



---

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ**

---

Διπλωματική Εργασία

---

# Ανάλυση της Συμπεριφοράς Φόρτισης Οδοντωτών Τροχών με Ευθεία Οδόντωση

---

*Analysis of loading behavior of gearwheels with straight teeth*

Συγγραφέας: Γεώργιος Γ. Αντρέας  
Α.Μ: 46147860

Επιβλέπων Καθηγητής : Δρ. Ράπτης Κωνσταντίνος

15/3/2023

**ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ**

Όνοματεπώνυμο	Υπογραφή
<b>Ράπτης Κων/νος</b>	
<b>Τσολάκης Αντώνιος</b>	
<b>Θεοδωρακάκος Ανδρέας</b>	

## ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Ο κάτωθι υπογεγραμμένος **Γεώργιος Αντρέας του Γεώργιου** , με αριθμό μητρώου 46147860 φοιτητής του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Ο Δηλών



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

---

Οι οδοντωτοί τροχοί είναι πλέον χρησιμοποιούμενα μηχανικά στοιχεία για τη μετάδοση περιστροφικής κινήσεως και την μεταφορά ισχύος από άξονα σε άξονα. Είναι μία απόδειξη ότι υπάρχει η ανάγκη για μεγαλύτερη αξιοπιστία και μεγαλύτερη διάρκεια ζωής, η οποία απαιτεί επακριβή και σαφή γνώση του τασικού πεδίου στον οδόντα του οδοντωτού τροχού. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, σκοπός μας είναι ο υπολογισμός των μέγιστων τάσεων που αναπτύσσονται στην επικίνδυνη διατομή του ποδός των οδόντων των οδοντωτών τροχών όταν αυτοί φορτίζονται στο δυσμενέστερο σημείο (HPSTC) με θεωρητικά και υπολογιστικά προγράμματα – μεθόδους. Πιο συγκεκριμένα η μελέτη θα ασχοληθεί με οδοντωτούς τροχούς με ευθεία οδόντωση, όπου θα γίνουν υπολογισμοί για την αντοχή του οδόντα σε θραύση. Η μέθοδος που χρησιμοποιείται δεν είναι άλλη από την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων η οποία χρησιμοποιείται ευρέως σήμερα με πολύ μεγάλη αξιοπιστία. Τέλος, γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που προέκυψαν από τις δύο περιπτώσεις με διαγράμματα και συμπεράσματα.

## ABSTRACT

---

Gears are used mechanical components that transmit rotational motion and transfer power from one shaft to another. This is a proof that there is a need for greater reliability and longer life, which requires accurate and clear knowledge of the stress field in the gear teeth. The aim of this dissertation is to calculate the maximum stresses that develop in the dangerous cross-section of the foot gear teeth when they are loaded at the most unfavorable point (HPSTC) with theoretical and computational software's and methods. More specifically, the dissertation will deal with straight-toothed spur gears, where calculations will be made for the resistance of the gear tooth on fracture. The method is the Finite Element Method which is widely used with very high reliability. Finally, the results obtained from the two cases are compared by using diagrams and conclusions.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

---

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ .....	2
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	3
ABSTRACT .....	4
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ .....	7
ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ .....	9
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 .....	10
ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ .....	10
1.1 Γενικά Περί Οδοντωτών Τροχών.....	10
1.1.1 Είδη Οδοντωτών Τροχών.....	11
1.1.2 Μετωπικοί Οδοντωτοί Τροχοί .....	11
1.1.3. Κωνικοί Οδοντωτοί Τροχοί. ....	12
1.1.3 Ελικοειδείς Οδοντωτοί Τροχοί Ασύμβατων Αξόνων .....	13
1.1.5. Σύστημα Ατέρμονα Κοχλία – Οδοντωτού Τροχού .....	14
1.2 Αντικείμενο εργασίας.....	14
1.3 Διάθρωση Κεφαλαίων.....	15
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2.....	16
ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ ΜΕ ΕΥΘΕΙΣ ΠΡΑΛΛΗΛΟΥΣ ΟΔΟΝΤΕΣ .....	16
2.1 Εφαρμογές Οδοντωτών τροχών .....	16
2.2 Βασικά Χαρακτηριστικά Μεγέθη και Διαστάσεις Οδοντωτών Τροχών .....	16
2.3 Οδοντώσεις Εξειλιγμένης.....	21
2.4 Υλικά Διαμόρφωσης .....	23
2.5 Βασικός Νόμος της Οδόντωσης .....	24
2.6 Μεγέθη Επαφών.....	26
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3.....	29
ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΥΡΙΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ .....	29
3.1 Δυνάμεις που ασκούνται κατά την εμπλοκή δύο παράλληλων οδοντωτών τροχών.....	29
3.2. Μεθοδολογία εκλογής κύριων στοιχείων.....	31
3.3. Υπολογισμός του Οδόντα σε Θραύση .....	33
3.5 Μεθοδολογία Υπολογισμού 1 <sup>ου</sup> ζεύγους .....	35
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	39
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ CAD & CAE – ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ.....	39
4.1 Γενικά.....	39
4.1.1 Ορισμός CAD.....	39
4.1.2 Ορισμός CAE .....	39

4.2 Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων .....	40
4.2.1 Μοντελοποίηση - Τύποι Πεπερασμένων Στοιχείων .....	40
4.2.2 Αυτόματη Γένεση Πλέγματος .....	41
4.3 Είδη Ανάλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων .....	41
4.3.1 Καθορισμός του Είδους Ανάλυσης .....	41
4.3.2 Στάδια Ανάλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων .....	42
4.4 Λογισμικά CAD-CAE .....	42
4.4.1 Autodesk Inventor .....	43
4.4.2 Inventor NASTRAN .....	43
4.5 Εφαρμογή στους Τροχούς του Πειράματος .....	43
4.5.1 Κατασκευή 3-D Μοντέλων .....	44
4.5.2 Προσδιορισμός του Μέγιστου Σημείου Φόρτισης κατά την Συνεργασία Οδόντων (HPSTC) .....	51
4.5.3 Πεπερασμένα Στοιχεία .....	54
4.6 Παρατηρήσεις .....	70
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 .....	71
ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ .....	71
5.1 Διαγράμματα Σύγκρισης .....	72
5.2 Συμπεράσματα .....	76
5.3 Παρατηρήσεις .....	77

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 1.1: Μορφές κατατομής του οδόντα .....	11
Σχήμα 1.2: α) 3-D μοντέλα μετωπικών οδοντωτών τροχών ευθείας και β) ελικοειδούς οδοντώσεως .....	12
Σχήμα 1.3: 3-D μοντέλο ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες.....	13
Σχήμα 1.4: Βαθμίδα ελικοειδών τροχών ασύμβατων τροχών.....	13
Σχήμα 1.5: 3-D μοντέλο συστήματος ατέρμονα κοχλία .....	14
Σχήμα 2.1 : Βασικά μεγέθη οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες.....	17
Σχήμα 2.2 : Σχέση μετάδοσης σε μονοβάθμιο μειωτήρα .....	18
Σχήμα 2.3: Σχέση μετάδοσης σε ένα πολυβάθμιο μειωτήρα.....	18
Σχήμα 2.4: Χάρη κατατομής των οδόντων .....	20
Σχήμα 2.5: Κατασκευή της εξελιγμένης καμπύλης .....	22
Σχήμα 2.6: Βασικός νόμος της οδόντωσης .....	24
Σχήμα 2.7: Συνεργασία κατατομών.....	26
Σχήμα 2.8: Οδοντωτός τροχός με εξωτερική οδόντωση εξελιγμένης.....	26
Σχήμα 2.9: Εξωτερική οδόντωση .....	27
Σχήμα 2.10: Υπολογισμός του βαθμού επικάλυψης εασε τροχούς χωρίς μετατόπιση.....	28
Σχήμα 3.1: Δυνάμεις σε που ασκούνται σε ζεύγος οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες.....	29
Σχήμα 3.2: Δυνάμεις που ασκούνται κατά την εμπλοκή παράλληλων οδοντωτών τροχών.....	30
Σχήμα 4. 1: Τύποι πεπερασμένων στοιχείων .....	<b>Σφάλμα! Δεν έχει οριστεί σελιδοδείκτης.</b>
Σχήμα 4.13: Χαρακτηριστικά πρώτου τροχού με 21 οδόντες .....	44
Σχήμα 4.14: 3-D μοντέλο οδοντωτού τροχού με 21 οδόντες .....	45
Σχήμα 4.15: 3-D μοντέλο τροχού 21 οδόντων με σπή .....	46
Σχήμα 4.16: 3-D μοντέλο πρώτου ζεύγους 21 & 30 οδόντων .....	46
Σχήμα 4.17: 3-D μοντέλο δεύτερου ζεύγους 21 & 50 οδόντων.....	47
Σχήμα 4.18: 3-D μοντέλο τρίτου ζεύγους 21 & 80 οδόντων.....	47
Σχήμα 4.19: 3-D μοντέλο τέταρτου ζεύγους 21 & 100 .....	48
Σχήμα 4.20: 3-D μοντέλο πέμπτου ζεύγους 21 & 120 Οδόντων .....	48
Σχήμα 4.21: 3-D μοντέλο απομόνωση οδόντα .....	49
Σχήμα 4.22: α. Συνεργαζόμενες κατατομές τροχών βαθμίδας β. θέσεις αλλαγής φορτίου.....	51
Σχήμα 4.23: Εισαγωγή στο περιβάλλον Nastran .....	54
Σχήμα 4.24: Εκλογή υλικού μέσω Material .....	55
Σχήμα 4.25: Δημιουργία πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων.....	56
Σχήμα 4.26: Τοποθέτηση στήριξης - πάκτωσης και φορτίου .....	56
Σχήμα 4.27: Γραφική απεικόνιση ισοδύναμης Τάσεις κατά Von Mises.....	58
Σχήμα 4.28: Γραφική απεικόνιση ολικής μετατόπισης .....	58
Σχήμα 4.29: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	60
Σχήμα 4.30: Ολική μετατόπιση σε mm.....	60
Σχήμα 4.31: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	61
Σχήμα 4.32: Ολική μετατόπιση σε mm.....	61
Σχήμα 4.33: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	62
Σχήμα 4.34: Ολική μετατόπιση σε mm.....	62
Σχήμα 4.35: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	63
Σχήμα 4. 36: Ολική μετατόπιση σε mm.....	63
Σχήμα 4.37: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	64
Σχήμα 4.38: Ολική μετατόπιση σε mm.....	64
Σχήμα 4.39: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	65



Σχήμα 4. 40: Ολική μετατόπιση σε mm.....	65
Σχήμα 4.41: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	66
Σχήμα 4.42: Ολική μετατόπιση σε mm.....	66
Σχήμα 4.43: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	67
Σχήμα 4.44: Ολική μετατόπιση σε mm.....	67
Σχήμα 4.45: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	68
Σχήμα 4.46: Ολική μετατόπιση σε mm.....	68
Σχήμα 4.47: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa.....	69
Σχήμα 4.48: Ολική μετατόπιση σε mm.....	69
Σχήμα 5.1: Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος.....	72
Σχήμα 5.2: Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος.....	73
Σχήμα 5. 3: Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος.....	73
Σχήμα 5.4: Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος.....	74
Σχήμα 5.5: Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος.....	74
Σχήμα 5.6: Διάγραμμα Σύγκρισης Τάσεων.....	75

## ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

---

Πίνακας 1-1: Τιμές modul σε mm κατά DIN 780.....	19
Πίνακας 2-1: Χαρακτηρίστηκα υλικών διαμόρφωσης .....	23
Πίνακας 3-1: Τιμές που υπολογίστηκαν για όλα τα ζεύγη οδοντωτών τροχών .....	38
Πίνακας 4-1: Κυριότερα γεωμετρικά χαρακτηρίστηκα.....	50
Πίνακας 4-2: Απόσταση από το κέντρο του τροχού μέχρι το σημείο μέγιστης φόρτισης.....	52
Πίνακας 4- 3: Δυνάμεις που ασκούνται επί του HPSTC .....	57
Πίνακας 4-4: Μέγιστες τάσης που υπολογίστηκαν από το πρόγραμμα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.....	59
Πίνακας 5-1: Πειραματικές και υπολογιστικές μέγιστες τάσεις.....	71

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

---

### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΥΣ ΟΔΟΝΤΩΤΟΥΣ ΤΡΟΧΟΥΣ

---

#### 1.1 Γενικά Περί Οδοντωτών Τροχών

Οδοντωτός τροχός ή γρανάζι ονομάζεται κάθε μεταλλικός δίσκος που στην περιφέρειά του φέρει εσοχές και εξοχές, δηλαδή δόντια. Η κίνηση μεταδίδεται με την επαφή και την συνεργασία των πλευρικών επιφανειών των οδοντωτών τροχών. Δηλαδή, οι οδοντωτοί είναι στοιχεία μηχανών που επιτυγχάνουν την μετάδοση κίνησης και την μεταφορά ισχύος με εμπλοκή των συνεργαζόμενων οδόντων. Είναι κατασκευασμένος με μέταλλο ή οποιοδήποτε άλλο ανθεκτικό υλικό. Αυτή η εμπλοκή των οδόντων πρέπει να εξασφαλίζει ομαλή και χωρίς ολίσθηση κύλιση των αρχικών κυλίνδρων και σταθερή σχέση μετάδοσης κινήσεων, που αποτελούν τις βασικές προϋποθέσεις τις οποίες πρέπει να ικανοποιούν οι συνεργαζόμενες κατατομές των δύο οδοντωτών τροχών. Συνήθως, στους οδοντωτούς τροχούς διακρίνονται η πλήμνη, ο κορμός και η οδοντωτή στεφάνη ή οδόντωση ενώ σε μερικές κατασκευές η πλήμνη δεν ξεχωρίζει από τον κορμό. Οι οδοντωτοί τροχοί, τους τρεις τελευταίους αιώνες έχουν ευρεία εφαρμογή στις περισσότερες μηχανολογικές κατασκευές από την βιομηχανία, στην ναυτιλία και ναυπηγική και από την αεροναυπηγική στην διαστημική τεχνολογία. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

Οι οδοντωτοί τροχοί (γρανάζια) είναι τα στοιχεία μετάδοσης της κίνησης που χρησιμοποιούνται περισσότερο σε όλες τις μηχανές.

Αυτό οφείλεται στα πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν:

1. Είναι δυνατό να χρησιμοποιηθούν σε μεγάλες περιοχές ισχύων και ταχυτήτων. (π.χ. οι παράλληλοι οδοντωτοί τροχοί μπορούν να μεταφέρουν μέχρι και 20000 kW).
2. Παρέχουν ακριβή σχέση μετάδοσης (όπως και οι αλυσίδες).
3. Έχουν μεγάλο χρόνο ζωής και καταλαμβάνουν μικρό χώρο.
4. Μεταδίδουν κίνηση με αύξηση ή μείωση στροφών.
5. Χρειάζονται μικρή συντήρηση.
6. Μπορούν να συνδέσουν ατράκτους που βρίσκονται σε οποιαδήποτε διάταξη.
7. Τα περισσότερα είδη των οδοντωτών τροχών μεταδίδουν την κίνηση χωρίς μεγάλη απώλεια ενέργειας. Αυτό σημαίνει ότι έχουν καλό βαθμό απόδοσης. Αυτός εξαρτάται από το είδος των τροχών, την ποιότητα της κατασκευής και την κατάλληλη λίπανση.

Ενώ κάποια από τα βασικά μειονεκτήματα, είναι τα παρακάτω:

1. Είναι δαπανηρή κατασκευή. Ορισμένα είδη τροχών κατασκευάζονται αρκετά δύσκολα και απαιτούν ειδικά μηχανήματα κατεργασίας.
2. Απαιτούν ακρίβεια κατασκευής και τοποθέτησης. Σε αντίθετη περίπτωση δημιουργούν θόρυβο κατά την λειτουργία τους και φθείρονται γρήγορα. Αυτό γίνεται περισσότερο έντονο στις μεγάλες ταχύτητες.

3. Μεταδίδουν την κίνηση χωρίς ελαστικότητα. Δεν έχουν δυνατότητα παραλαβής κρουστικού φορτίου. Κάθε αιφνίδια μεταβολή του φορτίου μεταδίδεται αυτούσια στην άλλη άτρακτο.

### 1.1.1 Είδη Οδοντωτών Τροχών

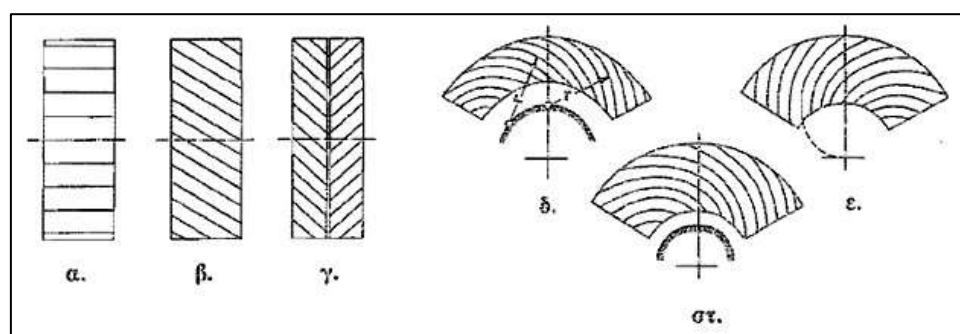
Οι οδοντωτοί τροχοί χρησιμοποιούνται σε πολύ μεγάλη κλίμακα για τη μετάδοση της κίνησης από έναν άξονα σε έναν άλλο. Η μετάδοση αυτή πραγματοποιείται μέσω των οδόντων του ενός τροχού που εισέρχεται στα αντίστοιχα διάκενα του άλλου. Μεταφέρουν άμεσα από τις πιο μικρές ως τις πιο μεγάλες ισχύεις και στροφές μεταξύ παραλλήλων, τεμνόμενων και διασταυρούμενων στο χώρο ασύμβατων αξόνων.

Ανάλογα με τη θέση των αξόνων που συνδέουν, προκύπτουν οι παρακάτω βασικές μορφές μειωτήρων με οδοντωτούς τροχούς.

### 1.1.2 Μετωπικοί Οδοντωτοί Τροχοί

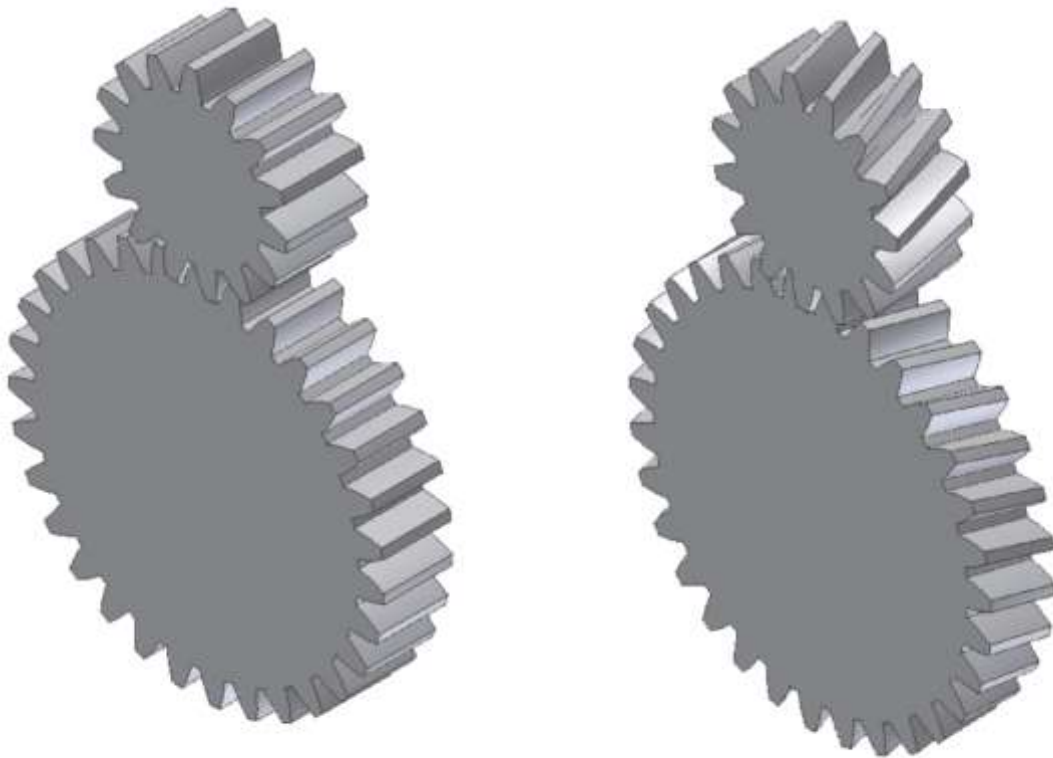
Οι μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί χωρίζονται σε αυτούς με ευθείς οδόντες και σε αυτούς με ελικοειδείς οδόντες. Στην πρώτη κατηγορία οι οδόντες είναι παράλληλοι με τον άξονα του τροχού, ενώ στη δεύτερη είναι κεκλιμένοι ως προς τον άξονα του τροχού, ως τμήματα έλικας, σχηματίζοντας σταθερή γωνία με αυτόν, ενώ για να μπορέσει να γίνει συνεργασία μεταξύ τους πρέπει σε μια βαθμίδα ο ένας να έχει δεξιόστροφους και ο άλλος αριστερόστροφους οδόντες. Οι μετωπικοί τροχοί ευθείας οδοντώσεως έχουν βαθμό επικάλυψης 1 έως 2 ενώ δεν δεικνύονται για μεγάλα φορτία γιατί προκαλούν θόρυβο και δημιουργούν μεγάλα δυναμικά φορτία. Αντίθετα, οι μετωπικοί τροχοί ελικοειδούς οδοντώσεως έχουν μεγαλύτερο βαθμό επικάλυψης, αλλά μειονεκτούν στο θέμα ότι η ύπαρξη της γωνίας έλικας έχει ως αποτέλεσμα την ανάπτυξη αξονικού φορτίου επί των οδόντων, το οποίο καταπονεί τις σταθερές εδράσεις των ατράκτων. Οι μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί μπορούν να έχουν εξωτερική οδόντωση, δηλαδή οι οδόντες να βρίσκονται στην εξωτερική επιφάνεια του τροχού ή εσωτερική οδόντωση, δηλαδή να βρίσκονται στην εσωτερική επιφάνεια του τροχού. (Ν.ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, 2010)

Στην πορεία της κατανομής του οδόντα διακρίνουμε οδόντες ευθύς, κεκλιμένους, γωνιώδης, τόξο τους, σπειροειδής και εξελιγμένης (Σχήμα 1-1α).



Σχήμα 1.1: Μορφές κατατομής του οδόντα

Ακολούθως 3-D μοντέλα ζευγών των παραπάνω τροχών παρατίθενται στα παρακάτω σχήματα 1.1 & 1.2 κατασκευασμένα με τη βοήθεια του προγράμματος CAD Autodesk Inventor.



**Σχήμα 1.2:** α) 3-D μοντέλα μετωπικών οδοντωτών τροχών ευθείας και β) ελικοειδούς οδοντώσεως

### 1.1.3. Κωνικοί Οδοντωτοί Τροχοί.

Οι κωνικοί τροχοί χρησιμοποιούνται για την μετάδοση κινήσεως και μεταφορά ισχύος μεταξύ τεμνομένων ατράκτων. Οι τροχοί αυτοί έχουν μορφή κόλουρου κώνου του οποίου οι οδόντες μπορεί να είναι ευθείς ή τμήματα εξελιγμένης ή τόξα κύκλου κλπ. Περισσότερο χρησιμοποιούμενοι είναι οι κωνικοί τροχοί με άξονες τεμνόμενους υπό γωνία  $90^\circ$ . Μολονότι, τόσο η κατασκευή των κωνικών τροχών (η οποία γίνεται σε ειδικές μηχανές κοπής) όσο και η συναρμολόγηση του μηχανισμού είναι πολυπλοκότερη από εκείνης των μετωπικών τροχών, εν τούτοις οι κωνικοί τροχοί εφαρμόζονται συχνά στη μετάδοση κινήσεως και μεταφορά ισχύος.

Υπάρχουν διάφορα είδη κωνικών τροχών:

- Κωνικοί τροχοί με ευθείς οδόντες (Straight Bevel Gears)
- Κωνικοί τροχοί ZEROL
- Τοξωτοί κωνικοί τροχοί (Spiral Bevel Gears)
- Υποειδείς τροχοί (Hypoid Gears)

Ένα 3-D μοντέλο ζεύγους κωνικών τροχών με ευθείς οδόντες παρατίθεται στο παρακάτω σχήμα 1.4 κατασκευασμένο με τη βοήθεια του προγράμματος CAD Autodesk Inventor.



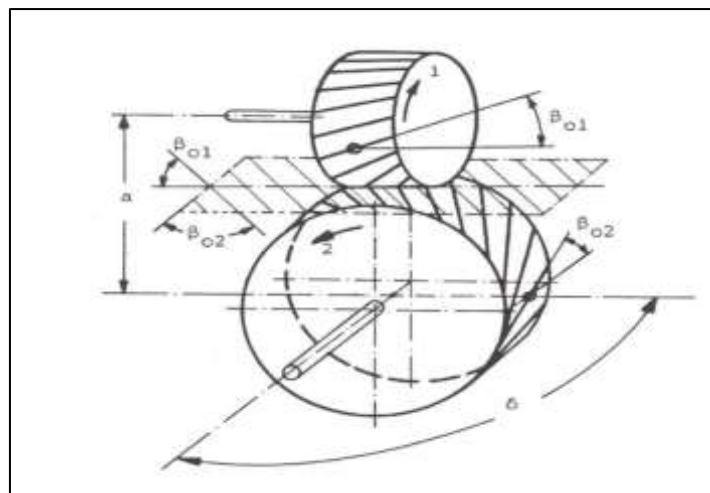
**Σχήμα 1.3:** 3-D μοντέλο ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες

### 1.1.3 Ελικοειδείς Οδοντωτοί Τροχοί Ασύμβατων Αξόνων

Οι οδοντωτοί αυτοί τροχοί είναι κυλινδρικοί και έχουν άξονες ασύμβατους σε απόσταση  $a$  και υπό γωνία  $\delta$ , η οποία είναι τέτοια ώστε:

$$\delta = \beta_{o1} + \beta_{o2} \quad (1.1)$$

Όπου  $\beta_{o1}$  και  $\beta_{o2}$  είναι οι κλίσεις των οδόντων των τροχών, σχήμα 1.5. ( $\beta_{o1} = \beta_{o2}$ )



**Σχήμα 1.4:** Βαθμίδα ελικοειδών τροχών ασύμβατων τροχών

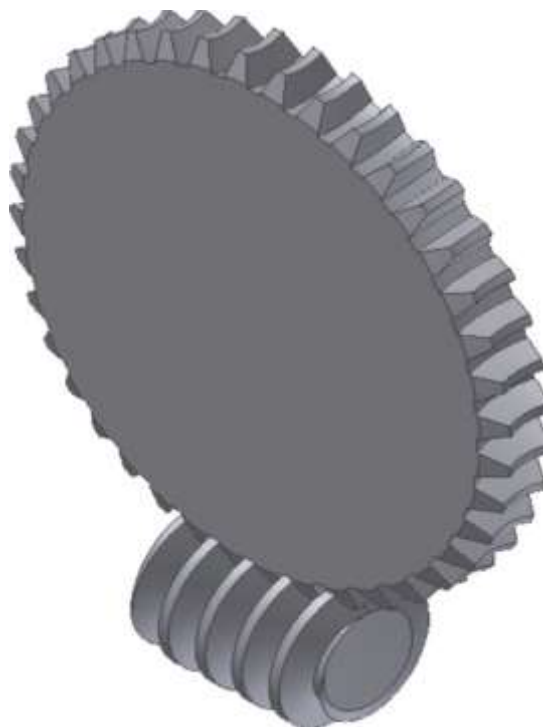
Οι οδόντες δύο συνεργαζομένων ελικοειδών τροχών ασυμβάτων αξόνων έχουν σημειακή επαφή, η οποία μετατρέπεται σε γραμμική καθώς αυξάνει τη φθορά των κατατομών. Λόγω του τρόπου επαφής τους οι τροχοί μπορούν να μεταφέρουν μικρά φορτία και για αυτό χρησιμοποιούνται κατά βάση μόνο για μετάδοση κινήσεως (όπως πχ. σε όργανα) και δεν ενδείκνυνται για μεταφορά ισχύος.

Σε αυτό συνηγορεί και ο μικρός βαθμός απόδοσης των οδοντώσεων τους. Τέλος χρησιμοποιούνται για σχέσεις μεταδόσεως έως 5 και δεν είναι ευαίσθητοι σε μικρές μεταβολές αποστάσεως ή κλίσεως των αξόνων τους.

### 1.1.5. Σύστημα Ατέρμονα Κοχλία – Οδοντωτού Τροχού

Το σύστημα αυτό αποτελείται από ένα ατέρμονα κοχλία, που είναι ουσιαστικά ένας κοχλίας κινήσεως κατάλληλου σπειρώματος μίας ή περισσότερων αρχών, ο οποίος συνεργάζεται με έναν οδοντωτό τροχό κατά τέτοιο τρόπο ώστε η συνεργασία τους να μοιάζει με τον τρόπο εμπλοκής στη συνεργασία ενός κοχλίας με το περικόχλιο του. Οι άξονες τους είναι συνήθως κάθετοι, αν και είναι δυνατών να σχηματίζουν άλλη γωνία. Το σύστημα αυτό ενδείκνυται για μεταφορά μεγάλων φορτίων και για μεγάλες σχέσεις μεταδόσεως, έως και 200:1.

Ένα 3-D μοντέλο του συγκεκριμένου συστήματος παρατίθεται στο παρακάτω σχήμα 1.6 κατασκευασμένο με την βοήθεια του προγράμματος CAD Autodesk Inventor.



Σχήμα 1.5: 3-D μοντέλο συστήματος ατέρμονα κοχλία

## 1.2 Αντικείμενο εργασίας

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω οι οδοντωτοί τροχοί είναι πλέον χρησιμοποιούμενα μηχανικά στοιχεία για την μετάδοση περιστροφικής κινήσεως και την μεταφορά ισχύος από άξονα σε άξονα. Άρα, αυτή είναι μία απόδειξη ότι υπάρχει η ανάγκη για αξιοπιστία και μεγαλύτερης διάρκειας ζωής, η οποία απαιτεί επακριβή και σαφή γνώση του τασικού πεδίου στον οδόντα του οδοντωτού τροχού. Στην παρούσα μελέτη, σκοπός μας είναι αρχικά να υπολογίσουμε τις μέγιστες τάσεις που αναπτύσσονται στην επικίνδυνη διατομή του ποδός των οδόντων των οδοντωτών τροχών, όταν αυτή φορτίζονται στο δυσμενέστερο σημείο (HPSTC) με θεωρητικά και υπολογιστικά προγράμματα – μεθόδους. Τέλος, γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων που θα υπολογίσουμε εμείς με αυτά που θα προκύψουν από το πρόγραμμα.

### **1.3 Διάθρωση Κεφαλαίων**

Η παρούσα εργασία χωρίζεται σε 5 κεφάλαια η περίληψη των οποίων παρατίθεται συνοπτικά αμέσως παρακάτω.

Στο 1<sup>ο</sup> κεφάλαιο, που είναι ουσιαστικά η εισαγωγή στην οποία βρισκόμαστε τώρα, γίνεται μια γενική αναφορά στους οδοντωτούς τροχούς και την χρήση τους, στα είδη των οδοντωτών τροχών που χρησιμοποιούνται και σε μια σύντομη περίληψη των κεφαλαίων που την απαρτίζουν.

Στο 2<sup>ο</sup> κεφάλαιο αναπτύσσονται οι μέθοδοι προσδιορισμού της γεωμετρίας των συνεργαζόμενων κατανομών των μετωπικών οδοντωτών τροχών ευθείας οδοντώσεως. Επίσης αναφέρεται ο βασικός νόμος των οδοντώσεων πάνω στην οποία βασίζεται η συνεργασία των κατανομών, η εξειλιγμένη καμπύλη και βασικά μεγέθη των οδοντωτών τροχών.

Στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο περιγράφεται αναλυτικά η υπολογιστική μέθοδος υπολογισμού των τάσεων στον πόδα του οδόντα, γίνεται αναφορά στον έλεγχο αντοχής μετωπικών οδοντωτών τροχών και στον υπολογισμό της επιτρεπόμενης τάσης η οποία πρέπει να είναι πάντοτε μεγαλύτερη της μέγιστης τάσης που αναπτύσσεται στον πόδα του οδόντος για το εκάστοτε υλικό που επιλέξαμε προκειμένου να αντέχει ο τροχός.

Στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο περιγράφεται η αριθμητική μέθοδος μέτρησης των τάσεων με την Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων. Γίνεται μια σύντομη αναφορά στους τύπους και τα είδη των πεπερασμένων στοιχείων, στη μέθοδο αυτόματης γένεσης πλέγματος και στα είδη ανάλυσης τους. Συνοπτικά, αναφέρονται οι δυνατότητες του λογισμικού CAD (Inventor Autodesk) και CAE (Nastran) που χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση και γίνεται εφαρμογή των τιμών στους τροχούς που υπολογίστηκαν αντίστοιχα στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο προκειμένου να γίνει σύγκριση.

Στο 5<sup>ο</sup> και τελευταίο κεφάλαιο συγκεντρώνονται οι τιμές των μέγιστων τάσεων που υπολογίσαμε στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο και αυτές που υπολογίσαμε από την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων στο 4<sup>ο</sup> κεφάλαιο. Αφού βρεθούν οι αποκλίσεις τους, γίνεται αναφορά στον έλεγχο αντοχής μέσω σύγκρισης αποτελεσμάτων από διαγράμματα και συμπεράσματα.



---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

---

### ΟΔΟΝΤΩΤΟΙ ΤΡΟΧΟΙ ΜΕ ΕΥΘΕΙΣ ΠΡΑΛΛΗΛΟΥΣ ΟΔΟΝΤΕΣ

---

#### 2.1 Εφαρμογές Οδοντωτών τροχών

Οι οδοντωτοί τροχοί με ευθείς οδόντες χρησιμοποιούνται για μικρές μέχρι μεσαίες περιφερειακές ταχύτητες (μέχρι  $v = 20 \text{ m/s}$ ) κανονικές απαιτήσεις, π.χ. μειωτήρες γενικής χρήσης, μικρά σχετικά ανυψωτικά μηχανήματα, βαρούλκα, δομικές και αγροτικές μηχανές, κιβώτια αλλαγής ταχυτήτων σε εργαλειομηχανές.

Σε σχέση με τους οδοντωτούς τροχούς με κεκλιμένους οδόντες, παρουσιάζουν τα επόμενα πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

#### Πλεονεκτήματα

- δεν εμφανίζουν κατά τη λειτουργία αξονικές δυνάμεις και επομένως τα έδρανα δέχονται μικρότερα φορτία.
- Ο βαθμός απόδοσης είναι λίγο μεγαλύτερος.
- Οι οδόντες μπορούν να κατασκευαστούν με μεγαλύτερο πλάτος. Έτσι προκύπτουν μεγαλύτερες επιφάνειες επαφής, μικρότερες πιέσεις επιφάνειας και αντίστοιχα μικρότερη φθορά. Για αυτό σε πολυβάθμιους μειωτήρες, χρησιμοποιούνται συχνά στη βαθμίδα χαμηλό στροφών που έχει υψηλή ροπή στρέψης.

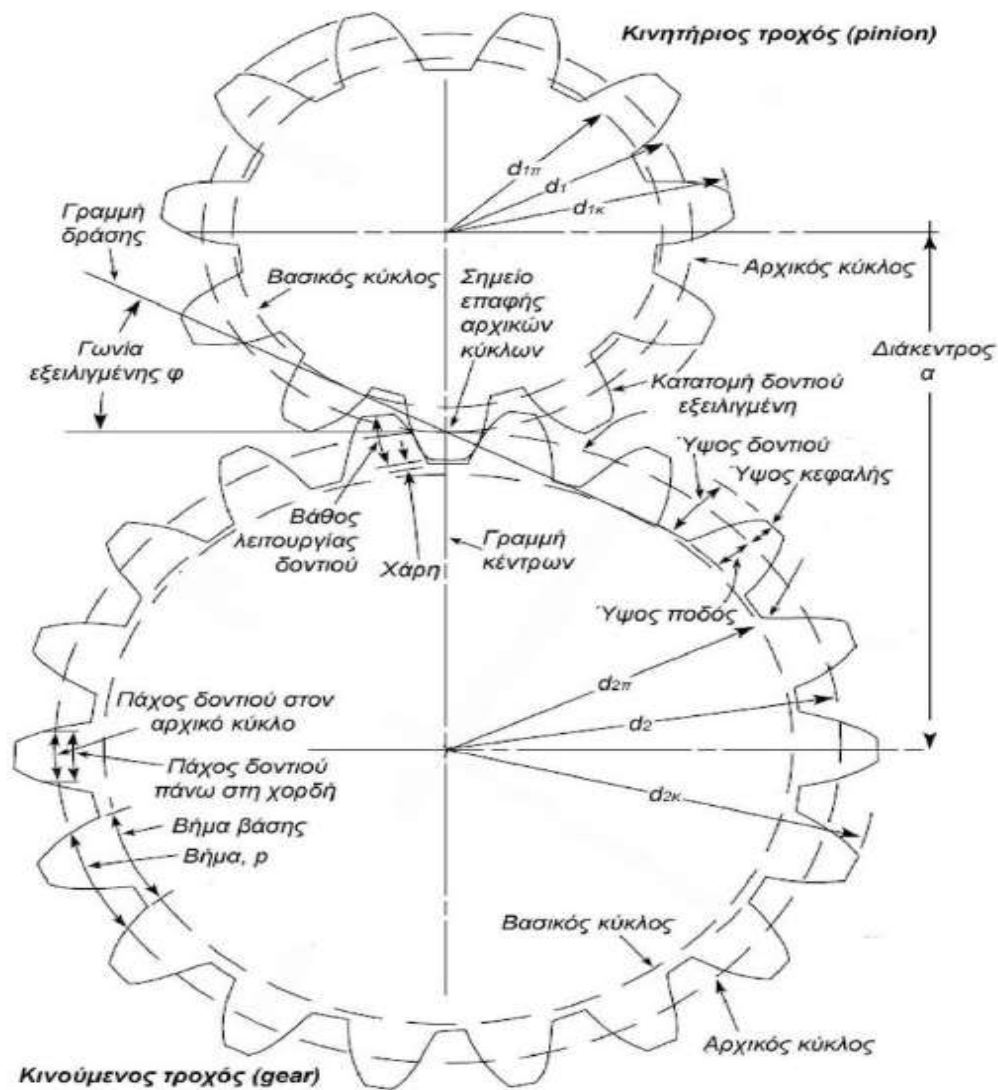
#### Μειονεκτήματα

- η λειτουργία τους είναι σχετικά θορυβώδης και όχι τόσο ήρεμη, ιδιαίτερα σε υψηλό αριθμό στροφών.
- Η αντοχή τους, για τις ίδιες διαστάσεις, είναι λίγο μικρότερη.
- Οι ευαίσθητοι έναντι λαθών μορφής του οδόντα και προσθέτων δυναμικών φορτίων δηλαδή εμφανίζουν ευκολότερα ταλαντώσεις και δυναμικές θραύσης.

#### 2.2 Βασικά Χαρακτηριστικά Μεγέθη και Διαστάσεις Οδοντωτών Τροχών

Μπορεί να θεωρηθεί ότι ένα ζεύγος οδοντωτών τροχών προέρχεται από 2 λείους κυλίνδρους που εφάπτονται και κυλίνουν συνεχώς, ο δε κινητήριος μεταδίδει την κίνηση στον κινούμενο, με την τριβή, χωρίς ολίσθηση. Εσοχές και εξοχές που υπάρχουν στην περιφέρεια των κυλίνδρων δημιουργούν τους οδόντες και η μεταξύ τους επιλογή μεταβιβάζει την κίνηση από τον έναν στον άλλο.

- **Διάμετρος αρχικού κύκλου ή κύκλου κύλισης  $d$**  (Σχήμα 2.1). Ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου κατά τον οποίο θα εφάπτεται ο ένας κύλινδρος πάνω στον άλλο. Είναι δε επίσης ο κύκλος που χρησιμοποιείται για την κατασκευή του οδοντωτού τροχού δηλαδή ο κύκλος πάνω στον οποίο κυλιέται το κοπτικό εργαλείο.



Σχήμα 2.1 : Βασικά μεγέθη οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες

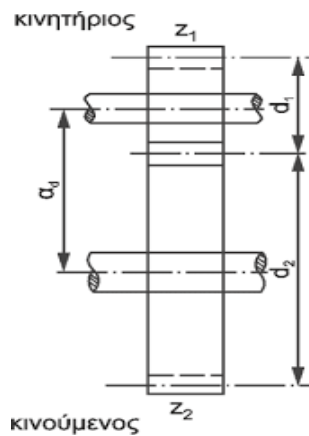
- Σχέση μετάδοσης  $i$  ονομάζεται ο λόγος του αριθμού των στροφών  $n_a$  (ή της γωνιακής ταχύτητας  $\omega_a$ ) του κινητήριου τροχού προς τον αριθμό στροφών  $n_b$  (ή της γωνιακής ταχύτητας  $\omega_b$ ) του κινούμενου τροχού .

$$i = \frac{n_a}{n_b} = \frac{\omega_a}{\omega_b} \quad (2.1)$$

Για ένα μονοβάθμιο μειωτήρα (Σχήμα 2.3). Η σχέση μετάδοσης θα είναι:

$$i = \frac{n_1}{n_2} \quad (2.2)$$

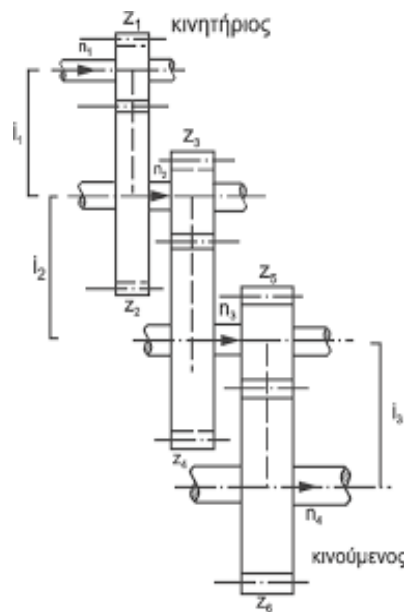
$n_1, n_2$  αριθμός στροφών κινητήριο και του κινούμενου τροχού



**Σχήμα 2.2 :** Σχέση μετάδοσης σε μονοβάθμιο μειωτήρα

Για μειωτήρα με πολλές βαθμίδες (Σχήμα 2.3) η συνολική σχέση μετάδοσης θα είναι

$$i_{ολ} = i_1 * i_2 * i_3 \dots i_{in} \quad (2.3)$$



**Σχήμα 2.3:** Σχέση μετάδοσης σε ένα πολυβάθμιο μειωτήρα

Για να υπάρχει στους 2 κυλίνδρους που αναφέραμε συνεχής επαφή με κύλιση, χωρίς ολίσθηση, πρέπει οι περιφερειακές ταχύτητες στους αρχικούς κύκλους να είναι ίσες, επομένως:

$$v_1 = \frac{d_1 * \pi * n}{60} = v_2 = \frac{d_2 * \pi * n}{60} \quad (2.4)$$

Και 
$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (2.5)$$

Επειδή  $d_2 = m \cdot z_2$  και  $d_1 = m \cdot z_1$  θα έχουμε :

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (2.6)$$

- Ο λόγος του αριθμού οδόντων  $z_2/z_1$  χαρακτηρίζεται ιδιαίτερα με το γράμμα  $u$ ,  
Δηλαδή,

$$\frac{z_2}{z_1} = u \geq 1 \quad (2.7)$$

θα έχουμε λοιπόν σχέση μετάδοσης για μείωση στροφών (πηνίων 1 κινητήριο)  $i = u$  και  
σχέση μετάδοσης για αύξηση στροφών (τροχός 2 κινητήριος)  $i = 1/u$

$v_1, v_2$  περιφερειακή ταχύτητα του κινητήριου και του κινούμενου τροχού

$d_1, d_2$  διάμετρος αρχηγού κύκλου του κινητήριου και του κινούμενου τροχού

$z_1, z_2$  αριθμός οδόντων του μικρού και του μεγάλου τροχού

- **Βήμα  $p$**  ονομάζεται η απόσταση μεταξύ 2 οδόντων και μετράται σαν τόξο πάνω στον αρχικό κύκλο.

$$p = \frac{\pi d}{z} \quad \text{σε mm} \quad (2.8)$$

- **Modul ή μέτρο  $m$**  ονομάζεται ο λόγος  $p / \pi$  (ή το μήκος της αρχικής διαμέτρου που αντιστοιχεί σε ένα οδόντα)

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} \quad \text{σε mm} \quad (2.9)$$

Για να περιοριστεί ο αριθμός των απαιτούμενων κοπτικών εργαλείων στη βιομηχανία, χρησιμοποιούνται τα τυποποιημένα modul που περιέχονται στον πίνακα 1-1:

Σειρά 1	0.05	0.06	0.08	0.1	0.12	0.16	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.25
	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	60
Σειρά 2	0.055	0.07	0.09	0.11	0.14	0.18	0.22	0.28	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.125	1.375
	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	7	9	11	14	18	22	28	36	45	55	70

**Πίνακας 1-1:** Τιμές modul σε mm κατά DIN 780

- **Ύψος κεφαλής  $h_\alpha$**  ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ αρχικού κύκλου και κύκλου κεφαλής. Λαμβάνεται ίσο με το modul .

$$h_a = m \quad (2.10)$$

- **Ύψος κεφαλής  $h_f$**  ονομάζεται η ακτινική απόσταση μεταξύ αρχικού κύκλου και κύκλου πόδα. Λαμβάνεται ίσο με 1,167m ή 1,25m ανάλογα με το κοπτικό εργαλείο

$$h_f = h_a + c = 1,25 * m \quad (2.11)$$

**c είναι η χάρη κεφαλής**, δηλαδή η χάρη ανάμεσα στους κύκλους κεφαλής και πόδα. Λαμβάνεται ανάλογα με το κοπτικό εργαλείο  $C = 0,167 m$  συνηθέστερα  $c = 0,25 m$ .

- **Ύψος οδόντα  $h$**  ονομάζεται το άθροισμα του ύψους κεφαλής και ύψους πόδα

$$h = h_a + h_f \quad (2.12)$$

- **Διάμετρος κύκλου κεφαλής  $d_a$**  ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εξωτερικά τους οδόντες

$$d_a = d + 2 * h_a \quad (2.13)$$

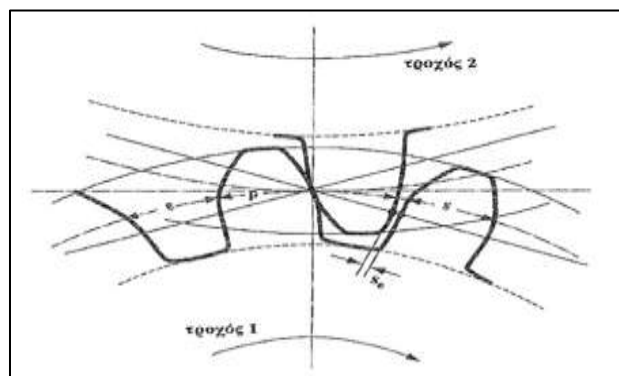
- **Διάμετρος κύκλου πόδα  $d_f$**  ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περιορίζει εσωτερικά τους οδόντες

$$d_f = d - 2 * h_f \quad (2.14)$$

- **Απόσταση αξόνων  $\alpha_d$**  ονομάζεται το ημιάθροισμα των διαμέτρων των αρχικών κύκλων

$$\alpha_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \quad (2.15)$$

- **Πάχος οδόντων  $s$**  μετράται πάνω στον αρχικό κύκλο και είναι λοιπόν  $= r/2$ . Για την αντιμετώπιση όμως ανακριβειών κατασκευής και τοποθέτησης, πιθανόν θερμικών διαστολών και λίπανσης, είναι απαραίτητη μια χάρη κατανομής δηλαδή το διάκενο πρέπει να είναι λίγο μεγαλύτερο από το πάχος του οδόντα. (Σχήμα 2.5).



**Σχήμα 2.4:** Χάρη κατανομής των οδόντων

Προσδιοριστική είναι η ελάχιστη απόσταση  $s_e$  μεταξύ των 2 κατανομών που μετράται πάνω στη γραμμή επαφών. Το πάχος  $s$  και το διάκενο  $e$  εξαρτώνται από την κατεργασία των οδόντων. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

## 2.3 Οδοντώσεις Εξειλιγμένης

### 2.3.1. Είδη Οδοντώσεων

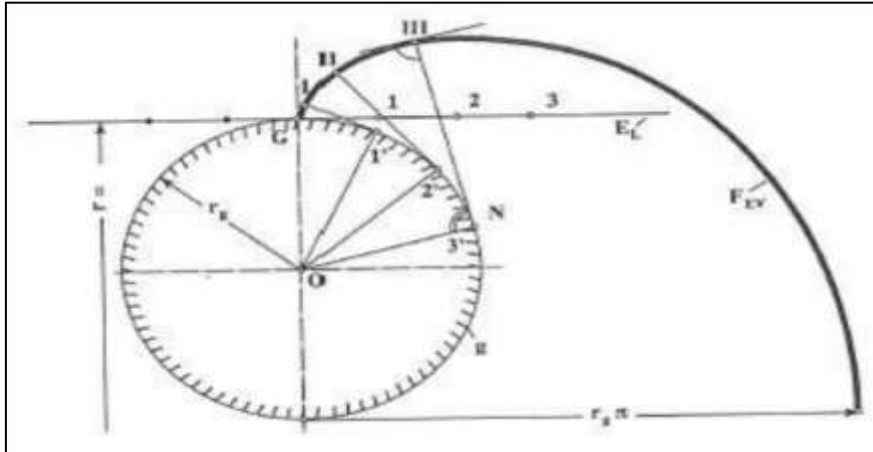
Οι μορφές των κατατομών των οδόντων μπορούν να είναι τυχαίες, αρκεί να πληρούται ο βασικός νόμος της οδόντωσης. Για να απλοποιηθεί όμως η κατασκευή των οδόντων είναι σκόπιμο να επιλέγονται ορισμένες γεωμετρικές καμπύλες.

Τα βασικά είδη οδοντώσεων είναι οι κυκλοειδής οδοντώσεις που χωρίζονται σε επικυκλοειδής, υποκυκλοειδής και ορθοκυκλοειδής και οι οδοντώσεις εξειλιγμένης. Στην παρούσα εργασία θα αναλυθούν μόνο οι οδοντώσεις εξειλιγμένης, εφόσον χρησιμοποιούνται σχεδόν αποκλειστικά στην μηχανολογία και οι οδοντωτοί τροχοί που θα μελετηθούν χρησιμοποιούν αυτήν την οδόντωση. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

### 2.3.2. Εξειλιγμένης Οδόντωσης

Εξειλιγμένη είναι η καμπύλη που παράγεται από σημείο μιας ευθείας  $EL$  η οποία κυλιέται πάνω σε ένα κύκλο, τον βασικό κύκλο  $g$  (σχήμα 2.5). Για να χαράξουμε την εξειλιγμένη παίρνουμε πάνω στην περιφέρεια  $g$  και στην ευθεία  $EL$  ίσα τμήματα από το σημείο  $G$ . Έτσι έχουμε τα σημεία  $1,2,3$  και  $1',2',3'$ . Με κέντρο το  $3'$  και ακτίνα  $3G$  καθώς και με κέντρο το  $G$  και ακτίνα  $33'$  χαράζουμε δύο τόξα κύκλου. Το σημείο III της τομής τους είναι σημείο της ζητούμενης εξειλιγμένης.

Η ευθεία  $3'III$  είναι κάθετος πάνω στην εξειλιγμένη, το δε σημείο  $3'$  είναι το κέντρο καμπυλότητας για το σημείο III. Η εξειλιγμένη καμπύλη χρησιμοποιείται στην μηχανολογία για την κατατομή των οδόντων, επειδή η κατασκευή των οδόντων είναι τόσο ευκολότερη όσο πιο απλή είναι η τροχιά επαφών. Στην καμπύλη αυτή η τροχιά επαφών είναι η ευθεία γραμμή  $n-n$  που περνά από το σημείο κύλισης  $C$  και σχηματίζει με την εφαπτομένη του κύκλου κύλισης στο σημείο  $C$  τη γωνία επαφής  $\alpha$  (Σχήμα 2.6). (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)



**Σχήμα 2.5:** Κατασκευή της εξειλιγμένης καμπύλης

Οι οδοντώσεις με εξειλιγμένη έχουν επικρατήσει πλήρως διότι παρουσιάζουν πολλά πλεονεκτήματα όπως:

- Μπορούν να κατασκευασθούν με μεγάλη ακρίβεια με απλό εργαλείο του οποίου οι κατατομές είναι ευθείες.
- Μικρές μεταβολές στην απόσταση των κέντρων των τροχών δεν επηρεάζουν τις συνθήκες επαφής των οδόντων.
- Με το ίδιο εργαλείο μπορούν να κατασκευασθούν και οδόντες με μετατόπιση
- Είναι τροχοί ανταλλάξιμοι διότι τα τμήματα της γραμμής επαφών δεξιά και αριστερά από τη διάκεντρο είναι εφαρμόσιμα.
- Η διεύθυνση της κάθετης δύναμης πάνω στην κατατομή παραμένει αμετάβλητη (διεύθυνση γραμμής επαφών).

Σαν μειονέκτημα θεωρείται ότι για μικρό αριθμό οδόντων οι κορυφές των οδόντων του μεγάλου (ή του κοπτικού εργαλείου) υποσκάπτουν τη βάση των οδόντων του μικρού τροχού και εμφανίζονται έτσι οι λεγόμενες υποκοπές). Στην περίπτωση αυτή χειροτερεύουν οι συνθήκες επαφής των οδόντων (μείωση του βαθμού επικάλυψης) και εξασθενίζει η βάση του οδόντα με κίνδυνο να σπάσει.

## 2.4 Υλικά Διαμόρφωσης

Για μικρές περιφερειακές ταχύτητες χρησιμοποιούνται συνήθως οδοντωτοί τροχοί με ευθείς οδόντες. Για μεγάλες περιφερειακές ταχύτητες προτιμούνται οδοντωτοί τροχοί με κεκλιμένους πλάγιους οδόντες, γιατί προκαλούν λιγότερο θόρυβο. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει βέβαια να ληφθούν υπόψη, κατά την έδραση των αξόνων και αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται εδώ. Για το πινιόν χρησιμοποιείται συνήθως πιο ανθεκτικό υλικό από το υλικό του συνεργαζόμενου μεγάλου τροχού, διότι λόγω μεγαλύτερου αριθμού στροφών (περισσότερες εμπλοκές) καταπονείται περισσότερο.

Χονδρικά θα εκλέξουμε το υλικό για την κατασκευή των οδοντωτών τροχών από ενδεικτικές τιμές πίνακα 1-5 του βιβλίου αν όμως το επιβάλλει ο υπολογισμός του οδόντα σε θραύση και πίεση επιφανείας, θα πρέπει να γίνει αλλαγή υλικού.

Μεγάλοι οδοντωτοί τροχοί διαμορφώνονται με πλήμνη, στεφάνι και αρκετούς βραχίονες. Πολλές φορές φέρουν μια ξεχωριστή στεφάνι με τους οδόντες, τι στεφάνι επιστέψεις. Στην περίπτωση αυτή τα υπόλοιπα μέρη των τροχών (λίμνη, βραχίονες κ.λ.π) κατασκευάζονται κατά κανόνα χυτά ή σε περίπτωση μικρού αριθμού τεμαχίων, συγκολλητά. Η συμβολική κατασκευή έχει επιπλέον το πλεονέκτημα να είναι ελαφρότερη. Συγκολλητά νεύρα ενισχύουν την κατασκευή. Η περιφερειακές ραφές στην πλήμνη ελέγχονται με διάτμηση. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

Στην συνέχεια παρατίθενται σε πίνακα τα υλικά που επιλέξαμε για την κατασκευή των οδοντωτών τροχών με γνώμονα τα κύρια χαρακτηριστικά των υλικών.

Ομάδα υλικού	Σύμβολο υλικού κατά DIN (παλαιό)	Σκληρότητα του τροχού στην επιφάνεια ( $\frac{N}{mm^2}$ )	Δυναμική αντοχή στον πόδα σε φορτίο $\sigma_{Fl}$ ( $\frac{N}{mm^2}$ )	Δυναμική αντοχή σε πίεση επιφανείας $\sigma_{Hl}$ ( $\frac{N}{mm^2}$ )
Χάλυβες κατασκευών	St-50	1600 HB	320	370
	St-60	1900 HB	350	430
	St-70	2080 HB	510	460
Χυτοσίδηρος με σφαιροειδή γραφίτη	GGG-60	2500 HB	450	490
	GGG-80	3200 HB	500	610

Πίνακας 2-1: Χαρακτηριστικά υλικών διαμόρφωσης



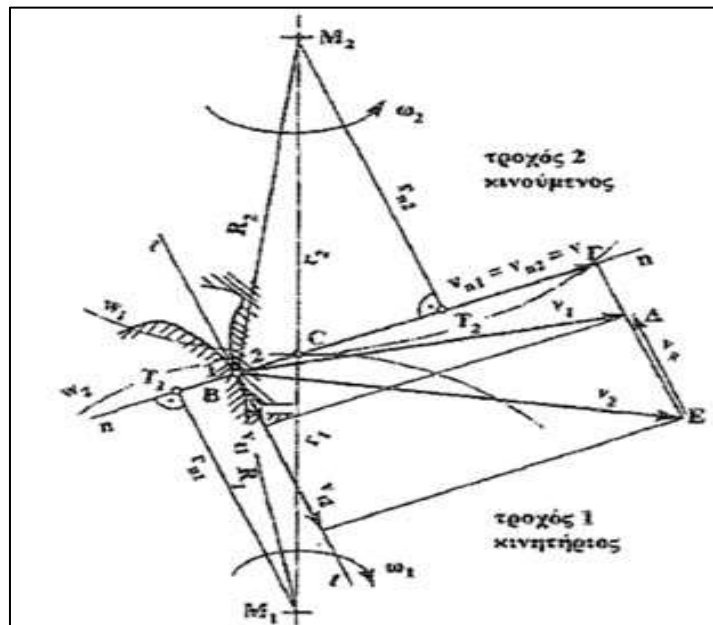
## 2.5 Βασικός Νόμος της Οδόντωσης

Προϋπόθεση για την κανονική (ομοιόμορφη) λειτουργία ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών είναι μια σταθερή σχέση των γωνιακών ταχυτήτων του κινητήριου και του κινούμενου τροχού, δηλαδή μια σταθερή σχέση μετάδοσης.

Ο βασικός νόμος της οδόντωσης λέει ότι:

Για να μεταφερθεί η κίνηση από τον ένα οδοντωτό τροχό στον συνεργαζόμενο ομοιόμορφα δηλαδή ο αρχικός κύκλος του ενός τροχού να κυλιέται χωρίς ολίσθηση πάνω στον αρχικό κύκλο του συνεργαζόμενου, θα πρέπει η κάθετος στο εκάστοτε σημείο επαφής των δύο συνεργαζόμενων κατανομών να περνάει από το σημείο (κέντρο) κύλισης C.

Στο σημείο επαφής B των συνεργαζόμενων κατανομών (σχήμα 2.6) φέρουμε την κοινή εφαπτομένη tBt και πάνω σε αυτή την κάθετο nBn που τέμνει τη διάκεντρο M<sub>1</sub>M<sub>2</sub> στο σημείο C. Η μεταφορά της δύναμης από τον ένα οδόντα στον άλλο μπορεί να γίνει μόνο κατά μήκος της ευθείας nBn.



Σχήμα 2.6: Βασικός νόμος της οδόντωσης

Οι γωνιακές ταχύτητες των τροχών 1 και 2 είναι αντίστοιχα  $\omega_1$  και  $\omega_2$ . Αν θεωρήσουμε το σημείο B σαν σημείο τροχού 1, Η περιφερειακή του ταχύτητα  $u_1$  γύρω από το M<sub>1</sub> θα είναι:

$$u_1 = \omega_1 * M_1B = \omega_1 R_1 \quad (2.16)$$

Το σημείο όμως B ανήκει συγχρόνως και στον τροχό 2, οπότε η περιφερειακή του ταχύτητα γύρω από το M<sub>2</sub> θα είναι:

$$u_2 = \omega_2 * M_2B = \omega_2 R_2 \quad (2.17)$$

Για να υπάρχει συνεχής κύλιση των αρχικών κύκλων, πρέπει οι συνιστώσες  $u_{n1}$  και  $u_{n2}$  των  $u_1$  και  $u_2$  κατά την διεύθυνση της κοινής καθέτου τον κατατομών να είναι ίσες, δηλαδή:

$$u_{n1} = u_{n2} = u \quad (2.18)$$

Διότι αν  $u_{n1} < u_{n2}$  τότε η κατατομή του τροχού 1 θα απομακρυνόταν από την κατατομή του τροχού 2 και θα έπαυε η επαφή .

Αν πάλι  $u_{n1} > u_{n2}$  η μία κατατομή θα εισχωρούσε στην άλλη.

Και στις 2 περιπτώσεις θα είχαμε ολίσθηση του ενός αρχικού κύκλου πάνω στον άλλο.

Από την ομοιότητα των τριγώνων  $BΓΔ - M_1 T_1 B$  Και  $BΓΕ - M_2 T_2 B$  έχουμε:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{rn_1}{R_1} \quad \text{και} \quad \frac{v}{v_2} = \frac{rn_2}{R_2} \quad (2.19)$$

Με τις παραπάνω σχέσεις λαμβάνουμε:

$$v = \omega_1 * r_{n1} = \omega_2 * r_{n2} \quad \text{ή} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{n2}}{r_{n1}} \quad (2.20)$$

Από την ομοιότητα των τριγώνων  $CM_1T_1$  και  $CM_2T_2$  έχουμε:

$$\frac{r_{n2}}{r_{n1}} = \frac{r_2}{r_1} \quad (2.21)$$

Τελικά λαμβάνουμε από της παραπάνω σχέσης έχουμε την σταθερή σχέση μετάδοσης:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (2.22)$$

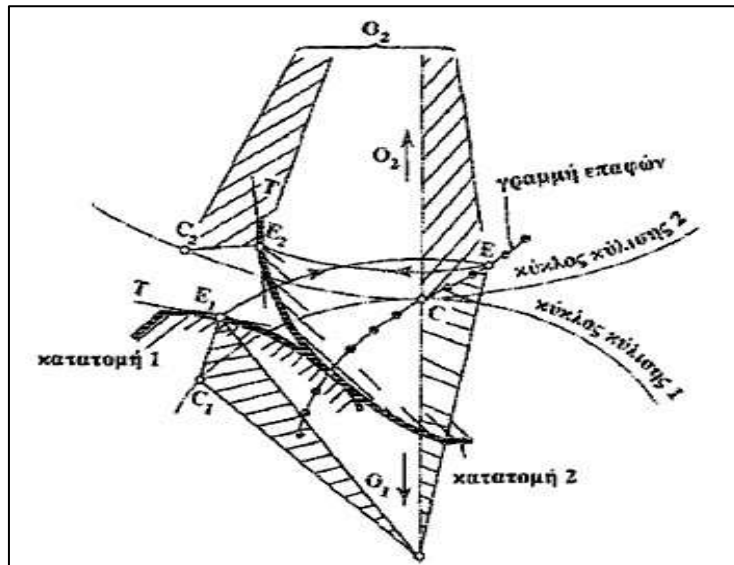
Αν πάλι υποθέσουμε ότι η κάθετος στο σημείο επαφής των κατατομών δεν περνά από το σημείο  $C$ , αλλά τέμνει την διάκεντρο  $M_1M_2$ , κατά τη διάρκεια της εμπλοκής, πάντοτε σε διαφορετικά σημεία ακόμα τότε η σχέση μετάδοσης δεν θα ήταν σταθερή, αλλά θα μεταβαλλόταν κατά το λόγο των αποστάσεων των σημείων  $M_1$  και  $M_2$  από τις εκάστοτε δομές της καθέτου με την διάκεντρο  $M_1M_2$ . Το σημείο λοιπόν  $C$ , όπου εκείνη καθέτως των κατατομών συναντά το διάκεντρο, συμπίπτει με το κέντρο κύλισης, δηλαδή με το σημείο επαφής των δύο αρχικών κύκλων.

Από τα παραπάνω προκύπτουν ορισμένα συμπεράσματα σχετικά με την κίνηση των κατατομών. Το διαφορετικό μέγεθος των συνιστωσών  $u_{t1}$  και  $u_{t2}$  της ταχύτητας σημαίνει ότι η κατατομές κατά τη διάρκεια της συνεργασίας τους εκτός από την κίνηση κύλισης εκτελούν συγχρόνως και μια κίνηση ολίσθησης. Αντίθετα μόνο έτσι δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για μια υδροδυναμική υγρή τριβή ανάμεσα στις κατατομές δηλαδή ένα σφηνοειδές στρώμα λιπαντικού και μια σχετική ταχύτητα των λυπενωμένων επιφανειών.

Η σχετική ταχύτητα γίνεται μηδέν μόνο όταν το  $B$  συμπέσει με το  $C$ , διότι τότε οι ταχύτητες  $u_1$  και  $u_2$  συμπίπτουν και είναι ίσες. Οι συνιστώσες  $u_{t1}$  και  $u_{t2}$  θα είναι τότε επίσης ίσες δηλαδή  $u_{t1} = u_{t2} = 0$ . Αυτό σημαίνει ότι στην περιοχή του κύκλου κύλισης εμφανίζεται για σύντομο χρόνο καθαρή κύλιση και το στρώμα λιπαντικού διακόπτεται. Από αυτό το σημείο ξεκινά η καταστροφή της κατατομής λόγω κόπωσης του υλικού. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

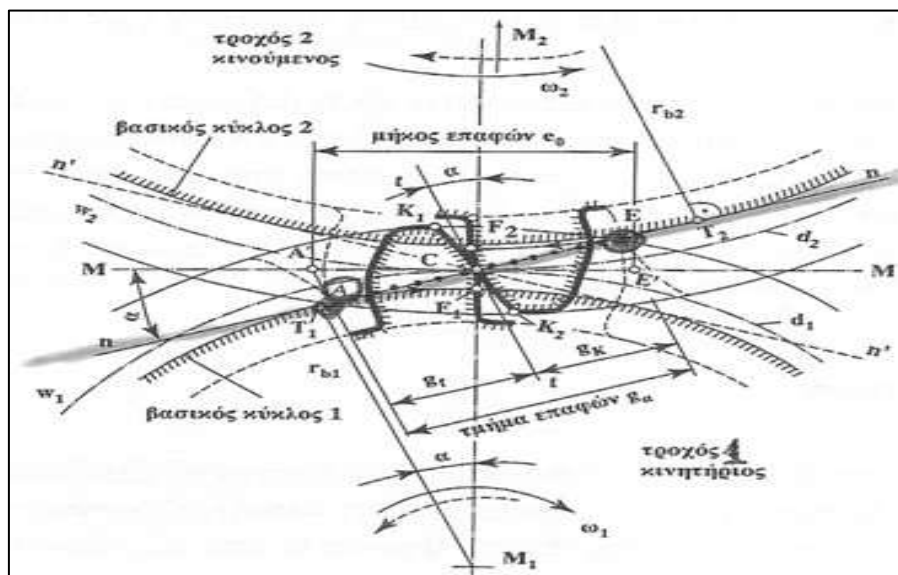
## 2.6 Μεγέθη Επαφών

Σύμφωνα με τον βασικό νόμο της οδόντωσης, ένα σημείο  $E_1$  μοιάζει δεδομένης κατατομής έρχεται σε επαφή με το σημείο  $E_2$  ή συνεργαζόμενης κατατομής, όταν η κάθετος πάνω στις κατατομές, στα σημεία  $E_1$  και  $E_2$ , γύρνα από το σημείο και κύλισης  $c$  (σχήμα 2.7). Τι στιγμή της επαφής τα σημεία  $E_1$  και  $E_2$  των κατατομών συμπίπτουν και δίνουν το σημείο επαφής  $E$ .



Σχήμα 2.7: Συνεργασία κατατομών

Γραμμή ή τροχιά επαφών λέγεται η γραμμή  $n - n$  πάνω στην οποία κινείται κατά τη διάρκεια της εμπλοκής του εκάστοτε σημείο επαφής  $E$  (σχήμα 2.8).



Σχήμα 2.8: Οδοντωτός τροχός με εξωτερική οδόντωση εξειλιγμένης

Για δεξιόστροφη φορά του πινιόν  $M_1$ , η εμπλοκή δηλαδή της επαφής  $M_2$  των οδόντων θα αρχίσει στο σημείο  $A$  (τομή της γραμμής επαφών με τον κύκλο κεφαλής του τροχού 2) και τελειώνει στο σημείο  $E$  (τομή της γραμμής επαφών με τον κύκλο κεφαλής του τροχού 1).

**Τμήμα επαφών**  $g_\alpha$  λέγεται το μέρος της γραμμής επαφών που χρησιμοποιείται κατά τη διάρκεια της επαφής των οδόντων και περιορίζεται από τους 2 κύκλους κεφαλής. Είναι:

$$g_\alpha = (\sqrt{(d^2 a_1 - d^2 b_1)} + \sqrt{d^2 a_2 - d^2 b_2}) - a_d \quad \text{* ημα σε mm} \quad (2.23)$$

$d_{\alpha 1}, d_{\alpha 2}$  διάμετρος κύκλου κεφαλής πηνίων και τροχού σε mm

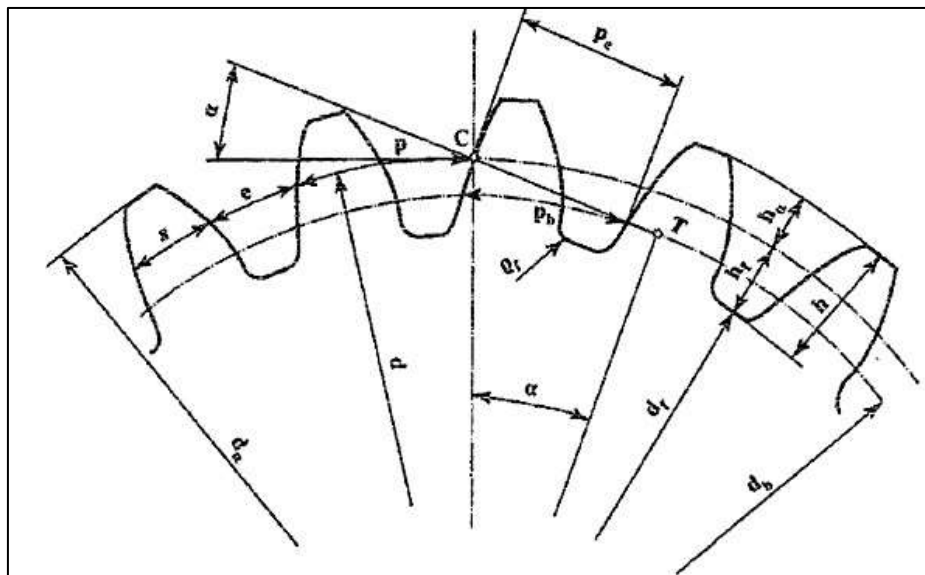
$d_{b1}, d_{b2}$  διάμετρος βασικού κύκλου πηνίων και τροχού σε mm

$$d_b = d * \sigma \nu \alpha \quad (2.24)$$

$d$  διάμετρος αρχικού κύκλου

$\alpha$  γωνία επαφής  $\alpha = 20$

$a_d$  απόσταση αξόνων σε mm



Σχήμα 2.9: Εξωτερική οδόντωση

Αντίστοιχο προς το τμήμα επαφών  $g_\alpha$  είναι το μήκος επαφών  $e_o$  που μετράται πάνω στην εφαπτομένη των τροχών στο σημείο C ή η μέση γραμμή του οδοντωτού κανόνα. Δηλαδή κατά τη διάρκεια της επαφής ενός ζεύγους οδόντων, οδοντωτός κανόνας μετατοπίζεται κατά  $e_o = A'E'$

$$\text{Είναι} \quad g_\alpha = e_o * \sigma \nu \alpha \quad (2.25)$$

**Βήμα Επαφών**  $p_e$  λέγεται η απόσταση, πάνω στη γραμμή επαφών, ανάμεσα σε 2 συνεχείς (δεξιές ή αριστερές) κατατομές οδόντων του ίδιου τροχού. Από το σχήμα 1.9β προκύπτει ότι το  $p_e$  ισούται με το βήμα  $p_b$  βασικό κύκλο, διότι η γραμμή επαφών, εκ της κατασκευής της εξελιγμένης, κυλιέται πάνω στο βασικό κύκλο  $d_b$ . Θα είναι λοιπόν

$$\frac{p_e}{p} = \frac{p_d}{p} = \frac{d_b}{d} = \sigma \nu \alpha \quad \text{και} \quad p_e = p * \sigma \nu \alpha \quad (2.26)$$

Το τμήμα επαφών  $g_a$  πρέπει να είναι πάντοτε μεγαλύτερο από το βήμα επαφών  $p_e$  για να βρίσκεται διαρκώς σε επαφή τουλάχιστον ένα ζεύγος οδόντων.

Αν  $g_a < p_e$ , μετά το τέλος της επαφής ενός ζεύγους οδόντων, ο κινούμενος τροχός θα παραμείνει για λίγο ακίνητος, διότι το επόμενο ζεύγος οδόντων δεν θα έχει αρχίσει ακόμη την επαφή του. Όσο μεγαλύτερο είναι το τμήμα επαφών  $g_a$ , όσο και ο ήρεμη και ομοιόμορφη είναι η περιστροφή των τροχών.

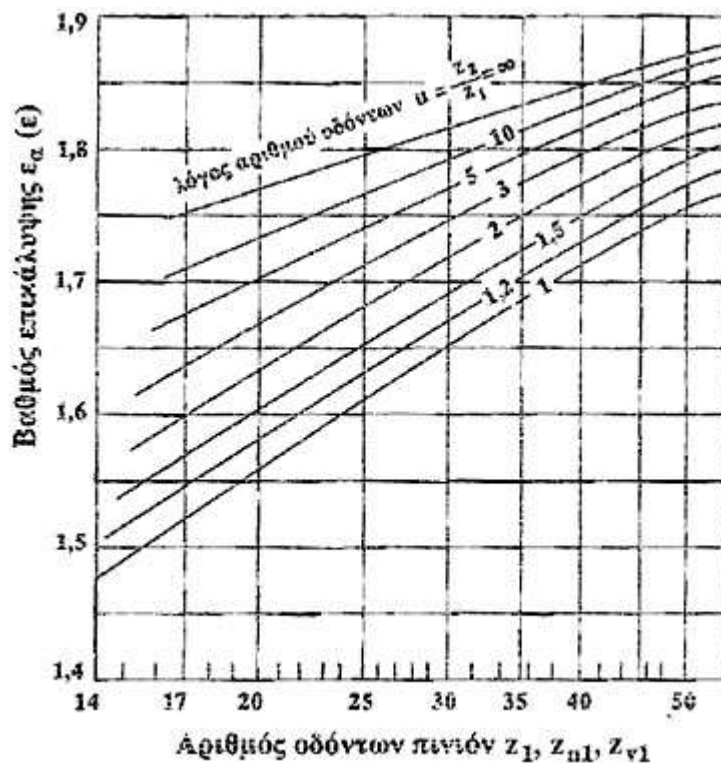
Βαθμός επικάλυψης  $\epsilon_a$  λέγεται ο λόγος του τμήματος επαφών  $g_a$  προς το βήμα επαφών  $p_e$  για μια απρόσκοπτη συνεργασία ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών θα πρέπει να είναι  $\epsilon_a \geq 1,17$  κατά το δυνατόν  $\epsilon_a \geq 1,25$ .

Ο βαθμός επικάλυψης δίνει τον αριθμό των συνεργαζόμενων οδόντων και είναι μέτρο για την κατανομή της περιφερειακής δύναμης πάνω στους οδόντες.

Για ένα ζεύγος οδοντωτών τροχών με παράλληλους οδόντες χωρίς μετατόπιση, ο βαθμός επικάλυψης δίνεται από τη σχέση

$$\epsilon_a = \frac{g_a}{p_e} = \frac{(\sqrt{d^2 a_1 - d^2 b_1} + \sqrt{d^2 a_2 - d^2 b_2}) - a \cdot \eta \mu \alpha}{\pi \cdot m \cdot \sigma \nu \alpha} \quad (2.27)$$

Ένας κατά προσέγγιση υπολογισμός του  $\epsilon_a$  δίνει το σχήμα 2.9, συναρτήσει του αριθμού οδόντων  $z_1$  του πινιόν και του λόγου  $u = z_2 / z_1$ .



**Σχήμα 2.10:** Υπολογισμός του βαθμού επικάλυψης  $\epsilon_a$  σε τροχούς χωρίς μετατόπιση

**Γωνία επαφής  $\alpha$**  λέγεται η οξεία γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της γραμμής επαφών n-n και της εφαπτομένης στον κύκλο κύλισης στο σημείο C.

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται συνοπτικά τα χαρακτηριστικά των οδοντωτών τροχών. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

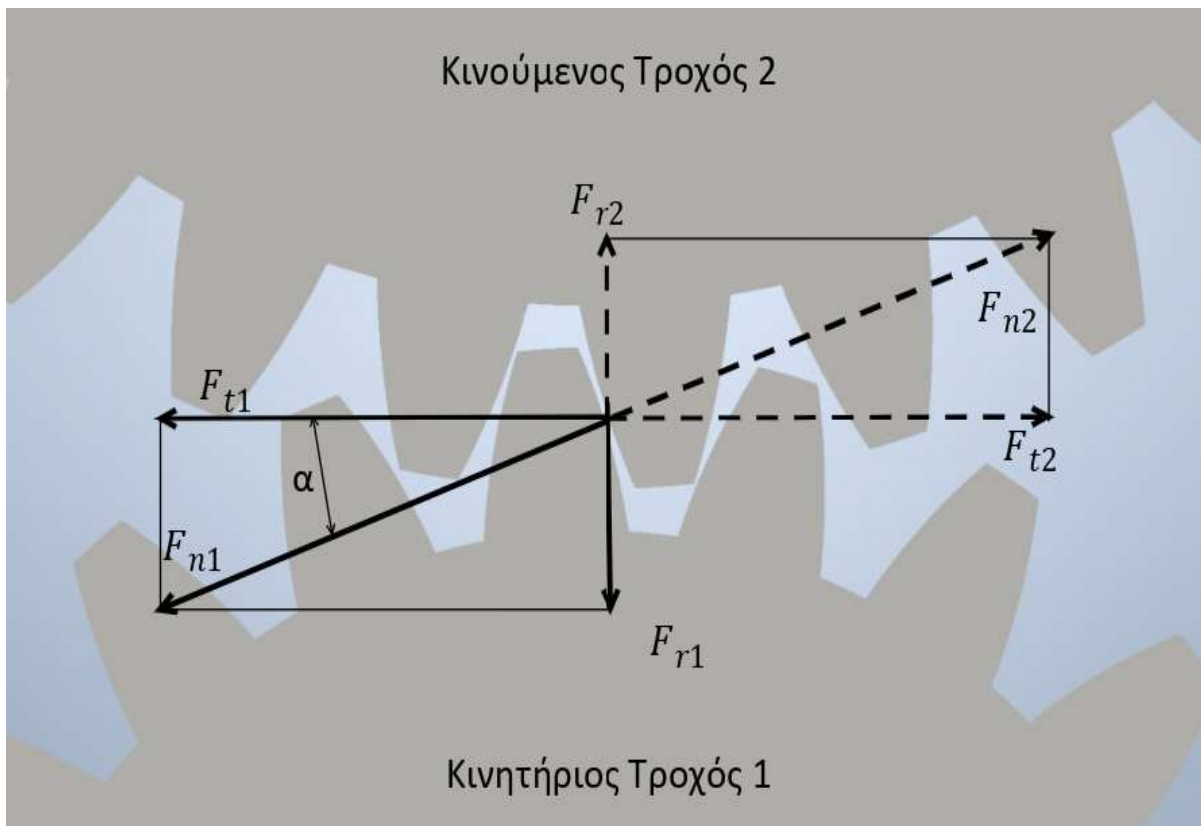
### ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΚΥΡΙΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

#### 3.1 Δυνάμεις που ασκούνται κατά την εμπλοκή δύο παράλληλων οδοντωτών τροχών

Αν θεωρήσουμε ότι κατά τη συνεργασία δύο οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες, μόνο ένα ζεύγος οδόντων βρίσκεται σε επαφή, τότε η κατατομή του οδόντα 1 που δίνει την κίνηση, πιέζει την κατατομή του οδόντα 2 που παίρνει την κίνηση. Η κάθετη δύναμη  $f_n$  που εφαρμόζεται στο σημείο επαφής των οδόντων συμπίπτει, σε οδόντωση εξελιγμένης, με τη γραμμή επαφών n-n περνά από το σημείο C. Η  $f_n$  θεωρείται ότι ενεργεί στο μέσο του πλάτους b του οδόντα.

Η δύναμη  $F_{n1}$  ενεργεί στην κατατομή του οδόντα 1 κατά την διεύθυνση μιας πιθανής θραύσης του. Αν δεν ληφθούν υπόψη οι τριβές έχουμε ίση και αντίθετη δύναμη  $F_{n2}$  που θέτει σε κίνηση τον τροχό 2 και ενεργεί επίσης κατά τη διεύθυνση μιας πιθανής θραύσης του οδόντα 2.

Οι δυνάμεις  $F_{n1}$ ,  $F_{n2}$  αναλύονται στις ακτινικές συνιστώσες  $F_{r1}$ ,  $F_{r2}$  και στις εφαπτομενικές συνιστώσες που ενεργούν σαν περιφερειακές δυνάμεις  $F_{t1}$ ,  $F_{t2}$  μεταφέροντας τη ροπή στρέψης από τον τροχό 1 στον τροχό 2. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)



Σχήμα 3.1: Δυνάμεις σε που ασκούνται σε ζεύγος οδοντωτών τροχών με ευθείς οδόντες

Η ροπή στρέψης  $T_1$  στον τροχό 1 για την αρχική διάμετρο  $d_1$  θα είναι:

$$T_1 = \frac{F_{t1} * d_1}{2000} \quad \text{σε Nm} \quad (3.1)$$

$F_{t1}$  σε N,  $d_1$  σε mm

Επειδή συνήθως δίνεται η προς μεταφορά ισχύς στην είσοδο  $P_1$  σε KW οι στροφές εισόδου  $n_1$  ή εξόδου  $n_2$  σε RPM και μια απαιτούμενη σχέση μετάδοσης

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (3.2)$$

Η περιφερειακή δύναμη  $F_{t1}$  υπολογίζεται από τη σχέση

$$F_{t1} = \frac{2000 * T_1}{d_1} \quad \text{σε N} \quad (3.3)$$

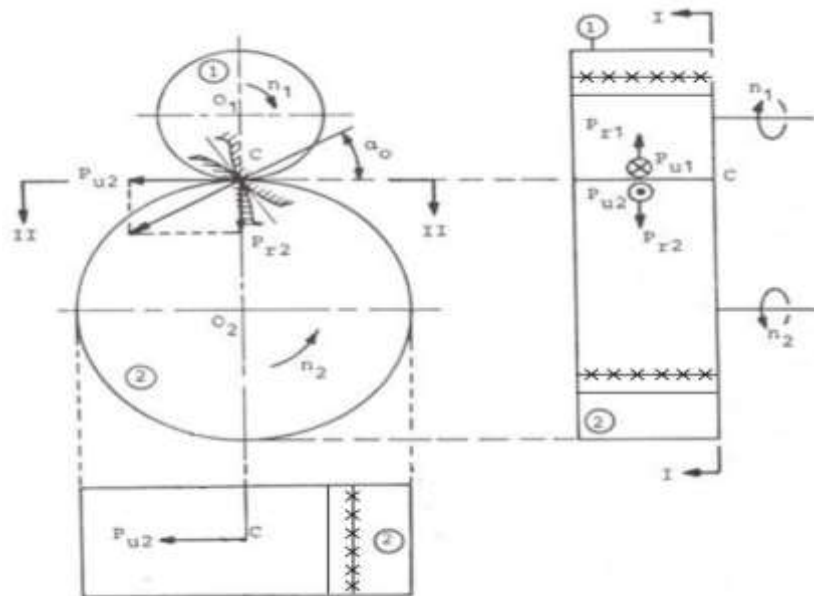
Η κάθετη δύναμη  $F_{n1}$  στον οδόντα θα είναι

$$F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{2000 * T_1}{d_1 * \sigma\upsilon\nu\alpha} \quad \text{σε N} \quad (3.4)$$

Η ακτινική δύναμη  $F_{r1}$  που διευθύνεται προς το κέντρο του τροχού θα είναι

$$F_{r1} = F_{t1} * \epsilon\varphi\alpha = \frac{2000 * T_1 * \epsilon\varphi\alpha}{d_1} \quad \text{σε N} \quad (3.5)$$

Στον κινούμενο τροχό 2 ενεργούν δυνάμεις ίδιου μεγέθους και αντίθετες ή αν ληφθεί υπόψη ο βαθμός απόδοσης τότε οι δυνάμεις είναι αντίστοιχα μικρότερες.



**Σχήμα 3.2:** Δυνάμεις που ασκούνται κατά την εμπλοκή παράλληλων οδοντωτών τροχών

### 3.2. Μεθοδολογία εκλογής κύριων στοιχείων

Η αντοχή ενός ζεύγους οδόντων εξαρτάται από την:

- Αντοχή του οδόντα σε θραύση, δηλαδή κατά πόσο αντέχει σε θραύση, στατική ή δυναμική, η βάση του οδόντα.
- Αντοχή του οδόντα σε πίεση επιφάνειας δηλαδή κατά πόσο αντέχει σε φθορά (δημιουργία "pittings")
- Αντοχή του οδόντα σε "άρπαγμα" δηλαδή κατά πόσο αντέχει σε φθορά (δημιουργία "gallings")

Επειδή το άρπαγμα μπορεί να αποφευχθεί σε μεγάλο βαθμό με κατάλληλα μέτρα ακόμα όπως προσεκτική συντήρηση και λίπανση, καλό στρώσιμο των συνεργαζόμενων τροχών και εκλογή κατάλληλων υλικών, υπολογισμός των τροχών γίνεται συνήθως για να ληφθούν σε θραύση και πίεση επιφάνειας. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται τυποποιημένος κατά DIN3990 για μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς. Ο τρόπος υπολογισμού είναι πολύ εκτεταμένος και λεπτομερής και βασίζεται σε ένα μεγάλο αριθμό εμπειρικών ή πειραματικών συντελεστών που λαμβάνουν υπόψη κάθε είδους επιρροές.

Για τον προσδιορισμό των συντελεστών αυτών χρησιμοποιούνται, κατά DIN 3990/1, οι μέθοδοι A,B,C,D και E με την μέθοδο A να είναι πολύ ακριβής ενώ διαδοχικά μέχρι τη μέθοδο E γίνονται πρόσθετες απλοποιημένες υποθέσεις και παραδοχές.

Εδώ δίνεται, με βάση το DIN 3990, ένας τρόπος υπολογισμού, που πλησιάζει στην μέθοδο C και λαμβάνει υπόψη κυρίως τους βασικούς συντελεστές, με σκοπό να παραμείνει ο υπολογισμός σε ανοικτά όρια εργασίας για τους σκοπούς της διπλωματικής εργασίας. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

Ο υπολογισμός των οδοντωτών τροχών γίνεται μόνο με μορφή ελέγχου γιατί η διεξαγωγή του προϋποθέτει γνώση όλων των στοιχείων της οδόντωσης. Θα πρέπει λοιπόν αρχικά να εκτιμήσουμε, με βάση την πείρα ή εμπειρικούς τύπους, τις κύριες διαστάσεις των οδοντωτών τροχών (διάμετρο αρχικού κύκλου, αριθμό οδόντων, modul, πλάτος οδόντων κλπ). Συνήθως προσδιορίζουμε ανάλογα με τα στοιχεία που διαθέτουμε, πρώτα τι διάμετρο του αρχικού κύκλου του μικρού τροχού σύμφωνα με την παρακάτω περίπτωση:

Με βάση ένα απλοποιημένο τύπο για πίεση επιφάνειας, υπολογίζεται η αρχική διάμετρος του κινητήριου τροχού (που είναι τις περισσότερες φορές το πινίον).

$$d_1 = \frac{9500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{T_1 * \sigma_{Hl}}{\psi_d} * \frac{u+1}{u}} \approx \frac{20500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{P_1 * \sigma_{Hl}}{\psi_d * n_1} * \frac{u+1}{u}} \text{ σε mm} \quad (3.6)$$

Ροπή στρέψης στον κινητήριο τροχό

$$T_1 = 9550 \frac{P_1}{n_1} \text{ σε Nm} \quad (3.7)$$



Ισχύς προς μεταφορά από τον κινητήριο τροχό

$$P_1 \text{ σε KW} \quad (3.8)$$

Λόγος πλάτους οδόντα προς διάμετρο τροχού από το σχήμα 1-50 (βιβλίο Στεργίου)

$$\Psi_d = b_1/d_1 \quad (3.9)$$

Αντοχή της κατανομής του οδόντα και πίεση επιφανείας του υλικού πίνακας 1-9 (βιβλίο Στεργίου)

$$\sigma_{Hl} \text{ σε N/mm}^2$$

Λόγος αριθμό οδόντων

$$u = \frac{z_2}{z_1} \quad (3.10)$$

Αριθμός στροφών του κινητήριου τροχού

$$n_1 \text{ σε RPM}$$

### 3.3. Υπολογισμός του Οδόντα σε Θραύση

Ο υπολογισμός της μέγιστης τάσης στην επικίνδυνη διατομή στον πόδα των οδόντων γίνεται προκειμένου να συγκριθεί με τη μέγιστη επιτρεπόμενη τάση  $\sigma_{\varepsilon\pi}$  η οποία εξαρτάται από τη δυναμική αντοχή του υλικού του τροχού σε επαναλαμβανόμενη καμπτική καταπόνηση και από τον συντελεστή ασφαλείας για την καταπόνηση στον πόδα. Για να ελεγχθεί αν ο τροχός αντέχει στη φόρτιση ή όχι. Συγκεκριμένα πρέπει να ισχύει:

$$\sigma_{\gamma} \leq \sigma_{\varepsilon\pi} \quad (3.11)$$

Για τον υπολογισμό σε θραύση θεωρούμε τον οδόντα σαν καπτόμενη δοκό. Οι τάσεις που δημιουργούνται στον οδόντα από την κάθετη δύναμη  $F_n$ , εμφανίζονται παραστατικά ακόμα και με την βοήθεια της φωτοελαστικότητας, πάνω σε ένα δοκίμιο από ειδικό διαφανές υλικό (συνθετική ρητίνη) που τοποθετείται σε πολωμένο φως. Όταν το δοκίμιο φορτισθεί, εμφανίζει σειρά από χαρακτηριστικές γραμμές (ισόχρονης) που αποτελούν μέτρο για την κατανομή και το μέγεθος των τάσεων. (Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, 2002)

Η μέγιστη καταπόνηση προκαλείται στον πόδα του οδόντα όταν η κάθετη δύναμη  $F_n$ , που ενεργεί κατά μήκος της γραμμής επαφών, εφαρμόζεται στην άκρη της κεφαλής του οδόντα. Υποτίθεται ότι ολόκληρη η  $F_n$ , παραλαμβάνεται από έναν μόνο οδόντα.

Για να μπορέσουν να αποδοθούν υπολογιστικά ακόμα με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια ακόμα οι δυνάμεις που ενεργούν πάνω στην οδόντωση καθώς και ιδιαίτερες ηθικές στις καταπονήσεις προβλέπονται, κατά DIN 3990, ορισμένοι πειραματική και εμπειρική συντελεστές, που λαμβάνουν υπόψη διάφορες επιρροές.

Έτσι έχουμε συντελεστές  $K$ , που λαμβάνουν υπόψη τις πραγματικές συνθήκες των δυνάμεων κατά την εμπλοκή των οδόντων και συντελεστές  $Y$  που λαμβάνουν υπόψη επιρροές αντίστοιχα στον έλεγχο της θραύσης ( $Y$ ).

Με βάση τα ανωτέρω, γενική σχέση που δίνει την τάση στον πόδα του οδόντα είναι:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b \cdot m} K_A * K_V * K_{F\alpha} * Y_{F\alpha} * Y_{S\alpha} * Y_\varepsilon \leq \sigma_{\varepsilon\pi} \approx \frac{\sigma F l}{S_f} \text{ σε } N/mm^2 \quad (3.11)$$

Περιφερειακή δύναμη όπου μεταφέρει τη ροπή στρέψης από τον τροχό 1 στον τροχό 2

$$F_t \text{ σε } N$$

Modul όπου είναι το μήκος της αρχικής διαμέτρου που αντιστοιχεί σε ένα οδόντα

$$m \text{ σε } mm$$

Πλάτος οδόντα όπου το παίρνουμε σταθερό για κάθε τροχό 2.0 mm

$$b \text{ σε } mm$$

Ο συντελεστής εφαρμογής λαμβάνει υπόψη τις διακυμάνσεις του φορτίου που εξαρτώνται από το είδος της κινητήριας μηχανής και της έργο μηχανής ανάμεσα στις οποίες είναι τοποθετημένο στο μειωτήρα. Οι διακυμάνσεις αυτές εμφανίζονται με τη μορφή κρούσεων, αιχμών φορτίου και μεταβολών στη ροπή στρέψης.

$$K_a$$

Συντελεστής δυναμικών καταπονήσεων. Λαμβάνει υπόψη τις δυναμικές καταπονήσεις που προέρχονται από τις ταλαντώσεις συνεργαζόμενων τροχών, εξαρτάται από την ακρίβεια κατασκευής της οδόντωσης του μεγέθους. Λαμβάνεται από το σχήμα 1-54.

$$K_v$$

Μετωπικός συντελεστής κατανομής φορτίου για θραύση. Λαμβάνει υπόψη μια ανόμοια κατανομή του φορτίου στα ζεύγη των οδόντων που βρίσκονται σε εμπλοκή, όταν για υψηλή ποιότητα οδοντώσεις και σχετικά μεγάλη φόρτιση δεχόμαστε ότι το φορτίο κατανέμεται σε περισσότερα από ένα ζεύγη οδόντων για ευθείς οδόντες.

$$K_{fA}$$

Συντελεστής μορφής. Λαμβάνει υπόψη την επιρροή της μορφής του οδόντα πάνω στην τάση κάμψης  $\sigma_b$  και είναι ανεξάρτητος από τον συνεργαζόμενο τροχό.

$$Y_{Fa}$$

Συντελεστής διόρθωσης της τάσης. Λαμβάνει υπόψη την αύξηση της τάσης που προκαλεί η καμπυλότητα στον πόδα του οδόντα (συγκέντρωση τάσεων), διότι στο σημείο αυτό, όπως προαναφέρθηκε, εκτός από την τάση κάμψης  $\sigma_b$  ενεργούν και οι τάσεις  $\sigma_d$  και  $\tau_m$  που παραλήφθηκαν.

$$Y_{Sa}$$

Συντελεστής επικάλυψης. Λαμβάνει υπόψη την προσδιοριστική θέση εφαρμογής της δύναμης του οδόντα, έναντι της θέσης εφαρμογής στην κεφαλή του οδόντα.  $Y_e = 0,35 + 0,75 / \epsilon_\alpha$  για  $\epsilon_\alpha < 2$ , με  $\epsilon_\alpha$  από το σχήμα 1-10.

$$Y_e$$

Επιτρεπόμενη τάση στον πόδα σε  $N/mm^2$ . Υπολογίζεται χωριστά για το πινίον

$$\sigma_{επ}$$

Δυναμική αντοχή διάρκειας σε επαναλαμβανόμενη καμπτική καταπόνηση (σε  $N/mm^2$ ) για υλικά κατάλληλα για οδοντωτούς τροχούς (πίνακας 1-9).

$$\sigma_{Fl}$$

Συντελεστής ασφαλείας για την καταπόνηση στον πόδα. Λαμβάνεται  $SF = 1,5$  έως  $3,5$  για μειωτήρες συνεχούς λειτουργίας και  $SF = 1,3$  έως  $2,0$  για μειωτήρες διακεκομμένης λειτουργίας. Κατά μέσω όρο:  $SF \geq 1,5$

$$S_F$$

### 3.5 Μεθοδολογία Υπολογισμού 1<sup>ου</sup> ζεύγους

Στην παράγραφο αυτή θα περιγραφεί ο υπολογισμός του πρώτου ζεύγους οδοντωτών τροχών. Το ζεύγος οδοντωτών τροχών προς μελέτη είναι μετωπικοί με ευθεία οδόντωση παράλληλων αξόνων.

Παρουσιάζεται το ζεύγος τροχών που θα μελετηθεί σε συνεργασία. Τα δεδομένα της εφαρμογής που είναι γνωστά είναι τα εξής:

- Ο κινητήριος οδοντωτός τροχός (πινιόν), έχει  $z_1=21$  .
- Ο κινούμενος οδοντωτός τροχός, έχει  $z_2=30$
- Η ισχύεις είναι  $P=10$  kW.
- Η στροφές που επιλέξαμε για το πρώτο ζεύγος είναι  $n= 500$  rpm.
- Επιλογή υλικού από πίνακα 1-9 : **St-50**

#### Αρχική διάμετρος

$$d_1 = \frac{9500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{T_1 * \sigma_{Hl}}{\psi_d} * \frac{u+1}{u}} \approx \frac{20500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{P_1 * \sigma_{Hl}}{\psi_d * n} * \frac{u+1}{u}} \text{ σε mm} \quad (3.6)$$

$P_1 = 10$  kW ισχύς προς μεταφορά από τον κινητήριο τροχό

$\Psi_d = 0,55$  λόγος πλάτους οδόντα προς διάμετρο τροχού  $\psi_d = b_1/d_1$  από το σχήμα 1-50 (βιβλίο Στεργίου)

$\sigma_{hl} = 370$  N/mm<sup>2</sup> αντοχή της κατανομής του οδόντα και πίεση επιφανείας του υλικού (πίνακας 1-9 βιβλίο Στεργίου)

$u = \frac{30}{21} = 1,43$  λόγος αριθμό οδόντων  $u_{(i)} = z_2 / z_1$

$n_1 = 500$  rpm αριθμός στροφών του κινητήριου τροχού

$$\Rightarrow d_1 = \frac{20500}{370} * \sqrt[3]{\frac{10 * 370}{0,55 * 500} * \frac{1,43+1}{1,43}}$$

$$\Rightarrow d_1 = 157,25 \text{ mm}$$

Στην συνέχεια υπολογίζουμε το modul:

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{157,25}{21} = 7,48 \text{ mm}$$

Από πίνακα 1-1 επιλέγω: Modul = 8 mm

Άρα, η Αρχική Διάμετρος θα είναι:

$$d_1 = z_1 * m = 21 * 8$$

$$\Rightarrow d_1 = 168 \text{ mm}$$

Έλεγχος του Οδόντα Αντοχής σε Θραύση

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b*m} * K_A * K_V * K_{Fa} * Y_{Fa} * Y_{Sa} * Y_\epsilon \leq \sigma_{\epsilon\pi} \approx \frac{\sigma_{Fl}}{S_F} \quad (3.11)$$

$$F_t = \frac{2000 * T_1}{d_1} = \frac{2000 * 191}{168} = 2274 \text{ N} \quad (3.3)$$

$$T_1 = 9555 * \frac{P_1}{n_1} = 9550 * \frac{10}{500} = 191 \text{ Nm}$$

$$b = 20 \text{ mm}$$

$$K_A = 1,25 \text{ από πίνακα 1 - 7 (σελ. 69)}$$

$$K_V = 1,05 \text{ από σχήμα 1 - 54 (σελ. 85)}$$

$$K_{Fa} = 1 \text{ σταθερό για ποιότητα 8}$$

$$Y_{Fa} = 2,85 \text{ από σχήμα 1 - 55 (σελ. 86)}$$

$$Y_{Sa} = 1,61 \text{ από σχήμα 1 - 56 (σελ. 87)}$$

$$Y_\epsilon = \frac{0,25+0,75}{1,62} = 0,62$$

$$\text{Άρα, } \sigma_F = \frac{2274}{20*8,0} * 1,25 * 1,05 * 1 * 2,85 * 1,61 * 0,62$$

$$\Rightarrow \sigma_F = 53.06 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{FP} \approx \frac{320}{1,5} = 213 \text{ N/mm}^2$$

Έλεγχος Αντοχής σε Θραύση για τον 2<sup>ο</sup> Κινούμενο Τροχό

Αρχικά, θα υπολογίσουμε την διάμετρο για τον κινούμενο τροχό:

$$d_2 = z_2 * m = 30 * 8 = 240 \text{ mm}$$

Ακολούθως, γίνεται έλεγχος Αντοχής σε Θραύση και για τον δεύτερο τροχό :

$$\sigma_{\gamma 2} = \frac{2273,8}{20 * 8} * 1,25 * 1,05 * 1 * 2,58 * 1,68 * 0,62$$

$$\Rightarrow \sigma_{\gamma 2} = 52,9 \left( \frac{N}{\text{mm}^2} \right) \leq \sigma_{\varepsilon\pi} \approx \frac{320}{1,5} \approx 213,3 \left( \frac{N}{\text{mm}^2} \right)$$

Στη συνέχεια παραθέτουμε τα αποτελέσματα και τα χαρακτηριστικά των οδοντωτών τροχών για όλα τα ζεύγη στον παρακάτω πίνακα:

Υλικό	St-50	St-60	St-70	GGG-60	GGG-80
$z_1$	21	21	21	21	21
$z_2$	30	50	80	100	120
$M$ (mm)	8	7	6	5,5	5
$P$ (kW)	10	18	27	35	42
$N$ (rpm)	500	750	1000	1250	1500
$d_1$ (mm)	168	147	126	115,5	105
$d_2$ (mm)	240	350	480	550	600
$F_{t1}$ (N)	2273,8	3130	4093	4630	5093
$F_{n1}$ (N)	2419,7	3330,87	4355,7	4927,14	5420
$F_{r1}$ (N)	827,6	1139,2	1489,7	1685,2	1853,7
$\alpha_d$ (mm)	204	248	303	332,75	352,5
$\sigma_{\gamma 1}$ (N/mm <sup>2</sup> )	53.06	82.58	131.9	164.2	202.05
$\sigma_{\gamma 2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	52.9	76.6	123.7	152.9	189.2

Πίνακας 3-1: Τιμές που υπολογίστηκαν για όλα τα ζεύγη οδοντωτών τροχών

---

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

---

### ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ CAD & CAE – ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

---

#### 4.1 Γενικά

Η ραγδαία εξέλιξη των τελευταίων ετών στην μηχανολογία οφείλεται, χωρίς αμφιβολία ακόμα στην εισαγωγή των ηλεκτρονικών υπολογιστών σε όλους τους επιμέρους τομείς της. Σε σχέση με κατασκευαστικές επιστήμες, η δυνατότητα απεικόνισης της γεωμετρίας μιας μηχανολογικής κατασκευής στον ηλεκτρονικό υπολογιστή, καθώς και η δυνατότητα προσομοίωσης της στατικής, δυναμικής, θερμικής, ρευστοδυναμικής, κλπ. στην συμπεριφορά της, αποτελούν επιτεύγματα των τελευταίων ετών και αλλάζουν σημαντικά τόσο την εκπαίδευση όσο και την επαγγελματική πράξη μηχανολόγου μηχανικού.

##### 4.1.1 Ορισμός CAD

Η σχεδίαση με τη βοήθεια Η/Υ (Computer-Aided Desings: CAD) είναι μια τεχνολογία που χρησιμοποιεί Η/Υ την υποβοήθηση της δημιουργίας, τροποποίησης και βελτιστοποίησης ενός σχεδιασμού. Με τον όρο CAD εννοούμε την δημιουργία γεωμετρικών απεικονίσεων στον ηλεκτρονικό υπολογιστή. Προφανώς δεν περιοριζόμαστε στη γνωστή διαδικασία αντικατάστασης του drafting, δηλαδή, του δισδιάστατου (2-D) παραδοσιακού σχεδίου του μηχανικού, αλλά κυρίως στην περίπτωση τρισδιάστατης (3-D) απεικονίσεις κατασκευών, όπου χρησιμοποιούνται αυτοματοποιημένες διαδικασίες προσέγγισης επιφανειών (μέσω των παρεμβολών Coons, Bezier και Nurbs) ή/και όγκων. Έτσι, είναι πολύ ευκολότερη και ελέγξιμη η αλλαγή της γεωμετρίας ενός μηχανολογικού εξαρτήματος μέχρι ότου ο μελετητής καταλήξει σε μια καταρχήν αποδεκτή κατασκευαστική λύση. Επιπλέον, όλα τα συστήματα CAD διαθέτουν κατάλληλα φίλτρα-interfaces (DXF, IGES,STEP) που δίνουν την δυνατότητα μεταφοράς της γεωμετρικής πληροφορίας από το ένα σύστημα στο άλλο (εναλλαξιμότητα). Τα εργαλεία CAD μπορούν να ποικίλουν μεταξύ γεωμετρικών εργαλείων διαχείρισης σχημάτων (ένα άκρο) ακόμα μέχρι εξειδικευμένα προγράμματα εφαρμογών όπως ανάλυση και βελτιστοποίηση (άλλο άκρο). (ΤΣΑΝΤΡΟΥΠΑΤΛΑ Ρ. ΤΙΡΟΥΠΑΘΙ, ΜΠΕΛΕΓΚΟΥΝΤΟΥ ΝΤ., 2005)

##### 4.1.2 Ορισμός CAE

Ανάλυση με τη βοήθεια Η/Υ (Computer-Aided Engineering: CAE) είναι μια τεχνολογία που ασχολείται με τη χρήση υπολογιστικών συστημάτων για την ανάλυση γεωμετρίας CAD, που επιτρέπει στον σχεδιαστή να προσομοιώσει και μελετήσει τον τρόπο με τον οποίο θα συμπεριφερθεί το προϊόν έτσι ώστε ο σχεδιασμός να επιδέχεται εύκολα αποπεράτωση και βελτιστοποίηση. Τα εργαλεία CAE διατίθενται σε ευρεία κλίμακα αναλύσεων. Κινηματικά προγράμματα, για παράδειγμα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση λειτουργίας μηχανών. Προγράμματα δυναμικής ανάλυσης μεγάλων μετατοπίσεων μπορούν να χρη-



σιμοποιηθούν στην προσομοίωση σύνθετων συναρμολογημένων δομών όπως οχήματα ή συσκευασιών σε πτώση επί του εδάφους.

Μεταξύ των πλέον δεδομένων μεθόδων ανάλυσης είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (Finite Element Method: FEM) που επιτρέπει τη στατική και δυναμική ανάλυση τάσεων και μετατοπίσεων, θερμική ανάλυση, ρευστομηχανική και αεροδυναμική ανάλυση, ακουστική ανάλυση, κατανομή μαγνητικού πεδίου ή και άλλων πεδίων. Η εφαρμογή της FEM απαιτεί τη χρήση ενός απλουστευμένου αφαιρετικού μοντέλου που πρέπει να γεννηθεί είτε με αλληλεπίδραση του χρήστη ή και αυτόματα. (Κ.Γκότσης, 2004)

## 4.2 Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων

Πράγματι, μια από τις κρισιμότερες αποφάσεις είναι η επιλογή των κατάλληλων στοιχείων με τον κατάλληλο αριθμό κόμβων από τη διαθέσιμη βιβλιοθήκη στοιχείων.

Επιπρόσθετα, το πλήθος των στοιχείων (με άλλα λόγια το μέσο μέγεθος των στοιχείων) πρέπει να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος είναι αποτέλεσμα της κρίσης του μηχανικού. Σαν γενικός κανόνας, όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των κόμβων και των στοιχείων (στην *h version*) ή όσο μεγαλύτερος ο βαθμός πολυωνύμου της συνάρτησης μορφής (στην *p version*), τόσο ακριβέστερη είναι η λύση των πεπερασμένων στοιχείων, αλλά επίσης τόσο δαπανηρή είναι η επίλυση οι διάφοροι τύποι πεπερασμένων στοιχείων εισάγονται στην επόμενη ενότητα.

Ένα άλλο σημαντικό πρόβλημα είναι η γένεση πλέγματος του υπό ανάλυση αντικειμένου, gallery ειδικά όταν έχει περίπλοκο γεωμετρικό σχήμα. Η δημιουργία τρισδιάστατων πλεγμάτων είναι μια διαδικασία που απαιτεί πολλές εργατώρες και είναι επιρρεπής σε σφάλματα. Γίνονται πολλές προσπάθειες αυτόματης γένεσης συμπλέγματος που να συνδέονται με σύστημα μοντελοποίησης όγκου (solid modeling).

### 4.2.1 Μοντελοποίηση - Τύποι Πεπερασμένων Στοιχείων

Το σύνολο των απαραίτητων διαδικασιών για την ανάπτυξη ενός πλήρους μοντέλου πεπερασμένων στοιχείων, δηλαδή η εισαγωγή της γεωμετρίας, η γένεση του πλέγματος, η επιβολή στηρίξεων και φόρτισης αποτελούν αυτό που συνοπτικά ονομάζεται μοντελοποίηση πεπερασμένων στοιχείων (finite-element modeling), η οποία συνήθως εκτελείται με τη βοήθεια κατάλληλου προ-επεξεργαστή. Πολύ παλαιότερα ακόμα η εισαγωγή των δεδομένων δινόταν με γραμμές εντολών με τη βοήθεια ενός αυτόματου αρχείου δεδομένων (batch file).

Συστήματα που στηρίζονται σε γεωμετρική μοντελοποίηση CAD εργάζονται απευθείας με μοντέλο CAD η μεταφράζουν και εισάγουν τη γεωμετρία. Η απευθείας σύνδεση με CAD κερδίζει όλο και μεγαλύτερο έδαφος διότι εξαλείφει τα βήματα μετάφρασης της απώλειας δεδομένων και μικραίνει τον κύκλο σχεδιασμού-ανάλυσης-αλλαγής. Ωστόσο, η απευθείας χρήση δεν είναι πάντα άμεσα εφαρμόσιμη. Το μοντέλο μπορεί να φαίνεται στο μάτι ότι είναι τέλειο αλλά μπορεί στην πραγματικότητα να έχει σφάλματα που αποκαλύπτονται στο

σύστημα FEA, κυρίως κατά τη διαδικασία γένεσης πλέγματος. Μερικά συστήματα προσφέρουν λειτουργίες που μπορούν να καθарίσουν την εισαγόμενη γεωμετρία. (Κ.Γκότσης, 2004).

Το επόμενο στάδιο είναι η δημιουργία πλέγματος και κατανομής κόμβου. Όταν σε κάθε πλέγμα αποδίδονται κόμβοι, τότε αυτό μετατρέπεται σε πεπερασμένο στοιχείο. Η γένεση πλέγματος είναι το πλέον σημαντικό και δύσκολο στάδιο της μοντελοποίησης πεπερασμένων στοιχείων. Για τη διευκόλυνση αυτού του σταδίου, σήμερα όλα τα συστήματα προσφέρουν δυνατότητες αυτόματης γένεσης πλέγματος. Η τυπική προσέγγιση είναι να προσφέρουν αυτόματο πλέγμα τετραεδρικό στοιχείων για στερεή γεωμετρία και τετραπλευρικά ή τριγωνομετρικά στοιχεία σχήμα 4.1 για επιφάνεια στον τρισδιάστατο χώρο. Πολλά συστήματα επιτρέπουν στους χρήστες να επέμβουν στις παραμέτρους αυτόματης γένεσης πλέγματος όπως η πυκνότητα πλέγματος. Αυτές επιπλέον επιτρέπουν τοπική επέμβαση σε κρίσιμες περιοχές. (Κ.Γκότσης, 2004)

#### **4.2.2 Αυτόματη Γένεση Πλέγματος**

Η γένεση πλέγματος συνεπάγεται με τη δημιουργία κομβικών συντεταγμένων και στοιχείων. Περιλαμβάνει επίσης την αυτόματη αρίθμηση των κόμβων και στοιχείων βασισμένων στην ελάχιστη αλληλεπίδραση με τον χρήστη. Έτσι, υποτίθεται ότι οι μέθοδοι αυτόματης γένεσης πλέγματος απαιτούν μόνο το γεωμετρικό μοντέλο (γεωμετρία και τοπολογία) του προς διακριτοποίηση αντικειμένου, τα χαρακτηριστικά του πλέγματος όπως πυκνότητα πλέγματος και τύπος στοιχείου και τις οριακές συνθήκες περιλαμβάνονται στην βιβλιοθήκη του προγράμματος.

#### **4.3 Είδη Ανάλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων**

Οι δυνατότητες των πακέτων πεπερασμένων στοιχείων είναι πολλές εκτός από τις τετριμμένες ελαστικές αναλύσεις, σε πολλά από αυτά τα πακέτα υπάρχουν δυνατότητες επίλυσης ποικίλων άλλων προβλημάτων σε μεγάλο τμήμα των εξισώσεων που διέπουν τα φυσικά φαινόμενα: θερμικά, ακουστικά, ηλεκτρικά, μαγνητικά, ηλεκτρομαγνητικά, υδροδυναμικά, ρευστό μηχανικά, περιγραφής διάβρωσης υλικών, κλπ. το σύνολο αυτών των δυνατοτήτων συνήθως αποδίδεται με τον όρο Multi-Physics, δηλαδή επίλυση των ποικίλων εξισώσεων της φυσικής (Προβατούδης & Αντωνιάδης, Ι, 2004).

##### **4.3.1 Καθορισμός του Είδους Ανάλυσης**

Παρόλο που δεν είναι δυνατόν να αποκωδικοποιήσουμε τον τρόπο ανάλυσης, στη συνέχεια θα δώσουμε κάποιες γενικές κατευθύνσεις. Η πλέον αρχική επιλογή είναι ο καθορισμός του φυσικού φαινομένου, το οποίο καλείται ο μελετητής να προσομοιώσει. Για παράδειγμα ακόμα ελαστική ανάλυση (elastic analysis) ή πρόβλημα δυναμικού (potential problem). Τα προβλήματα δυναμικού αφορούν την επίλυση των εξισώσεων Laplace και Poisson που διέπουν την μηχανική ατρίβους ρευστού, μετάδοση θερμότητας, κοκ.

Μια δεύτερη επιλογή που καλείται να κάνει ο μελετητής είναι ο καθορισμός του προβλήματος σαν:

- I. *Στατικό πρόβλημα* (static analysis), δηλαδή μη εξαρτημένο από το χρόνο, ή
- II. *Δυναμικό πρόβλημα* (dynamic analysis), δηλαδή χρονικά εξαρτώμενο. Παραδείγματα είναι η ταλάντωση μιας μηχανής, ο ερπυσμός και η χαλάρωση ακόμα η διάδοση ήχου στον αέρα ή σε άλλο μέσον, κλπ.

Μια άλλη κατάταξη αφορά στο εάν το πρόβλημα είναι γραμμικό (linear) ή μη-γραμμικό (nonlinear).

- *Γραμμικό* λέγεται ένα πρόβλημα στο οποίο εάν διπλασιαστεί το μέγεθος των εξωτερικών δράσεων (π.χ. δυνάμεων) τότε διπλασιάζεται το μέγεθος του αποτελέσματος (π.χ. μετατοπίσεων). Τα περισσότερα προβλήματα εισπράξεις είναι (ή μάλλον θεωρούνται) γραμμικά.
- *Μη γραμμικό* λέγεται ένα πρόβλημα στο οποίο δεν ισχύει η αναλογία που αναφέρθηκε προηγούμενο. Σε ελαστικά προβλήματα η μη γραμμικότητα μπορεί να οφείλεται στο έλα στο πλαστικό υλικό (material nonlinearity) ή στην μεταβαλλόμενη από αυτή μεταξύ 2 ή περισσότερων σωμάτων (geometrical nonlinearity). Και στις 2 αυτές περιπτώσεις, το μητρώο δυσκαμψίας, δεν είναι σταθερό αλλά είναι συνάρτηση των μετατοπίσεων. Μη γραμμικότητες υπάρχουν και σε προβλήματα δυναμικού, π.χ. όταν ο συντελεστής μετάδοσης θερμότητας είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας

#### 4.3.2 Στάδια Ανάλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων

Για τη μοντελοποίηση μιας κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία διακρίνουμε τα ακόλουθα στάδια (Προβατύδης & Αντωνιάδης, Ι, 2004):

**1<sup>ο</sup> στάδιο:** Κατασκευή της γεωμετρίας.

**2<sup>ο</sup> στάδιο:** Επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων και διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία.

**3<sup>ο</sup> στάδιο:** Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων του υλικού (μπορεί να γίνει και σε προηγούμενο στάδιο) επιβολή των οριακών συνθηκών.

**4<sup>ο</sup> στάδιο:** Επιλογή του τρόπου επίλυσης (γραμμικό - μη γραμμικό μεταβατικό - υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κ.α.) και επίλυση.

**5<sup>ο</sup> στάδιο:** Ανάγνωση των αποτελεσμάτων και γραφική αναπαράσταση τους.

#### 4.4 Λογισμικά CAD-CAE

Σήμερα ακόμα κυκλοφορούν στην αγορά πολλά εμπορικά πακέτα CAD-CAE που προσπαθούν να καλύψουν τις ανάγκες της βιομηχανίας αμέσως παρακάτω αναφέρονται τα σημαντικότερα:

- Μερικά από τα περισσότερα χρησιμοποιούμενα προγράμματα CAD στις μέρες μας είναι τα: AutoCAD και IntelliCAD που εξειδικεύονται στην δισδιάστατη σχεδίαση και τα: Parasolid, Catia, SolidWorks και Inventor που χρησιμοποιούν περισσότερο για τρισδιάστατα σχέδια και ολοκληρωμένους μηχανισμούς.
- Μερικά από τα περισσότερο χρησιμοποιούμενα προγράμματα CAE στις μέρες μας είναι τα: Ansys, Abaqus, Nastran, Patran, Solvia, Cosmos και Algor που χρησιμοποιούν την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.
- Μερικά από τα περισσότερο χρησιμοποιούμενα ολοκληρωμένα προγράμματα CAD-CAE στις μέρες μας είναι τα: Ideas, Pro/Engineer Inventor, και SolidWorks με τα οποία εκτός της σχεδίασης δισδιάστατων και τρισδιάστατων μοντέλων και μηχανισμών δίδεται η δυνατότητα και ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων.

Στην παρούσα εργασία το λογισμικό CAD που θα χρησιμοποιήσουμε για τη μοντελοποίηση των οδοντωτών τροχών είναι το Autodesk Inventor, η μελέτη των πεπερασμένων στοιχείων θα γίνει με το λογισμικό Autodesk Inventor Nastran όπως αναφέρονται παρακάτω.

#### **4.4.1 Autodesk Inventor**

Το Autodesk Inventor είναι ένα λογισμικό CAD οποίο είναι προσαρμοσμένο κυρίως στον τομέα του ολοκληρωμένου σχεδιασμού μηχανημάτων έχει εξειδικευμένες λειτουργίες για σχεδίαση μηχανολογικών στοιχείων (οδοντωτών τροχών, ατράκτων, εδράνων κυλίσεως, ελατηρίων, αλυσιδωτών τροχών και ιμάντων), καλωδίων, πλεξούδων καλωδίων, σωληνώσεων και αγωγών, καθώς και εισαγωγή πλακετών τυπωμένων κυκλωμάτων ενώ μπορούν διαφορετικές ομάδες εργασίας να λειτουργούν πάνω σε μια κοινή πλατφόρμα μειώνοντας τον κύκλο ανάπτυξης ενός προϊόντος.

#### **4.4.2 Inventor NASTRAN**

Το Nastran είναι ένα εμπορικό πακέτο πεπερασμένων στοιχείων που παρέχει τη δυνατότητα στο μηχανικό της ανάλυσης λαμβάνοντας το συνδυασμό στατικών, θερμικών, ηλεκτρομαγνητικών και ροής φαινομένων, όπου η συμπεριφορά του ενός εξαρτάται από τη συμπεριφορά του άλλου. Δίνει τη δυνατότητα ταχείας παραβολής εικόνας της ιδέας σχεδιασμού πριν ακόμα δημιουργηθούν πανάκριβα φυσικά πρωτότυπα.

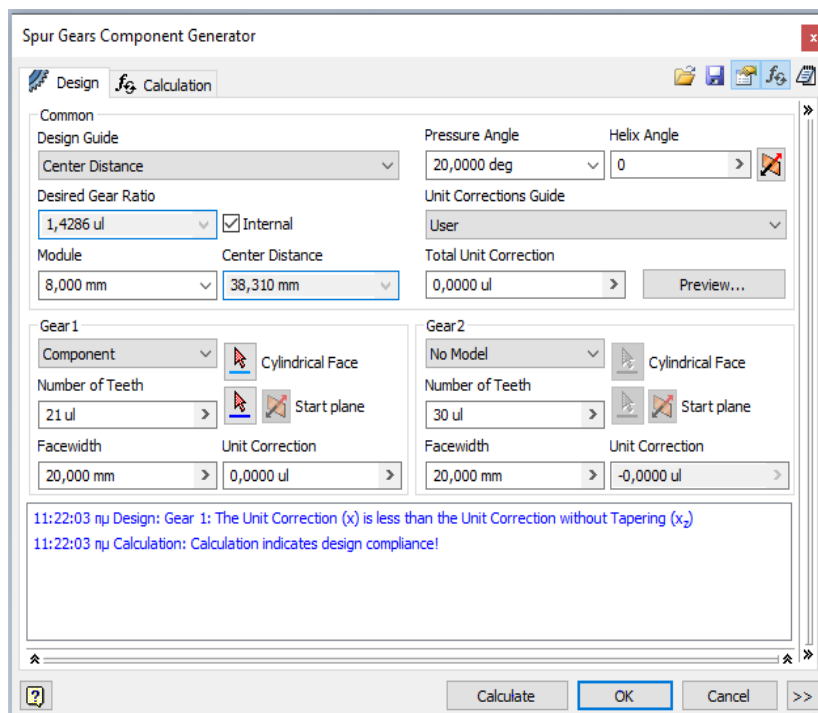
### **4.5 Εφαρμογή στους Τροχούς του Πειράματος**

Με τη βοήθεια του παραπάνω λογισμικού θα μοντελοποιήσουμε τα δοκίμια των οδόντων που χρησιμοποιήσαμε στους θεωρητικούς υπολογισμούς και στα αντίστοιχα μοντέλα που θα κατασκευάσουμε θα προβούμε σε ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων και τον υπολογισμό των μέγιστων τάσεων στον πόδα των οδόντων των αντίστοιχων οδοντωτών τροχών.

#### 4.5.1 Κατασκευή 3-D Μοντέλων

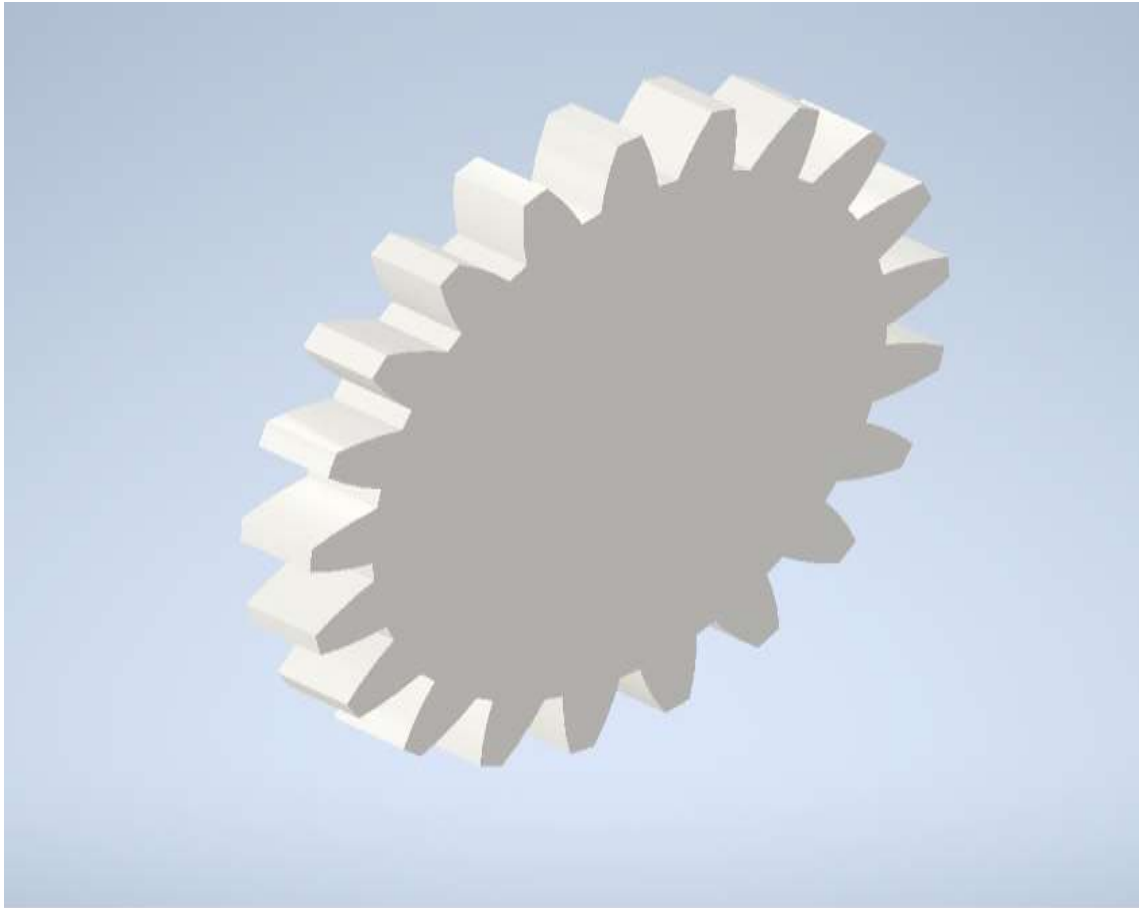
Στη συνέχεια θα μοντελοποιήσουμε στο τρισδιάστατο επίπεδο τα αποτελέσματα των υπολογισμών στους αντίστοιχους οδοντωτούς τροχούς με τη βοήθεια του λογισμικού **Autodesk Inventor**. Παρακάτω θα παραθέσουμε τη διαδικασία δημιουργίας του μοντέλου του οδοντωτού τροχού τον 21 οδόντων ενώ για τους υπόλοιπους τροχούς, η διαδικασία είναι παρόμοια. Έτσι έχουμε:

**Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Βάζοντας τα απαραίτητα στοιχεία των οδοντωτών τροχών που λαμβάνουμε από τους υπολογισμούς στο παράθυρο του **Design Accelerator** του **Autodesk Inventor** στον τομέα των μετωπικών οδοντωτών τροχών, σχήμα 4.13, κατασκευάζεται στο περιβάλλον του **Autodesk Inventor** το μοντέλο του οδοντωτού τροχού σχήμα 4.14, της επόμενης σελίδας:



Σχήμα 4.1: Χαρακτηριστικά πρώτου τροχού με 21 οδόντες

Ακολούθως κατασκευάζουμε τον πρώτο οδοντωτό τροχό:



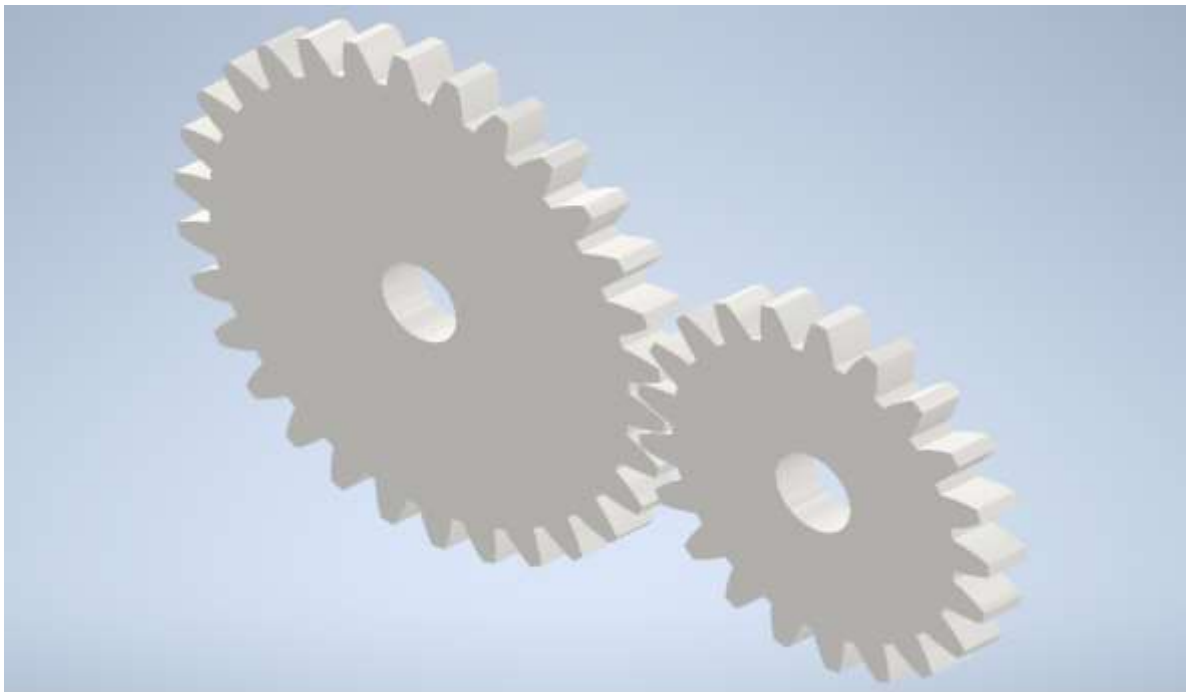
**Σχήμα 4.2:** 3-D μοντέλο οδοντωτού τροχού με 21 οδόντες

**Βήμα 2<sup>ο</sup>:** Στη, συνέχεια, δουλεύοντας στο περιβάλλον του Autodesk Inventor, κατασκευάζουμε την κεντρική σπή (για λόγους αισθητικής) στον οδοντωτό τροχό με την βοήθεια της εντολής "Hole" και εν συνέχεια παραθέτουμε το τελικό μοντέλο, σχήμα 4.15:

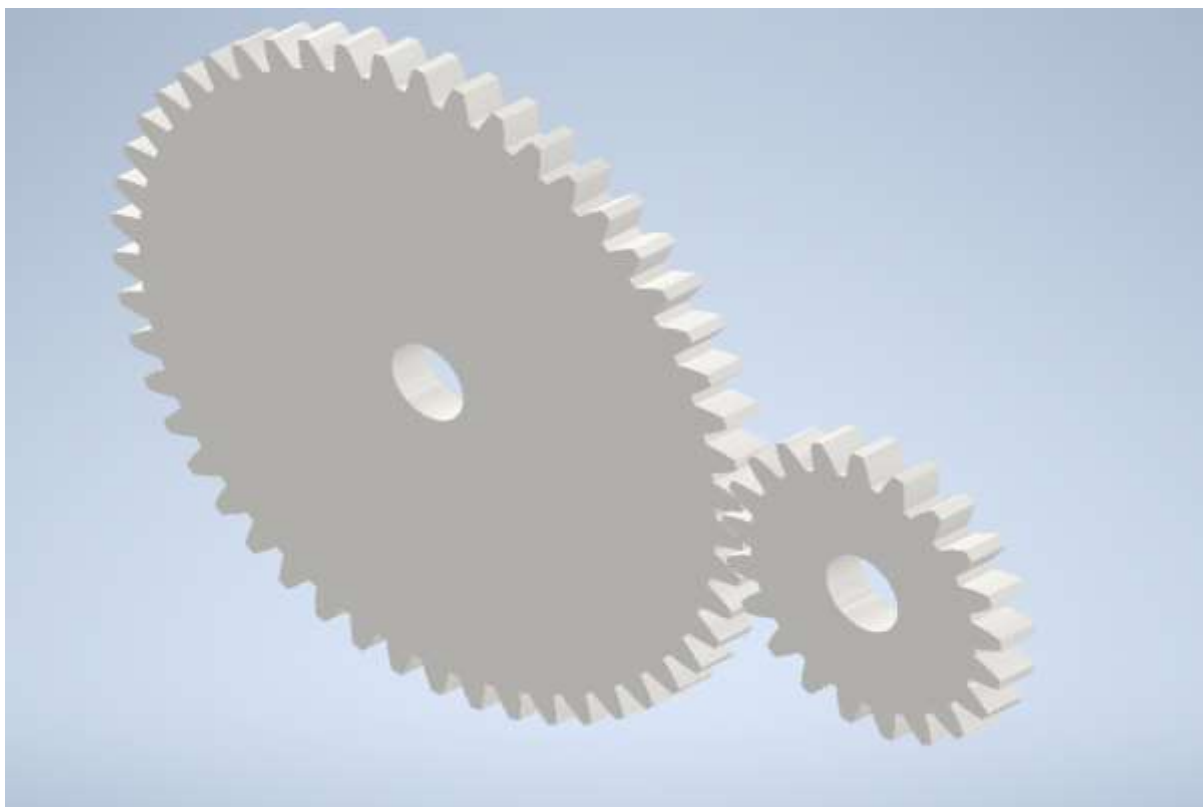


**Σχήμα 4.3:** 3-D μοντέλο τροχού 21 οδόντων με σπή

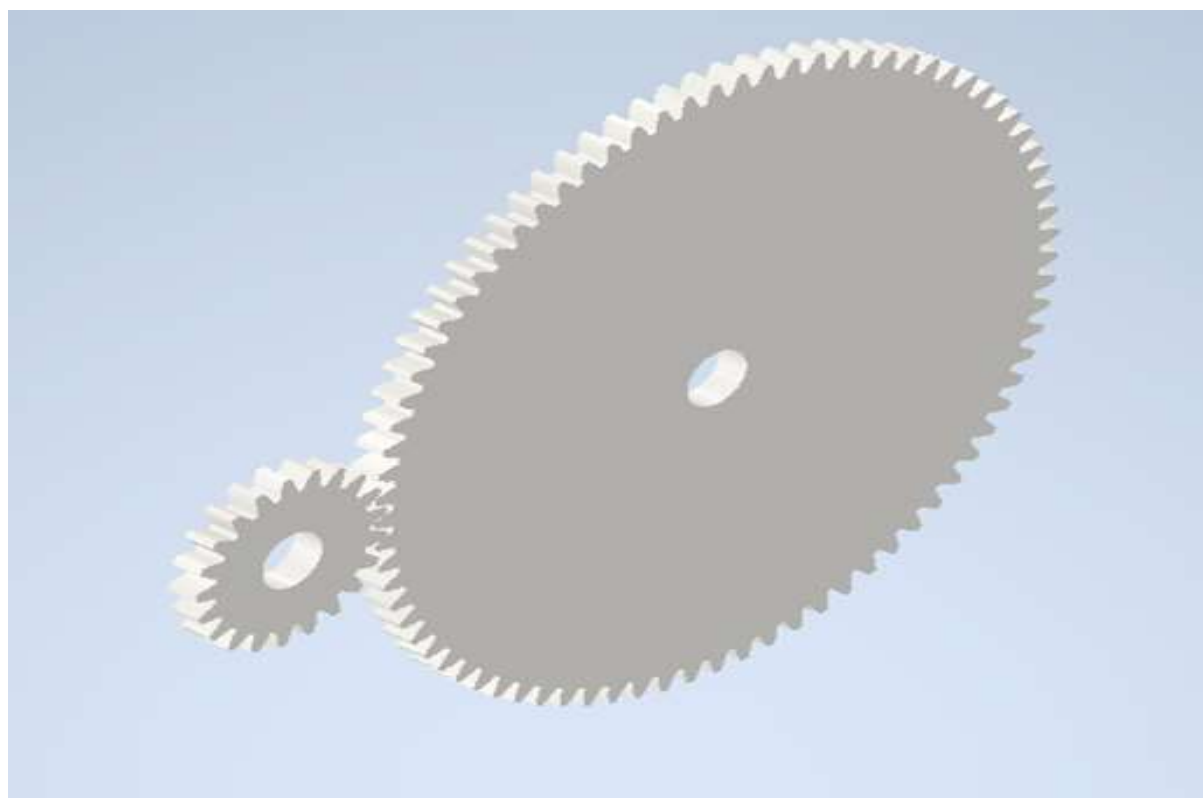
Ομοίως, κατασκευάζονται και τα 3-D μοντέλα των υπολοίπων δοκιμών και τα παραθέτουμε στα παρακάτω σχήματα 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21 & 4.22:



**Σχήμα 4.4:** 3-D μοντέλο πρώτου ζεύγους 21 & 30 οδόντων

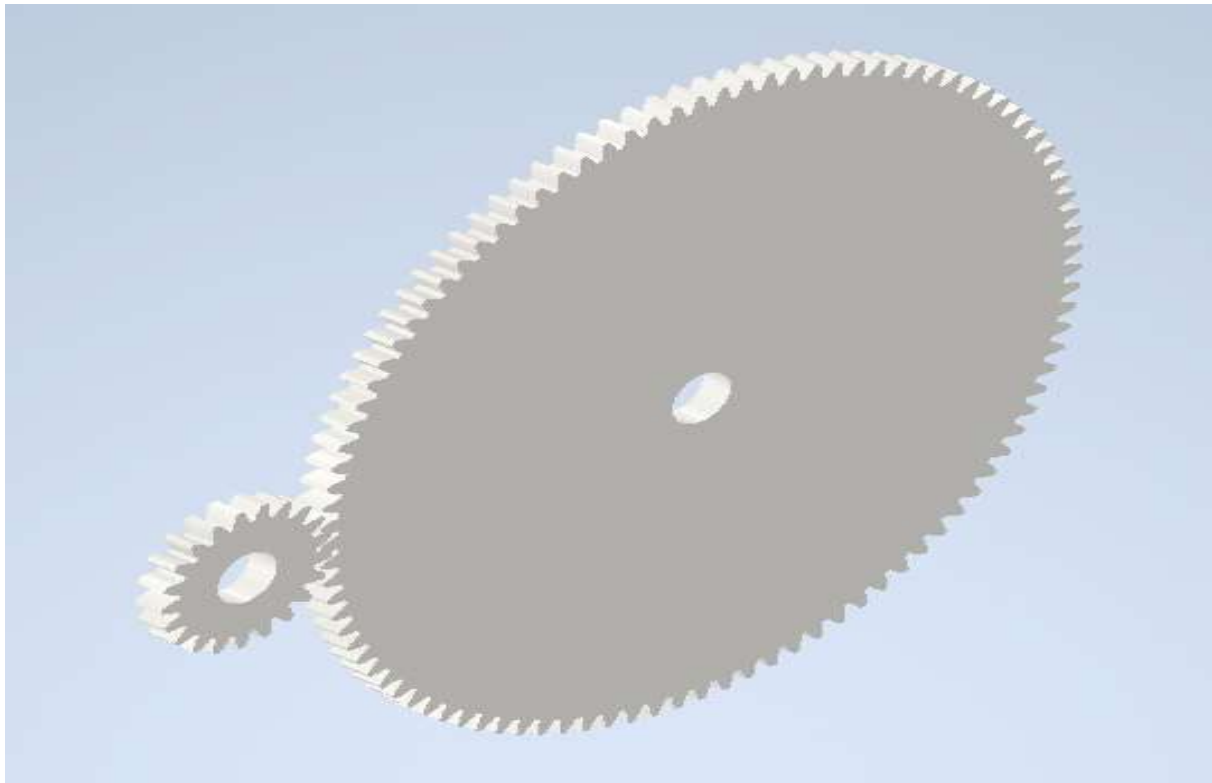


**Σχήμα 4.5:** 3-D μοντέλο δεύτερου ζεύγους 21 & 50 οδόντων

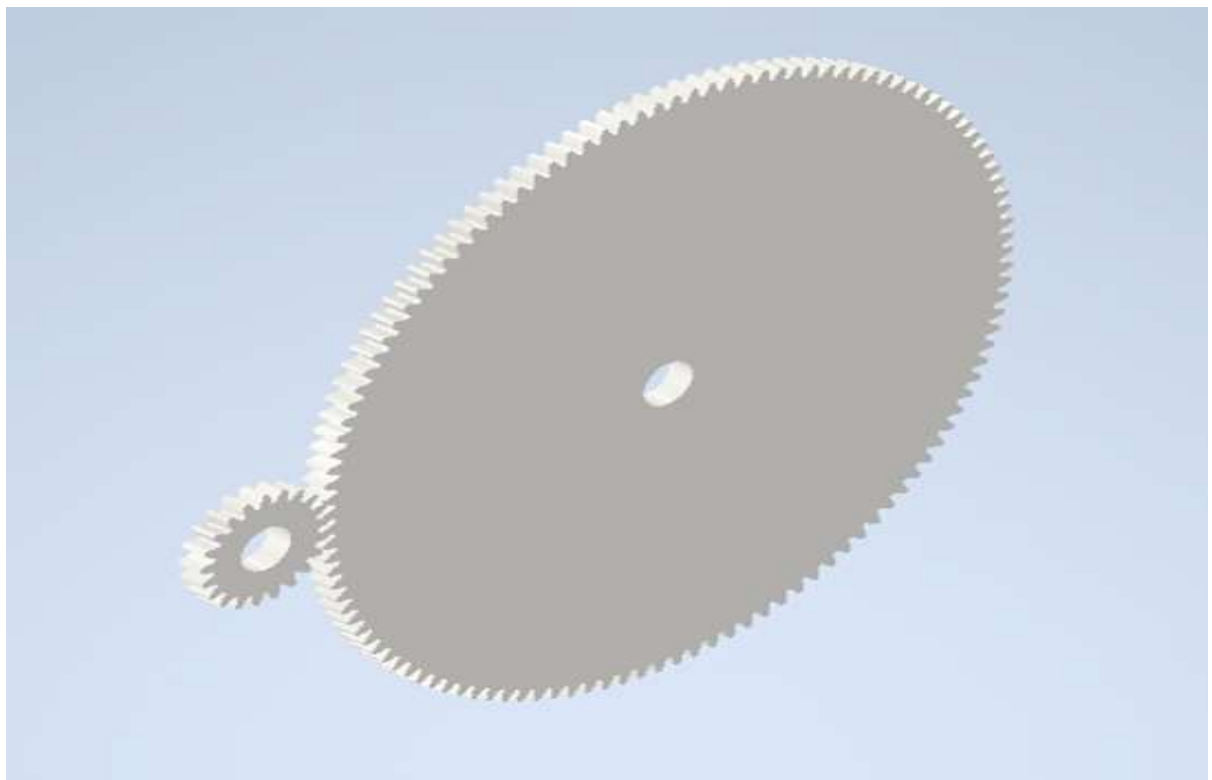


**Σχήμα 4.6:** 3-D μοντέλο τρίτου ζεύγους 21 & 80 οδόντων



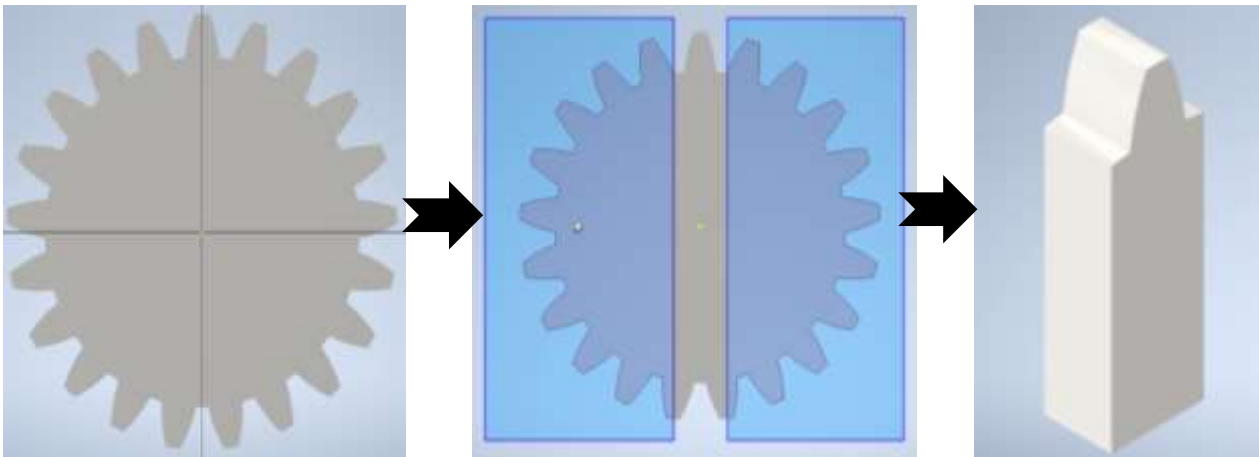


**Σχήμα 4.7:** 3-D μοντέλο τέταρτου ζεύγους 21 & 100

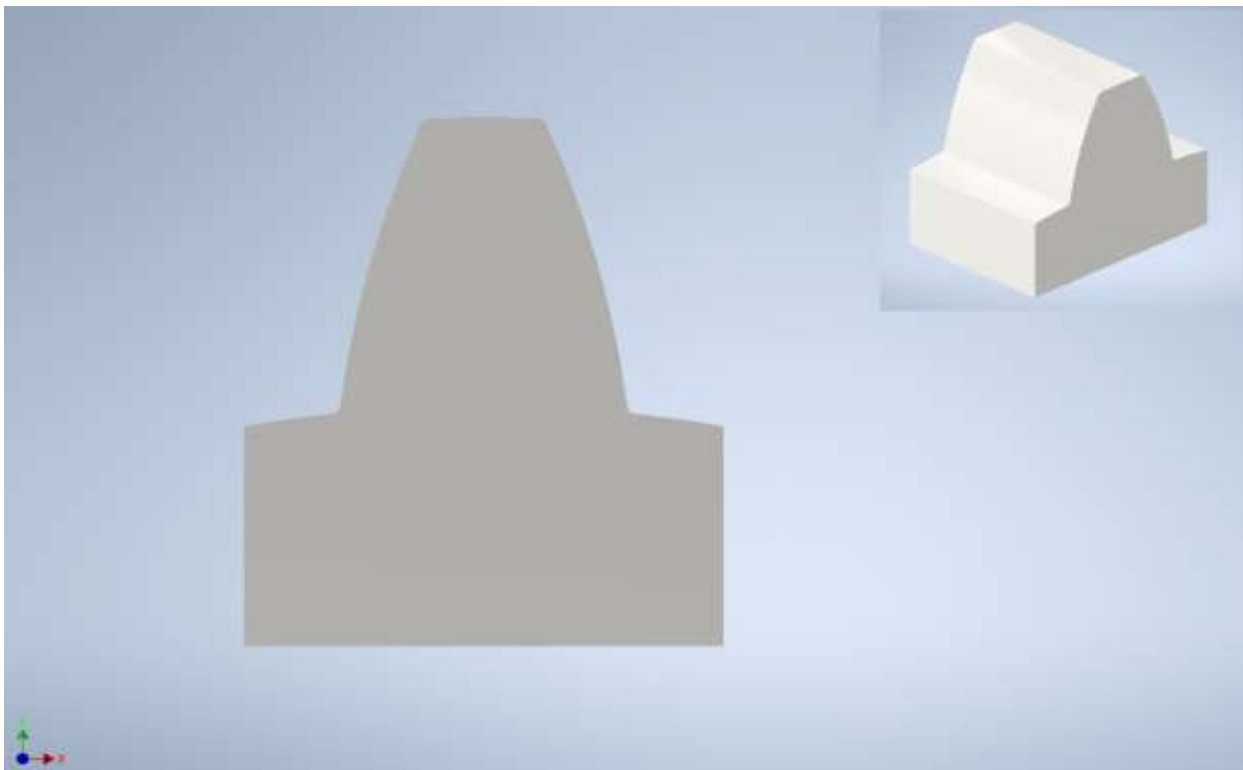


**Σχήμα 4.8:** 3-D μοντέλο πέμπτου ζεύγους 21 & 120 Οδόντων

**Βήμα 3<sup>ο</sup>:** Ακολούθως, θα εργαστούμε μόνο με τον ένα οδόντα του κάθε τροχού οπότε διαγράφουμε τα υπόλοιπα δόντια, αφήνοντας μόνο αυτό με το οποίο θα εργαστούμε.



**Σχήμα 4.9(α):** Βήματα αποκοπής του οδόντα



**Σχήμα 4.9(β):** 3-D μοντέλο απομόνωση οδόντα

Στην συνέχεια παραθέτουμε στον παρακάτω πίνακα 4-1 με τα κυριότερα γεωμετρικά στοιχεία και των πέντε (5) ζευγών οδοντωτών τροχών που δημιουργήσαμε:

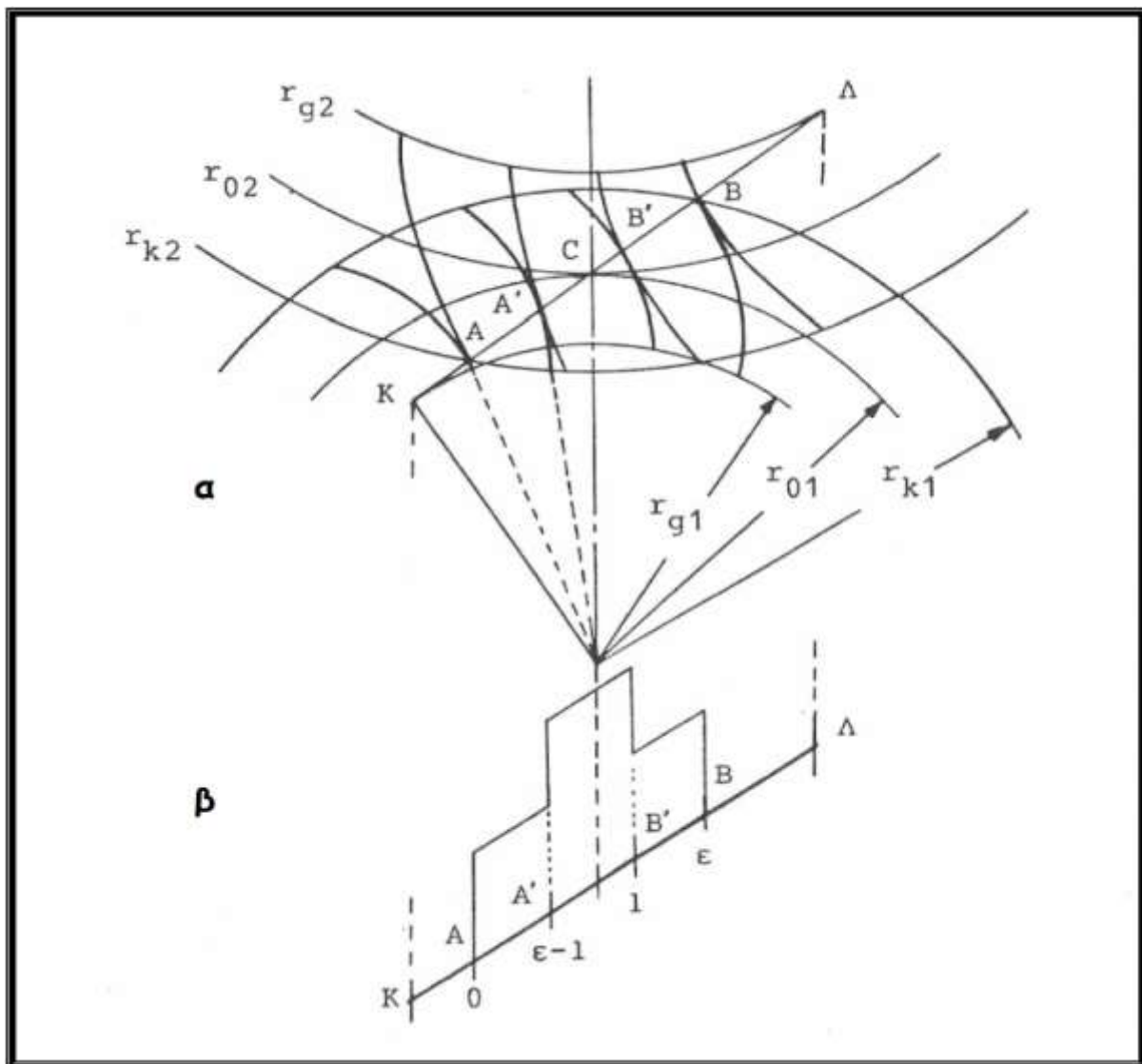
A/A	Z	m (mm)	d (mm)	b (mm)	a°
1° ζεύγος	21	8	168	20	20
	30	8	240	20	20
2° ζεύγος	21	7	147	20	20
	50	7	350	20	20
3° ζεύγος	21	6	126	20	20
	80	6	480	20	20
4° ζεύγος	21	5.5	115,5	20	20
	100	5.5	550	20	20
5° ζεύγος	21	5	105	20	20
	120	5	600	20	20

**Πίνακας 4-1:** Κυριότερα γεωμετρικά χαρακτηριστικά

**Βήμα 3°:** Τέλος, αποθηκεύουμε τα μοντέλα των τροχών που δημιουργήσαμε και στην συνέχεια τα εισάγουμε στο περιβάλλον Nastran όπου θα γίνει η ανάλυση με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

#### 4.5.2. Προσδιορισμός του Μέγιστου Σημείου Φόρτισης κατά την Συνεργασία Οδόντων (HPSTC)

Όπως έχουμε διαπιστώσει στον κύκλο κεφαλής η δύναμη  $P$  δεν λαμβάνει τη μέγιστη τιμή της (Κωστόπουλος, 1991). Παρατηρούμε από το σχήμα 4.22 ότι στο διάστημα  $A'B'$  του τμήματος επαφών εργάζεται όσον ένας οδόντας από κάθε τροχό, ενώ στα διαστήματα  $AA'$  και  $BB'$  εργάζονται συγχρόνως από δύο οδόντες σε κάθε τροχό. Αυτό σημαίνει ότι το μέγιστο φορτίο οδόντος αναπτύσσεται σε σημείο του διαστήματος  $A'B'$ .



**Σχήμα 4.10:** α. Συνεργαζόμενες κατατομές τροχών βαθμίδας β. θέσεις αλλαγής φορτίου

Το επόμενο βήμα είναι ο υπολογισμός της θέσης του σημείου HPSTC (Ν.ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, 2010). Θα εφαρμόσουμε την μεθοδολογία που αναφέρθηκε στην αντίστοιχη ενότητα στον οδοντωτό τροχό των 21 οδόντων που συνεργάζεται με τροχό 30 Οδόντων (δοκιμή 1), ενώ για τους υπόλοιπους τροχούς η διαδικασία είναι παρόμοια.

Έτσι, το σημείο  $B'$  είναι το HPSTC όπως φαίνεται στην επόμενη σελίδα προσδιορίζεται ως εξής:

$$AC = \sqrt{(r_{o2} + m)^2 - r_{o2}^2 \cos^2 a_o} - r_{o2} \sin a_o =$$

$$= \sqrt{(120\text{mm} + 8\text{mm})^2 - 120^2 * \cos^2 20^\circ} - 120 * \sin 20^\circ = \mathbf{19,53\text{ mm}}$$

$$CB' = AB' - AC = t_g - AC = \pi * m * \cos a_o - AC = \pi * 8\text{mm} * \cos 20^\circ - 19,53\text{mm} \\ = \mathbf{4,08\text{ mm}}$$

Και χρησιμοποιώντας το τρίγωνο  $O_1B'C$ , η ακτίνα  $r_{B'}$ , μπορεί να προσδιοριστεί από τη σχέση:

$$r_{B'} = \sqrt{r_{o1}^2 + CB'^2 - 2r_{o1} * CB' * \cos(a_o + 90^\circ)} = \\ = \sqrt{84^2\text{mm} + 4,08^2\text{mm} - 2 * 84 * 4,08 * \cos(20^\circ + 90^\circ)} = \mathbf{85,48\text{ mm}}$$

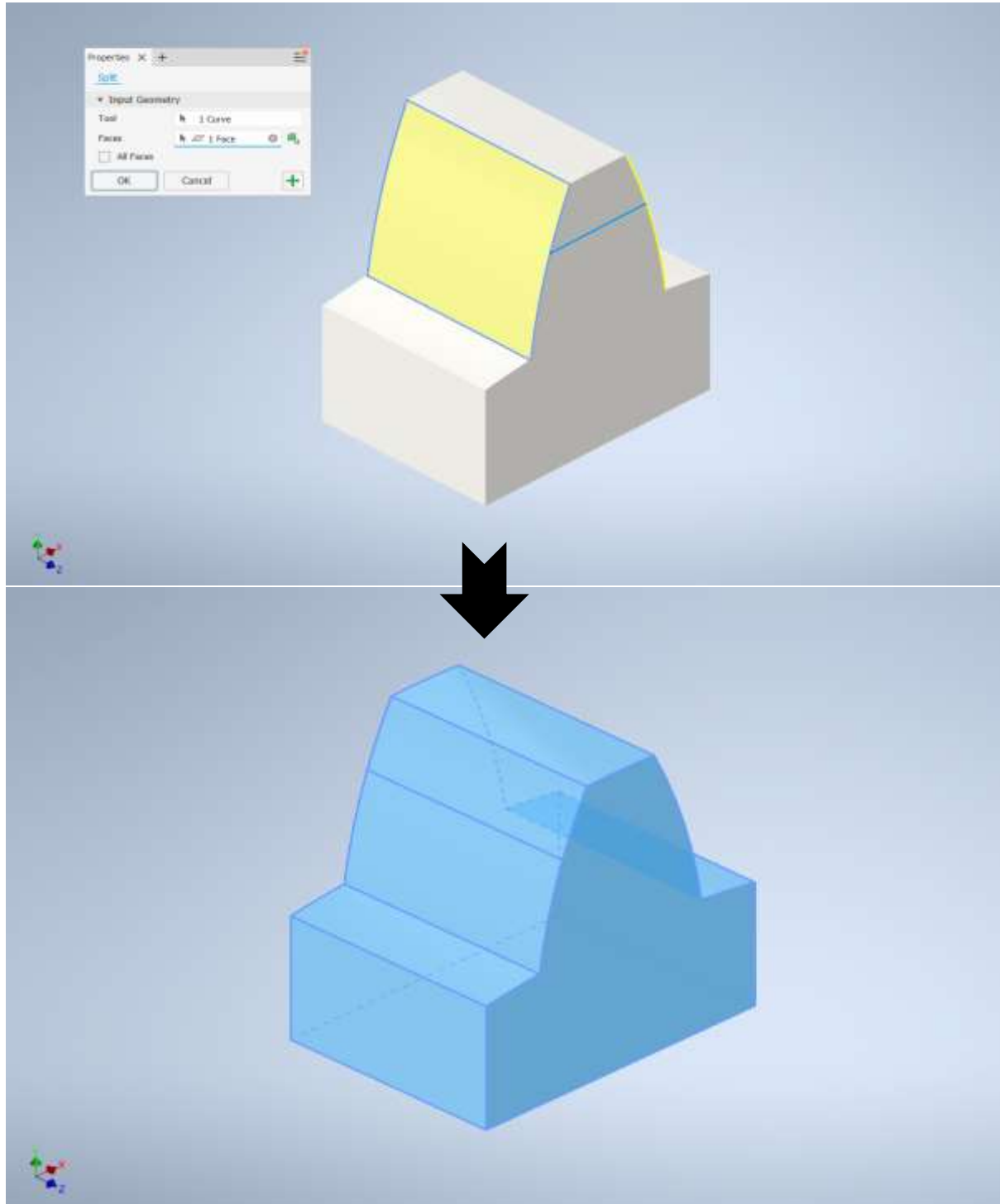
Έτσι, το σημείο ΗΡΤΣC του εν λόγω τροχού είναι σε απόσταση  $r_{B'} = \mathbf{85,48\text{ mm}}$

Με παρόμοια διαδικασία υπολογίζουμε τις ακτίνες  $r_{B'}$  και των υπολοίπων τροχών που θα χρησιμοποιήσουμε και τις παραθέτουμε όλες στον παρακάτω πίνακα 4-2:

A/A Ζεύγη	A/A Τροχοί	Απόσταση ΗΡΤΣC από το κέντρο του τροχού $r_{B'}$ (mm)
<b>1<sup>ο</sup> Ζεύγος</b>	21	85,48
	30	121,83
<b>2<sup>ο</sup> Ζεύγος</b>	21	74,4
	50	175,82
<b>3<sup>ο</sup> Ζεύγος</b>	21	63,5
	80	241,33
<b>4<sup>ο</sup> Ζεύγος</b>	21	58,1
	100	276,2
<b>5<sup>ο</sup> Ζεύγος</b>	21	52,84
	120	301,1

**Πίνακας 4-2:** Απόσταση από το κέντρο του τροχού μέχρι το σημείο μέγιστης φόρτισης

Εφόσον έχουμε υπολογίσει τις αποστάσεις από το κέντρο του τροχού μέχρι το σημείο όπου εφαρμόζεται η μέγιστη φόρτιση . Θα χρειαστεί στο πεδίο του **Auto desk Inventor** να ενεργοποιήσουμε την εντολή **Split** ώστε να διαχωρίσει την επιφάνεια όπου ασκείται το μέγιστο φορτίο δηλαδή την πλευρά που ακουμπάνε οι επιφάνειες των δοντιών, για να μπορέσουμε να εφαρμόσουμε την δύναμη ακριβώς στο σημείο που υπολογίσαμε .

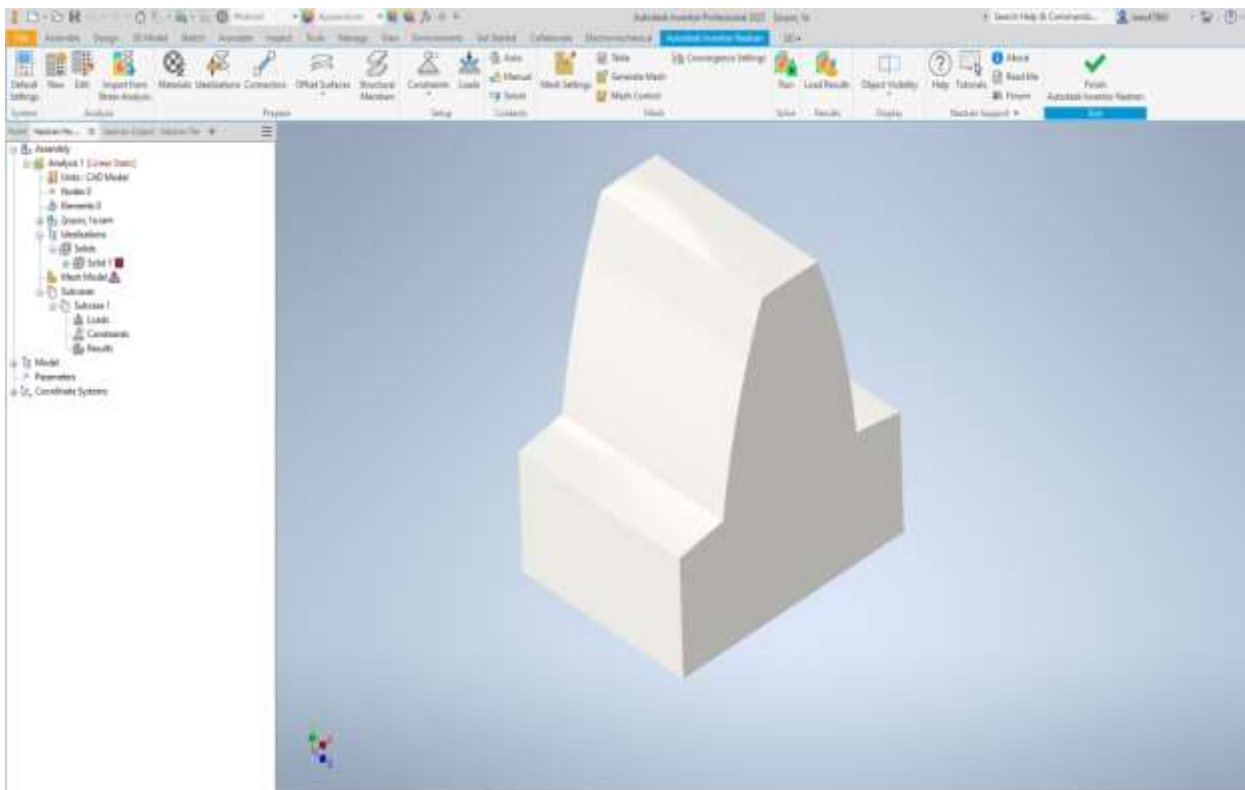


**Σχήμα 4.11:** Διαχωρισμός επιφάνειας όπου θα ασκηθεί το μέγιστο φορτίο φόρτισης

### 4.5.3 Πεπερασμένα Στοιχεία

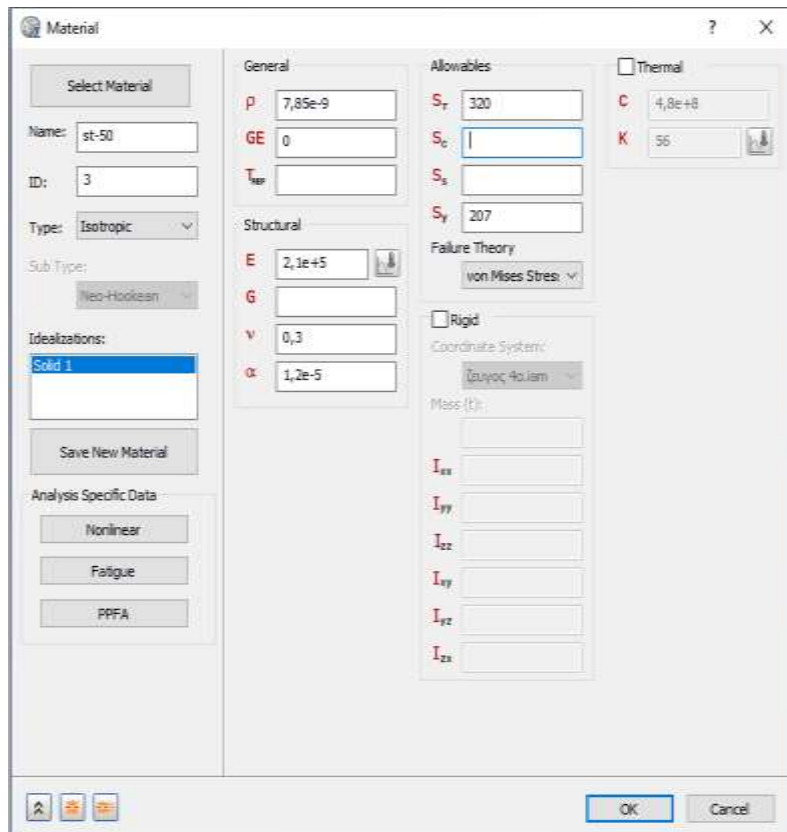
Έχοντας υπολογίσει και την θέση του σημείου HPSTC για όλες τις βαθμίδες, θα συνεχίσουμε με την μελέτη των πεπερασμένων στοιχείων που θα γίνει με το πρόγραμμα Autodesk Inventor Nastran. Ακολουθώς, θα περιγράψουμε την διαδικασία για τον οδοντωτό τροχό των 21 οδόντων που συνεργάζεται με τροχό 30 οδόντων (ζεύγος 1), ενώ για τους υπόλοιπους τροχούς η διαδικασία είναι ίδια. Έτσι έχουμε τα ακόλουθα βήματα:

**Βήμα 1<sup>ο</sup>:** Τοποθετούμε το αρχείο του τροχού των 21 οδόντων στο περιβάλλον του Nastran όπου και θα εργαστούμε.



Σχήμα 4.11: Εισαγωγή στο περιβάλλον Nastran

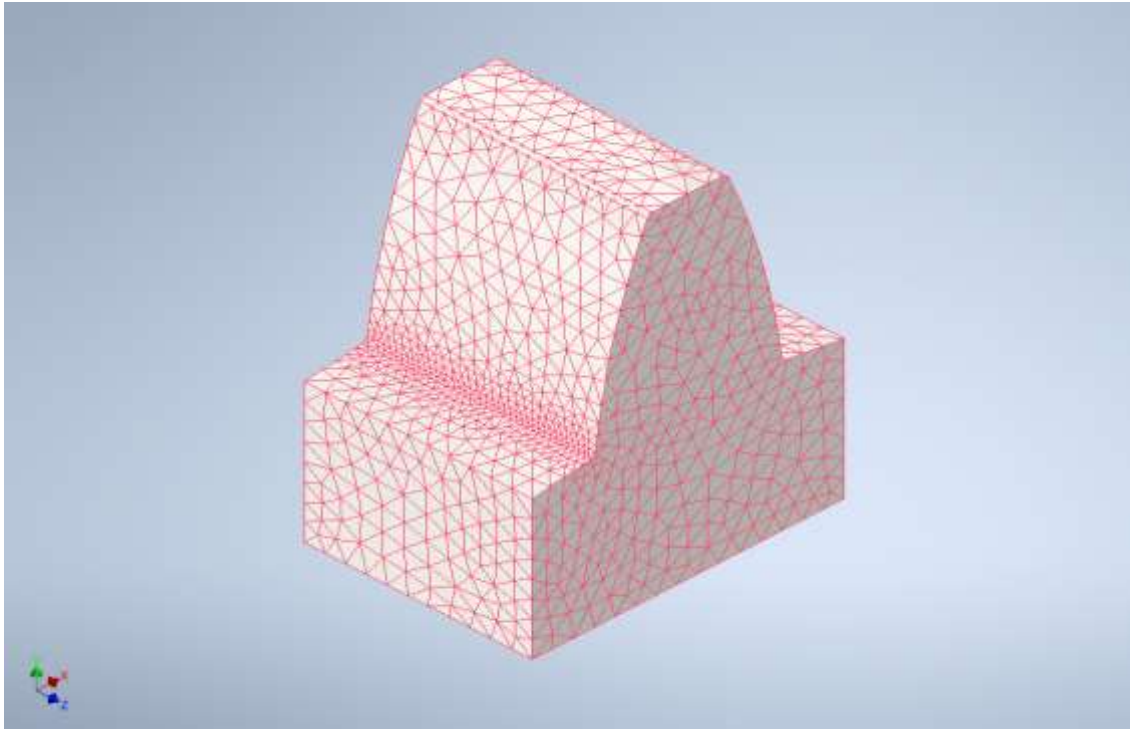
**Βήμα 2<sup>ο</sup>:** Έπειτα, καθορίζουμε μέσω του πεδίου Material το υλικό και της ιδιότητες του από το οποίο θα αποτελείται ο τροχός.



**Σχήμα 4.12:** Εκλογή υλικού μέσω Material

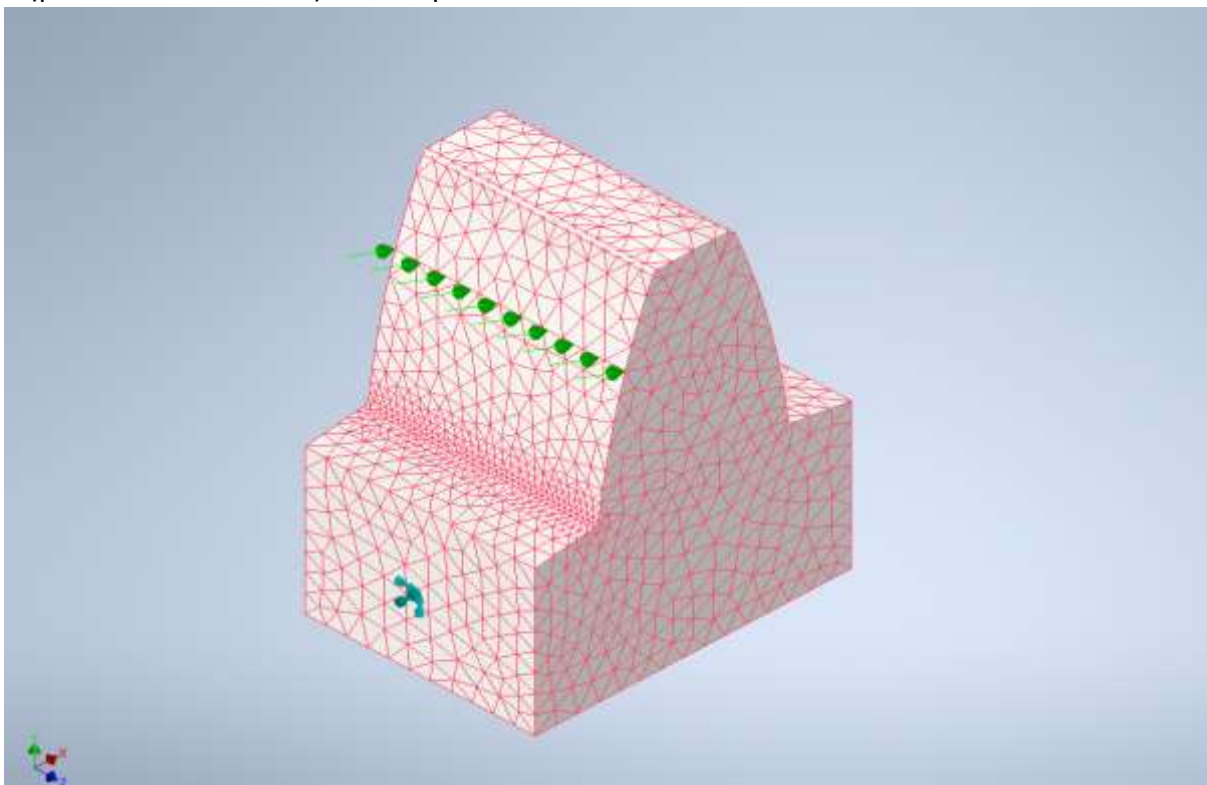
**Βήμα 3<sup>ο</sup>:** Στη συνέχεια, δημιουργούμε αυτόματο πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων στο οποίο αφήνουμε το πρόγραμμα να επιλέξει τη θέση και το μέγεθος των στοιχείων, ενώ στην επικίνδυνη διατομή που δεν είναι άλλη από την ρίζα του δοντιού κάνουμε βελτίωση του πλέγματος για να μπορούμε μετά την επίλυση του μοντέλου να λάβουμε ακριβέστερα αποτελέσματα. Το πλέγμα που κατασκευάστηκε παρατίθεται στο σχήμα της επόμενης σελίδας.





**Σχήμα 4.13:** Δημιουργία πλέγματος πεπερασμένων στοιχείων

**Βήμα 4<sup>ο</sup>:** Στο επόμενο βήμα, επιλέγουμε και εισάγουμε στήριξη (fixed) στις δύο πλευρές της βάσης του δοντιού ενώ παράλληλα εφαρμόζουμε την ακτινική συνιστώσες  $F_r$  και την εφαπτομενική συνιστώσα  $F_t$  που ενεργούν σαν περιφερειακές δυνάμεις μεταφέροντας την κίνηση από τον τροχό 1 στον τροχό 2. Οι στηρίξεις και η δύναμη που εφαρμόζεται στο σημείο HPSTC απεικονίζονται πάρα κάτω.



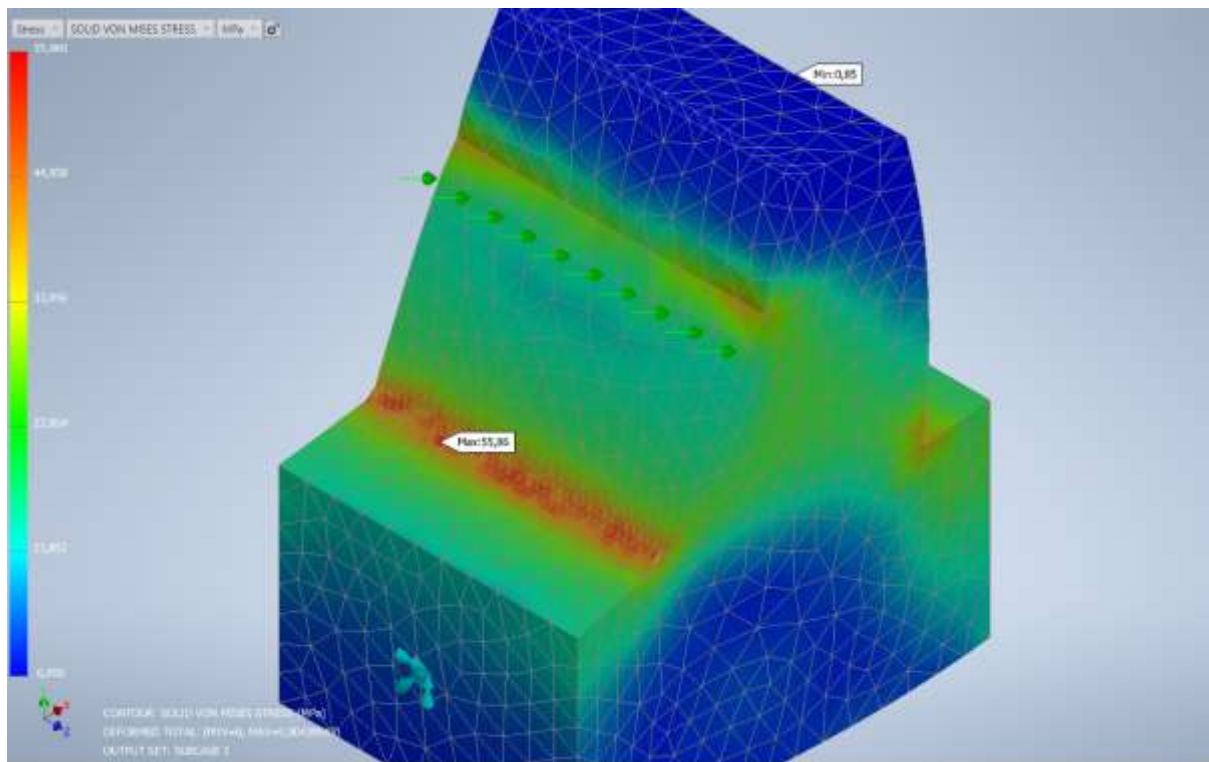
**Σχήμα 4.14:** Τοποθέτηση στήριξης - πάκτωσης και φορτίου

Με την αντικατάσταση παραθέτουμε τον πιο κάτω πίνακα 4.3:

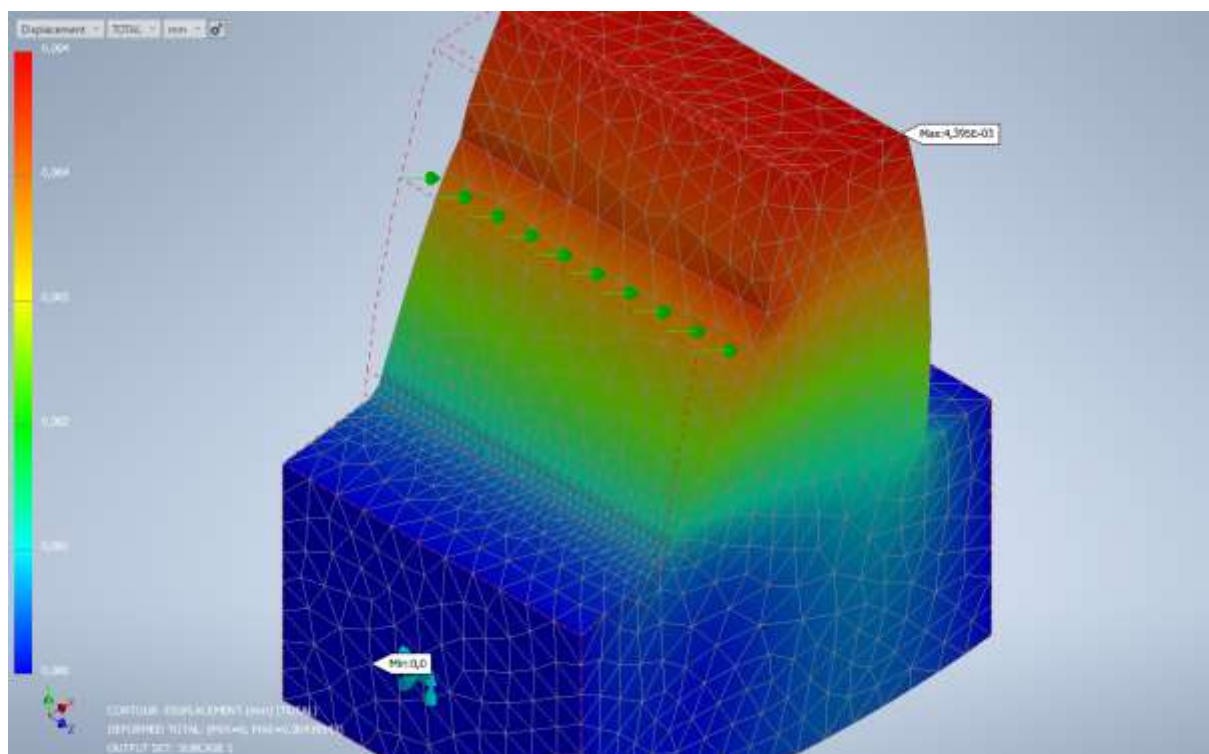
A/A Ζεύγος	Τροχός 1 (Πινίον)	Τροχός 2 (Συνεργαζόμενος)	Γωνία επαφής ( $\alpha^\circ$ )	Περιφερειακή δύναμη $F_t$ σε N	Ακτινική δύναμη $F_r$ σε N
1	21	30	20	2273.8	827,6
2	21	50	20	3130	1139,2
3	21	80	20	4093	1489,7
4	21	100	20	4630	1685,2
5	21	120	20	5093	1853,7

**Πίνακας 4- 3:** Δυνάμεις που ασκούνται επί του HPSTC

**Βήμα 5<sup>ο</sup>:** Τέλος, κάνουμε επίλυση της ανάλυσης και απεικονίζουμε γραφικά τις ισοδύναμες τάσεις κατά Von Mises και την ολική μετατόπιση, σχήμα 4.27 & 4.28. Όπως ήταν αναμενόμενο, η μέγιστη τάση εμφανίστηκε στον πόδα του δοντιού ενώ οι διάφοροι χρωματισμοί μας βοηθούν να κατανοήσουμε την κατανομή των τάσεων σε όλο το δόντι.



**Σχήμα 4.15:** Γραφική απεικόνιση ισοδύναμης Τάσεις κατά Von Mises



**Σχήμα 4.16:** Γραφική απεικόνιση ολικής μετατόπισης

Στο κομμάτι αυτό της εργασίας θα γίνει αναλυτική παρουσίαση των προσομοιώσεων όπως αυτά προέκυψαν μετά την στατική ανάλυση με την χρήση των πεπερασμένων στοιχείων μέσω του λογισμικού Inventor Nastran εφαρμόζοντας κάθε φορά την δύναμή που έχει υπολογιστή στο σημείο μέγιστης φόρτισης HPSTC.

Σε κάθε ανάλυση γίνεται μελέτη ενός δοντιού. Το δόντι πακτώνεται στα δύο άκρα και εφαρμόζεται η δύναμη που έχει υπολογιστή παραπάνω και είναι η επιφάνειά που έρχεται σε επαφή το ένα δόντι με το άλλο.

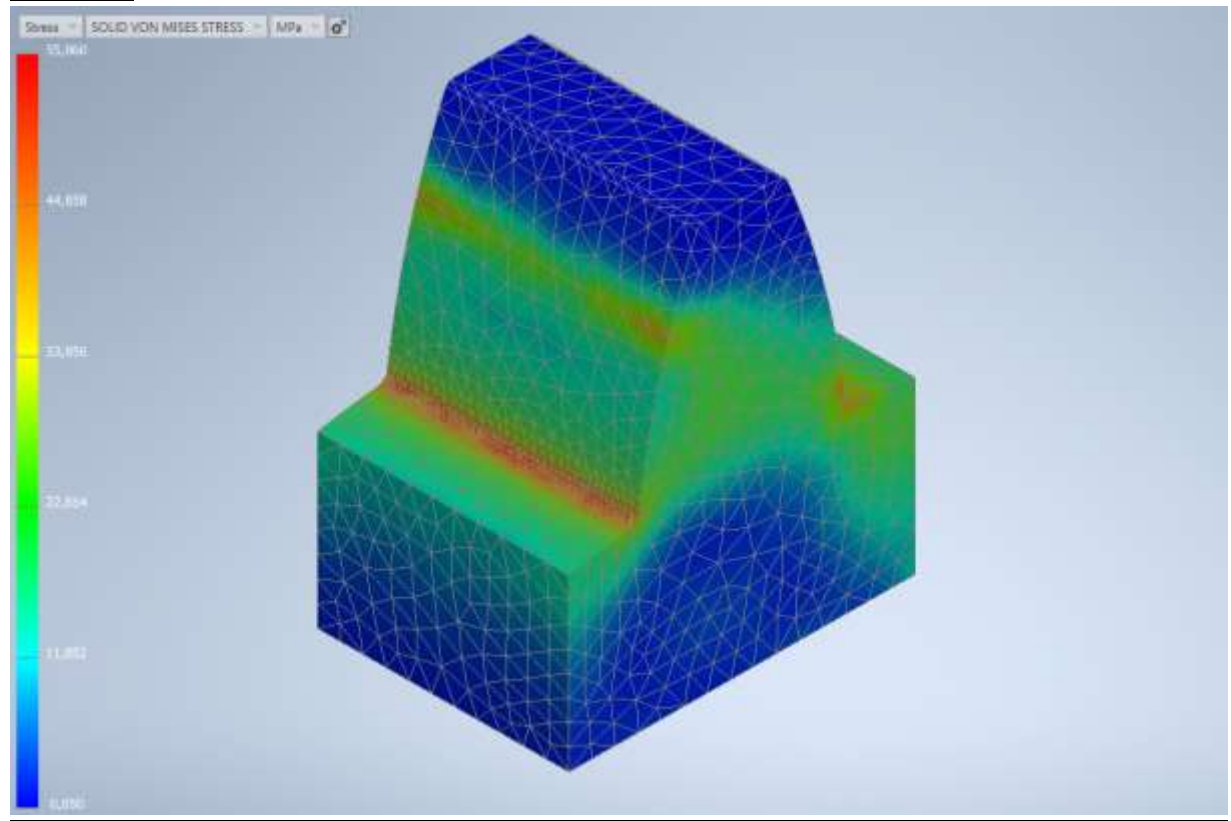
A/A	Εξεταζόμενος Τροχός	Ολικό Φορτίο $F_n$ (N)	Μέγιστη Τάση Προγράμματος $\sigma_{II}$ (Μρα)
1 <sup>ο</sup> ζεύγος	Πινίον	2419,7	55,86
	Κινούμενος		52,848
2 <sup>ο</sup> ζεύγος	Πινίον	3330,87	83,025
	Κινούμενος		74,656
3 <sup>ο</sup> ζεύγος	Πινίον	4355,7	130,352
	Κινούμενος		118,875
4 <sup>ο</sup> ζεύγος	Πινίον	4927,14	169,220
	Κινούμενος		150,433
5 <sup>ο</sup> ζεύγος	Πινίον	5420	204,628
	Κινούμενος		181,953

**Πίνακας 4-4:** Μέγιστες τάσεις που υπολογίστηκαν από το πρόγραμμα με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων

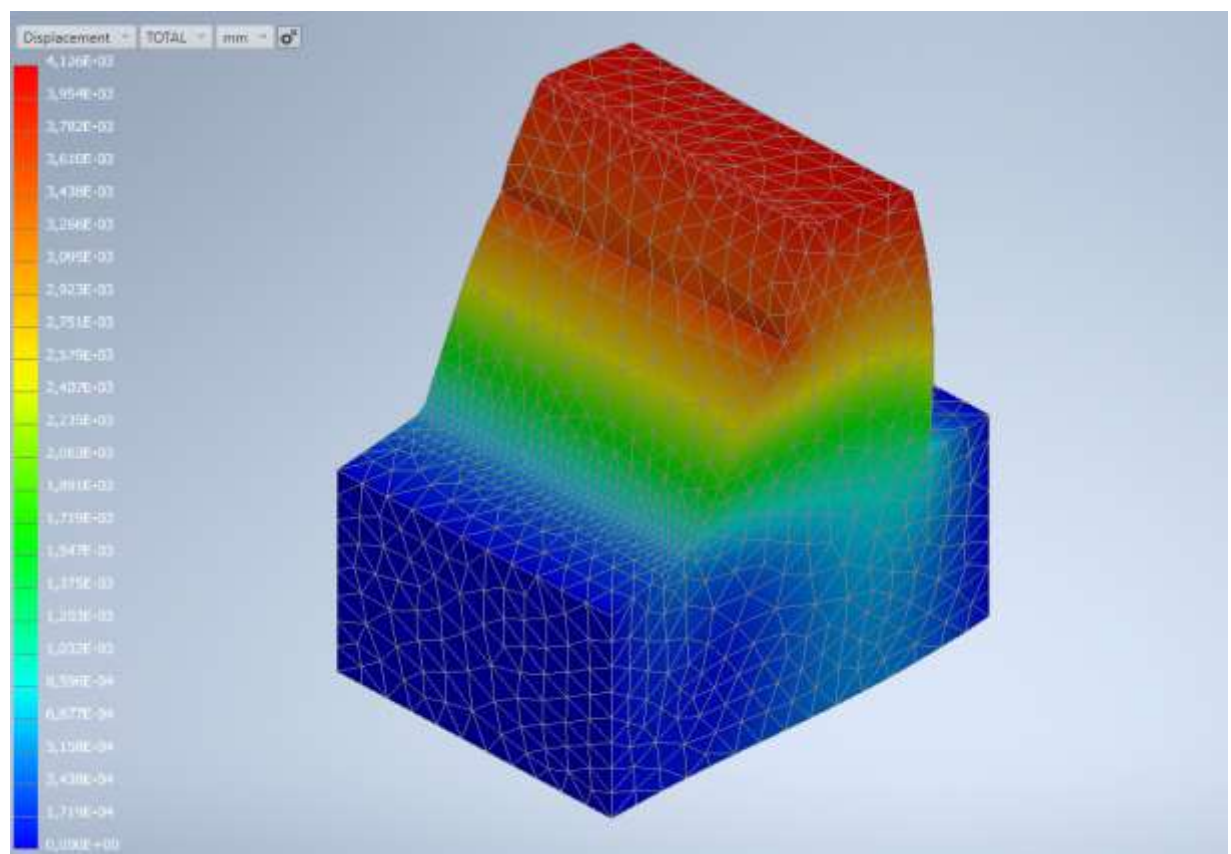
Ακολούθως, παρατίθενται παρά κάτω τα υπόλοιπα διαγράμματα τάσεων και παραμορφώσεων για όλους τους οδοντωτούς τροχούς.

Πρώτο ζεύγος τροχών

Τροχός 1:



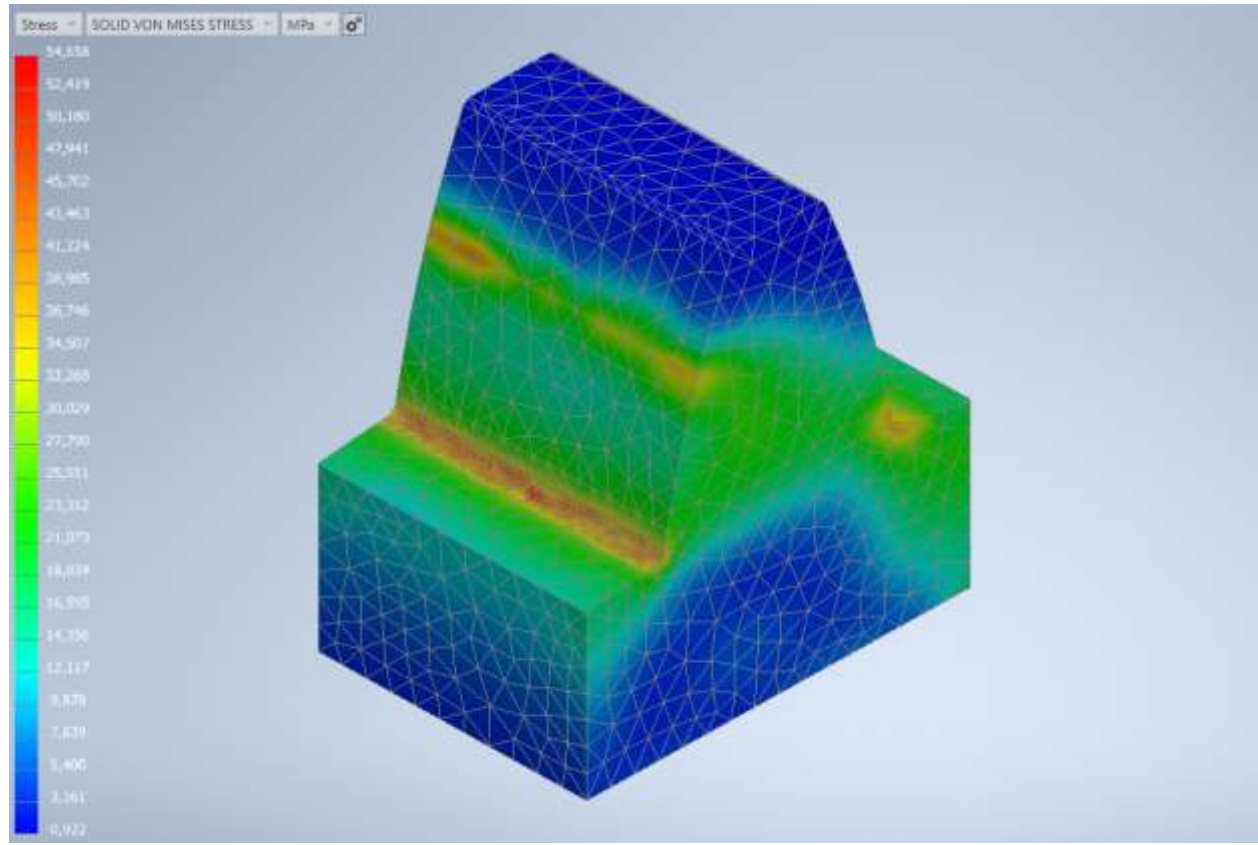
Σχήμα 4.17: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa



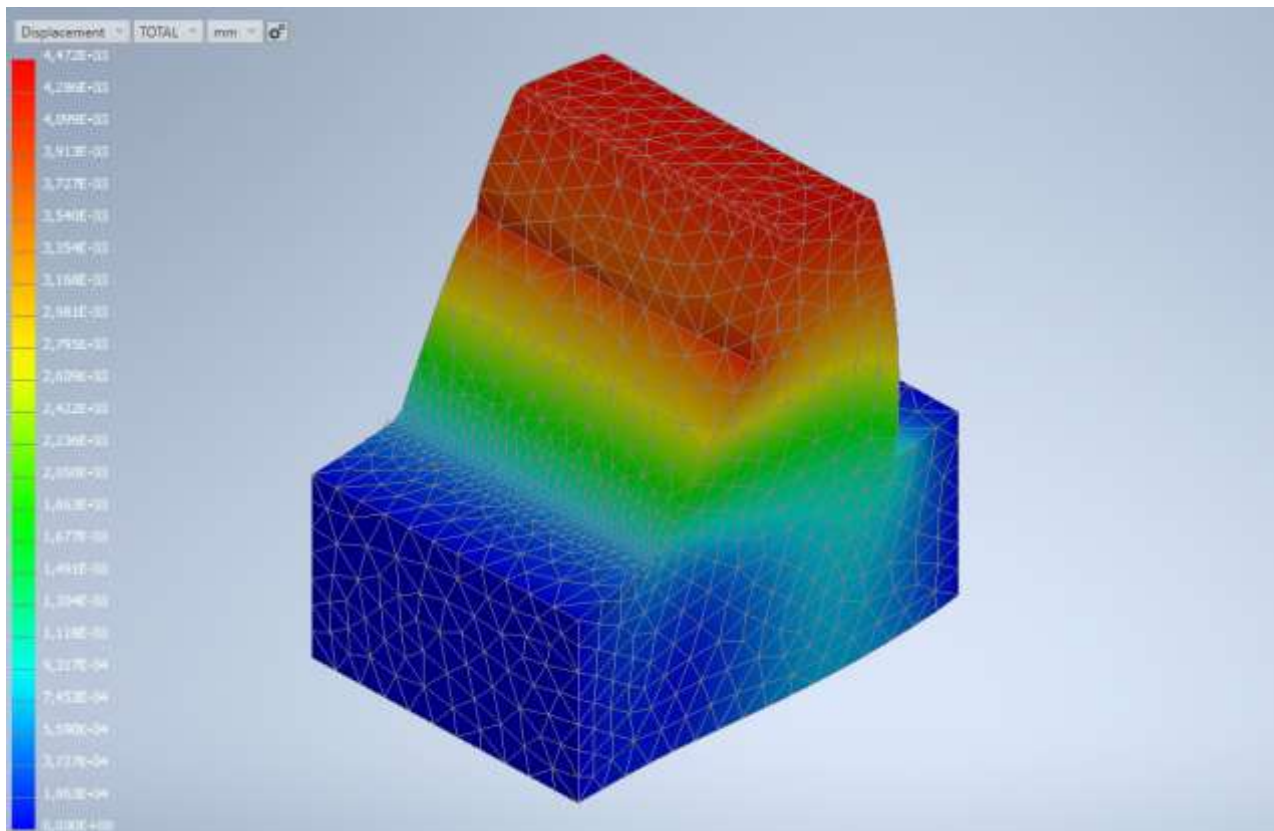
Σχήμα 4.18: Ολική μετατόπιση σε mm



Τροχός 2:



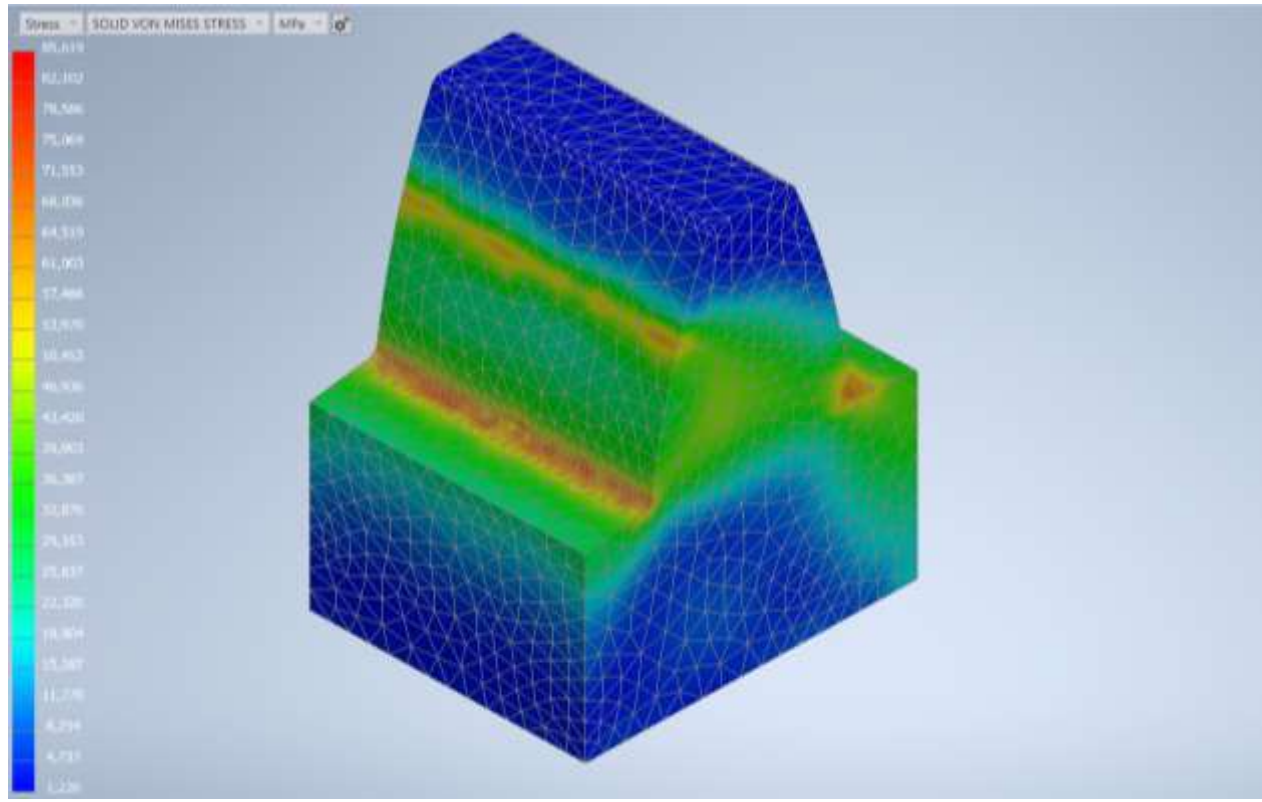
**Σχήμα 4.19:** Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa



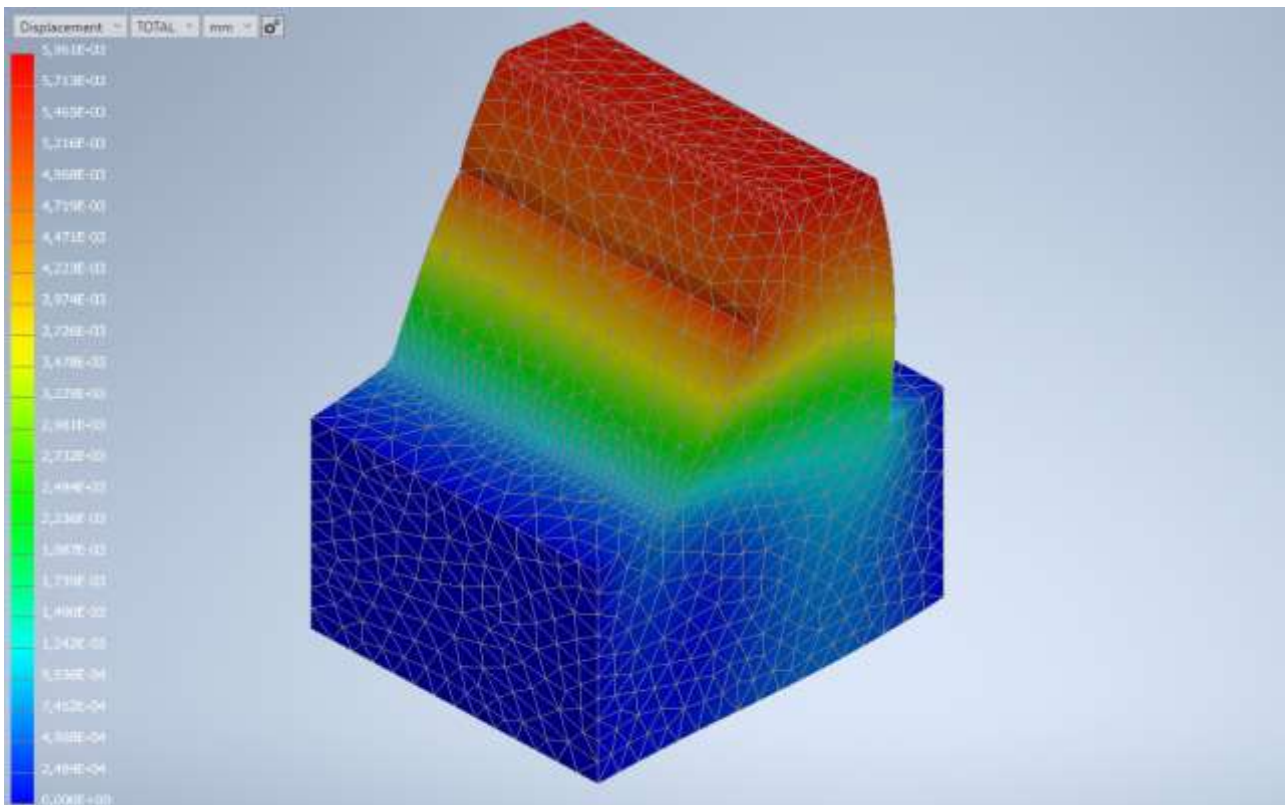
**Σχήμα 4.20:** Ολική μετατόπιση σε mm

## Δεύτερο ζεύγος τροχών

Τροχός 1:

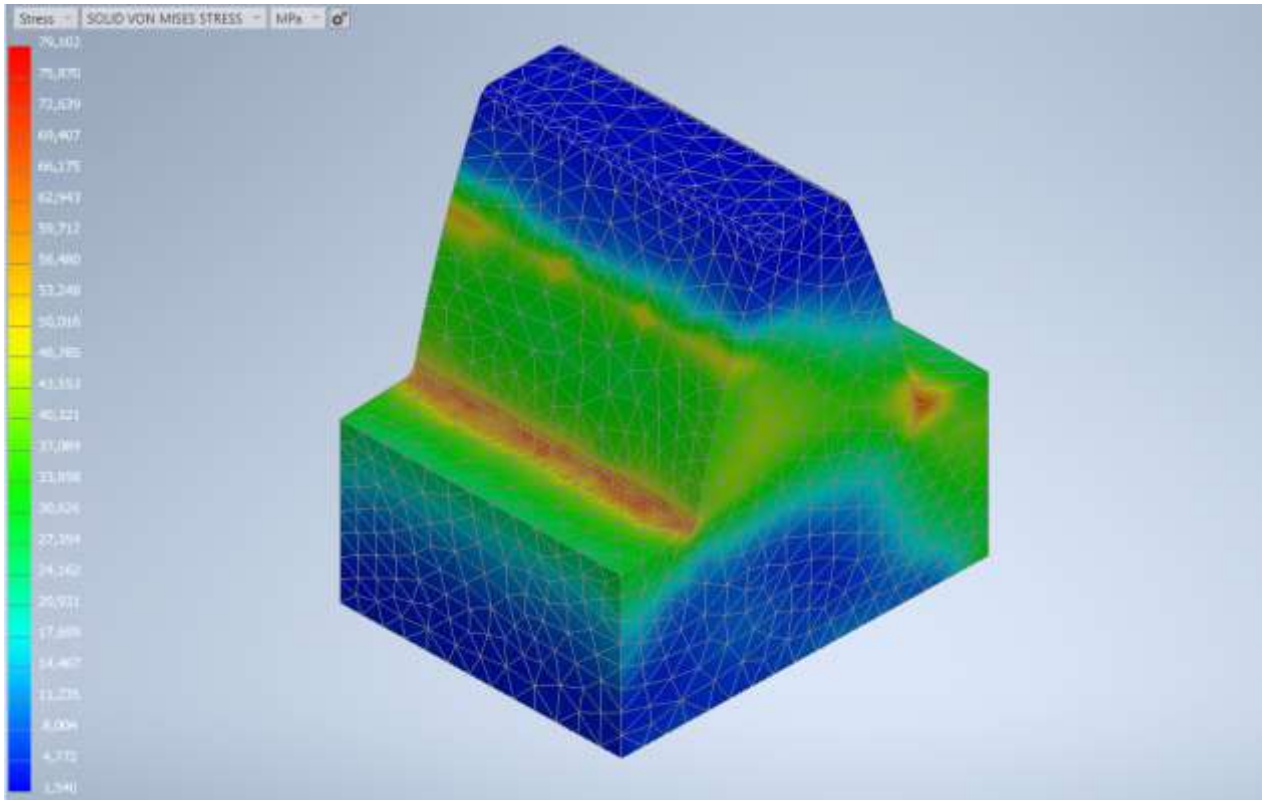


Σχήμα 4.21: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa

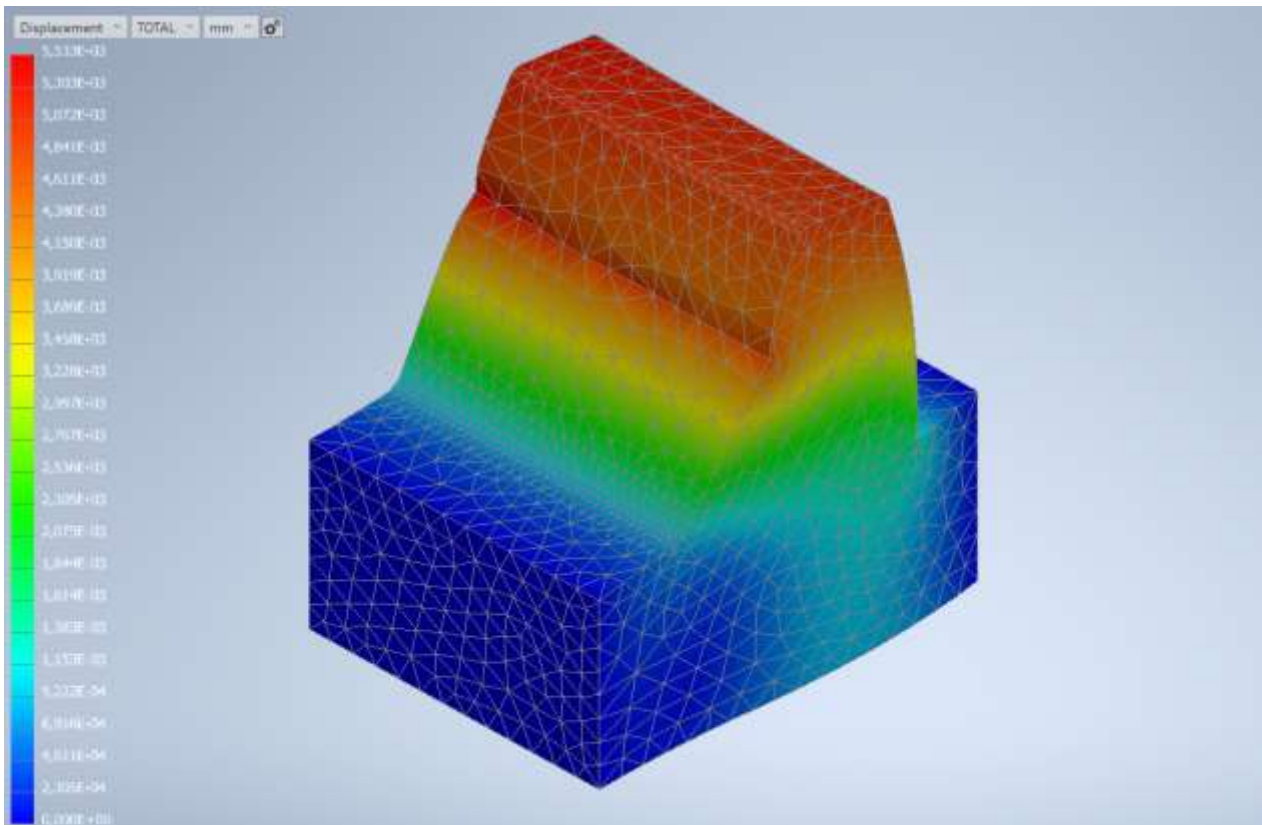


Σχήμα 4.22: Ολική μετατόπιση σε mm

Τροχός 2:



**Σχήμα 4.23:** Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa

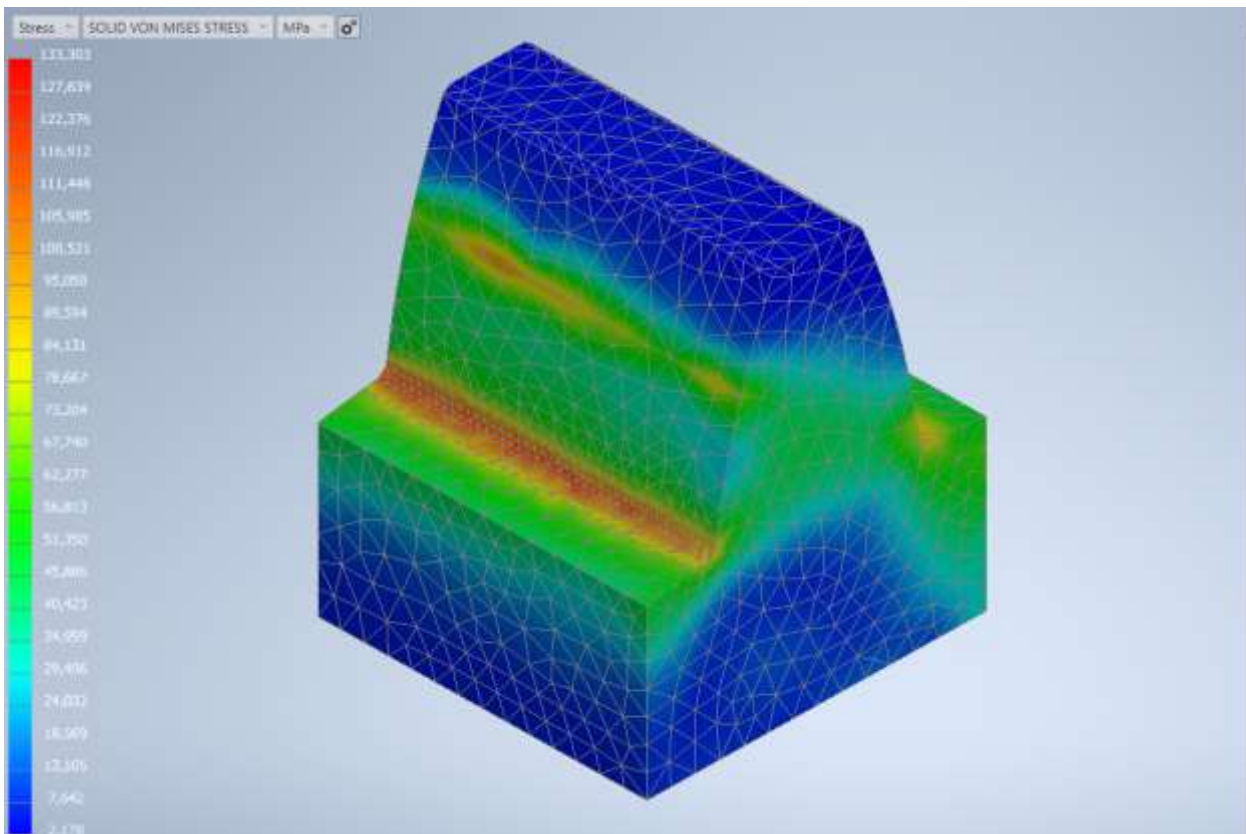


**Σχήμα 4. 24:** Ολική μετατόπιση σε mm

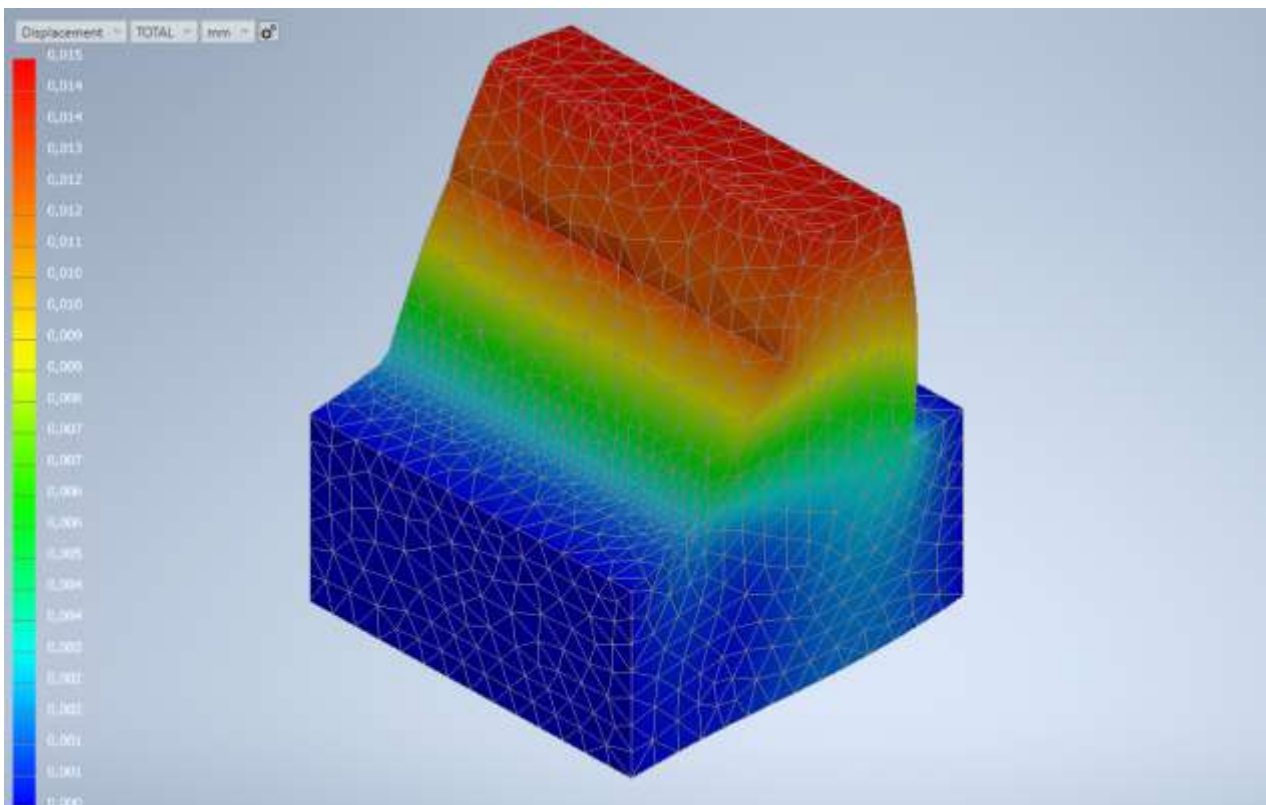


### Τρίτο ζεύγος τροχών

Τροχός 1:

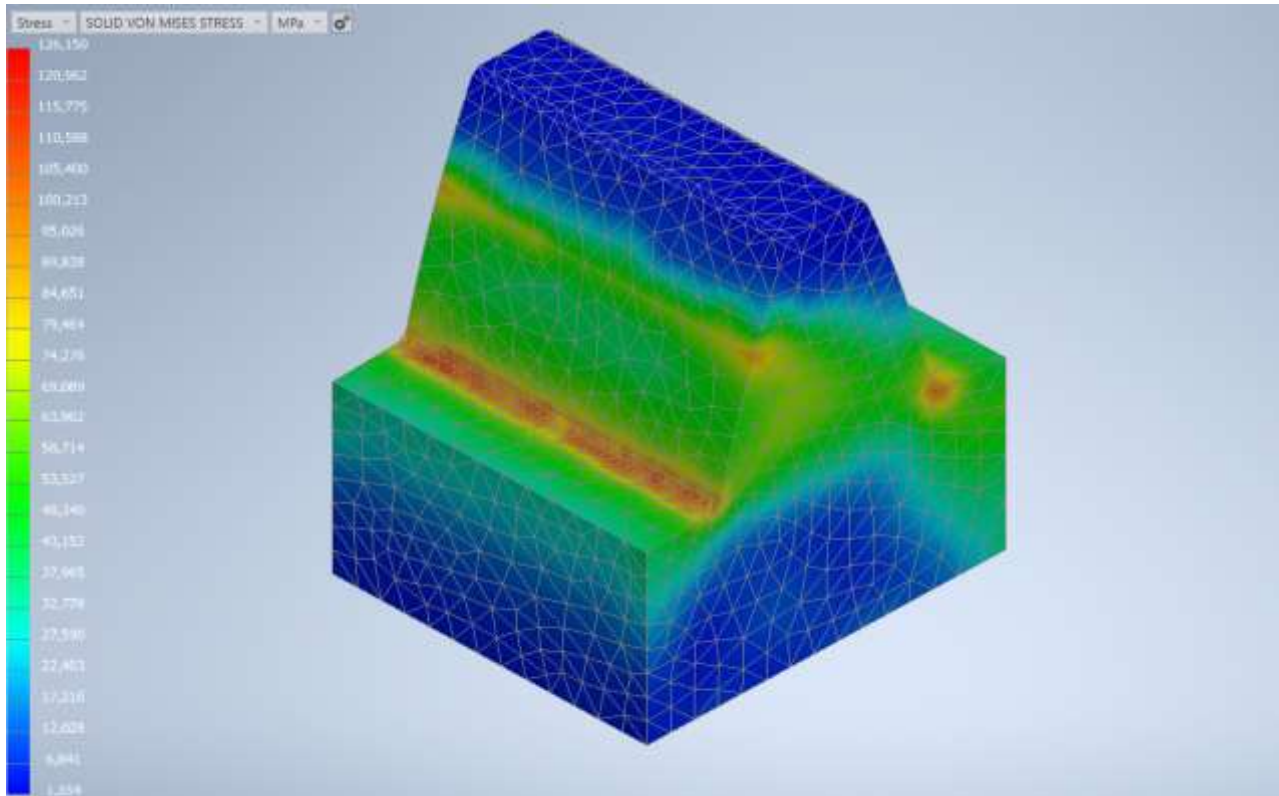


Σχήμα 4.25: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa

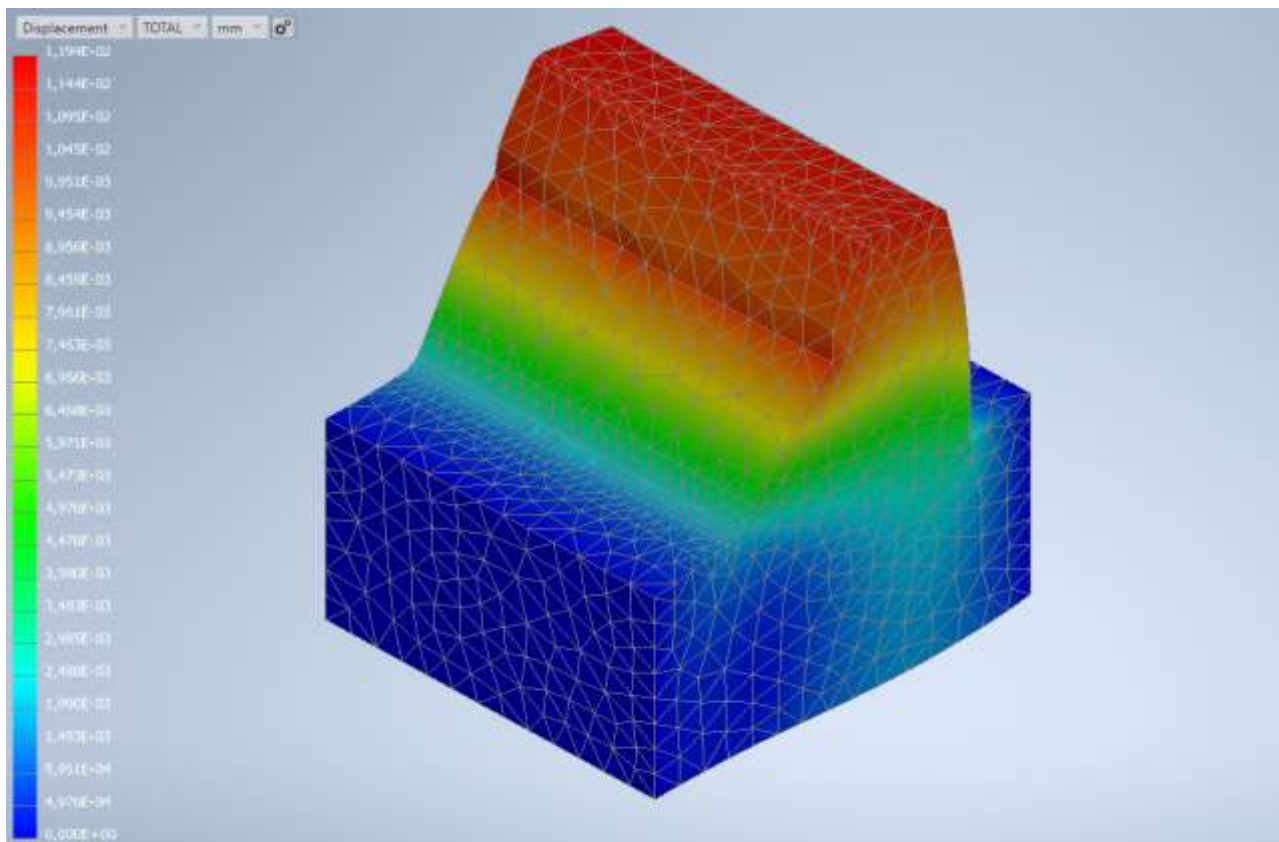


Σχήμα 4.26: Ολική μετατόπιση σε mm

## Τροχός 2:



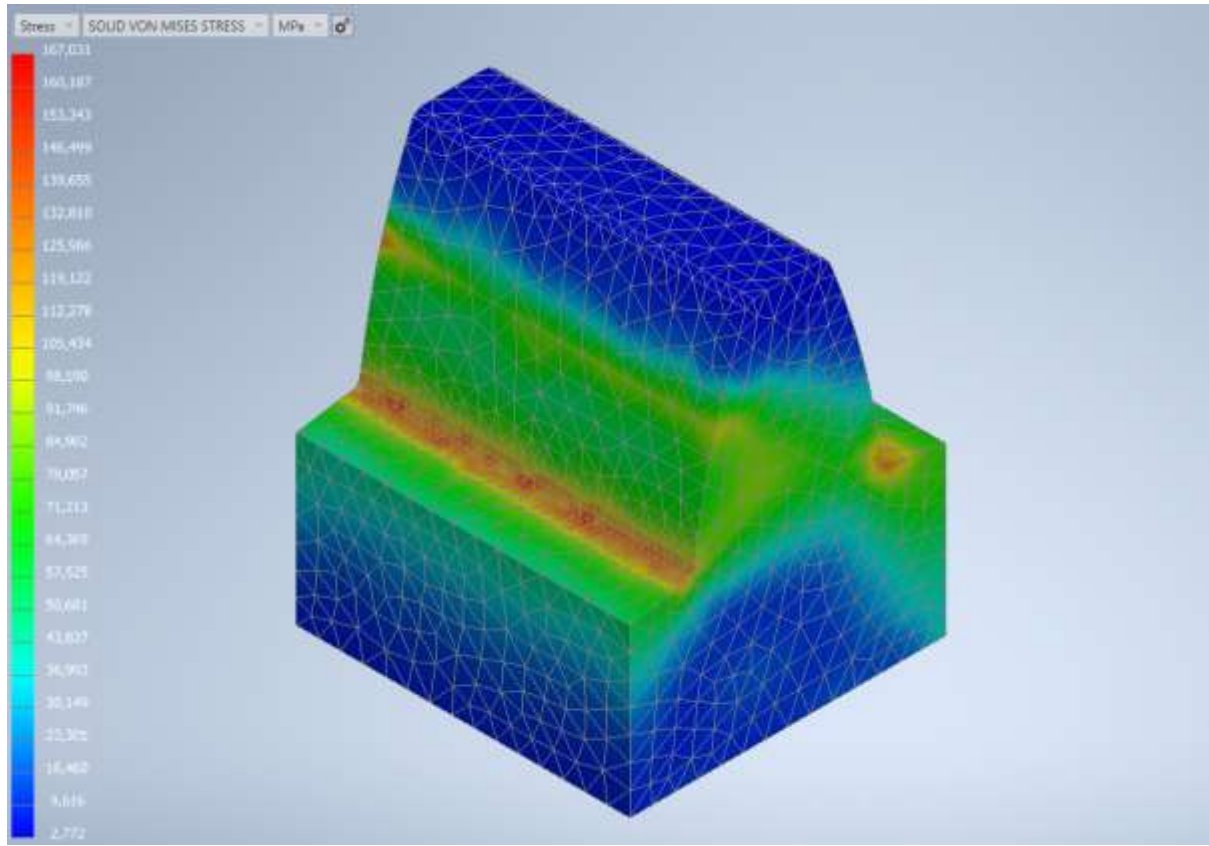
Σχήμα 4.27: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa



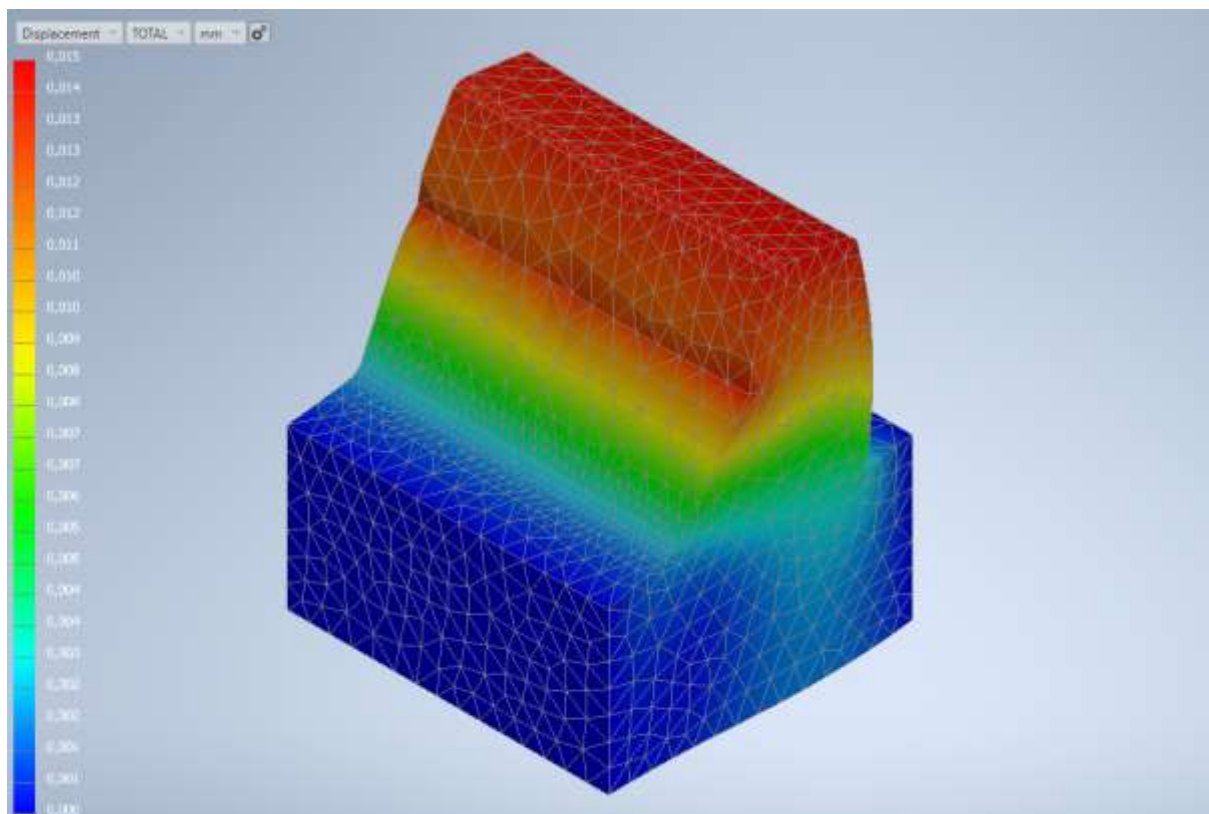
Σχήμα 4. 28: Ολική μετατόπιση σε mm

### Τέταρτο ζεύγος τροχών

Τροχός 1:



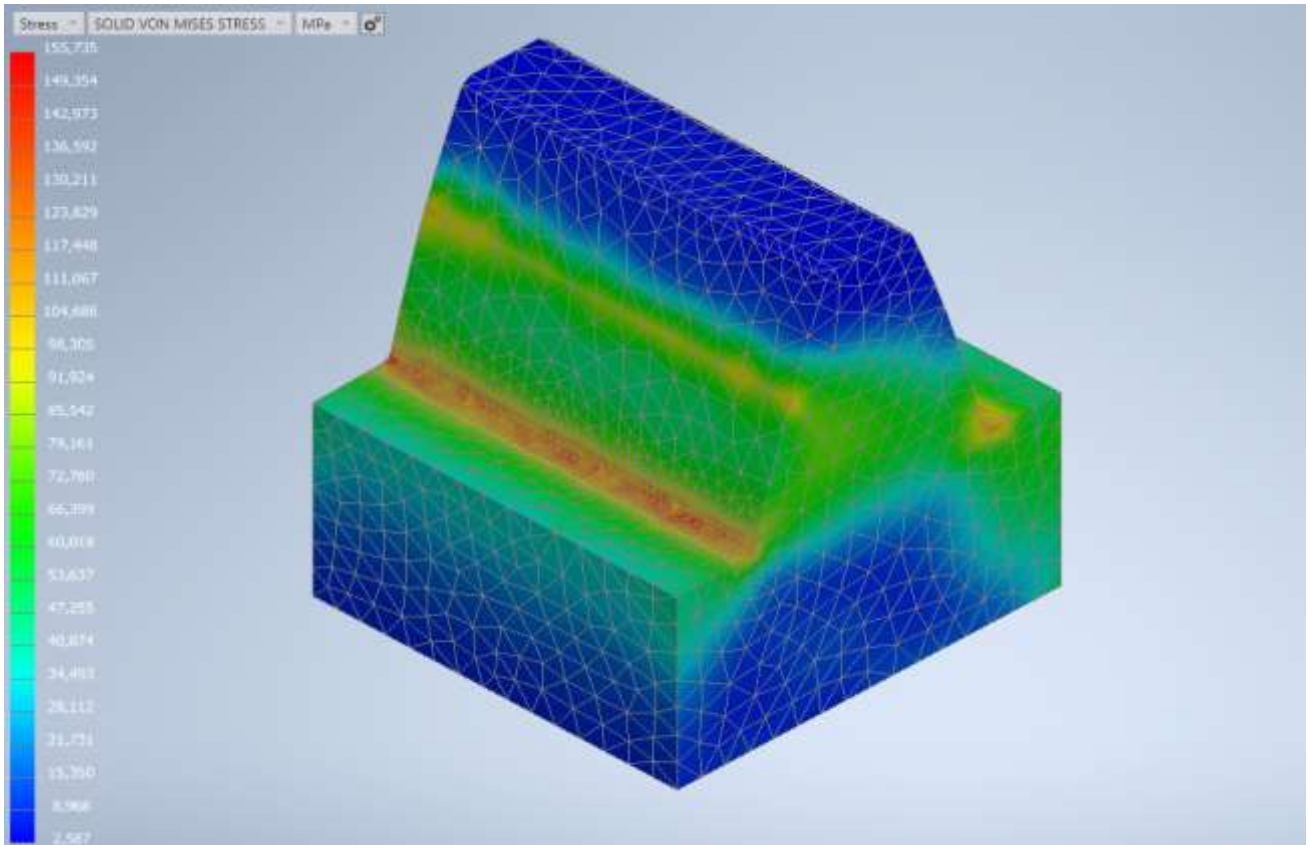
Σχήμα 4.29: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa



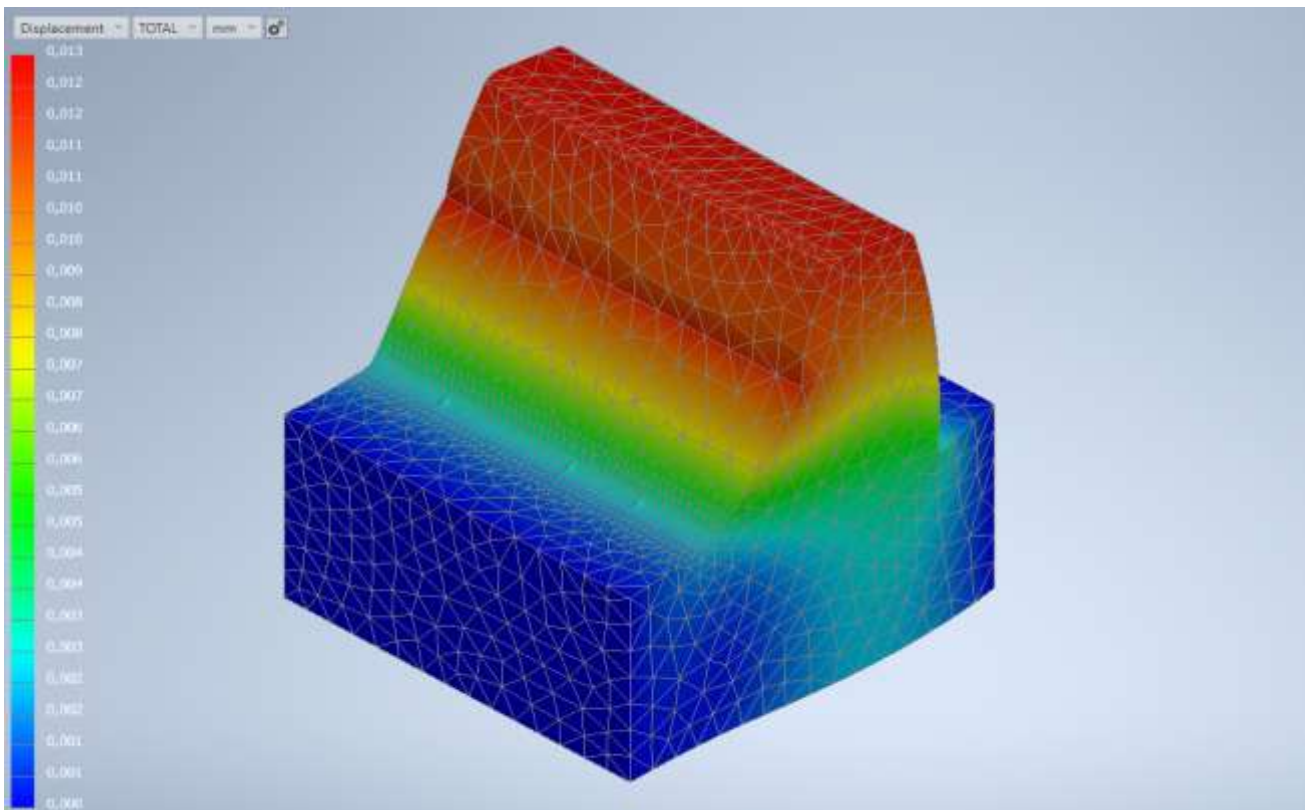
Σχήμα 4.30: Ολική μετατόπιση σε mm



Τροχός 2:



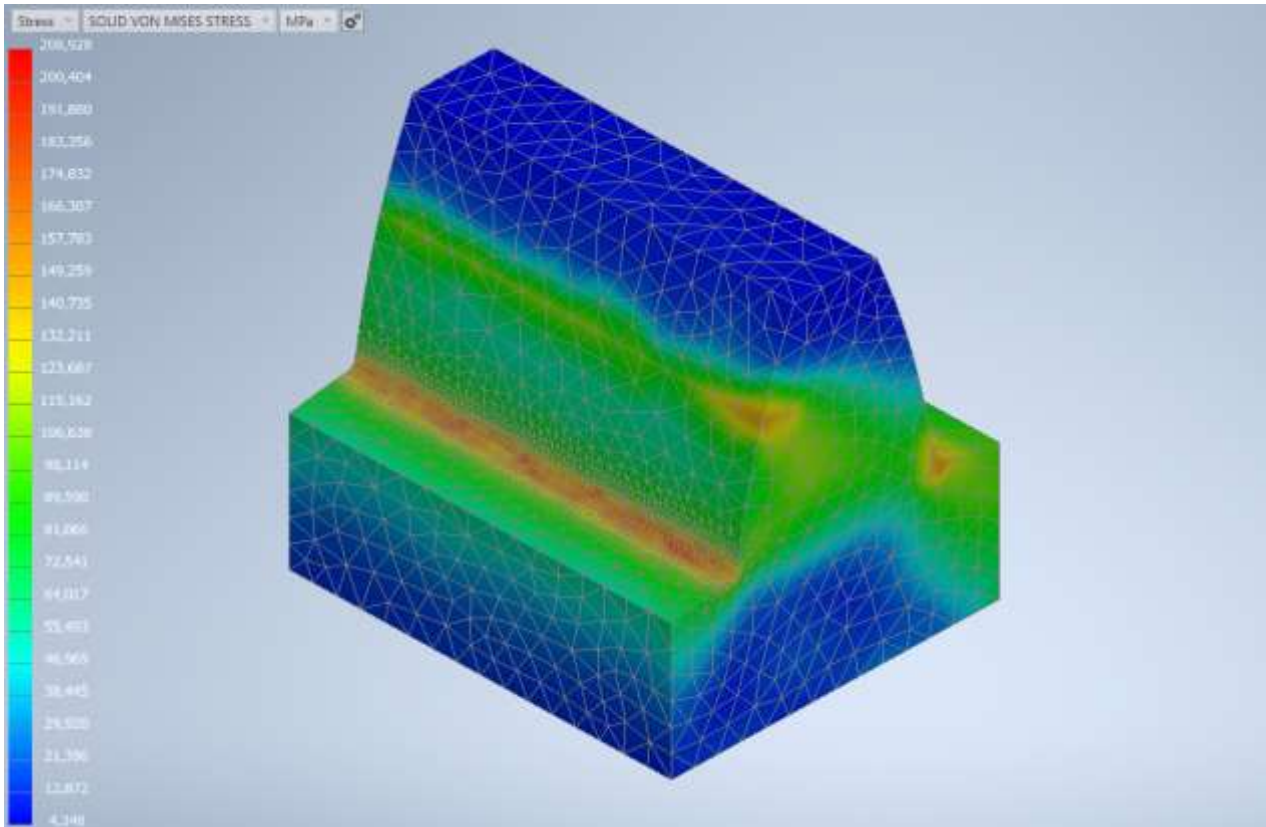
Σχήμα 4.31: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa



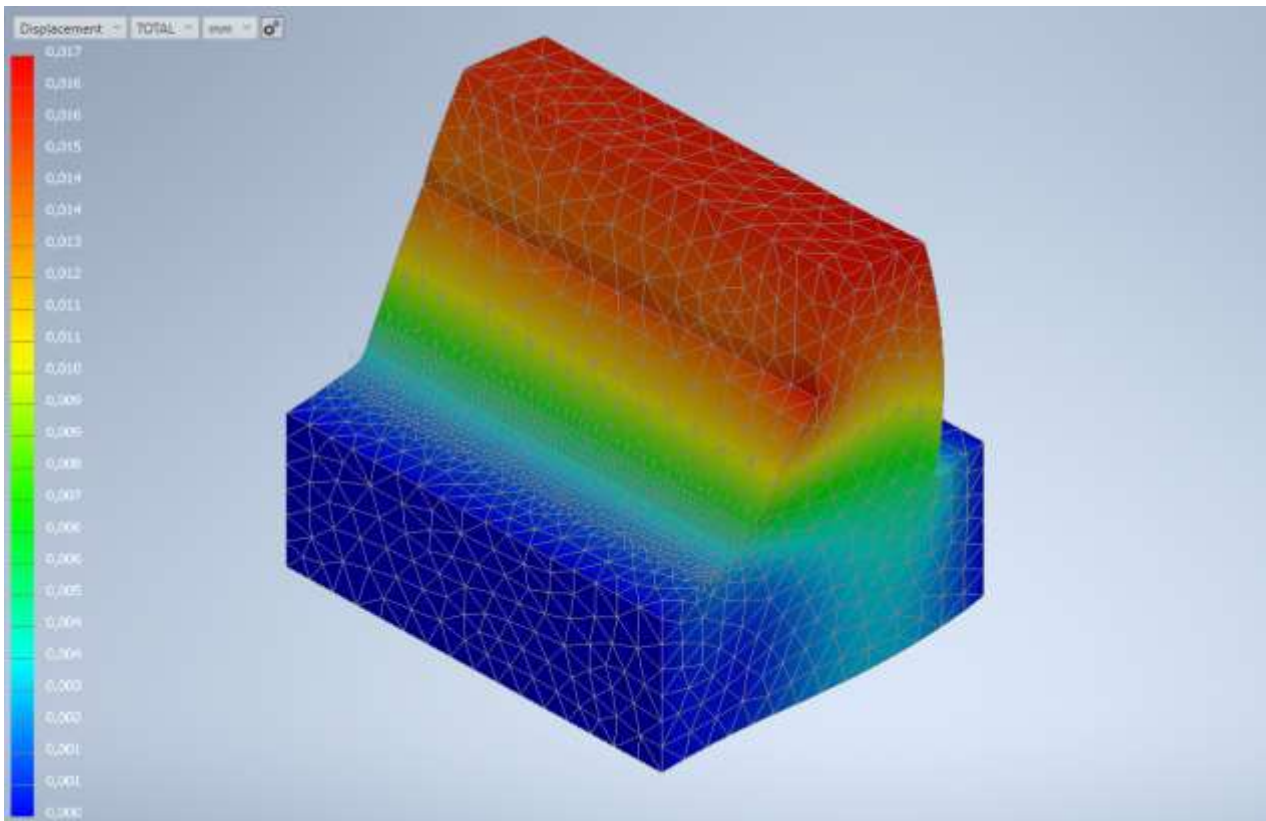
Σχήμα 4.32: Ολική μετατόπιση σε mm

### Πέμπτο ζεύγος τροχών

Τροχός 1:

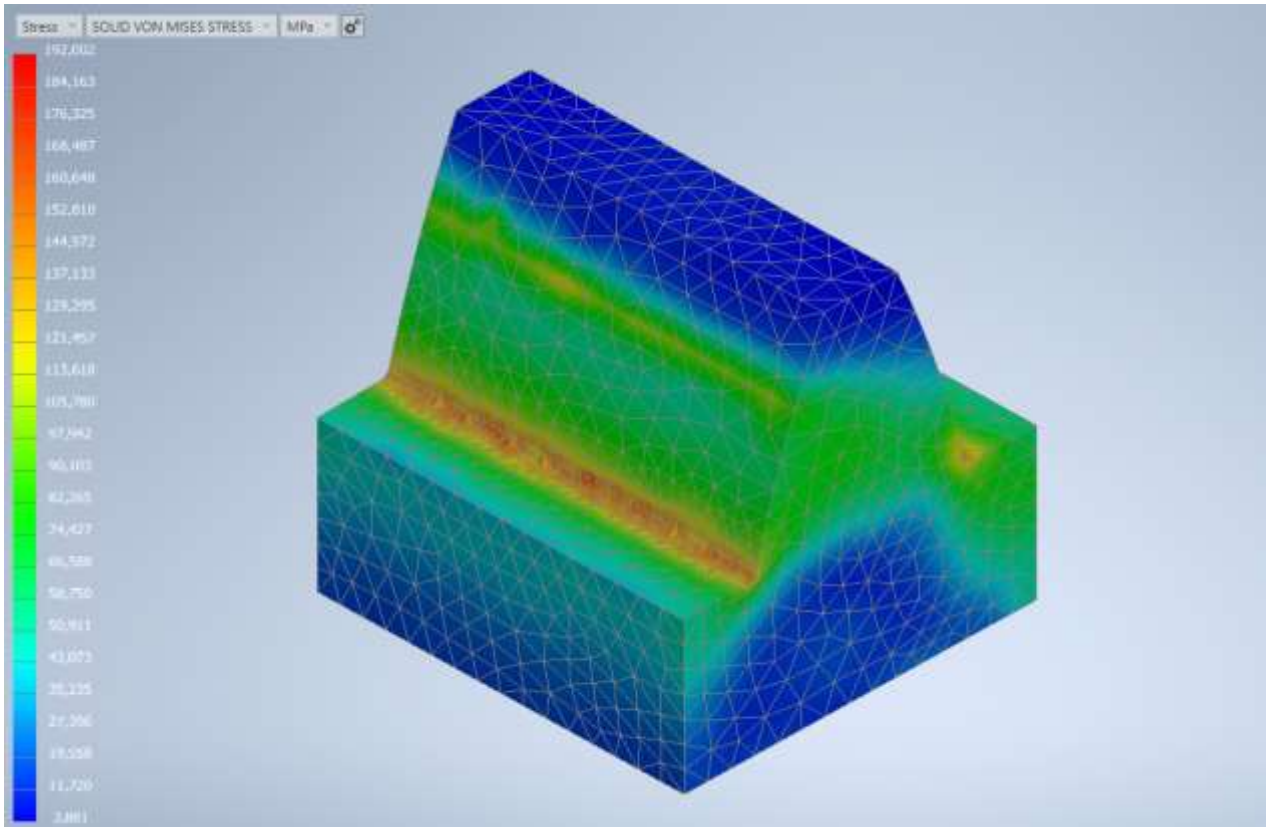


Σχήμα 4.33: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa

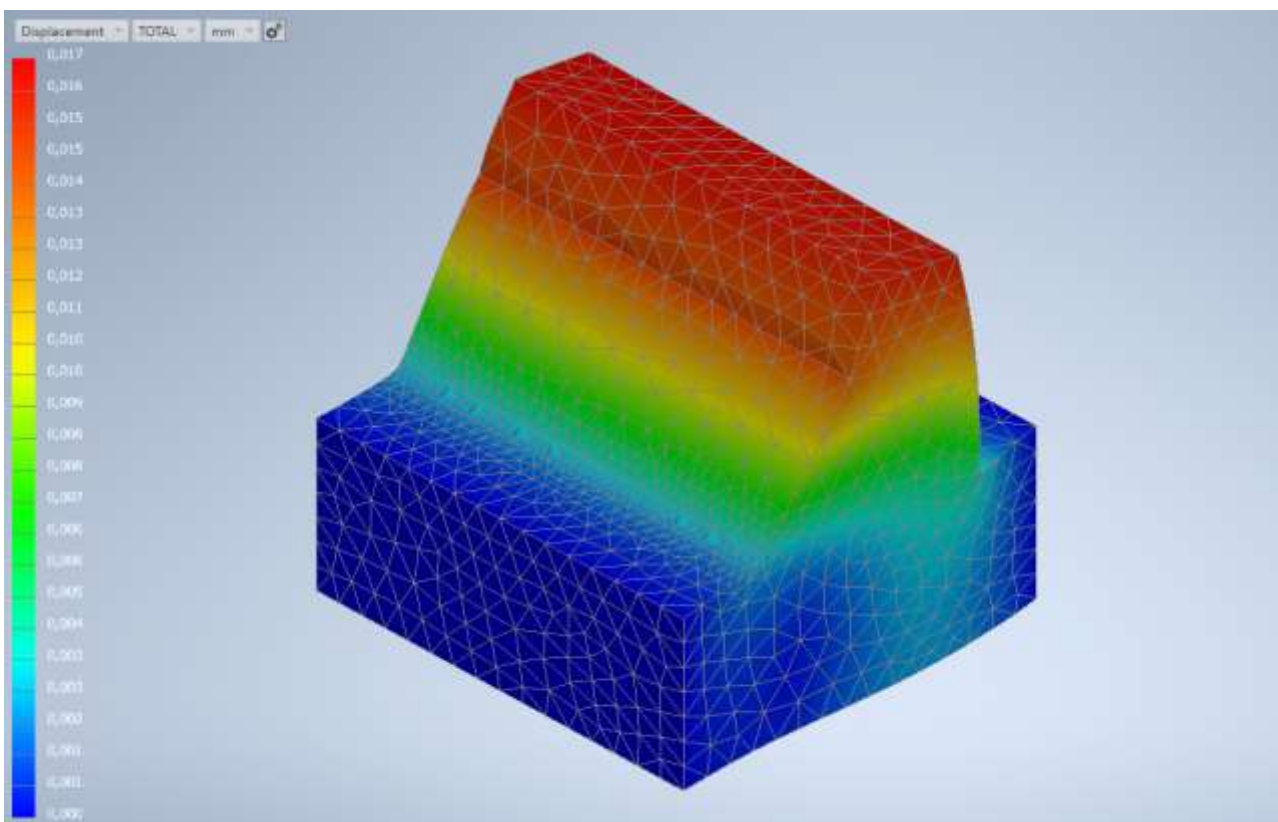


Σχήμα 4.34: Ολική μετατόπιση σε mm

Τροχός 2:



Σχήμα 4.35: Ισοδύναμη τάση κατά Von Mises σε MPa



Σχήμα 4.36: Ολική μετατόπιση σε mm

## 4.6 Παρατηρήσεις

Στην παρούσα εργασία προτιμήσαμε να χρησιμοποιήσουμε ανάλυση απευθείας στο τρισδιάστατο μοντέλο που είχαμε κατασκευάσει από το πρόγραμμα Inventor Autodesk και δημιουργήσαμε πλέγμα πεπερασμένων στοιχείων στο 3-D μοντέλο στο πεδίο Nastran. Ένας άλλος τρόπος ανάλυσης θα ήταν να επιλέξουμε ανάλυση επίπεδης εντατικής κατάστασης στην οποία θα δημιουργούσαμε δισδιάστατο μοντέλο, θέτοντας το πάχος του οδόντος ως παράμετρο.

Οι μετρούμενες τάσεις από την ανάλυση των πεπερασμένων στοιχείων θα παρατεθούν σε σύγκριση με τις τιμές που υπολογίσαμε εμείς στο 3<sup>ο</sup> κεφάλαιο, με την κατασκευή των αντίστοιχων διαγραμμάτων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

### ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τους πίνακες 4.3 & 4.4 των υπολογισμών που προέκυψαν και της μεθόδου των πεπερασμένων στοιχείων, λαμβάνουμε τις μέγιστες τάσεις όλων των δοκιμίων που πραγματοποιήθηκαν και συμπληρώνουμε τον παρακάτω πίνακα 5.1 και καταγράφουμε τις αποκλίσεις των τιμών:

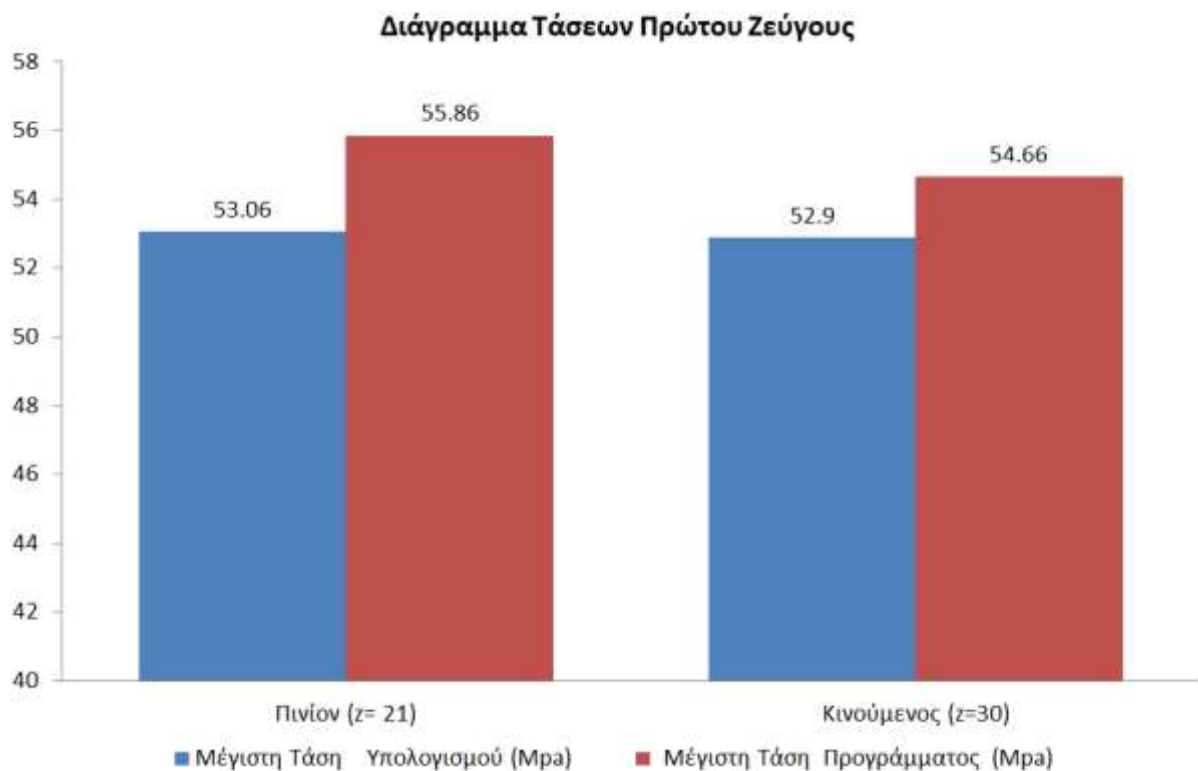
A/A	Μέγιστη Τάση Επιτρεπόμενη $\sigma_{\epsilon\pi}$ (MPa)	Μέγιστη Τάση Υπολογισμού $\sigma_{\gamma}$ (MPa)	Μέγιστη Τάση Προγράμματος $\sigma_{\Pi}$ (MPa)	Απόκλιση (MPa)	Απόκλιση (%)
1 <sup>ο</sup> ζεύγος	213,3	53,06	55,86	2,80	5%
	213,3	52,9	54,66	1,76	3,2%
2 <sup>ο</sup> ζεύγος	233,3	82,58	85,62	3,04	3,55%
	233,3	76,6	79,1	2,5	3,16%
3 <sup>ο</sup> ζεύγος	340	131,9	133,3	1,4	0,96%
	340	123,7	126,15	2,54	0,7%
4 <sup>ο</sup> ζεύγος	300	164,2	167,03	2,83	1,7%
	300	152,9	155,74	2,84	1,82%
5 <sup>ο</sup> ζεύγος	333	202,05	208,93	6,88	3,3%
	333	189,2	192	2,8	1,45%

Πίνακας 5-1: Σύγκριση αποτελεσμάτων

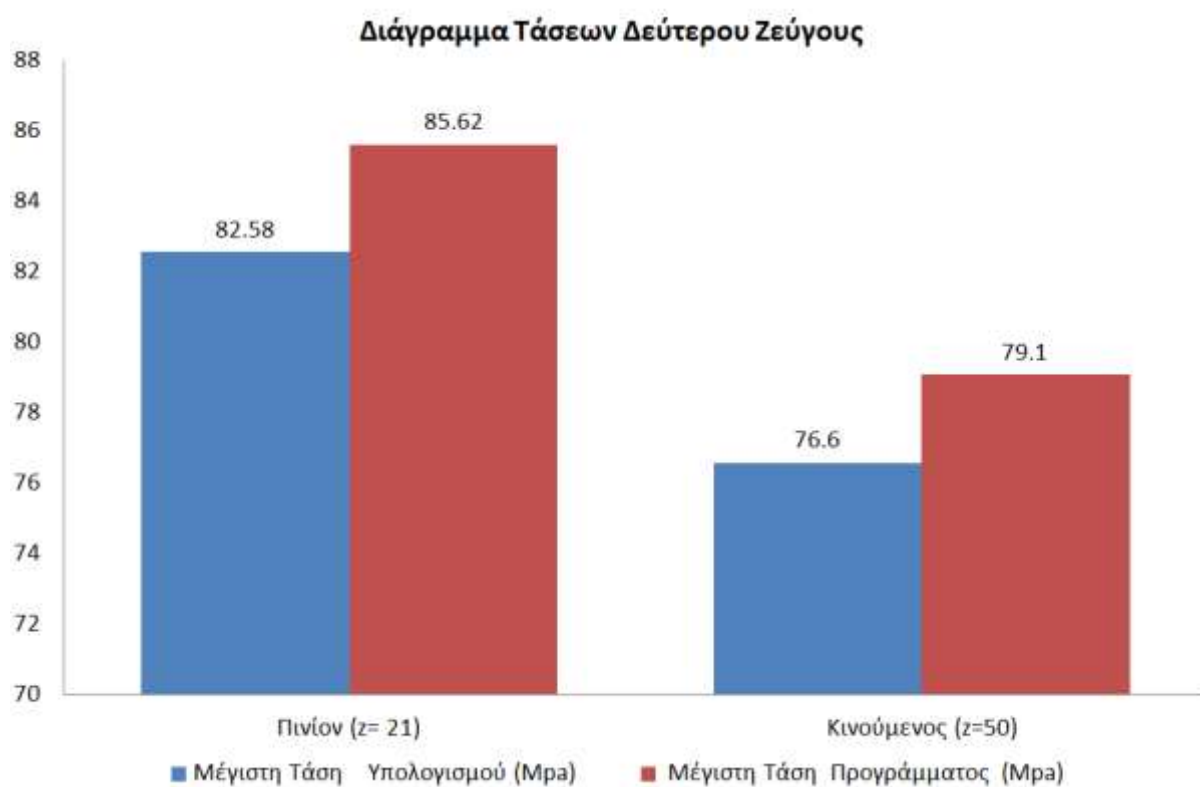


## 5.1 Διαγράμματα Σύγκρισης

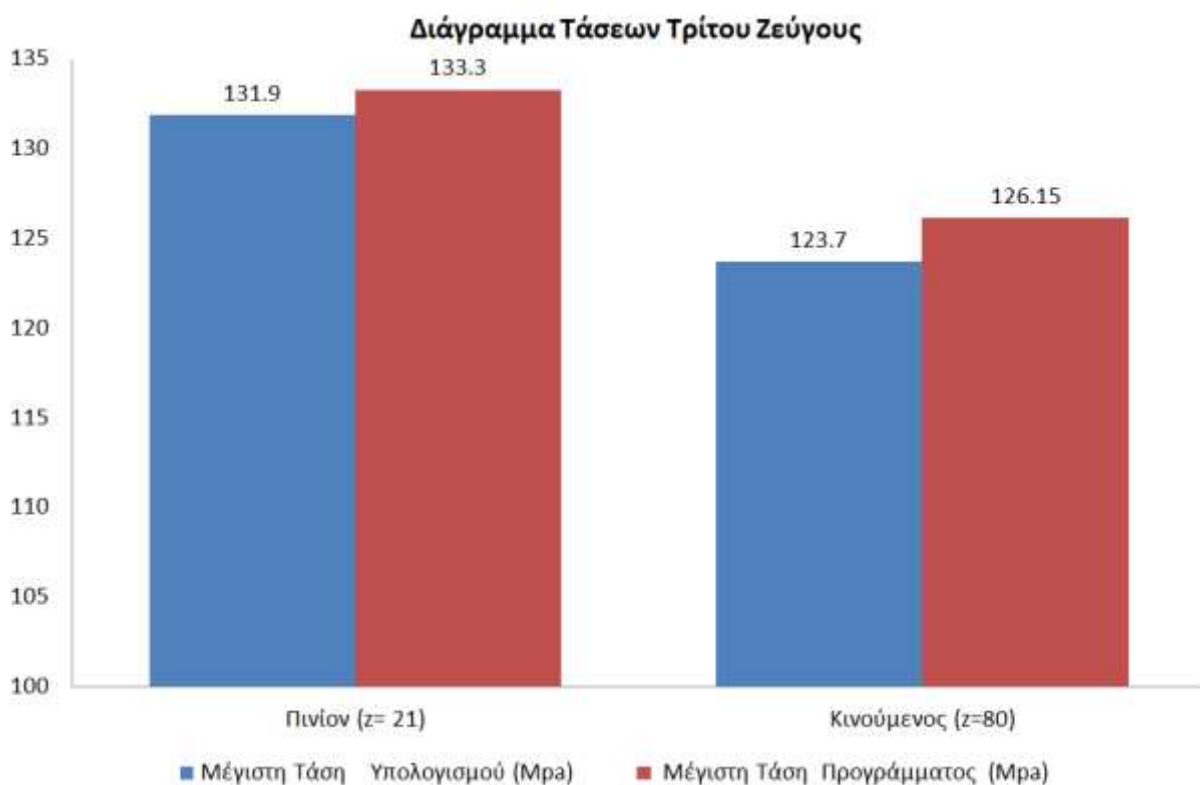
Στην συνέχεια, αμέσως παρακάτω σχήμα.5.1 έως 5.5, παραθέτουμε διαγράμματα σύγκρισης της μέγιστης τάσης που υπολογίσαμε και της μέγιστης τάσης που προέκυψε από τα αποτελέσματα του προγράμματος πεπερασμένων στοιχείων για κάθε ζεύγος ξεχωριστά, ενώ στα Σχ. 5.6 & 5.7 παραθέτουμε συγκεντρωτικά διαγράμματα των αποκλίσεων και των τάσεων για όλες τις δοκιμές που πραγματοποιήθηκαν.



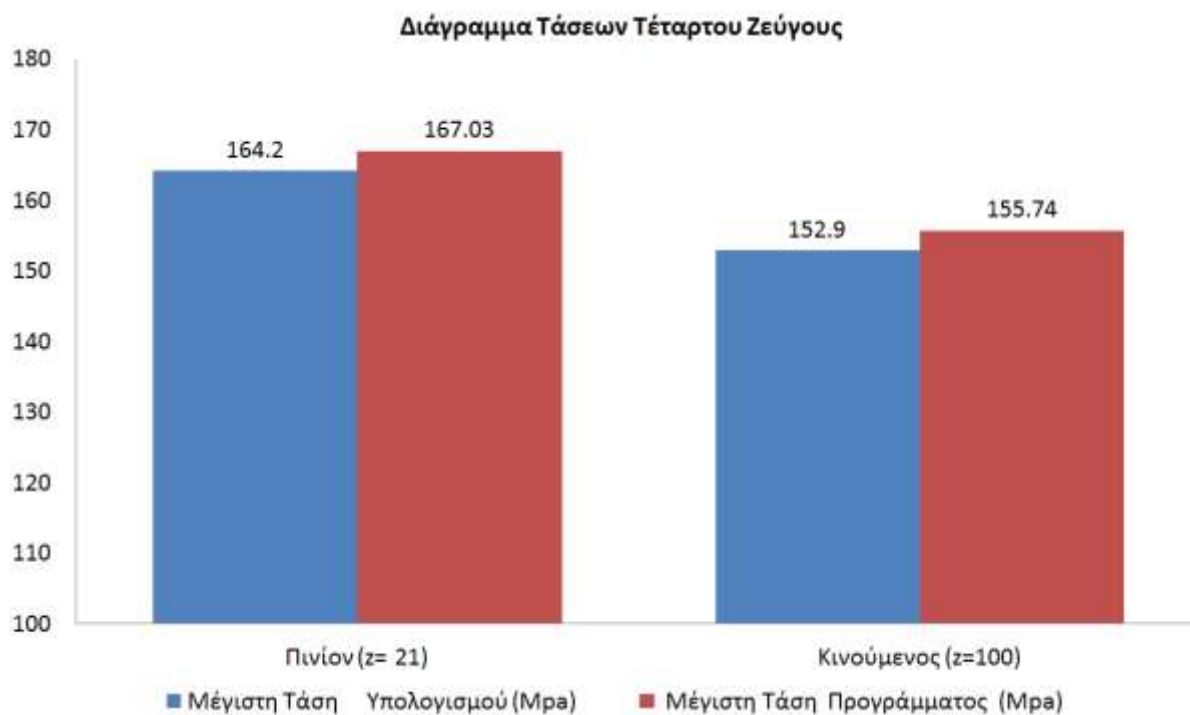
**Σχήμα 5.1:** Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος



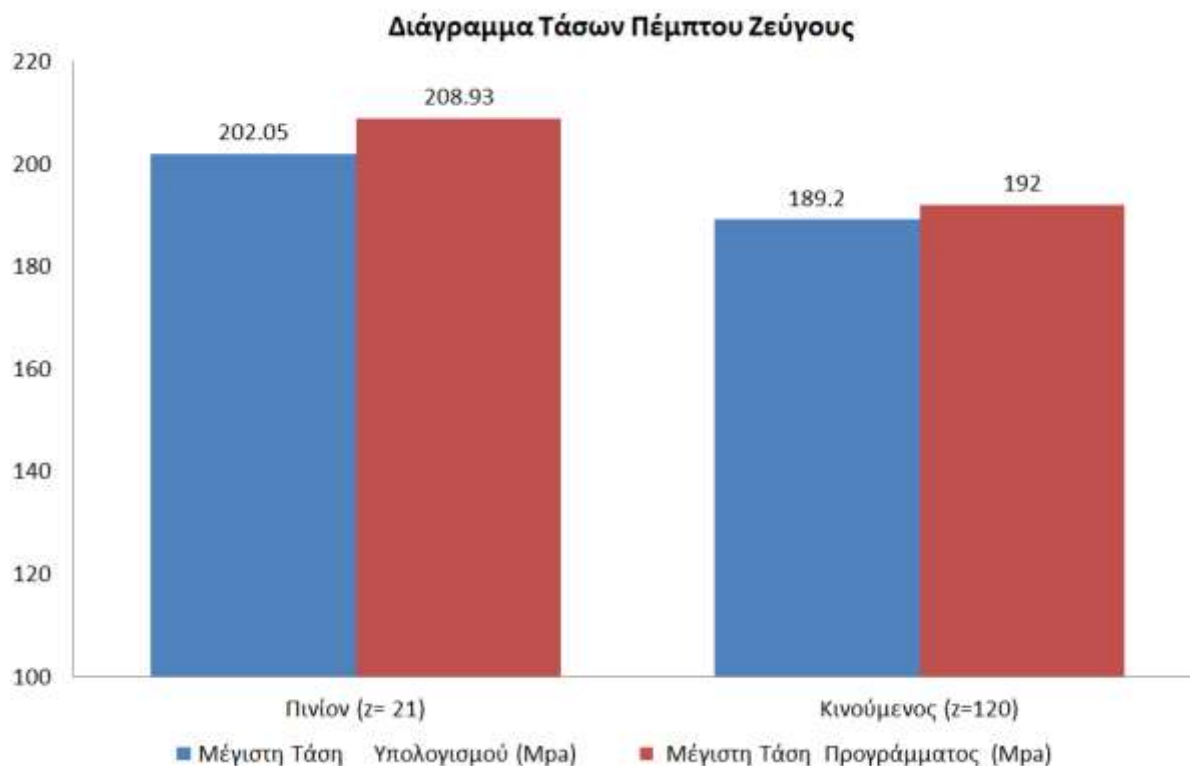
**Σχήμα 5.2:** Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος



**Σχήμα 5. 3:** Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος

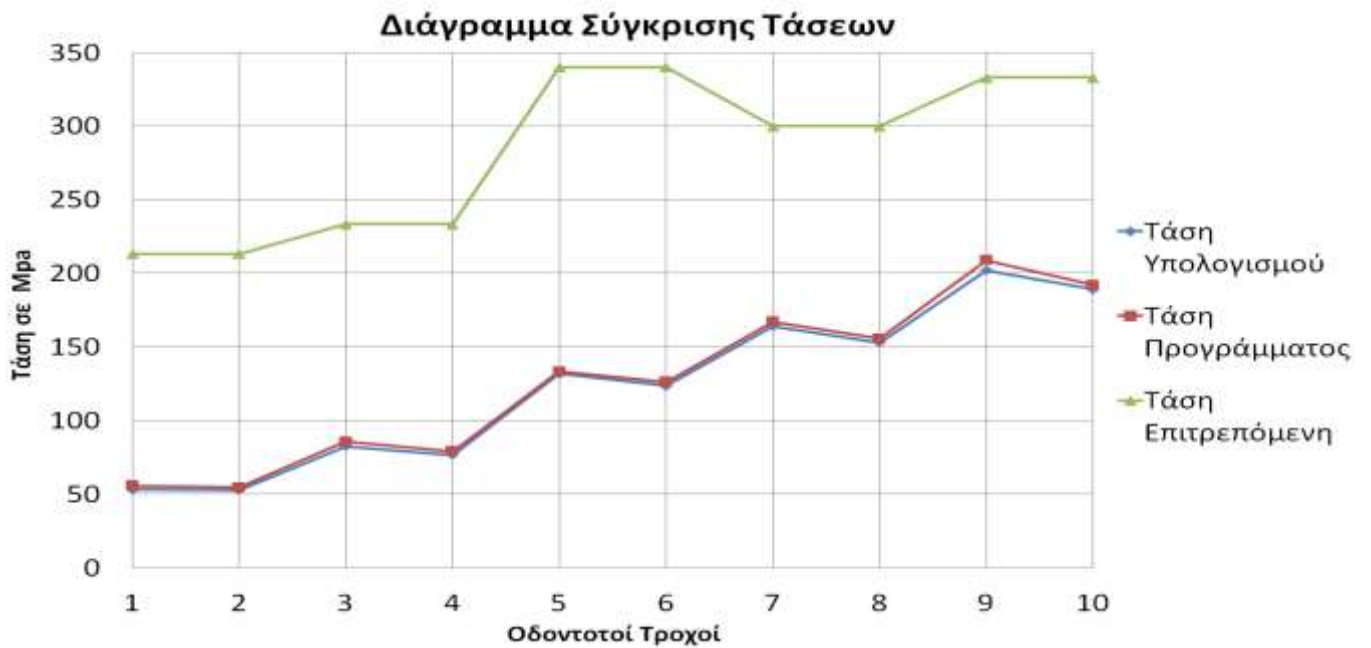


**Σχήμα 5.4:** Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος

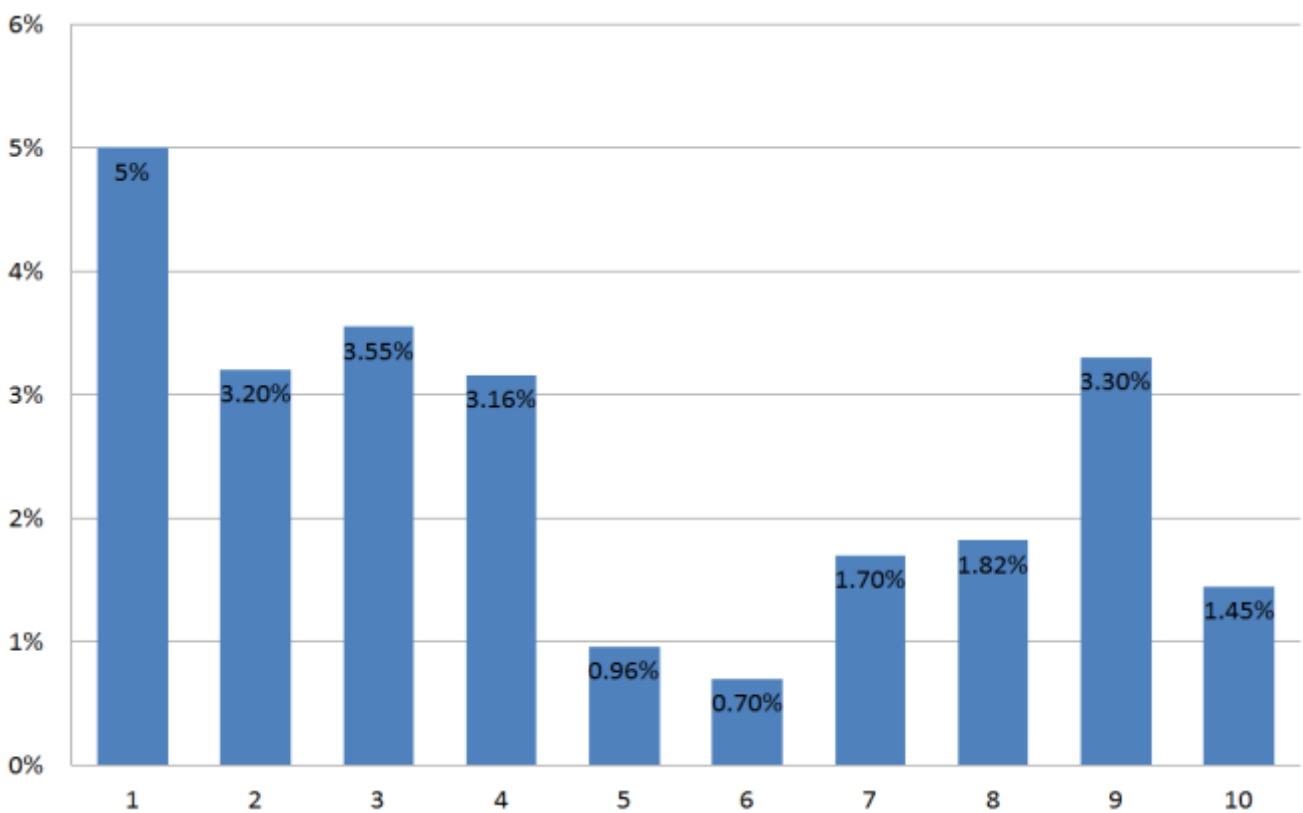


**Σχήμα 5.5:** Σύγκριση αποτελεσμάτων Υπολογισμού και Προγράμματος

Ακολούθως, παρατίθεται το διάγραμμα σύγκρισης της επιτρεπόμενης τάσης με της τάσεις υπολογισμού και προγράμματος αντίστοιχα.



Σχήμα 5.6: Διάγραμμα Σύγκρισης Τάσεων



Σχήμα 5.6: Απόκλιση πειραματικής και υπολογιστικής μέγιστης τάσης στον πόδα του οδοντωτού τροχού

## 5.2 Συμπεράσματα

Το επίκεντρο της μελέτης είναι ο υπολογισμός των μέγιστων τάσεων που αναπτύσσονται στην επικίνδυνη διατομή του οδόντα του οδοντωτού τροχού. Στην παρούσα μελέτη αναλύθηκε ο τρόπος με τον οποίο αναπτύσσονται οι μέγιστες τάσεις καθώς και οι παραμορφώσεις κατά την εμπλοκή δύο συνεργαζόμενων τροχών. Συγκεκριμένα, αναπτύχθηκε μια μέθοδος υπολογισμού του οδόντα αντοχή σε θραύση μέσω γενικών σχέσεων που δίνει την τάση στον πόδα του οδόντα, η οποία επιτρέπει τον προσδιορισμό της μέγιστης τάσης μετωπικού οδοντωτού τροχού με ευθεία οδόντωση. Ενώ αντίστοιχα πραγματοποιήθηκε στατική προσομοίωση, με τη χρήση λογισμικού που πραγματοποιεί ανάλυση με χρήση πεπερασμένων στοιχείων. Αυτή η διαδικασία ακολουθήθηκε για όλα τα ζεύγη οδοντωτών τροχών που δημιουργήσαμε.

Συγκρίνοντας τις τιμές που υπολογίσαμε εμείς με τις τιμές που προέκυψαν από το πρόγραμμα, προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα:

- Από τη στατική ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων που πραγματοποιήθηκε, διαπιστώθηκε ότι η μέγιστη κύρια τάση εμφανίστηκε στον πόδα (ρίζα) του οδόντος. Επιπρόσθετα, παρατηρήθηκε ότι όσο αυξάνεται το πλήθος των δοντιών, τόσο ελαττώνεται η τιμή της μέγιστης τάσεως. Για παράδειγμα στο ζεύγος 21-80 η μέγιστη τάση στο πινιόν είναι  $164,2 \text{ MPa}$  ενώ του συνεργαζόμενου τροχού ισούται με  $152,9 \text{ MPa}$ . Αυτό το παρατηρούμε σε όλα τα ζεύγη με την διαφορά να μειώνεται όσο ο αριθμός  $\frac{Z_2}{Z_1} \approx 1$ , ενώ αντίθετα η διαφορά αυξάνεται όσο ο αριθμός  $\frac{Z_2}{Z_1} \gg 1$ .
- Η σύγκριση των τιμών που υπολογίσαμε στο 3<sup>ο</sup> Κεφάλαιο και των τιμών που προέκυψαν από το πρόγραμμα στο 4<sup>ο</sup> Κεφάλαιο για την μέγιστη τάση στην επικίνδυνη διατομή, διαπιστώνουμε ότι οι αποκλίσεις που έχουμε είναι σε λογικά πλαίσια εφόσον κυμαίνονται από 0.7% έως 5%.
- Όσο αυξάνουμε τις στροφές του κάθε ζεύγους τόσο αυξάνεται το φορτίο που ασκείται στο δόντι. Επίσης, όπως παρατηρούμε στον πίνακα 5.1 το ότι αυξήσαμε τις στροφές ανά ζεύγος δεν επηρέασε τις αποκλίσεις μας εφόσον είναι σε ακανόνιστη σειρά.
- Οι διάφορες αποκλίσεις που παρατηρούμε οφείλονται στις διάφορες παραμέτρους που κληθήκαμε να επιλέξουμε μέσω πινάκων και διαγραμμάτων όπου οι τιμές είναι πολύ κοντά μεταξύ τους.
- Οι τάσεις που αναπτύσσονται στους τροχούς και συγκεκριμένα η αναπτυσσόμενη ισοδύναμη τάση Von Misses είναι της τάξεως των MPa, αλλά σε καμία περίπτωση δεν υπερβαίνουν το όριο διαρροής των υλικών των γραναζιών, επομένως θεωρείται ότι όλα τα γρανάζια δεν αντιμετωπίζουν θέμα αντοχής.
- Όλες οι παραμορφώσεις που αναπτύσσονται στα γρανάζια είναι της τάξεως μη, πράγμα που πρακτικά σημαίνει ότι μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες και να αγνοηθούν και να θεωρηθεί βέβαιο ότι δεν προκαλούν κανένα πρόβλημα στην συνεργασία των δύο τροχών.

- Στο σχήμα 5.6 όπου γίνεται σύγκριση των τάσεων που υπολογίσαμε με τις τάσεις που προέκυψαν από το πρόγραμμα Inventor Nastran και τις επιτρεπόμενες τάσεις, παρατηρούμε ότι τα υλικά που επιλέξαμε για να εξετάσουμε τα συγκεκριμένα ζεύγη είναι ικανοποιητικά στην αντοχή των καταπονήσεων που δέχονται.
- Οι τιμές που λάβαμε από τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μέσω προγράμματος είναι αρκετά κοντά με τις τιμές που υπολογίσαμε, όπως αντιλαμβάνεται κανείς από τον πίνακα 5.1 και τα σχήματα 5.1 με 5.5 όπου οι αποκλείσεις κυμαίνονται σε επιτρεπτά όρια.

### 5.3 Παρατηρήσεις

Πλήρης υπολογισμός της μέγιστης τάσης απαιτεί γνώση της ακριβής θέσης της επικίνδυνης διατομής. Στη πράξη, σπάνια θα μας δίνεται η τιμή της φόρτισης του οδόντος ώστε να υπολογίσουμε τη μέγιστη τάση που αναπτύσσεται στην επικίνδυνη διατομή ποδός είτε με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων είτε με την μέθοδο της φωτοελαστικότητας. Αντιθέτως, θα μας δίνονται πιο ακριβή στοιχεία όπως: στροφές ατράκτου, σχέσεις μεταδόσεως των βαθμίδων και ωφέλιμες ισχύεις έτσι ώστε μέσω εξισώσεων ισορροπίας να υπολογίσουμε τις δυνάμεις φόρτισης των τροχών και έπειτα να χρησιμοποιήσουμε τις παραπάνω μεθόδους. (Ν.ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, 2010)

## Βιβλιογραφία

- Anon., 2004. Layout optimization of structures with finite-sized features.
- Cavendish, J., 1974. *Automatic triangulation of arbitrary planar domains for the finite element method*, s.l.: s.n.
- Green, P. & Sibson, R., 1978. Computing Dirichlet Tessellations in the Plane. *The Computer J.*, Τόμος 21, pp. 168-173.
- Hermann, L., 1976. Laplacian-isoparametric grid generation scheme. Στο: s.l.:s.n.
- Ho-Le, K., 1989. Deriving shape functions for triangular mid-edge finite elements through blending-function interpolation. *Computer-Aided Design*, November.
- Jung, Y. & Lee, K, 1993. Tetrahedron-based Octree Encoding for Automatic Mesh. *Computer-Aided Design, Vol. 25* .
- KIKUCHI, N., 1986. *ADAPTIVE GRID-DESIGN METHODS FOR FINITE ELEMENT ANALYSIS*, s.l.: s.n.
- Κωστόπουλος, Θ. Ν., 1991. *Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών*. Αθήνα: Συμεών.
- Lee, Y., 1983. *Automatic Finite Element Generation Based on Constructive Solid*, Leeds: Mechanical Engineering Dept., University of Leeds.
- MacNeal, R. ..., 1994. *Finite Elements: Their Design and Performance*. s.l.:s.n.
- Mills, R., 1997. Computer-Aided Engineering. 30-38 February.
- Shimada K, G. D., 1992. Computational Methods for physically based FE mesh. Στο: *Human Aspects in Computer*. Amsterdam: s.n., pp. 41-43.
- Watson, D. F., 1981. *Computing the n-dimensional Delaunay Tessellation with Application*, s.l.: s.n.
- Yerry, M. & Shephard, MS, 1978. *A modified quadree approach to Finite-Element Mesh*, Cambridge : IEEE Comput. Graph. and Appl..
- Zeid, I., 2006. *CAD/CAM:Theory And Practice, Second Edition*. New York: s.n.
- Κ.Γκότσης, Π., 2004. *ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ*. 2η Έκδοση επιμ. Θεσσαλονίκη: ΖΗΤΗ.
- Κ.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, Ι. Κ. & Ι.ΣΤΕΡΓΙΟΥ, Κ. Ι., 2002. *ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ ΙΙ, ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΚΙΝΗΣΗΣ ΟΔΟΝΤΩΤΩΙ ΤΡΟΧΟΙ-ΙΜΑΝΤΕΣ-ΑΛΥΣΙΔΕΣ*. ΑΘΗΝΑ: ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΕΚΔΟΤΙΚΗ ΕΠΕ.
- Ν.ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, Θ., 2010. *Οδοντώσεις και Μειωτήρες Στροφών*. ΑΘΗΝΑ: ΣΥΜΕΩΝ.
- Προβατύδης, Φ. & Αντωνιάδης, Ι, 2004. *Υπολογιστικές Μέθοδοι και Κατασκευές*. Αθήνα: Ε.Μ.Π.
- ΤΣΑΝΤΡΟΥΠΑΤΛΑ Ρ. ΤΙΡΟΥΠΑΘΙ, ΜΠΕΛΕΓΚΟΥΝΤΟΥ ΝΤ., 2005. *ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΟΥΣ*. s.l.:ΚΕΙΔΑΡΙΘΜΟΣ.

### Τυπολόγιο

<b>1</b>	$i = \frac{n_a}{n_b} = \frac{\omega_a}{\omega_b}$	(2.1)
<b>2</b>	$i = \frac{n_1}{n_2}$	(2.2)
<b>3</b>	$i_{ολ} = i_1 * i_2 * i_3 \dots i_{in}$	(2.3)
<b>4</b>	$v_1 = \frac{d_1 * \pi * n}{60} = v_2 = \frac{d_2 * \pi * n}{60}$	(2.4)
<b>5</b>	$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$	(2.5)
<b>6</b>	$\frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$	(2.6)
<b>7</b>	$\frac{Z_2}{z_1} = u \geq 1$	(2.7)
<b>8</b>	$p = \frac{\pi d}{z} \quad \sigma\epsilon \text{ mm}$	(2.8)
<b>9</b>	$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} \quad \sigma\epsilon \text{ mm}$	(2.9)
<b>10</b>	$h_a = m$	(2.10)
<b>11</b>	$h_f = h_a + c = 1,25 * m$	(2.11)
<b>12</b>	$h = h_a + h_f$	(2.12)



13	$d_a = d + 2 * h_a$	(2.13)
14	$d_f = d - 2 * h_f$	(2.14)
15	$\alpha_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m (z_1 + z_2)}{2}$	(2.15)
16	$u_1 = \omega_1 * M_1B = \omega_1 R_1$	(2.15)
17	$u_2 = \omega_2 * M_2B = \omega_2 R_2$	(2.16)
18	$u_{n1} = u_{n2} = u$	(2.17)
19	$\frac{v}{v_1} = \frac{r_{n1}}{R_1} \quad \kappa\alpha\lambda \quad \frac{v}{v_2} = \frac{r_{n2}}{R_2}$	(2.18)
20	$v = \omega_1 * r_{n1} = \omega_2 * r_{n2} \quad \acute{\eta} \quad \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{n2}}{r_{n1}}$	(2.19)
21	$\frac{r_{n2}}{r_{n1}} = \frac{r_2}{r_1}$	(2.20)
22	$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1}$	(2.21)
23	$g_\alpha = (\sqrt{(d^2 a_1 - d^2 b_1)} + \sqrt{d^2 a_2 - d^2 b_2}) - a_d * \eta\mu\alpha \quad \sigma\epsilon$ mm	(2.22)
24	$d_b = d * \sigma\upsilon\nu\alpha$	(2.24)

25	$g_a = e_o * \sigma_{\nu\alpha}$	(2.25)
26	$\frac{p_e}{p} = \frac{p_d}{p} = \frac{d_b}{d} = \sigma_{\nu\alpha} \text{ και } p_e = p * \sigma_{\nu\alpha}$	(2.26)
27	$\varepsilon_{\alpha} = \frac{g_{\alpha}}{p_e} = \frac{(\sqrt{d^2 a_1 - d^2 b_1} + \sqrt{d^2 a_2 - d^2 b_2}) - a * \eta \mu \alpha}{\pi * m * \sigma_{\nu\alpha}}$	(2.27)
28	$T_1 = \frac{F_{t1} * d_1}{2000} \text{ σε Nm}$	(3.1)
29	$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$	(3.2)
30	$F_{t1} = \frac{2000 * T_1}{d_1} \text{ σε N}$	(3.3)
31	$F_{n1} = \frac{F_{t1}}{\sigma_{\nu\alpha}} = \frac{2000 * T_1}{d_1 * \sigma_{\nu\alpha}} \text{ σε N}$	(3.4)
32	$F_{r1} = F_{t1} * \varepsilon \varphi \alpha = \frac{2000 * T_1 * \varepsilon \varphi \alpha}{d_1} \text{ σε N}$	(3.5)
33	$d_1 = \frac{9500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{T_1 * \sigma_{Hl}}{\psi_d} * \frac{u+1}{u}} \approx \frac{20500}{\sigma_{Hl}} * \sqrt[3]{\frac{P_1 * \sigma_{Hl}}{\psi_d * n_1} * \frac{u+1}{u}} \text{ σε mm}$	(3.6)
34	$T_1 = 9550 \frac{P_1}{n_1} \text{ σε Nm}$	(3.7)
35	$P_1 \text{ σε KW}$	(3.8)
36	$\Psi_d = b_1 / d_1$	(3.9)

<b>37</b>	$u = \frac{Z_2}{Z_1}$	(3.10)
<b>38</b>	$\sigma_f = \frac{Ft}{b \cdot m} K_A * K_V * K_{F\alpha} * Y_{F\alpha} * Y_{S\alpha} * Y_\epsilon \leq \sigma_{FP} \approx \frac{\sigma_{Fl}}{S_f} \sigma_\epsilon \text{ N/mm}^2$	(3.11)