



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ UNIVERSITY OF WEST ATTICA

Τμήμα : Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής

ΤΙΤΛΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ
ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗ ΝΟΤΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ

Μακρής Γεώργιος
Α.Μ. 11045

Επιβλέπων Καθηγητής : Ανδριτσάνος Βασίλειος

Μέλη εξεταστικής επιτροπής

Β. Παγούνης

Γ. Χλούπης

Αθήνα, 2021

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος Μακρής Γεώργιος του Βασιλείου, με αριθμό μητρώου 11045 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανικών Τοπογραφίας και Γεωπληροφορικής, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της πτυχιακής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο Δηλών

Μακρής Γεώργιος

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
1.1	ΕΙΣΑΓΩΓΗ	7
1.2	ΣΤΟΧΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ	8
1.3	ΔΙΑΡΘΡΩΣΗ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ	8
2	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	10
2.1	ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ	10
2.2	ΤΟ ΓΗΙΝΟ ΠΕΔΙΟ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ	12
2.3	ΤΟ ΓΕΩΕΙΔΕΣ ΚΑΙ ΤΟ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΕΣ ΕΚ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ	13
2.4	ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ.....	14
2.4.1	ΟΡΘΟΜΕΤΡΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ ΚΑΙ ΜΕΣΗ ΣΤΑΘΜΗ ΘΑΛΑΣΣΑΣ	14
2.4.2	ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ ΚΑΙ ΥΨΟΜΕΤΡΟ «N» ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ.....	16
2.5	ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	16
2.5.1	ΕΙΔΗ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΩΝ	17
2.5.2	ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟ SCINTREX CG-5.....	18
2.5.3	ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟ LACOSTE ROMBERG MODEL –G AND -D.....	19
2.5.4	ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	22
2.6	ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.....	23
2.7	ΑΝΑΓΩΓΕΣ, ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ.....	26
2.7.1	ΑΝΑΓΩΓΗ ΛΟΓΩ ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ	27
2.7.2	ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ	30
2.7.3	ΑΝΑΓΩΓΗ ΥΨΟΜΕΤΡΟΥ.....	31
2.7.4	ΑΝΑΓΩΓΗ BOUGUER.....	32
2.7.5	ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ (ΑΝΑΓΩΓΗ ΛΟΓΩ ΑΝΑΓΛΥΦΟΥ).....	33
2.7.6	ΑΛΛΕΣ ΑΝΑΓΩΓΕΣ.....	37
2.7.7	ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ.....	38
2.7.8	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ.....	40
3	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ GPS	41
3.1	ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ GPS.....	41
3.2	ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ GPS	42
3.3	ΑΡΧΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ GPS.....	43
3.3.1	ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.....	44

3.3.2	ΣΧΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΣΗΣ	45
3.3.3	ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΣΗΣ.....	46
3.4	ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ.....	47
3.5	ΣΧΕΤΙΚΟΣ ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΣΗΣ.....	47
3.6	ΣΦΑΛΜΑΤΑ GPS	49
4	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΠΕΔΙΟΥ.....	51
4.1	ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ.....	51
4.2	ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΥΠΑΙΘΡΟ	52
4.3	ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ.....	55
4.3.1	ΔΕΚΤΗΣ GPS	55
4.3.2	ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟ Scintrex CG-5	56
5	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	58
5.1	ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ GPS.....	58
5.2	ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟΥ	60
5.3	ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ	62
5.4	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ	77
6	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	80
6.1	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	80
6.2	ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ.....	82
7	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7	83
7.1	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α΄: ΕΙΚΟΝΕΣ ΚΑΙ ΟΔΟΙΠΟΡΙΚΑ ΣΗΜΕΙΩΝ	83
7.2	ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΕΙΚΟΝΕΣ ΑΠΟ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ	95
8	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 : ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΙΣΤΟΤΟΠΟΙ.....	98
8.1	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	98
8.2	ΙΣΤΟΤΟΠΟΙ.....	99

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Ανδριτσάνο Βασίλειο, κυρίως για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε και την υπομονή που έκανε κατά τη διάρκεια υλοποίησης της πτυχιακής εργασίας, παρόλες τις δυσκολίες και καθυστερήσεις που υπήρξαν σε όλη τη διάρκεια της. Όπως επίσης και για την πολύτιμη βοήθεια και καθοδήγηση του, για την επίλυση διάφορων θεμάτων.

Ακόμη, θα ήθελα να πω ένα μεγάλο ευχαριστώ στο Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής για την παροχή του εξοπλισμού που ήταν απαραίτητος για την υλοποίηση αυτής της εργασίας και για την εμπιστοσύνη του προς το πρόσωπο μου.

Τέλος, θα ήθελα να απευθύνω τις ευχαριστίες μου στους γονείς μου, οι οποίοι στήριξαν τις σπουδές μου με διάφορους τρόπους, φροντίζοντας για την καλύτερη δυνατή μόρφωση μου όλα αυτά τα χρόνια.

**ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΑΙ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗΝ
ΝΟΤΙΟΑΝΑΤΟΛΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ**

ΜΑΚΡΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ (Επιβλέπων: Ανδρισάνος. Β. Δ.)

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο αρχικός σχεδιασμός της εργασίας πραγματοποιήθηκε για από κοινού εκπόνηση με τον Αντωνόπουλο Χαράλαμπο. Η πτυχιακή διαχωρίστηκε στο τμήμα των μετρήσεων και επεξεργασίας και στο τμήμα των τελικών προϊόντων – χαρτών. Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται οι διαδικασίες των μετρήσεων και των επεξεργασιών των μετρήσεων βαρύτητας. Τα τελικά προϊόντα παρουσιάζονται στην πτυχιακή του Αντωνόπουλου Χαράλαμπου.

Η πρώτη κίνηση που έγινε, από την στιγμή που έγινε ανάθεση της συγκεκριμένης, ήταν η επιλογή των σημείων τα οποία θα αποτελούσαν το βαρυτημετρικό δίκτυο. Αφού μας δόθηκαν τα σημεία, η αμέσως επόμενη κίνηση ήταν η αναζήτηση και διαπίστωση αν όντως υπάρχουν και αν η πρόσβαση σε αυτά ήταν εφικτή.

Αφού, εντοπίστηκαν τα σημεία, πραγματοποιήθηκαν οι μετρήσεις που χρειάστηκαν για να γίνει η επίλυση του δικτύου βαρύτητας. Για την υλοποίηση των μετρήσεων χρησιμοποιήθηκαν τα κατάλληλα όργανα τα οποία ήταν κυρίως το βαρυτήμετρο στο οποίο επικεντρώνεται η συγκεκριμένη εργασία και το GPS για τον ακριβή προσδιορισμό της θέσης των σημείων.

Τελειώνοντας τις μετρήσεις των σημείων στο πεδίο ξεκινήσαμε την επεξεργασία τους χρησιμοποιώντας συγκεκριμένα λογισμικά που μας παρείχε το εργαστήριο Γεωδαισίας – Τοπογραφίας ώσπου φτάσαμε στην τελική τους μορφή.

UNIVERSITY OF WEST ATTICA
DEPARTMENT OF SURVEYING AND GEOINFORMATICS ENGINEERING
GRADUATE THESIS
**MEASUREMENT AND PROCESSING OF GRAVIMETRIC DATA AT
SOUTHEAST ATTICA**
MAKRIS GEORGIOS (supervised by Andritsanos V.D.)

SUMMARY

The initial planning of the work was carried out for joint elaboration with Antonopoulos Charalambos. The thesis was divided into the department of measurements and processing and the department of final products - maps. This paper presents the procedures for measuring and processing gravity measurements. The final products are presented at the thesis of Antonopoulos Charalambos.

The first move that was made since we were assigned to this task was the selection of the points that would be the gravimetric network. After we were given the points, the next move was to search for them and find out if they really exist and if access to them was possible.

Once the points were identified, the measurements needed to solve the gravity network were performed. For the implementation of the measurements, the appropriate instruments were used, which were mainly the gravimeter on which the task is focused and the GPS for the precise determination of the position of the points.

Finishing the point measurements in the field, we started their processing using specific software provided by the Geodesy - Topography Laboratory until we reached their final form.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μελέτη της βαρυτικής δύναμης ξεκίνησε πριν από πολλά χρόνια όταν αρχικά ο Νεύτωνας και στη συνέχεια ο Γαλιλαίος την παρατήρησαν και προσπάθησαν να τη μοντελοποιήσουν. Έκτοτε βρήκε εφαρμογή σε πολλούς επιστημονικούς κλάδους, όπως γεωδαισία, γεωφυσική, σεισμολογία, μετεωρολογία κ.α.. Στην παρούσα εργασία θα επικεντρωθούμε αποκλειστικά στις εφαρμογές της βαρύτητας στη Γεωδαισία. Μία από τις εφαρμογές αυτές είναι και ο προσδιορισμός του γεωειδούς ο οποίος βασίζεται σε επίγειες μετρήσεις βαρύτητας. Ο τρόπος συλλογής των επίγειων μετρήσεων έχει εξελιχθεί με τη χρήση νέων ευαίσθητων οργάνων και πλέον τα δεδομένα είναι πιο ακριβή. Παράλληλα για την εκμετάλλευσή τους έχουν αναπτυχθεί πολλές μέθοδοι, οι οποίες τα τελευταία χρόνια έχουν εξελιχθεί με την ευρεία χρήση των Η/Υ. Μάλιστα έχουν προταθεί διάφορες τεχνικές εκμετάλλευσης των δεδομένων αυτών οι οποίες διαφοροποιούνται ανάλογα με τα χαρακτηριστικά των δεδομένων και της περιοχής μελέτης. Πέρα από τα παραπάνω έχουν εξελιχθεί τα τελευταία χρόνια τόσο τα παγκόσμια γεωδυναμικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται όσο και τα ψηφιακά μοντέλα εδάφους. Με τη συγκεκριμένη εργασία θα προσπαθήσουμε να εκμεταλλευτούμε τα πιο σύγχρονα από τα νέα αυτά δεδομένα και εργαλεία ώστε να προσεγγίσουμε με το βέλτιστο τρόπο τον προσδιορισμό της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Η Γεωδαισία είναι η επιστήμη που ασχολείται με το σχήμα, το μέγεθος και το πεδίο βαρύτητας της Γης, με τις μεταβολές τους στο χρόνο, καθώς και με την αποτύπωση τμημάτων της επιφάνειάς της με όλα τα φυσικά ή τεχνικά χαρακτηριστικά της. Ως σχήμα της Γης στην περίπτωση αυτή θεωρείται το σχήμα του γεωειδούς, που ορίζεται ως η ισοδυναμική επιφάνεια του γήινου πεδίου βαρύτητας η οποία προσαρμόζεται καλύτερα στη μέση στάθμη των θαλασσών. Από τον ορισμό φαίνεται ότι η Γεωδαισία σχετίζεται άμεσα με την Αστρονομία και τη Γεωφυσική, καθώς και με την Χαρτογραφία, επιστήμες με τις οποίες έχει αρκετές επικαλύψεις. (Wikipedia/Γεωδαισία, Εισαγωγή στη γεωδαισία, Ε.Μ.Π, 2007)

1.2 ΣΤΟΧΟΙ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Τελικός στόχος της πτυχιακής αυτής εργασίας είναι η μέτρηση και επεξεργασία βαρυτημετρικών δεδομένων. Για να επιτευχθεί όμως το τελικό αποτέλεσμα θα πρέπει να πραγματοποιηθούν κάποιοι ενδιάμεσοι στόχοι οι οποίοι είναι :

- Περιγραφή θεωρητικού υποβάθρου, που σκοπό έχει την κατανόηση των μεθόδων που θα χρησιμοποιηθούν .
- Γενική περιγραφή των μεθόδων, που θα χρησιμοποιηθούν για την υλοποίηση του δικτύου μας.
- Ανάλυση των προγραμμάτων, που θα χρησιμοποιηθούν για την υλοποίηση διάφορων υπολογισμών.
- Η υλοποίηση του βαρυτημετρικού δικτύου στην Νοτιοανατολική Αττική με πλήρη περιγραφή των ενδιάμεσων σταδίων.

1.3 ΔΙΑΦΩΡΩΣΗ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Η εργασία αυτή αναπτύσσεται μέσα σε 6 κεφάλαια :

Στο **1^ο κεφάλαιο** αναφέρονται οι στόχοι της συγκεκριμένης εργασίας και περιγράφονται συνοπτικά τα περιεχόμενα των κεφαλαίων που εμπεριέχονται στην εργασία.

Το **2^ο κεφάλαιο** επικεντρώνεται στο θεωρητικό μέρος της συγκεκριμένης μελέτης, επίσης περιλαμβάνει εισαγωγικές έννοιες για την βαρύτητα , περιγραφή του τρόπου συλλογής βαρυτημετρικών μετρήσεων, γενικά περί αναγωγών και διορθώσεων που θα επιβληθούν στις τελικές τιμές της απόλυτης βαρύτητας καθώς και θεωρητικά στοιχεία για τις μεθόδους υπολογισμού της βαρύτητας.

Το **3^ο κεφάλαιο** θα αναφέρεται στο GPS με κάποια γενικά στοιχεία για αυτό, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα που παρουσιάζει, τη λειτουργία του πάνω στις διάφορες μεθόδους των μετρήσεων του και στα σφάλματα του.

Το **4^ο κεφάλαιο** επικεντρώνεται στις εργασίες που διεξάχθηκαν στο ύπαιθρο, και τα όργανα που χρησιμοποιήθηκαν για την υλοποίηση των εργασιών αυτών (GPS, βαρυτήμετρο).

Το **5^ο κεφάλαιο** αναφέρεται στην επεξεργασία των μετρήσεων, τις διαδικασίες και τα υπολογιστικά προγράμματα που χρησιμοποιήθηκαν.

Στο **6^ο κεφάλαιο** συνοψίζονται τα συμπεράσματα τα οποία βγήκαν καθ' όλη την διάρκεια αυτής της πτυχιακής εργασίας και επίσης κάποιες προτάσεις που αφορούν στην βελτίωση του ήδη υπάρχοντος δικτύου.

Στο **7^ο κεφάλαιο** παραθέτονται παραρτήματα με τις εικόνες με την σημερινή κατάσταση των σημείων-βάθρων που χρησιμοποιήθηκαν για την διεκπεραίωση της εργασίας αυτής, καθώς και οδοιπορικά για το πως μπορεί να προσεγγιστεί το καθένα.

Στο **8^ο κεφάλαιο** γίνεται αναφορά στη βιβλιογραφία και στις πηγές από το διαδίκτυο που χρησιμοποιήθηκαν.

2 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

2.1 ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

Η βαρύτητα είναι ένα φυσικό φαινόμενο με το οποίο όλα τα αντικείμενα με μάζα έλκονται το ένα προς το άλλο, συμπεριλαμβανομένων αντικειμένων που κυμαίνονται από άτομα και φωτόνια, μέχρι πλανήτες και αστέρια. Στη Γη, η βαρύτητα δίνει βάρος σε φυσικά αντικείμενα και η βαρύτητα της Σελήνης προκαλεί την παλίρροια των ωκεανών. Η βαρυτική έλξη της αρχικής αέριας ύλης που υπάρχει στο Σύμπαν την έκανε να αρχίσει να συσσωρεύεται, σχηματίζοντας αστέρια, και για τα αστέρια να συγκεντρωθούν σε γαλαξίες, έτσι η βαρύτητα είναι υπεύθυνη για πολλές από τις μεγάλης κλίμακας δομές του Σύμπαντος. Η βαρύτητα έχει μια άπειρη εμβέλεια, αν και τα αποτελέσματά της γίνονται όλο και πιο αδύναμα σε μακρύτερα αντικείμενα.

Η βαρύτητα περιγράφεται με μεγαλύτερη ακρίβεια από τη γενική θεωρία της σχετικότητας (που προτάθηκε από τον Albert Einstein το 1915) που περιγράφει τη βαρύτητα όχι ως δύναμη, αλλά ως συνέπεια της καμπυλότητας του χωροχρόνου που προκαλείται από την άνιση κατανομή της μάζας. Το πιο ακραίο παράδειγμα αυτής της καμπυλότητας του χωροχρόνου είναι μια μαύρη τρύπα, από την οποία κανένας - ούτε καν φως - μπορεί να ξεφύγει μόλις περάσει από τον ορίζοντα γεγονότος της μαύρης τρύπας. Παρόλα αυτά, για τις περισσότερες εφαρμογές, η βαρύτητα προσεγγίζεται καλά από τον νόμο της γενικής βαρύτητας του Νεύτωνα, που περιγράφει τη βαρύτητα ως δύναμη η οποία προκαλεί την έλξη οποιωνδήποτε δύο σωμάτων μεταξύ τους, με τη δύναμη αναλογική προς το προϊόν των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη προς τετράγωνο της απόστασης μεταξύ τους.

Ο νόμος του Νεύτωνα για τη βαρύτητα διατυπώνεται ως εξής:

«Κάθε σώμα στο σύμπαν έλκει κάθε άλλο σώμα με δύναμη ανάλογη του γινομένου των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασης του κέντρου μάζας τους».

Ο νόμος αυτός εκφράζεται ως:

$$F = \frac{G \cdot M_1 \cdot M_2}{r^2}, \quad (2.1)$$

όπου :

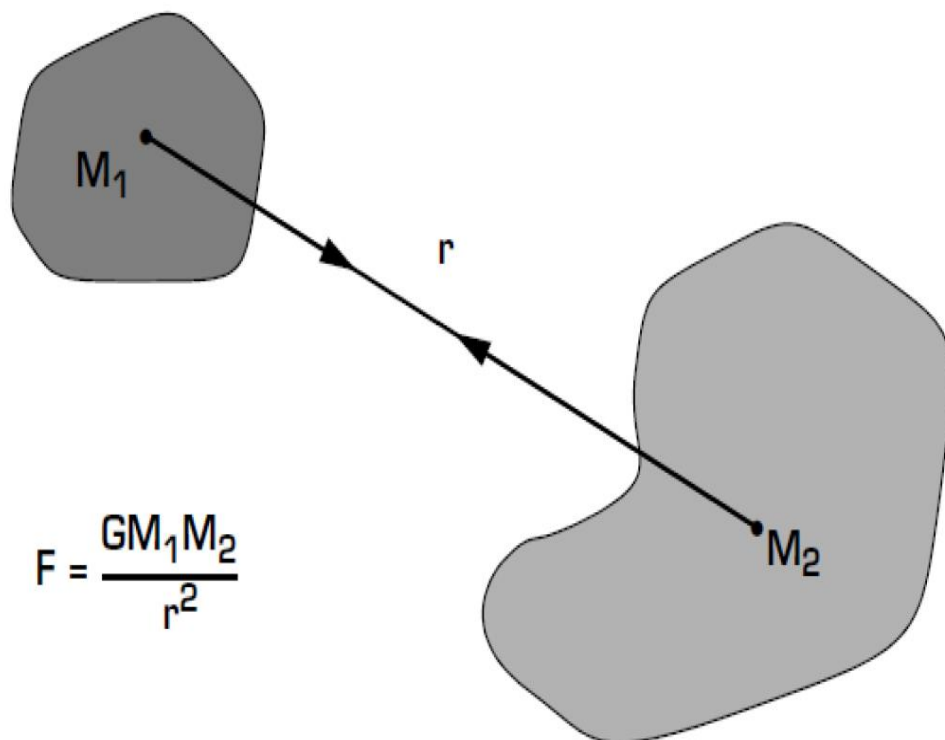
F : το μέτρο της βαρυτικής δύναμης

G : Διεθνής Βαρυτική Σταθερά με τιμή $6.6742 \times 10^{-11} \text{ N(m/kg)}^2$

M_1, M_2 : οι μάζες των σωμάτων (kg)

r : η απόσταση μεταξύ των κέντρων μάζας των σωμάτων (m)

Η βαρυτική αυτή δύναμη έχει διεύθυνση επί του ευθύγραμμου τμήματος που συνδέει τα κέντρα των 2 μαζών (όπως φαίνεται και στην εικόνα 2.1)



Εικόνα 2.1 : Αναπαράσταση βαρυτικών δυνάμεων (πηγή: A GUIDE TO HIGH PRECISION LAND GRAVIMETER SURVEYS, by H.O. Seigel)

Η επιτάχυνση a που αποκτά για παράδειγμα η M_1 εξαιτίας αυτής της δύναμης υπολογίζεται :

$$\frac{F}{M_1} = a = \frac{G \cdot M_2}{r^2}, \quad (2.2)$$

σε m / s^2 .

Επιπλέον κάθε μάζα προκύπτει από το γινόμενο του όγκου της επί την πυκνότητά της , δηλαδή :

$$M = d \cdot V, \quad (2.3)$$

όπου η πυκνότητα μετράται σε $1 \text{ kg} / \text{m}^3$. (Wikipedia/Βαρύτητα, H.O. SeigelA, 1995)

2.2 ΤΟ ΓΗΙΝΟ ΠΕΔΙΟ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

Πεδίο βαρύτητας ονομάζεται ένα πεδίο δύναμης που προκαλείται από την έλξη (βαρύτητα) της γης και από την φυγόκεντρη δύναμη που προκύπτει από την ημερήσια περιστροφή της. Αυτό το πεδίο εξαρτάται επίσης ελαφρώς από την έλξη του φεγγαριού, του ήλιου και άλλων ουράνιων σωμάτων και μαζών στην επίγεια ατμόσφαιρα.

Το γήινο πεδίο βαρύτητας χαρακτηρίζεται από τη δύναμη της βαρύτητας και από το δυναμικό της καθώς και διάφορα παράγωγα του. Το δυναμικό έχει ως μονάδα μέτρησης τα $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}^{-2}$. Το miligal (mgal), το οποίο ισούται με $10^{-3} \text{cm} \cdot \text{sec}^{-2}$, χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης των πρώτων παραγώγων του δυναμικού, συμπεριλαμβανομένου και του δυναμικού της βαρύτητας. Το μέρος δυναμικού της βαρύτητας που οφείλεται αποκλειστικά στην έλξη της μάζας της γης ονομάζεται γήινο δυναμικό της βαρύτητας ή γεωδυναμικό. Για πρακτική επίλυση προβλημάτων το βαρυτικό δυναμικό της γης εκφράζεται με τη μορφή μίας σειράς (σφαιρική αρμονική ανάλυση). (Wikipedia/Gravity of Earth, Encyclopedia2/Gravitational Field of the Earth)

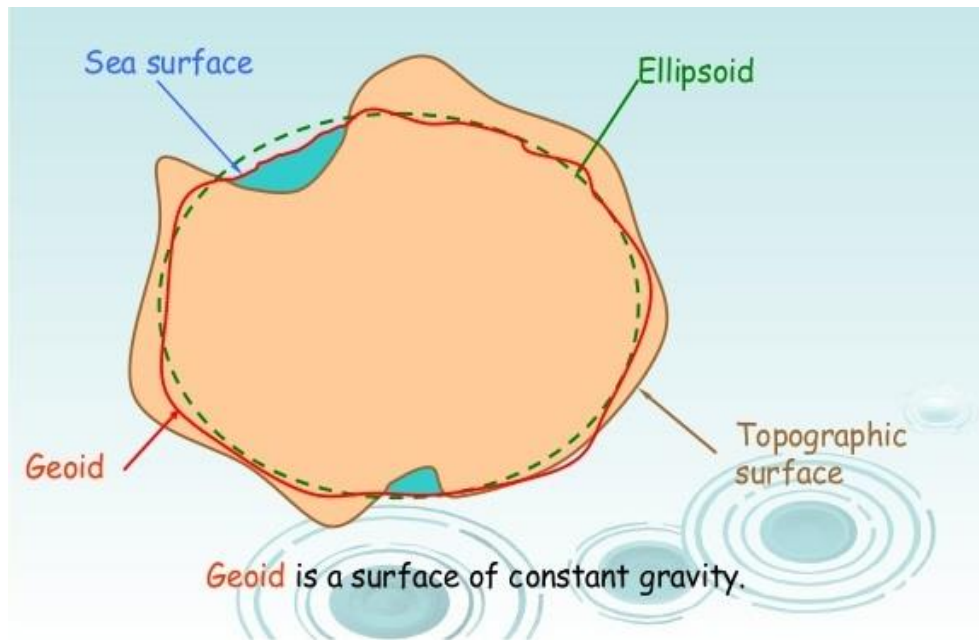
2.3 ΤΟ ΓΕΩΕΙΔΕΣ ΚΑΙ ΤΟ ΕΛΛΕΙΨΟΕΙΔΕΣ ΕΚ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ

Γεωειδές ονομάζεται η ισοδυναμική επιφάνεια του πραγματικού γήινου πεδίου βαρύτητας που πλησιάζει περισσότερο τη φυσική πραγματικότητα. Η επιφάνεια αυτή έχει την δυνατότητα να είναι παντού κάθετη στην διεύθυνση της κατακορύφου, δηλαδή στη διεύθυνση της επιτάχυνσης της βαρύτητας. Το γεωειδές είναι ουσιαστικά η επιφάνεια στην οποία αναφέρονται οι γεωδαιτικές μετρήσεις που πραγματοποιούνται πάνω στην γη. Λόγω της εξαιρετικά πολύπλοκης μορφής της, η επιφάνεια του γεωειδούς είναι ακατάλληλη για τον οριζοντιογραφικό προσδιορισμό θέσης στη Γεωδαισία. Παρόλ' αυτά, χρησιμοποιείται ως επιφάνεια αναφοράς των υψομέτρων, λόγω της ανάγκης σύνδεσης της υψομετρικής πληροφορίας με το γήινο πεδίο βαρύτητας.

Η χρήση του γεωειδούς ως επιφάνεια αναφοράς για τον προσδιορισμό απολύτων και σχετικών θέσεων οριζοντιογραφικά είναι αρκετά δύσκολη, διότι η επιφάνεια αυτή δεν εκφράζεται με απλές μαθηματικές σχέσεις. Για τον λόγο αυτό, είναι απαραίτητο να χρησιμοποιείται μια επιφάνεια η οποία εκφράζεται με όσο το δυνατόν απλούστερες μαθηματικές σχέσεις. Η επιφάνεια αυτή είναι το **ελλειψοειδές εκ περιστροφής**, το οποίο είναι μια μαθηματική επιφάνεια η οποία δημιουργείται από την περιστροφή μιας έλλειψης γύρω από τον μικρό της άξονα, και προσαρμόζεται όσο καλύτερα γίνεται στη μορφή της Γης, δηλαδή έχει μικρές αποκλίσεις από την επιφάνεια του Γεωειδούς.

Λόγω του ότι το γεωειδές δεν ταυτίζεται με την μαθηματική επιφάνεια του ελλειψοειδούς εκ περιστροφής σε όλα τα σημεία, κάθε χώρα μπορεί να χρησιμοποιήσει είτε ένα δικό της ελλειψοειδές εκ περιστροφής, είτε να μετατοπίσει το παγκόσμιο ελλειψοειδές ώστε να ελαχιστοποιήσει τις αποκλίσεις του σε σχέση με το τοπικό γεωειδές σε κάθε περιοχή.

Οι διαστάσεις, η θέση καθώς και ο προσανατολισμός ενός ελλειψοειδούς επιλέγονται έτσι ώστε να προσαρμόζεται όσο καλύτερα γίνεται στο γεωειδές, είτε σε ολόκληρη τη Γη(παγκόσμιο γεωκεντρικό ελλειψοειδές), είτε σε μια περιοχή της Γης(μετατοπισμένο ελλειψοειδές).(Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ. / Εφαρμοσμένη Γεωδαισία)



Εικόνα 2. 2: Σχηματική παράσταση Γεωειδούς και Ελλειψοειδούς

2.4 ΥΨΟΜΕΤΡΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ

Το υψόμετρο, η τρίτη διάσταση σε ορισμένα συστήματα συντεταγμένων, είναι ιδιαίτερα σημαντικό σε κάθε γεωδαιτική εργασία, αφού δίνει πληροφορίες για την μορφολογία της Φυσικής Γήινης Επιφάνειας (ΦΓΕ), η οποία είναι καθοριστική για τη θέση, την κατασκευή και τη λειτουργία κάθε τεχνικού έργου. Απαραίτητος είναι ο ορισμός ενός υψομετρικού συστήματος αναφοράς. Τα δύο βασικά υψόμετρα είναι το ορθομετρικό υψόμετρο (H) και το γεωμετρικό υψόμετρο (h).

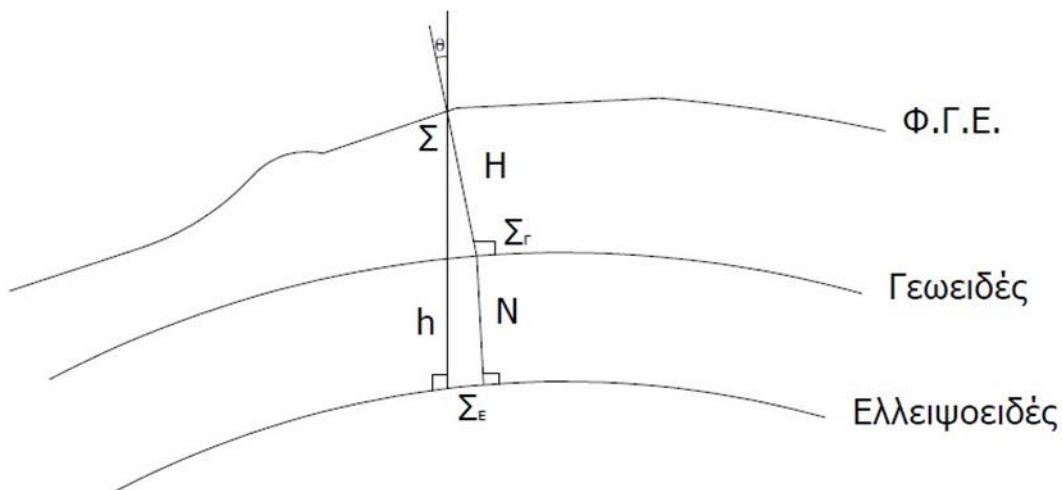
2.4.1 ΟΡΘΟΜΕΤΡΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ ΚΑΙ ΜΕΣΗ ΣΤΑΘΜΗ ΘΑΛΑΣΣΑΣ

Το **ορθομετρικό υψόμετρο** έχει ως επιφάνεια αναφοράς το γεωειδές και είναι το υψόμετρο που αναγράφεται στους χάρτες καθώς και στα τοπογραφικά και κτηματολογικά διαγράμματα. Η τιμή του ορθομετρικού υψομέτρου της αρχικής υψομετρικής αφετηρίας ενός υψομετρικού συστήματος αναφοράς, εξαρτάται από τον προσδιορισμό της επιφάνειας αναφοράς, δηλαδή της Μέσης Στάθμης Θάλασσας (ΜΣΘ).

Το ορθομετρικό υψόμετρο ορίζεται σε τοπικό ή κρατικό επίπεδο λόγω του ότι ο προσδιορισμός της ΜΣΘ είναι αρκετά δύσκολος και γίνεται σε τοπική, εθνική η παγκόσμια κλίμακα.

Μέση Στάθμη Θάλασσας (ΜΣΘ) είναι η ισοδυναμική επιφάνεια που προσεγγίζει αρκετά καλά, της τάξης του +/- 1m, την επιφάνεια του γεωειδούς. Η μεταβολή της στάθμης της θάλασσας οφείλεται κυρίως στο φαινόμενο των παλιρροιών.

Ο προσδιορισμός της ΜΣΘ, όπως αναφέρθηκε παραπάνω, είναι αρκετά δύσκολος διότι απαιτούνται μακροχρόνιες και συνεχείς παρατηρήσεις της μεταβολής της, είναι όμως και απαραίτητος προκειμένου να οριστεί η αφετηρία των ορθομετρικών υψομέτρων. Τέλος ο προσδιορισμός της ΜΣΘ μπορεί να γίνει, είτε με το παλιρροιόμετρο είτε με τον παλιρροιογράφο, τοπικά και σε παγκόσμια κλίμακα με τη μέθοδο της δορυφορικής αλτιμετρίας.



Εικόνα 2.3 : Σχηματική απεικόνιση υψομέτρων

Κάθε σημείο Σ της $\Phi.Γ.Ε.$ αντιστοιχεί σε ένα μόνο σημείο στο ελλειψοειδές που υλοποιείται με το ίχνος Σ_E της καθέτου από το σημείο πάνω σ' αυτό. Συνεπώς, τα δύο σημεία Σ και Σ_E έχουν τις ίδιες γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ, λ) ενώ το μήκος της καθέτου $\Sigma\Sigma_E$ ορίζεται ως το **γεωμετρικό υψόμετρο**. Όπως είναι φυσικό η κάθετη στο ελλειψοειδές από το σημείο Σ δεν ταυτίζεται με την κατακόρυφη αλλά διαφέρουν κατά μια γωνία θ , η οποία καλείται **απόκλιση κατακορύφου**.

Η **διακύμανση ή αποχή του γεωειδούς** N είναι στην ουσία η ποσότητα που υπολογίζουμε όταν προσδιορίζουμε το γεωειδές. Η ποσότητα αυτή στην ουσία αποτελεί τη κάθετη απόσταση από το ελλειψοειδές αναφοράς προς το γεωειδές. Είναι προφανές ότι η σχέση που συνδέει τα γεωμετρικά με τα ορθομετρικά υψόμετρα είναι:

$$H = h - N, \quad (2.4)$$

2.4.2 ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟ ΥΨΟΜΕΤΡΟ ΚΑΙ ΥΨΟΜΕΤΡΟ «N» ΤΟΥ ΓΕΩΕΙΔΟΥΣ

Κάθε σημείο Σ της Φ.Γ.Ε. αντιστοιχεί σε ένα μόνο σημείο στο ελλειψοειδές που υλοποιείται με το ίχνος Σ_E της καθέτου από το σημείο πάνω σ' αυτό. Συνεπώς, τα δύο σημεία Σ και Σ_E έχουν τις ίδιες γεωδαιτικές συντεταγμένες (φ , λ) ενώ το μήκος της καθέτου $\Sigma\Sigma_E$ ορίζεται ως το **γεωμετρικό υψόμετρο** (εικόνα 2.3). Το γεωμετρικό υψόμετρο προσδιορίζεται απευθείας με δορυφορικές μεθόδους (GPS).

Υψόμετρο N του γεωειδούς ή διακύμανση του γεωειδούς (εικόνα 2.3), ορίζεται η απόσταση που αντιστοιχεί στη διαφορά της κατακόρυφης θέσης μεταξύ γεωειδούς-ελλειψοειδούς σε κάθε σημείο της ΦΓΕ, μετράται πάνω στην κάθετο στο ελλειψοειδές αναφοράς και έχει φορά αντίθετη προς το διάνυσμα της κανονικής βαρύτητας.

2.5 ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Από τα μέχρι τώρα καταγεγραμμένα καθίσταται σαφής η σημαντικότητα της ύπαρξης βαρυτημετρικών δεδομένων. Εντούτοις η συλλογή τους είναι μια ιδιαίτερα δύσκολη διαδικασία καθώς επηρεάζεται από πολλούς παράγοντες και επιπλέον ως μεγέθη είναι ιδιαίτερα μικρά. Αυτό έχει ως συνέπεια να χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα ευαίσθητα όργανα και ως εκ τούτου με ιδιαίτερα υψηλό κόστος.

Η συλλογή των βαρυτημετρικών δεδομένων μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους είτε στη ξηρά (μεγαλύτερη ακρίβεια), είτε στη θάλασσα (μικρότερη ακρίβεια), είτε από αέρος (ακόμα πιο μικρή ακρίβεια), είτε, τα τελευταία χρόνια και με διάφορες διαστημικές τεχνικές και με δορυφόρους που αποστέλλονται ειδικά για αυτό το σκοπό (π.χ. GOCE και CHAMP). (R. E. Sheriff)

2.5.1 ΕΙΔΗ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΩΝ

Τα βαρυτήμετρα χωρίζονται γενικά σε 2 κατηγορίες τα απόλυτα και τα σχετικά. Τα απόλυτα μπορούν να μετρήσουν απευθείας την απόλυτη τιμή της βαρύτητας σε έναν σταθμό, ενώ τα σχετικά μετρούν μόνο βαρυτικές μεταβολές μεταξύ 2 σταθμών. Στην Ελλάδα υπάρχει ένα απόλυτο βαρυτήμετρο στο Τμήμα Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών του ΑΠΘ και κατά καιρούς έχουν γίνει μετρήσεις σε επιλεγμένους σταθμούς από Αμερικανούς και Ιταλούς με φορητά απόλυτα βαρυτήμετρα. Τα όργανα που χρησιμοποιούνται στη χώρα μας είναι τα LaCoste & Romberg τύπου G και D και λίαν προσφάτως το Scintrex CG5 τα στοιχεία των οποίων φαίνονται στην εικόνα 2.4.

Η αρχή λειτουργίας τους βασίζεται σε ένα ιδιαίτερα ευαίσθητο ελατήριο το οποίο βρίσκεται σε κενό αέρος με σταθερή θερμοκρασία και υπολογίζει τις διαφορές της βαρύτητας μεταξύ 2 ή περισσότερων σταθμών.

Model	Resolution mGal	Range (without reset) mGal	Accuracy^a mGal
L&R - G	0.01	7,000	0.015
L&R - D	0.001	200	0.005
Scintrex CG-3	0.005	7,000	0.010
Scintrex CG-5	0.001	7,000	0.005

Εικόνα 2. 4: Τεχνικά στοιχεία βαρυτημέτρων (πηγή: A GUIDE TO HIGH PRECISION LAND GRAVIMETER SURVEYS, by H.O. Seigel)

2.5.2 ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟ SCINTREX CG-5

Τα βαρυτήμετρα CG-5 είναι ευαίσθητα όργανα σταθερής βάσης με την οποία επιχειρείται η βαρυτημετρία ενός τόπου. Τα βαρυτήμετρα αυτά έχουν εύρος μέτρησης πάνω από 8000 mgals χωρίς επανεκκίνηση και η ανάλυση τους κυμαίνεται στα 0,001 mgal. Αυτό επιτρέπει στα αυτογραφικά βαρυτήμετρα να χρησιμοποιηθούν τόσο για λεπτομερείς έρευνες πεδίου και μεγάλης κλίμακας περιφερειακές ή γεωδαιτικές έρευνες. Τα όργανα αυτά παρέχουν μεγάλη ακρίβεια στις μετρήσεις που λαμβάνονται από το πάτημα ενός πλήκτρου και τις περισσότερες φορές χρειάζεται λιγότερο από ένα λεπτό για να ολοκληρωθεί μια ανάγνωση. Επιπλέον, μια σειρά από αναγνώσεις των μετρήσεων βαρύτητας μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη ρύθμιση του οργάνου στη λειτουργία αυτόματης επανάληψης. Οι μεμονωμένες μετρήσεις εμφανίζονται άμεσα σε mgals. Τα δεδομένα αποθηκεύονται σε μνήμη Flash και μπορεί να σταλούν σε ένα εκτυπωτή, modem, συσκευή εγγραφής ή PC.

Το CG-5 μπορεί να μεταφερθεί σε πολύ ανώμαλους δρόμους και η εναπομένουσα ολίσθηση (drift) παραμένει σε χαμηλά επίπεδα. Επίσης μπορεί να αντέξει ένα σοκ πάνω από 20G και το απόβαρο θα είναι όχι περισσότερο από 5 microgal

Επιπλέον, επιτρέπει τη μακροπρόθεσμη μετατόπιση του αισθητήρα και μια διόρθωση λογισμικού σε πραγματικό χρόνο μειώνει την ολίσθηση σε λιγότερο από 0,02 mgal ανά ημέρα.

Όργανα όπως το CG-5 είναι σήμερα τα υψηλότερα ακρίβειας στην κατηγορία μετρητών βαρύτητας που μετρούν τις αυξήσεις βαρύτητας μεταξύ των σταθμών παρατήρησης.

Επιπλέον τεχνικά χαρακτηριστικά:

- Τυπική απόκλιση (standard deviation) : < 0,005 mGal
- Υπάρχει αντιστάθμιση της εκάστοτε θερμοκρασίας (ύπαρξη θερμοστάτη)
- Λήψη δεδομένων καθώς και του μέσου όρου με ανάλυση μίας μέτρησης ανά δευτερόλεπτο.

- Φιλτράρισμα του θορύβου των μετρήσεων
- Συνεχόμενη διόρθωση των κλίσεων
- Διορθώσεις στη βαρυτική διακύμανση της παλίρροιας
- Μνήμη για αποθήκευση των μετρήσεων που φτάνει έως 12 Mbytes.
(CG-5, Scintrex Autograv System, operation manual)



Εικόνα 2.5:Βαρυτόμετρο Scintrex CG-5

2.5.3 ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟ LACOSTE ROMBERG MODEL -G AND -D

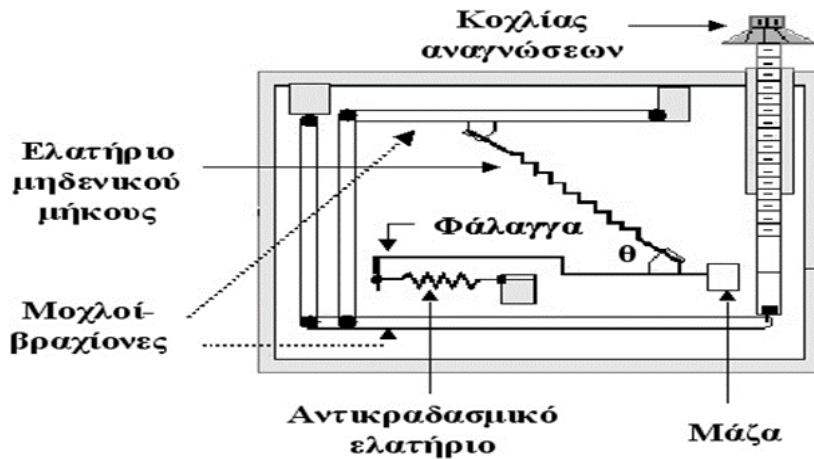
Οι αντικειμενικές ανάγκες για την υψηλή ακρίβεια των μετρήσεων βαρύτητας θέτουν μεγάλες απαιτήσεις στο μηχανισμό ανάγνωσης των βαρυτημέτρων και στη σταθερότητα της ελαστικότητας των ελατηρίων τους, η οποία οφείλει να είναι της τάξης του 10^{-8} (που αντιστοιχεί σε $0.01 \times 10^{-5} \text{ msec}^{-2}$) για διαστήματα πολλών ωρών, του χρόνου δηλαδή που τυπικά χρειάζεται για την μεταφορά των οργάνων μεταξύ σταθμών.

Στις αρχικές σχετικές μετρήσεις βαρύτητας στην Ελλάδα χρησιμοποιήθηκαν και βαρυτόμετρα LaCoste – Romberg. Πλέον τείνουν να αντικατασταθούν από νεότερα βαρυτόμετρα σχετικών μετρήσεων, όπως είναι το CG-5 της εταιρείας Scintrex.

Τα βαρυτήμετρα *LaCoste-Romberg*, εκτός από τα ελατήρια μηδενικού μήκους, χρησιμοποιούν και ένα σύστημα μοχλών-βραχιόνων που παρέχουν το μηχανικό πλεονέκτημα και την ευαισθησία που απαιτείται για να μετρηθεί με μεγάλη ακρίβεια η θέση της μάζας στο τέλος του ελατηρίου. Με τον τρόπο αυτό το σύστημα ισοροπίας της μάζας που χρησιμοποιείται παράγει τις σχετικές μετρήσεις βαρύτητας με τυπική ακρίβεια της τάξης του 1 μέρους σε 100 εκατομμύρια της τιμής της γήινης βαρύτητας. Τα υλικά που χρησιμοποιούνται για την κατασκευή των ελατηρίων τους αποτελούνται από κράματα μετάλλων (π.χ. NiFe), χαλαζία, κ.ά. με χαρακτηριστικές επιθυμητές ιδιότητες:

- **A) μεγάλη ελαστικότητα** (ώστε να επιτρέπουν μεγαλύτερη ένταση του ελατηρίου),
- **B) μικρό θερμοελαστικό συντελεστή** (ώστε να εξαρτώνται το δυνατόν λιγότερο από αλλαγές της θερμοκρασίας)
- **Γ) μικρό συντελεστή διαστολής** (ώστε οποιοσδήποτε αλλαγές της θερμοκρασίας να προκαλούν μικρές μεταβολές του μήκους του ελατηρίου).

Τα συνηθέστερα βαρυτήμετρα τέτοιου τύπου που χρησιμοποιούνται για γεωδαιτικούς και γεωφυσικούς σκοπούς είναι τα λεγόμενα *LaCoste-Romberg Model-G*. Αυτό το συγκεκριμένο μοντέλο βαρυτημέτρου χρησιμοποιεί δύο τρόπους για την ανάγνωση της θέσης της μάζας: μέσο ενός οπτικού συστήματος (το προσοφθάλμιο φακό) και μέσο ενός ηλεκτρονικού κοχλίου. Στο εσωτερικό του οργάνου, η μάζα που χρησιμοποιείται κρέμεται στο άκρο μιας οριζόντιας μεταλλικής φάλαγγας που αντισταθμίζεται από το ελατήριο μηδενικού μήκους. Κάτω από την επίδραση της βαρύτητας, η φάλαγγα μετατοπίζεται ελαφρά παρασύροντας το ελατήριο κατά τέτοιο τρόπο, ώστε η γωνία θ που σχηματίζουν μεταξύ τους μεταβάλλεται έτσι ώστε η ροπή που εξασκεί το ελατήριο επί της φάλαγγας, να μεταβάλλεται κατά την ίδια διεύθυνση που μεταβάλλεται η ροπή που οφείλεται στη βαρύτητα. Περιστρέφοντας τον κοχλία αναγνώσεων, ο οποίος συνδέεται με κατάλληλες αρθρώσεις με το εσωτερικό σύστημα μοχλών, πραγματοποιείται η επαναφορά της φάλαγγας στην οριζόντια θέση.



Εικόνα 2.6: Τυπικός μηχανισμός ενός βαρυτημέτρου.

Από την ανάγνωση του ποσού της περιστροφής παρέχεται (μέσω μιας φωτεινής δέσμης που ανακλάται στο βάρος του ελατηρίου) η ένδειξη της μεταβολής της βαρύτητας από τις τιμές στο πίνακα αναγνώσεων (των ακέραιων ψηφίων πλην του τελευταίου) και τη κλίμακα αναγνώσεων του δεκαδικού μέρους του τελευταίου ψηφίου παρέχουν την ανάγνωση βαρύτητας. Ο μετρητής που δείχνει πόσο στρέφεται ο κοχλίας παρέχει ενδείξεις που όμως δεν αντιστοιχούν σε μονάδες βαρύτητας και συνεπώς απαιτείται κάποια διαδικασία μετατροπής τους σε μονάδες βαρύτητας. Στα βαρυτήμετρα Lacoste and Romberg μια μονάδα ένδειξης z του βαρυτημέτρου αντιστοιχεί περίπου σε 1 mgal μεταβολής της πραγματικής έντασης της βαρύτητας. Η ακριβής σχέση μεταξύ τους τυπικά δίνεται από μια εξίσωση βαθμονόμησης η οποία εκφράζεται από μια σχέση της μορφής:

$$g = f(z) = f_{poly}(z) + f_{period}(z), \quad (2.5)$$

όπου η συνάρτηση $f(z)$ συνήθως αποτελείται από μια συνάρτηση πολυωνυμικής μορφής:

$$f_{Polynomial}(z) = \sum_{n=0}^m p_n \cdot z^n, \quad (2.6)$$

όπου p_n είναι πολυωνυμικοί συντελεστές και ένα περιοδικό μέρος

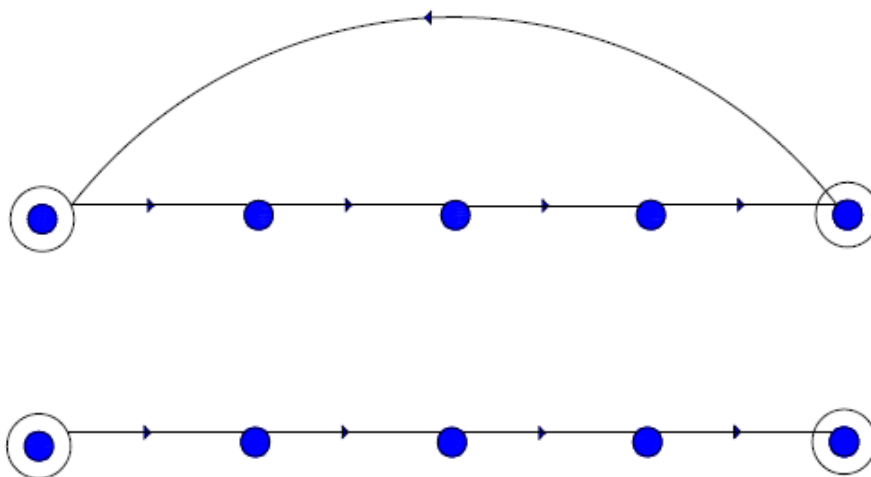
$$f_{periodic}(z) = \sum_{i=0}^k a_i \cdot \cos(\omega_i \cdot z - \varphi_i), \quad (2.7)$$

όπου a_i είναι συντελεστές, και ω_i, φ_i εκφράζουν το εύρος και τη φάση περιοδικών όρων. Η συνάρτηση $f_{Polynomial}(z)$ εκφράζει το κύριο μέρος της αντιστοιχίας μεταξύ z και g και η συνάρτηση $f_{Periodic}(z)$ εκφράζει το μαθηματικό μοντέλο των σφαλμάτων του κοχλία ανάγνωσης. (Δ.Δεληκαράογλου 2003)

2.5.4 ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Υπάρχουν διάφοροι τρόποι υλοποίησης των μετρήσεων οι οποίοι είναι δυνατόν να εφαρμοστούν (κλειστό loop μετάβαση –επιστροφή, ανοιχτό loop, κλπ) οι οποίοι αναλύονται εκτενώς στη βιβλιογραφία και δε θα ήταν σκόπιμο να επαναληφθούν εδώ. Αντίθετα κρίνεται σκόπιμο να περιγραφεί επακριβώς η μέθοδος μέτρησης των σημείων που χρησιμοποιήθηκαν παρακάτω σε αυτή τη διπλωματική εργασία.

Ειδικότερα η ΓΥΣ για τη συλλογή των δεδομένων χρησιμοποίησε δύο μεθόδους, το ανοιχτό loop εξαρτώμενο από 2 γνωστά σημεία και το κλειστό loop εξαρτώμενο από δύο γνωστά σημεία, οι οποίες παρουσιάζονται στο παρακάτω γράφημα:



Εικόνα 2.7: Οι μέθοδοι μετρήσεων από τη ΓΥΣ για τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν

Αναλυτικά η διαδικασία των μετρήσεων έχει ως εξής:

- Αρχικά μετράται ένας βασικός σταθμός (σταθμός του Εθνικού Βαρυτομετρικού Δικτύου)

- Στη συνέχεια μετρώνται τα ενδιάμεσα σημεία (κυρίως τριγωνομετρικά της ΓΥΣ), με 2 μετρήσεις ανά σταθμό σε διάστημα το πολύ 3 λεπτών μεταξύ τους και μέγιστη επιτρεπόμενη διαφορά μεταξύ των δύο μετρήσεων το πολύ 10 mgal.

- Μέτρηση ενός διαφορετικού βασικού σταθμού και η επιστροφή στον αρχικό σταθμό (η και όχι).

Στο τέλος της κάθε ημέρας ο κάθε παρατηρητής καθαρογράφει τις μετρήσεις οι οποίες περιλαμβάνουν το όνομα του σταθμού την ακριβή ώρα (σε UTC) και την ένδειξη του οργάνου.

Κατά τη διαδικασία των μετρήσεων δίνεται ιδιαίτερη μέριμνα ώστε η μέτρηση να πραγματοποιηθεί όσο το δυνατόν πιο κοντά στη βάση του τριγωνομετρικού, στο σημείο στο οποίο αναφέρονται τελικώς οι συντεταγμένες (και κυρίως τα υψόμετρα). Η καταγραφή των στοιχείων και η επανάληψη της μέτρησης δεν θα ήταν απαραίτητη αν χρησιμοποιούνταν το CG5 της SCINTREX, καθώς με αυτό γίνεται αυτόματα η καταγραφή των στοιχείων και επιπλέον δεν υπάρχει λάθος παρατηρητή.

2.6 ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Στη συνέχεια το κάθε Loop ξεχωριστά επιλύεται στο γραφείο και προκύπτουν οι τιμές απόλυτης βαρύτητας για το κάθε σταθμό. Η επεξεργασία των μετρήσεων περιλαμβάνει τα κάτωθι:

- Αναγωγή επίδρασης της παλίρροιας για το κάθε σταθμό ξεχωριστά η οποία υπολογίζεται από το τύπο του LONGMAN (1959) και εξαρτάται από τη θέση του σταθμού και την ώρα μέτρησης. (Υπάρχει η δυνατότητα να υπολογιστεί αυτόματα στο CG5 της SCINTREX). Υπάρχουν και άλλα πιο σύγχρονα μοντέλα υπολογισμού των παλίρροιών τα οποία όμως δεν μεταβάλλουν δραματικά τα δεδομένα.

- Στη συνέχεια υπολογίζεται το εναπομένον drift των μετρήσεων το οποίο υπολογίζεται θεωρώντας τους 2 γνωστούς σταθμούς σταθερούς (με σταθερή τιμή βαρύτητας) και για έλεγχο υπολογίζεται και η μέτρηση στον αρχικό σταθμό (αν πρόκειται για κλειστό loop). Για παράδειγμα αν g_1 και g_2 είναι οι τιμές απόλυτης βαρύτητας των δύο σταθερών σταθμών τότε $\Delta g = g_2 - g_1$. Αφού έχουμε υποβάλλει τις αρχικές μας ενδείξεις σε όλες τις παραπάνω μεταβολές τότε η διαφορά των 2 διορθωμένων ενδείξεων στους δύο βασικούς σταθμούς έστω $\Delta a = a_2 - a_1$ συγκρίνεται με τη διαφορά των απολύτων τιμών Δg . Αν η διαφορά τους είναι μεγαλύτερη από 200 μgal τότε θα πρέπει να επαναλάβουμε τις μετρήσεις σε διαφορετική περίπτωση «μοιράζουμε» το drift γραμμικά σε όλους τους σταθμούς που μετρήθηκαν. Για να γίνει αυτό υπολογίζουμε το χρόνο (σε λεπτά) που μεσολάβησε μεταξύ των μετρήσεων στους βασικούς σταθμούς, έστω $\Delta t = t_1 - t_2$. Στη συνέχεια θεωρούμε ότι το drift μεταβάλλεται γραμμικά οπότε υπολογίζουμε τη κλίση του με τη διαίρεση $\Delta a / \Delta t$. Έτσι έχουμε υπολογίσει τη μεταβολή του drift ανά λεπτό μετρήσεων οπότε πολλαπλασιάζοντας τα λεπτά τα οποία παρήλθαν από την αρχή των μετρήσεων μέχρι τη μέτρηση του κάθε σταθμού υπολογίζουμε το drift που είναι αναγκαίο να προσθέσουμε (ή αφαιρέσουμε) από τις μετρήσεις του κάθε σταθμού.
- Τέλος από τις τελικές σχετικές διαφορές υπολογίζουμε την τιμή της απόλυτης βαρύτητας για το κάθε σταθμό.

Επιπλέον, υπάρχουν και άλλες διορθώσεις οι οποίες θα μπορούσαν να πραγματοποιηθούν, αλλά στη εργασία αυτή **δεν χρησιμοποιήθηκαν**. Αυτές οι διορθώσεις αναγράφονται παρακάτω.

Πέρα από τη παραπάνω διαδικασία θα μπορούσαμε να διορθώσουμε τις αρχικές μας μετρήσεις και λόγω **ατμοσφαιρικής πίεσης**. Η διόρθωση αυτή έχει υπολογιστεί προσεγγιστικά και είναι:

$$\Delta g_p = -0.36 \mu\text{Gal} / \text{millibar} = -0.36 \mu / \text{kPa} , \quad (2.8)$$

Δηλαδή θα πρέπει να έχει μετρηθεί η ατμοσφαιρική πίεση σε κάθε σταθμό. (Για παράδειγμα αν έχουμε σχετική διαφορά σε δύο σταθμούς ατμοσφαιρικής πίεσης 10 KPa τότε θα πρέπει να αφαιρέσουμε 36μGal, από τη σχετική διαφορά βαρύτητας που έχουν μεταξύ τους). Οι δεδομένες μετρήσεις δεν είχαν στοιχεία ατμοσφαιρικής πίεσης και έτσι δε χρησιμοποιήθηκε η συγκεκριμένη διόρθωση. Η εξαγωγή ατμοσφαιρικών πιέσεων λόγω υψομέτρου εκ των υστέρων δεν συνίσταται καθώς μπορεί να έχει αποκλίσεις έως και 200% από τη μετρημένη ατμοσφαιρική πίεση (λόγω καιρικών συνθηκών κλπ) και έτσι να αλλοιώνει τα αποτελέσματα.

Ομοίως δεν χρησιμοποιείται **διόρθωση για την ανύψωση του υδροφόρου ορίζοντα**, η οποία επιβάλλεται σε ειδικές μελέτες χρησιμοποιώντας υδρολογικά στοιχεία της περιοχής και πληροφορίες για τη σύσταση του εδάφους (πορώδες - στεγανό). Η διόρθωση που επιβάλλεται και προέρχεται είναι:

$$\Delta g_R = 0.04192mGal / m , \quad (2.9)$$

Δηλαδή για 10 cm βροχής στην περιοχή θα πρέπει να αυξηθεί η παρατηρούμενη τιμή κατά 4μGal. Στη παρούσα μελέτη δεν υπήρχαν τέτοια στοιχεία και η διόρθωση δεν χρησιμοποιήθηκε.

Τέλος υπάρχει η διόρθωση λόγω αλλαγής της στάθμης της θάλασσας η οποία εφαρμόζεται όταν μετράμε σε παραθαλάσσια περιοχή με μεγάλο βάθος (δηλαδή σε χείλος γκρεμού, η σε πολύ βαθιά παραλία, ή λιμάνι με πολύ βαθιά θάλασσα κλπ). Η διόρθωση είναι ανάλογη της παλιρροιακής διόρθωσης που ήδη χρησιμοποιήσαμε και έχει μέτρο:

$$\Delta g_T = 0.02mGal / m , \quad (2.10)$$

Δηλαδή η παλιρροιακή ανύψωση ισούται 5 cm τη στιγμή της μέτρησης θα πρέπει να προστεθεί 1μGal στις μετρήσεις.

Χρησιμοποιώντας όλες ή κάποιες από τις παραπάνω διορθώσεις, με τη διαδικασία που περιγράφηκε καταλήγουμε στις **τελικές τιμές απόλυτης βαρύτητας** για τη κάθε μέτρηση. Οι τιμές αυτές όμως δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν χωρίς επιπλέον μετατροπή για γεωδαιτικούς σκοπούς καθώς είναι συσχετισμένες με το υψόμετρο του σημείου, τις τοπογραφικές μάζες που το περιβάλλουν, τη θέση του σταθμού κλπ, έτσι θα πρέπει να επεξεργαστούν περαιτέρω για να μετατραπούν σε χρησιμοποιήσιμα δεδομένα για γεωδαιτικούς σκοπούς.

2.7 ΑΝΑΓΩΓΕΣ, ΕΠΕΚΤΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

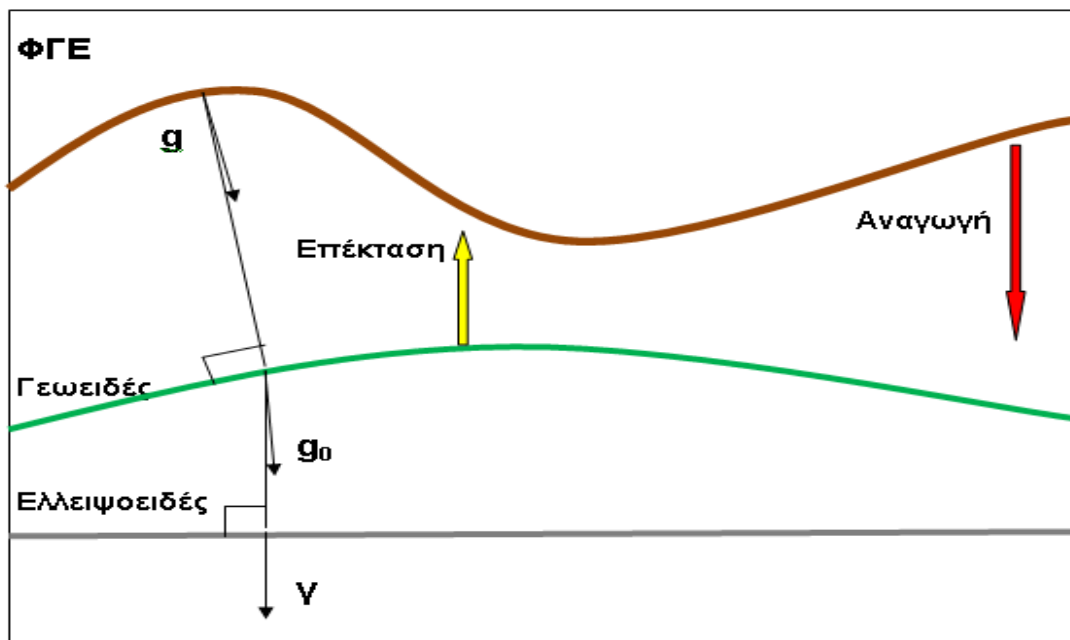
Για την εκμετάλλευση των δεδομένων βαρύτητας πρέπει προηγουμένως να μετασχηματιστούν, ώστε να αναφέρονται όλες στην ίδια (ή και σε διαφορετική) επιφάνεια αναφοράς (γεωειδές), απαλλαγμένες από ένα πλήθος άλλους παράγοντες που τις επηρεάζουν.

Με τον όρο αναγωγή εννοούμε τη διόρθωση που θα επιφέρουμε στην τελική τιμή βαρύτητας ώστε να πάρουμε τιμή βαρύτητας στο γεωειδές.

Αντίθετα με τον όρο επέκταση εννοούμε την διόρθωση που θα επιφέρουμε στη τιμή βαρύτητας του γεωειδούς ώστε να αναχθούμε στη ΦΓΕ κατά την έννοια της δυναμικής γραμμής.

Ανωμαλία βαρύτητας ονομάζεται η διαφορά της τελικής τιμής βαρύτητας (ανηγμένης στο γεωειδές) από τη κανονική τιμή βαρύτητας στο ίχνος του σημείου στο ελλειψοειδές. Η ανωμαλία βαρύτητας μπορεί να συμπεριλαμβάνει και κάποιους άλλους όρους όπως θα δούμε παρακάτω.

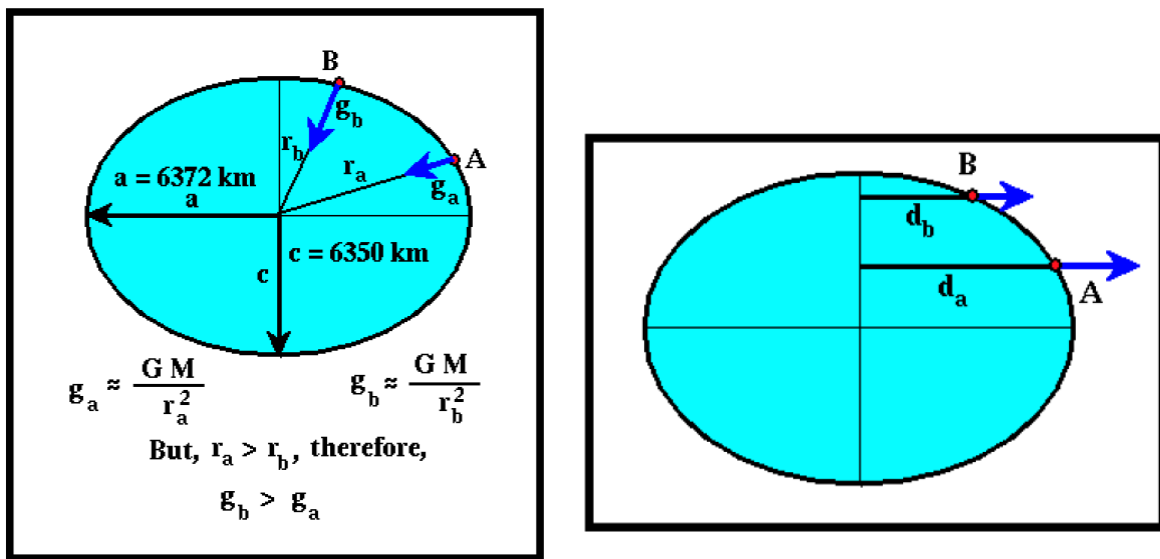
Τέλος ορίζεται και η διαταραχή της βαρύτητας η οποία είναι η διαφορά της τελικής τιμής βαρύτητας στο γεωειδές από την κανονική τιμή βαρύτητας αν η τελευταία επεκταθεί επίσης στο γεωειδές. Δηλαδή οι διαταραχές βαρύτητας αναφέρονται στο ίδιο σημείο ενώ οι ανωμαλίες βαρύτητας όχι.



Εικόνα 2.8: Αναγωγές και επεκτάσεις Βαρύτητας.

2.7.1 ΑΝΑΓΩΓΗ ΛΟΓΩ ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΟΥ ΠΛΑΤΟΥΣ

Το γεωγραφικό πλάτος φ του κάθε σταθμού επηρεάζει άμεσα τις μετρήσεις βαρύτητας. Η αναγωγή λόγω γεωγραφικού πλάτους η οποία πρέπει να επιβληθεί οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το σχήμα της γης δεν είναι πλήρως σφαιρικό, ενώ η μαθηματική επιφάνεια που το προσεγγίζει είναι το ελλειψοειδές εκ περιστροφής. Έτσι παρατηρείται μία αύξηση της παρατηρούμενης τιμής της βαρύτητας όσο αυξάνεται το πλάτος. Αντίθετα, λόγω της περιστροφής της γης παρατηρείται σε κάθε σημείο της επιφάνειάς της μία φυγόκεντρη δύναμη η οποία επηρεάζει (ελαττώνει) την ένδειξη της βαρύτητας, μάλιστα η δύναμη αυτή είναι μεγαλύτερη στον Ισημερινό και ελαττώνεται όσο πλησιάζουμε στους Πόλους. Τα παραπάνω απεικονίζονται γραφικά στην εικόνα 2.9:



[Εικόνα 2.9: Η επιρροή του σχήματος της γης αλλά και της φυγόκεντρης δύναμης στην επιφάνειά της, στη τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας. \(πηγή: Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics by R. E. Sheriff\)](#)

Για να απαλειφθεί η επίδραση του γεωγραφικού πλάτους θα πρέπει να υπολογιστεί η τιμή της κανονικής βαρύτητας για κάθε σταθμό και μετά να αφαιρεθεί από την τιμή απόλυτης βαρύτητας που υπολογίστηκε παραπάνω. Η κανονική τιμή της βαρύτητας για κάθε τόπο εξαρτάται από το ελλειψοειδές αναφοράς που χρησιμοποιούμε (και τις παραμέτρους του). Αυτή τη στιγμή το πλέον πρόσφατο datum που μπορεί να χρησιμοποιηθεί είναι το GRS80 .

Έχουν προταθεί διάφορα μαθηματικά μοντέλα που εξαρτώνται μόνο από το γεωγραφικό πλάτος. Το πλέον ακριβές είναι ο κλειστός τύπος του Somigliana:

$$g_{\varphi} = g_e \left(\frac{1 + k \sin^2 \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi)}} \right) \quad (2.11)$$

του οποίου οι παράμετροι για το GRS80 και το GRS67 παρουσιάζονται στην εικόνα 2.10:

	GRS67	GRS80
γ_a (m sec ⁻²)	9.780 318 455 8	9.780 326 771 5
k	0.001 931 663 383	0.001 931 851 353
e^2	0.006 694 605 328 56	0.006 694 380 022 90

Πίνακας 2.10: Παράμετροι ελλειψοειδών αναφοράς(πηγή: A GUIDE TO HIGH PRECISION LAND GRAVIMETER SURVEYS,by H.O. Seigel)

επιπλέον ο τύπος 211 μπορεί να προσεγγιστεί γραμμικά και να προκύψει:

$$\gamma = \gamma_a (1 + \alpha \sin^2 \varphi + \alpha_1 \sin^4 \varphi + \alpha_2 \sin^6 \varphi + \alpha_3 \sin^8 \varphi) \quad (2.12)$$

με αντίστοιχους συντελεστές για το GRS67 και GRS80 που φαίνονται στην εικόνα 2.11:

	GRS67	GRS80
γ_a (m sec ⁻²)	9.780 318 459	9.780 326 772
α	0.005 278 966 0	0.005 279 041 4
α_1	0.000 023 272 5	0.000 023 271 8
α_2	0.000 000 126 2	0.000 000 126 2
α_3	0.000 000 000 7	0.000 000 000 7

Εικόνα 2.11: Γραμμικοί συντελεστές των ελλειψοειδών αναφοράς. (πηγή: A GUIDE TO HIGH PRECISION LAND GRAVIMETER SURVEYS,by H.O. Seigel)

και επομένως ο τύπος 2.12 γίνεται:

$$\gamma_{1980} = 9.7803267715(1 + 0.0052790414 \sin^2 \varphi + 0.0000232718 \sin^4 \varphi + 0.0000001262 \sin^6 \varphi + 0.0000000007 \sin^8 \varphi) \quad \text{σε } m/sec^2 \quad (2.13)$$

ενώ έχει γίνει αποδεκτή και η προσέγγιση :

$$g = 978.0327 \cdot (1 + 0.0053024 \sin^2 \theta - 0.0000058 \sin^2 2\theta) \quad \text{σε Gals} \quad (2.14)$$

Από τους παραπάνω τύπους μπορούμε να συμπεράνουμε ότι σε ένα μέσο πλάτος πχ 45° η τιμή της κανονικής βαρύτητας αυξάνεται κατά 0.81mgal/km και επομένως για να επιτύχουμε ακρίβεια της τάξης των 0.01mgal θα πρέπει να γνωρίζουμε το γεωγραφικό πλάτος φ με ακρίβεια 12m .

2.7.2 ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ

Είναι γνωστό ότι οι παράμετροι που καθορίζουν το GRS67 και GRS80 έχουν προκύψει κυρίως από γεωδαιτικά στοιχεία που έχουν συλλεχθεί με διαστημικές μεθόδους (δορυφόρους). Ως εκ τούτου τα στοιχεία αυτά περιλαμβάνουν και την επίδραση της μάζας της ατμόσφαιράς που περικλείει τη γη. Αντίθετα οι επίγειες μετρήσεις βαρύτητας οι οποίες γίνονται στην επιφάνεια της γης δεν συμπεριλαμβάνουν αυτή την επίδραση. Έτσι είναι αναγκαίο να επιβληθεί η ατμοσφαιρική διόρθωση στις μετρήσεις βαρύτητας η οποία προσεγγίζεται με τον τύπο:

$$\delta g_A = 8.71 - 1.03 \cdot 10^{-3} H \quad \mu\text{m/sec}^2 \quad (2.15)$$

Ο οποίος έχει εφαρμογή κυρίως στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής. Η ποσότητα δg_A προστίθεται πάντα στις παρατηρήσεις της βαρύτητας. Για το λόγο αυτό έχει προταθεί ένας πιο ακριβής τύπος :

$$g_{\text{atm}} = 0.874 - 9.9 \cdot 10^{-5} h + 3.56 \cdot 10^{-9} h^2 \quad (2.16)$$

Ο οποίος χρησιμοποιεί το γεωμετρικό υψόμετρο του σημείου μέτρησης.

2.7.3 ΑΝΑΓΩΓΗ ΥΨΟΜΕΤΡΟΥ

Η αναγωγή υψομέτρου ή αναγωγή ελευθέρου αέρα όπως συνήθως λέγεται, λαμβάνει υπόψη της μόνο το υψόμετρο του σημείου και όχι τις παρεμβαλλόμενες μάζες μεταξύ του σημείου και του γεωειδούς. Στις γεωφυσικές εργασίες συνήθως είναι αρκετή η γραμμική προσέγγιση της σφαιρικής γης η οποία δίνεται από τον τύπο:

$$\delta g_F = \frac{2\bar{g}}{R} \cdot H,$$

$$\delta g_{BC} = 2\pi G\sigma h = 4.193 \cdot 10^{-5} \sigma h \quad (2.17)$$

όπου η ποσότητα g εκφράζει τη μέση βαρύτητα της επιφάνειας μίας σφαιρικής γης. Με αυτή τη προσέγγιση, η παραπάνω ποσότητα γίνεται:

$$\delta g_F = 0.3086H \quad \text{σε mgal και μέτρα} \quad (2.18)$$

Στη γεωδαισία όμως η προσέγγιση αυτή δεν είναι ικανοποιητική. Έστω ότι είναι γνωστή η τιμή της βαρύτητας σε ένα σημείο P της ΦΓΕ. Για να αναχθούμε από αυτή στο γεωειδές κατά τη διεύθυνση της κατακορύφου χρησιμοποιούμε τον τύπο:

$$g_0 = g - \frac{\partial g}{\partial H} H - \frac{\partial^2 g}{\partial^2 H} \cdot \frac{H^2}{2!} - \frac{\partial^3 g}{\partial^3 H} \cdot \frac{H^3}{3!} - \dots \quad (2.19)$$

όπως βλέπουμε παραπάνω είναι η ανάπτυξη κατά Taylor του κανονικού πεδίου βαρύτητας της γης.

Από το παραπάνω τύπο προήλθε η εξίσωση:

$$\delta g_F = \frac{2\gamma}{\alpha} (1 + f + m - 2f \sin^2) H - \frac{3\gamma}{\alpha^2} H^2 \quad (2.20)$$

η οποία αποτελεί το πρώτο και δεύτερο όρο του αναπτύγματος κατά Taylor του κανονικού πεδίου βαρύτητας και οι παράμετροι της για το GRS67 και GRS 80 δίνονται στο πίνακα 2.11:

Τέλος προτάθηκε ένας ακόμα πιο ακριβής τύπος:

$$gh = -(0.3087691 - 0.0004398 \sin^2 \varphi)h + 7.2125 \cdot 10^{-8} h^2 \quad (2.21)$$

όπου και πάλι το h αναφέρεται στο γεωμετρικό υψόμετρο του σταθμού. Η αναγωγή ελευθέρου αέρα έχει πάντα θετική επίδραση στη τιμή της βαρύτητας στην ΦΓΕ.

2.7.4 ΑΝΑΓΩΓΗ BOUGUER

Με την αναγωγή ελευθέρου αέρα έχουμε «αφαιρέσει» τις ενδιάμεσες μάζες από το σημείο που έγινε η μέτρηση προς το γεωείδες. Στην ουσία έχει γίνει μία συμπύκνωση όλων των ενδιάμεσων μαζών στην επιφάνεια του γεωειδούς. Με την απλή αναγωγή Bouguer επαναφέρουμε την επίδραση από τις μάζες που έχουν αφαιρεθεί. Δηλαδή στη πράξη εφαρμόζουμε την πλάκα Bouguer που δίνεται από τον τύπο:

$$\delta g_B = 2\pi G \rho H \quad (2.22)$$

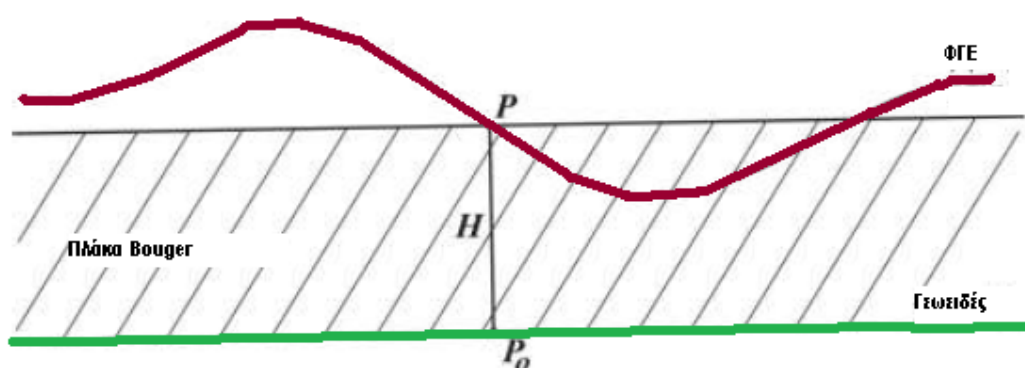
όπου με ρ συμβολίζουμε τη πυκνότητα των πετρωμάτων που θεωρούμε ότι παρεμβάλλουμε με την πλάκα. Με μία μέση πυκνότητα πετρωμάτων $\rho = 2.67 \text{ g/cm}^3$ ο τύπος 2.22 γίνεται :

$$\delta g_B = 2\pi G \rho H = 0.1119H \quad (2.23)$$

Μια νεότερη προσέγγιση η οποία πλέον λαμβάνει υπόψη της τη καμπυλότητα της γης δίνεται από :

$$g_{sc} = 2\pi G\rho(\mu_h - \lambda R) \quad (2.24)$$

όπου μ και λ σταθεροί συντελεστές, και h το γεωμετρικό υψόμετρο του σταθμού. Εντούτοις η νέα αυτή προσέγγιση χρησιμοποιείται κυρίως για ειδικούς γεωφυσικούς σκοπούς και δεν θα μας απασχολήσουν περαιτέρω σε αυτή την εργασία.



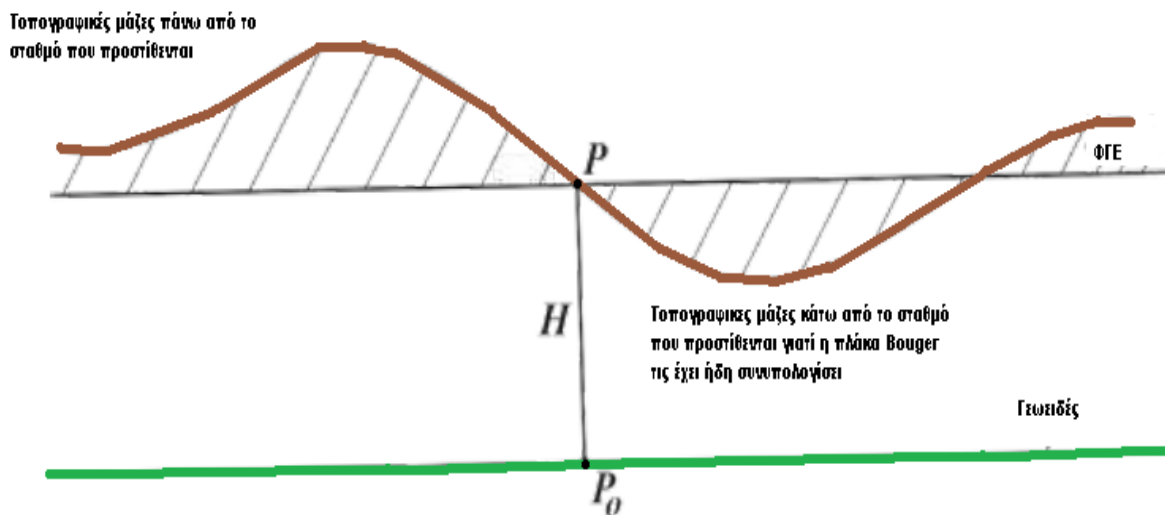
Εικόνα 2.12 :Αναγωγή Bouguer

Η αναγωγή Bouguer σε αντίθεση με την αναγωγή ελευθέρου αέρα έχει αρνητική επίδραση στην τιμή της βαρύτητας στη ΦΓΕ.

2.7.5 ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΗ ΔΙΟΡΘΩΣΗ (ΑΝΑΓΩΓΗ ΛΟΓΩ ΑΝΑΓΛΥΦΟΥ)

Αν η μέτρηση γινόταν σε μία πλήρως επίπεδη περιοχή τότε η αναγωγή Bouguer θα διόρθωνε πλήρως την επίδραση της τοπογραφίας στη μέτρησή μας. Στη πράξη βεβαίως δεν υπάρχουν τέτοιες περιοχές και έτσι πρέπει να επιβληθεί η τοπογραφική διόρθωση στις μετρήσεις. Η τοπογραφική διόρθωση υπολογίζει τις μάζες που βρίσκονται ψηλότερα ή χαμηλότερα από το επίπεδο της μέτρησης και προσθέτει την επιρροή τους

στις μετρήσεις. Με δεδομένο ότι θα έχει γίνει ήδη η απλή αναγωγή Bouguer όλες οι μάζες είτε πάνω είτε κάτω από το επίπεδο της μέτρησης προστίθενται στις μετρήσεις, καθώς οι μάζες που υπέρκεινται της μέτρησης δημιουργούν ασθενές βαρυτικό πεδίο γύρω τους αντίθετης διεύθυνσης από το γήινο και ως εκ τούτου μειώνουν τη μέτρηση της βαρύτητας. Οι δε μάζες που υπόκεινται του επιπέδου μέτρησης προστίθενται διότι η θετική τους επίδραση στη μέτρηση έχει ήδη υπολογιστεί από τη πλάκα Bouguer. Τα παραπάνω γίνονται ευκολότερα κατανοητά με την εικόνα 2.13:

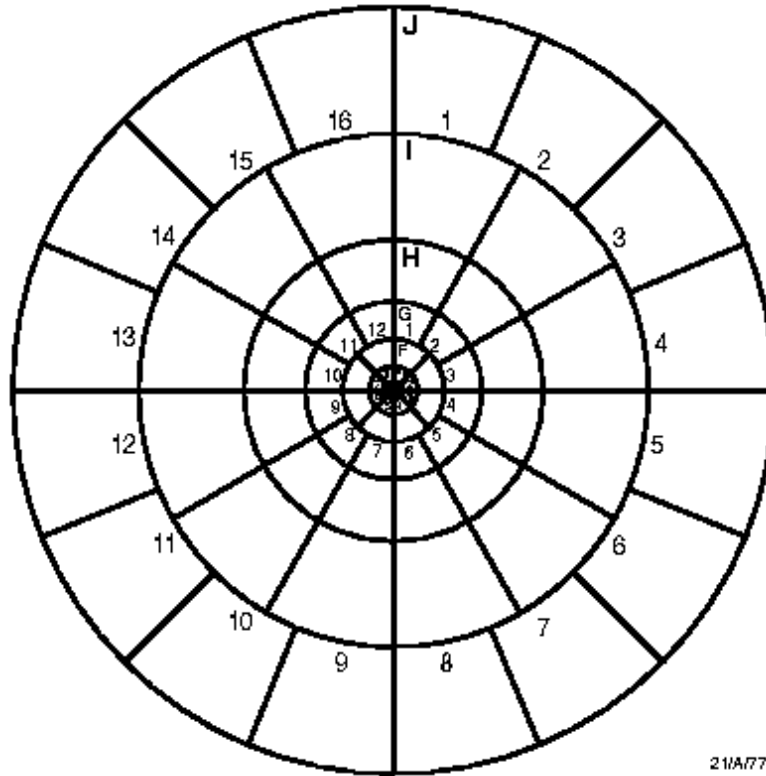


Εικόνα 2.13: Αναγωγή λόγω αναγλύφου

Για τον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων χρησιμοποιούνταν για χρόνια η μέθοδος του Hammer. Σύμφωνα με αυτή δημιουργούνταν κυκλικοί τομείς επί τοπογραφικών χαρτών που για τον κάθε έναν υπολογιζόταν ξεχωριστά το μέσο υψόμετρό του καθώς και η μέση πυκνότητα των πετρωμάτων του (αν υπήρχε διαθέσιμος γεωλογικός χάρτης). Οι κυκλικοί αυτοί τομείς εκτείνονταν μέχρι μία μέγιστη ακτίνα 167 Km, ενώ για κάθε κυκλικό τομέα (πρίσμα) υπολογιζόταν η συνεισφορά του στη μέτρηση μέσω του τύπου:

$$\delta g_T(pr) = \theta \cdot G \cdot p \left[(R_2 - R_1) + \sqrt{R_1^2 + H_m} - \sqrt{R_2^2 + H_m} \right] \quad (2.25)$$

όπου ρ η πυκνότητα, H_m το μέσο ύψος, θ η γωνία με αρχή το Βορρά και R_1, R_2 οι ακτίνες του κυκλικού τομέα. Το άθροισμα της επίδρασης όλων των κυκλικών τομέων έδινε τη τελική τοπογραφική διόρθωση στο σταθμό.



Εικόνα 2.14: Κυκλικοί Τομέες του Hammer (πηγή: A GUIDE TO HIGH PRECISION LAND GRAVIMETER SURVEYS, by H.O. Seigel)

Τα τελευταία χρόνια με την ύπαρξη πλέον ψηφιακών μοντέλων εδάφους υψηλής ακρίβειας έχει μοντελοποιηθεί ο υπολογισμός της τοπογραφικής διόρθωσης και γίνεται πλέον υπολογιστικά μέσω του τύπου:

$$c_p = G_p \int_{-x}^x \int_{H_p}^{H(x,y)} \frac{z - H_p}{[(x_Q - x_p)^2 + (y_Q - y_p)^2 + (z_Q - H_p)^2]^{3/2}} \cdot dx_Q dy_Q dz_Q, \quad (2.26)$$

ο οποίος προϋποθέτει ότι δεχόμαστε σταθερή πυκνότητα και ότι αγνοούμε τη καμπυλότητα της γης (μέχρι τα 167 Km δεν εισάγουμε μεγάλο σφάλμα ενώ απλοποιούμε πολύ τη σχέση υπολογισμού).

Στη παραπάνω σχέση ρ είναι η σταθερή πυκνότητα που επιλέγουμε για όλη τη περιοχή, P το σημείο μέτρησης, Q το σημείο από το οποίο θέλουμε να υπολογίσουμε την επίδραση x,y,z καρτεσιανές συντεταγμένες των σημείων και H_P το υψόμετρο του σταθμού.

Επιπλέον για πιο γρήγορα αποτελέσματα χρησιμοποιείται και ο μετασχηματισμός Fourier για τον υπολογισμό των τοπογραφικών διορθώσεων. Πιο συγκεκριμένα αν έχουμε ένα κάρναβο τριών διαστάσεων με διαστάσεις M,N και K στις διευθύνσεις x, y και z αντίστοιχα και Δv_{ijk} είναι η τιμή του κάθε στοιχείου αντίστοιχα ενώ $\Delta x, \Delta y$ και Δz είναι το βήμα του καννάβου σε κάθε διάσταση σε μορφή συνέλιξης η τοπογραφική διόρθωση γίνεται:

$$T_Z(x_k, y_l, z_\mu) = G \cdot p \cdot (x_k, y_l, z_\mu) \cdot I_3 \cdot (x_k, y_l, z_\mu), \quad (2.27)$$

και μετασχηματίζεται σε τριών διαστάσεων FFT :

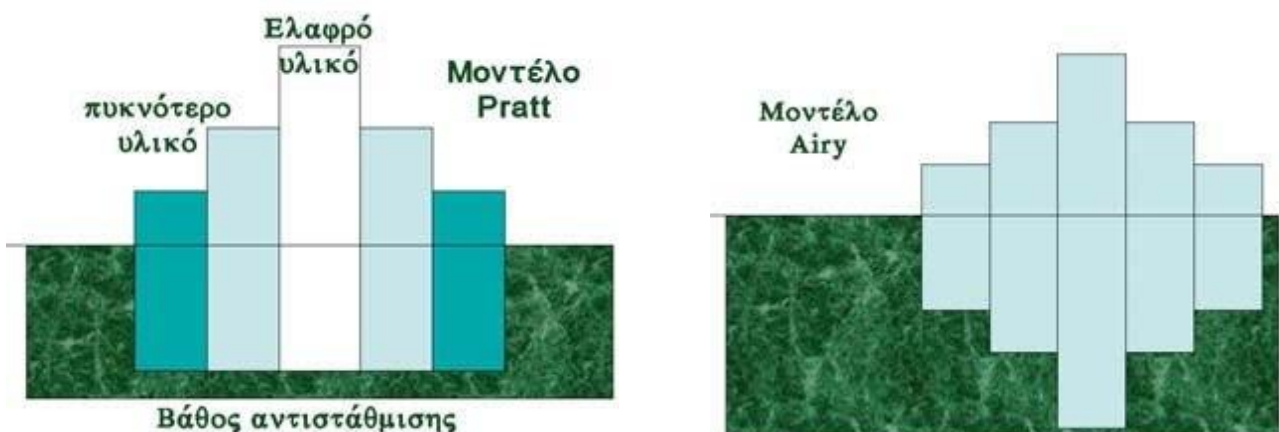
$$\begin{aligned} T_Z(x_k, y_l, z_\mu) &= G \cdot F^{-1} \left[F \cdot \left[p(x_k, y_k, z_k) \cdot F \cdot (I_3(x_k, y_k, z_k)) \right] \right] = \\ &= G \cdot F^{-1} \cdot \left[P(u_m, v_n, w_\lambda) \cdot L_3(u_m, v_n, w_\lambda) \right] \end{aligned}, \quad (2.28)$$

Υπάρχουν και οι αντίστοιχοι τύποι για μίας και δύο διαστάσεων FFT, που δεν κρίνεται σκόπιμο να παρουσιαστούν εδώ.

2.7.6 ΆΛΛΕΣ ΑΝΑΓΩΓΕΣ

Μπορούμε να αναφέρουμε για λόγους πληρότητας και άλλες αναγωγές που μπορούν να επιβληθούν στις αρχικές μας μετρήσεις αλλά δεν θα μας απασχολήσουν περαιτέρω στη παρούσα διπλωματική εργασία. Τέτοιες αναγωγές αποτελούν οι κάτωθι:

Ισοστατική αναγωγή η οποία επιβάλλεται στις μετρήσεις όταν δεν θέλουμε να θεωρήσουμε ότι ο φλοιός της γης έχει μία συγκεκριμένη ενιαία πυκνότητα. Υπάρχουν δυο διεθνώς αποδεκτά ισοστατικά μοντέλα το μοντέλο του Pratt και του Airy, καθώς και ο συνδυασμός τους. Η μέθοδος υπολογισμού της ισοστατικής αναγωγής είναι παρόμοια με τη μέθοδο υπολογισμού των τοπογραφικών διορθώσεων με τη διαφορά ότι κάθε πρίσμα έχει ξεχωριστή τιμή βαρύτητας ανάλογα με τα πετρώματα που συμπεριλαμβάνει. Επομένως για τον υπολογισμό τους θα πρέπει να ληφθούν υπόψη διάφορα γεωλογικά στοιχεία για τη περιοχή, τα οποία συνήθως δεν είναι άμεσα διαθέσιμα. Οι τιμές της ισοστατικής αναγωγής είναι γενικά πολύ μικρές ενώ οι διαφορές τους τοπικά είναι ελάχιστες. Σε αυτή τη μελέτη δεν χρησιμοποιούνται.



Εικόνα 2.15: Ισοστατική αναγωγή Pratt και Airy

Διόρθωση Eotvos: Η διόρθωση αυτή χρησιμοποιείται όταν η συλλογή βαρυτημετρικών δεδομένων γίνεται με πλωτά ή εναέρια μέσα και εφαρμόζεται για να απαλείψει τις τυχόν ταχύτητές τους σε σχέση με τη ταχύτητα περιστροφής της γης. Στα πλαίσια αυτής της μελέτης δεν κρίνεται σκόπιμο να επεκταθούμε περαιτέρω από τη στιγμή που δεν θα χρησιμοποιηθούν καθόλου τέτοια δεδομένα.

2.7.7 ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

Ανάλογα με τις αναγωγές που χρησιμοποιούνται προκύπτουν και οι αντίστοιχες ανωμαλίες βαρύτητας.

Η αρχική ανωμαλία βαρύτητας την οποία αναφέραμε και παραπάνω δίνεται κατευθείαν μέσω του τύπου:

$$\Delta g = g - \gamma, \quad (2.29)$$

Όπου γ είναι η κανονική βαρύτητα που υπολογίζεται από τον τύπο(+), και g η τιμή της βαρύτητας στο γεωειδές.

Αν για να φτάσουμε από την ΦΓΕ στο γεωειδές θεωρήσουμε ότι υπάρχει μόνο ελεύθερος αέρας τότε χρησιμοποιούμε την αναγωγή ελευθέρου αέρα και η αντίστοιχη ανωμαλία ελευθέρου αέρα δίνεται από τον τύπο:

$$\Delta g_{FA} = g - \gamma + \Delta g_{FA}, \quad (2.30)$$

Οι ανωμαλίες ελευθέρου αέρα είναι ιδιαίτερα χρήσιμες καθώς έχουν μεγάλη συσχέτιση με το υψόμετρο οπότε μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του γεωειδούς.

Αν θεωρήσουμε ότι για να κατεβούμε από τη ΦΓΕ στο γεωειδές θα πρέπει να εφαρμόσουμε και ένα πιάτο Bouguer τότε οδηγούμαστε στην απλή ανωμαλία Bouguer η οποία δίνεται από το τύπο:

$$\Delta g_B = g - \gamma + \Delta g_{FA} - g_b, \quad (2.31)$$

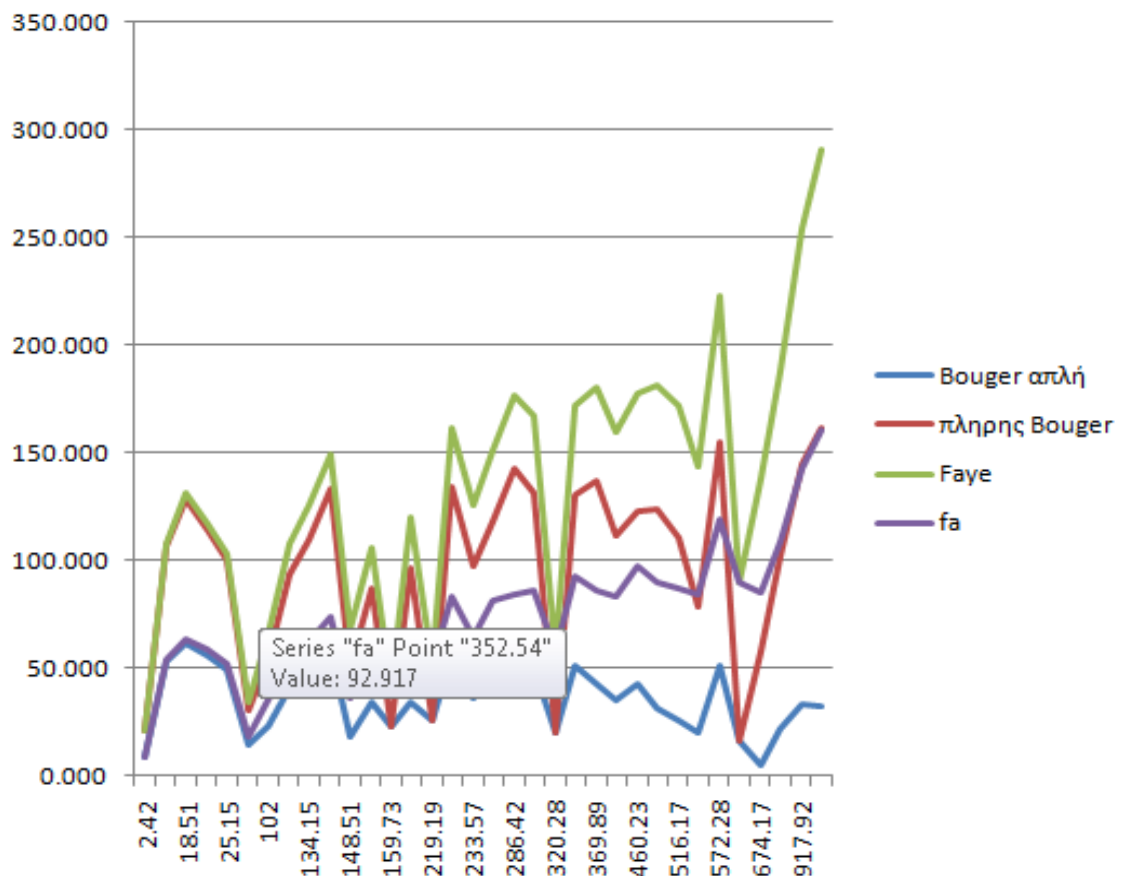
Οι απλές ανωμαλίες Bouguer δεν είναι τόσο εύχρηστες για τον υπολογισμό του γεωειδούς καθώς οι τιμές τους είναι ιδιαίτερα μεγάλες και δεν είναι εύκολο να παρθούν αντιπροσωπευτικοί μέσοι όροι.

Η επόμενη ανωμαλία ονομάζεται πλήρης ανωμαλία Bouguer και προκύπτει αν στην απλή ανωμαλία προσθέσουμε και τη τοπογραφική διόρθωση.

$$\Delta g_{BF} = g - \gamma + \Delta g_{FA} - g_b + T_Z, \quad (2.32)$$

Το χαρακτηριστικό αυτής της ανωμαλίας είναι ότι παρουσιάζεται σχεδόν ασυσχέτιστη με τα υψόμετρα. Η συσχέτιση της κάθε ανωμαλίας που περιγράφεται παραπάνω με τα υψόμετρα παρουσιάζεται γραφικά στην εικόνα 2.16.

Συσχέτιση Ανωμαλιών Βαρύτητας με τα Υψόμετρα



Εικόνα 2.16: Συσχέτιση Ανωμαλιών Βαρύτητας με τα υψόμετρα

Επιπλέον κάποιες φορές είναι χρήσιμες για τον υπολογισμό των συνωριακών προβλημάτων και οι λεγόμενες ανωμαλίες Faye οι οποίες είναι οι ανωμαλίες ελευθέρου αέρα συν την τοπογραφική διόρθωση:

$$\Delta g_{Faye} = \Delta g_{FA} + T_z, \quad (2.33)$$

2.7.8 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΤΙΣ ΑΝΑΓΩΓΕΣ ΚΑΙ ΤΙΣ ΑΝΩΜΑΛΙΕΣ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

Γενικά οι τιμές βαρύτητας μετρούνται στην επιφάνεια της γης, για να είναι όμως αξιοποιήσιμες θα πρέπει να αναχθούν στο γεωειδές και επιπλέον να μην υπάρχουν τοπογραφικές μάζες πέρα από αυτό. Οι μέθοδοι αναγωγής που χρησιμοποιούνται για το λόγο αυτό θα πρέπει να οδηγούν σε ομαλοποιημένες τιμές ώστε να μπορούν να εξαχθούν εύκολα οι μέσες τιμές αλλά και να γίνει πρόγνωση γειτονικών τιμών και επιπλέον να μην επιφορτίζουν τους υπολογισμούς με μεγάλη έμμεση επίδραση στις αποχές γεωειδούς. Τις παραπάνω προϋποθέσεις πληρούν η μέθοδος της ισοστασίας(χωρίς πολύ καλά αποτελέσματα), η συμπύκνωση των μαζών του Helmert και η υπολειπόμενη τοπογραφική διόρθωση RTM. Από αυτές η πρώτη και η δεύτερη οδηγούν στον υπολογισμό του γεωειδούς ενώ η τρίτη, στον υπολογισμό του σχεδόν γεωειδούς.

(Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics, R. E. Sheriff,

A GUIDE TO HIGH PRECISION LAND GRAVIMETER SURVEYS, H.O. Seigel, 1995)

3 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ GPS

3.1 ΓΕΝΙΚΑ ΠΕΡΙ GPS

Το παγκόσμιο σύστημα εντοπισμού θέσης (GPS), αρχικά NavstarGPS, είναι ένα δορυφορικό σύστημα ραδιοπλοήγησης που ανήκει στην κυβέρνηση των Ηνωμένων Πολιτειών και λειτουργεί από την Πολεμική Αεροπορία των Ηνωμένων Πολιτειών. Πρόκειται για ένα παγκόσμιο δορυφορικό σύστημα πλοήγησης που παρέχει πληροφορίες γεωγραφικής κατανομής και χρόνου σε ένα δέκτη GPS οπουδήποτε στη Γη ή κοντά στη Γη, όπου υπάρχει μια ανεμπόδιστη οπτική επαφή με τέσσερις ή περισσότερους δορυφόρους GPS. Εμπόδια όπως τα βουνά και τα κτίρια εμποδίζουν τα σχετικά αδύναμα σήματα GPS.

Το GPS δεν απαιτεί από το χρήστη να μεταδίδει δεδομένα και λειτουργεί ανεξάρτητα από οποιαδήποτε τηλεφωνική ή διαδικτυακή λήψη, αν και αυτές οι τεχνολογίες μπορούν να ενισχύσουν τη χρησιμότητα των πληροφοριών θέσης.

Το σύστημα GPS παρέχεται από την κυβέρνηση των Ηνωμένων Πολιτειών, η οποία μπορεί επιλεκτικά να αρνηθεί την πρόσβαση στο σύστημα, όπως συνέβη στον ινδικό στρατό το 1999 κατά τη διάρκεια του πολέμου Kargil ή να υποβαθμίσει την υπηρεσία ανά πάσα στιγμή. Ως αποτέλεσμα, ορισμένες χώρες έχουν αναπτύξει ή βρίσκονται στη διαδικασία δημιουργίας άλλων παγκόσμιων ή περιφερειακών συστημάτων πλοήγησης. Το ρωσικό παγκόσμιο δορυφορικό σύστημα πλοήγησης (GLONASS) αναπτύχθηκε ταυτόχρονα με το GPS, αλλά υπέφερε από ατελής κάλυψη του πλανήτη μέχρι τα μέσα της δεκαετίας του 2000. Το GLONASS μπορεί να προστεθεί σε συσκευές GPS, καθιστώντας περισσότερους δορυφόρους διαθέσιμους και επιτρέποντας τη σταθεροποίηση των θέσεων πιο γρήγορα και με ακρίβεια, μέσα σε δύο μέτρα.

Η ιδέα GPS βασίζεται στον χρόνο και στη γνωστή θέση των εξειδικευμένων δορυφόρων GPS. Οι δορυφόροι φέρουν πολύ σταθερά ατομικά ρολόγια τα οποία συγχρονίζονται μεταξύ τους και με τα επίγεια

ρολόγια, οποιαδήποτε μετατόπιση από πραγματικό χρόνο που διατηρείται στο έδαφος διορθώνεται καθημερινά. Με τον ίδιο τρόπο, οι δορυφορικές θέσεις είναι γνωστές με μεγάλη ακρίβεια. Ρολόγια έχουν και οι δέκτες GPS αλλά είναι λιγότερο σταθεροί και λιγότερο ακριβείς.

Οι δορυφόροι GPS μεταδίδουν συνεχώς δεδομένα σχετικά με την τρέχουσα ώρα και θέση τους. Ένας δέκτης GPS παρακολουθεί πολλαπλούς δορυφόρους και λύνει εξισώσεις για να καθορίσει την ακριβή θέση του δέκτη και την απόκλιση από τον πραγματικό χρόνο. Πρέπει όμως να λαμβάνει σήμα από τέσσερις τουλάχιστον δορυφόρους για να υπολογίσει τέσσερις άγνωστες ποσότητες (τρεις συντεταγμένες θέσης και χρονική απόκλιση από τη δορυφορική ώρα). (Wikipedia/Global Positioning System)

3.2 ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ GPS

Τα κυριότερα πλεονεκτήματα του GPS έναντι των άλλων παλαιότερων επίγειων και δορυφορικών μεθόδων είναι:

- Μπορεί να συνεργαστεί και με άλλες σύγχρονες εφαρμογές και συστήματα (GIS, Φωτογραμμετρία κ.α.).
- Η διαδικασία των μετρήσεων είναι αρκετά απλή και απαιτείται μικρός χρόνος μέτρησης.
- Ο χρόνος που χρειάζεται για να γίνει ένας ακριβής προσδιορισμός πολύ λιγότερος σε σχέση με άλλες μεθόδους.
- Δεν χρειάζονται πολλά άτομα για την διαδικασία των μετρήσεων καθώς ακόμα και ένα άτομο μπορεί να κάνει τις απαραίτητες διαδικασίες για την λήψη μετρήσεων.

Από την άλλη τα μόνα μειονεκτήματα του GPS έναντι των άλλων μεθόδων είναι ότι:

- Εξαρτάται από τη λήψη πληροφοριών από δορυφορικά σήματα, αν κάτι παρεμβάλλεται στη λήψη σήματος, τα αποτελέσματα GPS ενδέχεται να χάσουν την ακρίβεια τους. Η κάλυψη των δέντρων, τα κτίρια και άλλες ψηλές δομές, φυσικές ή ανθρωπογενείς, ενδέχεται να εμποδίσουν τη λήψη δορυφορικών σημάτων από το δέκτη GPS. Οι ηλεκτρομαγνητικές παρεμβολές, ακόμη και οι παρεμβολές ραδιοσήματος, ενδέχεται επίσης να διαταράξουν την ακρίβεια GPS
- Ο δορυφορικός σχηματισμός είναι μια ομάδα δορυφόρων που συνεργάζονται για να παρέχουν κάλυψη σήματος για μια καθορισμένη περιοχή. Οποιαδήποτε αλλαγή στη θέση του δορυφορικού σχηματισμού μπορεί να επηρεάσει την ακρίβεια GPS. Επειδή η τοποθέτηση δορυφόρων είναι συνήθως καλύτερη κατά τη διάρκεια της κανονικής εργάσιμης ημέρας από 9 έως 5, η λήψη δεδομένων GPS εκτός αυτών των ωρών αιχμής ενδέχεται να θέσει σε κίνδυνο τα αποτελέσματα. Τέτοιοι χρονικοί περιορισμοί μπορούν να οδηγήσουν σε δυσκολίες προγραμματισμού.

3.3 ΑΡΧΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΤΟΥ GPS

Στο δέκτη G.P.S. γίνεται η λήψη και η ανάλυση του λαμβανομένου σήματος και μέσω μετρήσεων αποστάσεων μεταξύ δορυφόρων-δέκτη, προσδιορίζεται η θέση του δέκτη. Επειδή οι δέκτες G.P.S. διαθέτουν κατά κανόνα χρονόμετρα χαμηλής ή μθέσης ακρίβειας και όχι ατομικά χρονόμετρα (ρουβιδίου ή καισίου) όπως οι δορυφόροι του συστήματος, εκτός των ατμοσφαιρικών χρονικών καθυστερήσεων έχουμε και τις χρονικές καθυστερήσεις που οφείλονται κυρίως στο χρονόμετρο του δέκτη, αλλά και δευτερευόντως, του δορυφόρου. Έτσι, κατά τον προσδιορισμό θέσης ενός δέκτη, στις άγνωστες ποσότητες εκτός από τις τρεις συντεταγμένες του δέκτη (X,Y,Z ή φ,λ,η) προστίθεται και ένας επιπλέον άγνωστος dT , που αντιπροσωπεύει τη χρονική καθυστέρηση του χρονομέτρου του δέκτη σε

σχέση με το χρόνο αναφοράς του G.P.S. Ο χρόνος αναφοράς του G.P.S. έχει έναρξη την 0h U.T.C. της 5ης Ιανουαρίου του 1980. Η προσδιοριζόμενη θέση (X,Y,Z) αναφέρεται στο Παγκόσμιο Γεωκεντρικό Σύστημα Αναφοράς 1984, γνωστό ως WGS84.

(Κατσουγιαννόπουλος Σ. , Βέργος Γ./ Παγκόσμιο Σύστημα Δορυφορικού Προσδιορισμού)

3.3.1 ΜΕΘΟΔΟΙ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Η μέθοδος που θα χρησιμοποιήσουμε για τον προσδιορισμό θέσης με το GPS εξαρτάται κυρίως από την ακρίβεια που απαιτείται σε κάθε εφαρμογή και από τον συνολικό χρόνο παρατήρησης. Γενικά στόχος είναι να επιτυγχάνουμε την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια στον μικρότερο δυνατό χρόνο παρατήρησης. Γενικά οι τρόποι μέτρησης με το GPS μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με το αν ο δέκτης κινείται ή παραμένει ακίνητος στο σημείο μέτρησης, αν προσδιορίζουμε τις συντεταγμένες του σημείου απευθείας στο WGS84 ή έμμεσα ως προς ένα άλλο γνωστό σημείο ή αν υπολογίζουμε σε πραγματικό χρόνο τις συντεταγμένες του σημείου (κατά τη διάρκεια της μέτρησης) ή εκ των υστέρων στο γραφείο. Ανάλογα με το αν ο δέκτης παραμένει ακίνητος ή όχι στο σημείο παρατήρησης, έχουμε δυο βασικές κατηγορίες προσδιορισμού θέσης, τον κινηματικό προσδιορισμό και το στατικό προσδιορισμό.

- Στον **κινηματικό προσδιορισμό (Kinematic Positioning)** ο δέκτης ή οι δέκτες GPS κινούνται κατά μήκος μιας διαδρομής και ο δέκτης υπολογίζει συντεταγμένες σε "τυχαία σημεία" της διαδρομής ανά χρονικά διαστήματα που έχουμε ορίσει εμείς, στον κινηματικό προσδιορισμό η επαφή του δέκτη με τους δορυφόρους θα πρέπει να είναι συνεχής κατά τη διάρκεια της κίνησης.

➤

- Στον **στατικό προσδιορισμό (Static Positioning)** ο δέκτης ή οι δέκτες GPS παραμένουν ακίνητοι στα προσδιοριζόμενα σημεία σε όλη τη διάρκεια των μετρήσεων. Ο δέκτης δεν είναι απαραίτητο να έχει συνεχή επαφή με τους δορυφόρους όταν μεταφέρεται από σημείο σε σημείο.

Ανάλογα με το αν ο προσδιορισμός του σημείου γίνεται απευθείας στο σύστημα αναφοράς του GPS ή αν προσδιορίζεται η σχετική του θέση ως προς ένα άλλο γνωστό σημείο, διακρίνουμε δυο μεθόδους προσδιορισμού, τον απόλυτο και τον σχετικό προσδιορισμό θέσης.

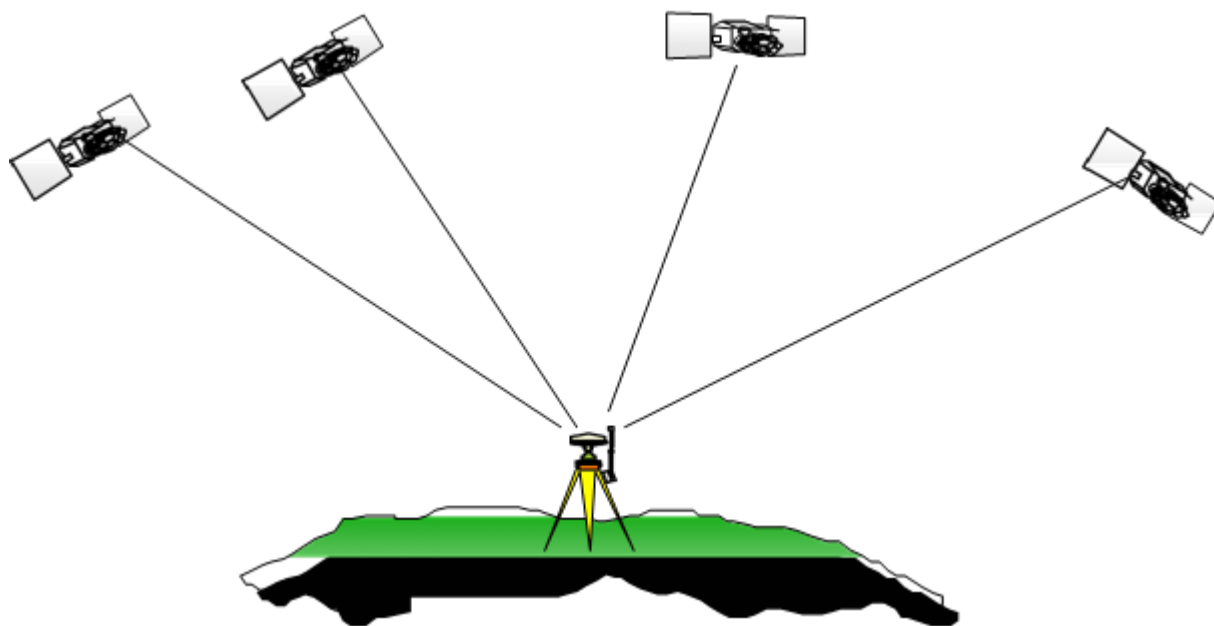
3.3.2 ΣΧΕΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΣΗΣ

Με τον όρο σχετικό προσδιορισμό θέσης, εννοούμε τον προσδιορισμό του διάνυσματος μεταξύ δυο σημείων, έστω A και B. Το διάνυσμα αυτό ονομάζεται βάση (baseline). Με άλλα λόγια με τον σχετικό προσδιορισμό, υπολογίζονται οι συντεταγμένες ενός ή και περισσότερων σημείων ως προς κάποιο άλλο σημείο που θεωρείται γνωστό. Ο σχετικός προσδιορισμός θέσης προϋποθέτει ταυτόχρονες μετρήσεις προς S δορυφόρους από δυο τουλάχιστον δέκτες. Αντί των πρωτογενών παρατηρήσεων GPS χρησιμοποιούνται συνήθως γραμμικοί συνδυασμοί τους με σημαντικά πλεονεκτήματα αλλά και κάποια μειονεκτήματα. Ο κυριότερος λόγος είναι ότι με αυτόν τον τρόπο, απαλείφονται ή ελαχιστοποιούνται τα περισσότερα από τα συστηματικά σφάλματα, μερικά από τα οποία είναι δύσκολο να περιγραφούν μαθηματικά πλήρως. Το ίδιο ισχύει και για τα σφάλματα της επιλεκτικής διαθεσιμότητας όταν η κατάσταση αυτή είναι ενεργή. Οι ψευδοαποστάσεις από κώδικες μπορούν να χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές σχετικού προσδιορισμού χωρίς αυξημένες απαιτήσεις ακρίβειας, της τάξης του 0.5 έως 1 m, για παράδειγμα σε πολλές εφαρμογές GIS.

(Τσακίρη Μ. 2004)

3.3.3 ΑΠΟΛΥΤΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΣΗΣ

Με τον όρο απόλυτο προσδιορισμό θέσης (absolute positioning), εννοούμε τον προσδιορισμό των καρτεσιανών συντεταγμένων (X,Y,Z) ενός δέκτη από τις δικές του παρατηρήσεις. Αν ο δέκτης παραμένει ακίνητος μπορούμε εκ των υστέρων να αξιοποιήσουμε όλες τις εποχές παρατήρησης και να οδηγηθούμε σε αποτελέσματα μεγαλύτερης ακρίβειας. Στον απόλυτο προσδιορισμό θέσης χρησιμοποιούνται συνήθως παρατηρήσεις ψευδοαποστάσεων από κώδικες. (Φωτίου Α. Ι., Πικριδάς Χ.Κ / GPS και ΓΕΩΔΑΙΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ)



Εικόνα 3.1: Απόλυτος προσδιορισμός με GPS.

3.4 ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

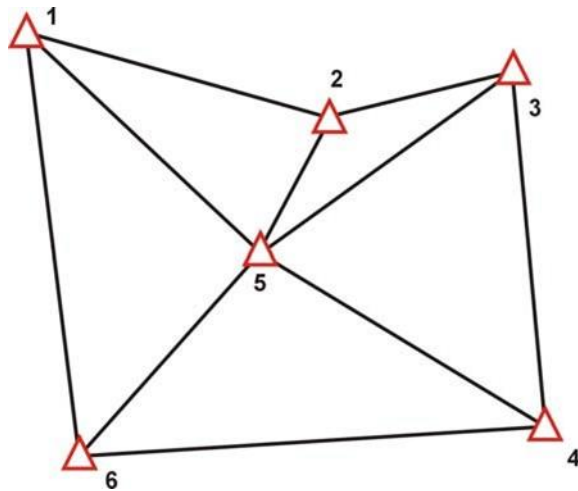
Οι διαφορετικές ανάγκες σε ακρίβεια και σε ταχύτητα που δημιουργούνται στις πρακτικές εφαρμογές οδήγησαν σε μια σειρά από τεχνικές μέτρησης που συνδυάζουν τις μεθόδους του διαφορικού GPS στον σχετικό προσδιορισμό θέσης. Οι δυο κλασσικές τεχνικές μέτρησης που χρησιμοποιούνται είναι ο σχετικός στατικός προσδιορισμός **ΤΟΝ ΟΠΟΙΟ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΑΜΕ** και ο σχετικός κινηματικός προσδιορισμός. Εκτός όμως από τις δυο αυτές τεχνικές, δημιουργήθηκαν και κάποιες ενδιάμεσες τεχνικές (παραλλαγές) που σκοπό έχουν να βελτιστοποιήσουν την απόδοση του GPS στις τοπογραφικές εφαρμογές. Οι ενδιάμεσες αυτές τεχνικές αφορούν τις συνήθεις γεωδαιτικές εργασίες, που οι αποστάσεις μεταξύ των σημείων δεν ξεπερνούν τα μερικά Km και ο χρόνος παρατήρησης αποτελεί σημαντικό παράγοντα κόστους. Οι τεχνικές αυτές είναι ο γρήγορος στατικός προσδιορισμός, ο ψευδο-κινηματικός και ο ημι-κινηματικός. (Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ, 2010)

3.5 ΣΧΕΤΙΚΟΣ ΣΤΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΘΕΣΗΣ

Με τον όρο στατικό προσδιορισμό θέσης εννοούμε τον προσδιορισμό όπου οι δέκτες παραμένουν ακίνητοι στα σημεία καθόλη τη διάρκεια των μετρήσεων. Για να προσδιοριστούν σωστά οι συνιστώσες μιας βάσης, αρκεί οι συντεταγμένες του σημείου που θεωρείται γνωστό να είναι γνωστές με ακρίβεια μερικών μέτρων, ενδεικτικά της τάξης των 10 m ως προς το WGS84. Στην ουσία, δηλαδή, η επίλυση μιας βάσης αναφέρεται σε ένα “ψευδο-WGS84”. Όταν έχουμε να επιλύσουμε πολλές βάσεις, που αποτελούν ένα δίκτυο GPS, αρκεί να είναι γνωστό ένα μόνο σημείο. Τα λογισμικά GPS έχουν τη δυνατότητα να επιλύουν τις βάσεις αυτόματα ή δίνουν και τη δυνατότητα να επιλέγει ο χρήστης ποιες βάσεις θα επιλύσει από το σύνολο των βάσεων σύμφωνα με κάποια κριτήρια. Στις συνήθεις γεωδαιτικές και τοπογραφικές εργασίες σχεδόν πάντα μας ενδιαφέρει η ένταξη του δικτύου GPS στο τοπικό σύστημα αναφοράς. Έτσι, για να ελεγχθεί η ένταξη, κάποια από τα σημεία του δικτύου που πρέπει να είναι τουλάχιστον τρία, πρέπει να είναι κοινά ώστε να

χρησιμοποιηθούν για το μετασχηματισμό του δικτύου GPS στο τοπικό datum. Για να αξιοποιήσουμε τα σημαντικά πλεονεκτήματα που προσφέρει η τεχνική των διαφορών, οι παρατηρήσεις πρέπει να είναι ταυτόχρονες με ικανοποιητική ακρίβεια στα σημεία κάθε βάσης που επιλύεται. Ο χρόνος παραμονής σε κάθε σημείο μέτρησης για δέκτη μιας συχνότητας θα πρέπει να είναι τουλάχιστον 20 λεπτά για αποστάσεις μέχρι 5 Km από το σημείο αναφοράς (Reference point), σημείο στο οποίο ο ένας από τους δυο δέκτες παραμένει καθόλη τη διάρκεια των μετρήσεων (συνήθως είναι κάποιο τριγωνομετρικό ή γενικά σημείο με γνωστές συντεταγμένες). Η βέλτιστη απαιτούμενη χρονική διάρκεια συλλογής παρατηρήσεων εξαρτάται από την απόσταση μεταξύ των σημείων, από τον αριθμό και τη γεωμετρία των δορυφόρων, όπου δείκτης της ακρίβειας των μετρήσεων είναι η τιμή του GDOP η οποία κατά τη διάρκεια των μετρήσεων δεν θα πρέπει να ξεπερνά το 8. Για αποστάσεις μεγαλύτερες των 5 Km και μέχρι 15 Km, ο δέκτης είναι καλό να παραμείνει για τουλάχιστον μια ώρα. Ο ρυθμός καταγραφής των παρατηρήσεων θα πρέπει να κυμαίνεται από 10 μέχρι 20 sec. Η γωνία αποκοπής (cut off angle) ορίζεται στις 15° μοίρες (είναι η γωνία κάτω από την οποία δεν καταγράφονται μετρήσεις). Συνήθως όταν απαιτείται μέγιστη ακρίβεια μετράμε όσο το δυνατόν περισσότερες βάσεις (baselines) μεταξύ των σημείων, με την απαίτηση να φτιάχνουμε κλειστά γεωμετρικά σχήματα π.χ. τρίγωνα ή τετράπλευρα με μια έστω διαγώνιο μετρημένη, έτσι ώστε να μπορούμε πάντοτε να έχουμε τον έλεγχο των σφαλμάτων στις μετρήσεις μας. Για τη μέτρηση ενός δικτύου GPS στην πιο απλή περίπτωση που διαθέτουμε δυο δέκτες, αρκεί ο ένας να τοποθετηθεί σε ένα γνωστό σημείο και ο άλλος ο δέκτης να περιφέρεται στα υπόλοιπα σημεία (ακτινική διάταξη). Κάθε φορά, δηλαδή, μετράμε στην ουσία μια βάση και στη συνέχεια συμπληρώνουμε τις παρατηρήσεις στο δίκτυό μας, μετρώντας τις υπόλοιπες βάσεις. (Εικόνα 3.2)

(Βέργος Γ, Κατσουγιαννόπουλος Σ., Σεπτέμβριος (2004)



Εικόνα 3.2: Παράδειγμα σχετικού στατικού προσδιορισμού.

3.6 ΣΦΑΛΜΑΤΑ GPS

Όλες οι μετρήσεις GPS, ανεξάρτητα από τον τύπο τους, επηρεάζονται από διάφορα συστηματικά και τυχαία σφάλματα, τα οποία αν δεν ληφθούν υπόψη κατά τη διαδικασία ανάλυσης των μετρήσεων επηρεάζουν με τη σειρά τους την ακρίβεια με την οποία μπορεί να υπολογισθεί από αυτές η θέση (στίγμα) των σημείων ενδιαφέροντος, όπου εκτελούνται οι μετρήσεις. Τα συστηματικά σφάλματα των μετρήσεων προέρχονται κυρίως από τρεις κυρίως πηγές:

- **Τους δορυφόρους** (π.χ., οι τροχιακές εφημερίδες δεν παρέχουν την αληθινή θέση των δορυφόρων τη χρονική στιγμή των μετρήσεων, τα χρονόμετρα των δορυφόρων δεν είναι απόλυτα συγχρονισμένα, κ.ά.).
- **Την ατμόσφαιρα** από την οποία διέρχονται τα σήματα GPS (π.χ., η ιονόσφαιρα και η τροπόσφαιρα προκαλούν καθυστερήσεις στα σήματα των δορυφόρων). Επιπλέον, στις μετρήσεις φάσης του φέροντος κύματος υπεισέρχεται ένα ακόμα σφάλμα διάδοσης του σήματος: η λεγόμενη ασάφεια του ακεραίου αριθμού κύκλων φάσης.
- **Τους δέκτες** που χρησιμοποιούνται (π.χ., τα χρονόμετρα των δεκτών δεν είναι συγχρονισμένα με τη θεμελιώδη κλίμακα του χρόνου GPS, το ηλεκτρονικό κέντρο της κεραίας ενός δέκτη (από εκεί δηλαδή όπου αναφέρονται οι μετρήσεις) δεν συμπίπτει με το φυσικό κέντρο της

κεραίας, κ.ά.) **και το άμεσο περιβάλλον των μετρήσεων** (π.χ., η τοποθέτηση της κεραίας κοντά σε ευρείες μεταλλικές επιφάνειες ή κάτω από αγωγούς μεταφοράς ρεύματος υψηλής τάσης, κ.ά. δημιουργούν παρεμβολές του σήματος, τα λεγόμενα πολυκλαδικά σφάλματα τηςκεραίας).

- (Δεληκαράογλου Δ., Εισαγωγή στο σύστημα GPS , 2012)

4 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΠΕΔΙΟΥ

4.1 ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΛΕΤΗΣ



Εικόνα 4.1 : Απόσπασμα περιοχής μελέτης.

Η περιοχή μελέτης βρίσκεται στην Νοτιοανατολική περιοχή της Αττικής περιλαμβάνοντας αρκετές περιοχές της. Αναλυτικότερα, ξεκινάει από την λεωφόρο Κηφισού στο ύψος του Παλαιού Φαλήρου, προχωράει στην παραλιακή οδό όπου και περιλαμβάνει την περιοχή του Ελληνικού, όπως επίσης και τη Βάρη, συνεχίζει την πορεία της ανατολικότερα περνώντας το Λαγονήσι και τα Καλύβια Θορικού, φτάνοντας στην περιοχή του Θυμαρίου και βορειότερα μέχρι τα Σπάτα και το Μαρκόπουλο. Το μεγαλύτερο ποσοστό της περιοχής μελέτης είναι αστικό, διότι περιλαμβάνονται σ' αυτό πολλές γειτονιές και οικισμοί του νομού Αττικής. Σε αντίθεση με τις αστικές περιοχές βέβαια υπάρχουν και αρκετά σημεία τα οποία μας δυσκόλεψαν σε κάποιο βαθμό όσον αφορά την εύρεση τους, καθώς και την μετάβαση από και προς αυτά,

όπως είναι το Τριγωνομετρικό 186026 στον Άγιο Κωνσταντίνο Θορικού, καθώς και το Τριγωνομετρικό 186016 στο Θυμάρι.

Τέλος πρέπει να επισημανθεί ότι, το τριγωνομετρικό σημείο 17066 καθώς και το σημείο στην εκκλήσια Μεταμόρφωσης, συμπεριλήφθησαν μόνο για να χρησιμοποιηθούν στην συνόρθωση του βαρυτημετρικού δικτύου. Οι μέτρησεις στα σημεία αυτά πραγματοποιήθηκαν από κοινού μαζί με τον Τούση Ναπολέων και Χαβδούλα Απόστολο στα πλαίσια της πτυχιακής τους εργασίας.

4.2 ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΥΠΑΙΘΡΟ

Αφού εντοπίστηκε και οριοθετήθηκε η περιοχή μελέτης και κατόπιν ενός προγραμματισμού των διαδρομών που θα έπρεπε να γίνουν, ξεκίνησε η διαδικασία των μετρήσεων. Στην αρχή της κάθε μέρας το πρώτο σετ μετρήσεων λάμβανε χώρα στο βαθράκι, στο χώρο του ΤΕΙ, και έπειτα στα τριγωνομετρικά και στα βαρυτημετρικά σημεία. Το βάθρο ΤΕΙ χρησιμοποιήθηκε ως σταθμός αναφοράς των μετρήσεων βαρύτητας για τον έλεγχο του υπολοιπούμενου μέρους της ολίσθησης (drift) του βαρυτημέτρου. Σε κάθε σημείο πραγματοποιούνταν μετρήσεις των 10 λεπτών με το βαρυτήμετρο (10 σετ μετρήσεων του ενός λεπτού) και στην ελάχιστη δυνατή απόσταση από το βαθράκι/ τρίποδα έτσι ώστε να επιτυγχάνεται με την μέγιστη δυνατή ακρίβεια η μέτρηση της επιτάχυνσης της βαρύτητας στο απαιτούμενο σημείο. Επιπλέον, πραγματοποιήθηκαν και μετρήσεις GPS για τον προσδιορισμό της θέσης του σημείου των μετρήσεων. Η διάρκεια των μετρήσεων GPS προσέγγισε τα 45 λεπτά ανά σημείο, ώστε να είναι δυνατή η επίλυση, θεωρώντας ως βάση αναφοράς το μόνιμο σταθμό του ΤΕΙ Αθήνας. Οι μετρήσεις με το GPS πραγματοποιήθηκαν με την μέθοδο σχετικού εντοπισμού, δηλαδή ο δέκτης παρέμενε στάσιμος, τοποθετημένος είτε σε βάση εξαναγκασμένης κέντρωσης πάνω στο βαθράκι όπου αυτό υπήρχε, είτε σε τρίποδα. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχανόταν η βέλτιστη ακρίβεια για τον υπολογισμό της θέσης του σημείου.

Η διάρκεια όλων των μετρήσεων που αφορούν τις μετρήσεις στατικού εντοπισμού θέσης (GPS) και βαρυτημέτρου είναι όπως παρατίθενται στους παρακάτω πίνακες. Τα βαρυτημετρικά σημεία «Βαρυτημετρικό Σημείο Αγίας Τριάδας» και «Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του ελληνικού» μετρήθηκαν με GPS σε τρίποδα. Σε αντίθεση τα υπόλοιπα ήταν τριγωνομετρικά οπότε μετρήθηκαν με βάση και τρικόχλιο.

Ημερομηνία	Σημείο	Start time	End time	Duration	Ύψος οργάνου(cm)
15/06/2015	17066	10:46	11:36	50 min	12.4
15/06/2015	Εκκλησία Μεταμόρφωσης	15:34	16:24	50 min	169.8(slant)
16/06/2015	Βαρυτημετρικό Σημείο Αγίας Τριάδας	11:05	11:55	50 min	169(slant)
16/06/2015	18030	12:31	13:21	50 min	12.9
17/06/2015	18015	10:50	11:40	50 min	12.9
17/06/2015	18046	12:27	13:17	50 min	12.5
17/06/2015	18083	14:46	15:36	50 min	12.9
30/06/2015	186016	09:52	10:42	50 min	12.6
30/06/2015	186026	11:26	12:16	51 min	12.8
30/06/2015	18006	13:29	14:19	50 min	12.7
08/07/2015	Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του Ελληνικού	12:31	13:21	50 min	162.7(slant)
08/07/2015	ΤΕΙ	16:02	16:32	30 min	12.4

Πίνακας 4.1: Μετρήσεις GPS

Ημερομηνία	Σημείο	Start time	End time	Duration
15/06/2015	17066	10:46	10:56	10 min
15/06/2015	Εκκλησία Μεταμόρφωσης	15:34	15:44	10 min
16/06/2015	Βαρυτημετρικό Σημείο Αγίας Τριάδας	11:05	10:15	10 min
16/06/2015	18030	12:31	12:41	10 min
17/06/2015	18015	10:50	11:00	10 min
17/06/2015	18046	12:27	12:37	10 min
17/06/2015	18083	14:46	14:56	10 min
30/06/2015	186016	09:52	10:02	10 min
30/06/2015	186026	11:26	11:36	11 min
30/06/2015	18006	13:29	13:39	10 min
08/07/2015	Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του ελληνικού	12:31	12:41	10 min
08/07/2015	ΤΕΙ	16:02	16:12	10 min

Πίνακας 4.2: Μετρήσεις Βαρυτημέτρου

4.3 ΕΞΟΠΛΙΣΜΟΣ

4.3.1 ΔΕΚΤΗΣ GPS

Ο δέκτης GPS που χρησιμοποιήθηκε είναι τύπου “HiperPro” δύο συχνοτήτων (L1 και L2). Στην περίπτωση του σχετικού στατικού προσδιορισμού θέσης (static), η ακρίβεια μέτρησης του οργάνου οριζοντιογραφικά είναι $3\text{mm}+0.50\text{ppm}$ και υψομετρικά $5\text{mm}+0.5\text{ppm}$.

Ακόμα ο συγκεκριμένος δέκτης μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο για μετρήσεις στατικού εντοπισμού όσο και για μετρήσεις κινηματικού εντοπισμού, αφού είναι αρκετά ελαφρύς, πράγμα που καθιστά την μετακίνηση του εύκολη για τον χρήστη.

Άλλο ένα από τα αξιοσημείωτα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου δέκτη είναι το «GPS tracking», το οποίο παρέχει στον χρήστη την δυνατότητα να εντοπίσει την θέση που βρίσκεται με υπόβαθρο τον χάρτη.

Επίσης, το ενσωματωμένο Bluetooth έκδοσης 1.1 comp βοηθά στην γρήγορη επικοινωνία του δέκτη με το χειριστήριο (controller). Στην συνέχεια το μεγάλης εμβέλειας UHF radio που φτάνει μέχρι τα 4mi(μίλια) δίνει την δυνατότητα σε χρήστες, όταν λαμβάνουν μετρήσεις κινηματικού εντοπισμού (RTK) να απομακρύνονται αρκετά από την βάση (σε base-rover λειτουργία).

(Topcon Hiper Pro Operator's Manual)



Εικόνα 4.2: Δέκτης GPS TOPCON hiper Pro

4.3.2 ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟ Scintrex CG-5

Τα βαρυτήμετρα CG-5 είναι ευαίσθητα όργανα σταθερής βάσης με την οποία επιχειρείται η βαρυτημετρία ενός τόπου. Τα βαρυτήμετρα αυτά έχουν εύρος μέτρησης πάνω από 8000 mgals χωρίς επανεκκίνηση και η ανάλυση τους κυμαίνεται στα 0,001 mgal. Αυτό επιτρέπει στα αυτογραφικά βαρυτήμετρα να χρησιμοποιηθούν τόσο για λεπτομερείς έρευνες πεδίου και μεγάλης κλίμακας περιφερειακές ή γεωδαιτικές έρευνες. Τα όργανα αυτά παρέχουν μεγάλη ακρίβεια στις μετρήσεις που λαμβάνονται από το πάτημα ενός πλήκτρου και τις περισσότερες φορές χρειάζεται λιγότερο από ένα λεπτό για να ολοκληρωθεί μια ανάγνωση. Επιπλέον, μια σειρά από αναγνώσεις των μετρήσεων βαρύτητας μπορεί να πραγματοποιηθεί με τη ρύθμιση του οργάνου στη λειτουργία αυτόματης επανάληψης. Οι μεμονωμένες μετρήσεις εμφανίζονται άμεσα σε mgals. Τα δεδομένα αποθηκεύονται σε μνήμη Flash και μπορεί να σταλούν σε ένα εκτυπωτή, modem, συσκευή εγγραφής ή PC.

Το CG-5 μπορεί να μεταφερθεί σε πολύ ανώμαλους δρόμους και η εναπομένουσα ολίσθηση (drift) παραμένει σε χαμηλά επίπεδα. Επίσης μπορεί να αντέξει ένα σοκ πάνω από 20G και το απόβαρο θα είναι όχι περισσότερο από 5 microgal

Επιπλέον, επιτρέπει τη μακροπρόθεσμη μετατόπιση του αισθητήρα και μια διόρθωση λογισμικού σε πραγματικό χρόνο μειώνει την ολίσθηση σε λιγότερο από 0,02 mgal ανά ημέρα.

Όργανα όπως το CG-5 είναι σήμερα τα υψηλότερα ακρίβειας στην κατηγορία μετρητών βαρύτητας που μετρούν τις αυξήσεις βαρύτητας μεταξύ των σταθμών παρατήρησης.

Επιπλέον τεχνικά χαρακτηριστικά:

- Τυπική απόκλιση (standard deviation) : < 0,005 mGal
- Υπάρχει αντιστάθμιση της εκάστοτε θερμοκρασίας (ύπαρξη θερμοστάτη)
- Λήψη δεδομένων καθώς και του μέσου όρου με ανάλυση μίας μέτρησης ανά δευτερόλεπτο.
- Φιλτράρισμα του θορύβου των μετρήσεων
- Συνεχόμενη διόρθωση των κλίσεων
- Διορθώσεις στη βαρυτική διακύμανση της παλίρροιας
- Μνήμη για αποθήκευση των μετρήσεων που φτάνει έως 12 Mbytes.



Εικόνα 4.3:Βαρυτόμετρο Scintrex CG-5

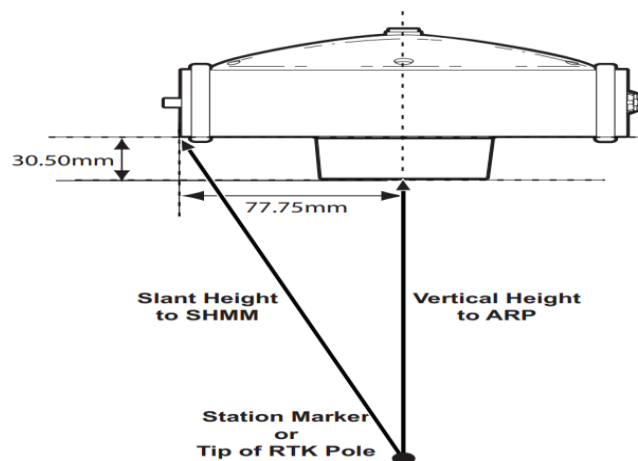
5 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

5.1 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ GPS

Η αποθήκευση των δεδομένων του GPS από το δέκτη στον υπολογιστή γινόταν στο τέλος κάθε μέρας μετρήσεων. Τα δεδομένα αποθηκεύονταν έχοντας σαν ονομασία την ημερομηνία την οποία έγινε η κάθε μέτρηση σε αντίστοιχα φάκελο.

Αφού η διαδικασία των μετρήσεων έλαβε τέλος και συγκεντρώθηκαν όλα τα απαραίτητα δεδομένα από αυτές, το επόμενο βήμα ήταν να μεταφερθούν όλες οι μετρήσεις στο πρόγραμμα “TopconTools” έτσι ώστε να είναι δυνατή η επίλυση όλων των βάσεων που μετρήθηκαν.

Η πρώτη κίνηση που έγινε ήταν η μετονομασία των σημείων με τα πραγματικά τους ονόματα , αφού πριν είχαν σαν ονομασία την ημερομηνία των μετρήσεων. Η ενημέρωση πραγματοποιήθηκε με αντιστοίχιση των δεδομένων με το καρνέ των μετρήσεων και ημερολόγιο που χρησιμοποιήθηκαν κάθε φορά στις μετρήσεις. Τα σημεία αυτά εμπεριέχονται στην καρτέλα “GPSOccupations”. Στην συνέχεια καταγράφηκε το ύψος κεραίας για κάθε σημείο στην καρτέλα “AntennaHeight” και επιλέχθηκε η επιλογή **slant** στην καρτέλα “AntennaHeightMethod” για σημεία που μετρήθηκαν κεκλιμένα, ενώ για τα σημεία που μετρήθηκαν κατακόρυφα επιλέχθηκε η επιλογή **vertical**.



Πίνακας 5.1: Μέτρηση “slant” και “vertical” (πηγή: Topcon Hipper Pro Operator’s Manual)

Σαν βάση για την συγκεκριμένη εργασία επιλέχθηκε το σημείο που βρίσκεται στο ΤΕΙ, καθώς μπορεί κάποιος να συλλέξει δεδομένα από αυτόν τον σταθμό ανά πάσα στιγμή και όλο στο εικοσιτετράωρο, αρκεί βέβαια να έχει πρόσβαση στο διαδίκτυο. Ο ρυθμός καταγραφής το δεδομένων είναι της τάξης των τριάντα δευτερολέπτων (30 sec) και η γωνία αποκοπής των δορυφόρων είναι 10°.

Για την καλύτερη διάθεση των προϊόντων, γίνεται ποιοτικός έλεγχος των δεδομένων του σταθμού, ο οποίος περιλαμβάνει τον έλεγχο των παρατηρούμενων δορυφόρων, τον αριθμό καταγραφής δεδομένων και τον υπολογισμό ενός ποσοστού σε σχέση με τα δεδομένα που καταγράφονται από την γωνία αποκοπής των δορυφόρων, καθώς και υπολογισμός της μέσης τιμής του φαινομένου της πολυανάκλασης αλλά και επιμέρους αντίστοιχες τιμές για τις συχνότητες L1 και L2.

Στην συνέχεια, αφού έγινε λήψη των απαιτούμενων μετρήσεων, το επόμενο βήμα ήταν η εισαγωγή αυτών των μετρήσεων στο πρόγραμμα "TopconTools". Έχοντας ορίσει ως σταθερό σημείο(βάση), το σημείο του ΤΕΙ , γίνεται η παραγωγή των τιμών φ , λ , h , X , Ψ και Z ως αποτελέσματα. Οι συντεταγμένες και το σύστημα στο σταθμό αναφοράς που χρησιμοποιήθηκαν αναγράφονται στον παρακάτω πίνακα :

Όνομασία	Ε(ΕΓΣΑ 87)(m)	Ν(ΕΓΣΑ 87)(m)	Η(ΕΓΣΑ 87)(m)
17066	475275.509	4221611.355	1126.444
18030	482218.558	4187461.767	127.096
18015	489395.752	4183314.015	117.068
18046	494400.312	4191922.571	122.79
18083	491877.291	4200982.163	163.68
186016	498025.048	4171571.666	355.652
186026	500798.253	4175890.352	317.228
18006	497335.384	4180226.080	200.872

Πίνακας 5.1: Τριγωνομετρικά σημεία

5.2 ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΟΥ

Η αποθήκευση και των βαρυτημετρικών δεδομένων πεδίου, όπως επίσης και των δεδομένων GPSγινόταν κατά το τέλος της κάθε ημέρα των μετρήσεων σε ένα αρχείο txt το οποίο περιείχε σε αναλυτική μορφή τις μετρήσεις καθώς και τις παραμέτρους του οργάνου που εισήχθησαν από εμάς στην αρχή των μετρήσεων.

```
CG-5 SOFTWARE VER.: 4.2
CG-5 SURVEY|
Survey name: PTYXIAKI
Instrument S/N: 41242
Client: Default
Operator: Default
Date: 2015/ 6/10
Time: 05:06:08
LONG: 23.6753826 E
LAT: 38.0013885 N
ZONE: 0
GMT DIFF.: 0.0

CG-5 SETUP PARAMETERS
Gref: 0.000
Gcall: 7753.542
TiltxS: 714.014
TiltyS: 666.615
Tiltx0: 5.606
Tilty0: 22.302
Tempco: -0.128
Drift: 1.475
DriftTime Start: 05:10:49
DriftDate Start: 2015/06/10

CG-5 OPTIONS
Tide Correction: NO
Cont. Tilt: YES
Auto Rejection: YES
Terrain Corr.: NO
Seismic Filter: YES
Raw Data: NO
```

Εικόνα 5.2: Παράμετροι βαρυτημέτρου για μετρήσεις πεδίου.

Βαρυτιμετρικό σημείο αγίας τριάδας(εκκλησία δίπλα στην αστυνομία του ελληνικού)														
37.8889046	23.7405968	41.0642	3620.182	0.022	-12.1	-7.9	-1.33	0.101	60	0	08:08:00	42139.33835	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7447395	41.5525	3620.182	0.024	-13.8	-8.8	-1.34	0.101	60	0	08:09:09	42139.33914	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7448750	41.7966	3620.182	0.020	-15.0	-9.7	-1.35	0.102	60	0	08:10:14	42139.33990	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7449436	42.0408	3620.182	0.028	-15.8	-10.4	-1.36	0.103	60	0	08:11:19	42139.34065	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7450104	42.2849	3620.183	0.024	-15.6	-11.4	-1.37	0.104	60	1	08:12:24	42139.34140	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7450790	42.5291	3620.185	0.023	-16.2	-11.9	-1.39	0.105	60	0	08:13:29	42139.34215	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7451477	42.5291	3620.186	0.024	-17.0	-12.2	-1.41	0.106	60	0	08:14:34	42139.34290	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7451477	42.7732	3620.186	0.031	-18.2	-12.7	-1.42	0.107	60	0	08:15:39	42139.34365	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7452145	43.0173	3620.185	0.025	-19.5	-13.0	-1.44	0.108	60	0	08:16:44	42139.34440	0.0000	2015/06/16
37.8889046	23.7452145	42.5291	3620.187	0.024	-20.7	-12.6	-1.46	0.109	60	0	08:17:50	42139.34516	0.0000	2015/06/16
18030														
37.8369522	23.7996502	43.7498	3606.588	0.018	-1.7	-2.0	-1.30	0.152	60	1	09:32:14	42139.39675	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7954865	43.9939	3606.590	0.017	-1.9	-2.8	-1.31	0.152	60	1	09:33:23	42139.39755	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7955532	43.9939	3606.591	0.019	-2.2	-3.3	-1.32	0.152	60	2	09:34:28	42139.39830	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7955532	43.9939	3606.590	0.021	-1.8	-3.2	-1.34	0.153	60	0	09:35:33	42139.39905	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7955532	44.2380	3606.591	0.017	-2.0	-3.1	-1.35	0.153	60	1	09:36:38	42139.39980	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7956219	44.4822	3606.593	0.015	-1.7	-3.6	-1.37	0.154	60	0	09:37:43	42139.40055	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7956886	44.7263	3606.593	0.018	-1.8	-4.1	-1.39	0.154	60	1	09:38:48	42139.40130	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7957573	44.7263	3606.593	0.015	-2.6	-3.8	-1.41	0.154	60	0	09:39:53	42139.40205	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7957573	44.9705	3606.595	0.014	-2.4	-4.3	-1.42	0.154	60	0	09:40:58	42139.40280	0.0000	2015/06/16
37.8369522	23.7957573	43.7498	3606.595	0.018	-2.4	-4.7	-1.44	0.155	60	32	09:42:04	42139.40357	0.0000	2015/06/16
Βαρυτιμετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του ελληνικού(είσοδος απο παραλιακή άγιοι κοσμάς περιγραφή σε φωτό)														
37.8987045	23.7212124	44.9705	3621.986	0.067	5.7	-8.0	-1.18	0.103	60	0	12:31:57	42139.52135	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7291584	44.4822	3621.987	0.058	5.7	-8.6	-1.20	0.103	60	0	12:33:06	42139.52215	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7290230	44.2380	3621.987	0.088	7.2	-7.9	-1.23	0.102	60	0	12:34:11	42139.52290	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7289543	43.7498	3621.987	0.058	3.8	-9.4	-1.25	0.101	60	0	12:35:16	42139.52365	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7288189	43.2615	3621.988	0.072	3.2	-8.8	-1.28	0.100	60	0	12:36:21	42139.52440	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7286835	43.0173	3621.988	0.067	2.4	-9.6	-1.30	0.099	60	0	12:37:26	42139.52515	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7286167	42.7732	3621.988	0.060	1.3	-9.6	-1.33	0.098	60	0	12:38:31	42139.52590	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7285480	42.5291	3621.989	0.070	1.6	-9.4	-1.35	0.097	60	0	12:39:36	42139.52666	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7284794	42.2849	3621.989	0.063	0.7	-9.3	-1.37	0.096	60	0	12:40:41	42139.52741	0.0000	2015/06/16
37.8987045	23.7284794	40.8201	3621.990	0.061	0.8	-9.4	-1.39	0.095	60	0	12:41:47	42139.52817	0.0000	2015/06/16

Εικόνα 5.3: Απεικόνιση μετρήσεων βαρυτημέτρου κατά την αποθήκευσή τους.

1)CG-5 SOFTWARE VER.: 4.2	1) Έκδοση λογισμικού του οργάνου.
CG-5 SURVEY	
2)Survey name: ΠΤΥΧΙΑΚΙ	2)Όνομα του αρχείου στο οποίο θα καταγραφούν οι μετρήσεις.
3)Instrument S/N: 41242	3)Ξεπρωκτικός αριθμός του οργάνου.
4)Client: Default	4)Ο προκαθορισμένος αγοραστής του οργάνου.
5)Operator: Default	5)Ο προκαθορισμένος χειριστής του οργάνου.
6)Date: 2015/ 6/10	6)Ημερομηνία δημιουργίας του αρχείου στο οποίο θα καταγραφούν οι μετρήσεις.
7)Time: 05:06:08	7)Ώρα της δημιουργίας του αρχείου στο οποίο θα καταγραφούν οι μετρήσεις.
8)LONG: 23.6753826 E	8)Γεωγραφικό μήκος απ τον αρχικό κατά προσέγγιση εντοπισμό που κάνει το GPS του βαρυτημέτρου.
9)LAT: 38.0013885 N	9)Γεωγραφικό πλάτος απ τον αρχικό κατά προσέγγιση εντοπισμό που κάνει το GPS του βαρυτημέτρου.
10)ZONE: 0	10)Ζώνη στην οποία δημιουργούνται οι μετρήσεις.
11)GMT DIFF.: 0.0	11)Διαφορά στην ώρα
12)CG-5 SETUP PARAMETERS	12)Παράμετροι της εγκατάστασης.
13)Gref: 0.000	13)Άρχική αναφορά στο G.
14)Gcall: 7753.542	14)Άρχική κατά προσέγγιση μέτρηση του G.
15)TiltxS: 714.014	15)Κλίση κατά xS.
16)TiltYs: 666.615	16)Κλίση κατά yS.
17)Tiltx0: 5.606	17)Κλίση κατά x0.
18)TiltY0: 22.302	18)Κλίση κατά y0.
19)Tempco: -0.128	19)Θερμοκρασία.
20)Drift: 1.475	20)Ολίσθηση.
21)DriftTime Start: 05:10:49	21)Ώρα έναρξης της ολίσθησης.
22)DriftDate Start: 2015/06/10	22)Μέρα έναρξης της ολίσθησης.
23)CG-5 OPTIONS	23)Επιλογές στις ρυθμίσεις του βαρυτημέτρου.
24)Tide Correction: NO	24)Διόρθωση παλίρροιας.
25)Cont. Tilt: YES	25)Συνεχόμενη διόρθωση σε τυχόν λανθασμένη καταγραφή μέτρησης.
26)Auto Rejection: YES	26)Αυτόματη απόρριψη λάθος μετρήσεων.
27)Terrain Corr.: NO	27)Διόρθωση εδάφους.
28)Seismic Filter: YES	28)Διόρθωση των μετρήσεων σε τυχόν άτακτης κίνησης του οργάνου.
29)Raw Data: NO	29)Αποθήκευση ή όχι ακατέργαστων δεδομένων.

Εικόνα 5.4: Εξήγηση των παραμέτρων του βαρυτημέτρου που συμπεριλαμβάνονται σε κάθε εξαγόμενο αρχείο από αυτό.

5.3 ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ

Η διαφορά βαρύτητας ανάμεσα σε δύο σημεία ισούται με:

$$\Delta g(i, j) = g(i) - g(j) + v \quad (5.1)$$

όπου $\Delta g(i,j)$ είναι η διαφορά βαρύτητας από το σημείο i στο σημείο j , $g(j)$ η τιμή βαρύτητας στο σημείο j , $g(i)$ η τιμή βαρύτητας στο σημείο i και v το σφάλμα της παρατήρησης $\Delta g(i,j)$.

Τα σημεία που θα χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία των απαραίτητων εξισώσεων παρατήρησης, είναι σημεία των οποίων οι τιμές της βαρύτητας για το καθένα είναι γνώστες, εκτός από ένα σημείο(σημείο TEI), του οποίου η τιμή βαρύτητας είναι άγνωστη. Έτσι ο αριθμός των σημείων είναι 5, με 4 γνωστά και 1 άγνωστο. Τα σημεία είναι τα εξής:

1. Σημείο στο Ελληνικό ($g(ell) = 980044.377 \text{ mGal}$)
2. Σημείο στην Αγία Τριάδα ($g(ag) = 980042.605 \text{ mGal}$)
3. Βάθρο κοντά στο 17066 ($g(66) = 979915.561 \text{ mGal}$)
4. Σημείο στη Μεταμόρφωση ($g(met) = 980003.098 \text{ mGal}$)
5. Σημείο στο TEI ($g(TEI) = \text{άγνωστο}$)

Το επόμενο βήμα που πρέπει να γίνει είναι η δημιουργία εξισώσεων παρατήρησης μέσω του τύπου (5.1) ανάμεσα σε 2 σημεία κάθε φορά. Οι εξισώσεις παρατήρησης που δημιουργήθηκαν παρουσιάζονται παρακάτω.

1. 15/06/2015 :

TEI-Βάθρο κοντά στο 17066

Εξίσωση παρατήρησης :

$$\begin{aligned} \Delta g(TEI, 66) &= g(66) - g(TEI) + v_1 \Rightarrow 3492,876 - 3618,908 = g(66) - g(TEI) + v_1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -126,032 = g(66) - g(TEI) + v_1 \end{aligned}$$

ΤΕΙ-Σημείο μεταμόρφωσης

Εξίσωση παρατήρησης :

$$\Delta g(TEI, met) = g(met) - g(TEI) + \nu 2 \Rightarrow 3592,958 - 3618,908 = g(met) - g(TEI) + \nu 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow -25,95 = g(met) - g(TEI) + \nu 2$$

Βάθρο κοντά στο 17066- Σημείο μεταμόρφωσης

Εξίσωση παρατήρησης :

$$\Delta g(66, met) = g(met) - g(66) + \nu 5 \Rightarrow 3592,958 - 3492,876 = g(met) - g(66) + \nu 5 \Rightarrow \\ \Rightarrow 100,082 = g(met) - g(66) + \nu 5$$

2. 16/06/2015 :

ΤΕΙ-Αγία Τριάδα

Εξίσωση παρατήρησης :

$$\Delta g(TEI, ag) = g(ag) - g(TEI) + \nu 3 \Rightarrow 3620,182 - 3618,966 = g(ag) - g(TEI) + \nu 3 \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,216 = g(ag) - g(TEI) + \nu 3$$

ΤΕΙ-Ελληνικό

$$\Delta g(TEI, ell) = g(ell) - g(TEI) + \nu 6 \Rightarrow 3621,984 - 3618,966 = 3,018 = g(ell) - g(TEI) + \nu 6$$

Ελληνικό – Αγία Τριάδα

$$\Delta g(ag, ell) = g(ell) - g(ag) + \nu 7 \Rightarrow 3621,984 - 3620,182 = 1,802 = g(ell) - g(ag) + \nu 7$$

3. 8/07/2015 :

ΤΕΙ-ΕΛΛΗΝΙΚΟ

Εξίσωση παρατήρησης :

$$\Delta g(TEI, ell) = g(ell) - g(TEI) + \nu 4 \Rightarrow 3664,340 - 3661,440 = g(ell) - g(TEI) + \nu 4 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2,9 = g(ell) - g(TEI) + \nu 4$$

Άρα οι εξισώσεις παρατήρησης έχουν ως τελική μορφή, την παρακάτω:

$$-126,032 = g(66) - g(TEI) + v1$$

$$-25,95 = g(met) - g(TEI) + v2$$

$$1,216 = g(ag) - g(TEI) + v3$$

$$2,9 = g(ell) - g(TEI) + v4$$

$$100,082 = g(met) - g(66) + v5$$

$$3.018 = g(ell) - g(TEI) + v6$$

$$1.802 = g(ell) - g(ag) + v7$$

Αφού δημιουργήθηκαν οι απαραίτητες εξισώσεις, η διαδικασία της συνόρθωσης συνεχίστηκε με την λύση ελαχίστων δεσμεύσεων, όπου ως σταθερό σημείο λαμβάνεται το σημείο στο Ελληνικό($g(ell)$), ενώ οι τιμές των υπολοίπων σημείων θεωρούνται άγνωστες.

ΛΥΣΗ ΕΛΑΧΙΣΤΩΝ ΔΕΣΜΕΥΣΕΩΝ

Σταθερό Σημείο: $g(ell) = 980044,377 \text{ mGal}$

Εξισώσεις Παρατήρησης

$$-126,032 = g(66) - g(TEI) + v1$$

$$-25,95 = g(met) - g(TEI) + v2$$

$$1,216 = g(ag) - g(TEI) + v3$$

$$2,9 = 980044,377 - g(TEI) + v4$$

$$100,082 = g(met) - g(66) + v5$$

$$3.018 = 980044,377 - g(TEI) + v6$$

$$1.802 = 980044,377 - g(ag) + v7$$

Τελική Μορφή

$$-126,032 = g(66) - g(TEI) + v1$$

$$-25,95 = g(met) - g(TEI) + v2$$

$$1,216 = g(ag) - g(TEI) + v3$$

$$-980041,477 = -g(TEI) + v4$$

$$100,082 = g(met) - g(66) + v5$$

$$-980041,359 = -g(TEI) + v6$$

$$-980042,575 = -g(ag) + v7$$

Ακολούθησε η δημιουργία των πινάκων x, b, A και v , όπου, λόγω της γραμμικότητας των εξισώσεων ισχύει:

1. x είναι το διάνυσμα των αγνώστων
2. b είναι το διάνυσμα των παρατηρήσεων και των σταθερών όρων
3. A είναι ο πίνακας σχεδιασμού (πίνακας των συντελεστών)
4. v είναι το διάνυσμα των σφαλμάτων των παρατηρήσεων .

ΠΙΝΑΚΑΣ $x(4 \times 1)$ ΠΙΝΑΚΑΣ $b(7 \times 1)$

$$x = \begin{bmatrix} g(66) \\ g(TEI) \\ g(met) \\ g(ag) \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -126,032 \\ -25,95 \\ 1,216 \\ -980041,477 \\ 100,082 \\ -980041,359 \\ -980042,575 \end{bmatrix}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ $A(7 \times 4)$ ΠΙΝΑΚΑΣ $v(7 \times 1)$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \\ v6 \\ v7 \end{bmatrix}$$

Στη συνέχεια παρουσιάζεται ο κώδικας στο λογισμικό matlab που χρησιμοποιήθηκε για την εκτίμηση των αγνώστων παραμέτρων και των σφαλμάτων των παρατηρήσεων.

ΚΩΔΙΚΑΣ MATLAB

clc

format long g

$A=[1 \ -1 \ 0 \ 0; 0 \ -1 \ 1 \ 0; 0 \ -1 \ 0 \ 1; 0 \ -1 \ 0 \ 0; -1 \ 0 \ 1 \ 0; 0 \ -1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ -1];$

$b=[-126.032; -25.95; 1.216; -980041.477; 100.082; -980041.359; -980042.575];$

$P=[1];$

$N=A'*P*A;$

$u=A'*P*b;$

$x=inv(N)*u;$

$v=b-A*x;$

$s2=(v'*P*v)/3;$

$Cv=s2*((inv(P))-A*(inv(N))*A');$

for i=1:7;

$r(i)=v(i)/sqrt(Cv(i,i));$

$r2(i)=r(i)^2;$

end;

for i=1:7

$m(i)=abs((3-1)/(3-r2(i)));$

$t(i)=r(i)*sqrt(m(i));$

end

$\phi=v'*P*v$

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι τα παρακάτω:

$$s^2 = 0.0027847999968936$$

$$\varphi = 0.00835439999068081 \text{ mGal}$$

$\sigma^2(v)$	$\sigma(v)$	$v(i)$	$r(i)$	$r^2(i)$	$t(i)$	$t(i)$
0.000928267	0.030467469	1.22938E-10	0.000000040351	1.62817E-17	3	4.65929E-09
0.000928267	0.030467469	6.98499E-11	0.000000022926	5.25604E-18	3	2.64727E-09
0.00111392	0.03337544	0.02359999982547	0.7071067763518	0.499999993	2.500000007	0.894427184
0.00167088	0.040876399	0.070799999986775	1.7320508082115	3.000000002	-2.22598E-09	73422.69352
0.000928267	0.030467469	5.30918E-11	0.000000017426	3.03656E-18	3	2.01215E-09
0.00167088	0.040876399	0.047199999913573	1.1547005369090	1.333333333	1.66666667	1.788854378
0.00111392	0.03337544	0.023600000189617	0.7071067872624	0.500000009	2.499999991	0.8944272

Εικόνα 5.5: Αποτελέσματα λύσεων Ελαχίστων Δεσμεύσεων.

Η μέθοδος των ελαχίστων τετραγώνων τελειώνει με τον έλεγχο του “εξωτερικά ομαλοποιημένου σφάλματος” κάθε παρατήρησης ($t(i)$). Σε αυτό τον έλεγχο θέτεται ένα όριο το οποίο υπολογίζεται από την παρακάτω ανίσωση:

$$|t_i| \leq t_{f-1}^{\alpha/2} \quad (5.2)$$

Για $\alpha=0.001$ και $f=3$, η (5.2) γίνεται:

$$|t_i| \leq t_{3-1}^{0.001/2} \Rightarrow |t_i| \leq 31.598$$

Όπως φαίνεται από τα περιεχόμενα του πίνακα της εικόνας 5.8 το “εξωτερικά ομαλοποιημένο σφάλμα” $t(4)$ ξεπερνά το όριο ελέγχου. Η συγκεκριμένη παρατήρηση παρουσιάζεται προβληματική, σύμφωνα με το στατιστικό έλεγχο της σάρωσης δεδομένων. Η συγκεκριμένη παρατήρηση απομακρύνθηκε και η συνόρθωση επαναλήφθηκε με τη μέθοδο των ελαχίστων δεσμεύσεων. Στη δεύτερη σάρωση δεδομένων που πραγματοποιήθηκε όλες οι εναπομείνουσες παρατηρήσεις πέρασαν τον έλεγχο. Επομένως, με τη βοήθεια των ελαχίστων δεσμεύσεων, δηλαδή με επίλυση που δε δεσμεύεται από την επιλογή του συστήματος αναφοράς, ελέγχθηκε το σύνολο των παρατηρήσεων και απομακρύνθηκε η 4^η παρατήρηση που αποδείχθηκε προβληματική. Η επίλυση της συνόρθωσης θα συνεχιστεί με την μέθοδο των πλεοναζουσών δεσμεύσεων με σκοπό τον έλεγχο των σταθερών σημείων αναφοράς.

Στην μέθοδο πλεοναζουσών δεσμεύσεων, προσθέτονται ένα τα σημεία ως γνωστά με τη σειρά: Αγ. Τριάδα, Β17066, Μεταμόρφωση. Κάθε φορά που θα προστίθεται και ένα γνωστό σημείο θα λύνεται πάλι η συνόρθωση καταλήγοντας σε ένα αποτέλεσμα κριτήριο βελτιστοποίησης λύσης πλεοναζουσών δεσμεύσεων (φ_H), το οποίο θα συγκρίνεται με το τελικό αποτέλεσμα φ (κριτήριο βελτιστοποίησης) της λύσης ελαχίστων δεσμεύσεων μέσω του παρακάτω ελέγχου:

$$\frac{f}{k} \cdot \frac{\varphi_H - \varphi}{\varphi} \leq F_{k,f}^{\alpha} \quad (5.3)$$

Όπου:

$$k = f_H - f \quad (5.4)$$

1^η ΛΥΣΗ ΠΛΕΟΝΑΖΟΥΣΩΝ ΔΕΣΜΕΥΣΕΩΝ

Σταθερά Σημεία: $g(\text{ell}) = 980044,377 \text{ mGal}$, $g(\text{ag}) = 980042.605 \text{ mGal}$

Εξισώσεις Παρατήρησης

$$\begin{aligned} -126,032 &= g(66) - g(\text{TEI}) + v1 \\ -25,95 &= g(\text{met}) - g(\text{TEI}) + v2 \\ 1,216 &= 980042,605 - g(\text{TEI}) + v3 \\ 2,9 &= 980044,377 - g(\text{TEI}) + v4 \\ 100,082 &= g(\text{met}) - g(66) + v5 \\ 3.018 &= 980044,377 - g(\text{TEI}) + v6 \end{aligned}$$

Τελική Μορφή

$$\begin{aligned} -126,032 &= g(66) - g(\text{TEI}) + v1 \\ -25,95 &= g(\text{met}) - g(\text{TEI}) + v2 \\ -980041,389 &= -g(\text{TEI}) + v3 \\ -980041,477 &= -g(\text{TEI}) + v4 \\ 100,082 &= g(\text{met}) - g(66) + v5 \\ -980041,359 &= -g(\text{TEI}) + v6 \end{aligned}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ x(3X1)ΠΙΝΑΚΑΣ b(6X1)

$$x = \begin{bmatrix} g(66) \\ g(TEI) \\ g(met) \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -126,032 \\ -25,95 \\ -980041,389 \\ -980041,477 \\ 100,082 \\ -980041,359 \end{bmatrix}$$

ΠΙΝΑΚΑΣA(6X3)ΠΙΝΑΚΑΣ v(6X1)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \\ v6 \end{bmatrix}$$

ΚΩΔΙΚΑΣ MATLAB

```
clc

A=[1 -1 0;0 -1 1;0 -1 0;0 -1 0;-1 0 1;0 -1 0];
b=[-126.032;-25.95;-980041.389;-980041.477;100.082;-980041.359];

P=[1];

N=A'*P*A;

u=A'*P*b;

x=inv(N)*u;

vH=b-A*x;

s2=(vH'*P*vH)/4;

Cv=s2*((inv(P))-A*(inv(N))*A');

for i=1:6;

r(i)= vH(i)/sqrt(Cv(i,i));

r2(i)=r(i)^2;

end;

for i=1:6

m(i)=abs((4-1)/(4-r2(i)));

t(i)=r(i)*sqrt(m(i));

end

gh=vH'*P*vH;

g=0.00835439999068081;

K=4-3;

j=(3/K)*((gh-g)/g)
```

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:

$j = -0.298668965529426 \text{ mGal}$

Όπου:

$$j = \frac{f}{k} \cdot \frac{\varphi_H - \varphi}{\varphi} \quad (5.5)$$

Για $\alpha=0.001$, $k=1$ και $f=3$ ισχύει:

$$-0.298668965529426 \leq F_{1,3}^{0,001} \Leftrightarrow -0.298668965529426 \leq 167$$

Όπως φαίνεται παραπάνω, τα αποτελέσματα βρίσκονται **εντός του ορίου ελέγχου που έχει τεθεί**. Έτσι η διαδικασία συνεχίζεται με την επίλυση της συνόρθωσης ξανά, έχοντας πρώτα προσθέσει, ως σταθερό σημείο, το σημείο g(66).

2^η ΛΥΣΗ ΠΛΕΟΝΑΖΟΥΣΩΝ ΔΕΣΜΕΥΣΕΩΝ

Σταθερά Σημεία: $g(\text{ell}) = 980044,377 \text{ mGal}$, $g(\text{ag}) = 980042.605 \text{ mGal}$,
 $g(66) = 979915,561 \text{ mGal}$.

Εξισώσεις Παρατήρησης

$$-126,032 = 979915,561 - g(TEI) + v1$$

$$-25,95 = g(\text{met}) - g(TEI) + v2$$

$$1,216 = 980042,605 - g(TEI) + v3$$

$$2,9 = 980044,377 - g(TEI) + v4$$

$$100,082 = g(\text{met}) - 979915,561 + v5$$

$$3.018 = 980044,377 - g(TEI) + v6$$

Τελική Μορφή

$$-980041,593 = -g(TEI) + v1$$

$$-25,95 = g(\text{met}) - g(TEI) + v2$$

$$-980041,389 = -g(TEI) + v3$$

$$-980041,477 = -g(TEI) + v4$$

$$980015,643 = g(\text{met}) + v5$$

$$-980041,359 = -g(TEI) + v6$$

ΠΙΝΑΚΑΣ x(2X1)ΠΙΝΑΚΑΣ b(6X1)

$$x = \begin{bmatrix} g(\text{TEI}) \\ g(\text{met}) \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} -980041,593 \\ -25,95 \\ -980041,389 \\ -980041,477 \\ 980015,643 \\ -980041,359 \end{bmatrix}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ A(6X2)ΠΙΝΑΚΑΣ v(6X1)

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ -1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} v = \begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \\ v6 \end{bmatrix}$$

ΚΩΔΙΚΑΣ MATLAB

```
clc
A=[-1 0;-1 1;-1 0;-1 0;0 1;-1 0];
b=[-980041.593;-25.95;-980041.389;-980041.477;980015.643;-980041.359];
P=[1];
N=A'*P*A;
u=A'*P*b;
x=inv(N)*u;
vH=b-A*x;
s2=(vH'*P*vH)/5;
Cv=s2*((inv(P))-A*(inv(N))*A');
for i=1:6;
r(i)= vH(i)/sqrt(Cv(i,i));
r2(i)=r(i)^2;
end;
for i=1:6
m(i)=abs((5-1)/(5-r2(i)));
t(i)=r(i)*sqrt(m(i));
end
gh=vH'*P*vH;
g=0.00835439999068081;
K=5-3;
j=(3/K)*((gh-g)/g)
```

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:

$j = 5.97350698197406 \text{ mGal}$

Για $\alpha=0.001$, $k=2$ και $f=3$ ισχύει:

$$5.97350698197406 \leq F_{2,3}^{0.001} \Leftrightarrow 5.97350698197406 \leq 148.5$$

Όπως φαίνεται παραπάνω, τα αποτελέσματα βρίσκονται **εντός του ορίου ελέγχου που έχει τεθεί**. Έτσι η διαδικασία συνεχίζεται με την επίλυση της συνόρθωσης ξανά, έχοντας πρώτα προσθέσει, ως σταθερό σημείο, το σημείο g(met).

3^η ΛΥΣΗ ΠΛΕΟΝΑΖΟΥΣΩΝ ΔΕΣΜΕΥΣΕΩΝ

Σταθερά Σημεία: $g(\text{ell}) = 980044,377 \text{ mGal}$, $g(\text{ag}) = 980042.605 \text{ mGal}$, $g(66) = 979915,561 \text{ mGal}$, $g(\text{met}) = 980003,098 \text{ mGal}$

Εξισώσεις Παρατήρησης

$$-126,032 = 979915,561 - g(TEI) + v1$$

$$-25,95 = 980003,098 - g(TEI) + v2$$

$$1,216 = 980042,605 - g(TEI) + v3$$

$$2,9 = 980044,377 - g(TEI) + v4$$

$$3.018 = 980044,377 - g(TEI) + v5$$

Τελική Μορφή

$$-980041,593 = -g(TEI) + v1$$

$$-980029,93 = -g(TEI) + v2$$

$$-980041,389 = -g(TEI) + v3$$

$$-980041,477 = -g(TEI) + v4$$

$$-980041,359 = -g(TEI) + v5$$

ΠΙΝΑΚΑΣ x(1X1) ΠΙΝΑΚΑΣ b(5X1)

$$x = [g(TEI)] \quad b = \begin{bmatrix} -980041,593 \\ -980029,93 \\ -980041,389 \\ -980041,477 \\ -980041,359 \end{bmatrix}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ A(5X1) ΠΙΝΑΚΑΣ v(5X1)

$$A = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad v = \begin{bmatrix} v1 \\ v2 \\ v3 \\ v4 \\ v5 \end{bmatrix}$$

ΚΩΔΙΚΑΣ MATLAB

```
clc
A=[-1;-1;-1;-1;-1];
b=[-980041.593;-980029.930;-980041.389;-980041.477;-980041.359];
P=[1];
N=A'*P*A;
u=A'*P*b;
x=inv(N)*u;
vH=b-A*x;
s2=(vH'*P*vH)/6
Cv=s2*(inv(P)-A*(inv(N))*A');
for i=1:5;
r(i)= vH(i)/sqrt(Cv(i,i));
r2(i)=r(i)^2;
end;
for i=1:5
m(i)=abs((6-1)/(6-r2(i)));
t(i)=r(i)*sqrt(m(i));
end
gh=vH'*P*vH;
g=0.00835439999068081;
K=6-3;
j=(3/K)*((gh-g)/g)
```

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:

$j = 12720.9643921127 \text{mGal}$

Για $\alpha=0.001$, $k=2$ και $f=3$ ισχύει:

$$12720.9643921127 \leq F_{3,3}^{0.001} \Leftrightarrow 12720.9643921127 \leq 141.1$$

Όπως φαίνεται παραπάνω, τα αποτελέσματα βρίσκονται **εκτός του ορίου ελέγχου που έχει τεθεί**. Έτσι συμπεραίνεται ότι το σημείο στην Μεταμόρφωση g(met) είναι προβληματικό σημείο. Το σημείο αυτό αποφασίστηκε να κρατηθεί ως άγνωστο στη συνόρθωση πλεοναζουσών δεσμεύσεων και την τελική λύση έδωσε τις τιμές της έντασης της βαρύτητας σε όλα τα σημεία του δικτύου. Οι τελικές τιμές φαίνονται στον πίνακα :

Όνομασία	Τελική τιμή έντασης βαρύτητας(mGals)
ΤΕΙ	980041.47
Βαρυτημετρικό σημείο αγίας τριάδας	980042.605
18030	980029.094
Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του Ελληνικού	980044.377
18015	980028.096
18046	980031.752
18083	980019.304
186016	979978.314
186026	979990.124
18006	980015.662
17066	979915.561
Εκκλησία Μεταμόρφωσης	980003.098

Πίνακας 5.2: Τελικές τιμές έντασης βαρύτητας

5.4 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΝΩΜΑΛΙΩΝ ΒΑΡΥΤΗΤΑΣ

Από τα δεδομένα υπαίθρου, μετά από κατάλληλες διορθώσεις και αναγωγές, προέκυψαν ισάριθμες ανωμαλίες ελευθέρου αέρα. Επίσης προέκυψαν διορθώσεις Bouguer αλλά και ανάγλυφου και σε τελικό στάδιο πλήρης ανωμαλίες Bouguer. Οι ανωμαλίες ελευθέρου αέρα υπολογίστηκαν με τη βοήθεια του παρακάτω τύπου :

$$\Delta g_{FA} = g_{\Gamma\Upsilon\text{Σ}} + 0.3086 \cdot H - \gamma(\text{mgal}), \quad (5.7)$$

Όπου H το ορθομετρικό υψόμετρο του σταθμού σε μέτρα, $g_{\Gamma\Upsilon\text{Σ}}$ οι τιμές όπως δόθηκαν από την Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού και γ η κανονική τιμή βαρύτητας από τον αντίστοιχο διεθνή τύπο βαρύτητας. (Ανδρισάνος Β.Δ., Κατσάμπαλος Κ.Ε. , Κεχαΐδου Κ.Ε., Τζιαβός Η.Ν, 1999).

Για να ξεκινήσουμε να έχουμε απτά αποτελέσματα για την εργασία μας καταστρώθηκε ένα excel αποσπάσματα του οποίου παρατίθενται παρακάτω. Ως προς τις στήλες του excel έχουμε :

Μέση Τιμή Βαρυτημέτρου : Η τιμή για κάθε σημείο προκύπτει από τον μέσο όρο των 10 μετρήσεων που έχουν ληφθεί .

Μέση Τιμή Τυπικής Απόκλισης : Είναι η μέση τιμή των τιμών των τυπικών αποκλίσεων που βγαίνουν από κάθε δεκάδα μετρήσεων σε κάθε σημείο.

Μέση Τιμή Χρόνου : Η μέση τιμή των χρόνων κατά τους οποίους λήφθηκαν οι 10 μετρήσεις για κάθε σημείο.

Διορθωμένη Τιμή Βαρυτημέτρου : Είναι η διαφορά της μέσης τιμής βαρυτημέτρου με την διαφορά χρόνου των μετρήσεων.

Τιμή ΓΥΣ : Είναι η απόλυτη τιμή βαρύτητας σύμφωνα με την Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού.

Διαφορά Μετρήσεων : Είναι ο πολλαπλασιασμός της πρώτης τιμής σε κάθε μέτρηση με το πηλίκο από την πρώτη τιμή στη διαφορά χρόνων προς αυτή που επιζητούμε.

Διαφορά Χρόνων : Είναι η διαφορά της μέσης τιμής χρόνου της μέτρησης μας με την μέση τιμή χρόνου της πρώτης μέτρησης κάθε ημέρας ξεχωριστά.

Κανονική Βαρύτητα στο ΕΕΠ : Είναι η υπολογισμένη κανονική βαρύτητα στο ΕΕΠ.

Αναγωγή Ελεύθερου Αέρα : Είναι ο πολλαπλασιασμός της σταθεράς - 0.3086 με το ορθομετρικό υψόμετρο.

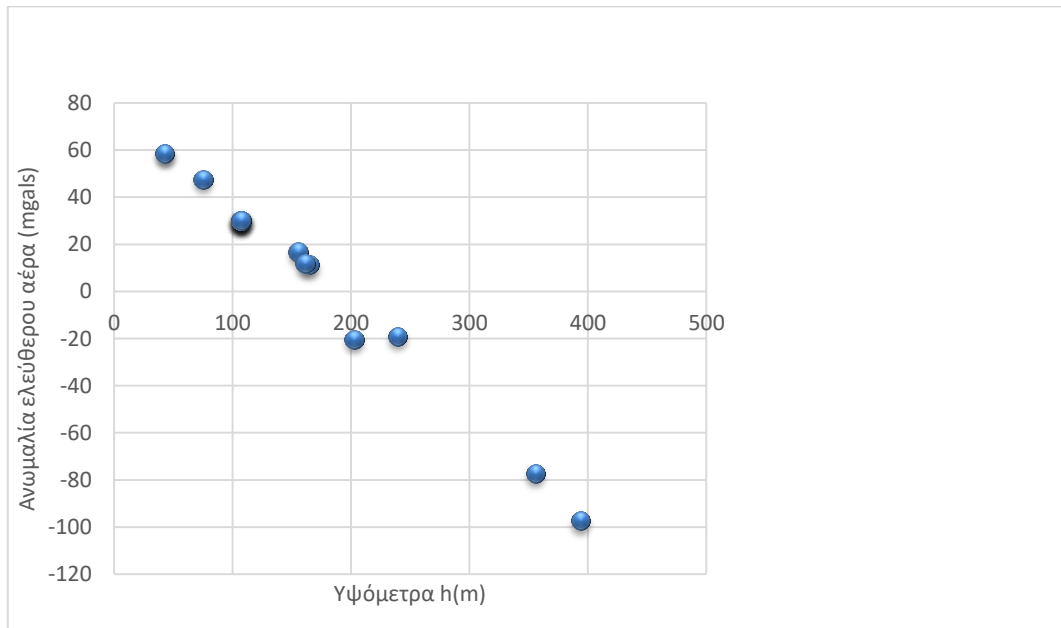
Ανωμαλία Ελεύθερου Αέρα : Υπολογίζεται ως η τιμή της ΓΥΣ μείον το άθροισμα την κανονικής βαρύτητας στο ΕΕΠ και της αναγωγής ελεύθερου αέρα.

Σημείο	Τιμή ΓΥΣ (mgals)	σφ (m)	αλ (m)	ση (m)	Estimated accuracy (mgals)	Ημερομηνία	διαφορά μετρήσεων	διαφορές χρόνων	Κανονική βαρύτητα στο ΕΕΠ (mgals)	Αναγωγή ελεύθερου αέρα	Ανωμαλία ελεύθερου αέρα (mgals)
ΤΕΙ	980041.47					6/16/2015	0.0052	0.32742	983033.141	-18.3419496	-3010.013
Βαρυτημετρικό σημείο Αγίας Τριάδας	980042.605	0.01082	0.00567	0.01221	(+)(-)0,010		0.001380282	0.08691	978085.226	-11.8777054	1945.500844
18030	980029.094	0.00558	0.00534	0.00773			0.002293482	0.14441	983194.662	-39.2218256	-3204.789462
Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του Ελληνικού	980044.377	0.01514	0.00615	0.01635	(+)(-)0,019		0.367555446	23.14327	982251.060	-1.942637	-2208.625509
ΤΕΙ	980041.47						0.0052	0.32742	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
ΤΕΙ	980041.47					6/17/2015	-0.101	0.30767	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
18015	980028.096	0.01329	0.0073	0.01516			-0.00236193	0.07195	979943.590	-36.1271848	48.37915011
18046	980031.752	0.00556	0.00494	0.00744			-0.004428085	0.13489	982686.816	-37.892994	-2692.956809
18083	980019.304	0.00716	0.00444	0.00842			-0.007563428	0.2304	979152.9165	-50.511648	815.8758904
ΤΕΙ	980041.47						-0.101	0.30767			
ΤΕΙ	980041.47					6/30/2015	-0.039	0.31512	983033.141	-18.3419496	-3010.012513
186016	979978.314	0.01414	0.00839	0.01644			-0.008299524	0.06758	983218.242	-109.7542072	-3349.682452
186026	979990.124	0.00818	0.00694	0.01072			-0.016622382	0.13535	979556.094	-97.8965608	336.1337682
18006	980015.662	0.01045	0.00752	0.01288			-0.026737043	0.21771	981229.327	-61.9890992	-1275.653657
ΤΕΙ	980041.47						-0.0387	0.31512	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
ΤΕΙ	980041.47					7/8/2015	-0.060	0.23434	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
ΕΛΛΗΝΙΚΟ (ΑΕΡΟΔΡΟΜΙΟ)	980044.377	0.01514	0.00615	0.01635	(+)(-)0,019		-0.021868226	0.08541	982251.0599	-1.942637	-2208.625509
ΤΕΙ	980041.47						-0.060	0.23434	983033.141	-18.3419496	-3010.012513

Πίνακας 5.6: Απόσπασμα από επεξεργασία των μετρήσεων του βαρυτημέτρου σε συνδυασμό με του GPS και το πρόγραμμα excel

Στην συνέχεια παρουσιάζεται ένα διάγραμμα, όπου στον άξονα των x τοποθετήθηκαν οι τιμές των Δg (ανωμαλιών ελεύθερου αέρα σε mGals) και στον άξονα των y τα υψόμετρα των σημείων. Με τον τρόπο αυτό γίνεται αντιληπτή η εξάρτηση των ανωμαλιών ελεύθερου αέρα από το υψόμετρο. Παρατηρείται ότι τα σημεία σχηματίζουν μια ευθεία η οποία εξίσωση της είναι:

$$y = -0.5233x + 74.215, \quad (5.8)$$



Εικόνα 5.7: Ανωμαλία ελεύθερου αέρα σε σχέση με τα υψόμετρα.

6 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

6.1 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η εγκατάσταση και ο έλεγχος ενός νέου βαρυτημετρικού δικτύου στην περιοχή της Νοτιοανατολικής Αττικής αποτέλεσε το αντικείμενο της παρούσας πτυχιακής εργασίας. Η σύνδεση του πεδίου βαρύτητας με την υψομετρία, αλλά και με τις αναγωγές των μετρήσεων στην επιφάνεια του ελλειψοειδούς αναφοράς αποδεικνύει τη σημαντική συνεισφορά του τομέα της Φυσικής Γεωδαισίας στην αποτύπωση του γήινου περιβάλλοντος. Τα σημεία του βαρυτημετρικού δικτύου είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν ως σημεία αναφοράς για την πύκνωση του δικτύου με σκοπό την εκτίμηση της επιφάνειας του γεωειδούς μεγάλη ακρίβεια και διακριτική ικανότητα. Ένα ακριβές γεωειδές είναι δυνατό να συνεισφέρει στην υλοποίηση ενός αξιόπιστου υψομετρικού δικτύου, καθώς επίσης και στον υπολογισμό διορθώσεων και αναγωγών των πρωτογενών μετρήσεων πεδίου. Στην παρούσα πτυχιακή, δημιουργήθηκε ένα καινούριο δίκτυο με βαρυτημετρικά σημεία τα οποία όμως δεν χρησιμεύουν μόνο στο να απεικονίσουν την επιτάχυνση της βαρύτητας, αλλά και στο να βοηθήσουν σε διάφορους τομείς της τοπογραφίας (υψομετρία με GNSS, αναγωγές, αξιολόγηση υψομετρικού δικτύου) εφόσον είναι σταθερά μετρημένα με GPS σημεία. (υψομετρία με GNSS, αναγωγές, αξιολόγηση υψομετρικού δικτύου). Ιδιαίτερη έμφαση δόθηκε στην απόδοση τιμής της βαρύτητας σε σημείο αναφοράς του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής για πρώτη φορά, αξιοποιώντας τιμές του κρατικού βαρυτημετρικού δικτύου και σχετικές μετρήσεις του πεδίου. Οι παρατηρήσεις των σχετικών μετρήσεων ελέγχθηκαν στατιστικά (έλεγχος σάρωση δεδομένων – “data snooping”) με τη βοήθεια επίλυσης συνόρθωσης ελαχίστων δεσμεύσεων. Επιπλέον, οι τιμές στα σταθερά σημεία του δικτύου ελέγχθηκαν σύμφωνα τη στρατηγική των διαδοχικών λύσεων πλεοναζουσών δεσμεύσεων και σύγκρισης με τη λύση των ελαχίστων. Εντοπίστηκε ένα προβληματικό σταθερό σημείο (αφετηρία «Μεταμόρφωσης»), το οποίο και

απομακρύνθηκε από την τελική λύση. Η τελική εκτίμηση της τιμής της έντασης της βαρύτητας στο βασικό σημείο αναφοράς που υπολογίστηκε, θα χρησιμοποιηθεί, τόσο στην εκπαιδευτική διαδικασία (μαθήματα προγράμματος σπουδών «Βαρυτημετρία» και «Φυσική Γεωδαισία»), όσο και σε διπλωματικές εργασίες πύκνωσης του βαρυτημετρικού δικτύου της Αττικής.

Από την άλλη, παρουσιάστηκαν και πολλές δυσκολίες για την διεκπεραίωση του πρακτικού μέρους της εργασίας. Το να μεταφερθούν τόσο ογκώδη και ευαίσθητα όργανα αποτέλεσε το βασικό στοιχείο καθυστέρησης, αφού οι μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν σε πολύ μακρινά και δύσβατα σημεία υπό την ευθύνη μας. Επιπλέον, οι επίγειες μετρήσεις βαρύτητας αποτελούν αρκετά χρονοβόρα διαδικασία και πολυέξοδη, λόγω των συνεχών οδικών μετακινήσεων και την αναμονής σχεδόν 10 λεπτών σε κάθε σημείο μέτρησης. Η μεγαλύτερη δυσκολία όμως βρισκόταν στα σημεία στα οποία η πρόσβαση ήταν δύσκολη με πολλές χρονικές και οικονομικές επιπτώσεις, διότι μας ανάγκαζαν να μεταβούμε σε άλλα καινούρια σημεία και να αντικαταστήσουμε τα προηγούμενα.

6.2 ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Προτείνεται η συνέχιση της ίδρυσης νέων σημείων σε διπλανές επικαλυπτόμενες περιοχές με παρόμοιο τρόπο και ο συγκριτικός έλεγχος στις κοινές περιοχές. Η κάλυψη της περιοχής της Αττικής με πυκνές μετρήσεις βαρύτητας θα συμβάλλει στην βελτίωση της εκτίμησης ενός γεωειδούς ακριβείας στην περιοχή, συμβάλλοντας στον αξιόπιστο υψομετρικό έλεγχο και στον υπολογισμό υψηλής ακριβείας αναγωγών των μετρήσεων.

Επίσης προτείνεται η επέκταση των ταυτόχρονων μετρήσεων GPS και βαρύτητας σε άλλες περιοχές πέρα από τις ήδη μετρημένες από τη ΓΥΣ, αλλά και η μέτρηση με απόλυτο βαρυτήμετρο (π.χ. το απόλυτο βαρυτήμετρο A10 του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης) σημείων του βαρυτημετρικού δικτύου της Γεωγραφικής Υπηρεσίας Στρατού, για την ενημέρωση των τιμών της έντασης της βαρύτητας και την επανασυνόρθωση όλου του δικτύου βαρύτητας. Τέλος, η μεγαλύτερη πρόκληση αποτελεί η βελτίωση της ακρίβειας των εναέριων τρόπων μέτρησης της βαρύτητας (από αέρα βαρυτημετρία) με τη χρήση κατάλληλων μη επανδρωμένων μέσων (UAVs) και την κατάλληλη μοντελοποίηση των επιπλέον επιταχύνσεων, οι οποίες αποτελούν θόρυβο για τη συγκεκριμένη εφαρμογή. Η χρήση εναέριων μέσων αποτελεί την επόμενη πρόκληση στη βαρυτημετρία, αφού η χρονική διάρκεια των μετρήσεων αποτελεί τροχοπέδη στην κάλυψη περιοχών μεγάλης έκτασης. Το σημαντικότερο βέβαια πρόβλημα παραμένει το αποτελεσματικό φιλτράρισμα των θορύβων λόγω των επιπλέον επιταχύνσεων πτήσης.

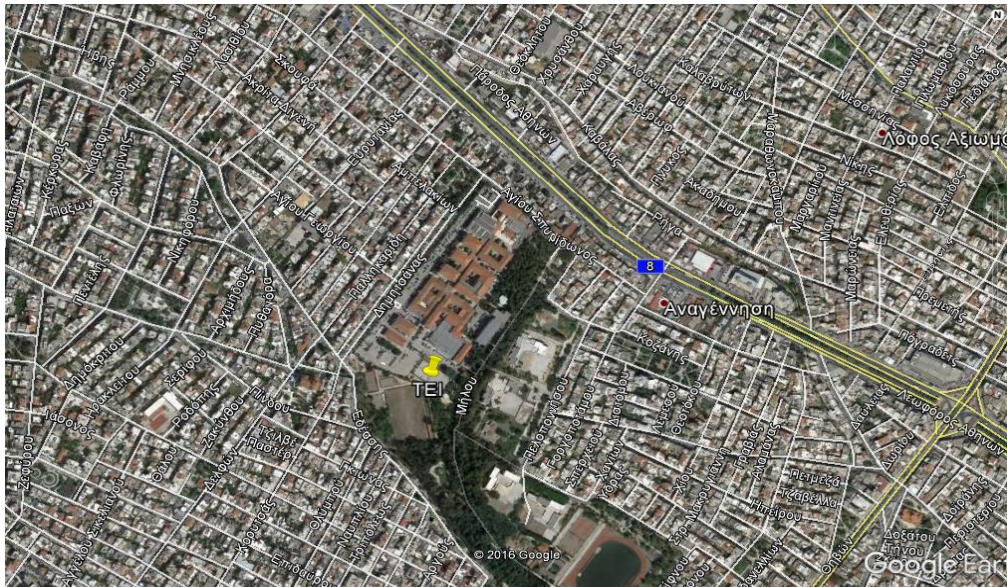
7 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

7.1 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α': ΕΙΚΟΝΕΣ ΚΑΙ ΟΔΟΙΠΟΡΙΚΑ ΣΗΜΕΙΩΝ

Οι κωδικοί των σημείων στον παρακάτω πίνακα αναφέρονται όπως έχουν ορισθεί από την Γ.Υ.Σ. εκτός από το βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο ελληνικό του οποίου η ονομασία ορίστηκε από εμάς. Οι συντεταγμένες τους οι οποίες ορίστηκαν από τις μετρήσεις μας είναι στο Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφοράς (ΕΓΣΑ87).

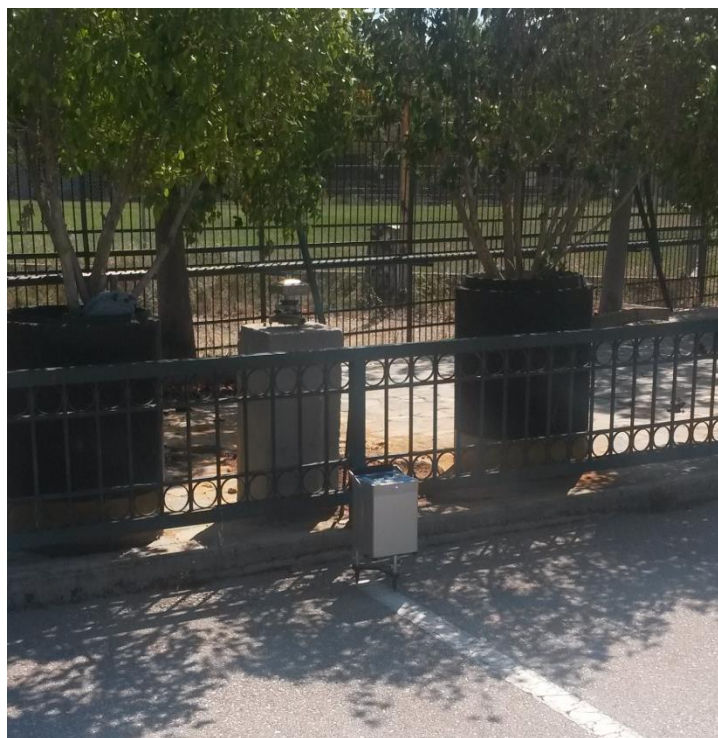
Ονομασία	E(m)	N(m)	H(m)
ΤΕΙ	471344,059	4205723,723	59,436
Βαρυτημετρικό σημείο Αγίας Τριάδας	477043.157	4193234.41	38.489
18030	482218.558	4187461.767	127.096
Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του Ελληνικού	475329.838	4194278.645	6.295
18015	489395.752	4183314.015	117.068
18046	494400.312	494400.312	122.79
18083	491877.291	4200982.163	163.68
186016	500798.253	4175890.352	355.652
186026	500798.253	4175890.352	317.228
18006	497335.384	4180226.08	200.872
17066	475275.509	4221611.355	1126.444

Πίνακας 7.1: Οι προβολικές συντεταγμένες και το ορθομετρικό υψόμετρο των σημείων μετρήσεων



Εικόνα 7.1: Τριγωνομετρικό εντός του χώρου του ΤΕΙ Αθήνας.

Το τριγωνομετρικό σημείο του ΤΕΙ Αθήνας βρίσκεται μέσα στο ίδρυμα , το οποίο είναι στο Δήμο Αιγάλεω στην οδό Δημητσάνης.



Εικόνα 7.2: Βαθράκι ΤΕΙ Αθήνας



Εικόνα 7.3: Βαρυτημετρικό σημείο εντός του παλαιού αεροδρομίου του Ελληνικού.

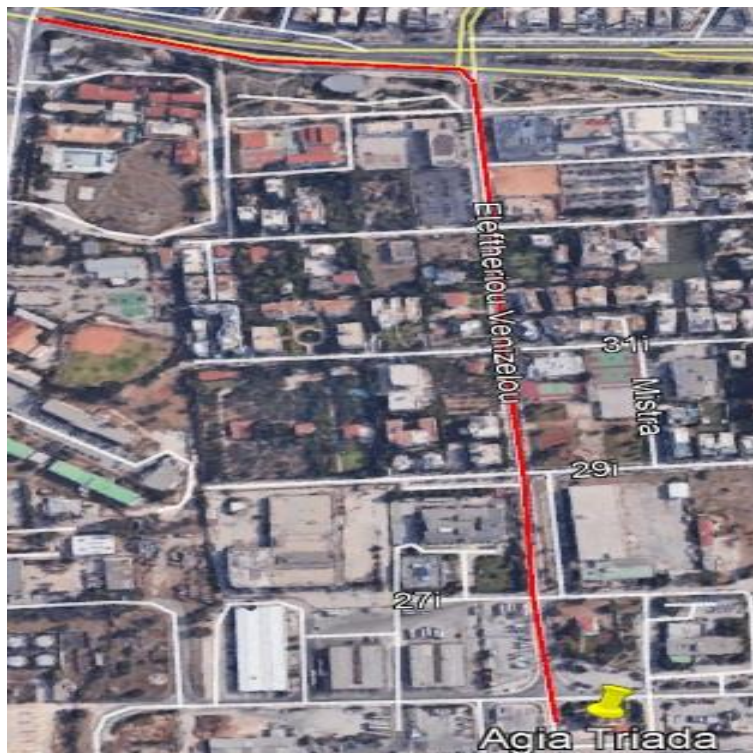
Το βαρυτημετρικό σημείο Ελληνικού της Γ.Υ.Σ. όπως και το δεύτερο σημείο μας βρίσκονται εντός του παλαιού αεροδρομίου της περιοχής του Ελληνικού.



Εικόνα 7.4: Βαρυτημετρικό σημείο στο αεροδρόμιο του Ελληνικού



Εικόνα 7.5: Δεύτερο σημείο στο αεροδρόμιο του Ελληνικού

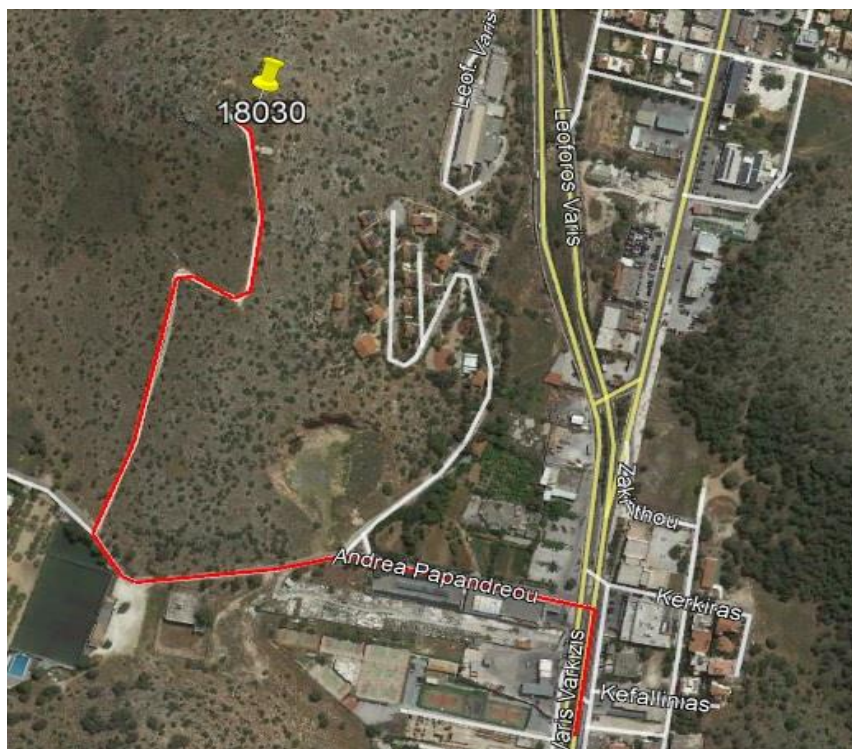


Εικόνα 7.6: Οδοιπορικό προς το Βαρυτημετρικό σημείο της Αγίας Τριάδας.

Ευρισκόμενοι στην κάθοδο της Λ. Βουλιαγμένης στο ύψος του Ελληνικού, κατευθυνόμαστε δεξιά στην Ελ. Βενιζέλου και οδηγώντας για 700μ. περίπου συναντάμε την εκκλησία της Αγίας Τριάδας, όπου και βρίσκεται το βαρυτημετρικό σημείο της Γ.Υ.Σ.



Εικόνα 7.7: Βαρυτημετρικό σημείο Αγίας Τριάδας



Εικόνα 7.8: Οδοιπορικό προς το Τριγωνομετρικό 18030.

Οδηγώντας επί της οδού Βάρης-Κορωπίου προς Κορωπή, στρίβουμε αριστερά στην Α. Παπανδρέου, συνεχίζουμε για 400μ. και στρίβουμε δεξιά σε επαρχιακή οδό για άλλα 400μ. όπου και συναντάμε το τριγωνομετρικό σημείο 18030.



Εικόνα 7.9: Τριγωνομετρικό σημείο 18030



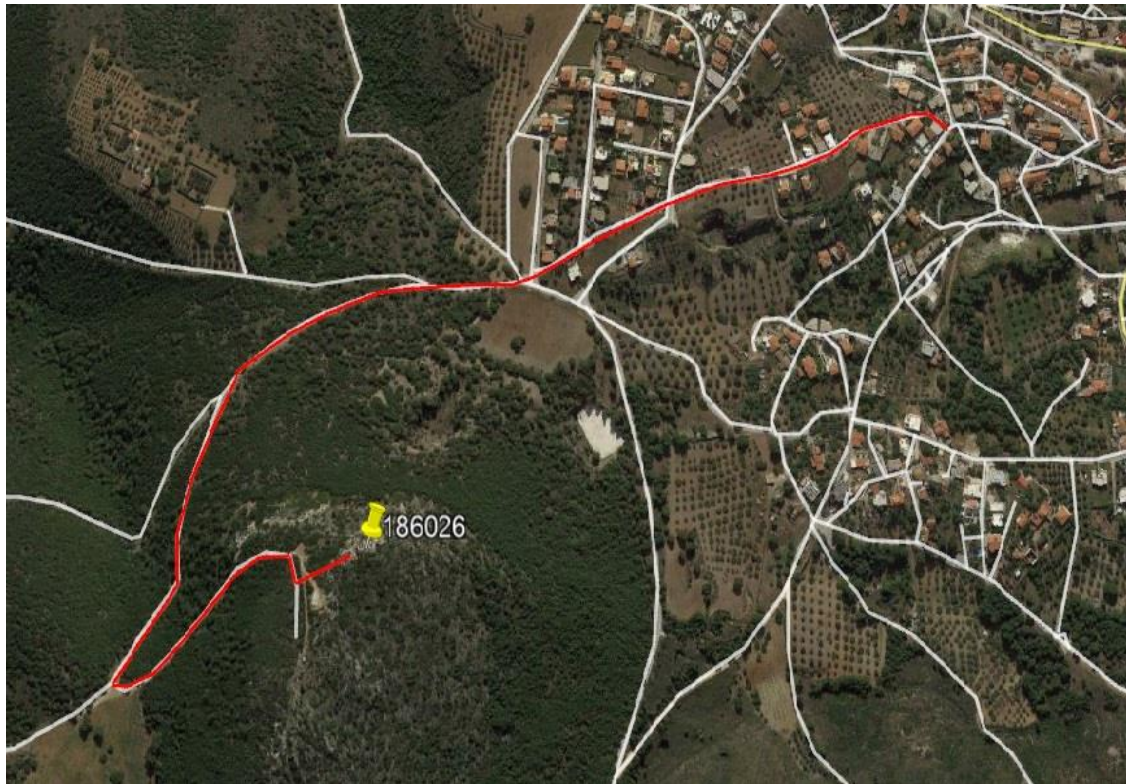
Εικόνα 7.10: Οδοιπορικό προς το Τριγωνομετρικό 18033.

Κατευθυνόμενοι προς την περιοχή των Σπάτων μέσω της Λ. Σπάτων, φτάνοντας στον κυκλικό κόμβο βγαίνουμε στην έξοδο της οδού Διαδόχου Κωνσταντίνου, έπειτα

στρίβουμε δεξιά στην οδό Αγίου Δημητρίου και συνεχίζουμε για 400μ. όπου και κατευθυνόμαστε ελαφρώς αριστερά στην οδό Βασιλέως Παύλου, στα επόμενα 100μ. στρίβουμε δεξιά στην οδό Παύλου Μελά στην οποία προχωράμε για 400μ. όπου βρίσκεται το τριγωνομετρικό 18083.



Εικόνα 7.11: Τριγωνομετρικό σημείο 18083



Εικόνα 7.12: Οδοιπορικό προς το Τριγωνομετρικό 186026.

Οδηγώντας από την περιοχή του Αγίου Κωνσταντίνου Θορικού σε επαρχιακές οδούς για μερικά χιλιόμετρα κι έπειτα περπατώντας για λίγα μετρά ακόμη συναντάμε το τριγωνομετρικό 186026.



Εικόνα 7.13: Τριγωνομετρικό σημείο 186026

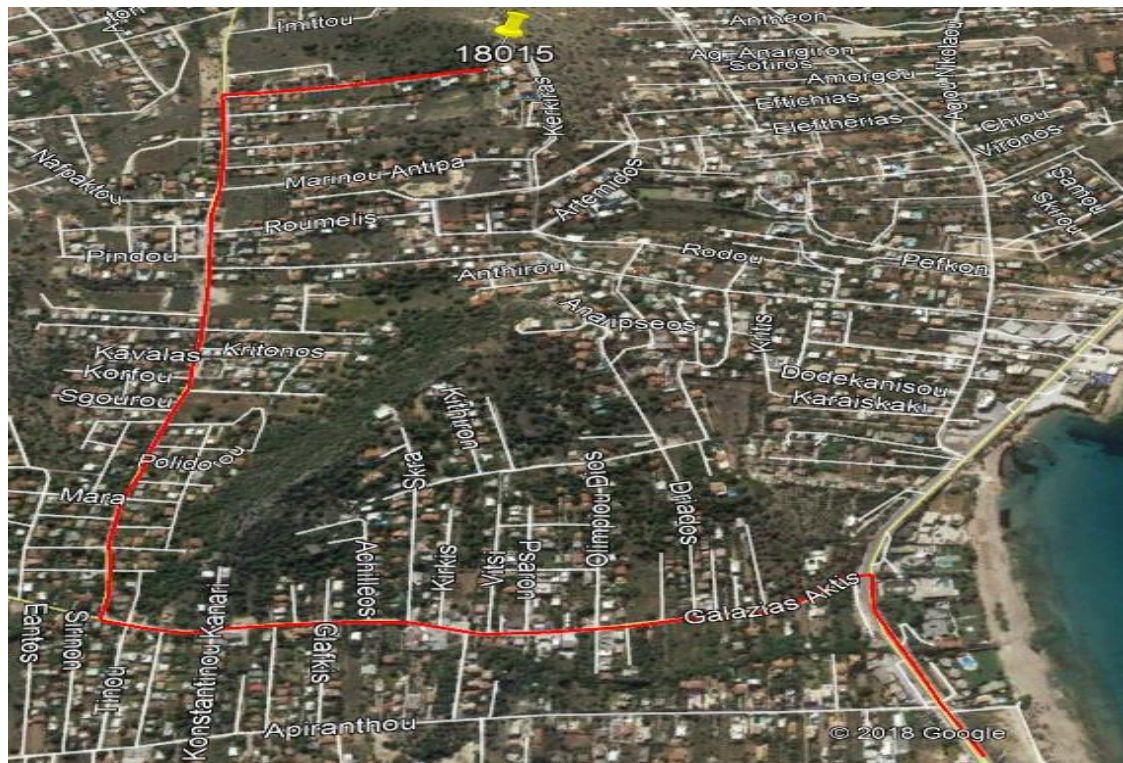


Εικόνα 7.14: Οδοιπορικό προς το Τριγωνομετρικό 18006.

Ευρισκόμενοι στην περιοχή της Φέριζας στην άνοδο της οδού Εγινιάς οδηγούμε για 1,5χμ. περίπου όπου και στρίβουμε δεξιά σε μια επαρχιακή οδό και προχωράμε για άλλα 350μ. συναντώντας το τριγωνομετρικό 18006.



Εικόνα 7.15: Τριγωνομετρικό σημείο 18006

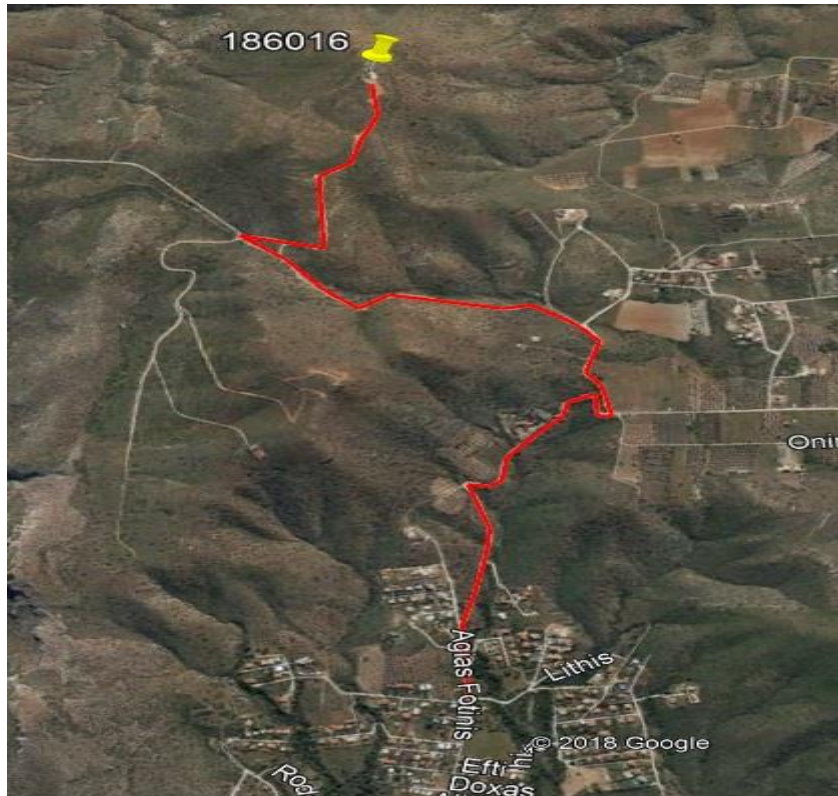


Εικόνα 7.16: Οδοιπορικό προς το Τριγωνομετρικό 18015.

Οδηγώντας στην κάθοδο της Λ. Αθηνών – Σουνίου στο ύψος του Λαγονησίου στρίβουμε αριστερά στην οδό Γαλάζιας Ακτής στην οποία συνεχίζουμε για περίπου 1χμ., όπου στρίβουμε δεξιά στην οδό Παναγιώτη Μιχάλη και οδηγούμε για ακόμα 1χμ. ώσπου στρίβουμε δεξιά σε μία τοπική ανώνυμη οδό την οποία την ακολουθούμε για 300μ. όπου και βρίσκεται στα αριστερά μας το τριγωνομετρικό 18015.



Εικόνα 7.17: Τριγωνομετρικό σημείο 18015



Εικόνα 7.18: Οδοιπορικό προς το Τριγωνομετρικό 186016.

Ξεκινώντας από την περιοχή του Θυμαρίου και οδηγώντας στην άνοδο της οδού Αμπελοφιλοσόφων για μερικά χιλιόμετρα και στη συνέχεια σε επαρχιακή οδό για 500μ. φτάνουμε στο τριγωνομετρικό 186016.



Εικόνα 7.19: Τριγωνομετρικό σημείο 18016



Εικόνα 7.20: Οδοιπορικό προς το Τριγωνομετρικό 18046.

Ευρισκόμενοι στην Λ. Μαρκοπούλου στην άνοδο στρίβουμε αριστερά στην οδό Κωνσταντίνου Σωτηρίου όπου και οδηγούμε για αρκετά μέτρα μέχρις ότου συναντήσουμε την οδό 25^{ης} Μαρτίου στην οποία στρίβουμε δεξιά και συνεχίζουμε για 200μ. ακόμη όπου κατευθυνόμαστε αριστερά σε μία επαρχιακή οδό και προχωράμε για 250μ ώσπου συναντάμε το τριγωνομετρικό 18046.



Εικόνα 7.21: Τριγωνομετρικό σημείο 18046

7.2 ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β: ΕΙΚΟΝΕΣ ΑΠΟ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

Σημείο	Μέση Τιμή Βαρυτημέτρου	Μέση Τιμή Τυπικής Απόκλισης	Μέση Τιμή Χρόνου	Διορθωμένη Τιμή Βαρυτημέτρου	E	N	φ(°)	λ(°)	h(m)	H(m)
TEI	3618.966	0.004278054	42139.25576	3618.966	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436
Βαρυτημετρικό σημείο Αγίας Τριάδας	3620.184	0.007599124	42139.34267	3620.182	477043.157	4193234.410	37.8889159	23.7406205	74.935	38.489
18030	3606.592	0.005329393	42139.40017	3606.590	482218.558	4187461.767	37.8370012	23.7996188	165.306	127.096
Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του Ελληνικού	3664.318	0.016462873	42162.39903	3663.950	475329.838	4194278.645	37.8982830	23.7211004	42.764	6.295
TEI	3618.971	0.004725854	42139.58318	3618.966	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436
TEI	3619.064	0.003230243	42140.26282	3619.064	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436
18015	3605.687	0.003241115	42140.33477	3605.690	489395.752	4183314.015	37.7992724	23.8812455	155.364	117.068
18046	3609.341	0.004109843	42140.39771	3609.346	494400.312	4191922.571	37.8773606	23.9380274	161.246	122.790
18083	3596.890	0.007517848	42140.49322	3596.898	491877.291	4200982.163	37.9589959	23.9092380	202.408	163.680
TEI	3619.054	0.015919779	42140.57049	3619.064	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436
TEI	3620.521	0.002247511	42153.22241	3620.521	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436
186016	3557.357	0.005000009	42153.28999	3557.366	498025.048	4171571.666	37.6939484	23.9792955	393.888	355.652
186026	3569.159	0.004422962	42153.35776	3569.176	500798.253	4175890.352	37.7328751	24.0107570	355.614	317.228
18006	3594.687	0.005742532	42153.44012	3594.713	497335.384	4180226.08	37.7719508	23.9714429	239.268	200.872
TEI	3620.483	0.003530912	42153.53753	3620.521	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436
TEI	3661.440	0.005922115	42162.31362	3661.440	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436
ΕΛΛΗΝΙΚΟ (ΑΕΡΟΔΡΟΜΙΟ)	3664.318	0.016462873	42162.39903	3664.340	475329.838	4194278.645	37.8982830	23.7211004	42.764	6.295
TEI	3661.380	0.006054828	42162.54796	3661.440	471344.059	4205723.723	38.0027764	23.6755110	107.013	59.436

Εικόνα 7.1: Επεξεργασία των μετρήσεων του βαρυτημέτρου σε συνδυασμό με του GPS και το πρόγραμμα excel

Σημείο	Τιμή ΓΥΣ(mgals)	σφ(m)	σλ(m)	σθ(m)	Estimated accuracy(mgals)	Ημερομηνία	διαφορά μετρήσεων	διαφορές χρόνων	Κανονική θαρύτητα στο ΕΕΠ(mgals)	Αναγωγή ελεύθερου αέρα	Ανωμαλία ελεύθερου αέρα(mgals)
TEI	980041.47					6/16/2015	0.0052	0.32742	983033.141	-18.3419496	-3010.012513
Βαρυτημετρικό σημείο Αγίας Τριάδας	980042.605	0.01082	0.00567	0.01221	(+) - 0,010		0.001380282	0.08691	978085.226	-11.8777054	1945.500844
18030	980029.094	0.00558	0.00534	0.00773			0.002293482	0.14441	983194.662	-39.2218256	-3204.789462
Βαρυτημετρικό σημείο μέσα στο αεροδρόμιο του Ελληνικού	980044.377	0.01514	0.00615	0.01635	(+) - 0,019		0.367555446	23.14327	982251.060	-1.942637	-2208.625509
TEI	980041.47						0.0052	0.32742	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
TEI	980041.47					6/17/2015	-0.0101	0.30767	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
18015	980028.096	0.01329	0.0073	0.01516			-0.00236193	0.07195	979943.590	-36.1271848	48.37915011
18046	980031.752	0.00556	0.00494	0.00744			-0.004428085	0.13489	982686.816	-37.892994	-2692.956809
18083	980019.304	0.00716	0.00444	0.00842			-0.007563428	0.2304	979152.9165	-50.511648	815.8758904
TEI	980041.47						-0.0101	0.30767			
TEI	980041.47					6/30/2015	-0.039	0.31512	983033.141	-18.3419496	-3010.012513
186016	979978.314	0.01414	0.00839	0.01644			-0.008299524	0.06758	983218.242	-109.7542072	-3349.682452
186026	979990.124	0.00818	0.00694	0.01072			-0.016622382	0.13535	979556.094	-97.8965608	336.1337682
18006	980015.662	0.01045	0.00752	0.01288			-0.026737043	0.21771	981229.327	-61.9890992	-1275.653657
TEI	980041.47						-0.0387	0.31512	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
TEI	980041.47					7/8/2015	-0.060	0.23434	983033.1406	-18.3419496	-3010.012513
ΕΛΛΗΝΙΚΟ (ΑΕΡΟΔΡΟΜΙΟ)	980044.377	0.01514	0.00615	0.01635	(+) - 0,019		-0.021868226	0.08541	982251.0599	-1.942637	-2208.625509
TEI	980041.47						-0.060	0.23434	983033.141	-18.3419496	-3010.012513

Εικόνα 7.23: Συνέχεια της επεξεργασίας και το τελικό αποτέλεσμα που είναι η ανωμαλία ελεύθερου αέρα για κάθε σημείο ξεχωριστά.


```

Command Window
g =
    0.00835439999068081
fx >>

Editor - C:\Users\zachos\Desktop\ΠΤΥΧΙΑΚΗ\ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΔΕΣΜΕΥΣΕΙΣ\ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ_...
ELAXISTES_DESMEYSEIS.m  PLEONAZOUSES_DESMEYSEIS_gell_gag.m
1 - |clc
2 - format long g
3 - A=[1 -1 0 0;0 -1 1 0;0 -1 0 1;0 -1 0 0;-1 0 1 0;0 -1 0 0;0 -1 0 0;0 0 0 -1];
4 - b=[-126.032;-25.95;1.216;-980041.477;100.082;-980041.359;-980042.575
5 - P=[1];
6 - N=A'*P*A;
7 - u=A'*P*b;
8 - x=inv(N)*u;
9 - v=b-A*x;
10 - s2=(v'*P*v)/3;
11 - Cv=s2*(inv(P))-A*(inv(N))*A';
12 - for i=1:7;
13 -     r(i)=v(i)/sqrt(Cv(i,i));
14 -     r2(i)=r(i)^2;
15 - end;
16 -
17 - for i=1:7
18 -     m(i)=abs((3-1)/(3-r2(i)));
19 -     t(i)=r(i)*sqrt(m(i));
20 - end
21 - g=v'*P*v
22 -
23 -
24 -
Ln 1 Col 1

```

Εικόνα 7.24 : Εικόνα από επεξεργασία για την εύρεση τιμών στα σημεία μέσω ελάχιστων δεσμεύσεων.

```

Command Window
j =
   -0.298668965529426
fx >>

Editor - C:\Users\zachos\Desktop\ΠΤΥΧΙΑΚΗ\ΠΛΕΟΝΑΖΟΥΣΕΣ ΔΕΣΜΕΥΣΕΙΣ\ΠΛΕΟ...
ELAXISTES_DESMEYSEIS.m  PLEONAZOUSES_DESMEYSEIS_gell_gag.m
1 - |clc
2 - A=[1 -1 0;0 -1 1;0 -1 0;0 -1 0;-1 0 1;0 -1 0];
3 - b=[-126.032;-25.95;-980041.389;-980041.477;100.082;-980041.359];
4 - P=[1];
5 - N=A'*P*A;
6 - u=A'*P*b;
7 - x=inv(N)*u;
8 - vH=b-A*x;
9 - s2=(vH'*P*vH)/4;
10 - Cv=s2*(inv(P))-A*(inv(N))*A';
11 - for i=1:6;
12 -     r(i)=vH(i)/sqrt(Cv(i,i));
13 -     r2(i)=r(i)^2;
14 - end;
15 - for i=1:6
16 -     m(i)=abs((4-1)/(4-r2(i)));
17 -     t(i)=r(i)*sqrt(m(i));
18 - end
19 - gh=vH'*P*vH;
20 - g=0.00835439999068081;
21 - K=4-3;
22 - j=(3/K)*((gh-g)/g)
Ln 1 Col 1

```

Εικόνα 7.25: Εικόνα από επεξεργασία για την εύρεση τιμών στα σημεία μέσω πλεοναζουσών δεσμεύσεων.

The screenshot shows a MATLAB Editor window with the following code:

```

1 - clc
2 - A=[-1 0;-1 1;-1 0;-1 0;0 1;-1 0];
3 - b=[-980041.593;-25.95;-980041.389;-980041.477;980015.643;-980041.359];
4 - P=[1];
5 - N=A'*P*A;
6 - u=A'*P*b;
7 - x=inv(N)*u;
8 - vH=b-A*x;
9 - s2=(vH'*P*vH)/5;
10 - Cv=s2*((inv(P))-A*(inv(N))*A');
11 - for i=1:6;
12 -   r(i)=vH(i)/sqrt(Cv(i,i));
13 -   r2(i)=r(i)^2;
14 - end;
15 - for i=1:6;
16 -   m(i)=abs((5-1)/(5-r2(i)));
17 -   t(i)=r(i)*sqrt(m(i));
18 - end;
19 - gh=vH'*P*vH;
20 - g=0.00835439999068081;
21 - K=5-3;
22 - j=(3/K)*((gh-g)/g);
23 - Cx=sqrt((s2))*N

```

The Command Window displays the results:

```

x =
    980041.469888889
    980015.581444445

Cx =
    Column 1
    0.456204145314197
   -0.0912408290628394
    Column 2
   -0.0912408290628394
    0.182481658125679
fx >>

```

Εικόνα 7.26 : Εικόνα από επεξεργασία για την εύρεση τιμών στα σημεία μέσω πλεοναζουσών δεσμεύσεων.

The screenshot shows a MATLAB Editor window with the following code:

```

1 - clc
2 - A=[-1;-1;-1;-1;-1];
3 - b=[-980041.593;-980029.930;-980041.389;-980041.477;-980041.359];
4 - P=[1];
5 - N=A'*P*A;
6 - u=A'*P*b;
7 - x=inv(N)*u;
8 - vH=b-A*x;
9 - s2=(vH'*P*vH)/6;
10 - Cv=s2*((inv(P))-A*(inv(N))*A');
11 - for i=1:5;
12 -   r(i)=vH(i)/sqrt(Cv(i,i));
13 -   r2(i)=r(i)^2;
14 - end;
15 - for i=1:5;
16 -   m(i)=abs((6-1)/(6-r2(i)));
17 -   t(i)=r(i)*sqrt(m(i));
18 - end;
19 - gh=vH'*P*vH;
20 - g=0.00835439999068081;
21 - K=6-3;
22 - j=(3/K)*((gh-g)/g);
23 - C=sqrt((s2))*N

```

The Command Window displays the results:

```

s2 =
    17.714063199818

C =
    21.0440390608707
fx >>

```

Εικόνα 7.27 : Εικόνα από επεξεργασία για την εύρεση τιμών στα σημεία μέσω πλεοναζουσών δεσμεύσεων.

8 ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 : ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΙΣΤΟΤΟΠΟΙ

8.1 ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ανδριτσάνος Β.Δ., Κατσάμπαλος Κ.Ε. , Κεχαΐδου Κ.Ε., Τζιαβός Η.Ν., (1999), "Βελτιστοποίηση Τοπικού Γεωειδούς με δεδομένα Βαρύτητας, Τοπογραφίας, Πυκνότητας και GPS".
2. Αντωνόπουλος Χαράλαμπος (2021), "Κατασκευή και σύγκριση χαρτών ανωμαλιών της βαρύτητας στην Αττική", Πτυχιακή εργασία, Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής.
3. Βέης Γ., Μπιλλήρης, Χ., Παπαζήση Κ., (2015), "Κεφάλαια ανώτερης γεωδαισίας".
4. Βέργος Γ, Κατσουγιαννόπουλος Σ., Σεπτέμβριος (2004). " Παγκόσμιο Σύστημα Δορυφορικού Προσδιορισμού".
5. Δεληκαράογλου Δ., Αθήνα (2003), "Γεωφυσικές διασκοπήσεις-βαρυτημετρία".
6. Δεληκαράογλου Δ., Εισαγωγή στο σύστημα GPS (τεύχος σημειώσεων)
7. Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, (2007), "Εισαγωγή στη γεωδαισία".
8. Λάμπρου Ε., Πανταζής Γ, (2010), "Εφαρμοσμένη Γεωδαισία", Εκδόσεις ΖΗΤΗ.
9. Τζιαβός Η.Ν, Βέργος Γ.Σ, (2013-2014), "Εισαγωγή στο Πεδίο Βαρύτητας".
10. Τούσης Ναπολέων, Χαβδούλας Απόστολος, Οκτώβριος (2017), ΙΔΡΥΣΗ ΚΑΙ ΣΥΝΟΡΘΩΣΗ ΒΑΡΥΤΗΜΕΤΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΟΥ ΣΤΗ ΒΟΡΕΙΟΔΥΤΙΚΗ ΑΤΤΙΚΗ.
11. Τσακίρη Μ. (2004). "Εισαγωγή στο GPS", Εργαστήριο γενικής γεωδαισίας, Ε.Μ.Π., Αθήνα.
12. Φωτίου Α., Πικριδάς Χ.. (2006), "GPS και γεωδαιτικές εφαρμογές", Εκδόσεις ΖΗΤΗ.
13. CG-5, Scintrex Autograv System, operation manual.
14. Department of defense world geodetic system 1984, (2014) "Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems".
15. Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics by R. E. Sheriff.
16. H.O. Seigel A, (1995), "A guide to high precision land gravimeter surveys".
17. Surfer Manual.
18. Topcon Hipper Pro Operator's Manual.

8.2 ΙΣΤΟΤΟΠΟΙ

<http://users.uoa.gr/~jalexopoulos/varytita.pdf>

<https://www.geomatrix.co.uk/land-products/gravity/scintrex-cg5/>

<https://www.techwalla.com/articles/what-are-the-disadvantages-of-using-a-gps-in-surveying>

https://en.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System

<https://el.wikipedia.org/wiki/Γεωδαισία>

<https://eclass.teicrete.gr/courses/TD103/>

<https://en.wikipedia.org/wiki/Gravity>

<https://encyclopedia2.thefreedictionary.com/Gravitational+Field+of+the+Earth>