



**Ψηφιακός  
Μετασχηματισμός  
και Εκπαιδευτική Πράξη**

ΔΙΔΡΥΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**Η θεσιακή αξία στον Ψηφιακό "Άβακα" σε μαθητές με προβλήματα ακοής**

**Μαγδαληνή Α. Κώτσια  
Α.Μ.: 19015**

<b>ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ή ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ή ΕΠΙΒΛΕΠΟΝΤΕΣ:</b>	<b>Μαρία Λάτση, Κυνηγός Χρόνης, Καθηγητής</b>
--	---

<b>ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ (εάν υπάρχει):</b>	<b>Κυνηγός Χρόνης, Καθηγητής Λάτση Μαρία Κασιμάτη Αικατερίνη, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια</b>
---	---

Ιούλιος 2022



**Ψηφιακός  
Μετασχηματισμός  
και Εκπαιδευτική Πράξη**

ΔΙΔΡΥΜΑΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ  
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

**Η θεσιακή αξία στον Ψηφιακό “Άβακα” σε μαθητές με προβλήματα ακοής**

Η διπλωματική εργασία εξετάστηκε επιτυχώς από την κάτωθι Εξεταστική Επιτροπή:

Α/ α	ΟΝΟΜΑ ΕΠΩΝΥΜΟ	ΒΑΘΜΙΑΔΑ/ΙΔΙΟΤΗΤΑ	ΨΗΦΙΑΚΗ ΥΠΟΓΡΑΦΗ
	Κυνηγός Χρόνης	Καθηγητής	
	Λάτση Μαρία		
	Κασιμάτη Αικατερίνη	Αναπληρώτρια Καθηγήτρια	

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η κάτωθι υπογεγραμμένη Κώτσια Μαγδαληνή  
του Αλκιβιάδη , με αριθμό μητρώου 19015 φοιτητής/τρια του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών Ψηφιακός Μετασχηματισμός και Εκπαιδευτική Πράξη του Τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής και Υπολογιστών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής,  
δηλώνω ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της, είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

*\*Επιθυμώ την απαγόρευση πρόσβασης στο πλήρες κείμενο της εργασίας μου μέχρι ..... και έπειτα από αίτηση μου στη Βιβλιοθήκη και έγκριση του επιβλέποντα καθηγητή.*

Η Δηλούσα

**ΚΩΤΣΙΑ ΜΑΓΔΑΛΗΝΗ**

**\* Ονοματεπώνυμο /Ιδιότητα**

**Ψηφιακή Υπογραφή Επιβλέποντα**

**(Υπογραφή)**

*\* Εάν κάποιος επιθυμεί απαγόρευση πρόσβασης στην εργασία για χρονικό διάστημα 6-12 μηνών (embargo), θα πρέπει να υπογράψει ψηφιακά ο/η επιβλέπων/ουσα καθηγητής/τρια, για να γνωστοποιεί ότι είναι ενημερωμένος/η και συναινεί. Οι λόγοι χρονικού αποκλεισμού πρόσβασης περιγράφονται αναλυτικά στις πολιτικές του Ι.Α. (σελ. 6):*

[https://www.uniwa.gr/wp-content/uploads/2021/01/%CE%A0%CE%BF%CE%BB%CE%B9%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%B5%CC%81%CF%82\\_%CE%99%CE%B4%CF%81%CF%85%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%BF%CF%85%CC%81\\_%CE%91%CF%80%CE%BF%CE%B8%CE%B5%CF%84%CE%B7%CF%81%CE%B9%CC%81%CE%BF%CF%85\\_final.pdf](https://www.uniwa.gr/wp-content/uploads/2021/01/%CE%A0%CE%BF%CE%BB%CE%B9%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%B5%CC%81%CF%82_%CE%99%CE%B4%CF%81%CF%85%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%BF%CF%85%CC%81_%CE%91%CF%80%CE%BF%CE%B8%CE%B5%CF%84%CE%B7%CF%81%CE%B9%CC%81%CE%BF%CF%85_final.pdf)





## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα έρευνα έχει ως σκοπό να διερευνήσει αν οι μαθητές με προβλήματα ακοής της Ε' τάξης, ειδικού Δημοτικού Σχολείου Κωφών, γνωρίζουν τη δομή του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης και πιο συγκεκριμένα την αξία που καταλαμβάνει η θέση κάθε ψηφίου στον εκάστοτε πολυψήφιο αριθμό, και να διαπιστώσει αν το ψηφιακό εργαλείο Ψηφιακός Άβακας, μέσω της προστιθέμενης αξίας των λειτουργιών του μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη κατανόηση των παραπάνω λειτουργιών.

Αποτελεί τον πρώτο κύκλο μιας έρευνας δράσης όπου έχει προηγηθεί έλεγχος της προϋπάρχουσας γνώσης, σχεδιασμός των δραστηριοτήτων, υλοποίηση της διδακτικής παρέμβασης με τη χρήση του ψηφιακού Άβακα και έλεγχος της κατακτηθείσας γνώσης μετά τη χρήση. Ο συγκριτικός χαρακτήρας της ποιοτικής αυτής έρευνας των πέντε μελετών περίπτωσης, οδηγεί σε συγκρίσεις και αναλύσεις μεταβλητών όπως οι μαθητές με το κάθε ερευνητικό εργαλείο.

Οι μαθητές με προβλήματα ακοής φαίνεται να έρχονται αντιμέτωποι με ποικίλλες δυσκολίες ως προς τη κατανόηση της θεσιακής αξίας του αριθμού. Οι κυριότερες από αυτές είναι η χαμηλή κατανόηση γραπτού κειμένου, μειωμένες αριθμητικές και μαθηματικές δεξιότητες σε μέτρηση και έννοιες αριθμών, στα κλάσματα, στην εκτίμηση ποσοτήτων, στην επίλυση των τεσσάρων πράξεων κυρίως σε αφαίρεση και διαίρεση, στη χρήση συμβόλων (+), (-), αλλά και σε προβλήματα διαχείρισης χρόνου, επίλυσης προβλημάτων και ερμηνεία των ζητούμενων.

Επιπρόσθετα, η χρήση ψηφιακών εργαλείων φαίνεται να έχει θετική επίδραση στο κίνητρο των μαθητών με προβλήματα ακοής να κάνουν χρήση αυτών έναντι των παραδοσιακών πρακτικών, πχ επιλογής του ψηφιακού άβακα έναντι του χειραπτικού διαθέσιμου εργαλείου. Οι επιπλέον λειτουργικότητες κάνουν πιο εύκολη και προσβάσιμη την χρήση του.

Τα κύρια αποτελέσματα που επιβεβαιώνονται από αυτή την αλληλεπίδραση μαθητών και ψηφιακού Άβακα, σε δραστηριότητες θεσιακής αξίας είναι η θετική επίδραση της χρήσης του ψηφιακού εργαλείου στην επίλυση αφαιρέσεων πολυψήφιων αριθμών με δανεικό. Επιπρόσθετες λειτουργικότητες όπως η άμεση οπτικοποίηση αλλαγών στα πούλια και στις ράβδους από τον χρήστη, η γραπτή περιγραφή του αριθμού αλλά και η γραπτή περιγραφή των αξιών των ράβδων που υπήρχε σταθερά στο ψηφιακό περιβάλλον του εργαλείου βοήθησαν σε καλύτερες επιδόσεις των μαθητών οδήγησαν σε αποφυγή συχνών λαθών έναντι αντίστοιχων δραστηριοτήτων λυμένων σε γραπτή έντυπη μορφή. Άλλες λειτουργικότητες όπως η χειροκίνητη αλλαγή δεκάδας, εκατοντάδας, χιλιάδας, κτλ δημιούργησαν μεγαλύτερες δυσκολίες.

Η γενικότερη αποτίμηση των συμμετεχόντων είναι ότι θα επέλεγαν να κάνουν καθημερινή χρήση του ψηφιακού άβακα σε δραστηριότητες εντός και εκτός σχολικής τάξης, ακόμα και με στόχο την αντικατάσταση των παραδοσιακών μεθόδων της επίλυσης των αλγορίθμων στο χαρτί/πίνακα σε δραστηριότητες θεσιακής αξίας.

**ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΧΗ:** Ψηφιακά Εργαλεία στα Μαθηματικά

**ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ:** θεσιακή αξία αριθμού, μαθητές με προβλήματα ακοής, ψηφιακός Άβακας, λειτουργικότητες ψηφιακού εργαλείου

## ABSTRACT

The purpose of this research is to investigate whether the students with hearing problems of the 5th grade, in a Primary School for the Deaf, know the structure of the decimal numbering system and more specifically the value of the position of each digit in multi-digit numbers, and to determine if the digital tool "Digital Abacus", through the added value of its functions and features can lead to a better understanding of the place value of number's place.

It constitutes the first cycle of an action research in which any potential pre-existing knowledge, has been investigated beforehand whilst the designing of the relevant activities, and the implementation of intervention using the digital Abacus and the control of acquired knowledge after use. The comparative nature of this qualitative research of the five study cases, leads to comparisons and the analysis of variables as students with each research tool.

Students with hearing problems seem to face a variety of difficulties in understanding the place value of the number. The main ones are the inadequate comprehension of written texts, the limited arithmetic and mathematical skills in measuring and in notions of numbers, in fractions, in estimating quantities, in solving the four operations mainly in subtraction and division, in the use of symbols (+), (-) , but also in time management problems, problem solving and interpretation of the requested.

In addition, the use of digital tools seems to have a positive effect on the motivation of hearing-impaired students to use them against the traditional practices, such as choosing a digital the abacus over a hand-held tool. The extra functionalities and features make it easier and more accessible to use.

The main results confirmed by this interaction on behalf of the students and the digital Abacus, in positional activities is the positive effect of using the digital tool in solving subtractions of multi-digit numbers with borrowing/loans. Additional functionalities and features such as the immediate visualization of changes in checkers and bars by the user, the written description of the number and the written description of the values of the bars that were firmly in the digital environment of the tool led to better student performance and contributed to avoiding frequent mistakes against corresponding activities solved in written form. Other functionalities and features such as the manual change of tens, hundreds or thousands, etc. created greater difficulties.

The general assessment of the participants is that they would choose to make daily use of the digital abacus in activities inside and outside the classroom, even with the aim of replacing the traditional methods of solving algorithms on paper / board in activities of positional value.

**SUBJECT AREA:** Math Digital tools

**KEYWORDS:** number place value, students with hearing problems, digital Abacus, functionalities/features of digital tool

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστώ πολύ την οικογένεια μου και τους αγαπημένους μου φίλους για την στήριξη σε όλες τις δυσκολίες και τα εμπόδια σε ολο αυτό το ταξίδι της συγγραφής της διπλωματικής μου έρευνας.

Ένα θερμό ευχαριστώ και στους καθηγητές μου κ. Λάτση και κ. Κυνηγό για την πολύτιμη βοήθειά τους. Τέλος, ένα μεγάλο ευχαριστώ στο συγκεκριμένο καινοτόμο Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών που με βοήθησε να αποκτήσω μια πιο βαθιά γνώση της προστιθέμενης αξίας των ψηφιακών εργαλείων στην εκπαιδευτική διαδικασία και κυρίως στην ενασχόληση των παιδιών με αυτά και την δημιουργία δικών τους δομημάτων ή τροποποιώντας τα ήδη διαθέσιμα. Συχνά σαν εκπαιδευτικός θέλεις να είσαι ενεργός και να κάνεις χρήση της καινοτομίας πολλές φορές όμως παίρνεις λάθος δρόμο. Σε αυτό το Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα βρίσκεις το φως σου.

Σας ευχαριστώ όλους.



## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	11
ΕΙΣΑΓΩΓΗ	12
1.ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ	13-29
1.1 Δεκαδικό αριθμητικό σύστημα σύστημα.	13
1.2 Η Έννοια του αριθμού στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα	13
1.3 Η αξία θέσης ψηφίου στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης	13-14
1.4 Επίπεδα και στάδια ανάπτυξης της έννοιας της αξίας θέσης ψηφίου	14-15
1.5 Προπαρασκευαστικές δεξιότητες για την κατανόησή της αξίας θέσης ψηφίου	15-16
1.6 Η αξία θέσης ψηφίου στους πολυψηφίους αριθμούς	16-17
1.6.1 α) Σωστή ανάγνωση και γραφή πολυψηφίων αριθμών	16-17
1.6.2 β) Αναγνώριση της αξίας κάθε ψηφίου σε έναν πολυψηφίο αριθμό	17
1.6.3 γ) Ανταλλαγές μεταξύ των θέσεων αξίας	17
1.6.4 δ) Σωστή εκτέλεση των αλγορίθμων πρόσθεσης και αφαίρεσης	17
1.6.5 ε) Κατανόηση της έννοιας του κρατουμένου στην πρόσθεση	18
1.7 Μαθητές με προβλήματα ακοής και μαθηματικά	18-19
1.8 Συχνά λάθη μαθητών με προβλήματα ακοής στα μαθηματικά	19-20
1.9 Λόγοι δυσκολιών μαθητών με προβλήματα ακοής στα μαθηματικά	20-21
1.10 Οι μαθητές με προβλήματα ακοής και το κανάλι μάθησής τους	21-22
1.11 Υπολογιστές και μαθηματικά στην εκπαίδευση	22
1.12 Υπολογιστές και μαθηματικά σε μαθητές με προβλήματα ακοής	23
1.13 Υπολογιστικά περιβάλλοντα και διδακτική των μαθηματικών	23-26
1.14 Ο Άβακας και τα είδη του	26
1.15 Ο άβακας ως χειραπτικό εργαλείο	26-27
1.16 Ο Ψηφιακός Άβακας	27-29
2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ	30-37
2.1 Μεθοδολογία έρευνας	30
2.2 Χρησιμότητα έρευνας	30-31
2.3 Σκοπός της έρευνας	31
2.4 Ερευνητικά Ερωτήματα	31
2.5 Συμμετέχοντες	32
2.6 Ερευνητικά εργαλεία	32-35
2.6.1 α) Ερωτηματολόγιο ελέγχου γνώσεων μαθητών της αξίας θέσης ψηφίου στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης πριν την παρέμβαση	32-33
2.6.2 β) Φύλλο Εργασίας γνωριμίας του μαθητή με τον Ψηφιακό άβακα	33-34
2.6.3 γ) Φύλλο εργασίας δραστηριοτήτων διδακτικής παρέμβασης με τη χρήση του Ψηφιακού Άβακα	34

2.6.4 δ) Ερωτηματολόγιο ελέγχου γνώσεων μαθητών της αξίας θέσης ψηφίου στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης μετά την παρέμβαση	34
2.6.5 γ) Συνέντευξη μαθητών με εστίαση στις λειτουργικότητες του Ψηφιακού Άβακα	34-35
2.7 Διαδικασίες	36-37
<b>3. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ</b>	<b>77</b>
3.1 Αποτελέσματα 1ου Ερευνητικού Εργαλείου: Ερωτηματολόγιο ελέγχου προϋπάρχουσας γνώσης πριν την παρέμβαση	38-39
3.2 Αποτελέσματα 2ου Ερευνητικού Εργαλείου: Δραστηριότητες γνωριμίας με τον Ψηφιακό άβακα	40
3.3 Αποτελέσματα 3ου Ερευνητικού Εργαλείου: Διδακτική παρέμβαση με τη χρήση του Ψηφιακού Άβακα	40
3.3.1 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα που αφορούν όλους τους συμμετέχοντες	41-45
3.3.2 Παρατηρήσεις και Αποτελέσματα εστιασμένες στις Δραστηριότητες	46-52
3.3.2.1 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα για Δραστηριότητα 1	46-47
3.3.2.2 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα για τη δραστηριότητα 2	47-49
3.3.2.3 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα για τη Δραστηριότητα 3	49-51
3.3.2.4 Παρατηρήσεις και σχόλια για την Δραστηριότητα 4	52
3.4 Αποτελέσματα 4ου Ερευνητικού Εργαλείου: Ερωτηματολόγιο ελέγχου κατακτηθείσας γνώσης μετά την παρέμβαση	52-56
3.5 Αποτελέσματα 5ου Ερευνητικού Εργαλείου: Συνέντευξη με εστίαση στις λειτουργικότητες του Ψηφιακού Άβακα	56-60
<b>4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ</b>	<b>61-76</b>
4.1 Συμπεράσματα αξιολόγησης προϋπάρχουσας γνώσης	61-62
4.2 Σύγκριση πρότερης και μετεπειτα αξιολόγησης από την διδακτική παρέμβαση ανα μελέτη περίπτωσης μαθητή	62-69
4.2.1 Μαθητής 1	62-63
4.2.2 Μαθητής 2	63-65
4.2.3 Μαθητής 3	65-66
4.2.4 Μαθητής 4	66-69
4.2.5 Μαθητής 5	69
4.3 Αποτελέσματα σύγκρισης απόδοσης των μαθητών στον ψηφιακό Άβακα και του αλγόριθμου στο φύλλο εργασίας.	69-71
4.4 Συμπεράσματα ως προς τις λειτουργικότητες του ψηφιακού Άβακα	72
4.5 Συζήτηση και ερευνητικά ερωτήματα	73-75
4.6 Περιορισμοί της έρευνας	75-76
4.7 Μελλοντική Έρευνα	76

<b>ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ</b>	<b>77</b>
<b>ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ι</b>	<b>78-97</b>
<b>ΑΝΑΦΟΡΕΣ</b>	<b>98-105</b>

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα έρευνα διενεργήθηκε στο πλαίσιο της φοίτησής μου στο Διυδρυματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών με τίτλο «Ψηφιακός Μετασχηματισμός και Εκπαιδευτική Πράξη» του Παιδαγωγικού τμήματος Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης του ΕΚΠΑ, του τμήματος Μηχανικών Πληροφορικής και Υπολογιστών του ΠΑΔΑ και του παιδαγωγικού τμήματος της ΑΣΠΑΙΤΕ.

Έλαβε χώρα στο Ειδικό Δημοτικό Σχολείο Κωφών και Βαρηκών Λυκόβρυσης-Πεύκης, την περίοδο 2021-2022 που είναι και το σχολείο που είμαι αναπληρώτρια εκπαιδευτικός τη δεδομένη χρονική στιγμή της έρευνας. Ευχαριστώ πολύ τους συμμετέχοντες μαθητές και τους γονείς τους, καθώς και το σχολείο για την εμπιστοσύνη και τη συνεργασία.

Η ενασχόληση μου με την εκπαίδευση των μαθητών με προβλήματα ακοής είχε ως αποτέλεσμα την παρατήρηση του χαμηλού κινήτρου εμπλοκής των μαθητών στο μάθημα των Μαθηματικών, μιας και συχνά περιλαμβάνει κείμενο, μικρό μεν σε έκταση, λ.χ. προβλήματα, αρκετό δε, για να δυσκολέψει ακόμα περισσότερο τους μαθητές με αυτές τις ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες στην πρόσβασή τους και να τους αποτρέπει από την περαιτέρω ενασχόληση και τον πειραματισμό. Οποιοδήποτε οπτικοποιημένο εργαλείο σε οποιοδήποτε μάθημα τους προκαλεί το ενδιαφέρον γεγονός που με ώθησε να χρησιμοποιήσω τον ψηφιακό Άβακα, προτεινόμενο εργαλείο του Υπουργείου Παιδείας, δωρεάν διαθέσιμο στο Φωτόδεντρο, για μια διδακτική παρέμβαση σε ένα διαχρονικό ζήτημα που δυσκολεύει όλους τους μαθητές ακούοντες και μη, την αξία θέσης ψηφίων στον αριθμό.

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε ορισμένες έρευνες έχει βρεθεί ότι το επίπεδο ανάγνωσης και κατανόησης των ατόμων με προβλήματα ακοής δεν είναι μεγαλύτερο από αυτό της τετάρτης τάξης στα μαθηματικά και ο αλφαριθμητισμός τους όχι μεγαλύτερος από αυτόν που λαμβάνει κάποιος μέχρι την έκτη τάξη (Shaira, 2007). Οι Nunes & Bryant (2008) στις μελέτες τους έχουν δείξει ότι τα κωφά παιδιά στα μαθηματικά είναι περίπου τα 3 με 5 χρόνια πίσω συγκριτικά με ακούοντες συνομηλίκους μαθητές.

Αυτές είναι κάποιες από τις έρευνες που δείχνουν την αναγκαιότητα ενίσχυσης της εκπαίδευσης στα μαθηματικά των παιδιών με προβλήματα ακοής. Ζητήματα θεμελίωση όπως αυτό της κατανόησης του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος και της θεσιακής αξίας έχουν πρωταρχική σημασία.

Αρωγοί σε όλη αυτή τη μετάδοση γνώσης μπορούν να είναι ψηφιακά εργαλεία που περιέχουν την πληροφορία οπτικά και οι μαθητές μπορούν άμεσα να τα διαχειριστούν και να πάρουν αποτελέσματα την ίδια στιγμή και να τα αναπροσαρμόζουν όποτε και όσο χρειαστεί. Ένα τέτοιο εργαλείο είναι και ο ψηφιακός Άβακας, ο οποίος σε ψηφιακό περιβάλλον πια, εύκολος στη χρήση, με πολλές επιπλέον λειτουργικότητες από τον χειραπτικό μπορεί να καλύψει αυτό το κενό και να ενισχύσει τη διδασκαλία των Μαθηματικών, ειδικότερα στη θεσιακή αξία.

Στη παρούσα έρευνα οι μαθητές της Ε' Τάξης Ειδικού Δημοτικού Σχολείου Κωφών και Βαρηκών καλούνται να χρησιμοποιήσουν τον ψηφιακό άβακα σε διάφορες δραστηριότητες θεσιακής αξίας με στόχο την εύρεση της προστιθέμενης αξίας της πρώτης ανασχόλησης των μαθητών με το ψηφιακό εργαλείο.

Από μεθοδολογική άποψη, παρουσιάζεται μία έρευνα δράσης με ένα κύκλο, όπου υπάρχει η αξιολόγηση της πρότερης γνώσης, ο σχεδιασμός των δραστηριοτήτων στο ψηφιακό εργαλείο και ο έλεγχος της κατακτηθείσας γνώσης. Λείπει ο αναστοχασμός που θα μπορούσε να αποτελέσει μία εξέλιξη της συζήτησης της παρούσας έρευνας και την έναρξη ενός νέου κύκλου. Ακόμα η έρευνα έχει και συγκριτικό χαρακτήρα μεταξύ των μαθητών και των εργαλείων/δραστηριοτήτων που τους δίνονται.

Στο 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, διατίθεται το θεωρητικό πλαίσιο, που περιλαμβάνει το ζήτημα της θεσιακής αξίας, τα συχνά λάθη των ακούοντων αλλά και των μαθητών με προβλήματα ακοής στη θεσιακή αξία, τα ψηφιακά εργαλεία στη διδακτική των Μαθηματικών καθώς και αναλύεται ο ψηφιακός «Άβακας».

Στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, περιλαμβάνεται η μεθοδολογία, η χρησιμότητα της έρευνας, ο σκοπός, το δείγμα, τα ερευνητικά ερωτήματα, τα ερευνητικά εργαλεία και οι διαδικασίες.

Στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, περιγράφονται τα αποτελέσματα των πέντε διαφορετικών ερευνητικών εργαλείων που χορηγήθηκαν, το ερωτηματολόγιο ελέγχου πρότερης γνώσης, οι δραστηριότητες εξοικείωσης με τον ψηφιακό Άβακα, η διδακτική παρέμβαση στο ψηφιακό εργαλείο, ο έλεγχος της κατακτηθείσας γνώσης και τέλος η ημιδομημένη συνέντευξη πάνω στις λειτουργικότητες του ψηφιακού Άβακα που παρουσιάζουν προστιθέμενη αξία.

Στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, υπάρχει η συζήτηση, στην οποία γίνονται διάφορες συγκρίσεις μεταξύ των ποιοτικών αναλύσεων στα αποτελέσματα των εκάστοτε μαθητών, περιγράφονται συμπεράσματα που εξάγονται ως προς το εργαλείο και τις επιπλέον λειτουργικότητες

του και δίνονται απαντήσεις στα ερευνητικά ερωτήματα της εργασίας, μαζί με τις αδυναμίες και τις προτάσεις για μελλοντική έρευνα.

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1:ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ**

### **1.1 Δεκαδικό αριθμητικό σύστημα σύστημα**

Το σύγχρονο δεκαδικό σύστημα επινοήθηκε από τους Ινδούς και η διάδοσή του προήλθε από τους Άραβες για αυτό και ονομάζεται αραβικό. Είναι μία κοινωνική σύμβαση, ένας κώδικας, δεν είναι φυσική, εγγενής ιδιότητα των υλικών (Byrge, Smith & Mix, 2014). Κύρια βάση αποτελεί η χρήση δέκα ψηφίων (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) και φυσικά η αξία της θέσης αυτών των ψηφίων, όπου η αξία ενός αριθμού εξαρτάται από τον αριθμό που αναπαριστά αλλά και από την θέση στην οποία βρίσκεται (Φιλίππου & Χρίστου, 1995). Στο παρόν σύστημα αρίθμησης η αξία αυξάνεται από τα δεξιά προς τα αριστερά και το 0 μηδέν έχει ρόλο, πολλές φορές κεντρικό. Με την έλλειψη του 0 δεν μπορεί να λειτουργήσει. Το δεκαδικό σύστημα είναι ιδιαίτερα περίπλοκο αν και πολύ απλό στην εμφάνισή του.

### **1.2 Η Έννοια του αριθμού στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα**

Η δομή του αριθμητικού συστήματος είναι έννοια κεντρική, τόσο στην έννοια της αίσθησης του αριθμού (Young-Loveridge, 1999), όσο και στην έννοια της θεσιακής αξίας.

Όσο αφορά την αίσθηση/έννοια του αριθμού, αρχικά δομείται μέσω της διαδικασίας της μέτρησης όπου μέσα σε ένα πλαίσιο απαρίθμησης το τρίτο αντικείμενο στη σειρά είναι το τρία. Έπειτα αναγνωρίζεται η διάταξη του αριθμού στο χώρο όπου συχνά συναντάται ως ένα σταθερό μοτίβο (παραδείγματος χάρη ο σχηματισμός των τεσσάρων ποδιών μιας αγελάδας αναγνωρίζεται αυτόματα ως τέσσερα). Στη συνέχεια, έρχεται η ανάκληση ενός αριθμητικού γεγονότος λόγου χάριν το αποτέλεσμα της πράξης ένα και τρία που μας κάνει τέσσερα (Young-Loveridge, 1999). Τέλος, έρχεται η εξοικείωση μέσα από τη χρήση του σε σταθερές γνωστές ποσότητες όπως τα πέντε δάχτυλα του ενός χεριού.

Ως δομικά στοιχεία της έννοιας του αριθμού προτείνονται, μεταξύ άλλων, η αίσθηση του μεγέθους ή αξίας του αριθμού η σχέση του με διπλανούς ή κοντινούς του αριθμούς, ιδίως αριθμούς σε κεντρικά σημεία, όπως ένα, δύο, πέντε, δέκα, είκοσι, πενήντα, εκατό, χίλια κ.ο.κ. (Chinn & Ashcroft, 2016). Άλλα δομικά στοιχεία της έννοιας του αριθμού είναι οι έννοιες της ποσότητας, της ισότητας, της αριθμητικής έκφρασης ποσοτήτων με το δεκαδικό αριθμητικό σύστημα. Τα επιμέρους αυτά στοιχεία δημιουργούν τον συνεκτικό ιστό της έννοιας του αριθμού για τη σύσταση του οποίου προϋπόθεση αποτελεί η επαρκής χρήση της γλώσσας των μαθηματικών (Munn, 1997).

### **1.3 Η αξία θέσης ψηφίου στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης**

Πέραν λοιπόν της αίσθησης του αριθμού είναι μια άλλη απαραίτητη και θεμελιώδης μαθηματική έννοια για την επιτυχία του μαθητή στα μαθηματικά είναι η αξία

θέσης ψηφίου. Η πολυπλοκότητα της κατανόησης της αξίας θέσης ψηφίου καλύπτεται από την απλότητα της σύγχρονης διατύπωσης και μορφή της, η οποία συμπυκνώνει πολλαπλές βασικές ιδέες σε μια υποκείμενη κατασκευή. Ουσιαστικά, ορίζεται ως ένας τρόπος ονομασίας ή αναπαράστασης αριθμών, όπου παρέχει μια δομή που επιτρέπει τη γραφή και την ονομασία αριθμών, επιτρέποντας τόσο ακέραιους αριθμούς όσο και μέρη αριθμών να αναπαρασταθούν. Η σημασία της γνώσης της αξίας της θέσης των ψηφίων είναι εμφανής στην ικανότητά ανάγνωσης, γραφής και κατανόησης μεγάλων σε αξία αριθμών καθώς και στην υλοποίηση σύνθετων υπολογισμών και έκφρασης των αποτελεσμάτων αυτών των υπολογισμών με ποικίλες μορφές.

Πιο συγκεκριμένα, κάθε ψηφίο παίρνει μία αξία, η οποία βασίζεται στην θέση που κατέχει σε ολόκληρο τον αριθμό, και σχετίζεται με το ψηφίο που υπάρχει στη θέση δεξιά του (Prince, 2002). Σε ένα πολυψήφιο αριθμό, η αριθμητική αξία που αναπαριστά, ισοδυναμεί με το αποτέλεσμα της ονομαστικής αξίας του ψηφίου αλλά και της δύναμης του δέκα που έχει σχέση με τη θέση που έχει το ψηφίο στον πολυψήφιο αριθμό.

Βασικές ιδέες πάνω στις οποίες στηρίζεται η αξία θέσης ψηφίου είναι:

α) η ιδέα της διαφοροποίησης της αξίας ενός ψηφίου ανάλογα με τη θέση του μέσα στον αριθμό

β) η ιδέα της ανταλλαγής/ομαδοποίησης, όπου ένα πλήθος μονάδων της μίας τάξης ισοδυναμεί με μια μονάδα της αμέσως επόμενης. (Φιλίππου & Χρίστου, 1995)

Ως προς την ιδέα της ομαδοποίησης/ανταλλαγής των μονάδων σε δεκάδες και της χρήσης των αντίστοιχων όρων από τα παιδιά προϋπόθεση αποτελεί η θεώρηση και ο χειρισμός της δεκάδας ως διακριτό αντικείμενο. Για παράδειγμα παρόλο που ένα παιδί μπορεί να χωρίζει το 15 σε 1 δεκάδα και 5 μονάδες, μάλλον η δεκάδα στη σκέψη του θα είναι 10 μονάδες, δεν θα τη διαχωρίζει ως ένα διακριτό αντικείμενο.

Στη συνέχεια παρατίθενται κριτήρια που δείχνουν την πολυπλοκότητα της αξίας θέσης ψηφίου στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα:

- Η σειρά των ψηφίων έχει μεγάλη σημασία
- Προσθετική ιδιότητα: Η ποσότητα που αναπαρίσταται από όλο τον αριθμό είναι το άθροισμα των αξιών που αντιπροσωπεύονται από κάθε ένα ψηφίο.
- Ιδιότητα θέσης: Η αξία που αντιπροσωπεύει το κάθε ψηφίο καθορίζεται από τη θέση που κατέχει στο σύνολο του αριθμού.
- Ιδιότητα της βάσης του 10: Η αξία της κάθε στήλης ή της κάθε θέσης αυξάνεται κατά μία δύναμη του 10, καθώς κινείται κανείς από τα δεξιά προς τα αριστερά, και μειώνεται κατά μία δύναμη του 10, καθώς κινείται από τα αριστερά προς τα δεξιά. Μια συλλογή των 10 μπορεί να εκληφθεί ως μία ουδέτερη οντότητα οντότητα που μπορεί να απαριθμηθεί. Ο όρος “συλλογή των 10” εφαρμόζεται στις “δέκα δεκάδες” ή “δέκα εκατοντάδες” και ούτω καθεξής (Young-Loveridge, 2008).
- Πολλαπλασιαστική ιδιότητα: Η αξία καθενός ψηφίου βρίσκεται πολλαπλασιάζοντας την ονομαστική αξία του ψηφίου με την αξία που αποδίδεται στην θέση του. (Hurst & Hurrell, 2014; Ross, 1989)
- Το μηδέν μπορεί να κρατά μία θέση.
- Οι αριθμοί μπορούν να χωριστούν με διάφορους ευέλικτους τρόπους (πχ  $32=30+2$  ή  $32=20+12$ )
- Ο χωρισμός του αριθμού συχνά εκλαμβάνεται ως δηλωτικό της αξίας του ψηφίου και της αξίας της θέσης του. Για παράδειγμα  $26=20+6$  ή  $(2 \times 10)+(6 \times 1)$  (Major, 2012)

## 1.4 Επίπεδα και στάδια ανάπτυξης της έννοιας της αξίας θέσης ψηφίου

Σε αρκετές έρευνες γίνονται προσπάθειες περιγραφής της διαδικασίας κατανόησης της αξίας θέσης ψηφίου στα παιδιά ως αναπτυξιακά στάδια.

Τα πέντε στάδια σύμφωνα με την Ross (1986) είναι τα εξής:

1ο Στάδιο: Κατανόηση Δεκάδων-Μονάδων

2ο Στάδιο: Κατανόηση Αλγορίθμων

3ο Στάδιο: Διψήφιων Αριθμών

4ο Στάδιο: Επιστημονική Αναφορά

Πιο συγκεκριμένα, στο πρώτο στάδιο τα παιδιά μπορούν να γράφουν, να διαβάζουν τον αριθμό καθώς και να αναγνωρίζουν πόσα αντικείμενα αναπαριστά. Ο αριθμός λαμβάνεται ως όλο και τα ψηφία μόνο ως μεμονωμένα. Δεν δημιουργούνται συνδέσεις με τα επιμέρους τμήματα ενός αριθμού (πχ στα 52 αντικείμενα δεν δίνουν νόημα ξεχωριστά στο 5 και ξεχωριστά στο 2). Στο δεύτερο στάδιο τα παιδιά μαθαίνουν να ξεχωρίζουν τη μεριά των μονάδων και τη μεριά των δεκάδων που είναι διαφορετική. Έτσι τα παιδιά μπορούν να αντιστοιχίζουν τα αντικείμενα που αφορούν τις δεκάδες και τα αντικείμενα που αφορούν τις μονάδες όμως αδυνατούν να αναγνωρίσουν τις δεκάδες ως πολλαπλάσιο του 10. Στο τέταρτο στάδιο συμβαίνει περίπου το ίδιο με το τρίτο αλλά σε πολύ έντονο βαθμό και τέλος στο πέμπτο σταθεροποιείται η ιδέα των δύο ανεξάρτητων ψηφίων που συμμετέχουν στη συνολική ποσότητα των μονάδων και των δεκάδων (Ross, 1986).

## 1.5 Προπαρασκευαστικές μαθηματικές δεξιότητες για την κατανόησή της αξίας θέσης ψηφίου

Δεξιότητες προπαρασκευαστικές και στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα παιδιά με στόχο την καλύτερη κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου στην πορεία καταγράφηκαν από πολλές έρευνες. Κάποιες από αυτές είναι η απαρίθμηση (Counting), η ομαδοποίηση (Grouping), ο διαχωρισμός (Partitioning) ή μετονομασία (Renaming), οι σχέσεις μεταξύ αριθμών/σύγκριση (Number Relationships/ Comparing) και η εκτίμηση (Estimating) (Λεμονίδης, 2003; Skemp, 1989).

Η απαρίθμηση (Counting) αφορά την ικανότητα να χρησιμοποιούνται μονάδες για την απαρίθμηση δεκάδων, εκατοντάδων και ούτω καθεξής. Πιο συγκεκριμένα την αντίληψη ότι μία δεκάδα μπορεί να αποτελεί και ένα και δέκα αποτελεί ένα σημαντικό νοητικό άλμα ώστε να περάσουν τα παιδιά στην αντίληψη της δεκάδας ως μονάδα μέτρησης. Διέπεται από τις αρχές: (α) της αντιστοίχισης ενός αριθμού σε ένα αντικείμενο, (β) της σταθερής ακολουθίας των αριθμών, (γ) της πληθικότητας, (δ) της αφαίρεσης, (ε) της ανεξαρτησίας της σειράς (Gelman & Gallistel, 1986). Η ομαδοποίηση (Grouping) αφορά την αναπαράσταση αριθμών με διάφορους τρόπους, όπως πολλά και διαφορετικά αθροίσματα και αποδόσεις του αριθμού που δεν θα αλλάζουν όμως την αξία του. (Rogers, 2014). Ο διαχωρισμός (Partitioning) /μετονομασία (Renaming) αφορά την ανάλυση των αριθμών σε διαφορετικές ομαδοποιήσεις, πχ το 82 είναι 8 δεκάδες και 2 μονάδες, ενώ μπορεί να είναι και 7 δεκάδες και 12 μονάδες. Η σύγκριση/σχέση (Number Relationships/Comparing) μεταξύ των αριθμών έχει ως στόχο να κάνουν τα παιδιά σειροθέτηση και σύγκριση αριθμών για να συνειδητοποιούν την αλληλουχία και



το μέγεθος του εκάστοτε αριθμού. Η εκτίμηση αριθμών και ποσοτήτων (Estimating) είναι επίσης πολύ σημαντική. (Rogers, 2014)

Ακόμα, τα παιδιά στη σχολική ηλικία αρχίζουν να αναπτύσσουν τη δεξιότητα της εκτέλεσης των τεσσάρων πράξεων, της πρόσθεσης, της αφαίρεσης, του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης, της εκτίμησης, της αναγνώρισης των αριθμών σε άλλες μορφές, όπως κλάσματα, δεκαδικοί αριθμοί και ποσοστά, καθώς και της επίλυση προβλημάτων. (Τζιβινίκου, 2015)

## 1.6 Η αξία θέσης ψηφίου στους πολυψηφίους αριθμούς

Η κατανόηση εννοιών που αφορούν την αξία θέσης ψηφίου είναι αρκετά δύσκολη (Kamii, 1986) για τα παιδιά και αναπτύσσεται με το χρόνο. (Thomas & Mulligan, 1999; Ginsburg, 1989).

Όταν ένας μαθητής δυσκολεύεται με την θεσιακή αξία: α) δεν μπορεί να διακρίνει το μεγαλύτερο και τον μικρότερο από δύο αριθμούς που σχηματίζονται από τα ίδια ψηφία, π.χ. 576 / 765, (β) δεν μπορεί να διακρίνει την αξία του ίδιου ψηφίου όταν βρίσκεται σε θέση διαφορετικής αξίας στον ίδιο ή σε διαφορετικούς αριθμούς, π.χ. την αξία του 5 στον αριθμό 555, την αξία του 2 στους αριθμούς 324 / 248, (γ) γράφει αριθμούς όπως το 381 ως 30081 ή 3081, (δ) δεν μπορεί να σχηματίσει τον μικρότερο και τον μεγαλύτερο αριθμό με συγκεκριμένα ψηφία που του έχουν δοθεί, π.χ. με τα ψηφία 5, 3, 9 (Orton 2004).

Τα ερευνητικά στοιχεία υποδηλώνουν ότι οι μαθητές φαίνεται να έχουν κατακτήσει πτυχές της αξίας θέσης αλλά δεν έχουν πραγματική κατανόηση της έννοιας, αδυνατούν να γενικεύσουν τις πολλαπλασιαστικές σχέσεις εντός του συστήματος αξίας θέσης (Kamii, 1986; Thomas, 2004; Major, 2012). Άρα αποτελεί προϋπόθεση η ύπαρξη μιας «πολλαπλασιαστικής επαναλαμβανόμενης δομής» από τα παιδιά (Τζεκάκη, 2007).

Η κατανόηση της ιδιότητας της αξίας θέσης η ψηφίου περιλαμβάνει μεταξύ άλλων: α) τη σωστή ανάγνωση και γραφή πολυψηφίων αριθμών, β) την αναγνώριση της αξίας κάθε ψηφίου σε έναν πολυψηφίο αριθμό, γ) τις ανταλλαγές/ομαδοποιήσεις μεταξύ των θέσεων αξίας, δ) τη σωστή εκτέλεση των αλγορίθμων της πρόσθεσης και της αφαίρεσης και ε) την κατανόηση της έννοιας του κρατούμενου στην πρόσθεση και του δανεικού στην αφαίρεση.

### 1.6.1 α) Σωστή ανάγνωση και γραφή πολυψηφίων αριθμών

Σε έρευνες που αφορούν τη μάθηση και τη χρήση των προφορικών αριθμητικών συστημάτων φαίνεται ότι τα περισσότερα αποτελούνται από περιορισμένο λεξιλόγιο και συντακτικό. Πιο συγκεκριμένα, το λεξιλόγιο αφορά μερικές ποσότητες μόνο, ενώ το συντακτικό το συμβολισμό των προσθετικών και πολλαπλασιαστικών σχέσεων που διέπουν την αναπαράσταση όλων των ποσοτήτων (Barouillet et al. 2004).

Τα συστήματα ονοματοδοσίας αριθμών ορισμένων γλωσσών, όπως της ιαπωνικής, της κορεατικής και της κινεζικής, χαρίζουν στους ομιλητές τους ένα εγγενές πλεονέκτημα για την κατανόηση της έννοιας της αξίας θέσης ψηφίου και του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα παιδιά στην Κίνα, στην Κορέα και στην Ιαπωνία μπορούν να γράψουν αριθμούς με ψηφία καλύτερα και σε μικρότερη ηλικία σε σχέση με τους Αμερικανούς, Γάλλους ή Σουηδούς συνομηλίκους τους.

Επιπροσθέτως, έρευνες που έγιναν σε Ιταλούς και Γάλλους μαθητές μεταξύ 7 και 9 ετών, έδειξαν ότι προβαίνουν σε λάθη όταν περνούν από το φωνολογικό κώδικα σε εκείνο των ψηφίων. Αυτα τα λάθη αφορούν είτε την αντικατάσταση ψηφίων (πχ το διακόσια σαράντα πέντε γράφεται ως 235), όποτε γίνεται λόγος για λεξιλογικά λαθη, είτε προσθέσεις ή αφαιρέσεις μηδενικών (πχ το εκατόν εξήντα επτά γράφεται ως 10067 ή το χίλια δύο ως 102) όποτε μιλά κανείς για συντακτικά λάθη. Τα λάθη αυτα επηρεάζουν τις σχέσεις μεταξύ των ψηφίων που σχηματίζουν τον αριθμό (Barouillet et al 2004).

Η Fuson (1990) αναφέρει ότι σε γλώσσες όπως η αγγλική ή η ελληνική, που κάποιες φορές είναι μη κανονική, δηλαδή δεν παραπέμπει στις αξίες των θέσεων και ευνοούν τη δημιουργία νοητικών δομών για τους πολυψηφίους αριθμούς που βασίζονται στην έννοια της μονάδας. Για παράδειγμα στην ονομασία έντεκα για τον αριθμό 11, τίποτα δεν παραπέμπει στη σύνθεση του αριθμού από μία δεκάδα και μία μονάδα. Κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει με τα κινέζικα και άλλες ασιατικές γλώσσες, στις οποίες οι ονομασίες των πολυψηφίων αριθμών βασίζονται στην, και αποκαλύπτουν την, αξία της θέσης των ψηφίων, π.χ. το 11 ονομάζεται δέκα ένα και το 57 πέντε δέκα επτά.

### **1.6.2 β) Αναγνώριση της αξίας κάθε ψηφίου σε έναν πολυψηφίο αριθμό**

Όσο αφορά τους πολυψηφίους αριθμούς τα παιδιά φαίνεται να τους χειρίζονται ως μια ακολουθία μονοψηφίων αριθμών τοποθετημένων ο ένας δίπλα στον άλλον, χωρίς να αποδίδουν σε κάθε ψηφίο την αξία που έχει σε σχέση με τη θέση του στον αριθμό. (Καφουση & Ντζιαχρηστος, 1998)

Πάνω σε αυτό το ζήτημα ο Prince (2002), τονίζει την παρανόηση των παιδιών στους πολυψηφίους αριθμούς μιας και δεν δείχνουν να αντιλαμβάνονται κάποια σχέση που να συνδέει τις θέσεις των εκατοντάδων και μονάδων αλλά τις θεωρούν ανεξάρτητες κατηγορίες ποσοτήτων με ξεχωριστά ονόματα, ψηφία και αναπαραστάσεις με τουβλάκια στη βάση του 10.

### **1.6.3 γ) Ανταλλαγές μεταξύ των θέσεων αξίας**

Δύο βασικά στοιχεία απαραίτητα για την βαθύτερη κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου αποτελούν α) η ανάλυση ενός αριθμού σε μονάδες διαφόρων τάξεων με διάφορους τρόπους και β) η σύνθεση ενός αριθμού από δοσμένες μονάδες των διαφόρων τάξεων από τις οποίες αποτελούνται.

Για παράδειγμα ο αριθμός 857 μπορεί να διαβαστεί ως: 8 εκατοντάδες, 5 δεκάδες και 7 μονάδες ή 85 δεκάδες και 7 μονάδες ή 857 μονάδες. Τα παιδιά μπορούν να αναγνωρισουν οτι η 1 δεκάδα μπορεί να μετονομαστεί σε 10 μονάδες, χωρίς να αλλάξει η αξία της αρχικής ποσότητας (Baturu, 2000).

### **1.6.4 δ) Σωστή εκτέλεση των αλγορίθμων πρόσθεσης και αφαίρεσης**

Οι μαθητές κάνουν πολλά λάθη πρόσθεση και στην αφαίρεση λόγω της μη κατανόησης της θεσιακής αξίας και των συστατικών της στοιχείων (Sharma, 1993; Καφουση & Ντζιαχρηστος, 1998; Beishuizen & Anghileri, 1998; Kamii, 1986; Thompson, 2000).

Η Fuson (1990) αναφέρει ότι η διδασκαλία της πρόσθεσης και της αφαίρεσης πολυψήφιων αριθμών διδάσκεται ως σειριακή διαδικασία πρόσθεσης και αφαίρεσης ψηφίων σε συγκεκριμένες θέσεις των αριθμών. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι μαθητές να νοούν τους πολυψήφιους αριθμούς ως απλώς μία σειρά μονοψήφιων αριθμών.

### **1.6.5 ε) Κατανόηση της έννοιας του κρατούμενου στην πρόσθεση και του δανεικού στην αφαίρεση**

Ως προς το κρατούμενο στην πρόσθεση, όταν το άθροισμα των ψηφίων σε μία θέση αξίας ενός αριθμού φτάσει η ξεπεράσει το 10 τότε προβαίνει σε μεταφορά αριθμών μεταξύ των θέσεων προς τα αριστερά. Έτσι μεταφέρεται 1 δεκάδα και κάθε 10 μονάδες που προκύπτουν, 1 εκατοντάδα για κάθε 10 δεκάδες, 1 χιλιάδα για κάθε 10 εκατοντάδες και ούτω καθεξής. Το κρατούμενο είναι αυτό που έχει την παραπάνω λειτουργία για αυτό και δεν ορίζεται εύκολα από τους μαθητές (Poisard 2006; Chan, Au & Tang, 2014).

Ο Αγαλιώτης (1997) βρήκε ότι το 36,7% Ελλήνων μαθητών κάνει λάθη που σχετίζονται με ελαττωματικό αλγόριθμο ή με τη θεσιακή αξία, όπως να προσθέτει όλα τα ψηφία ως αν ήταν μεμονωμένοι αριθμοί ή να προσθέτει ψηφία από ανεξάρτητες μεταξύ τους στήλες. Το 19,5% των μαθητών βρέθηκε να κάνει λάθος με τα κρατούμενα, όπως να μεταφέρουν το κρατούμενο στην άκρα αριστερά στήλη. Ιδιαίτερες δυσκολίες προκαλεί η παρουσία του 0 στους αριθμούς. Μέρος αυτής της δυσκολίας πιθανόν να οφείλεται στο ότι το μηδέν θεωρείται (και πιθανά λανθασμένα διδάσκεται) ως «τίποτε» και χωρίς αξία (Cockburn & Parslow-Williams, 2008).

Ως προς το δανεικό στην αφαίρεση, υπάρχει ένα μεγάλο εύρος συνηθισμένων λαθών που οι μαθητές κάνουν όταν αντιμετωπίζουν αριθμητικές πράξεις με το μηδέν. Ίσως το πιο συνηθισμένο είναι το πρόβλημα που έχουν οι μαθητές όταν πρέπει να «δανειστούν» από το μηδέν στην αφαίρεση. Από τη χρήση επίσης του μηδενός στον πολλαπλασιασμό και στη διαίρεση προκύπτει μεγάλος αριθμός λαθών και παρανοήσεων στους μαθητές όλων των ηλικιών (Chan, Au & Tang, 2014).

Ο Sharma (1993) θεωρεί ότι οι δυσκολίες που προκύπτουν κατά τη μάθηση της έννοιας της θεσιακής αξίας και συστατικών της δεν είναι αποκλειστικά εγγενείς στην έννοια αλλά ότι, επίσης, εντοπίζονται, τόσο στις διδακτικές μεθόδους όσο και στα διδακτικά εγχειρίδια και υλικά που χρησιμοποιούνται κατά τη διδασκαλία, συγκεκριμένα στη μικρή εμπειρία με χειραπτικά υλικά και στη χρήση ακατάλληλων μεθόδων και υλικών, όπως η πρώιμη εργασία σε συμβολικό επίπεδο. Με τον τρόπο αυτό οι μαθητές μαθαίνουν, απλώς, να χειρίζονται τα σύμβολα χωρίς κατανόηση για την έννοια που διέπει την όλη διαδικασία.

## **1.7 Μαθητές με προβλήματα ακοής και μαθηματικά**

Μαθητής με προβλήματα ακοής είναι κάποιος που έχει προβλήματα ακοής ή απώλεια, μερική ή πλήρης (Rusyani et al., 2021a). Η ανικανότητα του μαθητή με προβλήματα ακοής να ακούει προκαλεί περιορισμούς στην πρόσβαση και κατανόηση πληροφοριών, και αντιμετωπίζει δυσκολίες στην ανάπτυξη ευρύτερων γνώσεων. (Rusyani et al., 2021b). Γενικά, οι μαθητές με προβλήματα ακοής έχουν μέση ή φυσιολογική νοημοσύνη (Rusyani et al., 2021a; Κουρμπέτης, Χατζοπούλου, 2010; Moores, 2007; Λαμπροπούλου, 1999). Οι μαθητές με προβλήματα ακοής τείνουν να έχουν χαμηλές επιδόσεις σε σύγκριση με ακούοντες συνομηλίκους σε λεκτικά θέματα όπως στην Ινδονησιακή Γλώσσα, τις Επιστήμες, τις Κοινωνικές Επιστήμες, τις Πολιτικές

Επιστήμες, τα Μαθηματικά (κυρίως στα προβλήματα) αλλά σε μη λεκτικές διαδικασίες όπως ο Αθλητισμός παρουσιάζουν ομοιότητες με τους ακούοντες συνομηλίκους τους (Susetyo et al., 2021).

Τα κωφά παιδιά συχνά λόγω της απώλειας ακοής τους και των φτωχών γλωσσικών περιβαλλόντων τους αδυνατούν να έχουν πρόσβαση σε τυχαίες ευκαιρίες μάθησης με αποτέλεσμα να μην έχουν αναπτυσσόμενες προμαθητικές έννοιες με στόχο την περαιτέρω ανάπτυξη τους στη σχολική ηλικία (Kritzer, 2008).

Σε ορισμένες έρευνες έχει βρεθεί ότι το επίπεδο ανάγνωσης και κατανόησης των κωφών δεν είναι μεγαλύτερο από αυτό της τετάρτης τάξης στα μαθηματικά και ο αλφαριθμητισμός τους όχι μεγαλύτερος από αυτόν που λαμβάνει κάποιος μέχρι την έκτη τάξη (Shaira, 2007). Οι Nunes & Bryant (2008) στις μελέτες τους έχουν δείξει ότι τα κωφά παιδιά στα μαθηματικά είναι περίπου τα 3 με 5 χρόνια πίσω συγκριτικά με ακούοντες συνομηλίκους μαθητές. Επίσης τα κωφα άτομα που εγκατέλειψαν το σχολείο είχαν μείνει πίσω περίπου τρία χρόνια σε σχέση με τα ακούοντα παιδιά στα μαθηματικά (Wood et al. 1983; Moores, 2007).

Ο Mitchell (2008) διαπίστωσε ότι οι κωφοί μαθητές έχουν επίπεδο μαθηματικών επιδόσεων τελειώνοντας το γυμνάσιο όσο θα είχαν στην πέμπτη με έκτη τάξη. Πιο συγκεκριμένα φαίνεται οι μαθητές με προβλήματα ακοής παρουσιάζουν δυσκολίες σε πρώιμες ποσοτικές έννοιες (Kritzer, 2009a; Pagliaro & Kritzer, 2010; Pixner et al., 2014).

## **1.8 Συχνά λάθη μαθητών με προβλήματα ακοής στα μαθηματικά**

Η αριθμητική των κωφών παιδιών παρουσιάζει σοβαρές καθυστερήσεις και δυσκολίες όπως και άλλες γνωστικές τους δεξιότητες. Για λόγους που παραμένουν ασαφείς, πολλά κωφά άτομα υστερούν από συνομηλίκους τους ακούοντες σε αριθμητικές και μαθηματικές δεξιότητες π.χ. στη μέτρηση και έννοιες αριθμών, στα κλάσματα και στην αριθμητική (Ansell & Pagliaro, 2006; Kelly, Lang, Mousley, & Davis, 2003). Κυρίαρχο ρόλο στο να βρεθεί τι φταίει και υπάρχουν σοβαρές δυσκολίες στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών δίνεται μεγάλη έμφαση στις ελλιπείς δεξιότητες εκτίμησης ποσοτήτων (Bull, Marschark, et al, 2011).

Πιο συγκεκριμένα υπολείπονται σε εμπειρίες που βοηθούν στην κατανόηση μιας πιο ακριβούς γραμμικής αναπαράστασης των αριθμών και συχνά παρουσιάζουν καθυστερημένες μεταβάσεις στην κατανόηση λογαριθμικών και γραμμικών αναπαραστάσεων και λιγότερη ακρίβεια στην ικανότητά τους για εκτίμηση των ποσοτήτων και των αριθμών γεγονός που μπορεί να έχει επακόλουθες συνέπειες για την ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων (Kritzer, 2008).

Αυτά τα αποτελέσματα συμφωνούν και με ευρήματα ακουόντων παιδιών που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στα μαθηματικά και κυρίως στην ακριβή αναπαράσταση του αριθμού. Για παράδειγμα, οι Geary, Hoard, Nugent και Bryd-Craven (2008) διαπίστωσαν ότι τα παιδιά της α΄ τάξης με μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά ήταν λιγότερο ακριβείς στις εκτιμήσεις της αριθμητικής γραμμής και καθυστέρησαν ως προς την ανάπτυξη της γραμμικής αναπαράστασης του αριθμού.

Ως προς την απόδοση των μαθητών με προβλήματα ακοής στις τέσσερις βασικές πράξεις συγκριτικά με τους ακούοντες βρέθηκε ότι και στις τέσσερις παρουσιάζουν σοβαρές δυσκολίες συγκριτικά (Hitch, Arnold, Phillips, 1983) .

Ακόμα και σε απλές αριθμητικές πράξεις όπως πρόσθεση και αφαίρεση δύο αριθμών όπου το άθροισμα ή η διαφορά είναι μικρότερο του δεκα, πολλοί μαθητές με προβλήματα ακοής που φοιτούν σε μεγάλες τάξεις του δημοτικού αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην επίλυσή τους (Lean, Clements & Del Campo, 1990).

Σε έρευνα που έγινε διαπιστώθηκε ότι μαθητές με προβλήματα ακοής τρίτης, τετάρτης και πέμπτης δημοτικού έχουν λιγότερες δυσκολίες στην επίλυση προσθέσεων και πολλαπλασιασμού αλλά έχουν πολλές δυσκολίες στην επίλυση ζητημάτων χρημάτων, χρόνου, επίλυση προβλημάτων και ερμηνεία των ζητούμενων (Noorian, Maleki, Abolhassani, 2013).

Σε έρευνα του Πανεπιστημίου Gallaudet, το 1995, που αφορούσε ένα μεγάλο πληθυσμό φοιτητών με προβλήματα ακοής ερεύνησαν το επίπεδο της μαθηματικής κατανόησης εννοιών αλλά και την επίλυση προβλημάτων στα μαθηματικά. Παρόλη την ηλικία τους, το επίπεδό τους στα παραπάνω πεδία δεν ξεπερνούσε αυτό που είχαν κατακτήσει οι ακούοντες μέχρι την τρίτη με τετάρτη τάξη. Πολύ σπάνια ξεπερνούσαν σε κατανόηση μαθηματικών εννοιών αυτά που είχαν διδαχθεί μέχρι την έκτη τάξη αντίστοιχα οι ακούοντες μαθητές (Delgado, 2007).

Άλλα λάθη που κάνουν μαθητές με προβλήματα ακοής στα μαθηματικά αποτελούν λάθη στη χρήση των συμβόλων. Τα παιδιά θα απαντήσουν λανθασμένα σε ερωτήσεις επειδή δεν καταλαβαίνουν μαθηματικά σύμβολα όπως συν (+), πλην (-), ίσον (=) και ούτω καθεξής (Rusyani, Putra, et al, 2021c).

## 1.9 Λόγοι δυσκολιών μαθητών με προβλήματα ακοής στα μαθηματικά

Οι λόγοι για τους οποίους οι μαθητές με προβλήματα ακοής υστερούν στα μαθηματικά αφορούν διάφορους παράγοντες. Πρωτον, το συνολικό χαμηλότερο επίπεδο της ανάπτυξης της γλώσσας τους ανάπτυξη θεωρείται ένα από τα σημαντικότερα εμπόδια απόκτηση επάρκειας στις δεξιότητες μαθηματικού συλλογισμού. Συχνά αδυνατούν να λύσουν μαθηματικά προβλήματα και ερωτήσεις όταν έχουν ελλείψεις στη γραπτή γλώσσα που τους ζητείται για να τα λύσουν (Gregory 1998; Barham & Bishop, 1991; Serrano Pau, 1995). Οι Wood et al. (1986) συμπεραίνουν ότι ο ρόλος της γλωσσικής καθυστέρησης (ειδικά όταν αφορά πιο σύνθετη συνταξη) είναι κρίσιμης σημασίας και τελικά η κώφωση από μόνη της προκαλεί γνωστικά ελλείμματα που οδηγούν σε αδυναμία επίλυσης προβλημάτων. Οσο μεγαλύτερη είναι η πρόσβασή τους και η επικοινωνία τους σε γλώσσα (πχ νοηματική) τόσο μεγαλύτερες πιθανότητες επιτυχίας στην μαθηματική κατανόηση θα έχουν (Ansell, Pagliaro 2006).

Συχνά οι λεκτικές ικανότητες των κωφών μαθητών παραβλέπονται από τους ερευνητές πέραν εκείνων που ενδιαφέρονται για ζητήματα αλφαριθμητισμού της κοινότητας, προφανώς υποθέτοντας ότι η χρήση της νοηματικής γλώσσας είναι επαρκής με αυτή που κάνουν χρήση οι συνομήλικοί τους ακούοντες στον ακαδημαϊκό χώρο. (Marschark, 1993). Πρόσφατες μελέτες έχουν δείξει ότι οι κωφοί μετά τα 12 και μέχρι το πανεπιστήμιο μαθαίνουν περισσότερα από το γραπτό κείμενο και όχι από την νοηματική γλώσσα (Qi & Mitchell, 2012; Borgna, Convertino, Marschark, Morrison, & Rizzolo, 2011). Περαιτέρω έρευνες στις λεκτικές ικανότητες και τη λεκτική νοημοσύνη των μαθητών με προβλήματα ακοής— πέρα από την ανάγνωση και γραφή — είναι σαφώς απαραίτητο να γίνουν. Οι μαθητές λόγω της καθυστέρησης στην εκμάθηση της γλώσσας (προφορικής και γραπτής) αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην επίλυση προβλημάτων με γραπτή περιγραφή (Hyde, Zevenbergen, Des Power, 2003).

Δεύτερον αργούν να κατανοήσουν μαθηματικούς όρους (π.χ. αναλογία, αμοιβαία, συντελεστές, γινόμενο) και μαθηματικές φράσεις (π.χ., Πόσο περισσότερο ζυγίζει ο Γιώργος από τη Μαρία;). Πρέπει λοιπόν το κωφό/βαρήκοο παιδί να μάθει το ειδικό λεξιλόγιο που αφορά τα μαθηματικά που συχνά όμως κάποιες έννοιες του μοιάζουν με λέξεις που έχουν άλλο νόημα σε άλλα κειμενικά και νοητικά πλαίσια, πχ η λέξη

ομοιότητα, διαφορά, κτλ. (Kidd & Lamb, 1993; Knight & Swanwick, 1999; Gregory, 1998; Serrano Pau, 1995; Hillegist & Epstein, 1989; Lewis, 2006).

Πέραν της δυσκολίας του ανάλογου λεξιλογίου που δεν κατέχουν είναι και η δυσκολία ανάπτυξης της λογικής στα μαθηματικά καθώς στο περιβάλλον του συνήθως αδυνατεί να επικοινωνήσει λόγω της έλλειψης γλώσσας επικοινωνίας (που συνήθως οι γονείς έχουν άλλη πρώτη γλώσσα σε σχέση με το κωφό/βαρήκοο παιδί) και μελλοντικά δυσκολεύεται στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων. Η εμπειρία και η έκθεση σε ερεθίσματα γενικότερα στην κοινωνία επίσης αποτελεί σημαντικό παράγοντα που συχνά είναι περιορισμένη για τα κωφά παιδιά. Με λιγοστά ερεθίσματα φαίνεται η πρόσβαση στη μαθηση να είναι ελλιπής και να έχει αντίκτυπο στην εκμάθηση και μαθηματικών εννοιών.

Έρευνες αναφέρουν ότι πολλοί εκπαιδευτικοί υπολείπονται στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών σε παιδιά με προβλήματα ακοής γιατί καλούνται να διδάξουν στα παιδιά ένα αντικείμενο που δεν έχουν επίσημη εκπαίδευση για τον τρόπο διδασκαλίας του (διδάσκουν σε δεύτερη γλώσσα για αυτούς), και οι φορείς και οι ειδικοί που μπορούν να απευθυνθούν για βοήθεια είναι λιγοστοί. Φαίνεται να έχουν μεγαλύτερη εξοικείωση στη διδασκαλία υπολογισμών στα μαθηματικά παρά στη διδασκαλία των προβλημάτων σε παιδιά με προβλήματα ακοής (Pagliaro, 1998). Επιπλέον, πολλοί εκπαιδευτικοί δεν γνωρίζουν καλά την Νοηματική που αποτελεί πρώτη γλώσσα πολλών μαθητών με προβλήματα ακοής με αποτέλεσμα να υπολείπεται η διδασκαλία τους (Delgado, 2007; Serrano Pau, 1995).

Οι Madalena et al. (2015) διαπίστωσε ότι μαθητές με προβλήματα ακοής που έχουν πρώιμη έκθεση σε μία νοηματική γλώσσα παρουσιάζουν καλύτερες επιδόσεις από αυτούς που έχουν καθυστερημένη έκθεση στην ίδια γλώσσα. Μεγάλη αξία σε αυτό παίζει και το οικιακό περιβάλλον του παιδιού αν αποτελείται από κωφούς ή ακούοντες. Σε περίπτωση που το οικιακό του περιβάλλον αποτελείται κυρίως από ακούοντες αυξάνεται η πιθανότητα άτυπων και φυσικών αλληλεπιδράσεων που οδηγούν σε αριθμητικές γνώσεις και δεξιότητες αλλά και παροχή πρόσθετων πληροφοριών σε δραστηριότητες καθημερινής διαβίωσης (Kritzer, 2008;).

Τέλος, το διαθέσιμο ψηφιακό υλικό δεν χρησιμοποιεί τη Νοηματική γλώσσα και αποκλείει τα παιδιά από την άμεση κατανόηση των εννοιών μέσω της πρώτης τους γλώσσας, άρα είναι αναμενόμενες οι δυσκολίες σε μαθηματικές έννοιες (Delgado, 2007; Lewis, 2006).

## **1.10 Οι μαθητές με προβλήματα ακοής και το κανάλι μάθησής τους**

Συχνά δάσκαλοι, άτομα με προβλήματα ακοής και άλλοι περιγράφουν τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην ακοή ως οπτικούς τύπους (Dowaliby & Lang, 1999; Marschark & Hauser, 2012). Το ενδιαφέρον σε όλο αυτό αφορά στο ότι δεν υπάρχουν τέτοιες έρευνες που να αποδεικνύουν ότι οι κωφοί μαθητές είναι πιο πιθανό να είναι “οπτικοί” από τους ακούοντες και ως είναι κωφοί/βαρήκοοι. Σίγουρα οι μαθητές με προβλήματα ακοής εξαρτώνται περισσότερο από την οπτική πληροφορία για την προσβασιμότητα τους συγκριτικά με τους ακούοντες στην πληροφορία αλλά η συντριπτική πλειοψηφία των παιδιών και των νέων που χαρακτηρίζονται ως κωφοί/βαρήκοοι έχουν συνήθως κάποια υπολειμματική ακοή με αποτέλεσμα να μην χρησιμοποιούν μόνο το οπτικό κανάλι (Λαμπροπούλου, 1998)

Συνήθως ορίζονται ως “οπτικοί” λόγω της εξάρτησής τους από τη νοηματική γλώσσα που είναι οπτική συγκριτικά με την προφορική. Η μαθηση βέβαια μέσω της νοηματικής γλώσσας είναι μια λεκτική δεξιότητα, όπως είναι η ανάγνωση ακόμα και αν

εξαρτάται από την όραση και όχι τη φωνή. Αυτή η προτίμηση του μαθητή δεν αρκεί για να θεωρηθεί “οπτικός” (Marschark, Morrison, et al., 2013).

Στη μάθησή του χρησιμοποιεί σίγουρα το οπτικό κανάλι και συνδυαστικά την υπολειπόμενη ακοή που διαθέτει μαζί με τη χειλεανάγνωση στην οποία εξασκείται. Οποιαδήποτε οπτικοποίηση στη μάθηση σίγουρα τους δίνει τη δυνατότητα μεγαλύτερης πρόσβασης και πιο άμεσης πληροφόρησης. Όσες περισσότερες πληροφορίες οπτικοποιούνται τόσο μεγαλύτερη και πιο σύντομη είναι η κατανόηση τους στην έννοια. Τέτοιες εφαρμογές μπορούν να είναι διάφορα ψηφιακά εργαλεία που οπτικοποιούν τις πληροφορίες και τις μαθηματικές έννοιες που πρέπει ο μαθητής με προβλήματα ακοής να διαχειριστεί.

## 1.11 Υπολογιστές και μαθηματικά στην εκπαίδευση

Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές αποτελούν αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινότητας των ανθρώπων και έχουν και συνεχίζουν να τροποποιούν τον τρόπο ζωής και εργασίας του. (Mendrinis, 1997) Η εκπαίδευση λοιπόν είναι λογικό να ακολουθήσει αυτή την τακτική μιας και οι δεξιότητες που χρειάζονται να αναπτύξουν οι μαθητές πληθαίνουν και κινούνται προς αυτή τη λογική. Πέραν αυτών διευκολύνεται και η πρόσβαση σε πληροφορίες και γνώσεις πιο “αποκλεισμένων” μελών της κοινωνίας σε ζητήματα εκπαίδευσης, εργασίας, κοινωνικοποίησης και προσωπικής εξέλιξης.

Ο Papert (1980) ήταν αυτός που ανέφερε πως “τα παιδιά μαθαίνουν ότι αγαπούν” θέλοντας να τονίσει τον εκπαιδευτικό ρόλο που μπορούν να έχουν οι υπολογιστές και όντας πρωτοπόρος στην εισαγωγή των υπολογιστών στα σχολεία.

Τα τελευταία χρόνια έχουν δημιουργηθεί πολλά εκπαιδευτικά λογισμικά και ψηφιακά εργαλεία με στόχο την είσοδο τους στην εκπαιδευτική διαδικασία. Η επιτυχία αυτών έχει σχέση με το γεγονός ότι μέσω των λογισμικών και των εργαλείων δίνεται ένα πολύ ικανοποιητικό και ευχάριστο περιβάλλον μάθησης, όπου οι μαθητές μπορούν να αποκτήσουν γνώση μέσα από ευκαιρίες προβληματισμού και πειραματισμού. Σε έρευνες που έγιναν σε ειδική τάξη έχει προκύψει ότι οι υπολογιστές δίνουν μεγάλη ευχέρεια στους μαθητές και δείχνουν το ενδιαφέρον τους για την επιλογή των διαδραστικών λογισμικών (Πολυχρονοπούλου, 2008). Πιο συγκεκριμένα, τα παιχνίδια στον υπολογιστή προωθούν την ενεργό μάθηση και την ανάπτυξη διαφόρων δεξιοτήτων (McFarlane, Sparrowhawk & Heald, 2002), ενώ διατηρούν την ψυχαγωγία τους και τα ελκυστικά χαρακτηριστικά τους (Kafai, 2001).

Μέχρι σήμερα, η χρήση ηλεκτρονικών παιχνιδιών για εκπαιδευτικούς σκοπούς έχει αναφερθεί σε τομείς όπως η γεωγραφία (Tüzün et al., 2008), η εκπαίδευση σε θέματα υγείας (Dorman, 1997), η επιστήμη των υπολογιστών (Παπαστεργίου, 2008), και τα μαθηματικά και οι επιστήμες (Annetta et al, 2009). Ο Hays (2005) επισημαίνει, ειδικά σχεδιασμένα εκπαιδευτικά παιχνίδια και ψηφιακά εργαλεία στον υπολογιστή μπορούν να έχουν εκπαιδευτική αξία.

Διάφορες έρευνες αναλύουν το όφελος των ηλεκτρονικών παιχνιδιών σε κατανόηση εννοιών στα μαθηματικά και της θετικής στάσης μαθητών ως προς σε αυτά. Οι Pareto et al. (2011) μέσω ενός παιχνιδιού με βασικές δεξιότητες αριθμητικής, σε μαθητές τρίτης και πέμπτης τάξης του δημοτικού, τους βοήθησαν να βελτιώσουν τις επιδόσεις τους στα μαθηματικά.

Οι Ahmad και Latih (2010) περιγράφουν την ανάπτυξη αντίστοιχα ενός εκπαιδευτικού παιχνιδιού μαθηματικών στα κλάσματα για τους μαθητές του δημοτικού σχολείου και τα οφέλη του για τους μαθητές ως προς την κατανόηση μαθηματικών

εννοιών. Ακόμα, οι Zavaleta et al. (2005) αναφέρουν τα οφέλη ενός εμπορικού παιχνιδιού στην άλγεβρα και πως ενισχύθηκαν οι μαθηματικές δεξιότητες μαθητών δημοτικού μετά τη χρήση του. Σε μια άλλη μελέτη, η Ke (2008) εξέτασε τις επιπτώσεις της χρήσης των ηλεκτρονικών παιχνιδιών σε μαθητές τετάρτης και πέμπτης τάξης που συμμετείχαν σε ένα θερινό πρόγραμμα μαθηματικών πέντε εβδομάδων, με θετικά αποτελέσματα όσον αφορά τη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά. Η ύπαρξη διαδικτυακών εφαρμογών, παιχνιδιών, εργαλείων και δομημάτων μπορεί να αποτελέσει δίοδο μεγαλύτερης ενασχόλησης των παιδιών με τα μαθηματικά.

## 1.12 Υπολογιστές και μαθηματικά σε μαθητές με προβλήματα ακοής

Τα τελευταία χρόνια οι εκπαιδευτικοί αρχίζουν να χρησιμοποιούν τους υπολογιστές στη διδασκαλία των μαθηματικών. Για παράδειγμα, ο Innes (1985) σχεδίασε μια εκπαιδευτική ενότητα που εφαρμόζει έννοιες ποσοστών και εξισώσεις σε πραγματικές πρακτικές καταστάσεις, χρησιμοποιώντας υπάρχον εμπορικό λογισμικό και απλά προγράμματα γραμμένα από τον μαθητή. (Fridriksson, Stewart, 1988) Αν τέτοιες πρακτικές εισαγονται στα προγράμματα σπουδών των μαθηματικών μπορούν να προσφέρουν υψηλότερο επίπεδο μαθηματικής κατανόησης από την πλευρά των μαθητών. Μέχρι σήμερα, τα περισσότερα διαθέσιμα λογισμικά αφορούν την τεχνική άσκηση-πρακτική (drill and practice) όσο αφορά την εκμάθηση μαθηματικών εννοιών και δεν αναπτύχθηκαν ειδικά για κωφούς/βαρήκοους. (Flehart, 1985; Rusyani, putra, et al 2021) Η αποτελεσματικότητα τέτοιων λογισμικών μπορεί να φανεί όταν οι εκπαιδευτικοί αρχίζουν να τα χρησιμοποιούν όσο τα σχολικά βιβλία, ενισχυτικά δηλαδή σαν εργαλεία που δεν υπαγορεύουν τους στοχους και τις διαδικασίες του προγράμματος διδασκαλίας των μαθηματικών.

Η μάθηση με τη βοήθεια του υπολογιστή αναδείχθηκε από πολύ νωρίς ως προς τη χρησιμότητά της για τους κωφούς/βαρήκοους μαθητές. Στην Αμερική το 1974, περιγράφεται πώς ο υπολογιστής αποτέλεσε εργαλείο που βοήθησε κωφούς/βαρήκοους μαθητές στην κατανόηση μαθηματικών εννοιών με τη χρήση του προγράμματος της μάθησης μέσω υπολογιστή (Computer Assisted Instruction-CAI). Ουσιαστικά αποτελεί μια τεχνική αυτομάθησης, συνήθως εκτός σύνδεσης/διαδικτύου, που περιλαμβάνει την αλληλεπίδραση του μαθητή με προγραμματισμένο εκπαιδευτικό υλικό. Η διδασκαλία με τη βοήθεια υπολογιστή (CAI) είναι μια διαδραστική εκπαιδευτική τεχνική με την οποία ένας υπολογιστής χρησιμοποιείται για την παρουσίαση του εκπαιδευτικού υλικού και την παρακολούθηση της μάθησης που λαμβάνει χώρα.

Το CAI χρησιμοποιεί έναν συνδυασμό κειμένου, γραφικών, ήχου και βίντεο για τη βελτίωση της μαθησιακής διαδικασίας. Ο υπολογιστής έχει πολλούς σκοπούς στην τάξη και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να βοηθήσει έναν μαθητή σε όλους τους τομείς του προγράμματος σπουδών. Τα προγράμματα CAI χρησιμοποιούν σεμινάρια, ασκήσεις και προσεγγίσεις εξάσκησης, προσομοίωσης και επίλυσης προβλημάτων για την παρουσίαση θεμάτων και ελέγχουν την κατανόηση του μαθητή. Στη συγκεκριμένη περίπτωση βοήθησαν δύο με τρεις φορές περισσότερο τους κωφούς/βαρήκοους μαθητές να κατανοήσουν έννοιες μαθηματικές συγκριτικά με τις απλές προφορικές οδηγίες του εκπαιδευτικού στην τάξη. (Suppes, Fletcher, 1974)

Σε έρευνα του Delgado (2007) φαίνεται ότι κωφοί μαθητές που χρησιμοποίησαν λογισμικό που μετέφραζε στην αμερικανική νοηματική αυτά που ζητούσαν τα προβλήματα που έπρεπε να λύσουν συγκριτικά με αυτούς που δεν το είχαν σαν εργαλείο δεν είχαν σημαντικές διαφορές στο αποτέλεσμα. Δεν καταφεραν δηλαδή να



λύσουν περισσότερες ασκήσεις, αλλά είχαν πιο θετική στάση προς το μάθημα των μαθηματικών και τις μαθηματικές έννοιες που διαπραγματεύτηκαν στην έρευνα.

### 1.13 Υπολογιστικά περιβάλλοντα και διδακτική των μαθηματικών

Οι πρώτες θεωρήσεις για την δόμηση της διδακτικής των μαθηματικών καταγράφονται από τη δεκαετία του 1980. Οι θεωρήσεις αυτές προέρχονται από τον Piaget όπου ήταν και ο πρώτος που έθεσε θέματα σχετικά με την μαθησιακή διαδικασία αλλά και την επιστημολογία. Αναφορικά με τον Piaget ο κάθε εκπαιδευόμενος κατασκευάζει την μαθηματική γνώση μέσα από την διαδικασία, την υπόθεσή, το κοινωνικό και φυσικό περιβάλλον, αλλά και από την δοκιμή θεωρημάτων στην πράξη μαζί με την αναθεώρηση τους οπότε χρειάζεται (Τάτσης & Κολέζα, 2006). Βασικό στοιχείο λοιπόν στις αναφερθείσες θεωρίες αποτελεί η ανθρώπινη κοινότητα όπου από αυτήν ξεκινάει η μαθηματική αντίληψη και η παραγωγή ανθρώπινης δραστηριότητας.

Εξέλιξη της διδακτικής των μαθηματικών αποτελεί η κοινωνικό δομική θεώρηση η οποία ξεκινάει από τον Vygotski το 1978 και συνεκτιμάει τις κοινωνικές επιστήμες. Τρεις βασικές σχολές αναδεικνύονται από αυτήν την θεώρηση: Η γαλλική σχολή των διδακτικών καταστάσεων, η θεωρία δράσης και το δόμημα τον κοινωνικό μαθηματικών νορμων. Το κυριότερο χαρακτηριστικό αυτών των σχολών είναι η σημασία που δίνουν στην ανθρώπινη κοινότητα στην οποία αναπτύσσεται η μαθηματική γνώση και νόηση μέσα από τις καθημερινές εμπειρίες. Η παραπάνω σχολές εμφανίζονται και την σημερινή εποχή έχοντας ένα σύνολο εξατομικευμένων θεωριών για την διαδικασία της μάθησης σε πολλά περιβάλλοντα.

Οι σύγχρονες θεωρήσεις για την διδακτική των μαθηματικών παρέχουν μία ελευθερία στην διαδικασία της μάθησης αναφέροντας ότι η γνώση μπορεί να επέλθει με πολλούς και διαφορετικούς τρόπους. Η μάθηση και η διδασκαλία των μαθηματικών έγκειται μέσα από συγκεκριμένες αρχές όπως είναι η αρχή σχεδιασμού. Οι αρχές αναφέρονται επίσης στον τρόπο διδακτικής μαθηματικών εννοιών όπου ο διδασκόμενος έχει τον κεντρικό ρόλο με τον οποίο περιγράφει δρα ερμηνεύει προβληματίζεται αναστοχάζεται εμπλέκεται επιλύει και κάνει συλλογισμούς με σκοπό να ικανοποιηθούν οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης. Έτσι οι αρχές υπάρχουν για να εξετάζεται ο τρόπος διδασκαλίας των μαθηματικών χωρίς να τίθενται θέματα περί ικανότητας διότι όλοι οι εκπαιδευόμενοι μπορούν να κατανοήσουν τα μαθηματικά αν έχουν την ανάλογη ευκαιρία.

Ο Papert ήταν αυτός που έκανε την αρχή στην εμπλοκή ψηφιακών περιβαλλόντων στην διδακτική των μαθηματικών. Ανέπτυξε τη γλώσσα προγραμματισμού Logo, για να υποστηρίξει την εποικοδομητιστική θεωρία. Ο ίδιος θεμελίωσε και τον όρο κονστρουκτιονισμό / οικοδομητισμό (constructionism), όρος που υποδηλώνει την κατασκευαστική και «παιγνιώδη» για πολλούς (Γλέζου, 2009) όψη του οικοδομητισμού. Επέκτεινε τον όρο του Piaget, “constructivism” σε “constructionism”, δηλαδή μίλησε για «μαστόρεμα». Σύμφωνα με τη θεωρία του υπάρχουν δύο αλληλοσυνδεόμενες διαδικασίες. Η μία είναι εσωτερική, όπου οι μαθητές δομούν τη γνώση μέσα από τις εμπειρίες που έχουν από τον κόσμο. Η άλλη διαδικασία, η εξωτερική, αντανακλά την άποψη πως οι μαθητές μαθαίνουν καλύτερα δημιουργώντας οι ίδιοι κατασκευές που στη συνέχεια τις μοιράζονται με τους άλλους. Θεωρούσε πως τα δομήματα τίθενται υπό αμφισβήτηση και είναι ευμετάβλητα. Στη μεγαλύτερη διάρκεια της ζωής του δημιούργησε τεχνολογικά περιβάλλοντα, τους μικρόκοσμους, στους οποίους οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν και να πειραματιστούν με προσομοιώσεις που αντανακλούν φυσικά φαινόμενα τα οποία δεν μπορούν να τα μελετήσουν σε

πραγματικές καταστάσεις επειδή είναι ανέφικτα, ακριβά, επικίνδυνα, ή ακόμα και μη παρατηρήσιμα. (Ackermann, 2004)

Σύμφωνα λοιπόν με τον Papert οι μαθητευόμενοι κατασκευάζουν νέες ιδέες όταν ενεργά ασχολούνται με τη δημιουργία κάποιας κατασκευής -μπορεί ένα ρομπότ, ένα ποίημα, ένα κάστρο στην άμμο, ένα πρόγραμμα στον υπολογιστή- πάνω στις οποίες αναστοχάζονται και μοιράζονται με άλλους. Έτσι ο κονστρουκτιονισμός εμπλέκει δυο διαπλεκόμενους τύπους κατασκευής: την οικοδόμηση της γνώσης στο πλαίσιο οικοδόμησης κατασκευών με προσωπικό νόημα (Γλέζου, 2009). Η αξιοποίηση, επομένως, ψηφιακών εργαλείων δίνει την ευκαιρία στους χρήστες-μαθητές να "οικοδομούν πράγματα με νόημα" με σχετική ευκολία και λειτουργεί ως καταλύτης για πλούσιες μαθησιακές ευκαιρίες. Ο Papert ήταν ο πρώτος που ανέφερε τη χρήση των ψηφιακών τεχνολογιών στη μαθησιακή διαδικασία. (Κυρίγος, 2015)

Στο άρθρο των Kafai and Burke (2015), εξετάζονται 55 μελέτες της τελευταίας δεκαετίας σχετικά με τη δημιουργία παιχνιδιών και τη μάθηση. Βρέθηκε ότι η πλειοψηφία των μελετών επικεντρώθηκε στη διδασκαλία κώδικα και ακαδημαϊκού περιεχομένου μέσω της δημιουργίας παιχνιδιών, και ότι λίγες μελέτες εξέτασαν ρητά τους ρόλους της συνεργασίας και της ταυτότητας στο παιχνίδι κατά τη διαδικασία της κατασκευής, του «μαστορέματος». Η έρευνα αυτή υποστηρίζει θερμά ότι θα πρέπει τα παιδιά όχι μόνο να εισάγονται σε μία σειρά από τεχνικές δεξιότητες κατά το μαστόρεμα και τη δημιουργία παιχνιδιών αλλά και να τις συνδέουν καλύτερα μεταξύ τους αντιμετωπίζοντας μόνο τους διάφορα ζητήματα πρόσβασης ή ποικιλομορφίας που έχουν τα υπόλοιπα παιχνίδια στα οποία δεν μπορούν να προβούν σε αλλαγές στη δομή, τις λειτουργίες και τις εντολές τους.

Η διδακτική των μαθηματικών χρησιμοποίησε ως τώρα την υπολογιστική τεχνολογία είτε ως μέσο επικοινωνίας και πληροφορίας είτε ως νοητικά εργαλεία (Jonassen, 1996). Το ρεύμα των νοητικών εργαλείων συνδέθηκε με την ανάπτυξη υπολογιστικών εφαρμογών που αναφέρονται ως διερευνητικό λογισμικό. (DiSessa, Hoyles, Noss & Edwards, 1995). Το ψηφιακό εργαλείο που χρησιμοποιείτε σε αυτό το πλαίσιο χρησιμοποιείται από τους μαθητές ως εργαλείο όπου η εκμάθηση της χρήσης του και των λειτουργικότητων του έχει ουσιαστικά παιδαγωγική αξία, δηλαδή η κατανόηση των εννοιών του διδακτικού αντικειμένου είναι αρρηκτα συνδεδεμένη με τη μάθηση και τη χρήση του ίδιου του εργαλείου (Κυνηγός & Δημαράκη, 2002). Τα εργαλεία αυτά χαρακτηρίστηκαν από τους Hoyles & Noss (2003), ως εκφραστικά μέσα όπου ο χρήστης μπορεί να δημιουργεί, να πειραματίζεται και να κατασκευάζει (Κυνηγός, 2007; Hume & Jarvela, 2005) Η κατασκευή και ο έλεγχος ήταν οι πρώτες ισχυρές ιδέες σχετικά με τη χρήση των υπολογιστικών μέσων για την εκμάθηση των μαθηματικών (Papert, 1980). Το ρεύμα των νοητικών εργαλείων συνδέθηκε με κονστρουκτιβιστικά καθώς και κοινωνικοπολιτισμικά μοντέλα μάθησης. Τα νοητικά υπολογιστικά εργαλεία ως πολιτισμικά αντικείμενα διαμορφώνουν το πλαίσιο εντός του οποίου εισάγονται, ενώ διαμορφώνονται μέσω της χρήσης τους (Noss & Hoyles, 1992) και αποτελούν ένα μέσο έκφρασης της ανθρώπινης λογικής αντίστοιχο με αυτό της ανθρώπινης γλώσσας (Papert, 1980)

Το παρόν ψηφιακό εργαλείο είναι ένα νοητικό υπολογιστικό εργαλείο που προάγει τον πειραματισμό και την τροποποίησή του από τους μαθητές και τους εκπαιδευτικούς. Είναι σχεδιασμένο στο Geogebra, ένα δυναμικό λογισμικό για τη διδασκαλία των Μαθηματικών που ενώνει τη Γεωμετρία, την Άλγεβρα και το Λογισμό. Το GeoGebra μπορεί να χρησιμοποιηθεί: στη Γεωμετρία, στην Άλγεβρα, στις Πιθανότητες, στη Στατιστική, στην Ανάλυση, στην Αναλυτική Γεωμετρία, στη Θεωρία Αριθμών, στη Γραμμική Άλγεβρα, στη Μιγαδική Ανάλυση και στα Διακριτά Μαθηματικά. Είναι ένα

λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας. Με απλό τρόπο και με τη βοήθεια δομημένων ασκήσεων από τον εκπαιδευτικό, οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν με τα εργαλεία του συγκεκριμένου λογισμικού ώστε να κατανοήσουν βασικές έννοιες και όρους της γεωμετρίας καθώς και σχέσεις ανάμεσα στις γωνίες. Ο χρήστης μπορεί να κάνει κατασκευές με σημεία, διανύσματα, ευθύγραμμα τμήματα, ευθείες, κωνικές τομές καθώς επίσης, να χρησιμοποιήσει συναρτήσεις και στη συνέχεια να τις τροποποιήσει με ένα δυναμικό τρόπο. Το λογισμικό επιτρέπει, επίσης, την απευθείας εισαγωγή εξισώσεων και συντεταγμένων. Παρόλα αυτά εδώ οι μαθητές δεν κάνουν γεωμετρία. Έχει δομηθεί ένα ψηφιακό περιβάλλον που οι μαθητές αλληλεπιδρούν με έναν προσχεδιασμένο ψηφιακό άβακα και μπορούν να χειριστούν διάφορες λειτουργικότητες που διαθέτει, κάνοντας αλλαγές και τροποποιήσεις μόνο σε ότι είναι διαθέσιμο στο περιβάλλον εργασίας.

## 1.14 Ο Άβακας και τα είδη του

Ο άβακας αποτελεί μία υπολογιστική μηχανή που επινοήθηκε από τον άνθρωπο όταν άρχισε να ασχολείται με τους αριθμούς και ήταν προσβάσιμος ακόμα και σε εκείνους που δεν γνώριζαν γραφή και ανάγνωση. Κάποια είδη του αποτελούν ο ρωμαϊκός άβακας, ο άβακας με χάντρες, ο κινεζικός άβακας Suan-Pan, (Li, 1958) ο ρωσικός, ο ιαπωνικός Soroban, ο άβακας των Αζτέκων και ο μεσο αμερικάνικος άβακας όπου ο καθένας είχε διαφορετική κατασκευή και δομή. Στην Ευρώπη κυρίως ο άβακας χρησιμοποιήθηκε για την εισαγωγή στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης (Σκουμπουρδή, 2007).

Ο Άβακας αποτελεί ένα εργαλείο με το οποίο τα παιδιά έρχονται σε επαφή με την αξία των αριθμών και τη σημασία της θέσης τους στο δεκαδικό σύστημα ειδικά σε περιπτώσεις που ζητάται να εκτελεστεί κάποια πράξη (πρόσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση) και να βρεθεί ένα αποτέλεσμα.

Τα ακόλουθα είναι μερικά από τα οφέλη της χρήσης του Άβακα (Rahadyan et al., 2020) , όπως:

- (α) Βελτιστοποίηση της λειτουργίας του εγκεφάλου. Τα παιδιά με τη χρήση του άβακα συγκεντρώνονται στο μέτρημα. Επιπλέον, κάνουν χρήση της φαντασίας και της λογικής τους για να υπολογίσουν αποτελέσματα μαθηματικών πράξεων που θα παρουσιάσουν στη συνέχεια στα πούλια/σφαιρίδια.
- (β) Εκπαίδευση στη φαντασία, τη δημιουργικότητα, τη λογική, τη συστηματική σκέψη και τη συγκέντρωση.
- (γ) Αύξηση της ταχύτητας, της ακρίβειας στη σκέψη
- (δ) Εμπειρία στο μαθητή στο κομμάτι της χωρικής σκέψης.
- (ε) Χρησιμότητα σε μαθητές που δυσκολεύονται στην απομνημόνευση

## 1.15 Ο άβακας ως χειραπτικό εργαλείο

Ως χειραπτικό υλικό στη σχολική τάξη έχει εισέλθει τα τελευταία χρόνια ο άβακας. Σε αυτό μπορούν να αναπαρασταθούν δυο από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος, όπως η αξία θέσης ψηφίου και το γεγονός ότι ότι μπορεί κανείς να χειριστεί τις δεκάδες, εκατοντάδες, κτλ ως «μονάδες» (σαν ομαδοποιήσεις) (Spritzer,1942; Λεμονίδης, 2003). Πιο αναλυτικά ο άβακας αναπαριστώντας ποσότητες αριθμών έχει τις εξής πέντε αριθμητικές λειτουργίες.

Πρωτον, το παιδί με τις χάντρες του άβακα μπορεί να αναπαραστήσει διάφορα αντικείμενα συγκεκριμένα και όχι αφηρημένα, όπως συνήθιζε να κάνει. Αντιλαμβάνεται ότι για παράδειγμα το σύμβολο “πέντε” μπορεί να αναφέρεται σε διάφορα πράγματα όπως ημέρες, τετράδια, ανθρώπους. Με τη χρήση των χαντρών το παιδί μπορεί να έχει και μια ακόμη οπτική αναπαράσταση του “πέντε”. Το κύριο έργο του σχολικού προγράμματος αριθμητικής είναι να βοηθήσει το παιδί να εξασφαλίσει την κατανόηση αυτών των αφηρημένων χρήσεων του αριθμού καθώς και στη συσχέτιση των συμβόλων με τις εικόνες και τα πράγματα.

Δεύτερον, από την αξία ενός αριθμού εξαρτάται και η θέση των ψηφίων του. Οι χάντρες στην τελευταία στήλη για παράδειγμα είναι ακριβώς ίδιες με τις χάντρες στην προτελευταία στήλη. Λόγω όμως της διαφορετικής τους θέσης οι πρώτες δείχνουν τις μονάδες και οι δεύτερες τις δεκάδες. Η δυσκολία της αναγνώρισης της αξίας της θέσης φαίνεται σε παραδείγματα που λαμβάνουν χώρα στον πίνακα ή στο χαρτί σε περιπτώσεις ειδικά αριθμών όπως το 22.

Τρίτο, μέσω του άβακα απεικονίζεται η ιδέα της λειτουργίας του μηδενός ή της κράτησης θέσης. Σε παράδειγμα στο οποίο τα παιδιά έπρεπε να απεικονίσουν στον άβακα τον αριθμό που έχει έξι χάντρες στη θέση των εκατοντάδων και 9 στη θέση των μοναδών είναι προφανές ότι στις δεκάδες πρέπει να βάλει το μηδέν. Αναπαριστάται λοιπόν μέσω του μηδενός κάποια ποσότητα.

Τέταρτον, μεγάλη αξία έχει και η ιδέα της συλλογής. Το γεγονός ότι μια και μοναδική χάντρα στην θέση των εκατοντάδων αντιπροσωπεύει τις δέκα δεκάδες και μία χάντρα αντίστοιχα στη θέση των δεκάδων αντιπροσωπεύει δέκα μονάδες βοηθάει το παιδί να έχει πιο βαθιά κατανόηση της αξίας και της θέσης κάθε αριθμού, κάνει ευκολο στο παιδί να δείξει και να δει τη δεκάδα.

Τέλος ο άβακας απεικονίζει το “κρατούμενο” και το “δανεικό”. Αυτό δείχνει ότι πράξεις όπως η πρόσθεση και η αφαίρεση σε περιπτώσεις κρατούμενου και δανεικού αντίστοιχα μπορούν να λυθούν με αντικαταστάσεις των ψηφίων. Για παράδειγμα, στην πρόσθεση 10 μονάδες αντικαθίστανται από 1 δεκάδα, 10 δεκάδες με 1 εκατοντάδα, κτλ ενώ στην αφαίρεση αντικαθίστανται για παράδειγμα 1 δεκάδα με 10 μονάδες, 1 εκατοντάδα με 10 δεκάδες, κτλ. (Σκουμπουρδη, 2012; Σκανδαλακη, Σκουμπουρδη, 2014).

Οι παραπάνω λόγοι δείχνουν την αναγκαιότητα της χρήσης του άβακα ως χειραπτικό εργαλείο στην καθημερινή διδασκαλία για την κατάκτηση βασικών μαθηματικών εννοιών.

Διάφορες έρευνες έχουν γίνει που αναφέρουν τα οφέλη του Άβακα στη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών στους μαθητές και κυρίως της αξίας θέσης ψηφίου. Για παράδειγμα, η εφαρμογή ασκήσεων και δραστηριοτήτων που περιλαμβάνουν άβακα (χειραπτικό εργαλείο) μπορεί να βοηθήσει μαθητές της β τάξης με προβλήματα ακοής στην ανάπτυξη δεξιοτήτων αριθμητικών πράξεων αφαίρεσης (Rusyani, Putra, et al 2021c).

## 1.16 Ο Ψηφιακός Άβακας.

Ο άβακας μέχρι τώρα αφορά κυρίως το χειραπτικό εργαλείο. Ο Άβακας σε ψηφιακή μορφή είναι ένα νέο ψηφιακό εργαλείο που περιλαμβάνει τα πλεονεκτήματα του χειραπτικού εργαλείου με επιπλέον ψηφιακές λειτουργικότητες που μόνο πλεονέκτημα μπορούν να αποτελούν για τους χρήστες.

Το συγκεκριμένο εργαλείο, ο Ψηφιακός Άβακας, διατίθεται προς χρήση από το Υπουργείο Παιδείας μέσω του Εθνικού Συσσωρευτή Εκπαιδευτικού Υλικού του Υπουργείου Παιδείας “Φωτόδεντρο” με δωρεάν χρήση του από μαθητές και εκπαιδευτικούς και με στόχο την καλύτερη κατανόηση αυτού ακριβώς του ζητήματος της έννοιας του αριθμού, την αξία θέσης των ψηφίων των αριθμών καθώς και περαιτέρω πράξεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού και διαίρεσης που αφορούν αυτούς. Λόγω της πρόσφατης εισαγωγής του και της προαιρετικότητας του στη χρήση του στην σχολική τάξη δεν υπάρχουν ερευνητικά στοιχεία που να επιδεικνύουν ποιο το αντίκτυπο του στους μαθητές που μαθαίνουν μέσω αυτού, το χρησιμοποιούν ή το ανακατασκευάζουν και αν επιτυγχάνεται πιο βαθιά γνώση μαθηματικών εννοιών από τους ίδιους τους χρήστες. Σύμφωνα με τις αρχές του οικοδομιτισμού (Papert), τα παιδιά παίρνουν δομήματα έτοιμα, που είναι κατασκευασμένα στο ψηφιακό Άβακα, τα οποία μπορούν να τροποποιήσουν με στόχο να φτάσουν στη λύση, να τα ανακατασκευάσουν για να αναζητήσουν άλλες πτυχές του προβλήματος καθώς και να τα δομήσουν εξ αρχής με στόχο να τα μοιραστούν με συμμαθητές τους ή και να τα λύσουν οι ίδιοι. Πολλές οι επιλογές και όλες με την άμεση εμπλοκή του μαθητή.

Οι λειτουργικότητες του εργαλείου είναι αυτές που το κάνουν να έχει ερευνητικό ενδιαφέρον δεδομένων των πλεονεκτημάτων που φέρει. Πιο συγκεκριμένα αποτελεί ένα ψηφιακό εργαλείο, το οποίο μπορεί να είναι αποθηκευμένο στον υπολογιστή του εκπαιδευτικού ή του μαθητή ή αναρτημένο σε οποιαδήποτε εκπαιδευτική πλατφόρμα. Μπορεί ο εκπαιδευτικός να φτιάξει οποιαδήποτε άσκηση και πρόβλημα από την αρχή, επιλέγοντας τι θα γράφει το πρόβλημα, πόσες ράβδους θα έχει (οι οποίες παρουσιάζουν από μονάδες μέχρι εκατομμύρια), πόσα πουλικά θα εμφανίσει ο ίδιος στο πρόβλημα και σε ποιες ράβδους. Ουσιαστικά ο μαθητής μπορεί να κινείται προσθέτοντας ή αφαιρώντας ράβδους όποτε χρειάζεται, προσθέτοντας ή αφαιρώντας πουλικά. Σημαντική διευκρίνιση εδώ είναι ότι τα πουλικά σε κάθε ράβδο μπορεί να είναι μέχρι 9. Όταν φτάνουν στο 10 σημαίνει ότι ο χρήστης πρέπει να αλλάξει δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα κτλ αντίστοιχα, γεγονός που οπτικά αναγκάζει τον μαθητή να αναπαραστήσει στο μυαλό του την πραγματική εναλλαγή της θέσης των αριθμών ανάλογα με την αξία τους, χωρίς να πρέπει απλά να προσθέσει ένα κρατούμενο το οποίο θα διατηρεί στη βραχύχρονη μνήμη του με στόχο να συνεχίσει σωστά μία πράξη. Ο μαθητής λοιπόν θυμάται ότι φτάνοντας στη δεκάδα θα πρέπει πρακτικά να αλλάξει τον αριθμό των πουλιών και στις ράβδους για να συνεχίσει και άρα δεν χρειάζεται να αναμένουμε κάθε φορά αν θα ξεχάσει ή θα θυμηθεί το κρατούμενο, γεγονός που συνέβαινε στον συμβατικό απλό άβακα καθώς και στην αντίστοιχη πράξη-αλγόριθμο στο χαρτί.

Η οπτική του αυτή αναπαράσταση βοηθάει αρκετά και σε μετατροπές που αφορούν πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις πχ από κιλά σε τόνους και μέτρα σε χιλιόμετρα, όπου απλά προσθέτοντας ή αφαιρώντας ράβδους και μετακινώντας κάθε φορά τα πουλικά εκεί που πρέπει αντιλαμβάνεται καλύτερα την αξία της θέσης που έχουν τα ψηφία στους αριθμούς που κάνει πράξεις και διαχειρίζεται. Στο συγκεκριμένο εργαλείο ο μαθητής αρχίζει να αντιλαμβάνεται πολύ γρήγορα ότι πρέπει να κάνει αλλαγές (προσθήκες, αφαιρέσεις) καθόλη τη διάρκεια της λύσης του προβλήματος που έχει να αντιμετωπίσει κάτι ότι δεν επηρεάζονται μόνο οι μονάδες ή η δεκάδες, κ.ο.κ. αλλά ένας συνδυασμός αριθμών σε πράξεις που υπάρχει υπέρβαση δεκάδες, εκατοντάδας κτλ με εμφανής οπτική αναπαράσταση που αποτελεί προϋπόθεση για να συνεχίσει ο μαθητής καθώς ορίζει μόνος του τι μετατροπές θα κάνει και θα εμφανιστούν.

Επίσης η δυνατότητα υποδιαστολής, η δυνατότητα να αναγράφεται κάθε φορά στη ράβδο τι ακριβώς αφορά (μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, κτλ), ο αριθμός που σχηματίζουν τα πουλία που έχει προσθέσει ή αφαιρέσει ο χρήστης σε ψηφια αλλά και με λέξεις οδηγεί τους χρήστες σε καλύτερη κατανόηση και χειρισμού των αριθμών που βάζουν και διαχειρίζονται.

Άλλες σημαντικές λειτουργικότητες αποτελούν η δυνατότητα αναπτύγματος αριθμού από οποιοδήποτε σύστημα αρίθμησης στο δεκαδικό, η δυνατότητα υποστήριξης αριθμών μέχρι τα εκατομμύρια (μονάδες εκατομμυρίων, οι σταθερή γραπτή αναφορά των αξιών των ράβδων καθώς και η δυνατότητα αριθμητικής και λεκτικής έκφρασης του αριθμού που αναπαριστάται με τα πουλία, καθώς και η υψηλή προσβασιμότητα του για μαθητές με χαμηλές γλωσσικές λειτουργικότητες και χαμηλή αναγνωστική κατανόηση, όπως και οι μαθητές με προβλήματα ακοής στη συγκεκριμένη μελέτη περίπτωσης.

Συμπερασματικά, σημειώνεται ότι η χρήση ενός ψηφιακού εργαλείου σε μαθητές με προβλήματα ακοής που το κύριο κανάλι πρόσληψης πληροφοριών αποτελεί η όραση και οι οπτικές αναπαραστάσεις αποτελούν το δυνατό τους σημείο μπορεί να έχει μεγαλύτερα οφέλη συγκριτικά με τον απλό άβακα ή συμβατικούς τρόπους διδασκαλίας της αξίας θέσης ψηφίων των αριθμών.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

### 2.1 Μεθοδολογία έρευνας

Η συγκεκριμένη έρευνα αποτελεί μία περιγραφική ποιοτική συγκριτική έρευνα κατά την οποία συγκρίνονται οι αποδόσεις των μαθητών με προβλήματα ακοής στη χρήση του ψηφιακού άβακα σε δραστηριότητες θεσιακής αξίας. Αποτελεί μία εμπειρική έρευνα με πέντε ξεχωριστές μελέτες περίπτωσης, που βασίζεται στην παρατήρηση και ανάλυσή τους με σκοπό τον έλεγχο των ερευνητικών ερωτημάτων. (Ragin & Zaret, 1983)

Στην εξατομικευμένη συγκριτική έρευνα λοιπόν, αντιπαραβάλλεται ένας μικρός αριθμός μελετών περίπτωσης, πέντε σε αριθμο, για να γίνουν πιο αντιληπτές και σε βάθος οι ιδιαιτερότητες της κάθε περίπτωσης. (Tilly, 1984, σελ. 82). Ουσιαστικά περιγράφονται με λεπτομέρεια τα χαρακτηριστικά της κάθε μελέτης περίπτωσης και αναλύονται σε βάθος και συγκρίνονται οι εκάστοτε μεταβλητές όπου στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι οι μαθητές, οι δοκιμασίες/δραστηριότητες αλλά και οι ερωτήσεις της συνέντευξης που αφορούν τις λειτουργικότητες του ψηφιακού εργαλείου. Μπορεί εκ πρώτης όψεως η έρευνα αυτή να μην μοιάζει συγκριτική όμως χρησιμοποιεί τη σύγκριση σε μία μικρή πτυχή της έρευνας. (Fredrickson, 1997; Twining, Heller, Nussbaum, Tsai, 2017)

Επιπροσθέτως, πολλά στοιχεία της έρευνας δράσης είναι παρόντα παρόλο που δεν μπορεί να οριστεί σαν πλήρης έρευνα δράσης με όλα τα βήματα και τις διαδικασίες (Robson, 2002). Σύμφωνα με τα μοντέλα των Kemmis & McTaggart (1988), όπου αναπτύσσουν την ιδέα του Kurt Lewin (1946) η έρευνα δράσης αποτελείται από τον σχεδιασμό, τη δράση/παρέμβαση στο πεδίο και τον αναστοχασμό. (Dickens & Watkins, 1999) Στη συγκεκριμένη έρευνα υπήρχε μία αρχική εκτίμηση της προϋπάρχουσας γνώσης των μαθητών, με τη χορήγηση εργαλείου άτυπης αξιολόγησης βάσει της θεωρίας ανάπτυξης της θεσιακής αξίας στα παιδιά αυτής της ηλικίας και και τάξης στην οποία φοιτούν. Η εκτίμηση αυτή οδήγησε και στον σχεδιασμό των δραστηριοτήτων στο ψηφιακό εργαλείο και ακολούθησε και η δράση/παρέμβαση στο πεδίο. Ο αναστοχασμός έλαβε χώρα μιας και μετά την παρέμβαση αξιολογήθηκε πάλι η κατακτηθείσα γνώση των συμμετεχόντων με χορήγηση εργαλείου άτυπης αξιολόγησης, αλλά και με

ημιδομημένη συνέντευξη, και έγιναν προτάσεις για περαιτέρω αλλαγές. Δεν συνεχίστηκε δηλαδή αυτός ο κύκλος της έρευνας δράσης πάλι από την αρχή. (Κατσαρού, 2016)

## 2.2 Χρησιμότητα της έρευνας

Από τη μελέτη της βιβλιογραφίας φαίνεται ότι οι μαθητές με προβλήματα ακοής παρουσιάζουν αρκετές δυσκολίες στα μαθηματικά, και στην προσχολική και στη σχολική ηλικία γεγονός που οδηγεί σε δυσκολίες στη κατανόηση της θεσιακής αξίας. Φαίνεται να παρουσιάζουν δυσκολίες σε πρώιμες ποσοτικές έννοιες (Kritzer, 2009a; Pagliaro & Kritzer, 2010; Pixner et al. 2014), κυρίως σε δεξιότητες εκτίμησης ποσοτήτων (Bull, Marschark, et al. 2011), αλλά και στη μέτρηση και έννοιες των αριθμών. (Ansell & Pagliaro, 2006; Kelly, Lang, Mousley & Davis, 2003). Στα μαθηματικά, σύμφωνα με τους Nunes & Bryant (2008) φαίνεται να είναι 3 με 5 χρόνια πίσω συγκριτικά με τους ακούοντες συμμαθητές τους. Δεδομένης της δυσκολίας της ως προς την κατανόηση από παιδιά σχολικής ηλικίας (Kamii, 1986; Thomas Mulligan, 1999; Ginsburg, 1989) καθώς και της αναγκαιότητας της για την κατανόηση περαιτέρω σύνθετων μαθηματικών εννοιών προτείνεται η διερεύνηση του επιπέδου κατανόησής της σε μαθητές με προβλήματα ακοής.

Ακόμα η ύπαρξη διαθέσιμου ψηφιακού εργαλείου, του Ψηφιακού Άβακα, που προτείνεται και στα ίδια τα Διαδραστικά Βιβλία των Μαθηματικών του Υπουργείου Παιδείας, στο οποίο δεν έχουν λάβει χώρα έρευνες με στόχο την διερεύνησης της προστιθέμενης του αξίας δεδομένων των επιπλέον λειτουργιών που περιλαμβάνει, συνδυαστικά με έρευνες που προάγουν την χρήση της τεχνολογίας και αντίστοιχων εφαρμογών που βοηθούν τα παιδιά με προβλήματα ακοής να κατανοήσουν καλύτερα πιο σύνθετες έννοιες, είχε ως αποτέλεσμα να αποτελεί ενδιαφέρον να χρησιμοποιηθεί ο ψηφιακός Άβακας με στόχο να μελετηθεί αν μαθητές με προβλήματα ακοής καταφέρουν να αποκτήσουν μια πιο βαθιά κατανόηση της θεσιακής αξίας και κατ'επέκταση της δομής του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος.

Αυτή η διερεύνηση έγινε σε μαθητές Ε' δημοτικού που ακολουθούν το ΔΕΠΠΣ των μαθηματικών της αντίστοιχης τάξης αλλά φοιτούν σε ειδικό σχολείο κωφών. Η δομή του δεκαδικού συστήματος αριθμησης γίνεται σταδιακά κατανοητή από την προσχολική ηλικία των παιδιών και θεωρητικά τα παιδιά θα έπρεπε μέχρι την Ε' δημοτικού να αναπτύξουν σε μεγάλο βαθμό την κατανόησή τους μέσω της εμπειρίας τους, γεγονός που δεν συμβαίνει εύκολα σε κωφούς/βαρήκοους μαθητές μιας και η πρόσβαση στα γραπτά ελληνικά, στα οποία δίνονται συνήθως οι ασκήσεις και τα προβλήματα στα παιδιά, αποτελεί επιπλέον δυσκολία και δεύτερη ουσιαστικά γλώσσα για τα παιδιά μετά την ΕΝΓ (Ελληνική Νοηματική Γλώσσα). Τα παιδιά αργούν να ενταχθούν σε οποιαδήποτε γλώσσα, συχνά στη σχολική ηλικία μετά τα 6, με αποτέλεσμα να αργούν να κατακτήσουν έννοιες που αναφέρονται στα ΑΠΣ των αντίστοιχων αντικειμένων και μαθημάτων.

## 2.3 Σκοπός της έρευνας

Η παρούσα έρευνα έχει ως σκοπό να διερευνήσει αν οι μαθητές με προβλήματα μαθητές της Ε' τάξης, ειδικού Δημοτικού Σχολείου Κωφών, γνωρίζουν τη δομή του δεκαδικού συστήματος αριθμησης και πιο συγκεκριμένα την αξία που καταλαμβάνει η θέση κάθε ψηφίου στον εκάστοτε πολυψήφιο αριθμό, και να διαπιστώσει αν το ψηφιακό



εργαλείο Ψηφιακός Άβακας, μέσω της προστιθέμενης αξίας των λειτουργιών του μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη κατανόηση των παραπάνω λειτουργιών.

## 2.4 Ερευνητικά Ερωτήματα

Ο σκοπός της έρευνας, όπως διατυπώθηκε παραπάνω, ειδικεύεται στα παρακάτω ερευνητικά ερωτήματα:

- Ποιες είναι οι δυσκολίες και τα συχνά λάθη που αντιμετωπίζουν οι μαθητές με προβλήματα ακοής της Ε' τάξης του Ειδικού Δημοτικού Σχολείου Κωφών στην αξία θέσης ψηφίου στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα σε σχέση με τις υποδείξεις του Α.Π.Σ. για την αντίστοιχη τάξη του γενικού σχολείου;
- Μπορεί η χρήση του Ψηφιακού Άβακα να βοηθήσει τους μαθητές με προβλήματα ακοής να έχουν μια πιο βαθια κατανόηση της έννοιας της αξίας θέσης των ψηφίων;
- Ποιες λειτουργικότητες του Ψηφιακού Άβακα βοήθησαν στην ενίσχυση της κατανόησης της έννοιας της αξίας θέσης ψηφίου στους μαθητές με προβλήματα ακοής μετά τη χρήση του;

## 2.5 Συμμετέχοντες

Στην έρευνα συμμετείχαν 5 κωφοί/βαρήκοοι μαθητές/τριες, οι οποίοι φοιτούσαν σε ίδιο τμήμα Ε' Τάξης ενός Ειδικού Δημοτικού Σχολείου Κωφών, το οποίο βρίσκεται στην αστική περιοχή της Αττικής. Από τα 5 άτομα, τα 2 ήταν αγόρια και τα 3 κορίτσια. Τα παιδιά πρώτη φορά συμμετείχαν σε αντίστοιχη ερευνητική διδακτική παρέμβαση. Και οι 5 συμμετέχοντες έχουν διάγνωση που αφορά σε Νευροαισθητήρια Βαρηκοΐα, χωρίς άλλες δυσκολίες και αναπηρίες και φοράνε και τα τρία από αυτά ακουστικά βαρηκοΐας και τα δύο κοχλιακά εμφυτευματα κάνοντας χρήση της υπολειμματικής τους ακοής σε κάθε περίπτωση. Γλώσσα επικοινωνίας και πρώτη τους γλώσσα, αποτελεί η Ελληνική Νοηματική Γλώσσα (ΕΝΓ).

## 2.6 Ερευνητικά Εργαλεία

Με βάση τις αρχές της θεματικής ανάλυσης, κατά την οποία τα ερευνητικά ερωτήματα λειτουργούν ως οδηγός, (Braun, & Clarke, 2012) δημιουργήθηκαν πέντε εργαλεία με στόχο να ελέγξουν α) την προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών, β) την πρώτη εντύπωση χορήγησης, γ) την εφαρμογή του ψηφιακού εργαλείου, δ) την κατακτηθείσα γνώση και τέλος ε) τις εντυπώσεις από την χρήση του ψηφιακού εργαλείου.

Πιο συγκεκριμένα στα ερευνητικά εργαλεία περιλαμβάνεται α) φύλλο εργασίας/ερωτηματολόγιο που αφορά τις υπάρχουσες γνώσεις των μαθητών με προβλήματα ακοής σε σχέση με την ύλη που υποδεικνύει το Α.Π.Σ. μέχρι την Δ' Τάξη που θα ήταν θεμιτό να έχει καλυφθεί, β) ένα ακόμα φύλλο εργασίας με στόχο την πρώτη γνωριμία των μαθητών με τον Ψηφιακό Άβακα, γ) ένα φύλλο εργασίας με στόχο τη διδακτική παρέμβαση, δ) ένα φύλλο εργασίας/ερωτηματολόγιο παρόμοιο με το πρώτο που θα ελέγχει την υπάρχουσα γνώση των συμμετεχόντων μετά τη χρήση του Ψηφιακού Άβακα και τέλος ε) ατομικές συνεντεύξεις των συμμετεχόντων που αφορά τις

λειτουργικότητες του Ψηφιακού Άβακα που χρησιμοποίησαν κατά τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης.

### **2.6.1 α) Ερωτηματολόγιο ελέγχου γνώσεων μαθητών της αξίας θέσης ψηφίου στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης πριν την παρέμβαση**

Με το ερωτηματολόγιο, το οποίο αποτελεί ένα εργαλείο άτυπης αξιολόγησης πριν τη διδακτική παρέμβαση γίνεται προσπάθεια να αναδειχθούν οι προϋπάρχουσες γνώσεις των κωφών/βαρήκων μαθητών σε σχέση με τη δομή, τις ιδιότητες, τη λειτουργία του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος και κατ'επέκταση των γνώσεων τους ως προς την αξία θέση των ψηφίων του αριθμού.

Για τη σύνταξη του ερωτηματολογίου μελετήθηκαν οι στόχοι που παρέχει το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) (Υ.Π.Ε.Π.Θ.,2003) των μαθηματικών της Δ' Τάξης του Δημοτικού Σχολείου στον άξονα "Αριθμοί και Πράξεις" και επιλέγησαν οι εξής:

1. Να μπορούν να γράφουν και να ονομάζουν τους φυσικούς αριθμούς μέχρι το 1.000.000 (άσκηση 1 και 2 του ερωτηματολογίου)
2. Να μπορούν να συνδέουν τη λεκτική (και την ΕΝΓ) με τη συμβολική γραφή των αριθμών και να περνούν από τη μία μορφή στην άλλη. (άσκηση 1 και 2 του ερωτηματολογίου)
3. Να μπορούν να διακρίνουν τα ψηφία ενός αριθμού ως προς τη θέση τους στον αριθμό. (άσκηση 4 και 7 του ερωτηματολογίου)
4. Να γνωρίζουν τα βασικά χαρακτηριστικά του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης(σύστημα θέσης) (άσκηση 6 του ερωτηματολογίου)
5. Να εφαρμόζουν διαδικασίες ομαδοποιήσεων ή ανταλλαγών με δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες, κτλ (άσκηση 5 και 8 του ερωτηματολογίου)
6. Να γράφουν το δεκαδικό ανάπτυσμα ενός αριθμού (άσκηση 3 του ερωτηματολογίου)

Οι κωφοί/βαρήκοι μαθητές αναφέρθηκε ότι αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση του γραπτού λόγου, που οδηγεί πολλές φορές στη δυσκολία διαχείρισης και διαχωρισμού των δεδομένων από των ζητούμενων. Προστέθηκαν λοιπόν και γραπτά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης σε αυτό το στάδιο για να ελεγχθεί η ετοιμότητα των συμμετεχόντων μιας και η διδακτική παρέμβαση που ακολουθεί στηρίζεται στην επίλυση αντίστοιχων προβλημάτων με τη χρήση του ψηφιακού εργαλείου.

0. Να λύνουν προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης κάθετα μετά από κατανόηση της δομής του δεκαδικού αριθμητικού συστήματος (άσκηση 9 του ερωτηματολογίου).

### **2.6.2 β) Φύλλο Εργασίας γνωριμίας του μαθητή με το ψηφιακό εργαλείο, τον Ψηφιακό άβακα**

Οι μαθητές δεδομένου ότι δεν έχουν έρθει σε επαφή με το εργαλείο του Ψηφιακού Άβακα συμμετείχαν σε διάφορες δραστηριότητες με στόχο την εξοικείωσή τους. Μέσα από αυτές ερεύνησαν τη δομή και την λειτουργία του καθώς και τις επιπλέον λειτουργικότητες που διαθέτει, συγκριτικά με τον χειραπτικό άβακα, με στόχο την πιο εύκολη πρόσβαση και ελευθερία κινήσεών τους στη διδακτική παρέμβαση που ακολουθεί. .

Ο Ψηφιακός Άβακας έχει τις εξής επιπλέον λειτουργικότητες πέραν του απλού Άβακα (χειραπτικό εργαλείο):

- δωρεάν χρήση εγκεκριμένη από το Υπουργείο Παιδείας και ενταγμένη στο ΔΕΠΠΣ και ΑΠΣ των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση
- λογισμικό ανοιχτού τύπου που επιτρέπει τροποποιήσεις σε όλους τους δείκτες που φέρει με στόχο την ελεύθερη τροποποίηση του από εκπαιδευτικούς και μαθητές
- το ανάπτυγμα του αριθμού από οποιοδήποτε αριθμητικό σύστημα αρίθμησης στο δεκαδικό
- δυνατότητα υποστήριξης αριθμών μέχρι τα εκατομμύρια (Μονάδες εκατομμυρίων)
- δυνατότητα υποστήριξης δεκαδικών αριθμών
- δυνατότητα αλλαγής εκφώνησης
- δυνατότητα εμφάνισης συγκεκριμένων πουλιων και ράβδων ορισμένων εξ αρχής ανάλογα τη δραστηριότητα
- αναφέρονται οι τίτλοι των αξίων θέσης των ράβδων
- δυνατότητα της αριθμητικής και λεκτικής έκφρασης του αριθμού που αναπαριστάνεται με πούλια
- αναφέρονται οι αριθμοί των πούλιων σε κάθε ράβδο και τα κουμπιά “+” και “-” με τα οποία προσθέτουμε και αφαιρούμε πούλια
- υποστήριξη μέχρι 9 πούλια στην μία ράβδο και χειροκίνητη αναπροσαρμογή από τον χρήστη στην αλλαγή δεκάδας, εκατοντάδας, κτλ (για καλύτερη κατανόηση του φαινομένου της αλλαγής δεκάδας στο αξιακό σύστημα)
- οπτική αναπαράσταση των αλλαγών
- τροποποίηση οποιασδήποτε αλλαγής από τον ίδιο το χρήστη και αποτελέσματα τα οποία φαίνονται άμεσα από οποιοδήποτε δείκτη δεχθεί αλλαγή
- προσβάσιμο εργαλείο για μαθητές με χαμηλές γλωσσικές λειτουργικότητες και χαμηλή αναγνωστική κατανόηση

### **2.6.3 γ) Φύλλο εργασίας δραστηριοτήτων διδακτικής παρέμβασης με τη χρήση του Ψηφιακού Άβακα**

Το επόμενο Φύλλο Εργασίας αφορά τη διδακτική παρέμβαση και την εφαρμογή του ψηφιακού εργαλείου. Περιλαμβάνονται 4 δραστηριότητες με τη μορφή προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης πολυψήφιων. Σε προηγούμενο στάδιο σημασία είχε η εξοικείωση των μαθητών με το ψηφιακό εργαλείο για αυτό η δραστηριότητες ήταν πολύ απλές και κατανοητές ως προς το ψηφιακό εργαλείο. Στο συγκεκριμένο στάδιο οι κωφοί/βαρήκοοι μαθητές κλήθηκαν να λύσουν δραστηριότητες πιο σύνθετες. Ο τρόπος με τον οποίο δίνονται, δηλαδή με την μορφή προβλημάτων, αποτελεί έναν επιπλέον δείκτη δυσκολίας των μαθητών καθώς πολύ συχνά αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην εύρεση των ζητούμενων του προβλήματος ώστε να κινηθούν προς τη λύση, όπως προαναφέρθηκε.

Οι μαθητές άνοιξαν το σχεδιασμένο εργαλείο που περιλαμβάνει την κάθε δραστηριότητα, προσπάθησαν να λύσουν το εκάστοτε πρόβλημα με τη βοήθεια του εργαλείου και συμπλήρωσαν στο φύλλο εργασίας τα ζητούμενα που λείπουν. Στο τέλος αποθηκευσαν την εκάστοτε δραστηριότητα εφόσον έχουν φτάσει στο αποτέλεσμα. Οι συμμετέχοντες είχαν την και σαν δεύτερη επιλογή αν δεν μπορούσαν ή αδυνατούσαν να

χρησιμοποιήσουν το εργαλείο να επιλέξουν και το χαρτί ή το φύλλο εργασίας και να λύσουν όπως νομίζουν το κάθε πρόβλημα.

Τα προβλήματα επεξηγήθηκαν από τον ερευνητή και στη ΕΝΓ. Στόχος ήταν να μην περιοριστούν οι μαθητές σε πιθανή αδυναμία κατανόησης των γραπτών πληροφοριών, αλλά να δοθεί έμφαση στο συλλογισμό που ακολούθησαν και τη χρήση του εργαλείου που έκαναν για να δώσουν μία απάντηση στο εκάστοτε πρόβλημα.

#### **2.6.4 δ) Ερωτηματολόγιο ελέγχου γνώσεων μαθητών της αξίας θέσης ψηφίου στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης μετά την παρέμβαση**

Το παρόν αποτελεί Ερωτηματολόγιο ελέγχου των γνώσεων των μαθητών μετά την διδακτική παρέμβαση με τη χρήση του Ψηφιακού Άβακα, ένα εργαλείο άτυπης αξιολόγησης αντίστοιχο με αυτό που χορηγήθηκε πριν την διδακτική παρέμβαση, ώστε να ανακαλυφθεί αν η παραπάνω διαδικασία βοήθησε τους κωφούς/βαρήκοους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα την αξία θέσης ψηφίου στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα και ποια είναι η κατακτηθείσα γνώση.

#### **3.6.5 ε) Συνέντευξη μαθητών με εστίαση στις λειτουργικότητες του Ψηφιακού Άβακα**

Στο τέλος της διαδικασίας ο εκπαιδευτικός προέβη σε μία ημιδομημένη συνέντευξη (Robson, 2002) με τους μαθητές με στόχο την κατανόηση της προστιθέμενης αξίας των λειτουργικοτήτων του Ψηφιακού Άβακα και ποιες από αυτές τις λειτουργικότητες ήταν χρήσιμες για τους ίδιους τους μαθητές. Προτιμηθήκε η ημιδομημένη συνέντευξη καθώς έχει συνήθως προκαθορισμένες ερωτήσεις αλλά η διάταξή τους μπορεί να τροποποιηθεί ανάλογα με την αντίληψη του συνεντευξιζόμενου μαθητή με το τι φαίνεται καλύτερο. Η διατύπωση των ερωτήσεων μπορεί να αλλάξει και να δοθούν εξηγήσεις. Ακόμα ερωτήσεις που φαίνονται κατάλληλες για κάποιο συγκεκριμένο ερωτώμενο μπορούν να παραλειφθούν, ή να περιληφθούν πρόσθετες ερωτήσεις γεγονός που σε μαθητές με προβλήματα ακοής μπορεί να βοηθήσει αρκετά ώστε να ολοκληρωθεί η συνέντευξη με απαντήσεις σε όλα τα βασικά ερωτήματα. (Robson, 2002)

Οι ερωτήσεις έγιναν στην Ε.Ν.Γ. με στόχο την άμεση απάντηση των μαθητών σε μία διαδικασία περισσότερο συζήτησης παρά καταγραφής γραπτής από τους ίδιους. Επιλέχθηκε αυτός ο τρόπος καθώς οι πληροφορίες που θα δώσουν οι μαθητές γραπτά δεδομένης της χαμηλής γραπτής τους απόδοσης και η πληροφόρηση που θα προκύψει για το εργαλείο και τον τρόπο χρήσης του από τους μαθητές θα είναι πολύ μικρότερη συγκριτικά με την ανταλλαγή απόψεων στην Ε.Ν.Γ.

Στόχοι της συνέντευξης αυτής αποτέλεσαν:

- η εύρεση των λειτουργικοτήτων του εργαλείου που βοήθησαν τους μαθητές στην επίλυση των δραστηριοτήτων
- ποιες λειτουργικότητες ήταν οι πιο συχνές που εστίασαν οι κωφοί/βαρήκοοι μαθητές που αποτέλεσαν το παρόν δείγμα
- οι λόγοι και οι τρόποι που διευκόλυναν την διαδικασία επίλυσης των δραστηριοτήτων και στις δραστηριότητες γνωριμίας με το εργαλείο και στις δραστηριότητες της διδακτικής παρέμβασης

Πιο συγκεκριμένα, ακολουθεί Πίνακας (Πίνακας 1), ο οποίος περιγράφει το χρονικό προγραμματισμό της διάθεσης των ερευνητικών εργαλείων.

Πίνακας 1. Πίνακας Διάθεσης Ερευνητικών Εργαλείων

<b>ΕΡΓΑΛΕΙΑ</b>	<b>ΤΡΟΠΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ</b>	<b>ΧΡΟΝΟΣ ΥΛΟΠΟΙΗΣΗΣ</b>
Ερευνητικό Εργαλείο 1	Φύλλο Εργασίας	45' 1 βδομάδα πριν την παρέμβαση
Ερευνητικό Εργαλείο 2	Φύλλο Εργασίας και Ψηφιακός Άβακας	30' τη μέρα της παρέμβασης
Ερευνητικό Εργαλείο 3	Φύλλο Εργασίας και Ψηφιακός Άβακας	30' τη μέρα της παρέμβασης
Ερευνητικό Εργαλείο 4	Φύλλο Εργασίας	45' τη μέρα της παρέμβασης
Ερευνητικό Εργαλείο 5	Προφορική συνέντευξη στην ΕΝΓ	15' τη μέρα της παρέμβασης

## 2.7 Διαδικασίες

Για τη συμμετοχή των κωφών/βαρήκων μαθητών στην έρευνα ζητήθηκε άδεια από τον διευθυντή του σχολείου καθώς και τους γονείς των μαθητών, οι οποίοι κλήθηκαν να συναινέσουν για τη συμμετοχή του παιδιού τους στην έρευνα. Μετά την συναίνεση γονέων και διευθυντή ακολουθήθηκαν όλες οι υπόλοιπες διαδικασίες που αφορούν την έρευνα.

Οι ερωτήσεις του ερωτηματολογίου πριν τη διδακτική παρέμβαση δοκιμάστηκαν πρώτα σε δύο κωφούς/βαρήκοους μαθητές της ίδιας τάξης που δε θα συμμετέχουν στη διαδικασία καθώς είναι δύσκολο να βρεθούν κωφοί/βαρήκοοι μαθητές σε ειδικά σχολεία που να ακολουθούν κατά αυτό τον τρόπο το ΑΠΣ και ΔΕΠΠΣ των μαθηματικών της αντίστοιχης τάξης. Αυτή η διαδικασία έγινε ώστε να προσδιοριστεί ο βαθμός κατανόησής τους, καθώς και ο χρόνος που απαιτούνταν για τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου. Έγιναν λοιπόν οι αντίστοιχες τροποποιήσεις στα δεδομένα των ασκήσεων και πήραν την τελική μορφή που παρουσιάστηκε παραπάνω στο ερωτηματολόγιο.

Ο εκπαιδευτικός εκείνης της χρονιάς ακολουθώντας και τη δομή του βιβλίου των μαθηματικών της Ε΄ τάξης έκανε αναφορά στην αξία θέσης ψηφίου στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα και τα παιδιά κάνανε απλές ασκήσεις με στόχο την κατανόηση του επιπέδου στο οποίο βρίσκονται και κατά πόσο έχουν διδαχθεί ή έχουν έρθει σε επαφή με την αξία και τη θέση που έχουν οι αριθμοί στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα. Αφού εντοπίστηκε ότι το έχουν διδαχθεί προσπεράστηκαν τα αντίστοιχα κεφάλαια και οι περισσότερες ασκήσεις ώστε να αποτυπωθεί στο ερωτηματολόγιο πριν την παρέμβαση η γνώση που πραγματικά είχαν εκείνη τη στιγμή τα παιδιά για την έννοια της αξίας θέσης ψηφίου.

Τα ερωτηματολόγια πριν την παρέμβαση δόθηκαν σε όλους τους μαθητές ατομικά και όχι στην τάξη, μία βδομάδα πριν την παρέμβαση, την πρώτη εβδομάδα του Δεκεμβρίου. Την επόμενη εβδομάδα ακολούθησαν το φύλλο εργασίας και οι δραστηριότητες εξοικείωσης με το εργαλείο, η διδακτική παρέμβαση καθώς και το ερωτηματολόγιο της γνώσης των μαθητών μετά την παρέμβαση και τέλος και η συνέντευξη. Ο λόγος αυτής της δόμησης είναι ώστε οι κωφοί/βαρηκοί μαθητές να μην ξεχάσουν ή αποσυντονιστούν με μία διαδικασία που θα διακόπτεται και θα γίνεται σε διαφορετικές μέρες και ημερομηνίες. Γι αυτό προτιμήθηκε να γίνει το μεγαλύτερο μέρος της παρέμβασης την ίδια μέρα. Επίσης στον κάθε μαθητή η προσέγγιση ήταν ατομική σε ειδικό χώρο ξεχωριστό από την τάξη του και διήρκεσε δύο διδακτικές ώρες κατά προσέγγιση για τον κάθε ένα. Μέχρι την τελευταία εβδομάδα του Δεκέμβρη είχε γίνει η καταγραφή και η διαδικασία από όλους τους κωφούς/βαρήκοους μαθητές του δείγματος.

Ο εκπαιδευτικός των μαθητών του δείγματος, ο οποίος διεξήγαγε και την έρευνα, χρησιμοποιούσε σε όλη τη διάρκεια των δραστηριοτήτων την Ε.Ν.Γ. ώστε να καταλάβουν ακριβώς οι μαθητές το ζητούμενο όπου χρειάζεται και να μην χάνεται χρόνος με τις εκφωνήσεις και τις διαδικασίες. Είχε πιο καθοδηγητικό ρόλο στις Δραστηριότητες που αφορούσαν την εξοικείωσή τους με το εργαλείο όπου ήταν απαραίτητο και πιο συμβουλευτικό και μη επεμβατικό στις Δραστηριότητες που αφορούσαν την διδακτική παρέμβαση.

Όλες οι δραστηριότητες έγιναν σε ένα χώρο, σε μία κενή διαθέσιμη αίθουσα του σχολείου με διαθέσιμο υπολογιστή και δίκτυο ώστε να χειρίζεται αυτόνομα ο μαθητής τον Ψηφιακό Άβακα και να συμπληρώνει τα αντίστοιχα φύλλα εργασίας. Για την ολοκλήρωση όλων των δραστηριοτήτων από το πρώτο ερωτηματολόγιο μέχρι την συνέντευξη χρειάστηκαν συνολικά 3 διδακτικές ώρες για το κάθε μαθητή και 12 σύνολο.

Κατά τη διάρκεια της κάθε ατομικής συνάντησης με το κάθε μαθητή λάμβανε χώρα βιντεοσκόπηση του εκπαιδευτικού και του μαθητή καθώς και καταγραφή της οθόνης του υπολογιστή που χειριζόταν ο μαθητής για να υπάρχει πληρη γνώση του τι ειπώθηκε, με ποιον τρόπο και τι ενέργειες έκανε ο κάθε μαθητής στο εργαλείο.

Οποιοδήποτε υλικό βιντεοσκοπημένο, που περιέχει προσωπικά δεδομένα των συμμετεχόντων, είναι διαθέσιμο διατίθεται αποκλειστικά για ερευνητική χρήση και δεν μοιράζεται ούτε κοινοποιείται σε τρίτους. Στους μαθητές εξηγήθηκε ακριβώς η διαδικασία πριν την συμμετοχή τους και ρωτήθηκαν για το αν θέλουν να συμμετάσχουν καθώς και απαντήθηκαν τυχόν ερωτήσεις που είχαν ως προς τη διεξαγωγή και τη διαδικασία.

Τα δεδομένα συλλέγονται με την παροχή Φύλλων Εργασίας που αξιολογούν το επίπεδο των μαθητών, βιντεοσκοπημένων διαδικασιών όπου οι χρήστες αλληλεπιδρούν με το εργαλείο και βιντεοσκοπημένης συνέντευξης όπου μεταφέρουν την εμπειρία τους. Η συνέντευξη δεδομένης της ηλικίας των παιδιών εστιάζει περισσότερο σε ερωτήσεις κλειστού τύπου με λιγότερες ανοιχτού. Πραγματοποιήθηκε η απομαγνητοφώνηση και μετεγγραφή της κάθε διαδικασίας από την Ε.Ν.Γ στην γραπτή ελληνική, όπου δαχτυλογραφήκαν τα ακριβή λόγια του υποκειμένου και προστέθηκαν και επιπλέον πληροφορίες που αφορούσαν σημεία όπου ο μαθητής έδειχνε κάτι. Τέλος στα κείμενα που δημιουργήθηκαν προστέθηκαν και φωτογραφίες από αυτά που παρήγαγαν οι μαθητές στα φύλλα εργασίας εκείνη την μέρα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3:ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

### 3.1 Αποτελέσματα 1<sup>ου</sup> Ερευνητικού Εργαλείου: Ερωτηματολόγιο ελέγχου προϋπάρχουσας γνώσης πριν την παρέμβαση

**Ερώτηση 1:** Σε αυτή την ερώτηση οι μαθητές έπρεπε να αναφέρουν τους πολυψήφιους αριθμούς που τους ζητούνται στην Ε.Ν.Γ. Οι τρεις από τους πέντε έδωσαν όλες τις απαντήσεις τους σωστές. Ο ένας έκανε ένα λάθος και ο τελευταίος έκανε δύο λάθη.

**Ερώτηση 2:** Στη δεύτερη ερώτηση οι μαθητές κλήθηκαν να γράψουν τους αριθμούς που δίνονται με ψηφία. Οι αριθμοί στα παραδείγματα δίνονταν σε γραπτή μορφή λέξεων. Μόνο ένας μαθητής από τους πέντε απάντησε όλες τις ερωτήσεις σωστές. Δύο μαθητές είχαν 4 σωστές απαντήσεις, ένας είχε 3 και ένας μαθητής είχε μόνο μια σωστή απάντηση.

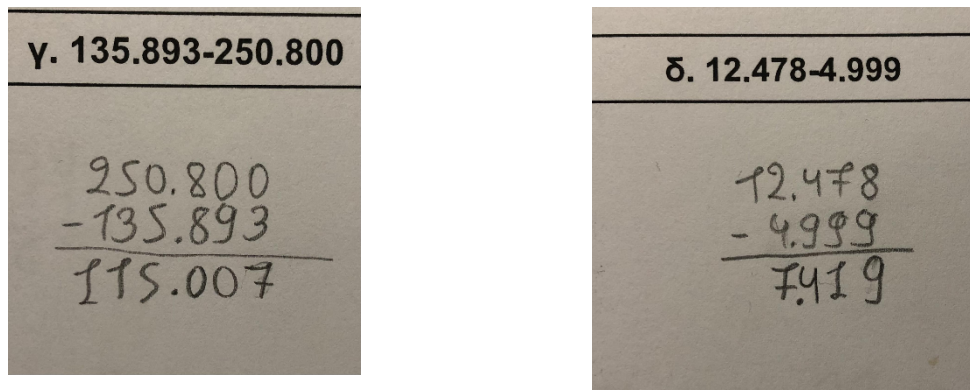
**Ερώτηση 3:** Σε αυτή την ερώτηση οι μαθητές έπρεπε να προβούν σε ανάλυση των διψήφιων, τριψήφιων και πολυψήφιων αριθμών. Οι τέσσερις μαθητές τα απάντησαν όλα σωστά εκτός από έναν που έκανε ένα λάθος.

**Ερώτηση 4:** Στην ερώτηση αυτή στην οποία οι μαθητές έκαναν ανάλυση των πολυψήφιων με οπτικό βοήθημα της θέσης του κάθε αριθμού στον πολυψήφιο όλοι απάντησαν σωστά σε όλα τα ερωτήματα.

**Ερώτηση 5:** Στην ερώτηση αυτή ένας μαθητής απάντησε με 3 στις 4 απαντήσεις σωστές, και οι υπόλοιποι τέσσερις μαθητές κάνανε από δύο λάθη. Τα βασικότερα λάθη που παρουσίασαν κάποιοι μαθητές αφορούν στην κάθετη αφαίρεση που τους ζητήθηκε. Έπρεπε ουσιαστικά να κάνουν τις εξής αφαιρέσεις κάθετα:

γ.  $135.893-250.800$  και δ.  $12.478-4.999$

Έγιναν λάθη στο ποιος είναι ο αφαιρετέος και ο αφαιρέτης με αποτέλεσμα να μην γίνεται η αφαίρεση και έγιναν και λάθη στη διαχείριση των δανεικών στην δεύτερη αφαίρεση. (Εικόνα 1)

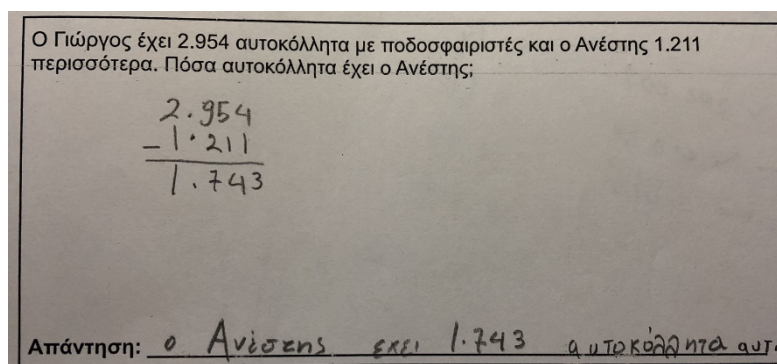


Εικόνα 1

**Ερώτηση 6:** Σε αυτή την ερώτηση δύο μαθητές δώσανε όλες τις απαντήσεις σωστά, ένας μαθητής έκανε ένα λάθος, ένα μαθητής έκανε τρία λάθη και ένας μαθητής τα έκανε όλα λάθος.

**Ερώτηση 7:** Στην ερώτηση αυτή ένας μαθητής τα έλυσε όλα σωστά, τρεις μαθητές έκαναν από ένα λάθος και ένας μαθητής έκανε τέσσερα λάθη.

**Ερώτηση 8:** Η τελευταία αυτή ερώτηση περιλαμβάνει δύο προβλήματα. Το πρώτο αποτελεί πρόβλημα πρόσθεσης ακεραίων πολυψήφων και το δεύτερο πιο σύνθετο πρόβλημα με περισσότερες από μία πράξεις. Στο πρώτο πρόβλημα οι τέσσερις από τους πέντε μαθητές το έλυσαν σωστά. Ο πέμπτος χρησιμοποίησε λάθος πράξη για να φτάσει στο αποτέλεσμα. (Εικόνα 2)





Εικόνα 2

Στο δεύτερο πρόβλημα μόνο ένας μαθητής το απάντησε σωστά και βρήκε και το σωστό αποτέλεσμα. Όλοι οι μαθητές κατάλαβαν ότι πρέπει να μειωθεί το ποσό και να υπάρξουν και αφαιρέσεις στο πρόβλημα για να λυθεί. Ο ένας ακολούθησε σωστή συλλογιστική πορεία αλλά βρήκε λάθος αποτέλεσμα και οι υπόλοιποι τρεις έκαναν το ίδιο λάθος προσπαθώντας να κάνουν αφαίρεση μεταξύ τριων αριθμών ταυτόχρονα. (Εικόνα 3)

$$\begin{array}{r} 200.000 \\ + 82.934 \\ + 69.500 \\ \hline 352.434 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 200.000 \\ - 82.934 \\ - 69.500 \\ \hline 47.566 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 69.500 \\ + 82.934 \\ - 200.000 \\ \hline 287.576 \end{array}$$

Εικόνα 3

### 3.2 Αποτελέσματα 2<sup>ου</sup> Ερευνητικού Εργαλείου: Δραστηριότητες γνωριμίας με τον Ψηφιακό άβακα

Στο κομμάτι αυτό είναι πολύ σημαντικό οι μαθητές να γνωρίσουν και να εξοικειωθούν με τον ψηφιακό Άβακα πριν συμμετάσχουν στην παρέμβαση για να αποκτήσουν βασική εμπειρία στη χρήση του εργαλείου, να απαντηθούν ερωτήσεις και να τονιστούν οι βασικές και οι επιπλέον λειτουργικότητες του συγκριτικά με τον χειραπτικό άβακα που είναι πιο διαδεδομένος.

Ο ρόλος του εκπαιδευτικού ήταν πιο κατευθυντικός όταν χρειαζόταν, ειδικά σε ασκήσεις με προσθέσεις και αφαιρέσεις που περιείχαν κρατούμενο και δανεικό. Πολλοί μαθητές δεν έδωσαν σημασία εξ αρχής σε χρήσιμες για εκείνους διαθέσιμες λειτουργικότητες του εργαλείου, όπως την ύπαρξη σταθερού γραπτού κειμένου πάνω από τις ράβδους που αντιπροσώπευε την αξία τους γραπτά. Παρατηρήθηκε ότι πολλές φορές σε άσκηση που έπρεπε να γράψουν με λέξεις το σχηματισμένο αριθμό, δεν θυμοντούσαν τις λέξεις και κοιτούσαν τι λένε οι ράβδοι και όχι τον αριθμό που ήταν γραμμένος με λέξεις κάτω αριστερά. Να μία άλλη λειτουργικότητα που έπρεπε ο εκπαιδευτικός να τους κατευθύνει να την εντοπίσουν. Δύο μαθητές αμφιταλαντεύτηκαν πολύ στο αν θα χρησιμοποιήσουν το εργαλείο για να λύσουν εκεί τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις και το έκαναν μόνο με προτροπή του εκπαιδευτικού.

Επίσης, κάποιοι μαθητές δυσκολεύτηκαν να κατανοήσουν το γραπτό περιεχόμενο των επεξηγήσεων επιβεβαιώνοντας για ακόμη μία φορά τους Gregory, (1998), Barham & Bishop (1991) και Serrano Pau (1995), για τη δυσκολία που τους προκαλεί το χαμηλο αναγνωστικό τους επίπεδο, αλλά ακόμα και όταν υπήρχε η

επεξήγηση στην ΕΝΓ από τον εκπαιδευτικό κάποιοι πάλι δεν καταλάβαιναν καθαρά όλα τα δεδομένα και τα ζητούμενα. Η δυσκολία εδώ εγκείται ίσως στο ότι δεν είχαν εμπειρία με επίλυση προβλημάτων και διαχωρισμό των δεδομένων, επίλυσης και απάντησης στα ζητούμενα ή παρόλο που ΕΝΓ είναι η πρώτη τους γλώσσα αργήσαν να μπου ηλκικακά στην εκμάθησή της και σύμφωνα με τους Ansell & Pagliaro (2006) να αργούν περισσότερο να κατανοήσουν μαθηματικές έννοιες για να τις χρησιμοποιήσουν σε προβλήματα. Πέραν τούτου, ο εκπαιδευτικός που διερμήνευε τα προβλήματα στην ΕΝΓ ήταν ακούων, και ίσως ο τρόπος διερμηνείας του να μην οδηγούσε τους μαθητές γρήγορα στην άμεση κατανόηση των γραπτών πληροφοριών, ζήτημα που συχνά προκύπτει με ακούοντες εκπαιδευτικούς όπως αναφέρουν οι Delgado (2007) και Serrano Pau (1995).

### 3.3 Αποτελέσματα 3<sup>ου</sup> Ερευνητικού Εργαλείου: Διδακτική παρέμβαση με τη χρήση του Ψηφιακού Άβακα

Κατά τη διάρκεια της διδακτικής παρέμβασης οι μαθητές είχαν να λύσουν τέσσερα προβλήματα στο ψηφιακό Άβακα, δύο προβλήματα πρόσθεσης και δύο αφαίρεσης. Λόγω της προηγούμενης διαδικασίας που απέκτησαν μια πρώτη εξοικείωση με το ψηφιακό εργαλείο, σε αυτό το κομμάτι ο εκπαιδευτικός είχε ρόλο παρατηρητή και διερμηνείας στην ΕΝΓ των εκφωνήσεων, όπως και επεξήγησης της διαδικασίας που πρέπει να ακολουθηθεί ή απάντησης σε ζητήματα χρήσης του ψηφιακού εργαλείου που μπορεί να προέκυπταν.

#### 3.3.1 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα που αφορούν όλους τους συμμετέχοντες

Κύρια προτροπή του εκπαιδευτικού αποτέλεσε όλες οι δραστηριότητες και όσες πράξεις περιέχονται στα προβλήματα να δοκιμάζονται από τους μαθητές με τη βοήθεια του ψηφιακού εργαλείου. Από αυτούς κανένας δεν έκανε απόλυτη χρήση του εργαλείου και στα τέσσερα προβλήματα/δραστηριότητες. Κάποιοι χρησιμοποιούσαν και το φύλλο εργασίας και τον ψηφιακό Άβακα για να βρουν τη λύση, άλλοι επέλεγαν μόνο τον Άβακα σε συγκεκριμένες δραστηριότητες, άλλοι μόνο το χαρτί. Μερικοί συνδύασαν και τις δύο δυνατότητες σε κάποιες δραστηριότητες/προβλήματα.

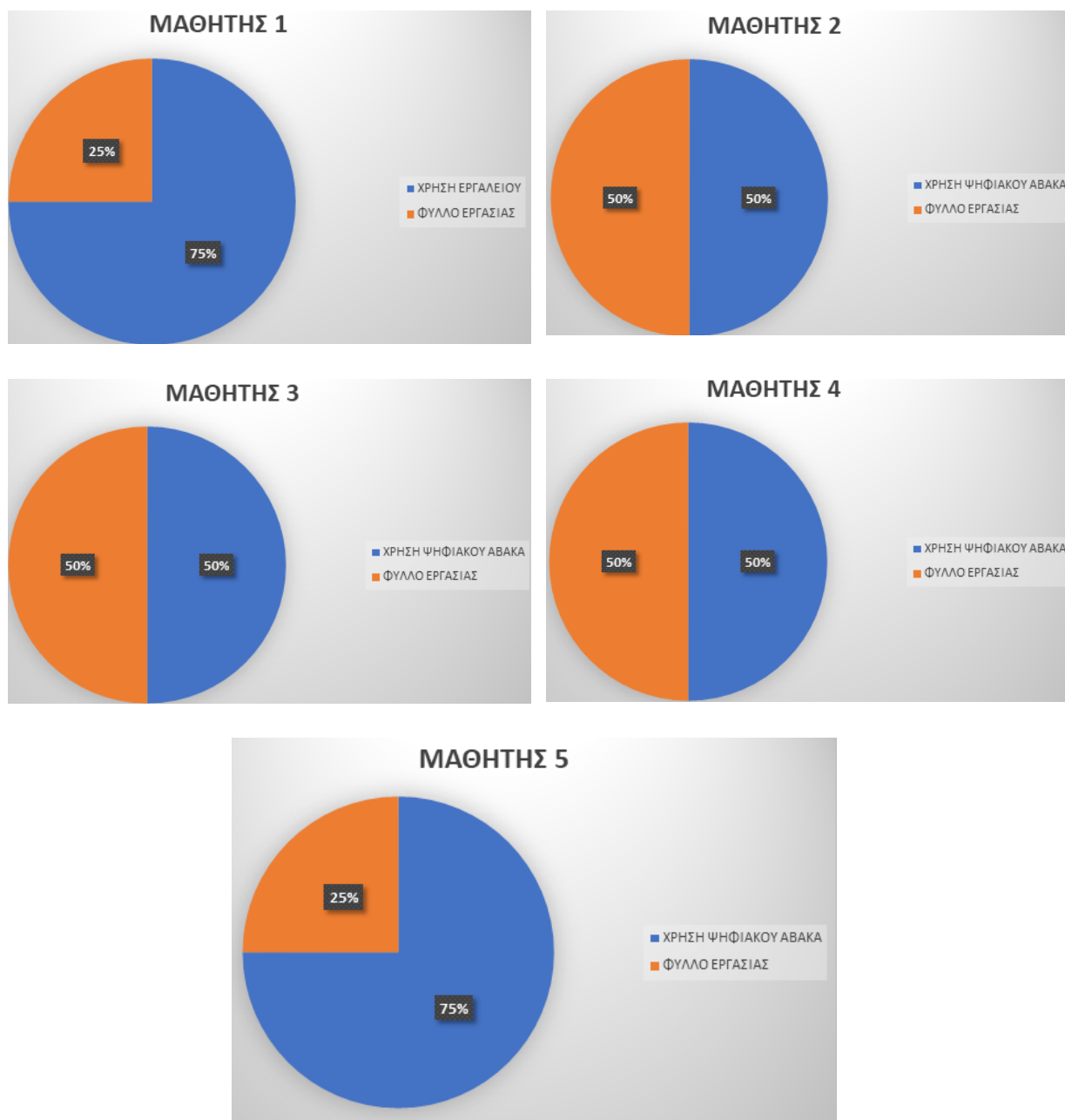
Πιο συγκεκριμένα, δύο μαθητές χρησιμοποίησαν το ψηφιακό εργαλείο για να λύσουν τις τρεις δραστηριότητες από τις τέσσερις, δηλαδή έλυσαν με τη χρήση του ψηφιακού Άβακα το 75% των προβλημάτων, και οι υπόλοιποι τρεις για να λύσουν δύο δραστηριότητες σε αυτό, δηλαδή το 50%. (Πίνακας 2) Αξίζει να αναφερθεί ότι ένας μαθητής στη Δραστηριότητα 1 ξεκίνησε να λύσει το πρόβλημα με τη χρήση του Άβακα, αλλά δεν τα κατάφερε και συνέχισε στο φύλλο εργασίας.

Πίνακας 2: Πίνακας επιλογής χρήσης του ψηφιακού εργαλείου έναντι του φύλλου εργασίας στις δραστηριότητες

	<b>ΔΡΑΣΤ. 1</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 2</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 3</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 4</b>
<b>ΜΑΘ. 1</b>	ΑΒΑΚΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΑΘ. 2	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΜΑΘ. 3	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΜΑΘ. 4	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΜΑΘ. 5	ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ	ΑΒΑΚΑΣ

Παρατίθενται και σχεδιαγράμματα με οπτικοποίηση των ποσοστών. (Εικόνα 4)



Εικόνα 4

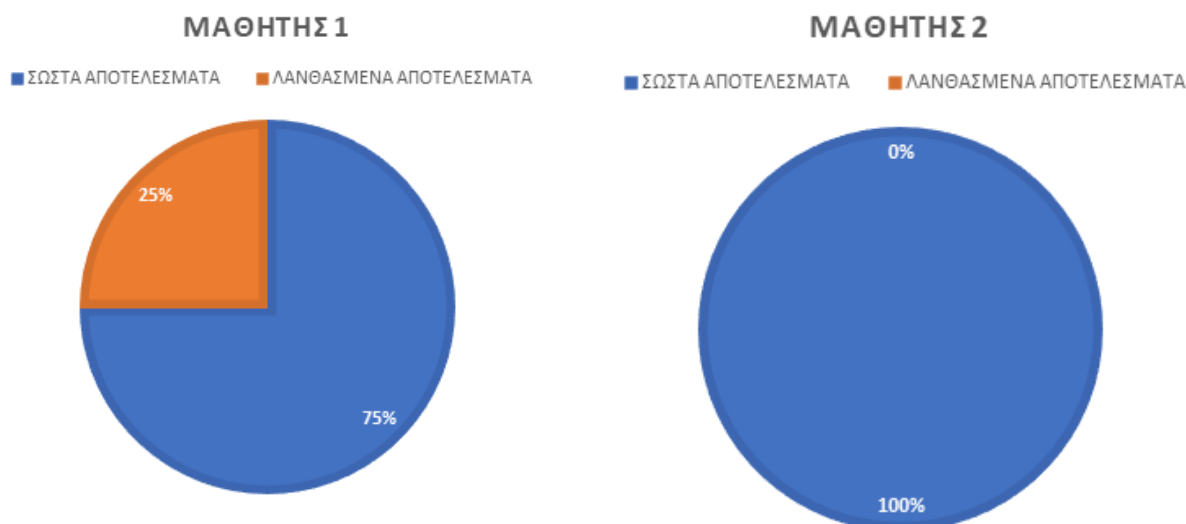
Επιπλέον, ακολουθεί πίνακας (Πίνακας 3) ο οποίος δείχνει ποιες δραστηριότητες έλυσαν οι μαθητές με επιτυχία και ποιες όχι. Πιο συγκεκριμένα, τα αποτελέσματα που

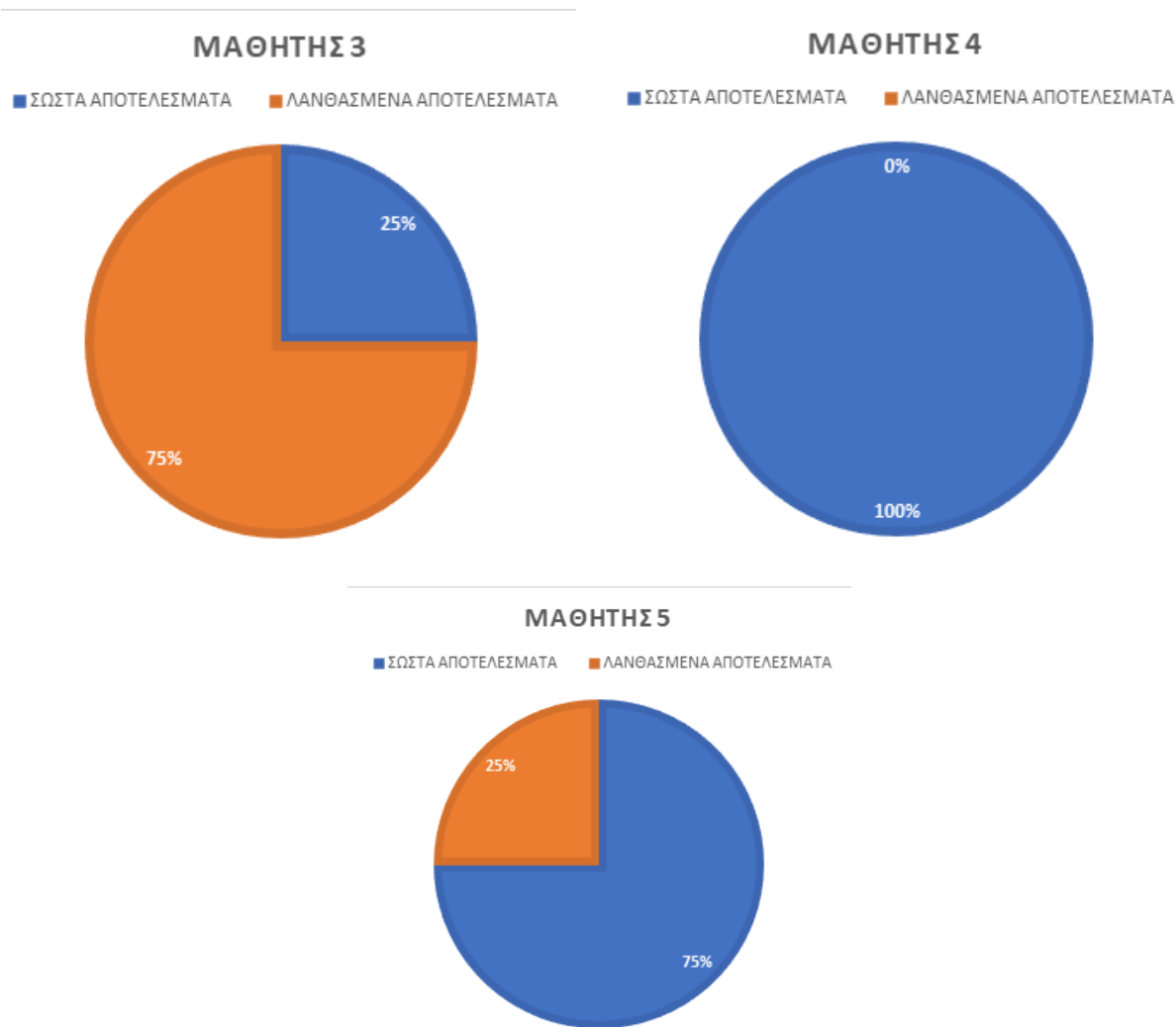
περιλαμβάνονται αφορούν στο κατα πόσο οι μαθητές βρήκαν στο τέλος το σωστό άθροισμα και τη σωστή διαφορά στις αντίστοιχες πράξεις. Σε περίπτωση επιλογής λανθασμένης πράξης φαίνεται και λανθασμένο το αποτέλεσμα όπως επίσης και αν η λογική και ο τρόπος επίλυσης που ακολούθησαν ήταν σωστός αλλά το αποτέλεσμα ήταν διαφορετικό φαίνεται σαν λάθος.

Πίνακας 3: Πίνακας επίδοσης των μαθητών στις δραστηριότητες

	<b>ΔΡΑΣΤ. 1</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 2</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 3</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 4</b>
<b>ΜΑΘ. 1</b>	Επιτυχής	Επιτυχής	Ανεπιτυχής	Επιτυχής
<b>ΜΑΘ. 2</b>	Επιτυχής	Επιτυχής	Επιτυχής	Επιτυχής
<b>ΜΑΘ. 3</b>	Ανεπιτυχής	Ανεπιτυχής	Ανεπιτυχής	Επιτυχής
<b>ΜΑΘ. 4</b>	Επιτυχής	Επιτυχής	Επιτυχής	Επιτυχής
<b>ΜΑΘ. 5</b>	Επιτυχής	Ανεπιτυχής	Επιτυχής	Επιτυχής

Ακολουθούν και σχεδιαγράμματα με το συνολικό ποσοστό επιτυχίας κάθε μαθητή συνολικά στην παρέμβαση όσον αφορά τα σωστά αποτελέσματα στα προβλήματα. Ο Μαθητής 1 έχει κατά 75% βρει τα σωστά αποτελέσματα. Ο μαθητής 2 έχει βρει 100% σωστά αποτελέσματα. Ο μαθητής 3 έχει βρει κατά 25% σωστά αποτελέσματα. Ο Μαθητής 4 τα βρήκε 100% και ο Μαθητής 5 κατά 75%. Δύο μαθητές λοιπόν έλυσαν σωστά τα όλα τα προβλήματα, δύο μαθητές έλυσαν σωστά τις τρεις από τις τέσσερις δραστηριότητες και ένας μαθητής έλυσε σωστά μόνο τη μία δραστηριότητα. (Εικόνα 5)





Εικόνα 5

Ακόμα, η δυσκολία των μαθητών να κατανοήσουν τα προβλήματα από τις εκφωνήσεις, τα οποία ήταν γραπτά αλλά είχαν και πρόσβαση στην επεξήγησή τους στη ΕΝΓ από τον εκπαιδευτικό, παρατίθεται για τον κάθε μαθητή ατομικά στον παρακάτω πίνακα. Το ΝΑΙ αφορά την ύπαρξη δυσκολίας στην κατανόηση για το μαθητή και το ΟΧΙ για την άμεση κατανόηση. (Πίνακας 4)

Πίνακας 4: Πίνακας καταγραφής δυσκολίας στην κατανόηση των γραπτών εκφωνήσεων

	<b>ΔΡΑΣΤ. 1</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 2</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 3</b>	<b>ΔΡΑΣΤ. 4</b>
<i>ΜΑΘ. 1</i>	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
<i>ΜΑΘ. 2</i>	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
<i>ΜΑΘ. 3</i>	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ
<i>ΜΑΘ. 4</i>	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
<i>ΜΑΘ. 5</i>	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ

Φαίνεται ότι ο Μαθητής 1 και ο Μαθητής 2 αντιμετώπισαν κάποια μικρή δυσκολία σε ένα πρόβλημα. Ο Μαθητής 3 αντιμετώπισε τα περισσότερα προβλήματα στην επίλυση τριών από των τεσσάρων δραστηριοτήτων.

Επιπλέον, ακολουθεί πίνακας που αναφέρει τις δυσκολίες και τα βασικά λάθη που έκαναν οι μαθητές κατά τη χρήση και το χειρισμό του εργαλείου για να λύσουν τα προβλήματα, στις δραστηριότητες που επέλεξαν να κάνουν χρήση του. (Πίνακας 5)

Πίνακας 5: Πίνακας δυσκολιών και συχνών λαθών

Στην αφαίρεση, στο δανεισμό, δεν γίνεται η αφαίρεση από τα 10 πουλια αλλά από τα 9 που φαίνονται στη στήλη που κάνουν τις μεταβολές μετα τη χειροκινητη αλλαγή.	<b>ΛΑΘΟΣ 1</b>
Αμέλεια αφαίρεσης πουλιων από τη στήλη στην οποία θα χρειαστει να γινει ο δανεισμος.	<b>ΛΑΘΟΣ 2</b>
Δυσκολία στην πρόσθεση ποσότητας σε ήδη υπάρχουσα στον Άβακα.	<b>ΛΑΘΟΣ 3</b>
Δυσκολία στην αφαίρεση ποσότητας σε ήδη υπάρχουσα στον Άβακα.	<b>ΛΑΘΟΣ 4</b>
Απουσία ευελιξίας χρήσης Άβακα μεταξύ άλλων πράξεων πέραν αυτών που ζητούνται (π.χ. στην πρόσθεση, χρηση του εργαλείου μόνο για πρόσθεση παρολο που νοερά μπορεί να φτάνουν στη λύση κάνοντας αφαίρεση)	<b>ΛΑΘΟΣ 5</b>
Λανθασμένη εκτέλεση δανεικού (το αφαιρούν από τη λάθος στήλη ή δεν το δανείζονται)	<b>ΛΑΘΟΣ 6</b>
Λανθασμένη εκτέλεση κρατουμένου (το προσθέτουν στη λάθος στήλη ή δεν το προσθέτουν)	<b>ΛΑΘΟΣ 7</b>
Απουσία ελέγχου απαντήσεων με άλλους τρόπους (πχ χρηση και ψηφιακού εργαλείου και φυλλου εργασίας, χρήση επαληθεύσεων στον Άβακα και στο φύλλο εργασίας)	<b>ΛΑΘΟΣ 8</b>

Ο παρακάτω περιγράφει συνδυαστικά με τον παραπάνω που αναφέρει τα λάθη και τις δυσκολίες κάνει πιο συγκεκριμένα τα λάθη αυτά ως προς το ποιος μαθητής τα έκανε. Το ΝΑΙ, αφορά αν το εμφάνισαν σε μεγάλη έκταση κατα τη διάρκεια της παρέμβασης και το ΟΧΙ αν δεν το εμφάνισαν καθολου, ή ήταν σε πολύ μικρό βαθμό. (Πίνακας 6)

Πίνακας 6: Πίνακας εμφάνισης κωδικοποιημένων λαθών στο κάθε μαθητή

	<b>ΜΑΘ. 1</b>	<b>ΜΑΘ. 2</b>	<b>ΜΑΘ. 3</b>	<b>ΜΑΘ. 4</b>	<b>ΜΑΘ. 5</b>
<b>ΛΑΘΟΣ 1</b>	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ

ΛΑΘΟΣ 2	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
ΛΑΘΟΣ 3	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ
ΛΑΘΟΣ 4	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
ΛΑΘΟΣ 5	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
ΛΑΘΟΣ 6	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
ΛΑΘΟΣ 7	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
ΛΑΘΟΣ 8	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ

Φαίνεται ότι οι μαθητές κατα ένα μεγάλο βαθμό αντιμετωπίζουν μεγαλύτερες δυσκολίες στο να χρησιμοποιήσουν τον Άβακα με διαφορετικό τρόπο όταν υπάρχει ένας αριθμός ήδη σχηματισμένος στα πούλια πχ κάνοντας αφαίρεση, ή αλλάζοντας τελείως τον αριθμό και τοποθετώντας άλλο. Φαίνεται ακόμα να εξαρτώνται από αυτό που δίνεται σχηματισμένο στα πούλια εξ αρχής από την άσκηση, χωρίς να είναι απαραίτητο να γίνει αυτό. Επίσης οι περισσότεροι μαθητές δεν κάνουν επαλήθευση των αποτελεσμάτων τους όταν χρησιμοποιούν το εργαλείο για να επιβεβαιώσουν το αποτέλεσμα που βρίσκουν, ούτε στο ψηφιακό εργαλείο ούτε με πράξεις στο Φύλλο Εργασίας.

Όμως δείχνει να τα πηγαίνουν καλύτερα στην αφαίρεση ακόμα και στις περιπτώσεις του δανεικού, και να μην δυσκολεύονται οι περισσότεροι με τη χειροκίνητη αλλαγή στα πούλια. Ίσως αυτή η διαπίστωση, ότι δηλαδή ο ψηφιακός Άβακας βοηθάει στην επίλυση αφαιρέσεων και στη καλύτερη διαχείριση του δανεικού, να συνάδει και την έρευνα των Rusyani, Putra, et al (2021c) κατά των οποίων η εφαρμογή ασκήσεων και δραστηριοτήτων που περιλαμβάνουν άβακα (χειραπτικό εργαλείο) μπορεί να βοηθήσει μαθητές της β τάξης με προβλήματα ακοής στην ανάπτυξη δεξιοτήτων αριθμητικών πράξεων αφαίρεσης.

### **3.3.2 Παρατηρήσεις και Αποτελέσματα εστιασμένες στις Δραστηριότητες**

Στις ατομικές παρατηρήσεις και παράθεση αποτελεσμάτων θα αναφερθούν ξεχωριστά αποτελέσματα σημαντικά για κάθε δραστηριότητα.

#### **3.3.2.1 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα για Δραστηριότητα 1**

Τη δραστηριότητα 1 οι τέσσερις μαθητές από τους πέντε την έλυσαν με επιτυχία ακολουθώντας ο καθένας άλλη τακτική. Οι δύο πήγαν κατευθείαν στο φύλλο εργασίας και έκαναν αμέσως νοερά ή/και γραπτά τις απαραίτητες πράξεις για να βρουν το αποτέλεσμα. (Εικόνα 6)

$$\begin{array}{r}
 \rightarrow 470 \\
 \rightarrow 580 \\
 \rightarrow 250 \\
 + \\
 \hline
 1.250
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \rightarrow 470 \\
 \rightarrow 730 \\
 \rightarrow 50 \\
 + \\
 \hline
 1.250
 \end{array}$$

Εικόνα 6

Ο ένας μαθητής ξεκίνησε με τον Άβακα αλλά δεν τα κατάφερε και συνέχισε κάνοντας αφαίρεση στο Φύλλο εργασίας, ώστε να χωρίσει τη διαφορά σε δύο προσθετέους. (Εικόνα 7)

1ος Αριθμός : 470

2ος Αριθμός: 80

3ος Αριθμός: 1.200 700

Σημειώσεις: ~~00~~  
1.250  
- 470  
-----  
780

1.250

Εικόνα 7

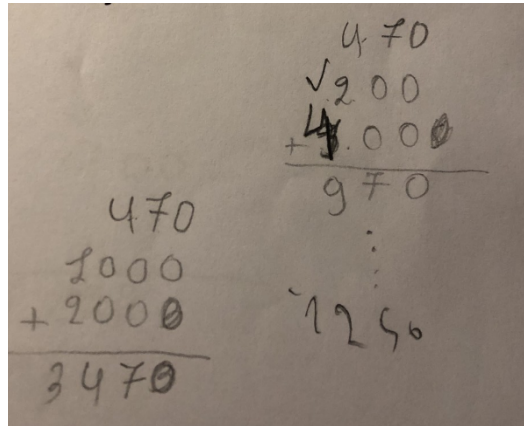
Σε ερώτηση του εκπαιδευτικού γιατί δεν μπόρεσε να χρησιμοποιήσει τον Άβακα και γιατί δυσκολεύτηκε απάντησε το εξής:

“ Δεν είμαι σίγουρη πως να κάνω την πρόσθεση που ζητάει η άσκηση στον αβακα, γιατί στο μυαλό έχω την αφαίρεση σαν πράξη για να βρω το αποτέλεσμα.”

Δεν θεώρησε δηλαδή ότι μπορεί να χρησιμοποιήσει το ψηφιακό εργαλείο με άλλους τρόπους καθώς ήδη ήταν σχηματισμένος ο ένας προσθετέος το 470 και θεώρησε ότι πρέπει απλά να προσθέτει προσθετέους αν επιλέξει να το λύσει στο ψηφιακό άβακα.

Ένας δεν κατάφερε να τη λύσει παρόλο που έκανε δοκιμές στο φύλλο εργασίας. (Εικόνα 8) Ο μαθητής εδώ φαίνεται να προσπαθεί να κάνει εκτιμήσεις που περίπου θα κυμαίνονται οι άλλοι προσθετέοι. Στην αρχή επέλεξε το 1000 και το 2000 και είδε ότι ξεφεύγει από το 1250. Στη δεύτερη προσπάθεια χρησιμοποίησε σαν προσθετέους το 200 και το 400 γιατί εκτίμησε ότι πρέπει να προσθέσει μικρότερη ποσότητα. Οι δυσκολίες των παιδιών με προβλήματα ακοής στην εκτίμηση ποσοτήτων φαίνεται να υπάρχουν από την προσχολική ηλικία, όπως τονίζει ο Kritzer (2008). Ο μαθητής εκτίμησε λανθασμένα στην αρχή και φαίνεται στη συνέχεια να έκανε πιο σωστές εκτιμήσεις για να φτάσει στο σωστό αποτέλεσμα.





Εικόνα 8

Ο τελευταίος χρησιμοποίησε τον Άβακα και προσπάθησε ορίζοντας τυχαία ως δεύτερο προσθετέο το 500 να φτάσει προσθέτοντας αριθμούς στο 1.250 και να βρει τον δεύτερο προσθετέο. Συγκεκριμένα, πρόσθεσε  $470+500= 970$ , στη συνέχεια  $970+120=1.090$ , συνέχισε με  $1.090+110=1.200$  και τέλος πρόσθεσε  $1.200+50=1.250$  και κατέληξε ότι ο δεύτερος προσθετέος που ψάχνει είναι το 280. Στη συνέχεια έκανε και επαλήθευση, κάνοντας την πρόσθεση στο φύλλο εργασίας. Ακολουθεί συζήτηση εκπαιδευτικού και μαθητή:

Εκπ: Για ποιο λόγο το έγραψες (έκανε ξανά την πρόσθεση) και στο χαρτί;

Μ: Για να είμαι σίγουρος.

Εκπ: Είσαι τωρα;

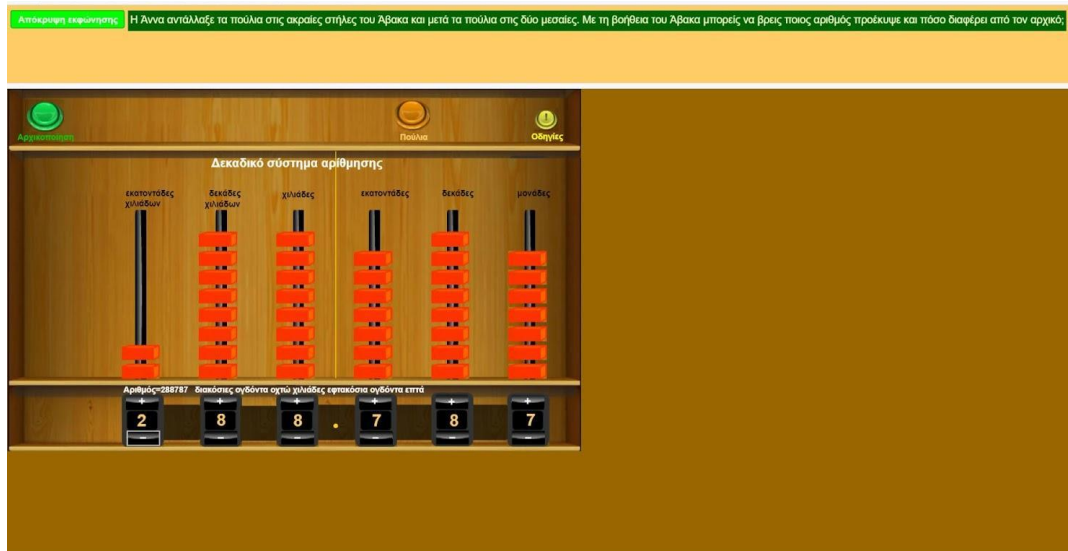
Μ: ναι το βρηκα σωστα.”

### 3.3.2.2 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα για τη δραστηριότητα 2

Στη δραστηριότητα 2 όλοι οι μαθητές χρησιμοποίησαν το ψηφιακό εργαλείο χωρίς τη βοήθεια του φύλλου εργασίας. Οι τρεις από αυτούς έλυσαν σωστά την αφαίρεση. Οι άλλοι δύο έκαναν λάθη.

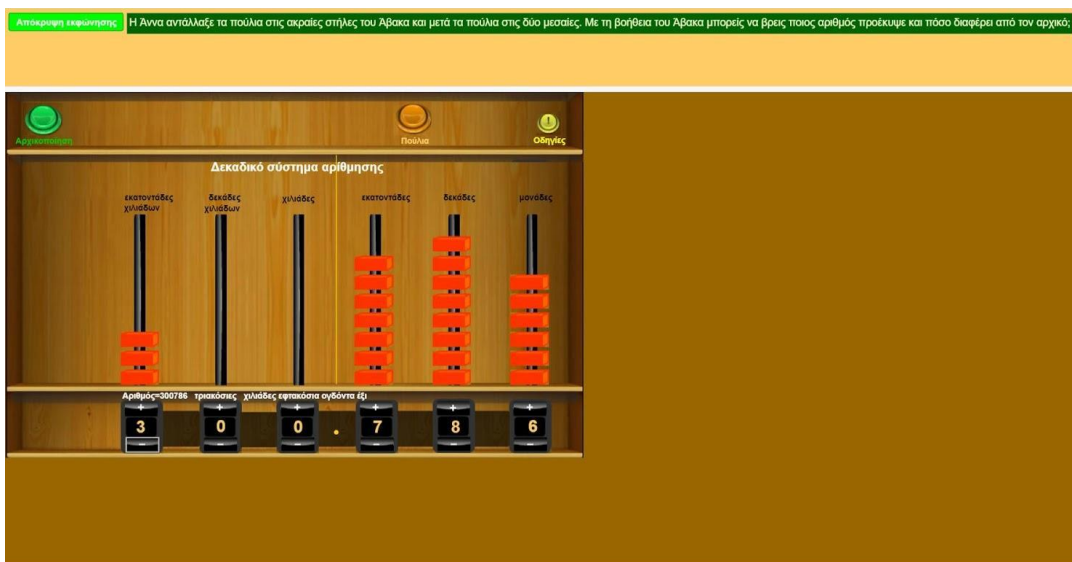
Πιο συγκεκριμένα, ακολουθεί περιγραφή της διαδικασίας που ακολουθεί ένας μαθητής που έφτασε σε λανθασμένο αποτέλεσμα. Στην αφαίρεση  $624.313-323.416$  βρήκε το 288.787 σαν αποτέλεσμα αντί για το 300.897. (Εικόνα 9) Από τα 3 πούλια στη ράβδο των μονάδων αφαιρεί και τα 3 και μετά παίρνει μια Δεκαδα την αφαιρεί από την αριστερή στήλη και προσθέτει 9 πουλιά στην στήλη των μονάδων. Από τα 9 που έχει τώρα αφαιρεί τα 3 που έχει υπόλοιπο. Του μένουν 7 στη στήλη των δεκάδων. Προχωράει στις δεκαδες όπου πλέον έχει 0 πουλιά. Παίρνει μια εκατοντάδα από την αριστερή στήλη και προσθέτει 9 καινούρια πουλιά στη στήλη των δεκάδων. Αφαιρεί το 1 και του μένουν 8 πουλιά. Στη συνέχεια στη στήλη των εκατοντάδων έχει 2 πουλιά και πρέπει να αφαιρέσει 4. Αφαιρεί τα 2 και δανείζεται μια χιλιάδα από αριστερά όποτε προσθέτει 9 πουλιά στη στήλη των εκατοντάδων. Από αυτά αφαιρεί τα 2 ακόμα πουλιά που είχε υπόλοιπο. Τώρα τα πουλιά στη στήλη είναι 7. Συνεχίζοντας στη στήλη των χιλιάδων έχει αυτή τη στιγμή 3 πουλιά. Μπερδεύεται και θεωρεί ότι χρειάζεται να αφαιρέσει 4 πουλιά. Αφαιρεί τα 3 και δανείζεται από την αριστερή στήλη μια εκατοντάδα χιλιάδα. Προσθέτει 9 πουλιά στη στήλη των χιλιάδων και αφαιρεί το 1 με αποτέλεσμα να μείνουν 8 πουλιά στη στήλη των χιλιάδων. Στη στήλη των δεκάδων χιλιάδων έχει τώρα 1 πουλί πρέπει όμως να αφαιρέσει 3. Αφαιρεί το ένα και δανείζεται από την αριστερή στήλη μια εκατοντάδα χιλιάδων και προσθέτει 9 πουλια στη στήλη των δεκάδων

χιλιάδων. Από εκεί αφαιρεί 1 πουλί ακόμα και του μένουν 8 πουλιά. Τέλος στη στήλη των εκατοντάδων χιλιάδων που τώρα έχει 5 πουλιά πρέπει να αφαιρέσει 3. Άρα από του μένουν 2 πουλιά.



Εικόνα 9

Η διαδικασία που ακολούθησε ο δεύτερος μαθητής που προέβη σε λάθη στην ίδια αφαίρεση είναι η εξής. Αφαιρεί τα 3 πουλιά από τις μονάδες και δανείζεται από την αριστερή στήλη μια δεκάδα. Στην αρχή το κάνει σωστά και τοποθετεί 7 πουλιά. Στη συνέχεια όμως τα ξαναλλαζει μόνος του και αφήνει 6 πουλιά. Στη συνέχεια στη στήλη των δεκάδων έχει 0 πουλιά και πρέπει να αφαιρέσει 1. Δανείζεται 1 εκατοντάδα από την αριστερή στήλη, την αφαιρεί και προσθέτει 9. Στις δεκάδες τώρα συνεχίζει την αφαίρεση και αφαιρεί 1 πουλί. Στη στήλη των εκατοντάδων έχει 2 πουλιά και πρέπει να αφαιρέσει 4. Αφαιρεί τα 2 και δανείζεται από τις χιλιάδες και προσθέτει 9 πουλιά στη στήλη. Από αυτά αφαιρεί τα 2 και του μένουν 9 πουλιά στις εκατοντάδες. Στις χιλιάδες τώρα έχει 3 πουλιά και πρέπει να αφαιρέσει 3 όποτε μένουν μηδέν πουλιά. Στις δεκάδες χιλιάδες έχει 2 πουλιά και πρέπει να αφαιρέσει 2 άρα μένουν 0 πουλιά. Και στις εκατοντάδες χιλιάδες έχει 6 πουλιά και αφαιρεί τα 3. Στην αφαίρεση  $624.313 - 323.416$  βρήκε το 300.786 σαν αποτέλεσμα αντί για το 300.897. (Εικόνα 10)



Εικόνα 10

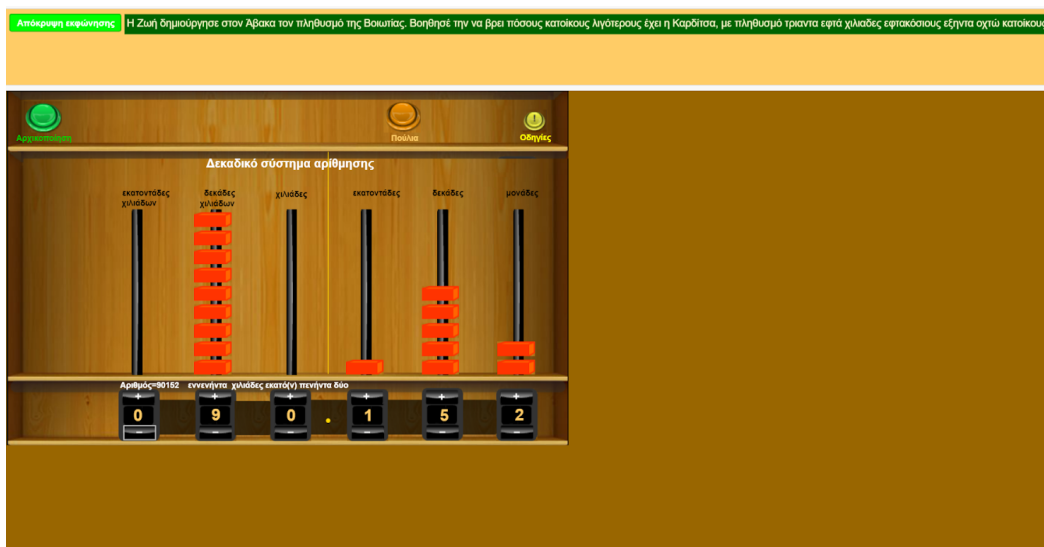
Συμπερασματικά, το βασικό λάθος που κάνουν και οι δύο μαθητές σε αυτή τη δραστηριότητα είναι ότι ενώ δανείζονται σωστά μεν από την αριστερή στήλη κάθε φορά όταν το χρειάζονται, αφαιρούν από εκεί ένα πούλι και προσθέτουν 9 πούλια στη ράβδο που θα κάνουν τις αλλαγές, αλλά αφαιρούν το υπόλοιπο των μονάδων, δεκάδων, κτλ που τους ζητείται από τα 9 πούλια που φαίνονται στη ράβδο. Χάνουν δηλαδή 1 πούλι κάθε φορά στην αλλαγή δεκάδας, εκατοντάδας, χιλιάδας, κτλ με αποτέλεσμα σχεδόν όλοι οι ραβδοί να έχουν -1 πούλι. Αυτό το λάθος μπορεί να συνδυάζεται στα παιδιά με προβλήματα ακοής με το γεγονός ότι συχνά χαρακτηρίζονται ως “οπτικοί” χρήστες πληροφοριών (Dowaliby & Lang, 1999 και Marschark & Hauser, 2012). Το γεγονός ότι ο μαθητής δεν κατανόησε το πως δουλεύει το εργαλείο όταν χρειάζεται να δανειστεί σε συνδυασμό με την οπτική πληροφορία που χειροκίνητα ο ίδιος φτιάχνει των 9 πούλιων στη ράβδο που πρέπει να κάνει τις αλλαγές οδήγησε σε αυτή τη λανθασμένη εντύπωση και τακτική που υιοθέτησε.

### 3.3.2.3 Παρατηρήσεις και αποτελέσματα για τη Δραστηριότητα 3

Τη Δραστηριότητα 3 όλοι οι μαθητές την έλυσαν με τη βοήθεια του ψηφιακού Άβακα.. Οι τρεις από αυτούς κατάφεραν να βρουν τη σωστή διαφορά στην αφαίρεση.

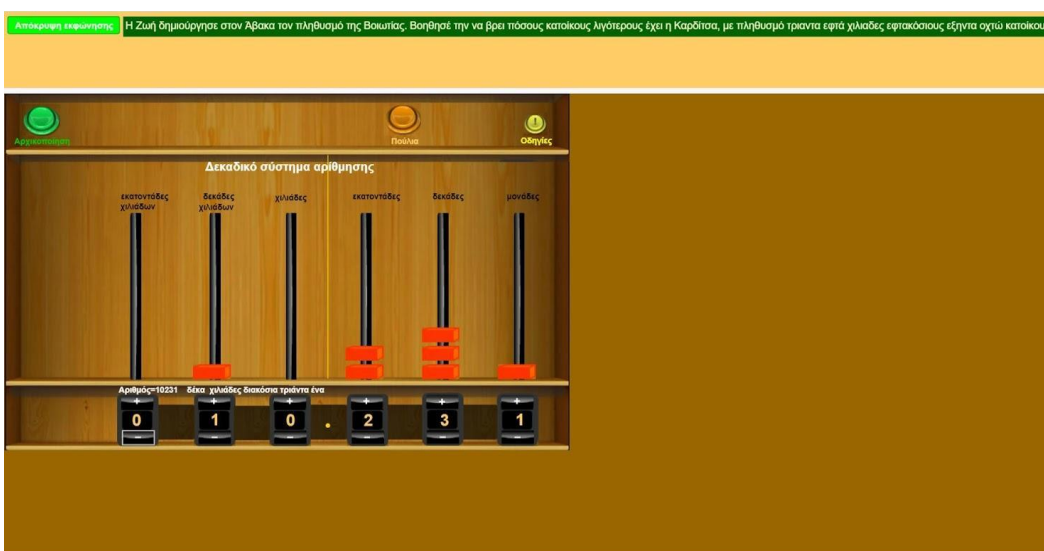
Στη συνέχεια ακολουθούν οι διαδικασίες που χρησιμοποίησαν οι δύο μαθητές που βρήκαν λανθασμένα αποτελέσματα. Ο ένας στις μονάδες είχε 0 πούλια και δανείστηκε από την ακριβώς δεξιά στήλη μια δεκάδα. Αφαίρεσε 1 πούλι στο μυαλό της και προσθεσε 9 χειροκίνητα στη στήλη των μονάδων. Στη συνέχεια αφαίρεσε τα υπόλοιπα 7 και έμειναν 2 πούλια. Στις δεκάδες έχει πλέον 1 πούλι και έπρεπε να αφαιρέσει 6. Αφαιρεί το ένα και δανειζεται από τη στήλη δεξιά. Αφαιρεί και δεύτερο πούλι νοερά στο μυαλό του και από τα 9 νέα πούλια που πρόσθεσε στη στήλη χειροκίνητα αφαιρεί τα υπόλοιπα 4. Στη στήλη των εκατοντάδων πρέπει να αφαιρέσει 7 από τα 8 πούλια που έμειναν και παραμένει 1 πούλι. Στις χιλιάδες αφαιρέσε 7 πούλια από τα 7 διαθέσιμα και έμειναν 0. Στις δεκάδες χιλιάδες είχε 1 πούλι και έπρεπε να αφαιρέσει 3 πούλια. Αφαίρεσε το ένα και δανείστηκε και το 1 πούλι διαθέσιμο από τις εκατοντάδες χιλιάδες, πρόσθεσε 9 νέα πούλια και από αυτά δεν αφαιρέσε κανένα.

Τελικά στη στήλη των δεκάδων χιλιάδων έμειναν 9 πούλια. Άρα στην αφαίρεση 117.920-37.768 βρήκε τη διαφορά 90.152, δηλαδή 10.000 περισσότερο από το 80.152 που είναι η σωστή απάντηση. (Εικόνα 11)



Εικόνα 11

Η συλλογιστική διαδικασία που ακολουθήσε ο δεύτερος μαθητής είναι η εξής. Ξεκίνησε από τη στήλη των μονάδων που έπρεπε να αφαιρέσει 8 πούλια. Είχε μηδέν οπότε δανείστηκε από την αριστερή στήλη μία δεκάδα. Πρόσθεσε 9 πούλια και από αυτά αφαιρέσε τα 8 με αποτέλεσμα να μείνει 1 πούλι. Στη συνέχεια στη στήλη των δεκάδων είχε πια 1 πούλι. Έπρεπε να αφαιρέσει 6. Αφαίρεσε το 1, δανείστηκε εκατοντάδα από την αριστερή στήλη, συμπλήρωσε τα 9 πούλια και από αυτά αφαιρέσε ξανά τα 6. Στη στήλη των εκατοντάδων είχε τώρα 8 πούλια και έπρεπε να αφαιρεθούν τα 7. Αφαίρεσε και έμεινε 1 πούλι. Στις χιλιάδες έπρεπε να αφαιρέσει 7 πούλι από 1. Άφησε το 1 πούλι που υπήρχε σταθερά και αφαιρέσε και το 1 από τις δεκάδες χιλιάδες. Βρήκε λοιπόν στην αφαίρεση 117.920-37.768 τη διαφορά 10.231 που είναι λανθασμένη. (Εικόνα 12)



Εικόνα 12

Συμπερασματικά, θα λέγαμε ότι ο πρώτος μαθητής έκανε λάθος στη χρήση του δανεικού μόνο στην περίπτωση των δεκάδων χιλιάδων, που σημαίνει ότι μάλλον δεν είχε συνηθίσει πολύ τη διαδικασία ή μπορεί να ήταν λάθος απροσεξίας μιας και τα υπόλοιπα δανεικά τα διαχειρίστηκε σωστά.

Ο δεύτερος όμως έκανε αρκετά σημαντικά λάθη. Αρχικά αφαιρούσε και αυτός όπως οι μαθητές που βρήκαν λανθασμένα αποτελέσματα στη δραστηριότητα 2 από τα 9 πούλια που έβλεπε στη ράβδο όταν έκανε τη χειροκίνητη αλλαγή και όχι από τα 10. Εδώ εντοπίστηκαν και άλλα λάθη όπως ότι δεν αφαιρέσε αυτά που είχε διαθέσιμα η ράβδος πριν δανειστεί με αποτέλεσμα να χάσει αρκετά πούλια, και φαίνεται να μην κατανόησε όταν έφτασε στις δεκάδες χιλιάδες ότι πρέπει να δανειστεί από την στήλη αριστερά και να κάνει τις απαραίτητες τροποποιήσεις. Φαίνεται να δανείστηκε και να πήρε το ένα πούλι από τις εκατοντάδες χιλιάδες αλλά δεν πρόσθεσε 9 πούλια στις δεκάδες χιλιάδες ούτε έκανε κάποια άλλη τροποποίηση. Σίγουρα ο συγκεκριμένος μαθητής δεν έχει κατανοήσει πως δουλεύει το ψηφιακό εργαλείο όταν υπάρχουν δανεικά και ίσως στην δραστηριότητα 2 δεν είχαν φανεί τα λάθη του σε τέτοια έκταση γιατί εκεί τα δανεικά χρειάζονταν σε λιγότερες ράβδους από ότι σε αυτή τη δραστηριότητα.

Ο Sharma (1993) είναι ένας από αυτούς που επιμένει ότι συχνά δυσκολίες στην κατανόηση της θεσιακής αξίας δεν αφορούν μόνο στη δυσκολία κατανόησης της ίδιας της έννοιας αλλά στο γεγονός ότι οι μαθητές δεν έχουν εμπειρία σε πρώιμη εργασία σε συμβολικό επίπεδο (χειραπτικά υλικά, κτλ) και καταλήγουν να χειρίζονται απλά σύμβολα χωρίς κατανόηση για την έννοια που διέπει τη διαδικασία. Αν ο μαθητής εδώ είχε τέτοιες εμπειρίες πολύ πιθανόν να διαχειριζόταν το ψηφιακό εργαλείο καλύτερα.

Όπως και στη δραστηριότητα 2 που οι μαθητές έκαναν αφαίρεση έτσι και εδώ εντοπίζονται οι δυσκολίες στη σωστή διαχείριση των δανεικών, μιας και υπάρχουν σε μεγαλύτερη έκταση, όπως και συχνά συμβαίνει στα παιδιά σύμφωνα με τους Chan, Au & Tang (2014). Επιπρόσθετα φαίνεται να παίζει πάλι κάποιο ρόλο το γεγονός ότι φαίνονται 9 τα πούλια στη ράβδο που θα πρέπει να υποστεί τροποποιήσεις, σε περιπτώσεις χειροκίνητης αλλαγής από δανεικό, γεγονός που φαίνεται να μπερδεύει τα παιδιά με προβλήματα ακοής, που συνήθως είναι περισσότερο συνηθισμένα στην διαχείριση οπτικών πληροφοριών (Dowaliby & Lang, 1999 και Marschark & Hauser, 2012) και όχι στο συνδυασμό οπτικών πληροφοριών και νοερών διαδικασιών.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει η διαπίστωση ενός μαθητή που έκανε σωστά την πράξη στον Άβακα για το πως λειτουργεί ο Άβακας στην αφαίρεση και την ύπαρξη δανεικού. Ακολουθεί ο διάλογος μαθητή και εκπαιδευτικού.

*“Εκπ: όλα εντάξει;*

*Μ: Νομίζω έκανα λάθος στην προηγούμενη άσκηση (Δραστηριότητα 2).*

*Εκπ: Γιατί το λες αυτό;*

*Μ: Μπερδεύτηκα όταν είχα δανειστεί στο πόσα πούλια πρέπει να αφαιρέσω. Νομίζω τώρα το κατάλαβα.*

*Εκπ: Τι κατάλαβες δηλαδή;*

*Μ: Όταν είχα δανειστεί αφαιρούσα αυτό που ήθελα από τα 9 πούλια ενώ έπρεπε από τα 10. Νομίζω τώρα το έκανα σωστά. Δεν είμαι και σίγουρος.”*

Η μεγαλύτερη εμπειρία χρήσης του ψηφιακού Άβακα από τους μαθητές τους οδηγεί σε πιο ξεκάθαρα συμπεράσματα, που οι ίδιοι μόνοι τους συμπεραίνουν (Paret, 1999) και πιο βαθιά κατανόηση της αξίας των θέσεων των ψηφίων στον αριθμό και στις μεταβολές που χρειάζεται να γίνουν.

### 3.3.2.4 Παρατηρήσεις και σχόλια για την Δραστηριότητα 4

Στη δραστηριότητα 4 οι τέσσερις μαθητές από τους πέντε την έλυσαν είτε νοερά είτε με τη βοήθεια του φύλλου εργασίας. Μόνο ένας χρησιμοποίησε τον Άβακα για να φτάσει στο αποτέλεσμα.

Αυτός που χρησιμοποίησε τον Άβακα έκανε το εξής. Πήγε στη στήλη των εκατοντάδων που έχει 3 πουλιά και άρχισε να προσθέτει 9 πουλιά. Όταν η στήλη έφτασε στο 9 και δεν χωρούσε άλλο, έπρεπε να προσθέσει ακόμα 3, οπότε έδωσε ένα κρατούμενο αριστερά στις χιλιάδες και συνέχισε να μετράει. Έκανε λοιπόν σωστά την αλλαγή και βρήκε το σωστό αποτέλεσμα, δηλαδή  $12.322+900=13.222$ .

Ενδιαφέρον επίσης αποτελεί ότι ένας από τους μαθητές που το έλυσε σωστά σε συζήτηση με τον εκπαιδευτικό για την απάντηση στο ερώτημα του προβλήματος (Ποιες δύο στήλες άλλαξε ο Νίκος) ενώ έκανε την πρόσθεση σωστά δεν ήξερε ποιες δύο στήλες ανταλλάχθηκαν μεταξύ τους και δεν μπορούσε να απαντήσει στο πρόβλημα.

*“Εκπ: Ο Νίκος στο πρόβλημα όπως γράφει η εκφώνηση ποιες δύο στήλες αντάλλαξε;  
Μ: Δεν ξερω. Δεν κατάλαβα”*

Σε αυτή την περίπτωση για μία ακόμη φορά φαίνεται η αδυναμία κάποιων μαθητών με προβλήματα ακοής να κατανοήσουν γραπτό κείμενο λόγω της χαμηλής αναγνωστικής τους ικανότητας, αλλά και να απαντήσουν σε ζητούμενα του προβλήματος γεγονός που δείχνει ότι δεν κατανοούν γιατί μπαίνουν στη διαδικασία λύσης κάποιου προβλήματος απλώς κάνουν πράξεις χωρίς κάποια σύνδεση με τα ζητούμενα του εκάστοτε προβλήματος. (Gregory, 1998 , Barham & Bishop, 1991, Serrano Pau, 1995 και Wood et al, 1986)

## 3.4 Αποτελέσματα 4<sup>ου</sup> Ερευνητικού Εργαλείου: Ερωτηματολόγιο ελέγχου κατακτηθείσας γνώσης μετά την παρέμβαση

**Ερώτηση 1:** Σε αυτή την ερώτηση οι μαθητές έπρεπε να αναφέρουν τους πολυψήφιους αριθμούς που τους ζητούνται στην Ε.Ν.Γ. Όλοι οι μαθητές έδωσαν σωστές απαντήσεις.

**Ερώτηση 2:** Στη δεύτερη ερώτηση οι μαθητές κλήθηκαν να γράψουν τους αριθμούς που δίνονται με ψηφία. Οι αριθμοί στα παραδείγματα δίνονταν σε γραπτή μορφή λέξεων. Δύο μαθητές είχαν σωστές όλες τις απαντήσεις τους. Δύο μαθητές είχαν κάνει δύο λάθη και ένας μαθητής τα έκανε όλα λάθος.

**Ερώτηση 3:** Σε αυτή την ερώτηση οι μαθητές έπρεπε να προβούν σε ανάλυση των διψήφιων, τριψήφιων και πολυψήφιων αριθμών. Όλοι οι μαθητές απάντησαν σωστά.

**Ερώτηση 4:** Στην ερώτηση αυτή στην οποία οι μαθητές έκαναν ανάλυση των πολυψήφιων με οπτικό βοήθημα της θέσης του κάθε αριθμού στον πολυψήφιο οι τέσσερις μαθητές τα απάντησαν όλα σωστά και ένας έκανε ένα λάθος προσθέτωντας επιπλέον μηδενικά σε έναν αριθμό.

**Ερώτηση 5:** Στην ερώτηση αυτή όπου έπρεπε να βρουν διαφορές και αθροίσματα σε κάθετες αφαιρέσεις και προσθέσεις, ένας μαθητής τα έκανε όλα σωστά, ένας έδωσε μία λανθασμένη απάντηση, δύο κάνανε από δύο λάθη και ο ένας έκανε τρία λάθη.

Τα βασικότερα λάθη που παρουσίασαν κάποιοι μαθητές αφορούν στην κάθετη αφαίρεση που τους ζητήθηκε. Έπρεπε ουσιαστικά να κάνουν τις εξής αφαιρέσεις κάθετα: γ. 135.893-250.800 και δ. 12.478-4.999

Δεν σκέφτηκαν ότι στην αφαίρεση ο αφαιρετέος πρέπει να είναι μεγαλύτερος από τον αφαιρέτη όπως φαίνεται και στο επόμενο παράδειγμα. (Εικόνα 13) Επίσης έκαναν λάθη στην αφαίρεση στις περιπτώσεις που υπήρχε δανεικό. (Εικόνα 14)

**γ. 135.893-250.800**

$$\begin{array}{r} 135.893 \\ - 250.800 \\ \hline 86093 \end{array}$$

**γ. 135.893-250.800**

$$\begin{array}{r} 11 \\ 135.893 \\ - 250.000 \\ \hline 885.893 \end{array}$$

**δ. 12.478-4.999**

$$\begin{array}{r} 4.999 \\ - 12.478 \\ \hline 12.521 \end{array}$$

Εικόνα 13

**δ. 12.478-4.999**

$$\begin{array}{r} 12.478 \\ - 4.999 \\ \hline 6.589 \end{array}$$

**γ. 135.893-250.800**

$$\begin{array}{r} \textcircled{0}\textcircled{0}\textcircled{0}\textcircled{0} \\ 250.800 \\ - 135.893 \\ \hline 114.917 \end{array}$$

**δ. 12.478-4.999**

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{\delta} \textcircled{\delta} \textcircled{\delta} \textcircled{\delta} \\
 12.478 \\
 - 4.999 \\
 \hline
 7.589
 \end{array}$$

Εικόνα 14

**Ερώτηση 6:** Σε αυτή την ερώτηση που οι μαθητές κλήθηκαν να τροποποιήσουν τη μορφή αριθμών με κεφαλαία γράμματα που αφορούν την αξία θέσης ψηφίου (πχ 4 EX) σε αριθμούς. Ένας μαθητής τις έλυσε όλες σωστά. Ένας έκανε ένα λάθος, ένας έκανε δύο λάθη, ένας έκανε τρία λάθη και ο τελευταίος τα έκανε όλα λάθος. Λάθη που έγιναν αφορούσαν απλά την καταγραφή των ψηφίων που αναφέρονταν στην άσκηση χωρίς να έχει δει ο μαθητής ποια αξία και θέση έχουν στο αριθμό. (Εικόνα 15)

**7. Να συμπληρώσεις τον πίνακα:**

α. 6 ΔΕ 9 ΜΕ 1 ΔΧ 4 Δ 9 Μ	69749
β. 8 ΕΧ 2 ΜΧ 1 Δ	821
γ. 6 ΕΕ 5 ΜΕ 8 ΔΧ 8 Ε	6588
δ. 7 ΔΧ 6 Δ 2 Μ	762

Εικόνα 15

Άλλα λάθη αφορούν στην λανθασμένη εκτίμηση των ψηφίων των αριθμών και της χρήσης των μηδενικών. (Εικόνα 16)

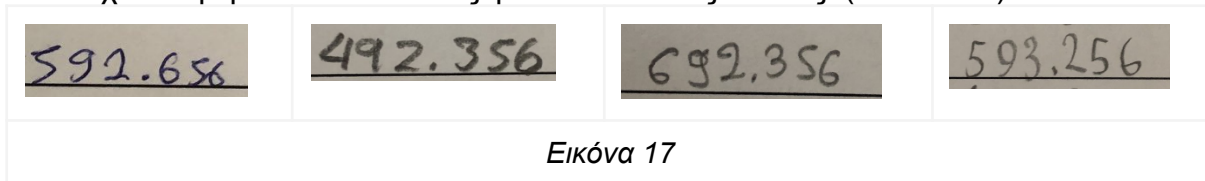
α. 6 ΔΕ 9 ΜΕ 1 ΔΧ 4 Δ 9 Μ	60.009.010.049
β. 8 ΕΧ 2 ΜΧ 1 Δ	800.002.010
γ. 6 ΕΕ 5 ΜΕ 8 ΔΧ 8 Ε	600.005.080.800
δ. 7 ΔΧ 6 Δ 2 Μ	70.062

Εικόνα 16

**Ερώτηση 7:** Στην ερώτηση αυτή η οποία ζητα μετατροπές σε αριθμούς μετά απο προσθέσεις και αφαιρέσεις σε συγκεκριμένες θέσης αξίας του αριθμού ένας μαθητής τα έλυσε όλα σωστά, τρεις μαθητές έκαναν ένα λάθος και ένας έκανε τρία λάθη.



Το βασικότερο λάθος εντοπίζεται στην αφαίρεση 9 Εκατοντάδων από το 592.356 που ζητείται. Πέραν του ενός μαθητή όλοι κάνανε λάθος σε αυτή την νοερή αφαίρεση που έχει διαφορά 591.456 όπως φαίνεται και στις εικόνες. (Εικόνα 17)

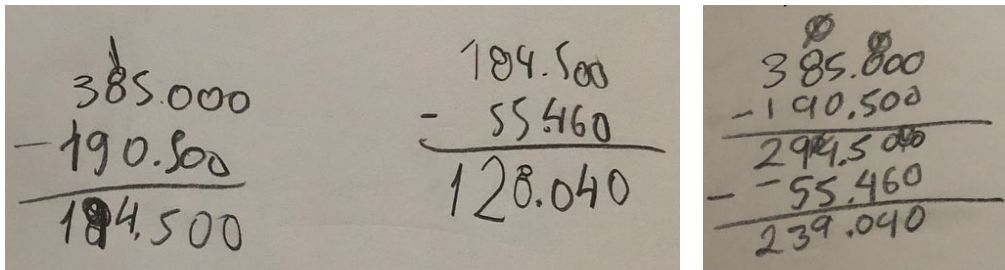


Εικόνα 17

Κάποιος πρόσθεσε 300 στον αριθμό, άλλος αφαίρεσε 100.000, άλλος πρόσθεσε 100.000 και ο τελευταίος πρόσθεσε 900.

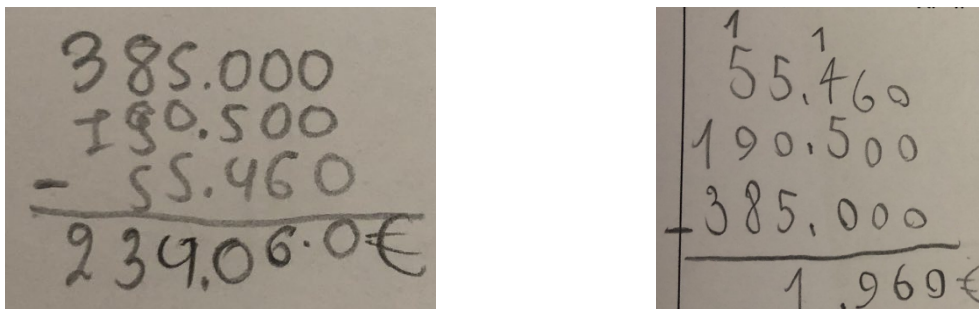
**Ερώτηση 8:** Η τελευταία αυτή ερώτηση περιλαμβάνει δύο προβλήματα. Το πρώτο αποτελεί πρόβλημα πιο σύνθετο με περισσότερες από μία πράξεις κυρίως αφαίρεσης και το δεύτερο πιο απλό με μία πράξη πρόσθεσης ακεραίων πολυψήφων.

Στο πρώτο πρόβλημα και οι πέντε μαθητές βρήκαν λανθασμένο αποτέλεσμα. Οι δύο σκέφτηκαν σωστά ότι πρέπει να γίνουν αφαιρέσεις αλλά έκαναν λάθος στα δανεικά και βρήκαν λανθασμένα αποτελέσματα. (Εικόνα 18)



Εικόνα 18

Οι δύο έκαναν λανθασμένα αφαίρεση από τρεις αριθμούς, γεγονός που δεν διέπεται από κάποιο κανόνα. (Εικόνα 19)



Εικόνα 19

Ο τελευταίος έκανε τελείως λάθος πράξεις, και φαίνεται ότι κατανόησε το πρόβλημα και τι πράξεις πρέπει να κάνει αλλά όχι τι αντιπροσωπεύουν οι αριθμοί που αναφέρονται. (Εικόνα 20)

Εικόνα 20

Στο δεύτερο πρόβλημα τέσσερις μαθητές το έλυσαν σωστά με έναν να κάνει λάθος πράξη. (Εικόνα 21)

Εικόνα 21

### 3.5 Αποτελέσματα 5<sup>ου</sup> Ερευνητικού Εργαλείου: Συνέντευξη με εστίαση στις λειτουργικότητες του Ψηφιακού Άβακα

Στο τελευταίο κομμάτι που αφορά τη συνέντευξη έγιναν στους συμμετέχοντες 16 ερωτήσεις που αφορούν τις λειτουργικότητες του Άβακα και την εμπειρία των μαθητών από τη χρήση του ψηφιακού εργαλείου. Ακολουθούν οι ερωτήσεις και παρουσιάζονται με σχεδιαγράμματα οι απαντήσεις.

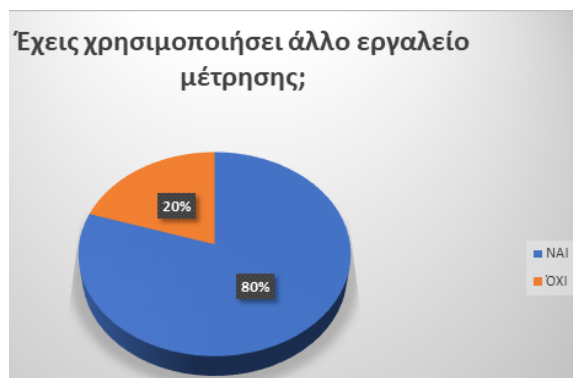
Το 80% των μαθητών δεν έχει ξαναδεί τον ψηφιακό Άβακα. Μόνο το 20%, δηλαδή ένας μαθητής, είχε πρότερη εμπειρία. Το 80% των μαθητών που απάντησε πώς έχει χρησιμοποιήσει αναφερόταν στη χρήση αριθμητηρίου σε μικρότερες τάξεις. (Εικόνα 22)

#### Ερώτηση 1

Έχεις χρησιμοποιήσει ξανά τον Άβακα;

#### Ερώτηση 2

Έχεις χρησιμοποιήσει άλλο εργαλείο μέτρησης (πχ αριθμητήριο ή χειραπτικό άβακα) ;



Εικόνα 22

Σε ερωτήσεις που αφορούσαν το αν ήταν εύκολο ή δύσκολο στη χρήση και συγκριτικά με το χαρτί φαίνονται τα παρακάτω. Η πλειοψηφία, το 80%, βρήκε το ψηφιακό Άβακα αρκετά εύκολο στη χρήση και το χειρισμό. (Εικόνα 23) Ένας μαθητής είπε χαρακτηριστικά:

*“Από το χρώμα και το σχέδιο και τον τροπο που είναι φτιαγμένο καταλαβαίνω τι πρέπει να κανω.”*

Το 60% των μαθητών που δυσκολεύτηκε στη χρήση του Άβακα ανέφερε ότι οι δυσκολίες αφορούσαν το δανεικό και το κρατούμενο και το να μην κανουν λαθη γιατί κάνουν τις αλλαγές χειροκίνητα. (Εικόνα 24)

Στην ερώτηση ως προς το αν ο Άβακας παρουσιάζει μεγαλύτερη δυσκολία σαν επιλογή για την επίλυση πράξεων, όλοι οι μαθητές απάντησαν θετικά. (Εικόνα 25)

**Ερώτηση 3**  
Σου φάνηκε εύκολο στη χρήση;



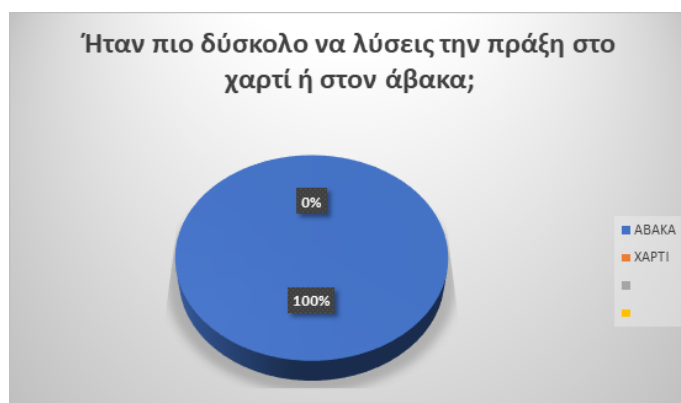
Εικόνα 23

**Ερώτηση 4**  
Σε δυσκόλεψε κάτι;



Εικόνα 24

**Ερώτηση 5**  
Ήταν πιο δύσκολο να λύσεις την πράξη στο χαρτί ή στον άβακα;



Εικόνα 25

Στις Ερωτήσεις 6, 7, 8, 9, 12, 13, και 16 ολοι οι μαθητές απαντούσαν θετικά. Οι ερωτήσεις αφορούν αν θα χρησιμοποιούσαν ξανά τον Άβακα σε ασκήσεις στα μαθηματικά μελλοντικά, αν θα ήθελαν να υπάρχει σαν διαθέσιμο εργαλείο στη σχολική τάξη, αν τους αρέσει που υπάρχει ένα τέτοιο εργαλείο για τα μαθηματικά, αν θα θέλανε να κάνουν ασκήσεις σε αυτό, στο σχολικό πλαίσιο και στο σπίτι.

Επίσης σε ερωτήσεις που αφορούσαν άλλες λειτουργικότητες του εργαλείου όπως την σταθερή αναφορά του ονόματος κάθε στήλης, τη δυναμική παρουσίαση με αριθμούς και γράμματα του αριθμού που φτιάχνει κάθε φορά ο χρήστης καθώς και τη δυνατότητα που υπάρχει να δημιουργήσει το δικό του πρόβλημα και να το μοιραστεί όλοι οι μαθητές ήταν θετικοί ανεξαιρέτως.

Στην ερώτηση 7, που αφορά στο αν θα ήταν ωραίο να υπάρχει το αντίστοιχο εργαλείο στην τάξη ένας μαθητής ανέφερε “ *ότι πρόβλημα και πράξη να έπρεπε να λύσω θα δοκίμαζα να το λύσω στον αβακα αλλά αν δεν μπορούσα θα δοκίμαζα ξανά στο χαρτί*”.

Ακόμα, στην Ερώτηση 13, που αφορούσε την επιπλέον λειτουργικότητα που διαθέτει ο ψηφιακός Άβακας της δυναμικής παρουσίασης αριθμών και λέξεων που αντιπροσωπεύουν το συνολικό αριθμό που δημιουργείται από το χρήστη κάθε φορά οι μαθητές έκαναν διάφορα σχόλια. Βρήκαν όλοι πολύ χρήσιμη την προσθήκη, ένας μαθητής συγκεκριμένα ανέφερε “ *Είναι πολύ σημαντικό που υπάρχει αυτό στον Άβακα γιατί για εμένα είναι σημαντικό να μάθω τις λέξεις πως γράφονται, να τις θυμάμαι!*” Άλλος προσθέτει “ *Με βοηθούσε να θυμάμαι τις λέξεις να τις γραφω πιο σωστά στην άσκηση. Δεν θυμόμουν να τις γράψω όλες σωστά. Το πρόβλημα ήταν ότι εγώ δεν το είδα καν. Και έγραψα στις ασκησεις ότι νόμιζα. Τους βοηθάει όλους τους κωφούς σίγουρα.*”

Στην ερώτηση, που αφορά τον αριθμό των ανώτατων πούλιων σε κάθε στηλη που είναι 9 γιατί είναι αυτός και για ποιο λόγο συμβαίνει στο εργαλείο οι μαθητές κατά 60% ανέφεραν ότι βοηθάει στο να μην ξεχνάνε το κρατούμενο ή το δανεικό στην πρόσθεση και αφαίρεση αντίστοιχα. Επιπρόσθετα, ένας μαθητής θεώρησε ότι έχει ρυθμιστεί έτσι το εργαλείο και δεν υπήρχε κάποιος συγκεκριμένος λόγος. Σε ερώτηση του εκπαιδευτικού γιατί γίνεται αυτό επέμενε ότι απλά γίνεται και ότι οι ασκήσεις μας και τα εργαλεία μας δίνουν δεδομένα και εμείς τα λύνουμε. (Εικόνα 26)

### Ερώτηση 10

*Γιατί πιστεύεις ότι τα πούλια έφταναν μέχρι το 9; Τι δείχνει αυτό;*

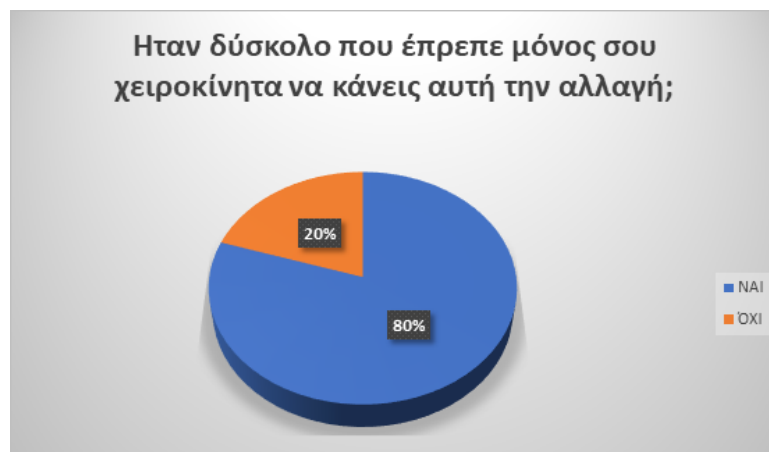


*Εικόνα 26*

Οι περισσότεροι μαθητές απάντησαν θετικά, το 80%, ότι πράγματι δυσκολεύτηκαν με τη χειροκίνητη αλλαγή κυρίως να μην χάσουν το μέτρημα και τους λείπει κάποια μονάδα στο τέλος. (Εικόνα 27)

*Ερωτηση 11*

*Ηταν δύσκολο που έπρεπε μόνος σου χειροκίνητα να κάνεις αυτή την αλλαγή;*

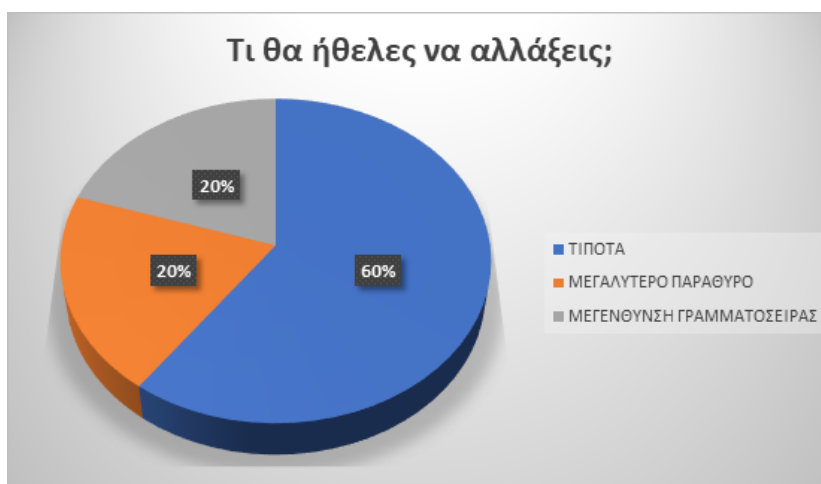


*Εικόνα 27*

Στην ερώτηση, που αφορά τις αλλαγές που προτείνουν, το 40% των μαθητών έκανε προτάσεις η οποίες αφορούν την επιλογή στο μέγεθος της γραμματοσειράς και γενικά σαν αυτόματη επιλογή τα γράμματα να είναι μεγαλύτερα. Ένας ακόμη μαθητής ανέφερε την αξία του μεγάλου παραθύρου και να μην πιάνει τη μισή οθόνη το εργαλείο

αλλά να μπορεί να τη μεγαλώνει και να τη μικραίνει ο ίδιος για μεγαλύτερη ευκολία. (Εικόνα 28)

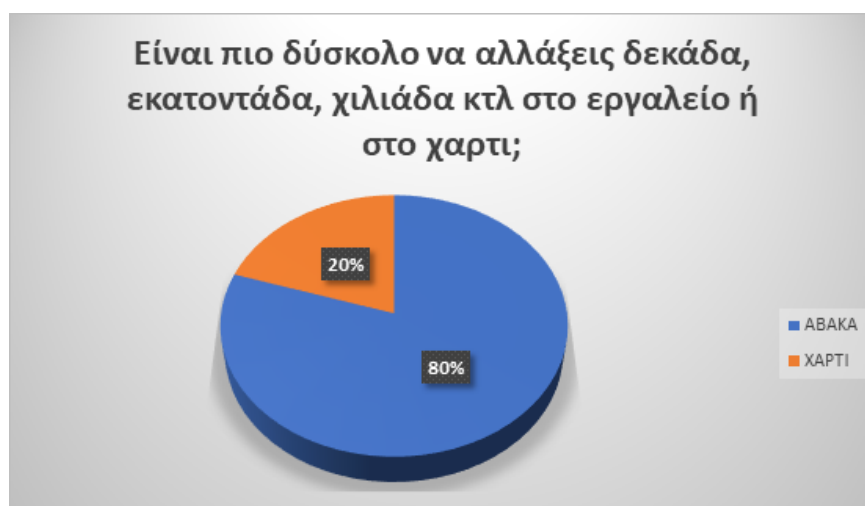
*Ερώτηση 14  
Τι δεν σου αρεσε; Τι θα ήθελες να αλλάξεις;*



Εικόνα 28

Τέλος, στην ερώτηση που αφορά τη σύγκριση ως προς τη δυσκολία στην αλλαγή δεκάδας, εκατοντάδας, χιλιάδας, κτλ μεταξύ του Άβακα και της επίλυσης στο χαρτί το 80% των μαθητών δυσκολεύτηκε ιδιαίτερα στον Άβακα. Ένας μαθητής ανέφερε “Νομίζω το να λύνω ασκήσεις στο χαρτί είναι πιο εύκολο γιατί το έχω συνηθίσει. Ο Άβακας είναι καινούργιος.” (Εικόνα 29)

*Ερώτηση 15  
Είναι πιο δύσκολο να αλλάξεις δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα κτλ στο εργαλείο ή στο χαρτί;*



Εικόνα 29

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Στη συζήτηση θα αναλυθούν σε βάθος τα ευρήματα από τα ερευνητικά εργαλεία και θα γίνουν διάφορες συσχετίσεις και συγκρίσεις.

Ως προς το 1<sup>ο</sup> και 4<sup>ο</sup> ερευνητικά εργαλεία, που μελετούν την προϋπάρχουσα γνώση πριν την παρέμβαση και την αποκτηθείσα μετά την παρέμβαση ακολουθούν κάποια συμπεράσματα.

### 4.1 Συμπεράσματα αξιολόγησης προϋπάρχουσας γνώσης

Οι μαθητές στην πρώτη αξιολόγηση που έλαβε χώρα συμπλήρωσαν ασκήσεις που αφορούν την μέχρι τώρα κατανόησή τους στη θεσιακή αξία των ψηφίων του αριθμού. Φαίνεται δύο τουλάχιστον από αυτούς κάνουν λάθη στην απόδοση των αριθμών στην ΕΝΓ, μπερδεύοντας της αξία τους. Μεγαλύτερο πρόβλημα φαίνεται να εντοπίζεται σε άσκηση που αφορά την μετατροπή γραπτών λέξεων σε αριθμούς, που τρεις από τους συμμετέχοντες οδηγήθηκαν σε λανθασμένες απαντήσεις.

Ο Shaira (2007) είχε αναφέρει πως συχνά το επίπεδο κατανόησης γραπτού κειμένου μέσω της ανάγνωσης των παιδιών με προβλήματα ακοής δεν ξεπερνάει αυτό της τετάρτης τάξης στα μαθηματικά και αν το συνδυάσουμε με την άποψη των Nunes & Bryant (2008) ότι τα κωφά παιδιά στα μαθηματικά είναι 3 με 5 χρόνια περίπου πίσω από τους αντίστοιχους συνομηλίκους τους δικαιολογείται η δυσκολία στην κατανόηση

γραπτών οδηγιών και στοιχείων των ασκήσεων που ζητούνται στα μαθηματικά, όπως η μετατροπή γραπτών λέξεων σε αριθμούς.

Η απόδοσή τους ήταν πολύ καλύτερη σε ασκήσεις που αφορούσαν την ανάλυση των αριθμών με όλους τους μαθητές να μην κάνουν λάθη. Φαίνεται να έχει κατακτηθεί ένα από τα δύο απαραίτητα στοιχεία για την βαθύτερη κατανόηση της αξίας θέσης ψηφίου που αποτελεί την ανάλυση των αριθμών σε μονάδες διαφόρων τάξεων με διάφορους τρόπους σύμφωνα με τον Baturo (2000).

Στις ασκήσεις κάθετων προσθέσεων και αφαιρέσεων ενώ τοποθετούσαν σωστά τους αριθμούς, ως προς την αξία τους για να κάνουν τις αντιστοιχες πράξεις γεγονός που επιβεβαιώνει την Fuson (1990) ότι προφανώς τα παιδιά δεν έχουν διδαχθεί την πρόσθεση και την αφαίρεση πολυψήφιων αριθμών ως μία σειριακή διαδικασία πρόσθεσης και αφαίρεσης ψηφίων σε συγκεκριμένες θέσεις αριθμών αλλά έχουν αποκτήσει μια πιο ουσιαστική γνώση.

Σύμφωνα με τους Lean, Clements & Del Campo (1990) μαθητές με προβλήματα ακοής τρίτης, τεταρτης και πεμπτης δημοτικού έχουν λιγότερες δυσκολίες στην επίλυση προσθέσεων. Φαίνεται και στη συγκεκριμένη αξιολόγηση ότι οι μαθητές του δείγματος στις κάθετες πράξεις κατάφεραν να λύσουν σωστά μόνο τις προσθέσεις. Στις αφαιρέσεις έγιναν πολλά λάθη που αφορούσαν κυρίως λανθασμένο χειρισμό στο δανεικό ή παντελής παρουσία του, γεγονός που αποτελεί συνηθισμένο λάθος σύμφωνα με τους Chan, Au & Tang (2014) αλλά και στο λανθασμένο διαχωρισμό αφαιρετέου με αφαιρέτη.

Σε άσκηση όπου αναφέρονταν αριθμοί και κεφαλαία γράμματα των αξιών θέσης και έπρεπε να μετατραπούν σε αριθμό, εντοπίστηκαν αρκετά λάθη πιθανόν γιατί κάποιοι μαθητές αδυνατούσαν να φέρουν στην μνήμη τους ποια λέξη και ουσιαστικά ποια αξία αντιπροσωπεύει τα αντιστοιχα ψηφία στον αριθμό. Υπάρχει πληθώρα ερευνητών όπως οι Gregory (1998), Barham & Bishop (1991) και Serrano Pau (1995) που αναφέρεται στο πόσο το συνολικό χαμηλότερο επίπεδο γλωσσικής ανάπτυξης των παιδιών με προβλήματα ακοής αποτελεί και ένα από τα βασικότερα εμπόδια στην επίλυση προβλημάτων και απαντήσεις σε ασκήσεις και ερωτήματα που είναι γραπτά. Οι μαθητές του δείγματος φαίνεται να έχουν εξαιρετικά χαμηλες επιδόσεις σε αυτή την άσκηση καθώς και παραπάνω σε αυτή με τη μετατροπή γραπτών λέξεων σε αριθμούς.

Συνεχίζοντας με το χαμηλό αναγνωστικό υπόβαθρο, στα προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης που ακολούθησαν αν και φαίνεται οι περισσότεροι μαθητές να έλυσαν σωστά τα προβλήματα της πρόσθεσης, ένας δεν καταλαβε πιθανόν τι ζητούσε το πρόβλημα διαβάζοντάς το και έκανε αφαίρεση. Σε πρόβλημα που περιείχε αφαιρέσεις για να απαντηθούν τα ζητούμενα, οι περισσότεροι μαθητές έκαναν προσπάθειες αφαίρεσης τριών ποσοτήτων ταυτόχρονα ενώ ένας αντιμετώπισε δυσκολίες με το δανεικό και βρήκε λάθος διαφορά. Ο μαθητής που έκανε λάθος πράξη στο πρόβλημα της πρόσθεσης φαίνεται να κατανόησε τα δεδομένα του συγκεκριμένου προβλήματος και έκανε τις σωστές πράξεις βρίσκοντας τα σωστά αποτελέσματα.

## **4.2 Σύγκριση πρότερης και μετεπειτα αξιολόγησης από την διδακτική παρέμβαση ανα μελέτη περίπτωσης μαθητή**

### **4.2.1 Μαθητής 1**

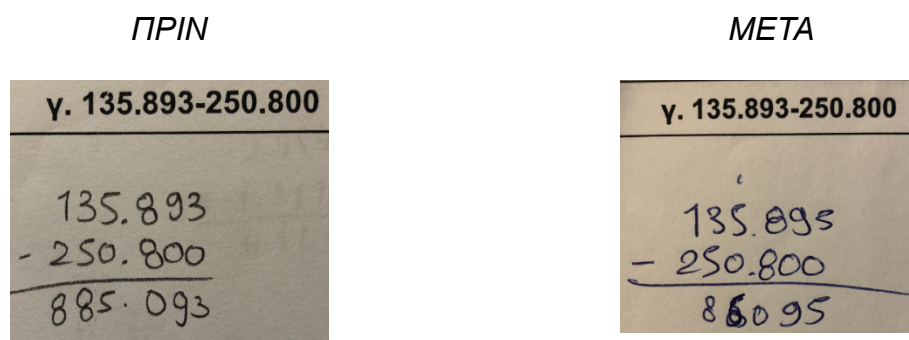
Ο Μαθητής 1 φαίνεται ότι μετά την ενασχόλησή του με το ψηφιακό εργαλείο κατά την παρέμβαση διόρθωσε λάθη στις ασκήσεις που αφορούσαν την ονομασία αριθμών στη ΕΝΓ και τη μετατροπή των γραπτών λέξεων σε αριθμούς. Στην άσκηση που



ονόμαζε αριθμούς στην ΕΝΓ είχε κάνει λάθη μπερδεύοντας το 63.712 ως 603.712 και το 99.099 σε 909.099. Αυτή η διαχείριση του 0 όπου καταλαμβάνει αξία αλλά φαίνεται συχνά να μην λαμβάνεται υπόψη αναφέρεται από πολλούς ερευνητές. (Orton, 20024) Συχνά φταίει και το γεγονός ότι συχνά το μηδέν διδάσκεται ως "τιποτα" χωρίς να έχει δηλαδή κάποια αξία. (Αγαλιώτης, 1997) Στην μεταγενέστερη αξιολόγησή του δεν προέβει σε κανένα τέτοιο λάθος.

Συγκριτικά με την πρώτη αξιολόγηση στην άσκηση με τη μετατροπή γραπτών λέξεων σε αριθμούς, η οποία είχε ακριβώς τους ίδιους αριθμούς με την προηγούμενη αξιολόγηση, διόρθωσε δύο πχ το 583.002 που το είχε γραψει ως 58.302 και το 12.010 που το είχε γραψει ως 1.010.

Ενδιαφέρον έχουν οι απαντήσεις του στην άσκηση που αφορά στην επίλυση κάθετων προσθέσεων και αφαιρέσεων που έβαλε σε σωστή θέση και βρηκε σωστό άθροισμα στις προσθέσεις (Noorian, Maleki Abolhassani, 2013), στις αφαιρέσεις όμως και στην πρώτη και στη δεύτερη αξιολόγηση δεν σκέφτηκε ότι ο μεγαλύτερος αριθμός είναι ο αφαιρετέος και πρέπει να μπει πρώτος και αφαίρεσε από τον αφαιρέτη, γιατί έτσι το έδινε και η άσκηση. (Εικόνα 30)



Εικόνα 30

Στην άσκηση που αφορούσε την μετατροπή από αριθμούς με κεφαλαία γράμματα που αντιστοιχούν σε λέξεις της αξίας θέσης ψηφίων φαίνεται ότι δεν την κατανόησε καθόλου και τα έκανε όλα λάθος, ουσιαστικά έγραφε τους αριθμούς χωρίς να κατανοήσει ποια θέση έχουν, πιθανώς επειδή δεν θυμόταν τι σημαίνουν τα αρχικά των λέξεων.

Στην επόμενη άσκηση που αφορούσε στο να γίνουν προσθέσεις και αφαιρέσεις σε αριθμό που δινόταν σε διαφορετικές θέσεις αξίας ο μαθητής δεν πρόσεξε ή δεν κατάλαβε τις γραπτές οδηγίες ώστε να προσθέσει ή να αφαιρέσει ανά περίπτωση με αποτέλεσμα να κάνει μόνο προσθέσεις παντού στη πρώτη αξιολόγηση, κάτι που διόρθωσε στην επόμενη αξιολόγηση όμως έβρισκε πάλι λάθος αποτελέσματα ειδικά εκεί που έπρεπε να διαχειριστεί δανεικό.

Στην τελευταία άσκηση που αφορούσε τα προβλήματα σε αυτά της πρόσθεσης τα απάντησε σωστά και στις δύο αξιολογήσεις. Στα προβλήματα όμως που περιείχαν παραπάνω από μία πράξεις και εστίαζαν κυρίως στην αφαίρεση στην αξιολογηση πριν την παρέμβαση κινήθηκε λάθος προσπαθώντας να κάνει αφαίρεση τριών αριθμών, (Εικόνα 31) ενώ στην αξιολόγηση μετά ακολούθησε σωστή λογική επιλέγοντας τις σωστές πράξεις χωρίς όμως να φτάσει στο σωστό αποτέλεσμα γιατί έκανε λάθη στα δανεικά. (Εικόνα 32)

$$\begin{array}{r}
 200.000 \\
 82.934 \\
 + 69.500 \\
 \hline
 352.434
 \end{array}$$

Εικόνα 31

$$\begin{array}{r}
 385.000 \\
 - 190.500 \\
 \hline
 194.500
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 184.500 \\
 - 55.460 \\
 \hline
 128.040
 \end{array}$$

Εικόνα 32

Συμπερασματικά, μετά τη χρήση και την αλληλεπίδρασή του με τον ψηφιακό Άβακα και της γενικευσης των πληροφοριών που έλαβε ως προς την επίλυση ασκήσεων στο χαρτί φαίνεται να διόρθωσε λάθη που έκανε στη μεταφορά αριθμών στην ΕΝΓ αλλά και στη μεταφορά τους από γραπτό κείμενο σε αριθμό. Επίσης, πολύ σημαντικό είναι το γεγονός ότι στο πρόβλημα των αφαιρέσεων, κατανόησε τα ζητούμενα, ακολούθησε στην μετέπειτα αξιολόγηση σωστή λογική και διόρθωσε τις αφαιρέσεις κάνοντάς τες ανά δύο αριθμούς και όχι σε τρεις όπως στην πρώτη αξιολόγηση.

Τα κυριότερα λάθη που παρέμειναν αφορούν τη δυσκολία του μαθητή στο να θυμάται και να κατανοεί γραπτό κείμενο και ειδικό λεξιλόγιο που αφορά μαθηματικές έννοιες με αποτέλεσμα να προβαίνει σε τελείως λανθασμένα συμπεράσματα και πράξεις. (Gregory, 1998) (Serrano Pau, 1995) (Kidd & Lamb, 1993) Knight & Swanwick, 1999) (Hillegist & Epstein, 1989) (Lewis, 2006)

#### 4.2.2 Μαθητής 2

Ο Μαθητής 2 στις πρώτες τέσσερις δραστηριότητες είχε κοινή πορεία και τις απάντησε σωστά και πριν την παρέμβαση και μετά. Ένα στοιχείο που αξίζει να αναφερθεί είναι ότι όταν χρειαζόταν να γράψει σε συγκεκριμένη θέση αξίας στον αριθμό το μηδέν, παρόλο που κατανοούσε τη θέση που έχει στον αριθμό δεν το έβαζε, σαν να μην χρειάζεται να δηλωθεί, γεγονός που επιβεβαιώνει για ακόμη μια φορά τα λάθη της διδασκαλίας στα οποία υποπέφτουν συχνά οι εκπαιδευτικοί στην προσπάθειά τους να διδάξουν το μηδέν, προωθώντας ότι αντικατοπτρίζει την έννοια του “τίποτα”, του “καθόλου”. (Αγαλιώτης, 1997) (Εικόνα 33)

α. 894  $\frac{800}{\quad} + \frac{90}{\quad} + \frac{4}{\quad}$   
 β. 34  $\frac{30}{\quad} + \frac{4}{\quad}$   
 γ. 5.708  $\frac{5.000}{\quad} + \frac{700}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{8}{\quad}$   
 δ. 54.376  $\frac{50.000}{\quad} + \frac{4000}{\quad} + \frac{300}{\quad} + \frac{70}{\quad} + \frac{6}{\quad}$   
 ε. 358.230  $\frac{300.000}{\quad} + \frac{50.000}{\quad} + \frac{8000}{\quad} + \frac{200}{\quad} + \frac{30}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$

4	6	0.	3	2	1
↓	↓	↓	↓	↓	↓
400.000					
.....					
60.000					
.....					
300					
.....					
30					
.....					
20					
.....					
1					
.....					

Εικόνα 33

Επιπρόσθετα, στην άσκηση που αφορά τις κάθετες προσθέσεις και αφαιρέσεις, κατάφερε τις προσθέσεις πολύ εύκολο όμως σταθερά και πριν και μετά έκανε λάθη στα δανεικά των αφαιρέσεων με αποτέλεσμα να βρῖσκει λανθασμένη τη διαφορά. Έκανε σχεδόν τα ίδια λάθη και πριν και μετά, μιας και οι αριθμοί που δόθηκαν στις εκάστοτε αξιολογήσεις ήταν οι ίδιοι. (Εικόνα 34)

ΠΡΙΝ

ΜΕΤΑ

**γ. 135.893-250.800**

---

250.800
- 135.893
115.917

**γ. 135.893-250.800**

---

250.800
- 135.893
114.917

**δ. 12.478-4.999**

---

12.478
- 4.999
7.589

**δ. 12.478-4.999**

---

12.478
- 4.999
7.589

Εικόνα 34

Την ίδια πορεία σε λάθη, που αφορούν κυρίως το δανεικό έχει και στην άσκηση με τα προβλήματα όπου λύνει σωστά τα προβλήματα με τις προσθέσεις, όμως ενώ επιλέγει σωστά τις αφαιρέσεις και ακολουθεί σωστή λογική κάνει λάθος στα αποτελέσματα και πριν και μετά λόγω αδυναμίας διαχείρισης του δανεικού. (Εικόνα 35)

του έμειναν;

$$\begin{array}{r} 82.934 \\ - 69.500 \\ \hline 13.434 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 200.000 \\ - 82.934 \\ \hline 117.066 \\ - 69.500 \\ \hline 48.666 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 385.000 \\ - 140.500 \\ \hline 244.500 \\ - 55.460 \\ \hline 239.040 \end{array}$$

Εικόνα 35

Συμπερασματικά, μετά τη χρήση και την αλληλεπίδρασή του με τον ψηφιακό Άβακα και της γενικευσης των πληροφοριών που έλαβε ως προς την επίλυση ασκήσεων στο χαρτί δεν φαίνεται να διόρθωσε ζητήματα που αντιμετώπισε πριν όσο αφορά το σωστό δανεισμό στην δεύτερη αξιολόγηση.

### 4.2.3 Μαθητής 3

Ο Μαθητής 3 φαίνεται να αντιμετώπισε μεγάλη δυσκολία στην άσκηση που αφορούσε τη μετατροπή των γραπτών λέξεων σε αριθμούς. Πρόσθετε συχνά μηδενικά χωρίς να χρειάζεται ή άλλαζε τη θέση αξίας των αριθμών. Η εικόνα ήταν ίδια και στην πρώτη και στη δεύτερη αξιολόγηση. Η άσκηση αυτή συνδέεται με την άσκηση που παρουσιάζει αριθμούς συνδυαστικά με κεφαλαία γράμματα που παρουσιάζουν τις αξίες θέσης των ψηφίων μέσα στον αριθμό (πχ 4 EX) που ο μαθητής πάλι είχε χαμηλές αποδόσεις και πριν και μετά σταθερά, πιθανώς επειδή δεν θυμόταν ποια λέξη αντιστοιχεί στο κεφαλαίο που δηλωνε την θέση και την αξία των ψηφίων στον εκάστοτε αριθμό. Και αυτή η περίπτωση δηλωνει καθαρά τη δυσκολία που αντιμετωπίζουν μαθητές στην κατανόηση της θεσιακής αξίας, τοποθετώντας μηδενικά που καταλαμβάνουν θέσεις αξίας στον αριθμό αλλά οι μαθητές δεν αντιλαμβάνονται την αξία αυτή. (Orton, 2004)

Στην άσκηση με τις κάθετες πράξεις, παρόλο που κινήθηκε σωστά στις προσθέσεις, στις αφαιρέσεις στην πρώτη αξιολόγηση είχε χρησιμοποιήσει λάθος τα δανεικά και είχε βρει λανθασμένα αποτελέσματα κάτι που έγινε μόνο σε μία από τις δύο στην δεύτερη αξιολόγηση του. (Εικόνα 36)

ΠΡΙΝ

ΜΕΤΑ

$$\begin{array}{r} \gamma. \ 135.893-250.800 \\ \hline 250.800 \\ -135.893 \\ \hline 115.007 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \gamma. \ 135.893-250.800 \\ \hline 250.800 \\ -135.893 \\ \hline 115.007 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \delta. \ 12.478-4.999 \\ \hline 12.478 \\ -4.999 \\ \hline 7.479 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \delta. \ 12.478-4.999 \\ \hline 12.478 \\ -4.999 \\ \hline 7.479 \end{array}$$

Εικόνα 36

Τέλος, στα προβλήματα που παρουσίαζαν αφαιρέσεις, φαίνεται να καταλαβε ότι πρέπει να αφαιρέσει όμως και πριν και μετά προσπαθούσε να αφαιρέσει τρεις αριθμούς μεταξύ τους.

Συμπερασματικά, μετά τη χρήση και την αλληλεπίδρασή του με τον ψηφιακό Άβακα και της γενικευσης των πληροφοριών που έλαβε ως προς την επίλυση ασκήσεων στο χαρτί ο μαθητής φαίνεται να άρχισε να προσέχει περισσότερο το δανεικό, παρόλο που έγιναν και παρόμοια λάθη, αλλά δεν φαίνεται να κατανόησε ότι δεν μπορεί να αφαιρεθεί ποσότητα από 2 αφαιρετέους ή ταυτόχρονα να έχουμε δύο αφαιρέτες.

#### 4.2.4 Μαθητής 4

Ο Μαθητής 4 φαίνεται να διόρθωσε πολλά λάθη που έκανε στην πρώτη αξιολόγηση. Αυτά αφορούν σε ασκήσεις που έπρεπε να μεταφέρει τους αριθμούς στην ΕΝΓ, στις κάθετες πράξεις πρόσθεσης και αφαίρεσης, στην άσκηση μεταφοράς αριθμών με γραπτά κεφαλαία γράμματα που ορίζουν τη θέση αξίας του ψηφίου που ορίζει ο αριθμός καθώς και στις μετατροπές του ίδιου αριθμού που αφορούσαν νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις αριθμών. (Εικόνα 37)

ΠΡΙΝ

ΜΕΤΑ

Κάθετες προσθέσεις και αφαιρέσεις

**β. 15.892+458.900**

$$\begin{array}{r} 15.892 \\ +458.900 \\ \hline 474.892 \end{array}$$

**β. 15.892+458.900**

$$\begin{array}{r} 15.892 \\ +458.900 \\ \hline 464.792 \end{array}$$

**γ. 135.893-250.800**

$$\begin{array}{r} 250.800 \\ -135.893 \\ \hline 114.307 \end{array}$$

**γ. 135.893-250.800**

$$\begin{array}{r} 250.800 \\ -135.893 \\ \hline 114.907 \end{array}$$

**δ. 12.478-4.999**

$$\begin{array}{r} 12.478 \\ -4.999 \\ \hline 7.479 \end{array}$$

**δ. 12.478-4.999**

$$\begin{array}{r} 12.478 \\ -4.999 \\ \hline 7.479 \end{array}$$

Άσκηση μεταφοράς αριθμών με γραπτά κεφαλαία γράμματα

α. 4 ΔΕ 3 ΜΕ 2ΔΧ 9Δ 7Μ	43.020.097
β. 6 ΕΧ 5 ΜΧ 6Δ	600.500.060
γ. 6 ΕΕ 5 ΜΕ 9ΔΧ 4 Ε	600.005.090.400
δ. 3 ΔΧ 7 Δ 4 Μ	300.074

α. 6 ΔΕ 9 ΜΕ 1 ΔΧ 4 Δ 9 Μ	69.100.049
β. 8 ΕΧ 2 ΜΧ 1 Δ	802.010
γ. 6 ΕΕ 5 ΜΕ 8 ΔΧ 8 Ε	605.080.800
δ. 7 ΔΧ 6 Δ 2 Μ	70.062

Εικόνα 37

Στα προβλήματα της αξιολόγησης ο μαθητής παρουσίασε αρκετές δυσκολίες που αφορούσαν και τα προβλήματα της πρόσθεσης αλλά και της αφαίρεσης. Στην πρώτη αξιολόγηση έκανε λάθος πράξη στο απλό πρόβλημα πρόσθεσης δύο αριθμών που δίνονται στο πρόβλημα με τη μορφή αριθμών κάτι το οποίο συνέχισε λανθασμένα και στη δεύτερη αξιολόγηση. (Εικόνα 38) Η δυσκολία του μαθητή στο να βρει τη σωστή πράξη στο πρόβλημα έγκειται στο γεγονός ότι πιθανώς δεν κατανόησε το γραπτό πρόβλημα και τους μαθηματικούς όρους που περιείχε όπως το περισσότερα. (Kidd & Lamb, 1993; Knight & Swanwick, 1999; Gregory, 1998; Serrano Pau, 1995; Hillegist & Epstein, 1989; Lewis, 2006)

ΠΡΙΝ

ΜΕΤΑ

$$\begin{array}{r} 2.954 \\ - 1.211 \\ \hline 1.743 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8.592 \\ - 2.505 \\ \hline 6.087 \end{array}$$

Εικόνα 38

Ακόμα, στα προβλήματα της αφαίρεσης ενώ στην πρώτη αξιολόγηση έλυσε σωστά το πρόβλημα, έκανε τις απαραίτητες πράξεις στη δεύτερη αξιολόγηση έκανε πολλές πράξεις με λανθασμένους αριθμούς. Φαίνεται ότι δεν συνέδεσε τους αριθμούς που χρησιμοποίησε ως προς το τι αντιπροσωπεύουν και ποια ζητούμενα εξυπηρετούν. (Εικόνα 39)

ΠΡΙΝ

ΜΕΤΑ

$$\begin{array}{r} 200.000 \\ - 82.934 \\ \hline 117.066 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 117.066 \\ - 69.500 \\ \hline 47.566 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 385.000 \\ - 190.500 \\ \hline 194.500 \\ - 55.460 \\ \hline 139.040 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 385.000 \\ - 38.500 \\ \hline 346.500 \\ - 190.500 \\ \hline 156.000 \end{array}$$

Εικόνα 39

Συμπερασματικά, μετά τη χρήση και την αλληλεπίδρασή του με τον ψηφιακό Άβακα και της γενικευσης των πληροφοριών που έλαβε ως προς την επίλυση ασκήσεων στο χαρτί ο μαθητής διόρθωσε πολλά λάθη που έκανε στην πρώτη αξιολόγηση σε διάφορους τομείς, γραπτές λέξεις, απόδοση αριθμών σε ΕΝΓ, νοερές προσθέσεις και αφαιρέσεις σε αριθμό και κάθετες προσθέσεις και αφαιρέσεις. Φαίνεται λοιπόν ότι η οπτικοποίηση των δεδομένων και η χρήση του ψηφιακού Άβακα για να λύσει προσθέσεις και αφαιρέσεις τον βοήθησε στο να κατανοήσει καλύτερα την αξία που έχει η θέση των ψηφίων στον αριθμό και να μειώσει τα λάθη.

Το γεγονός ότι στα προβλήματα υπήρχε μεγάλη σύγχυση για το μαθητή έχει να κάνει πιθανώς με το ότι δεν κατανόησε τα ζητούμενα για να φτάσει στη λύση, διάλεξε λάθος πράξη και δεν έκανε σωστές εκτιμήσεις στα αποτελέσματα, προμαθηματική έννοια που θα έπρεπε να είχε κατακτηθεί κατά ένα βαθμό πριν φτάσει στη σχολική ηλικία κατά τον Rogers (2014).

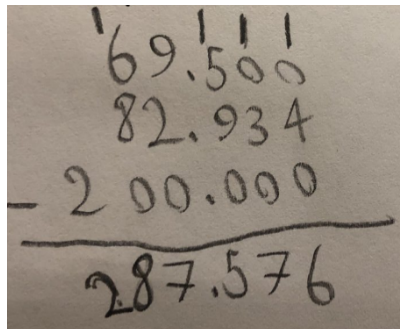
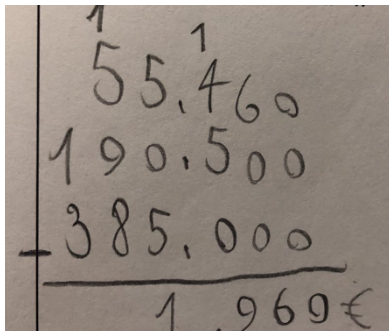
Στην πρώτη αξιολόγηση στο πρόβλημα αφαίρεσης εφόσον το κατάλαβε το έλυσε σωστά το οποίο περιλάμβανε δύο πράξεις και πιο σύνθετη σκέψη ενώ στο πρόβλημα της πρόσθεσης που ήταν πολύ απλό διάλεξε λάθος πράξη. Υπάρχει πιθανότητα να μπερδεύτηκε με τη χρήση των συμβόλων και αντί για + να εβαλε το - και να συνέχισε απλά την αφαίρεση χωρίς να εξετάσει αν ζητάει αυτό το πρόβλημα, λάθος που συχνά κάνουν τα παιδιά με προβλήματα ακοής σύμφωνα με τους Rusyani, Putra et al (2021c) Επίσης στην δεύτερη αξιολόγηση έκανε πάλι αφαίρεση στο πρόβλημα της πρόσθεσης και τελείως λάθος πράξεις στο πιο σύνθετο πρόβλημα. Φαίνεται να χρειάζεται πιο

ξεκάθαρη επεξήγηση και καθοδήγηση των ζητούμενων για να φτάσει στη λύση και δεν φαίνεται να αντιμετωπίζει προβλήματα με τη θέση αξίας των ψηφίων του αριθμού όταν λύνει προβλήματα και κάνει πράξεις.

#### 4.2.5 Μαθητής 5

Ο Μαθητής αυτός φαίνεται να έχει κοινή πορεία στην πρώτη και στη δεύτερη αξιολόγηση με κοινά λάθη. Τα λάθη αυτά εντοπίζονται στις κάθετες αφαιρέσεις όπου και πριν και μετά δεν σκέφτεται ποιος είναι ο αφαιρετέος και τοποθετεί ανάποδα τους αριθμούς (ακολουθεί τον τρόπο που δίνονται στις ασκήσεις), καθώς και στα προβλήματα αφαιρέσεων που και πριν και μετά κατανοεί ότι πρέπει να γίνει αφαίρεση μεταξύ των ποσοτήτων αλλά επιλέγει να κάνει αφαίρεση μεταξύ τριών αριθμών. (Εικόνα 40)

Το γεγονός ότι μάλλον κάνει τις πράξεις όπως αυτές δίνονται στην εκφώνηση χωρίς να βάζει τη δική του κριτική ικανότητα δείχνει την απουσία κατανόησης βασικών μαθηματικών κανόνων που μπορεί να προκύπτουν από την εκπαίδευση που έχει λάβει μέχρι τώρα μέσω της ΕΝΓ και της ποιότητας της ΕΝΓ που κατείχε ο εκπαιδευτικός που μέχρι τώρα του μετέφερε τη γνώση. Πολύ πιθανόν να μην του ταίριαζε ή να μην την κατανοούσε. (Delgado, 2007; Serrano Pau, 1995)

ΠΡΙΝ	ΜΕΤΑ
	

Εικόνα 40

Συμπερασματικά, μετά τη χρήση και την αλληλεπίδρασή του με τον ψηφιακό Άβακα και της γενικευσης των πληροφοριών που έλαβε ως προς την επίλυση ασκήσεων στο χαρτί ο μαθητής φαίνεται να αντιμετωπίζει τις ίδιες δυσκολίες κατανόησης της σωστής δομής της πράξης της αφαίρεσης, ανάμεσα σε αφαιρετέο και αφαιρέτη και αφαιρετέο μεγαλύτερο από τον αφαιρέτη.

#### 4.3 Αποτελέσματα σύγκρισης απόδοσης των μαθητών στον ψηφιακό Άβακα και του αλγόριθμου στο φύλλο εργασίας.

Ως προς τη χρήση του ψηφιακού άβακα ακολουθούν συμπεράσματα σύγκρισης της απόδοσης των μαθητών στον ψηφιακό άβακα και στο γραπτό φύλλο εργασίας.

Οι μαθητές κληθήκαν να λύσουν ασκήσεις και στο χαρτί γράφοντας τους αλγόριθμους όπως παραδοσιακά έχουν διδαχθεί μπήκαν όμως και στη διαδικασία να χρησιμοποιήσουν και το ψηφιακό Άβακα για να κάνουν αντίστοιχες πράξεις πρόσθεσης



και αφαίρεσης στο περιβάλλον εργασίας του που είναι καινούριο για αυτούς και εντελώς διαφορετικό μιας και οπτικοποιεί αυτόματα και άμεσα οποιαδήποτε αλλαγή γίνεται από τους ίδιους.

Ακολουθεί πίνακας που δείχνει τις επιτυχημένες και μη προσπάθειες των μαθητών να λύσουν προσθέσεις και αφαιρέσεις στο ψηφιακό Άβακα και στο χαρτί. (Πίνακας 7)

Πίνακας 7: Επιτυχημένες και μη προσπάθειες επίλυσης δραστηριοτήτων παρέμβασης στον ψηφιακό άβακα

	ΧΡΗΣΗ ΑΒΑΚΑ				ΧΡΗΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΣΤΟ ΧΑΡΤΙ (2η Αξιολόγηση)			
	ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ		ΑΦΑΙΡΕΣΕΙΣ		ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ		ΑΦΑΙΡΕΣΕΙΣ	
	Προβλ 1	Προβλ 2	Προβλ 1	Προβλ 2	Ασκ	Προβλ	Ασκ	Προβλ
ΜΑΘ. 1	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
ΜΑΘ. 2	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ
ΜΑΘ. 3	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ
ΜΑΘ. 4	ΟΧΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ
ΜΑΘ. 5	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΟΧΙ	ΟΧΙ

Ο Μαθητής 1 φαίνεται στο εργαλείο να είχε κοινή θετική απόδοση όπως στο χαρτί, όμως στις αφαιρέσεις ο ψηφιακός Άβακας τον βοήθησε να διαχειριστεί πιο εύκολα το δανεικό και να βρει και τη μία διαφορά σωστή συγκριτικά με το πρόβλημα που είχε δύο αφαιρέσεις και έκανε λάθος στα δανεικά. Φαίνεται πως όπως και στους Rusyani, Putra, et al (2021c) όπου η εφαρμογή ασκήσεων και δραστηριοτήτων που περιλαμβάνουν χειραπτικό άβακα μπορεί να βοηθήσει μαθητές της β τάξης με προβλήματα ακοής στην ανάπτυξη δεξιοτήτων αριθμητικών πράξεων αφαίρεσης έτσι και σε αυτή την περίπτωση ο ψηφιακός Άβακας λόγω της λειτουργικότητάς του να οπτικοποιεί άμεσα οποιαδήποτε τροποποίηση γίνεται σε αυτόν από το μαθητή τους οδηγεί σε πιο βαθιά κατανόηση της αξίας της θέσης που έχουν τα ψηφία στον αριθμό. Αν η έκθεση και η εμπειρία σε αντίστοιχα οπτικά εργαλεία, όπως ο ψηφιακός Άβακας είναι μεγαλύτερη πιθανόν να μειωθούν και λάθη που αφορούν διαχείριση δανεικού. (Sharma, 1993)

Ο Μαθητής 2 φαίνεται στο εργαλείο να αντιμετώπισε προβλήματα στο να το χρησιμοποιήσει για να κάνει τις προσθέσεις, προτίμησε να τις κάνει και τις δύο στο χαρτί στο οποίο και ήταν σωστό το άθροισμα όπως και στη δεύτερη αξιολόγηση σε όλες τις προσθέσεις που έγιναν στις ασκήσεις και στο πρόβλημα. Στην αφαίρεση τώρα φαίνεται να βοηθήθηκε από το εργαλείο και να έλυσε σωστά το ζήτημα που αντιμετώπισε στο

χαρτί με τα δανεικά, που τον οδηγούσε σε λανθασμένα αποτελέσματα. Είναι παρόμοια η περίπτωση όπως και με το μαθητή 1 που η εμπειρία και η ενασχόληση με οπτικοποιημένα ψηφιακά εργαλεία (Sharma, 1993) μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερη κατανόηση της θεσιακής αξίας των ψηφίων.

Ο Μαθητής 3 όσο αφορά τη χρήση του Άβακα τον χρησιμοποίησε μόνο στις δραστηριότητες με τις αφαιρέσεις στις οποίες βρήκε λανθασμένα αποτελέσματα γιατί δεν κατανόησε πως δουλεύει το εργαλείο ως προς τα δανεικό και τα κρατούμενα. Στο χαρτί από την άλλη έκανε σωστά τις αφαιρέσεις δύο αριθμών που προβλέπονταν στις ασκήσεις κυρίως νοερές αλλά λανθασμένα κινήθηκε στο πρόβλημα που προσπάθησε αφαίρεση μεταξύ τριών αριθμών. Όσο αφορά τις προσθέσεις δυσκολεύτηκε πολύ να χρησιμοποιήσει το εργαλείο και προτίμησε να λύσει τα προβλήματα σωστά στο χαρτί κάτι που φάνηκε και στην δεύτερη αξιολόγησή του.

Τα λανθασμένα αθροίσματα και διαφορές του μαθητή επιβεβαιώνουν τους Hitch, Arnold & Philips (1983) ότι οι μαθητές με προβλήματα ακοής αντιμετωπίζουν μεγαλύτερες δυσκολίες σε όλες τις πράξεις (προσθεση, αφαίρεση, πολλαπλασιασμός, διαίρεση) συγκριτικά με ακούοντες της ίδιας ηλικίας. Ο μαθητής αντιμετώπισε δυσκολίες στις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις και στο ψηφιακό εργαλείο και στο χαρτί.

Ο Μαθητής 4 δεν χρησιμοποίησε το εργαλείο για να λύσει τα προβλήματα με τις προσθέσεις παρά το χαρτί και βρήκε τα σωστά αθροίσματα κάτι που φάνηκε και στις ασκήσεις του στη δεύτερη αξιολόγηση. Στις αφαιρέσεις από την άλλη έκανε σωστή χρήση του εργαλείου και βρήκε τα σωστά αποτελέσματα όπως αντίστοιχα και στις ασκήσεις στη δεύτερη αξιολόγηση. Δυσκολία σημαντική αντιμετώπισε στην κατανόηση των γραπτών προβλημάτων στο χαρτί, στη δεύτερη αξιολόγηση, γιατί δεν υπήρχε οπτικοποίηση ποσοτητων για να προσθεσει και να αφαιρεσει όπως στο ψηφιακό Άβακα με αποτέλεσμα να μπερδευτεί με την αντιστοίχιση των αριθμών με αυτό που εκπροσωπούν. Φαίνεται για μία ακόμη φορά η δυσκολία των μαθητών με προβλήματα ακοής να κατανοήσουν γραπτό κείμενο και τελικά να επιλύσουν προβλήματα με γραπτή περιγραφή. (Hyde, Zevenbergen, Des Power, 2003) Ο ψηφιακός Άβακας φαίνεται να τον βοήθησε να οπτικοποιεί ποσότητες και δεδομένα και να τα διαχειρίζεται ένα ένα για να φτάσει στο ζητούμενο.

Ο Μαθητής 5 χρησιμοποίησε το εργαλείο μόνο για μία πρόσθεση την οποία και έκανε με επιτυχία, και το χαρτί για την άλλη που πάλι έλυσε σωστά. Στη δεύτερη αξιολόγησή του τα πήγε εξίσου καλά στις προσθέσεις και τις νοερές στις ασκήσεις και στο πρόβλημα. Στην αφαίρεση τώρα χρησιμοποίησε το ψηφιακό Άβακα λανθασμένα τη μία φορά ως προς την αντίληψη του πως δουλεύει το εργαλείο με το δανεικό και έχανε μονάδες γιατί θεωρησε ότι επειδή η κάθε ράβδος φτάνει μέχρι το 9 πρέπει να αφαιρεί από το 9. Τη δεύτερη φορά το αντιλήφθηκε μόνος του και έλυσε σωστά το πρόβλημα με σωστή χρήση του εργαλείου. Στο χαρτί και στη δεύτερη αξιολόγησή του φαίνεται να έκανε λάθος σε νοερές αφαιρέσεις, στη σειρά αφαιρετέου αφαιρέτη καθώς και στην προσπάθεια αφαίρεσης μεταξύ τριών ψηφίων. Αυτά τα προβλήματα δεν υπήρχαν στην αλληλεπίδραση του μαθητή με το ψηφιακό εργαλείο. Δεδομένης της δοσμένης ποσότητας στον Άβακα έπρεπε να διαχειριστεί μία ποσότητα κάθε φορά με μία άλλη και καταλάβαινε αμέσως ποια είναι η μεγαλύτερη για να αφαιρέσει τη μικρότερη.

Η βασική λοιπόν λειτουργικότητα του ψηφιακού Άβακα που αποτελεί η οπτικοποίηση των θέσεων αξίας των ψηφίων στον ένα πολυψήφιο αριθμό του προβλήματος έδωσε στο μαθητή την ώθηση να διαχειριστεί πιο εύκολα την πρόσθεση ή την αφαίρεση ποσότητας σε αυτό μειώνοντας τα λάθη.

#### 4.4 Συμπεράσματα ως προς τις λειτουργικότητες του ψηφιακού Άβακα

Ακολουθεί πίνακας με τις λειτουργικότητες του ΄ψηφιακού Άβακα που οι μαθητές χρησιμοποίησαν ή τους βοήθησαν να επιλύσουν τις συγκεκριμένες δραστηριότητες και ποιοι από αυτούς βοήθησαν τον κάθε μαθητή και ενίσχυσαν την απόδοσή του στο να λύσει πιο σωστά προσθέσεις και αφαιρέσεις.(Πίνακας 8)

Πίνακας 8: Λειτουργικότητες άβακα που ενίσχυσαν την απόδοση του κάθε μαθητή

<b>Λειτουργικότητες Άβακα</b>	<i>ΜΑΘ 1</i>	<i>ΜΑΘ 2</i>	<i>ΜΑΘ 3</i>	<i>ΜΑΘ 4</i>	<i>ΜΑΘ 5</i>
Άμεση οπτικοποίηση αλλαγών	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Γραπτη αναφορά στις αξίες των ραβδων	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Δυναμική γραπτή αναφορά της ποσότητας που περιέχει ο Άβακας	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	
Δυναμική αναφορά του αριθμού της ποσότητας που περιέχει ο Άβακας	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	
Διαθεσιμότητα 9 πούλιων σε κάθε ράβδο	ΝΑΙ	ΝΑΙ		ΝΑΙ	ΝΑΙ
Χειροκίνητη αλλαγή σε οποιαδήποτε ράβδο με + και -	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Χειροκίνητη αλλαγή πούλιων στις ράβδους σε αλλαγές δεκάδας, εκατοντάδας, κτλ		ΝΑΙ		ΝΑΙ	ΝΑΙ
Οπτική προσβαση σε μία από τις ποσότητες των ζητούμενων	ΝΑΙ	ΝΑΙ		ΝΑΙ	ΝΑΙ
Οπτική αναπαρασταση των ποσοτήτων	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Χειροκίνητες μεταβολές σε όλα τα ψηφία ένα ένα	ΝΑΙ	ΝΑΙ		ΝΑΙ	ΝΑΙ

Συμπερασματικά ο παραπάνω πίνακας παρουσιάζει λειτουργικότητες του Άβακα που οι μαθητές ήρθαν σε επαφή κατά τη διάρκεια της εξοικειωσης του με το εργαλείο και της διδακτικής παρέμβασης. Οι περισσότερες λειτουργικότητες εστιάζουν σε οπτικοποιημένη πληροφορία ποσοτήτων και αριθμών, γεγονός που αποτελεί ιδανική επιλογή για μαθητές με προβλήματα ακοής που εστιάζουν σε οπτικοποιημένες πληροφορίες και τις προτιμούν για να μαθαίνουν (Marschark & Hauser, 2012). Για αυτό και είναι αυτονόητο ότι ενισχύουν την βαθύτερη κατανόηση των μαθητών ως προς την κατανόηση της θέσης των ψηφίων και της αξίας που καταλαμβάνουν στον αριθμό. Οι μαθητές που έκαναν και τα περισσότερα λάθη, τα έκαναν γιατί δεν κατανόησαν λειτουργικότητες του εργαλείου λόγω του λίγου χρόνου ενασχόλησής τους με αυτό.

## 4.5 Συζήτηση και ερευνητικά ερωτήματα

Ένα από τα βασικά ερωτήματα που καλείται να απαντήσει αυτή η ερευνά αφορά στο βαθμό που οι συμμετέχοντες, που αποτελούν μαθητές της Ε' Τάξης ειδικού δημοτικού σχολείου Κωφών, που ακολουθούν το ΑΠΣ των μαθηματικών των γενικών σχολείων και διδάσκονται στην Ελληνική Νοηματική Γλώσσα, έχουν κατανοήσει την έννοια της αξίας της θέσης που έχουν τα ψηφία στον αριθμό και κυρίως στους πολυψήφιους αριθμούς. Τα βασικά λάθη που εντοπίζονται κυρίως στο πρώτο εργαλείο, που ελέγχει την προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών, αφορούν, λάθη σε απόδοση γραπτών αριθμών σε Ε.Ν.Γ., λάθη σε μετατροπή γραπτών αριθμών σε γραπτά σύμβολα, λάθη στον αλγόριθμο των αφαιρέσεων με πολυψήφιο ως προς το δανεικό, λάθη σε μετατροπή αριθμών και αρχικών γραμμάτων θεσεων αξίας, λάθη που αφορούν ταυτόχρονη αφαίρεση τριών ποσοτήτων.

Μέσω της πρώτης αξιολόγησης των μαθητών σε δραστηριότητες, ασκήσεις και προβλήματα, προσθεσης και αφαίρεσης πολυψήφιων μέχρι το εκατομμύριο φαίνεται να εντοπίζονται αρκετά λάθη σε δραστηριότητες που στηρίζονταν σε γραπτό κείμενο και έπρεπε να μεταφραστούν από τους μαθητές σε αριθμούς ή στην ΕΝΓ.

Στη συγκεκριμένη περίπτωση όσο αφορά το λεξιλόγιο η ελληνική γλώσσα σύμφωνα με τη Fuson (1990) φαίνεται να δυσκολεύει εξ ορισμού τα παιδιά στη κατανόηση της θεσιακής αξίας και της δημιουργίας νοητικών δομών για τους πολυψήφιους αριθμούς που βασίζονται στην έννοια της μονάδας. Για παράδειγμα στην ονομασία έντεκα για τον αριθμό 11, τίποτα δεν παραπέμπει στη σύνθεση του αριθμού από μία δεκάδα και μία μονάδα. Η δυσκολία αυτή σε συνδυασμό με το γεγονός ότι τα παιδιά με προβλήματα ακοής προτιμούν να λαμβάνουν πληροφορίες μέσω της ΕΝΓ ή οπτικών πληροφοριών έχει σαν αποτέλεσμα το χαμηλό αναγνωστικό τους επίπεδο που τους δυσκολεύει ακόμα περισσότερο όταν υπάρχουν γραπτές περιγραφές στην επίλυση προβλημάτων. (Gregory, 1998) (Barham & Bishop, 1991) (Serrano Pau, 1995)

Η κατανόηση της θέσης των αριθμών σε κάθετες προσθέσεις και αφαιρέσεις φάνηκε να μην αποτελεί πρόβλημα καθώς όλοι οι μαθητές τοποθετούσαν σωστά τα ψηφία της ίδιας αξίας το ένα κάτω από το άλλο για να κάνουν τις πράξεις. Αυτό αποτελεί ένα συχνό λάθος των μαθητών που δείχνει τη μη κατανόηση της θεσιακής αξίας (Prince, 2002) που όμως οι συμμετέχοντες σε αυτή την έρευνα φαίνεται να έχουν ξεπεράσει πριν συμμετάσχουν σε αυτή. Βέβαια ενώ στις προσθέσεις τα πήγαν εξαιρετικά και με τη χρήση του κρατουμένου, στις αφαιρέσεις υπήρχαν σοβαρές δυσκολίες ειδικά στη διαχείριση του δανεικού. Η μεγαλύτερη δυσκολία μαθητών αυτής της τάξης στις αφαιρέσεις από τις προσθέσεις επιβεβαιώνεται και από τους Noorian, Maleki, Abolhassani (2013). Επίσης ο ψηφιακός άβακας όπως και ο χειραπτικός απεικονίζει το "κρατουμενο" και το "δανεικό". Αυτό δείχνει ότι πράξεις όπως η πρόσθεση και η αφαίρεση σε περιπτώσεις κρατουμένου και δανεικού αντίστοιχα μπορούν να λυθούν με αντικαταστάσεις των ψηφίων. Για παράδειγμα, στην πρόσθεση 10 μονάδες αντικαθίστανται από 1 δεκάδα, 10 δεκάδες με 1 εκατοντάδα, κτλ ενώ στην αφαίρεση αντικαθίστανται για παράδειγμα 1 δεκάδα με 10 μονάδες, 1 εκατοντάδα με 10 δεκάδες, κτλ. (Σκουμπουρδη, 2012) (Σκανδαλακη, Σκουμπουρδη, 2014)

Ακόμα τα προβλήματα που παρουσιάζονταν σε γραπτή μορφή δημιούργησαν ακόμα μεγαλύτερες δυσκολίες στους μαθητές καθώς είχαν να αντιμετωπίσουν τη δυσκολία της κατανόησης της γραπτής περιγραφής των προβλημάτων, της αναζήτησης των δεδομένων, της αναζήτησης των ζητούμενων που συχνά στηρίζονταν σε ειδικό λεξιλόγιο όπως περισσότερα, πόσα του έμειναν, της επιλογής κατάλληλων πράξεων, της σωστής χρήσης του αλγόριθμου της εκάστοτε πράξης, καθώς και της σωστής

διαχείρισης των κρατουμένων και των δανεικών αντίστοιχα. Επίσης χρήσιμο είναι να συνυπολογιστεί και η πιθανή μικρή εμπειρία των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων χωρίς και με γραπτή περιγραφή.

Όλα αυτά τα βήματα για την επιτυχή επίλυση των προβλημάτων είναι πολλά και συχνά οι μαθητές με προβλήματα ακοής παρουσιάζουν δυσκολίες σε πολλά από αυτά. Η αργή ηλικιακά κατανόηση μαθηματικών όρων και ειδικού λεξιλογίου (Kidd & Lamb, 1993) (Knight & Swanwick, 1999) (Gregory, 1998) (Serrano Pau, 1995) (Hillegist & Epstein, 1989) (Lewis, 2006) αποτελεί βασική δυσκολία για εκείνους γεγονός που φάνηκε σε αρκετούς μαθητές όταν δοκίμασαν να λύσουν προβλήματα στο φύλλο εργασίας και στηρίχθηκαν κυρίως στην εκφώνηση.

Το δεύτερο ερώτημα αφορά το αν μπορεί η εμπειρία χρήσης των μαθητών με προβλήματα ακοής του ψηφιακού Άβακα να αποτελέσει αρωγό για μια πιο βαθιά κατανόηση της έννοιας της θεσιακής αξίας των ψηφίων του αριθμού. Φαίνεται ότι μετά την ενασχόλησή τους με το ψηφιακό εργαλείο και τη μικρή εμπειρία που αποκόμισαν κατάφεραν οι περισσότεροι μαθητές να διαχειριστούν καλύτερα το δανεικό στις αφαιρέσεις, συγκριτικά με την απόδοση που είχαν λύνοντας αφαιρέσεις στο χαρτί. Φαίνεται ο Άβακας και σαν χειραπτικό εργαλείο (Rusyani, Putra, et al 2021c) και σε αυτή την περίπτωση και σαν ψηφιακό εργαλείο να βοηθάει μαθητές στη σχολική ηλικία στην επίλυση αφαιρέσεων.

Ακόμα, μεγάλο ενδιαφέρον έχει ότι όλοι οι μαθητές επέλεξαν να λύσουν τις αφαιρέσεις στο ψηφιακό Άβακα, παρόλο που κάποιοι δεν είχαν κατανοήσει το τρόπο που δουλεύει. Οι αφαιρέσεις φαίνεται να ήταν πιο δύσκολες για αυτούς συγκριτικά με τις προσθέσεις στον παραδοσιακό τρόπο που είχαν συνηθίσει με αποτέλεσμα να δοκιμάσουν στο εργαλείο, οι περισσότεροι με επιτυχία.

Ο ψηφιακός Άβακας, με τον τρόπο που ήταν δοσμένες οι δραστηριότητες, περιείχε στα πούλια τη μία ποσότητα που έπρεπε να διαχειριστούν οι μαθητές με αποτέλεσμα να αναγκαστούν να αλληλεπιδράσουν με αυτήν και κάποια ακόμη. Αυτό το γεγονός βοήθησε μαθητές οι οποίοι στο χαρτί προσπαθούσαν να αφαιρέσουν τρεις αριθμούς μαζί ή μπέρδευαν τον αφαιρετέο με τον αφαιρέτη και δεν κατανοούσαν την αξία τους.

Δεδομένων των παραπάνω φαίνεται η προσφορά του να είναι σημαντική σε μαθητές με προβλήματα ακοής ώστε να κατανοήσουν τη θεσιακή αξία ειδικά σε πράξεις όπως η αφαίρεση που τους δυσκολεύει περισσότερο. Όμως οι λόγοι που ο ψηφιακός Άβακας έχει αυτά τα θετικά αποτελέσματα αφορούν και στις λειτουργικότητες που έχει με αποτέλεσμα να τον επιλέγουν οι μαθητές και να οδηγούνται σε καλύτερη κατανόηση του φαινομένου.

Κάποιες λειτουργικότητες του ψηφιακού Άβακα φαίνεται να ενίσχυσαν τους μαθητές στην καλύτερη κατανόηση της θεσιακής αξίας, η οποία φαίνεται από τη σωστή διαχείριση των προσθέσεων και των κρατουμένων τους καθώς και των αφαιρέσεων και των δανεικών τους από τους ίδιους τους μαθητές.

Πρώτον, η άμεση οπτικοποίηση αλλαγών στις οποίες προέβαινε στα πούλια και στις ράβδους ο χρήστης, με αποτέλεσμα να βλέπει το αντίκτυπο της αλλαγής σε όλο τον αριθμό. Με αυτό τον τρόπο πολλοί μαθητές διορθώσανε λάθη που αφορούσαν δανεικά και ξανακάνανε από την αρχή τη διαδικασία της αφαίρεσης όταν έβλεπαν ότι κάτι δεν παεί καλά, γεγονός που δεν έγινε ποτέ στο χαρτί. Ακόμα οι αλλαγές τις οποίες έκαναν περιλάμβαναν και αλλαγή στη γραπτή περιγραφή του αριθμού που σχημάτισε ο άβακας κάθε φορά όπως και στον αριθμό και βρίσκονταν πάντα διαθέσιμα στην επιφάνεια εργασίας του ψηφιακού εργαλείου. Οι αλλαγές αυτές ήταν άμεσες και δυναμικές και συχνά βοηθούσαν τους μαθητές να διορθώσουν λάθη, ειδικά στις αφαιρέσεις. Μαθητές όπως αυτοί με προβλήματα ακοής που αποτέλεσαν το δείγμα στην παρούσα έρευνα

βοηθήθηκαν ακόμα περισσότερο με την άμεση οπτικοποίηση οποιασδήποτε πληροφορίας και αλλαγής, μιας και οι ίδιοι κατανοούν καλύτερα μέσω οπτικοποιημένων πληροφοριών. (Marschark & Hauser, 2012)

Μία άλλη χρησιμη λειτουργικότητα ήταν η γραπτή περιγραφή των αξιών των ράβδων που υπήρχε σταθερά στο ψηφιακό περιβάλλον του εργαλείου. Αυτή η λειτουργικότητα εκ πρώτης όψης δεν ήταν πολύ χρήσιμη όμως σε διάφορες ασκήσεις στην πρώτη αξιολόγηση των μαθητών στο φύλλο εργασίας και στη μετέπειτα βοήθησαν στο να εξαλειφθούν λάθη που αφορούσαν γραπτό κείμενο. Λάθη δηλαδή που αφορούσαν τη μετατροπή γραπτού κειμένου σε αριθμούς ή και το αντιστροφο. Φαίνεται λοιπόν να αποτέλεσαν θετικό αρωγό να εμπλουτιστεί το ειδικό λεξιλόγιο στα μαθηματικά που αφορά τη θεσιακή αξία για τους μαθητές που συμμετείχαν.

Το γεγονός της διαδραστικότητας του ψηφιακού εργαλείου, με τους μαθητές να πατούν το + για να προσθέσουν πούλια και το - για να αφαιρέσουν αποτελεί μία λειτουργικότητα που κάνει τους μαθητές να νιώθουν ότι συμμετέχουν ενεργά. Εντόπισαν πολύ γρήγορα ότι χρειάζεται αρκετή σκέψη πριν πατήσουν τα κουμπιά αλλά άλλαξε την διαδικασία, την εκανε πιο παιγνιώδης και ήταν πιο ευχάριστο για τους περισσότερους να ασχοληθούν με τον Άβακα.

Η λειτουργικότητα που ίσως τους δυσκόλεψε εξ αρχής ήταν η χειροκίνητη αλλαγή δεκάδας, εκατοντάδας, χιλιάδας, κτλ όπου έπρεπε να προσθέσουν και να αφαιρέσουν πούλια σε συνδυασμό με τη ρύθμιση να δέχεται η κάθε ράβδος μέχρι 9 πούλια. Όλη η ουσία του ψηφιακού Άβακα βρίσκεται σε αυτές τις λειτουργικότητες και δυνατότητες, όπου φαίνεται ότι όταν κατακτήθηκαν από τους μαθητές οδηγούσαν σε θετικά αποτελέσματα και έδιναν σωστά αθροίσματα και διαφορές. Για εκείνους που κατάφεραν μόνοι τους να ανακαλύψουν τη χρησιμότητα αυτής της δυνατότητας έκανε το εργαλείο ακόμα πιο ενδιαφέρον ώστε να ανακαλύψουν ακόμα περισσότερα από μόνοι τους, παίζοντας με αυτά και μαστορεύοντάς τα. (Papert, 1998; Papert, 1999)

## 4.6 Περιορισμοί της έρευνας

Κλείνοντας καλό είναι να αναφερθεί ότι η παρούσα εργασία πέραν από θετικά στοιχεία παρουσιάζει και κάποιους περιορισμούς και αδυναμίες.

Ένας από τους περιορισμούς της έρευνας αποτέλεσε η δυσκολία στην εύρεση μεγαλύτερου δείγματος μαθητών. Τα ειδικά σχολεία δεν ακολουθούν πάντα κοινό πρόγραμμα σπουδών, ο πληθυσμός των μαθητών με προβλήματα ακοής σε αυτά όλο και μικραίνει, πολλοί μαθητές φοιτούν σε πλαίσια γενικών σχολείων με εξειδικευμένη υποστήριξη, άρα η σχολική εμπειρία των μαθητών με προβλήματα ακοής ως προς την κατανόηση της θεσιακής αξίας σίγουρα διαφέρει από άτομο σε άτομο και ομάδα σε ομάδα. Περιορίστηκε λοιπόν σε πέντε μαθητές και δύο που βοήθησαν στο να ρυθμιστούν καλύτερα τα εργαλεία για μια έρευνα που ταιριάζει καλύτερα στους συμμετέχοντες που θα λάβουν μέρος. Είναι δύσκολο λοιπόν με τόσο μικρό δείγμα να γενικευτούν τα ευρήματα για παιδιά με προβλήματα ακοής που φοιτούν στην Ε' τάξη σε ειδικά σχολεία στην Ελλάδα.

Λόγω του ότι τα εργαλεία δημιουργήθηκαν με γνώμονα το ΑΠΣ των μαθηματικών της τετάρτης δημοτικού, φάνηκε ότι το επίπεδο σε ορισμένες δραστηριότητες ήταν πιο υψηλό για το μέσο όρο των μαθητών με αποτέλεσμα να χαθεί αρκετός χρόνος στην επεξήγηση και να δημιουργηθεί μεγαλύτερη σύγχυση και άγχος σε αυτούς τους μαθητές. Πολλά από αυτά ίσως χρειάζονται αναπροσαρμογές και τροποποιήσεις ώστε να πετύχουν καλύτερα το στόχο τους.

Ακόμα, ο χρόνος για τη διεξαγωγή της έρευνας και των δραστηριοτήτων ήταν περιορισμένος. Οι μαθητές εντάχθηκαν σε ένα νέο ψηφιακό εργαλείο με πολλές λειτουργικότητες και έπρεπε σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα να το κατανοήσουν και να λύσουν προσθέσεις και αφαιρέσεις σε αυτό. Οι μεταβολές, όπου έλυναν ασκήσεις για τη θεσιακή αξία σε φύλλο εργασίας και μετά έκαναν χρήση του εργαλείου μπορεί να δημιούργησε σε μερικούς ακόμα μεγαλύτερη σύγχυση. Υπήρχαν μαθητές που λόγω μη κατανόησης της λειτουργίας και των δομών του ψηφιακού εργαλείου έκαναν λάθη, που αν είχαν λίγο μεγαλύτερη εξοικείωση μαζί του μπορεί να είχαν αποφύγει.

Άλλος περιορισμός είναι ότι η έρευνα είναι δύσκολο να γίνει αν δεν γνωρίζει ο ερευνητής καλά την ομάδα των μαθητών και δεν διαχειρίζεται πολύ καλά τη ΕΝΓ. Μπορεί να χαθεί ακόμα και το ενδιαφέρον τελικά των μαθητών για συμμετοχή όταν χάνεται πολύς χρόνος στην επεξήγηση. Επίσης η μετάφραση των βίντεο από ΕΝΓ σε γραπτό κείμενο στα ελληνικά αποτελεί επιπλέον δυσκολία γιατί τα παιδιά λόγω ηλικίας και της μειωμένης συνήθως εμπειρίας τους με την ΕΝΓ, δεν νοηματοποιούν καθαρά και υπάρχει σοβαρή δυσκολία που συχνά χρειάζεται βοήθεια επαγγελματία διερμηνέα.

Τέλος, ο εκπαιδευτικός της τάξης ήταν ο ερευνητής γεγονός που δημιούργησε δυσκολίες στον ίδιο να διαχειριστεί τους ρόλους σωστά και στη δια ζώσης παρέμβαση και κατα την απομαγνητοφώνηση-μετάφραση των λεγόμενων των παιδιών από ΕΝΓ σε γραπτά ελληνικά.

#### **4.7 Μελλοντική Έρευνα**

Η παρούσα εργασία αποτελεί την πρώτη που ασχολήθηκε με το ψηφιακό Άβακα και δόθηκε σε μαθητές για να εντοπιστεί η προστιθέμενη του αξία στη κατανόηση της θεσιακής αξίας. Θα μπορούσε να δοθεί σε μαθητές γενικού πλαισίου που τηρούνται πιο αυστηρά τα ΑΠΣ των Μαθηματικών της κάθε τάξης και σε μεγαλύτερο δείγμα για να υπάρξει μία γενίκευση όσο αφορά και την κάθε τάξη του Δημοτικού Σχολείου.

Θα μπορούσε επίσης δεδομένης της θετικής αναγνώρισης από τους μαθητές με προβλήματα ακοής που αποτέλεσαν το παρόν δείγμα, να δοθεί και σε μαθητές που αντιμετωπίζουν άλλες δυσκολίες και αναπηρίες, όπως μαθησιακές δυσκολίες.

Μεγάλο ενδιαφέρον θα είχε αν υπήρχαν έρευνες που παρουσίαζαν αποτελέσματα όπου οι μαθητές με αναπηρία ή χωρίς είχαν εμπειρία στον ψηφιακό Άβακα και έλυναν πιο σύνθετες ασκήσεις.

Ακόμα οι λειτουργικότητες που παρέχει ο ψηφιακός Άβακας είναι πολλές περισσότερες και θα είχε ενδιαφέρον σε επομενες έρευνες να αξιοποιηθούν και να φανεί τι προστιθέμενη αξία δίνουν και εκείνες στο ψηφιακό εργαλείο

## ΣΥΝΤΜΗΣΕΙΣ – ΑΡΚΤΙΚΟΛΕΞΑ – ΑΚΡΩΝΥΜΙΑ

ΕΝΓ	Ελληνική Νοηματική Γλώσσα
-----	---------------------------



## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### 1<sup>ο</sup> Ερευνητικό Εργαλείο: Ερωτηματολόγιο ελέγχου προϋπάρχουσας γνώσης πριν την παρέμβαση

1. Να αναφέρεις τους αριθμούς στην Ελληνική Νοηματική Γλώσσα:

α. 10.585	στ. 63.712
β. 932.660	ζ. 99.099
γ. 3.402	η. 999.909
δ. 903	θ. 596.015
ε. 165.008	ι. 967

2. Γραψε τους αριθμούς με ψηφία:

α. πεντακόσιες ογδόντα τρεις χιλιάδες δύο	
β. επτά χιλιάδες τριακόσια δεκατέσσερα	
γ. οκτακόσιες χιλιάδες πεντακόσια σαράντα τρία	
δ. δώδεκα χιλιάδες δέκα	
ε. εξακόσια πενήντα	
στ. δύο χιλιάδες σαράντα τέσσερα	

3. Γράψε από ποιους αριθμούς φτιάχτηκαν οι παρακάτω αριθμοί:

α. 999    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

β. 85    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

γ. 3.802    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

δ. 56.947    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

ε. 490.333    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_  
+ \_\_\_\_\_

4. Να γράψεις ποιον αριθμό δηλώνει το κάθε ψηφίο στους παρακάτω αριθμούς ανάλογα με τη θέση στην οποία βρίσκεται:

1. 8 4 5 ↓ ↓ ↓ ↓ ..... ..... ..... .....	3 2. 9 0 3 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ..... ..... ..... ..... ..... .....
9 8 4 ↓ ↓ ↓ ..... ..... .....	4 6 0. 3 2 1 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ..... ..... ..... ..... ..... ..... .....

5. Να συμπληρώσεις τους αριθμούς που λείπουν:

α. 5 Χιλιάδες	_____ Εκατοντάδες
β. 35 Χιλιάδες	_____ Δεκάδες
γ. 100 Μονάδες	_____ Δεκάδες
δ. 100 Μονάδες	_____ Εκατοντάδες
ε. 20 Δεκάδες	_____ Εκατοντάδες

6. Να γράψεις κάθετα τις παρακάτω πράξεις και να τις λύσεις:

<b>α. 254+13.519</b>	<b>β. 15.892+458.900</b>
----------------------	--------------------------

<b>γ. 135.893-250.800</b>	<b>δ. 12.478-4.999</b>

7. **Να συμπληρώσεις τον πίνακα:**

α. 4ΔΕ 3ΜΕ 2 ΔΧ 9Δ 7Μ	
β. 6ΕΧ 5 ΜΧ 6Δ	
γ. 6ΕΕ 5 ΜΕ 9 ΔΧ 4Ε	
δ. 3ΔΧ 7Δ 4Μ	

8. **Κάνω τις μετατροπές που ζητούνται στον αριθμο 452.876:**

α. τον αυξάνω κατά 3 Δεκάδες → \_\_\_\_\_

β. τον αυξάνω κατά 5 Μονάδες Χιλιάδων → \_\_\_\_\_

γ. τον αυξάνω κατά 6 Δεκάδες Χιλιάδων → \_\_\_\_\_

δ. τον ελαττώνω κατά 4 Εκατοντάδες → \_\_\_\_\_

ε. τον ελαττώνω κατά 2 Εκατοντάδες Χιλιάδων → \_\_\_\_\_

9. **Λύνω τα προβλήματα:**

Ο Γιώργος έχει 2.954 αυτοκόλλητα με ποδοσφαιριστές και ο Ανέστης 1.211 περισσότερα. Πόσα αυτοκόλλητα έχει ο Ανέστης;

**Απάντηση:** \_\_\_\_\_

Ο κ. Γιάννης πουλάει πατάτες σε δύο σουπερμάρκετ. Φέτος εβγαλε 200.000 κιλά πατάτες. Έδωσε στο πρώτο σούπερ μάρκετ 82.934 και στο δεύτερο 69.500. Πόσα κιλά του έμειναν;

**Απάντηση:** \_\_\_\_\_

## 2<sup>ο</sup> Ερευνητικό Εργαλείο: Φύλλο Εργασίας γνωριμίας με τον Ψηφιακό άβακα

Στο παρόν Φύλλο Εργασίας δίνονται σε εικόνες οι Ψηφιακοί Άβακες που θα δοθούν στους μαθητές με τη μορφή Δραστηριοτήτων. Αποτελούνται από 7 Δραστηριότητες όπως αναφέρονται παρακάτω:

### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1



## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Απόκριση εκφώνησης Σχημάτισε το τριαντα πέντε χιλιάδες εφτακόσια δύο

Αρχικοποίηση Πούλια Οδηγίες

Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

εκατομμύρια εκατοντάδες χιλιάδων δεκάδες χιλιάδων χιλιάδες εκατοντάδες δεκάδες μονάδες

0 0 0 0 0 0 0

Αριθμός=0 Μηδέν

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3

Απόκρυψη εκφώνησης Σχημάτισε τον αριθμό που έχει 7 ΜΕ 3 ΕΧ 7ΜΧ 4Ε 2Δ 9Μ

Αρχικοποίηση Πούλια Οδηγίες

Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

εκατομμύρια εκατοντάδες χιλιάδων δεκάδες χιλιάδων χιλιάδες εκατοντάδες δεκάδες μονάδες

Αριθμός=0 Μηδέν

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4**

Απόκρυψη εκφώνησης Είναι σωστά σχηματισμένος ο αριθμός 342.011; Αν όχι κάνε τις αλλαγές που χρειάζεται.

Αρχικοποίηση Πούλια Οδηγίες

Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης

εκατομμύρια εκατοντάδες χιλιάδων δεκάδες χιλιάδων χιλιάδες εκατοντάδες δεκάδες μονάδες

Αριθμός=1352111 ένα εκατομμύριο τριακόσιες πενήντα δύο χιλιάδες εκατό(ν) έντεκα

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 5**

Απόκριση εκφώνησης Γράψε με λέξεις στο Φύλλο Εργασίας τον ήδη σχηματισμένο αριθμό

**Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης**

εκατομμύρια    εκατοντάδες χιλιάδων    δεκάδες χιλιάδων    χιλιάδες    εκατοντάδες    δεκάδες    μονάδες

Αριθμός=2036089 δύο εκατομμύρια τριάντα έξι χιλιάδες ογδόντα εννέα

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 6



Απόκριση εκφώνησης Στον αριθμό 89.235 πρόσθεσε το 32.891

Αρχικοποίηση Πούλια Οδηγίες

**Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης**

εκατομμύρια εκατοντάδες χιλιάδων δεκάδες χιλιάδων χιλιάδες εκατοντάδες δεκάδες μονάδες

Αριθμός=0 Μηδέν

## ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 7

Απόκριση εκφώνησης Από τον ήδη υπάρχων αριθμό αφάιρεσε το 25.039

Αρχικοποίηση Πούλια Οδηγίες

**Δεκαδικό σύστημα αρίθμησης**

εκατομμύρια εκατοντάδες χιλιάδων δεκάδες χιλιάδων χιλιάδες εκατοντάδες δεκάδες μονάδες

Αριθμός=89456 ογδόντα εννέα χιλιάδες τετρακόσια πενήντα έξι

## ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Οι κωφοί/ βαρήκοοι μαθητές μόλις φτάσουν σε αυτό το στάδιο θα λύσουν τις δραστηριότητες στον αντίστοιχο Ψηφιακό Άβακα που έχει σχεδιαστεί για αυτούς ατομικά και θα αποθηκεύονται τα αποτελέσματα. Υπάρχει ένα πολύ απλό Φύλλο Εργασίας που ακολουθεί και οι μαθητές θα έχουν μπροστά τους σε όλη τη διαδικασία με στόχο να κρατήσουν σημειώσεις ή να τους βοηθήσει σε συγκεκριμένες Δραστηριότητες ή σε όποιες το επιθυμούν. Οι μαθητές σε αυτό το σημείο είναι σημαντικό να ασχοληθούν κυρίως με τον Ψηφιακό Άβακα και να προσπαθήσουν εκεί να δώσουν λύσεις και απαντήσεις στα ζητούμενα στο πλαίσιο της εξοικειωσης τους με το εργαλείο.

**Φύλλο Εργασίας Μαθητή  
(Συνοδεύεται στο 2<sup>ο</sup> ερευνητικό εργαλείο)**



Αυτό το Φύλλο Εργασίας θα σε βοηθήσει **μόνο** σε κάποιες Δραστηριότητες.

**Δραστηριότητα 5:** Γράψε με λέξεις τον ήδη σχηματισμένο αριθμό

---

---

**Δραστηριότητα 6:**

Χώρος σημειώσεων

**Δραστηριότητα 7:**

Χώρος σημειώσεων

Άλλες σημειώσεις:]

**3<sup>ο</sup> Ερευνητικό Εργαλείο: Δραστηριότητες διδακτικής παρέμβασης στο ψηφιακό Άβακα**

Οι 4 δραστηριότητες της διδακτικής παρέμβασης παρατίθενται παρακάτω με τη μορφή εικόνων που αναπαριστούν τον εκάστοτε Ψηφιακό Άβακα που θα δοθεί στους μαθητές. Περιλαμβάνονται πιο σύνθετα προβλήματα με στόχο την εκτίμηση της κατανόησης των μαθητών ως προς την αξία θέσης ψηφίων στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα μετά τη χρήση του παρόντος ψηφιακού εργαλείου. Οι δραστηριότητες δομήθηκαν με γνώμονα τις ήδη δοσμένες δραστηριότητες που διατίθενται προς αξιοποίηση για την Δ Δημοτικού στο Διαδραστικό Βιβλίο των Μαθηματικών.

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1** (Εκφώνηση: Ο Αλέκος πρέπει να βρει 3 αριθμούς ώστε να έχουν άθροισμα 1250. Αν ο ένας είναι το 470 μπορείτε με τη βοήθεια του Άβακα να τον βοηθήσετε να βρει τους άλλους δύο;)



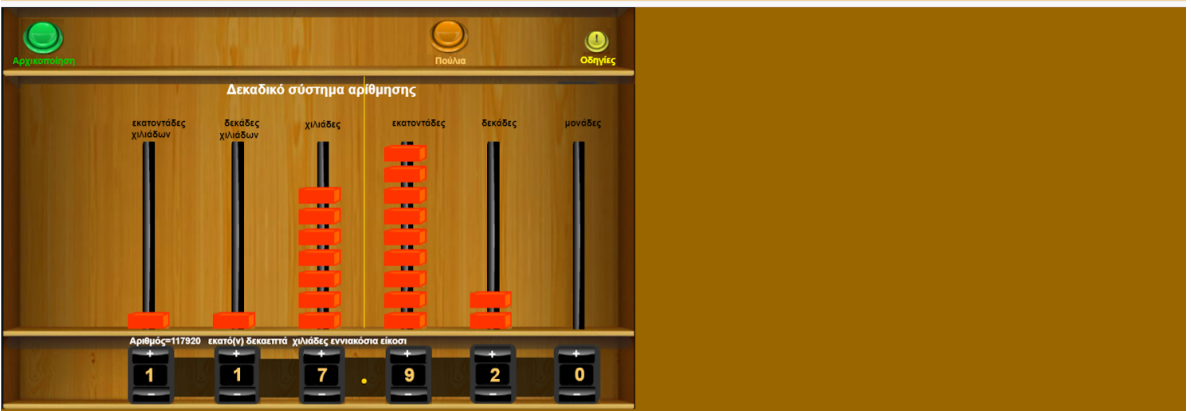
**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2:** (Εκφώνηση: Η Άννα αντάλλαξε τα πούλια στις άκρσιες στήλες του Άβακα και μετά τα πούλια στις δύο μεσαίες. Με τη βοήθεια του Άβακα μπορείς να βρεις ποιος αριθμός προέκυψε και πόσο διαφέρει από τον αρχικό;)

Απόκρυψη εκφώνησης Η Άννα αντάλλαξε τα πουλιά στις ακραίες στήλες του Άβακα και μετά τα πουλιά στις δύο μεσαίες. Με τη βοήθεια του Άβακα μπορείς να βρεις ποιος αριθμός προέκυψε και πόσο διαφέρει από τον αρχικό.



**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3:** (Εκφώνηση: Η Ζωή δημιούργησε στον Άβακα τον πληθυσμό της Βοιωτίας. Βοηθήσέ την να βρει πόσους κατοίκους λιγότερους έχει η Καρδίτσα, με πληθυσμό τριάντα επτά χιλιάδες εφτακόσιους εξήντα οχτώ κατοίκους. )

Απόκρυψη εκφώνησης Η Ζωή δημιούργησε στον Άβακα τον πληθυσμό της Βοιωτίας. Βοηθήσέ την να βρει πόσους κατοίκους λιγότερους έχει η Καρδίτσα, με πληθυσμό τριάντα επτά χιλιάδες εφτακόσιους εξήντα οχτώ κατοίκους.



**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4** (Εκφώνηση: Ο Νίκος αντάλλαξε τα πούλια δύο στηλών και βγήκε ο αριθμός που βλέπεις. Ο αρχικός αριθμός ήταν μεγαλύτερος από αυτόν κατά 900. Ποιος αριθμός ήταν αρχικά;)



## ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Οι κωφοί/ βαρήκοοι μαθητές μόλις φτάσουν σε αυτό το στάδιο θα λύσουν τις δραστηριότητες στον αντίστοιχο Ψηφιακό Άβακα που έχει σχεδιαστεί για αυτούς ατομικά και θα αποθηκεύονται τα αποτελέσματα. Υπάρχει ένα πολύ απλό Φύλλο Εργασίας που ακολουθεί και οι μαθητές θα έχουν μπροστά τους σε όλη τη διαδικασία με στόχο να σημειώσουν απαντήσεις, να κρατήσουν σημειώσεις ή να τους βοηθήσει σε συγκεκριμένες Δραστηριότητες ή σε όποιες το επιθυμούν. Οι μαθητές μπορούν να έχουν βοήθεια από τον εκπαιδευτικό κυρίως ως προς την εξήγηση της εκφώνησης και των ζητούμενων των εκάστοτε προβλημάτων.

## Φύλλο Εργασίας Μαθητή (Συνοδεύεται στο 3<sup>ο</sup> Ερευνητικό Εργαλείο)



Συμπληρώνω το Φύλλο Εργασίας.



Χρησιμοποιώ και τις Σημειώσεις για να γράφω ότι άλλο χρειάζομαι!

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1:** Ο Αλέκος πρέπει να βρει 3 αριθμούς ώστε να έχουν άθροισμα 1250. Αν ο ένας είναι το 470 μπορείτε με τη βοήθεια του Άβακα να τον βοηθήσετε να βρει τους άλλους δύο;

Σημειώσεις:

1ος Αριθμός : 470

2ος Αριθμός: \_\_\_\_\_

3ος Αριθμός: \_\_\_\_\_

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2:** Η Άννα αντάλλαξε τα πούλια στις ακραίες στήλες του Άβακα και μετά τα πούλια στις δύο μεσαίες. Με τη βοήθεια του Άβακα μπορείς να βρεις ποιος αριθμός προέκυψε και πόσο διαφέρει από τον αρχικό;

Αριθμός που προέκυψε: \_\_\_\_\_ Σημειώσεις

:

Διαφορά από αρχικό:

\_\_\_\_\_

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3:** Η Ζωή δημιούργησε στον Άβακα τον πληθυσμό της Βοιωτίας. Βοηθήσε την να βρει πόσους κατοίκους λιγότερους έχει η Καρδίτσα, με πληθυσμό τριαντα επτά χιλιάδες εφτακόσιους εξηντα οχτώ κατοίκους.

Πληθυσμός Βοιωτίας: \_\_\_\_\_ Σημειώσεις  
:  
Πληθυσμός Καρδίτσας: \_\_\_\_\_

**ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4:** Ο Νίκος αντάλλαξε τα πούλια δύο στηλών και βγήκε ο αριθμός που βλέπεις. Ο αρχικός αριθμός ήταν μεγαλύτερος από αυτόν κατά 900. Ποιος αριθμός ήταν αρχικά;

Αρχικός Αριθμός: \_\_\_\_\_ Σημειώσεις:



## 4<sup>ο</sup> Ερευνητικό Εργαλείο: Ερωτηματολόγιο κατακτηθείσας γνώσης μετά την παρέμβαση

1. Να αναφέρεις τους αριθμούς στην Ελληνική Νοηματική Γλώσσα:

α. 78.568	στ. 89.404
β. 893.781	ζ. 23.904
γ. 5.298	η. 678.311
δ. 359	θ. 553.891
ε. 281.301	ι. 854

0. Γραψε τους αριθμούς με ψηφία:

α. πεντακόσιες ογδόντα τρεις χιλιάδες δύο	
β. επτά χιλιάδες τριακόσια δεκατέσσερα	
γ. οκτακόσιες χιλιάδες πεντακόσια σαράντα τρία	
δ. δώδεκα χιλιάδες δέκα	
ε. εξακόσια πενήντα	
στ. δύο χιλιάδες σαράντα τέσσερα	

0. Γράψε από ποιους αριθμούς φτιάχτηκαν οι παρακάτω αριθμοί:

α. 894    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

β. 34    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

γ. 5.708    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

δ. 54.376    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_

ε. 358.230    \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_ + \_\_\_\_\_  
+ \_\_\_\_\_

0. Να γράψεις ποιον αριθμό δηλώνει το κάθε ψηφίο στους παρακάτω αριθμούς ανάλογα με τη θέση στην οποία βρίσκεται:

$\begin{array}{cccc} 2. & 5 & 3 & 0 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \dots\dots & & & \\ & \dots\dots & & \\ & & \dots\dots & \\ & & & \dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{ccccc} 7 & 6. & 3 & 1 & 2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \dots\dots & & & & \\ & \dots\dots & & & \\ & & \dots\dots & & \\ & & & \dots\dots & \\ & & & & \dots\dots \end{array}$
$\begin{array}{ccc} 7 & 4 & 5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \dots\dots & & \\ & \dots\dots & \\ & & \dots\dots \end{array}$	$\begin{array}{cccccc} 9 & 2 & 1. & 4 & 5 & 6 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \dots\dots & & & & & \\ & \dots\dots & & & & \\ & & \dots\dots & & & \\ & & & \dots\dots & & \\ & & & & \dots\dots & \\ & & & & & \dots\dots \end{array}$

5. Να γράψεις κάθετα τις παρακάτω πράξεις και να τις λύσεις:

α. $254+13.519$	β. $15.892+458.900$

<b>γ. 135.893-250.800</b>	<b>δ. 12.478-4.999</b>

**6. Να συμπληρώσεις τον πίνακα:**

α. 6 ΔΕ 9 ΜΕ 1 ΔΧ 4 Δ 9 Μ	
β. 8 ΕΧ 2 ΜΧ 1 Δ	
γ. 6 ΕΕ 5 ΜΕ 8 ΔΧ 8 Ε	
δ. 7 ΔΧ 6 Δ 2 Μ	

**7. Κάνω τις μετατροπές που ζητούνται στον αριθμο 592.356:**

α. τον αυξάνω κατά 5 Δεκάδες → \_\_\_\_\_

β. τον αυξάνω κατά κατά 4 Μονάδες Χιλιάδων → \_\_\_\_\_

γ. τον αυξάνω κατά 8 Δεκάδες Χιλιάδων → \_\_\_\_\_

δ. τον ελαττώνω κατά 9 Εκατοντάδες → \_\_\_\_\_

ε. τον ελαττώνω κατά 7 Εκατοντάδες Χιλιάδων → \_\_\_\_\_

### 8. Λύνω τα προβλήματα:

Ο Γρηγόρης πήρε ένα δάνειο από την τράπεζα για να αγοράσει σπίτι 385.000 Ευρώ. Έδωσε μία δόση 190.500 Ευρώ τον πρώτο μήνα και άλλη μία 55.460 Ευρώ τον επόμενο. Πόσα χρήματα μένουν ακόμα για να το πληρώσει;

**Απάντηση:** \_\_\_\_\_

Η Έλενα έχει 8.592 γραμματόσημα και η Γεωργία 2.505 περισσότερα. Πόσα αυτοκόλλητα έχει η Γεωργία;

**Απάντηση:** \_\_\_\_\_

## 5<sup>ο</sup> Ερευνητικό Εργαλείο: Συνέντευξη για τη χρήση του ψηφιακού Άβακα

Περιλαμβάνονται προτεινόμενες ερωτήσεις για τους κωφους/βαρήκοους μαθητές που θα γίνουν στο πλαίσιο συνέντευξης για τη συνολική τους εμπειρία και αποτίμηση όσο αφορά τη χρήση του Ψηφιακού Άβακα. Οι ερωτήσεις που προτείνονται είναι κυρίως ανοιχτού τύπου δεδομένου ότι το δείγμα μπορεί να αποδώσει σε αυτές. Εφόσον υπάρξει δυσκολία στην κατανόησή τους κάποιες μπορούν να τροποποιηθούν σε ερωτήσεις κλειστού τύπου ώστε να κατανοήσει καλύτερα ο μαθητής τι τον ρωτάνε και να δώσει απάντηση.

- Έχεις χρησιμοποιήσει ξανά τον Άβακα;
- Μήπως έχεις χρησιμοποιήσει άλλο εργαλείο μέτρησης (οπως αριθμητήριο ή χειραπτικό Άβακα);
- Σου φάνηκε εύκολο στη χρήση;
- Σε δυσκόλεψε σε κάτι;
- Ήταν πιο δύσκολο που δεν έλυνες την πράξη στο χαρτί αλλά στον άβακα;
- Θα τον ξαναχρησιμοποιούσες για να λύσεις ασκήσεις;
- Θα ήθελες να τον είχαμε στην τάξη να βοηθάει στη λύση προβλημάτων;
- Σου αρέσει που έχεις ένα ψηφιακό εργαλείο για να λύνεις προβλήματα ασκήσεων στα μαθηματικά;
- Θα ήθελες να το έχεις και σε άλλες ασκήσεις ή και στο σπίτι;
- Γιατί πιστεύεις έφταναν τα πούλια μέχρι το 9; Τι δείχνει αυτό;
- Ήταν πιο δύσκολο που έπρεπε μόνος σου χειροκίνητα να κάνεις την αλλαγή;
- Σε βοήθησε που έγραφε την αξία η κάθε στηλη;
- Σε βοηθούσε που υπήρχε ο αριθμός γραμμένος πάντα; (και με λέξεις και με αριθμούς)
- Τι δεν σου άρεσε;
- Τι θα ήθελες να αλλάξεις;
- Είναι πιο δύσκολο να αλλάξεις δεκάδα, εκατοντάδα, χιλιάδα εδώ ή στο χαρτι;
- Αν σου έδειχνα πως θα ήθελες να φτιάξεις το δικό σου πρόβλημα και να το δώσεις στους συμμαθητές σου;

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

1. Αγαλιώτης, Ι. (1997). *Διερεύνηση των δυσκολιών μάθησης στην αριθμητική των μαθητών των ειδικών τάξεων. Ανάλυση των λαθών και η αντιμετώπισή τους από τους εκπαιδευτικούς*. (Doctoral dissertation, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών (ΕΚΠΑ). Σχολή Επιστημών Αγωγής. Τμήμα Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης. Τομέας Ειδικής Παιδαγωγικής και Ψυχολογίας).
2. Ackermann E. K.,(2004) *Constructing knowledge and transforming the word*, DC. IOS Press.
3. Annetta, L. A., Minogue, J., Holmes, S. Y., & Cheng, M. T. (2009). Investigating the impact of video games on high school students' engagement and learning about genetics. *Computers & Education*, 53(1), 74-85.
4. Ansell, E., & Pagliaro, C. M. (2006). The relative difficulty of signed arithmetic story problems for primary level deaf and hard-of-hearing students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 11, 153-170.
5. Aubrey, C. (1999). Children's early learning of number in school and out. In I. Thomshon (Ed) *Teaching and Learning early number* (pp. 20-29)
6. Barham, J., & Bishop, A. (1991). Mathematics and the deaf child. *Language in mathematical education: Research and practice*, 179-187.
7. Barrouillet, P., Camos, V., Perrucher, P., & Seron, X. (2004). ADAPT: a developmental, a semantic, and procedural model for transcoding from verbal to Arabic numerals. *Psychological review*, 111(2), 368-394.
8. Baturo, A. (2000). Construction of a numeration model:A theoretical analysis. In Bana, J. And Chapman, A., (Ed's.), *Proceedings of the 23rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 95-103). Fremantle, WA:MERGA
9. Beishuizen, M., & Anghileri, J. (1998). Which mental strategies in the early number curriculum? A comparison of British ideas and Dutch views. *British Educational Research Journal*, 24(5), 519-538.
10. Braun, V., & Clarke, V. (2012). *Thematic analysis*.
11. Bull, R., Marschark, M., Sapere, P., Davidson, W. A., Murphy, D., & Nordmann, E. (2011). Numerical estimation in deaf and hearing adults. *Learning and Individual Differences*, 21(4), 453-457.
12. Byrge, Smith, & Mix, (2014). Beginnings of place value:How preschoolers write three-digit numbers. *Child Development*, 85 (2), pg 437-443
13. Chan, W. W. L., Au, T. K., & Tang, J. (2014). Strategic counting: A novel assessment of place-value understanding. *Learning and Instruction*, 29, 78-94
14. Chinn, S., & Ashcroft, R. E. (2017). *Mathematics for dyslexics and dyscalculics: a teaching handbook*. John Wiley & Sons.
15. Γλέζου, Κ. (2009). *Επικοινωνιακός*. Ανάκτηση Φεβρουάριος 23, 2012, από Παιζώ, διερευνώ και μαθαίνω: <http://users.sch.gr/glezou/yliko/constructionism.htm>

16. Cockburn, A. D., Parslow-Williams, P., Cockburn, A., & Littler, G. (2008). Zero: understanding an apparently paradoxical number. *Mathematical misconceptions*, 7-22.
17. Delgado, A. M. (2007). *The effects of multimedia technology on the learning of math story problems of elementary and middle school deaf students*. Lamar University-Beaumont.
18. Dickens, L., & Watkins, K. (1999). Action research: rethinking Lewin. *Management learning*, 30(2), 127-140.
19. DiSessa, A. A., Hoyles, C., Noss, R., & Edwards, L. (1995). Computers and exploratory learning: Setting the scene. In *Computers and Exploratory Learning* (pp. 1-12). Springer, Berlin, Heidelberg.
20. Dorman, S. M. (1997). Video and computer games: Effect on children and implications for health education. *Journal of School Health*, 67(4), 133-138.
21. Dowaliby, F., & Lang, H. (1999). Adjunct aids in instructional prose: A multimedia study with deaf college students. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 4, 270-282.
22. Facer, K. (2003). Computer games and learning.
23. Φιλίππου, Γ. & Χριστού, Κ. (1995). *Διδακτική των μαθηματικών*. Αθήνα : Δαρδανός
24. Fleharty, J. (1985). Software for English, mathematics, and elementary classes. *American Annals of the Deaf*, 130, 362-370.
25. Fredrickson, G. M. (1997). *The comparative imagination: On the history of racism, nationalism, and social movements*. Univ of California Press.
26. Fridriksson, T., & Stewart, D. A. (1988). From the concrete to the abstract: Mathematics for deaf children. *American Annals of the Deaf*, 133(1), 51-55.
27. Fromme, J. (2003). Computer games as a part of children's culture. *Game studies*, 3(1), 49-62.
28. Fuson, K. C. (1990). A Forum for Researchers: Issues in Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction Learning and Teaching for Research on Mathematics Teaching. *Journal for research in mathematics education*, 21(4), 273-280.
29. Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bryd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Developmental Neuropsychology*, 14, 277-299.
30. Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1986). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
31. Gregory, S. (1998). Mathematics and deaf children. *Issues in deaf education*, 119-126.
32. Hays, R. T. (2005). The effectiveness of instructional games: A literature review and discussion.
33. Hitch, G. J., Arnold, P., & Phillips, L. J. (1983). Counting processes in deaf children's arithmetic. *British Journal of psychology*, 74(4), 429-437.
34. Hillegeist, E., & Epstein, K. (1989). Interactions between Language and Mathematics with Deaf Students: Defining the " Language-Mathematics" Equation.

35. Hoyles, C., & Noss, R. (1992). A pedagogy for mathematical microworlds. *Educational studies in Mathematics*, 23(1), 31-57.
36. Hoyles, C., & Noss, R. (2003). What can digital technologies take from and bring to research in mathematics education?. *Second international handbook of mathematics education*, 323-349.
37. Hurme, T. R., & Järvelä, S. (2005). Students' activity in computer-supported collaborative problem solving in mathematics. *International Journal of Computers for mathematical learning*, 10(1), 49-73.
38. Hurst, C., & Hurrell, D. (2014). Developing the big ideas of number. *International journal of educational studies in mathematics*, 1(2), 1-18.
39. Innes, J. (1985). Graphing and percentage applications using the personal computer. *American Annals of the Deaf*, 130, 424-430.
40. Jonassen, D. H. (1996). *Computers in the classroom: Mindtools for critical thinking*. Prentice-Hall, Inc..
41. Kafai, Y. (2001) 'The educational potential of electronic games: From games-to-teach to games-to-learn. Playing by the rules', Cultural Policy Centre, University of Chicago
42. Kafai, Y. B., & Burke, Q. (2015). Constructionist Gaming: Understanding the Benefits of Making Games for Learning. *Educational Psychologist*, 50(4), 313–334. <https://doi.org/10.1080/00461520.2015.1124022>
43. Kamii, C. (1986). Place value: an explanation of its difficulties and education implications for the primary grades. *Journal for Early Childhood Education*, 1(2), 75-86.
44. Κατσαρού, Ε. (2016). Εκπαιδευτική έρευνα-δράση. *Πολυπαραδειγματική διερεύνηση για την αναμόρφωση της εκπαιδευτικής πράξης*. Αθήνα: Κριτική.
45. Καφουση, Σ., & Ντζιαχρηστος, Β. (1998). Οι μαθηματικές γνώσεις των παιδιών της Γ' τάξης του δημοτικού σχολείου σχετικά με την αξία θέσης ψηφίου, την πρόσθεση και την αφαίρεση τριψήφιων αριθμών. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 49-50, 205-217.
46. Ke, F. (2008). A case study of computer gaming for math: Engaged learning from gameplay?. *Computers & education*, 51(4), 1609-1620.
47. Kelly, R. R., Lang, H. G., Mousley, K., & Davis, S. M. (2003). Deaf college students' comprehension of relational language in arithmetic compare problems. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 8, 120–132.
48. Kidd, D. H., Madsen, A. L., & Lamb, C. E. (1993). Mathematics vocabulary: Performance of residential deaf students. *School Science and Mathematics*, 93(8), 418-421.
49. Knight, P., & Swanwick, R. (1999). *The care and education of a deaf child: A book for parents (Vol. 4)*. Multilingual Matters.
50. Κουρμπέτης, Β., & Χατζοπούλου, Μ. (2010). Μπορώ και με τα μάτια μου: Εκπαιδευτικές προσεγγίσεις και πρακτικές για κωφούς μαθητές. Αθήνα: Καστανιώτη.
51. Kritzer, K. L. (2008). Family mediation of mathematically based concepts while engaged in a problem-solving activity with their young deaf children. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 13, 503–517.



52. Kritzer, K. L. (2008). Families with young deaf children and the mediation of mathematically based concepts within a naturalistic environment. *American annals of the deaf*, 153(5), 474-483.
53. Kritzer, K. L. (2009). Barely started and already left behind: A descriptive analysis of the mathematics ability demonstrated by young deaf children. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 14(4), 409-421.
54. Κυνηγός, Χ., & Δημαράκη, Ε. (2002). Νοητικά Εργαλεία και Πληροφοριακά Μέσα: Παιδαγωγική Αξιοποίηση της Σύγχρονης Τεχνολογίας για τη Μετεξέλιξη της Εκπαιδευτικής Πρακτικής. *Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτη*.
55. Kynigos, C. (2007). Using half-baked microworlds to challenge teacher educators' knowing. *International journal of computers for mathematical learning*, 12(2), 87-111.
56. Kynigos, C. (2015). Constructionism: Theory of learning or theory of design?. In *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 417-438). Springer, Cham.
57. Λαμπροπούλου, Β. (Επ.) (1999). *Γλωσσική Ανάπτυξη και Κωφό Παιδί*. 4ο Εκπαιδευτικό Πακέτο Επιμόρφωσης, Πρόγραμμα ΕΠΕΑΕΚ, Πάτρα: Π.Τ.Δ.Ε. Πανεπιστημίου Πατρών.
58. Λεμονίδης Χ. (2003). Μια διαφορετική διδασκαλία των αριθμών και των πράξεων στην αρχή του σχολείου. "Γέφυρες" Τεύχος 9, σελ 22-29
59. Λεμονίδης, Χ. (2003). Η διδασκαλία του συστήματος αρίθμησης στις πρώτες τάξεις του δημοτικού σχολείου. Στο Μ. Κούρκουλος, Κ. Τσανακής, & Γ. Τρούλης (Επιμ.), *Πρακτικά 3η σ Διημερίδας Διδακτικής Μαθηματικών* (σ. 189-198). Ρέθυμνο: Π.Τ.Δ.Ε. Ρεθύμνου
60. Lean, G. A., Clements, M. A., & Del Campo, G. (1990). Linguistic and pedagogical factors affecting children's understanding of arithmetic word problems: A comparative study. *Educational Studies in Mathematics*, 21(2), 165-191.
61. Lewis, R. (2006). Discovery learning in mathematics education: Using multimedia technology to reach teachers.
62. Li, S. T. I. (1958). The origin of the abacus and its development. In *ACM Annual Conference/Annual Meeting: Preprints of papers presented at the 13th national meeting of the Association for Computing Machinery: Urbana, Illinois* (Vol. 11, No. 13, pp. 102-110)
63. Madalena, S. P., Silva, K. D., Santos, F. H., & Marins, M. (2015). Arithmetical abilities in Brazilian deaf signers of elementary school. In *22nd International Congress on the Education of the Deaf, Athens, Greece*. Retrieved from <https://www.researchgate.net/publication/282362823>.
64. Major, K. (2012). The development of an assessment tool: Student knowledge of the concept of place value. In J. Sind Tal, L. P. Chang & S. F. ng (Ed's.), *Mathematics Education: expanding horizons. Proceedings of the 35th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp 481-488). Singapore: MERGA
65. Marschark, M. (1997). *Psychological development of deaf children*. Oxford University Press on Demand.
66. Marschark, M., & Hauser, P. C. (2012). *How deaf children learn*. New York: Oxford University Press.

67. Marschark, M., Morrison, C., Lukomski, J., Borgna, G., & Convertino, C. (2013). Are deaf students visual learners?. *Learning and individual differences*, 25, 156-162.
68. McFarlane, A., Sparrowhawk, A., & Heald, Y. (2002). *Report on the educational use of games*. TEEM (Teachers evaluating educational multimedia), Cambridge.
69. Mendrinis, R. (1997). *Using educational technology with at-risk students: A guide for library media specialists and teachers*. Greenwood Publishing Group.
70. Mitchell, R. E. (2008). Academic achievement of deaf students. *Testing deaf students in an age of accountability*, 38-50.
71. Moores F. D. (2007). Εκπαίδευση και Κώφωση: Ψυχολογική προσέγγιση, αρχές και πρακτικές ( Μετάφραση-Επιμέλεια Ζώνιου-Σιδέρη. Α. και Ντεροπούλου-Ντέρου, Ε. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
72. Munn, P. (1997). Children's beliefs about counting. *Teaching and learning early number*, 9-20.
72. Noorian, M., Maleki, S. A., & Abolhassani, M. (2013). Comparing of mathematical students of deaf and normal types. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*, 7(6), 367-370.
73. Nunes, T., Bryant, P., Burman, D., Bell, D., Evans, D., Hallett, D., & Montgomery, L. (2008). Deaf children's understanding of inverse relations. *Deaf cognition: Foundations and outcomes*, 201-225.
74. Pagliaro, C. M. (1998). Mathematics preparation and professional development of deaf education teachers. *American Annals of the Deaf*, 373-379.
75. Pagliaro, C. M., & Kritzer, K. L. (2010). Learning to learn: An analysis of early learning behaviours demonstrated by young deaf/hard-of-hearing children with high/low mathematics ability. *Deafness & education international*, 12(2), 54-76.
76. Papert, S. (1980). " Mindstorms" Children. *Computers and powerful ideas*. Brighton: The Harvester Press
77. Papert, S. (1999). Eight big ideas behind the constructionist learning lab. *Constructive technology as the key to entering the community of learners*, 4-5.
78. Pareto, L., Arvemo, T., Dahl, Y., Haake, M., & Gulz, A. (2011, June). A teachable-agent arithmetic game's effects on mathematics understanding, attitude and self-efficacy. In *International Conference on Artificial Intelligence in Education* (pp. 247-255). Springer, Berlin, Heidelberg.
79. Papastergiou, M. (2009). Digital game-based learning in high school computer science education: Impact on educational effectiveness and student motivation. *Computers & education*, 52(1), 1-12.
80. Pau, C. S. (1995). The deaf child and solving problems of arithmetic: The importance of comprehensive reading. *American Annals of the Deaf*, 140(3), 287-290.
81. Pixner, S., Leyrer, M., and Moeller, K. (2014). Number processing and arithmetic skills in children with cochlear implants. *Front. Psychol.* 5:1479. doi: 10.3389/fpsyg.2014.01479
82. Poisard, C. (2006). The notion of carried-number, between the history of calculating instruments and arithmetic. In P. Groontenboer, R. Zevenbergen, & M. Chinnapan (Eds.), *Identities, cultures and learning spaces*. Proceedings of the

- 29th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Canberra (Vol 2, pp.416-423). Adelaide:MERGA
83. Πολυχρονοπούλου Σταυρούλα, (2008), «Παιδιά και έφηβοι με ειδικές ανάγκες και δυνατότητες – Σύγχρονες τάσεις εκπαίδευσης και ειδικής υποστήριξης», τόμος Α', Αθήνα
  84. Prensky, M. (2008). Students as designers and creators of educational computer games: Who else?. *British Journal of Educational Technology*, 39(6), 1004-1019.
  85. Prince, P. (2002). Children's difficulties with base-ten numbers:"Face-Value" and "Independent-place" Constructs In B.Barton, K. C. Irwin, M. Pfannlurch, & M. O. J. Thomas (Ed's.), *Mathematics adulation in the South Pacific*. Proceedings of the 25th annual conference of the mathematics education research group of Australasia, Auckland (pp 592-599). Sydney:MERGA
  86. Qi, S., & Mitchell, R. E. (2012). Large-scale academic achievement testing of deaf and hard-of-hearing students: Past, present, and future. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 17, 1–18.
  87. Rahadyan, A., Gardenia, N., & Hidayah, M. (2020). Development Of Skills Of Teachers And Parents In Tk Qurrota A'yun Using Sempoa. *JMM (Jurnal Masyarakat Mandiri)*, 4(3), 415-423.
  88. Ragin, C., & Zaret, D. (1983). Theory and method in comparative research: Two strategies. *Social forces*, 61(3), 731-754.
  89. Robson, C. (2002). *Real world research: A resource for social scientists and practitioner-researchers*. Wiley-Blackwell.
  90. Ross, S. H. (1989). Parts, wholes and place value: A developmental view. *The arithmetic teacher*, 36(6),47
  91. Rusyani, E. N. D. A. N. G., Maryanti, R. I. N. A., Muktiarni, M., & Nandiyanto, A. B. D. (2021). Teaching on the concept of energy to students with hearing impairment: changes of electrical energy to light and heat. *Journal of Engineering Science and Technology*, 16(3), 2502-2517.
  92. Rusyani, E., Maryanti, R., Utami, Y. T., Pratama, T. Y., (2021). Teaching science in plant structure for student with hearing impairments. *Journal of Engineering Science and Technology*, 16(2), 1577-1587.
  93. Rusyani, E., Ratnengsih, E., Putra, A. S., Maryanti, R., Al Husaeni, D. F., & Ragadhita, R. (2022) The Drilling Method Application Using Abacus to Arithmetic Operations Skills in Student with Hearing Impairment at Special School. *Indonesian Journal of Community and Special Needs Education*, 2(1), 1-10.
  94. Shaira, M. I. M. A. (2007). *The Effect of SignWriting on the Achievement and Acquisition of Vocabulary by Deaf Students at "Al-Amal School for the Deaf" in the City of Amman-Jordan* (Doctoral dissertation, Jordan University).
  95. Σκανδαλακη, Σκουμπουρδη. (2014). Επίλυση αλγοριθμου αφαίρεσης απο μαθητες Β' τάξης. 31ο Πανελληνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας σελ 881-890
  96. Skemp, R. R. (1989). *Structured activities for primary mathematics: How to enjoy real mathematics* (Vol. 2). Taylor & Francis.
  97. Σκουμπουρδη, Χ. (2007). Η χρήση του αριθμητηρίου στα μαθηματικά του νηπιαγωγείου. Περιοδικο της ενωσης ερευνητων διδακτικης των μαθηματικων, Τευχος 1ο Εκδοσεις Κεδρος σελ 29-50
  98. Σκουμπουρδη, Χ. (2012). Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών, Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκη

99. Spritzer, F. (1942). The abacus in the teaching of arithmetic. *The elementary school Journal*, 42(6), 448-451
100. Srinivasan, V., Butler-Purry, K., & Pedersen, S. (2008, November). Using video games to enhance learning in digital systems. In *Proceedings of the 2008 Conference on Future Play: Research, Play, Share* (pp. 196-199).
101. Susetyo, B., Maryanti, R., & Siswaningsih, W. (2021). Students with hearing impairments' comprehension level towards the exam questions of natural science lessons. *Journal of Engineering Science and Technology*, 16(2), 1825-1836.
102. Suppes, P., & Fletcher, J. D. (1974, May). Computer-assisted instruction in mathematics and language arts for deaf students. In *Proceedings of the May 6-10, 1974, national computer conference and exposition* (pp. 127-131).
103. Τάτσης, Κ., & Κολέζα, Ε. (2006). Η Επίδραση Κοινωνικών Παραγόντων στη Λεκτική Επικοινωνία κατά τη Συνεργατική Επίλυση Μαθηματικών Προβλημάτων.
104. Thomas, N. (2004). The development of structure in the number system. Paper presented at the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway.
105. Thompson, I. (2000). Teaching place value in the UK: Time for a reappraisal? *Educational Review*, 52(3), 291-299.
106. Tilly, C. (1984). Big structures, large processes, huge comparisons.
107. Tüzün, H., Yılmaz-Soylu, M., Karakuş, T., Inal, Y., & Kızılkaya, G. (2009). The effects of computer games on primary school students' achievement and motivation in geography learning. *Computers & education*, 52(1), 68-77.
108. Twining, P., Heller, R. S., Nussbaum, M., & Tsai, C. C. (2017). Some guidance on conducting and reporting qualitative studies. *Computers & Education*, 106, A1-A9.
109. Τζιβνίκου, Σ. (2015). Μαθησιακές δυσκολίες-διδακτικές παρεμβάσεις.
110. Τζεκάκη, Μ. (2007). Μικρά παιδιά μεγάλα μαθηματικά νοήματα. Αθήνα: Εκδόσεις Gutenberg. Παιδαγωγική σειρά.
111. Van Eck, R. (2006). Digital game-based learning: It's not just the digital natives who are restless. *EDUCAUSE review*, 41(2), 16.
112. Wan Ahmad, W. F., Latih, A., & Hidayah, N. (2010). Development of a Mathematics courseware: Fractions.
113. Wing, J.M. (2006) Computational Thinking. *Communications of the ACM*, 49, 33-35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>
114. Wood, D., Wood, H., & Howarth, P. (1983). Mathematical abilities of deaf school-leavers. *British Journal of Developmental Psychology*, 1(1), 67-73.
115. Wood, D., Wood, H., Griffiths, A., Howarth, I., Tait, M., & Lewis, S. (1986). *Teaching and talking with deaf children* (Vol. 10). Wiley.
116. Young-Loveridge, J. (1999). The acquisition of numeracy. *SET: Research information for teachers*, 1, 12.
117. Young-Loveridge, J. (2008). Analysis of 2007 data from the Numeracy Development Projects: What does the picture show? In *Findings from the New Zealand Numeracy Development Projects 2007*. (pp.18-28, 191- 211). Wellington: Ministry of Education.
118. Zavaleta, J., Costa, M., Gouvea, M. T., & Lima, C. (2005, July). Computer games as a teaching strategy. In *Fifth IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT'05)* (pp. 257-259). IEEE.

119. Ψηφιακός

Άβακας:

<http://etl.eds.uoa.gr/ekpaideytiko-logismiko/estiasmena-syggrafika-ergaleia/abakas.html>