή τροχιά γύρω από τη γη, ενώ οι δέκτες βρίσκονται στη γήινη επιφάνεια και λαμβάνουν το δορυφορικό σήμα. Συγκεκριμένα ο προσδιορισμός θέσης πραγματοποιείται μετρώντας το χρόνο, που θα διαρκέσει για να φτάσει το σήμα, επί την ταχύτητα στο κενό, από το δορυφόρο (Εικόνα 2.3.1) στο αντικείμενο που βρίσκεται στη Φ.Γ.Ε.. Άρα η μέτρηση του σήματος στο δέκτη ταυτίζεται με τη μέτρηση της απόστασης μεταξύ δέκτη – δορυφόρου. Έτσι με την ταυτόχρονη παρατήρηση αποστάσεων ως προς τέσσερεις δορυφόρους, τουλάχιστον, γίνεται ο προσδιορισμός της θέσης στην επιφάνεια της γης, με μια στιγμιαία ακρίβεια της τάξης των 10 m.

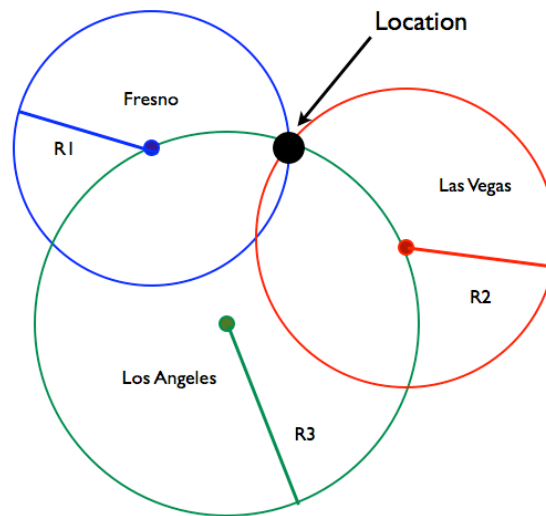


Εικόνα 2.3.1 Δορυφόρος του συστήματος GPS. (Γεωδαιτικός Δορυφόρος)

[Πηγή: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/8/8d/GPS_Satellite_NASA_art-iiif.jpg/800px-GPS_Satellite_NASA_art-iiif.jpg?I623229715720]

Γεωμετρικά η παραπάνω διαδικασία μπορεί να επιτευχθεί με τρεις παρατηρήσεις αποστάσεων, όπου το GPS εντοπίζει τη θέση του χρησιμοποιώντας μια διαδικασία που ονομάζεται τριπλευρισμός (trilateration) στο χώρο. Με τη μέτρηση των μηκών (ή ψευδοαποστάσεων) προς τους δορυφόρους υπολογίζεται η θέση του παρατηρητή (κέντρο φάση της κεραίας), ως το σημείο τομής των σφαιρών, που έχουν κέντρο τους

δορυφόρους και ακτίνες τα αντίστοιχα μήκη που μετρήθηκαν προς τον κάθε έναν (οι σφαίρες είναι τόσες όσοι οι δορυφόροι που παρατηρούνται).

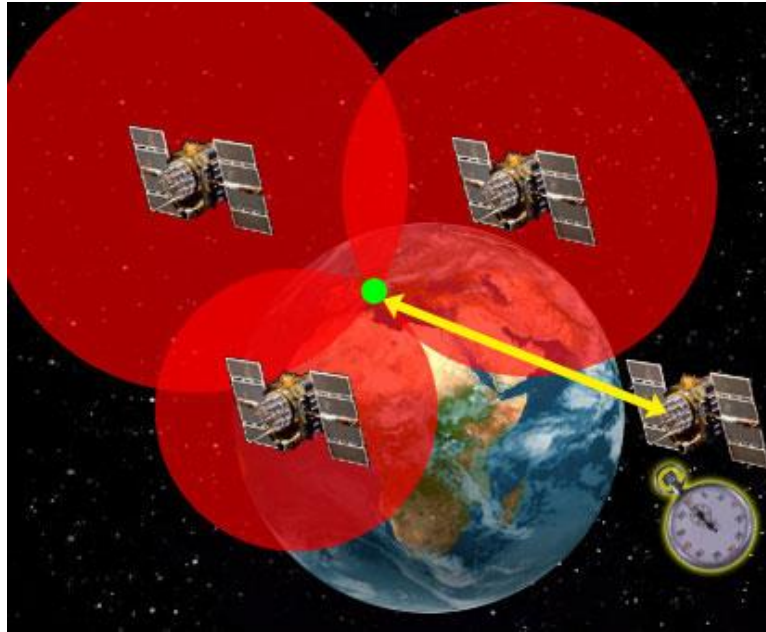


Εικόνα 2.3.2 Η τομή των τριών κύκλων

[Πηγή: <https://spotlight.unavco.org/how-gps-works/gps-basics/decoding-the-gps-signal.html>]

Έτσι, αν παρατηρούνται τρεις δορυφόροι προσδιορίζεται η θέση ως τομή τριών σφαιρών, που αντιστοιχεί σε δύο σημεία (Εικόνα 2.3.2). Για να αποφασιστεί ποιο από τα δύο αυτά σημεία αντιστοιχεί στην πραγματική θέση δέκτη, χρειάζεται και μια τέταρτη μέτρηση. Συνήθως εύκολα αποκλείεται το ένα από τα δύο σημεία (είτε γιατί αυτό βρίσκεται στο άλλο ημισφαίριο, είτε γιατί αυτό βρίσκεται πολύ μακριά από τη γη). Έτσι το σημείο αυτό μπορεί να απορριφθεί χωρίς επιπλέον μέτρηση. Εντούτοις, μία τέταρτη μέτρηση χρειάζεται για το συγχρονισμό του ρολογιού του δέκτη με τον παγκόσμιο χρόνο (Εικόνα 2.3.3). Το μήκος μεταξύ του κέντρου φάσης της κεραίας του δέκτη (άγνωστο σημείο) και του δορυφόρου (γνωστό σημείο) υπολογίζεται από τη βασική σχέση:

$$(X - X_{\delta o\rho})^2 + (Y - Y_{\delta o\rho})^2 + (Z - Z_{\delta o\rho})^2 = (c \cdot \Delta t - c \cdot \Delta T)^2 \quad (2.1)$$



Εικόνα 2.3.3 Η βασική αρχή λειτουργίας του GPS

[Πηγή: <https://spotlight.unavco.org/how-gps-works/gps-basics/decoding-the-gps-signal.html>]

Όπου :

X, Y, Z : οι καρτεσιανές συντεταγμένες του δέκτη στο γεωκεντρικό σύστημα αναφοράς,

$X_{\delta\sigma\rho}, Y_{\delta\sigma\rho}, Z_{\delta\sigma\rho}$: οι γνωστές συντεταγμένες του δορυφόρου (γνωστό σημείο) στο γεωκεντρικό καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων,

c : η ταχύτητα του φωτός στο κενό,

Δt : Η διαφορά του χρόνου που μετράει μεταξύ εκπομπής του σήματος από τον δορυφόρο και λήψης του ίδιου σήματος από την κεραία του δέκτη,

ΔT = το σφάλμα συγχρονισμού μεταξύ των χρονομέτρων του δέκτη και του δορυφόρου.

Ο όρος $c \cdot \Delta t$ ονομάζεται ψευδοαπόσταση R .

Ο όρος $c \cdot \Delta t - \Delta T = R - c \cdot \Delta T$ είναι το μήκος μεταξύ της κεραίας του δέκτη και του δορυφόρου.

Το ΔT είναι ο τέταρτος άγνωστος της εξίσωσης **(2.1)**. Έτσι πάντοτε για τον προσδιορισμό της θέσης, επιλύεται ένα σύστημα τουλάχιστον τεσσάρων εξισώσεων με 4 αγνώστους.

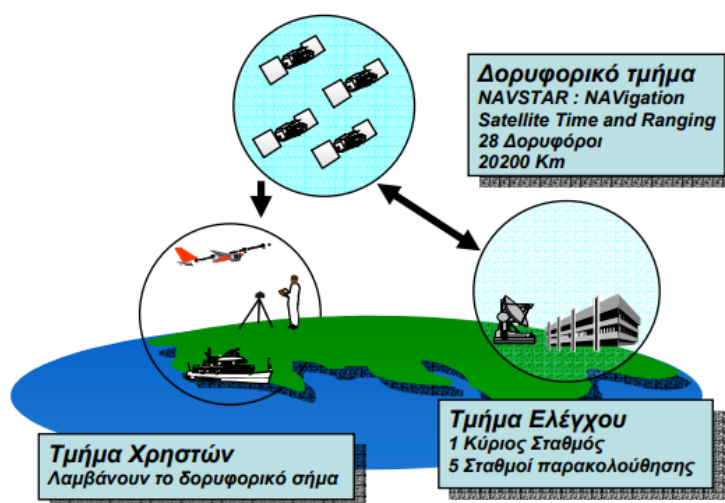
Επομένως ο ελάχιστος αριθμός δορυφόρων που πρέπει να παρατηρηθούν για έναν πλήρη δορυφορικό εντοπισμό είναι τέσσερις.

Συμπερασματικά, όσο περισσότεροι δορυφόροι παρατηρούνται, δημιουργούνται περισσότερες εξισώσεις και επομένως περισσότερες τεμνόμενες σφαίρες, τόσο μικρότερη είναι η αβεβαιότητα προσδιορισμού της θέσης του σημείου στη ΦΓΕ (όπου τοποθετείται η κεραία του δέκτη).

Εν κατακλείδι, η θέση του κέντρου φάσης της κεραίας του δέκτη υπολογίζεται και εκφράζεται αρχικά σε γεωκεντρικές καρτεσιανές συντεταγμένες (X, Y, Z). Κατόπιν αυτές μετατρέπονται σε ελλειψοειδείς συντεταγμένες, γεωδαιτικό μήκος λ , γεωδαιτικό πλάτος ϕ και γεωκεντρικό υψόμετρο h , ως προς κάποιο ελλειψοειδές αναφοράς, εφαρμόζοντας τον κατάλληλο μετασχηματισμό.

2.4 Μέρη από τα οποία αποτελείται το GPS

Όπως βλέπουμε, παρακάτω, στην Εικόνα 2.4.1 το σύστημα GPS αποτελείται από τρία τμήματα (α) του διαστήματος, (β) το επίγειο και (γ) το τμήμα του χρήστη.



Εικόνα 2.4.1 Τα τρία τμήματα του συστήματος GPS

[Πηγή: Σ. Κατσουγιαννόπουλος Γ. Βέργος, Σεπτέμβριος 2004]

2.4.1 Το τμήμα του διαστήματος

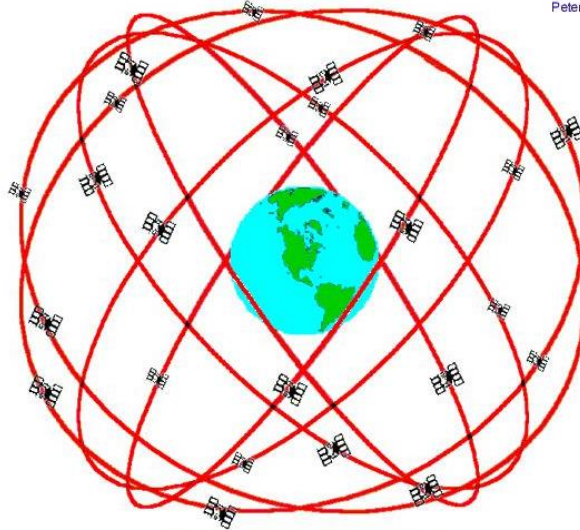
Το διαστημικό μέρος του συστήματος αποτελείται από τους δορυφόρους GPS. Στην Εικόνα 2.4.1.1 φαίνεται ένα από τα διαστημικά οχήματα – ΔΟ (spacevehicle–SV). Κάθε διαστημικό όχημα στέλνει ραδιοσήματα στη μικροκυματική περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, από το διάστημα, τα οποία μπορούν να ληφθούν από ένα δέκτη GPS αρκεί να υπάρχουν οπτική επαφή με το δέκτη και ανεξάρτητα από τις καιρικές συνθήκες.



Εικόνα 2.4.1.1 Το διαστημικό όχημα (ΔΟ) ή space vehicle (SV)

[Πηγή: <https://www.gps.gov/multimedia/images/IIF.jpg>]

Όπως παρατηρούμε στην Εικόνα 2.4.1.2 το GPS αποτελείται από ένα σύνολο 24 δορυφόρων οι οποίοι κάνουν το γύρω της γης σε 12 ώρες. Συχνά υπάρχουν περισσότεροι από 24 δορυφόροι (NAVSTAR) καθώς εκτοξεύονται νεότεροι για να αντικαταστήσουν παλαιότερους ενώ οι παλαιότεροι εξακολουθούν να είναι σε λειτουργία. Οι τροχιές των δορυφόρων επαναλαμβάνουν το ίδιο ίχνος στο έδαφος (καθώς η γη περιστρέφεται) μια φορά κάθε ημέρα, σε σχεδόν κυκλική τροχιά. Το ύψος της τροχιάς είναι 20200 Km και είναι τέτοιο ώστε οι δορυφόροι επαναλαμβάνουν το ίδιο ίχνος και τον ίδιο σχηματισμό πάνω από οποιοδήποτε σημείο περίπου κάθε 24 ώρες (4 λεπτά νωρίτερα κάθε μέρα). Υπάρχουν 6 τροχιακά επίπεδα (συνήθως με SV στο κάθε επίπεδο), όμοια κατανεμημένα, από τον ισημερινό ανά 60°, και το κάθε τροχιακό επίπεδο έχει μια κλίση 55° ως προς το επίπεδο του ισημερινού. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται η διάταξη αυτή με την οποία ο χρήστης μπορεί να βλέπει από 5-8 SVs από κάθε σημείο της γης.



GPS Nominal Constellation
24 Satellites in 6 Orbital Planes
4 Satellites in each Plane
20,200 km Altitudes, 55 Degree Inclination

Εικόνα 2.4.1.2 Δορυφορικός μετασχηματισμός: 24 δορυφόροι κατανομημένοι σε 6 τροχιακά, 4 δορυφόροι σε κάθε επίπεδο σε ύψος 20200 Km και με γωνία κλίσης 55° σε σχέση με το επίπεδο του ισημερινού (Colorado, 1999)

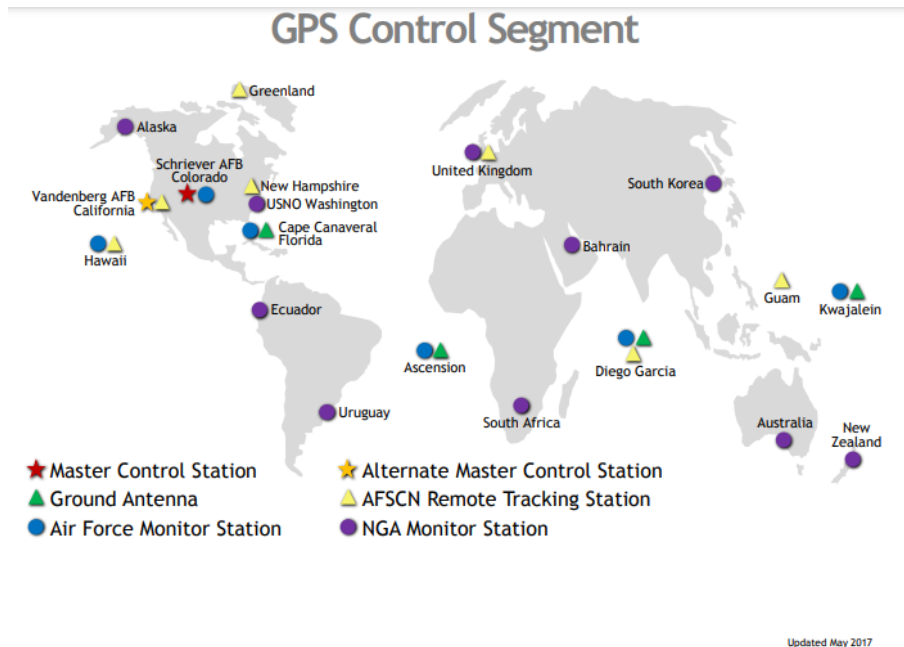
[Πηγή: <https://armyaviation.files.wordpress.com/2009/01/gps1.jpg>]

2.4.2 Το τμήμα ελέγχου

Το τμήμα ελέγχου αποτελείται από ένα σύστημα σταθμών παρακολούθησης που κατανέμονται σε όλο τον κόσμο (Εικόνες 2.4.2.1) και αποτελείται από:

- i. Τους GPS Σταθμούς παρακολούθησης (Control Monitor) που κατανέμονται σε όλο τον κόσμο (Εικόνα 2.4.2.1). Οι σταθμοί αυτοί είναι εφοδιασμένοι με δέκτες, οι οποίοι μετρούν συνεχώς ψευδοαποστάσεις των ορατών δορυφόρων, οι οποίες, ύστερα από κάποια αρχική επεξεργασία, μεταδίδονται στον κεντρικό σταθμό ελέγχου. Συγκεκριμένα μετρούν τα σήματα για κάθε δορυφόρο όπου τα μαθηματικά μοντέλα υπολογίζουν με ακρίβεια τα δεδομένα της τροχιάς (εφημερίδα) και διορθώσεις στο χρονόμετρο του κάθε δορυφόρου. Επιπρόσθετα η λέξη εφημερίδα (ephemeris) είναι διεθνής όρος και εδώ έχει την έννοια της καταγραφής πρόσφατων πληροφοριών σχετικά με την τροχιά και τη θέση του δορυφόρου. Ανάλογη σημασία έχουν και αστρονομικές εφημερίδες οι οποίες μας δίνουν αντίστοιχες πληροφορίες για τους αστέρες.
- ii. Τον GPS Κεντρικό Σταθμό (Master Control) που βρίσκεται στο Colorado Springs ΗΠΑ και εκεί υπολογίζονται οι εκ των υστέρων ακριβείς εφημερίδες.

iii. Τον κεντρικό σταθμό (MasterControl) ο οποίος φορτώνει δεδομένα εφημερίδας και χρονομέτρου των δορυφόρων. Εκείνοι στη συνέχεια στέλνουν υποσύνολα των δεδομένων της εφημερίδας της τροχιάς στους δέκτες μέσω ραδιοσημάτων. (Ιωάννης Ν. Χατζόπουλος, Αθήνα 2009)



Εικόνα 2.4.2.1 Γεωγραφική κατανομή του επίγειου τμήματος ελέγχου του συστήματος GPS

[Πηγή: <https://www.gps.gov/multimedia/images/GPS-control-segment-map.pdf>]

Σύμφωνα με τα παραπάνω θα πρέπει να αναφερθεί ότι το παραπάνω δίκτυο (Εικόνας 2.4.2.1) της διεθνούς υπηρεσίας IGS (International GPS Service) η οποία διαχειρίζεται και διαθέτει τις παρατηρήσεις και τα δεδομένα των GPS (ελεύθερα μέσω του διαδικτύου) αποτελείται από επίγειους σταθμούς τριών ειδών:

- **δεκάξι μόνιμους σταθμούς (NGA Monitor Station, Air Force Monitor Station)** με γνωστές συντεταγμένες ως προς το WGS84,
- **τέσσερις σταθμούς τηλεπικοινωνιών (Ground Antenna)** και άλλοι οκτώ συνεργαζόμενοι σταθμοί του δικτύου AFSCN της Αεροπορίας, οι οποίοι ελέγχουν όλους τους δορυφόρους κάθε μέρα και στέλνουν μηνύματα πλοήγησης, και
- **έναν κεντρικό σταθμό ελέγχου (Master Control Station)** που είναι υπεύθυνος για τη συνολική κατάσταση και λειτουργία του δορυφορικού τμήματος. (Α. Φωτίου Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

2.4.3 Το τμήμα του χρήστη

Το GPS τμήμα του χρήστη (Εικόνα 2.4.3.1) αποτελείται από τους δέκτες GPS και την κοινότητα των χρηστών. Οι δέκτες GPS μετατρέπουν τα σήματα από το δορυφόρο σε θέση, ταχύτητα και εκτίμηση χρόνου. Τουλάχιστον τέσσερις δορυφόροι απαιτούνται για τον υπολογισμό των τεσσάρων διαστάσεων X, Y, Z (θέσης) και T (χρόνου). Οι δέκτες GPS χρησιμοποιούνται για πλοήγηση, εντοπισμό, διανομή χρόνου και άλλης έρευνας. Η πρωταρχική λειτουργία του GPS είναι πλοήγηση στις τρεις διαστάσεις. Δέκτες πλοήγησης κατασκευάζονται για αεροπλάνα, πλοία οχήματα εδάφους και χειρός τα οποία χρησιμοποιούνται από μεμονωμένα άτομα. Ο ακριβής εντοπισμός είναι εφικτός με τη χρήση δεκτών GPS σε θέσεις αναφοράς οι οποίοι προμηθεύουν με δεδομένα διορθώσεων και διαφορικού εντοπισμού σε άλλους δέκτες που βρίσκονται σε απόσταση. (Ιωάννης Ν. Χατζόπουλος, Αθήνα 2009)



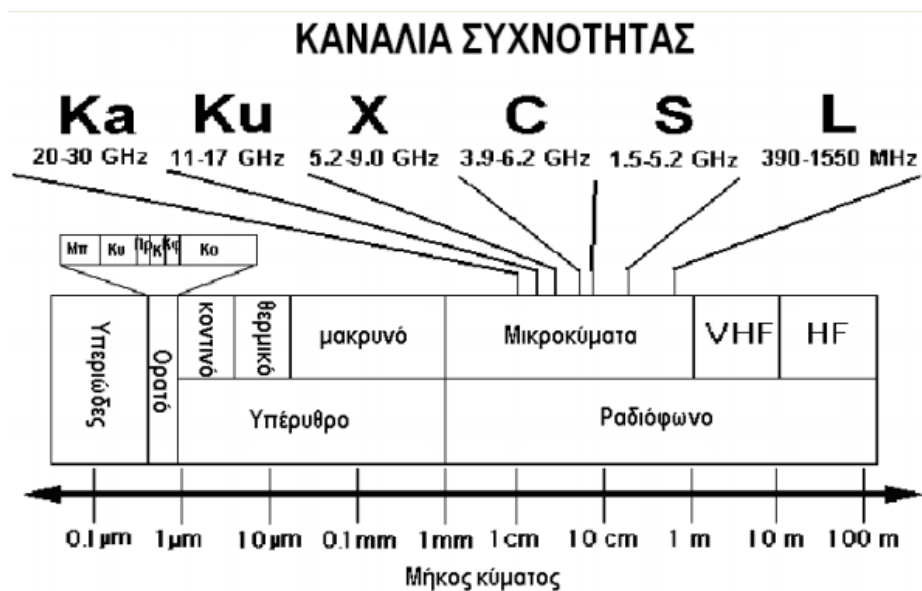
Εικόνα 2.4.3.1 Δέκτης GPS σε αυτοκίνητο

[Πηγή: <https://www.gps.gov/applications/roads/>]

2.5 Το σήμα των Δορυφόρων

Ο όρος σήμα γενικά αναφέρεται, σε μια ροή πληροφοριών, που περιγράφουν τη συμπεριφορά πολλών φαινομένων, όπως είναι ένα μήνυμα αριθμών και γραμμάτων, ο ήχος, ένα βίντεο κτλ. Μεταβάλλοντας μια από τις βασικές παραμέτρους του σήματος, όπως είναι η φάση, το πλάτος και η συχνότητα, τότε το σήμα μπορεί να μεταφέρει πληροφορία. Στην περίπτωση των GPS, η μεταβολή αυτή αναφέρεται στη φάση του κύματος. (Α. Φωτίου Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2006)

Κάθε δορυφόρος GPS εκπέμπει ένα εξαιρετικά σύνθετο σήμα το οποίο υπόκειται στις ιδιότητες των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Επομένως τα σήματα του GPS βρίσκονται στη μικροκυματική περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος στη εγγύτερη περιοχή (Εικόνα 2.5.1). Το σύστημα GPS διαβιβάζει σε δύο φασματικές ζώνες ή συχνότητες του καναλιού L και ο λόγος που χρησιμοποιεί δύο συχνότητες είναι για να ελαχιστοποιούνται τα σφάλματα διάθλασης του σήματος μέσα στην ιονόσφαιρα (αλλά και η εξασφάλιση ακρίβειας θέσης και χρόνου). Τα δύο αυτά σήματα που δημιουργούνται από μια σταθερή συχνότητα των 10.23 MHz είναι η συχνότητα L1 στα 1575.42 MHz και η συχνότητα L2 στα 1227.60 MHz. Οι συχνότητες αυτές ονομάζονται και φέρουσες συχνότητες καθώς επίσης και φέρουσες φάσεις. (Ιωάννης Ν. Χατζόπουλος, Αθήνα 2009)



Εικόνα 2.5.1 Μήκος κύματος

[Πηγή: <https://eclass.aegean.gr/modules/document/file.php/ENV103/%CE%9510/10-GPS.pdf>]

Αναλυτικότερα η απαιτούμενη πληροφορία για τον εντοπισμό της θέσης βρίσκεται στο εκπεμπόμενο σήμα των δορυφόρων, οι οποίοι στέλνουν ένα μοναδικό σήμα, το οποίο εκπέμπεται μόνο κατά τη φορά δορυφόρος → δέκτης, που διαμορφώνεται σε μια από τις δύο συχνότητες, στην περιοχή του L φάσματος (βλ. Εικόνα 2.5.1)

Το ατομικό ρολόι του κάθε δορυφόρου, εκτός από τη διατήρηση της κλίμακας του χρόνου, παράγει μια **θεμελιώδη συχνότητα $f_0=10.23$ MHz**, από την οποία

προκύπτουν οι δύο βασικές (συμφασικές) **φέρουσες συχνότητες** ή **κύματα φορείς** (carrier frequencies, carrier waves):

- Η συχνότητα $L1=2 \times 77 \times f_0=154f_0=1575.42\text{MHz}$,
με μήκος κύματος $\lambda \approx 19.03\text{ cm}$ και
- Η συχνότητα $L2=2 \times 60 \times f_0=120f_0=1227.60\text{MHz}$,
με μήκος κύματος $\lambda \approx 24.42\text{ cm}$

Έτσι λοιπόν, με την χρήση των δύο συχνοτήτων δίνεται η δυνατότητα εξάλειψης της ιονοσφαιρικής διάθλασης και ο προσδιορισμός θέσης (δηλαδή συντεταγμένων), σε πραγματικό χρόνο, απαιτεί την μέτρηση αποστάσεων μεταξύ δεκτών και δορυφόρων. Επειδή οι μετρήσεις είναι “μιας κατεύθυνσης”, δηλαδή τα σημεία εκπέμπονται μόνον κατά τη φορά δορυφόρος \rightarrow δέκτης, χρησιμοποιούνται εκπεμπόμενοι μετρητικοί κώδικες – σήματα, και συγκεκριμένα:

- Ο κώδικας **C/A** (**Coarse/Acquisition** code ή Clear Access) που είναι σε ελεύθερη χρήση και
- Ο κώδικας **P** (**Precise** ή Protected) που μεταδίδεται κρυπτογραφημένα ως **P(Y)** και είναι διαθέσιμος μόνο σε εξουσιοδοτημένους χρήστες (κυρίως για στρατιωτική χρήση). (Α. Φωτίου Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

Οι παραπάνω κώδικες αποτελούν δυαδικές (τα ψηφία 0 και 1) ακολουθίες αλγορίθμων και ονομάζονται κώδικες ψευδοτυχαίου θορύβου PRN (Pseudo Random Noise). Οι κώδικες αυτοί επειδή δεν μπορούν να διαδοθούν σε μεγάλες αποστάσεις ενσωματώνονται στη δέση L του φάσματος όπου διαμορφώνεται η L1 και η L2. Ο δέκτης δέχεται το σήμα, συγκρίνει τον λαμβανόμενο κώδικα με ένα αντίγραφο που παράγει ο ίδιος και τελικά ταυτοποιεί το σήμα. Ταυτόχρονα για να υπολογισθεί η θέση του δέκτη σε πραγματικό χρόνο μόνο από τις δικές του παρατηρήσεις, αλλά και εκ των υστέρων, απαιτούνται οι συντεταγμένες των δορυφόρων σε κάθε εποχή παρατήρησης (όπως στοιχεία τροχιάς δορυφόρου και παράμετροι συγχρονισμού ρολογιών δορυφόρου-δέκτη σε ενιαία κλίμακα GPS). Τη δυνατότητα αυτή την προσφέρει το εκπεμπόμενο μήνυμα δεδομένων ή μήνυμα πλοήγησης/ναυσιπλοΐας (Datacode, navigation message). (Α. Φωτίου Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

Τέλος θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι κώδικες PRN χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των ψευδοαποστάσεων μεταξύ δέκτη - δορυφόρου και ο χρόνος που απαιτείται για να

ταυτοποιήσει ο δέκτης το σήμα, αντιστοιχεί στο χρόνο ταξιδιού του σήματος (travel time) και συνεπώς στην ψευδοαπόσταση αφού πολλαπλασιαστεί με την ταχύτητα του φωτός. Η απόσταση αυτή ονομάζεται ψευδοαπόσταση διότι η αδυναμία απόλυτου συγχρονισμού του ρολογιού του δέκτη με εκείνα των δορυφόρων έχει σαν αποτέλεσμα να προσδιορίζεται όχι η πραγματική απόσταση (r = στιγμή μετάδοσης-στιγμή λήψης) αλλά η ψευδοαπόσταση.

2.6 Μέθοδοι Προσδιορισμού Θέσης με Δέκτες GNSS

Οι μέθοδοι προσδιορισμού της θέσης με χρήση δεκτών GNSS, διακρίνονται σε δύο κατηγορίες, στον **απόλυτο εντοπισμό θέσης** (absolute positioning) και στο **σχετικό εντοπισμό θέσης** (relative positioning). Επομένως ανάλογα με τη μέθοδο που θα χρησιμοποιήσουμε για τον προσδιορισμό της θέσης με το GPS εξαρτάται κυρίως από την ακρίβεια που απαιτείται σε κάθε εφαρμογή και από τον συνολικό χρόνο παρατήρησης. Γενικά, κύριος στόχος μας είναι να επιτυγχάνουμε την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια στον μικρότερο δυνατό χρόνο παρατήρησης.

Επομένως οι τρόποι μέτρησης με το GPS μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με το αν ο δέκτης παραμένει ακίνητος ή κινείται στο σημείο μέτρησης, αν υπολογίζουμε σε πραγματικό χρόνο τις συντεταγμένες, κατά τη διάρκεια της μέτρησης, ή εκ των ύστερων στο γραφείο, ή αν προσδιορίζουμε τις συντεταγμένες του εν λόγω σημείου απευθείας στο WGS'84 (όπου μετράει το GPS) ή έμμεσα ως προς ένα άλλο γνωστό σημείο.

- ❖ Μια πρώτη διάκριση των μεθόδων εντοπισμού αφορά στο χρόνο υπολογισμού των συντεταγμένων. Έτσι πραγματοποιείται:
 - ✓ Ο προσδιορισμός συντεταγμένων σε **πραγματικό χρόνο** (real time positioning), όπου προσδιορίζονται οι συντεταγμένες την χρονική στιγμή εκτέλεσης των μετρήσεων.
 - ✓ Ο **εκ των υστέρων** προσδιορισμός (post processing positioning), όπου προσδιορίζονται οι συντεταγμένες μετά την ολοκλήρωση των μετρήσεων, στο γραφείο.
- ❖ Μια άλλη διάκριση αφορά την κίνηση των επίγειων δεκτών κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Διακρίνεται:

- ✓ Ο **στατικός εντοπισμός** (static positioning), όπου ο δέκτης παραμένει ακίνητος στο σημείο κατά τη διάρκεια των μετρήσεων, για συγκεκριμένο χρόνο.
 - ✓ Ο **κινηματικός εντοπισμός** (Kinematic positioning), όπου προσδιορίζονται οι συντεταγμένες ενός δέκτη, ο οποίος κινείται, καταγράφοντας μετρήσεις σε όλη τη διαδρομή του είτε σε τυχαίες θέσεις είτε σε σημεία που επιλέγει ο χρήστης.
- ❖ Τέλος, δύο ακόμη κατηγορίες δορυφορικού εντοπισμού, που έχουν αναπτυχθεί, διαφοροποιούν κυρίως την αβεβαιότητα του προσδιορισμού και άρα τις εφαρμογές. Αυτές είναι:
- ✓ Ο **απόλυτος προσδιορισμός** (absolute positioning) ο οποίος είναι μεγάλης αβεβαιότητας, της τάξης των μερικών m, και δεν είναι κατάλληλος για γεωδαιτικές εφαρμογές. Απαιτείται, συνήθως σε πραγματικό χρόνο, ο προσδιορισμός της θέσης του σημείου όπου είναι τοποθετημένος ο δέκτης, μόνο με δικές του παρατηρήσεις.
 - ✓ Ο **σχετικός προσδιορισμός** (relative positioning) ο οποίος χρησιμοποιείται κυρίως σε γεωδαιτικές εφαρμογές (με αβεβαιότητα εντοπισμού $\pm 3\text{mm} - \pm 5\text{mm}$). Προϋποθέτει την πρόσβαση και τη λήψη μετρήσεων από κάποιο σημείο γνωστών συντεταγμένων και τη χρήση τουλάχιστον δύο δεκτών του συστήματος. Από αυτούς ο ένας παραμένει σταθερά τοποθετημένος σε σημείο γνωστών συντεταγμένων σε όλη τη διάρκεια των παρατηρήσεων και ονομάζεται δέκτης αναφοράς (base receiver). Ο δεύτερος δέκτης, που ονομάζεται κινούμενος (rover receiver) τοποθετείται διαδοχικά στα σημεία των οποίων ζητούνται οι συντεταγμένες και παραμένει σε κάθε ένα για τον απαιτούμενο χρόνο. Στον εντοπισμό αυτό μετά από κατάλληλη επεξεργασία προσδιορίζεται το προσανατολισμένο τρισδιάστατο διάνυσμα ($\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$) της βάσης (δηλαδή του μήκους, Base length) μεταξύ του δέκτη αναφοράς (γνωστό σημείο) και του κινούμενου δέκτη (άγνωστο σημείο). Οι συντεταγμένες του κινούμενου δέκτη δίνονται τελικά από τη σχέση:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{κινούμενου ή αγνώστου}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\substack{\text{αναφοράς} \\ \text{ή} \\ \text{γνωστού}}} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

(Ε.Λάμπρου, Γ. Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015)

2.7 Οι τεχνικές του Σχετικού Προσδιορισμού Θέσης

Η μέθοδος μέτρησης και ο προσδιορισμός θέσης σε μια συγκεκριμένη εφαρμογή εξαρτάται από την ακρίβεια που ζητείται, να επιτευχθεί, και τη φύση της εργασίας, γεγονός που οδηγεί στην κατάλληλη επιλογή των δεκτών GPS. Παρακάτω θα περιγραφούντα είδη των τεχνικών του σχετικού προσδιορισμού θέσης διότι είναι εκείνες που χρησιμοποιούνται στις τοπογραφικές και γεωδαιτικές εφαρμογές. Συγκεκριμένα, θα αναλυθούν ο σχετικός στατικός, ο ταχύς, ο κινηματικός, ο ημικινηματικός και ο συνεχής κινηματικός εντοπισμός.

2.7.1 Ο σχετικός στατικός εντοπισμός θέσης (Static Positioning)

Οι δέκτες παραμένουν ακίνητοι καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων. Ο χρόνος παραμονής στο σημείο εξαρτάται από την ακρίβεια που ζητείται, το μέγεθος της βάσης και την γεωμετρία των δορυφόρων κατά το διάστημα της μέτρησης. Έτσι ο χρόνος μέτρησης μπορεί να είναι από μερικά λεπτά (περίπου 8min) έως κάποιες ώρες. Η ακρίβεια της τεχνικής είναι συνδεδεμένη με την ακρίβεια του σταθερού σημείου αναφοράς και μπορεί να φτάσει τα μερικά χιλιοστά για βάσεις μέχρι τα 5 Km ($\pm 5\text{mm}$) και ρυθμό καταγραφής ανά 10 - 15 sec.

2.7.2 Ο ταχύς στατικός εντοπισμός (Fast Static)

Ο γρήγορος στατικός προσδιορισμός χρησιμοποιείται για να δώσει ακριβή αποτελέσματα σε μικρό χρονικό διάστημα και σε μικρές βάσεις, της τάξης των μερικών χιλιομέτρων. Ο κινητός δέκτης (rover), παραμένει στο σημείο λίγα λεπτά (της τάξης 10 – 15 min), με ρυθμό καταγραφής ανά 10 sec και η ακρίβεια που επιτυγχάνεται είναι της τάξης των μερικών εκατοστών.

2.7.3 Ο σχετικός κινηματικός προσδιορισμός θέσης (Kinematic Positioning)

Ο σχετικός κινηματικός προσδιορισμός αφορά εφαρμογές για τον προσδιορισμό της τροχιάς οχημάτων, διαδρομών και σημείων λεπτομερειών στις τοπογραφικές και χαρτογραφικές αποτυπώσεις. Στη διαδικασία αυτή ο κινητός δέκτης (rover), μετακινείται γρηγορότερα από σημείο σε σημείο και χρησιμοποιείται σε μικρότερης ακρίβειας αποτυπώσεις μεγάλης κλίμακας. Επομένως, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για προσδιορισμό θέσης σε πραγματικό χρόνο, με μετρήσεις φάσης του φέροντος κύματος (RTK), ή και με μέτρηση ψευδοαποστάσεων (DGPS). Η ακρίβεια που

επιτυγχάνεται ανάλογα με την τεχνική που θα ακολουθηθεί, κυμαίνεται από μερικά εκατοστά έως κάποια μέτρα. Αναλυτικότερα για τις δύο τεχνικές :

- Η τεχνική του *σχετικού κινηματικού* εντοπισμού θέσης σε πραγματικό χρόνο (RTK) αναφέρεται, σε ακριβή προσδιορισμό της θέσης ενός σημείου της Φ.Γ.Ε σε πραγματικό χρόνο. Μπορεί να δώσει αποτελέσματα ανάλογα με τις δυνατότητες του δέκτη (της τάξης 1 - 3 cm), ανάλογα με το μήκος της βάσης, που συνήθως δεν ξεπερνά τα 50km. Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο, ο ένας δέκτης κινείται συνεχώς ενώ ο άλλος δέκτης αναφοράς παραμένει σταθερός καθ' όλη τη διάρκεια των μετρήσεων, σε κάποιο σημείο γνωστών συντεταγμένων. Ο σταθερός δέκτης (Base) στέλνει μέσω ενός πομποδέκτη διορθώσεις στον άλλο δέκτη (Rover), ο οποίος χρησιμοποιεί τις διορθώσεις αυτές, ώστε να επιλύσει επιτόπου τις ασάφειες φάσεις και να δώσει τις ζητούμενες συντεταγμένες άμεσα. Οι διορθώσεις μεταδίδονται μέσω μηνυμάτων RTCM (Ratio Technical Commission for Maritime services) και ο χρόνος παραμονής στο σημείο είναι περίπου 3-10 sec, ώστε να δοθούν επαρκείς λύσεις (fixed).
- Η τεχνική του *διαφορικού εντοπισμού* θέσης σε πραγματικό χρόνο (Differential GPS), βασίζεται στη μέτρηση των ψευδοαποστάσεων μεταξύ δέκτη δορυφόρου. Η βασική παραδοχή που γίνεται είναι ότι, τα σφάλματα κατά τη μέτρηση των ψευδοαποστάσεων είναι κοινά για τους δέκτες που βρίσκονται στην ίδια περιοχή μελέτης και παρακολουθούν τον ίδιο αριθμό δορυφόρων. Κατά την εφαρμογή της τεχνικής, ο ένας δέκτης πρέπει να παραμείνει ακίνητος σε κάποιο σημείο γνωστών συντεταγμένων. Με βάση τις γνωστές εφημερίδες (τροχιές) των δορυφόρων, υπολογίζονται οι πραγματικές αποστάσεις μεταξύ δέκτη – δορυφόρου, οι οποίες συγκρίνονται με την μετρημένη απόσταση προς τους ίδιους δορυφόρους. Η διαφορά αυτή αναφέρεται στο σφάλμα που εμπεριέχεται κατά μέτρηση της ψευδοαπόστασης και μεταδίδεται σε πραγματικό χρόνο στους κινητούς δέκτες μέσω μηνυμάτων RTCM. Η ακρίβεια της τεχνικής είναι από 1 – 0,5 m ανάλογα με το μήκος της βάσης που μετράται.

Τα τελευταία χρόνια, έχουν αναπτυχθεί δίκτυα επίγειων σταθμών αναφοράς όπως το κρατικό δίκτυο HEPOS (HEllenic POsitioning System). Επίσης, υπάρχουν και ιδιωτικές εταιρίες που ασχολούνται με το δορυφορικό εντοπισμό θέσης, με την κάθε εταιρία να διαθέτει το δικό της ιδιωτικό δίκτυο κάλυψης του ελλαδικού χώρου, με

τοποθετημένους σταθμούς αναφοράς GNSS συνεχούς καταγραφής δεδομένων, σε σημεία γνωστών συντεταγμένων σε όλη την Ελλάδα. Ο χρήστης πληρώνει κάποια συνδρομή, ώστε να του αποστέλλονται οι διορθώσεις από τον κοντινότερο σταθμό αναφοράς στην περιοχή της εργασίας του, μέσω ενός modem και έτσι συνήθως χρειάζεται ένα μόνο δέκτη για τις επίγειες μετρήσεις. (Δημήτριος Ρέγας, Αθήνα 2014)

2.7.4 Ο ημικινηματικός εντοπισμός (Stop and Go Kinematic)

Αποτελεί τεχνική του σχετικού κινηματικού προσδιορισμού, όπου αποτελεί μια καθαρά κινηματική μέθοδο η οποία χρησιμοποιείται περισσότερο για αποτυπώσεις σημείων λεπτομερειών και γενικά για προσδιορισμούς μικρής ακρίβειας. Πρόκειται για μια ημικινηματική διαδικασία όπου ο δέκτης κινείται από σημείο σε σημείο (go part) λαμβάνοντας συνεχώς σήμα και παραμένοντας στα συγκεκριμένα σημεία προσδιορισμού ακίνητος (stop part) για μερικά δευτερόλεπτα ώστε να καταγράψει μετρήσεις λίγων εποχών, με ρυθμό καταγραφής της τάξης των 5 sec ή λιγότερο. Όμως όταν λαμβάνονται παρατηρήσεις από λίγους δορυφόρους (π.χ. 4) είναι προτιμότερο να καταγράφονται περισσότερες εποχές. (Αριστείδης Φωτίου, Χρήστος Κ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

2.7.5 Ο συνεχής κινηματικός εντοπισμός (Continuous Kinematic)

Τέλος, στην τεχνική του σχετικού κινηματικού ο κινητός δέκτης δεν παραμένει καθόλου στο σημείο αλλά κινείται συνεχώς. Χρησιμοποιείται κυρίως για την απόδοση της φυσικής γήινης επιφάνειας με ακρίβεια μερικών μέτρων.

2.8 Διαφορές των τεχνικών RTK και Static

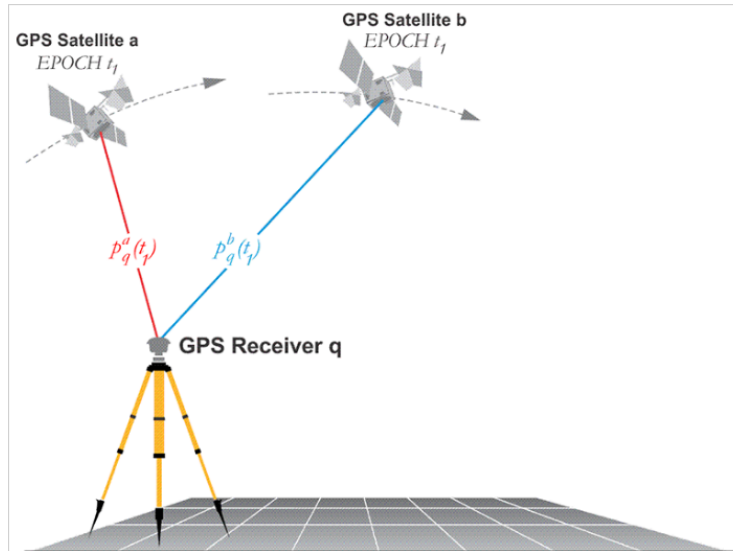
Η ειδοποιός διαφορά των δύο μεθόδων, αναφέρεται στην ακρίβεια προσδιορισμού της θέσης, όπου κατά το σχετικό στατικό εντοπισμό φτάνει τα μερικά χιλιοστά, ενώ με τη δεύτερη μέθοδο προσεγγίζεται με ακρίβεια εκατοστού. Μια ακόμη βασική διαφορά, αφορά τον χρόνο παραμονής στο σημείο, όπου όπως αναφέρθηκε η τεχνική του σχετικού κινηματικού εντοπισμού σε πραγματικό χρόνο υπερέρχει, με ελάχιστο χρόνο παραμονής μερικά δευτερόλεπτα. Για το λόγο αυτό έχει ευρεία εφαρμογή στις μέρες μας στις συνήθεις τοπογραφικές εργασίες. Τέλος το κόστος ανάμεσα στις δύο μεθόδους διαφέρει, καθώς κατά το στατικό προσδιορισμό απαιτούνται δύο δέκτες, ενώ με τη μέθοδο του δικτυακού RTK, ένας.

2.9 Απλές, Διπλές και Τριπλές Διαφορές

Οι παρατηρήσεις φάσης είναι αυτές που χρησιμοποιούνται απαραίτητως (αφού είναι ακριβέστερες κατά δύο τουλάχιστον τάξεις μεγέθους των αντίστοιχων μετρήσεων ψευδοαπόστασης) στο σχετικό προσδιορισμό θέσης για τις τοπογραφικές και γεωδαιτικές εφαρμογές, ενώ οι ψευδοαποστάσεις χρησιμοποιούνται ως βοηθητικές είτε για την επίλυση των ασαφειών φάσης είτε για τον προσδιορισμό καλύτερων προσεγγιστικών συντεταγμένων και το συγχρονισμό των ρολογιών. Έτσι προκειμένου να εξαλειφθούν και να υπολογισθούν άγνωστοι παράμετροι, όπως τα σφάλματα και οι διαφορές των χρονομέτρων των δορυφόρων και των δεκτών, οι καθυστερήσεις λόγω ιονόσφαιρας και τροπόσφαιρας, η ασάφεια φάσης κ.α., επιλύονται γραμμικά συστήματα των τεσσάρων εξισώσεων παρατήρησης. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται γραμμικοί συνδυασμοί που αναφέρονται ως διαφορές παρατηρήσεων, όπου οι πρωτογενείς παρατηρήσεις φάσης και ψευδοαπόστασης ονομάζονται "μηδενικές διαφορές" (zero differences). Οι "διαφορές" αναφέρονται σε μετρήσεις του ίδιου τύπου και φορέα αλλά μεταξύ διαφορετικών δεκτών. Έτσι με τις διαφορές αυτές επιτυγχάνεται, η σχεδόν, απαλοιφή κοινών συστηματικών σφαλμάτων, ενώ παράλληλα, άλλα σφάλματα, όπως τα ατμοσφαιρικά, ανάγονται σε πολύ μικρό μέγεθος ή και απαλείφονται για βάσεις μικρού μήκους (μερικά km, ενδεικτικά μέχρι 10 km). Επομένως οι εν λόγω διαφορές, όπου θα δούμε στη συνέχεια, ονομάζονται απλές, διπλές και τριπλές διαφορές. (Ε.Λάμπρου, Γ. Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015)

2.9.1 Απλές Διαφορές (single difference)

Η απλή διαφορά (Εικόνα 2.9.1.1) αναφέρεται σε διαφορά ταυτόχρονων παρατηρήσεων από δύο δέκτες ως προς κάποιο κοινό δορυφόρο του δορυφορικού συστήματος. Με χρήση απλών διαφορών απαλείφονται κοινά σφάλματα που οφείλονται κυρίως στο δορυφόρο, κυρίως το σφάλμα του ρολογιού του δορυφόρου. Τα σφάλματα της αρχικής φάσης και τα σφάλματα λόγω ατμοσφαιρικών επιδράσεων ελαχιστοποιούνται. Τα τελευταία δεν απαλείφονται εντελώς, αλλά για αποστάσεις μερικών χιλιομέτρων σχεδόν μηδενίζονται. Το μεγαλύτερο μειονέκτημα είναι ότι δεν απαλείφεται το σφάλμα του ρολογιού του δέκτη.

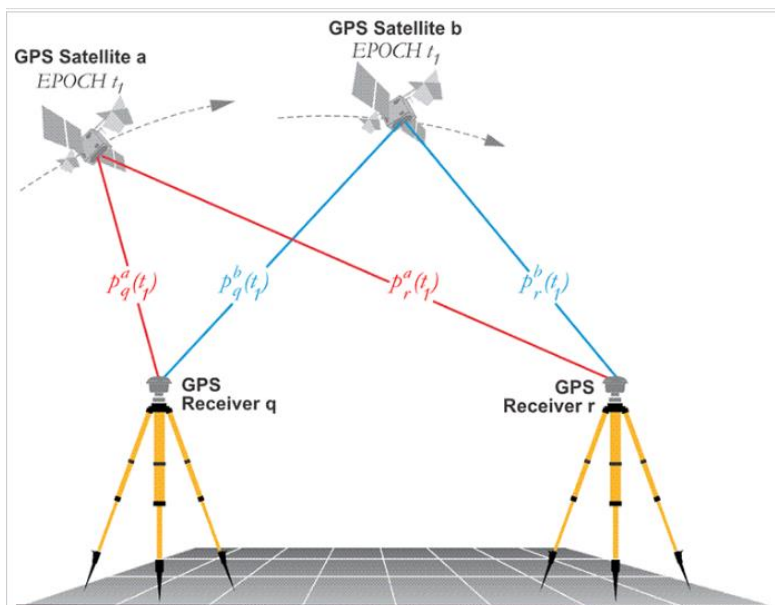


Εικόνα 2.9.1.1 Απλή διαφορά παρατηρήσεων GPS

[Πηγή: <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1727>]

2.9.2 Διπλές Διαφορές (double difference)

Η διπλή διαφορά αναφέρεται στη διάφορα δύο ταυτόχρονων απλών διαφορών μεταξύ δύο δεκτών, οι οποίοι παρακολουθούν τους δύο ίδιους δορυφόρους. Με τις διπλές διαφορές απαλείφονται τα σφάλματα των ρολογιών των δεκτών και οι αρχικές φάσεις ϕ_0 . Οι διπλές διαφορές φάσης είναι αυτές που κατά κανόνα χρησιμοποιούνται στην επίλυση των ακεραίων ασαφειών φάσης και στην τελική συνόρθωση ενός δικτύου ή μιας βάσης GPS ώστε να επιτευχθεί ακρίβεια εκατοστού.

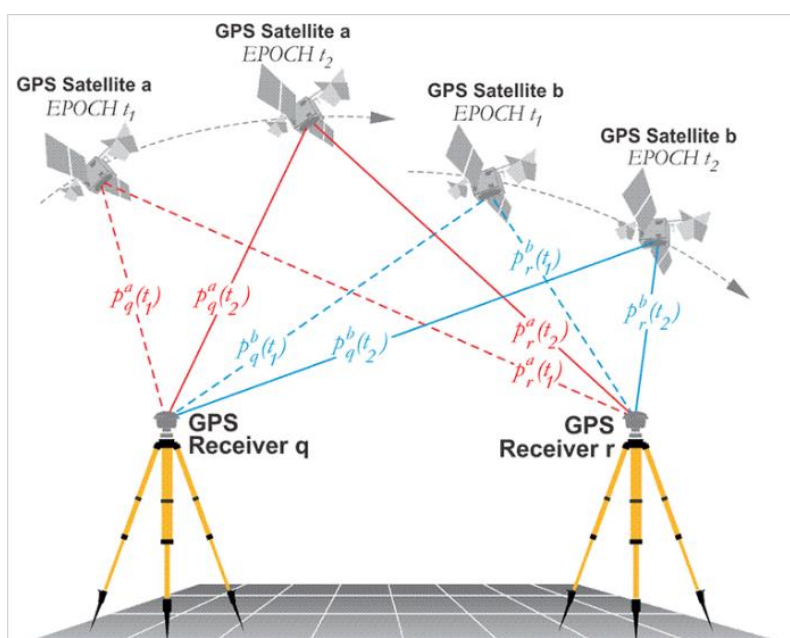


Εικόνα 2.9.2.1 Διπλή διαφορά παρατηρήσεων GPS

[Πηγή: <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1727>]

2.9.3 Τριπλές Διαφορές (triple difference)

Η τριπλή διαφορά αναφέρεται στη διαφορά δύο διπλών διαφορών ως προς δύο διαφορετικές εποχές. Απαλείφονται οι ακέραιες ασάφειες φάσης, γεγονός που επιτρέπει μια αρχική ικανοποιητική εκτίμηση των συντεταγμένων που με τη σειρά τους βοηθούν στην τελική επίλυση των ασαφειών φάσης. Επίσης απαλείφεται η επίδραση της τροπόσφαιρας λόγω του σχεδιασμού των τριπλών διαφορών σε κοντινές χρονικές εποχές. Αντιθέτως, δεν είναι εφικτή η απαλοιφή της ιονοσφαιρικής επίδρασης, καθώς υπάρχουν σημαντικές μεταβολές σε μικρά χρονικά διαστήματα. Κυρίως, χρησιμοποιούνται στο στάδιο της επεξεργασίας για ανίχνευση πιθανής ολίσθησης των κύκλων.



Εικόνα 2.9.3.1 Τριπλή διαφορά παρατηρήσεων GPS

[Πηγή: <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1727>]

2.10 Σφάλματα Δορυφορικών Συστημάτων GNSS

Εντοπίζουμε σφάλματα, κυρίως συστηματικού χαρακτήρα, που επηρεάζουν τον προσδιορισμό της θέσης (και χρόνου κατά περίπτωση) με παρατηρήσεις GPS. Τα συστηματικά σφάλματα πρέπει να μοντελοποιηθούν με κάποιο τρόπο, ώστε να περιοριστούν ή ακόμα και να εξαλειφθούν πλήρως. Επιπρόσθετα, εκτός από τα συστηματικά, υπάρχουν και τα τυχαία σφάλματα (random errors) ή θόρυβος τα οποία και είναι αναπόφευκτα. Παραδείγματα τέτοιων σφαλμάτων ορίζονται οι τοπικές παρεμβολές, οι μετεωρολογικές συνθήκες, οι πολλαπλές διαδρομές σημάτων κλπ.

Τέλος, μια ακόμη κατηγορία σφαλμάτων είναι τα χονδροειδή τα οποία αναφέρονται και εξαρτώνται από τον χρήστη και οφείλονται κυρίως σε ελλιπή προσοχή από την μεριά του κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Παραδείγματα χονδροειδών σφαλμάτων είναι η λανθασμένη τοποθέτηση της κεραίας το δέκτη στο άγνωστο σημείο, η λάθος μέτρηση του ύψους της κεραίας, η λάθος κέντρωση του οργάνου κλπ.

Θα πρέπει να αναφερθούν τα σφάλματα των δορυφορικών συστημάτων GNSS τα οποία επηρεάζουν τον προσδιορισμό θέσης ενός σημείου. Τα σφάλματα αυτά είναι συστηματικού τύπου και μπορούν να διαχωριστούν σε τρεις βασικές κατηγορίες:

- Στα **σφάλματα που σχετίζονται με τους δορυφόρους**: σχετίζονται με τα σφάλματα της δορυφορικής τροχιάς (ή εφημερίδας), το σφάλμα της επιλεκτικής διαθεσιμότητας των δορυφόρων, που συνεπάγεται με σκόπιμη μείωση της ακρίβειας και το σφάλμα του ρολογιού του δορυφόρου.

- Στα **σφάλματα που σχετίζονται με τους δέκτες**: είναι το σφάλμα ρολογιού του δέκτη, που θεωρείται άγνωστη παράμετρος, το σφάλμα της μεταβολής του κέντρου φάσης της κεραίας, το τυχαίο σφάλμα παρατήρησης (ή θόρυβος) και το σφάλμα αβεβαιότητας του γνωστού σημείου (Control Point) κατά την επίλυση μιας βάσης GPS.

- Στα **σφάλματα που σχετίζονται με τη διάδοση του σήματος**: είναι το ατμοσφαιρικό σφάλμα και συγκεκριμένα είναι το σφάλμα της διάδοσης του κύματος μέσα από τα στρώματα της ιονόσφαιρας και της τροπόσφαιρας, το σφάλμα της πολυανάκλασης (multipath) και το σφάλμα της ολίσθησης των κύκλων. Η ολίσθηση κύκλων αναφέρεται στην περίπτωση αδυναμίας λήψης του σήματος όπου και χάνεται ένας αριθμός ακέραιων κύκλων κατά συνέπεια όλες οι επόμενες μετρήσεις να είναι μετατοπισμένες κατά τον ίδιο αριθμό κύκλων, έχοντας έτσι καθυστερήσεις στα κυκλώματα δορυφόρου και δέκτη. Εκτός από τα παραπάνω, η ύπαρξη κακής γεωμετρίας (Εικόνα 2.11.1) μεταξύ των δορυφόρων και του δέκτη αποτελεί έναν ακόμα παράγοντα σφάλματος, ο οποίος δυσχεραίνει τη ποιότητα της λύσης. (Αριστέιδης Ι. Φωτίου, Χρήστος Κ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

2.11 Ο Δείκτης DOP (Dilution of Precision)

Ο δείκτης DOP προσδιορίζει τη γεωμετρία που επιτυγχάνεται μεταξύ δέκτη και δορυφόρων, όπου ορίζεται ως ο λόγος του συνολικού σφάλματος προσδιορισμού της θέσης (σ_p), προς το σφάλμα των μετρήσεων (σ_m).

$$DOP = \frac{\sigma_p}{\sigma_m}, \quad (2.2)$$

Όπου DOP είναι ο συντελεστής που εκφράζει τη συμμετοχή της γεωμετρίας των δορυφόρων στο σφάλμα προσδιορισμού της θέσης ενός σημείου και είναι καθαρός αριθμός.

Έτσι ανάλογα με το είδος του σφάλματος που εκφράζει έχουμε τους συνήθεις συντελεστές DOP:

HDOP = Το σφάλμα στον δυσδιάστατο προσδιορισμό (*Horizontal*)

VDOP = Η τυπική απόκλιση στο υψόμετρο (*Vertical*)

PDOP = Το σφάλμα στον τρισδιάστατο προσδιορισμό (*Position*)

TDOP = Η τυπική απόκλιση στον χρόνο (*Time*)

HTDOP = Το σφάλμα στον οριζοντιογραφικό προσδιορισμό και τον χρόνο

GDOP = Το σφάλμα στον τετραδιάστατο προσδιορισμό (*Geometrical*) (σφάλματα κατά την κατακόρυφη και οριζόντια και χρόνου).

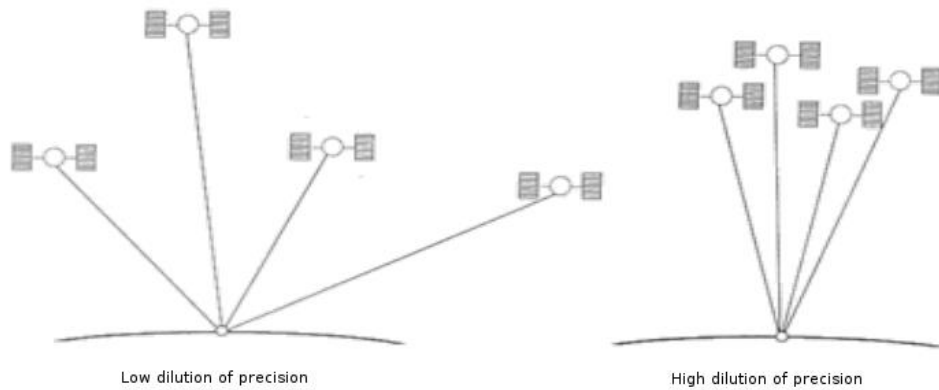
Ειδικότερα οι σχέσεις GDOP και PDOP:

$$PDOP = \pm\sqrt{HDOP^2 + VDOP^2} \quad (2.3)$$

$$GDOP = \pm\sqrt{PDOP^2 + TDOP^2} \quad (2.4)$$

Ο δείκτης DOP μεταβάλλεται ανάλογα με τη σχετική θέση του δέκτη με τους δορυφόρους, αυτό σημαίνει ότι όσο μικρότερη είναι η τιμή του DOP (κοντά στη μονάδα) τόσο καλύτερη είναι η γεωμετρία των δορυφόρων που παρακολουθούνται και επομένως τόσο μικρότερη η αβεβαιότητα προσδιορισμού των συντεταγμένων της θέσης του δέκτη. Ουσιαστικά ένας ομοιόμορφος σχηματισμός δορυφόρων γύρω από το δέκτη μπορεί να θεωρηθεί καλή γεωμετρία (αποφεύγοντας να χρησιμοποιούνται δορυφόροι που βρίσκονται στον ορίζοντα). Τα τελευταία χρόνια με την εξέλιξη των δεκτών GNSS αλλά και των συστημάτων επίλυσης δορυφορικών δεδομένων είναι

εφικτή η επιλεκτική αφαίρεση δορυφόρων. Γίνεται εφικτό δηλαδή κατά την επίλυση μια βάσης να αφαιρεθούν οι δορυφόροι οι οποίοι δεν έχουν καλή θέση σε σχέση με το δέκτη, οι οποίοι όμως συμμετέχουν στη λύση.



Εικόνα 2.11.1 Κακή (αριστερά) και καλή (δεξιά) γεωμετρία δορυφόρων με βάση το δείκτη GDOP
[Πηγή: [http://wiki.awf.forst.uni-goettingen.de/wiki/index.php/Global_Positioning_System_\(GPS\)](http://wiki.awf.forst.uni-goettingen.de/wiki/index.php/Global_Positioning_System_(GPS))]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με τις εργασίες εγκατάστασης ενός δικτύου και ειδικότερα ενός γεωδαιτικού δικτύου. Συγκεκριμένα, δίνεται ο ορισμός του δικτύου καθώς και οι κατηγορίες που το διακρίνουν. Έπειτα, αναλύεται η μεθοδολογία που εφαρμόζεται για τον προσδιορισμό των θέσεων των νέων τριγωνομετρικών σημείων και οι προδιαγραφές που πρέπει να υφίστανται. Τέλος, περιγράφονται τα κριτήρια σχεδιασμού και επιλογής βάσεων GPS.

3.1 Γενικά

Ως δίκτυο ορίζεται ένα σύνολο μόνιμων σημείων εγκατεστημένων σε μια περιοχή. Τα σημεία αυτά, που ονομάζονται και κορυφές του δικτύου, συνδέονται μεταξύ τους με μετρήσεις και είναι γνωστή η θέση τους σε μία, δύο, τρεις ή τέσσερις διαστάσεις. Έτσι τα δίκτυα διακρίνονται αντίστοιχα σε:

- Μονοδιάστατα ή υψομετρικά δίκτυα ή δίκτυα κατακόρυφου ελέγχου.
- Δυσδιάστατα ή οριζόντια ή οριζοντογραφικά δίκτυα ή δίκτυα οριζόντιου ελέγχου (X,Y)
- Τρισδιάστατα δίκτυα (X,Y,H)
- Τετραδιάστατα δίκτυα δηλαδή τρισδιάστατα δίκτυα σε συγκεκριμένο χρόνο (εποχή).

Επιπρόσθετα η επέκταση ή πύκνωση δικτύου ορίζεται η διαδικασία κατά την οποία, για τις ανάγκες μιας γεωδαιτικής εφαρμογής, προσδιορίζονται οι συντεταγμένες ενός ή περισσότερων νέων σημείων του, τα οποία προστίθενται στο υπάρχον δίκτυο. Επομένως, για να γίνει αυτό απαιτούνται η υλοποίηση των νέων σημείων (σήμανση) καθώς και οι απαραίτητες μετρήσεις για τον προσδιορισμό των συντεταγμένων τους. Η ίδρυση ενός νέου δικτύου σε τοπικό αυθαίρετο σύστημα αναφοράς ή η πύκνωση του κρατικού δικτύου γίνεται με σκοπό ενός γεωδαιτικού “σκελετού” σε κάποια περιοχή. (Ευαγγελία Λάμπρου, Γιώργος Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015)

Λέγοντας την λέξη γεωδαιτικό “σκελετό” εννοείται η δημιουργία ενός Γεωδαιτικού Δικτύου. Πιο συγκεκριμένα *Γεωδαιτικό Δίκτυο* είναι ένα σύνολο σημείων πάνω στην φυσική γήινη επιφάνεια (φ.γ.ε.), που συνδέεται με απευθείας παρατηρήσεις ή και με παρατηρήσεις σε σημεία έξω από τη φ.γ.ε., με σκοπό να δοθούν συντεταγμένες ή

άλλου είδους τιμές, ώστε να χρησιμεύσουν ως σημεία ελέγχου σε μελλοντικές εργασίες. (Μπαλοδήμος Δ.Δ., Δ. Σταθάς, Φεβρουάριος 2006).

Οι κορυφές ενός γεωδαιτικού δικτύου ονομάζονται *Τριγωνομετρικά Σημεία* και ανά τρία ορίζουν ένα τρίγωνο στο χώρο, το οποίο και ονομάζεται *Τριγωνομετρικό Δίκτυο*. Οι συντεταγμένες (X,Y,Z), προκύπτουν από την επίλυση του τριγώνου, το οποίο προβάλλεται πάνω σε μια επιφάνεια αναφοράς (ελλειψοειδές, σφαίρα) ή σε ένα επίπεδο. Επομένως, ανάλογα με το σκοπό της εργασίας, οι κατηγορίες των δικτύων που χρησιμοποιούνται είναι:

- ***Δίκτυα Οριζόντιου Ελέγχου***: Στα δίκτυα αυτά, είναι γνωστές ή προσδιορίζονται οι συντεταγμένες των κορυφών ενός δικτύου σε δύο διαστάσεις, σε κάποιο σύστημα αναφοράς όπου και προβάλλονται. Εάν το σύστημα αναφοράς είναι η σφαίρα ή το ελλειψοειδές, θα αναφερόμαστε στις γεωγραφικές συντεταγμένες του σημείου, δηλαδή, στο γεωγραφικόπλάτος (ϕ) και στο γεωγραφικό μήκος (λ). Εάν το σύστημα αναφοράς είναι το επίπεδο, θα αναφερόμαστε στις καρτεσιανές συντεταγμένες (X,Y), οι οποίες μπορεί να είναι αυθαίρετες ως προς ένα αυθαίρετο επίπεδο αναφοράς ή και εξαρτημένες, ενταγμένες στο κρατικό σύστημα αναφοράς (ΕΓΣΑ87).
- ***Δίκτυα Κατακόρυφου Ελέγχου***: Στα δίκτυα αυτά, κάθε σημείο της φ.γ.ε. ορίζεται αμφιμονοσήμαντα μόνο με την τρίτη διάσταση (Z), δηλαδή, το υψόμετρο του σημείου. Ανάλογα με την επιφάνεια αναφοράς που θα επιλεγθεί, υπολογίζονται διαφορετικά υψόμετρα. Αν η επιφάνεια αναφοράς είναι το γεωειδές, το υψόμετρο ονομάζεται ορθομετρικό (H), ενώ αν η επιφάνεια αναφοράς είναι το ελλειψοειδές, το υψόμετρο ονομάζεται γεωμετρικό (h).
- ***Τρισδιάστατα Δίκτυα Ελέγχου***: Είναι τα δίκτυα τα οποία κάθε κορυφή του αναφέρεται στις συντεταγμένες (X,Y,Z), δηλαδή στις τρεις διαστάσεις, οι οποίες προσδιορίζονται ταυτόχρονα ως προς ένα Τρισσορθογώνιο Σύστημα Αναφοράς.

3.2 Αναγνώριση της περιοχής και επιλογή της θέσης των σημείων

Σε πρώτη φάση, στις εργασίες γραφείου αναλύονται όλες οι πληροφορίες που διατίθενται για την περιοχή αποτύπωσης και, αν τυχόν υπάρχουν, προηγούμενες τοπογραφικές εργασίες. Η αρχική επιλογή των σημείων γίνεται πάνω σε προϋπάρχοντα τοπογραφικά διαγράμματα, χάρτες μικρής κλίμακας ή

αεροφωτογραφίες. Επιπλέον, από την Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ) έχουν εκδοθεί οι χάρτες 1:50000, οι οποίοι περιέχουν τις κορυφές του κρατικού δικτύου, ισοϋψείς καμπύλες με ισοδιάσταση 20 μέτρων (για το σχεδιασμό και τον έλεγχο των ορατοτήτων των παρατηρήσεων) και διαγράμματα 1:5000 με ισοδιάσταση ισοϋψών 4 μέτρων. Από τα παλαιότερα διαγράμματα ή τους χάρτες επιλέγονται και τα σημεία του κρατικού δικτύου που υπάρχουν στην ευρύτερη περιοχή και τα οποία θα χρησιμεύσουν για την ένταξη του ιδρυόμενου δικτύου. Η ΓΥΣ συνέταξε πρόσφατα ευρετήρια για τα Φύλλα Χάρτη 1:50000 που περιλαμβάνουν: α) τα τριγωνομετρικά σημεία κατά Φ.Χ. κλίμακας 1:50000, β) τις χωροσταθμικές αφετηρίες που έχει προσδιορισθεί το υψόμετρο τους, και γ) την διαίρεση των διαγραμμάτων κλίμακας 1:5000. Έτσι λοιπόν, ο ενδιαφερόμενος χρήστης ζητά αίτηση από τη ΓΥΣ τις συντεταγμένες των τριγωνομετρικών σημείων, ή τα υψόμετρα των χωροσταθμικών αφετηριών, ή διαγράμματα 1:5000, γράφοντας τον αριθμό του Φ.Χ. 1:50000 και τους κωδικούς των τριγωνομετρικών σημείων ή των χωροσταθμικών αφετηριών ή των διαγραμμάτων 1:5000.

Επομένως, επιλογή της θέσης των νέων σημείων γίνεται με βάση τα κριτήρια που ορίζονται από τις προδιαγραφές ακριβείας και ελέγχοντας την ευκολία πρόσβασης και την ύπαρξη αμοιβαίων ορατοτήτων για τα κλασικά δίκτυα ή τον “καθαρό” ορίζοντα για τα δίκτυα GPS.

Όσον αφορά τα κλασικά επίγεια δίκτυα, η έλλειψη ορατότητας μεταξύ των σημείων οδηγεί πολλές φορές στο να εγκατασταθεί ένα δίκτυο πυκνότερο απ’ ότι ορίζουν οι προδιαγραφές. Ο έλεγχος της ορατότητας ανάμεσα σε δύο σημεία γίνεται με τη βοήθεια της σχεδίασης της τομής της σκόπευσης, ενώ τα δίκτυα GPS, δεν χρειάζονται ορατότητες μεταξύ των σημείων, τα οποία μπορούν να ιδρύονται σε προσβάσιμες περιοχές, αρκεί να μην υπάρχουν εμπόδια και να έχουν ορατότητα στον ουρανό τουλάχιστον τέσσερις δορυφόρους. Ο αριθμός των σημείων πυκνώσης είναι κατά πολύ μικρότερος αφού οι αποστάσεις μεταξύ τους μπορεί να είναι και αρκετές δεκάδες χιλιόμετρα. Έτσι λοιπόν για την επιλογή της τελικής θέσης των σημείων πραγματοποιείται έπειτα από επίσκεψη στο πεδίο, όπου ελέγχεται η ύπαρξη των μεταξύ τους ορατοτήτων, ή ο “καθαρός” ορίζοντας, συνθήκες που πολλές φορές δεν είναι εύκολο να εξασφαλιστούν από τον χάρτη, κυρίως όταν πρόκειται για δίκτυα σε αστικές περιοχές. Ακολουθώντας, πριν επιλεγθεί η θέση των κορυφών του δικτύου και των παρατηρήσεων που θα γίνουν, πριν την επιλογή των οργάνων που θα χρησιμοποιηθούν, αλλά και πριν από την οριστικοποίηση της θέσης των κορυφών με

σημάνσεις, ελέγχεται η ακρίβεια των αποτελεσμάτων που μπορεί να δώσει η συγκεκριμένη δομή (σχήμα και παρατηρήσεις), αλλά και η αξιοπιστία τους. Τέλος ο έλεγχος της ακρίβειας γίνεται με τη σύγκριση κάποιων ποσοτήτων (κριτήρια), οι οποίες υπολογίζονται με βάση τη συγκεκριμένη γεωμετρική δομή του δικτύου με τις αντίστοιχες θεωρητικές ποσότητες που ορίζονται από τις προδιαγραφές. Ο τοπογράφος Μηχανικός θα πρέπει αρχικά να αξιολογήσει την ακρίβεια της τοπογραφικής εργασίας που του ανατέθηκε, και με βάση αυτή να δημιουργήσει τις αρχικές προδιαγραφές ακριβείας του δικτύου που θα εγκατασταθεί. Για παράδειγμα εάν πρόκειται να αποτυπωθεί μια περιοχή σε κλίμακα 1:1000 και θεωρήσουμε ότι το ελάχιστο μήκος που μπορεί να μετρήσει πάνω σ' ένα σχέδιο είναι 0.2 χιλιοστά, τότε το μικρότερο μέγεθος που μπορεί να σχεδιασθεί στην παραπάνω κλίμακα είναι 20 εκατοστά. (Δ. Ρωσσικόπουλος, 1999)

3.3 Σήμανση, εξασφάλιση και επισήμανση των κορυφών του δικτύου

Με τον όρο **σήμανση** εννοούμε τη μόνιμη ένδειξη των κορυφών του δικτύου, ώστε να εξασφαλίζεται η δυνατότητα ανεύρεσης τους και η επαναχρησιμοποίηση τους σε άλλες μετρήσεις. Ο τρόπος σήμανσης διαστάσεις και θεμελίωση βάθρων, οπλισμός κλπ.), εξαρτάται από την τάξη και τη διάσταση του δικτύου, ο σκοπός για τον οποίο ιδρύεται, κλπ. Για λόγους **εξασφάλισης** των κορυφών του δικτύου επιβάλλεται και η υπόγεια σήμανση, ώστε να μπορούν να κατασκευασθούν αν καταστραφεί το βάθρο ή η οποιαδήποτε σήμανση τους. Η εξασφάλιση των πολυγωνικών σημείων πραγματοποιείται συνήθως με μετρήσεις αποστάσεων από μόνιμες κατασκευές ή φυσικά σημεία (π.χ. δένδρα κ.α.). Όταν από το πολυγωνικό σημείο βρίσκεται κοντά σε χαρακτηριστικά σημεία μπορεί εύκολα να αναγνωριστεί, αφού βρίσκεται στην τομή των τριών κύκλων με ακτίνες τα αντίστοιχα μήκη. Μέσω αυτό τον τρόπο το σημείο που μας ενδιαφέρει βρίσκεται πιο εύκολα. Ως **επισημάνσεις** μπορεί να χρησιμοποιηθούν ακόντια ή κατασκευές συνήθως από ξύλο (π.χ. καδρόνι ύψους 3 έως 5 μέτρων, τετραγωνικής ή κυκλικής διατομής 5 έως 10 εκατοστών). Τοποθετούνται πάνω από σημεία, ώστε να χρησιμεύσουν σα στόχοι κατά τις γωνιομετρήσεις στα κλασικά επίγεια δίκτυα.

Επιπρόσθετα, είναι άξιο να σημειωθεί πως η σήμανση των σημείων πύκνωσης δικτύων είναι συνήθως μόνιμη. Σε κάποιες περιπτώσεις μπορεί να είναι ημιμόνιμη ή και προσωρινή, ανάλογα με τη σπουδαιότητα, τη χρήση τους και το δίκτυο στο οποίο

ανήκουν. Τα υλικά και οι κατασκευές που χρησιμοποιούνται για τη σήμανση ποικίλουν ανάλογα με την εφαρμογή αλλά και το σημείο τοποθέτησης τους. Υπάρχουν κλασικές αλλά και πρωτότυπες κατασκευές που καλείται κάθε φορά ο μηχανικός να επινοήσει. Έτσι λοιπόν για την υλοποίηση (σήμανση) τριγωνομετρικών ή πολυγωνομετρικών σημείων χρησιμοποιούνται μόνιμες κατασκευές όπως είναι βάθρα από σκυρόδεμα (Εικόνα 3.3.1), βάθρα από PVC (Εικόνα 3.3.2). Βιδωτά βάθρα σε μόνιμες πλακέτες από ασφάλι, μπρούτζινες πλακέτες, μπρούτζινα μπουλόνια πακτωμένα με ρητίνη ή απλό σκυρόδεμα.



Εικόνα 3.3.1 Βάθρο από σκυρόδεμα του τριγωνομετρικού δικτύου της Ελλάδος

[Πηγή: <https://geomythiki.blogspot.com/2016/10/blog-post.html>]



Εικόνα 3.3.2 Βάθρο PVC

[Πηγή: Ευαγγελία Λάμπρου, Γιώργος Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015]

Στις ημιμόνιμες σημάνσεις ανήκουν οι ξύλινοι πάσσαλοι, ατσαλόκαρφα (Εικόνα 3.3.3 και Εικόνα 3.3.4) κ.α., ενώ στις προσωρινές σημάνσεις περιλαμβάνονται αυτοκόλλητοι ανακλαστικοί ή απλοί στόχοι (Εικόνα 3.3.5) ή η σήμανση με μαρκαδόρο διαρκείας.



Εικόνα 3.3.3 Ξύλινη σήμανση



Εικόνα 3.3.4 Σήμανση με καρφί

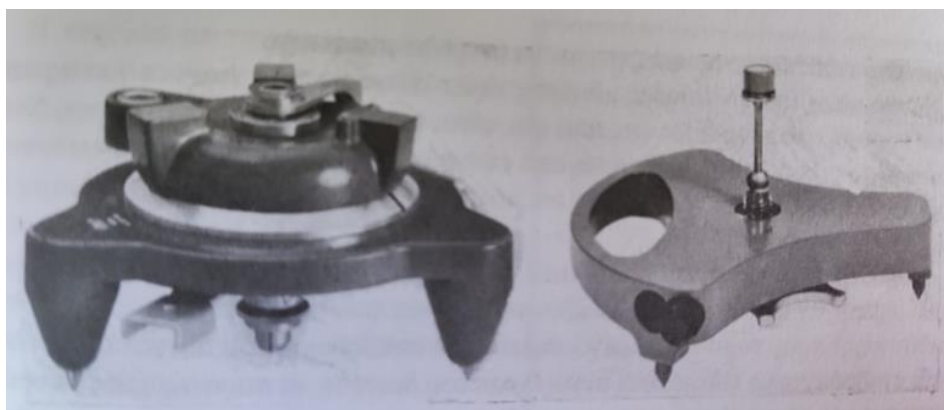
[Πηγή: Ευαγγελία Λάμπρου, Γιώργος Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015]



Εικόνα 3.3.5 Ανακλαστικοί στόχοι

[Πηγή: <https://i.ebayimg.com/images/g/MZsAAOSwepld7ICX/s-l500.jpg>]

Σημαντικό στις επισημάνσεις αυτές είναι να εξασφαλίζουν τη μοναδικότητα ορισμού του επιθυμητού σημείου, έτσι ώστε να είναι δυνατή είτε η ακριβής κέντρωση του γεωδαιτικού οργάνου πάνω σε αυτό είτε η ακριβής σκόπευση του. Προκειμένου να εξασφαλισθεί μικρή αβεβαιότητα στα παράγωγα σε περιπτώσεις ειδικών εφαρμογών, χρησιμοποιούνται βάσεις εξαναγκασμένης κέντρωσης (Εικόνα 3.3.6) ή ειδικές βάσεις στήριξης τριχογλίων που ελαχιστοποιούν το σφάλμα στην τοποθέτηση οργάνων και στόχων στο $\pm 0.1\text{mm}$. Τέλος, η θέση των σημείων αυτών στο χώρο πρέπει να εξασφαλίζει: α) τη δυνατότητα τοποθέτησης και οριζοντίωσης του γεωδαιτικού οργάνου, β) τη δυνατότητα εκτέλεσης μετρήσεων είτε από τον παρατηρητή (απλό γεωδαιτικός σταθμός) είτε αυτόματα (GPS ή ρομποτικός γεωδαιτικός σταθμός). (Ευαγγελία Λάμπρου, Γιώργος Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015)



Εικόνα 3.3.6 Παραδείγματα μηχανισμών κέντρωσης και στόχων πάνω σε βάθρο.

[Πηγή: Δ. Ρωσικόπουλος, Θεσσαλονίκη, Φεβρουάριος 1992]

3.4 Πύκνωση δικτύων με δορυφορικό εντοπισμό

Η πύκνωση των δικτύων και μάλιστα ταυτόχρονα και στις τρεις διαστάσεις μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας δέκτες του δορυφορικού συστήματος εντοπισμού όπου στα δίκτυα GPS/GNSS ανεξαρτήτως της απόστασης επιτυγχάνεται σχεδόν ή ίδια ακρίβεια σε σχέση με τα κλασικά κρατικά τριγωνομετρικά δίκτυα.

Αναλυτικότερα μια χώρα μπορεί να ιδρύσει και να συντηρεί ένα βασικό δίκτυο GPS/GNSS που θα αποτελείται από λίγα μόνο σημεία (δίκτυο μηδενικής ή πρώτης τάξης), με αποστάσεις μεταξύ των σημείων αρκετές δεκάδες km, και ένα δίκτυο πύκνωσης ανά λίγες δεκάδες km. Έτσι ο κάθε χρήστης ακόμα και με δέκτες μίας συχνότητας μπορεί εύκολα να πυκνώνει τα κρατικά δίκτυα GNSS. Ένα δίκτυο

GPS/GNSS αποτελείται από N σημεία όπου σχηματίζονται $\binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$ (3.1)

δυνατές βάσεις, εκ των οποίων ένας κατάλληλος αριθμός επιλέγεται συνήθως για να μετρηθεί. Στη διαδικασία πύκνωσης είναι απαραίτητη η γνώση των συντεταγμένων ενός σημείου (π.χ. τριγωνομετρικό σημείο της ΓΥΣ ή μόνιμος σταθμός αναφοράς του Hepos¹). Το σημείο αυτό μπορεί να βρίσκεται από λίγες εκατοντάδες m έως και

¹ Όσον αφορά το Ελληνικό Σύστημα Εντοπισμού HEPOS είναι ένα σύστημα που επιτρέπει τον προσδιορισμό θέσης υψηλής ακρίβειας, αξιοποιώντας το σύνολο των δορυφορικών συστημάτων εντοπισμού (GPS, GLONASS, GALILEO, BEIDOU). Το σύστημα ανήκει στην εταιρεία ΕΛΛΗΝΙΚΟ ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΑΕ (πρώην ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ ΑΕ). Εγκαταστάθηκε το 2007 και έκτοτε λειτουργεί 365 μέρες τον χρόνο ενώ αποτελείται συνολικά από 98 μόνιμους σταθμούς αναφοράς που καλύπτουν ολόκληρη την έκταση της χώρας και ένα Κέντρο Ελέγχου. (Πηγή: <https://www.geotech.gr/index.php/blog/hepos-hellenic-positioning-system>)

αρκετά Km μακριά από την περιοχή πύκνωσης του δικτύου. Η μέθοδος μέτρησης που συνήθως χρησιμοποιείται είναι αυτή του σχετικού στατικού εντοπισμού. Μπορούν όμως να χρησιμοποιηθούν και άλλες μέθοδοι, όπως του γρήγορου στατικού εντοπισμού ή του εντοπισμού σε πραγματικό χρόνο, επιτυγχάνοντας τις αντίστοιχες αβεβαιότητες στο προσδιορισμό των συντεταγμένων των νέων σημείων.

Το σημαντικότερο πλεονέκτημα κατά τη χωροθέτηση των κορυφών δικτύων που μετρώνται με δέκτες του δορυφορικού συστήματος, είναι ότι δεν απαιτείται ορατότητα μεταξύ των νέων-αγνώστων σημείων ούτε μεταξύ του γνωστού και των αγνώστων κορυφών. Επιπρόσθετα οι κορυφές των σημείων επιλέγονται έτσι ώστε να μην υπάρχουν εμπόδια γύρω τους σε γωνία ύψους πάνω από 20°, εξασφαλίζοντας στην κεραία του δέκτη ελεύθερο πεδίο προς την ουράνια σφαίρα. Αποφεύγεται η επιλογή τους κοντά σε επιφάνειες ή αντικείμενα που μπορεί να προκαλέσουν παρεμβολές ή ανακλάσεις ή σφάλματα στα δορυφορικά σήματα που λαμβάνονται από την κεραία του δέκτη.

Αυτό που πρέπει να αναφερθεί είναι ότι το σφάλμα προσδιορισμού των συντεταγμένων των αγνώστων κορυφών εξαρτάται από το χρόνο μέτρησης, τη γεωμετρία των δορυφόρων και την απόσταση από τη σταθερή κορυφή και κυμαίνεται από μερικά mm έως λίγα cm. Αν η απόσταση από την κορυφή γνωστών συντεταγμένων ξεπερνά τα 10 – 15 Km, τότε είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται δέκτες δύο συχνοτήτων, οι οποίοι έχουν την δυνατότητα υπολογισμού των σφαλμάτων του σήματος διέλευσης του από την ιονόσφαιρα.

Κατόπιν τούτου, θα πρέπει πριν την εκτέλεση των μετρήσεων να ελέγχεται, με τη χρήση κατάλληλου λογισμικού, ο αριθμός και η γεωμετρία της θέσης των διαθέσιμων δορυφόρων που θα είναι ορατοί κατά τη διάρκεια των μετρήσεων. Ο ελάχιστος αριθμός δορυφόρων από τους οποίους πρέπει να λαμβάνει σήμα ο κάθε δέκτης είναι 4, χωρίς αυτό να εξασφαλίζει πάντοτε ικανοποιητική λύση. Προτιμάται η παρατήρηση 6 με 8 δορυφόρων, ενώ απαιτείται προσοχή στην τοποθέτηση της κεραίας σε κάθε σημείο (κέντρωση – οριζοντίωση) και στη μέτρηση του ύψους. (Ευαγγελία Λάμπρου, Γιώργος Πανταζής, Θεσσαλονίκη 2015)

Τέλος, όσον αφορά τη γεωμετρική μορφή του δικτύου ορίζεται από το σύνολο των μετρημένων βάσεων ή σημείων σε μία ή περισσότερες μετρητικές περιόδους. Όταν λέμε μετρητική περίοδο ή απλά περίοδος (session) εννοείται το χρονικό διάστημα, π.χ. 30 πρώτα λεπτά, 1 ώρα, 4 ώρες, μια μέρα, κατά το οποίο ένας αριθμός δεκτών GPS/GNSS μετρά ταυτόχρονα σε έναν αριθμό σημείων χωρίς να μετακινούνται. Άρα,

ο σωστός προγραμματισμός για την οργάνωση και εκτέλεση των παρατηρήσεων γίνεται με κριτήρια οικονομικού κόστους, ακρίβειας και αξιοπιστίας. Σύμφωνα με τα παραπάνω ο προσδιορισμός των συντεταγμένων των αγνώστων κορυφών (σημείων) μπορεί να γίνει με τρεις τρόπους:

✓ Πρώτος τρόπος

Χρησιμοποιούνται μόνο δύο δέκτες GPS ($R=2$). Όλες οι βάσεις που θα μετρηθούν και θα επιλυθούν (εκτίμηση συνιστωσών βάσης και του αντίστοιχου 3×3 πίνακα συμμεταβλητοτήτων τους) είναι ανεξάρτητες και ασυσχέτιστες μεταξύ τους όπου σε κάθε μέτρηση βάσης αντιστοιχεί και μία μετρητική περίοδος (session). Η τεχνική αυτή απαιτεί μεγάλο χρόνο εργασιών πεδίου και χρησιμοποιείται για συνθήκη δίκτυα πύκνωσης, με λίγα σημεία. Συνεπώς δεν απαιτείται ιδιαίτερος προγραμματισμός εργασιών πεδίου.

✓ Δεύτερος τρόπος

Χρησιμοποιούνται περισσότεροι από δύο δέκτες GPS αλλά λιγότεροι από το συνολικό αριθμό N των σημείων του δικτύου ($R < N$). Οι R διαθέσιμοι δέκτες μετρούν ταυτόχρονα, σε κάθε περίοδο, έναν αριθμό $\frac{R(R-1)}{2}$ (3.2) βάσεων από τις οποίες οι $(R-1)$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η επιλογή των ανεξάρτητων βάσεων που θα επιλυθούν (ή και περισσότερων αλλά εξαρτημένων) γίνεται με διάφορα κριτήρια, π.χ. προτιμώνται οι βάσεις μικρότερου μήκους επειδή επιλύονται ευκολότερα οι ασάφειες φάσης ή και σε συνδυασμό με τη γεωμετρική μορφή που θα ορίσει το δίκτυο καθώς και το μέγιστο αριθμό παρατηρήσεων.

Μέχρι να ολοκληρωθεί η μέτρηση του δικτύου απαιτείται ένας αριθμός μετρητικών περιόδων και ένας αριθμός σημείων πρέπει να είναι κοινός (από περίοδο σε περίοδο), τουλάχιστον ένα σημείο και κατά προτίμηση δύο ή και περισσότερα, για να μπορούν να συνδέονται οι περίοδοι μεταξύ τους και επιπλέον να υπάρχει έλεγχος της ποιότητας του συνολικού δικτύου κατά την τελική συνόρθωση. Διαφορετικά, χωρίς σημεία σύνδεσης μεταξύ των περιόδων, κάθε περίοδος υλοποιεί το δικό της σύστημα αναφοράς και δεν ελέγχεται η συμβατότητα μεταξύ των επιμέρους ανεξάρτητων συστημάτων. Με την αναγκαία συνθήκη των κοινών σημείων από περίοδο σε περίοδο, κάθε περίοδος επιλύεται χωριστά (session solution) από όπου προκύπτουν οι συντεταγμένες των σημείων της κάθε περιόδου και ο πίνακας συμμεταβλητοτήτων τους. Κατά την επίλυση της περιόδου μπορούν να προσδιορισθούν και οι ασαφείς

φάσης, συνήθως και στη συνέχεια θεωρούνται γνωστές ποσότητες στην επίλυση της περιόδου.

Η τελική συνόρθωση του δικτύου προκύπτει από τη συνόρθωση όλων των επιμέρους περιόδων (multi session solution) εφαρμόζοντας κατάλληλους αλγόριθμους συνόρθωσης, όπου λαμβάνεται υπόψη και η συσχέτιση μεταξύ των βάσεων σε κάθε περίοδο, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις δικτύων πολύ υψηλής ακρίβειας. Στις συνήθεις εφαρμογές, π.χ. τοπικά δίκτυα πύκνωσης για τις ανάγκες των αποτυπώσεων, πολλές φορές, επιλύονται όλες οι δυνατές βάσεις ανά περίοδο, ανεξάρτητες και μη ή ένα υποσύνολο μεγαλύτερο από τις ανεξάρτητες, και το δίκτυο συνορθώνεται με όλες τις βάσεις όλων των περιόδων που επιλέχθηκαν, και μάλιστα χωρίς να ληφθεί υπόψη η συσχέτιση μεταξύ των βάσεων σε κάθε περίοδο.

Η διαδικασία αυτή, αν και δεν είναι θεωρητικά σωστή, είναι ικανοποιητική για τις συνήθεις περιπτώσεις πύκνωσης των δικτύων όπου δεν απαιτείται υψηλή ακρίβεια. Ο προγραμματισμός και ο σχεδιασμός των περιόδων μέτρησης αποτελεί ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης με βάση το κόστος, την ακρίβεια και την αξιοπιστία και αποκτά μεγαλύτερη σημασία όσο περισσότερα είναι τα σημεία του δικτύου και οι απαιτήσεις ποιότητας.

✓ Τρίτος τρόπος

Διατίθενται τόσοι δέκτες GPSόσα και τα σημεία του δικτύου. Στην περίπτωση αυτή, πάλι ένας αριθμός (R-1) βάσεων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η τεχνική αυτή χρησιμοποιείται συνήθως στα παγκόσμια και ηπειρωτικά δίκτυα μόνιμων σταθμών και σε γεωδυναμικές εφαρμογές ή μελέτες μικρομετακινήσεων. Οι μετρήσεις διαρκούν μερικές ημέρες και ως περίοδος μέτρησης λαμβάνεται η κάθε ημέρα ξεχωριστά. Η επίλυση – συνόρθωση σε επίπεδο περιόδων και συνολικά σε επίπεδο δικτύου, γίνεται με τα λεγόμενα επιστημονικά λογισμικά (π.χ. Bernese), τα οποία προσφέρουν αρκετές επιλογές για την επίλυση των ασαφειών και τον έλεγχο των συστηματικών σφαλμάτων και λαμβάνουν υπόψη τις συσχετίσεις μεταξύ των βάσεων σε κάθε περίοδο μέτρησης.

Όταν η συνολική διάρκεια μέτρησης ενός δικτύου είναι το πολύ μια ημέρα τότε ως περίοδοι μέτρησης μπορούν να λαμβάνονται χρονικά διαστήματα μερικών ωρών, όπου όμως οι δέκτες, αν δεν είναι πρακτικά δυνατόν να μετακινηθούν σε διαφορετικά σημεία από περίοδο σε περίοδο, κλείνουν και τίθενται εκ νέου σε διαδικασία ανάπτυξης – μέτρησης στα ίδια σημεία, ώστε να γίνεται εκ νέου η κέντρωση, η

οριζοντίωση και η μέτρηση του ύψους της κεραίας κάθε φορά που αρχίζει νέα περίοδος. Με αυτόν τον τρόπο καθίστανται σχεδόν ανεξάρτητες μεταξύ τους οι περιόδοι μέτρησης και πιθανώς απαλείφονται κάποια εσωτερικά συστηματικά σφάλματα των δεκτών. (Α. Φωτίου-Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

3.4.1 Κριτήρια σχεδιασμού και επιλογή βάσεων GPS

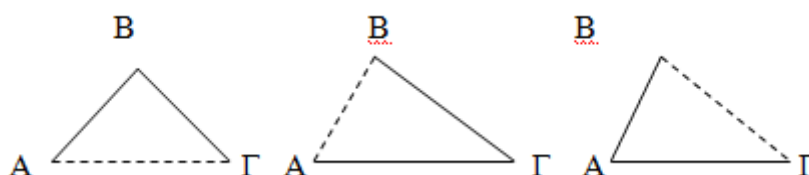
Για τον σχεδιασμό και την τελική επιλογή βάσεων GPS ενός δικτύου, θα πρέπει πρώτα να εκτιμηθούν οι ακρίβειες των άγνωστων παραμέτρων αλλά και των παρατηρήσεων που θα προκύψουν. Μέσω της συνόρθωσης μπορεί να βρεθεί το τελικό μέγεθος π.χ. μιας απόστασης η οποία έχει προκύψει από πολλές μετρήσεις (πλεονάζουσες μετρήσεις) έτσι και στην προκειμένη περίπτωση οι επιλύσεις των βάσεων γίνονται μέσω μιας συνόρθωσης. Επομένως μια συνόρθωση δικτύου το βασικό μειονέκτημα χρήσης βάσεων που δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, είναι η ‘υπεραισιόδοξη’ εκτίμηση των στατιστικών ποσοτήτων. Συγκεκριμένα προκύπτουν μεγαλύτερες ακρίβειες σε σχέση με τις εκτιμήσεις από τη συνόρθωση με χρήση αποκλειστικά ανεξαρτήτων βάσεων όπου θεωρητικά οι εξαρτημένες βάσεις (dependent/trivial baselines) δεν προσφέρουν καμία χρήσιμη πληροφορία στη συνόρθωση του δικτύου.

Από την άλλη πλευρά, η επιλογή των ανεξάρτητων βάσεων δεν είναι μοναδική και άρα η κάθε λύση θα διαφέρει ανάλογα τα κριτήρια επιλογής των ανεξάρτητων βάσεων. Στη συνήθη περίπτωση όπου οι ασάφειες φάσης επιλύονται ανά βάση χωριστά, έστω ότι επιλύονται όλες οι δυνατές βάσεις και έπεται η συνόρθωση με γνωστές πλέον τις ασάφειες, είναι εύλογος ο ισχυρισμός ότι όλες οι βάσεις που θα λάβουν μέρος στη συνόρθωση μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητες ή έστω ως ‘ψευδοανεξάρτητες’. Ο ισχυρισμός αυτός τεκμηριώνεται κατά κάποιον τρόπο από το γεγονός ότι σε κάθε επίλυση βάσης ανά περίοδο δεν χρησιμοποιείται ακριβώς ο ίδιος αριθμός παρατηρήσεων που αντιστοιχούν στους ίδιους κοινούς δορυφόρους και ότι πιθανώς διαφέρει η στρατηγική επίλυσης (χρήση διαφορετικών γραμμικών συνδυασμών) σε κάθε βάση. Έτσι, πολλές φορές, ιδιαίτερα από τα συνήθη λογισμικά, ακολουθείται η διαδικασία της επίλυσης των ασαφειών όλων των δυνατών βάσεων και κατόπιν της συνόρθωσης του δικτύου με όλες τις βάσεις που έχουν επιλυθεί.

Τελικά, η επιλογή των βάσεων καθορίζεται από τον χρήστη σε σχέση με τις δυνατότητες του λογισμικού που χρησιμοποιεί. Αν δηλαδή, έχουμε σοβαρούς λόγους

να θεωρήσουμε ότι όλες οι δυνατές βάσεις μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητες τότε έχουμε και το πλεονέκτημα της αύξησης των βαθμών ελευθερίας και οι στατιστικοί έλεγχοι είναι πιο αξιόπιστοι. Το σύνολο των βάσεων, ανεξάρτητων ή και εξαρτημένων, οι οποίες επιλέγονται για τη συνόρθωση του δικτύου δημιουργούν τη γεωμετρική μορφή του δικτύου GPS/GNSS. Σε κάθε περίοδο μέτρησης δημιουργούνται επιμέρους γεωμετρικά σχήματα, π.χ. τρίγωνα, πολύγωνα, μέσα στην ίδια χρονική διάρκεια παρατήρησης. Μετακινώντας έναν ή και περισσότερους δέκτες δημιουργούμε επιπλέον ένα νέο γεωμετρικό σχήμα αλλά σε διαφορετική χρονική περίοδο. Η επιλογή των ανεξαρτήτων βάσεων είναι μία διαδικασία που ποικίλλει. Η επιλογή γίνεται είτε από τον ίδιο τον χρήστη ή αυτόματα αλλά τότε επιλέγονται όλες οι ταυτόχρονα μετρούμενες βάσεις (ανεξάρτητες και εξαρτημένες).

Για παράδειγμα, εάν έχουμε τρεις δέκτες A, B, Γ που μετρούν ταυτόχρονα για μία χρονική περίοδο, τότε για τη συγκεκριμένη περίοδο σχηματίζεται το τρίγωνο του Εικόνα 3.4.1.



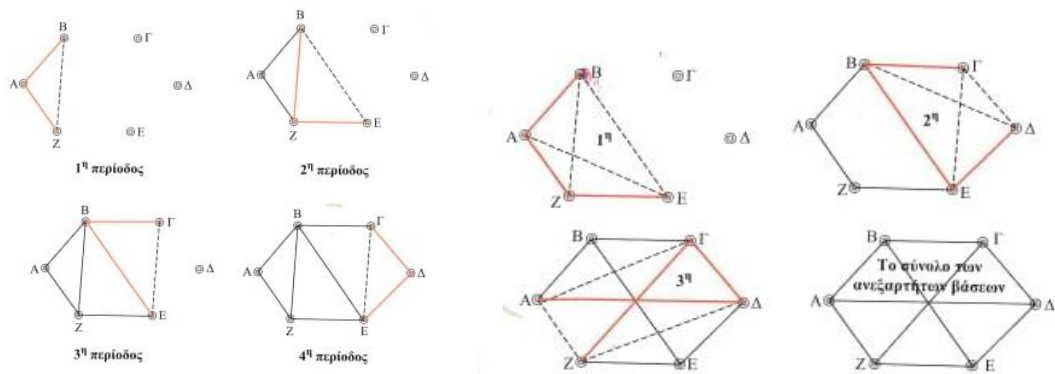
Εικόνα 3.4.1.1 Επιλογή βάσεων από ταυτόχρονες παρατηρήσεις τριών δεκτών σε μετρητική περίοδο.

[Πηγή: Α. Φωτίου-Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012]

Στην περίπτωση αυτή δημιουργούνται τρεις δυνατές βάσεις (AB, BG, AG) αλλά δύο μόνον από αυτές είναι ανεξάρτητες, είτε οι βάσεις (AB, BG) είτε οι (AG, BG) ή βάσεις (AB, AG). Οι βάσεις (AG), (AB), (BG) χαρακτηρίζονται ως εξαρτημένες για κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις επιλογής των ανεξαρτήτων βάσεων που έχουν μετρηθεί. Κάθε εξαρτημένη βάση, π.χ. η (AB) μπορεί να προσδιορισθεί από τη διαφορά των παρατηρήσεων των δύο άλλων ανεξαρτήτων, π.χ. ισχύει $\Delta X_{AB} + \Delta X_{BG} + \Delta X_{GA} = 0$, οπότε $\Delta X_{AB} = -(\Delta X_{BG} + \Delta X_{GA})$ **(3.3)** και παρόμοια $\Delta Y_{AB} = -(\Delta Y_{BG} + \Delta Y_{GA})$ **(3.4)** και $\Delta Z_{AB} = -(\Delta Z_{BG} + \Delta Z_{GA})$ **(3.5)**. Εάν τα σημεία A, B και Γ είχαν μετρηθεί με δύο μόνον δέκτες τότε κάθε μέτρηση βάσης είναι και μια περίοδος, με αποτέλεσμα και οι τρεις βάσεις που θα δημιουργούνταν στις τρεις περιόδους θα ήταν ανεξάρτητες μεταξύ τους. Συμπεραίνουμε ότι γενικά ένα δίκτυο που μετράται με δύο μόνον δέκτες αποτελείται από ένα σύνολο ανεξαρτήτων βάσεων που έχουν μετρηθεί.

Για την επιλογή των ανεξαρτήτων βάσεων έχουν αναπτυχθεί διάφοροι αλγόριθμοι, όπου το κριτήριο επιλογής είναι συνήθως οι βάσεις με το μικρότερο μήκος ή βάσεις με το μέγιστο αριθμό παρατηρήσεων. Η επιλογή των βάσεων με το κριτήριο του μικρότερου μήκους είναι χρήσιμη όταν θέλουμε να επιλέξουμε το ίδιο σύνολο βάσεων σε κάθε περίοδο, εφόσον βέβαια τα ίδια σημεία παρατηρούνται σε όλες τις περιόδους, και αρκετά σημαντική για την επίλυση των ασαφειών, λόγω του ότι στις μικρές αποστάσεις πολλά από τα κοινά που υπάρχουν στις μετρήσεις (π.χ. ατμοσφαιρικά) σχεδόν απαλείφονται. Εάν ως κριτήριο επιλογής χρησιμοποιηθεί ο αριθμός των παρατηρήσεων τότε υπάρχει η πιθανότητα να επιλεγούν και πολύ μεγάλες βάσεις. Γενικά, η επιλογή των βάσεων και οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό από τα διάφορα λογισμικά ποικίλλουν.

Με τρεις δέκτες το δίκτυο που φαίνεται στην Εικόνα 3.4.2 μετράται σε τέσσερις περιόδους, διατηρώντας δύο κοινά σημεία από περίοδο και επιλέγοντας κάθε φορά μόνον τις ανεξάρτητες βάσεις. Δύο κοινά σημεία μεταξύ των περιόδων είναι μια καλή επιλογή για τα συνήθη δίκτυα. Αν επιλεγεί ένα μόνο κοινό σημείο από περίοδο σε περίοδο και με την προϋπόθεση ότι θα χρησιμοποιηθούν μόνον ανεξάρτητες βάσεις, τότε στο δίκτυο δεν υπάρχει πλεονάζουσα πληροφορία και συνεπώς δεν μπορεί να γίνει συνόρθωση. Η επιλογή των ανεξάρτητων βάσεων δεν είναι μοναδική, όπως έχει τονισθεί και προηγουμένως. Σχετικά με το ποια διαδρομή θα ακολουθήσουν οι δέκτες όταν εναλλάσσονται μεταξύ των σημείων για την υλοποίηση των περιόδων εξαρτάται από την επιλογή των βάσεων που πρέπει να μετρηθούν, τα εμπόδια που υπάρχουν σε κάθε σημείο καθώς και το χρόνο προσέγγισης τους.



Εικόνα 3.4.1.2 Επιλογή ανεξάρτητων βάσεων (2 σε κάθε περίοδο) από ταυτόχρονες παρατηρήσεις τριών δεκτών σε δίκτυο 6 σημείων όπου η μέτρηση του ολοκληρώνεται σε 4 περιόδους (με διακεκομμένη γραμμή οι εξαρτημένες βάσεις σε κάθε περίοδο)

Εικόνα 3.4.1.3 Επιλογή ανεξάρτητων βάσεων (3 σε κάθε περίοδο) από ταυτόχρονες παρατηρήσεις τεσσάρων δεκτών σε δίκτυο 6 σημείων όπου η μέτρηση του ολοκληρώνεται σε 3 περιόδους (με διακεκομμένη γραμμή οι εξαρτημένες βάσεις σε κάθε περίοδο)

[Πηγή: Α. Φωτίου-Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012]

Στην Εικόνα 3.4.3 το ίδιο δίκτυο των 6 σημείων μετράται με 4 δέκτες σε 3 περιόδους, διατηρώντας πάλι 2 κοινά σημεία από περίοδο σε περίοδο και επιλέγοντας μόνον τις ανεξάρτητες βάσεις. Για παράδειγμα, θεωρώντας ένα δίκτυο από m σημεία και με την προϋπόθεση ότι κάθε σημείο θα μετρηθεί δύο φορές ($n=2$), τότε διαθέτοντας r δέκτες για τη μέτρηση του δικτύου, ο αριθμός των περιόδων S δίνεται από τη σχέση:

$$s = \frac{nm}{r} \quad (3.6)$$

Αυξάνοντας τον αριθμό επαναμέτρησης για κάθε σημείο (reoccupation), αυξάνουμε τον έλεγχο της ποιότητας του δικτύου, επειδή αν υπάρχουν κάποια σημαντικά σφάλματα, π.χ. σφάλματα στη μέτρηση του ύψους της κεραιάς, αυτά μπορούν να ανιχνευθούν ευκολότερα κατά τη συνόρθωση του δικτύου, λόγω της πλεονάζουσας πληροφορίας.

Η FGCC (Federal Geodetic Control Committee, 1989) πρότεινε τη σχέση,

$$s = \frac{n \times m}{r} + \frac{n \times m(p-1)}{r} + K \times m \quad (3.7)$$

Όπου,

S: ο αριθμός των περιόδων (μετά από στρογγυλοποίηση)

r : ο αριθμός των δεκτών

m : ο συνολικός αριθμός των σημείων του δικτύου

n : ο αριθμός επαναμέτρησης των σημείων

p : συντελεστής ασφάλειας με συνήθη τιμή 1.1

K : συντελεστής ασφάλειας με συνήθης τιμή 0.1 για εύρος δικτύων μέχρι 100 km.

Για παράδειγμα, σύμφωνα με την εξίσωση (3.7), για δίκτυο 14 σημείων ($m = 14$), $n = 3$ και $r = 4$ τότε,

$$s = \frac{14 \times 3}{4} + \frac{14 \times 3(1.1 - 1)}{4} + 0.2 \times 14 = 14.$$

Συνοψίζοντας, θα πρέπει να τηρούνται ορισμένοι κανόνες κατά το σχεδιασμό και τη μέτρηση δικτύων GPS, ώστε να εξασφαλίζεται η ποιότητα των δικτύων:

- ✓ Η γεωμετρία του δικτύου θα πρέπει να αποτελείται από κλειστά γεωμετρικά σχήματα ώστε να μπορούν να αξιολογηθούν τα σφάλματα κλεισίματος του κάθε βρόγχου.
- ✓ Κάθε σημείο θα πρέπει να μετριέται τουλάχιστον δύο φορές από διαφορετικές περιόδους.
- ✓ Γειτονικά σημεία θα πρέπει να μετρούνται ταυτόχρονα ώστε να γίνεται πιο εύκολη η επίλυση των ασαφειών φάσης.
- ✓ Σε δίκτυα με μεγάλο αριθμό σημείων προτιμότερο να χρησιμοποιούνται περισσότεροι από δύο δέκτες.
- ✓ Σε περίπτωση που οι μετρήσεις διαρκούν πολλές ώρες ή και πολλές ημέρες, ένας ελάχιστος αριθμός ίδιων βάσεων θα πρέπει να μετρούνται κάθε περίοδο ή κάθε μέρα ώστε να υπάρχει έλεγχος μέσω της μεταβολής της τυπικής απόκλισης για αυτές τις βάσεις από μέρα σε μέρα (επαναληπτικότητα).

Τέλος εάν υπάρχει η δυνατότητα, ιδιαίτερα σε μεγάλου εύρους δίκτυα, να συμπεριλαμβάνονται στα σημεία του δικτύου και σημεία από υπάρχοντα δίκτυα μόνιμων σταθμών υψηλής ακρίβειας, π.χ. σημεία της IGS, του EPN/EUREF, μόνιμων κρατικών σταθμών, ώστε να ελέγχονται οι διαφορές των συντεταγμένων που προκύπτουν για αυτά από τη λύση του δικτύου που ιδρύουμε με τη λύση που δίνει η Υπηρεσία των δικτύων υψηλής ακρίβειας για τη συγκεκριμένη εποχή μέτρησης. (Α. Φωτίου-Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

3.4.2 Συνόρθωση δικτύων GPS/GNSS

Στις συνορθώσεις τοπικών δικτύων χρησιμοποιούνται τα λογισμικά των εταιρειών τα οποία σε γενικές γραμμές ακολουθούν παρόμοιες στρατηγικές επίλυσης. Στην αρχή επιλύονται οι βάσεις, συνήθως όλες οι δυνατές βάσεις ή ένα ικανό σύνολο, σε όλες τις μετρήσεις τις διπλές διαφορές φάσης, προκύπτει το αντίστοιχο διάνυσμα (συνιστώσες ΔX_{ij} , ΔY_{ij} , ΔZ_{ij}) και ο αντίστοιχος 3×3 πίνακας συμμεταβλητοτήτων $C_{\Delta X}$. Η τελική συνόρθωση του δικτύου γίνεται με παρατηρήσεις τις συνιστώσες των βάσεων και πίνακα συμμεταβλητοτήτων τον συνολικό διαγώνιο πίνακα $C_{\Delta X}$, όπου τα στοιχεία της διαγωνίου αποτελούν τα στοιχεία των επιμέρους 3×3 πινάκων συμμεταβλητοτήτων των αντίστοιχων βάσεων. Αγνοούνται, δηλαδή, οι συσχετίσεις μεταξύ των βάσεων και μάλιστα μπορεί να εφαρμόζεται και κάποια εμπειρική διόρθωση της κλίμακας του πίνακα συμμεταβλητοτήτων (πολλαπλασιασμός με έναν συντελεστή κλίμακας σ^2), έτσι ώστε το στοχαστικό μοντέλο να είναι ρεαλιστικό εξαιτίας της αγνόησης της φυσικής συσχέτισης η οποία είναι αρκετά δύσκολο να συνυπολογιστεί. Το γεγονός αυτό δεν επηρεάζει ουσιαστικά την εκτίμηση των συντεταγμένων και τον έλεγχο ακριβείας και αξιοπιστίας. Η επιλογή αυτή της συνόρθωσης είναι η πιο απλή περίπτωση και είναι γνωστή ως **baseline mode**.

Για τον ορισμό του συστήματος αναφοράς στη συνόρθωση, χρησιμοποιείται η επιλογή των ελάχιστων δεσμεύσεων, με ένα σημείο ως απολύτως γνωστό και κατά προτίμηση ως προς ένα ITRFyy, για να ορισθεί η αρχή του συστήματος επειδή η κλίμακα και ο προσανατολισμός ορίζονται ήδη από τις συνιστώσες των βάσεων λόγω των χρησιμοποιηθέντων δορυφόρων ως σταθερές. Συνήθως επιλέγονται οι εσωτερικές δεσμεύσεις (λύση ελεύθερου δικτύου) και οι μερικές εσωτερικές δεσμεύσεις. Μετά τη 3-d συνόρθωση και τον ποιοτικό έλεγχο ακολουθεί η ένταξη/μετασχηματισμός του δικτύου GPS/GNSS στο τοπικό σύστημα αναφοράς ή και σε οποιοδήποτε άλλο σύστημα.

Οι εξισώσεις παρατηρήσεων για κάθε βάση είναι γραμμικές και γράφονται στη μορφή:

$$\Delta X_{ij} = X_j - X_i + v_{\Delta X_{ij}} \quad (3.8)$$

$$\Delta Y_{ij} = Y_j - Y_i + v_{\Delta Y_{ij}} \quad (3.9)$$

$$\Delta Z_{ij} = Z_j - Z_i + v_{\Delta Z_{ij}} \quad (3.10)$$

όπου, (X_i, Y_i, Z_i) οι (άγνωστες) συντεταγμένες των σημείων.

Η συνόρθωση, δικτύων υψηλής ακρίβειας ή σε παγκόσμια δίκτυα, γίνεται αρχικά σε κάθε περίοδο (session mode, session solution) όπου επιλύονται πρώτα οι ασάφειες φάσης των ανεξάρτητων βάσεων και στη συνέχεια γίνεται η συνόρθωση με παρατηρήσεις τις διπλές διαφορές φάσης όλων των ανεξάρτητων βάσεων της περιόδου, λαμβάνοντας υπόψη πλήρως τη μαθηματική συσχέτιση μεταξύ τους. Σε κάθε περίοδο προκύπτουν οι εκτιμήσεις των συντεταγμένων των σημείων που συμμετέχουν και ο αντίστοιχος πίνακας συμμεταβλητοτήτων. Το σύστημα αναφοράς ορίζεται συνήθως με εσωτερικές δεσμεύσεις ή με επιλογή 'χαλαρών δεσμεύσεων' (loosely constrained solution) που σημαίνει ότι σε ένα ή περισσότερα γνωστά σημεία με γνωστές συντεταγμένες δίνονται και μεταβλητότητες (ή βάρη) της τάξης μεγέθους της ακρίβειας των συντεταγμένων. Η τελευταία επιλογή έχει το πλεονέκτημα να μην επηρεάζει σημαντικά τη λύση, να επιτρέπει την αντιστροφή του πίνακα των κανονικών εξισώσεων και να διευκολύνει την τελική επιλογή των σημείων με γνωστές συντεταγμένες για τον ορισμό του συστήματος αναφοράς σε μια επόμενη συνόρθωση που συνδυάζει και άλλες περιόδους ή και λύσεις από άλλα γεωδαιτικά δεδομένα.

Η τελική συνόρθωση του δικτύου γίνεται από τη συνόρθωση όλων των περιόδων, με παρατηρήσεις τις συντεταγμένες των σημείων της κάθε περιόδου, συνοδευόμενες από τους αντίστοιχους πίνακες συμμεταβλητοτήτων. Αξιοποιείται κατάλληλα το γνωστό θεώρημα άθροισης των κανονικών εξισώσεων της κάθε περιόδου. Το σύστημα αναφοράς ή οι δεσμεύσεις σύμφωνα και με όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως. Μετρώντας ένα δίκτυο με δύο μόνο δέκτες όλες οι βάσεις που θα μετρηθούν θα είναι ανεξάρτητες και ασυσχέτιστες μεταξύ τους. Η συνόρθωση τότε μπορεί να γίνει με παρατηρήσεις τις συνιστώσες των ανεξάρτητων βάσεων και πίνακα συμμεταβλητοτήτων για κάθε διάνυμα βάσης τον πίνακα 3x3 που προέκυψε από την επίλυση της κάθε βάσης χωριστά.

Τέλος, τα σημεία του δικτύου είναι κοινά σε δύο τουλάχιστον βάσεις αυτό δημιουργεί πλεονάζουσα πληροφορία και έλεγχο αξιοπιστίας. Με περισσότερους από δύο δέκτες έχουμε τις εξής επιλογές:

- ✓ Η συνόρθωση του δικτύου να προέλθει από τη συνόρθωση επί μέρους περιόδων όπου στη συνόρθωση κάθε περιόδου χρησιμοποιούνται π.χ. οι διπλές διαφορές των φάσεων και λαμβάνεται υπόψη η συσχέτιση μεταξύ των

παρατηρήσεων (συνήθως οι ασάφειες φάσεις επιλύονται σε προηγούμενο βήμα). Κάθε περίοδος οδηγεί σε εκτιμήσεις συντεταγμένων και σε έναν πλήρη πίνακα συμμεταβλητότητων για τα αντίστοιχα σημεία της κάθε περιόδου. Στην περίπτωση αυτή προφανώς υπάρχει πλεονάζουσα πληροφορία και αυτή η επίλυση ή συνόρθωση είναι η σωστή από θεωρητική σκοπιά.

- ✓ Η συνόρθωση του δικτύου να προέλθει από τη συνόρθωση των βάσεων όλων των περιόδων. Στην περίπτωση αυτή αγνοείται η συσχέτιση μεταξύ των βάσεων που στην ίδια περίοδο έχουν κοινά σημεία και επιπλέον μπορεί να χρησιμοποιούνται όλες οι δυνατές βάσεις, ανεξάρτητες και μη. Η συνόρθωση αυτή ακολουθείται από τα συνήθη λογισμικά, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, και θα πρέπει να αποφεύγεται για δίκτυα υψηλής ακριβείας.

Η συνόρθωση ενός δικτύου GPS/GNSS γίνεται στις τρεις διαστάσεις και στο σύστημα WGS84 ή σε ένα από τα συστήματα ITRF. Το δίκτυο στην οθόνη τα αρχικά ως ελεύθερο ή με ελάχιστες δεσμεύσεις για τον έλεγχο της ποιότητας των παρατηρήσεων, πέρα από τις επιμέρους συνόρθωση των περιόδων και τους όποιους ελέγχους σε επίπεδο περιόδου. Στη συνέχεια εφόσον πρέπει να ενταχθεί σε ένα τοπικό σύστημα, εφαρμόζεται ένας μετασχηματισμός, συνήθως ομοιότητας, στις τρεις διαστάσεις, με βάση τα κοινά σημεία μεταξύ των δύο συστημάτων. Εάν τα υψόμετρα των κοινών σημείων στο τοπικό σύστημα χαρακτηρίζεται από ακρίβεια ανάλογη αυτής των οριζόντιων συντεταγμένων, που σημαίνει ότι τα ορθά μετρητικά υψόμετρα και τα υψόμετρα του γεωειδούς είναι γνωστά με την ανάλογη ακρίβεια, τότε μετασχηματισμούς στις τρεις διαστάσεις είναι επιτυχής. Διαφορετικά για να μην καταστραφεί και η καλή ακρίβεια της οριζόντιας θέσης, ο μετασχηματισμός εφαρμόζεται χωριστά στις 2 διαστάσεις για τον οριζόντιο έλεγχο και στη μία διάσταση για τον υψομετρικό ή κατακόρυφο έλεγχο.

Ειδικά για τα υψόμετρα χρησιμοποιείται κάποια μέθοδος παρεμβολής, ανάλογα με την έκταση της περιοχής και τη μορφή του γεωειδούς. Χρειάζεται για το σκοπό αυτό κοινά σημεία με γνωστά ορθομετρικά υψόμετρα, όπου οι διαφορές μεταξύ γεωμετρικών υψομέτρων (από μέτρηση GPS/GNSS) και ορθομετρικών υψομέτρων περιγράφονται από ένα πολυώνυμο πρώτου βαθμού (βέλτιστη προσαρμογή επιπέδου) για μικρές αποστάσεις και σχετικά ομαλό γεωειδές (περίπου 10 x 10 km) ή δευτέρου βαθμού για μεγαλύτερης έκτασης περιοχές. Αφού προσδιοριστούν οι συντελεστές του πολυωνύμου μέσα από τη διαδικασία της βέλτιστης προσαρμογής, οι διαφορές που

απομένουν στα κοινά σημεία μπορούν να θεωρηθούν ως σήματα και να εφαρμοστεί η μέθοδος της σημειακής προσαρμογής. Η ακρίβεια που μπορεί να επιτευχθεί είναι της τάξης των μερικών εκατοστών, και είναι ικανοποιητική για τις τρέχουσες υψομετρικές αποτυπώσεις.

Για μικρές σχετικά αποστάσεις, π.χ. της τάξης των μερικών χιλιομέτρων και με ομαλό γεωειδές (χρειάζεται προσοχή για τη διαπίστωση αυτή), οι γεωμετρικές υψομετρικές διαφορές από το GPS διαφέρουν μερικά εκατοστά από τις αντίστοιχες ορθομετρικές. Αν δεν επιζητείται μεγαλύτερη ακρίβεια η προσέγγιση αυτή είναι ικανοποιητική και δεν χρειάζεται κανενός είδους μετασχηματισμός. Η ακρίβεια προορισμού των γεωμετρικών υψομετρικών διαφορών με μετρήσεις GPS/GNSS είναι λίγο χειρότερη από τη σχετική ακρίβεια της οριζόντιας θέσης (λόγω της αρκετά διαφορετικής τάξης μεγέθους του δικτύου καθ' ύψος σε σχέση με την οριζόντια έκταση σε συνάντηση με τη γεωμετρία των δορυφόρων).

Ο έλεγχος της ακρίβειας και της αξιοπιστίας των δικτύων GPS ακολουθεί κατά κανόνα τη μεθοδολογία των κλασικών τριγωνομετρικών δικτύων. Η λύση ελεύθερου δικτύου ή ελάχιστων δεσμεύσεων προηγείται πάντοτε για τον έλεγχο της αξιοπιστίας. Η a-posteriori εκτίμηση της μεταβλητότητας αναφοράς, έτσι όπως προκύπτει είτε σε επίπεδο μεμονωμένες βάσεις είτε σε επίπεδο περιόδου τι ακόμα και σε επίπεδο συνόρθωση δικτύου είναι συνήθως πολύ μικρότερη σε σχέση με την αρχική της a-priori εκτίμηση, δηλαδή προκύπτει μία υπεραισιόδοξη εκτίμηση και το ίδιο ισχύει και για τον πίνακα συμμεταβλητότητων των εκτιμήσεων των συντεταγμένων. Κατά συνέπεια ο ολικός έλεγχος αξιοπιστίας (X^2 test ή F test), σχεδόν πάντοτε αποτυγχάνει, εκτός αν με κάποιες αποδεκτές τεχνικές διορθωθεί η a-priori εκτίμηση της μεταβλητότητας αναφοράς (scaling).

Η πολύ μικρή η τιμή της εκτίμησης της μεταβλητότητας αναφοράς, που δεν είναι ρεαλιστική, δικαιολογείται από το γεγονός ότι δεν λαμβάνεται υπόψη η φυσική συσχέτιση των πρωτογενών παρατηρήσεων σε συνδυασμό και με το μεγάλο πλήθος των παρατηρήσεων. Η a-priori λοιπόν εκτίμηση της δεν είναι ρεαλιστική και ο πίνακας συμμεταβλητότητων των παρατηρήσεων παρουσιάζει ένα σφάλμα κλίμακας εφόσον χρησιμοποιηθεί αυτή αντί της a-posteriori εκτίμησης. Το γεγονός αυτό δεν επηρεάζει τον προσδιορισμό των εκτιμήσεων των παραμέτρων του δικτύου. Επίσης ο έλεγχος της ακρίβειας και αξιοπιστίας με βάση τη σάρωση δεδομένων, όπου

λαμβάνεται υπόψη η εκτίμηση της μεταβλητότητας αναφοράς, μπορεί να εφαρμόζεται χωρίς πρόβλημα.

Γενικά η ποιότητα ενός δικτύου GPS εξαρτάται από τη γεωμετρία του δορυφορικού σχηματισμού, τη γεωμετρία του επίγειου δικτύου GPS, την ποιότητα των παρατηρήσεων και την ποιότητα του λογισμικού επεξεργασίας. Πρόβλημα του σχεδιασμού ενός δικτύου GPS είναι γενικά πιο σύνθετο σε σχέση με ένα κλασικό δίκτυο. Η ακρίβεια των δορυφορικών παρατηρήσεων φάσης αν και είναι πολύ υψηλή, σημαίνει αυτόματα ότι και το αποτέλεσμα της επεξεργασίας θα είναι εξίσου ποιοτικό εάν δεν έχουν ελεγχθεί ικανοποιητικά τα συστηματικά σφάλματα και δεν έχουν επιλυθεί σωστά οι ασάφειες φάσης. Στα κλασικά τριγωνομετρικά δίκτυα δεν έχουμε κατά κανόνα εγγενή προβλήματα συστηματικών σφαλμάτων.

Εδώ και αρκετά χρόνια γεωμετρία του δορυφορικού σχηματισμού πολύ λίγο απασχολεί διότι με ικανοποιητικό ορίζοντα ο αριθμός των ορατών δορυφόρων είναι σχεδόν πάντα πάνω από 7. Ιδιαίτερα αν συνυπολογίσουμε και τους δορυφόρους GLONASS, οι δορυφόροι είναι σχεδόν πάντα πάνω από 12. Μόνον σε περιπτώσεις εμποδίων που δεν μπορούμε να αποφύγουμε, θα πρέπει να γίνεται κάποια προεπεξεργασία η οποία θα δείξει πότε και πόσοι είναι οι ορατοί δορυφόροι καθώς και ποια είναι τα μέτρα DOP ώστε να επιλέγει το κατάλληλο παράθυρο παρατήρησης. Οι αριθμοί DOP μόνο ενδεικτικά μπορούν να ληφθούν υπόψη, αφού η σχετική ακρίβεια δεν εξαρτάται μόνον από τη γεωμετρία των δορυφόρων. (Α. Φωτίου-Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

3.4.3 Σημαντικότερα δίκτυα μόνιμων Σταθμών στον κόσμο

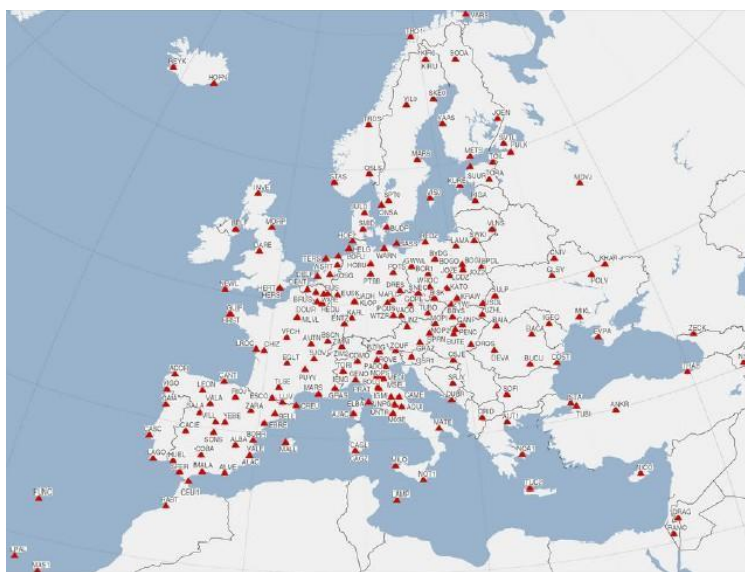
Ένα από τα σημαντικότερα δίκτυα μόνιμων σταθμών GPS είναι το IGS (International GNSS Service) [<http://igsb.jpl.nasa.gov/>]. Το δίκτυο αυτό, έχει αναλάβει από το 1994 την διαχείριση αλλά και την διάθεση δεδομένων και προϊόντων GPS μεγάλης ακρίβειας, που έχουν καταγραφεί από τους διάφορους μόνιμους σταθμούς συνεχούς παρακολούθησης δορυφόρων του συστήματος.

Αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό σταθμών GPS, περίπου 350, οι οποίοι διαθέτουν δέκτες διπλής συχνότητας συνεχούς λειτουργίας. Επίσης, το δίκτυο διαθέτει 12 περιφερειακά και λειτουργικά κέντρα δεδομένων, 3 ακόμα κέντρα δεδομένων παγκοσμίου κλίμακας, 7 κέντρα ανάλυσης και ένα αριθμό τοπικών κέντρων ανάλυσης. Στόχος του δικτύου IGS είναι η παροχή υψηλής ποιότητας δεδομένων και

προϊόντων. Τα προϊόντα που παράγονται και διανέμονται από την υπηρεσία IGS είναι τα ακόλουθα:

- Εφημερίδα δορυφόρων GPS,
- Εφημερίδα δορυφόρων GLONASS,
- Παράμετροι περιστροφής της Γης,
- Πληροφορίες για τα χρονόμετρα των δορυφόρων GPS και των σταθμών IGS,
- Συντεταγμένες και ταχύτητες των σταθμών IGS,
- Εκτιμήσεις των διορθώσεων λόγω τροπόσφαιρας και
- Παγκόσμιους χάρτες ιονόσφαιρας

Στην Ευρώπη το αντίστοιχο δίκτυο μόνιμων σταθμών ονομάζεται EPN, που φαίνεται στην (Εικόνα 3.4.3.1) και το οποίο αποτελείται σήμερα από περίπου 250 μόνιμους σταθμούς GPS με συνεχή αύξηση. Οι δέκτες πληρούν διαφορετικές προδιαγραφές, δηλαδή είναι δεκτές δύο συχνοτήτων, με μερικές δεκάδες διαύλους/κανάλια ταυτόχρονης παρακολούθησης δορυφόρων σε κάθε συχνότητα και κεραία τύπου Choke Ring. Όσοι από τους σταθμούς ανήκουν ταυτόχρονα και στο δίκτυο της IGS ακολουθούν επιπλέον προδιαγραφές, π.χ. έχουν ειδικές διατάξεις θεμελίωσης. Τα δεδομένα τους διατίθενται ελεύθερα σε Rinx format μέσω του διαδικτύου από τα διάφορα κέντρα συλλογής (Data Centers), στο πρωτόκολλο ανώνυμης μεταφοράς αρχείων (FTP).



Εικόνα 3.4.3.1 Το δίκτυο μόνιμων σταθμών EPN όπου φαίνονται και οι σταθμοί AUTH1, DUTH και LARM του ΤΑΤΜ-ΑΠΘ

[Πηγή: <https://docplayer.gr/docs-images/62/47618903/images/32-0.jpg>]

Παρόμοια δίκτυα με το EPN λειτουργούν και σε άλλες ηπείρους, π.χ. Αμερική, Αυστραλία. Από την επεξεργασία των παρατηρήσεων παράγονται υψηλής ποιότητας προϊόντα, πολύ χρήσιμα σε αρκετές ερευνητικές δραστηριότητες και εφαρμογές, όπως είναι η εκπομπή δεδομένων για διάφορες πραγματικού χρόνου (RTK, DGPS/DGNSS) αλλά και για οποιαδήποτε άλλη μέθοδο προσδιορισμού με τη χρήση δεκτών GPS, η υλοποίηση και η συντήρηση των πλαισίων αναφοράς ITRF, ο υπολογισμός τροχιάς χαμηλού ύψους δορυφόρων –στοιχείο χρήσιμο για διάφορες διαστημικές αποστολές– η παρακολούθηση των μετακινήσεων του γήινου φλοιού και των μεταβολών στο εσωτερικό του, καθώς και η μελέτη των διαφόρων στρωμάτων της ατμόσφαιρας. Τα προϊόντα αυτά που διατίθενται στους ενδιαφερόμενους χρήστες επίσης μέσω του διαδικτύου είναι τα ακόλουθα:

- Ακριβείς εφημερίδες GPS (Precise GPS Orbits)
- Παράμετροι προσανατολισμού της γης (Earth Orientation Parameters - EOP)
- Συντεταγμένες και διανύσματα ταχύτητες στο σταθμό παρακολούθησης
- Χρονικές παράμετροι των δεκτών στους σταθμούς παρακολούθησης και των δορυφόρων GPS
- Εκτίμηση της ζενίθιας τροποσφαιρικής καθυστέρησης στους σταθμούς παρακολούθησης.
- Εκτίμηση της ποσότητας TEC και παραγωγή παγκόσμιων χαρτών για κάθε ημέρα του έτους.

Όλα τα παραπάνω προϊόντα δίνονται σε μορφή αρχείων που για τις ακριβείς εφημερίδες είναι σε SP3 format ενώ για τα υπόλοιπα χρησιμοποιείται ένα ανεξάρτητο του λογισμικού format, που ονομάζεται SINEX.

Τέλος, θα πρέπει να γίνει μια σύντομη περιγραφή για τα υφιστάμενα δίκτυα μόνιμων σταθμών GNSS στην Ελλάδα. Για επαγγελματική χρήση δίκτυα που να καλύπτουν όλο ή σχεδόν όλο τον Ελλαδικό χώρο, έχουν π.χ. οι εταιρείες ΚΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ Α.Ε. και η εταιρεία Metrica Α.Ε.. Ενώ δίκτυα για ερευνητικούς και εκπαιδευτικούς σκοπούς διατηρεί και διαχειρίζεται ερευνητική ομάδα του Τομέα Γεωδαισίας και Τοπογραφίας του ΤΑΤΜ/ΑΠΘ (Δίκτυο ΕΡΜΗΣ) καθώς και το Εθνικό Αστεροσκοπείο Αθηνών (δίκτυο NOA NET). (Α. Φωτίου-Χ. Πικριδάς, Θεσσαλονίκη 2012)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΚΑΙ ΔΙΚΤΥΑ GNSS

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται τα συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούνται σήμερα προκειμένου να προσδιοριστεί το πεδίο βαρύτητας, το σχήμα, το μέγεθος της Γης, σημεία αναφοράς στην επιφάνειά της, αλλά και τις μεταβολές που δέχονται όλα τα προηγούμενα με το χρόνο, όπου αποτελούν τον σκοπό της επιστήμης της Γεωδαισίας. Τέλος, δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στα συστήματα και πλαίσια αναφοράς των GNSS και στα δίκτυα αναφοράς που χρησιμοποιούνται παγκοσμίως αλλά και ειδικότερα στην Ελλάδα. Επιπλέον, αναλύεται η διαδικασία μετασχηματισμού συντεταγμένων καθώς και τα βήματα επίλυσης βάσεων και συνόρθωσης Γεωδαιτικών δικτύων που απαιτούνται προκειμένου να αλλάξουμε σύστημα αναφοράς και συγκεκριμένα από το WGS84 στο άλλο σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ87, τόσο στην περίπτωση των προβολικών συντεταγμένων, όσο και στην περίπτωση της υψομετρίας.

4.1 Γενικά

Η γεωδαισία για να εκπληρώσει τον βασικό της στόχο, που είναι ο προσδιορισμός της θέσης σημείων στο χώρο σε δοσμένη χρονική στιγμή χρησιμοποιεί Συστήματα Αναφοράς. Επομένως σύστημα αναφοράς, στη Γεωδαισία, καλούμε εκείνο το πλαίσιο παραμέτρων και συστημάτων συντεταγμένων που συνδέεται με μια περιοχή ή με ένα συγκεκριμένο χώρο ή και με ολόκληρη τη γη και ως προς το οποίο καθορίζονται οι θέσεις σημείων και αντικειμένων της Φ.Γ.Ε. και μελετάται η κίνηση και η δυναμική συμπεριφορά τους με το χρόνο. Η έννοια του συστήματος αναφοράς με αυτή του συστήματος συντεταγμένων στη σύγχρονη πρακτική θεωρείται ταυτόσημη, αν και στην πραγματικότητα αντιπροσωπεύουν κάτι διαφορετικό: Το σύστημα αναφοράς ορίζεται από τη θέση, τον προσανατολισμό και την επιλογή της βάσης των διανυσμάτων (μέτρο), ενώ οι συντεταγμένες είναι συγκεκριμένοι αριθμοί που παρουσιάζουν το μήκος των διανυσμάτων θέσης, τα οποία προκύπτουν από τα διανύσματα βάσης του συστήματος αναφοράς. Ένα σύστημα συντεταγμένων σε κάποιο χώρο ορίζεται κάθε διαδικασία με την οποία, μέσω ενός συνόλου αριθμών ή παραμέτρων, προσδιορίζεται (περιγράφεται) η θέση οποιουδήποτε σχήματος, ή σημείου, του χώρου μέσα σε αυτόν. Τα Συστήματα Αναφοράς στη Γεωδαισία, είναι

επομένως πλαίσια που επιτρέπουν, με την βοήθεια κατάλληλων παραμέτρων εντοπισμού, την αμφιμονοσήμαντη αντιστοίχιση με τις θέσεις αντικειμένων και σημείων (οντοτήτων) στο χώρο, καθώς και διευθύνσεων. Είναι ένα εργαλείο που βοηθά σημαντικά τις μαθηματικές και γεωμετρικές αναλύσεις, τους υπολογισμούς και τις αποδόσεις σε χάρτες και διαγράμματα. Είναι το πλαίσιο μέσα στο οποίο οι γεωδαιτικές μετρήσεις μετά από κατάλληλες αναγωγές και υπολογισμούς, μετατρέπονται σε συντεταγμένες των σημείων (εντοπισμός), οι οποίες χρειάζονται για να δώσουν την «ταυτότητα» των σημείων της Φ.Γ.Ε. ή το στίγμα τους στη ναυσιπλοΐα ή να περιγράψουν γραφικά ή ψηφιακά την Φ.Γ.Ε., ή οποιοδήποτε τεχνικό έργο. Εκφράζουν ή και υλοποιούν σημεία της μελέτης ενός έργου, δίνουν το γεωδαιτικό υπόβαθρο (πλαίσιο) στους χάρτες και μπορούν να προσδιορίσουν τις μικρομετακινήσεις των χαρακτηριστικών σημείων τεχνικών έργων ή του στερεούφλοιού της γης (συγκρίνοντας τις συντεταγμένες χαρακτηριστικών σημείων τους σε διάφορες χρονικές στιγμές). Τέλος, τα συστήματα αναφοράς περιγράφονται: σε μια διάσταση (με αφετηρία το σημείο O και x το διάνυσμα), σε δύο διαστάσεις (δύο άξονες x, y) και τρεις διαστάσεις (τρεις άξονες x, y, z), καθώς οι κατηγορίες που διακρίνονται τα συστήματα αναφοράς είναι τα Γήινα, τα Τοποκεντρικά, Γεωδαιτικά, Αδρανειακά και Αστρονομικά. Παρακάτω περιγράφονται αναλυτικότερα τα εν προκειμένω συστήματα αναφοράς. (Δημήτριος Τσούλης, Μάρτιος 2016)

4.1.1 Γήινα ή Παγκόσμια συστήματα αναφοράς

Στα γήινα συστήματα αναφοράς, η θέση ενός σημείου ορίζεται με βάση το κέντρο μάζας της Γης και ο προσανατολισμός του συστήματος, βασίζεται στο μέσο άξονα περιστροφής της Γης (άξονας Z). Ο άξονας X ορίζεται από το γεώκεντρο και το σημείο τομής του Ισημερινού με το μέσο μεσημβρινό του Greenwich και ο άξονας Y συμπληρώνει το τρισσορθογώνιο σύστημα με κατεύθυνση προς την ανατολή, ώστε το σύστημα να είναι δεξιόστροφο. Τέλος, στα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται διάφορες μαθηματικές εκφράσεις συντεταγμένων με κυριότερη αυτή των ελλειψοειδών συντεταγμένων (φ, λ, h) και αυτήτων καρτεσιανών (X, Y, Z). (Ρέγας Δ., Αθήνα 2014)

4.1.2 Τοποκεντρικά ή αυθαίρετα συστήματα αναφοράς

Στα τοποκεντρικά συστήματα το κέντρο του συστήματος μπορεί να είναι ένα οποιοδήποτε σημείο στη Φ.Γ.Ε. και ο προσανατολισμός των αξόνων του συστήματος

είναι αυθαίρετος. Ακόμη τα τοποκεντρικά ή αυθαίρετα συστήματα αναφοράς χρησιμοποιούνται αρκετές φορές από τα γεωδαιτικά συστήματα ή τα γήινα.

4.1.3 Γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς

Τα γεωδαιτικά συστήματα αναφοράς εξελίχθηκαν, έπειτα από προσπάθειες χρόνων, κατά την ανάπτυξη των συστημάτων GNSS προκειμένου να εξαλείψουν την ανάγκη ύπαρξης διαφορετικών datum. Διαφέρουν από ένα γήινο σύστημα αναφοράς ως προς την αρχή τους όπου δεν συμπίπτει με το κέντρο μάζας της γης. Το μαθηματικό μοντέλο και εδώ μπορεί να είναι ένα ελλειψοειδές εκ περιστροφής παράλληλα μετατοπισμένο ως προς το γήινο και μπορεί να εκφραστεί και εδώ με τις ελλειψοειδείς συντεταγμένες ή τις καρτεσιανές. Ένα γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς ορίζεται από έξι παραμέτρους (3 θέσεις, 3 προσανατολισμού) :

- ✓ Τις γεωγραφικές συντεταγμένες ($\varphi_0, \lambda_0, h_0$) της αρχής του συστήματος
- ✓ Τις παραμέτρους του ελλειψοειδούς (a, f)
- ✓ Το αζιμούθιο A_0 μεταξύ του σημείου αρχής και ενός άλλου σημείου του ίδιου συστήματος.

Στην Ελλάδα χρησιμοποιείται ως datum το κεντρικό βάθρο του Κέντρου παρακολούθησης δορυφόρων στο Διόνυσο ΔΒ των Αθηνών (38.078400°N 23.932939°E). Ενώ ως γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς χρησιμοποιεί το GRS80 (Geodetic Reference System), όπου αποτελεί ένα παγκόσμιο σύστημα γεωδαιτικών (ελλειψοειδών) συντεταγμένων. Η επιλογή αυτού έγινε με σκοπό την καλύτερη προσαρμογή στο γεωειδές, ενώ το κέντρο του GRS80 θεωρείται ότι ταυτίζεται με το κέντρο μάζας της Γης και ο προσανατολισμός των αξόνων θεωρείται ότι συμπίπτει με το γήινο σύστημα αναφοράς (CTRS), ή είναι παράλληλο ως προς αυτό. Τέλος, το GRS80 υιοθετήθηκε από την IUGG (International Union of Geodesy and Geophysics) το 1979 και έχει τις παρακάτω παραμέτρους: **(i)** $a=6378137$, **(ii)** $f=1/298.25722$, **(iii)** $GM=398600.5 \text{ km}^3\text{S}^{-2}$, **(iv)** $J_2=0.00108263$ και **(v)** $\Omega=7.292115 \times 10^{-5} \text{ rad/sec}$.

Όπου **(a)** ο μεγάλος ημιάξονας της έλλειψης, **(f)** η επιπλάτυνση του ελλειψοειδούς, **(G)** η παγκόσμια σταθερά της έλξης και **(M)** η μάζα της Γης, **(J₂)** ο δυναμικός συντελεστής (χαρακτηρίζει την επιπλάτυνση της Γης) και **(ω)** η μέση γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της Γης. (Δημήτριος Ρέγας, Αθήνα Οκτώβριος 2014)

4.1.4 Αστρονομικά συστήματα αναφοράς

Είναι το φυσικό σύστημα αναφοράς που ορίζει τη θέση ενός σημείου πάνω σε μία ισοδυναμική επιφάνεια, το γεωειδές, με βάση τον προσανατολισμό της κατακορύφου που είναι ο στιγμιαίος άξονας περιστροφής της γης και τον αντίστοιχο γεωδυναμικό αριθμό του σημείου. Η θέση ενός σημείου σε αυτό το σύστημα, μπορεί να καταγραφεί με απ' ευθείας μετρήσεις στο σημείο και ο προσανατολισμός της κατακορύφου εκφράζεται με το αστρονομικό πλάτος (Φ) και το αστρονομικό μήκος (Λ), όπου Λ ορίζεται ως η διέδρη γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του μεσημβρινού του Greenwich και του μεσημβρινού που διέρχεται από το σημείο που εξετάζεται και αυτή μεταβάλλεται από 0° έως 360° , ενώ το αστρονομικό πλάτος Φ , ενός σημείου της Γης, είναι η γωνία που μετράται βάσει του μεσημβρινού που διέρχεται από το εν λόγω σημείο, η οποία σχηματίζεται μεταξύ του Ισημερινού και της κατακόρυφης διεύθυνσης (ζενίθ) στο σημείο και το πλάτος κυμαίνεται από 0° έως $+90^\circ$ με κατεύθυνση προς το Βόρειο Πόλο και από 0° έως -90° με κατεύθυνση προς τον Νότιο Πόλο. (Δημήτριος Ρέγας, Αθήνα Οκτώβριος 2014)

4.1.5 Αδρανειακά συστήματα αναφοράς

Όπως είναι γνωστό τα συστήματα αναφοράς που είναι κατάλληλα για την περιγραφή των νόμων της Φυσικής ονομάζονται αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Συγκεκριμένα στο Αδρανειακό σύστημα αναφοράς ισχύει ο πρώτος νόμος του Newton, δηλαδή ένα σύστημα αναφοράς στο οποίο το ελεύθερο σωματίο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Έτσι λοιπόν συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιούνται στη Γεωδαισία, είναι “σχεδόν” αδρανειακά, καθώς διατηρούν ακίνητους τους άξονες χωρίς περιστροφή, αλλά η αφετηρία του συστήματος που είναι συνήθως το κέντρομάζας της Γης (γεώκεντρο). Τα συστήματα αναφοράς που έχουν ως αρχή τους το κέντρο μάζας της Γης λέγονται *Γεωκεντρικά ή Γήινα Συστήματα Αναφοράς TRS* (Terrestrial Reference System) και οι άξονες τους κινούνται με σταθερές διευθύνσεις κατά την περιστροφή της Γης γύρω από τον ήλιο. Τα δορυφορικά αδρανειακά συστήματα υλοποιούνται με τις τροχιές των τεχνιτών δορυφόρων και λέγονται *Ουράνια Σύστημα Αναφοράς CRS* (Celestial Reference System). Τα συστήματα αυτά απαιτούν τη χρήση ενός συστήματος αδράνειας, στο οποίο και θα περιγράφεται η κίνηση των δορυφόρων. Το σταθερό αυτό ουράνιο σύστημα, συνδέεται με τη Γη μέσω του συμβατικού γήινου συστήματος αναφοράς (CTRS) των σταθμών όπου 39

βρίσκονται κατανεμημένοι σε όλη τη Γη. Η σύνδεση του ουράνιου σταθερού συστήματος με το επίγειο γίνεται με την παρακολούθηση:

- της μετάπτωσης και της κλόνησης του άξονα περιστροφής της Γης
- της περιστροφής της Γης
- της κίνησης του πόλου
- Με τον τρόπο αυτό καθορίζεται ο μέσος άξονας περιστροφής της Γης για όλα τα συστήματα αναφοράς ώστε να μπορούν να γίνουν οι απαραίτητοι μετασχηματισμοί από το ένα σύστημα στο άλλο. (Τσούλης Δ., Μάρτιος 2016).

4.2 Συμβατικά Γήινα Συστήματα CTRS και πλαίσια Αναφοράς CRF

Ένα συμβατικό γήινο σταθερό σύστημα αναφοράς CTRS (Conventional Terrestrial Reference System), απαραίτητη προϋπόθεση να αντιπροσωπεύει όσο το δυνατόν καλύτερα τις διαστάσεις της Γης και την επιφάνειά της. Υλοποιείται από τις καρτεσιανές συντεταγμένες ενός αριθμού σταθμών αναφοράς που δημιουργούν ένα παγκόσμιο δίκτυο. Η αφετηρία ενός τέτοιου συμβατικού συστήματος πακτώνεται στο γεώκεντρο, ο άξονας Z του συστήματος συμπίπτει με το μέσο άξονα περιστροφής της Γης, ο άξονας X ορίζεται από το κέντρο μάζας και από το σημείο τομής του Ισημερινού με το μέσο μεσημβρινό του Greenwich GMO (Greenwich Mean Observatory). Ο άξονας Y είναι κάθετος στο επίπεδο των άλλων δύο και συμπληρώνει το δεξιόστροφο σύστημα. Τα συστήματα αυτά ονομάζονται και ECEF (Earth Centered Earth Fixed). Η υπηρεσία η οποία είναι υποχρεωμένη να προσδιορίζει και να διατηρεί τις παραπάνω συμβάσεις ορισμού των πλαισίων αναφοράς ουράνιου και γήινου συστήματος, είναι η *Διεθνής Υπηρεσία Περιστροφής της Γης IERS* (International Earth Rotation System). Για να το πετύχει αυτό, οι παρατηρήσεις πραγματοποιούνται μέσω ενός παγκόσμιου δικτύου αστρονομικών και γεωδαιτικών σταθμών αναφοράς και αφορούν τεχνικές παρατήρησης όπως:

- ✓ Υπολογισμός μεγάλης Βάσης VLBI (Very Long Baseline Interferometry)
- ✓ Το σύστημα DORIS (Doppler Orbit determination and Radio positioning Integrated on Satellite). Ο προσδιορισμός τροχιάς γίνεται με μετρήσεις Doppler και ο Ράδιο-εντοπισμός με τα ολοκληρωμένα συστήματα που βρίσκονται στο δορυφόρο.
- ✓ Το Παγκόσμιο Σύστημα Εντοπισμού GPS

- ✓ Συστήματα Laser για παρατηρήσεις προς τους δορυφόρους SLR (Satellite Laser Ranging)

4.3 Το διεθνές Γήινο Σύστημα Αναφοράς ITRS και το πλαίσιο αναφοράς ITRF

Το *Διεθνές Γήινο Σύστημα Αναφοράς ITRS* (International Celestial Reference System), τελεί υπό την παρακολούθηση της IERS (Διεθνής Υπηρεσία Περιστροφής της γης) και η υλοποίηση του είναι το *Διεθνές Πλαίσιο Αναφοράς ITRF* (International Celestial Reference Frame). Ο ορισμός του ITRS έχει να κάνει με το ότι είναι γεωκεντρικό, δηλαδή ταυτίζεται με το κέντρο μάζας της Γης, συμπεριλαμβάνει τους ωκεανούς και την ατμόσφαιρα και ο προσανατολισμός των αξόνων ακολουθεί τον αρχικό προσανατολισμό κατά IERS. Το ITRF, η υλοποίηση δηλαδή του ITRS, γίνεται από τις καρτεσιανές συντεταγμένες (X, Y, Z) με μονάδα μήκους, σύμφωνα με SI, το μέτρο (m) και από τις γραμμικές ταχύτητες ενός αριθμού επιλεγμένων σταθμών σε όλη τη Γη, που έχουν προσδιοριστεί με γεωδαιτικές τεχνικές παρατήρησης όπως **VLBI SLR, GPS, DORIS**. Η υλοποίηση ενός πλαισίου αναφοράς είναι δύσκολη υπόθεση λόγω του φλοιού της Γης και των παραμορφώσεων που προκαλούνται κυρίως από τις κινήσεις των λιθοσφαιρικών πλακών και τις παλίρροιες των ωκεανών. Με μετρήσεις GNSS ο χρήστης συνδέεται με το ITRF με μεγάλη ακρίβεια, όπως επίσης και με άλλα παρόμοια συστήματα πχ τοπικά κρατικά, εάν γνωρίζει τις παραμέτρους του μετασχηματισμού. Με συνδυασμό επίγειων και δορυφορικών παρατηρήσεων είναι δυνατή η ίδρυση ενός γεωδαιτικού δικτύου αναφοράς. Μια τέτοια περίπτωση ίδρυσης τοπικού datum είναι και αυτή του ελληνικού ΕΓΣΑ87. Η τελευταία αναθεώρηση για το γεωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς ITRF είναι το 2020. Το ITRF2020 αντικατέστησε το ITRF2014. (Τσούλης Δ., Μάρτιος 2016)

4.4 Το Διεθνές σύστημα Αναφοράς ICRS και πλαίσιο ICRF

Ένα *Ουράνιο Σύστημα Αναφοράς ICRS* (Celestial Reference System) έχει ορισθεί για την εποχή αναφοράς J2000 (1 Ιανουαρίου 2000, Julian Date 2451545.0) και βασίζεται στον θεμελιώδη περιορισμό, οι διευθύνσεις των αξόνων του να παραμένουν σταθεροί σε σχέση με απομακρυσμένα σημεία του σύμπαντος. Μάλιστα, αντικατέστησε το σύστημα του αστρικού καταλόγου FK5. Το ICRS τελεί υπό την επίβλεψη της IAU

(International Astronomical Union) στο πλαίσιο της γενικής θεωρίας της σχετικότητας.

Ως αφετηρία του συστήματος έχει οριστεί το βαρύκεντρο και ο προσανατολισμός των αξόνων ορίζεται μέσω παρατηρήσεων VLBI (τεχνική που βασίζεται ακριβώς στην παρατήρηση πολύ μεγάλων αποστάσεων) προς ένα επιλεγμένο σύνολο διαστημικών ραδιοπηγών. Η διεύθυνση του άξοναπεριστροφής της Γης, ορίζει το μέσο ουράνιο πόλο. Επιπλέον, ο προσανατολισμός των αξόνων του ICRS διατηρείται σταθερός με ακρίβεια της τάξης των 0.02 mas (1 mas =1 milliarcsecond = 10^{-3} sec), ενώ οι μεταθέσεις του πόλου ως προς το συμβατικό πόλο του ICRS, είναι 17.3 mas. Οι συντεταγμένες 212 επιλεγμένων εξωγαλαξιακών ραδιοπηγών, οι οποίες ορίζουν το ICRS, αποτελούν το διεθνές ουράνιο «πλαίσιο» αναφοράς. Συγκεκριμένα το ICRS υλοποιείται με το *Διεθνές Ουράνιο Πλαίσιο Αναφοράς ICRF* (International Celestial Reference Frame) το οποίο βασίζεται στη θέση της εκλειπτικής και του μέσου Ισημερινού την εποχή J2000 και ορίζεται από τις ακριβής συντεταγμένες εξωγαλαξιακών ραδιοπηγών (quasars), που λόγω της τεράστιας απόστασής τους, θεωρούνται ακίνητες. Οι ραδιοπηγές κατανέμονται ομοιόμορφα στην ουράνια σφαίρα, με περίπου 1.6 εκατομμύρια παρατηρήσεων VLBI κατά την περίοδο 1979 – 1995. Ως μονάδα χρόνου ορίζεται το δευτερόλεπτο (sec) στο SI και ως μονάδα μήκους το μέτρο (m). Τέλος, ο χρήστης για να συνδεθεί με το ICRF, συνδέεται έμμεσα από το επίγειο γεωκεντρικό πλαίσιο αναφοράς ITRF για τον προσδιορισμό των παραμέτρων προσανατολισμού της Γης. Αύτη τη στιγμή (2022) είναι διαθέσιμη η τρίτη έκδοση του ICRF (ICRF3), ενώ αναμένεται εξαιρετική βελτίωση στην ακρίβεια και στον ορισμό του νέου ουράνιου πλαισίου με την ενσωμάτωση των αποτελεσμάτων της αστρομετρικής αποστολής Gaia. (Τσούλης Δ., Μάρτιος 2016)(https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Gaia).

4.5 Το Ευρωπαϊκό Σύστημα (ETRS) και Πλαίσιο Αναφοράς (ETRF)

Το *Ευρωπαϊκό Σύστημα Αναφοράς* με την ονομασία ETRS89 (European Terrestrial Reference System1989) ιδρύθηκε από την επιτροπή EUREF (EUropean REference Frame), το 1990 η οποία όρισε ένα σύγχρονο και υψηλής ακρίβειας *Ευρωπαϊκό Σύστημα Αναφοράς* με την ονομασία ETRS89 (European Terrestrial Reference System1989). Στόχος ήταν να επιτευχθεί η ενοποίηση των κρατικών γεωδαιτικών συστημάτων αναφοράς της Ευρώπης για σκοπούς όπως, η χαρτογράφηση, η

πλοήγηση και το GIS (Global Information System). Ιστορικά πρέπει να αναφερθεί, ότι αντικατέστησε τα ED50 και ED77 (European Datum 1950,1977).

Επιπρόσθετα, το σύστημα αυτό υιοθετήθηκε ώστε, να συμπίπτει με το ITRS κατά την εποχή αναφοράς 1989.0 και να είναι σταθερό ως προς το αμετάβλητο τμήμα της Ευρασιατικής πλάκας. Λόγω της κίνησης των σημείων αναφοράς των σταθμών, που οφείλονται στις διεργασίες του εσωτερικού (τεκτονικές πλάκες) της Γης, εκτός από τις συντεταγμένες των σταθμών δίνονται και οι ταχύτητες τους, για κάθε υλοποίηση συστήματος και χαρακτηρίζεται ως ITRFyy, με τα τελευταία ψηφία yy, να αναφέρονται στην εποχή αναφοράς. Η πρώτη υλοποίηση του ευρωπαϊκού συστήματος γίνεται με το Ευρωπαϊκό Πλαίσιο Αναφοράς ETRF89 και πραγματοποιείται μέσω των πλαισίων ITRFyy όπου και αντιστοιχεί ένα ETRFyy. Η μεταφορά από το ITRFyy στο αντίστοιχο ETRFyy γίνεται μέσω ενός τρισδιάστατου μετασχηματισμού ομοιότητας (Helmert).

Ο μετασχηματισμός αυτός λαμβάνει υπ' όψιν τη γωνιακή ταχύτητα της Ευρασιατικής πλάκας και τη μετάθεση μεταξύ κάθε ITRFyy και ETRF89. Τέλος το ελλειψοειδές που έχει επιλεγεί για το ETRF89 είναι το GRS80 και ταυτίζεται μαζί του λόγω ομοιότητας των ημιαξόνων της έλλειψής αλλά και λόγω των κοινών δυναμικών παραμέτρων.

4.6 Το Παγκόσμιο Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς WGS84

Η χρήση ενός ενιαίου παγκόσμιου συστήματος αναφοράς έγινε αντιληπτή στα τέλη της δεκαετίας του '50 από τον οργανισμό (World Geodetic System) με την ονομασία Παγκόσμιο Γεωδαιτικό Σύστημα του 1960 (WGS60) που αναπτύχθηκε αρχικά για το υπουργείο άμυνας της Αμερικής. Ύστερα από συνεχείς προσεγγίσεις του σχήματος και του πεδίου βαρύτητας της Γης έχουμε καταλήξει στο σύστημα των συντεταγμένων του τώρα WGS84. Η απόλυτη θέση ενός σημείου στο γεωδαιτικό αυτό σύστημα, επιτυγχάνεται με ακρίβεια της τάξης του 1 - 3 m, ανάλογα πάντα με τη μέθοδο που θα εφαρμοστεί. Εάν χρησιμοποιηθεί το WGS84 για την προσέγγιση των οριζοντιογραφικών ακριβειών, τότε πρέπει να χρησιμοποιηθούν δορυφορικές μέθοδοι, ώστε να οριστεί απολύτως το σύστημα. Όλες οι μετρημένες βάσεις ενός GNSS συστήματος θα πρέπει λοιπόν να συνδεθούν με κάποιες από τις κορυφές που υλοποιούν το WGS84, ώστε να υπολογιστεί η σχετική θέση του σημείου στην επιφάνεια της Γής.

4.6.1 Ορισμός του WGS84

Το σύστημα WGS84 είναι επίγειο γεωκεντρικό (earth – fixed) και συγκεκριμένα, ορίζεται από το κέντρο μάζας της Γής. Ο προσανατολισμός του συστήματος συμφωνεί αρχικά με αυτόν του BIH (Bureau International de l'Heure) του 1984 και στη συνέχεια ταυτίστηκε με την αρχή του IERS, συμβατικά με το γήινο σύστημα αναφοράς (CTRS). Επίσης το σύστημα ορίζεται με την παραδοχή ότι δεν υπάρχει σχετική περιστροφή του συστήματος ως προς το στερεό φλοιό της Γής, συναρτήσει του χρόνου. Η παραδοχή αυτή γίνεται καθώς η κίνηση του πόλου, που είναι η κίνηση του άξονα περιστροφής της Γης, επηρεάζει άμεσα τις συντεταγμένες των επίγειων σταθμών.

4.6.2 Η υλοποίηση του WGS 84

Το πλαίσιο αναφοράς του WGS84 υλοποιείται μέσω των καρτεσιανών συντεταγμένων, 13 μόνιμων σταθμών αναφοράς και παρακολούθησης των δορυφόρων. Οι μόνιμοι σταθμοί αυτοί χρησιμοποιούνται ώστε να υπολογιστούν οι τροχιές των δορυφόρων. Το WGS84 αγγίζει το ITRF του 2002 με ακρίβεια της τάξης του 1 cm για την ίδια εποχή αναφοράς. Γι' αυτό το λόγο, θεωρείται ότι ταυτίζονται και η υλοποίηση τους γίνεται στην πράξη, αναλόγως τις συντεταγμένες των σταθμών του δικτύου που χρησιμοποιούνται στις μετρήσεις.

4.6.3 Το ελλειψοειδές του WGS84

Το ελλειψοειδές του WGS84, όπου πρακτικά είναι ίδιων διαστάσεων, ορίζεται με τις παραμέτρους του GRS80. Η διαφορά της επιπλάτυνσης μεταξύ WGS84 και GRS80 είναι αμελητέα όπως και των μικρών ημιαξόνων της έλλειψης (αφού 0.1mm). Συνεπώς τα δύο ελλειψοειδή θεωρείται ότι ταυτίζονται γεωμετρικά. Η μόνη διαφορά είναι πως ο δυναμικός συντελεστής δευτέρου βαθμού, J_2 αναφέρεται στο μοντέλο βαρύτητας που προήλθε από το WGS84 και γι' αυτό διαφέρει ελάχιστα από την τιμή του μοντέλου βαρύτητας του GRS80.

Οι 4 βασικές παράμετροι που ορίζουν το σχήμα του ελλειψοειδούς αναφοράς αλλά και το κανονικό πεδίο βαρύτητας είναι οι εξής:

- Μεγάλος ημιάξονας του ελλειψοειδούς: $a=6378137.0$ m
- Πλάτυνση $f = \frac{a-b}{a}$ (4.1) του ελλειψοειδούς: $\frac{1}{f} = 298.257223563$
- Γινόμενο της παγκόσμιας σταθεράς έλξης με τη μάζα της γής M:

- $GM = (3986004.418 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2)$, (συμπεριλαμβανομένης της ατμόσφαιρας)
- Ταχύτητα περιστροφής της γης: $\omega = 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad/sec}$

4.6.4 Το γεωδυναμικό μοντέλο EGM του WGS84

Το γεωδυναμικό μοντέλο που χρησιμοποιεί το WGS84 από το 1996 είναι το EGM96 (Earth Gravitational Model 1996), με διαφορά στην τιμή για το δυναμικό συντελεστή δευτέρου βαθμού. Η ακρίβεια του υψόμετρου του γεωειδούς από το γεωδυναμικό μοντέλο είναι της τάξης του 0.5 – 1 m. Να σημειωθεί ότι, η τελευταία αναθεώρηση του γήινου γεωδυναμικού μοντέλου EGM είναι αυτή του 2008 (EGM08), όπου και αυτό χρησιμοποιήθηκε στην επίλυση του δικτύου. Αναλυτικότερα, το επίσημο παγκόσμιο βαρυτημετρικό μοντέλο EGM08 κυκλοφόρησε στο κοινό από τις Η.Π.Α και αποτελεί το πιο πρόσφατο παγκόσμιο μοντέλο γεωειδούς και σίγουρα ό,τι καλύτερο για την βαρυτημετρική χαρτογράφηση.

4.7 Το Ελληνικό σύστημα αναφοράς ΕΓΣΑ 87

Το ΕΓΣΑ87 προτάθηκε το 1987 από τη Γεωδαιτική και Γεωφυσική Επιτροπή του Κράτους (ΓΓΕΚ) και ένα χρόνο μετά υιοθετήθηκε από τον Οργανισμό Κτηματολογίου και Χαρτογραφίσεων Ελλάδας (ΟΚΧΕ). Αντικατέστησε το Παλαιό Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς από το 1990. Το ΕΓΣΑ87 ορίζεται από τις παραμέτρους του γήινου ελλειψοειδούς GRS80, το οποίο τοποθετήθηκε με παράλληλη μετάθεση ως προς το ITRF, με τέτοιο τρόπο ώστε να προσαρμόζεται όσο το δυνατόν καλύτερα στο γεωειδές της ηπειρωτικής Ελλάδας.

4.7.1 Ορισμός του ΕΓΣΑ 87

Η αφετηρία του συστήματος είναι το κεντρικό βάθρο CP (Central Pillar), του Κέντρου Δορυφόρων Διονύσου στην Αττική το οποίο αναφέρεται στο κέντρο του ελλειψοειδούς GRS80. Οι συντεταγμένες της αφετηρίας προέκυψαν μετά από χρόνιες μετρήσεις laser, Doppler ως προς το κέντρο του WGS84, ώστε να γίνει η αναγκαία μετάθεση ($\Delta X_{\text{WGS84-ΕΓΣΑ87}}$, $\Delta Y_{\text{WGS84-ΕΓΣΑ87}}$, $\Delta Z_{\text{WGS84-ΕΓΣΑ87}}$). Οι τιμές της αφετηρίας στο ελλειψοειδές είναι:

$$\varphi = 38^\circ 04' 33'',8107$$

$$\lambda = 23^\circ 55' 51'',0095$$

$$h = 481,743 \text{ m}$$

$$N = 7,000 \text{ m}$$

Οι παραπάνω τιμές στο ελλειψοειδές, αντιστοιχούν σε εκκεντρότητα:

$$\Delta X = +199,723 \text{ m}, \Delta Y = -74,030 \text{ m}, \Delta Z = -246,018 \text{ m}$$

Οι τιμές αυτές αναθεωρούνται συνεχώς βελτιστοποιώντας την τελική ακρίβεια της εκκεντρότητας του ελλειψοειδούς, από το ένα σύστημα στο άλλο. Η παραλληλία των δύο συστημάτων δίνεται με μία ακρίβεια της τάξης του $\pm 0.1 \text{ ppm}$

4.7.2 Υλοποίηση του ΕΓΣΑ87

Το ΕΓΣΑ87 υλοποιείται από το δίκτυο που έχει προέλθει από τη συγχώνευση των δικτύων laser, doppler, GPS και Γ^{ης} τάξης. Επίσης, στο δίκτυο αυτό έχει γίνει πύκνωση δικτύου με τα δίκτυα ΙΙ^{ης}, ΙΙΙ^{ης} και VI^{ης} τάξης της ΓΥΣ, ώστε να καλυφθεί ολόκληρη η Ελλάδα. Οι ακρίβειες που δίνονται από τους σταθμούς στον Διόνυσο είναι:

- σταθμοί laser = $\pm 2 \text{ cm}$,
- σταθμοί doppler = $\pm 20 \text{ cm}$
- σταθμοί GPS = $\pm 5 \text{ cm}$

4.7.3 Εφαρμογή του ΕΓΣΑ87

Για την εφαρμογή του ΕΓΣΑ87, έχει επιλεγεί η προβολή της Εγκάρσιας Μερκατορικής Προβολής TM87 (Transverse Mercator projection) σε μια μόνο ζώνη, ώστε να υπάρχει ενιαίο χαρτογραφικό και κτηματολογικό πλαίσιο. Ο κεντρικός μεσημβρινός επιλέχθηκε να είναι ο $\lambda = 24^\circ$ με κλίμακα παραμόρφωσης $K_0 = 0.9996$ από τον κεντρικό μεσημβρινό. Οι παραμορφώσεις κοντά στον κεντρικό μεσημβρινό (Ηπειρωτική Ελλάδα) με βάση την επιλεγμένη προβολή είναι μικρές, ενώ όσο απομακρυνόμαστε από αυτόν (Νησιά Ιονίου, Αιγαίου) φθάνουν και τα 1200 ppm. Η σχέση που δίνει την τιμή της χαρτογραφικής παραμόρφωσης είναι:

$$K = [12311 * (X - 0.5)^2 - 400] * 10^{-6} \quad (4.2)$$

(Το X αναφέρεται στο μέσο X της υπ' όψιν περιοχής εκφρασμένο σε Mm) Κατά την εφαρμογή του συστήματος, έχει δοθεί συμβατικά η τιμή $E_0 = 500000 \text{ m}$ για τη συνιστώσα x η οποία αναφέρεται στον κεντρικό μεσημβρινό, ώστε να μην προκύπτουν αρνητικές τιμές κατά τους υπολογισμούς. Η συνιστώσα y μετράται από τον ισημερινό. Επίσης, έχει δοθεί στις τεταγμένες η προσθετική $N_0 = 0 \text{ m}$, όπου οι τεταγμένες αναφέρονται στις αποστάσεις από τον ισημερινό. Γι' αυτό και οι τεταγμένες στο ΕΓΣΑ87 είναι τόσο μεγάλες..

Στην ουσία πρόκειται για ένα 2D πλαίσιο αναφοράς καρτεσιανών συντεταγμένων, ενώ το υψόμετρο είναι αυτό που ορίζεται από τη μέση στάθμη της θάλασσας (Μ.Σ.Θ.). Να σημειωθεί ότι στο νησιωτικό σύμπλεγμα του Καστελλόριζου (Νήσοι Μεγίστη, Στρογγύλη και πέριξ αυτών νησίδες), μέσω του τριγωνομετρικού δικτύου, χρησιμοποιείται η Εγκαρσία Μερκατορική Προβολή με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda_0=27^\circ$. Οι λοιπές παράμετροι της προβολής εφαρμογής του ΕΓΣΑ 87 παραμένουν όμοιες. Προς άρση των δυσαρμονιών που προκύπτουν από το χρησιμοποιημένο datum, οι παράμετροι μετασχηματισμού, για το νησιωτικό σύμπλεγμα του Καστελλόριζου και μόνο, προς το WGS84 είναι:

- 1) Για εργασίες χαρτογραφικής ακρίβειας (RMS μετασχηματισμού της τάξης των 40 cm):

$$\Delta X = 4.842 \text{ m}, \Delta Y = 20.169 \text{ m}, \Delta Z = 12.429 \text{ m}$$

$$\text{με } \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ΕΓΣΑ87} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

- 2) Για εργασίες τοπογραφικές ακριβείας (RMS μετασχηματισμού της τάξης 3 cm):

$$\Delta X = -364.430 \text{ m}, \Delta Y = -138.444 \text{ m}, \Delta Z = -278.472 \text{ m}$$

$$\mathbf{R}_X = 25.343131'', \mathbf{R}_Y = -14.995757'', \mathbf{R}_Z = -21.684850'' \text{ και } k = 81.325102 \text{ ppm}$$

$$\text{με } \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{WGS84} = (1 + k) \begin{bmatrix} 1 & +R_z & -R_y \\ -R_z & 1 & +R_x \\ +R_x & -R_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{ΕΓΣΑ87} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Ενώ οι προβολικές συντεταγμένες που αναφέρονται στην προβολή με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda_0=24^\circ$ μετασχηματίζονται μέσω πολωνυμικού μετασχηματισμού στην προβολή με κεντρικό μεσημβρινό $\lambda_0=27^\circ$. (Φωτίου Α.Ι., 2009)

4.8 Μετασχηματισμός συντεταγμένων από WGS 84 στο ΕΓΣΑ 87 (από GPS σε τοπικό σύστημα)

Το ΕΓΣΑ87 σχεδιάστηκε έτσι ώστε να είναι παράλληλα μετατεθειμένο ως προς το κέντρο της γης προκειμένου να προσαρμοστεί κατά τον καλύτερο τρόπο στο γεωειδές του ελλαδικού χώρου και να ελαχιστοποιηθούν οι τιμές της αποχής του γεωειδούς N στην ηπειρωτική Ελλάδα. Οι προδιαγραφές μετατόπισης, σε όλο τον Ελλαδικό χώρο, σε σχέση με το WGS84 (δηλαδή η διαφορά ΕΓΣΑ-WGS84) είναι:

$$\Delta X = +199,723 \text{ m}, \Delta Y = -74,030 \text{ m}, \Delta Z = -246,018 \text{ m}$$

Οι τιμές αυτές είναι οι συντεταγμένες της αρχής του ΕΓΣΑ87 ως προς το BTS και μπορούν να θεωρηθούν οι ίδιες και για το WGS84 με ακρίβεια ± 1 cm. Άρα για να μετατρέψει κάποιος συντεταγμένες από το WGS84 στο ΕΓΣΑ87 θα πρέπει να χρησιμοποιήσει τις τιμές αυτές με αντίθετο πρόσημο.

Αυτό όμως που έχει μεγάλη σημασία είναι με τι ακρίβεια μπορεί να προσδιοριστεί η θέση ενός σημείου στο ΕΓΣΑ87. Για να γνωρίζει κάποιος τις συντεταγμένες ενός σημείου στο WGS84 με μεγάλη ακρίβεια θα πρέπει αυτό να είναι σημείο αναφοράς του συστήματος αυτού ή να έχει συνδεθεί με σχετικές μετρήσεις με κάποιο σημείο αναφοράς του.

Σε κάθε περίπτωση πάντως εφαρμόζοντας τον παραπάνω μετασχηματισμό δεν μπορεί κάποιος να προσδιορίσει με μεγάλη ακρίβεια συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ87. Η ακρίβεια των συντεταγμένων θα είναι της τάξης των $\pm 30-40$ cm.

Στις περιπτώσεις όπου το δίκτυο μετράται με δέκτες GNSS, θα αναφέρεται σε συντεταγμένες ως προς το Παγκόσμιο Γεωκεντρικό Τρισσορθόγωνιο Σύστημα Αναφοράς (WGS84). Έτσι για να προκύψουν συντεταγμένες από το WGS84 στο ΕΓΣΑ87 θα πρέπει να εφαρμοστεί ένας μετασχηματισμός, όπου συνήθως χρησιμοποιείται ο μετασχηματισμός ομοιότητας και η μαθηματική σχέση που τον εκφράζει είναι:

- Για 2-D μετασχηματισμό

$$\begin{bmatrix} x^a \\ y^a \end{bmatrix} = m \cdot R \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

με άγνωστες παραμέτρους μετασχηματισμού τα m, R, t_x, t_y , δηλαδή θα πρέπει να πραγματοποιηθούν 1 κλίμακα 1 στροφή και 2 μεταθέσεις ώστε το σύστημα (b) να μετασχηματιστεί στο σύστημα (a).

- Για 3-D μετασχηματισμό

$$\begin{bmatrix} X_i^a \\ Y_i^a \\ Z_i^a \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i^b \\ y_i^b \\ z_i^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

με άγνωστες παραμέτρους μετασχηματισμού τα $\mu, \varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, t_x, t_y, t_z$, δηλαδή θα πρέπει να πραγματοποιηθούν 1 κλίμακα 3 στροφές και 3 μεταθέσεις ώστε το σύστημα (b) να μετασχηματιστεί στο σύστημα (a).

Αναλυτικότερα, το μοντέλο του μετασχηματισμού ομοιότητας στις δύο διαστάσεις θεωρεί ότι η διαφορά μεταξύ δύο συστημάτων περιγράφεται από δύο συνιστώσες παράλληλης μετάθεσης, μια γωνία στροφής των αξόνων του ενός ως προς το άλλο και ένα συντελεστή κλίμακας. Εάν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες ίδιων σημείων ως προς δύο διαφορετικά συστήματα (α) και (β) τότε έχοντας γνωστές τις συντεταγμένες ενός ικανού αριθμού σημείων και στα δύο συστήματα ($n \geq 2$ και για έλεγχο των αποτελεσμάτων $n > 2$), προσδιορίζονται σε πρώτη φάση οι τέσσερις παράμετροι του μετασχηματισμού. Εφόσον ο μετασχηματισμός αξιολογηθεί και κριθεί κατάλληλος, ακολουθεί ο μετασχηματισμός και των μη κοινών σημείων του ενός συστήματος στο άλλο σύστημα, π. χ. του (β) στο (α).

Το μαθηματικό μοντέλο του 2-D μετασχηματισμού ομοιότητας περιγράφεται από τις σχέσεις,

$$\begin{bmatrix} \chi^a \\ \psi^a \end{bmatrix} = m \cdot R \begin{bmatrix} \chi^b \\ \psi^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \chi^b \\ \psi^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

όπου, (χ_i^a, ψ_i^a) και (χ_i^b, ψ_i^b) , οι πραγματικές συντεταγμένες τυχόντος σημείου στα δύο συστήματα αντιστοίχως, m ο συντελεστής κλίμακας, θ η γωνία στροφής με θετική φορά αντίθετη των δεικτών του ωρολογίου, (t_x, t_y) οι συνιστώσες της παράλληλης μετάθεσης και R ο ορθογώνιος πίνακας στροφής ($R^{-1} = R^T$). Με δύο κοινά σημεία γράφονται 4 εξισώσεις με 4 άγνωστες παραμέτρους, όπου μέσω αυτών υπολογίζονται οι παράμετροι μετασχηματισμού χωρίς να έχουμε ποιοτικό έλεγχο. Κατά προτίμηση, πρέπει να διατίθενται περισσότερα από δύο κοινά σημεία με καλή κατανομή ώστε να περικλείουν όλη την περιοχή. Έτσι, θα έχουμε ένα πρόβλημα συνόρθωσης παρατηρήσεων που επιλύεται με τη μέθοδο των εξισώσεων των παρατηρήσεων (γνωστό ως πρόβλημα βέλτιστης προσαρμογής του ενός συστήματος ως προς το άλλο).

Αρχικά, αφού επιλέχθηκαν 7 σημεία ώστε να βρεθεί η βέλτιστη λύση, γίνεται ένας γρήγορος έλεγχος χονδροειδών λαθών μεταξύ των μετρήσεων (βλ. Κεφ 6: Πίνακας 6.2) δηλαδή εάν υπάρχει κάποια προβληματική μέτρηση για μια πρώτη εποπτική εικόνα του μεγέθους των σφαλμάτων. Στη συνέχεια, οι συντεταγμένες του συστήματος (β) θεωρούνται ως απολύτως γνωστές ποσότητες ενώ οι συντεταγμένες του (α) ως παρατηρήσεις της ίδιας ακρίβειας, τότε το μαθηματικό μοντέλο γίνεται γραμμικό εάν αντί για το ζεύγος (m, θ) επιλεγεί το ισοδύναμο ζεύγος (c, d) ,

$$c = m \cos \theta, \quad d = m \sin \theta \quad (4.8)$$

$$\text{όπου, } m = \sqrt{c^2 + d^2}, \theta = \tan^{-1} \frac{d}{c} \quad (4.9)$$

Ακόμη, απλοποιούνται οι συντεταγμένες του συστήματος b αντικαθιστώντας αυτές από τις ανηγμένες τους τιμές ως προς το κέντρο βάρους τους (Πίνακας 6.6.1.1-6.6.1.4), $\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}$, $\tilde{y}_i = y_i - \bar{y}$, $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ και $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$ (4.10 - 4.13)

Παρακάτω θα περιγραφεί αναλυτικότερα η διαδικασία που απαιτείται προκειμένου να υπολογισθούν οι τελικές 3D συντεταγμένες από ένα σύστημα σε ένα άλλο. (Δημήτριος Ρέγας, Αθήνα 2014, Α. Δερμάνης και Α. Φωτίου, 1995, *Μέθοδοι και Εφαρμογές Συνόρθωσης Παρατηρήσεων*)

4.9 Βήματα επίλυσης Βάσεων και συνόρθωσης Γεωδαιτικών

Δικτύων με παρατηρήσεις GNSS

Για την υπολογισμό των καλύτερων τελικών 3D συντεταγμένων, από ένα σύνολο παρατηρήσεων, χρειάζεται πρώτα να επιλύσουμε τις βάσεις του δικτύου και έπειτα να συνορθώσουμε αυτό. Παρακάτω θα αναλυθούν τα βήματα που πραγματοποιούνται (γενικά αλλά και ειδικά στο πρόγραμμα Topcontools) για την επίλυση μιας βάσης αλλά και της συνόρθωσης για ένα γεωδαιτικό δίκτυο με παρατηρήσεις GNSS.

4.9.1 Επεξεργασία Βάσεων

Η επίλυση των βάσεων (fixed), σχετίζεται με το γεγονός της επίλυσης των ασαφειών φάσης και τον υπολογισμό των ορθών ακέραιων κύκλων, του μήκους κύματος μεταξύ δέκτη – δορυφόρου. Το αποτέλεσμα της επίλυσης αυτής που θα προκύψει, είναι τα τρισδιάστατα διανύσματα μεταξύ των βάσεων. Ο τύπος της επίλυσης για όλες τις βάσεις ήταν fixed με παρατηρήσεις GPS και GLONASS. Συγκεκριμένα τα βήματα που ακολουθούνται είναι τα εξής:

- Αρχικά χρησιμοποιούνται οι ψευδοαποστάσεις μεταξύ των δύο σταθμών, για την εξαγωγή των προσεγγιστικών συντεταγμένων (Pseudo range Processing).
- Στη συνέχεια γίνεται βελτίωση των χρονικών εποχών (Time tag improvement), ώστε οι αρχικές συντεταγμένες να ταυτίζονται με τη χρονική στιγμή της μέτρησης.

- Λύνονται οι τριπλές διαφορές ως προς τους δέκτες-δορυφόρους και το χρόνο ώστε να προκύψουν οι σχετικές συντεταγμένες του ενός σταθμού ως προς τον άλλον με ακρίβεια εκατοστού.
- Γίνεται εντοπισμός και διόρθωση των παρατηρήσεων (Cycle slip fixing)
- Λύνονται οι διπλές διαφορές ως προς δέκτες – δορυφόρους και προκύπτουν τα dx , dy , dz και οι δεκαδικές ασάφειες φάσης N_i . Η λύση αυτή διατυπώνεται ως float.
- Από τις δεκαδικές ασάφειες φάσης που προέκυψαν, γίνεται μετατροπή σε ακέραιες ασάφειες φάσης N (Ambiguity resolution), σχηματίζονται όλοι οι συνδυασμοί ακεραίων και προκύπτει το Ratio (to Noise). Η μετατροπή γίνεται κρατώντας σταθερή τη βάση και λύνοντας ως προς τις ασάφειες φάσεις
- Τέλος, γίνεται η επεξεργασία των διπλών διαφορών με σταθερά τώρα τα ακέραια N ώστε να προκύψουν τα dx , dy , dz με ακρίβεια της τάξης του χιλιοστού. (Πηγή: Δημήτριος Ρέγας, 2014)

4.9.2 Συνόρθωση Δικτύων

Σήμερα, με τη Γεωδαισία των δορυφόρων, γίνεται εφικτή η συνόρθωση μεγάλων Γεωδαιτικών δικτύων στις τρεις διαστάσεις. Οι παρατηρήσεις όπως και σε όλα τα είδη δικτύων είναι περισσότερες από τις άγνωστες καθοριστικές παραμέτρους του μοντέλου που θέλουμε να προσδιορίσουμε, συνεπώς χρειάζεται να γίνει συνόρθωση. Το τελικό αποτέλεσμα είναι ο υπολογισμός άμεσα των καλύτερων 3D συντεταγμένων του δικτύου και ο πίνακας μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας τους. Επομένως, μετά την επίλυση των βάσεων, ακολουθεί η διαδικασία της συνόρθωσης του δικτύου και ο υπολογισμός των τελικών 3D συντεταγμένων με τις τελικές τους ακρίβειες. Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο, μετά τη λύση που προέρχεται από την επίλυση των βάσεων και για να πάρει το δίκτυο την τελική του μορφή, πρέπει να ορισθεί ένα σταθερό τριγωνομετρικό σημείο. Ο ορισμός του σημείου αναφέρεται στις 3D συντεταγμένες του στο επιθυμητό σύστημα αναφοράς. Επομένως, για να συνορθωθεί ένα γεωδαιτικό δίκτυο που προέρχεται από μετρήσεις GNSS στο σύστημα WGS84, χρειάζεται ένα σταθερό τριγωνομετρικό σημείο στο ΕΓΣΑ87, ώστε να ενταχθεί στο σύστημα. Να σημειωθεί ότι, η τελική ακρίβεια των συντεταγμένων της κάθε κορυφής του δικτύου που θα προκύψει, είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με την ακρίβεια των συντεταγμένων του σταθερού σημείου που δίνεται, άρα λοιπόν χρειάζεται μεγάλη προσοχή από που

θα εξαρτηθεί το δίκτυο. Η ακρίβεια των παρατηρήσεων GNSS όταν αναφερόμαστε σε παρατηρήσεις φάσης, είναι πολύ υψηλή της τάξης του 1ppm. Το γεγονός αυτό δεν σημαίνει ότι και το αποτέλεσμα της επεξεργασίας θα είναι επίσης ποιοτικό, εάν δεν έχουν αντιμετωπιστεί τα συστηματικά σφάλματα και δεν έχουν επιλυθεί σωστά οι ασάφειες φάσεις της κάθε επιλυμένης βάσης. Η κακή γεωμετρία των δορυφόρων παίζει σημαντικό ρόλο στη δημιουργία συστηματικών σφαλμάτων κατά τις μετρήσεις και συνεπώς πρέπει να ελέγχεται ο δείκτης DOP. Το πρόγραμμα της επίλυσης συνορθώνει, ώστε να γίνει ελαχιστοποίηση των τετραγώνων των υπολοίπων κάθε παρατήρησης. Μετά την εφαρμογή της MET (Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων) γνωρίζουμε ότι έχουμε την καλύτερη προσαρμογή (λύση), με βάση πάντα την ποιότητα των παρατηρήσεων. Το πρόγραμμα δίνει ένα γενικό έλεγχο της ακρίβειας και της αξιοπιστίας (ορθότητα + ακρίβεια) των μετρήσεων, κατά το αποτέλεσμα της επίλυσης. Το εξαγόμενο προϊόν της διαδικασίας, πέρα από τις συντεταγμένες της κάθε κορυφής για ποιοτικό έλεγχο του δικτύου είναι:

- Η a-posteriori τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.
- Η a-posteriori τυπική απόκλιση των κορυφών του δικτύου.
- Τα στοιχεία των απόλυτων και σχετικών ελλείψεων σφάλματος των κορυφών.
- Η τιμή της ακρίβειας των παρατηρήσεων.
- Η ορθότητα των παρατηρήσεων

Ως συνέπεια των επιπλέον παρατηρήσεων, είναι το γεγονός ότι δεν υπάρχει μια μοναδική λύση η οποία να αντιπροσωπεύει ακριβώς το δίκτυο. Ως εκ τούτου, με τη διαδικασία της συνόρθωσης, διορθώνονται οι αρχικές παρατηρήσεις που γίνονται με τους δέκτες, προκειμένου να ικανοποιούν τις προϋποθέσεις της MET.

Το πόσο καλά προσαρμόζονται οι μετρήσεις στο μαθηματικό μοντέλο, το δείχνουν τα υπόλοιπα (Residuals) της κάθε παρατήρησης. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι κάθε μοντέλο προσαρμογής ελαχίστων τετραγώνων αποτελείται από δύο εξίσου σημαντικές συνιστώσες: το *μαθηματικό μοντέλο* και το *στοχαστικό μοντέλο*. Το *μαθηματικό μοντέλο* είναι ένα σύνολο σχέσεων μεταξύ των παρατηρήσεων και των αγνώστων. Το *στοχαστικό μοντέλο* περιγράφει την αναμενόμενη κατανομή του σφάλματος, που θα έχουν οι παρατηρήσεις. Το μαθηματικό μοντέλο στην περίπτωση των παρατηρήσεων GPS είναι αρκετά περίπλοκο, καθώς οι άγνωστες συντεταγμένες

των κορυφών (X, Y, Z) θα πρέπει να υπολογιστούν σε διαφορετικό σύστημα αναφοράς από αυτό των μετρημένων βάσεων (μετασχηματισμός WGS84-ΕΓΣΑ87):

$$\Delta X_{ij} = F(a, b, c, m, X_i, Y_i, X_j, Y_j) \quad (4.14)$$

Όπου: a, b, c, m οι παράμετροι του μετασχηματισμού.

Εκτός από το μαθηματικό μοντέλο είναι απαραίτητο και ένα στοχαστικό μοντέλο, το οποίο θα περιγράφει και θα μοντελοποιεί την απόκλιση που έχουν οι παρατηρήσεις. Η ανάγκη για τη δημιουργία ενός τέτοιου μοντέλου γίνεται κατανοητή καθώς, εάν για παράδειγμα μετρήσουμε μια απόσταση δέκα φορές με κάποιο μετρητικό όργανο, ενδέχεται να προκύψουν 10 διαφορετικές τιμές για την ίδια απόσταση. Το στοχαστικό μοντέλο έρχεται να μας δώσει την τυπική απόκλιση που μπορούν να πάρουν οι παρατηρήσεις μας ώστε να ταυτίζονται με το μαθηματικό μοντέλο. Κάτι τέτοιο περιγράφεται από την καμπύλη της κανονικής κατανομής.

Η ακριβή τιμή (μ) αντιπροσωπεύει την αξία της μαθηματικής προσδοκίας της παρατήρησης, ενώ η τυπική απόκλιση (σ) αποτελεί ένα μέτρο εκτίμησης της διασποράς των μετρήσεων από την ακριβή τιμή. Η τυπική απόκλιση (Standard deviation) συνεπώς χαρακτηρίζει την ακρίβεια της παρατήρησης. Η διαφορά μιας εκτίμησης της μεταβλητής από την ακριβή της τιμή, θα βρίσκεται ανάμεσα σε $-\sigma$ και $+\sigma$ με πιθανότητα 68%, ενώ θα βρίσκεται στο διάστημα -2σ και $+2\sigma$ με πιθανότητα 95%, στα πλαίσια της κανονικής κατανομής. Τα διανυσματικά στοιχεία (ΔX , ΔY , ΔZ) κατά τις παρατηρήσεις GPS για την επίλυση βάσεων, αποτελούν αλληλοεξαρτώμενα στοιχεία.

Τα δίκτυα που βασίζονται σε παρατηρήσεις δορυφόρων, επιλύονται δεσμευοντάς τα εξωτερικά από μια γνωστή κορυφή (X,Y,Z), δηλαδή σταθεροποιείται από τρεις παραμέτρους. Η συνόρθωση γίνεται με παρατηρήσεις των συνιστωσών των ανεξάρτητων βάσεων και έτσι δημιουργείται ένας πίνακας μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας 3 x 3 για κάθε επιλυθείσα (fixed) βάση.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{\Delta X}^2 & \sigma_{\Delta X \Delta Y} & \sigma_{XY} \\ \sigma_{\Delta X \Delta Y} & \sigma_{\Delta Y}^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{\Delta X \Delta Y} & \sigma_{\Delta Y \Delta Z} & \sigma_{\Delta Z}^2 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Επόμενο στάδιο στην επεξεργασία των μετρήσεων, είναι ο έλεγχος του κλεισίματος των τριγώνων του δικτύου (Loop Closure). Με τον έλεγχο αυτό ελέγχεται η εσωτερική ακρίβεια του δικτύου και γίνεται η τελική επιλογή των βάσεων που θα

συμμετέχουν στη συνόρθωση. Παρακάτω, στο Κεφάλαιο 6, αναπτύσσεται εκτενέστερα το στάδιο του ελέγχου κλεισίματος των τριγώνων καθώς και όλες οι ενέργειες που ακολουθήθηκαν, σύμφωνα με τα παραπάνω, στο πρόγραμμα TopconTools.

Συμπεραίνουμε ότι, σύμφωνα με τα παραπάνω, στην περίπτωση του σχετικού στατικού εντοπισμού θέσης, όταν επιλύεται το δίκτυο με σταθερό σημείο κάποιο τριγωνομετρικό της ΓΥΣ (Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού), τα υψόμετρα που προκύπτουν είναι ορθομετρικά, με ακρίβεια μερικών εκατοστών ανάλογα πάντα με την ακρίβεια που είναι προσδιορισμένο το υψόμετρο του σταθερού σημείου ενώ οριζοντιογραφικά έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια.

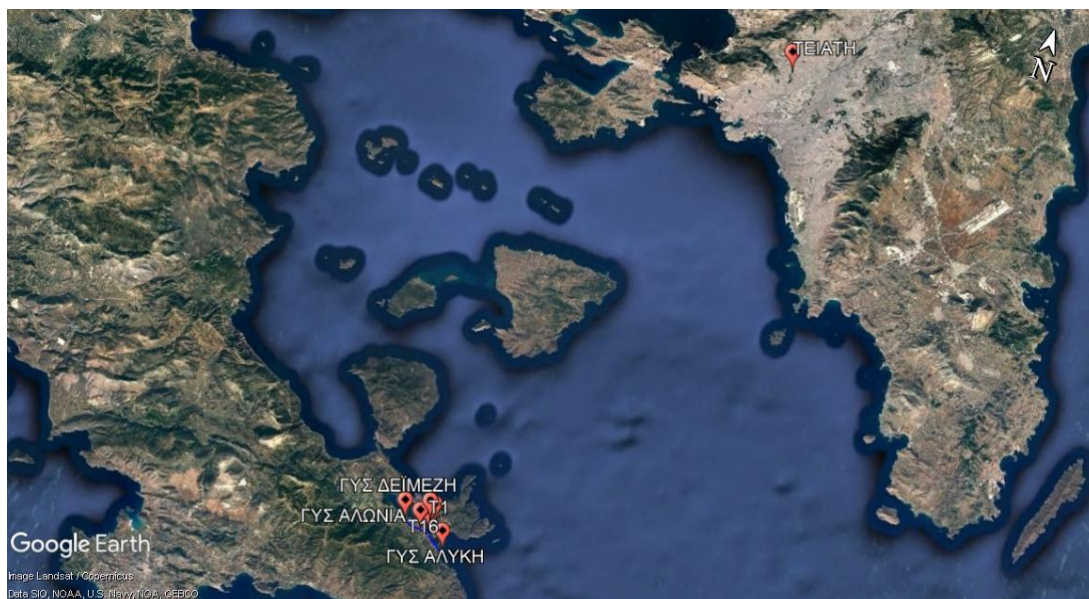
Επιπρόσθετα, τα προγράμματα επίλυσης δορυφορικών δικτύων, δεν διαθέτουν ακόμα αξιόπιστα τοπικά μοντέλα γεωειδούς για τον Ελλαδικό χώρο και γι' αυτό αναλόγως με το μετασχηματισμό που κάνει το κάθε πρόγραμμα, προκύπτουν τα ορθομετρικά υψόμετρα με ακρίβεια μερικών εκατοστών. Γι' αυτό γνωρίζοντας τις συντεταγμένες κοινών σημείων και στα δύο συστήματα αναφοράς (WGS84-ΕΓΣΑ87) μπορούμε να υπολογίσουμε τις τοπικές παραμέτρους ώστε οι μετασχηματισμένες συντεταγμένες που θα προκύψουν να είναι μεγαλύτερης ακρίβειας. Συγκεκριμένα για να γίνει εφικτός ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων από το σύστημα αναφοράς του WGS84 στο σύστημα ΕΓΣΑ87, χρειάζεται αρχικά ένα 3D μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας, το οποίο θα λαμβάνει υπόψη τις διαφορές στη θέση, στον προσανατολισμό και στη μετρητική κλίμακα που χρησιμοποιούν τα δύο συστήματα. (Πηγή: Δημήτριος Ρέγας, 2014)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

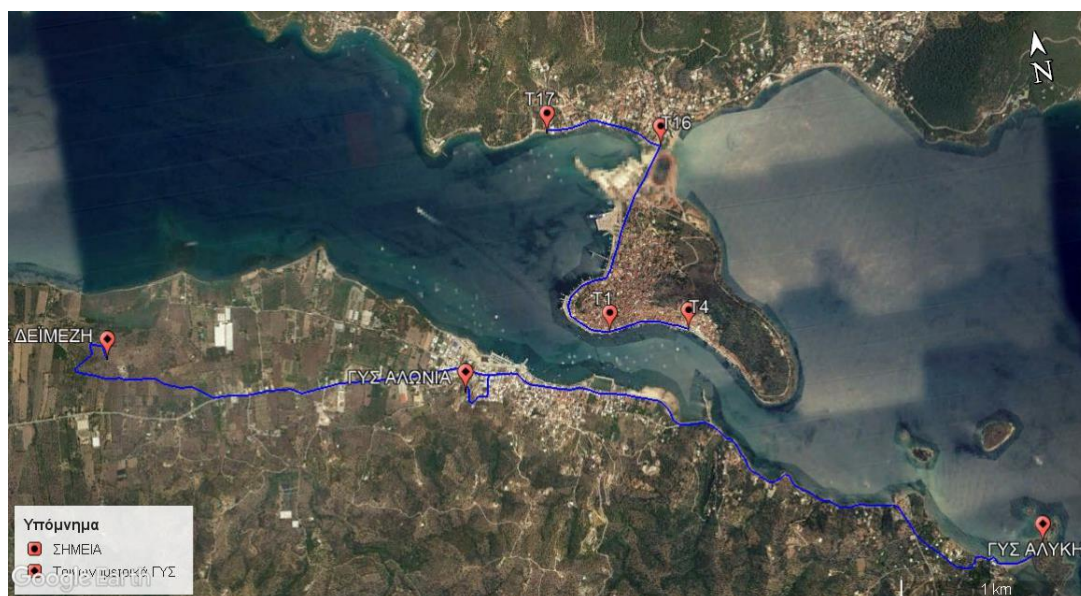
ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΑΝΑΦΟΡΑΣ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΤΟΥ ΠΟΡΟΥ ΜΕ ΔΕΚΤΕΣ GNSS

Η περιοχή μελέτης βρίσκεται μεταξύ του Πόρου και του Γαλατά, περιοχές που υπάγονται στο Νομό Αττικής. Ο Πόρος βρίσκεται στη νοτιοανατολική άκρη του Σαρωνικού κόλπου κοντά στην Πελοπόννησο και βρίσκεται σε μικρή απόσταση με την απέναντι περιοχή το Γαλατά Τροιζηνίας, μια παραθαλάσσια κωμόπολη. Η συνολική έκταση του οικισμού του Πόρου είναι περίπου 23 Km² και αποτελείται από δύο μικρότερα νησιά, τη Σφαιρία (πρωτεύουσα – λιμάνι) και την Καλαυρία, τα οποία ενώνονται μεταξύ τους με μια μικρή διώρυγα. Το δίκτυο της περιοχής μελέτης, όπου ιδρύθηκε, αποτελείται από: 4 νέο ιδρυθέντα σημεία, και 3 τριγωνομετρικά σημεία της ΓΥΣ τα οποία βρίσκονται στην περιοχή το Γαλατά καθώς και το σταθερό σημείο ΤΕΙΑΤΗ, όπου εξαρτήθηκαν οι μετρήσεις μας, βρίσκεται στη σχολής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής. Τα 4 σημεία υλοποιήθηκαν με μπρούτζινα μπουλόνια πακτωμένα με ρητίνη, ενώ τα τριγωνομετρικά της ΓΥΣ υλοποιούνται από βάρη, που βρίσκονται σε χαρακτηριστικά σημεία εγκατεστημένα από τη Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ) σε ύψος περίπου 1.0 m και είναι κατασκευασμένα συνήθως από σκυρόδεμα και στο μέσο της κεφαλής τους φέρουν πλακέτα με σημειωμένο το κέντρο τους (σημείο κέντρωσης του οργάνου). Όλα τα σημεία του δικτύου βρίσκονται ομοιόμορφα κατανεμημένα σε όλη την έκταση της περιοχής μελέτης και βρίσκονται τοποθετημένα στο παραλιακό κομμάτι του οικισμού, ενώ τα βάρη της ΓΥΣ είναι τοποθετημένα σε βουνά, τα οποία βρίσκονται έναντι της περιοχής του Γαλατά. Προκειμένου να δοθούν συντεταγμένες στο δίκτυο χρειάζεται ένα τριγωνομετρικό σημείο ώστε να επιλυθεί το δίκτυο. Ωστόσο για να επιτευχθεί μεγαλύτερη ακρίβεια και ταυτόχρονα να έχουμε έλεγχο του αποτελέσματος χρησιμοποιούμε παραπάνω από ένα σημεία. Συγκεκριμένα τα τρία σταθερά τριγωνομετρικά σημεία που χρησιμοποιήθηκαν είναι τα: Αλυκή, Δειμέζη και Αλώνια αλλά και ο μόνιμος σταθμός GPS του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής. Η επιλογή των τριών συγκεκριμένων σημείων, έγινε αφενός για λόγους ευκολίας πρόσβασης σε αυτά, αφετέρου της καλής γεωμετρίας που επιτυγχάνεται κατά το σχεδιασμό του δικτύου (Εικόνα 5.1). Τελικά το δίκτυο αποτελείται από 8 κορυφές, οι οποίες απεικονίζονται στον παρακάτω χάρτη (Εικόνα 5.1 και 5.2) όπου

παρουσιάζεται η γεωγραφική κατανομή των σημείων που επιλέχθηκαν με υπόβαθρο το πρόγραμμα Google Earth.



Εικόνα 5.1 Δορυφορική εικόνα δικτύου τριγωνομετρικών σημείων



Εικόνα 5.2 Κορυφές δικτύου στην Περιοχή μελέτης

5.1 Αναγνώριση Περιοχής Μελέτης

Η αναγνώριση της περιοχής έγινε με επιτόπου επίσκεψη στην περιοχή μελέτης (Οικισμός του Πόρου και της ευρύτερης περιοχής), ώστε να ιδρυθούν νέες κορυφές του δικτύου, εφόσον χρειαστεί, ή να χρησιμοποιηθούν ήδη υπάρχουσες (από άλλες τοπογραφικές εργασίες) καθώς επίσης να εκτιμηθεί η κατάσταση των βάθρων, η

ορατότητα που επιτυγχάνεται από κάθε βάθρο καθώς και ο τρόπος πρόσβασης σε αυτά, που σε κάποιες περιπτώσεις ήταν αρκετά δύσκολος. Αρχικά, χρησιμοποιώντας μια λίστα από τριγωνομετρικά σημεία της ΓΥΣ (βλ. παράρτημα Β) της ευρύτερης περιοχής του Σαρωνικού ερευνήθηκε ποια τριγωνομετρικά είναι σε καλή κατάσταση αλλά και ποια είναι η τοποθεσία τους με τη βοήθεια τοπογράφων της περιοχής αλλά και της πολεοδομίας. Έτσι, γνωρίζοντας ποια τριγωνομετρικά είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν, στο δίκτυο, προτού εντοπισθούν έξω στην ύπαιθρο χρησιμοποιήθηκε ο ορθοφωτοχάρτης του Ελληνικού Κτηματολογίου προκειμένου να απομακρυνθούν εκείνα τα σημεία που βρίσκονταν πολύ μακριά από την περιοχή μελέτης. Έπειτα, με τη χρήση του κινητού ως δέκτη GPS χειρός κατέστη δυνατή η εύρεση των τριγωνομετρικών σημείων της ΓΥΣ καθώς και των σημείων που τοπογράφοι της περιοχής είχαν ιδρύσει κατά το παρελθόν, προκειμένου χρησιμοποιηθούν για τοπογραφικές μελέτες. Με τον ίδιο τρόπο πραγματοποιήθηκε και ο εντοπισμός των σημείων όπου θα ιδρύονταν εντός του οικισμού. Πιο συγκεκριμένα διεξήχθη έρευνα εκ νέου ίδρυσης σημείου μέσα στην κατοικημένη περιοχή, το οποίο κατέστη αδύνατον λόγω πυκνής δόμησης και άρα μη ορατότητας των δορυφόρων από τους δέκτες GPS. Οπότε, πάλι, με την βοήθεια της πολεοδομίας και τοπικών τοπογράφων εντοπίστηκαν, τα ήδη ιδρυθέντα σημεία, παραλιακά του Πόρου.

Για τον καλύτερο προγραμματισμό των γεωδαιτικών μετρήσεων προηγήθηκε αναγνώριση των αρχικά επιλεγμένων σημείων από το σύνολο των τριγωνομετρικών της ΓΥΣ, που είχαμε στη διάθεση μας, αλλά και από τα προτεινόμενα σημεία, που είχε ιδρύσει τοπογράφος της περιοχής.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, καταλήξαμε στις παρακάτω κορυφές (Πίνακας 5.1) του δικτύου, με τους κωδικούς του κάθε σημείου. Οδοιπορικά, καθώς και φωτογραφίες των σημείων του δικτύου παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α.

A/A	ΚΩΔΙΚΟΣ	ΟΝΟΜΑ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ	ΘΕΣΗ
1	365069	ΑΛΥΚΗ	Βάθρο χωρίς Μεταλλική πλακέτα σήμανσης	<i>Βρίσκεται εκτός της οικιστικής περιοχής του Γαλατά, στην ανατολική πλευρά και αποτελείται τριγωνομετρικό της ΓΥΣ.</i>
2	365075	ΑΛΩΝΙΑ	Βάθρο με Μεταλλική πλακέτα σήμανσης	<i>Βρίσκεται εντός της κατοικημένης περιοχής του Γαλατά και αποτελείται τριγωνομετρικό της ΓΥΣ.</i>
3	210002	ΔΕΙΜΕΖΗ	Βάθρο με Μεταλλική πλακέτα σήμανσης	<i>Βρίσκεται εκτός της περιοχής του Γαλατά προς τα δυτικά και αποτελείται τριγωνομετρικό της ΓΥΣ.</i>
4	-	T16	Μπρούτζινα μπουλόνια πακτωμένα με ρητίνη	<i>Βρίσκεται πάνω στο Γεφυράκι, μεταξύ Σφαιρίας και Καλαυρίας.</i>
5	-	T17	Μπρούτζινα μπουλόνια πακτωμένα με ρητίνη	<i>Βρίσκεται απέξω από την ταβέρνα άσπρος Γάτος στο Μικρό Νεώριο.</i>
6	-	T1	Χωρίς μπρούτζινα μπουλόνια πακτωμένα με ρητίνη	<i>Έξω από την ταβέρνα Oasis, στο κεντρικό τμήμα του νησιού.</i>
7	-	T4	Μπρούτζινα μπουλόνια πακτωμένα με ρητίνη	<i>Έξω από την ταβέρνα Απάγκιο, στο δυτικό τμήμα του νησιού.</i>
8	-	ΤΕΙΑΤΗ	Κεραία	<i>Βρίσκεται στην ταραύσα του Πανεπιστήμιου Δυτικής Αττικής.</i>

Πίνακας 5.1 Περιγραφή κορυφών του δικτύου στο χώρο

5.2 Σταθμός αναφοράς “ΤΕΙΑΤΗ”

Για να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες των παρατηρούμενων σημείων στο σχετικό προσδιορισμό θέσης στο παγκόσμιο σύστημα θα πρέπει να είναι γνωστές οι συντεταγμένες κάποιου σημείου. Στην μελέτη μας χρησιμοποιήθηκαν οι συντεταγμένες του μόνιμου σταθμού που βρίσκεται στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής (Σταθμός Αναφοράς). Πιο συγκεκριμένα, ο σταθμός αυτός δημιουργήθηκε στα πλαίσια της προσπάθειας του Τμήματος Μηχανικών Τοπογραφίας της Σχολής Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής για συνεχή ενημέρωση και συμμετοχή στις σύγχρονες τάσεις και τεχνολογίες στο αντικείμενο του Τοπογράφου Μηχανικού το Εργαστήριο Γεωδαισίας- Τοπογραφίας έχει εγκαταστήσει και λειτουργεί από το 2010 μόνιμο δορυφορικό σταθμό αναφοράς GNSS (Global Navigation Satellite Systems). Ο σταθμός ονομάζεται ΤΕΙΑΤΗ1 και βρίσκεται εγκατεστημένος στο κτίριο της Σχολής μηχανικών στην Πανεπιστημιούπολη του Άλσους Αιγάλεω. Ο σταθμός αυτός συλλέγει δεδομένα του δορυφορικού συστήματος εντοπισμού GPS (Global Position System) και σύντομα θα μπορεί να υποστηρίξει και το σύστημα GLONASS, GALILEO και BEIDOU.

Θα πρέπει να αναφερθεί, ότι η εγκατάσταση και η λειτουργία μόνιμων σταθμών καταγραφής παρατηρήσεων GNSS αποτελεί μια πηγή δεδομένων εικοσιτετράωρης βάσης δίνοντας λύση σε γεωδαιτικές- τοπογραφικές εργασίες καθώς μπορεί να αποτελεί τμήμα ενός ευρύτερου δικτύου μόνιμων σταθμών αυξάνοντας τις δυνατότητες εφαρμογών στις Γεωεπιστήμες.

Έτσι λοιπόν ο σταθμός, όπου χρησιμοποιήθηκε, βρίσκεται σε πλήρη λειτουργία και είναι έτοιμος άμεσα να διαθέσει δεδομένα σε όλους τους χρήστες δεκτών GPS ανεξαρτήτως κατασκευαστή, αρκεί να έχουν τη δυνατότητα να συνδεθούν στο Internet. Ο ρυθμός καταγραφής των δεδομένων είναι 30 second (για ερευνητικούς σκοπούς, είναι διαθέσιμα δεδομένα 1 sec) και η γωνία αποκοπής των δορυφορικών σημάτων 10^0 και τα δεδομένα καταγράφονται σε ημερήσια αρχεία.

Εν συνεχεία τα δεδομένα του σταθμού συλλέγονται και ελέγχονται, σε καθημερινή βάση, με σκοπό την διάθεση υψηλής ποιότητας προϊόντων, όπου εφαρμόζεται ποιοτικός έλεγχος των δεδομένων του σταθμού, ο οποίος περιλαμβάνει τα ακόλουθα στάδια:

1. Έλεγχος παρατηρούμενων δορυφόρων

2. Αριθμός καταγραφέντων δεδομένων και υπολογισμός ποσοστού σε σχέση με τις προβλεπόμενες τιμές καταγραφής για την αντίστοιχη γωνία αποκοπής των δορυφορικών σημάτων του σταθμού.
3. Υπολογισμός της συνολικής μέσης τιμής του φαινομένου πολυανάκλασης (multipath) αλλά και επιμέρους αντίστοιχες τιμές για τις συχνότητες L1 και L2 για κάθε μέρα λειτουργίας του σταθμού.
4. Έλεγχος της ολίσθησης των κύκλων και υπολογισμός του ποσοστού σε σχέση με το συνολικό αριθμό των παρατηρήσεων,
5. Απεικόνιση της ποιότητας σήματος σε κάθε φέρουσα συχνότητα (L1 και L2) συναρτήσει του αζιμουθίου και της γωνίας ύψους του κάθε δορυφόρου.
6. Εκτίμηση της ζενίθιας τροποσφαιρικής υστέρησης.

Εν κατακλείδι, οι συντεταγμένες του σταθμού αναφέρονται στο ITRF2008 (εποχή 2011.0) και τις θεωρούμε απολύτως γνωστές και βάσει αυτών, υπολογίζουμε τις συντεταγμένες των υπόλοιπων σημείων του δικτύου. Οι συντεταγμένες του μόνιμου σταθμού στο σύστημα ITRF2008 (εποχή 2011.0) και ο τύπος κεραίας είναι:

X=4608775,4786

Y=2020762,0749

Z=3905753,0852

(Τύπος κεραίας: **LEIAXI 1202GGNONE**)



Εικόνα 5.2.1 Η θέση του μόνιμου σταθμού TEIATH1



Εικόνα 5.2.2 Η κεραία του σταθμού ΤΕΙΑΤΗ1

(Πηγή: <https://labgeo.uniwa.gr/gpsstation/>)

5.3 Σχεδιασμός Δικτύου

Κατά το σχεδιασμό ενός δικτύου, λαμβάνονται υπ' όψη κάποια κριτήρια, τα οποία αναφέρονται κυρίως στην, κατά το δυνατόν, ορθή επιλογή της θέσης των κορυφών του δικτύου στο χώρο. Έτσι λοιπόν, στην συγκεκριμένη εργασία, το εν προκειμένω δίκτυο που επιλέχθηκε είχε ως κριτήριο όλα τα σημεία, κατά το δυνατόν, να κατανεμηθούν ομοιόμορφα στην περιοχή μελέτης (Οικισμός Πόρου) ώστε η γεωμετρία του και η διαδικασία του μετασχηματισμού να δίνουν τα ακριβέστερα δυνατά αποτελέσματα, ενώ το πλήθος των σημείων που επιλέχθηκε ήταν τέτοιο ώστε να δημιουργηθούν αρκετές βάσεις. Παρόλα αυτά, στο εν λόγω δίκτυο θα μπορούσαν να επιλεγθούν ακόμα περισσότερα σημεία εντός του οικισμού αλλά και περισσότερα τριγωνομετρικά ώστε να επιτευχθεί καλύτερη ισοκατανομή και ορθότερη προσέγγιση των σημείων. Η ύπαρξη της θάλασσας που περιβάλλει το αντικείμενο μελέτης, η μη πρόσβαση ή καταστροφή τριγωνομετρικών σημείων της ΓΥΣ, ο μη αρκετός αριθμός των ατόμων που μετείχαν κατά την ίδρυση του δικτύου (1 άτομο), η ύπαρξη κεραιών υψηλής τάσης αλλά και η πυκνή δόμηση δεν επέτρεψε την ισοκατανομή των κορυφών του δικτύου.

Έτσι λοιπόν, τα σημαντικότερα κριτήρια, όπου πρέπει να πληρούνται στην επιλογή των κορυφών ενός δικτύου γενικά αλλά και στην περίπτωση μας, είναι τα εξής:

- Η επίτευξη καλής γεωμετρίας μεταξύ αυτών και συγκεκριμένα, θα πρέπει τα τρίγωνα τα οποία δημιουργούνται να έχουν όσο το δυνατόν ίσες πλευρές, σχετικά μικρού μήκους για την ομοιόμορφη μετάδοση των σφαλμάτων. Τα τελευταία χρόνια με τη χρήση δεκτών GPS, τομήκος των πλευρών του δικτύου έχει αυξηθεί

σημαντικά σε σχέση με τη χρήση ολοκληρωμένου γεωδαιτικού σταθμού, καθώς πλέον επιλύονται δίκτυα με πλευρές έως 5 Km με μεγάλη ακρίβεια.

- Η αμοιβαία ορατότητα μεταξύ των κορυφών στα δίκτυα που πρόκειται να μετρηθούν με ολοκληρωμένο γεωδαιτικό σταθμό είναι απαραίτητη, ενώ στα δίκτυα GPS δεν απαιτείται. Σε πολλές περιπτώσεις όταν μετράται το δίκτυο με δέκτες GNSS, θα πρέπει να λαμβάνουμε υπ' όψιν τυχόν παρεμβολές του σήματος. Οι παρεμβολές αυτές μπορεί να οφείλονται σε κεραιές υψηλής συχνότητας ή υψηλά κτήρια, ειδικά όταν μετράμε σε αστικό περιβάλλον. Συνεπώς, θα πρέπει οι κορυφές του δικτύου να βρίσκονται σε ανοιχτό ορίζοντα, ώστε να επιτυγχάνεται η συνεχής λήψη του σήματος.
- Τα τριγωνομετρικά σημεία πρέπει να βρίσκονται σε περιοχές όπου είναι αρκετά εμφανείς από τη γειτονική περιοχή, καθώς ο κύριος ρόλος τους είναι ότι αποτελούν το υπόβαθρο πύκνωσης δικτύου σε τρέχουσες τοπογραφικές εργασίες.
- Η πρόσβαση σε κάθε σημείο του δικτύου να είναι εύκολη.

5.4 Σχεδιασμός μετρήσεων

Οι μετρήσεις όπου πραγματοποιήθηκαν είχαν διάρκεια από τις 18 Φεβρουαρίου 2018 έως τις 14 Μαρτίου 2018 με χρήση δύο δεκτών διπλής συχνότητας. Συγκεκριμένα για το σύνολο των μετρήσεων χρησιμοποιήθηκαν δύο δέκτες Hiper Pro της Topcon, δύο βάσεις κέντρωσης ώστε να εξασφαλιστεί η ακρίβεια κέντρωσης στα βάθρα της ΓΥΣ (εξαναγκασμένη κέντρωση) και δύο τρίποδες. Οι δέκτες είχαν ρυθμιστεί να καταγράφουν τις παρατηρήσεις με ρυθμό 15 δευτερολέπτων και η γωνία αποκοπής στις 15°. Η διάρκεια των παρατηρήσεων ορίστηκε ανάλογη με το μήκος της βάσης, έτσι ώστε να είναι εφικτή η επίλυση των ασαφειών φάσης δηλαδή για μήκη 10 – 15χλμ. 1 ώρα (διάρκεια μετρήσεων), για 15 – 20 χλμ. 1:30 ώρα, για >20 χλμ. 2 ώρες. Οι βάσεις του δικτύου που επρόκειτο να μετρηθεί έχουν μήκος ΔΕΙΜΕΖΗ-ΑΛΩΝΙΑ≈~1,77 km, ΑΛΩΝΙΑ-ΑΛΥΚΗ≈~2,85 km και το ΤΕΙΑΤΗ έχει απόσταση από τα τριγωνομετρικά περίπου 59 km. Επομένως, οι μετρήσεις χωρίστηκαν σε 5 περιόδους όπως φαίνονται στον Πίνακα 5.2 με κύριο κριτήριο όσο το δυνατόν λιγότερες άσκοπες μετακινήσεις από σημείο σε σημείο. Αρχικά την 1^η μέρα των μετρήσεων ο ένας δέκτης χρησιμοποιήθηκε ως βάση (base) ενώ ο άλλος ως κινητός (rover). Έτσι ένας δέκτης τοποθετήθηκε στο τριγωνομετρικό σημείο Αλώνια, ενώ ο άλλος τοποθετήθηκε για 1 ώρα στο τριγωνομετρικό σημείο Αλυκή και άλλη μια στο

τριγωνομετρικό Δειμέζη. Συγκεκριμένα δημιουργούνται κοινές βάσεις διάρκειας μίας ώρας (αφού η μεταξύ τους απόσταση είναι μικρότερη από 10-15 km). Εν συνεχεία τη 2^η μέρα ένας δέκτης χρησιμοποιήθηκε ως base στο τριγωνομετρικό Αλώνια ενώ ο άλλος δέκτης ως rover στήθηκε για 30 min στα σημεία T17, T16, T4 και T1. Έπειτα, την 3^η μέρα ένας δέκτης στήθηκε ως base στο τριγωνομετρικό Αλυκή ενώ ο δεύτερος ως rover στήθηκε για 30 min στα σημεία T16, T1 και T4. Την 4^η μέρα, ένας δέκτης στήθηκε ως base στο τριγωνομετρικό Δειμέζη ενώ ο άλλος στα σημεία T17 και T16 για χρονική διάρκεια στο κάθε ένα 30min. Τέλος, την 5^η μέρα, και τελευταία, των μετρήσεων ένας δέκτης (base) στήθηκε στο σημείο T16 και ο δεύτερος δέκτης (rover) στήθηκε στα σημεία T17, T1 και T4 για διάρκεια μετρήσεων σε κάθε σημείο 30 min, στη συνέχεια ο δέκτης του σημείου T16 μετακινήθηκε στο σημείο T1 (base) ενώ ο rover στο σημείο T4 για να πραγματοποιηθεί η τελευταία μέτρηση διάρκειας 30 min. Παράλληλα, στην διάρκεια όλων των παραπάνω μετρήσεων καταγράφονταν μετρήσεις και από σταθερό σημείο ΤΕΙΑΤΗ.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι η διάρκεια όλων των μετρήσεων που αφορούν τις μέρες στατικού εντοπισμού θέσης (GPS) είναι όπως παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα. Όλα τα σημεία που δημιουργήθηκαν στην περιοχή μελέτη (οικισμός του Πόρου) μετρήθηκαν με GPS σε τρίποδα (οριζόντιο ύψος οργάνου), σε αντίθεση με τα υπόλοιπα που ήταν τριγωνομετρικά και μετρήθηκαν με βάση και τρικόχλιο (κατακόρυφο ύψος οργάνου).

Σημείο	Ύψος Οργάνου	S/N	Ώρα έναρξης	Ώρα λήξης	Ημερομηνία
1^η Μέρα – 18 Φεβρουαρίου					
Αλώνια	12,5 cm	342-0282	12:53	16:58	18/2/2018
Αλυκή	12 cm	326-0902	14:11	15:11	18/2/2018
Δειμέζη	12 cm	326-0902	15:40	16:40	18/2/2018
2^η Μέρα – 10 Μαρτίου					
Αλώνια	18,5cm	342-0120	10:04	15:11	10/3/2018
T17	1,542 m	326-0520	11:35	12:20	10/3/2018
T16	1,601 m	326-0520	12:35	13:05	10/3/2018
T4	1,613m	326-0520	14:12	14:42	10/3/2018
T1	1,604 m	326-0520	13:28	14:00	10/3/2018
3^η Μέρα – 12 Μαρτίου					
Αλυκή	19 cm	342-0120	9:44	13:01	12/3/2018
T16	1,587 m	326-0520	10:32	11:02	12/3/2018
T1	1,573 m	326-0520	11:30	12:00	12/3/2018
T4	1,548m	326-0520	12:08	12:40	12/3/2018

4^η Μέρα – 13 Μαρτίου					
Δειμείξη	19 cm	342-0120	9:53	13:00	13/3/2018
T17	1,546 m	326-0520	11:04	11:45	13/3/2018
T16	1,553 m	326-0520	11:56	12:30	13/3/2018
5^η Μέρα – 14 Μαρτίου					
T16	1,570 m	342-0120	9:55	12:22	14/3/2018
T17	1,576 m	326-0520	10:12	10:42	14/3/2018
T1	1,556 m	326-0520	11:11	11:41	14/3/2018
T4	1,572 m	326-0520	11:51	13:24	14/3/2018
T1	1,594 m	342-0120	12:46	13:17	14/3/2018

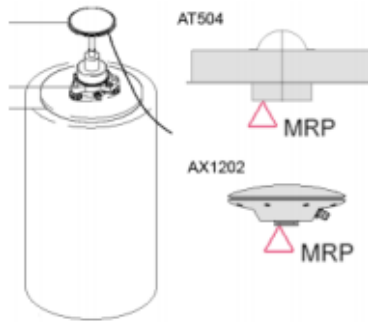
Πίνακας 5.2 Μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν στο πεδίο μελέτης

5.5 Βάθρα Δικτύου

Η κατασκευή των βάθρων των τριγωνομετρικών σημείων, υπόκειται σε κάποιες προδιαγραφές των κρατικών υπηρεσιών και ο κύριος ρόλος τους είναι η σήμανση των κορυφών ενός δικτύου. Οι προδιαγραφές αυτές, έχουν να κάνουν με τις διαστάσεις των βάθρων, τους τρόπους θεμελίωσης και τη σήμανση του σημείου στη στέψη του βάθρου, κατά την κατακόρυφο από το έδαφος. Συνήθως, τοποθετούνται στις ταράτσες κτηρίων ή σε λόφους για να έχουν ένα ευρύ πεδίο ορατότητας, ώστε να αποτελέσουν σημεία αναφοράς των γεωδαιτικών εργασιών.

Το υλικό της κατασκευής, είναι κυρίως το σκυρόδεμα, ενώ υπάρχουν και μεταλλικά βάθρα. Στη στέψη του βάθρου υπάρχει, τις περισσότερες φορές, μια ειδική πλακέτα που προσδιορίζει σημειακά το σημείο αναφοράς, ή ειδικά μεταλλικά συστήματα εξαναγκασμένης κέντρωσης, ώστε να αποφευχθούν τα σφάλματα κεντρώσεων. Επίσης, υπάρχει και μια αφετηρία των υψομέτρων (Repere), η οποία μεταφέρεται και αυτή στην κορυφή τους ώστε τελικά οι συντεταγμένες (X, Y, H) να αναφέρονται στη στέψη ή στη μεταλλική πλακέταεφόσον υπάρχει.

Όταν τοποθετείται δέκτης GNSS στα βάθρα, το ύψος της κεραίας του δέκτη (bottom of antenna mount) μετράται από τη στέψη, έως ένα μεταλλικό δαχτυλίδι στο κάτω μέρος της κεραίας, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5.5.1:



Εικόνα 5.5.1 Ύψος κεραίας σε βάρου

(Πηγή: Web:<http://gef.nerc.ac.uk>)

5.6 Μελέτη δικτύου με τη Μέθοδο του Σχετικού Στατικού Εντοπισμού (Static)

Αρχικά, οι μετρήσεις του δικτύου περιλαμβάνουν όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των κορυφών του, με τη μέθοδο του σχετικού στατικού εντοπισμού με σκοπό να προσδιοριστούν οι συντεταγμένες κάθε κορυφής. Τα σταθερά σημεία που επιλέχθηκαν είναι τα τρία βάρου της ΓΥΣ, Αλυκή, Δειμέζη και Αλώνια, καθώς και το μόνιμο σταθμό ΤΕΙΑΤΗ του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής όπου χρησιμοποιήθηκε ως βάση αναφοράς των μετρήσεων. Συνολικά οι βάσεις που μετρήθηκαν είναι 21 και παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα 5.3.

Αλώνια	Αλυκή	Δειμέζη	T16	T1
T17	-	T17	T17	-
T16	T16	T16	-	-
T1	T1	-	T1	-
T4	T4	-	T4	T4
Αλυκή	-	-	-	-
Δειμέζη	-	-	-	-
Teiath	Teiath	Teiath	Teiath	Teiath

Πίνακας 5.3 Μετρημένες βάσεις κατά το σχετικό στατικό εντοπισμό (static)

Όπως αναφέρθηκε στην παραπάνω υποενότητα (κεφ. 5.4), ο χρόνος παραμονής μεταξύ των σημείων της ΓΥΣ ήταν της τάξης 1h, λόγω της μεγάλης μεταξύ τους απόστασης. Ενώ για τις βάσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών της ΓΥΣ και των άλλων σημείων του δικτύου ο χρόνος παραμονής ήταν 30 min (ελάχιστος χρόνος 20min).

Επίσης στις βάσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών και του σταθερού (Teiath) θα χρειαστεί διάρκεια μετρήσεων πάνω από 2 ώρες λόγω πολύ μεγάλης απόστασης (>20km). Στις παραπάνω περιπτώσεις ο χρόνος παραμονής ήταν τέτοιος ώστε να αποκτηθούν οι αναγκαίες παρατηρήσεις των δύο δεκτών (Base, Rover), προκειμένου να επιλυθούν οι ασάφειες φάσης, με χρόνο καταγραφής ανεπεξέργαστων παρατηρήσεων ανά 15 sec.

Ακόμη, η γωνία αποκοπής, κατά την οποία, κάτω από αυτή δεν καταγράφει παρατηρήσεις δορυφόρων ο δέκτης, ορίστηκε στις 15°. Η επεξεργασία των βάσεων πραγματοποιήθηκε με την εκ των υστέρων επεξεργασία στο λογισμικό Topcon Tools. Το σύστημα αναφοράς των μετρήσεων επιλέχθηκε να είναι το WGS84 (ITRF), ενώ ο μετασχηματισμός σε ΕΓΣΑ'87 πραγματοποιήθηκε εκ των υστέρων μετά τη συνόρθωση του δικτύου και εκτός του λογισμικού Topcon Tools.

Τέλος, οι μετρήσεις με το GPS πραγματοποιήθηκαν με την μέθοδο σχετικού εντοπισμού, δηλαδή ο δέκτης παρέμενε στάσιμος, τοποθετημένος είτε σε βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης πάνω στο βαθράκι όπου αυτό υπήρχε, είτε σε τρίποδα. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχανόταν η βέλτιστη ακρίβεια για τον υπολογισμό της θέσης του σημείου.

5.7 Εξοπλισμός μετρήσεων για Static

Ο αναγκαίος εξοπλισμός του πεδίου κατά τη μέθοδο του στατικού εντοπισμού θέσης είναι :

- ✓ δύο δέκτες (Base, Rover) της TopconHiPer-Pro με κεραία
- ✓ δύο βάσεις εξαναγκασμένης κέντρωσης,
- ✓ δύο τρικόγλια,
- ✓ δύο τρίποδες,
- ✓ μια μετροταινία,
- ✓ ένα έντυπο καταγραφής των παρατηρήσεων.

Οι δέκτες αυτοί έχουν τη δυνατότητα μέτρησης στις συχνότητες L1 και L2, ενώ μπορούν να εντοπίζουν δορυφόρους τόσο του αμερικάνικου συστήματος GPS, όσο και του ρωσικού GLONASS. Στο έντυπο καταγράφονται στοιχεία όπως, το ύψος κεραίας, ο σειριακός αριθμός (serial number) του δέκτη, ο χρόνος έναρξης και λήξης παραμονής στο σημείο, η ημερομηνία και ο κωδικός του σημείου

5.8 Δυσκολίες που εντοπίστηκαν κατά τις μετρήσεις

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω η περιοχή μελέτης θεωρείται εκτεταμένη, έτσι η μετακίνηση από την μία κορυφή στην άλλη ήταν αδύνατη χωρίς τη χρήση κάποιου μεταφορικού μέσου. Ακόμη υπήρχαν σημεία δύσβατα, δύσκολα στην προσέγγιση, όπως το τριγωνομετρικό της ΓΥΣ Αλυκή. Επίσης η προσπέλαση στο τριγωνομετρικό της ΓΥΣ Δειμέζη ήταν δύσκολη, λόγω τω αναγλύφου της περιοχής και της αναγκαιότητας λήψης ειδικής άδειας από το δήμο, αφού το τριγωνομετρικό βρίσκεται εντός φυλασσόμενου αρχαιολογικού χώρου. Επιπρόσθετα το πιο δύσκολο μέρος ήταν ο τελικός σχεδιασμός – εύρεση των παλαιών – υπαρχόντων σημείων ελέγχου που θα περιλαμβάνονταν στο δίκτυο διότι κάποια από αυτά είχαν καταστραφεί. Τέλος, η φύση της εργασίας ειδικά όταν πρόκειται για μετρήσεις στατικού προσδιορισμού θέσης με εξάρτηση από κάποιο τριγωνομετρικό σημείο, ως γνωστόν, απαιτεί δυο δέκτες. Θα πρέπει λοιπόν ένα δεύτερο άτομο να βρίσκεται στον ένα, σταθερό, δέκτη (base) για αρκετές ώρες (στη συγκεκριμένη εργασία ο χρόνος παραμονής του base ήταν περίπου 2-4 ώρες / ημέρα), έως ότου ο άλλος δέκτης (rover) καταγράψει παρατηρήσεις στις υπόλοιπες κορυφές του δικτύου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ – ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΩΝ

6.1 Γενικά















Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται η εκ των υστέρων επεξεργασία (post-processing) των πρωτογενών δεδομένων GPS, που μετρήθηκαν στην ύπαιθρο, δηλαδή το σύνολο των ενεργειών που πραγματοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των τελικών συντεταγμένων κάθε κορυφής του δικτύου. Συγκεκριμένα, περιγράφονται η επεξεργασία των βάσεων, ο έλεγχος κλεισίματος των τριγώνων, η επίλυση του δικτύου με το πρόγραμμα Topcon tools καθώς και η διαδικασία των 1Δ, 2Δ και 3Δ μετασχηματισμών για την εξάρτηση στο ΕΓΣΑ87 με κώδικα στο περιβάλλον Excel και Matlab. Το τελικό προϊόν της παρούσας εργασίας είναι οι τελικές συντεταγμένες κάθε κορυφής του δικτύου στην προβολή του συστήματος ΕΓΣΑ87 (E, N, H), δηλαδή οι συντεταγμένες που προκύπτουν μετά το μετασχηματισμό από το σύστημα αναφοράς WGS84 (ITRF) στο ελληνικό ΕΓΣΑ 87, συνοδευόμενες από τις τελικές ακρίβειες που προέκυψαν για κάθε κορυφή καθώς και κάποια στατιστικά τεστ, για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

6.2 Αποθήκευση και εισαγωγή δεδομένων στο Topcon Tools

Οι μετρήσεις GPS πραγματοποιήθηκαν σε διάστημα πέντε ημερών. Στις 18 Φεβρουαρίου πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις, με χρήση δύο δεκτών (Post Processing), μεταξύ των τριγωνομετρικών της ΓΥΣ, ενώ από το διάστημα 10, 12, 13 έως 14 Μαρτίου πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις μεταξύ των σημείων εντός του οικισμού αλλά και μετρήσεις αυτών με τα τριγωνομετρικά της ΓΥΣ. Έτσι μετά την ολοκλήρωση των παραπάνω εργασιών πεδίου, ακολουθεί η συλλογή των δεδομένων που μετρήθηκαν και η επεξεργασία τους. Μέσω της ενσωματωμένης μνήμης, που διαθέτουν οι δέκτες HiPer pro της Topcon που χρησιμοποιήθηκαν, αποθηκεύονται τα αποτελέσματα των μετρήσεων χρονολογικά. Έπειτα, αυτά τα μετρηθέντα στοιχεία, των δύο δεκτών, μεταφέρονται στον υπολογιστή, μέσω ειδικού καλωδίου που διαθέτει η εταιρεία για τους εν λόγω δέκτες. Επιπλέον, χρησιμοποιείται σταθμός αναφοράς GNSS κάποιου άλλου δικτύου, ως σταθερό σημείο, όποτε θα χρειαστεί και

το αρχείο του σταθμού μαζί με τις μετρήσεις των δεκτών. Πιο συγκεκριμένα ο μόνιμος σταθμός (TEIATH) βρίσκεται στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής και τα αρχεία των μετρήσεων, τις ίδιες μέρες που πραγματοποιήθηκαν οι παραπάνω μετρήσεις, μπορούμε να ανακτηθούν από την ιστοσελίδα <http://gpsstation.labgeo.uniwa.gr/>. Τα πρωτογενή δεδομένα (βλ. Εικόνα 6.1) που λαμβάνονται από τους δέκτες περιλαμβάνουν ένα αρχείο της μορφής .tps (δεν χρειάστηκε να μετατραπούν σε RINEX αφού θα εργαστούμε σε πρόγραμμα της ίδιας εταιρίας), ενώ του μόνιμου σταθμού είναι RINEX αρχεία (τα οποία περιλαμβάνουν δύο αρχεία με κατάληξη .O, το αρχείο παρατηρήσεων και .N, το αρχείο πλοήγησης. Τέλος αφού μεταφερθούν όλα τα δεδομένα από τους δέκτες και το μόνιμο σταθμό στον υπολογιστή είναι δυνατή η επεξεργασία των μετρήσεων στο λογισμικό Topcontools.

Index of /gps_station

Name	Last modified	Size	Description
 Parent Directory			-
 2010/	2017-03-23 13:38		-
 2011/	2017-03-23 13:39		-
 2012/	2017-03-23 13:41		-
 2013/	2017-03-23 13:43		-
 2014/	2017-03-23 13:45		-
 2015/	2017-03-23 13:48		-
 2016/	2017-03-23 13:49		-
 2017/	2017-11-28 10:50		-
 2018/	2018-11-29 18:37		-
 2019/	2019-10-01 11:54		-
 2020/	2020-11-23 11:56		-
 2021/	2021-11-30 12:47		-
 2022/	2022-04-05 12:16		-

Εικόνα 6.1 Αρχεία Μόνιμου σταθμού (Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής)

[Πηγή: <http://gpsstation.labgeo.uniwa.gr/>]

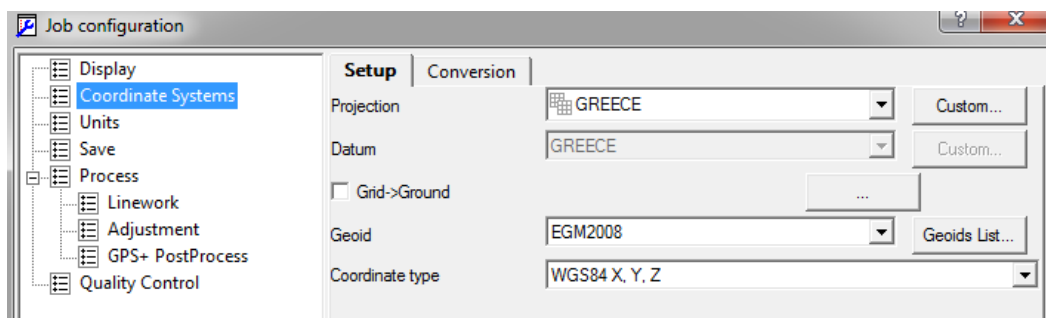
6.3 Επεξεργασία και επίλυση βάσεων κατά το Σχετικό Στατικό Εντοπισμό Θέσης (Static) στο Topcontools

Αρχικά, μετά τη μεταφορά των δεδομένων από τους δέκτες GNSS στον υπολογιστή ακολούθησε η επεξεργασία τους με το λογισμικό Topcon tools με την εξής διαδικασία:

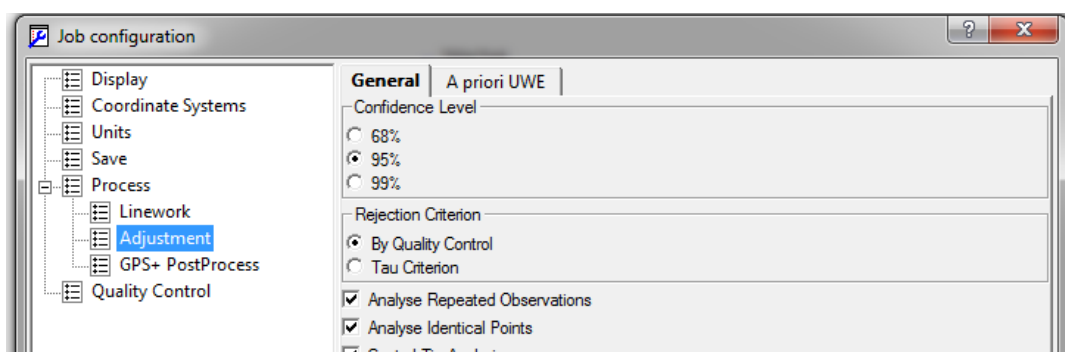
- Επίλυση βάσεων (Process Baseline)
- Έλεγχος κλεισίματος των τριγώνων (Loop Closure)

- Επίλυση του δικτύου και οι στατιστικοί έλεγχοι για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (Adjust Network)

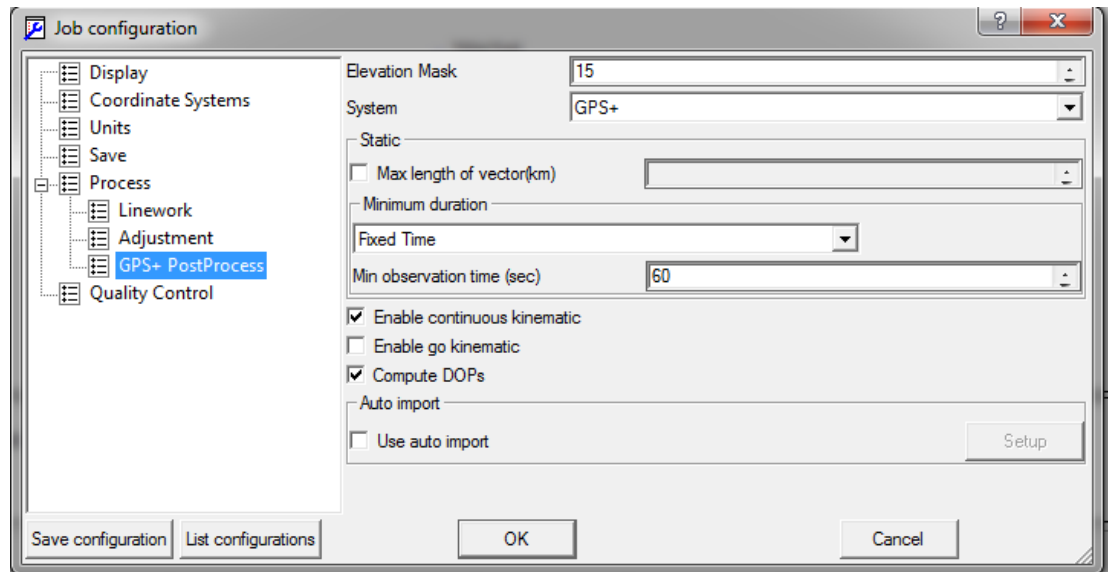
Επομένως, πριν εισαχθούν οι μετρήσεις στο πρόγραμμα Topcontools, δημιουργείται και αποθηκεύεται μια εργασία (Job) με συγκεκριμένα χαρακτηριστικά (job configuration), όπως Project: Greece, Datum: Greece, Geoid: EGM2008, Coordinate type: WGS84 XYZ, elevationmask: 15° κ.α.. Έτσι μετά από τις παραπάνω ενέργειες γίνεται σταδιακή εισαγωγή των πρώτων μετρήσεων, μεταξύ των τριγωνομετρικών της ΓΥΣ και του μόνιμου σταθμού (βλ. Εικ. 6.2-6.4). Εν συνεχεία, δίνεται η δυνατότητα αλλαγής των ονομάτων των σημείων αλλά και άλλων χαρακτηριστικών αυτών, όπως: Ύψος οργάνου, Serial Number, Τύπος κεραίας, κατακόρυφο ή κεκλιμένο ύψος (βλ. Εικ. 6.5-6.7). Παρακάτω βλέπουμε όλες τις προαναφερθείσες ρυθμίσεις που χρειάστηκαν να πραγματοποιηθούν.



Εικόνα 6.2 Ρυθμίσεις δημιουργίας εργασίας στο περιβάλλον το Topcontools



Εικόνα 6.3 Ορισμός διαστήματος εμπιστοσύνης



Εικόνα 6.4 Ορισμός γωνίας αποκοπής

Icon	Point Name	Original Name	Antenna Type	Antenna Heig...	Ant Height Me...	Start Time	Stop Time	Duration	Method
	ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	log0218m_FEV4	HiPer Pro	1,230	Vertical	18/2/2018 12:11:30 ...	18/2/2018 1:12:05 μμ	01:00:35	Static
	ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	log0218n_FEV4	HiPer Pro	1,200	Vertical	18/2/2018 1:41:00 μμ	18/2/2018 2:40:55 μμ	00:59:55	Static
	ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	log0218a_XIPS	HiPer Pro	1,225	Vertical	18/2/2018 10:53:30 ...	18/2/2018 2:57:40 μμ	04:04:10	Static
	ΤΕΙΑΘΗ1	ΤΕΙΑΘΗ1	LEIAX1202GG ...	0,549	Vertical	18/2/2018 12:00:00 ...	19/2/2018 12:00:00 πμ	24:00:00	Static
	T4	log0310m_KLJ4	HiPer Pro	1,613	Slant	10/3/2018 12:12:45 ...	10/3/2018 12:43:00 μμ	00:30:15	Static
	T16	log0310b_KLJ4	HiPer Pro	1,601	Slant	10/3/2018 10:36:15 ...	10/3/2018 11:05:45 πμ	00:29:30	Static
	T1	log0310c_KLJ4	HiPer Pro	1,604	Slant	10/3/2018 11:29:00 ...	10/3/2018 12:00:30 μμ	00:31:30	Static
	T17	log0310ja_KLJ4	HiPer Pro	1,542	Slant	10/3/2018 9:36:00 πμ	10/3/2018 10:20:30 πμ	00:44:30	Static

Εικόνα 6.5

Icon	Point Name	Original Name	Antenna Type	Antenna Heig...	Ant Height Me...	Start Time	Stop Time	Duration	Method
	ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	log0218m_FEV4	HiPer Pro	1,230	Vertical	18/2/2018 12:11:30 ...	18/2/2018 1:12:05 μμ	01:00:35	Static
	ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	log0218n_FEV4	HiPer Pro	1,200	Vertical	18/2/2018 1:41:00 μμ	18/2/2018 2:40:55 μμ	00:59:55	Static
	ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	log0218a_XIPS	HiPer Pro	1,225	Vertical	18/2/2018 10:53:30 ...	18/2/2018 2:57:40 μμ	04:04:10	Static
	ΤΕΙΑΘΗ1	ΤΕΙΑΘΗ1	LEIAX1202GG ...	0,549	Vertical	18/2/2018 12:00:00 ...	19/2/2018 12:00:00 πμ	24:00:00	Static
	T4	log0310m_KLJ4	HiPer Pro	1,613	Slant	10/3/2018 12:12:45 ...	10/3/2018 12:43:00 μμ	00:30:15	Static
	T16	log0310b_KLJ4	HiPer Pro	1,601	Slant	10/3/2018 10:36:15 ...	10/3/2018 11:05:45 πμ	00:29:30	Static
	T1	log0310c_KLJ4	HiPer Pro	1,604	Slant	10/3/2018 11:29:00 ...	10/3/2018 12:00:30 μμ	00:31:30	Static
	T17	log0310ja_KLJ4	HiPer Pro	1,542	Slant	10/3/2018 9:36:00 πμ	10/3/2018 10:20:30 πμ	00:44:30	Static

Εικόνα 6.6

AutoReject	Adjustment St...	Stop Time	GPS week,day	Res n (m)	Res e (m)	Res u (m)
Allowed	Adjusted	18/2/2018 1:12:05 ...	1989,049	0,000	0,000	0,000
Allowed	Adjusted	18/2/2018 2:40:55 ...	1989,049	0,000	0,000	0,000
Allowed	Not Adjusted	18/2/2018 1:12:05 ...	1989,049			
Allowed	Not Adjusted	18/2/2018 2:40:55 ...	1989,049			
Allowed	Adjusted	18/2/2018 2:57:40 ...	1989,049	-0,004	-0,001	0,036
Allowed	Adjusted	10/3/2018 12:43:00...	1991,069	0,002	-0,004	-0,005
Allowed	Adjusted	10/3/2018 11:05:45...	1991,069	-0,006	-0,005	-0,002
Allowed	Adjusted	10/3/2018 12:00:30...	1991,069	0,001	-0,001	0,000
Allowed	Adjusted	10/3/2018 10:20:30...	1991,069	0,002	-0,002	-0,001
Allowed	Adjusted	13/3/2018 10:30:30...	1992,072	-0,002	0,013	-0,037

Εικόνα 6.7

Έτσι αφού πραγματοποιήθηκαν οι παραπάνω αλλαγές, επιλέχθηκε αρχικά, στην παρούσα εργασία, στο πρόγραμμα Topcon tools, το δίκτυο να σταθεροποιηθεί από το σημείο TEIATH1 (μόνιμος σταθμός) και ακολούθως από το τριγωνομετρικό της ΓΥΣ Αλώνια (σημείο με τη μεγαλύτερη διάρκεια μέτρησης με το TEIATH1) γι' αυτό και εισάγονται οι συντεταγμένες (είναι γνωστές οι τρισδιάστατες καρτεσιανές συντεταγμένες στο WGS84 από άλλο δίκτυο) του TEIATH1 και ταυτόχρονα ορίζεται ως σταθερό σημείο (Both). Στη συνέχεια, επιλύεται κάθε βάση ξεχωριστά. Παρατηρώντας τα υπολειπόμενα σφάλματα (residuals) των δορυφόρων από την αναφορά της επεξεργασίας της βάσης (Baseline Processing Report) και των διακυμάνσεων που έχουν εκτιμάται η ακρίβεια της λύσης και η ποιότητα των μετρήσεων του κάθε δορυφόρου.

Η επίλυση βάσης πραγματοποιήθηκε πρώτα μεταξύ των σημείων TEIATH – ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ όπου χρησιμοποιήθηκαν μετρήσεις διάρκειας μεγαλύτερης των δύο ωρών, αφού η απόσταση του σταθερού σημείου από τα σημεία της ΓΥΣ είναι πολύ μεγάλη (>20Km). Τα αποτελέσματα των βάσεων γίνονται δεκτά εφόσον όλα είναι fixed και Fixed Widelane (αποτέλεσμα επίλυσης μεγάλου μήκους βάσης). Είναι σημαντικό να αναφερθεί πως στο στάδιο αυτής της επεξεργασίας, υπήρχε η περίπτωση οι βάσεις να μην είναι “fixed” οπότε, θα πρέπει να αφαιρεθούν διαστήματα παρατηρήσεων ή ακόμη και ολόκληροι δορυφόροι που μπορεί να επηρεάζουν αρνητικά την οριζοντιογραφική και υψομετρική ακρίβεια. Αυτά τα συγκεκριμένα διαστήματα εντοπίζονται κυρίως, από το διάγραμμα των υπολειπόμενων σφαλμάτων και επιτυγχάνεται η καλύτερη επίλυση με διαδοχικές, πολλαπλές δοκιμές. Εν συνεχεία, εκτελώντας τα παραπάνω βήματα και για τις υπόλοιπες κορυφές επιλύθηκαν οι βάσεις, με σταθερό (both), το ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ προς ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ και ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ. Εισάγουμε τις μετρήσεις, όπως προηγουμένως, από τα σημεία της ΓΥΣ προς τα σημεία εντός οικισμού (T1, T4, T16 και T17) και επιλύθηκαν οι βάσεις από τα σταθερά σημεία (both) προς εσωτερικά σημεία του δικτύου. Στο τέλος της αρχικής αυτής διαδικασίας το σύστημα αναφοράς των συντεταγμένων του μόνιμου σταθμού έχει μεταφερθεί σε όλες τις κορυφές του δικτύου. Οι βάσεις μεταξύ των σημείων, μόλις επιλυθούν, επισημαίνονται με πράσινο χρώμα, γεγονός που υποδηλώνει την επίλυση τους.

Μόλις ολοκληρωθεί η επίλυση των βάσεων μεταξύ όλων των σημείων, θα ακολουθήσει πρώτα ο έλεγχος κλεισίματος (Loop closure) των τριγώνων που σχηματίζονται μεταξύ των τριγωνομετρικών και του σταθμού αναφοράς με επίπεδο

εμπιστοσύνης 95% (Εικόνα 6.9) και έπειτα μεταξύ των τριγωνομετρικών και των σημείων στο εσωτερικό του δικτύου. Έτσι λοιπόν, εφόσον, ο έλεγχος κλεισίματος των τριγώνων είναι εντός των ορίων, πραγματοποιείται επίλυση του δικτύου (Adjustment) και στατιστικοί έλεγχοι για επίπεδο εμπιστοσύνης των τριγώνων 95%, (όπου τα αποτελέσματα που παίρνουμε είναι οι τελικές συντεταγμένες των σημείων καθώς και τα σφάλματα $dN, dE, dH, HorzRMS, VertRMS$ και το *a-posteriori* σφάλμα κλεισίματος (βλ. Εικόνα 6.9 και 6.10).

6.4 Έλεγχος κλεισίματος τριγώνων

Επόμενο στάδιο στην επεξεργασία των μετρήσεων με το πρόγραμμα Topcon, είναι ο έλεγχος του κλεισίματος των τριγώνων του δικτύου (Loop Closure). Με τον έλεγχο αυτό ελέγχεται η εσωτερική ακρίβεια του δικτύου και γίνεται η τελική επιλογή των βάσεων που θα συμμετέχουν στη συνόρθωση. Το λογισμικό παρέχει την δυνατότητα να γίνεται ο έλεγχος είτε ξεχωριστά σε οριζόντιο και κατακόρυφο επίπεδο, με το όριο να τίθεται σε mm, είτε για το ανάπτυγμα κάθε τριγώνου, με το όριο να δίνεται σε ppm.

Από την διαδικασία ελέγχου του κλεισίματος των τριγώνων, απορρίπτονται οι βάσεις που ξεπερνούν το καθορισμένο όριο. Έτσι, στον Πίνακα 5.4.1 παρουσιάζονται οι 13 βάσεις που χρησιμοποιήθηκαν και μετρήθηκαν με χρήση των 2 δεκτών, με τα μήκη, με τους χρόνους μέτρησης τους, με μέτρηση από τουλάχιστον ένα μόνιμο σταθμό αναφοράς.

Ακολούθως ο έλεγχος κλεισίματος των τριγώνων (Loop Closure) και οι στατιστικοί έλεγχοι καθώς και η συνόρθωση (Adjust) επιλύονται για επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Όλες οι βάσεις που μετρήθηκαν και επιλύθηκαν είναι ανεξάρτητες και ασυσχέτιστες μεταξύ τους. Η συνόρθωση (Adjust Network) γίνεται με παρατηρήσεις, τις συνιστώσες των ανεξάρτητων βάσεων και με πίνακα μεταβλητότητας - συμμεταβλητότητας για κάθε διάνυμα βάσης, τον πίνακα 3x3, που προέκυψε από την επίλυση της κάθε βάσης χωριστά. Η πλεονάζουσα πληροφορία, για περισσότερες παρατηρήσεις από τις ελάχιστες, με σκοπό τη συνόρθωση των παρατηρήσεων και την επίλυση του δικτύου, προέρχεται από το γεγονός, ότι από κάθε κορυφή του δικτύου έχουν μετρηθεί τουλάχιστον 2 βάσεις. Σύμφωνα με τα παραπάνω προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα ελέγχου κλεισίματος τριγώνων για όλα τα σημεία της ΓΥΣ καθώς και όλων των σημείων, όπου ιδρύθηκαν, εντός της περιοχής του Πόρου.

Loop	Loop Closures						
	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(18/2/2018 12:11:30 μμ)							
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ(12/3/2018 7:45:15 πμ)	0,0035	0,0219	0,6454	0,6754	0,03	0,18	123070,9042
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(18/2/2018 10:53:30 πμ)							
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(18/2/2018 12:11:30 μμ)							
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ(12/3/2018 7:45:15 πμ)	0,0128	0,0102	0,6454	0,6754	0,1	0,08	123070,8937
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(10/3/2018 8:05:00 πμ)							

Loop	Loop Closures						
	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ(18/2/2018 1:41:00 μμ)							
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(18/2/2018 10:53:30 πμ)	0,0185	0,0852	0,6377	0,6677	0,15	0,7	121542,9975
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ(13/3/2018 7:53:30 πμ)							
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ(18/2/2018 1:41:00 μμ)							
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(10/3/2018 8:05:00 πμ)	0,0241	0,0531	0,6377	0,6677	0,2	0,44	121542,987
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ(13/3/2018 7:53:30 πμ)							

Εικόνα 6.8 Αποτελέσματα ελέγχου κλεισίματος τριγώνων μεταξύ όλων των σημείων ΓΥΣ και του ΤΕΙΑΤΗ

Adjustment type: Plane + Height, Minimal constraint
Confidence level: 95 %
Number of adjusted points: 4
Number of plane control points: 1
Number of used GPS vectors: 6
A posteriori UWE: 0,9058722 , Bounds: (0,5477226 , 1,453731)
Number of height control points: 1

Name	Used GPS Observations					
	dN (m)	dE (m)	dHt (m)	Horz RMS (m)	Vert RMS (m)	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	-57434,415	-17774,529	-46,589	0,020	0,031	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-56074,513	-20621,560	-25,814	0,018	0,032	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-56074,507	-20621,547	-25,846	0,019	0,032	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-55579,619	-22385,118	-22,009	0,020	0,033	
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	1359,901	-2847,028	20,753	0,001	0,002	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	494,878	-1763,550	3,890	0,001	0,002	

Name	GPS Observation Residuals					
	dN (m)	dE (m)	dHt (m)	Horz RMS (m)	Vert RMS (m)	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	-57434,415	-17774,529	-46,589	0,020	0,031	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-56074,513	-20621,560	-25,814	0,018	0,032	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-56074,507	-20621,547	-25,846	0,019	0,032	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-55579,619	-22385,118	-22,009	0,020	0,033	
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	1359,901	-2847,028	20,753	0,001	0,002	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	494,878	-1763,550	3,890	0,001	0,002	

Control Points				
Name	X (m)	Y (m)	Z (m)	Code
ΤΕΙΑΤΗ1	4608775,479	2020762,075	3905753,085	

Adjusted Points				
Name	X (m)	Y (m)	Z (m)	Code
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	4648027,325	2018774,513	3860225,186	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	4648428,976	2015835,617	3861304,276	
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	4648864,008	2014098,158	3861690,983	

Εικόνα 6.9 Σφάλμα κλεισίματος και τελικές συντεταγμένες των τριγωνομετρικών στο WGS84 (ITRF)
Επαναλαμβάνεται η παραπάνω διαδικασία, όπου πραγματοποιείται έλεγχος κλεισίματος και προσαρμογή των τριγώνων μεταξύ των τριγωνομετρικών (ορίζοντας τα σημεία της ΓΥΣ ως σταθερά) και των σημείων εντός οικισμού. Συγκεκριμένα,

πραγματοποιήθηκε έλεγχος κλεισίματος (Εικόνα 6.8) καθώς και στατιστικός έλεγχος με επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, (Εικ. 6.9) στα παρακάτω τρίγωνα:

- 1) ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-T17-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ
- 2) ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-T16-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ
- 3) ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T16-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ
- 4) ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T1-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ
- 5) ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T4-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ
- 6) ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-T17-T16
- 7) ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T17-T16
- 8) ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-T1-T16
- 9) ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T16-T1

Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-T16(12/3/2018 8:32:45 πμ)							
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-T1(12/3/2018 9:30:30 πμ)	0,008	0,0237	0,0622	0,0922	1,25	3,68	6439,6553
T1-T16(14/3/2018 9:11:45 πμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T16(10/3/2018 10:36:15 πμ)							
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T17(10/3/2018 9:36:00 πμ)	0,0128	0,0253	0,0482	0,0782	3,53	6,97	3633,2184
T16-T17(14/3/2018 8:12:45 πμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-T16(13/3/2018 9:57:15 πμ)							
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-T17(13/3/2018 9:04:30 πμ)	0,0253	0,0702	0,0609	0,0909	4,09	11,35	6185,718
T16-T17(14/3/2018 8:12:45 πμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ(18/2/2018 1:41:00 μμ)							
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T16(10/3/2018 10:36:15 πμ)	0,0183	0,0342	0,0626	0,0926	2,81	5,25	6510,3507
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-T16(13/3/2018 9:57:15 πμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(18/2/2018 12:11:30 μμ)							
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-T4(12/3/2018 10:09:15 πμ)	0,0091	0,0111	0,0629	0,0929	1,39	1,69	6580,7716
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T4(10/3/2018 12:12:45 μμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ(18/2/2018 1:41:00 μμ)							
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T17(10/3/2018 9:36:00 πμ)	0,0074	0,0107	0,059	0,089	1,27	1,84	5798,5327
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-T17(13/3/2018 9:04:30 πμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(18/2/2018 12:11:30 μμ)							
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-T16(12/3/2018 8:32:45 πμ)	0,0116	0,0061	0,0685	0,0985	1,5	0,8	7702,4411
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T16(10/3/2018 10:36:15 πμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T16(10/3/2018 10:36:15 πμ)							
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T1(10/3/2018 11:29:00 πμ)	0,0066	0,012	0,0473	0,0773	1,91	3,48	3452,1924
T1-T16(14/3/2018 9:11:45 πμ)							
Loop	dHz (m)	dU (m)	Horz Tolerance (m)	Vert Tolerance (m)	dHz (ppm)	dU (ppm)	Length (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ(18/2/2018 12:11:30 μμ)							
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-T1(12/3/2018 9:30:30 πμ)	0,0056	0,0055	0,0627	0,0927	0,86	0,84	6539,707
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-T1(10/3/2018 11:29:00 πμ)							

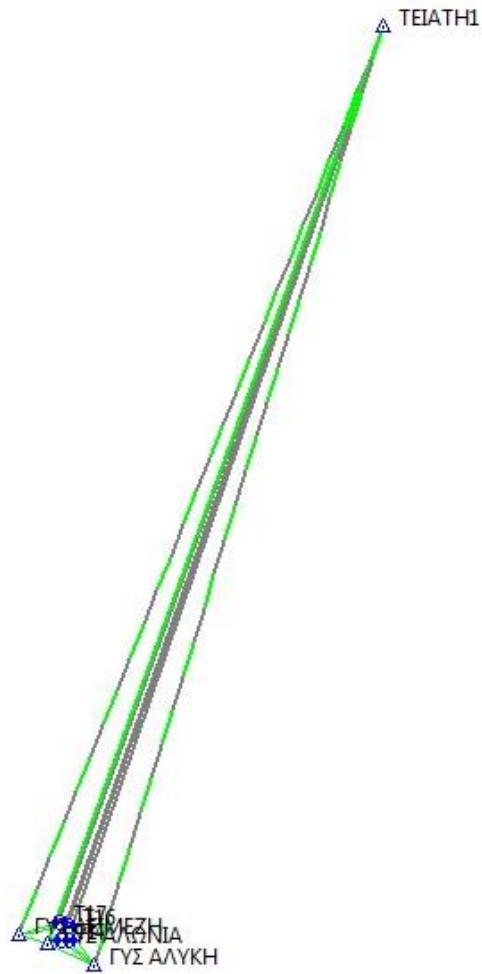
Εικόνα 6.10 Αποτελέσματα ελέγχου κλεισίματος τριγώνων

Confidence level: 95 %
 Number of adjusted points: 8
 Number of plane control points: 4
 Number of used GPS vectors: 17
 A posteriori UWE: 1,472174 , Bounds: (0,7786205 , 1,220797)
 Number of height control points: 4

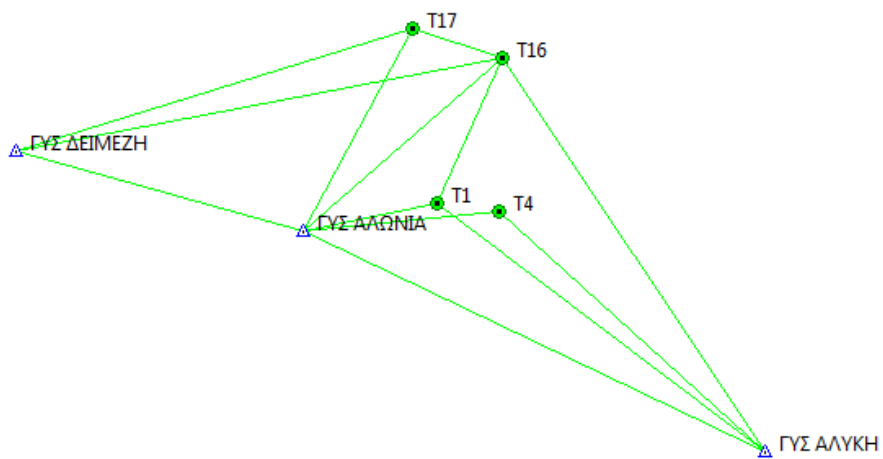
Name	Used GPS Observations					
	dN (m)	dE (m)	dHt (m)	Horz RMS (m)	Vert RMS (m)	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	-57434,415	-17774,529	-46,589	0,020	0,031	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-56074,513	-20621,560	-25,814	0,018	0,032	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-56074,507	-20621,547	-25,846	0,019	0,032	
ΤΕΙΑΤΗ1-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-55579,619	-22385,118	-22,009	0,020	0,033	
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	1359,901	-2847,028	20,753	0,001	0,002	
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-Τ1	1534,167	-2024,716	-21,648	0,002	0,004	
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-Τ4	1481,139	-1642,740	-21,633	0,002	0,003	
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ-Τ16	2426,371	-1617,140	-19,965	0,003	0,005	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	494,878	-1763,550	3,890	0,001	0,002	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-Τ1	174,271	822,308	-42,407	0,002	0,003	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-Τ4	121,242	1204,280	-42,397	0,002	0,003	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-Τ16	1066,462	1229,880	-40,712	0,008	0,014	
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ-Τ17	1246,548	670,995	-42,630	0,001	0,002	
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-Τ16	571,588	2993,448	-44,636	0,013	0,022	
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ-Τ17	751,666	2434,551	-46,510	0,003	0,005	
Τ1-Τ16	892,195	407,577	1,707	0,004	0,006	

Εικόνα 6.11 Συνολικό σφάλμα συνόρθωσης βάσεων

Επομένως σύμφωνα με τα παραπάνω αποτελέσματα οι βάσεις αλλά και τα σφάλματα κλεισίματος που προέκυψαν είναι αποδεκτά οπότε καταλήγουμε στο τελικό σχήμα του δικτύου όπου απεικονίζεται στην παρακάτω Εικόνα 6.13.



Εικόνα 6.12 Απεικόνιση του δικτύου με το μόνιμο σταθμό (ΤΕΙΑΤΗ)



Εικόνα 6.13 Τελική μορφή δικτύου μετά την επίλυση βάσεων και έλεγχο κλεισίματος

Σε αυτό το σημείο να σημειωθεί ότι, στο πρόγραμμα υπάρχουν εγκατεστημένοι οι γενικές παράμετροι του μετασχηματισμού που ισχύουν για όλη την Ελλάδα (προσεγγιστικές παράμετροι μετάθεσης) από το σύστημα των μετρήσεων WGS84 (ITRF) στο επιθυμητό ΕΓΣΑ87.

Έτσι λοιπόν, μετά από τις παραπάνω ενέργειες προκύπτουν οι καρτεσιανές συντεταγμένες όλων των κορυφών του δικτύου στο WGS84 (ITRF) (X,Y,Z). Ειδικότερα, οι παρακάτω συντεταγμένες αναφέρονται στο πλαίσιο ITRF2008 (εποχή 2011.0), στο πλαίσιο που αναφέρονται και οι συντεταγμένες του σημείου αναφοράς ΤΕΙΑΤΗ1.

ΟΝΟΜΑ	X (m)	Y (m)	Z (m)
ΤΕΙΑΤΗ1	4608775,479	2020762,075	3905753,085
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	4648027,325	2018774,513	3860225,186
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	4648864,008	2014098,158	3861690,983
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	4648428,976	2015835,617	3861304,276
T1	4647971,147	2016532,575	3861420,612
T4	4647847,334	2016895,717	3861380,290
T16	4647312,408	2016685,572	3862131,605
T17	4647435,146	2016128,246	3862270,768

Πίνακας 6.1 Συντεταγμένες (καρτεσιανές) των σημείων του δικτύου στο ITRF2008 (εποχή 2011.0)

6.5 Μετασχηματισμός Δικτύου σε 1-D, 2-D και 3-D

Η επιλογή του κατάλληλου μαθηματικού μοντέλου για την εφαρμογή του μετασχηματισμού, από ένα σύστημα σε ένα άλλο, δεν είναι προφανής και πάντα κάθε επιλογή πρέπει να ελέγχεται εκ των υστέρων προς την καταλληλότητα της. Για το μετασχηματισμό 3-D συντεταγμένων (X, Y, Z) μεταξύ δύο γεωδαιτικών datum, επιλέγεται συνήθως το μοντέλο του μετασχηματισμού ομοιότητας με επτά παραμέτρους, δηλαδή τρεις μεταθέσεις, τρεις γωνίες στροφής και μία κλίμακα (γνωστός και ως μετασχηματισμός Helmert). Η περίπτωση αυτή αφορά στην εκτίμηση παραμέτρων μετασχηματισμού για μεγάλες εκτάσεις, όπως για μια χώρα ή όλη τη γη.

Στις συνήθεις πρακτικές εφαρμογές η ασφαλέστερη μέθοδος μετασχηματισμού είναι εκείνη που βασίζεται στον προσδιορισμό **τοπικών παραμέτρων** μετασχηματισμού με τη βοήθεια κοινών σημείων που περικλείουν την περιοχή και κατανέμονται ομοιόμορφα (ιδανική περίπτωση), επειδή σε μεγαλύτερες εκτάσεις τα σφάλματα δεν συμπεριφέρονται παρόμοια και οι παράμετροι μετασχηματισμού δεν οδηγούν σε

επιδιωκόμενη ακρίβεια. Τα σημεία είναι συνήθως γνωστά με τις προβολικές τους συντεταγμένες ενώ τα υψόμετρα τους, εάν είναι γνωστά, χαρακτηρίζονται από σημαντικά μικρότερη ακρίβεια σε σχέση με την ακρίβεια της οριζόντιας θέσης. Όταν η έμφαση δίνεται στην οριζόντια θέση, ο μετασχηματισμός, συνήθως ομοιότητας ή και αφινικός εφαρμόζεται στις δύο διαστάσεις στο προβολικό επίπεδο. Για τον μετασχηματισμό υψομέτρων ακολουθείται ξεχωριστή διαδικασία με τη βοήθεια κατάλληλων μοντέλων παρεμβολής, π.χ., βέλτιστη προσαρμογή επιπέδου ή σφαιρικής επιφάνειας στα κοινά σημεία και χρήση της μεθόδου της σημειακής προσαρμογής.

Παρακάτω, αναλύεται η επίλυση του δικτύου χρησιμοποιώντας το περιβάλλον του Excel και του matlab. Συγκεκριμένα, αναλύεται, ο μετασχηματισμός ομοιότητας σε 2-D (χρησιμοποιώντας πρωτογενές μοντέλο συνόρθωσης, καθώς και απλοποιημένη αλγοριθμική αναλυτική διαδικασία) κατόπιν ο υπολογισμός παραμέτρων σε μια διάσταση (του υψομέτρου) και τέλος ο μετασχηματισμός ομοιότητας σε 3-D διαστάσεις του γεωδαιτικού δικτύου με τις αντίστοιχες ακρίβειες αυτών.

6.5.1 Μετασχηματισμός 1-D και 2-D ομοιότητας

Στο μετασχηματισμό αυτό θα προσδιορισθούν ξεχωριστά η οριζόντια θέση, ενώ το υψόμετρο θα προσδιοριστεί με ξεχωριστό μοντέλο μονοδιάστατου μετασχηματισμού, λόγω της χαμηλότερης ακρίβειάς του.

Με αναφορά, λοιπόν, στις 2-D, επιλέγεται το μοντέλο μετασχηματισμού ομοιότητας, όπου οι παράμετροι μετασχηματισμού μεταξύ δύο γεωδαιτικών datum υπολογίζονται και παρέχονται από κάποιον επίσημο φορέα Πολιτείας (όπως Πανεπιστήμια, Οργανισμοί, Υπηρεσίες). Έτσι λοιπόν, χρησιμοποιούμε τις παραμέτρους αυτές για έναν προσεγγιστικό μετασχηματισμό, αφού αυτές έχουν προσδιοριστεί από ένα σύνολο κοινών σημείων για όλη την Ελλάδα και δεν δίνουν κατά κανόνα την απαιτούμενη ακρίβεια σε τοπική κλίμακα. Έτσι, μια καλή προσαρμογή ενός συστήματος σε κάποιο άλλο, επιτυγχάνεται σε τοπική κλίμακα με τον υπολογισμό τοπικών παραμέτρων μετασχηματισμού. Η βέλτιστη, κατά κανόνα, μέθοδος επίλυσης αποτελείται από δύο βήματα: Το πρώτο βήμα αφορά σε έναν προσεγγιστικό μετασχηματισμό (υπολογίσαμε από Topcon tools) με βάση την όποια διαθέσιμη πληροφορία (βλ. Πίνακα 6.3), ώστε τα δύο συστήματα να διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Στο δεύτερο βήμα εφαρμόζεται ο μετασχηματισμός ομοιότητας μεταξύ των προσεγγιστικά μετασχηματισθέντων προβολικών συντεταγμένων και των

αντίστοιχων προβολικών συντεταγμένων (από ΓΥΣ) που δίνονται απευθείας στο σύστημα που μας ενδιαφέρει.

A. Εύρεση παραμέτρων με τη χρήση αλγοριθμικής επεξεργασίας

Σύμφωνα με τα παραπάνω έχουμε 7 σημεία εκ των οποίων τα 3 (από ΓΥΣ) είναι κοινά σημεία (έχουμε χρήση περισσότερων από τα ελάχιστα κοινά σημεία) με αποτέλεσμα να μπορούν να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα του μετασχηματισμού (συνόρθωση, βέλτιστη προσαρμογή). Επίσης έχουμε τις προσεγγιστικές συντεταγμένες όλων των σημείων όπου υπολογίστηκαν με τη χρήση του προγράμματος από το Topcon tools. Παρακάτω αναλύονται τα βήματα που εφαρμόστηκαν για την εύρεση των τοπικών παραμέτρων καθώς και των τελικών συντεταγμένων.

Δηλαδή το σύστημα των (x,y) μετατίθεται παράλληλα με αρχή το κέντρο βάρους (\bar{x}, \bar{y}) και οι παράμετροι του μετασχηματισμού θα διαφέρουν τώρα ως προς τις συνιστώσες μετάθεσης.

Διαφορές ΕΓΣΑο-ΕΓΣΑ			
ΟΝΟΜΑ	E(m)	N (m)	H (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	0,698	-0,420	-0,497
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	0,679	-0,415	-0,484
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	0,706	-0,388	-0,524

Πίνακας 6.2 Διαφορές εύρεσης χονδροειδούς σφάλματος

ΕΓΣΑο (Σύστημα b)			
ΟΝΟΜΑ	E (m)	N (m)	H (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453588,363	4148450,674	21,763
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,785	4150305,452	46,496
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450741,335	4149810,575	42,576
	$\Sigma x^b = 1353307,483$	$\Sigma y^b = 12448566,701$	
	$\bar{x}_b = 451102,494$	$\bar{y}_b = 4149522,234$	

Πίνακας 6.3 Προσεγγιστικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcon tools) και Μ.Ο. αυτών στο

ΕΓΣΑΓΥΣ (Σύστημα a)			
ΟΝΟΜΑ	E (m)	N (m)	H (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453587,665	4148451,094	22,260
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,106	4150305,867	46,980
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450740,629	4149810,963	43,100
	$\Sigma x^a = 1353305,400$	$\Sigma y^a = 12448567,924$	
	$\bar{x}_a = 45110,800$	$\bar{y}_a = 4149522,641$	

Πίνακας 6.4 Συντεταγμένες κοινών σημείων από ΓΥΣ και ο Μ.Ο. αυτών

Αναγωγές (Σύστημα b)		
ΣΗΜΕΙΟ	$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x} \text{ (m)}$	$\tilde{y}_i = y_i - \bar{y} \text{ (m)}$
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	2485,869	-1071,560
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-2124,709	783,218
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-361,159	288,341

Πίνακας 6.5 Αναγωγή των τιμών ως προς το κέντρο βάρους (Μ.Ο)

Ακολουθώντας, εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο των εξισώσεων παρατηρήσεων και λαμβάνοντας υπόψη ότι $\sum \tilde{x}_i = 0, \sum \tilde{y}_i = 0$, προκύπτει ότι,

$$\hat{c} = \frac{(P_1+P_2)}{P}, \hat{d} = \frac{(P_3+P_4)}{P} \quad (6.1 \text{ και } 6.2)$$

$$\hat{s}_x = \frac{\sum x_i}{n}, \hat{s}_y = \frac{\sum \psi_i}{n} \quad (6.3 \text{ και } 6.4)$$

Όπου, σύμφωνα με τις εξισώσεις 6.4 και 6.5, καταλήγουμε στις αναλυτικές σχέσεις υπολογισμού των παραμέτρων (P_1, P_2, P_3, P_4) του μετασχηματισμού,

$$P_1 = \sum \tilde{x}_i \cdot x_i \quad (6.5), \quad P_2 = \sum \tilde{y}_i \cdot \psi_i \quad (6.7),$$

$$P_3 = \sum \tilde{y}_i \cdot x_i \quad (6.6), \quad P_4 = \sum \tilde{x}_i \cdot \psi_i \quad (6.8),$$

$$P = \sum(\tilde{x}_i^2 + \tilde{y}_i^2) \quad (6.9)$$

δηλαδή, με αλλαγή μόνο των μεταθέσεων.

P_1	P_2	P_3	P_4	P
10824331,360	1844798,653	-4431992,493	-4431982,886	12669180,645

Πίνακας 6.6 Υπολογισμός των P_1, P_2, P_3, P_4, P .

Άρα, σύμφωνα με τις παραπάνω σχέσεις οι παράμετροι του μετασχηματισμού είναι:

c	d	t_x	t_y
0,99999600377	-7,58286e-07	451101,800	4149522,641

Πίνακας 6.7 Παράμετροι Μετασχηματισμού Ομοιότητας.

Τέλος, τα μη κοινά σημεία του συστήματος (b) μετασχηματίζονται στο σύστημα (a) με βάση τη σχέση,

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{c} & \hat{d} \\ -\hat{d} & \hat{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{t}_x \\ \hat{t}_y \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

δηλαδή η αρχική μετάθεση θα δίνεται από τις σχέσεις,

$$\hat{t}_x = \hat{s}_x + \hat{c}\bar{x} + \hat{d}\bar{y}, \quad (6.11) \quad \hat{t}_y = \hat{s}_y - \hat{d}\bar{x} + \hat{c}\bar{y}, \quad (6.12),$$

όπου κάθε νέο σημείο υπολογίζεται από τους τύπους αυτούς με παραμέτρους (Πίνακας 6.6) που έχουν βρεθεί από τα κοινά σημεία.

Άρα, υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή, των μη κοινών σημείων καθώς και των τριγωνομετρικών σημείων θεωρώντας αυτά ως άγνωστα ώστε να εκτιμηθεί εσωτερική ακρίβεια του αλγόριθμου. Οι σχέσεις όπου χρησιμοποιούνται είναι οι : **6.11** και **6.12**, όπου δεν χρειάζεται να βρεθεί νέο Μ.Ο διότι τα \hat{c} και \hat{d} έχουν βρεθεί από τους προηγούμενους μέσους όρους. Οι τελικές συντεταγμένες στο σύστημα (α) δίνονται στον Πίνακα **6.9**

ΣΗΜΕΙΟ	$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}$ (m)	$\tilde{y}_i = y_i - \bar{y}$ (m)
T16	868,726	1354,809
T17	309,839	1534,887
T1	461,151	462,610
T4	843,125	409,581
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	2485,869	-1071,560
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-2124,709	783,218
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-361,159	288,341

Πίνακας 6.8 Αναγωγή μετρήσεων

ΣΗΜΕΙΟ	E (m)	N (m)
T16	451970,521	4150877,446
T17	451411,636	4151057,523
T1	451562,948	4149985,250
T4	451944,921	4149932,222
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,088
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,099	4150305,855
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450740,642	4149810,981

Πίνακας 6.9 Τελικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ 87

B. Εύρεση συντελεστών σύνδεσης από μια συνιστώσα (H)

Για τον μετασχηματισμό υψομέτρων ακολουθείται ξεχωριστή διαδικασία με τη βοήθεια του μαθηματικού μοντέλου των εξισώσεων παρατήρησης. Οι εξισώσεις παρατήρησης συνδέονται γραμμικά με τις άγνωστες καθοριστικές παραμέτρους. Επομένως στα γεωδαιτικά δίκτυα είναι συνήθως το κατάλληλο μαθηματικό μοντέλο αφού ο σχηματισμός των εξισώσεων είναι απλός αλλά και επειδή παρέχει άμεσα τους πίνακες συμμεταβλητοτήτων των εκτιμήσεων, με βάση τους οποίους εφαρμόζονται στατιστικοί έλεγχοι και προσδιορίζουν την ακρίβεια και αξιοπιστία των αποτελεσμάτων.

Έτσι λοιπόν, έχοντας τα προσεγγιστικά υψόμετρα από την επίλυση του προγράμματος Topcon tools, που προέκυψαν από τις μετρήσεις του GPS και τα αντίστοιχα γνωστά από την ΓΥΣ θα μπορούσαμε να εκτιμήσουμε τους συντελεστές σύνδεσης **a** και **b** των δύο υψομετρικών συστημάτων. Η παράμετρος **a** σχετίζεται με τη μετάθεση μεταξύ των δύο συστημάτων ενώ η **b** σχετίζεται με την κλίμακα. Να σημειωθεί ότι τα ορθομετρικά υψόμετρα των τριών σημείων αναφέρονται στη βάση των τριγωνομετρικών (όπου ανήκουν και οι συντεταγμένες που έχουμε από τη ΓΥΣ).

ΣΗΜΕΙΟ	H _{gps} (προσεγγιστικά) (m)	H _{ΓΥΣ} (m)
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	42,576	43,100
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	46,496	46,980
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	21,763	22,260

Πίνακας 6.10 Ορθομετρικά υψόμετρα των τριγωνομετρικών σημείων

Αρα το μοντέλο επίλυσης που χρησιμοποιείται για την τελική συνόρθωση και με τα επιμέρους βήματα παρουσιάζεται παρακάτω:

Λύση:

- i. Το μαθηματικό μοντέλο εκτίμησης υψομέτρων είναι :

$$H_{GPS} - H_{ΓΥΣ} = a + b \cdot H_{ΓΥΣ} + v \quad (6.13)$$

Θεωρούμε ότι οι διαφορές μπορούν να μοντελοποιηθούν με τη βοήθεια ενός επιπέδου με καταρχήν εξάρτηση από το ορθομετρικό υψόμετρο.

Όπου,

a= η παράμετρος μετάθεσης μεταξύ των δύο συστημάτων

b = η παράμετρος κλίμακας

H_{GPS}= Υψόμετρο από το GPS (προσεγγιστικό)

H_{ΓΥΣ}=Υψόμετρο από τη ΓΥΣ

v= Το διάνυσμα των υπολοίπων των παρατηρήσεων

Επίσης οι εξισώσεις παρατήρησης είναι τρεις (Αλώνια₍₁₎, Αλυκή₍₂₎ και Δειμέζη₍₃₎) και η τελική μορφή των εξισώσεων για κάθε σημείο είναι οι εξής:

$$H_{GPS1} - H_{ΓΥΣ1} = a + b \cdot H_{ΓΥΣ1} + v_1 \quad (6.14)$$

$$H_{GPS2} - H_{ΓΥΣ2} = a + b \cdot H_{ΓΥΣ2} + v_2 \quad (6.15)$$

$$H_{GPS3} - H_{ΓΥΣ3} = a + b \cdot H_{ΓΥΣ} + v_3 \quad (6.16)$$

Σύμφωνα με τις παραπάνω εξισώσεις θα πρέπει να καταλήξουμε σε μια μορφή:

$$\mathbf{b} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (6.17)$$

με,

\mathbf{b} = το διάνυσμα των εξισώσεων παρατήρησης

\mathbf{A} = ο πίνακας σχεδιασμού

\mathbf{x} = το διάνυσμα των αγνώστων στοιχείων (a,b)

\mathbf{v} = το διάνυσμα των υπολοίπων της παρατήρησης

Όπου οι πίνακες έχουν την εξής μορφή:

- **Πίνακας παρατηρήσεων**

Για απλοποίηση των υπολογισμών θεωρήσαμε τα $H_{\Gamma\Upsilon\sigma i}$ ως σταθερούς συντελεστές και τη διαφορά $H_{\text{gps}i} - H_{\Gamma\Upsilon\sigma i}$ ως παρατηρήσεις. Ο πίνακας \mathbf{b} (3x1) παρατηρήσεων σχηματίζεται από τη διαφορά μεταξύ των προσεγγιστικών και γνωστών παρατηρήσεων των ορθομετρικών υψομέτρων.

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} H_{\text{gps}1} - H_{\Gamma\Upsilon\sigma 1} \\ H_{\text{gps}2} - H_{\Gamma\Upsilon\sigma 2} \\ H_{\text{gps}3} - H_{\Gamma\Upsilon\sigma 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,524 \\ -0,484 \\ -0,497 \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

- **Πίνακας σχεδίασης**

Ενώ ο πίνακας σχεδίασης \mathbf{A} προκύπτει από τους συντελεστές των αγνώστων και έχει διαστάσεις (3x2) αφού 3 γνωστές παρατηρήσεις και 2 άγνωστες παραμέτρους.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 - H_{\Gamma\Upsilon\sigma 1} \\ 1 - H_{\Gamma\Upsilon\sigma 2} \\ 1 - H_{\Gamma\Upsilon\sigma 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 43,100 \\ 1 - 46,980 \\ 1 - 22,260 \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

- **Πίνακας αγνώστων**

Ο πίνακας των αγνώστων \mathbf{x} (2x1) περιλαμβάνει τις άγνωστες παραμέτρους.

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

- **Πίνακας σφαλμάτων**

Ο πίνακας των σφαλμάτων \mathbf{v} (3x1) περιλαμβάνει τα σφάλματα των μετρήσεων.

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Άρα οι άγνωστες παράμετροι υπολογίζονται από τον παρακάτω τύπο (χρήση κανονικών εξισώσεων), θεωρώντας τις παρατηρήσεις ίσης ακρίβειας, όπου $\mathbf{P}=\mathbf{I}$.

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{u} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{b} \quad (6.22)$$

Και σύμφωνα με τη σχέση 6.22 προκύπτει:

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -0,498625559391289 \\ -0,000081211695087 \end{bmatrix}$$

ii. Το στοχαστικό μοντέλο είναι:

Στο στοχαστικό μοντέλο υπολογίζουμε την ακρίβεια των παρατηρήσεων. Αρχικά πραγματοποιείται η εκτίμηση των σφαλμάτων των παρατηρήσεων όπου υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$v = b - Ax \quad (6.23)$$

Και σύμφωνα με τη σχέση 6.23, (με διαστάσεις 3x1), προκύπτει:

$$v = \begin{bmatrix} -0,021874216550441 \\ 0,018440884826505 \\ 0,003433331723937 \end{bmatrix}$$

Ενώ η εκ των υστέρων μεταβλητότητα (a-posteriori) της συνόρθωσης όπου $\mathbf{P}=\mathbf{I}$, $n=3$ παρατηρήσεις και $m=2$ άγνωστοι υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{v}^2 P \hat{v}}{n-m} = 0,00083033534961 \quad (6.24)$$

$$\hat{\sigma} = \pm 0,029m = \pm 2,9 \text{ cm}$$

Όπου :

\mathbf{N} = ο πίνακας των συντελεστών βάρους των αγνώστων

$\hat{\sigma}^2$ = a-posteriori τιμή της μονάδας βάρους σ^2

Στη συνέχεια υπολογίζεται ο πίνακας μεταβλητοτήτων – συμμεταβλητοτήτων (2x2) των συνορθωμένων συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου όπου υπολογίζεται με την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{C}_x = \hat{\sigma}^2 \mathbf{N}^{-1} \quad (6.25)$$

Και σύμφωνα με τη σχέση 6.25 προκύπτει:

$$\mathbf{C}_x = \begin{bmatrix} 0,003570718312369 & -0,000087963499978 \\ -0,000087963499978 & 0,000002349034181 \end{bmatrix}$$

Με τον C_x μπορεί να υπολογιστεί το διάστημα εμπιστοσύνης για τους αγνώστους. Άρα, το σφάλμα κάθε τιμής προέκυψε από τον πίνακα C_x , έναν τετραγωνικό πίνακα όπου η κύρια διαγώνιο του δίνει τη μεταβλητότητα του κάθε συνορθωμένου υψομέτρου. Επομένως η μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης παραμέτρου είναι:

$$a = -0,4986 \pm 0,05975 \text{ m}$$

$$b = -0,000081211695087 \pm 0,001532656$$

Τέλος υπολογίζεται πίνακας των εκτιμήσεων των σφαλμάτων, ο οποίος θα μας βοηθήσει να εκτιμήσουμε πιθανά χονδροειδή σφάλματα.

$$C_v = \hat{\sigma}^2 (P^{-1} A N^{-1} A^T) \quad (6.26)$$

Και σύμφωνα με τη σχέση 6.26, (με διαστάσεις 3x3), προκύπτει:

$$C_v = \begin{bmatrix} \mathbf{0,000478481349696} & \mathbf{0,000426955441530} & \mathbf{0,000755233907988} \\ \mathbf{0,000426955441530} & \mathbf{0,000340066233184} & \mathbf{0,000893649024499} \\ \mathbf{0,000755233907988} & \mathbf{0,000893649024499} & \mathbf{0,000011787766727} \end{bmatrix}$$

6.5.2 Μετασχηματισμός ομοιότητας 2-D με συνόρθωση παρατηρήσεων

Στην περίπτωση αυτή θα χρησιμοποιήσουμε την ίδια μαθηματική έκφραση του μετασχηματισμού ομοιότητας, προσδιορίζοντας τις τέσσερις παραμέτρους του μετασχηματισμού (1 κλίμακα, 1 στροφή, 2 μεταθέσεις).

Παρατηρούμε, ότι αν γνωρίζουμε τις συντεταγμένες δύο σημείων και στα δύο συστήματα (κοινά σημεία), θα είχαμε ένα σύστημα 4 εξισώσεων με 4 αγνώστους από τη λύση του οποίου προκύπτουν οι 4 παράμετροι του μετασχηματισμού, χωρίς να έχουμε περισσότερα από δύο κοινά σημεία και κατά συνέπεια έχουμε ένα πρόβλημα συνόρθωσης (βέλτιστη προσαρμογή συστημάτων). Επιπρόσθετα, θα πρέπει να σημειωθεί ότι, όσο πιο ομοιόμορφα κατανεμημένα είναι τα σημεία μας, τόσο πιο αξιόπιστα αποτελέσματα προκύπτουν. Μετά τον προσδιορισμό των παραμέτρων του μετασχηματισμού, μπορούμε να μετασχηματίσουμε και πλήθος μη κοινών σημείων του συστήματος (b) στο σύστημα (a).

Παρακάτω θα επιλυθεί ο μετασχηματισμός ομοιότητας σε 2 διαστάσεις με τη διαδικασία συνόρθωσης των παρατηρήσεων όπου την πρώτη φορά θα επιλυθεί με αναγωγή των μετρήσεων στους μέσους όρους και την δεύτερη φορά χωρίς.

A. ΕΠΙΛΥΣΗ ΜΕ ΑΝΑΓΩΓΗ

Γνωρίζοντας τις συντεταγμένες των τριών κοινών σημείων και στα δύο συστήματα, στο ΓΥΣ (σύστημα α) και προσεγγιστικά από Topcon Tools (σύστημα β) τα βήματα της συνόρθωσης των παρατηρήσεων με σκοπό την εκτίμηση των αγνώστων συντελεστών και των ακριβειών προσδιορισμού τους έχουν ως εξής:

① Αναγνώριση του προβλήματος

Επιλέγεται η μέθοδος των εξισώσεων παρατήρησης. Η σχέση (μετασχηματισμού ομοιότητας) που χρησιμοποιείται είναι:

$$\begin{bmatrix} x^a \\ y^a \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^b \\ y^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{t}_x \\ \hat{t}_y \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

Απλοποιώντας το πρόβλημα προκειμένου να προκύψουν γραμμικές σχέσεις της μορφής $b=Ax+v$, αντικαθιστούμε τα m και θ με δύο άλλες παραμέτρους, τις c και d προκύπτουν οι εξισώσεις (6.28 και 29):

$$c = m \cos \theta, \quad d = m \sin \theta$$

$$\text{όπου, } m = \sqrt{c^2 + d^2}, \theta = \text{atan} \frac{d}{c}$$

Έτσι, για κάθε κοινό σημείο έχουμε δύο εξισώσεις, της μορφής, (με v_x και v_y το σφάλμα παρατήρησης)

$$x^a = cx^b + dy^b + t_x + v_x \quad (6.30)$$

$$y^a = -dx^b + cy^b + t_y + v_y \quad (6.31)$$

Επειδή, τα x^b, y^b έχουν μεγάλες τιμές και ενδέχεται να δημιουργήσουν προβλήματα στις αντιστροφές των πινάκων θα πραγματοποιηθεί μια επιπλέον τροποποίηση με αναγωγή στους μέσους όρους \bar{x}^b, \bar{y}^b

Συγκεκριμένα, απλοποιούνται οι συντεταγμένες του συστήματος β αντικαθιστώντας αυτές από τις ανηγμένες τους τιμές ως προς το κέντρο βάρους τους (Πίνακας 6.3-6.5),

$$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x}, \tilde{y}_i = y_i - \bar{y} \text{ άρα: } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}. \quad (6.32 - 6.35)$$

Άρα οι νέες εξισώσεις παρατήρησης (με S_x, S_y νέες παράμετροι μετάθεσης λόγω αναγωγής) είναι:

$$x^a = c\bar{x}^b + d\bar{y}^b + S_x + v_x \quad (6.36)$$

$$y^a = -d\bar{x}^b + c\bar{y}^b + S_y + v_y \quad (6.37)$$

ΕΓΣΑ _ο (Σύστημα b)			
ΟΝΟΜΑ	E (m)	N (m)	H (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453588,363	4148450,674	21,763
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,785	4150305,452	46,496
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450741,335	4149810,575	42,576
	$\Sigma x^b=1353307,483$	$\Sigma y^b=12448566,701$	
	$\bar{x}_b=451102,494$	$\bar{y}_b=4149522,234$	

Πίνακας 6.11 Προσεγγιστικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcontools) και Μ.Ο. αυτών

ΕΓΣΑ _{ΓΥΣ} (Σύστημα a)			
ΟΝΟΜΑ	E (m)	N (m)	H (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453587,665	4148451,094	22,260
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,106	4150305,867	46,980
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450740,629	4149810,963	43,100
	$\Sigma x^a=1353305,400$	$\Sigma y^a=12448567,924$	
	$\bar{x}_a=451110,800$	$\bar{y}_a=4149522,641$	

Πίνακας 6.12 Συντεταγμένες κοινών σημείων από ΓΥΣ και ο Μ.Ο. αυτών

<i>Αναγωγές (Σύστημα b)</i>		
ΣΗΜΕΙΟ	$\tilde{x}_i = x_i - \bar{x} \text{ (m)}$	$\tilde{y}_i = y_i - \bar{y} \text{ (m)}$
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	2485,869	-1071,560
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-2124,709	783,218
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-361,159	288,341

Πίνακας 6.13 Αναγωγή των τιμών ως προς το κέντρο βάρους (Μ.Ο)

② Οι πίνακες το γραμμικού συστήματος των εξισώσεων παρατήρησης

Για να βρεθούν οι πίνακες της συνόρθωσης θα πρέπει να καταλήξουμε σε μια μορφή (βλ. εξίσωση 6.17): $\mathbf{b}=\mathbf{A}\cdot\mathbf{x}+\mathbf{v}$ (όπως μετασχηματισμό ομοιότητας).

Άρα,

- Ο πίνακας σχεδίασης \mathbf{A} με διαστάσεις 6×4 (6 εξισώσεις και 4 άγνωστοι) και για να απλοποιηθεί ο αλγόριθμός, όπως είπαμε παραπάνω, χρησιμοποιούμε τις ανηγμένες στο κέντρο βάρους συντεταγμένες $\bar{x}_i^b = \bar{x}_i^b - \bar{x}$, $\bar{y}_i^b = \bar{y}_i^b - \bar{y}$. (6.32 και 6.35).

$$A = \begin{bmatrix} \bar{x}_1^b & \bar{y}_1^b & 1 & 0 \\ \bar{y}_1^b & -\bar{x}_1^b & 0 & 1 \\ \bar{x}_2^b & \bar{y}_2^b & 1 & 0 \\ \bar{y}_2^b & -\bar{x}_2^b & 0 & 1 \\ \bar{x}_3^b & \bar{y}_3^b & 1 & 0 \\ \bar{y}_3^b & -\bar{x}_3^b & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

Άρα προκύπτει:

$$\text{Δηλαδή, } A = \begin{bmatrix} 2485,869 & -1071,560000000005 & 1 & 0 \\ -1071,560000000005 & -2485,869 & 0 & 1 \\ -2124,709000000003 & 783,217999999877 & 1 & 0 \\ 783,217999999877 & 2124,709000000003 & 0 & 1 \\ 361,158999999985 & 288,341000000015 & 1 & 0 \\ 288,341000000015 & 361,158999999985 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ο πίνακας παρατηρήσεων \mathbf{b} με διαστάσεις 6×1 (παρατηρήσεις από τη ΓΥΣ - σύστημα α) είναι:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_1^a \\ y_1^a \\ x_2^a \\ y_2^a \\ x_3^a \\ y_3^a \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

Άρα προκύπτει:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 453587,665 \\ 4148451,094 \\ 448977,106 \\ 4150305,867 \\ 450740,629 \\ 4149810,963 \end{bmatrix}$$

③ Το σύστημα των κανονικών εξισώσεων

Ο 4×4 πίνακας \mathbf{N} των κανονικών εξισώσεων θα είναι:

$$\mathbf{N} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1}, \text{ με } P = I \quad (6.40)$$

Άρα από 6.40 προκύπτει:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 12669180,644528 & 0 & 0,001 & -0,001 \\ 0 & 12669180,644528 & -0,001 & -0,001 \\ 0,001 & -0,001 & 3 & 0 \\ -0,001 & -0,001 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

ενώ το διάνυσμα των σταθερών όρων (με διαστάσεις 4×1) θα είναι:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{b}, \text{ με } P = I \quad (6.41)$$

Άρα από 6.41 προκύπτει:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 12665431,5997839 \\ -4610,23069787 \\ 1353305,4 \\ 12448567,9240 \end{bmatrix}$$

④ Εκτιμήσεις παραμέτρων και ακρίβειες

Επομένως, σύμφωνα με τα παραπάνω, οι άγνωστες παράμετροι υπολογίζονται από τον παρακάτω τύπο (χρήση κανονικών εξισώσεων), θεωρώντας τις παρατηρήσεις ίσης ακρίβειας, όπου $\mathbf{P}=\mathbf{I}$.

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{N}^{-1}\mathbf{u} = (\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{b} \quad (6.42)$$

Άρα από 6.42 προκύπτει:

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} \\ \mathbf{d} \\ \mathbf{S}_x \\ \mathbf{S}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0,999996004000} \\ \mathbf{-0,0000007580000} \\ \mathbf{451101,800} \\ \mathbf{4149522,642} \end{bmatrix}$$

Τέλος, τα μη κοινά σημεία του συστήματος (b) μετασχηματίζονται στο σύστημα (a) με βάση την αρχική σχέση μετασχηματισμού ομοιότητας, δηλαδή από τις σχέσεις:

$$\hat{\mathbf{x}}_{NEO}^a = \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{x}}_{NEO}^b + \hat{\mathbf{d}}\hat{\mathbf{y}}_{NEO}^b + \hat{\mathbf{s}}_x, \quad \hat{\mathbf{y}}_{NEO}^a = -\hat{\mathbf{d}}\hat{\mathbf{x}}_{NEO}^b + \hat{\mathbf{c}}\hat{\mathbf{y}}_{NEO}^b + \hat{\mathbf{s}}_y, \quad (6.43 \text{ και } 6.44)$$

όπου κάθε νέο σημείο υπολογίζεται από τους τύπους αυτούς με παραμέτρους (Πίνακας 6.13) που έχουν βρεθεί από τα κοινά σημεία.

Άρα, υπολογίζουμε την ανηγμένη τιμή, των μη κοινών σημείων καθώς και των τριγωνομετρικών σημείων και στη συνέχεια, σύμφωνα με τα παραπάνω (εξ. 6.43 και 6.44), υπολογίζουμε τις τελικές τιμές (σύστημα α) Πίνακας 6.14.

ΣΗΜΕΙΟ	$\tilde{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}} \text{ (m)}$	$\tilde{\mathbf{y}}_i = \mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}} \text{ (m)}$
T16	868,726	1354,809
T17	309,839	1534,887
T1	461,151	462,610
T4	843,125	409,581
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	2485,869	-1071,560
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-2124,709	783,218
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	-361,159	288,341

Πίνακας 6.14 Αναγωγή μετρήσεων

ΣΗΜΕΙΟ	E (m)	N (m)
T16	451970,521	4150877,446
T17	451411,636	4151057,523
T1	451562,948	4149985,250
T4	451944,921	4149932,222
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,088
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,099	4150305,855
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450740,642	4149810,981

Πίνακας 6.15 Τελικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ 87

Εν συνεχεία ακολουθεί η εκτίμηση των σφαλμάτων των παρατηρήσεων (6x1) όπου υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\mathbf{v} = \mathbf{b} - \mathbf{Ax} \quad (6.45)$$

Άρα από 6.45 προκύπτει:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} 0,005453814403154 \\ 0,006166744977236 \\ 0,007437333464622 \\ 0,012073929421604 \\ -0,012891148042399 \\ -0,018240675795823 \end{bmatrix}$$

Ενώ η εκ των υστέρων μεταβλητότητα (aposteriori) της συνόρθωσης όπου $P=I$, $n=6$ παρατηρήσεις και $m=4$ άγνωστοι υπολογίζεται από την σχέση (6.46):

$$\text{Δηλαδή, } \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^2 P \hat{\mathbf{v}}}{n-m} = 0,000383885243619783$$

$$\hat{\sigma} = \pm 0,020 \text{ m} = \pm 2 \text{ cm}$$

Όπου :

N = ο πίνακας των συντελεστών βάρους των αγνώστων

$\hat{\sigma}^2$ = a-posteriori τιμή της μονάδας βάρους

Ακολουθως υπολογίζεται ο πίνακας μεταβλητοτήτων – συμμεταβλητοτήτων (4x4) των συνορθωμένων συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου όπου υπολογίζεται με την σχέση (6.47):

$$\text{Δηλαδή, } \mathbf{C}_x = \hat{\sigma}^2 \mathbf{N}^{-1}$$

$$\mathbf{C}_x = 0,001 \begin{bmatrix} 0,000000030300716 & 0 & -0,0000000000101 & 0,0000000000101 \\ 0 & 0,000000030300716 & 0,0000000000101 & 0,0000000000101 \\ -0,0000000000101 & 0,0000000000101 & 0,127961747873268 & 0 \\ 0,0000000000101 & 0,0000000000101 & 0 & 0,127961747873268 \end{bmatrix}$$

Με τον \mathbf{C}_x υπολογίζεται το διάστημα εμπιστοσύνης για τους αγνώστους. Συγκεκριμένα η κύρια διαγώνιο δίνει τη μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης παραμέτρου. Επομένως η μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης παραμέτρου είναι:

$$c = 0,999996004000 \pm 0,000006$$

$$d = -0,000000758000 \pm 0,000006 \text{ rad}$$

$$S_x = 451101,800 \pm 0,0113 \text{ m}$$

$$S_y = 4149522,642 \pm 0,0113 \text{ m}$$

Τέλος υπολογίζεται πίνακας των εκτιμήσεων των σφαλμάτων (6x6) σύμφωνα με την εξίσωση (6.48),

$$\text{Δηλαδή, } C_v = \hat{\sigma}^2 (P^{-1} A N^{-1} A^T)$$

$$C_v = 0.001 \begin{bmatrix} 0,033886420298503 & 0,383885243619784 & 0,441394587959576 & 0,393877659514723 & 0,292489478981489 & 0,373892827724844 \\ 0,383885243619784 & 0,033886420298503 & 0,373892827724844 & 0,441394587959576 & 0,393877659514723 & 0,292489478981489 \\ 0,441394587959576 & 0,373892827724844 & 0,100546857171597 & 0,383885243619784 & 0,225829042108394 & 0,393877659514723 \\ 0,393877659514723 & 0,441394587959576 & 0,383885243619784 & 0,100546857171597 & 0,373892827724844 & 0,225829042108394 \\ 0,292489478981489 & 0,393877659514723 & 0,225829042108394 & 0,373892827724844 & 0,249451966149684 & 0,383885243619784 \\ 0,373892827724844 & 0,292489478981489 & 0,393877659514723 & 0,225829042108394 & 0,383885243619784 & 0,249451966149684 \end{bmatrix}$$

B. ΕΠΙΛΥΣΗ ΧΩΡΙΣ ΑΝΑΓΩΓΗ

Σε αυτό το σημείο θα επιλυθεί ο μετασχηματισμός ομοιότητας, όπως παραπάνω, αλλά χωρίς την αναγωγή στο μέσο όρο ώστε να δούμε εάν πράγματι επηρεάζουν τις αντιστροφές των πινάκων, στο Matlab, οι μεγάλες συντεταγμένες. Τότε οι εξισώσεις παρατήρησης θα έχουν τη μορφή $b = Ax + v$ (Εξίσωση 6.17).

Ομοίως, εργαζόμαστε όπως παραπάνω, έχουμε 6 εξισώσεις με 4 αγνώστους. Αφού γνωρίζουμε τις συντεταγμένες των τριών κοινών σημείων και στα δύο συστήματα, στο ΓΥΣ (σύστημα α) και προσεγγιστικά από Torcon Tools (σύστημα β) θα εργαστούμε ως εξής:

① Αναγνώριση του προβλήματος

Χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες των Πινάκων 6.11 και 6.12 καθώς και τον ίδιο τύπο του μετασχηματισμού ομοιότητας καταλήγουμε στις ίδιες εξισώσεις παρατήρησης.

$$x^a = cx^b + dy^b + t_x + v_x \quad (6.49)$$

$$y^a = -dx^b + cy^b + t_y + v_y \quad (6.50)$$

② Οι πίνακες το γραμμικού συστήματος των εξισώσεων παρατήρησης

Για να καταλήξουμε σε μια μορφή: $b = A \cdot x + v$ (γραμμική σχέση Εξ. 6.17) έχουμε:

- Πίνακα σχεδίασης A με διαστάσεις 6×4 (6 εξισώσεις και 4 άγνωστοι):

$$A = \begin{bmatrix} x_1^b & y_1^b & 1 & 0 \\ y_1^b & -x_1^b & 0 & 1 \\ x_2^b & y_2^b & 1 & 0 \\ y_2^b & -x_2^b & 0 & 1 \\ x_3^b & y_3^b & 1 & 0 \\ y_3^b & -x_3^b & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

$$\text{Δηλαδή, } A = \begin{bmatrix} 453588,363 & 4148450,674 & 1 & 0 \\ 4148450,674 & -453588,363 & 0 & 1 \\ 448977,785 & 4150305,452 & 1 & 0 \\ 4150305,452 & -448977,785 & 0 & 1 \\ 450741,335 & 4149810,575 & 1 & 0 \\ 4149810,575 & -450741,335 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ο πίνακας παρατηρήσεων \mathbf{b} με διαστάσεις 6×1 (παρατηρήσεις από τη ΓΥΣ - σύστημα α) είναι:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_1^a \\ y_1^a \\ x_2^a \\ y_2^a \\ x_3^a \\ y_3^a \end{bmatrix} \quad (6.52)$$

Άρα προκύπτει:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 453587,665 \\ 4148451,094 \\ 448977,106 \\ 4150305,867 \\ 450740,629 \\ 4149810,963 \end{bmatrix}$$

③ Το σύστημα των κανονικών εξισώσεων

Ο 4×4 πίνακας \mathbf{N} των κανονικών εξισώσεων (βλ. εξίσωση 6.40) θα υπολογισθεί από τον τύπο:

$$\mathbf{N} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1} \quad (\mu\epsilon P=I),$$

ενώ το διάνυσμα των σταθερών όρων 4×1 (βλ. εξίσωση 6.41) θα είναι:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{b}, \quad (\mu\epsilon P=I)$$

④ Εκτιμήσεις παραμέτρων και ακρίβειες

Επομένως, σύμφωνα με τους παραπάνω πίνακες, οι άγνωστες παράμετροι υπολογίζονται από τον τύπο (6.42).

Δηλαδή, $\hat{x} = N^{-1}u = (A^T P A)^{-1} A^T P b$, (με $P=I$)

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} c \\ d \\ S_x \\ S_y \end{bmatrix} \quad (6.51)$$

Άρα προκύπτει:

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} 0,999996004432177 \\ -0,000000758184669 \\ 4,25477045774459 \\ 16,6462906599044 \end{bmatrix}$$

Μάλιστα κατά τον υπολογισμό της αντιστροφής του πίνακα N, στο Matlab, προβάλλεται μήνυμα αριθμητικής αστάθειας λόγω μεγάλων τιμών.

Τέλος, αφού βρέθηκαν οι παράμετροι τα μη κοινά σημεία (ή νέα σημεία) υπολογίζονται από τις σχέσεις:

$$\hat{x}_{NEO}^a = \hat{c}x_{NEO}^b + \hat{d}y_{NEO}^b + \hat{t}_x \quad (6.52)$$

$$\hat{y}_{NEO}^a = -\hat{d}x_{NEO}^b + \hat{c}y_{NEO}^b + \hat{t}_y \quad (6.53)$$

Άρα, οι τελικές τιμές των συντεταγμένων είναι:

ΣΗΜΕΙΟ	E (m)	N (m)
T16	451970,522	4150877,447
T17	451411,637	4151057,523
T1	451562,949	4149985,250
T4	451944,922	4149932,222
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,089
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,099	4150305,856
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450740,642	4149810,982

Πίνακας 6.16 Τελικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ 87 χωρίς αναγωγή στο Μ.Ο.

Εν συνεχεία ακολουθεί η εκτίμηση των σφαλμάτων των παρατηρήσεων (6x1) όπου υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$v = b - Ax \quad (6.54)$$

Άρα από 6.54 προκύπτει:

$$v = \begin{bmatrix} 0,004864310787525 \\ 0,005221626721323 \\ 0,006848698074464 \\ 0,011128187645227 \\ -0,013480126508512 \\ -0,019186223857105 \end{bmatrix}$$

Ενώ η εκ των υστέρων μεταβλητότητα (a-posteriori) της συνόρθωσης όπου $P=I$, $n=6$ παρατηρήσεις και $m=4$ άγνωστοι υπολογίζεται από την σχέση (6.46):

$$\text{Δηλαδή, } \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{v}^2 P \hat{v}}{n-m} = 0,000385746563608707$$

$$\hat{\sigma} = \pm 0,020 \text{ m} = \pm 2 \text{ cm}$$

Όπου :

N = ο πίνακας των συντελεστών βάρους των αγνώστων

$\hat{\sigma}^2$ = a-posteriori τιμή της μονάδας βάρους

Ακολούθως υπολογίζεται ο πίνακας μεταβλητοτήτων – συμμεταβλητοτήτων (4x4) των συνορθωμένων συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου όπου υπολογίζεται με την σχέση (6.47):

$$\text{Δηλαδή, } C_x = \hat{\sigma}^2 N^{-1}$$

$$C_x = 0,001 \begin{bmatrix} 0,000000000000304 & 0 & -0,000000137350032 & -0,000001263431305 \\ 0 & 0,000000000000304 & -0,000001263431304 & 0,000000137350032 \\ -0,000000137350032 & -0,000001263431304 & 5,3045965163205 & 0 \\ -0,000001263431305 & 0,000000137350032 & 0 & 5,30459651824393 \end{bmatrix}$$

Με τον C_x υπολογίζεται το διάστημα εμπιστοσύνης για τους αγνώστους. Συγκεκριμένα η κύρια διαγώνιο δίνει τη μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης παραμέτρου. Επομένως η μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης παραμέτρου είναι:

$$c = 0,999996004432177 \pm 0,000001$$

$$d = -0,000000758184669 \pm 0,000001 \text{ rad}$$

$$S_x = 4,25477045774459 \pm 2,3032 \text{ m}$$

$$S_y = 16,6462906599044 \pm 2,3032 \text{ m}$$

Τέλος υπολογίζεται πίνακας των εκτιμήσεων των σφαλμάτων (6x6) σύμφωνα με την εξίσωση (6.48),

$$\text{Δηλαδή, } C_v = \hat{\sigma}^2 (P^{-1} A N^{-1} A^T)$$

$$C_v = 0.001 *$$

0,034050723041588	0,385746563636161	0,443534749923956	0,395787429087753	0,293907654108052	0,375705698116331
0,385746563627741	0,034050723160827	0,375705698095501	0,443534749918387	0,39578742909148	0,293907654151467
0,443534749890287	0,375705698094229	0,10103437214682	0,385746563616996	0,22692400493558	0,395787429099681
0,395787429081613	0,443534749950455	0,385746563620461	0,101034372314837	0,375705698119489	0,226924005061628
0,293907654012669	0,395787429086262	0,226924004873855	0,375705698111979	0,250661467900972	0,385746563600726
0,375705698091828	0,293907654019197	0,395787429084957	0,226924004897278	0,385746563589982	0,25066146791745

Παρατηρούμε ότι οι τελικές συντεταγμένες, με και χωρίς αναγωγή στο μέσο όρο, που προκύπτουν έχουν ελάχιστη διαφορά της τάξης του χιλιοστού, διότι στο Matlab αυτή η αστάθεια δεν επηρεάζει πολύ τα τελικά αποτελέσματα.

6.5.3 Μετασχηματισμός ομοιότητας 3-D με συνόρθωση παρατηρήσεων

Στο 3-D μετασχηματισμό, χρησιμοποιούνται οι ορθογώνιες καρτεσιανές συντεταγμένες (X, Y, Z) του γεωδαιτικού συστήματος. Έτσι για να βρεθούν οι αντίστοιχες ορθογώνιες καρτεσιανές γεωδαιτικές συντεταγμένες για τα δύο συστήματα εργαζόμαστε στο Topcon tools. Για το **σύστημα b** έχουμε τις συντεταγμένες X,Y,Z που υπολογίζει προσεγγιστικά το Topcon tools από την επίλυση του GPS (Πίνακας 6.3). Δηλαδή, αλλάζοντας το datum στο Topcon tools από το “GREECE-GREECE-grid” στο “WGS84 X,Y,Z” έχουμε γεωκεντρικές συντεταγμένες για τα τρία κοινά σημεία. Ενώ για το **σύστημα a** εισάγουμε τα τρία σημεία με τις γνωστές συντεταγμένες της ΓΥΣ (πραγματικές) πραγματοποιώντας πάλι την αλλαγή “GREECE-GREECE-grid” σε “WGS84X,Y,Z” (Πίνακας 6.4).

Παρακάτω, θα πραγματοποιηθεί 3-D μετασχηματισμός με τη διαδικασία συνόρθωσης των παρατηρήσεων.

Αρχικά, έχοντας 3 σημεία και στα δύο συστήματα τότε έχουμε 9 εξισώσεις με 7 αγνώστους. Αφού θεωρούνται απόλυτα γνωστές οι συντεταγμένες του ενός από τα δύο συστήματα και συγκεκριμένα οι συντεταγμένες του συστήματος (α) θεωρηθούν σταθερές και του (b) σαν παρατηρήσεις οδηγεί κατ’ αρχήν στην επιλογή της μεθόδου των μικτών εξισώσεων όμως επειδή η σχέση του μετασχηματισμού αντιστρέφεται εύκολα, επιλέγουμε πάλι τη μέθοδο των εξισώσεων παρατηρήσεων όπου το σύστημα (α) θα μετασχηματίζεται στο σύστημα (b).

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η αναγνώριση του προβλήματος μαζί με τους πίνακες A και b του γραμμικού συστήματος των εξισώσεων παρατηρήσεων έχουν ως εξής:

① Αναγνώριση του προβλήματος

$$\begin{bmatrix} X_1^a \\ Y_1^a \\ Z_1^a \\ X_2^a \\ Y_2^a \\ Z_2^a \\ X_3^a \\ Y_3^a \\ Z_3^a \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & 1 & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^b \\ y_1^b \\ z_1^b \\ x_2^b \\ y_2^b \\ z_2^b \\ x_3^b \\ y_3^b \\ z_3^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

Η παραπάνω σχέση απλοποιείται και καταλήγει στη μορφή:

$$\begin{bmatrix} X_1^a - X_1^b \\ Y_1^a - Y_1^b \\ Z_1^a - Z_1^b \\ X_2^a - X_2^b \\ Y_2^a - Y_2^b \\ Z_2^a - Z_2^b \\ X_3^a - X_3^b \\ Y_3^a - Y_3^b \\ Z_3^a - Z_3^b \end{bmatrix} = \mu \begin{bmatrix} \Delta\mu & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & \Delta\mu & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & \Delta\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^b \\ y_1^b \\ z_1^b \\ x_2^b \\ y_2^b \\ z_2^b \\ x_3^b \\ y_3^b \\ z_3^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (6.56)$$

Στη συνέχεια εάν αναπτυχθούν οι εξισώσεις παρατήρησης για κάθε σημείο (για τα τρία σημεία) προκύπτουν οι παρακάτω εξισώσεις: (θεωρώντας v_i το σφάλμα κάθε εξίσωσης παρατήρησης)

$$X_i^a - X_i^b = x_i^b \Delta\mu + y_i^b \varepsilon_z - z_i^b \varepsilon_y + t_x + v_{x_i} \quad (6.57)$$

$$Y_i^a - Y_i^b = -x_i^b \varepsilon_z + y_i^b \Delta\mu + z_i^b \varepsilon_x + t_y + v_{y_i} \quad (6.58)$$

$$Z_i^a - Z_i^b = x_i^b \varepsilon_y - y_i^b \varepsilon_x + z_i^b \Delta\mu + t_z + v_{z_i} \quad (6.59)$$

Παρακάτω βλέπουμε τις γεωκεντρικές συντεταγμένες των δύο συστημάτων (α) και (β), όπου παρατηρείται ότι τα δύο συστήματα είναι πολύ κοντά μεταξύ τους αφού διαφέρουν κάτω από ένα μέτρο δηλαδή οι μεταξύ τους διαφορές κυμαίνονται από 0.4m - 0.6m.

WGS84–Γεωκεντρικές συντ/νες από ΓΥΣ (Σύστημα a)			
ΟΝΟΜΑ	X (m)	Y (m)	Z (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	4648027,734	2018773,926	3860225,818
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	4648864,403	2014097,585	3861691,602
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	4648429,426	2015835,039	3861304,898

Πίνακας 6.17 Πραγματικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcon tools) στο WGS84

WGS84 ₀ –Γεωκεντρικές συντ/νες Προσεγγιστικές από GPS (Σύστημα b)			
ΟΝΟΜΑ	X (m)	Y (m)	Z (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	4648027,325	2018774,513	3860225,186
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	4648864,008	2014098,158	3861690,983
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	4648428,976	2015835,617	3861304,276

Πίνακας 6.18 Προσεγγιστικές Συντεταγμένες κοινών σημείων (από Topcon tools) στο WGS84

② Οι πίνακες το γραμμικού συστήματος των εξισώσεων παρατήρησης

Για να απλοποιήσουμε κι άλλο τους υπολογισμούς μπορούμε να θεωρήσουμε το

σύστημα b ως γνωστές ποσότητες και το $\begin{bmatrix} X_i^a - X_i^b \\ Y_i^a - Y_i^b \\ Z_i^a - Z_i^b \end{bmatrix}$ ως διάνυσμα των

παρατηρήσεων.

Αυτό μας διευκολύνει διότι μπορούμε εύκολα να καταλήξουμε στη μορφή $b=Ax+v$ (γραμμικές σχέσεις). Έτσι οι εξισώσεις (6.57-6.59) γράφονται, διαχωρίζοντας αγνώστους και παρατηρήσεις (με τη μορφή $b=Ax+v$) ως εξής:

- Ο πίνακας σχεδίασης A με διαστάσεις 9x7 (9 εξισώσεις και 7 άγνωστοι) $A =$

$$\begin{bmatrix} x_1^b & 0 & -z_1^b & -y_1^b & 1 & 0 & 0 \\ y_1^b & z_1^b & 0 & -x_1^b & 0 & 1 & 0 \\ z_1^b & -y_1^b & x_1^b & 0 & 0 & 0 & 1 \\ x_2^b & 0 & -z_2^b & -y_2^b & 1 & 0 & 0 \\ y_2^b & z_2^b & 0 & -x_2^b & 0 & 1 & 0 \\ z_2^b & -y_2^b & x_2^b & 0 & 0 & 0 & 1 \\ x_3^b & 0 & -z_3^b & -y_3^b & 1 & 0 & 0 \\ y_3^b & z_3^b & 0 & -x_3^b & 0 & 1 & 0 \\ z_3^b & -y_3^b & x_3^b & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.60)$$

Η διαδικασία απλοποιήθηκε και ο πίνακας A , λόγω των γραμμικών σχέσεων, περιέχει τους συντελεστές των άγνωστων παραμέτρων στις εξισώσεις και όχι τις μερικές παραγώγους.

- Ο πίνακας παρατηρήσεων \mathbf{b} με διαστάσεις 9×1 (παρατηρήσεις από τη ΓΥΣ - σύστημα α) είναι:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_1^a - x_1^b \\ y_1^a - y_1^b \\ z_1^a - z_1^b \\ x_2^a - x_2^b \\ y_2^a - y_2^b \\ z_2^a - z_2^b \\ x_3^a - x_3^b \\ y_3^a - y_3^b \\ z_3^a - z_3^b \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

Άρα προκύπτει:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0,409 \\ -0,587 \\ 0,632 \\ 0,450 \\ -0,578 \\ 0,622 \\ 0,395 \\ -0,573 \\ 0,619 \end{bmatrix}$$

③ Το σύστημα των κανονικών εξισώσεων

Ο 7×7 πίνακας \mathbf{N} (βλ. Εξ. 6.40) των κανονικών εξισώσεων θα είναι:

$$\mathbf{N} = (\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A})^{-1}, \text{ με } P = I$$

ενώ το διάνυσμα \mathbf{u} (βλ. Εξ. 6.41) των σταθερών όρων (7×1) θα είναι:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{b}, \text{ με } P = I$$

④ Εκτιμήσεις παραμέτρων και ακρίβειες

Επομένως, σύμφωνα με τα παραπάνω, οι άγνωστες παράμετροι υπολογίζονται από την εξίσωση (6.42) (χρήση κανονικών εξισώσεων), θεωρώντας τις παρατηρήσεις ίσης ακρίβειας, όπου $\mathbf{P} = \mathbf{I}$.

$$\text{Δηλαδή, } \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{u} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{b}$$

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \Delta\mu \\ Ex \\ Ey \\ Ez \\ t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (6.62)$$

Άρα προκύπτει:

$$x = \begin{bmatrix} -0,0000000396412 \\ 0,00000028024909 \\ -0,000170839335 \\ 0,00000055007382 \\ -751,6860 \\ 154,9056 \\ 866,5714 \end{bmatrix}$$

Οι παράμετροι που υπολογίσθηκαν δηλαδή τόσο οι στροφές του 3D μετασχηματισμού, όσο και οι μεταθέσεις δεν πρέπει να υπολογίζονται πολύ μεγάλες γιατί τα συστήματα αυτά είναι πολύ κοντά μεταξύ τους, πράγμα που ισχύει.

Εν συνεχεία υπολογίζονται οι συντεταγμένες των σημείων με τη χρήση των παρακάτω τύπων του 3D μετασχηματισμού ομοιότητας:

$$X_{NEO} = x_i^b \Delta\mu + y_i^b \varepsilon_z - z_i^b \varepsilon_y + t_x + X_b \quad (6.63)$$

$$Y_{NEO} = -x_i^b \varepsilon_z + y_i^b \Delta\mu + z_i^b \varepsilon_x + t_y + Y_b \quad (6.64)$$

$$Z_{NEO} = x_i^b \varepsilon_y - y_i^b \varepsilon_x + z_i^b \Delta\mu + t_z + Z_b \quad (6.65)$$

όπου προκύπτουν οι παρακάτω γεωκεντρικές συντεταγμένες:

ΣΗΜΕΙΟ	E (m)	N (m)	H(m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	4648027,739	2018773,923	3860225,813
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	4648864,412	2014097,581	3861691,592
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	4648429,411	2015835,046	3861304,913

Πίνακας 6.19 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο WGS84

Τέλος, αφού οι μεταξύ διαφορές μεταξύ των γεωκεντρικών συντεταγμένων από τους τύπους αλλά και από του GPS είναι κοντά στο 1 μέτρο (λογικό αφού τα δύο συστήματα είναι κοντά) και καθώς οι γεωκεντρικές συντεταγμένες από της ΓΥΣ (Πίνακας 6.17) και οι τελικές από την χρήση των τύπων (Πίνακας 6.18) είναι στο χιλιοστό (βλ. Πίνακας 6.20) τότε οι συντεταγμένες που βρέθηκαν από τους τύπους θα εισαχθούν στο Topcon tools και θα μετασχηματιστούν στο ΕΓΣΑ87. Αυτές οι

συντεταγμένες που θα προκύψουν θα είναι και οι τελικές συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ87 (Πίνακας 6.21).

ΣΗΜΕΙΟ	δE (m)	δN (m)	δH (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	0,005	-0,003	-0,005
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	-0,015	0,007	-0,010
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	0,009	-0,004	-0,015

Πίνακας 6.20 Διαφορές μεταξύ γεωκεντρικών συντεταγμένων από τη χρήση των εξισώσεων μετασχηματισμού ομοιότητας και του συστήματος A (πραγματικές από ΓΥΣ) στο WGS84.

ΣΗΜΕΙΟ	E (m)	N (m)	H (m)
ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,087	22,259
ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,098	4150305,854	46,979
ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ	450740,641	4149810,980	43,100

Πίνακας 6.21 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ87.

Με τον ίδιο τρόπο υπολίζονται οι συντεταγμένες των σημείων εντός του Οικισμού. Συγκεκριμένα, οι συντεταγμένες των σημείων όπου μετρήθηκαν T16, T17, T4 και T1 θα υπολογισθούν από τους τύπους (6.63-6.65),

όπου προκύπτουν οι παρακάτω γεωκεντρικές συντεταγμένες:

ΣΗΜΕΙΟ	E (m)	N (m)	H(m)
T16	4647313,036	2016685,083	3862132,405
T17	4647435,767	2016127,756	3862271,562
T1	4647971,642	2016532,030	3861421,307
T4	4647847,843	2016895,176	3861380,996

Πίνακας 6.22 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο WGS84

Τέλος, αφού οι μεταξύ διαφορές των γεωκεντρικών συντεταγμένων που βρέθηκαν από τους τύπους (6.63-6.65) και οι προσεγγιστικές από το Topcon tools είναι μικρές δηλαδή περίπου κοντά στο μέτρο (βλ. Πίνακας 6.23) τότε μπορεί να υπολογισθούν οι συντεταγμένες που βρέθηκαν από τους τύπους, όπου θα εισαχθούν στο Topcon tools και θα μετασχηματιστούν στο ΕΓΣΑ87. Αυτές οι συντεταγμένες που θα προκύψουν θα είναι και οι τελικές συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ87 (Πίνακας 6.24).

ΣΗΜΕΙΟ	δE (m)	δN (m)	δH (m)
T16	-0.6	0.5	-0.8
T17	-0.6	0.5	-0.8
T1	-0.5	0.5	-0.7
T4	-0.6	0.5	-0.7

Πίνακας 6.23 Διαφορές μεταξύ γεωκεντρικών συντεταγμένων από τη χρήση των εξισώσεων μετασχηματισμού ομοιότητας και του συστήματος b (Από GPS) στο WGS84.

ΣΗΜΕΙΟ	E (m)	N (m)	H(m)
T16	451970,523	4150877,45	2,682
T17	451411,639	4151057,526	0,765
T1	451562,95	4149985,256	0,779
T4	451944,923	4149932,226	0,806

Πίνακας 6.24 Τελικές 3-D Γεωκεντρικές Συντεταγμένες των κορυφών του Δικτύου στο ΕΓΣΑ87.

Εν συνεχεία ακολουθεί η εκτίμηση των σφαλμάτων των παρατηρήσεων (9x1) όπου υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$v = b - Ax \quad (6.54)$$

Άρα από 6.54 προκύπτει:

$$v = \begin{bmatrix} -0,00534543833794 \\ 0,003463551613777 \\ 0,004924122979332 \\ 0,014556721149461 \\ -0,00733427789973 \\ -0,01454271394141 \\ -0,009210446360385 \\ 0,003870731016036 \\ 0,00961869468847 \end{bmatrix}$$

Ενώ η εκ των υστέρων μεταβλητότητα (a-posteriori) της συνόρθωσης όπου $P=I$, $n=9$ παρατηρήσεις και $m=7$ άγνωστοι υπολογίζεται από την σχέση (6.46):

$$\text{Δηλαδή, } \hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{v}^2 P \hat{v}}{n-m} = 0,000367165673951466$$

$$\hat{\sigma} = \pm 0,019 \text{ m} = \pm 2 \text{ cm}$$

Όπου :

N = ο πίνακας των συντελεστών βάρους των αγνώστων

$\hat{\sigma}^2$ = a-posteriori τιμή της μονάδας βάρους

Ακολούθως υπολογίζεται ο πίνακας μεταβλητοτήτων – συμμεταβλητοτήτων (7x7) των συνορθωμένων συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου όπου υπολογίζεται με την σχέση (6.37):

$$\text{Δηλαδή, } C_x = \hat{\sigma}^2 N^{-1}$$

$$C_x = 100000 *$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0000000000000004 & -0,0000000000000022 & 0,0000000000000007 \\ 0 & -0,0000000000000022 & 0,000000000000125 & -0,0000000000000004 \\ 0 & 0,0000000000000007 & 0 & 0,0000000000000013 \\ -0,00000000134611 & -0,000000098304121 & 0,000000565167357 & -0,000000180708748 \\ -0,000000000583868 & 0,000000016588153 & -0,000000101607225 & 0,000000033796337 \\ -0,000000001118102 & 0,000000109688455 & -0,000000627359843 & 0,000000199911346 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0,00000000134611 & -0,000000000583868 & -0,000000001118102 \\ -0,000000098304121 & 0,000000016588153 & 0,000000109688455 \\ 0,000000565167357 & -0,000000101607225 & -0,000000627359843 \\ -0,000000180708748 & 0,000000033796337 & 0,000000199911346 \\ 2,55276150642178 & -0,457740279667149 & -2,82015349260429 \\ -0,457740279667149 & 0,094229387366565 & 0,508015089605002 \\ -2,82015349260429 & 0,508015089605002 & 3,14171955141777 \end{bmatrix}$$

Με τον C_x υπολογίζεται το διάστημα εμπιστοσύνης για τους αγνώστους. Συγκεκριμένα η κύρια διαγώνιο δίνει τη μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης παραμέτρου. Επομένως η μεταβλητότητα της κάθε συνορθωμένης παραμέτρου είναι:

$$\begin{aligned} \mu &= -0,0000039641419 \pm 0,000000 \\ \varepsilon_x &= 0,0000280249089 \pm 0,005294 \text{ rad} \\ \varepsilon_y &= -0,0001708393345 \pm 0,000112 \text{ rad} \\ \varepsilon_z &= 0,0000550073821 \pm 0,000036 \text{ rad} \\ t_x &= -751,686017513275 \pm 505,2486 \text{ m} \\ t_y &= 154,90560105443 \pm 97,0718 \text{ m} \\ t_z &= 866,571422815322 \pm 560,5104 \text{ m} \end{aligned}$$

Τέλος υπολογίζεται πίνακας (διάσταση πίνακα 9x9) των εκτιμήσεων των σφαλμάτων σύμφωνα με την εξίσωση (6.48),

$$\text{Δηλαδή, } C_v = \hat{\sigma}^2(P^{-1}AN^{-1}A^T)$$

$$C_v = 0.001 * \begin{bmatrix} 0,014398293150906 & 0,359503360091359 & 0,353001483367229 & 0,328331586873351 & 0,328331586873351 \\ 0,359503346517184 & 0,029150107079398 & 0,361140068750653 & 0,3934369518432 & 0,3934369518432 \\ 0,353001529489362 & 0,361140064489389 & 0,021271079294771 & 0,402336263912638 & 0,402336263912638 \\ 0,328331623854675 & 0,3934369459995 & 0,402336289096698 & 0,105993914302393 & 0,105993914302393 \\ 0,3822269709194 & 0,288543856555895 & 0,390545012403432 & 0,31075904617473 & 0,31075904617473 \\ 0,40840048530874 & 0,37629011958589 & 0,309794529979505 & 0,262895261586347 & 0,262895261586347 \\ 0,391601573024196 & 0,34855668025675 & 0,34615924699382 & 0,300005988838671 & 0,300005988838671 \\ 0,359766673712972 & 0,41663737288644 & 0,349811949345732 & 0,397300993122276 & 0,397300993122276 \\ 0,340095083851718 & 0,364066821678016 & 0,403265595512364 & 0,43626557318523 & 0,43626557318523 \end{bmatrix}$$

0,382226972470738	0,40840042545686	0,391601520752646	0,359766683104692	0,340095030563001
0,288543851124271	0,376290139608647	0,348556676567183	0,416637373110406	0,36406683997149
0,390545022415394	0,309794565423391	0,346159284395234	0,349811948641546	0,403265608871777
0,310759028299845	0,262895273055687	0,300005973521062	0,397300983089693	0,436265591219068
0,214590511753851	0,322807706460566	0,408510993920398	0,231196979299408	0,388144286646276
0,322807700710869	0,156588639453506	0,430201372065008	0,402399167963756	0,267947977813583
0,408510985576025	0,430201320948873	0,042723995731358	0,344429320150303	0,325136397681021
0,231196973642003	0,402399184429101	0,34442932064987	0,086496984109789	0,349285903881717
0,388144282625696	0,26794799989338	0,325136442235996	0,349285889146324	0,063117618069556

6.6 Συγκρίσεις Αποτελεσμάτων

Το δίκτυο ελέγχου GPS αποτελείται, όπως προαναφέρθηκε, από συνολικά 13 μετρημένες βάσεις και επιλύθηκε με πολλούς τρόπους, με τη βοήθεια του προγράμματος Topcontools, του Excel και του Matlab, όπως παρουσιάστηκε στις προηγούμενες ενότητες. Πραγματοποιήθηκε ο τελικός μετασχηματισμός των συντεταγμένων στο ΕΓΣΑ87 χρησιμοποιώντας το μοντέλο ενός μετασχηματισμού ομοιότητας στις δύο και τρεις διαστάσεις. Στη περίπτωση του υψομέτρου χρησιμοποιήθηκε μονοδιάστατο μοντέλο μετάθεσης και κλίμακας. Στην περίπτωση του διδιάστατου μετασχηματισμού εφαρμόστηκε η αλγοριθμική επίλυση καθώς και η επίλυση συνόρθωσης με τη χρήση ανηγμένων και μη τιμών για τον έλεγχο της επίδρασης των σφαλμάτων στρογγυλοποίησης στη αντιστροφή του πίνακα των κανονικών εξισώσεων N . Στην παρούσα ενότητα θα πραγματοποιηθούν οι συγκρίσεις των διαφορετικών λύσεων, τόσο στα κοινά, όσο και στα μη κοινά σημεία και θα αξιολογηθεί η ακρίβεια του μετασχηματισμού.

- **Σύγκριση τελικών συντεταγμένων από 2-D μετασχηματισμό (με εφαρμογή της αναλυτικής αλγοριθμικής διαδικασίας στο excel) με δοθείσες από τοπογράφο και ΓΥΣ αλλά και μεταξύ των τριγωνομετρικών από τη ΓΥΣ.**

Στην παρακάτω εικόνα παρατηρούμε τις τελικές συντεταγμένες που υπολογίσθηκαν κατά τον 2-D μετασχηματισμό ομοιότητας με εφαρμογή της αναλυτικής αλγοριθμικής διαδικασίας (αριστερά) και τις αντίστοιχες συντεταγμένες από τη ΓΥΣ (δεξιά) και από άλλον τοπογράφο. Συγκεκριμένα ο εν λόγω μηχανικός τις συντεταγμένες των τριγωνομετρικών σημείων της ΓΥΣ για την ευρύτερη περιοχή (Μέθανα, Πόρος, Γαλατά κ.α) τις προμηθεύτηκε από την ΓΥΣ (βλ. Παράρτημα Β) ενώ ο εντοπισμός των περισσότερων τριγωνομετρικών ήταν γνωστός. Τα σημεία T16 και T17, που βρίσκονται εντός του οικισμού του Πόρου, ιδρύθηκαν έχοντας ως αφετηρία το τριγωνομετρικό σημείο, ΑΛΩΝΙΑ (365075) το οποίο είναι 4^{ης} τάξης, ενώ τα σημεία T1 και T4 από το ίδιο σημείο αναφοράς αλλά το δίκτυο αυτών είχε

ιδρυθεί κατά το παρελθόν για τις ανάγκες σύνταξης τοπογραφικού διαγράμματος καθορισμού Αιγιαλού και Παραλίας στην θέση Πέρλια (Νεώριο Πόρου). Όλες οι παραπάνω μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με δέκτες GPS TOPCON HiPer Pro με την μέθοδο του στατικού εντοπισμού που επιτυγχάνει ακρίβεια 0.001 m και το δίκτυο επιλύθηκε με τη χρήση των προγραμμάτων Topcon tools και Verm. Αυτό που συμπεραίνεται είναι ότι οι μεταξύ τους διαφορές είναι πολύ μικρές περίπου της τάξης του 1-2 cm, άρα μπορεί να πραγματοποιηθεί ένας έλεγχος εντοπισμού του εσωτερικού σφάλματος βρόχου του προγράμματος.

Συγκεκριμένα τα αποτελέσματα, όπως βλέπουμε παρακάτω, όπου βρέθηκαν αλλά και αντίστοιχα από ΓΥΣ και τοπογράφου πλησιάζουν αρκετά, άρα και το εσωτερικό σφάλμα του προγράμματος είναι σχεδόν μηδαμινό και ανεκτό.

Τελικές συντ/νες σημείων (από αλγοριθμική διαδικασία) (α)			Μετρήσεις που είχαν γίνει από άλλο τοπογράφο (β)		
A/A	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)	H (m)
T16	451970,521	4150877,446	451970,529	4150877,44	2,384
T17	451411,636	4151057,523	451411,645	4151057,516	0,455
T1	451562,948	4149985,250	451562,938	4149985,246	0,673
T4	451944,921	4149932,222	451944,914	4149932,203	0,69
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>					
A/A	δE (m)		δN (m)		
T16	-0,008		0,006		
T17	-0,009		0,007		
T1	0,010		0,004		
T4	0,007		0,019		

Τελικές συντ/νες τριγωνομετρικών από ΓΥΣ (α)			Τελικές συντ/νες από 2-D μετασχηματισμό (από αλγοριθμική διαδικασία) (β)	
A/A	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,088	453587,665	4148451,094
ΑΛΩΝΙΑ	450740,642	4149810,981	450740,629	4149810,963
ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,099	4150305,855	448977,106	4150305,867
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>				
A/A	δE (m)	δN (m)		
ΑΛΥΚΗ	-0,005	-0,006		
ΑΛΩΝΙΑ	0,013	0,018		
ΔΕΙΜΕΖΗ	-0,007	-0,012		

Πίνακας 6.25 Διαφορές μεταξύ συντεταγμένων 2-D μετασχηματισμού (από αλγοριθμική διαδικασία) με ΓΥΣ και άλλου τοπογράφου

- Σύγκριση τελικών συντεταγμένων από 2-D μετασχηματισμό με και χωρίς συνόρθωση (αναλυτικός αλγοριθμικός τρόπος - 2D μετασχηματισμός με αναγωγή).

Στην παρακάτω εικόνα παρατηρούμε τις τελικές προβολικές συντεταγμένες (E,N) με συνόρθωση (αριστερά) και με τη χρήση της αναλυτικής αλγοριθμικής διαδικασίας (δεξιά) των παρατηρήσεων. Συγκεκριμένα τα τελικά αποτελέσματα και με τους δύο τρόπους είναι ακριβώς τα ίδια, το οποίο ήταν και αναμενόμενο, αφού οι αναλυτικές εξισώσεις υπολογισμού βασίζονται στην αλγοριθμική προσέγγιση της συνόρθωσης των παρατηρήσεων, δίχως τη χρήση πινάκων.

Τελικές συντ/νες σημείων (από αλγοριθμική διαδικασία) (α)			Τελικές συντ/νες 2-D μετασχηματισμού με συνόρθωση (με αναγωγή). (β)	
A/A	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
T16	451970,521	4150877,446	451970,521	4150877,446
T17	451411,636	4151057,523	451411,636	4151057,523
T1	451562,948	4149985,250	451562,948	4149985,250
T4	451944,921	4149932,222	451944,921	4149932,222
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>				
A/A	δE (m)	δN (m)		
T16	0,000	0,000		
T17	0,000	0,000		
T1	0,000	0,000		
T4	0,000	0,000		
Τελικές συντ/νες σημείων (από αλγοριθμική διαδικασία) (α)			Τελικές συντ/νες 2-D μετασχηματισμού με συνόρθωση (με αναγωγή). (β)	
A/A	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,088	453587,660	4148451,088
ΑΛΩΝΙΑ	450740,642	4149810,981	450740,642	4149810,981
ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,099	4150305,855	448977,099	4150305,855
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>				
A/A	δE (m)	δN (m)		
ΑΛΥΚΗ	0,000	0,000		
ΑΛΩΝΙΑ	0,000	0,000		
ΔΕΙΜΕΖΗ	0,000	0,000		

Πίνακας 6.26 Διαφορές μεταξύ 2-D μετασχηματισμού με αναλυτική αλγοριθμική επεξεργασία και με συνόρθωση παρατηρήσεων

➤ Σύγκριση τελικών συντεταγμένων από 2-D μετασχηματισμό (με συνόρθωση παρατηρήσεων) με ή χωρίς αναγωγή στο μέσο όρο των μετρήσεων.

Στην παρακάτω εικόνα παρατηρούμε τις τελικές συντεταγμένες όπου έχουν προέλθει κατόπιν συνόρθωσης. Στην πρώτη περίπτωση παρουσιάζεται η λύση που έχει προκύψει μετά την αναγωγή των συντεταγμένων του β' συστήματος στο μέσο όρο (αριστερά) και στη δεύτερη χωρίς. Αναλυτικότερα, χωρίς την αναγωγή στο μέσο όρο συμπεραίνουμε ότι στα σύγχρονα προγράμματα όπως το Matlab παρόλο του προειδοποιητικού μηνύματος ύπαρξης αστάθειας των τιμών στην αντιστροφή του πίνακα N , δεν επηρεάζονται, σχεδόν καθόλου (της τάξης του 1 mm), τα τελικά αποτελέσματα. Ωστόσο αποτελεί ασθενές σημείο στη συνόρθωση και τέτοια προειδοποιητικά μηνύματα καλό είναι να αποφεύγονται.

Τελικές συντεταγμένες σημείων με αναγωγή (α)			Τελικές συντ/νες χωρίς αναγωγή. (β)	
A/A	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
T16	451970,521	4150877,446	451970,522	4150877,447
T17	451411,636	4151057,523	451411,637	4151057,524
T1	451562,948	4149985,250	451562,949	4149985,251
T4	451944,921	4149932,222	451944,922	4149932,223
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>				
A/A	δE (m)	δN (m)		
T16	-0,001	-0,001		
T17	-0,001	-0,001		
T1	-0,001	-0,001		
T4	-0,001	-0,001		

Συντεταγμένες τριγωνομετρικών με αναγωγή (α)			Συντεταγμένες τριγωνομετρικών χωρίς αναγωγή (β)	
A/A	E (m)	N (m)	E (m)	N (m)
ΑΛΥΚΗ	453587,6595	4148451,088	453587,6601	4148451,089
ΑΛΩΝΙΑ	450740,6419	4149810,981	450740,6425	4149810,982
ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,0986	4150305,855	448977,099	4150305,856
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>				
A/A	δE (m)	δN (m)		
ΑΛΥΚΗ	-0,001	-0,001		
ΑΛΩΝΙΑ	-0,001	-0,001		
ΔΕΙΜΕΖΗ	-0,001	-0,001		

Πίνακας 6.27 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων με ή χωρίς αναγωγή

- Σύγκριση τελικών συντεταγμένων μεταξύ 3-D μετασχηματισμό και συντεταγμένων από ΓΥΣ καθώς και συντεταγμένων από άλλο τοπογράφο.

Παρακάτω ακολουθούν συγκρίσεις μεταξύ των συντεταγμένων του 3D και του 2D μετασχηματισμού ομοιότητας όπου υπολογίσθηκαν παραπάνω καθώς και με τις συντεταγμένες που δίνει η Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού (ΓΥΣ).

Έτσι αυτό που παρατηρείται μεταξύ των συντεταγμένων της ΓΥΣ και των συντεταγμένων που βρέθηκαν κατά το 3D μετασχηματισμό ομοιότητας είναι διαφορές της τάξης του χιλιοστού οι οποίες είναι αποδεκτές όπου στο υψόμετρο Η έχουμε διαφορά 1 mm ενώ στις προβολικές E και N από 1mm-17mm.

Τελικές συντεταγμένες 3-D μετασχηματισμού. (α)				Από ΓΥΣ (Σύστημα α). (β)		
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)	H (m)
ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,087	22,259	453587,665	4148451,094	22,260
ΑΛΩΝΙΑ	450740,641	4149810,980	43,100	450740,629	4149810,963	43,100
ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,098	4150305,854	46,979	448977,106	4150305,867	46,980
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>						
A/A	δE (m)	δN (m)	δH (m)			
ΑΛΥΚΗ	0,005	0,007	0,001			
ΑΛΩΝΙΑ	-0,012	-0,017	0,000			
ΔΕΙΜΕΖΗ	0,008	0,013	0,001			
Τελικές συντεταγμένες 3-D μετασχηματισμού. (α)				Μετρήσεις που είχαν γίνει από άλλο τοπογράφο (β)		
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)	H (m)
T16	451970,521	4150877,446	2,682	451970,529	4150877,440	2,384
T17	451411,636	4151057,523	0,765	451411,645	4151057,516	0,455
T1	451562,948	4149985,250	0,779	451562,938	4149985,246	0,673
T4	451944,921	4149932,222	0,806	451944,914	4149932,203	0,69
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>						
A/A	δE (m)	δN (m)	δH (m)			
T16	-0,006	0,010	0,298			
T17	-0,006	0,010	0,310			
T1	0,012	0,010	0,106			
T4	0,009	0,023	0,116			

Πίνακας 6.28 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3Δ μετασχηματισμό με τις αντίστοιχες συντεταγμένες από τοπογράφο και ΓΥΣ

Εν συνεχεία, παρακάτω ακολουθούν κάποιες επιπλέον διαφορές για όλα τα σημεία, όπου με τη σύγκριση των συντεταγμένων 3D μετασχηματισμού ομοιότητας και 2D ομοιότητας χωρίς αναγωγή και με αναγωγή (βλ Πίνακες 6.29-6.30) ότι διαφέρουν κατά ένα χιλιοστό οι διαφορές τους. Συγκεκριμένα οι διαφορές που προκύπτουν από τη σύγκριση των 3D με 2D (χωρίς αναγωγή) και 3D με 2D (με αναγωγή) παρατηρείται μια μεταξύ διαφορά της τάξης του 1 mm. Αυτή η διαφορά είναι αναμενόμενη λόγω των αριθμητικών ασταθειών που προκύπτουν από την μη αναγωγή των μετρήσεων (κατά τον 2-D μετασχηματισμό). Συμπεραίνουμε ότι λόγω των σύγχρονων υπολογιστών η αστάθεια δεν επηρεάζει πολύ τα τελικά αποτελέσματα, ωστόσο αποτελεί ασθενές σημείο όπου όπως βλέπουμε υπάρχει μια διαφορά ενός χιλιοστού.

Τελικές συντεταγμένες 3-D μετασχηματισμού. (α)				Χωρίς αναγωγή (2-D μετασχηματισμός). (β)	
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)
ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,087	22,259	453587,660	4148451,089
ΑΛΩΝΙΑ	450740,641	4149810,980	43,100	450740,642	4149810,982
ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,098	4150305,854	46,979	448977,099	4150305,856
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>					
A/A	δE (m)		δN (m)		
ΑΛΥΚΗ	0,000		0,002		
ΑΛΩΝΙΑ	0,001		0,002		
ΔΕΙΜΕΖΗ	0,001		0,002		
Τελικές συντεταγμένες 3-D μετασχηματισμού. (α)				Χωρίς αναγωγή (2-D μετασχηματισμός). (β)	
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)
T16	451970,521	4150877,446	2,682	451970,522	4150877,447
T17	451411,636	4151057,523	0,765	451411,637	4151057,524
T1	451562,948	4149985,250	0,779	451562,949	4149985,251
T4	451944,921	4149932,222	0,806	451944,922	4149932,223

<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>		
A/A	δE (m)	δN (m)
T16	-0,001	-0,003
T17	-0,002	-0,002
T1	-0,001	-0,005
T4	-0,001	-0,003

Πίνακας 6.29 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3D μετασχηματισμό και 2D μετασχηματισμό (χωρίς αναγωγή)

Τελικές συντεταγμένες 3D μετασχηματισμού. (α)				Με αναγωγή (2-D μετασχηματισμός). (β)	
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)
ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,087	22,259	453587,660	4148451,088
ΑΛΩΝΙΑ	450740,641	4149810,980	43,100	450740,642	4149810,981
ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,098	4150305,854	46,979	448977,099	4150305,855
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>					
A/A	δE (m)			δN (m)	
ΑΛΥΚΗ	0,000			0,001	
ΑΛΩΝΙΑ	0,001			0,001	
ΔΕΙΜΕΖΗ	0,001			0,001	
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)
T16	451970,521	4150877,446	2,682	451970,521	4150877,446
T17	451411,636	4151057,523	0,765	451411,636	4151057,523
T1	451562,948	4149985,250	0,779	451562,948	4149985,250
T4	451944,921	4149932,222	0,806	451944,921	4149932,222

<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>		
A/A	δE (m)	δN (m)
T16	-0,002	-0,004
T17	-0,003	-0,003
T1	-0,002	-0,006
T4	-0,002	-0,004

Πίνακας 6.30 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3D μετασχηματισμό και 2D μετασχηματισμό (με αναγωγή)

Τέλος, οι διαφορές που προκύπτουν Πίνακας 6.31 από τις συντεταγμένες των σημείων του 3D μετασχηματισμού και του 2D μετασχηματισμού (με απλοποίηση των τύπων) είναι της τάξης του 1mm. Τις ίδιες διαφορές είδαμε και στον Πίνακα 6.30 αφού οι συντεταγμένες που υπολογίσθηκαν με τους δύο τρόπους (2D με αναγωγή και με χρήση αλγοριθμικής διαδικασίας)

Τελικές συντεταγμένες 3D μετασχηματισμού. (α)				Με αναλυτική αλγοριθμική διαδικασία (2-D μετασχηματισμός). (β)	
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)
ΑΛΥΚΗ	453587,660	4148451,087	22,259	453587,660	4148451,088
ΑΛΩΝΙΑ	450740,641	4149810,980	43,100	450740,642	4149810,981
ΔΕΙΜΕΖΗ	448977,098	4150305,854	46,979	448977,099	4150305,855
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>					
A/A	δE (m)		δN (m)		
ΑΛΥΚΗ	0,000		0,001		
ΑΛΩΝΙΑ	0,001		0,001		
ΔΕΙΜΕΖΗ	0,001		0,001		
Τελικές συντεταγμένες 3D μετασχηματισμού. (α)				Με αναλυτική αλγοριθμική διαδικασία (2-D μετασχηματισμός). (β)	
A/A	E (m)	N (m)	H (m)	E (m)	N (m)
T16	451970,521	4150877,446	2,682	451970,521	4150877,446
T17	451411,636	4151057,523	0,765	451411,636	4151057,523
T1	451562,948	4149985,250	0,779	451562,948	4149985,250
T4	451944,921	4149932,222	0,806	451944,921	4149932,222
<u>ΔΙΑΦΟΡΕΣ συντ/νων μεταξύ (α)-(β)</u>					
A/A	δE (m)		δN (m)		
T16	-0,002		-0,004		
T17	-0,003		-0,003		
T1	-0,002		-0,006		
T4	-0,002		-0,004		

Πίνακας 6.31 Διαφορές μεταξύ των συντεταγμένων όλων των σημείων από 3Δ μετασχηματισμό και 2D μετασχηματισμό (απλοποίηση αλγόριθμου)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

7.1 Συμπεράσματα

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως αντικείμενο τον προσδιορισμό θέσης των κορυφών ενός δικτύου, το οποίο υλοποιείται από 7 σημεία, εκ των οποίων τα 3 είναι τριγωνομετρικά σημεία της Γεωγραφικής Υπηρεσίας Στρατού στην περιοχή του Πόρου.

Ο καλός σχεδιασμός του δικτύου και ο σωστός προγραμματισμός των μετρήσεων είναι απαραίτητος, προκειμένου να διευκολυνθούν οι μετρήσεις στο ύπαιθρο, να επιτευχθούν αξιόπιστα αποτελέσματα και να επιτευχθεί η επιθυμητή ακρίβεια στις μετρήσεις.

Η επιλογή των κορυφών του δικτύου δεσμεύεται από τη μορφολογία της περιοχής και την ύπαρξη κοντινών θαλασσιών εκτάσεων. Παρόλ' αυτά επιλέχθηκαν σημεία με όσο καλύτερη γεωμετρική κατανομή για την αύξηση της σταθερότητας και της ακρίβειας της λύσης.

Το δίκτυο αυτό αποτελεί μέρος του επίσημου κρατικού τριγωνομετρικού δικτύου, τα σημεία του θεωρούνται σταθερά και η εξάρτηση όποιων άλλων δικτύων θα πρέπει να γίνεται από αυτό, αφού η εύρεση των τοπικών παραμέτρων βοηθά αρκετά για μελλοντικές μετρήσεις όπως για παράδειγμα κάποιο τοπογραφικό με εξάρτηση από αυτό το δίκτυο δίχως τις διεργασίες που προηγήθηκαν κατά την ίδρυση του εν λόγω δικτύου. Στη σύγχρονη εποχή όμως της διαστημικής γεωδαισίας, τα νέα δίκτυα έχουν συχνά υψηλότερη ακρίβεια προσδιορισμού σημείων λόγω αυτής της συνεχής εξέλιξης των μοντέλων και τεχνικών επεξεργασίας και συνόρθωσης, από αυτήν του κρατικού δικτύου. Επομένως, η μέτρηση και η επίλυση ενός παλαιού δικτύου με σύγχρονα μέσα καθώς και ο μετασχηματισμός των συντεταγμένων σε διάφορα συστήματα αναφοράς παρουσιάζει ενδιαφέροντα αποτελέσματα.

Επιπρόσθετα, μεγαλύτερος αριθμός κορυφών θα εξασφάλιζε περισσότερους βαθμούς ελευθερίας και ταυτόχρονα καλύτερα αποτελέσματα κατά τη συνόρθωση αλλά και στη διαδικασία των στατιστικών ελέγχων. Συγκεκριμένα, στην εύρεση των παραμέτρων του υψομέτρου από το ένα σύστημα στο άλλο πραγματοποιήθηκε

έλεγχος t-test αλλά οι βαθμοί ελευθερίας δεν ήταν αρκετοί ώστε να προκύψουν ασφαλή στατιστικά αποτελέσματα.

Η επιλογή της ημέρας και της ώρας μέτρησης κάθε βάσης, πραγματοποιήθηκε με κριτήρια που αφορούσαν, την κατά τον δυνατόν καλύτερη γεωμετρία του δορυφορικού σχηματισμού (ο δείκτης PDOP να είναι μικρότερος του τέσσερα) και το βέλτιστο αριθμό κοινών παρατηρούμενων δορυφόρων (πάνω από 6). Η διάρκεια των παρατηρήσεων (βάσεις) επιλέχθηκε να είναι από 1:00 h έως 0:30 h ανάλογα με το μήκος της κάθε βάσης, επειδή η μεταβολή της γεωμετρίας του δορυφορικού σχηματισμού ως προς το δέκτη, συνεπάγεται την ελαχιστοποίηση των σφαλμάτων. Τα παραπάνω κριτήρια επηρεάζουν καθοριστικά την αβεβαιότητα προσδιορισμού και είναι αλληλένδετα μεταξύ τους.

Τέλος η ορατότητα σε όλες τις κορυφές του δικτύου, ως προς τους δορυφόρους, ήταν ικανοποιητική.

Οι άγνωστες παράμετροι στην περίπτωση του ελέγχου του υψομετρικού μετασχηματισμού είναι δύο (μετάθεση και κλίμακα), ενώ οι παρατηρούμενες διαφορές μεταξύ των προσεγγιστικών υψομέτρων από το GPS και των υψομέτρων της ΓΥΣ είναι μόλις τρεις. Οι χαμηλοί βαθμοί ελευθερίας, εκτός από τα προβλήματα στην αξιοπιστία των στατιστικών ελέγχων, αποτρέπουν τη δοκιμή επιπλέον μαθηματικών μοντέλων μετασχηματισμού των υψομέτρων, τα οποία μπορεί να περιέχουν στοιχεία για το γεωειδές της περιοχής ή τη γεωδαιτική θέση των σημείων. Παρόμοια μοντέλα (4 ή 5 παραμέτρων) έχουν δοκιμαστεί στον υψομετρικό έλεγχο με αξιολογα αποτελέσματα.

Επιπλέον, το πρόγραμμα Topcon tools δεν δίνει πλήρη πίνακα μεταβλητότητας – συμμεταβλητότητας \hat{C}_x των συντεταγμένων των κορυφών του δικτύου μετά την επίλυση, παρά μόνο τις αβεβαιότητες των κορυφών του δικτύου. Αυτός είναι ένας από τους λόγους που πραγματοποιήθηκε επίλυση και με την χρήση αλγορίθμου συνόρθωσης σε περιβάλλον Excel.

Πραγματοποιήθηκαν ξεχωριστά 1D, 2D και 3D μετασχηματισμοί συντεταγμένων για την εκτίμηση των τοπικών παραμέτρων μετασχηματισμού στο προβολικό επίπεδο, στην υψομετρία, καθώς και στις καρτεσιανές τρισσορθογώνιες γεωδαιτικές συντεταγμένες των συστημάτων που χρησιμοποιούνται. Οι μετασχηματισμοί αφορούν ουσιαστικά τη μετατροπή, με όσο το δυνατό ακριβέστερο και αξιόπιστο τρόπο, από το σύστημα των μετρήσεων του GNSS στο ΕΓΣΑ87. Οι εκτιμήσεις της

ακρίβειας (a-posteriori τυπική απόκλιση) του μετασχηματισμού 1D, 2D και 3D μετά τη συνόρθωση των παρατηρήσεων ανήλθαν στα 2.9 cm, 2 cm και 1.9 cm αντιστοίχως. Οι συγκρίσεις στα σημεία έδειξαν ότι τα αποτελέσματα των μεθόδων βρίσκονται πολύ κοντά.

Συγκεκριμένα, οι συγκρίσεις που πραγματοποιήθηκαν είναι οι εξής:

1. Μεταξύ των τελικών συντεταγμένων τριγωνομετρικών σημείων που προέκυψαν από την αναλυτική αλγοριθμική διαδικασία, με των αντίστοιχων σημείων της ΓΥΣ καθώς και με τις μετρήσεις που προέκυψαν από άλλο τοπογράφο. Τα αποτελέσματα της σύγκρισης αυτής, όπου προκύπτουν, είναι ότι τα σημεία μεταξύ των συντεταγμένων του 2Δ μετασχηματισμού (αλγοριθμικής διαδικασίας) με τις αντίστοιχες συντεταγμένες της ΓΥΣ και του τοπογράφου, πλησιάζουν αρκετά μεταξύ τους (τάξη σφάλματος 4-19 mm). Μπορεί να γίνει μια εκτίμηση του εσωτερικού σφάλματος του προγράμματος το οποίο είναι σχεδόν μηδαμινό και ανεκτό. Τέλος αυτή η διαφορά, που ενδεχομένως υπάρχει μεταξύ συντεταγμένων του τοπογράφου και αυτών που προέκυψαν από τον 2D μετασχηματισμό λόγω της χρήσης των τοπικών παραμέτρων για την εύρεση των συντεταγμένων στον 2D, σε σχέση με τις συντεταγμένες που υπολογίσθηκαν από τον τοπογραφο όπου χρησιμοποιήθηκαν οι γενικές παράμετροι όλης της Ελλάδας (αφού τα σημεία του τα επίλυσε με το Topcon tools).
2. Μεταξύ όλων των συντεταγμένων που προέκυψαν από την αναλυτική αλγοριθμική διαδικασία, με των αντίστοιχων συντεταγμένων που προέκυψαν από τον 2Δ μετασχηματισμό με συνόρθωση των ανηγμένων παρατηρήσεων στο κέντρο βάρους των μετρήσεων. Όπου τα τελικά αποτελέσματα και με τους δύο τρόπους είναι ακριβώς τα ίδια, το οποίο ήταν και αναμενόμενο, αφού οι αναλυτικές εξισώσεις υπολογισμού βασίζονται στην αλγοριθμική προσέγγιση της συνόρθωσης των παρατηρήσεων, δίχως τη χρήση πινάκων.
3. Μεταξύ όλων των τελικών συντεταγμένων που προέκυψαν από τον 2D μετασχηματισμό με συνόρθωση στις ανηγμένες και μη παρατηρήσεις στο κέντρο βάρους των μετρήσεων. Αναλυτικότερα, χωρίς την αναγωγή στο μέσο όρο συμπεραίνουμε ότι στα σύγχρονα προγράμματα όπως το Matlab παρόλο του προειδοποιητικού μηνύματος ύπαρξης αστάθειας των τιμών στην αντιστροφή του πίνακα N , δεν επηρεάζονται, σχεδόν καθόλου (της τάξης του 1 mm), τα τελικά

αποτελέσματα. Ωστόσο αποτελεί ασθενές σημείο στη συνόρθωση και τέτοια προειδοποιητικά μηνύματα καλό είναι να αποφεύγονται.

4. Μεταξύ όλων των τελικών συντεταγμένων που προέκυψαν από τον 3D μετασχηματισμό, με των αντίστοιχων σημείων της ΓΥΣ καθώς και με τις μετρήσεις που προέκυψαν από άλλο τοπογράφο. Έτσι αυτό που παρατηρείται μεταξύ των συντεταγμένων της ΓΥΣ και των συντεταγμένων που βρέθηκαν κατά το 3D μετασχηματισμό ομοιότητας είναι διαφορές της τάξης του χιλιοστού οι οποίες είναι αποδεκτές όπου στο υψόμετρο H έχουμε διαφορά 1 mm ενώ στις προβολικές E και N από 1mm-17mm.
5. Μεταξύ όλων των τελικών συντεταγμένων που προέκυψαν από τον 3D μετασχηματισμό, με των αντίστοιχων του 2D μετασχηματισμού με συνόρθωση των ανηγμένων παρατηρήσεων στο κέντρο βάρους των μετρήσεων αλλά και χωρίς αναγωγή. Παρατηρείται ότι, οι διαφορές που προκύπτουν από τη σύγκριση των 3D με 2D (χωρίς αναγωγή) και 3D με 2D (με αναγωγή) είναι της τάξης του 1 mm. Αυτή η διαφορά είναι αναμενόμενη λόγω των αριθμητικών ασταθειών που προκύπτουν από την μη αναγωγή των μετρήσεων. Άρα λόγω των σύγχρονων υπολογιστών η αστάθεια δεν επηρεάζει πολύ τα τελικά αποτελέσματα, παρόλα αυτά αποτελεί ασθενές σημείο όπου όπως βλέπουμε υπάρχει μια διαφορά ενός χιλιοστού.
6. Μεταξύ όλων των τελικών συντεταγμένων που προέκυψαν από τον 3D μετασχηματισμό με τις αντίστοιχες τελικές συντεταγμένες των σημείων όπου προέκυψαν από την αναλυτική αλγοριθμική διαδικασία. Συμπεραίνουμε ότι, οι διαφορές που προκύπτουν από τις συντεταγμένες των σημείων του 3D μετασχηματισμού και του 2D μετασχηματισμού (με απλοποίηση των τύπων) είναι της τάξης του 1mm. Τις ίδιες διαφορές είδαμε στην παραπάνω σύγκριση αφού οι συντεταγμένες που υπολογίσθηκαν με τους δύο τρόπους (2D με αναγωγή και με χρήση αλγοριθμικής διαδικασίας).

Συμπερασματικά, μπορούμε να πούμε ότι η δημιουργία τοπικών παραμέτρων μετασχηματισμού, με τη μέθοδο που αναλύθηκε στο παρόν τεύχος, μέσω της συνόρθωσης των παρατηρήσεων τους είναι η πιο ασφαλής μέθοδος για την εξαγωγή σωστών μετατροπών από το ένα σύστημα σε ένα άλλο, αφού σήμερα οι δορυφορικές μετρήσεις GPS είναι ευρέως διαδεδομένες, λόγω της ευκολίας στη χρήση τους, αλλά και της αξιοπιστίας στα αποτελέσματα για τα συμβατικά έργα του Μηχανικού.

7.2 Προτάσεις

Με την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας και συνοψίζοντας όλα τα συμπεράσματα που προέκυψαν με την μελέτη αυτή, κρίνεται απαραίτητη η διατύπωση, μερικών προτάσεων, για ενέργειες που θα μπορούσαν να γίνουν στο μέλλον. Αυτές είναι οι ακόλουθες:

- ✓ Πύκνωση δικτύου με περισσότερα σημεία, και ταυτόχρονα ίδρυση περισσότερων βάσεων, με κύριο στόχο την καλύτερη ομοιόμορφη κατανομή τόσο των σημείων, εντός της κατοικημένης περιοχής, όσο και των τριγωνομετρικών.
- ✓ Απαίτηση περισσότερων σημείων στο δίκτυο με σκοπό την αύξηση των βαθμών ελευθερίας όπου συνεπάγεται έγκυροι στατιστικοί έλεγχοι, όπως t-test.
- ✓ Χρήση των μετρήσεων από σταθερό σημείο του Heros ή του Uranus και να εφαρμοζόταν μια σύγκριση μεταξύ των συστημάτων αυτών με τα αποτελέσματα που προέκυψαν στο τεύχος αυτό.
- ✓ Βοήθεια σε μελλοντικές μετρήσεις όπως τοπογραφικές μελέτες, έτσι γνωρίζοντας τις τοπικές παραμέτρους προκύπτουν αποτελέσματα με μεγαλύτερη ακρίβεια.

Βιβλιογραφία

1. Α. Δερμάνης (1992), *Συνορθώσεις Παρατηρήσεων και Θεωρία Εκτίμησης* (τόμος 1), Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
2. Αθανάσιος Δερμάνης (1999), *Διαστημική Γεωδαισία και Γεωδυναμική GPS*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
3. Αθανάσιος Δερμάνης (2005), *Συντεταγμένες και Συστήματα Αναφοράς*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
4. Α. Δερμάνης (1999), *Συνορθώσεις Παρατηρήσεων και Θεωρία Εκτίμησης* (τόμος 2), Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
5. Α. Δερμάνης και Α. Φωτίου (1995), *Μέθοδοι και Εφαρμογές Συνορθωσης Παρατηρήσεων*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
6. Αθανάσιος Παράσχος (2012), Συστήματα Αναφοράς στη Γεωδαισία, (Άρθρο). Ανακτήθηκε από: <https://www.slideshare.net/aparaschos/ss-45215964>
7. Αριστείδης Ι. Φωτίου, (2009), *Γεωμετρική Γεωδαισία. Θεωρία και Πράξη*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
8. Α. Φωτίου και Χ. Ι. Καλτσίκης (2000), *Γενική Τοπογραφία*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
9. Αριστείδης Ι. Φωτίου και Χρήστος Κ. Πικριδάς (2012), *GPS και Γεωδαιτικές Εφαρμογές* (2^η έκδοση), Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
10. Bock Y., & Zhu S. Y. (1982). On the establishment and maintenance of a modern conventional terrestrial reference system. *Technische Univ Geodesy Global Geodyn*, 157-166. Ανακτήθηκε από: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1982TUnGG.....157B/abstract>
11. Hofmann-Wellenhof, B., & Lichtenegger, H., & Wasle, E. (2007). *GNSS – Global Navigation Satellite Systems GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer Wien New York. <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-211-73017-1>
12. Γ.Γεωργιλάκης (2013), *Ίδρυση δικτύου κατακόρυφου ελέγχου με δορυφορικές μεθόδους στο λεκανοπέδιο Αττικής*, (Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π Τμήμα Τοπογραφίας), Αθήνα. Ανακτήθηκε από:

https://dspace.lib.ntua.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/8217/georgilakisg_network.pdf?sequence=3

13. Δ. Ρωσσικόπουλος, (1999), *Τοπογραφικά δίκτυα και υπολογισμοί* (έκδοση β), Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
14. Δημήτριος Ρέγας (2014), *Μέτρηση και Επίλυση Τρισδιάστατου Δικτύου Αναφοράς με Δορυφορικές Μεθόδους* (Διπλωματική Εργασία, Ε.Μ.Π Τμήμα Τοπογραφίας), Αθήνα. Ανακτήθηκε από:
https://dspace.lib.ntua.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/39340/%CE%94%CE%B9%CF%80%CE%BB%CF%89%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE_%CE%A1%CE%AD%CE%B3%CE%B1%CF%82_%CE%94.pdf?sequence=1
15. Δημήτριος Τσούλης (2016), *Συστήματα Αναφοράς και Χρόνου*, Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
16. Διονύσιος Δ. Μπαλοδήμος, Σταθάς Δ., Αραμπατζή Ο.(2006), *Γεωδαιτικά Δίκτυα Αποτυπώσεις Χαράξεις*, Εκδόσεις: ΕΜΠ, Αθήνα.
17. Ευαγγελία Λάμπρου και Γιώργος Πανταζής (2015), *Εφαρμοσμένη Γεωδαισία* (2^η έκδοση), Εκδόσεις Ζήτη, Θεσσαλονίκη
18. Θ. Χριστοδουλάκης, Κορφιάτης. Ε., & Τερζής, Π. (2016), *Αδρανειακά συστήματα αναφοράς μετασχηματισμού Γαλιλαίου*.
19. Ιωάννης Ν. Χατζόπουλος (2009), *Τοπογραφία* (2^η έκδοση), Εκδόσεις Γκιούρδας Εκδοτική, Πανεπιστήμιο Αιγαίου
20. Μ. Κάβουρας, Δάρρα. Α., Κονταξάκη, Σ., & Τομαή, Ε. (2016), *Συστήματα Αναφοράς και Μετασχηματισμοί Δεδομένων*. Ανακτήθηκε από:
https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/5229/2/Special_Relativity_Chapter_2.pdf
21. Χ. Λιάκος, (2011), *Μέτρηση και επίλυση δικτύου GPS στην περιοχή ΚοζάνηςΠτολεμαΐδας* (Μεταπτυχιακή, Διπλωματική Εργασία, Α.Π.Θ. Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών), Κοζάνη. Ανακτήθηκε από:
<http://ikee.lib.auth.gr/record/128851/files/%20GRI-2012-8334.pdf>

22. Topcon Positioning Systems, *Topcon Hiper Pro Operator's Manual* (2004), Part Number 7010-0681 Rev B. <https://www.manualslib.com/manual/807838/Topcon-Hiper-Pro.html>
23. Topcon Positioning Systems, *Topcon tools Quick Reference Guide* (2005), Part Number 7010-0616 Rev E. Ανακτήθηκε από:
https://infosys.ars.usda.gov/svn/code/spare_parts/linear_rail/RTK_GPS/Documentation/Topcon%20Tools%20Quick%20Reference%20Guide.pdf
24. Topcon Positioning Systems, *TopconTools Post-processing Software Reference Manual* (2009), Part Number 7010-0612 Rev L.
https://www.topptopo.dk/files/manual/7010_0612_REVL_TopconTools7_3_RM.pdf

Ιστοσελίδες

1. <https://www.gps.gov/systems/gnss/>
2. <https://nemertes.lis.upatras.gr/jspui/handle/10889/9593>
3. <https://www.slideshare.net/JohnTzortzakis/gps-44127043>
4. <https://eclass.hmu.gr/modules/document/file.php/TD103/2.%20%CE%A0%CE%A1%CE%9F%CE%A3%CE%98%CE%95%CE%A4%CE%91%20%CE%92%CE%9F%CE%97%CE%98%CE%97%CE%9C%CE%91%CE%A4%CE%91/GPS/1.pdf>
5. <http://www.sustainabledevelopmentmagazine.com/?p=1019>
6. <https://dspace.lib.ntua.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/2847/meletiougps.pdf?sequence=3&isAllowed=y>
7. https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/2672/2/02_chapter_2.pdf
8. <https://docplayer.gr/50297503-Analysis-axiopistias-diktyon-meros-ii.html>
9. <https://dspace.lib.ntua.gr/xmlui/bitstream/handle/123456789/2951/tsourelisgps.pdf?sequence=3>
10. <https://eclass.teicrete.gr/modules/document/file.php/TD103/2.%20%CE%A0%CE%A1%CE%9F%CE%A3%CE%98%CE%95%CE%A4%CE%91%20%CE%92%CE%9F%CE%97%CE%98%CE%97%CE%9C%CE%91%CE%A4%CE%91/GPS/4.pdf>
11. <https://docplayer.gr/67801094-Pro-epexergasia-synorthosi-kai-statistiki-analysi-diktyoy-metallikoy.html>
12. <http://ikee.lib.auth.gr/record/128604/files/GRI-2012-8119.pdf>
13. https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Gaia
14. <https://www.geotech.gr/index.php/blog/hepos-hellenic-positioning-system>

Παράρτημα Α

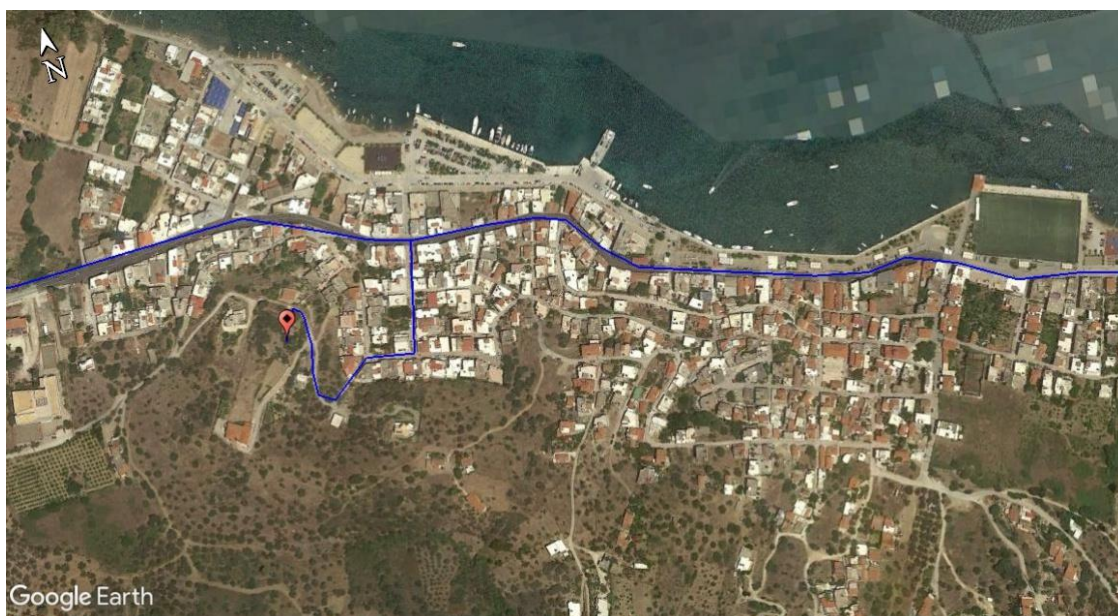
ΟΔΟΠΟΡΙΚΟ ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ ΤΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Αρίθμηση σημείων του δικτύου:

1. ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ (365075)
2. ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ (365069)
3. ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ (210002)
4. T16
5. T17
6. T4
7. T1

1. ΚΟΡΥΦΗ ΓΥΣ ΑΛΩΝΙΑ (365075)

ΘΕΣΗ



Συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ '87 (ΓΥΣ) και το WGS '84 (X,Y,X)		
E (m)	N (m)	H (m)
450740,629	4149810,963	43,100
X (m)	Y (m)	Z (m)
4648428,976	2015835,617	3861304,276

ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥ



2. ΚΟΡΥΦΗ ΓΥΣ ΑΛΥΚΗ(365069)

ΘΕΣΗ



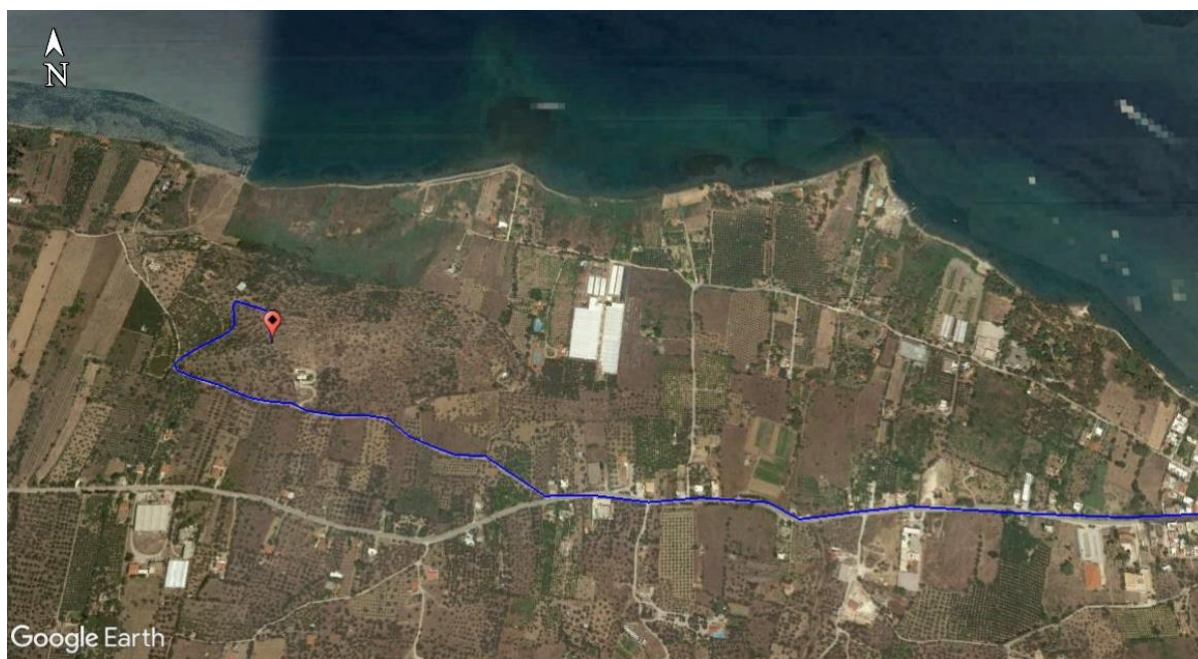
Συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ '87 (ΓΥΣ) και το WGS '84 (X,Y,X)		
E (m)	N (m)	H (m)
453587,665	4148451,094	22,260
X (m)	Y (m)	Z (m)
4648027,325	2018774,513	3860225,186

ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥ



3. ΚΟΡΥΦΗ ΓΥΣ ΔΕΙΜΕΖΗ(210002)

ΘΕΣΗ



Συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ '87 (ΓΥΣ) και το WGS '84 (X,Y,X)		
E (m)	N (m)	H (m)
448977,106	4150305,867	46,980
X (m)	Y (m)	Z (m)
4648864,008	2014098,158	3861690,983

ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥ



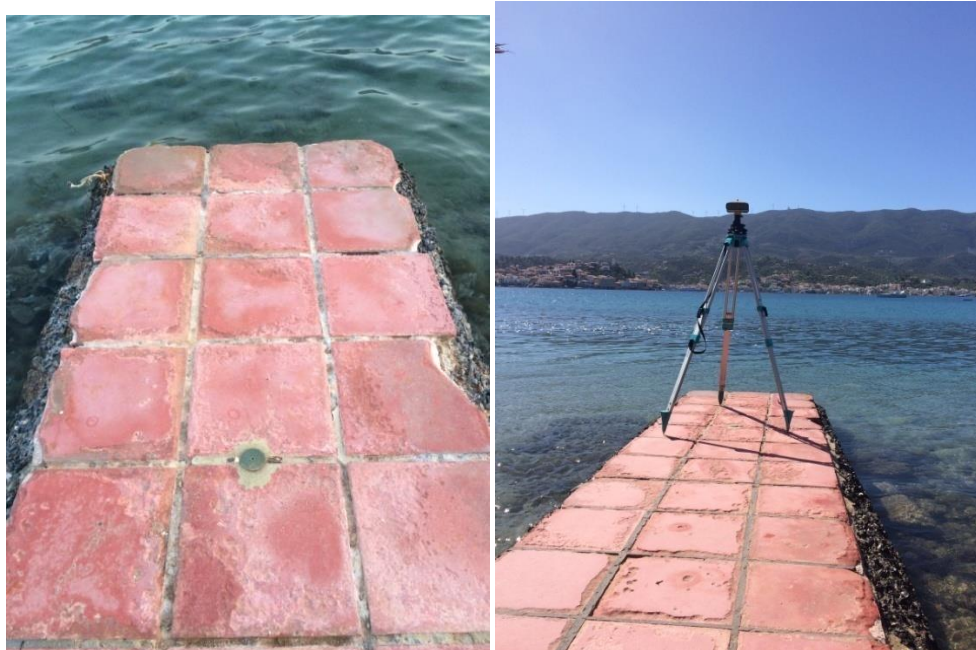
4. ΚΟΡΥΦΗ Τ17

ΘΕΣΗ



Συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ '87 (ΓΥΣ) και το WGS '84 (X,Y,X)		
E (m)	N (m)	H (m)
451411,636	4151057,523	0,765

ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥ



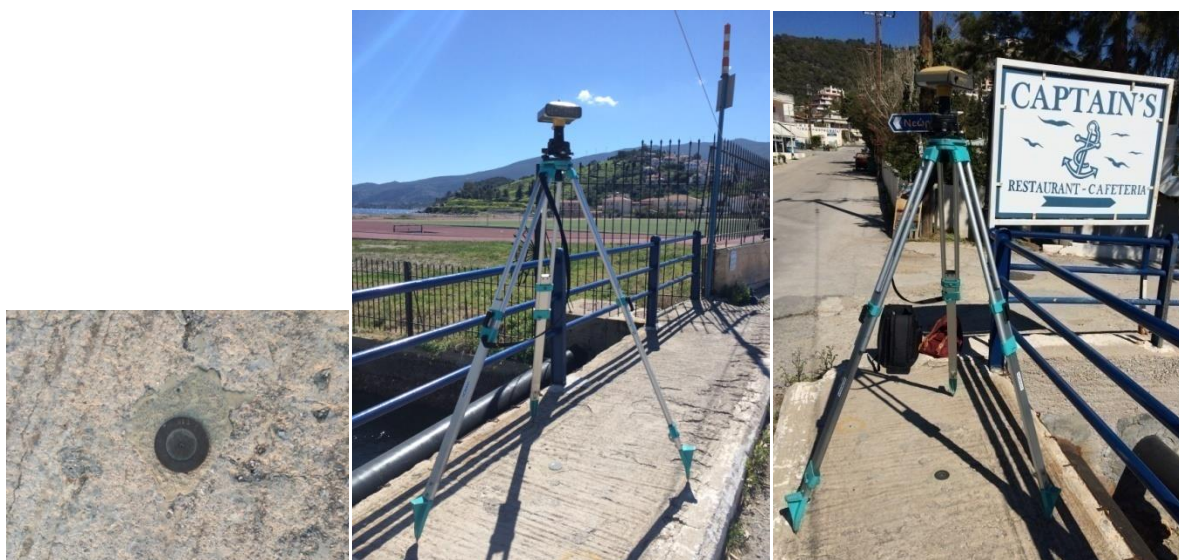
5. ΚΟΡΥΦΗ T16

ΘΕΣΗ



Συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ '87 (ΓΥΣ) και το WGS '84 (X,Y,X)		
E (m)	N (m)	H (m)
451970,521	4150877,446	2,682

ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥ



6. ΚΟΡΥΦΗ Τ4

ΘΕΣΗ



Συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ '87 (ΓΥΣ) και το WGS '84 (X,Y,X)		
E (m)	N (m)	H (m)
451944,921	4149932,222	0,806

ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥ



7. ΚΟΡΥΦΗ Τ1

ΘΕΣΗ



Συντεταγμένες στο ΕΓΣΑ '87 (ΓΥΣ) και το WGS '84 (X,Y,X)

E (m)	N (m)	H (m)
451562,948	4149985,250	0,779

ΕΙΚΟΝΑ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥ



Παράρτημα Β

Παρακάτω βλέπουμε τη λίστα με τα τριγωνομετρικά σημεία της ΓΥΣ της ευρύτερης περιοχής της Τροιζηνίας και του Πόρου.

ΥΔΡΑ												
365001	ΣΤΑΥΡΩΝΗΣΙ	iii	37 14 59.3830	23 26 46.5142	450891.313	4122730.900	120.470	0.040	0.051	0.000	1.09	BAΘPO
365002	ΤΡΙΚΕΡΟ	iii	37 15 44.8884	23 16 53.2198	436286.218	4124231.459	159.300	0.037	0.027	0.000	1.10	BAΘPO
365003	ΚΑΡΤΕΛΙ	iv	37 16 28.2535	23 20 21.7138	441430.932	4125530.406	31.343	0.016	0.010	0.055	1.07	BAΘPO
365004	ΠΛΑΤΩΝΗΣΙ	iii	37 16 57.1250	23 22 8.7812	444073.600	4126402.132	70.702	0.037	0.026	0.052	1.06	BAΘPO
365005	ΠΑΜΙΑΣΤΑΝΑ	iv	37 17 44.8832	23 24 4.9408	446943.255	4127855.294	236.240	0.010	0.009	0.052	1.11	BAΘPO
365006	ΒΙΓΛΑ ΜΠΙΣΤΙ	iv	37 17 51.2306	23 22 32.5084	444668.872	4128065.617	122.885	0.007	0.008	0.050	1.10	BAΘPO
365007	ΓΕΡΑΚΙΝΑ	iii	37 18 15.6815	23 24 34.0977	447667.021	4128799.885	348.192	0.031	0.022	0.052	1.10	BAΘPO
365008	ΚΟΛΟΡΟΥΣΙΟΥ	iv	37 18 16.5590	23 25 18.1834	448752.447	4128820.218	241.721	0.010	0.005	0.052	1.10	BAΘPO
365009	ΠΕΤΡΕΙ	iv	37 18 37.9797	23 22 13.9977	444222.743	4129509.299	140.788	0.009	0.010	0.050	1.09	BAΘPO
365010	ΣΩΓΙΕΡΗ	iv	37 18 54.3607	23 23 41.2475	446373.636	4130000.084	187.484	0.026	0.010	0.053	1.04	BAΘPO
365011	ΦΑΡΔΥ ΣΠΙΘΑΡΙ	iv	37 19 2.8897	23 25 27.9825	449002.365	4130246.511	290.012	0.009	0.013	0.052	1.10	BAΘPO
365012	ΜΑΛΙΑ	iii	37 19 36.6375	23 18 34.6429	438836.501	4131354.656	272.558	0.030	0.018	0.019	1.02	BAΘPO
365013	ΣΑΣΤΕΙΣ	iv	37 19 33.9267	23 25 20.4962	448823.953	4131204.099	163.525	0.009	0.015	0.052	1.10	BAΘPO
365014	ΥΔΡΑ ΕΡΩΣ	i	37 19 31.8576	23 27 26.4484	451923.263	4131121.960	587.584	0.000	0.000	0.057	1.07	BAΘPO
365015	ΤΖΟΥΜΑ	iv	37 19 47.1785	23 17 20.8218	437022.217	4131692.971	259.845	0.016	0.008	0.033	1.08	BAΘPO
365016	ΠΥΡΓΟΣ	iv	37 19 35.4422	23 28 21.3355	453274.657	4131224.778	557.143	0.016	0.006	0.058	1.10	BAΘPO
365017	ΚΟΡΥΦΗ	iii	37 19 47.7917	23 21 0.3784	442425.391	4131672.959	288.339	0.030	0.019	0.040	1.09	BAΘPO
365018	ΜΑΛΙΕΣ	iv	37 20 18.1626	23 29 15.0628	454604.014	4132534.011	463.921	0.015	0.012	0.059	1.07	BAΘPO
365019	ΜΟΥΣΑΚΙ	ii	37 20 38.4653	23 15 36.9228	434477.748	4133293.117	204.608	0.000	0.000	0.023	1.10	BAΘPO
365020	ΒΑΥΧΟΣ	iv	37 20 27.2052	23 26 52.3496	451094.056	4132832.464	100.604	0.022	0.026	0.059	1.08	BAΘPO
365021	ΒΡΑΧΟΣ ΚΑΣΤΕΛΙΟΥ	iv	37 20 34.9971	23 20 44.2492	442038.548	4133130.431	132.296	0.027	0.016	0.044	1.10	BAΘPO
365022	ΛΙΜΝΗ ΔΟΚΟΥ	iv	37 20 36.7713	23 19 25.4108	440099.157	4133198.771	26.668	0.033	0.014	0.047	1.12	BAΘPO
365023	ΠΟΥΛΟΥ	iv	37 21 14.3938	23 29 17.5712	454675.126	4134266.549	125.609	0.014	0.027	0.061	1.09	BAΘPO
365024	ΜΑΥΡΩΝΗΣΙ	iv	37 21 50.1946	23 15 16.5965	433995.082	4135507.555	15.713	0.007	0.006	0.018	1.10	BAΘPO
365025	ΑΚ. ΚΑΣΤΡΙ	iv	37 22 54.9795	23 15 29.9833	434340.057	4137501.465	14.340	0.010	0.027	0.000	1.06	BAΘPO
365026	ΜΑΛΙ ΚΡΟΒΙ	iv	37 23 29.7699	23 15 6.0687	433760.453	4138578.261	162.165	0.007	0.008	0.016	1.08	BAΘPO
365027	ΑΛΑΤΟΒΟΥΝΙ	iv	37 24 1.4234	23 17 5.1154	436695.062	4139531.038	131.117	0.009	0.010	0.020	1.12	BAΘPO
365028	ΜΕΤΟΧΙ	iii	37 24 8.0805	23 24 40.2834	447887.011	4139658.839	0.360	0.021	0.025	0.000	1.10	BAΘPO
365029	ΚΟΥΝΟΚΛΟΡΑΧΗ	iv	37 24 39.4931	23 16 10.5893	435363.574	4140714.526	151.210	0.008	0.010	0.015	1.06	BAΘPO
365030	ΠΑΝΑΓΙΑ	iv	37 24 39.4465	23 27 9.8516	451569.767	4140603.309	5.293	0.011	0.010	0.019	1.10	BAΘPO
365031	ΜΕΤΟΧΙ	iv	37 24 50.5112	23 24 20.9659	447420.326	4140969.419	80.007	0.006	0.009	0.012	1.05	BAΘPO
365032	ΠΑΛΙΟΣΑΜΠΑΡΙΖΑ	iv	37 25 5.6001	23 22 3.8074	444051.911	4141456.345	91.817	0.016	0.008	0.018	1.07	BAΘPO
365033	ΤΖΟΥΜΑ	iv	37 25 11.2140	23 20 4.1024	441110.787	4141649.601	191.959	0.013	0.008	0.020	1.05	BAΘPO
365034	ΚΑΠΕΤΑΝΙΟΥ ΜΝΗΜΑ	iv	37 25 18.5428	23 25 45.3287	449499.298	4141820.470	243.028	0.009	0.009	0.015	1.10	BAΘPO
365035	ΒΕΝΙΔΙ	iii	37 25 30.1193	23 17 47.5245	437758.117	4142256.588	347.706	0.020	0.020	0.029	1.05	BAΘPO
365036	ΑΜΠΕΛΑΚΙ	iv	37 25 32.9817	23 15 58.8377	435087.517	4142365.161	242.980	0.009	0.015	0.000	1.02	BAΘPO
365037	ΑΓ. ΑΒΑΘΑΣΙΟΣ	iv	37 25 24.7537	23 29 50.8739	455335.490	4141977.523	72.870	0.006	0.011	0.000	1.07	BAΘPO
365038	ΜΑΔΑΡΑ	iv	37 25 34.7451	23 23 17.3218	445864.718	4142342.599	235.946	0.009	0.008	0.014	1.06	BAΘPO
365039	ΤΣΑΚΩΝΑ	iv	37 25 40.2214	23 27 33.8991	452171.646	4142472.821	279.355	0.009	0.008	0.014	1.08	BAΘPO
365040	ΠΑΤΗΜΕΔ	iv	37 26 13.3599	23 15 8.8478	433868.754	4143619.178	229.490	0.009	0.007	0.000	1.02	BAΘPO
365041	ΜΑΓΟΥΛΑ	iv	37 26 7.7987	23 23 34.6027	446295.996	4143358.482	380.521	0.008	0.008	0.013	1.10	BAΘPO
365042	ΑΘΗΝΙΩΤΗ	iv	37 26 13.9636	23 21 56.9498	443897.524	4143564.271	374.426	0.010	0.008	0.018	1.08	BAΘPO
365043	ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ	iv	37 26 22.1073	23 17 51.4557	437866.676	4143858.016	292.046	0.006	0.010	0.028	1.06	BAΘPO
365044	ΚΑΣΤΡΟΝ	iv	37 26 12.8882	23 26 6.6930	450034.439	4143492.094	408.148	0.009	0.010	0.014	1.05	BAΘPO
365045	ΡΑΧΗ ΠΑΝΑΓΟΠ.	iv	37 26 21.1549	23 20 34.2220	441866.137	4143799.817	401.876	0.012	0.008	0.019	1.08	BAΘPO
365046	ΨΗΛΗ ΤΣΟΥΜΠΑ	iv	37 26 25.9746	23 29 32.1544	455085.564	4143866.655	278.191	0.009	0.008	0.006	1.07	BAΘPO
365047	ΓΑΙΔΟΥΡΩΡΑΧΗ	iv	37 26 32.9442	23 24 58.1056	448352.818	4144120.440	468.183	0.007	0.009	0.013	1.09	BAΘPO
365048	ΚΟΥΝΟΥΚΛΟΡΑΧΗ	iv	37 26 34.9428	23 29 8.2792	454500.398	4144146.213	278.150	0.008	0.011	0.000	1.05	BAΘPO
365049	ΝΟΥΣΙ	iv	37 26 52.4575	23 26 42.0739	450911.062	4144706.355	475.342	0.011	0.013	0.015	1.09	BAΘPO
365050	ΓΙΑΝΝΟΥΛΑ	iv	37 27 3.1041	23 18 42.0357	439118.811	4145112.273	334.715	0.008	0.008	0.011	1.08	BAΘPO
365051	ΠΑΛΙΟΚΟΡΑΚΙΑ	iv	37 27 17.6329	23 24 29.4042	447656.218	4145502.036	524.697	0.008	0.009	0.015	1.09	BAΘPO
365052	ΚΟΥΚΟΥΓΕΡΑΣ	iv	37 27 25.5494	23 29 29.3208	455025.843	4145702.974	253.010	0.007	0.009	0.000	1.08	BAΘPO
365053	ΚΡΥΟΝΕΡΙ	iv	37 27 37.4214	23 20 31.4819	441815.216	4146150.642	592.842	0.010	0.007	0.015	1.07	BAΘPO
365054	ΛΑΜΠΟΥΣΑ	iii	37 27 39.5627	23 22 3.7272	444081.772	4146201.113	686.860	0.029	0.019	0.015	1.10	BAΘPO
365055	ΣΑΜΠΑΛΕΣ	iv	37 27 46.1137	23 18 10.3039	438348.990	4146443.465	490.905	0.009	0.009	0.019	1.04	BAΘPO
365056	ΤΕΠΕΛΕΝΙ	iv	37 27 41.5755	23 26 46.0619	451017.947	4146219.474	677.402	0.010	0.004	0.015	1.08	BAΘPO
365057	ΤΟΥΜΠΙ	iv	37 27 40.0880	23 28 0.5943	452848.626	4146163.069	537.073	0.011	0.011	0.014	1.07	BAΘPO
365058	ΟΤΕ ΑΔΕΡΩΝ	ii	37 27 45.7064	23 26 6.0646	450036.149	4146352.614	725.895	0.000	0.000	0.014	0.30	BAΘPO
365059	ΚΟΤΑΙΝΑ	iii	37 28 9.9290	23 15 56.6191	435070.681	4147202.355	575.411	0.018	0.017	0.030	1.10	BAΘPO
365060	ΣΠΑΣΜΕΝΗ ΠΛΑΚΑ	iv	37 28 5.8667	23 23 25.3313	446091.701	4146998.526	689.889	0.012	0.007	0.018	1.07	BAΘPO
365061	ΑΝΑΘΕΜΑ	iv	37 28 11.6065	23 20 22.8372	441610.234	4147205.636	642.310	0.009	0.008	0.014	1.05	BAΘPO
365062	ΠΑΛΙΟΣΕΠΙΤΟ	iv	37 28 0.6991	23 29 48.4762	455502.222	4146783.673	92.500	0.012	0.016	0.000	1.11	BAΘPO
365063	ΜΠΙΣΤΙΜΙ	iv	37 28 7.5009	23 24 54.3397	448278.374	4147035.024	680.477	0.010	0.010	0.018	1.11	BAΘPO
365064	ΙΩΡΟΣ	iv	37 28 27.2729	23 18 31.5100	438879.237	4147709.063	688.234	0.008	0.007	0.012	1.10	BAΘPO
365065	ΤΟΥΡΛΙ	iv	37 28 37.6751	23 17 22.3980	437184.146	4148041.271	627.588	0.007	0.006	0.032	1.08	BAΘPO
365066	ΜΠΕΛΕΣΙ	iv	37 28 28.5099	23 26 45.4379	451011.126	4147665.971	288.198	0.013	0.012	0.017	1.10	BAΘPO
365067	ΡΑΧΗ ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡ.	iv	37 28 42.3025	23 21 2.1134	442581.502	4148144.941	600.253	0.010	0.008	0.016	1.07	BAΘPO
365068	ΠΑΝΑΓΙΑ ΓΑΛΑΤΑ	iv	37 28 47.3278	23 25 11.2352	448700.946	4148259.829	319.416	0.016	0.017	0.020	1.09	BAΘPO

365045	ΡΑΧΗ ΠΑΝΑΓΟΠ.	iv	37	26	21.1549	23	20	34.2220	441866.137	4143799.817	401.876	0.012	0.008	0.019	1.08	ΒΑΒΡΟ
365046	ΦΙΛΗ ΤΙΟΥΜΠΑ	iv	37	26	25.9746	23	29	32.1544	455085.564	4143866.655	278.191	0.009	0.008	0.006	1.07	ΒΑΒΡΟ
365047	ΓΑΙΔΟΥΡΟΡΑΧΗ	iv	37	26	32.9442	23	24	58.1056	448352.818	4144120.440	468.183	0.007	0.009	0.013	1.09	ΒΑΒΡΟ
365048	ΚΟΥΝΟΥΚΛΟΡΑΧΗ	iv	37	26	34.9428	23	29	8.2792	454500.398	4144146.213	278.150	0.008	0.011	0.000	1.05	ΒΑΒΡΟ
365049	ΝΟΥΣΙ	iv	37	26	52.4575	23	26	42.0739	450911.062	4144706.355	475.342	0.011	0.013	0.015	1.09	ΒΑΒΡΟ
365050	ΓΙΑΝΝΟΥΛΑ	iv	37	27	3.1041	23	18	42.0357	439118.811	4145112.273	334.715	0.008	0.008	0.011	1.08	ΒΑΒΡΟ
365051	ΠΑΛΙΟΚΟΡΑΚΙΑ	iv	37	27	17.6329	23	24	29.4042	447656.218	4145502.036	524.697	0.008	0.009	0.015	1.09	ΒΑΒΡΟ
365052	ΚΟΥΚΟΥΓΕΡΑΙ	iv	37	27	25.5494	23	29	29.3208	455025.843	4145702.974	253.010	0.007	0.009	0.000	1.08	ΒΑΒΡΟ
365053	ΚΡΥΟΝΕΡΙ	iv	37	27	37.4214	23	20	31.4819	441815.216	4146150.642	592.842	0.010	0.007	0.015	1.07	ΒΑΒΡΟ
365054	ΛΑΜΠΟΥΣΙΑ	iii	37	27	39.5627	23	22	3.7272	444081.772	4146201.113	686.860	0.029	0.019	0.015	1.10	ΒΑΒΡΟ
365055	ΣΑΜΠΑΛΕΣ	iv	37	27	46.1137	23	18	10.3039	438348.990	4146443.465	490.905	0.009	0.009	0.019	1.04	ΒΑΒΡΟ
365056	ΤΕΠΕΛΕΝΙ	iv	37	27	41.5755	23	26	46.0619	451017.947	4146219.474	677.402	0.010	0.004	0.015	1.08	ΒΑΒΡΟ
365057	ΤΟΥΜΠΙ	iv	37	27	40.0880	23	28	0.5943	452848.626	4146163.069	537.073	0.011	0.011	0.014	1.07	ΒΑΒΡΟ
365058	ΟΤΕ ΑΔΕΡΑΝ	ii	37	27	45.7064	23	26	6.0646	450036.149	4146352.614	725.895	0.000	0.000	0.014	0.30	ΒΑΒΡΟ
365059	ΚΟΤΑΙΝΑ	iii	37	28	9.9290	23	15	56.8191	435070.681	4147202.355	575.411	0.018	0.017	0.030	1.10	ΒΑΒΡΟ
365060	ΣΠΑΣΜΕΝΗ ΠΛΑΚΑ	iv	37	28	5.8667	23	23	25.3313	446091.701	4146998.526	689.889	0.012	0.007	0.018	1.07	ΒΑΒΡΟ
365061	ΑΝΑΘΕΜΑ	iv	37	28	11.6065	23	20	22.8372	441610.234	4147205.636	642.310	0.009	0.008	0.014	1.05	ΒΑΒΡΟ
365062	ΠΑΛΙΟΣΠΙΤΟ	iv	37	28	0.6991	23	29	48.4762	455502.222	4146783.673	92.500	0.012	0.016	0.000	1.11	ΒΑΒΡΟ
365063	ΜΠΙΖΙΜΙ	iv	37	28	7.5009	23	24	54.3397	448278.374	4147035.024	680.477	0.010	0.010	0.018	1.11	ΒΑΒΡΟ
365064	ΣΟΡΟΣ	iv	37	28	27.2729	23	18	31.5100	438879.237	4147708.063	688.234	0.008	0.007	0.012	1.10	ΒΑΒΡΟ
365065	ΤΟΥΡΑΙ	iv	37	28	37.6751	23	17	22.3980	437184.146	4148041.271	627.588	0.007	0.006	0.032	1.08	ΒΑΒΡΟ
365066	ΜΠΕΛΕΣΣΙ	iv	37	28	28.5099	23	26	45.4379	451011.126	4147665.971	288.198	0.013	0.012	0.017	1.10	ΒΑΒΡΟ
365067	ΡΑΧΗ ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡ.	iv	37	28	42.3025	23	21	2.1134	442581.502	4148144.911	600.253	0.010	0.008	0.016	1.07	ΒΑΒΡΟ
365068	ΠΑΝΑΓΙΑ ΓΑΛΑΤΑ	iv	37	28	47.3278	23	25	11.2352	448700.946	4148259.829	319.416	0.016	0.012	0.020	1.09	ΒΑΒΡΟ
365069	ΑΛΥΧΗ	iv	37	28	54.4645	23	28	30.1583	453587.665	4148451.094	22.260	0.011	0.009	0.000	1.11	ΒΑΒΡΟ
365070	ΠΕΤΡΑ ΑΓ. ΔΗΜΗΤ.	iv	37	29	9.6868	23	21	35.6829	443411.715	4148983.190	442.001	0.014	0.018	0.024	1.08	ΒΑΒΡΟ
365071	ΣΚΑΡΕΤΑΙΙΚΟΣ ΣΩΡ	iv	37	29	15.9527	23	18	50.3140	439352.025	4149204.894	744.380	0.008	0.007	0.011	1.08	ΒΑΒΡΟ
365072	ΠΥΛΟΥΡΙ	iv	37	29	15.2635	23	26	56.5368	451292.162	4149105.208	90.629	0.010	0.014	0.014	1.08	ΒΑΒΡΟ
365073	ΛΑΘΙΩΤΗ	iv	37	29	25.3207	23	22	45.8819	445138.822	4149453.450	231.370	0.012	0.015	0.023	1.07	ΒΑΒΡΟ
365074	ΠΟΛΥΚΑΡΡΗ	iv	37	29	37.4630	23	20	5.2082	441195.906	4149854.597	624.906	0.008	0.010	0.017	1.08	ΒΑΒΡΟ
365075	ΑΛΩΝΙΑ	iv	37	29	38.0583	23	26	33.9083	450740.629	4149810.963	43.100	0.012	0.009	0.000	1.10	ΒΑΒΡΟ

X Y Z

Παράρτημα Γ

Παρακάτω βλέπουμε τα χαρακτηριστικά των δεκτών GPS και συγκεκριμένα της Topcon HiPer Pro καθώς και τις δυνατότητες που προτείνει ο κατασκευαστής για τους συγκεκριμένους δέκτες.

Στατικός Εντοπισμός (Static)	Κινηματικός (Kinematic)
<u>Οριζοντιογραφικά</u> 3mm+ 0.5ppm (x baseline length)	<u>Οριζοντιογραφικά</u> 10mm+ 1.0ppm
<u>Κατακόρυφα</u> 5mm+ 0.5ppm (x baseline length)	<u>Κατακόρυφα</u> 15mm+ 1.0ppm

Ονομαστικές ακρίβειες του δέκτη Topcon HiPer Pro για Post Processing και RTK δεδομένα.

[Πηγή: <http://www.topcon.com.sg/survey/hiperpro.html>]

HiPer Pro Χαρακτηριστικά:

- 2 συχνοτήτων, RTK GPS+ tracking.
- 24 GPS + 11 GLONASS δορυφόροι
- Ενσωματωμένη επικοινωνία Bluetooth
- Μεγάλη εμβέλεια UHF, έως 4mi. κάλυψη
- Ασύρματο

Το HiPer Pro χρησιμοποιεί προηγμένη ασύρματη τεχνολογία Bluetooth προσφέροντας ένα σύστημα χωρίς καλώδια. Αποφεύγοντας ενδεχόμενες φθορές στα καλώδια. Το HiPer pro παρέχει ένα πλήρες ενσωματωμένο σύστημα RTK GPS με λιγότερο εξοπλισμό για μεταφορά. Επιπλέον εκτός από τη μεγάλη εμβέλεια και την ασύρματη τεχνολογία του HiPer Pro, παρέχει περισσότερη δορυφορική κάλυψη, αυξημένη απόδοση και βελτιωμένη ακρίβεια σε σχέση με συστήματα μόνο με GPS.

Πιο αναλυτικά έχουμε:

Description	40 channel integrated GPS receiver/antenna with MINTER interface.
Tracking Specifications	
Tracking Channels	standard: 40 L1 GPS (20 GPS L1+L2 on Cinderella* days) optional: 20 GPS L1+L2 (GD), GPS L1+GLONASS (GG), 20 GPS L1+L2+GLONASS (GGD)
Signals Tracked	L1/L2 C/A and P Code & Carrier and GLONASS
Performance Specifications	
Static, Rapid Static	Horizontal: 3mm+ 0.5ppm (x baseline length) Vertical: 5mm+ 0.5ppm (x baseline length)
RTK	Horizontal: 10mm+ 1.0ppm Vertical: 15mm+ 1.0ppm
Power Specifications	
Battery	Internal Lithium-Ion batteries plus 1 external power port
Operating Time	14+ hours (10 hrs TX)
External power input	6 to 28 volts DC
Power consumption	Less than 4.2 watts
Environmental Specifications	
Enclosure	Aluminum extrusion, waterproof
Operating Temperature	-30°C to 60°C / -22°F to 140° F
Dimensions	W: 159 x H: 172 x D: 88 mm (6.25" x 6.75" x 3.5")
Weight	1.65 kg / 3.64 lbs
GPS Antenna Specifications	
GPS Antenna	Integrated
Antenna Type	Center-mount UHF antenna
Ground Plane	Antenna on a flat ground plane
Radio Specifications	
Radio Type	Internal Tx/Rx UHF (Selectable frequency range)
Power Output	1.0W/0.25W (selectable)
CDPD & GSM Modem	Optional Accessory
Wireless Communication	
Communication	Bluetooth® version 1.1 comp.**†
I/O	
Communication Ports	2x serial (RS232)
Other I/O Signals	1pps, Event Marker
Status Indicator	4x3-color LEDs (Green, Red, Yellow), two-function keys (MINTER)
Control & Display Unit	External field controller
Memory & Recording	
Raw Data Recording	1Hz (Up to 20 times per second (20Hz) by option)
Data Type	Code and Carrier from L1 and L2, GPS and GLONASS
Data Input/Output	
Real time data outputs	RTCM SC104 version 2.1, 2.2, 2.3, CMR, CMR+
Other outputs	NMEA 0183 version 2.2
Output rate	TPS format Up to 20 times per second (20Hz)

(Πηγή: <http://www.topcon.com.sg/survey/hiperpro.html>)