



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ &
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Συγχρονισμός Χαστικών Ταλαντωτών Colpitts

Διπλωματική εργασία

Τομαράς Ηλίας (Α.Μ. 50106565)

Επιβλέπων Καθηγητής: Τσακιρίδης Οδυσσέας

ΑΘΗΝΑ, 2020



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ &
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Συγχρονισμός Χαοτικών Ταλαντωτών Colpitts

Τομαράς Ηλίας (Α.Μ. 50106565)

Επιβλέπων Καθηγητής: Τσακιρίδης Οδυσσέας

Εγκρίθηκε από την τριμελή εξεταστική επιτροπή την 3^η Σεπτεμβρίου 2020

.....
Τσακιρίδης Οδυσσέας
Επίκουρος Καθηγητής

.....
Ζώης Ηλίας
Επίκουρος Καθηγητής

.....
Αλεξανδρίδης Αλέξανδρος
Καθηγητής

ΑΘΗΝΑ, 2020

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Τομαράς Ηλίας του Δημητρίου, με αριθμό μητρώου 50106565 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Ηλεκτρολόγων & Ηλεκτρονικών Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο Δηλών



Τομαράς Ηλίας

3/9/2020

Περιεχόμενα

Περιεχόμενα	4
Λίστα Εικόνων.....	6
Ακρωνύμια.....	10
Ευχαριστίες.....	11
Περίληψη	12
Abstract.....	14
Εισαγωγή	15
1.1 Προσδιορισμός Προβλήματος.....	15
1.2 Στόχος Διπλωματικής εργασίας.....	15
1.3 Περιγραφή Μεθοδολογίας.....	16
1.4 Συνοπτική Παρουσίαση Κεφαλαίων	17
Χάος.....	19
2.1 Εισαγωγή	19
2.2 Θεωρία του Χάους	19
2.3 Ιστορικοί του Χάους	21
2.4 Χάος και Επιστήμες.....	23
2.5 Χαοτική δυναμική.....	24
2.5.1 Ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες.....	25
2.5.2 Τοπολογική Μεταβατικότητα	26
2.5.3 Πυκνότητα των περιοδικών τροχιών	26
2.6 Ελκυστές	26
2.7 Ελάχιστη πολυπλοκότητα ενός χαοτικού συστήματος	28
2.8 Διάκριση μεταξύ τυχαίων και χαοτικών δεδομένων.....	28
Ηλεκτρικό Χάος	30
3.1 Εισαγωγή	30
3.2 Σύστημα Lorenz.....	30
3.3 Σύστημα Rössler	33
3.4 Κύκλωμα Chua	36
3.5 Ταλαντωτής Van der Pol.....	39
3.6 Σύστημα Chen.....	41
3.7 Σύστημα Sprott	42
Ανάλυση Ταλαντωτή Colpitts.....	44
4.1 Εισαγωγή	44
4.2 Ταλαντωτής Colpitts.....	44
4.3 Χαοτικός Ταλαντωτής Colpitts	48
4.3.1 Κανονικοποίηση διαφορικών εξισώσεων του Colpitts.....	52
4.4 Συγχρονισμός Χαοτικών Ταλαντωτών Colpitts.....	55
4.4.1 Σύζευξη ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη.....	56
4.4.2 Σύζευξη ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού	61
Προσομοιώσεις & Πειραματικά Αποτελέσματα	66

5.1	Εισαγωγή	66
5.2	Χαοτική Λειτουργία Ταλαντωτή Colpitts με χρήση Matlab	66
5.3	Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με χρήση Matlab	74
5.3.1	Συγχρονισμός ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6\text{kHz}$	75
5.3.2	Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6\text{kHz}$	80
5.3.3	Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$	86
5.3.4	Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$	91
5.4	Πειραματικά Αποτελέσματα για τη Χαοτική Λειτουργία Ταλαντωτή Colpitts	97
5.5	Πειραματικά Αποτελέσματα για τον Συγχρονισμό Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$	107
	Συμπεράσματα – Μελλοντικές Εργασίες	111
6.1	Συμπεράσματα	111
6.2	Μελλοντικές Εργασίες	112
	Αναφορές	113
	Παράρτημα Α' (Κώδικες)	115

Λίστα Εικόνων

Εικόνα 2.1 - Σύνολο Mandelbrot	23
Εικόνα 2.2 – Ελκυστής Lorenz	27
Εικόνα 3.1 – Ελκυστής Lorenz ($\sigma=10$, $r=28$, $b=8/3$)	32
Εικόνα 3.2 – Εξέλιξη της μεταβλητής x στον χρόνο για δύο διαφορετικούς συνδυασμούς αρχικών συνθηκών	33
Εικόνα 3.3 – Ελκυστής Rössler ($a=0.2$, $b=0.2$, $c=5.7$)	34
Εικόνα 3.4 – Ελκυστής Rössler (α) σε διάγραμμα x - y - z και (β) σε διάγραμμα x - y ($a=0.343$, $b=1.82$, $c=9.75$).....	35
Εικόνα 3.5 – Κύκλωμα Chua	36
Εικόνα 3.6 – Ελκυστής Chua ($\alpha = 9.4$, $\beta = 16$, $m_0 = -8/7$ και $m_1 = -5/7$)	38
Εικόνα 3.7 – Ελκυστής Chua ($\alpha = 10$, $\beta = 14.87$, $m_0 = -1.27$ και $m_1 = -0.68$)	38
Εικόνα 3.8 - Ελκυστής Van der Pol (α) σε διάγραμμα x - y και (β) σε διάγραμμα y - z για $s=0.2$	40
Εικόνα 3.9 - Ελκυστής Van der Pol (α) σε διάγραμμα x - y και (β) σε διάγραμμα y - z για $s=35$	40
Εικόνα 3.10 – Ελκυστής Van der Pol (α) σε διάγραμμα x - y και (β) σε διάγραμμα y - z για $s=150$	40
Εικόνα 3.11 - Ελκυστής Chen ($a=35$, $b=3$, $c=28$).....	42
Εικόνα 3.12 – Ελκυστής Sprott – SQB.....	43
Εικόνα 4.1 – Κύκλωμα Colpitts σε συνδεσμολογία κοινής βάσης (CB).....	45
Εικόνα 4.2 - Κύκλωμα Colpitts σε συνδεσμολογία κοινού συλλέκτη (CC).....	46
Εικόνα 4.3 – Ταλαντωτές LC (α) Pierce, (β) Hartley και (γ) Clapp.....	46
Εικόνα 4.4 – Δικτύωμα LC για την εύρεση της συχνότητας συντονισμού του ταλαντωτή Colpitts	47
Εικόνα 4.5 – Κύκλωμα ταλαντωτή Colpitts με BJT.....	48
Εικόνα 4.6 – Ισοδύναμο κύκλωμα ταλαντωτή Colpitts.....	49
Εικόνα 4.7 – Ελκυστής Colpitts ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 =$ $54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$).....	52
Εικόνα 4.8 – Συζευγμένοι Ταλαντωτές Colpitts.....	55
Εικόνα 4.9 – Συζευγμένοι ταλαντωτές Colpitts μέσω συλλέκτη.....	57
Εικόνα 4.10 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 1k\Omega$ (Σύζευξη μέσω συλλέκτη).....	58
Εικόνα 4.11 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 50\Omega$ (Σύζευξη μέσω συλλέκτη).....	59
Εικόνα 4.12 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού (Σύζευξη μέσω συλλέκτη)	60
Εικόνα 4.13 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού (Σύζευξη μέσω συλλέκτη).....	60
Εικόνα 4.14 - Συζευγμένοι ταλαντωτές Colpitts μέσω εκπομπού.....	61
Εικόνα 4.15 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 500\Omega$ (Σύζευξη μέσω εκπομπού)	63

Εικόνα 4.16 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 50\Omega$ (Σύζευξη μέσω εκπομπού)	63
Εικόνα 4.17 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού (Σύζευξη μέσω εκπομπού).....	64
Εικόνα 4.18 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού (Σύζευξη μέσω εκπομπού)	65
Εικόνα 5.1 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CE} - V_{BE}$ ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	67
Εικόνα 5.2 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CB} - V_{EB}$ ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	68
Εικόνα 5.3 – Πολυαρμονική λειτουργία ταλαντωτή Colpitts για $R_L = 40\Omega$	68
Εικόνα 5.4 – Διαγράμματα $V_{CE}(t)$, $V_{BE}(t)$, $I_L(t)$	69
Εικόνα 5.5 – Φάσμα Χαοτικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6kHz$	70
Εικόνα 5.6 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CE} - V_{BE}$ ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7mH$, $C_1 = 2.2\mu F$, $C_2 = 2.2\mu F$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	71
Εικόνα 5.7 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CB} - V_{EB}$ ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7mH$, $C_1 = 2.2\mu F$, $C_2 = 2.2\mu F$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	72
Εικόνα 5.8 – Πολυαρμονική λειτουργία ταλαντωτή Colpitts για $R_L = 45\Omega$	72
Εικόνα 5.9 - Διαγράμματα $V_{CE}(t)$, $V_{BE}(t)$, $I_L(t)$	73
Εικόνα 5.10 – Φάσμα Χαοτικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9kHz$	74
Εικόνα 5.11 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.004$).....	75
Εικόνα 5.12 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.04$).....	76
Εικόνα 5.13 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$	77
Εικόνα 5.14 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$	77
Εικόνα 5.15 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.2$)	78
Εικόνα 5.16 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.85$)	78
Εικόνα 5.17 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$	79
Εικόνα 5.18 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$	80
Εικόνα 5.19 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.004$).....	81
Εικόνα 5.20 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.04$).....	81
Εικόνα 5.21 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$	82
Εικόνα 5.22 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$	83

Εικόνα 5.23 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.2$)	83
Εικόνα 5.24 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.85$)	84
Εικόνα 5.25 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$	85
Εικόνα 5.26 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$	85
Εικόνα 5.27 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.0035$).....	86
Εικόνα 5.28 - Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.035$).....	87
Εικόνα 5.29 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$	88
Εικόνα 5.30 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$	88
Εικόνα 5.31 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.18$)	89
Εικόνα 5.32 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.7$)	89
Εικόνα 5.33 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$	90
Εικόνα 5.34 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$	91
Εικόνα 5.35 - Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.0035$).....	92
Εικόνα 5.36 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.0035$).....	92
Εικόνα 5.37 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$	93
Εικόνα 5.38 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$	94
Εικόνα 5.39 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.18$)	94
Εικόνα 5.40 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.7$)	95
Εικόνα 5.41 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$	96
Εικόνα 5.42 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$	96
Εικόνα 5.43 – Απεικόνιση Ελκυστή Colpitts σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	97
Εικόνα 5.44 – Απεικόνιση χαοτικού σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	98
Εικόνα 5.45 – Απεικόνιση χαοτικού σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	98

Εικόνα 5.46 – Απεικόνιση Πολυαρμονικής Λειτουργίας Ταλαντωτή Colpitts σε παλμογράφο	99
Εικόνα 5.47 – Απεικόνιση σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας	100
Εικόνα 5.48 – Απεικόνιση σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας	100
Εικόνα 5.49 – Απεικόνιση Φάσματος Χαοτικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6\text{kHz}$	101
Εικόνα 5.50 – Απεικόνιση Ελκυστή Colpitts σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5\text{V}$, $V_{TH} = 0.75\text{V}$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	103
Εικόνα 5.51 – Απεικόνιση χαοτικού σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5\text{V}$, $V_{TH} = 0.75\text{V}$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	103
Εικόνα 5.52 – Απεικόνιση χαοτικού σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5\text{V}$, $V_{TH} = 0.75\text{V}$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)	104
Εικόνα 5.53 – Απεικόνιση Πολυαρμονικής Λειτουργίας Ταλαντωτή Colpitts σε παλμογράφο	104
Εικόνα 5.54 – Απεικόνιση σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας	105
Εικόνα 5.55 – Απεικόνιση σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας	105
Εικόνα 5.56 – Απεικόνιση Φάσματος Χαοτικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$	106
Εικόνα 5.57 – Απεικόνιση Φάσματος Θορύβου της κάρτας ήχου του υπολογιστή ..	107
Εικόνα 5.58 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10\text{k}\Omega$ σε παλμογράφο.....	108
Εικόνα 5.59 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1\text{k}\Omega$ σε παλμογράφο.....	109
Εικόνα 5.60 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ σε παλμογράφο.....	110
Εικόνα 5.61 - Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 100\Omega$ σε παλμογράφο.....	110

Ακρωνύμια

Ακρωνύμιο	Περιγραφή
PSO	Particle Swarm Optimization
BJT	Bipolar Junction Transistor
FET	Field Effect Transistor
CB	Common Base
CC	Common Collector
AWGN	Additive White Gaussian Noise

Ευχαριστίες

Η ολοκλήρωση της παρούσας Διπλωματικής εργασίας συνδέεται παράλληλα με την ολοκλήρωση των σπουδών μου στο τμήμα Ηλεκτρολόγων και Ηλεκτρονικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής και την έναρξη της επαγγελματικής μου πορείας στον κλάδο των Μηχανικών, η οποία ελπίζω να μου προσφέρει αρκετές νέες εμπειρίες, γνώσεις, εξέλιξη και ακόμη περισσότερη αγάπη και πάθος για το συγκεκριμένο αντικείμενο.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέπων καθηγητή Δρ. Τσακιρίδη Οδυσσέα για την καθοδήγηση, τις συμβουλές του αλλά και την έμπνευση που μου πρόσφερε κατά την διάρκεια αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τόσο τους γονείς μου όσο και την αδερφή μου για την υποστήριξη, την ενθάρρυνση αλλά και την αγάπη τους σε όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

Περίληψη

Φιλοδοξία της παρούσας Διπλωματικής εργασίας είναι η ανάπτυξη ενός συστήματος μέσω του οποίου επιτυγχάνεται ο συγχρονισμός ανάμεσα σε έναν ιδεατό και έναν πραγματικό ταλαντωτή Colpitts. Το εν λόγω σύστημα, για τον συγχρονισμό των δύο ταλαντωτών, παρουσιάζει ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό, καθώς οι δύο ταλαντωτές έχουν υλοποιηθεί με διαφορετικό τρόπο. Ο πρώτος ταλαντωτής έχει υλοποιηθεί μέσω software ενώ αντίθετα ο δεύτερος ταλαντωτής έχει υλοποιηθεί μέσω hardware.

Στην παρούσα Διπλωματική εργασία περιγράφεται η θεωρία, καθώς και η ιστορική εξέλιξη του χάους και αναλύονται ορισμένες ιδιότητες που πρέπει να διέπουν τα δυναμικά συστήματα ώστε να θεωρηθούν χαοτικά. Επιπλέον παρουσιάζονται ορισμένα από τα πιο διάσημα μοντέλα που εμφανίζουν χαοτική συμπεριφορά. Το επίκεντρο του ενδιαφέροντος όμως βρίσκεται στον ταλαντωτή Colpitts, για τον οποίο πραγματοποιείται αναλυτική παρουσίαση τόσο της χαοτικής λειτουργίας που εμφανίζει με την επιλογή συγκεκριμένων παραμέτρων του κυκλώματός του, όσο και του συγχρονισμού ανάμεσα σε δύο χαοτικούς ταλαντωτές Colpitts. Τέλος παρουσιάζονται όλες οι προσομοιώσεις και τα πειραματικά αποτελέσματα που πραγματοποιήθηκαν για την επίτευξη του στόχου της εργασίας.

Η συγκεκριμένη προσπάθεια επίτευξης συγχρονισμού των χαοτικών ταλαντωτών Colpitts δεν οδήγησε τελικά στον συγχρονισμό, ο οποίος ήταν και ο στόχος της συγκεκριμένης Διπλωματικής εργασίας. Επομένως παρατίθενται ορισμένες αιτίες που πιθανόν να οδήγησαν στην μη επίτευξη συγχρονισμού και επιπλέον αναφέρονται ορισμένες λύσεις όπως η δημιουργία ενός πιο σύνθετου μοντέλου που πιθανόν θα οδηγήσει στον συγχρονισμό των δύο ταλαντωτών Colpitts.

Λέξεις – Κλειδιά: Ταλαντωτής Colpitts, Συγχρονισμός ταλαντωτών Colpitts, Χαοτική συμπεριφορά ταλαντωτή Colpitts, Ελκυστής Colpitts, Χάος

Abstract

The aspiration of this thesis is the development of a system through which synchronization between an ideal and a pragmatic Colpitts oscillator is achieved. This respective system displays a unique characteristic in reference to the synchronization of the two oscillators, as they have been implemented differently. The first oscillator has been developed via software, while the second oscillator has been developed via hardware.

This study describes the theory, along with the history of the concept of chaos. Also certain qualities that have to govern dynamic systems in order for them to be considered chaotic are thoroughly analyzed. Additionally, they are presented some of the most famous models which exhibit chaotic behavior. The focus, however, is on the Colpitts oscillator, for which a detailed presentation is introduced of both the chaotic function it displays through the selection of specific parameters of its circuit and also the synchronization between two chaotic Colpitts oscillators. Finally, all the experimental results and simulations that have been carried out to achieve the objective of the work are presented.

The current effort to achieve synchronization between chaotic Colpitts oscillators did not lead to the desirable result, which was the synchronization of the chaotic oscillators. Therefore, there are a number of possible reasons that may have led to the failure of the desirable synchronization. In addition, some solutions are mentioned, such as the implementation of a more complex model that may possibly lead to the synchronization of the two Colpitts oscillators.

Key – Words: Colpitts Oscillator, Synchronization of Colpitts Oscillators, Chaotic Behavior of Colpitts Oscillator, Colpitts Attractor, Chaos.

Εισαγωγή

1.1 Προσδιορισμός Προβλήματος

Ο ταλαντωτής Colpitts είναι ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα που ανήκει σε μια συγκεκριμένη κατηγορία κυκλωμάτων, τα οποία κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες παρουσιάζουν χαστική συμπεριφορά. Πιο συγκεκριμένα ο ταλαντωτής Colpitts με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων του κυκλώματός του, παρουσιάζει χαστική συμπεριφορά και έχει μεγάλη ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες. Αυτό σημαίνει ότι οποιαδήποτε απειροελάχιστη μεταβολή στις αρχικές συνθήκες είναι ικανή να προκαλέσει εντελώς διαφορετική συμπεριφορά από αυτήν που αναμένουμε.

Το ερευνητικό πρόβλημα που θα μας απασχολήσει στην παρούσα Διπλωματική εργασία αφορά την επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα σε έναν ιδεατό και ένα πραγματικό ταλαντωτή Colpitts τόσο μέσω σύζευξης στον συλλέκτη όσο και μέσω σύζευξης στον εκπομπό. Η συγκεκριμένη προσπάθεια επίτευξης συγχρονισμού ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές Colpitts έχει ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό, το οποίο είναι ότι οι δύο ταλαντωτές δεν έχουν υλοποιηθεί με τον ίδιο τρόπο. Η υλοποίηση του πρώτου ταλαντωτή Colpitts έχει πραγματοποιηθεί μέσω software ενώ αντίθετα η υλοποίηση του δεύτερου ταλαντωτή Colpitts έχει πραγματοποιηθεί μέσω hardware.

1.2 Στόχος Διπλωματικής εργασίας

Στόχος της Διπλωματικής εργασίας είναι η μελέτη και η ανάπτυξη ενός συστήματος, μέσω του οποίου θα επιτυγχάνεται ο συγχρονισμός ανάμεσα σε έναν ιδεατό και ένα πραγματικό ταλαντωτή Colpitts. Πιο αναλυτικά πρόκειται για την ανάπτυξη ενός συστήματος master – slave, μέσω του οποίου θα πραγματοποιείται η εξαγωγή ενός σήματος από τον master ταλαντωτή Colpitts, δηλαδή τον ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω software και στην συνέχεια θα πραγματοποιείται έγχυση του

συγκεκριμένου σήματος στον slave ταλαντωτή, δηλαδή τον ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω hardware. Με αυτόν τον τρόπο ο slave ταλαντωτής θα ακολουθεί την χαοτική συμπεριφορά του master ταλαντωτή με αποτέλεσμα να συγχρονίζονται.

1.3 Περιγραφή Μεθοδολογίας

Η διαδικασία που ακολουθήθηκε στην συγκεκριμένη εργασία χωρίζεται σε τέσσερα τμήματα. Τα πρώτα δύο τμήματα της εργασίας αφορούν προσομοιώσεις τόσο για την χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts όσο και για τον συγχρονισμό ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts. Οι προσομοιώσεις πραγματοποιήθηκαν με την χρήση του λογισμικού Matlab R2016a. Για την επίλυση των μη γραμμικών διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες περιγράφουν την συμπεριφορά του ταλαντωτή Colpitts, χρησιμοποιήθηκε ο επιλυτής *ode45*. Ο επιλυτής *ode45* εφαρμόζει τη μέθοδο Runge-Kutta (4,5), η οποία είναι κατάλληλη για την επίλυση συνηθισμένων διαφορικών εξισώσεων.

Τα επόμενα δύο τμήματα της εργασίας αφορούν ενέργειες που πραγματοποιήθηκαν για την λήψη πειραματικών αποτελεσμάτων, τόσο για την χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts όσο και για τον συγχρονισμό ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts. Στην συγκεκριμένη περίπτωση πραγματοποιήθηκαν ενέργειες για την επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα σε έναν ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω software και αποτελεί τον master ταλαντωτή και έναν ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω hardware και αποτελεί τον slave ταλαντωτή. Για να πραγματοποιηθεί η διαδικασία που μόλις αναφέρθηκε, ήταν αναγκαία η χρήση της κάρτας ήχου του υπολογιστή, η οποία έχει συχνότητα δειγματοληψίας 44.1kHz, για την εξαγωγή ενός σήματος από τον master ταλαντωτή και την έγχυση του συγκεκριμένου σήματος στον slave ταλαντωτή. Επιπλέον για την λήψη των πειραματικών αποτελεσμάτων έγινε χρήση του παλμογράφου *HM 203-5 20MHz* της HAMEG, του αναλυτή φάσματος *3201 2GHz* της PROTEK για υψηλές συχνότητες και του λογισμικού ARTA, το οποίο είναι ικανό να μας παρέχει την μορφή του φάσματος ενός συστήματος σε πραγματικό χρόνο.

1.4 Συνοπτική Παρουσίαση Κεφαλαίων

Στο Κεφάλαιο 2, πραγματοποιείται ο προσδιορισμός της έννοιας του χάους και περιγράφεται η θεωρία του χάους, η οποία αναπτύχθηκε για να δοθεί εξήγηση σε παράξενες συμπεριφορές που εμφάνιζαν ορισμένα συστήματα. Επιπλέον περιγράφεται η ιστορική εξέλιξη του χάους που ήρθε μέσα από ανακαλύψεις ορισμένων σημαντικών επιστημόνων καθώς και η χρησιμότητα της θεωρίας του χάους σε ένα μεγάλο φάσμα επιστημονικών κλάδων. Τέλος αναλύονται ορισμένες ιδιότητες που πρέπει να διέπουν τα δυναμικά συστήματα ώστε να θεωρηθούν ως χαοτικά και αναπτύσσεται η διαδικασία διάκρισης μεταξύ τυχαίων και χαοτικών δεδομένων.

Στο Κεφάλαιο 3, παρουσιάζονται ορισμένα από τα πιο διάσημα χαοτικά συστήματα, τα οποία εμφανίζονται σε αρκετούς επιστημονικούς κλάδους. Για κάθε χαοτικό σύστημα που παρουσιάζεται, δίνεται μια σύντομη εξήγηση καθώς και οι μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την συμπεριφορά του. Τέλος παρουσιάζονται ορισμένοι συνδυασμοί παραμέτρων που οδηγούν κάθε σύστημα στην εμφάνιση χαοτικής συμπεριφοράς.

Στο Κεφάλαιο 4, παρουσιάζεται ο ταλαντωτής Colpitts, ο οποίος αποτελεί ένα γραμμικό ταλαντωτή που ανήκει στην οικογένεια των ταλαντωτών LC. Επιπλέον περιγράφεται η χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts, δηλαδή η εμφάνιση χαοτικής συμπεριφοράς για συγκεκριμένη επιλογή των παραμέτρων του κυκλώματός του. Τέλος περιγράφεται η διαδικασία του συγχρονισμού ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts τόσο για σύζευξη μέσω συλλέκτη όσο και για σύζευξη μέσω εκπομπού.

Στο Κεφάλαιο 5, παρουσιάζονται οι προσομοιώσεις και τα πειραματικά αποτελέσματα που πραγματοποιήθηκαν για την επίτευξη του στόχου της εργασίας. Οι προσομοιώσεις αφορούν τόσο την χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts όσο και τον συγχρονισμό ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts για σύζευξη μέσω συλλέκτη αλλά και μέσω εκπομπού. Τα πειραματικά αποτελέσματα αφορούν τόσο την χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts όσο και τον συγχρονισμό ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts, από τους οποίους ο πρώτος ταλαντωτής έχει υλοποιηθεί μέσω software ενώ αντίθετα ο δεύτερος ταλαντωτής έχει υλοποιηθεί μέσω hardware.

Στο Κεφάλαιο 6, αναφέρονται όλα τα συμπεράσματα που εξήχθησαν με την εκπλήρωση της Διπλωματικής εργασίας καθώς και οι αιτίες που μπορεί να οδήγησαν

τελικά στην μη επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές Colpitts. Επιπλέον αναφέρονται ορισμένες πιθανές λύσεις που μπορεί να οδηγήσουν στον συγχρονισμό των δύο ταλαντωτών Colpitts αλλά και στην περαιτέρω μελέτη του συγκεκριμένου προβλήματος.

Χάος

2.1 Εισαγωγή

Ο προσδιορισμός της έννοιας του χάους, ακόμη και στις μέρες μας, φαντάζει αρκετά δύσκολος. Από τα τέλη του 1990, αρκετοί επιστήμονες άρχισαν να διερευνούν το χάος, το οποίο φαίνεται να είναι χρήσιμο σε αρκετές εφαρμογές για ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών πεδίων όπως η μηχανική, η ιατρική, η οικονομία κ.α.

Στο 2^ο κεφάλαιο, περιγράφεται η θεωρία του χάους, την οποία ανέπτυξε η επιστημονική κοινότητα για να περιγράψει την συμπεριφορά των χαοτικών συστημάτων. Επιπλέον περιγράφονται οι ιδιότητες που πρέπει να διέπουν τα δυναμικά συστήματα ώστε να θεωρηθούν ως χαοτικά καθώς και η ιστορική εξέλιξη του χάους σε συνδυασμό με τις διάφορες ανακαλύψεις που πραγματοποίησαν ορισμένοι σημαντικοί επιστήμονες.

2.2 Θεωρία του Χάους

Η θεωρία του Χάους είναι ένας σύγχρονος κλάδος των μαθηματικών ο οποίος ήρθε στην επιφάνεια για να μελετήσει δυναμικά συστήματα που προκαλούσαν περίπλοκα μη γραμμικά φαινόμενα. Τα φαινόμενα αυτά είχαν παρατηρηθεί από διάφορους ερευνητές οι οποίοι δεν μπορούσαν να τα εξηγήσουν εξαιτίας της έλλειψης γνώσεων πάνω σε πεδία της επιστήμης, μέσω των οποίων θα μπορούσαν να δώσουν μια ερμηνεία.

Τα δυναμικά αυτά συστήματα ονομάζονται χαοτικά συστήματα και η πρόβλεψη της μελλοντικής κίνησής τους είναι συνήθως αδύνατη διότι έχουν μεγάλη ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες. Αρκετά μικρές διαφοροποιήσεις δηλαδή στις αρχικές τους

συνθήκες μπορεί να οδηγήσουν τα συστήματα αυτά σε τελείως διαφορετικά αποτελέσματα (Kellert, 1993).

Γενικότερα τα δυναμικά συστήματα που έχουν την ιδιότητα να εμφανίζουν χάος ορίζονται ως οριοθετημένα ντετερμινιστικά συστήματα με ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες τα οποία δεν χαρακτηρίζονται από περιοδικότητα (Kaplan & Glass, 1995). Ένα ντετερμινιστικό σύστημα με ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες σημαίνει ότι η συμπεριφορά του συστήματος δεν προκύπτει από την επίδραση κάποιων τυχαίων παραγόντων αλλά εξαρτάται αποκλειστικά από διαφοροποιήσεις στις αρχικές συνθήκες. Όταν ένα σύστημα είναι οριοθετημένο σημαίνει ότι η κατάσταση του συστήματος διατηρείται εντός κάποιων ορίων για ένα μεγάλο αριθμό διαδοχικών επαναλήψεων και δεν συγκλίνει προς το άπειρο. Επιπλέον όταν ένα σύστημα δεν χαρακτηρίζεται από περιοδικότητα σημαίνει ότι η κατάσταση του συστήματος αυτού δεν θα επαναληφθεί δεύτερη φορά δηλαδή δεν θα επιστρέψει στην ίδια τιμή. Παρόλα αυτά υπάρχει αμφιβολία όσον αφορά την μη περιοδικότητα του συστήματος εξαιτίας της εμφάνισης μεγάλων κυκλικών τροχιών σε αρκετές προσομοιώσεις, οι οποίες είναι μια απόδειξη υπάρξεως χάους.

Η εμφάνιση χαοτικής συμπεριφοράς σε πολλά φυσικά συστήματα έχει γίνει πλέον αντιληπτή. Παράδειγμα ενός τέτοιου συστήματος με χαοτική συμπεριφορά είναι οι παλμοί της καρδιάς στον ανθρώπινο οργανισμό. Φαίνεται πως ο χτύπος της καρδιάς ακολουθεί κάποια περιοδικότητα, ωστόσο κάτι τέτοιο δεν ισχύει καθώς δεν είναι δυνατό να επαναληφθεί το ίδιο μοτίβο παλμών για δεύτερη φορά (Crystal, 2004). Υπάρχουν ακόμη αρκετά τέτοια παράδειγμα φυσικών συστημάτων τα οποία παρουσιάζουν χαοτική συμπεριφορά όπως οι καιρικές συνθήκες, το ηλιακό σύστημα, οικονομικά συστήματα, η εξέλιξη της πληθυσμιακής αύξησης ακόμα και η κίνηση που συναντάμε στους αυτοκινητόδρομους.

Η πρώτη εμφάνιση του χάους έγινε τον 7ο αιώνα π.Χ. στο ποίημα του Ησίοδου με τίτλο "Θεογονία" στο οποίο αναφέρεται ότι από το χάος προήλθε η Γη ως έννοια της ύλης, ο Τάρταρος ως έννοια του χρόνου και του θανάτου και ο Έρωτας ως έννοια της δημιουργίας. Με πιο απλά λόγια το χάος παρουσιάζεται ως η πρωταρχική ύλη του κόσμου που οδηγείται μέσα από την εξελικτική πορεία μιας αέναης μεταβολής της ύλης και της κίνησης από το ομοιόμορφο στο πολύμορφο.

Υπάρχουν αρκετοί ορισμοί που αφορούν το χάος, οι οποίοι χρησιμοποιήθηκαν για την περιγραφή διαφορετικών καταστάσεων κατά καιρούς. Οι άνθρωποι

χρησιμοποιούν τον όρο χάος στην καθημερινή τους ζωή για να υποδηλώσουν μια κατάσταση παντελούς έλλειψης τάξης ή διαφορετικά μια κατάσταση διαταραχής, σύγχυσης.

Στην θεωρία του χάους χρησιμοποιείται ο όρος ντετερμινιστικό χάος ή απλά χάος ο οποίος μας δίνει μια μικρή ώθηση να κατανοήσουμε ότι τα δυναμικά συστήματα δεν βασίζονται στην τυχαιότητα όπως προαναφέρθηκε, αλλά είναι αιτιοκρατικά συστήματα ή αλλιώς ντετερμινιστικά με ευαισθησία στις αρχικές τους συνθήκες (Kaplan & Glass, 1995).

Στοχαστικό χάος είναι ένας άλλος όρος που χρησιμοποιείται για να περιγράψει την στοχαστική συμπεριφορά που εμφανίζεται σε ένα ντετερμινιστικό σύστημα. Πρέπει να αναφερθεί ότι αυτός ο ορισμός έρχεται σε αντίθεση με τον ορισμό του ντετερμινιστικού χάους. Όπως προαναφέραμε ένα ντετερμινιστικό σύστημα δεν βασίζεται στην τυχαιότητα αλλά ακολουθεί κάποιους κανόνες σε αντίθεση με ένα στοχαστικό σύστημα που είναι το ακριβώς το αντίθετο δηλαδή δεν υπακούει σε νόμους, δεν έχει τάξη αλλά βασίζεται στην τυχαιότητα. Επομένως είναι παράλογο να χρησιμοποιούμε αυτούς τους δύο όρους στην ίδια πρόταση. Παρόλα αυτά αν μελετήσουμε πιο αναλυτικά τους όρους αυτούς, θα φτάσουμε στο συμπέρασμα ότι η τάξη και το χάος είναι δύο εννοιες στενά συνδεδεμένες μεταξύ τους. Άρα με βάση τον τελευταίο ορισμό που δόθηκε για το χάος, καταλήγουμε ότι το χάος αποτελεί μια συμπεριφορά με έλλειψη τάξης, η οποία όμως συμφωνεί σε κάποιο νόμο.

2.3 Ιστορικοί του Χάους

Το έτος 1880, ο Γάλλος μαθηματικός και αστρονόμος Henri Poincaré ασχολήθηκε με μια μελέτη που αφορούσε το πρόβλημα των τριών σωμάτων μέσω της οποίας έφτασε στην διαπίστωση με βάση την νευτώνεια θεωρία ότι υπάρχουν μη περιοδικές τροχιές οι οποίες δεν αυξάνονται συνεχώς αλλά και δεν πλησιάζουν ένα σταθερό σημείο (Diacu & Holmes, 1996).

Το 1898 ο Γάλλος μαθηματικός Jacques Hadamard ασχολήθηκε με την μελέτη ενός συστήματος γνωστό ως "το μπιλιάρδο του Hadamard". Με βάση την μελέτη αυτή κατάφερε να αποδείξει ότι όλες οι τροχιές των ελεύθερων σωμάτων που ολισθαίνουν χωρίς τριβή σε μια επιφάνεια συνεχούς αρνητικής καμπυλότητας είναι ασταθείς το

οποίο προκύπτει σαν αποτέλεσμα της απόκλισης που εμφάνιζε η μια τροχιά από την άλλη και μάλιστα αυτή η απόκλιση ήταν εκθετική μέσω ενός θετικού εκθέτη γνωστό και ως "εκθέτη Lyapunov" (Hadamard, 1898).

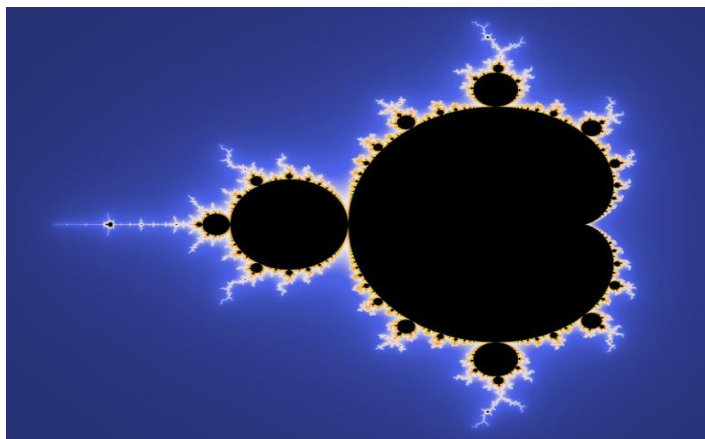
Οι σημαντικές ανακαλύψεις που έγιναν στα τέλη του 19ου αιώνα όσον αφορά την θεωρία του χάους, σε συνδυασμό με την θεωρία των συστημάτων που επικρατούσε εκείνη την εποχή δεν βοήθησαν να δοθεί ερμηνεία στα περίπλοκα φαινόμενα που είχαν παρατηρηθεί σε διάφορα πειράματα, με αποτέλεσμα οι επιστήμονες να θεωρούν ότι αυτή η συμπεριφορά προήλθε από ανακρίβεια μετρήσεων, ή ήταν απλός "θόρυβος".

Στα μέσα του 20ου αιώνα η θεωρία του χάους επισημοποιήθηκε. Σημαντικός παράγοντας στην ανάπτυξη της θεωρίας του χάους υπήρξε ο ηλεκτρονικός υπολογιστής. Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές ήταν σε θέση να κάνουν επαναλαμβανόμενους υπολογισμούς μαθηματικών τύπων που περιλαμβάνει η θεωρία του χάους που προηγουμένως ήταν αδύνατο να υπολογισθούν δια χειρός.

Το έτος 1961 ο Αμερικανός μετεωρολόγος Edward Lorenz πραγματοποιώντας προσομοιώσεις ενός απλουστευμένου μοντέλου "ατμόσφαιρας" με σκοπό την πρόγνωση του καιρού, ήρθε εντελώς τυχαία αντιμέτωπος με μια κατάσταση χάους (Lorenz, 1962). Κατά την διάρκεια μιας προσομοίωσης στην οποία είχε δώσει τιμές από προηγούμενη εκτέλεση, παρατήρησε ότι τα αποτελέσματα που αφορούσαν τον καιρό είχαν απόκλιση σε σχέση με προηγουμένως και μάλιστα μετά από αρκετό χρόνο τα αποτελέσματα δεν είχαν καμία ομοιότητα μεταξύ τους. Η απόκλιση των αποτελεσμάτων προέκυπτε από το γεγονός ότι ο Lorenz έδινε τιμές από προηγούμενη εκτέλεση, οι οποίες είχαν λιγότερα δεκαδικά ψηφία σε αντίθεση με αυτές που είχε δώσει ο υπολογιστής. Ο Lorenz έφτασε στο συμπέρασμα ότι έστω και η ελάχιστη διαφορά όσον αφορά την ακρίβεια, μπορεί να οδηγήσει το σύστημά μακροπρόθεσμα να έχει εντελώς διαφορετική συμπεριφορά (Gleick, 1987).

Ο Benoît Mandelbrot ήταν Γαλλοαμερικανός μαθηματικός και θεωρείται ο «πατέρας» της μορφοκλασματικής γεωμετρίας. Το έτος 1975 χρησιμοποίησε τον όρο φράκταλ, ο οποίος προέρχεται από την λατινική λέξη "fractus" που σημαίνει σπασμένο ή κερματισμένο γυαλί, για να περιγράψει αντικείμενα των οποίων τα περιγράμματα επαναλαμβάνονται σε άπειρες κλίμακες παρατήρησης (αυτό-ομοιότητα) (Gomory, 2010). Ο Mandelbrot στην προσπάθειά του να δημιουργήσει και να εμφανίσει μορφοκλασματικές γεωμετρικές δομές, έφτασε το 1979 να ανακαλύψει το «Σύνολο Mandelbrot», το οποίο παρουσιάζεται στην Εικόνα 2.1. Επίσης είναι αξιοσημείωτο να

αναφερθεί ότι η προσφορά τη έρευνας του Mandelbrot, η οποία είχε επικεντρωθεί στα μαθηματικά και την γεωμετρία, ήταν μεγάλη για ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών τομέων όπως η στατιστική φυσική, μετεωρολογία, υδρολογία, γεωμορφολογία, ανατομία, νευρολογία, τεχνολογία πληροφοριών, γεωλογία, ιατρική, κοσμολογία, μηχανική και θεωρία του χάους.



Εικόνα 2.1 - Σύνολο Mandelbrot

2.4 Χάος και Επιστήμες

Η γέννηση της θεωρίας του χάους προήλθε από διάφορες μελέτες που αφορούσαν τις καιρικές συνθήκες, ωστόσο παρατηρούμε ότι χρησιμοποιείται σε πλήθος επιστημονικών περιοχών.

Ένας επιστημονικός κλάδος στον οποίο η θεωρία του χάους έχει χρησιμοποιηθεί σε μεγάλο βαθμό, είναι ο κλάδος της Κρυπτογραφίας. Το χάος έχει συνεισφέρει στην δημιουργία αλγόριθμων κρυπτογράφησης, στους οποίους πιο αναλυτικά περιλαμβάνονται αλγόριθμοι κρυπτογράφησης εικόνας, γεννήτριες ψευδο-τυχαίων αριθμών, κρυπτογράφηση ροής, υδατογράφημα και στεγανογραφία. Μεγάλος μέρος αυτών των αλγορίθμων είναι βασισμένοι σε χαοτικούς χάρτες που περιέχουν τυχαίες τιμές για να δημιουργήσουν χαοτικές συμπεριφορές σε αλγορίθμους. Το βασικό κίνητρο που οδήγησε στον σχεδιασμό αλγόριθμων κρυπτογράφησης οι οποίοι είναι βασισμένοι στο χάος ήταν οι ομοιότητες μεταξύ των χαοτικών χαρτών και των κρυπτογραφικών συστημάτων (Akhavan, Samsudin , & Akhshani, 2011).

Στην Βιολογία επίσης έχει γίνει εφαρμογή ντετερμινιστικών χαοτικών μοντέλων σε ορισμένους πληθυσμούς διαφορετικών ειδών για την μελέτη της πληθυσμιακής

αύξησης (Eduardo & Ruiz-Herrera, 2012). Μια άλλη εφαρμογή που ανήκει στον κλάδο της Βιολογίας είναι η καρδιοτοκογραφία η οποία είναι μια διαδικασία μέσω της οποίας λαμβάνουμε ακριβείς πληροφορίες για την οξυγόνωση του εμβρύου. Έχει παρατηρηθεί πως με την χρήση χαοτικής μοντελοποίησης, η διαδικασία της καρδιοτοκογραφίας μας προσφέρει πληροφορίες για την οξυγόνωση αλλά και την κατάρρευση της ομοιόστασης του εμβρύου νωρίτερα σε σύγκριση με αυτήν χωρίς την χρήση χαοτικής μοντελοποίησης (Bozóki, 1997).

Ένας ακόμη επιστημονικός κλάδος στον οποίο έχει παρατηρηθεί η εφαρμογή της θεωρίας του χάους είναι η Χημεία. Στην κατασκευή πολυμερών χρησιμοποιούνται μοντέλα βελτιστοποίησης σωματιδίων (PSO) για την πρόβλεψη της διαλυτότητας των αερίων τα οποία συγκλίνουν σε λανθασμένα σημεία. Η βελτιωμένη έκδοση αυτών των μοντέλων προήλθε από την εισαγωγή του χάους (Li, et al., 2013). Στην ουράνια μηχανική, η εφαρμογή της θεωρίας του χάους στην παρατήρηση αστεροειδών μας οδηγεί σε καλύτερες προβλέψεις όσον αφορά την κίνηση των ουράνιων σωμάτων αλλά και τότε αυτά τα σώματα θα πλησιάσουν την Γη και τους υπόλοιπους πλανήτες (Morbidelli, 2001).

Πρόσφατα έχει γίνει χρήση της θεωρίας του χάους και στον τομέα της ρομποτικής με σκοπό την δημιουργία ενός μοντέλου πρόβλεψης της συμπεριφοράς που θα έχει ένα ρομπότ πριν πραγματοποιηθεί κάποιο πείραμα. Πρέπει να αναφερθεί ότι η αλληλεπίδραση των ρομπότ με το περιβάλλον τους μέχρι εκείνη την στιγμή βασίζονταν σε πειράματα δοκιμής και σφάλματος δηλαδή σε μια επαναληπτική διαδικασία βελτίωσης της συμπεριφοράς του ρομπότ (Nehmzow & Walker, 2005).

2.5 Χαοτική δυναμική

Σύμφωνα με τον Αμερικανό μαθηματικό Robert L. Devaney, ένα δυναμικό σύστημα μπορεί να θεωρηθεί χαοτικό μόνο στην περίπτωση που συμφωνεί με τις παρακάτω τρεις ιδιότητες (Hasselblatt & Katok, 2003):

- i. πρέπει να παρουσιάζει ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες
- ii. πρέπει να είναι τοπολογικά μεταβατικό
- iii. πρέπει να έχει πυκνές περιοδικές τροχιές

2.5.1 Ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες

Ένα δυναμικό σύστημα που παρουσιάζει ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες σημαίνει ότι έστω και η ελάχιστη διαφοροποίηση στις αρχικές συνθήκες, θα προκαλέσει σημαντική αλλαγή στην μελλοντική συμπεριφορά του συστήματος. Πιο αναλυτικά δύο σημεία του φασικού χώρου έχουν την δυνατότητα να προσεγγίζονται μεταξύ τους αλλά ακολουθώντας σε βάθος χρόνου εντελώς διαφορετικές πορείες ή τροχιές.

Η ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες είναι άμεσα συνδεδεμένη με το «φαινόμενο της πεταλούδας» το οποίο έγινε γνωστό και χρησιμοποιήθηκε από τον Edward Lorenz το 1972. Η κίνηση των φτερών της πεταλούδας ισοδυναμεί με μια μικρή αλλαγή στις αρχικές συνθήκες, η οποία οδηγεί το σύστημα να έχει μια διαφορετική μελλοντική συμπεριφορά. Με τον τρόπο αυτό δεν μπορεί να υπάρξει πρόβλεψη για την συμπεριφορά του συστήματος μακροπρόθεσμα.

Τις περισσότερες φορές κατά την διαδικασία της μελέτης ενός συστήματος, η κατοχή περιορισμένου αριθμού δεδομένων για το σύστημα, μας καθιστά σε μια θέση ανικανότητας, όσον αφορά την πρόβλεψη της μελλοντικής πορείας του συστήματος. Επομένως μπορούμε να πούμε ότι είναι μια συνέπεια της ευαισθησίας στις αρχικές συνθήκες. Ένα παράδειγμα είναι ο καιρός τον οποίο μπορούμε να προβλέψουμε μόνο μια βδομάδα μπροστά και όχι για μεγαλύτερο διάστημα (Watts, 2007).

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, όταν έχουμε μικρές διαφοροποιήσεις στις αρχικές συνθήκες αναμένουμε μεγάλες αποκλίσεις στις τροχιές του συστήματος και μάλιστα εκθετικά μεταβαλλόμενες. Ο εκθέτης Lyapunov μετράει τον ρυθμό αυτής της εκθετικής απόκλισης που παρουσιάζεται ανάμεσα στις τροχιές. Αν υποθέσουμε ότι έχουμε δύο τροχιές, με την απόσταση μεταξύ τους να είναι απειροελάχιστη, με αρχικό διαχωρισμό δZ_0 τότε ο ρυθμός της απόκλισης που θα παρουσιαστεί ανάμεσα στις δύο τροχιές δίνεται από την σχέση:

$$\|\delta Z(t)\| \approx e^{\lambda t} \|\delta Z_0\| \quad (2.1)$$

όπου λ είναι ο εκθέτης Lyapunov.

Αξιοσημείωτο να αναφερθεί είναι ότι υπάρχει ένα μεγάλο φάσμα εκθετών Lyapunov και για κάθε διάσταση του φασικού χώρου αντιστοιχεί ένας εκθέτης

Lyapunov. Η ύπαρξη θετικού εκθέτη Lyapunov υποδηλώνει ότι οι τροχιές του συστήματος θα αποκλίνουν ενώ αντίστοιχα η ύπαρξη αρνητικού εκθέτη Lyapunov υποδηλώνει ότι οι τροχιές του συστήματος θα συγκλίνουν. Πιο συχνά γίνεται χρήση του μέγιστου εκθέτη Lyapunov επειδή καθορίζει τη συνολική προβλεψιμότητα του συστήματος. Επιπλέον ένας θετικός εκθέτης Lyapunov αποδεικνύει ότι το σύστημα παρουσιάζει χαοτική συμπεριφορά (Bishop, 2017).

2.5.2 Τοπολογική Μεταβατικότητα

Η δεύτερη ιδιότητα που πρέπει να πληροί ένα δυναμικό σύστημα για να θεωρηθεί ότι παρουσιάζει χαοτική συμπεριφορά είναι η τοπολογική μεταβατικότητα ή αλλιώς τοπολογική ανάμειξη. Τοπολογική μεταβατικότητα σημαίνει ότι κάθε ανοιχτό σύνολο το οποίο είναι ταυτόχρονα και υποσύνολο του φασικού χώρου, με την πάροδο του χρόνου θα καταλήξει να συμπίπτει με οποιαδήποτε άλλη περιοχή.

2.5.3 Πυκνότητα των περιοδικών τροχιών

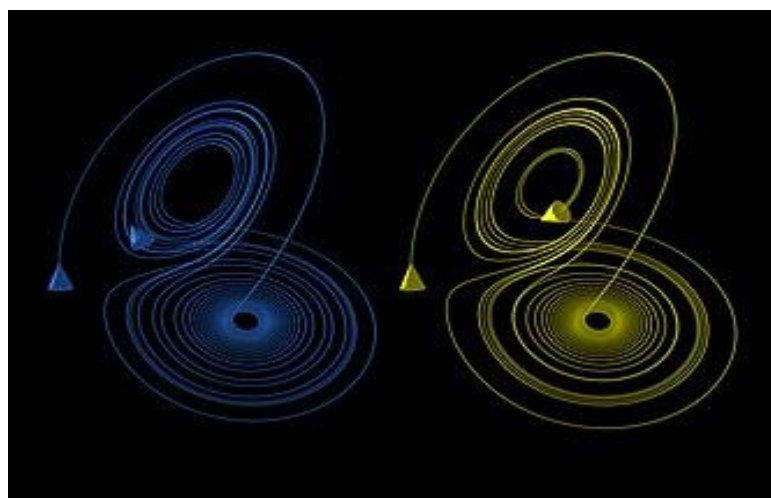
Εκτός από τις δύο ιδιότητες που προαναφέρθηκαν ένα δυναμικό σύστημα για να θεωρηθεί χαοτικό θα πρέπει να εμφανίζει πυκνές περιοδικές τροχιές. Τροχιά θεωρείται το σύνολο των διαδοχικών σημείων ή θέσεων στον φασικό χώρο από τις οποίες διέρχεται το χαοτικό σύστημα κατά την κίνησή του. Περιοδική τροχιά είναι κάθε τροχιά που κυμαίνεται μεταξύ ενός πεπερασμένου συνόλου τιμών (Holt, 2017). Επομένως για να εμφανίσει ένα δυναμικό σύστημα πυκνές περιοδικές τροχιές θα πρέπει κάθε σημείο στο φασικό χώρο να προσεγγίζεται σε πολύ κοντινές αποστάσεις από περιοδικές τροχιές (Holt, 2017). Το σύνολο αυτών των περιοδικών τροχιών αποτελεί το πορτραίτο του δυναμικού συστήματος στο φασικό χώρο.

2.6 Ελκυστές

Η χαοτική κίνηση ή οποιαδήποτε άλλη κίνηση μπορεί να απεικονιστεί με την κατασκευή ενός διαγράμματος φάσης της κίνησης. Σε κάθε άξονα ενός τέτοιου

διαγράμματος αναπαρίσταται μια μεταβλητή της κατάστασης ενώ ο χρόνος υπεισέρχεται αθόρυβα. Για παράδειγμα σε ένα διάγραμμα φάσης της κίνησης ενός εκκρεμούς, αν το εκκρεμές βρίσκεται σε ακινησία θα απεικονιστεί ως ένα σημείο ενώ αν το εκκρεμές εκτελεί περιοδική κίνηση θα απεικονιστεί ως μια κλειστή καμπύλη η οποία ονομάζεται τροχιά. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι τροχιές που μπορούν να εμφανιστούν σε ένα διάγραμμα φάσης της κίνησης ενός εκκρεμούς μπορεί να είναι άπειρες και τείνουν να πλησιάζουν ένα κοινό όριο. Είναι φανερό ότι η συμπεριφορά του συστήματος έλκεται σε αυτήν την κίνηση με αποτέλεσμα το σύστημα να ακολουθεί μια συγκεκριμένη μορφή διαδρομής. Μια τέτοια ελκυστική κίνηση λέγεται ελκυστής του συστήματος.

Ορισμένα δυναμικά συστήματα είναι χαοτικά παντού, αλλά η χαοτική συμπεριφορά εμφανίζεται σε ένα μόνο υποσύνολο του χώρου φάσεων. Όταν η χαοτική αυτή συμπεριφορά έλκεται τότε διαφορετικές αρχικές συνθήκες θα οδηγήσουν σε κλειστές καμπύλες δηλαδή τροχιές οι οποίες θα συγκλίνουν σε αυτή την χαοτική περιοχή. Ένα από τα πρώτα και πιο γνωστά χαοτικά διαγράμματα συστήματος, εξαιτίας της πολυπλοκότητας που εμφανίζει, είναι αυτό του ελκυστή Lorenz το οποίο οδηγεί σε ένα μοτίβο που μοιάζει με τα φτερά μιας πεταλούδας, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 2.2. Οι ελκυστές οι οποίοι προκύπτουν από διάφορα χαοτικά συστήματα λέγονται παράξενοι ελκυστές και εμφανίζονται τόσο σε συνεχή δυναμικά συστήματα όσο και σε ορισμένα διακριτά συστήματα.



Εικόνα 2.2 – Ελκυστής Lorenz

2.7 Ελάχιστη πολυπλοκότητα ενός χαοτικού συστήματος

Ένα δυναμικό σύστημα για να εμφανίσει χαοτική συμπεριφορά θα πρέπει να είναι μη γραμμικό ή απειροδιάστατο. Σύμφωνα με το θεώρημα των Henri Poincaré και Ivar Otto Bendixson, ένας παράξενος ελκυστής ενός συνεχούς δυναμικού συστήματος μπορεί να προκύψει μόνο σε τρεις ή περισσότερες διαστάσεις σε αντίθεση με τα διακριτά χαοτικά συστήματα τα οποία εμφανίζουν ελκυστές ανεξάρτητα από τον αριθμό των διαστάσεων τους. Το θεώρημα των Henri Poincaré και Ivar Otto Bendixson, μας δείχνει ότι διαφορετικές εξισώσεις οι οποίες είναι δισδιάστατες έχουν αρκετά συνηθισμένη συμπεριφορά. Γνωστοί χαοτικοί ελκυστές όπως ο ελκυστής Lorenz και ο ελκυστής Rossler περιγράφονται από συστήματα διαφορικών εξισώσεων οι οποίες περιέχουν μη γραμμικούς όρους. Από την άλλη πλευρά έχει αποδειχθεί ότι τρισδιάστατα μη γραμμικά συστήματα δεν εμφανίζουν χαοτική συμπεριφορά (Heidel & Fu, 1999). Επομένως για την εμφάνιση χαοτικής συμπεριφοράς είναι απαραίτητο τα δυναμικά συστήματα να είναι μη γραμμικά ή απειροδιάστατα, παρόλα αυτά δεν παύουν να χαρακτηρίζονται από πολυπλοκότητα.

2.8 Διάκριση μεταξύ τυχαίων και χαοτικών δεδομένων

Η διάκριση ανάμεσα σε αιτιοκρατικές και στοχαστικές διαδικασίες δεν είναι εύκολη υπόθεση. Αυτό συμβαίνει διότι οι χρονοσειρές δεν αποτελούνται μόνο από καθαρό σήμα αλλά από σήμα σε συνδυασμό με κάποια μορφή θορύβου, με αποτέλεσμα οποιαδήποτε χρονοσειρά να μην είναι απόλυτα ντετερμινιστική αλλά να περιέχει και κάποια τυχαιότητα (Brock, 1986). Η διαδικασία που ακολουθείται για να ελεγχθεί αν μια χρονοσειρά είναι αιτιοκρατική είναι η εξής:

- i. να επιλέξει μια κατάσταση δοκιμής
- ii. να αναζητήσει τις χρονοσειρές για παρόμοιες ή κοντινές αποστάσεις
- iii. να συγκρίνει τις αντίστοιχες χρονικές τους εξελίξεις

Εάν η διαφορά μεταξύ της χρονικής εξέλιξης της κατάστασης δοκιμής και της χρονικής εξέλιξης της γειτονικής κατάστασης παραμένει μικρή τότε σε αυτήν την περίπτωση αναφερόμαστε σε ένα αιτιοκρατικό σύστημα. Στην περίπτωση που υπάρξει

εκθετική αύξηση της διαφοράς μεταξύ των χρονικών εξελίξεων σε σχέση με τον χρόνο τότε αναφερόμαστε και πάλι σε ένα αιτιοκρατικό σύστημα, με την διαφορά ότι το σύστημα εμφανίζει χαοτική συμπεριφορά. Αντίθετα ένα στοχαστικό σύστημα θα εμφανίζει μια διαφορά μεταξύ των χρονικών εξελίξεων η οποία θα είναι κατανοητή με τυχαίο τρόπο (Casdagli, 1991).

Ηλεκτρικό Χάος

3.1 Εισαγωγή

Στην σημερινή εποχή, τα χαοτικά συστήματα κάνουν εμφανή την παρουσία τους σε αρκετούς κλάδους της επιστήμης, με αποτέλεσμα η μελέτη της θεωρίας του χάους να αποκτά όλο και μεγαλύτερο ενδιαφέρον. Στο 3^ο κεφάλαιο, θα παρουσιαστούν μερικά από τα πιο διάσημα μοντέλα που εμφανίζουν χαοτική συμπεριφορά με μια σύντομη εξήγηση και γραφική επίδειξη.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό που διακρίνει τα χαοτικά συστήματα είναι η ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες αλλά και η μεγάλη εξάρτηση από την επιλογή των παραμέτρων του συστήματος. Επομένως είναι σημαντικό να αναλογιστούμε ότι πολλοί συνδυασμοί παραμέτρων δεν οδηγούν το σύστημα σε περιοχές χαοτικής λειτουργίας. Στην συνέχεια θα δοθούν και ορισμένοι συνδυασμοί παραμέτρων, για κάθε μοντέλο που θα παρουσιαστεί, οι οποίες οδηγούν στην εκδήλωση χαοτικής συμπεριφοράς. Για εκτενέστερη διερεύνηση όσον αφορά την κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων, κρίνεται απαραίτητο να πραγματοποιηθεί ανάλυση των συστημάτων.

3.2 Σύστημα Lorenz

Το σύστημα Lorenz είναι ίσως το πιο γνωστό αιτιοκρατικό μη γραμμικό σύστημα το οποίο εμφανίζει χαοτική συμπεριφορά. Η ονομασία του συστήματος προήλθε από τον Αμερικανό μαθηματικό και μετεωρολόγο Edward Lorenz, ο οποίος ασχολούνταν με την μελέτη ενός απλοποιημένου μοντέλου "ατμόσφαιρας" με σκοπό να εξηγήσει ορισμένα απρόβλεπτα καιρικά φαινόμενα. Πρέπει να αναφερθεί ότι το σύστημα του Lorenz είναι επίσης γνωστό ως Το Φαινόμενο της Πεταλούδας.

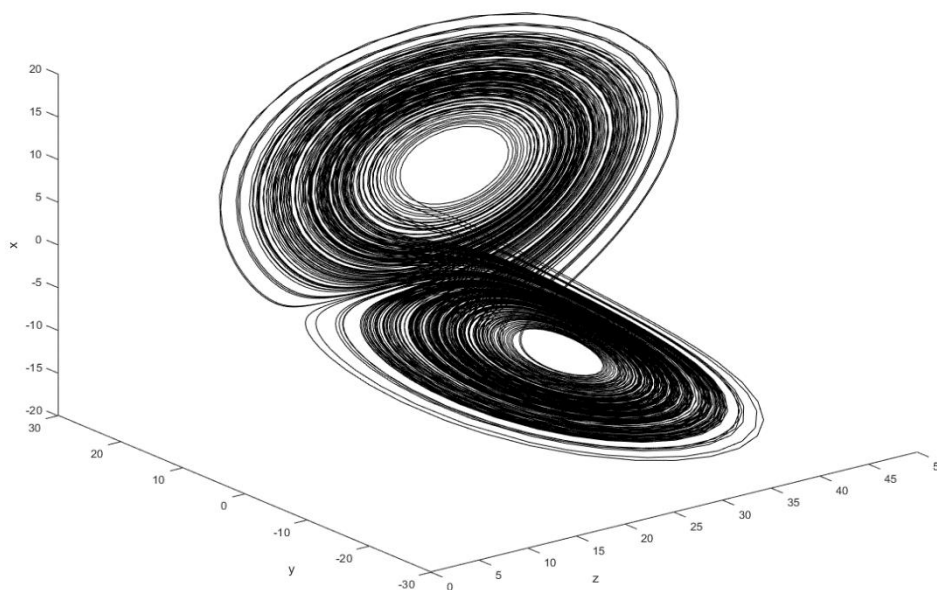
Σύμφωνα με το Φαινόμενο της Πεταλούδας, η κίνηση των φτερών μιας πεταλούδας στον Αμαζόνιο μπορεί να δημιουργήσει μακροπρόθεσμα βροχή στην Κίνα. Αυτό που μόλις προαναφέρθηκε υποδηλώνει ότι το σύστημα είναι ιδιαίτερα ευαίσθητο στις αρχικές συνθήκες, έτσι ώστε αν συμβεί έστω και απειροελάχιστη μεταβολή σε αυτές, η εξέλιξη του συστήματος θα είναι διαφορετική συγκριτικά με αυτήν που αναμέναμε να παρατηρήσουμε χωρίς την οποιαδήποτε μεταβολή. Επιπλέον το Φαινόμενο της Πεταλούδας μας βοηθάει να κατανοήσουμε γιατί η μελλοντική πρόγνωση του καιρού είναι αναξιόπιστη καθώς μια μικρή διαταραχή μπορεί να προκαλέσει μακροπρόθεσμα εντελώς διαφορετική συμπεριφορά.

Ο Edward Lorenz διατύπωσε ένα σύστημα τριών διαφορικών εξισώσεων, το οποίο απλοποιούσε το πρόβλημα. Για την απλοποίηση του προβλήματος, ο Lorenz χρησιμοποίησε διάφορες τεχνικές όπως η προσέγγιση Oberbeck-Boussinesq, η μεταγωγή Rayleigh-Benard (περιγράφοντας την κυκλοφορία υγρού μεταξύ δύο οριζόντιων στρωμάτων διαφορετικής θερμοκρασίας), τη μέθοδο Galerkin κ.α. Το μοντέλο του Lorenz αποτελείται από τρεις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες περιέχουν τρεις θετικές παραμέτρους και δύο τετραγωνικούς ή αλλιώς μη γραμμικούς όρους. Οι εξισώσεις που περιγράφουν το σύστημα Lorenz είναι:

$$\begin{aligned}x' &= \sigma (y - x) \\y' &= rx - y - xz \\z' &= xy - bz\end{aligned}\quad (3.1)$$

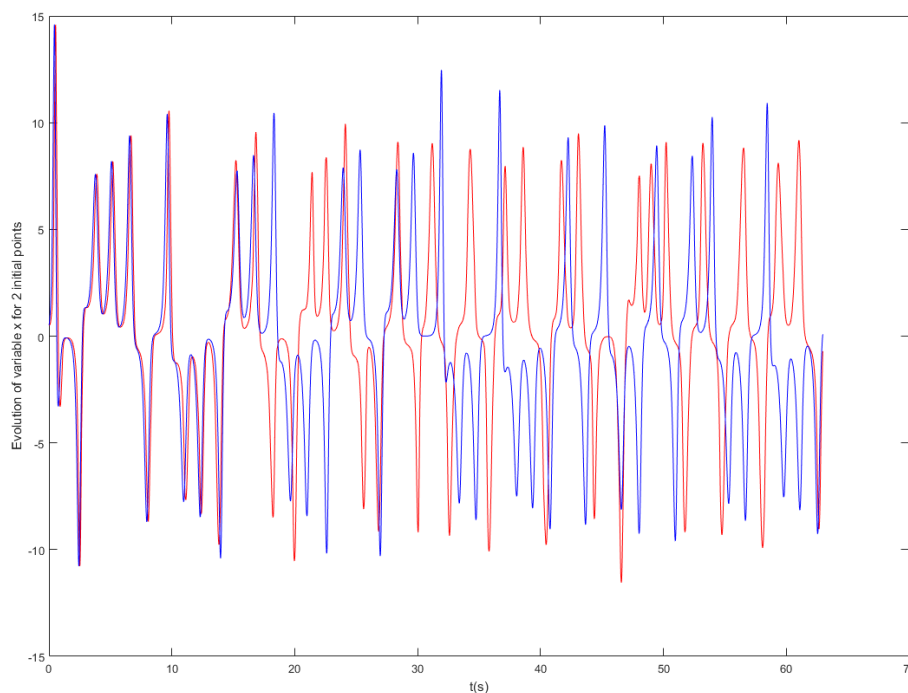
όπου σ , r και b είναι οι θετικές παράμετροι του συστήματος. Οι μη γραμμικοί όροι xz και xy εμφανίζονται στην δεύτερη και στην τρίτη διαφορική εξίσωση αντίστοιχα.

Με την επιλογή των παραμέτρων $\sigma=10$, $r=28$ και $b=8/3$, λαμβάνουμε το πιο διάσημο φασικό πορτραίτο του συστήματος Lorenz, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.1. Ο Lorenz παρατήρησε ότι καθώς το σύστημα εμφανίζει χαοτική συμπεριφορά κάτω από την επιλογή συγκεκριμένων παραμέτρων, δεν επαναλαμβάνεται ποτέ ακριβώς ενώ ταυτόχρονα παραμένει εντός μιας οριοθετημένης περιοχής του χώρου φάσης. Το παράξενο αυτό γεγονός που οδηγούσε στον περιορισμό της ανάπτυξης των τροχιών ονομάστηκε παράξενος ελκυστής. Οι διαφορικές εξισώσεις του Lorenz εφαρμόζονται σε αρκετά μοντέλα όπως μοντέλα για λείζερ, κινητήρες DC, ηλεκτρικά κυκλώματα κ.α.



Εικόνα 3.1 – Ελκυστής Lorenz ($\sigma=10$, $r=28$, $b=8/3$)

Έχει αναφερθεί ότι μια μικρή διαφοροποίηση στις αρχικές συνθήκες μπορεί να οδηγήσει το σύστημα μετά από αρκετό χρόνο σε εντελώς διαφορετική συμπεριφορά. Αυτό μπορεί να γίνει πιο εύκολα αντιληπτό αν παρατηρήσουμε το διάγραμμα που παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.2, στο οποίο φαίνεται η εξέλιξη της μεταβλητή x , που περιγράφεται από την πρώτη διαφορική εξίσωση του Lorenz, σε σχέση με το χρόνο για διαφορετικές τιμές στις αρχικές συνθήκες, με πολύ μικρή διαφορά μεταξύ τους. Οι τιμές των αρχικών συνθηκών στην πρώτη περίπτωση (κόκκινη γραμμή) είναι $(x, y, z) = (0.5, 0.7, 0)$ ενώ οι τιμές των αρχικών συνθηκών στην δεύτερη περίπτωση (μπλε γραμμή) είναι $(x, y, z) = (0.51, 0.72, 0.01)$. Παρατηρούμε ότι οι τροχιές ξεκινούν μαζί αλλά στην συνέχεια με την πάροδο του χρόνου διαχωρίζονται μεταξύ τους. Επομένως έχουμε δύο ταυτόσημα συστήματα Lorenz, τα οποία περιγράφονται από τις ίδιες διαφορικές εξισώσεις αλλά με την διαφορά ότι το πρώτο σύστημα ξεκινάει με αρχικές συνθήκες οι οποίες έχουν μια αρκετά μικρή διαφοροποίηση σε σχέση με τις αρχικές συνθήκες του δεύτερου συστήματος, με αποτέλεσμα τα δύο συστήματα να έχουν διαφορετική εξέλιξη μετά από κάποιο χρονικό διάστημα.



Εικόνα 3.2 – Εξέλιξη της μεταβλητής x στον χρόνο για δύο διαφορετικούς συνδυασμούς αρχικών συνθηκών

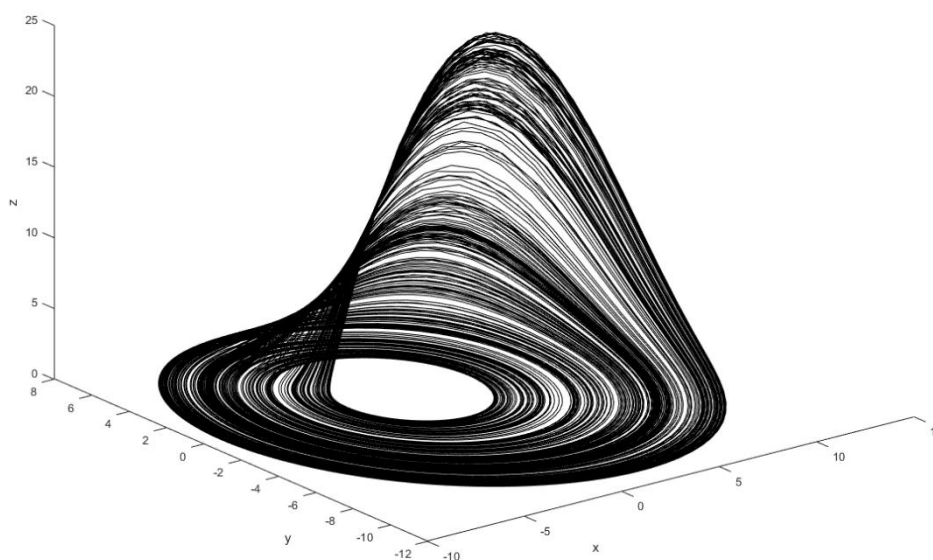
3.3 Σύστημα Rössler

Το σύστημα Rössler αποτελεί ακόμη ένα γνωστό χαοτικό σύστημα, το οποίο περιγράφεται από τρεις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις που μελετήθηκαν πρώτη φορά από τον Γερμανό βιοχημικό Otto Rössler (Rössler, 1976). Με την ανακάλυψη του ελκυστή Lorenz, αρκετοί προσπάθησαν να εξάγουν ένα παρόμοιο αποτέλεσμα σε διαφορετικά πεδία. Ο Rössler είχε θέσει σαν στόχο να βρει ένα μοντέλο το οποίο να συμπεριφέρεται όπως και το μοντέλο του Lorenz, αλλά η ανάλυσή του να είναι πολύ πιο εύκολη (Rössler, 1976). Στο μοντέλο του Rössler, εμφανίζεται μόνο ένας μη γραμμικός όρος, ο οποίος όμως είναι ικανός να οδηγήσει το σύστημα σε χαοτική συμπεριφορά. Αργότερα το μοντέλο του Rössler χρησιμοποιήθηκε στην μοντελοποίηση καταστάσεων ισορροπίας σε διάφορες χημικές αντιδράσεις. Ο Rössler συνεχίζοντας τις μελέτες του, έφτασε στο σημείο να ανακαλύψει τον πρώτο τεσσάρων διαστάσεων υπερχαοτικό ταλαντωτή. Το σύστημα του Rössler περιγράφεται από τρεις

μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες περιέχουν τις πραγματικές παραμέτρους a , b , c και είναι:

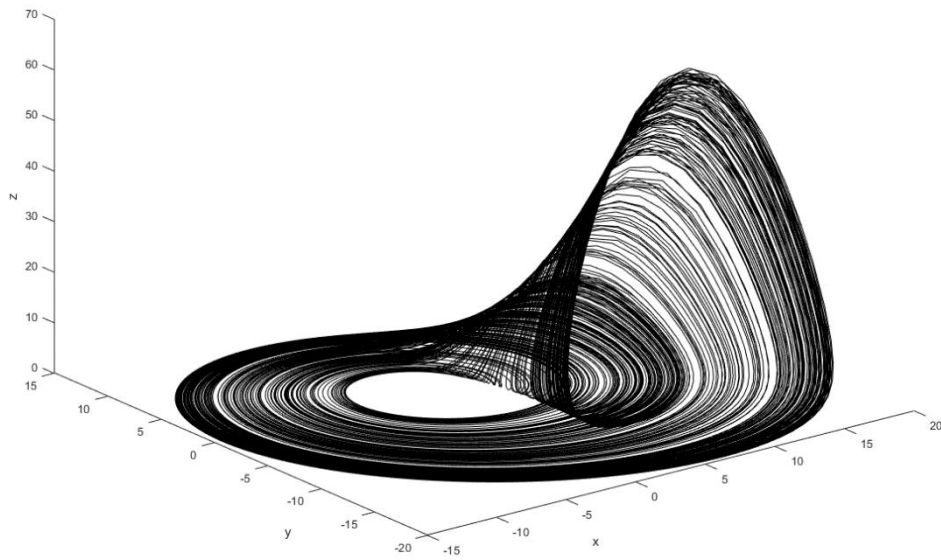
$$\begin{aligned}x' &= -y - z \\y' &= x + ay \\z' &= b + z(x - c)\end{aligned}\quad (3.2)$$

Με την επιλογή των παραμέτρων $a=0.2$, $b=0.2$ και $c=5.7$, λαμβάνουμε ένα φασικό πορτραίτο του συστήματος Rössler, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.3.

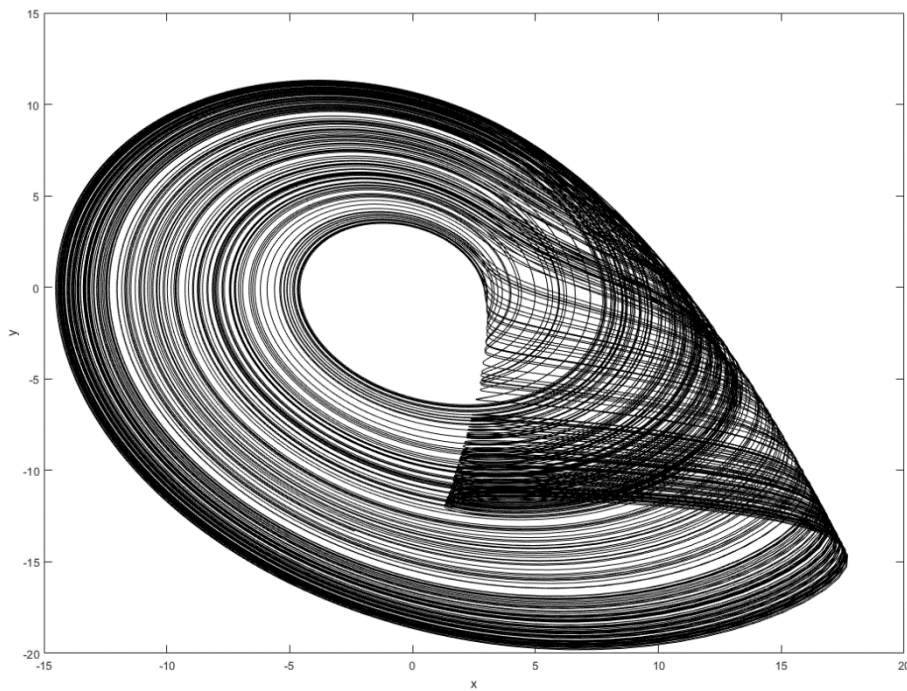


Εικόνα 3.3 – Ελκυστής Rössler ($a=0.2$, $b=0.2$, $c=5.7$)

Με την επιλογή των παραμέτρων $a=0.343$, $b=1.82$ και $c=9.75$, λαμβάνουμε ένα διαφορετικό φασικό πορτραίτο του συστήματος Rössler, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.4. Στην πρώτη περίπτωση παρατηρούμε ένα απλό ελκυστή ενώ στην δεύτερη περίπτωση παρατηρούμε έναν ελκυστή τύπου-βίδα δηλαδή ένα ελκυστή που εκτελεί ελικοειδή κίνηση όπως η κίνηση μιας βίδα.



(α)

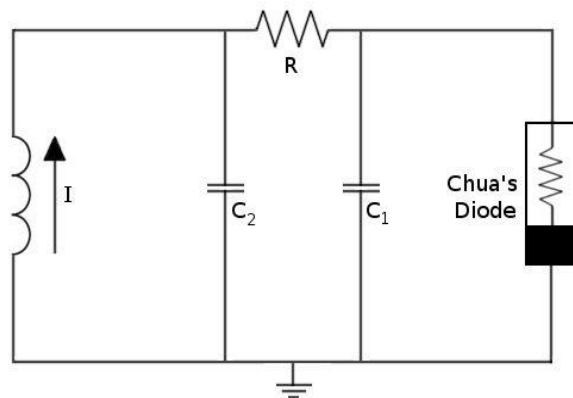


(β)

Εικόνα 3.4 – Ελκυστής Rössler (α) σε διάγραμμα x-y-z και (β) σε διάγραμμα x-y ($a=0.343$, $b=1.82$, $c=9.75$)

3.4 Κύκλωμα Chua

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν ηλεκτρονικά μη γραμμικά κυκλώματα τα οποία κατά την λειτουργία τους παρουσιάζουν χαοτική συμπεριφορά. Ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα το οποίο είναι σχετικά απλό και ανήκει σε αυτήν την κατηγορία είναι το κύκλωμα Chua. Το κύκλωμα Chua ανακαλύφθηκε το 1983, από τον Αμερικανό ηλεκτρολόγο μηχανικό Leon Ong Chua (Matsumoto, 1984). Η κατασκευή του κυκλώματος μπορεί να γίνει με μεγάλη ευκολία, καθώς αποτελείται από ένα κύκλωμα RLC, το οποίο περιέχει τέσσερα μη γραμμικά στοιχεία (δύο πυκνωτές, ένα πηνίο και μια αντίσταση) και ένα μη γραμμικό στοιχείο (μια μη γραμμική αντίσταση, η οποία ονομάζεται δίοδος Chua). Το κύκλωμα Chua παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.5.



Εικόνα 3.5 – Κύκλωμα Chua

Με την χρήση των νόμων του Kirchhoff, εξάγονται οι διαφορικές εξισώσεις οι οποίες περιγράφουν το κύκλωμα Chua ως εξής:

$$C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = G (V_{C2} - V_{C1}) - f(V_{C1})$$

$$C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} = G (V_{C1} - V_{C2}) - i_L \quad (3.3)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = V_{C2}$$

όπου $G = \frac{1}{R}$ είναι η αγωγιμότητα για την αντίσταση R , C_1 , C_2 και L είναι οι πυκνωτές και το πηνίο αντίστοιχα. Η απόκριση της μη γραμμικής αντίστασης περιγράφεται από την συνάρτηση:

$$f(VcI) = m_0 VcI + \frac{1}{2} (m_1 - m_0) [|VcI + Bp| - |VcI - Bp|]$$

Τις περισσότερες φορές για να γίνει πιο εύκολη η μαθηματική ανάλυση του κυκλώματος Chua, χρησιμοποιείται ένα κανονικοποιημένο μοντέλο το οποίο είναι:

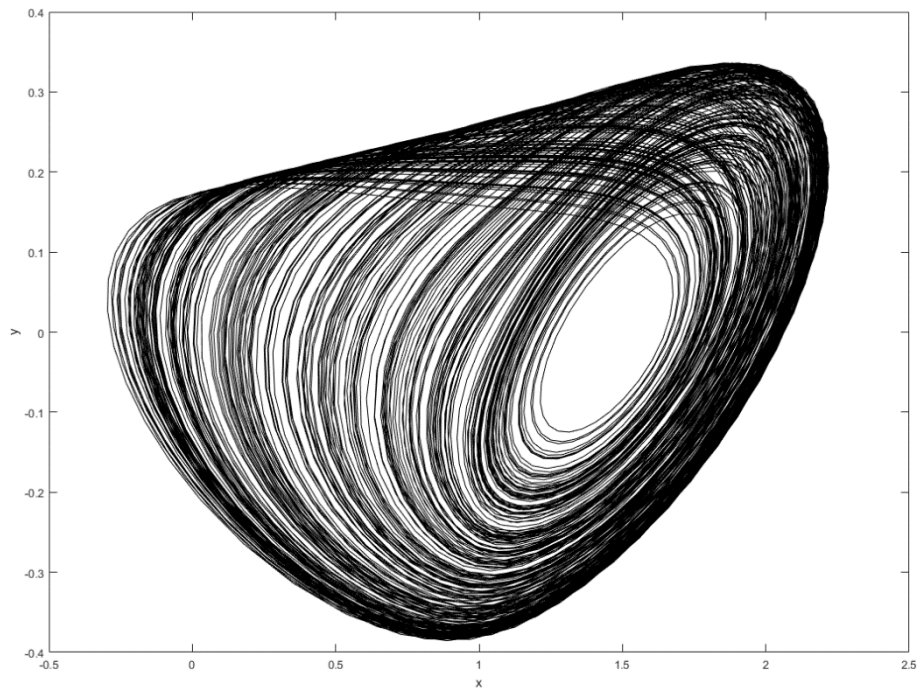
$$\begin{aligned} x' &= \alpha [y - x - f(x)] \\ y' &= x - y + z \\ z' &= -\beta y \end{aligned} \quad (3.4)$$

όπου $x = Vc_1/Bp$, $y = Vc_2/Bp$, $z = i/BpG$, $\alpha = C_2/C_1$, $\beta = C_2/G^2L$ και η συνάρτηση που περιγράφει την απόκριση της μη γραμμικής αντίστασης είναι:

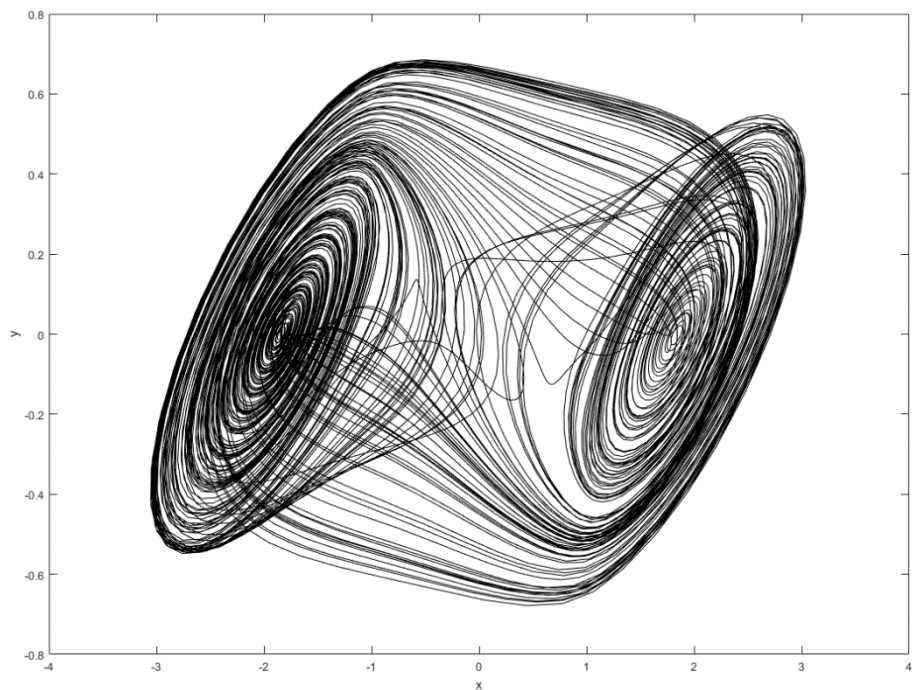
$$f(x) = bx + \frac{1}{2} (a - b) [|x + I| - |x - I|]$$

όπου $a = m_1/G$, $b = m_0/G$ (KAPITANIAK, 2000).

Επιπλέον το κύκλωμα Chua είναι ενδιαφέρον, καθώς εμφανίζει διαφορετικές μορφές στους ελκυστές για διαφορετικές επιλογές των παραμέτρων του συστήματος. Με την επιλογή των παραμέτρων $\alpha = 9.4$, $\beta = 16$, $m_0 = -8/7$ και $m_1 = -5/7$, εμφανίζεται ένας απλός ελκυστής, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.6. Αντίθετα με την επιλογή των παραμέτρων $\alpha = 10$, $\beta = 14.87$, $m_0 = -1.27$ και $m_1 = -0.68$, εμφανίζεται ένας ελκυστής διπλού κυλίνδρου, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.7.



Εικόνα 3.6 – Ελκυστής Chua ($\alpha = 9.4$, $\beta = 16$, $m_0 = -8/7$ και $m_1 = -5/7$)



Εικόνα 3.7 – Ελκυστής Chua ($\alpha = 10$, $\beta = 14.87$, $m_0 = -1.27$ και $m_1 = -0.68$)

3.5 Ταλαντωτής Van der Pol

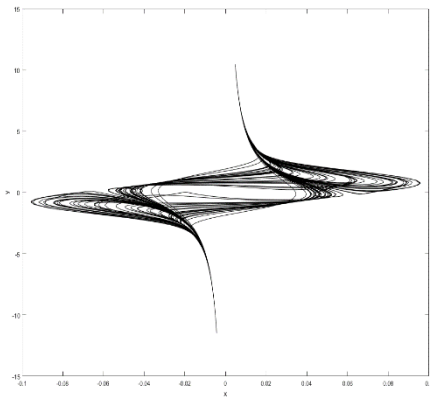
Ένα αρκετά ενδιαφέρον σύστημα, αλλά λιγότερο γνωστό σε σχέση με τα συστήματα του Lorenz και του Rössler, είναι ο ταλαντωτής Van der Pol. Η ανακάλυψη του ταλαντωτή Van der Pol προήλθε από τον Ολλανδό φυσικό και ηλεκτρολόγο μηχανικό Balthasar van der Pol (Cartwright, 1960). Ο Van der Pol παρατήρησε ότι σε ηλεκτρικά κυκλώματα που χρησιμοποιούσαν λυχνίες κενού, εμφανιζόντουσαν σταθερές ταλαντώσεις, οι οποίες σήμερα ονομάζονται οριακοί κύκλοι. Το 1927, ο Van der Pol και ο συνεργάτης του Van der Mark, ανακαλύψαν ότι για ορισμένες συχνότητες κίνησης ακούστηκε ένας παράξενος θόρυβος. Ο παράξενος αυτός θόρυβος ήταν αποτέλεσμα της εμφάνισης χάους.

Ο ταλαντωτής Van der Pol περιγράφεται από τρεις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες περιέχουν τις θετικές παραμέτρους k , μ , b , s , p και q και είναι:

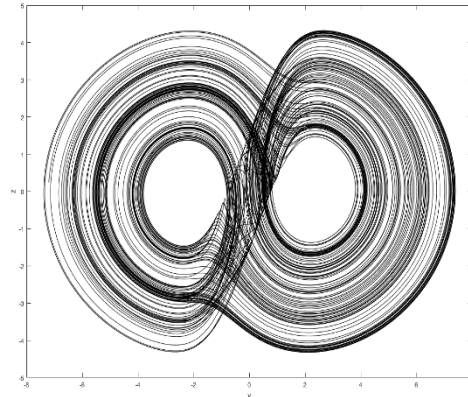
$$\begin{aligned}x' &= ky + \mu x (b - y^2) \\y' &= -x + sz \\z' &= px - qy\end{aligned}\tag{3.5}$$

Η παράμετρος s είναι άξια σημασίας, καθώς αντιστοιχεί σε ένα κλάδο ανατροφοδότησης ο οποίος είναι υπεύθυνος για την εμφάνιση χαοτικής συμπεριφοράς στον ταλαντωτή Van der Pol. Επομένως με κατάλληλο χειρισμό της παραμέτρου s , μπορώ να οδηγήσω τον ταλαντωτή σε περιοδική ή χαοτική συμπεριφορά. Επιπλέον πρέπει να αναφερθεί ότι οι μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις του Van der Pol με μικρές τροποποιήσεις, έχουν χρησιμοποιηθεί σε αρκετούς κλάδους της επιστήμης όπως στην οικονομία για την εύρεση ενός οικονομικού μοντέλου για τις λιγότερο ανεπτυγμένες χώρες (BOUALI, 1999), στη βιολογία για την μοντελοποίηση συστημάτων νευρωνικών λειτουργιών (Nagumo, Arimoto, & Yoshizawa, 1962), και στην σεισμολογία για την μοντελοποίηση της δράσης μεταξύ δύο πλακών σε ένα γεωλογικό ρήγμα (Cartwright, Eguiluz, Hernandez-Garcia, & Piro, 1999).

Παρατηρούμε ότι με την επιλογή των παραμέτρων $k = 0.02$, $\mu = 0.4$, $b = 0.2$, $p = 10$, $q = 0.1$ και για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου s , λαμβάνουμε διαφορετικές μορφές του ελκυστή, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.8, στην Εικόνα 3.9 και στην Εικόνα 3.10.

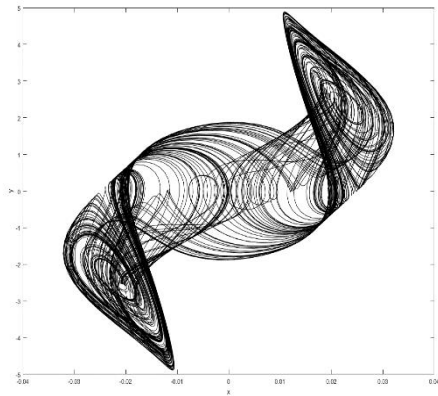


(α)

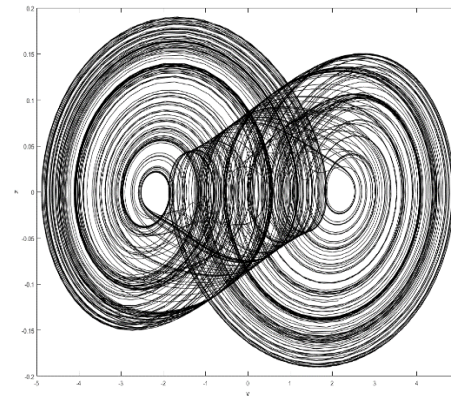


(β)

Εικόνα 3.8 - Ελκυστής Van der Pol (α) σε διάγραμμα x-y και (β) σε διάγραμμα y-z για $s=0.2$

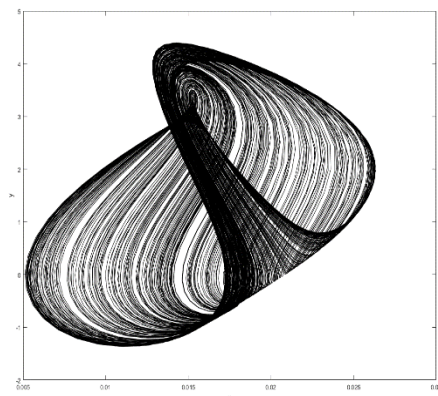


(α)

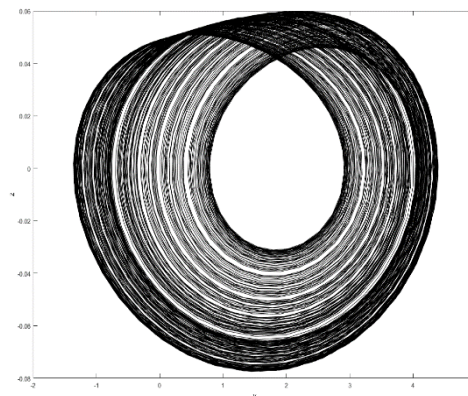


(β)

Εικόνα 3.9 - Ελκυστής Van der Pol (α) σε διάγραμμα x-y και (β) σε διάγραμμα y-z για $s=35$



(α)



(β)

Εικόνα 3.10 – Ελκυστής Van der Pol (α) σε διάγραμμα x-y και (β) σε διάγραμμα y-z για $s=150$

3.6 Σύστημα Chen

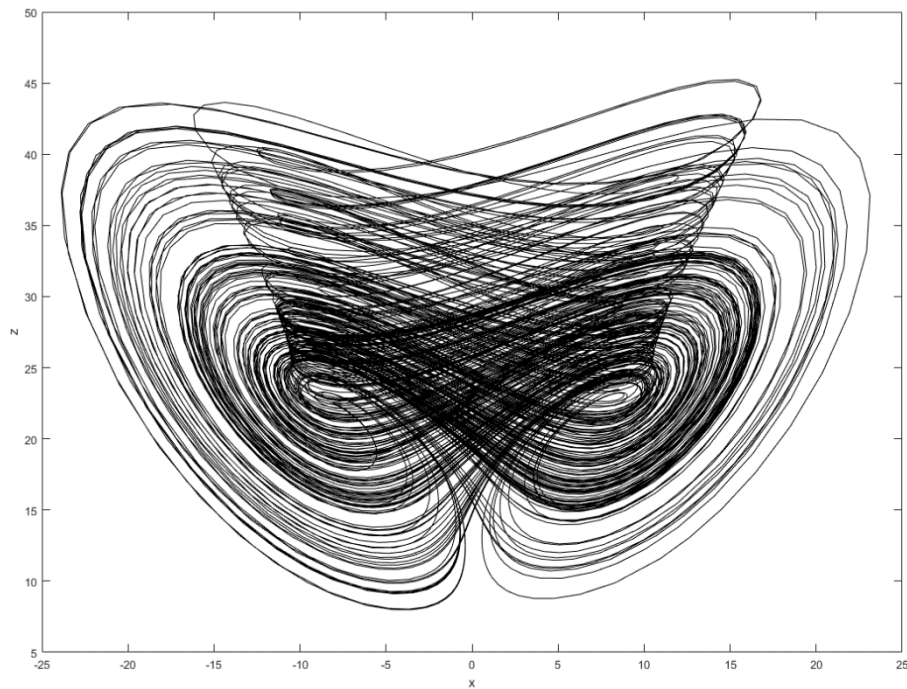
Ο ελκυστής Chen ανακαλύφθηκε το 1999 από τον Guanrong Chen και τον Tetsushi Ueta (Chen & Ueta, 1999). Το σύστημα Chen αποτελεί ακόμη ένα χαοτικό σύστημα, στο οποίο παρατηρείται ελκυστής διπλού κυλίνδρου, όπως και στο κύκλωμα Chua. Το συγκεκριμένο σύστημα είναι παρόμοιο με το σύστημα Lorenz καθώς διαφέρουν μόνο σε μια από τις τρεις διαφορικές εξισώσεις που τα περιγράφουν (Chen & Ueta, 1999). Παρά την ομοιότητα που εμφανίζουν τα δύο συστήματα στις διαφορικές τους εξισώσεις, εμφανίζουν παράλληλα διαφορές τόσο στα φασικά πορτραίτα όσο και στις τιμές των παραμέτρων που οδηγούν τα δύο συστήματα στην εμφάνιση χαοτικής συμπεριφοράς.

Το σύστημα Chen περιγράφεται από τρεις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες είναι:

$$\begin{aligned}x' &= a(y - x) \\ y' &= (c - a)x - xz + cy \\ z' &= xy - bz\end{aligned}\quad (3.6)$$

όπου a , b , c είναι θετικές πραγματικές παράμετροι του συστήματος.

Με την επιλογή των παραμέτρων $a=35$, $b=3$ και $c=28$, λαμβάνουμε ένα χαρακτηριστικό φασικό πορτραίτο του συστήματος Chen, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.11.

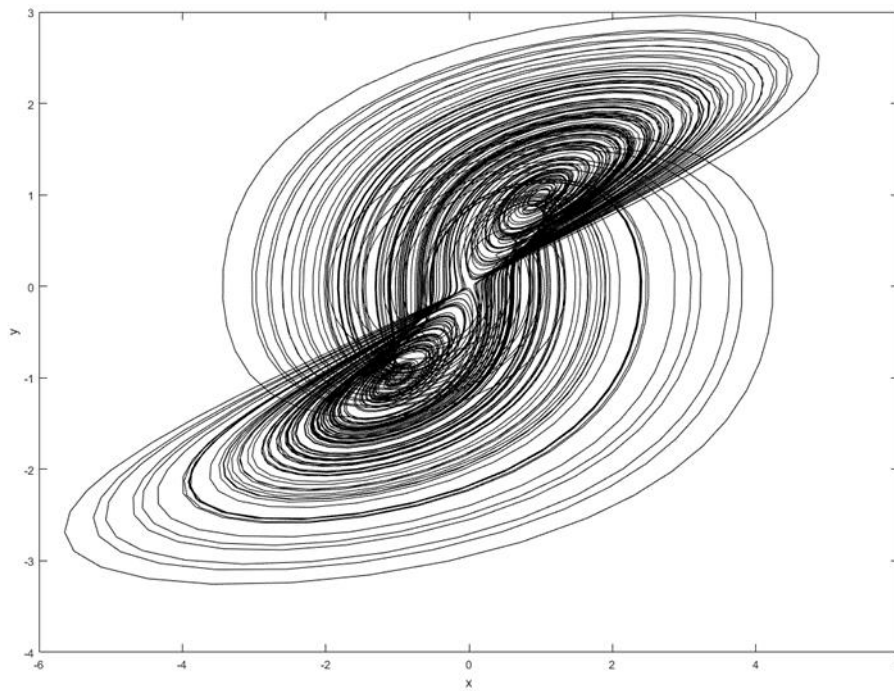
Εικόνα 3.11 - Ελκυστής Chen ($a=35$, $b=3$, $c=28$)

3.7 Σύστημα Sprott

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον εμφανίζουν τα δεκαοχτώ διαφορετικά χαοτικά μοντέλα τα οποία παρουσίασε ο καθηγητής Φυσικής Julien Clinton Sprott (SPROTT, 2010). Ένα από τα μοντέλα του Sprott είναι το μοντέλο Sprott-SQB, το οποίο περιγράφεται από ένα σύστημα τριών διαφορικών εξισώσεων οι οποίες είναι:

$$\begin{aligned}x' &= yz \\y' &= x - y \\z' &= 1 - xy\end{aligned}\quad (3.7)$$

Με το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων (3.7), λαμβάνουμε την μορφή του ελκυστή, που παρουσιάζεται στην Εικόνα 3.12.



Εικόνα 3.12 – Ελκυστής Sprott – SQB

Ανάλυση Ταλαντωτή Colpitts

4.1 Εισαγωγή

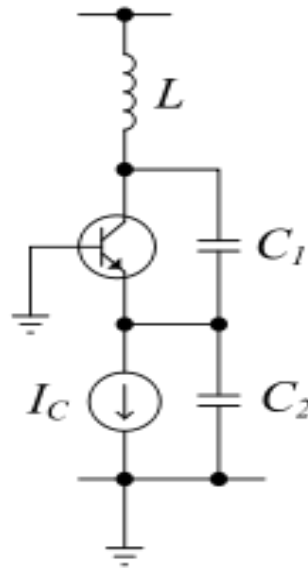
Όπως είναι γνωστό, οι ταλαντωτές είναι ηλεκτρονικά κυκλώματα, τα οποία χρησιμοποιούνται σε ένα ευρύ φάσμα ηλεκτρονικών συσκευών. Ένας ηλεκτρονικός ταλαντωτής παράγει ένα περιοδικό, ταλαντούμενο, ηλεκτρονικό σήμα, το οποίο είναι συνήθως ημιτονοειδούς ή τετραγωνικής μορφής, μετατρέποντας το συνεχές ρεύμα από μια παροχή ρεύματος σε σήμα εναλλασσόμενου ρεύματος. Οι ταλαντωτές διακρίνονται σε γραμμικούς ή μη γραμμικούς ταλαντωτές. Ένας γραμμικός ταλαντωτής είναι υπεύθυνος για την παραγωγή ημιτονοειδών κυματομορφών ενώ αντίθετα ένας μη γραμμικός ταλαντωτής είναι υπεύθυνος για την παραγωγή τριγωνικών ή τετραγωνικών κυματομορφών.

Στο 4^ο κεφάλαιο, το επίκεντρο του ενδιαφέροντος βρίσκεται στον ταλαντωτή Colpitts. Ο ταλαντωτής Colpitts είναι ένας γραμμικός ταλαντωτής, ο οποίος ανήκει στην κατηγορία των ταλαντωτών LC. Οι συγκεκριμένοι ταλαντωτές περιέχουν ένα δικτύωμα LC, μέσω του οποίου γίνεται η επιλογή της συχνότητας των ταλαντώσεων. Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστεί τόσο η λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts όσο και χαοτική λειτουργία που εμφανίζει, με την επιλογή συγκεκριμένων παραμέτρων του κυκλώματος.

4.2 Ταλαντωτής Colpitts

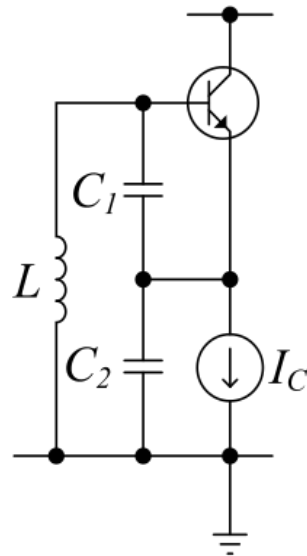
Το 1918, ο Αμερικανός μηχανικός Edwin Henry Colpitts ανακάλυψε τον ταλαντωτή Colpitts (Colpitts, 1918). Ο ταλαντωτής Colpitts ανήκει σε μια οικογένεια ταλαντωτών LC, καθώς το κύκλωμά του περιλαμβάνει ένα δικτύωμα πυκνωτών και

επαγωγέων, το οποίο είναι υπεύθυνο για την παραγωγή ταλαντώσεων σε μια συγκεκριμένη συχνότητα. Πιο αναλυτικά, ο ταλαντωτής Colpitts αποτελείται από ένα διπολικό τρανζίστορ επαφής (BJT) και ένα δικτύωμα ανάδρασης. Η έξοδος του τρανζίστορ είναι συνδεδεμένη με την είσοδο του δικτύωματος ανάδρασης, το οποίο ορίζει την συχνότητα ταλάντωσης και αποτελείται από ένα κύκλωμα ενός επαγωγέα και δύο πυκνωτών σε σειρά (Gottlieb, 1997). Πρέπει να αναφερθεί ότι στην θέση του διπολικού τρανζίστορ επαφής θα μπορούσε να υπάρχει τρανζίστορ επίδρασης πεδίου (FET), τελεστικός ενισχυτής ή λυχνία κενού. Το κύκλωμα του ταλαντωτή Colpitts σε συνδεσμολογία κοινής βάσης (CB) παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.1.



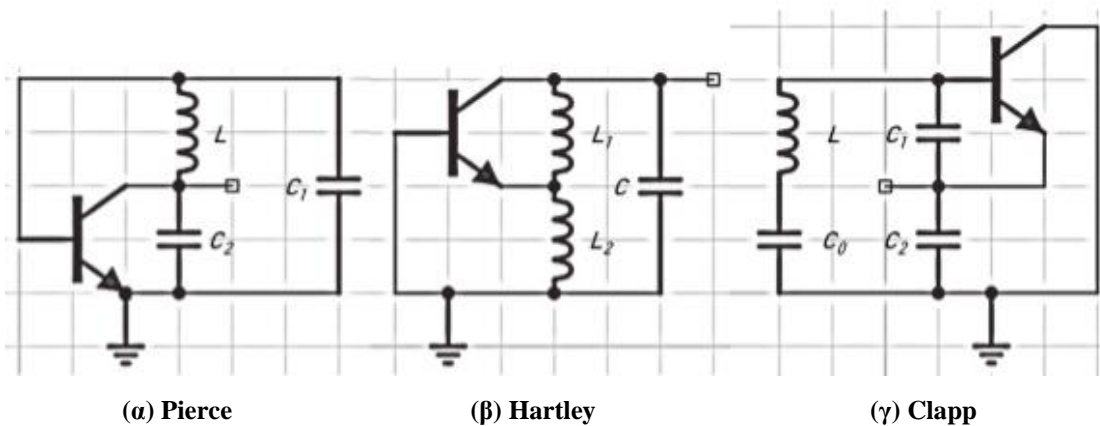
Εικόνα 4.1 – Κύκλωμα Colpitts σε συνδεσμολογία κοινής βάσης (CB)

Μια ακόμη εκδοχή του κυκλώματος του ταλαντωτή Colpitts, παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.2. Πρόκειται για το κύκλωμα του ταλαντωτή Colpitts σε συνδεσμολογία κοινού συλλέκτη (CC). Στην πρώτη εκδοχή, δηλαδή σε συνδεσμολογία κοινής βάσης, η ανατροφοδότηση παρέχεται από την τάση κατά μήκος του πυκνωτή C_2 , η οποία παράλληλα είναι και η τάση κατά μήκος της επαφής βάσης – εκπομπού του τρανζίστορ. Αντίθετα στη δεύτερη εκδοχή, δηλαδή σε συνδεσμολογία κοινού συλλέκτη, η ανατροφοδότηση παρέχεται από την τάση κατά μήκος του πυκνωτή C_1 , η οποία και σε αυτήν την περίπτωση είναι η τάση κατά μήκος της επαφής βάσης – εκπομπού του τρανζίστορ.



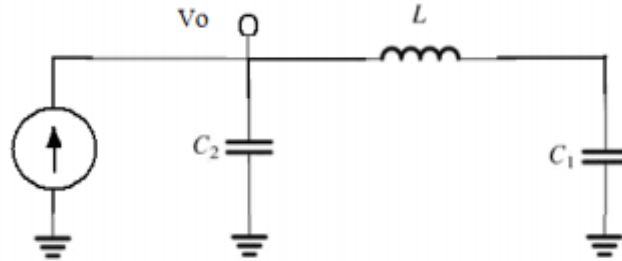
Εικόνα 4.2 - Κύκλωμα Colpitts σε συνδεσμολογία κοινού συλλέκτη (CC)

Στην ίδια οικογένεια με τον ταλαντωτή Colpitts, υπάρχουν και άλλοι ταλαντωτές LC. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα αυτών των ταλαντωτών, είναι ο ταλαντωτής Hartley. Η διαφορά μεταξύ του ταλαντωτή Hartley σε σχέση με τον ταλαντωτή Colpitts είναι ότι το δικτύωμα ανάδρασης του ταλαντωτή Hartley αποτελείται από ένα πυκνωτή και δύο επαγωγείς σε σειρά. Άλλα χαρακτηριστικά παραδείγματα τέτοιων ταλαντωτών, είναι ο ταλαντωτής Pierce και ο ταλαντωτής Clapp. Οι διαφορές μεταξύ των ταλαντωτών αυτών σε σχέση με τον ταλαντωτή Colpitts εμφανίζονται κυρίως στο κύκλωμα LC, δηλαδή το δικτύωμα ανάδρασης. Ο ταλαντωτής Pierce, Hartley και Clapp, οι οποίοι ανήκουν στην ίδια οικογένεια με τον ταλαντωτή Colpitts, παρουσιάζονται στην Εικόνα 4.3.



Εικόνα 4.3 – Ταλαντωτές LC (α) Pierce, (β) Hartley και (γ) Clapp

Για την εύρεση της συχνότητας συντονισμού του δικτύωματος της ανάδρασης, θα πρέπει να προχωρήσουμε σε απομόνωση του δικτύωματος LC, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.4.



Εικόνα 4.4 – Δικτύωμα LC για την εύρεση της συχνότητας συντονισμού του ταλαντωτή Colpitts

Στο δικτύωμα LC που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.4., μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό ότι έχει εφαρμοστεί μια δοκιμαστική τάση V_o . Επιπλέον για την εύρεση της συχνότητας συντονισμού του δικτύωματος LC, κρίνεται απαραίτητο η πηγή ρεύματος να ισοδυναμεί με ανοιχτοκύκλωμα και η πηγή τάσης να ισοδυναμεί με βραχυκύκλωμα. Η συνάρτηση μεταφοράς $\frac{V_o}{I}$, η οποία είναι ίση με την αντίσταση εισόδου του δικτύωματος LC, υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{V_o}{I} = \frac{1}{sC_2} // \left(sL + \frac{1}{sC_1} \right) = \frac{\left(sL + \frac{1}{sC_1} \right) \frac{1}{sC_2}}{sL + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}} = \frac{sL + \frac{1}{sC_1}}{s^2LC_2 + \frac{C_2}{C_1} + 1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{I} = \frac{s^2LC_1 + 1}{s^3LC_1C_2 + sC_2 + sC_1} \quad (4.1)$$

Θέτοντας όπου $s = j\omega_0$ και μηδενίζοντας τον παρονομαστή της εξίσωσης 4.1, βρίσκουμε την συχνότητα συντονισμού του δικτύωματος LC ως εξής:

$$j\omega_0^3LC_1C_2 + j\omega_0C_2 + j\omega_0C_1 = 0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}}} \quad (4.2)$$

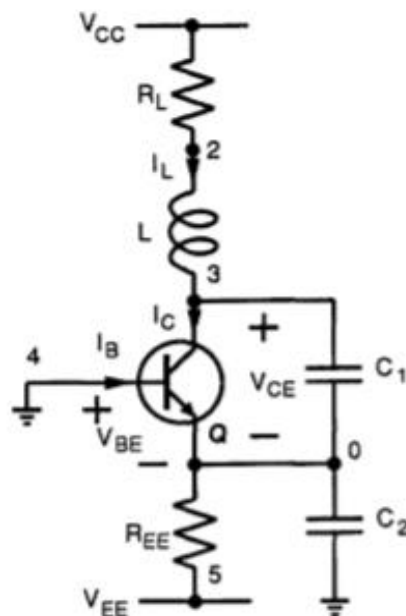
Εναλλακτικά η συχνότητα συντονισμού, αν αντικαταστήσουμε όπου $\omega_0 = 2\pi f$, μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (4.3)$$

όπου $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ εφόσον οι δύο πυκνωτές C_1 και C_2 είναι συνδεδεμένοι σε σειρά.

4.3 Χαοτικός Ταλαντωτής Colpitts

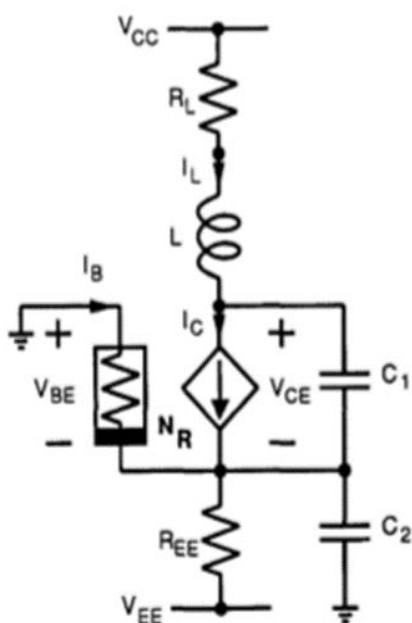
Ο ταλαντωτής Colpitts είναι υπεύθυνος για την παραγωγή ταλάντωσης με μια συγκεκριμένη συχνότητα, η οποία καθορίζεται από το δικτύωμα LC. Παρόλα αυτά ο ταλαντωτής Colpitts δεν έχει μόνο αυτή την λειτουργία. Έχει παρατηρηθεί ότι με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων του κυκλώματός του, το οποίο παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.5, εμφανίζει θετικό εκθέτη Lyapunov δηλαδή παρουσιάζει χαοτική συμπεριφορά.



Εικόνα 4.5 – Κύκλωμα ταλαντωτή Colpitts με BJT

Το κύκλωμα της Εικόνας 4.5 αποτελείται από ένα διπολικό τρανζίστορ επαφής (BJT). Επιπλέον το κύκλωμα ανατροφοδότησης του κυκλώματος αποτελείται από έναν επαγωγέα L σε σειρά με μία αντίσταση R_L και ένα χωρητικό διαιρέτη τάσης που έχει δημιουργηθεί από τους πυκνωτές C_1 και C_2 (Kennedy, 1994).

Το κύκλωμα το οποίο παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.6, αποτελεί το ισοδύναμο κύκλωμα του ταλαντωτή Colpitts. Πρόκειται για ένα κύκλωμα τρίτης τάξης, το οποίο μοντελοποιεί την μη γραμμική συμπεριφορά του ταλαντωτή Colpitts. Το εν λόγω κύκλωμα αποτελείται από ένα γραμμικό επαγωγέα, δύο γραμμικούς πυκνωτές, δύο γραμμικές αντιστάσεις, δύο ανεξάρτητες πηγές τάσης, μια πηγή ρεύματος η οποία ελέγχεται από ένα γραμμικό ρεύμα και μια μη γραμμική αντίσταση ελεγχόμενη από τάση (Kennedy, 1994).



Εικόνα 4.6 – Ισοδύναμο κύκλωμα ταλαντωτή Colpitts

Η χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts ισοδυναμεί με την εμφάνιση πολλαπλών ταλαντώσεων. Πιο συγκεκριμένα πρόκειται για ένα φαινόμενο κατά το οποίο συνυπάρχουν δύο ή περισσότερες ταλαντώσεις ταυτόχρονα σε σταθερή κατάσταση (Kennedy, 1994). Το συμπέρασμα που εξήλθε με την παρατήρηση του συγκεκριμένου φαινομένου στον ταλαντωτή Colpitts ήταν πως ο ταλαντωτής Colpitts εξαιτίας της παραμόρφωσης του σήματος από τις πολλαπλές ταλαντώσεις δεν ήταν

κατάλληλος για συστήματα τηλεπικοινωνιών (Nguyen, 1991). Ωστόσο αργότερα αποδείχθηκε ότι ο ταλαντωτής Colpitts μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε συστήματα τηλεπικοινωνιών ως πομπός για την μεταφορά χασοτικών δεδομένων (Dedieu, Kennedy, & Hasler, 1993).

Με χρήση του 1^{ου} και του 2^{ου} κανόνα του Kirchhoff εξάγονται τρεις διαφορικές μη γραμμικές εξισώσεις, οι οποίες περιγράφουν το κύκλωμα Colpitts και δίνονται ως εξής:

$$C_1 \frac{V_{CE}}{dt} = I_L - I_C$$

$$C_2 \frac{V_{BE}}{dt} = -\frac{V_{EE} + V_{BE}}{R_{EE}} - I_L - I_B \quad (4.4)$$

$$L \frac{I_L}{dt} = V_{CC} - V_{CE} + V_{BE} - I_L R_L$$

Πρέπει να αναφερθεί ότι στην συγκεκριμένη περίπτωση το διπολικό τρανζίστορ επαφής (BJT) λειτουργεί μόνο σε δύο περιοχές, στην ενεργό περιοχή και στην περιοχή της αποκοπής. Για τον λόγο αυτό, το τρανζίστορ μοντελοποιείται ως μια μη γραμμική αντίσταση ελεγχόμενη από τάση και μια πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από ένα γραμμικό ρεύμα, όπως φαίνεται στο ισοδύναμο κύκλωμα του ταλαντωτή Colpitts που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.6.

Επομένως ισχύει:

$$I_B = \begin{cases} 0 & \text{για } V_{BE} \leq V_{TH} \\ \frac{V_{BE} - V_{TH}}{R_{ON}} & \text{για } V_{BE} > V_{TH} \end{cases}$$

$$I_C = \beta_F I_B$$

όπου V_{TH} είναι η τάση κατωφλίου, η οποία συνήθως είναι $\approx 0.75V$, R_{ON} είναι η αντίσταση της επαφής βάσης – εκπομπού και β_F είναι το κέρδος ή αλλιώς η απολαβή ρεύματος του τρανζίστορ.

Για να γίνει πιο εύκολα αντιληπτό πως προέκυψαν οι τρεις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες περιγράφουν το κύκλωμα του ταλαντωτή Colpitts, θα προχωρήσουμε σε μια εκτενέστερη ανάλυση των εξισώσεων αυτών.

Η πρώτη διαφορική εξίσωση αντιπροσωπεύει το ρεύμα στον πυκνωτή C_1 . Το ρεύμα στον πυκνωτή C_1 προκύπτει εάν εφαρμόσουμε τον 1^ο νόμο του Kirchhoff, δηλαδή τον νόμο της έντασης ηλεκτρικού ρεύματος, στον κόμβο 3 του κυκλώματος που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.5. Πιο συγκεκριμένα το ρεύμα του πηνίου I_L που εισέρχεται στον κόμβο 3 θα είναι ίσο με το άθροισμα του ρεύματος στον συλλέκτη I_C και του ρεύματος στον πυκνωτή C_1 , τα οποία εξέρχονται από τον κόμβο 3. Επομένως ισχύει ότι: $I_L = I_C + I_{C1} \Rightarrow C_1 \frac{V_{CE}}{dt} = I_{C1} = I_L - I_C$.

Η δεύτερη διαφορική εξίσωση αντιπροσωπεύει το ρεύμα στον πυκνωτή C_2 . Το ρεύμα στον πυκνωτή C_2 προκύπτει εάν εφαρμόσουμε τον 1^ο κανόνα του Kirchhoff, δηλαδή τον νόμο της έντασης ηλεκτρικού ρεύματος, στον κόμβο 0 του κυκλώματος που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.5. Πιο συγκεκριμένα στον κόμβο 0 εισέρχονται το ρεύμα του πυκνωτή C_1 , το ρεύμα του πυκνωτή C_2 και το ρεύμα του εκπομπού I_E ενώ εξέρχεται το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση R_{EE} . Επομένως θα ισχύει ότι:

$$I_{REE} = I_{C1} + I_{C2} + I_E.$$

Είναι γνωστό όμως ότι το ρεύμα στον εκπομπό I_E είναι ίσο με το άθροισμα του ρεύματος στην βάση I_B και του ρεύματος στον συλλέκτη I_C . Άρα θα ισχύει ότι:

$$I_{REE} = I_{C1} + I_{C2} + I_B + I_C.$$

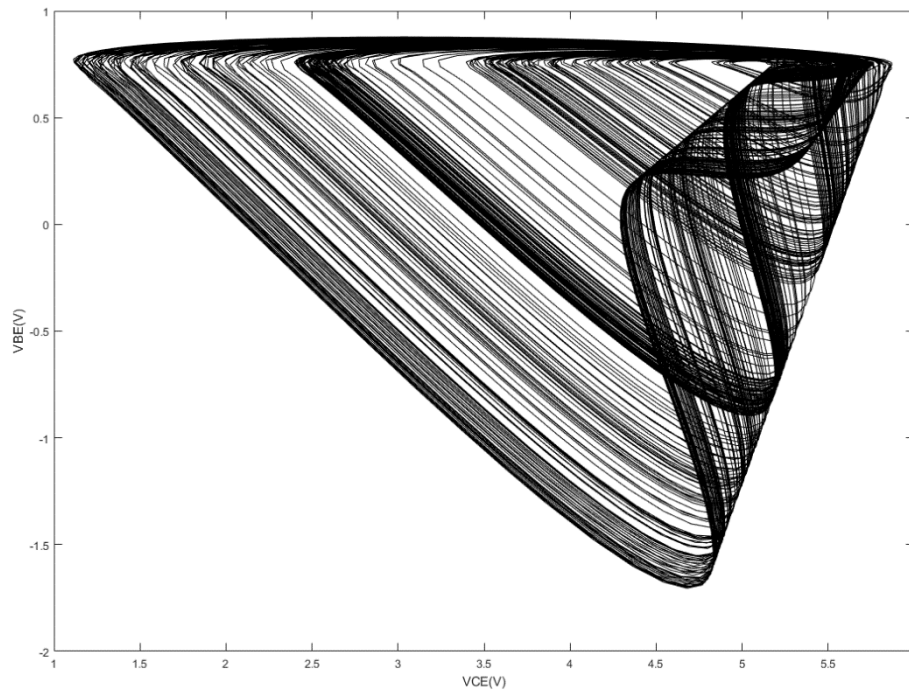
Επιπλέον το άθροισμα του ρεύματος του συλλέκτη I_C και του ρεύματος του πυκνωτή C_1 είναι ίσο με το ρεύμα που διαρρέει το πηνίο I_L . Επομένως καταλήγουμε ότι:

$$I_{REE} = I_L + I_{C2} + I_B \Rightarrow C_2 \frac{V_{BE}}{dt} = I_{C2} = I_{REE} - I_L - I_B, \text{ όπου } I_{REE} = -\frac{V_{EE} + V_{BE}}{R_{EE}}.$$

Η τρίτη διαφορική εξίσωση αντιπροσωπεύει την τάση στο πηνίο L. Η τάση στο πηνίο L προκύπτει εάν εφαρμόσουμε τον 2^ο κανόνα του Kirchhoff, δηλαδή τον νόμο της τάσης ηλεκτρικού ρεύματος, στο κύκλωμα που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.5. Πιο συγκεκριμένα πρέπει το άθροισμα των δυναμικών να ισούται με μηδέν. Επομένως θα ισχύει ότι:

$$-V_{CC} + I_L R_L + L \frac{I_L}{dt} + V_{CE} - V_{BE} = 0 \Rightarrow L \frac{I_L}{dt} = V_{CC} - V_{CE} + V_{BE} - I_L R_L.$$

Με την επιλογή των παραμέτρων του κυκλώματος ταλαντωτή Colpitts ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$ και $V_{EE} = -5V$) και των παραμέτρων που καθορίζουν το τρανζίστορ BJT ($V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$) εμφανίζεται ο ελκυστής που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.7.



Εικόνα 4.7 – Ελκυστής Colpitts ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)

4.3.1 Κανονικοποίηση διαφορικών εξισώσεων του Colpitts

Οι διαφορικές μη γραμμικές εξισώσεις (4.4), οι οποίες περιγράφουν την συμπεριφορά του κυκλώματος του ταλαντωτή Colpitts, μπορούν να γραφούν χωρίς διαστάσεις αν ορίσουμε τα εξής:

$$x = \frac{VCE}{VTH} \quad y = \frac{VBE}{VTH} \quad z = \frac{\rho IL}{VTH}$$

$$a = \frac{\rho}{RON} \quad b = \frac{RL}{\rho} \quad c = \frac{VCC}{VTH}$$

$$d = \frac{\rho I_o}{VTH} \quad \rho = \sqrt{\frac{L}{C1}}$$

Επομένως οι μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις του ταλαντωτή Colpitts σε κανονικοποιημένη μορφή είναι η εξής:

$$x' = z - \beta_F F(y)$$

$$y' = -d - z - F(y) \quad (4.5)$$

$$z' = c - x + y - bz$$

όπου $F(y)$ είναι μια μη γραμμική συνάρτηση η οποία δίνεται ως εξής:

$$F(y) = \begin{cases} \alpha (y - 1) & \text{για } y > 1 \\ 0 & \text{για } y \leq 1 \end{cases}$$

Για να γίνει πιο εύκολα αντιληπτό πως προέκυψαν οι τρεις κανονικοποιημένες μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις θα προχωρήσουμε σε μια εκτενέστερη ανάλυση των εξισώσεων αυτών.

Για την μετατροπή της πρώτης διαφορικής εξίσωσης σε κανονικοποιημένη μορφή, ήταν απαραίτητο να πολλαπλασιάσουμε όλους τους όρους της εξίσωσης με τον λόγο $\frac{\rho}{VTH}$. Επομένως θα ισχύει ότι:

$$C1 \frac{VCE}{dt} = I_L - I_C \Rightarrow \frac{\rho C1}{VTH} \frac{VCE}{dt} = \frac{\rho I_L}{VTH} - \frac{\rho I_C}{VTH}$$

Είναι γνωστό ότι το ρεύμα του συλλέκτη I_C είναι ίσο με το γινόμενο του κέρδους του τρανζίστορ β_F και του ρεύματος της βάσης I_B . Επιπλέον το ρεύμα της βάσης I_B είναι ίσο με τον λόγο $\frac{V_{BE} - V_{TH}}{R_{ON}}$. Άρα η πρώτη διαφορική εξίσωση θα πάρει την μορφή:

$$\frac{\rho C_1}{V_{TH}} \frac{V_{CE}}{dt} = \frac{\rho I_L}{V_{TH}} - \frac{\rho \beta_F}{V_{TH}} \frac{V_{BE} - V_{TH}}{R_{ON}} \Rightarrow \frac{\rho C_1}{V_{TH}} \frac{V_{CE}}{dt} = \frac{\rho I_L}{V_{TH}} - \frac{\rho}{R_{ON}} \beta_F \left(\frac{V_{BE}}{V_{TH}} - 1 \right).$$

Αν θέσουμε $x = \frac{V_{CE}}{V_{TH}}$, $y = \frac{V_{BE}}{V_{TH}}$, $z = \frac{\rho I_L}{V_{TH}}$ και $\alpha = \frac{\rho}{R_{ON}}$ τότε θα έχουμε: $x' = z - \alpha \beta_F (y - 1)$

Τέλος αν εντάξουμε και την μη γραμμική συνάρτηση $F(y) = \begin{cases} \alpha (y - 1) & \text{για } y > 1 \\ 0 & \text{για } y \leq 1 \end{cases}$

τότε η τελική μορφή της κανονικοποιημένης διαφορικής εξίσωσης θα είναι η εξής:
 $x' = z - \beta_F F(y)$.

Για την μετατροπή της δεύτερης διαφορικής εξίσωσης σε κανονικοποιημένη μορφή, ήταν απαραίτητο να πολλαπλασιάσουμε όλους τους όρους της εξίσωσης με τον λόγο $\frac{\rho}{V_{TH}}$. Επομένως θα ισχύει ότι:

$$C_2 \frac{V_{BE}}{dt} = -\frac{V_{EE} + V_{BE}}{R_{EE}} - I_L - I_B \Rightarrow \frac{\rho C_2}{V_{TH}} \frac{V_{BE}}{dt} = -\frac{\rho I_{REE}}{V_{TH}} - \frac{\rho I_L}{V_{TH}} - \frac{\rho I_B}{V_{TH}}$$

Εφόσον το ρεύμα της βάσης I_B είναι ίσο με τον λόγο $\frac{V_{BE} - V_{TH}}{R_{ON}}$. Η δεύτερη διαφορική εξίσωση θα πάρει την μορφή:

$$\frac{\rho C_2}{V_{TH}} \frac{V_{BE}}{dt} = -\frac{\rho I_{REE}}{V_{TH}} - \frac{\rho I_L}{V_{TH}} - \frac{\rho}{V_{TH}} \frac{V_{BE} - V_{TH}}{R_{ON}} \Rightarrow \frac{\rho C_2}{V_{TH}} \frac{V_{BE}}{dt} = -\frac{\rho I_{REE}}{V_{TH}} - \frac{\rho I_L}{V_{TH}} - \frac{\rho}{R_{ON}} \left(\frac{V_{BE}}{V_{TH}} - 1 \right).$$

Αν θέσουμε $y = \frac{V_{BE}}{V_{TH}}$, $z = \frac{\rho I_L}{V_{TH}}$ και $d = \frac{\rho I_{REE}}{V_{TH}}$ τότε θα έχουμε: $y' = -d - z - \alpha (y - 1)$

Τέλος αν εντάξουμε και την μη γραμμική συνάρτηση $F(y) = \begin{cases} \alpha (y - 1) & \text{για } y > 1 \\ 0 & \text{για } y \leq 1 \end{cases}$

τότε η τελική μορφή της κανονικοποιημένης διαφορικής εξίσωσης θα είναι η εξής:
 $y' = -d - z - F(y)$.

Για την μετατροπή της τρίτης διαφορικής εξίσωσης σε κανονικοποιημένη μορφή, ήταν απαραίτητο να πολλαπλασιάσουμε όλους τους όρους της εξίσωσης με τον λόγο $\frac{1}{V_{TH}}$. Επομένως θα ισχύει ότι:

$$L \frac{dI_L}{dt} = V_{CC} - V_{CE} + V_{BE} - I_L R_L \Rightarrow \frac{L}{V_{TH}} \frac{dI_L}{dt} = \frac{V_{CC}}{V_{TH}} - \frac{V_{CE}}{V_{TH}} + \frac{V_{BE}}{V_{TH}} - \frac{I_L R_L}{V_{TH}} \Rightarrow$$

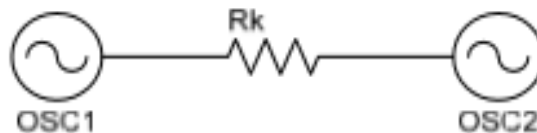
$$\Rightarrow \frac{L}{V_{TH}} \frac{dI_L}{dt} = \frac{V_{CC}}{V_{TH}} - \frac{V_{CE}}{V_{TH}} + \frac{V_{BE}}{V_{TH}} - \frac{R_L}{\rho} \frac{\rho I_L}{V_{TH}}$$

Αν θέσουμε $x = \frac{V_{CE}}{V_{TH}}$, $y = \frac{V_{BE}}{V_{TH}}$, $z = \frac{\rho I_L}{V_{TH}}$, $b = \frac{R_L}{\rho}$ και $c = \frac{V_{CC}}{V_{TH}}$, όπου $\rho = \sqrt{\frac{L}{C_1}}$, τότε η τελική μορφή της κανονικοποιημένης διαφορικής εξίσωσης θα είναι η εξής:

$$z' = c - x + y - bz.$$

4.4 Συγχρονισμός Χαοτικών Ταλαντωτών Colpitts

Στις μέρες μας, αρκετά τηλεπικοινωνιακά συστήματα είναι βασισμένα στο χάος, καθώς τα χαοτικά συστήματα διαθέτουν ένα πλήθος από χαρακτηριστικά, τα οποία είναι κατάλληλα για τηλεπικοινωνίες. Ορισμένα από αυτά τα χαρακτηριστικά είναι το σχετικά απλό κύκλωμα που διαθέτουν, η δυνατότητα συγχρονισμού καθώς και η δυνατότητα γέννησης σημάτων σε οποιαδήποτε ζώνη συχνοτήτων (Yem, Thang, T.Quyet, & Journet, 2010). Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο συγχρονισμός μεταξύ δύο όμοιων χαοτικών ταλαντωτών Colpitts μέσω μιας γραμμικής αντίστασης ζεύξης R_k , όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.8.



Εικόνα 4.8 – Συζευγμένοι Ταλαντωτές Colpitts

Πιο αναλυτικά έχει παρατηρηθεί ότι αν γίνει σύζευξη δύο χαοτικών ταλαντωτών Colpitts μέσω μιας γραμμικής αντίστασης R_K , τότε ο ένας ταλαντωτής Colpitts (slave) ακολουθεί την χαοτική συμπεριφορά του άλλου ταλαντωτή Colpitts (master), με αποτέλεσμα οι δύο ταλαντωτές Colpitts να συγχρονίζονται μεταξύ τους. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται ένα σύστημα master – slave. Ο συγχρονισμός των δύο ταλαντωτών μπορεί να είναι είτε συγχρονισμός κατά φάση είτε συγχρονισμός κατά πλάτος ή συγχρονισμός κατά φάση και πλάτος (Yem, Thang, T.Quyet, & Journet, 2010). Τα δύο όμοια συστήματα έχουν φτάσει στον συγχρονισμό όταν μετά από ένα χρονικό διάστημα που θεωρητικά τείνει στο άπειρο ισχύει:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x'(t) - x(t)| = 0 \quad (4.7)$$

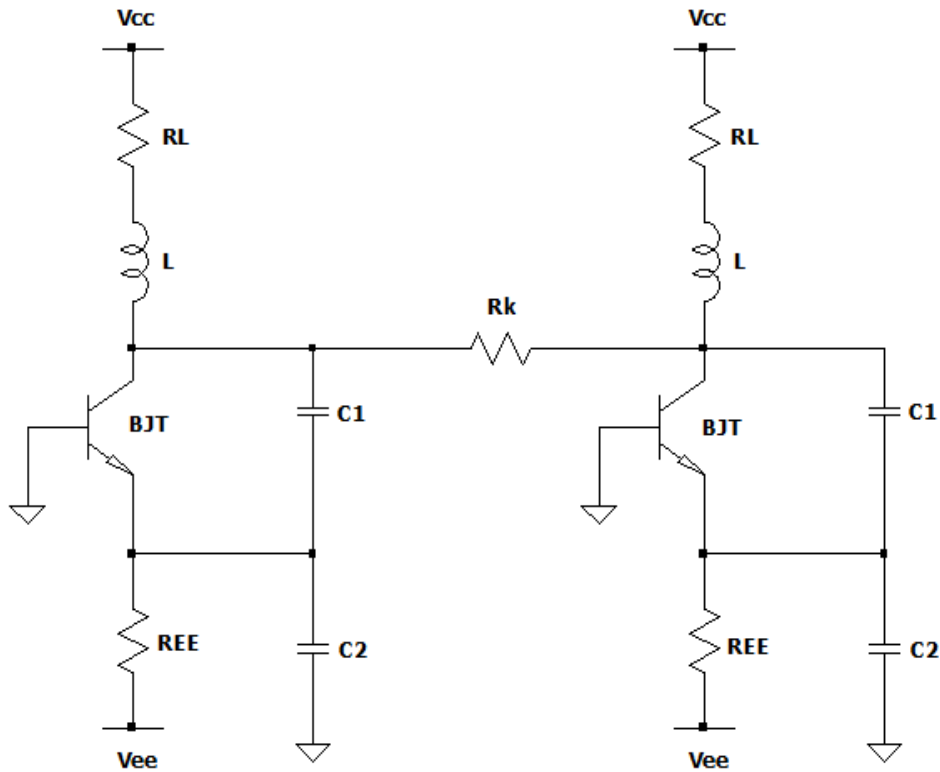
όπου x και x' είναι οι μεταβλητές της απόκρισης του συστήματος (Yem, Thang, T.Quyet, & Journet, 2010).

Πρέπει να αναφερθεί ότι η σύζευξη των δύο ταλαντωτών Colpitts μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

- i. Σύζευξη μέσω του συλλέκτη
- ii. Σύζευξη μέσω του εκπομπού

4.4.1 Σύζευξη ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη

Ο πρώτος τρόπος για την επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts πραγματοποιείται με τη σύζευξη αυτών μέσω μιας γραμμικής αντίστασης R_K στον συλλέκτη, όπως φαίνεται στο κύκλωμα που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.9.



Εικόνα 4.9 – Συζευγμένοι ταλαντωτές Colpitts μέσω συλλέκτη

Θέτοντας ως συντελεστής σύζευξης $\kappa = \frac{\rho}{Rk}$, το συνολικό σύστημα των δύο συζευγμένων ταλαντωτών Colpitts μέσω του συλλέκτη περιγράφεται από ένα σύνολο έξι διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες δίνονται ως εξής:

$$x_1' = z_1 - \beta_F F(y_1) + k(x_2 - x_1)$$

$$y_1' = -d - z_1 - F(y_1) + k(y_2 - y_1)$$

$$z_1' = c - x_1 + y_1 - bz_1$$

(4.8)

$$x_2' = z_2 - \beta_F F(y_2) + k(x_1 - x_2)$$

$$y_2' = -d - z_2 - F(y_2) + k(y_1 - y_2)$$

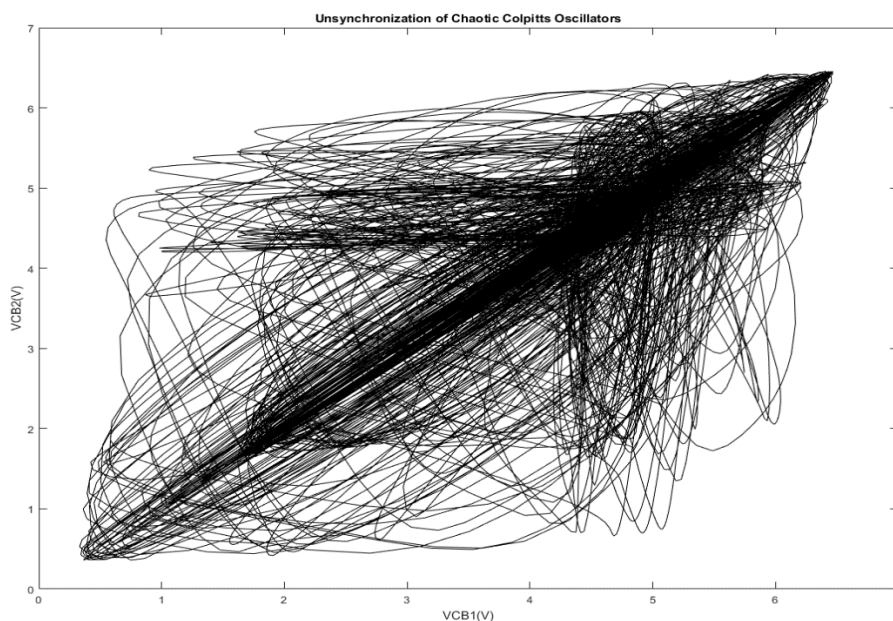
$$z_2' = c - x_2 + y_2 - bz_2$$

Οι επιπρόσθετοι όροι που παρουσιάζονται στην πρώτη και στην δεύτερη διαφορική εξίσωση κάθε ταλαντωτή αντιπροσωπεύουν τα ρεύματα που παροχετεύει ο ένας ταλαντωτής στον άλλο ή με άλλα λόγια τα ρεύματα που διαρρέουν την γραμμική αντίσταση R_K μέσω της οποίας πραγματοποιείται η σύζευξη των δύο ταλαντωτών.

Για τιμή του συντελεστή σύζευξης $k = 0$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές δεν είναι συζευγμένοι. Σε αυτή την περίπτωση οι ταλαντωτές ξεκινώντας από τις ίδιες αρχικές συνθήκες καταλήγουν να έχουν την ίδια συμπεριφορά ενώ ξεκινώντας από διαφορετικές αρχικές συνθήκες καταλήγουν να έχουν αρκετά διαφορετική συμπεριφορά.

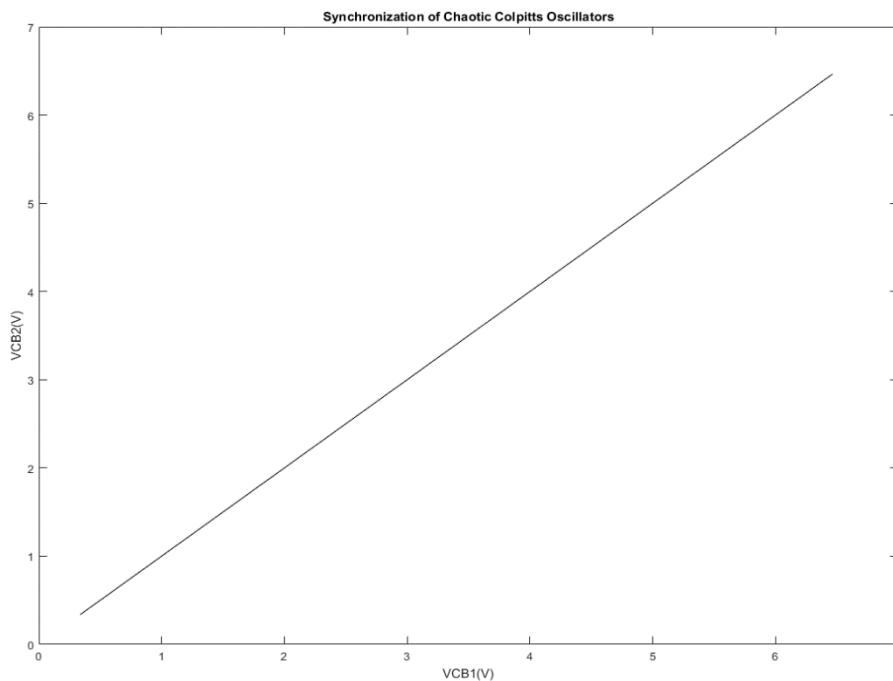
Ενδιαφέρον παρουσιάζει μια κρίσιμη τιμή του συντελεστή σύζευξης, η οποία ονομάζεται όριο συγχρονισμού k_{th} . Αν ο συντελεστής σύζευξης k είναι μικρότερος από την κρίσιμη οριακή τιμή k_{th} τότε οι δύο ταλαντωτές αν και συζευγμένοι δεν συγχρονίζονται. Αν ο συντελεστής σύζευξης k είναι μεγαλύτερος από την κρίσιμη οριακή τιμή k_{th} τότε οι δύο ταλαντωτές συγχρονίζονται ξεκινώντας τις αρχικές συνθήκες από τις οποίες ξεκινήσαν. Μια ενδεικτική τιμή του ορίου συγχρονισμού για σύζευξη μέσω συλλέκτη είναι $k_{th} \approx 0.5$ (Baziliauskas, Tamasevicius, Bumeliene, & Lindberg, 2001).

Για τιμή της γραμμικής αντίστασης $R_K = 1k\Omega$ ή διαφορετικά για συντελεστή σύζευξης $k = 0.04 < k_{th}$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.10.



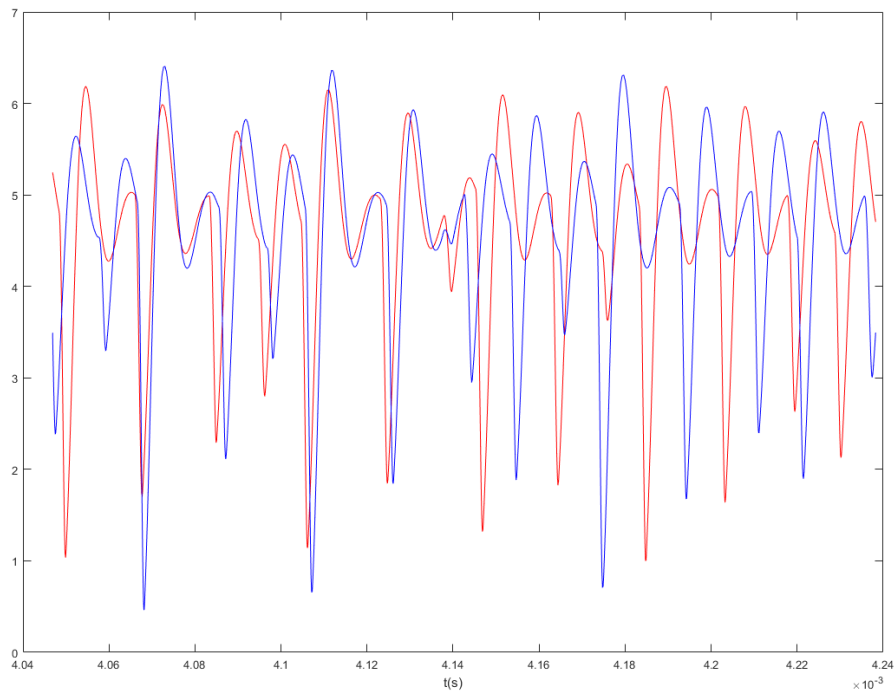
Εικόνα 4.10 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 1k\Omega$ (Σύζευξη μέσω συλλέκτη)

Αντίθετα για τιμή της γραμμικής αντίστασης $R_K = 50\Omega$ ή διαφορετικά για συντελεστή σύζευξης $k = 0.85 > k_{th}$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.11.

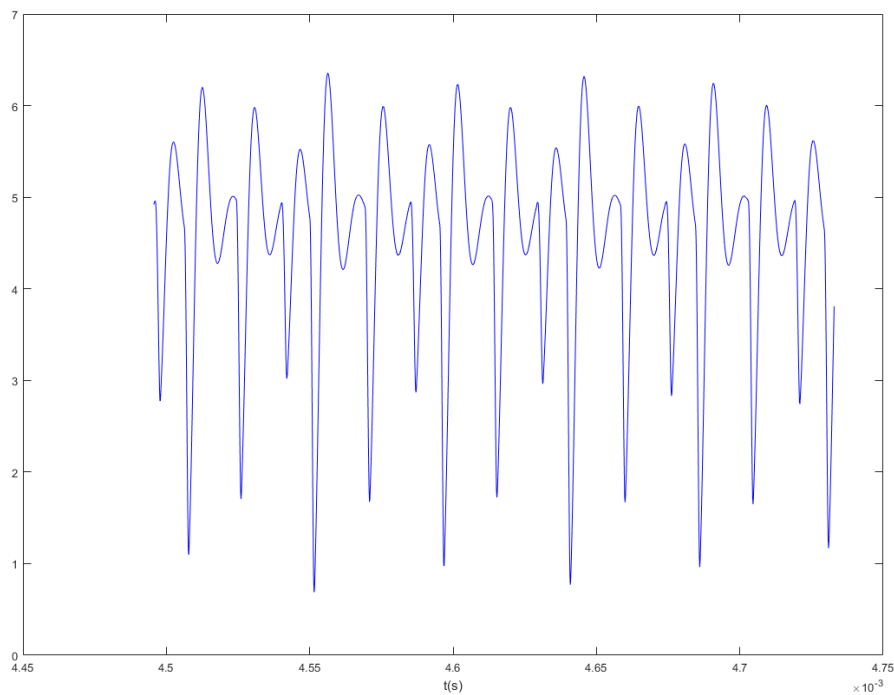


Εικόνα 4.11 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 50\Omega$ (Σύζευξη μέσω συλλέκτη)

Αμέσως μετά εμφανίζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} τόσο στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού όσο και στην περίπτωση του συγχρονισμού. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.12. Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων στην περίπτωση του συγχρονισμού, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.13. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση των δύο φαινομένων, του αποσυγχρονισμού και του συγχρονισμού.



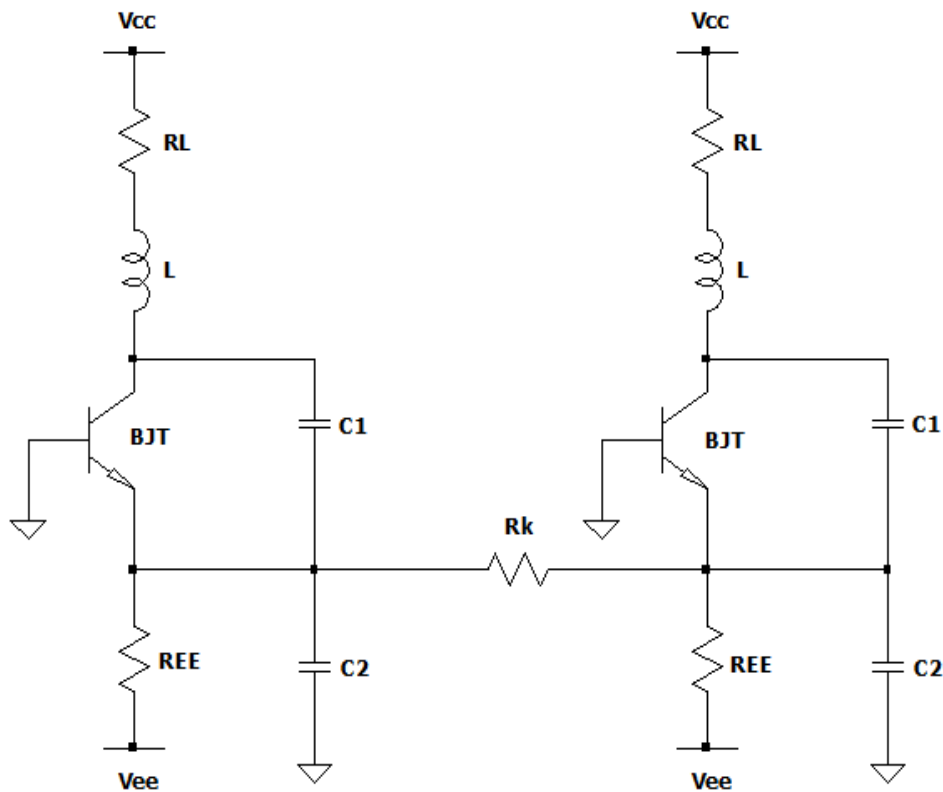
Εικόνα 4.12 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού (Σύζευξη μέσω συλλέκτη)



Εικόνα 4.13 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού (Σύζευξη μέσω συλλέκτη)

4.4.2 Σύζευξη ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού

Ο δεύτερος τρόπος για την επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts πραγματοποιείται με τη σύζευξη αυτών μέσω μιας γραμμικής αντίστασης R_k στον εκπομπό, όπως φαίνεται στο κύκλωμα που παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.14.



Εικόνα 4.14 - Συζευγμένοι ταλαντωτές Colpitts μέσω εκπομπού

Σε αυτήν την περίπτωση το συνολικό σύστημα των δύο συζευγμένων ταλαντωτών Colpitts μέσω του εκπομπού περιγράφεται από ένα σύνολο έξι διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες δίνονται ως εξής:

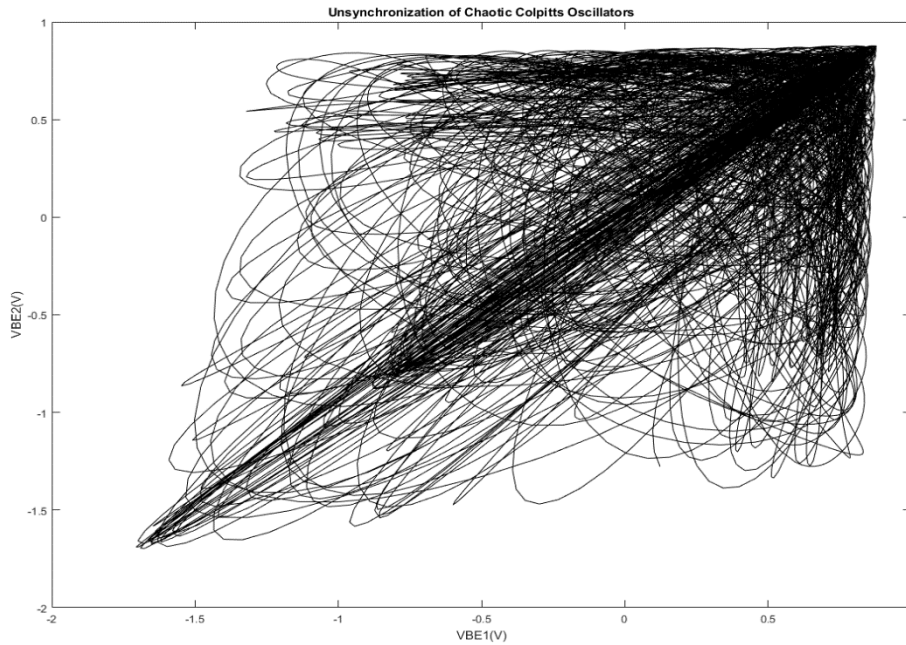
$$\begin{aligned}
 x_1' &= z_1 - \beta_F F(y_1) \\
 y_1' &= -d - z_1 - F(y_1) + k(y_2 - y_1) \\
 z_1' &= c - x_1 + y_1 - bz_1 \\
 x_2' &= z_2 - \beta_F F(y_2) \\
 y_2' &= -d - z_2 - F(y_2) + k(y_1 - y_2) \\
 z_2' &= c - x_2 + y_2 - bz_2
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

Οι επιπρόσθετοι όροι που παρουσιάζονται στην δεύτερη διαφορική εξίσωση κάθε ταλαντωτή αντιπροσωπεύουν τα ρεύματα που παροχετεύει ο ένας ταλαντωτής στον άλλο ή με άλλα λόγια τα ρεύματα που διαρρέουν την γραμμική αντίσταση R_K μέσω της οποίας πραγματοποιείται η σύζευξη των δύο ταλαντωτών.

Σε αυτήν την περίπτωση, δηλαδή την σύζευξη των δύο ταλαντωτών μέσω εκπομπού, ισχύει ότι και προηγουμένως. Για τιμή του συντελεστή σύζευξης $k = 0$, δεν υπάρχει σύζευξη ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές. Εάν οι ταλαντωτές ξεκινήσουν από τις ίδιες αρχικές συνθήκες καταλήγουν να έχουν την ίδια συμπεριφορά ενώ εάν ξεκινήσουν από διαφορετικές αρχικές συνθήκες καταλήγουν να έχουν διαφορετική συμπεριφορά.

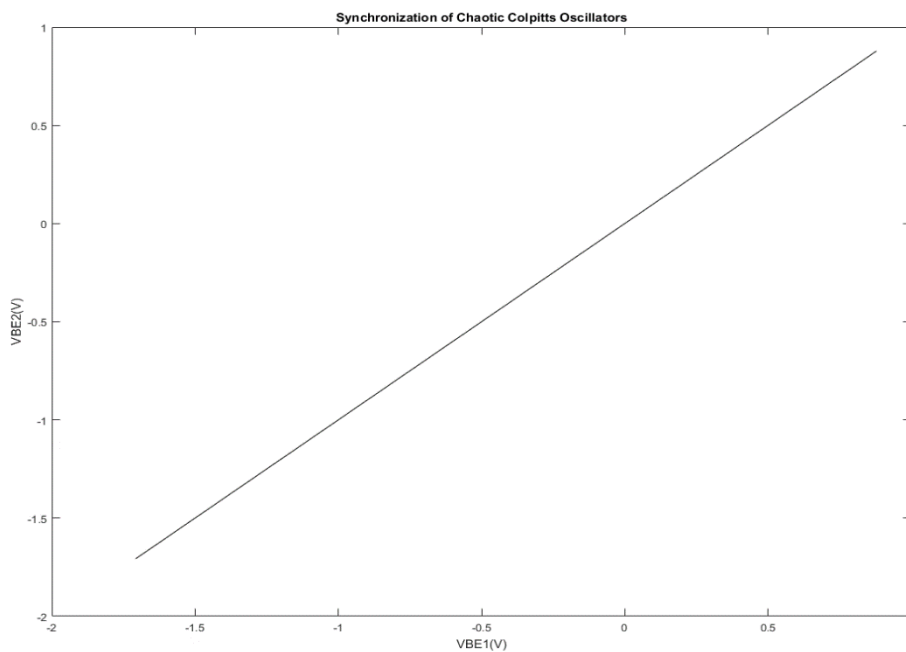
Στην σύζευξη των ταλαντωτών μέσω εκπομπού, μια ενδεικτική τιμή του ορίου συγχρονισμού είναι $k_{th} \approx 0.14$. Όπως και προηγουμένως, εάν ο συντελεστής σύζευξης k είναι μικρότερος από την κρίσιμη οριακή τιμή k_{th} τότε οι δύο ταλαντωτές αν και συζευγμένοι δεν συγχρονίζονται. Αν ο συντελεστής σύζευξης k είναι μεγαλύτερος από την κρίσιμη οριακή τιμή k_{th} τότε οι δύο ταλαντωτές συγχρονίζονται ξεχνώντας τις αρχικές συνθήκες από τις οποίες ξεκινήσαν (Baziliauskas, Tamasevicius, Bumeliene, & Lindberg, 2001).

Για τιμή της γραμμικής αντίστασης $R_K = 500\Omega$ ή διαφορετικά για συντελεστή σύζευξης $k = 0.085 < k_{th}$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.15.



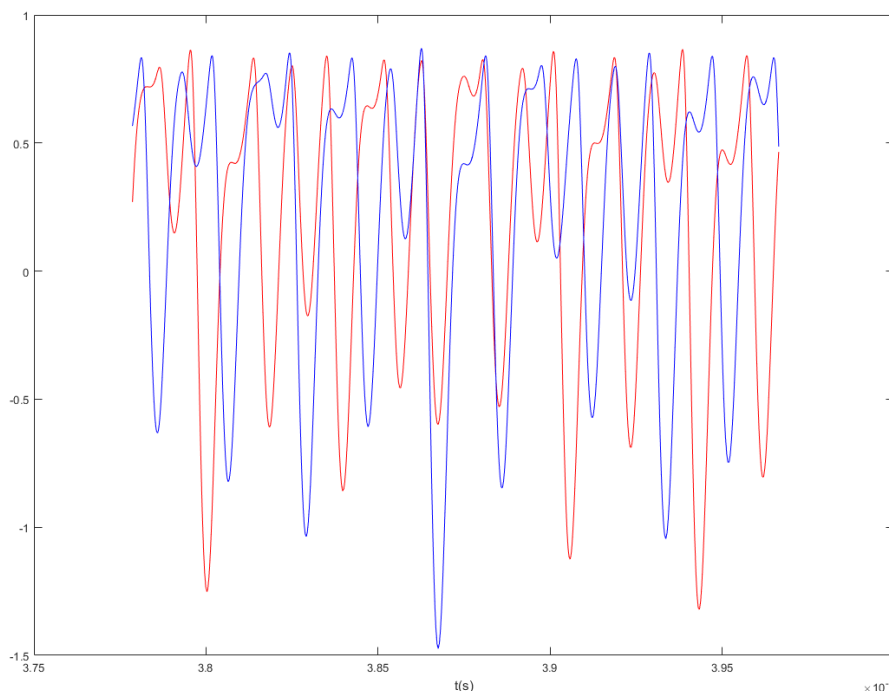
Εικόνα 4.15 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 500\Omega$ (Σύζευξη μέσω εκπομπού)

Για τιμή της γραμμικής αντίστασης $R_K = 50\Omega$ ή διαφορετικά για συντελεστή σύζευξης $k = 0.85 < k_{th}$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.16.



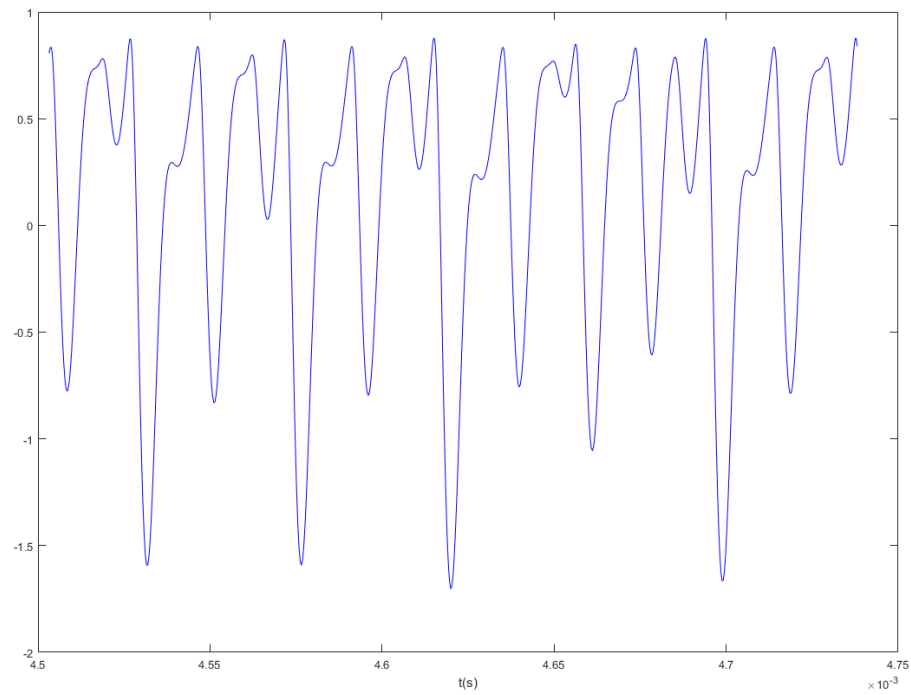
Εικόνα 4.16 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με $R_K = 50\Omega$ (Σύζευξη μέσω εκπομπού)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} τόσο στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού όσο και στην περίπτωση του συγχρονισμού. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.17.



Εικόνα 4.17 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού (Σύζευξη μέσω εκπομπού)

Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων στην περίπτωση του συγχρονισμού, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 4.18. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση των δύο φαινομένων, του αποσυγχρονισμού και του συγχρονισμού.



Εικόνα 4.18 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού (Σύζευξη μέσω εκπομπού)

Προσομοιώσεις & Πειραματικά Αποτελέσματα

5.1 Εισαγωγή

Στο 5^ο κεφάλαιο, παρουσιάζονται οι προσομοιώσεις και τα πειραματικά αποτελέσματα της εργασίας. Οι προσομοιώσεις που πραγματοποιήθηκαν με την χρήση του Matlab *R2016a* διακρίνονται σε δύο τμήματα. Το πρώτο τμήμα αφορά την χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts ενώ το δεύτερο αφορά τον συγχρονισμό δύο χαοτικών ταλαντωτών Colpitts τόσο με σύζευξη μέσω συλλέκτη όσο και με σύζευξη μέσω εκπομπού.

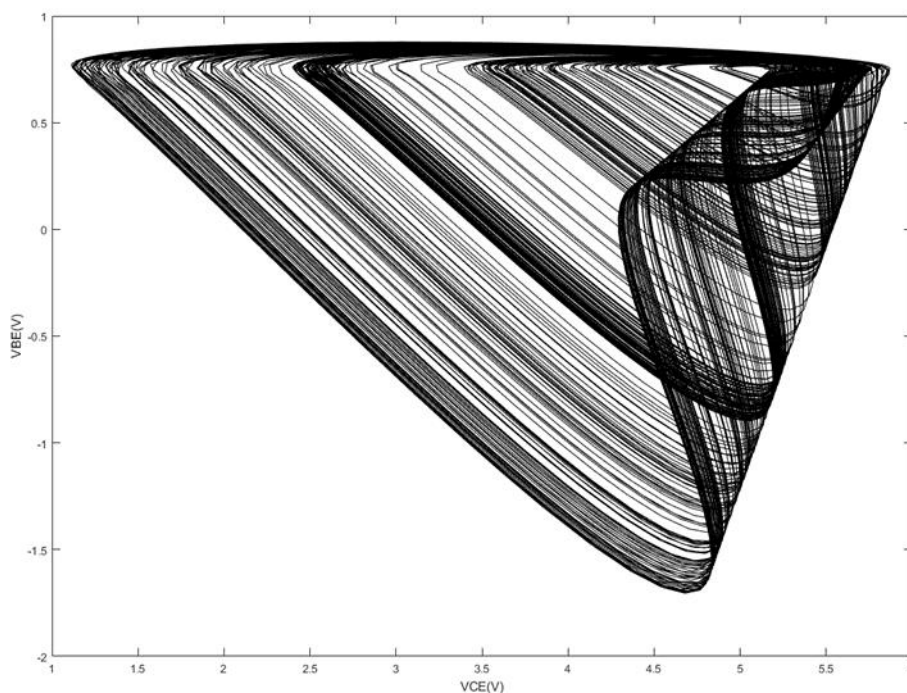
Με τον ίδιο τρόπο τα πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία πραγματοποιήθηκαν με την χρήση ενός παλμογράφου *HM 203-5 20MHz* της HAMEG, του αναλυτή φάσματος *3201 2GHz* της PROTEK και του λογισμικού ARTA, διακρίνονται σε δύο τμήματα όπως και οι προσομοιώσεις. Το πρώτο τμήμα αφορά την χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts. Το δεύτερο τμήμα αφορά τον συγχρονισμό δύο χαοτικών ταλαντωτών Colpitts. Πρέπει να σημειωθεί ότι σε αυτή την περίπτωση ο πρώτος ταλαντωτής Colpitts έχει υλοποιηθεί μέσω software δηλαδή με την χρήση του Matlab ενώ ο δεύτερος έχει υλοποιηθεί μέσω hardware δηλαδή η υλοποίησή του έγινε με την χρήση των φυσικών εξαρτημάτων του κυκλώματός του σε breadboard.

5.2 Χαοτική Λειτουργία Ταλαντωτή Colpitts με χρήση Matlab

Αρχικά το πρώτο βήμα που πραγματοποιήθηκε για την επίτευξη του στόχου της εργασίας, δηλαδή τον συγχρονισμό δύο ταλαντωτών Colpitts, ήταν η προσομοίωση της χαοτικής λειτουργίας του ταλαντωτή Colpitts.

Με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων του κυκλώματος του ταλαντωτή Colpitts ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$ και V_{EE}

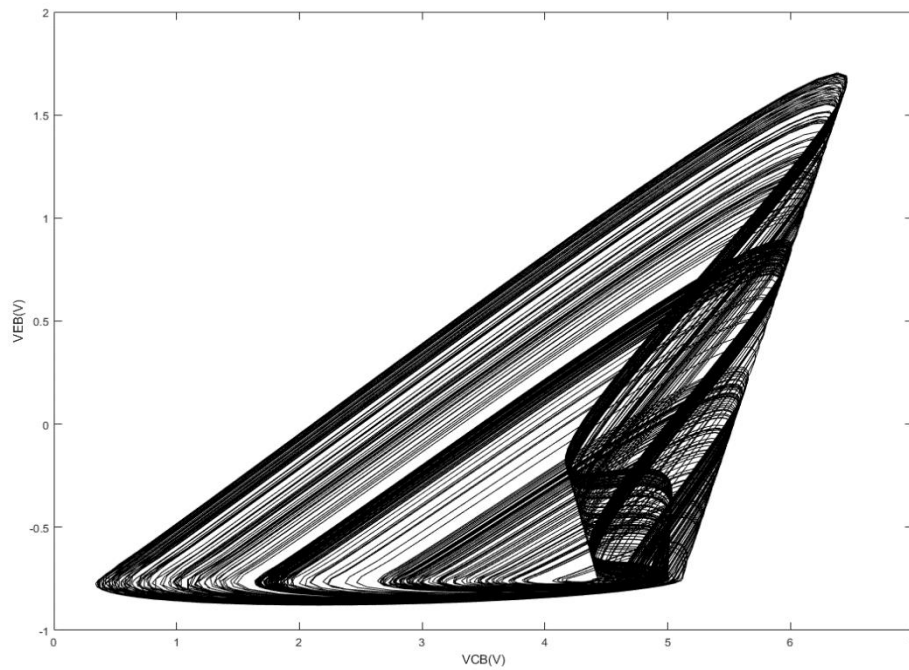
= -5V) και των παραμέτρων που καθορίζουν το τρανζίστορ BJT ($V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$) λάβαμε την μορφή του ελκυστή Colpitts, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.1.



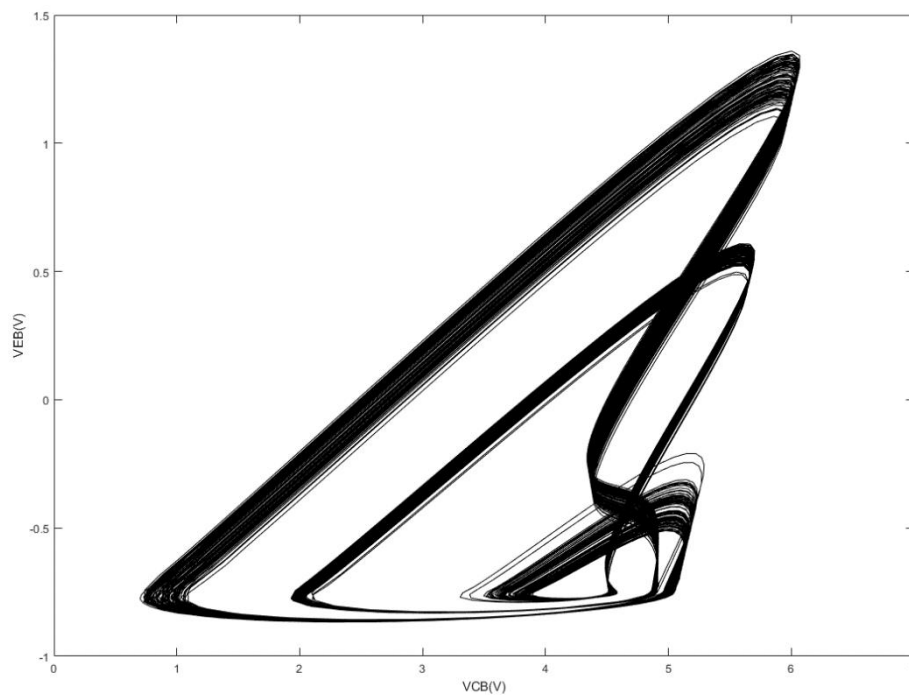
Εικόνα 5.1 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CE} - V_{BE}$ ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)

Με την ίδια επιλογή των παραμέτρων του κυκλώματος του ταλαντωτή Colpitts, είναι δυνατό να λάβουμε μια διαφορετική μορφή του ελκυστή αν σχεδιαστεί το διάγραμμα $V_{CB} - V_{EB}$, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.2. Η συγκεκριμένη μορφή του ελκυστή θα παρουσιαστεί και στα πειραματικά αποτελέσματα, επομένως είναι σημαντικό να παρουσιαστεί και στο κομμάτι των προσομοιώσεων. Με την αλλαγή της τιμής της αντίστασης $R_L = 40\Omega$, λάβαμε την μορφή του ελκυστή που παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.3. Η συγκεκριμένη μορφή του ελκυστή έχει μεγάλο ενδιαφέρον καθώς φανερώνει ότι ο ταλαντωτής δεν λειτουργεί χαοτικά αλλά αντίθετα λειτουργεί πολυαρμονικά. Το κοινό χαρακτηριστικό που παρουσιάζουν η πολυαρμονική και η χαοτική λειτουργία είναι η εμφάνιση πολλαπλών αρμονικών. Η διαφορά ανάμεσα σε αυτές τις δύο λειτουργίες είναι ότι στην χαοτική λειτουργία το φαινόμενο των

πολλαπλών ταλαντώσεων είναι αρκετά πιο έντονο από ότι στην πολυαρμονική λειτουργία.

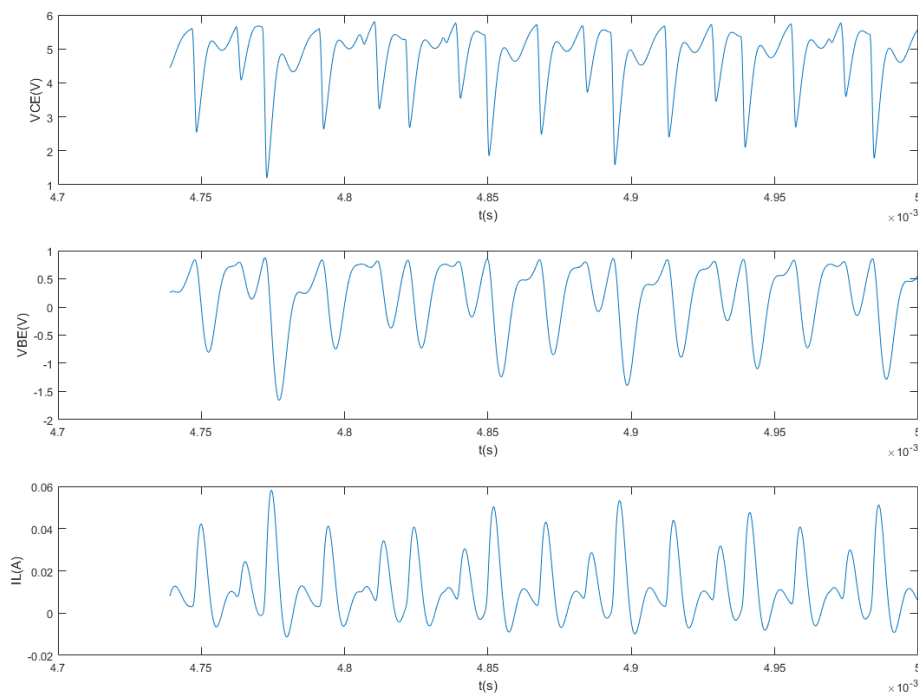


Εικόνα 5.2 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CB} - V_{EB}$ ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)



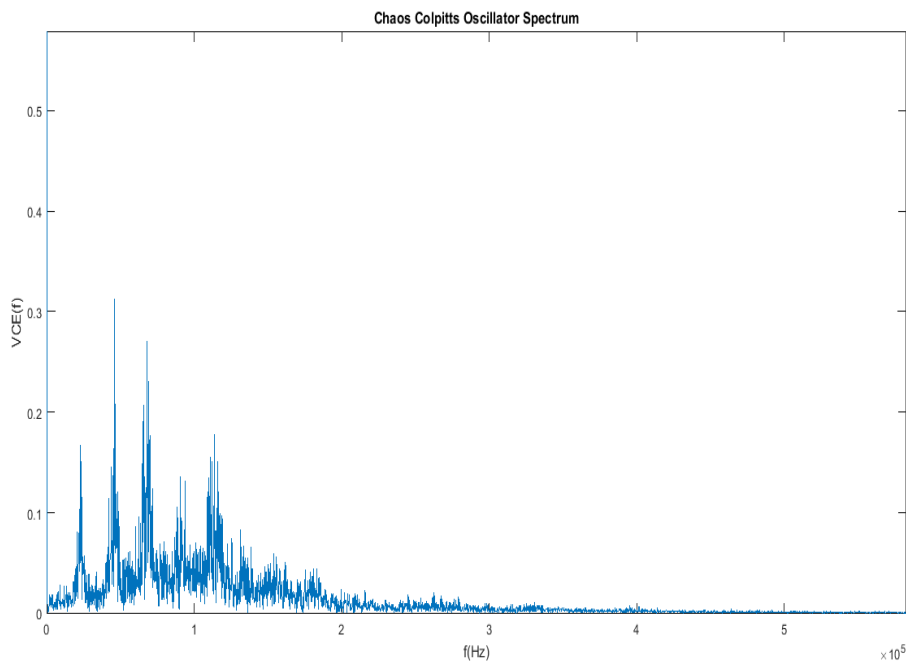
Εικόνα 5.3 – Πολυαρμονική λειτουργία ταλαντωτή Colpitts για $R_L = 40\Omega$

Αμέσως μετά παρουσιάζονται τρία διαγράμματα, τα οποία απεικονίζονται στην Εικόνα 5.4. Στο πρώτο διάγραμμα παρουσιάζεται η τάση συλλέκτη – εκπομπού V_{CE} στο χρόνο, στο δεύτερο διάγραμμα παρουσιάζεται η τάση βάσης – εκπομπού V_{BE} στο χρόνο και στο τρίτο διάγραμμα παρουσιάζεται το ρεύμα I_L που διαρρέει το πηνίο στο χρόνο.



Εικόνα 5.4 – Διαγράμματα $V_{CE}(t)$, $V_{BE}(t)$, $I_L(t)$

Το φάσμα ενός ιδανικού χασοτικού συστήματος θα πρέπει να προσεγγίζει το φάσμα του λευκού θορύβου (AWGN), δηλαδή να απλώνεται σε όλες τις συχνότητες. Επομένως ένα χασοτικό σύστημα γεννάει θόρυβο, ο οποίος δεν βασίζεται στην τυχειότητα αλλά αντίθετα έχει δημιουργηθεί αιτιοκρατικά. Στην συνέχεια παρουσιάζεται η φασματική υπογραφή του χασοτικού ταλαντωτή Colpitts, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 5.5. Ένας πολυαρμονικός ταλαντωτής λειτουργεί ως φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων, επομένως θα υπάρξουν μεγαλύτερες κορυφώσεις στις πιο χαμηλές συχνότητες αλλά πρέπει να υπάρξει κορύφωση και στην θεμελιώδη συχνότητα, η οποία έχει την τιμή $f = 97.6\text{kHz}$ ($L = 98.5\mu\text{H}$, $C_1 = 54\text{nF}$, $C_2 = 54\text{nF}$).

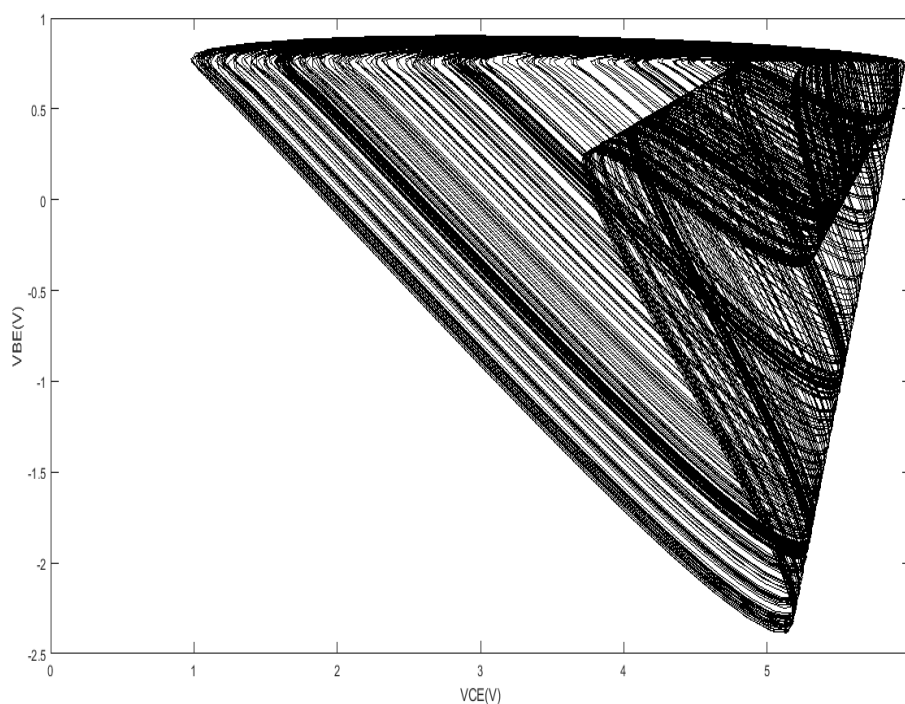


Εικόνα 5.5 – Φάσμα Χαοτικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6\text{kHz}$

Για τις τιμές του επαγωγέα $L = 98.5\mu\text{H}$ και των πυκνωτών $C_1 = 54\text{nF}$, $C_2 = 54\text{nF}$ που αποτελούν το δικτύωμα της ανάδρασης, η θεμελιώδης συχνότητα του ταλαντωτή Colpitts είναι $f = 97.6\text{kHz}$. Στόχος της εργασίας είναι η επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα σε ένα ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω hardware και ενός δεύτερου ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω software. Όπως είναι φανερό ήταν απαραίτητη η εξαγωγή ενός σήματος από τον ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω software και αποτελεί τον master ταλαντωτή και η έγχυση αυτού του σήματος στον δεύτερο ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω software και αποτελεί τον slave ταλαντωτή. Η εξαγωγή του σήματος πραγματοποιήθηκε με την χρήση της κάρτας ήχου του υπολογιστή, η οποία έχει συχνότητα δειγματοληψίας 44.1kHz . Μπορεί να γίνει εύκολα αντιληπτό ότι για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6\text{kHz}$ του ταλαντωτή Colpitts και για συχνότητα δειγματοληψίας 44.1kHz της κάρτας ήχου του υπολογιστή, το αποτέλεσμα θα ήταν η αποκοπή φάσματος του χαοτικού σήματος και κατά επέκταση η αποκοπή σημαντικής πληροφορίας του συστήματος. Επομένως κρίθηκε αναγκαία η αλλαγή της θεμελιώδους συχνότητας του ταλαντωτή Colpitts σε μια πιο χαμηλότερη τιμή. Με αλλαγή των τιμών του επαγωγέα $L = 2.7\text{mH}$, των πυκνωτών $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, C_2

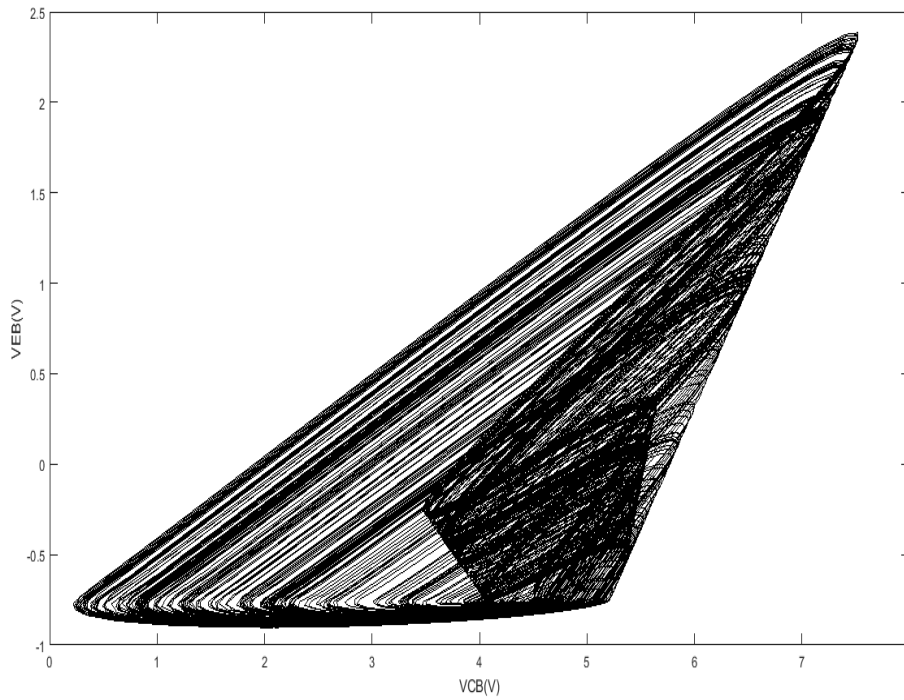
= 2.2μF αλλά και της τιμής της αντίστασης $R_L = 18\Omega$, η θεμελιώδης συχνότητα του ταλαντωτή Colpitts έγινε $f = 2.9\text{kHz}$.

Θα επαναληφθεί η παρουσίαση των προηγούμενων αποτελεσμάτων αλλά για τις καινούριες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος. Με την επιλογή των παραμέτρων του κυκλώματος του ταλαντωτή Colpitts ($V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$, $R_{EE} = 400\Omega$ και $V_{EE} = -5\text{V}$) και των παραμέτρων που καθορίζουν το τρανζίστορ BJT ($V_{TH} = 0.75\text{V}$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$) λάβαμε την μορφή του ελκυστή Colpitts, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.6.

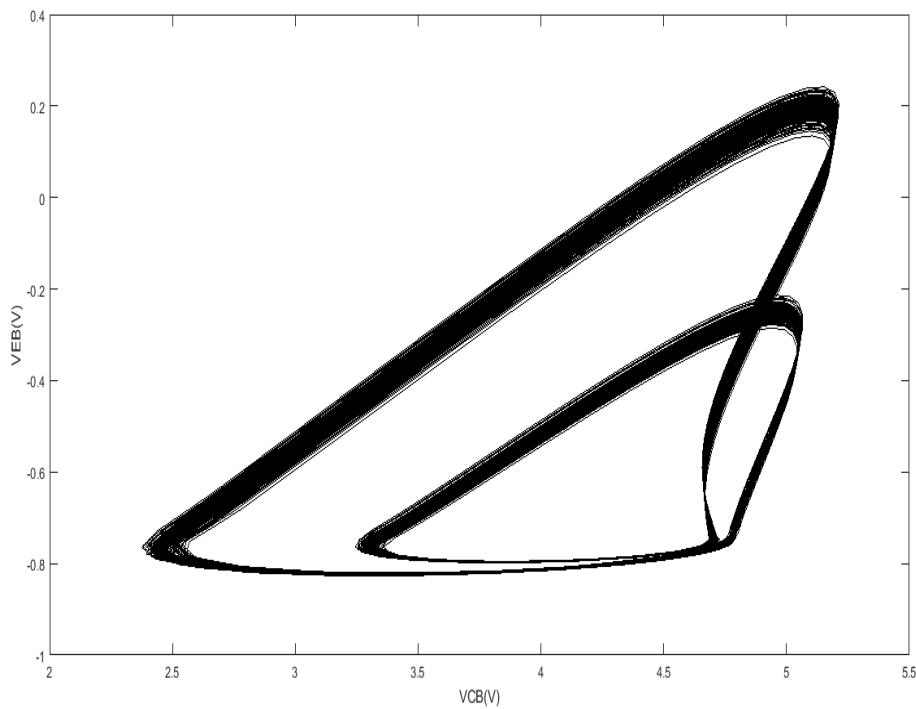


Εικόνα 5.6 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CE} - V_{BE}$ ($V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5\text{V}$, $V_{TH} = 0.75\text{V}$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)

Για τις καινούριες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος του ταλαντωτή Colpitts, λάβαμε την διαφορετική μορφή του ελκυστή σε διάγραμμα $V_{CB} - V_{EB}$, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.7. Με την αλλαγή της τιμής της αντίστασης $R_L = 45\Omega$, ο ταλαντωτής μεταβαίνει από την περιοχή χαοτικής λειτουργίας στην περιοχή πολυαρμονικής λειτουργίας και η μορφή του ελκυστή είναι αυτή που παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.8.

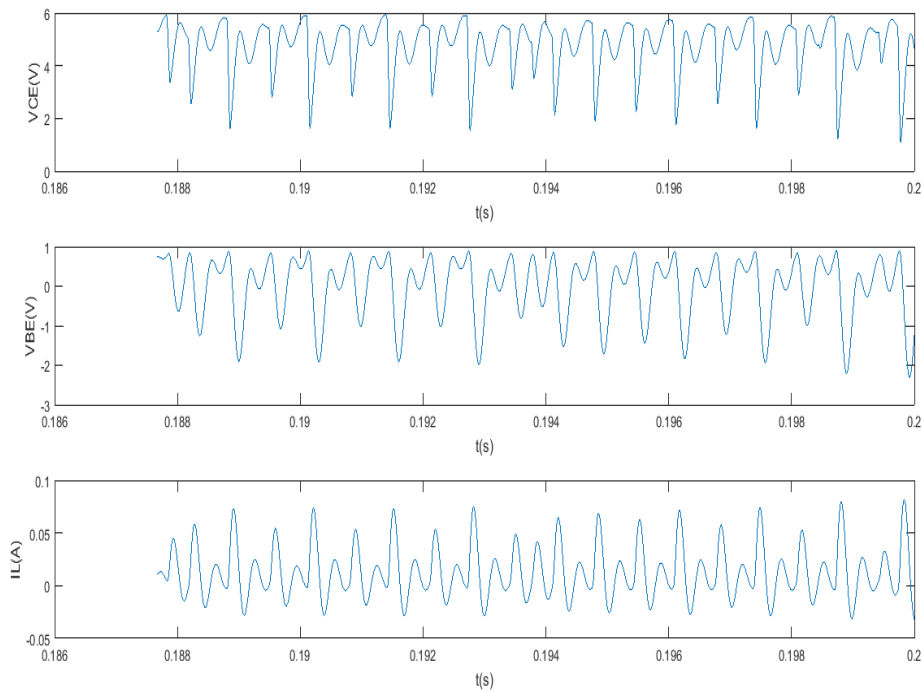


Εικόνα 5.7 – Ελκυστής Colpitts σε διάγραμμα $V_{CB} - V_{EB}$ ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7mH$, $C_1 = 2.2\mu F$, $C_2 = 2.2\mu F$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)



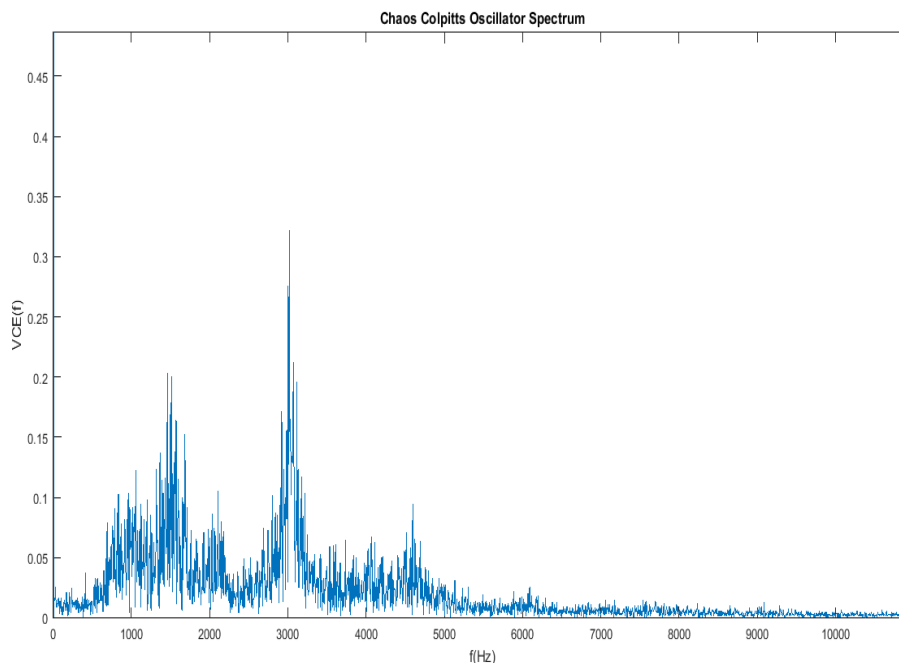
Εικόνα 5.8 – Πολυαρμονική λειτουργία ταλαντωτή Colpitts για $R_L = 45\Omega$

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τρία διαγράμματα, τα οποία απεικονίζονται στην Εικόνα 5.9. Στο πρώτο διάγραμμα παρουσιάζεται η τάση συλλέκτη – εκπομπού V_{CE} στο χρόνο, στο δεύτερο διάγραμμα παρουσιάζεται η τάση βάσης – εκπομπού V_{BE} στο χρόνο και στο τρίτο διάγραμμα παρουσιάζεται το ρεύμα I_L που διαρρέει το πηνίο στο χρόνο.



Εικόνα 5.9 - Διαγράμματα $V_{CE}(t)$, $V_{BE}(t)$, $I_L(t)$

Τέλος το φάσμα του χαοτικού ταλαντωτή Colpitts για τις καινούριες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος απεικονίζεται στην Εικόνα 5.10. Η μορφή του φάσματος θα είναι όπως και προηγουμένως δηλαδή θα υπάρξουν μεγαλύτερες κορυφώσεις στις πιο χαμηλές συχνότητες αλλά πρέπει να υπάρξει κορύφωση και στην θεμελιώδη συχνότητα, η οποία έχει την τιμή $f = 2.9\text{kHz}$ ($L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$).



Εικόνα 5.10 – Φάσμα Χαστικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$

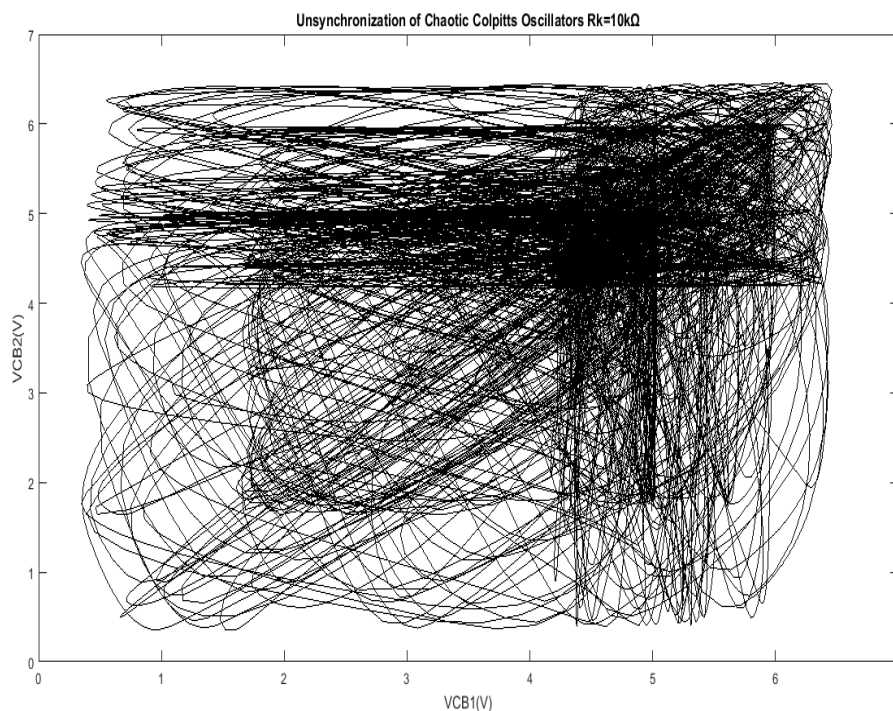
5.3 Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts με χρήση Matlab

Το δεύτερο βήμα αφορούσε την επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα σε δύο ταλαντωτές Colpitts με την χρήση Matlab. Με την συγκεκριμένη επιλογή τιμών για τις παραμέτρους των δύο ταλαντωτών Colpitts ($V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu\text{H}$, $C_1 = 54\text{nF}$, $C_2 = 54\text{nF}$, $R_{EE} = 400\Omega$ και $V_{EE} = -5\text{V}$) και των παραμέτρων που καθορίζουν το τρανζίστορ BJT ($V_{TH} = 0.75\text{V}$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$), προχωρήσαμε αρχικά στην επίτευξη συγχρονισμού μέσω συλλέκτη και αμέσως μετά ακολουθήθηκε η ίδια διαδικασία για την επίτευξη συγχρονισμού μέσω εκπομπού. Πρέπει να σημειωθεί ότι η θεμελιώδης συχνότητα για τις συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων είναι $f = 97.6\text{kHz}$. Στην συνέχεια έγινε αλλαγή στις τιμές των παραμέτρων των δύο ταλαντωτών Colpitts ($V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$, $R_{EE} = 400\Omega$ και $V_{EE} = -5\text{V}$) και των παραμέτρων που καθορίζουν το τρανζίστορ BJT ($V_{TH} = 0.75\text{V}$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$), ώστε να ελεγχθεί η επίτευξη συγχρονισμού τόσο μέσω συλλέκτη όσο και μέσω εκπομπού σε πιο χαμηλές συχνότητες και πιο συγκεκριμένα στην περίπτωση που η θεμελιώδης συχνότητα των δύο ταλαντωτών είναι $f = 2.9\text{kHz}$.

5.3.1 Συγχρονισμός ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα 97.6kHz

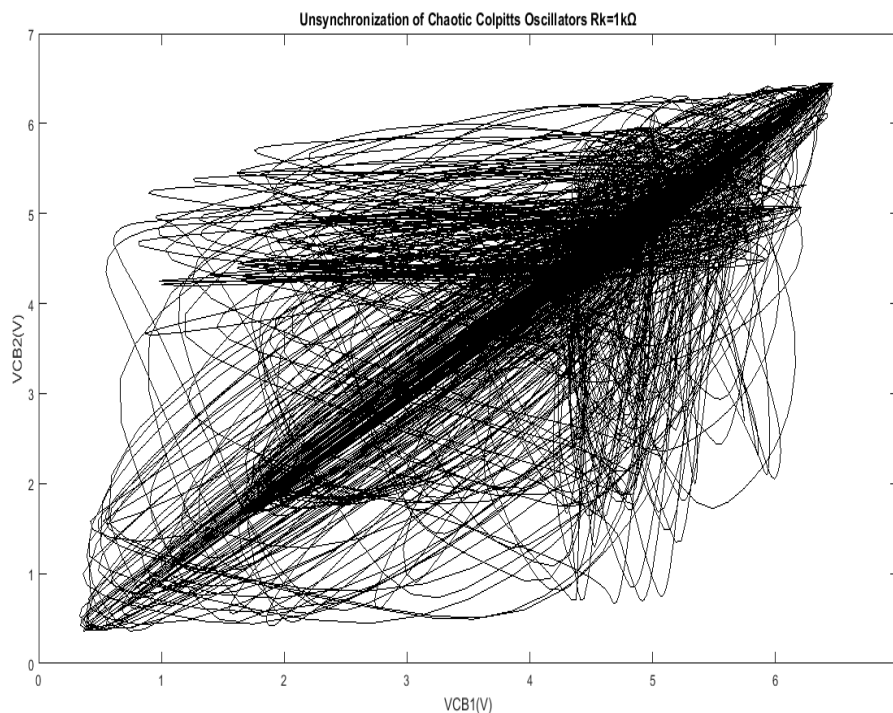
Ο έλεγχος για τον συγχρονισμό ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές Colpitts μέσω συλλέκτη πραγματοποιήθηκε για διαφορετικές τιμές της αντίστασης R_K και πιο συγκεκριμένα για τις τιμές 50Ω, 200Ω, 1kΩ και 10kΩ.

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 10k\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.004$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.11.



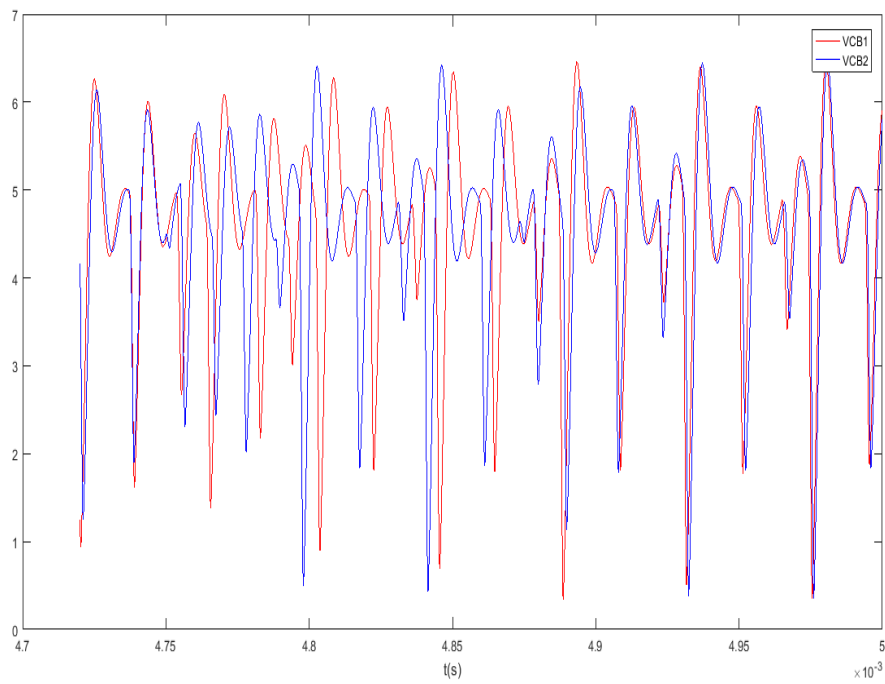
Εικόνα 5.11 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.004$)

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 1k\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.04$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.12.

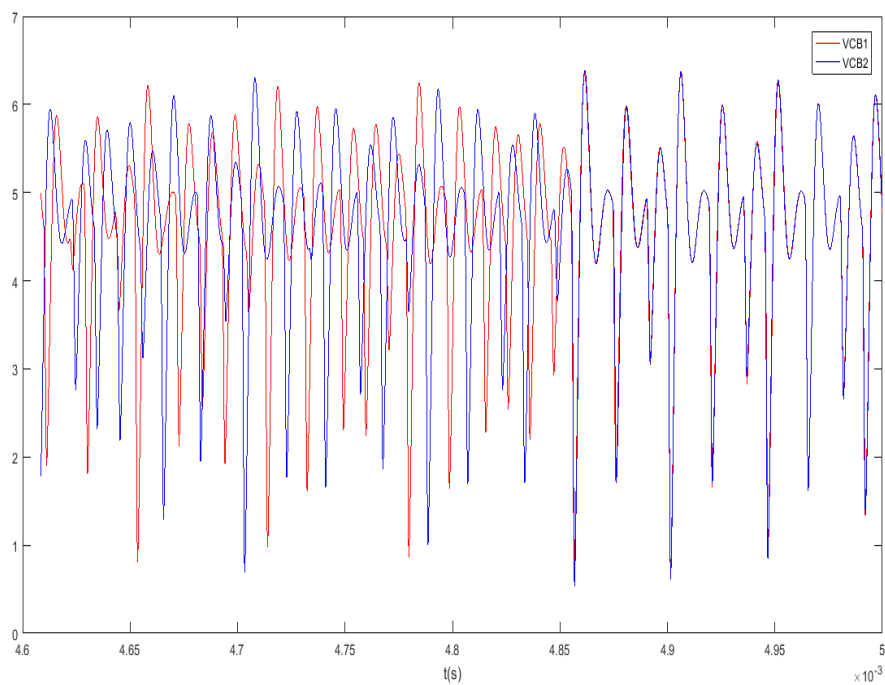


Εικόνα 5.12 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.04$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 10k\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 1k\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 10k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.13. Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 1k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.14. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του αποσυγχρονισμού.

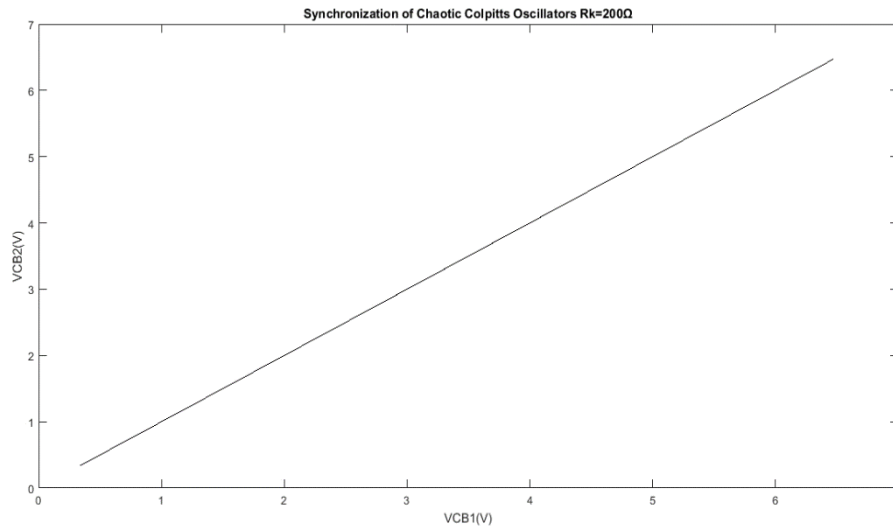


Εικόνα 5.13 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$



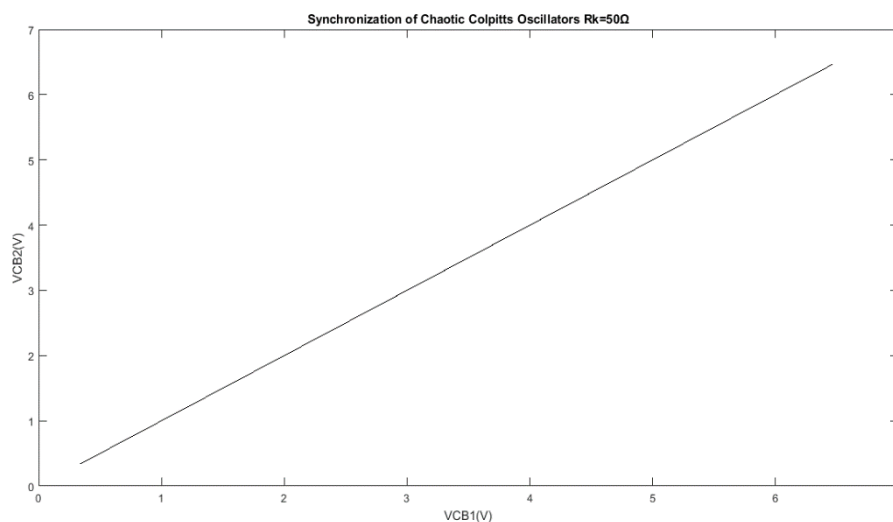
Εικόνα 5.14 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.2$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.15.



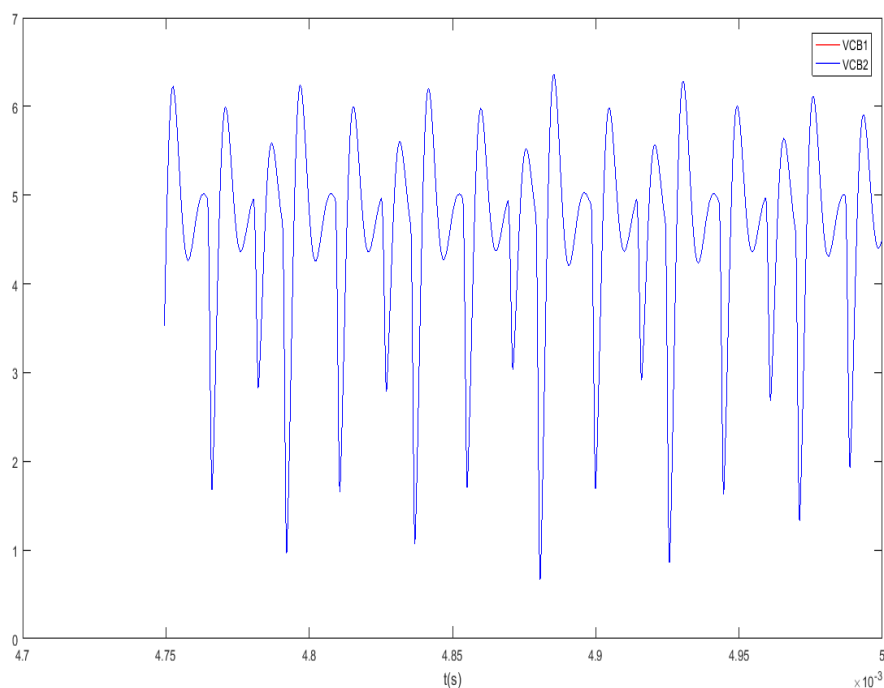
Εικόνα 5.15 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.2$)

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 50\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.85$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.16.



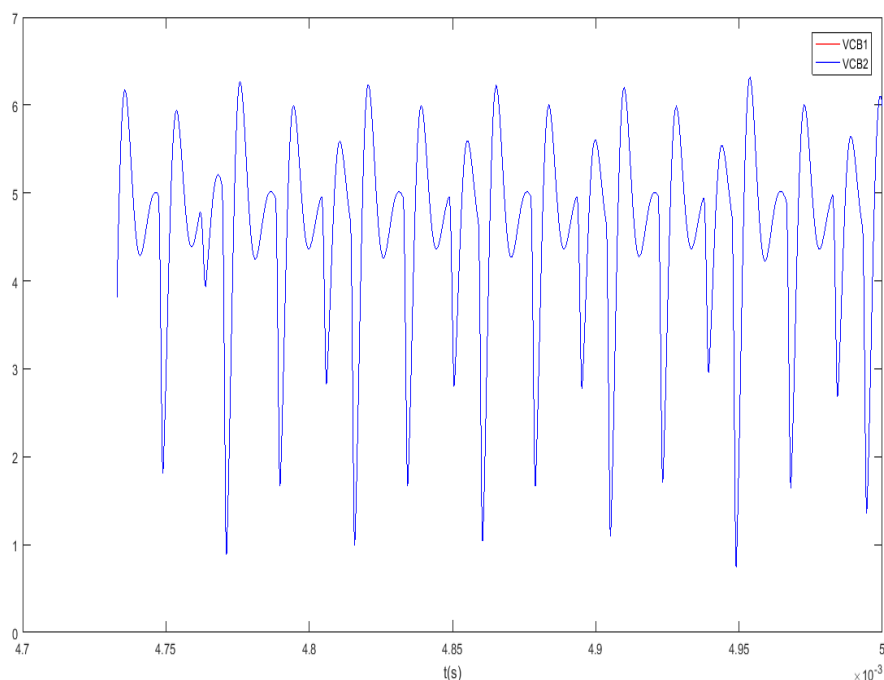
Εικόνα 5.16 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.85$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 50\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 200\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.17.



Εικόνα 5.17 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$

Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 50\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.18. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του συγχρονισμού.

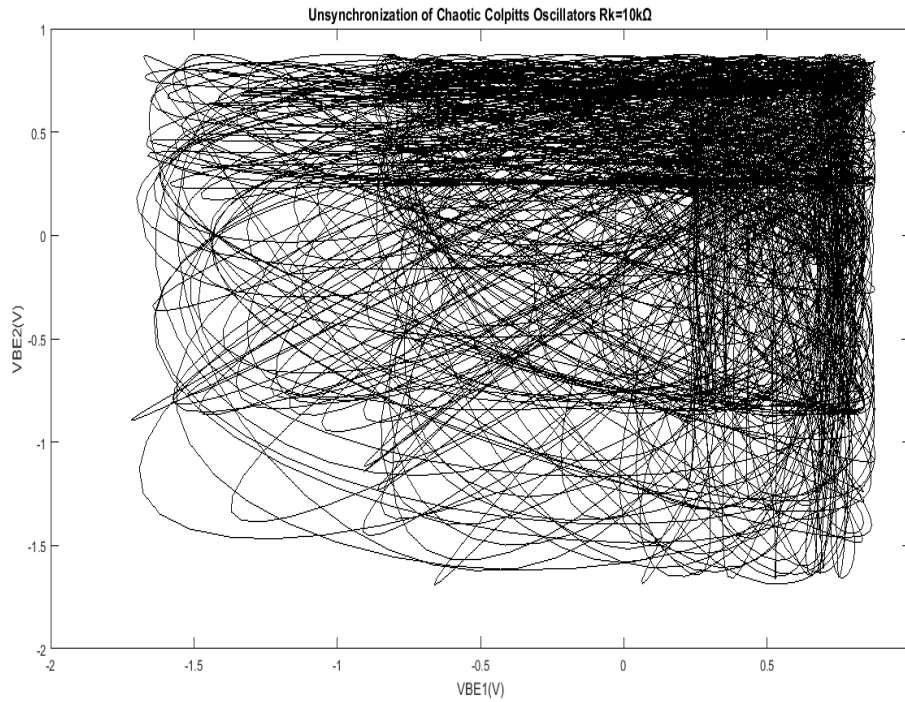


Εικόνα 5.18 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$

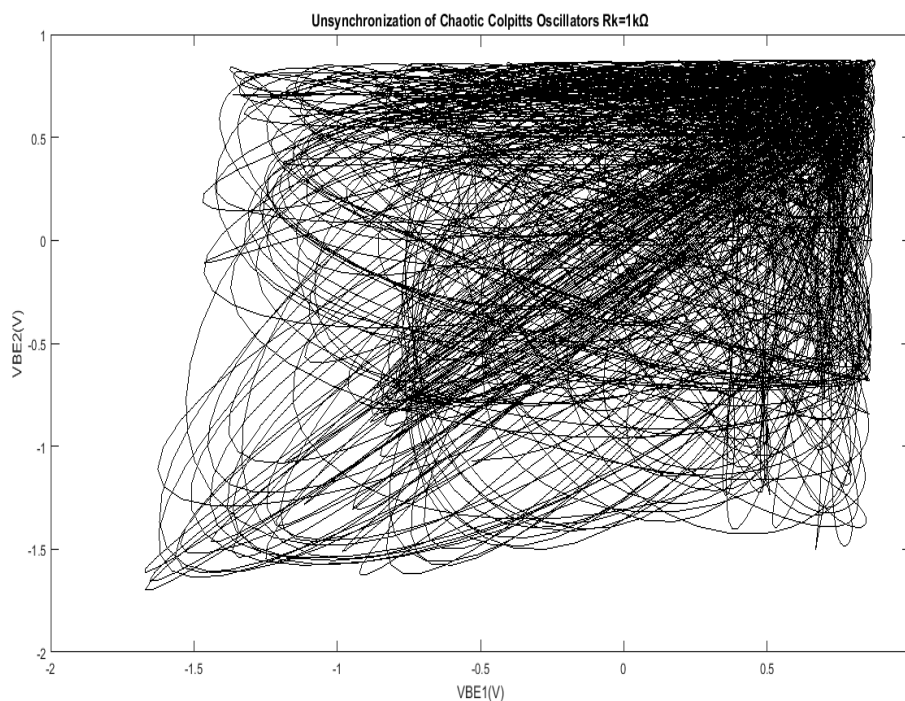
5.3.2 Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6\text{kHz}$

Ο έλεγχος για τον συγχρονισμό ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές Colpitts μέσω εκπομπού, όπως και στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη, πραγματοποιήθηκε για διαφορετικές τιμές της αντίστασης R_K και πιο συγκεκριμένα για τις τιμές 50Ω , 200Ω , $1\text{k}\Omega$ και $10\text{k}\Omega$.

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 10\text{k}\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.004$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.19 ενώ αντίστοιχα για τιμή της αντίστασης $R_K = 1\text{k}\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.04$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συνεχίζουν να μην συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.20.

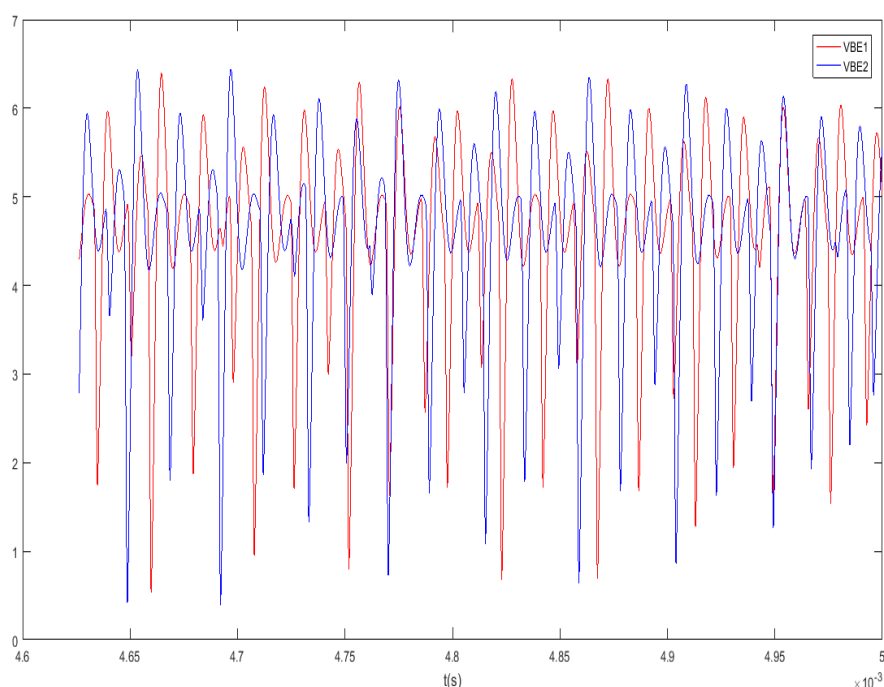


Εικόνα 5.19 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_k = 10k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.004$)



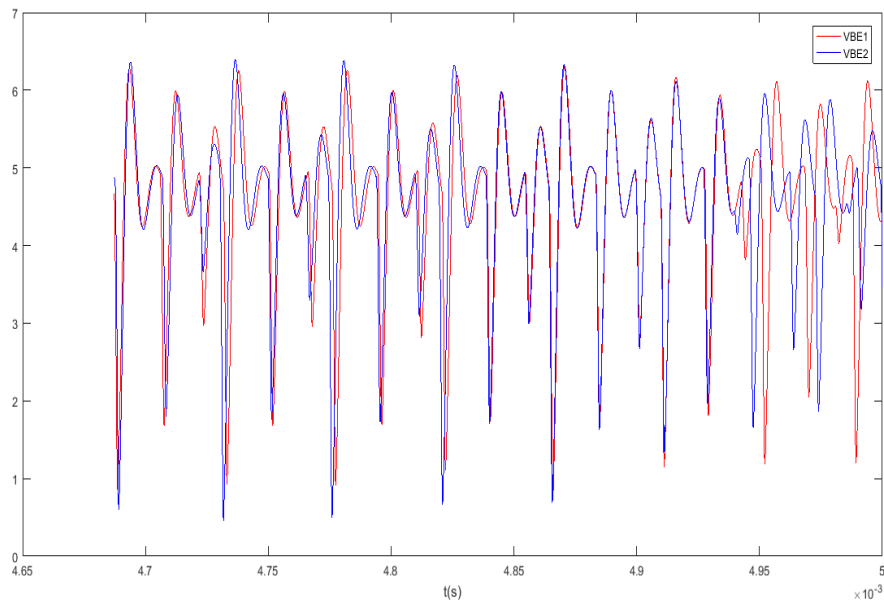
Εικόνα 5.20 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_k = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.04$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 10k\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 1k\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 10k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.21.



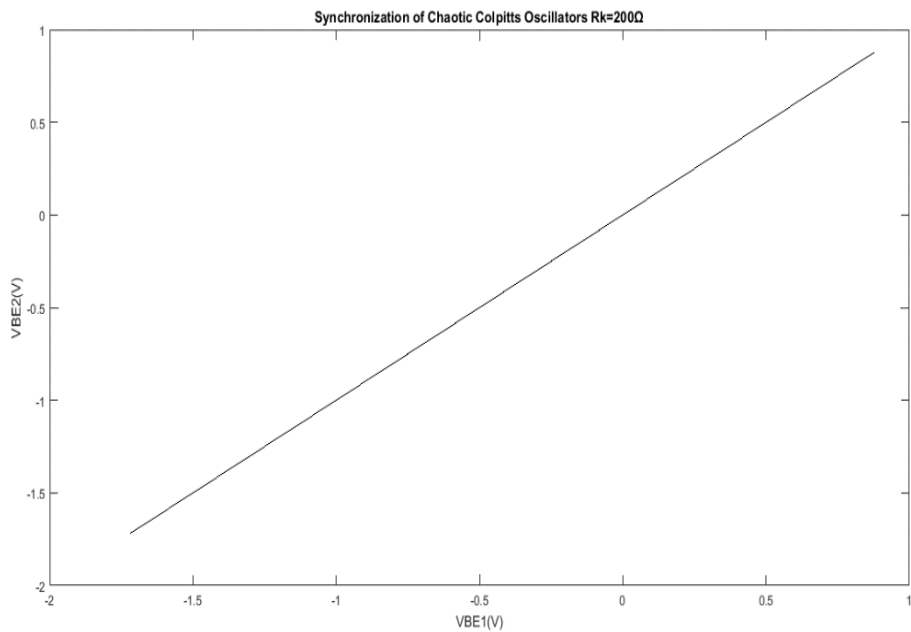
Εικόνα 5.21 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$

Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 1k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.22. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του αποσυγχρονισμού.



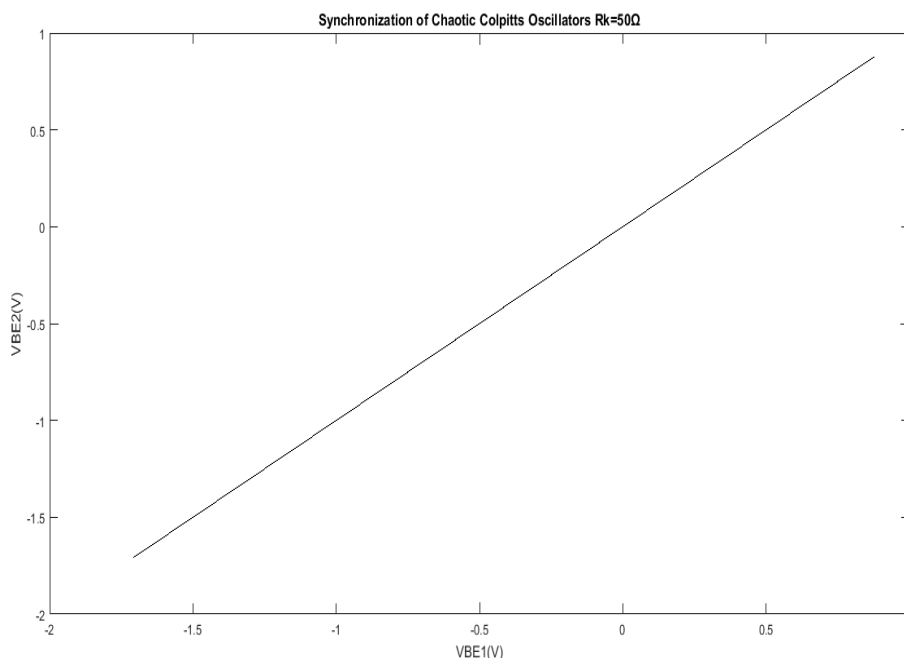
Εικόνα 5.22 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.2$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.23.



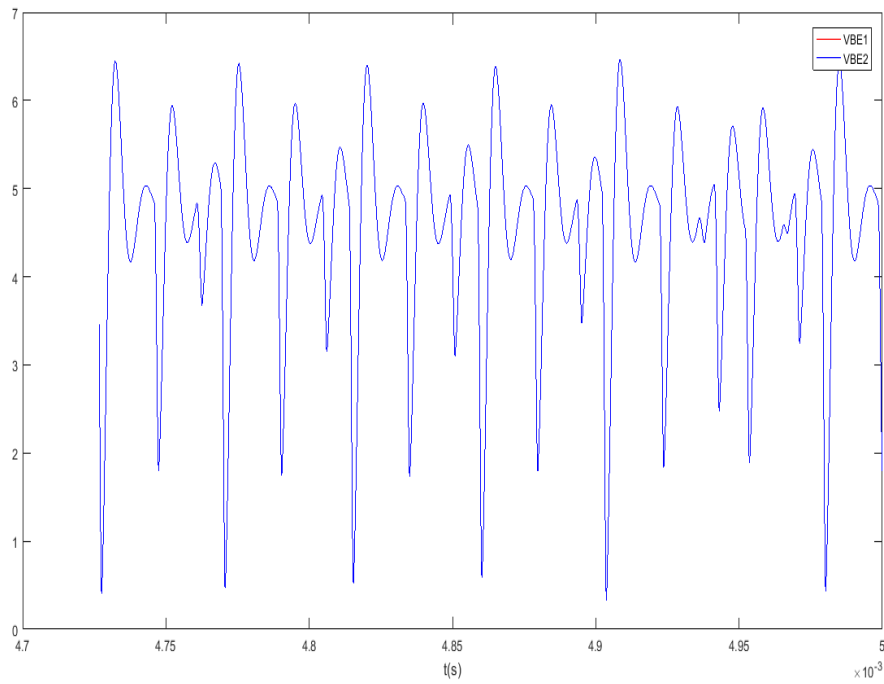
Εικόνα 5.23 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.2$)

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 50\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.85$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.24.

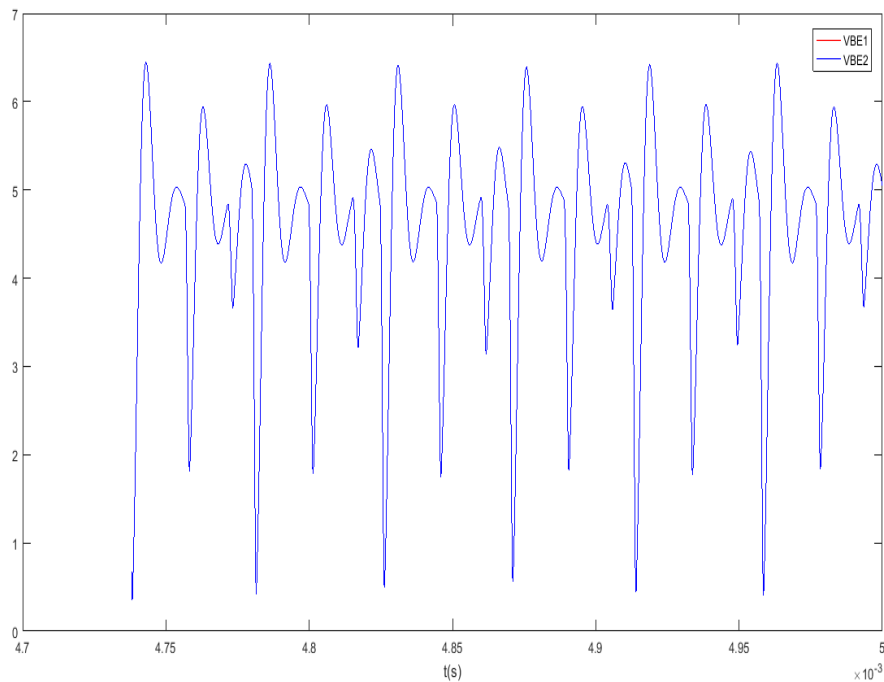


Εικόνα 5.24 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.85$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 50\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 200\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.25. Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 50\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.26. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του συγχρονισμού.



Εικόνα 5.25 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$

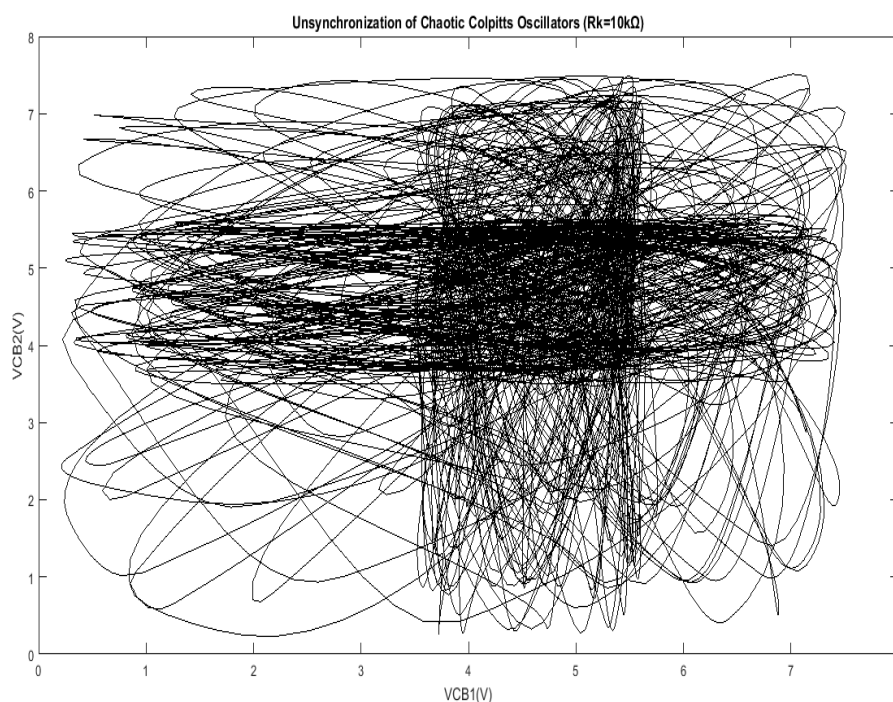


Εικόνα 5.26 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$

5.3.3 Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$

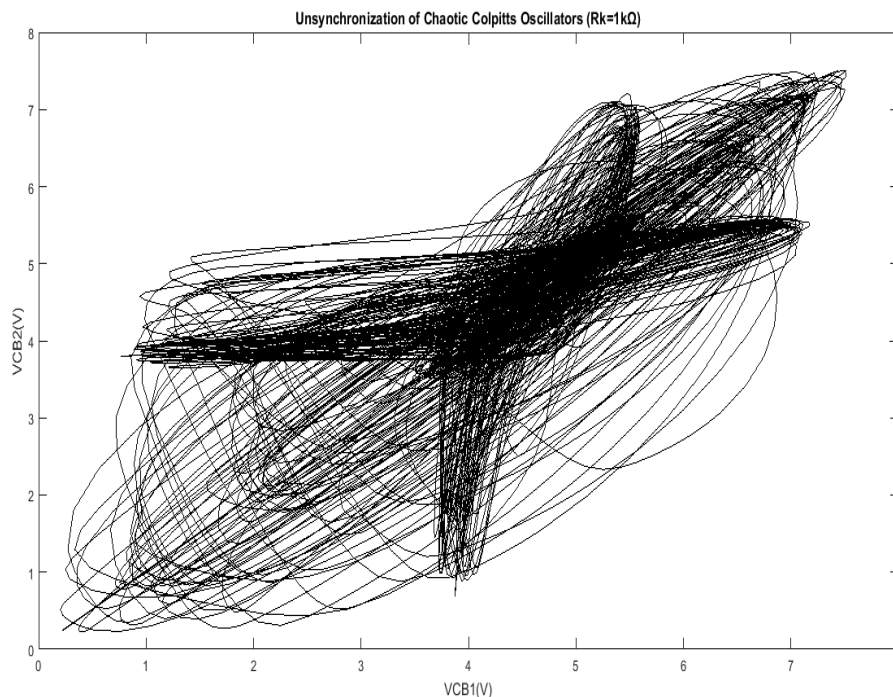
Ο έλεγχος για τον συγχρονισμό ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$ πραγματοποιήθηκε για διαφορετικές τιμές της αντίστασης R_K και πιο συγκεκριμένα για τις τιμές 50Ω , 200Ω , $1\text{k}\Omega$ και $10\text{k}\Omega$.

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 10\text{k}\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.0035$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.27.



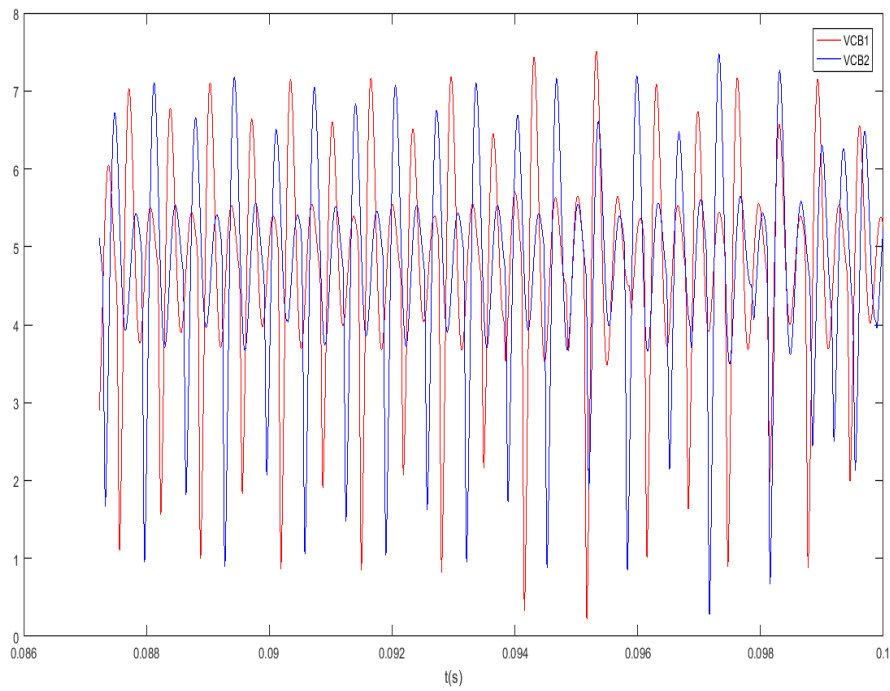
Εικόνα 5.27 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10\text{k}\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.0035$)

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 1\text{k}\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.035$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.28.

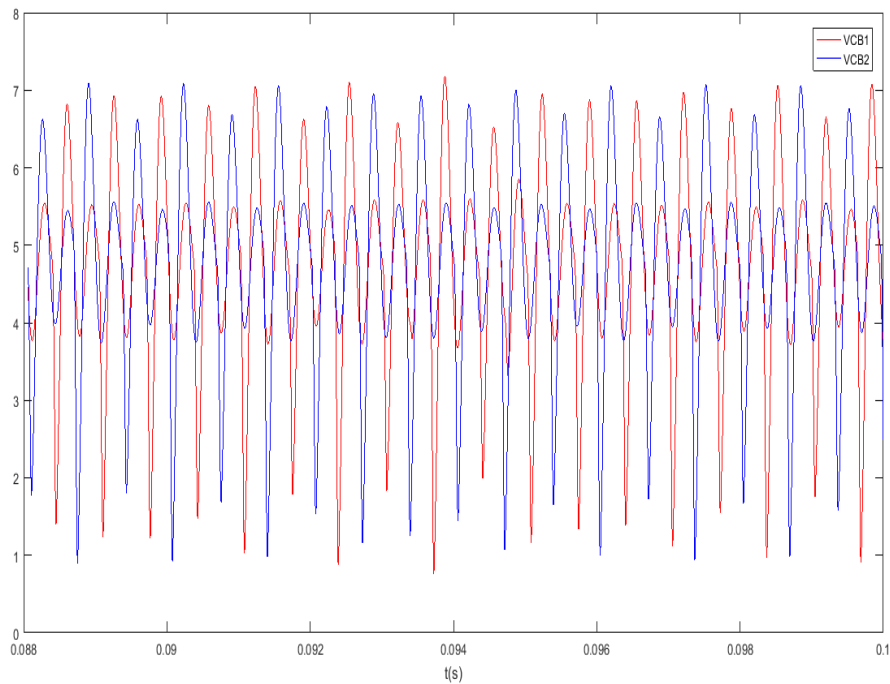


Εικόνα 5.28 - Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.035$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 10k\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 1k\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 10k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.29. Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 1k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.30. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του αποσυγχρονισμού.

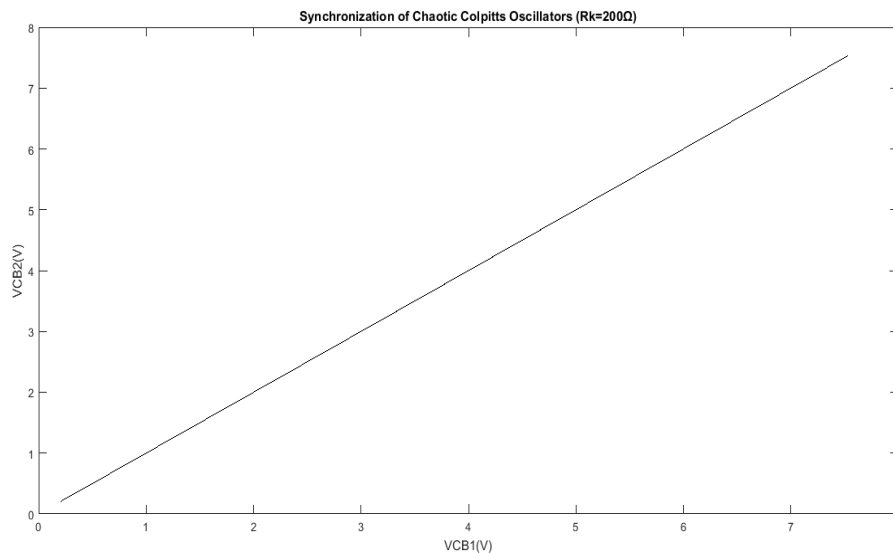


Εικόνα 5.29 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$



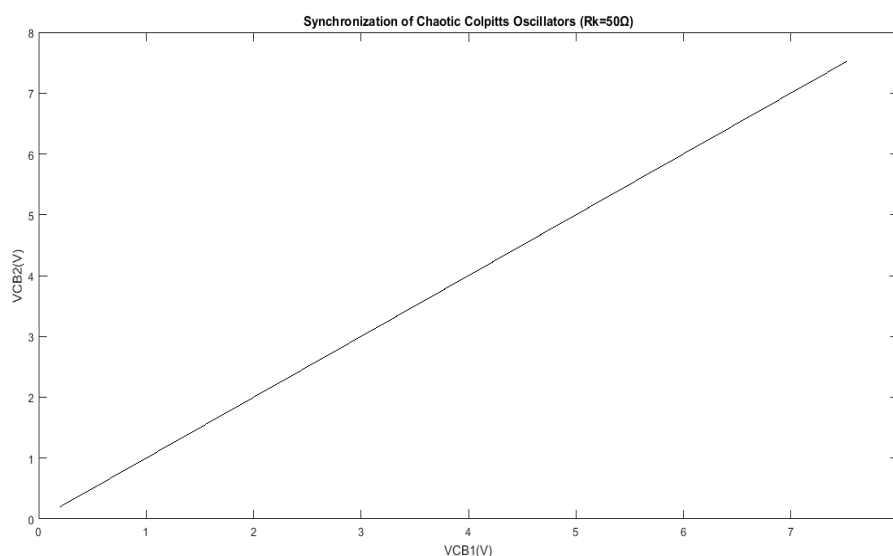
Εικόνα 5.30 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.18$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.31.



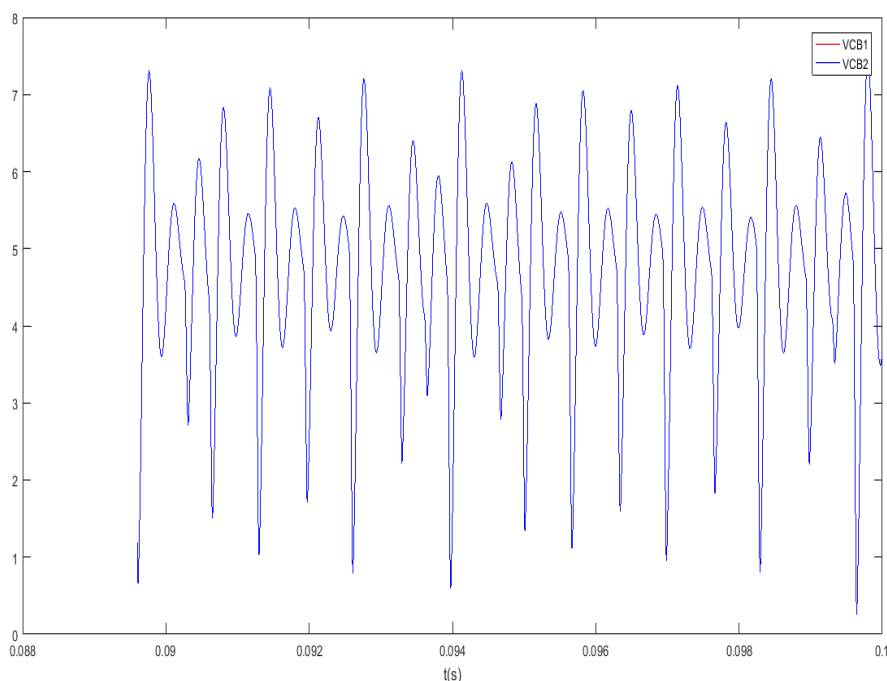
Εικόνα 5.31 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.18$)

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 50\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.7$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.32.



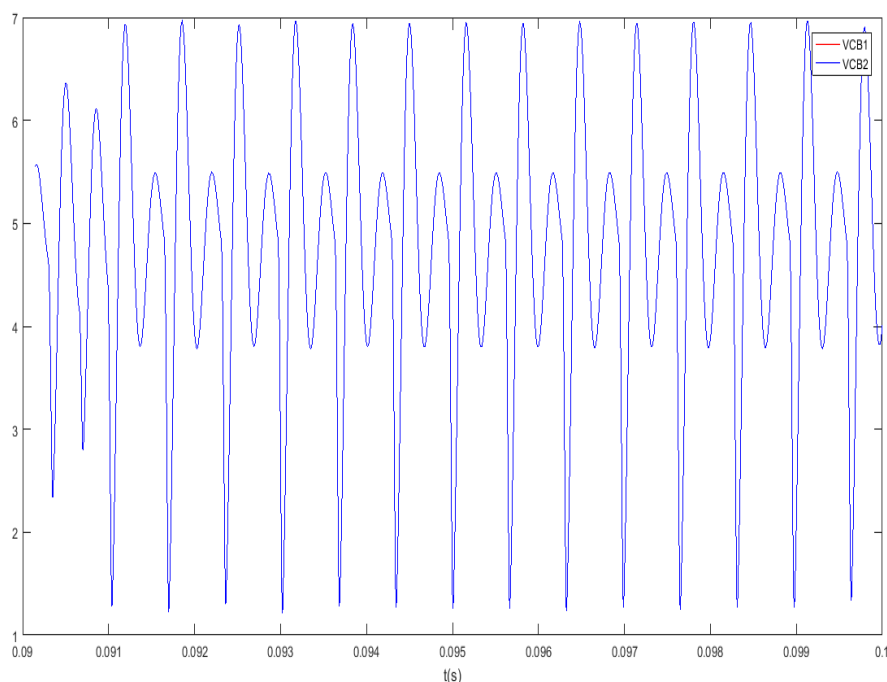
Εικόνα 5.32 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.7$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 50\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 200\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.33.



Εικόνα 5.33 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 200\Omega$

Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 50\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.34. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{CB1} και V_{CB2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του συγχρονισμού.

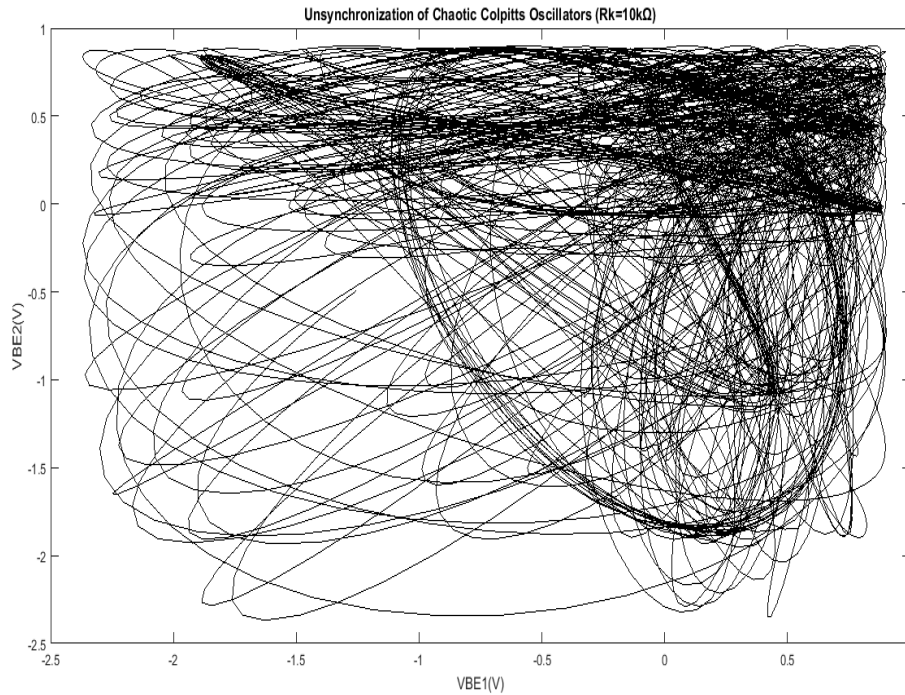


Εικόνα 5.34 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{CB1} & V_{CB2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 50\Omega$

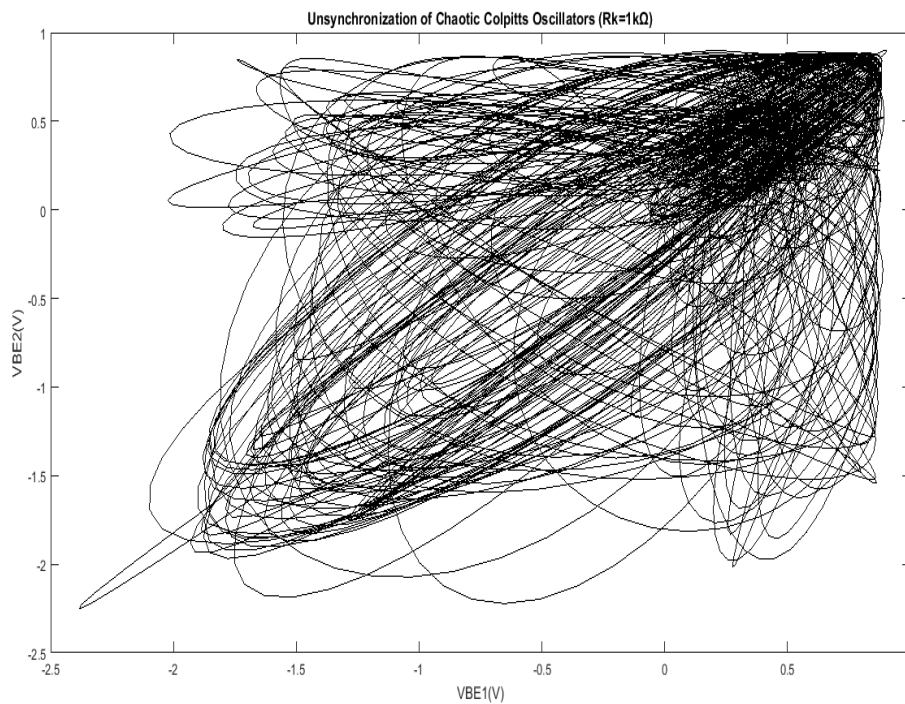
5.3.4 Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$

Ο έλεγχος για τον συγχρονισμό ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές Colpitts μέσω εκπομπού για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$, όπως και στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω συλλέκτη, πραγματοποιήθηκε για διαφορετικές τιμές της αντίστασης R_K και πιο συγκεκριμένα για τις τιμές 50Ω , 200Ω , $1\text{k}\Omega$ και $10\text{k}\Omega$.

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 10\text{k}\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.0035$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.35 ενώ αντίστοιχα για τιμή της αντίστασης $R_K = 1\text{k}\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.035$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συνεχίζουν να μην συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.36.

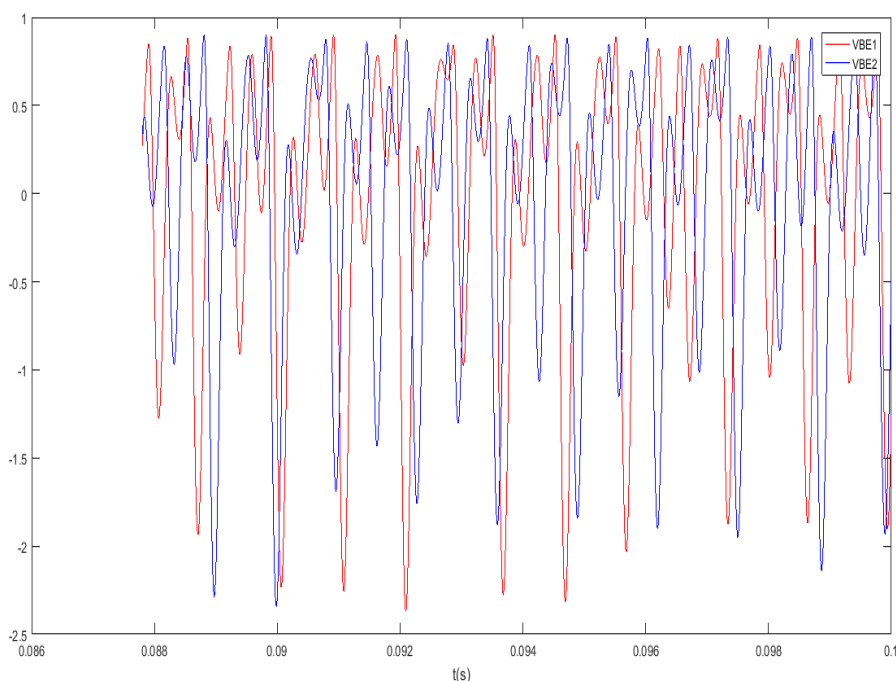


Εικόνα 5.35 - Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_k = 10k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.0035$)



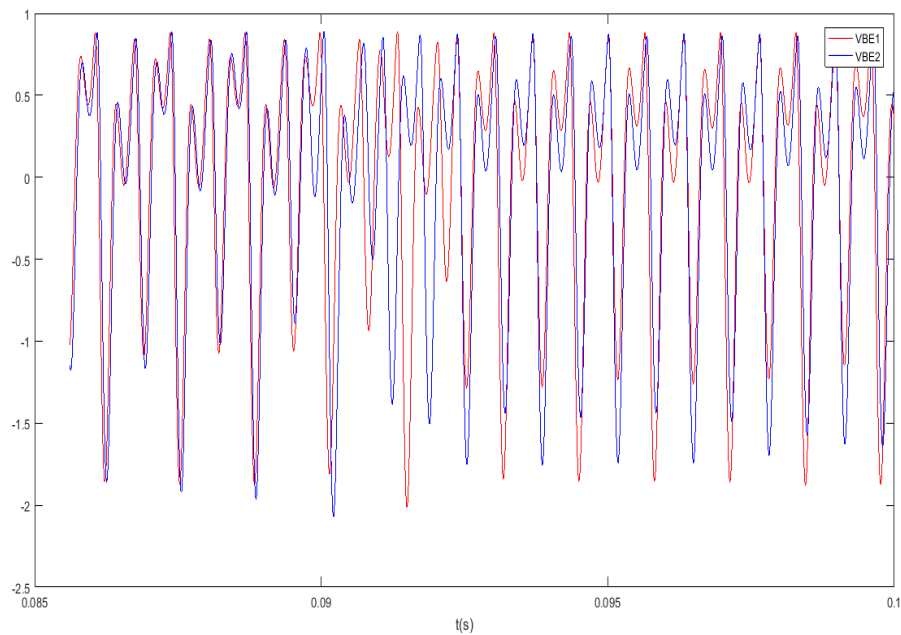
Εικόνα 5.36 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_k = 1k\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.0035$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 10k\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 1k\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 10k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.37



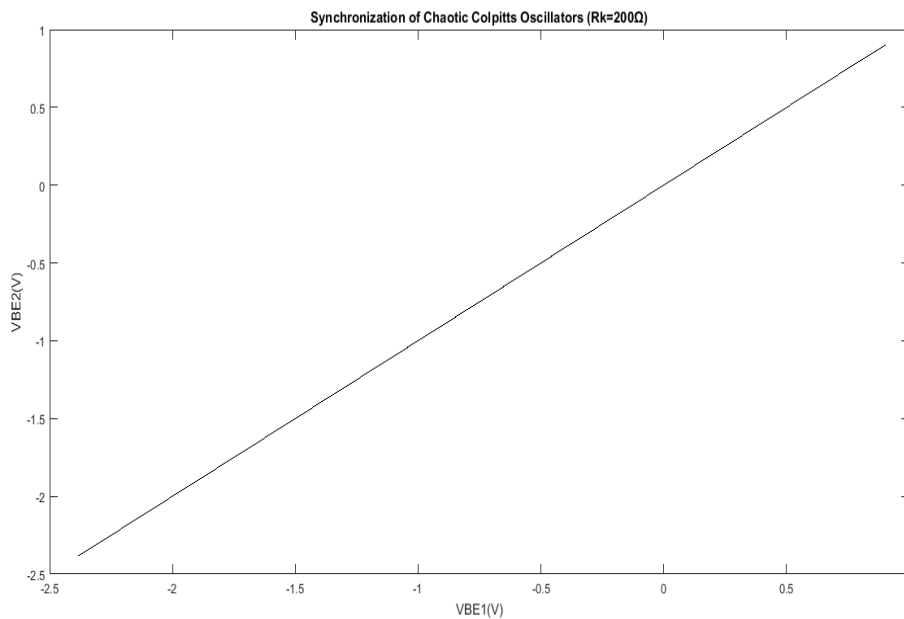
Εικόνα 5.37 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 10k\Omega$

Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 1k\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα δεν ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.38. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του αποσυγχρονισμού.



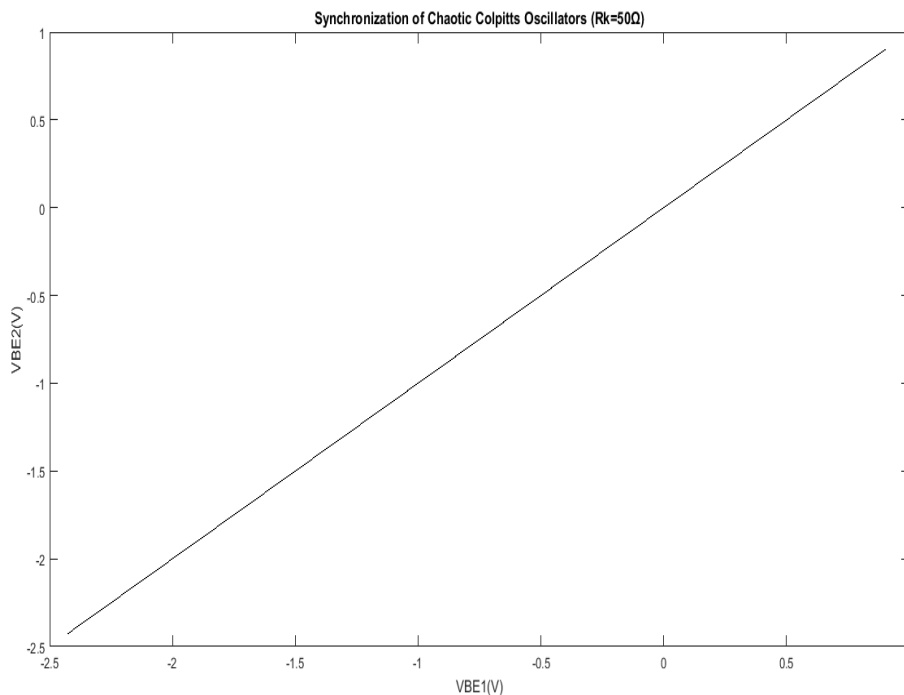
Εικόνα 5.38 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του αποσυγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.18$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.39.



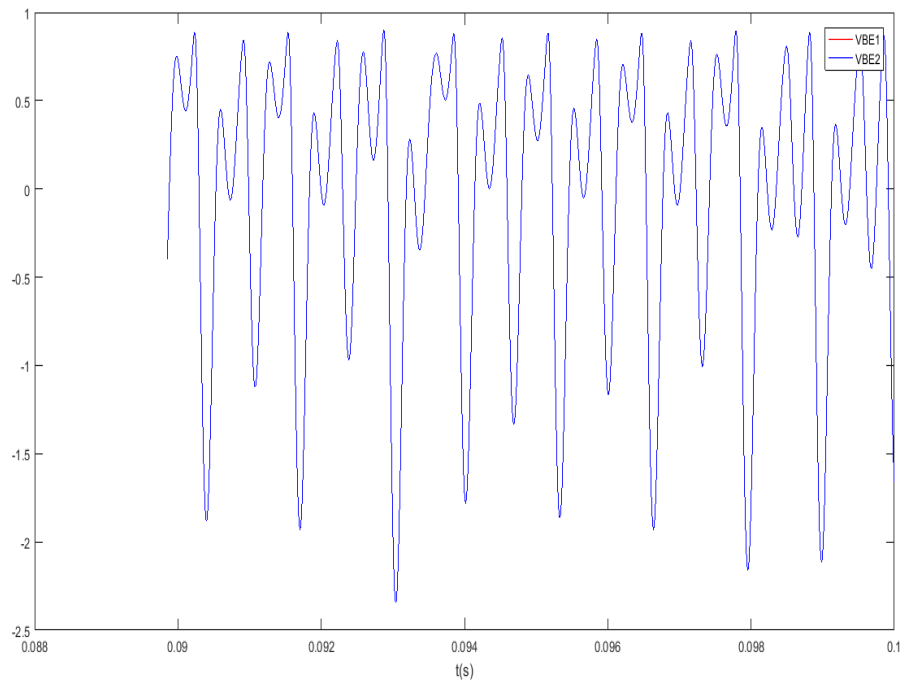
Εικόνα 5.39 – Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.18$)

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 50\Omega$ δηλαδή για συντελεστή σύζευξης $k = 0.7$, οι δύο πανομοιότυποι ταλαντωτές Colpitts συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.40.

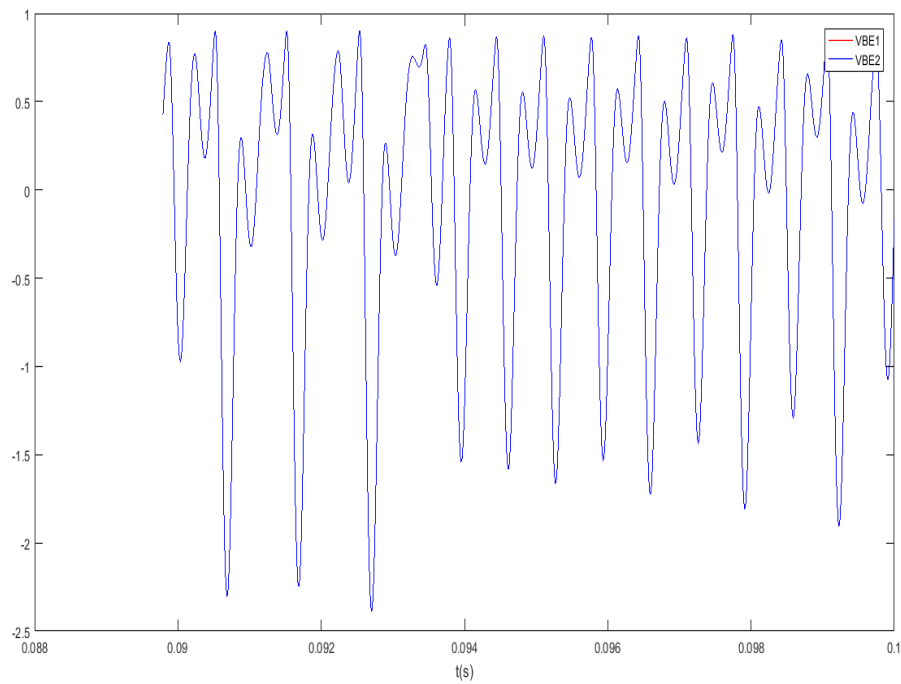


Εικόνα 5.40 - Συγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$ (συντελεστής σύζευξης $k = 0.7$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται δύο γραφήματα, τα οποία παρουσιάζουν την διαφορά των σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού τόσο με την χρήση της αντίστασης $R_K = 200\Omega$ όσο και με την χρήση της αντίστασης $R_K = 50\Omega$. Στο πρώτο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 200\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.41. Αντίθετα στο δεύτερο γράφημα που αφορά την διαφορά των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού για την αντίσταση $R_K = 50\Omega$, παρατηρούμε ότι τα δύο σήματα ταυτίζονται μεταξύ τους, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.42. Πρέπει να σημειωθεί ότι και στα δύο γραφήματα απεικονίζεται η διαφορά ανάμεσα σε ορισμένα δείγματα των δύο σημάτων V_{BE1} και V_{BE2} και αυτό συμβαίνει για την ευκολότερη κατανόηση του φαινομένου του συγχρονισμού.



Εικόνα 5.41 – Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 200\Omega$

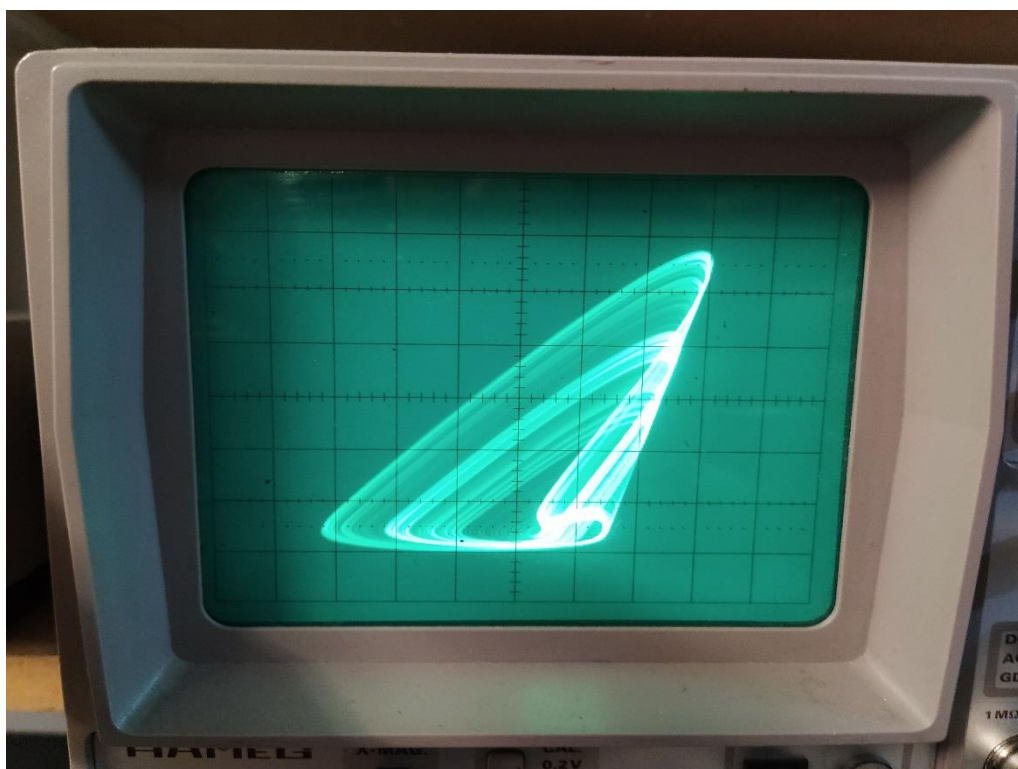


Εικόνα 5.42 - Διαφορά μεταξύ των σημάτων V_{BE1} & V_{BE2} στην περίπτωση του συγχρονισμού μέσω εκπομπού για αντίσταση $R_K = 50\Omega$

5.4 Πειραματικά Αποτελέσματα για τη Χαοτική Λειτουργία Ταλαντωτή Colpitts

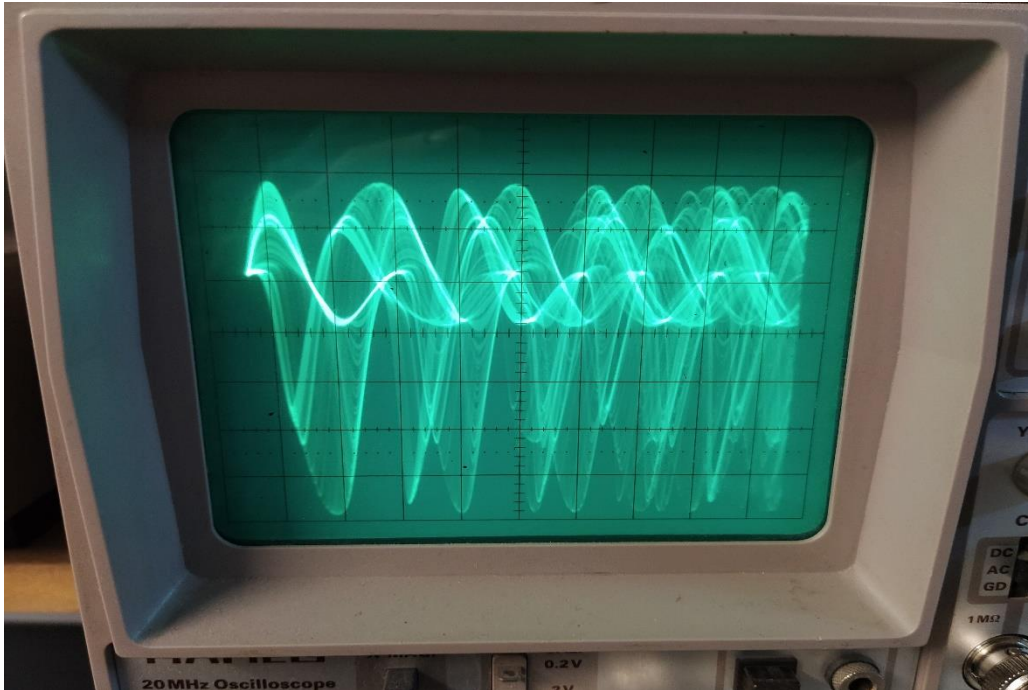
Το τρίτο βήμα που πραγματοποιήθηκε ήταν η υλοποίηση του ταλαντωτή Colpitts μέσω hardware δηλαδή με την χρήση των φυσικών εξαρτημάτων του κυκλώματός του σε breadboard και στην συνέχεια με την χρήση ενός παλμογράφου πραγματοποιήθηκε η απεικόνιση του ελκυστή αλλά και των σημάτων του ενδιαφέροντος μας.

Αρχικά η υλοποίηση του ταλαντωτή Colpitts πραγματοποιήθηκε με την συγκεκριμένη επιλογή παραμέτρων του κυκλώματος του ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$ και $V_{EE} = -5V$) και των παραμέτρων που καθορίζουν το τρανζίστορ BJT ($V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$) και ως αποτέλεσμα λάβαμε στην οθόνη του παλμογράφου την μορφή του ελκυστή Colpitts, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.43. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν *Time/Div.*: $5\mu s$, *Volt/Div.*: $1V$ για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{CB} και *Volt/Div.*: $0.5V$ για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .

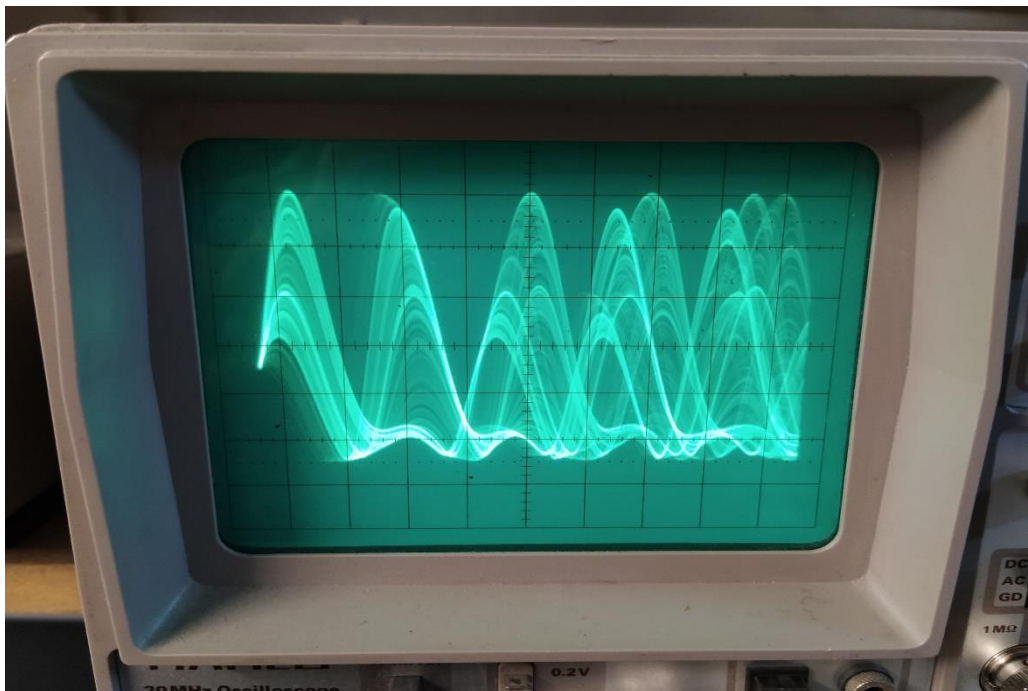


Εικόνα 5.43 – Απεικόνιση Ελκυστή Colpitts σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα χασοτικά σήματα $V_{CB}(t)$ και $V_{EB}(t)$ τα οποία λάβαμε στην οθόνη του παλμογράφου, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 5.44 και στην Εικόνα 5.45 αντίστοιχα.

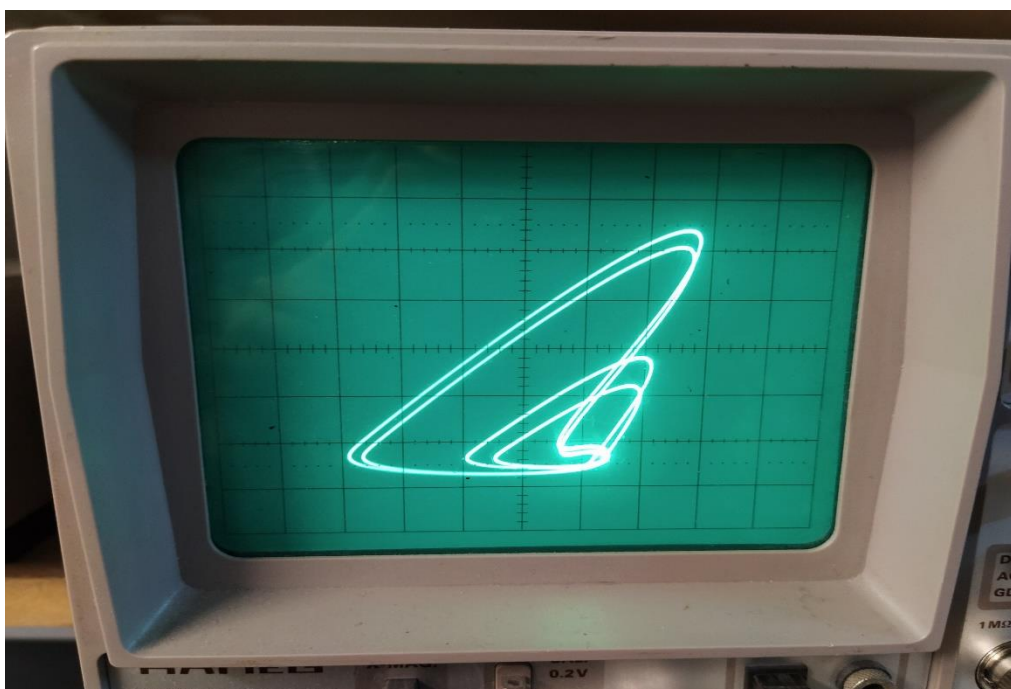


Εικόνα 5.44 – Απεικόνιση χασοτικού σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)



Εικόνα 5.45 – Απεικόνιση χασοτικού σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 35\Omega$, $L = 98.5\mu H$, $C_1 = 54nF$, $C_2 = 54nF$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)

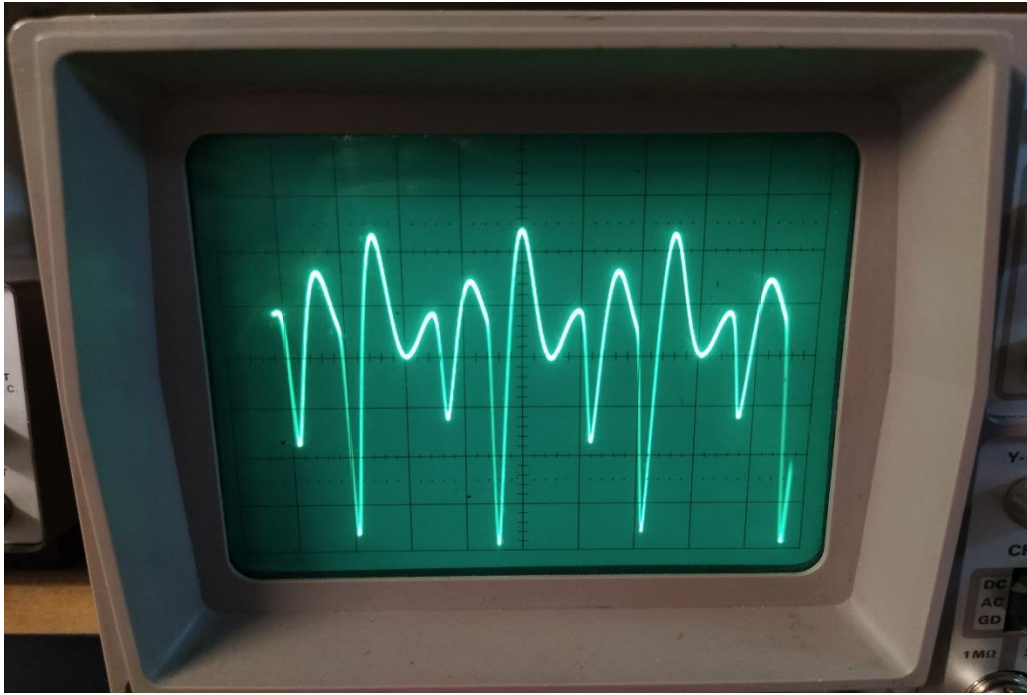
Με την αλλαγή της τιμής της αντίστασης R_L , ο ταλαντωτής μεταβαίνει από την περιοχή χαοτικής λειτουργίας στην περιοχή πολυαρμονικής λειτουργίας και η μορφή του ελκυστή που λάβαμε στην οθόνη του παλμογράφου είναι αυτή που παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.46. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν *Time/Div.*: $5\mu s$, *Volt/Div.*: $1V$ για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικονίζει το σήμα V_{CB} και *Volt/Div.*: $0.5V$ για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .



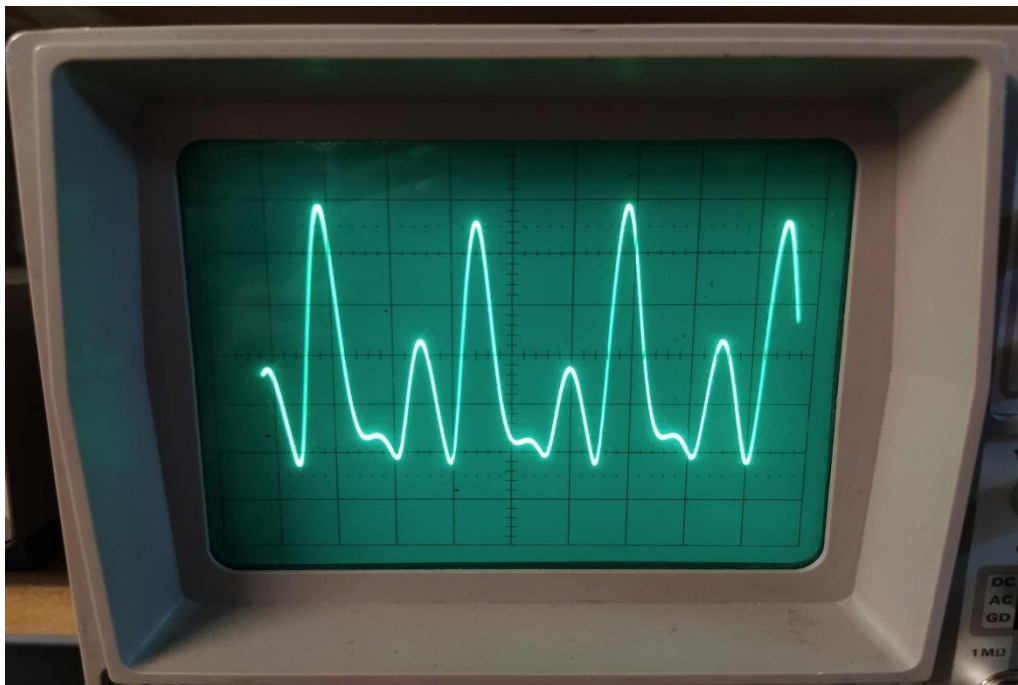
Εικόνα 5.46 – Απεικόνιση Πολυαρμονικής Λειτουργίας Ταλαντωτή Colpitts σε παλμογράφο

Η ύπαρξη πολλαπλών ταλαντώσεων παρουσιάζεται τόσο στην πολυαρμονική λειτουργία όσο και στην χαοτική λειτουργία του ταλαντωτή Colpitts. Η διαφορά ανάμεσα σε αυτές τις δύο λειτουργίες είναι ότι στην χαοτική λειτουργία το φαινόμενο των πολλαπλών ταλαντώσεων είναι αρκετά πιο έντονο από ότι στην πολυαρμονική λειτουργία.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα σήματα $V_{CB}(t)$ και $V_{EB}(t)$ όταν ο ταλαντωτής Colpitts βρίσκεται σε πολυαρμονική λειτουργία, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 5.47 και στην Εικόνα 5.48 αντίστοιχα.

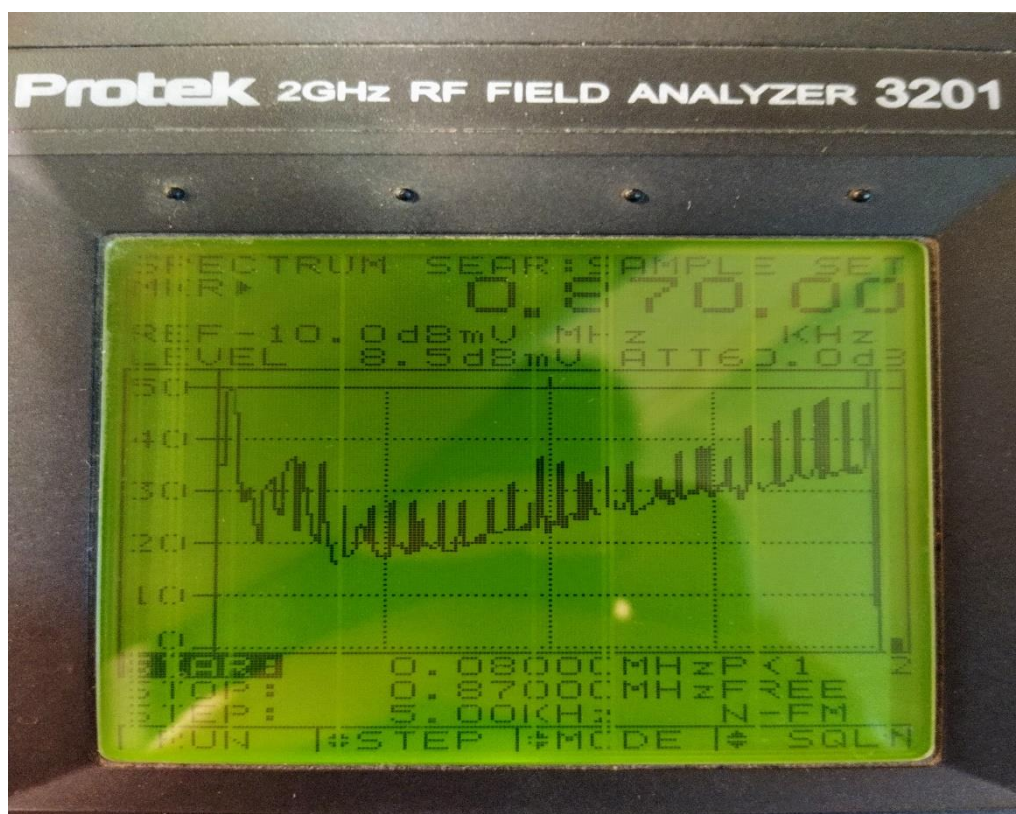


Εικόνα 5.47 – Απεικόνιση σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας



Εικόνα 5.48 – Απεικόνιση σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας

Αμέσως μετά παρουσιάζεται η φασματική υπογραφή του χασοτικού ταλαντωτή Colpitts στον αναλυτή φάσματος, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 5.49. Όπως έχει προαναφερθεί το φάσμα ενός ιδανικού χασοτικού συστήματος θα πρέπει να προσεγγίζει το φάσμα του λευκού θορύβου (AWGN). Επομένως αναμένουμε να παρατηρήσουμε φασματικό περιεχόμενο σε όλο το φάσμα που αποτυπώνεται στον αναλυτή και επιπλέον θα πρέπει να υπάρξει κορύφωση στην θεμελιώδη συχνότητα, η οποία έχει την τιμή $f = 97.6\text{kHz}$ ($L = 98.5\mu\text{H}$, $C_1 = 54\text{nF}$, $C_2 = 54\text{nF}$).



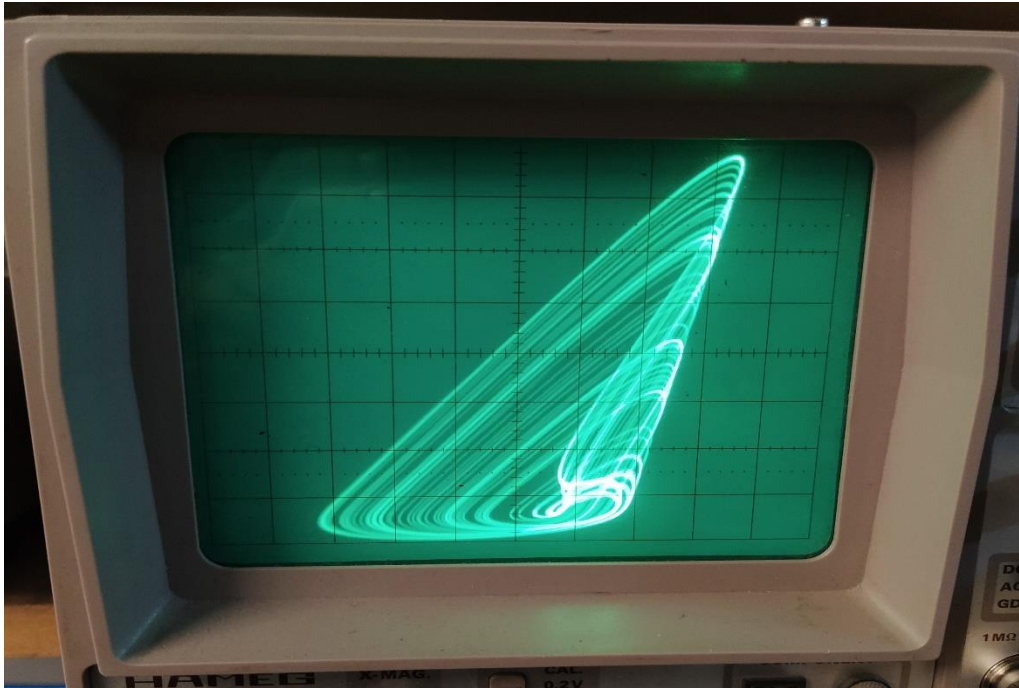
Εικόνα 5.49 – Απεικόνιση Φάσματος Χασοτικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 97.6\text{kHz}$

Στον αναλυτή φάσματος πραγματοποιήθηκαν ρυθμίσεις που αφορούσαν την περιοχή σάρωσης, η οποία ξεκινούσε από 80kHz (START: 0.08000MHz) και σταματούσε στα 870kHz (STOP: 0.87000MHz) με βήμα 5kHz (STEP: 5.00kHz). Επιπλέον προστέθηκε εξασθένιση 60dB (ATT 60.0dB) μέσω του αναλυτή και επιπλέον εξασθένιση 60dB μέσω ενός εξωτερικού εξασθενητή που χρησιμοποιήθηκε για την ευκολότερη παρουσίαση του φάσματος. Τέλος το επίπεδο αναφοράς ρυθμίστηκε στα -10dBmV (REF -10dBmV).

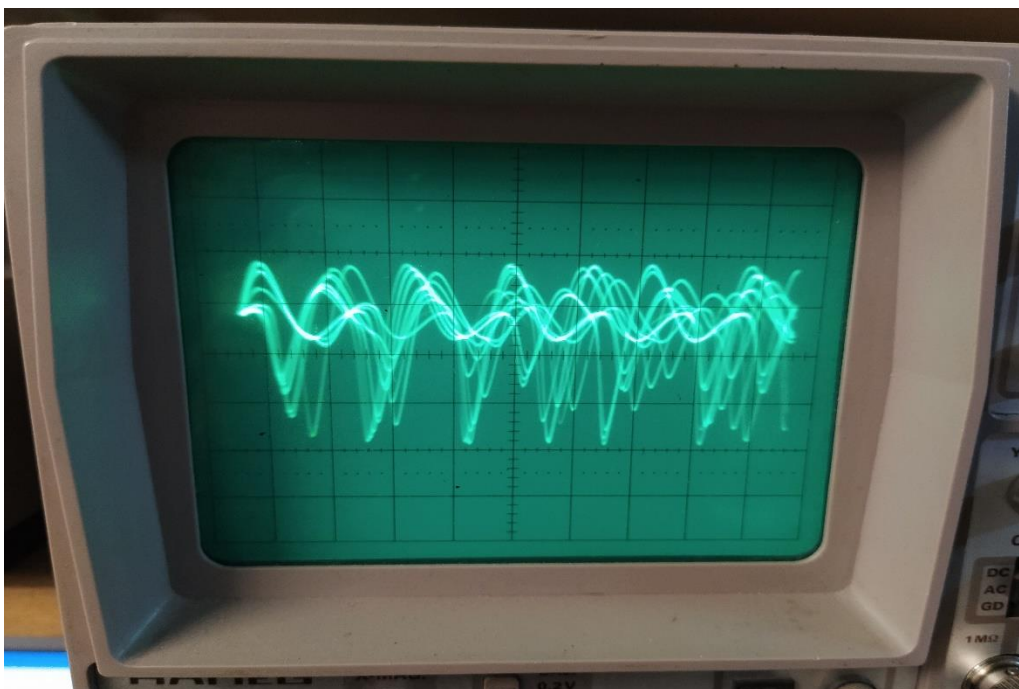
Το επόμενο βήμα της εργασίας αφορά τον συγχρονισμό ανάμεσα σε ένα ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω hardware και ενός δεύτερου ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω software. Η εξαγωγή ενός σήματος από τον ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω software και αποτελεί τον master ταλαντωτή και η έγχυση αυτού του σήματος στον δεύτερο ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω hardware και αποτελεί τον slave ταλαντωτή πραγματοποιήθηκε με την χρήση της κάρτας ήχου του υπολογιστή, η οποία έχει συχνότητα δειγματοληψίας 44.1kHz. Επομένως κρίθηκε αναγκαία η αλλαγή της θεμελιώδους συχνότητας του ταλαντωτή Colpitts σε μια πιο χαμηλότερη τιμή ώστε κατά την εξαγωγή του σήματος από την κάρτα ήχου του υπολογιστή, να μην υπάρξει πιθανότητα αποκοπής φάσματος του χαοτικού σήματος και κατά επέκταση αποκοπή σημαντικής πληροφορίας του συστήματος.

Θα επαναληφθεί η παρουσίαση των προηγούμενων αποτελεσμάτων αλλά για τις καινούριες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος. Η υλοποίηση του ταλαντωτή Colpitts πραγματοποιήθηκε για ακόμη μια φορά με την συγκεκριμένη επιλογή παραμέτρων του κυκλώματος του ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7mH$, $C_1 = 2.2\mu F$, $C_2 = 2.2\mu F$, $R_{EE} = 400\Omega$ και $V_{EE} = -5V$) και των παραμέτρων που καθορίζουν το τρανζίστορ BJT ($V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$) και ως αποτέλεσμα λάβαμε στην οθόνη του παλμογράφου την μορφή του ελκυστή Colpitts, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.50. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν *Time/Div.*: 0.2ms, *Volt/Div.*: 0.5V για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{CB} και *Volt/Div.*: 0.2V για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .

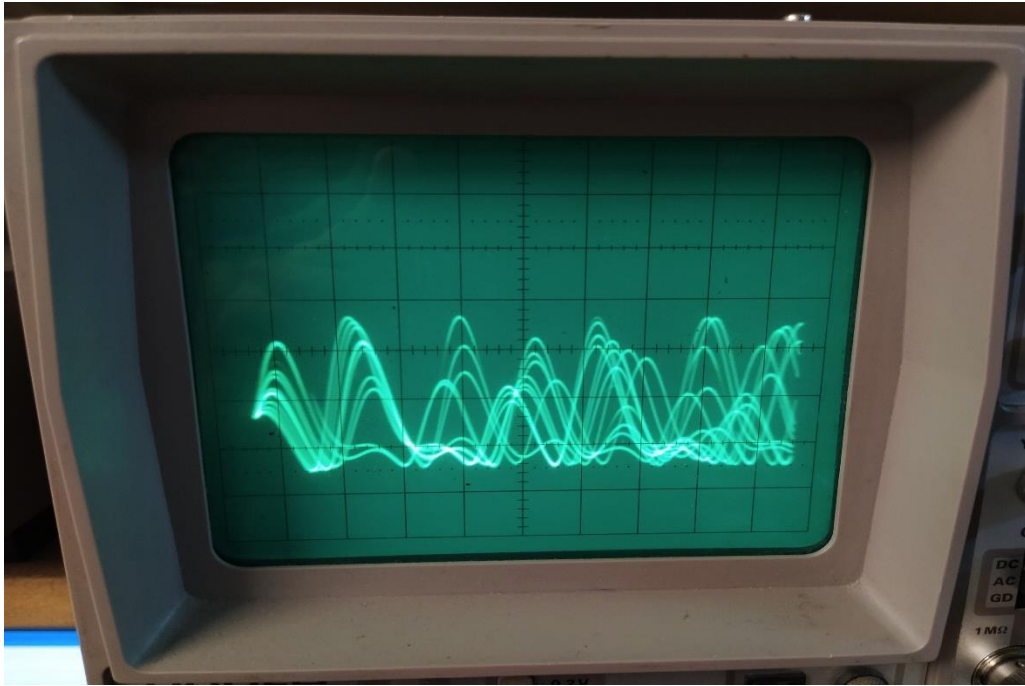
Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα χαοτικά σήματα $V_{CB}(t)$ και $V_{EB}(t)$, τα οποία λάβαμε στην οθόνη του παλμογράφου για τις καινούριες τιμές των παραμέτρων του κυκλώματος του ταλαντωτή Colpitts, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 5.51 και στην Εικόνα 5.52 αντίστοιχα. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν *Time/Div.*: 0.2ms, *Volt/Div.*: 1V για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{CB} και *Volt/Div.*: 0.5V για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .



Εικόνα 5.50 – Απεικόνιση Ελκυστή Colpitts σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7mH$, $C_1 = 2.2\mu F$, $C_2 = 2.2\mu F$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)

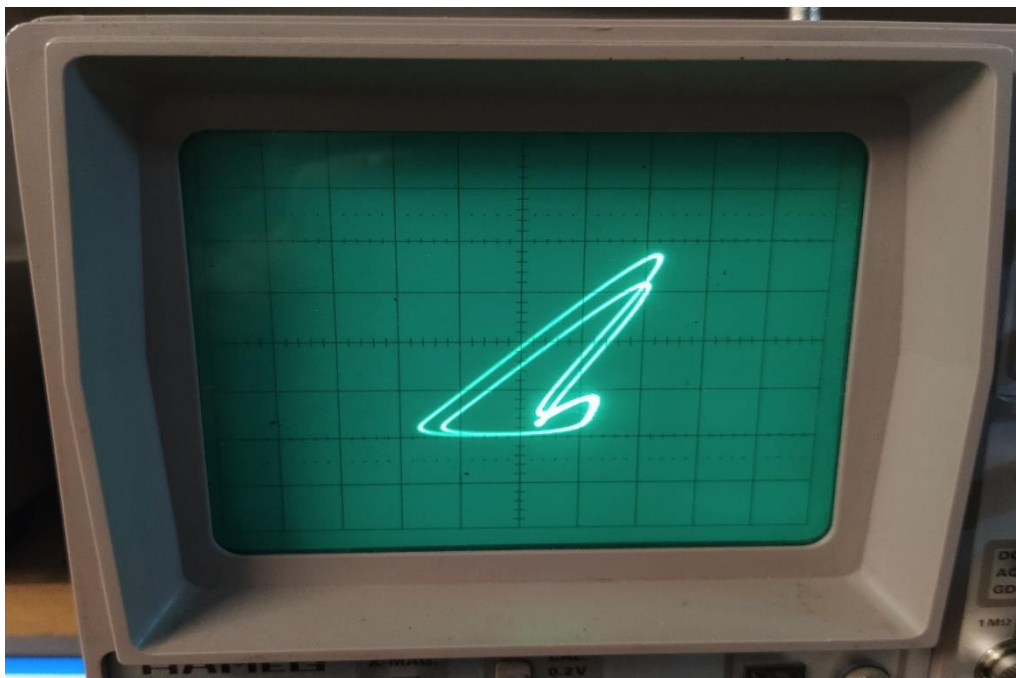


Εικόνα 5.51 – Απεικόνιση χαστικού σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7mH$, $C_1 = 2.2\mu F$, $C_2 = 2.2\mu F$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)



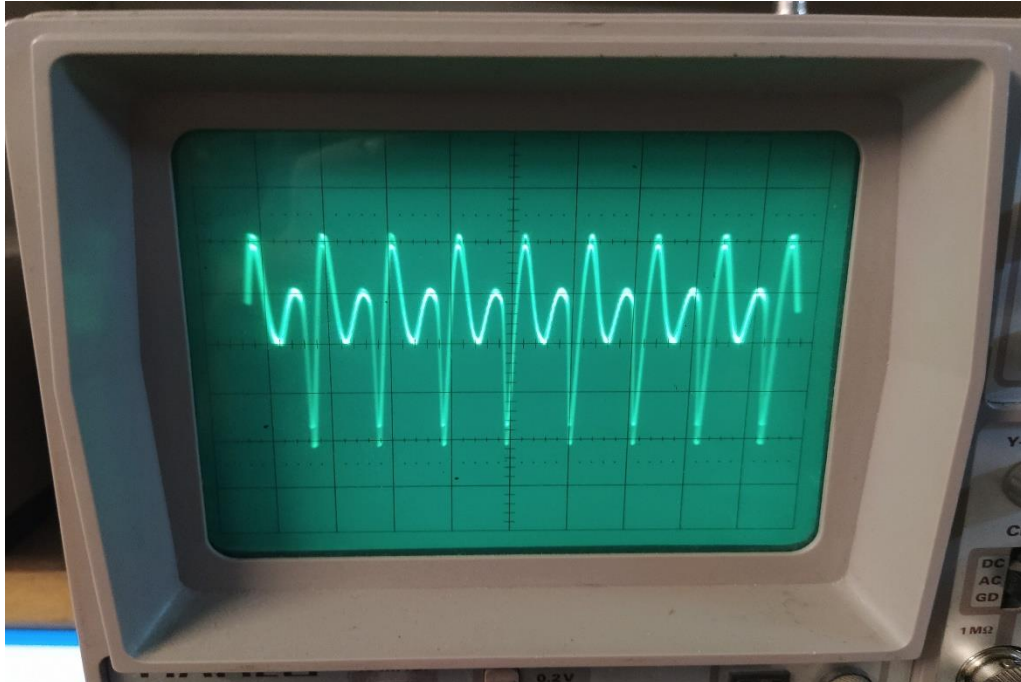
Εικόνα 5.52 – Απεικόνιση χαοτικού σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο ($V_{CC} = 5V$, $R_L = 18\Omega$, $L = 2.7mH$, $C_1 = 2.2\mu F$, $C_2 = 2.2\mu F$, $R_{EE} = 400\Omega$, $V_{EE} = -5V$, $V_{TH} = 0.75V$, $R_{ON} = 100\Omega$ και $\beta_F = 200$)

Με την αλλαγή της τιμής της αντίστασης R_L , ο ταλαντωτής μεταβαίνει από την περιοχή χαοτικής λειτουργίας στην περιοχή πολυαρμονικής λειτουργίας και η μορφή του ελκυστή που λάβαμε στην οθόνη του παλμογράφου είναι αυτή που παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.53.

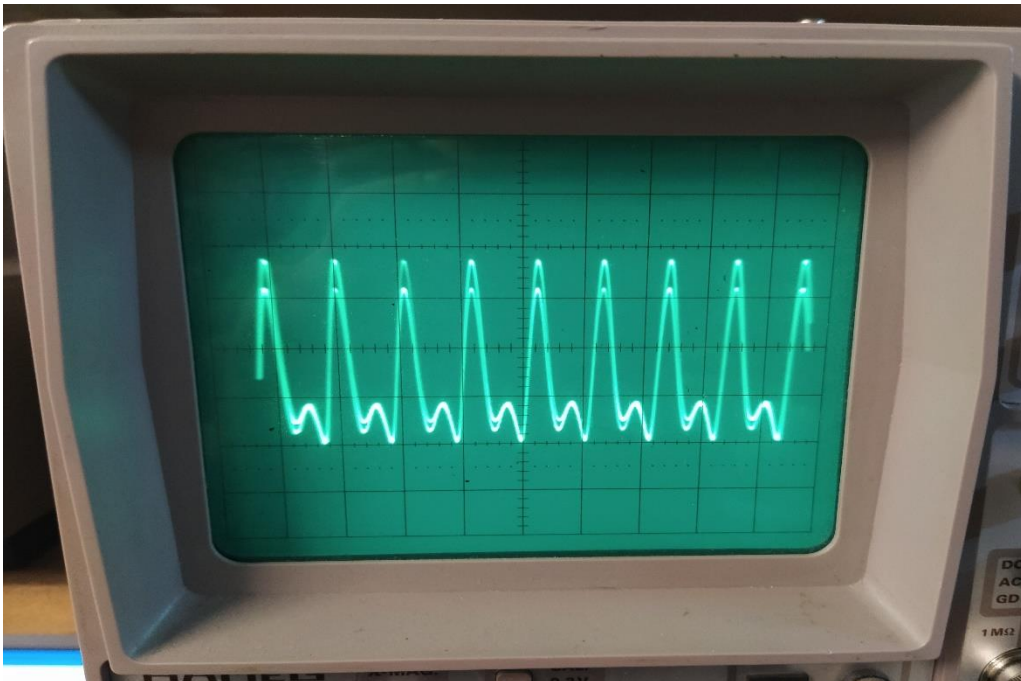


Εικόνα 5.53 – Απεικόνιση Πολυαρμονικής Λειτουργίας Ταλαντωτή Colpitts σε παλμογράφο

Στην συνέχεια παρουσιάζονται τα σήματα $V_{CB}(t)$ και $V_{EB}(t)$ όταν ο ταλαντωτής Colpitts βρίσκεται σε πολυαρμονική λειτουργία για τις καινούριες τιμές των παραμέτρων, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 5.54 και στην Εικόνα 5.55 αντίστοιχα.

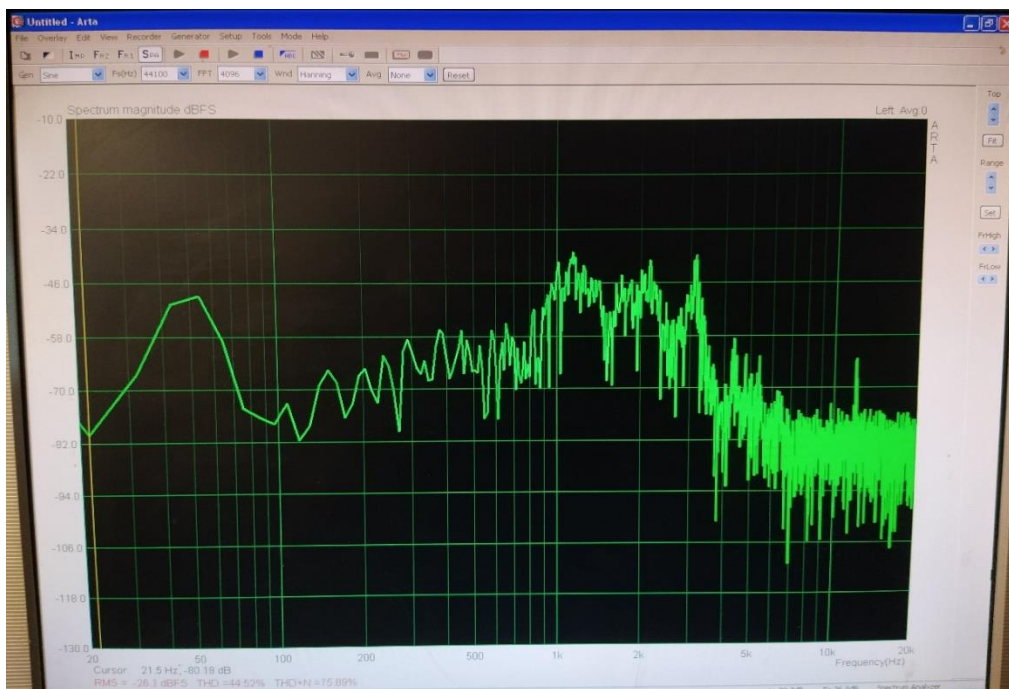


Εικόνα 5.54 – Απεικόνιση σήματος $V_{CB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας



Εικόνα 5.55 – Απεικόνιση σήματος $V_{EB}(t)$ σε παλμογράφο στην περίπτωση πολυαρμονικής λειτουργίας

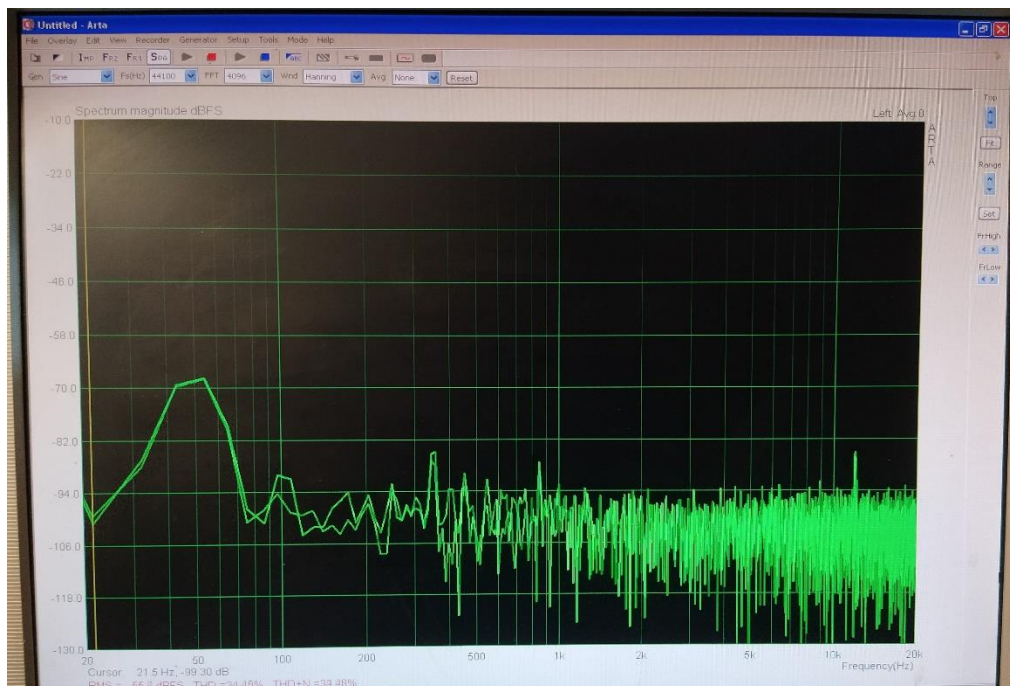
Αμέσως μετά παρουσιάζεται το φάσμα του χαοτικού ταλαντωτή Colpitts σε έναν αναλυτή φάσματος για πιο χαμηλές συχνότητες, όπως απεικονίζεται στην Εικόνα 5.56. Όπως έχει προαναφερθεί το φάσμα ενός ιδανικού χαοτικού συστήματος θα πρέπει να προσεγγίζει το φάσμα του λευκού θορύβου (AWGN). Επομένως αναμένουμε να παρατηρήσουμε φασματικό περιεχόμενο σε όλο το φάσμα που αποτυπώνεται στον αναλυτή και επιπλέον θα πρέπει να υπάρξει κορύφωση στην θεμελιώδη συχνότητα, η οποία έχει την τιμή $f = 2.9\text{kHz}$ ($L = 2.7\text{mH}$, $C_1 = 2.2\mu\text{F}$, $C_2 = 2.2\mu\text{F}$).



Εικόνα 5.56 – Απεικόνιση Φάσματος Χαοτικού Ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$

Μπορεί να γίνει εύκολα κατανοητό ότι το φάσμα του χαοτικού ταλαντωτή Colpitts για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$ προσεγγίζει την μορφή του φάσματος του λευκού θορύβου (AWGN). Επιπλέον το φάσμα του συστήματος, δηλαδή του χαοτικού ταλαντωτή Colpitts, είναι υποσύνολο του εύρους διέλευσης της κάρτας ήχου του υπολογιστή. Στην συχνότητα 3.1kHz παρουσιάζεται η μέγιστη τιμή του φάσματος η οποία είναι -38dB. Αξιοσημείωτη είναι η εμφάνιση μιας παρασιτικής φασματικής συνιστώσας στα 12.9kHz, η οποία δεν αποτελεί στοιχείο του συστήματος και μπορεί να προήλθε από διάφορες αιτίες π.χ. να ακτινοβολούσε κάτι εντός του υπολογιστή. Το συγκεκριμένο γεγονός μπορεί να γίνει πιο εύκολα αντιληπτό αν παρατηρήσουμε το

φάσμα θορύβου το οποίο γεννάει η κάρτα ήχου του υπολογιστή, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.57. Η παρουσία της συγκεκριμένης φασματικής συνιστώσας στα 12.9kHz φαίνεται πως υπάρχει στο φάσμα θορύβου της κάρτας ήχου και επομένως δεν αποτελεί στοιχείο του συστήματος. Σημαντική είναι η αναφορά της τιμής αυτής της παρασιτικής συνιστώσας η οποία είναι -84dB.



Εικόνα 5.57 – Απεικόνιση Φάσματος Θορύβου της κάρτας ήχου του υπολογιστή

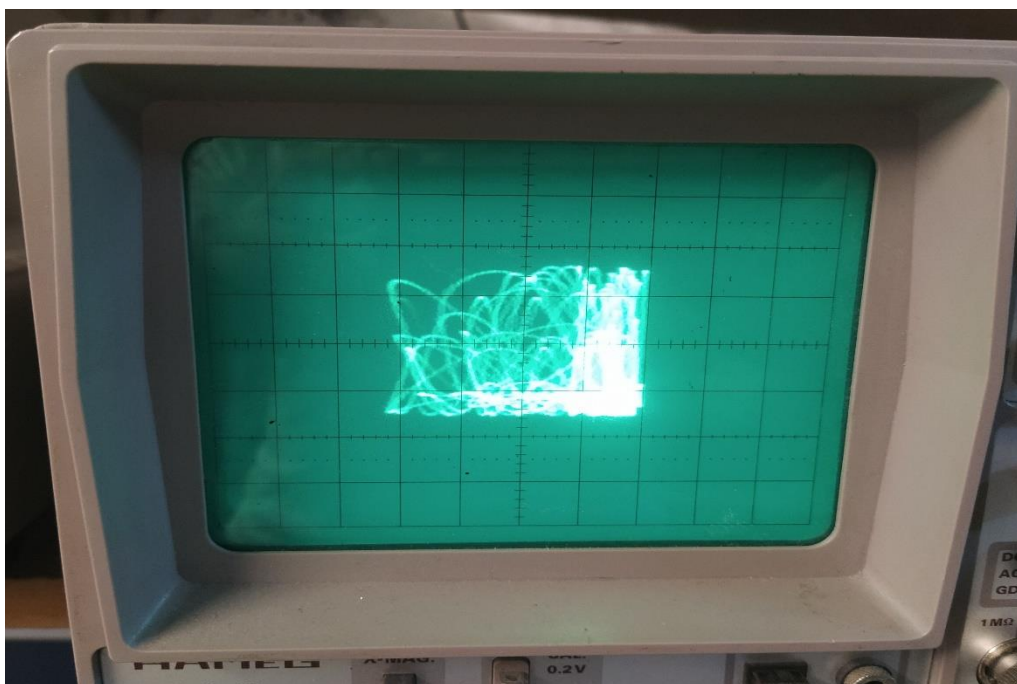
5.5 Πειραματικά Αποτελέσματα για τον Συγχρονισμό Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$

Το τέταρτο και τελευταίο βήμα της συγκεκριμένης εργασίας ήταν η επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα σε ένα ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω hardware και ενός δεύτερου ταλαντωτή Colpitts, ο οποίος έχει υλοποιηθεί μέσω software. Η εξαγωγή του σήματος από τον master ταλαντωτή δηλαδή τον ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω software και η έγχυση αυτού του σήματος στον slave ταλαντωτή δηλαδή τον ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω hardware πραγματοποιήθηκε με την χρήση της κάρτας ήχου του υπολογιστή, η οποία έχει συχνότητα δειγματοληψίας 44.1kHz. Επομένως η θεμελιώδη συχνότητα του

ταλαντωτή Colpitts που επιλέχθηκε ήταν $f = 2.9\text{kHz}$, ώστε κατά την εξαγωγή του σήματος από την κάρτα ήχου του υπολογιστή, να μην υπάρξει πιθανότητα αποκοπής σημαντικής πληροφορίας του συστήματος.

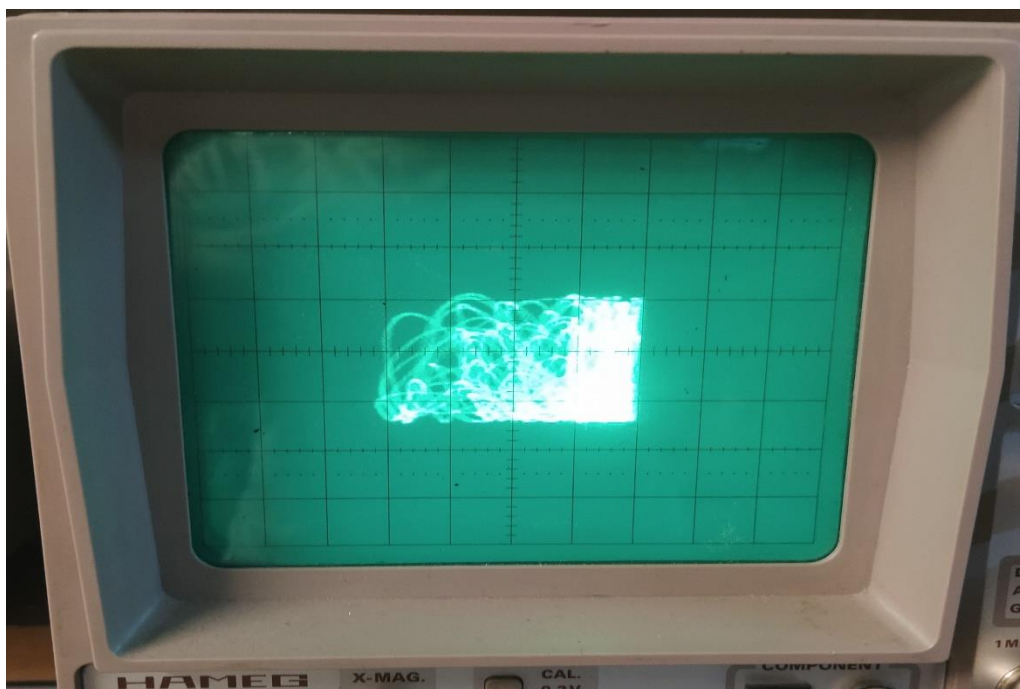
Ο έλεγχος για τον συγχρονισμό ανάμεσα στους δύο ταλαντωτές Colpitts μέσω συλλέκτη για θεμελιώδη συχνότητα $f = 2.9\text{kHz}$ πραγματοποιήθηκε για διαφορετικές τιμές της αντίστασης R_K και πιο συγκεκριμένα για τις τιμές 100Ω , 200Ω , $1\text{k}\Omega$ και $10\text{k}\Omega$.

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 10\text{k}\Omega$, οι δύο ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.58. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν $Time/Div.: 0.5\text{ms}$, $Volt/Div.: 0.5\text{V}$ για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{CB} και $Volt/Div.: 0.1\text{V}$ για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .



Εικόνα 5.58 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 10\text{k}\Omega$ σε παλμογράφο

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 1\text{k}\Omega$, οι δύο ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.59. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν $Time/Div.: 0.5\text{ms}$, $Volt/Div.: 0.5\text{V}$ για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{CB} και $Volt/Div.: 0.1\text{V}$ για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .



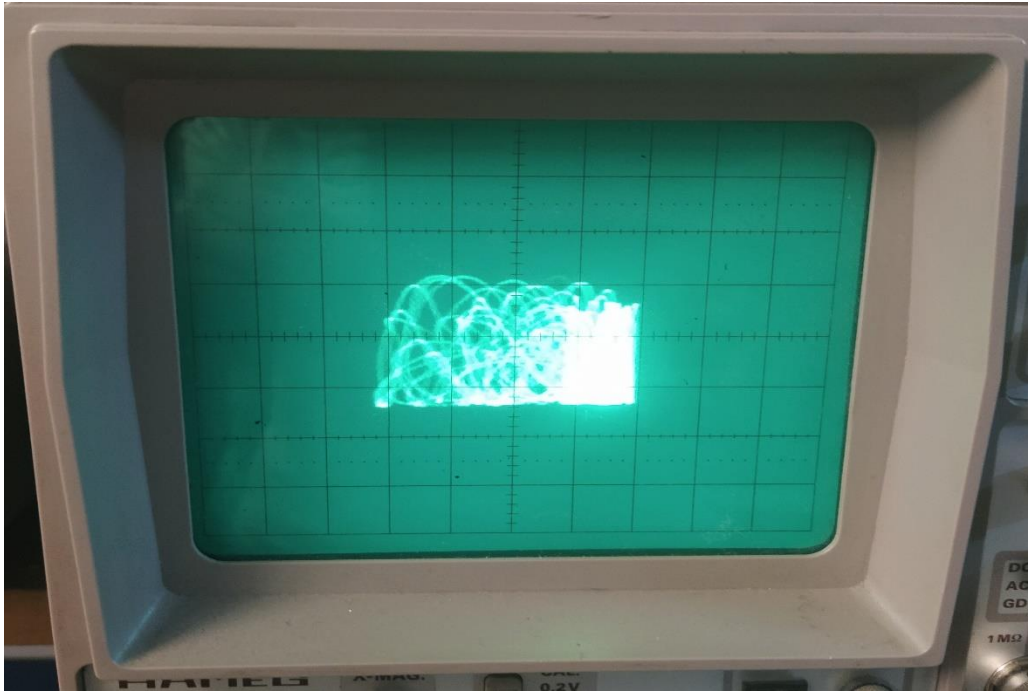
Εικόνα 5.59 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_K = 1k\Omega$ σε παλμογράφο

Παρατηρούμε ότι για τις τιμές $1k\Omega$ και $10k\Omega$ της αντίστασης R_K , οι δύο ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, το οποίο είναι φυσιολογικό με βάση όσα έχουν αναφερθεί προηγουμένως.

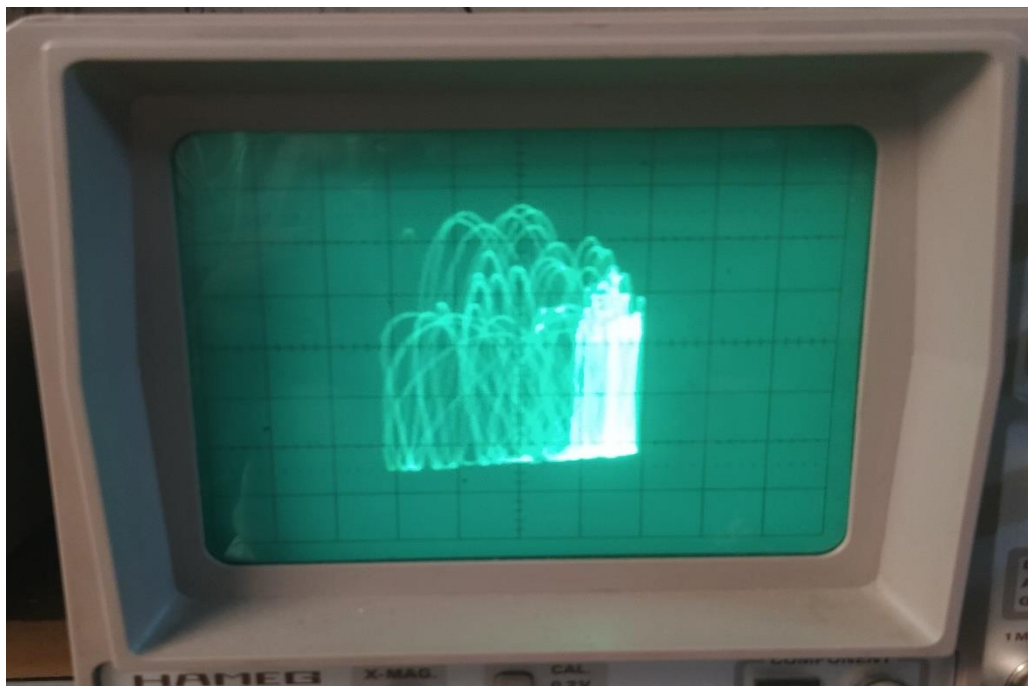
Για τιμή της αντίστασης $R_K = 200\Omega$, οι δύο ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.60. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν $Time/Div.: 0.5ms$, $Volt/Div.: 0.5V$ για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{CB} και $Volt/Div.: 0.1V$ για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .

Για τιμή της αντίστασης $R_K = 100\Omega$, οι δύο ταλαντωτές Colpitts συνεχίζουν να μην συγχρονίζονται, όπως παρουσιάζεται στην Εικόνα 5.61. Οι ρυθμίσεις που πραγματοποιήθηκαν στον παλμογράφο ήταν $Time/Div.: 0.5ms$, $Volt/Div.: 0.2V$ για το πρώτο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{CB} και $Volt/Div.: 0.1V$ για το δεύτερο κανάλι του παλμογράφου το οποίο απεικόνιζε το σήμα V_{EB} .

Παρατηρούμε ότι και για τις τιμές 100Ω και 200Ω της αντίστασης R_K , οι δύο ταλαντωτές Colpitts δεν συγχρονίζονται, το οποίο δεν είναι κάτι που αναμέναμε με βάση όσα έχουν αναφερθεί.



Εικόνα 5.60 – Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_k = 200\Omega$ σε παλμογράφο



Εικόνα 5.61 - Αποσυγχρονισμός Ταλαντωτών Colpitts μέσω συλλέκτη για αντίσταση $R_k = 100\Omega$ σε παλμογράφο

Συμπεράσματα – Μελλοντικές Εργασίες

6.1 Συμπεράσματα

Ο συγχρονισμός ανάμεσα στους ταλαντωτές Colpitts δεν πραγματοποιήθηκε, επομένως θα δοθεί μια εξήγηση που πιθανόν οδήγησε τους δύο ταλαντωτές στην μη επίτευξη συγχρονισμού και παράλληλα θα αναφερθούν στοιχεία που επηρεάζουν την λειτουργικότητα του συστήματος. Αρχικά τα δύο συστήματα αν και διέπονται από τις ίδιες μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις και γίνεται χρήση των ίδιων τιμών για τις παραμέτρους των δύο συστημάτων, έχουν διαφορετική δυναμική συμπεριφορά. Η δυναμική συμπεριφορά του πραγματικού ταλαντωτή, δηλαδή του ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω hardware, είναι τόσο διαφορετική από την δυναμική συμπεριφορά του ιδεατού ταλαντωτή, δηλαδή του ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω software, ώστε τα δύο συστήματα να μην καταλήγουν στον συγχρονισμό.

Ένα από τα στοιχεία που επηρεάζουν την λειτουργικότητα του συστήματος είναι η μοντελοποίηση του διπολικού τρανζίστορ επαφής (BJT) ως έναν απλό διακόπτη. Δεν έχει πραγματοποιηθεί μοντελοποίηση της εσωτερικής αντίστασης του τρανζίστορ καθώς και της εκθετικής συμπεριφοράς που εμφανίζει το τρανζίστορ στην περιοχή του γονάτου. Επιπλέον ένα ακόμη στοιχείο που επηρεάζει την λειτουργικότητα του συστήματος είναι ότι δεν έχουν συμπεριληφθεί στις διαφορικές μη γραμμικές εξισώσεις οι χωρητικότητες που εμφανίζονται στο τρανζίστορ. Πιο συγκεκριμένα δεν έχει συμπεριληφθεί η χωρητικότητα που εμφανίζεται στην ανάστροφα πολωμένη επαφή συλλέκτη – βάσης και η χωρητικότητα που εμφανίζεται στην ορθά πολωμένη επαφή βάσης – εκπομπού. Τέλος δεν έχουν συμπεριληφθεί τα ρεύματα διαρροής στις μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις, τα οποία εμφανίζονται τόσο στους πυκνωτές όσο και στο πηνίο και αποτελούν ένα ακόμη στοιχείο που επηρεάζει την συνολική λειτουργικότητα του συστήματος.

6.2 Μελλοντικές Εργασίες

Με βάση τα όσα αναφέρθηκαν προηγουμένως, μια μελλοντική εργασία που θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί και να δώσει λύση στο συγκεκριμένο πρόβλημα είναι η ανάπτυξη ενός πιο σύνθετου μοντέλου για την περιγραφή του συστήματος. Το εν λόγω μοντέλο μπορεί να γίνει πιο σύνθετο εντάζοντας στις διαφορικές μη γραμμικές εξισώσεις τόσο την εκθετική συμπεριφορά που εμφανίζει το διπολικό τρανζίστορ επαφής (BJT) στην περιοχή του γονάτου όσο και την εσωτερική αντίστασή του. Επιπλέον για να γίνει ακόμη πιο ισχυρό το μοντέλο θα μπορούσαν να ενταχθούν στις διαφορικές μη γραμμικές εξισώσεις οι χωρητικότητες, οι οποίες εμφανίζονται στο τρανζίστορ, καθώς και τα ρεύματα διαρροής, τα οποία εμφανίζονται τόσο στους πυκνωτές όσο και στο πηνίο. Με τον τρόπο αυτό θα αναπτυχθεί ένα πιο σύνθετο μοντέλο για το σύστημα με αποτέλεσμα την επίτευξη συγχρονισμού ανάμεσα στους χαοτικούς ταλαντωτές Colpitts.

Επίσης μια ακόμη μελλοντική εργασία που θα προσφέρει σημαντικά αποτελέσματα για την επίλυση του συγκεκριμένου προβλήματος είναι η εύρεση των εκθετών Lyapunov. Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, η δυναμική συμπεριφορά των δύο συστημάτων είναι διαφορετική. Η δυναμική συμπεριφορά του πραγματικού ταλαντωτή, δηλαδή του ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω hardware, είναι διαφορετική από την δυναμική συμπεριφορά του ιδεατού ταλαντωτή, δηλαδή του ταλαντωτή που έχει υλοποιηθεί μέσω software. Αυτό σημαίνει ότι οι τροχιές του πρώτου συστήματος θα έχουν διαφορετική εκθετική εκτροπή από τις τροχιές του δεύτερου συστήματος. Επομένως με την εύρεση των εκθετών Lyapunov θα υπολογιστεί ξεχωριστά για το κάθε σύστημα ο ρυθμός της εκθετικής απόκλισης που παρουσιάζεται ανάμεσα στις τροχιές, ο οποίος θα πρέπει να έχει και διαφορετική τιμή για κάθε σύστημα.

Αναφορές

- Akhavan, A., Samsudin, A., & Akhshani, A. (2011, 10 01). A symmetric image encryption scheme based on combination of nonlinear chaotic maps. *Journal of the Franklin Institute*, σσ. 1797–1813.
- Baziliauskas, A., Tamasevicius, A., Bumeliene, S., & Lindberg, E. (2001, January). Synchronization of Chaotic Colpitts Oscillators. *Scientific Proceedings of Riga Technical University*, σσ. 55-57.
- Bishop, R. (2017). *Chaos*. The Stanford Encyclopedia of Philosophy, Metaphysics Research Lab, Stanford University. Ανάκτηση 05 16, 2020
- BOUALI, S. (1999). FEEDBACK LOOP IN EXTENDED VAN DER POL'S EQUATION APPLIED TO AN ECONOMIC MODEL OF CYCLES. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, σσ. 745-756.
- Bozóki, Z. (1997, February). Chaos theory and power spectrum analysis in computerized cardiotocography. *European Journal of Obstetrics & Gynecology and Reproductive Biology*, σσ. 163–168.
- Brock, W. (1986, October). Distinguishing random and deterministic systems: Abridged version. *Journal of Economic Theory*, σσ. 168–195.
- Cartwright, J., Eguiluz, V., Hernandez-Garcia, E., & Piro, O. (1999). Dynamics of elastic excitable media. *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*, σσ. 2197–2202.
- Cartwright, M. (1960). Balthazar van der Pol. *Journal of the London Mathematical Society*, σσ. 367–376.
- Casdagli, M. (1991). Chaos and Deterministic versus Stochastic Non-linear Modelling. *Journal of the Royal Statistical Society*, σσ. 303–328.
- Chen, G., & Ueta, T. (1999). Yet another chaotic attractor. *Journal of Bifurcation and Chaos*, σσ. 1465-1466.
- Colpitts, E. H. (1918, February 1). *Oscillation generator*. Western Electric Co Inc.
- Crystal, I. (2004). Human Beings as Chaotic Systems. σ. 2.
- Dedieu, H., Kennedy, M. P., & Hasler, M. (1993, October). Chaos shift keying: Modulation and demodulation of a chaotic carrier using self-synchronizing Chua's circuits. *IEEE Trans. Circuits Syst.*, σσ. 634-642.
- Diacu, F., & Holmes, P. (1996). *Celestial Encounters: The Origins of Chaos and Stability*. New Jersey: Princeton University Press.
- Eduardo, L., & Ruiz-Herrera, A. (2012). Chaos in discrete structured population models. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, σσ. 1200–1214.
- Gleick, J. (1987). *Chaos: Making a New Science*. London.
- Gomory, R. (2010). Benoît Mandelbrot (1924–2010). *Nature*, σ. 378.
- Gottlieb, I. G. (1997). *Practical Oscillator Handbook*. US: Elsevier.
- Hadamard, J. (1898). Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodesiques. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, σσ. 27–73.
- Hasselblatt, B., & Katok, A. (2003). *A First Course in Dynamics: With a Panorama of Recent Developments*. Cambridge University Press.

- Heidel, J., & Fu, Z. (1999). Non-chaotic behaviour in three-dimensional quadratic systems II. The conservative case. σ. 617.
- Holt, N. (2017). *Chaotic Cryptography: Applications of Chaos Theory to cryptography*. Rochester Institute of Technology.
- KAPITANIAK, T. (2000). *Chaos for engineers: theory, applications, and control*. New York: Springer.
- Kaplan, D., & Glass, L. (1995). *Understanding Nonlinear Dynamics*. New York: Springer-Verlag.
- Kellert, S. H. (1993). *In the Wake of Chaos: Unpredictable Order in Dynamical Systems*. Chicago: University of Chicago Press.
- Kennedy, M. P. (1994, November). Chaos in the Colpitts Oscillator. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, σσ. 771-774.
- Li, M., Huang, X., Liu, H., Li, B., Wu, Y., Xiong, A., & Dong, T. (2013, October 25). Prediction of gas solubility in polymers by back propagation artificial neural network based on self-adaptive particle swarm optimization algorithm and chaos theory. *Fluid Phase Equilibria*, σσ. 11-17.
- Lorenz, E. N. (1962). Deterministic non-periodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences*, σσ. 130-141.
- Matsumoto, T. (1984, December). A Chaotic Attractor from Chua's Circuit. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, σσ. 1055-1058.
- Morbidelli, A. (2001). Chaotic diffusion in celestial mechanics. *Regular & Chaotic Dynamics*, σσ. 339-353.
- Nagumo, J., Arimoto, S., & Yoshizawa, S. (1962). An active pulse transmission line simulating nerve axon. *Proceedings of the IEEE*, σσ. 2061-2070.
- Nehmzow, U., & Walker, K. (2005, December). Quantitative description of robot-environment interaction using chaos theory. *Robotics and Autonomous Systems*, σσ. 177-193.
- Nguyen, N. M. (1991, April 22). *Monolithic microwave oscillators and amplifiers*. CA: Electronics Research Laboratory, University of California at Berkeley.
- Rössler, O. E. (1976). An Equation for Continuous Chaos. *Physics Letters*, σσ. 397-398.
- SPROTT, J. C. (2010). *Elegant chaos: algebraically simple chaotic flows*. New Jersey: World Scientific.
- Watts, R. G. (2007). *Global Warming and the Future of the Earth*. Morgan & Claypool.
- Yem, V. V., Thang, H. M., T. Quyet, B., & Journet, B. (2010, September). Design, Simulation And Synchronization of Two Identical Improved Chaotic Colpitts Oscillators for Wide Band Wireless Communication Systems. *The First International Workshop on Nonlinear Systems and Advanced Signal Processing*.

Παράρτημα Α' (Κώδικες)

Στο Παράρτημα Α' πραγματοποιείται η παράθεση των κωδίκων, οι οποίοι οδήγησαν στην ολοκλήρωση της παρούσας Διπλωματικής εργασίας. Αρχικά παρατίθεται ο κώδικας υλοποίησης του ταλαντωτή Colpitts. Αποτελείται από την συνάρτηση colp, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα y που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος. Η συνάρτηση colp επιστρέφει ένα διάνυσμα dy , το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των τριών μεταβλητών $dy(1)$, $dy(2)$ και $dy(3)$ που αντιστοιχούν στα μεγέθη V_{CE} , V_{BE} και I_L των διαφορικών εξισώσεων.

```
function dy = colp(t,y)

vcc=5;
r1=35;
l=98.5*10^(-6);
c1=54*10^(-9);
c2=54*10^(-9);
ree=400;
vee=-5;
vth=0.75;
ron=100;
bf=200;

if (y(2)>vth)
    ib=(y(2)-vth)/ron;
else
    ib=0;
end

dy=zeros(3,1);
dy(1)=(y(3)/c1)-(bf*ib/c1);
dy(2)=-(vee+y(2))/(ree*c2)-(y(3)/c2)-(ib/c2);
dy(3)=(vcc/l)-(y(1)/l)+(y(2)/l)-(y(3)*r1/l);
```

Παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή ode45 καθώς επίσης και για την απεικόνιση του ελκυστή Colpitts.

```
clear all
y0=[0.5 0.7 0];
tspan=[0 0.005];
[t,y]=ode45(@colp,tspan,y0)
plot(y(:,1),y(:,2),'k')
xlabel('VCE (V)');
ylabel('VBE (V)');
title('Chaos of Colpitts Oscillator');
```

Αμέσως μετά παρατίθεται ο κώδικας για τον συγχρονισμό δύο ταλαντωτών Colpitts. Αποτελείται από την συνάρτηση `syn_ncolp`, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα w που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος, το οποίο σε αυτή την περίπτωση αποτελείται από δύο συζευγμένους ταλαντωτές Colpitts καθώς προσθέσαμε και ένα δεύτερο ταλαντωτή. Η συνάρτηση `syn_ncolp` επιστρέφει ένα διάνυσμα dw , το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των έξι μεταβλητών $dw(1)$, $dw(2)$, $dw(3)$, $dw(4)$, $dw(5)$ και $dw(6)$ που αντιστοιχούν στα μεγέθη V_{CE} , V_{BE} και I_L των διαφορικών εξισώσεων του πρώτου και του δεύτερου ταλαντωτή αντίστοιχα.

```
function dw = syn_ncolp(t,w)

vcc=5;
r1=35;
l=98.5*10^(-6);
c1=54*10^(-9);
c2=54*10^(-9);
ree=400;
vee=-5;
vth=0.75;
ron=100;
bf=200;

rk=50;
ro=sqrt(l/c1);
k=ro/rk;
x1=w(1)/vth;
y1=w(2)/vth;
z1=(ro*w(3))/vth;
a=ro/ron;
b=r1/ro;
c=vcc/vth;
d1=(ro*(vee+w(2)))/(ree*vth);
x2=w(4)/vth;
y2=w(5)/vth;
z2=(ro*w(6))/vth;
d2=(ro*(vee+w(5)))/(ree*vth);

if (y1>1)
    F1=a*(y1-1);
else
```

```

    F1=0;
end

if (y2>1)
    F2=a*(y2-1);
else
    F2=0;
end

dw=zeros(6,1);
dw(1)=(z1-(bf*F1))/((ro*c1)/vth);
dw(2)=((-d1-z1-F1)/((ro*c2)/vth))+((k*(y2-y1))/((ro*c2)/vth));
dw(3)=(c-x1+y1-(b*z1))/(1/vth);
dw(4)=(z2-(bf*F2))/((ro*c1)/vth);
dw(5)=((-d2-z2-F2)/((ro*c2)/vth))+((k*(y1-y2))/((ro*c2)/vth));
dw(6)=(c-x2+y2-(b*z2))/(1/vth);

```

Στην συνέχεια παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των έξι διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή ode45 καθώς επίσης και για την απεικόνιση του συγχρονισμού ή αντίθετα του αποσυγχρονισμού των ταλαντωτών Colpitts.

```

clear all
w0=[0 0 0 0.5 -0.7 -0.05];
tspan=[0 0.005];
[t,w]=ode45(@syn_ncolp,tspan,w0)
plot(w(:,2),w(:,5),'k')
xlabel('VBE1 (V)');
ylabel('VBE2 (V)');
title('Synchronization of Chaotic Colpitts Oscillators');

```

Επιπλέον στο Παράρτημα Α' πραγματοποιείται η παράθεση των κωδίκων, μέσω των οποίων υλοποιήθηκαν ορισμένα από τα πιο διάσημα χασοτικά μοντέλα που παρουσιάστηκαν στην εργασία. Αρχικά παρατίθεται ο κώδικας υλοποίησης του συστήματος Lorenz. Αποτελείται από την συνάρτηση lorenz, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα y που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος. Η συνάρτηση lorenz επιστρέφει ένα διάνυσμα dy, το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των τριών μεταβλητών dy(1), dy(2) και dy(3) που αντιστοιχούν στα μεγέθη x, y και z των διαφορικών εξισώσεων.

```
function dy = lorenz(t,y)

s=10;
r=20;
b=1;

dy=zeros(3,1);
dy(1)= s*(y(2)-y(1));
dy(2)= r*y(1)-y(2)-y(1)*y(3);
dy(3)= y(1)*y(2)-b*y(3);
```

Παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή ode45 καθώς επίσης και για την απεικόνιση του ελκυστή Lorenz.

```
clear all
y0=[0.51 0.72 0.01];
tspan=[0 300];
[t,y]=ode45(@lorenz,tspan,y0)
plot3(y(:,3),y(:,2),y(:,1),'k')
xlabel('z');
ylabel('y');
zlabel('x')
title('Lorenz Attractor');
```

Στην συνέχεια παρατίθεται ο κώδικας υλοποίησης του συστήματος Rossler. Αποτελείται από την συνάρτηση rossler, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα y που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος. Η συνάρτηση rossler επιστρέφει ένα διάνυσμα dy , το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των τριών μεταβλητών $dy(1)$, $dy(2)$ και $dy(3)$ που αντιστοιχούν στα μεγέθη x , y και z των διαφορικών εξισώσεων.

```
function dy = rossler(t,y)

a=0.343;
b=1.82;
c=9.75;

dy=zeros(3,1);
dy(1)= -y(2)-y(3);
dy(2)= y(1)+a*y(2);
dy(3)= b+y(3)*(y(1)-c);
```

Παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή ode45 καθώς επίσης και για την απεικόνιση του ελκυστή Rossler.

```
clear all
y0=[0.6 0.7 0.5];
tspan=[0 1500];
[t,y]=ode45(@rossler,tspan,y0)
plot3(y(:,1),y(:,2),y(:,3),'k')
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('z')
title('Rossler Attractor');
```

Αμέσως μετά παρατίθεται ο κώδικας υλοποίησης του κυκλώματος Chua. Αποτελείται από την συνάρτηση chua, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα y που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος. Η συνάρτηση chua επιστρέφει ένα διάνυσμα dy, το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των τριών μεταβλητών dy(1), dy(2) και dy(3) που αντιστοιχούν στα μεγέθη x, y και z των διαφορικών εξισώσεων.

```
function dy = chua(t,y)

a=10;
b=14.87;
m0=-1.27;
m1=-0.68;

f=m1*y(1)+0.5*(m0-m1)*(abs(y(1)+1)-abs(y(1)-1));

dy=zeros(3,1);
dy(1)= a*(y(2)-y(1)-f);
dy(2)= y(1)-y(2)+y(3);
dy(3)= -b*y(2);
```

Παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή ode45 καθώς επίσης και για την απεικόνιση του ελκυστή Chua.

```
clear all
y0=[0.7 0 0];
tspan=[0 800];
[t,y]=ode45(@chua,tspan,y0)
plot(y(:,1),y(:,2),'k')
```

```
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Chua Attractor');
```

Επίσης παρατίθεται ο κώδικας υλοποίησης του ταλαντωτή Van der Pol. Αποτελείται από την συνάρτηση `vanderpol`, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα y που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος. Η συνάρτηση `vanderpol` επιστρέφει ένα διάνυσμα dy , το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των τριών μεταβλητών $dy(1)$, $dy(2)$ και $dy(3)$ που αντιστοιχούν στα μεγέθη x , y και z των διαφορικών εξισώσεων.

```
function dy = vanderpol(t,y)

k=0.02;
m=0.4;
b=0.2;
p=10;
q=0.1;
s=150;

dy=zeros(3,1);
dy(1)= k*y(2)+m*y(1)*(b-y(2)^2);
dy(2)= -y(1)+s*y(3);
dy(3)= p*y(1)-q*y(2);
```

Παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή `ode45` καθώς επίσης και για την απεικόνιση του ελκυστή Van der Pol.

```
clear all
y0=[0.5 0.7 0];
tspan=[0 500];
[t,y]=ode45(@vanderpol,tspan,y0)
plot(y(:,2),y(:,3),'k')
xlabel('y');
ylabel('z');
title('Van der Pol Attractor');
```

Παρατίθεται ο κώδικας για την υλοποίηση του συστήματος Chen. Αποτελείται από την συνάρτηση `chen`, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα y που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος. Η συνάρτηση `chen` επιστρέφει ένα διάνυσμα dy , το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των τριών μεταβλητών

$dy(1)$, $dy(2)$ και $dy(3)$ που αντιστοιχούν στα μεγέθη x , y και z των διαφορικών εξισώσεων.

```
function dy = chen(t,y)

a=35;
b=3;
c=28;

dy=zeros(3,1);
dy(1)= a*(y(2)-y(1));
dy(2)= (c-a)*y(1)-y(1)*y(3)+c*y(2);
dy(3)= y(1)*y(2)-b*y(3);
```

Παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή ode45 καθώς επίσης και για την απεικόνιση του ελκυστή Chen.

```
clear all
y0=[0.5 0.7 0];
tspan=[0 150];
[t,y]=ode45(@chen,tspan,y0)
plot(y(:,1),y(:,3),'k')
xlabel('x');
ylabel('z');
title('Chen Attractor');
```

Παρατίθεται ο κώδικας για την υλοποίηση του συστήματος Sprott. Αποτελείται από την συνάρτηση `sprott_SQB`, η οποία δέχεται σαν ορίσματα ένα διάνυσμα χρόνου t και ένα διάνυσμα y που περιέχει τις αρχικές συνθήκες του συστήματος. Η συνάρτηση `sprott_SQB` επιστρέφει ένα διάνυσμα dy , το οποίο περιέχει όλα τα δείγματα των τριών μεταβλητών $dy(1)$, $dy(2)$ και $dy(3)$ που αντιστοιχούν στα μεγέθη x , y και z των διαφορικών εξισώσεων.

```
function dy = sprott_SQB(t,y)

dy=zeros(3,1);
dy(1)= y(2)*y(3);
dy(2)= y(1)-y(2);
dy(3)= 1-y(1)*y(2);
```

Τέλος παρατίθεται ένα ακόμη κομμάτι κώδικα το οποίο είναι υπεύθυνο για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων μέσω του επιλυτή ode45 καθώς επίσης και για την απεικόνιση του ελκυστή Sprott.

```
clear all
y0=[0.6 0 0];
tspan=[0 2000];
[t,y]=ode45(@sprott_SQB,tspan,y0)
plot(y(:,1),y(:,2),'k')
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Sprott_SQB Attractor')
```

