



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

Διπλωματική εργασία

Ανάλυση της συμπεριφοράς φόρτισης κωνικών οδοντωτών τροχών

Analysis of gearwheel charging behavior

Συγγραφέας:

Τόλου Θεοδώρα

A.M.: 18392127

Επιβλέπων: Δρ. Ράπτης Κωνσταντίνος

Αιγάλεω, 2023



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΡΙΜΕΛΗΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

Όνοματεπώνυμο	Υπογραφή
Ράπτης Κων/νος	
Τσολάκης Αντώνιος	
Θεοδωρακάκος Ανδρέας	

ΔΗΛΩΣΗ ΣΥΓΓΡΑΦΕΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Η κάτωθι υπογεγραμμένη Τόλου Θεοδώρα του Αναστασίου, με αριθμό μητρώου 18392127 φοιτήτρια του Πανεπιστημίου Δυτικής Αττικής της Σχολής Μηχανικών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών, δηλώνω υπεύθυνα ότι:

«Είμαι συγγραφέας αυτής της διπλωματικής εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, οι όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών ή λέξεων, είτε ακριβώς είτε παραφρασμένες, αναφέρονται στο σύνολό τους, με πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Επίσης, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία έχει συγγραφεί από μένα αποκλειστικά και αποτελεί προϊόν πνευματικής ιδιοκτησίας τόσο δικής μου, όσο και του Ιδρύματος.

Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του διπλώματός μου».

Η Δηλούσα



Περίληψη

Η εργασία αυτή έχει σαν σκοπό την σύγκριση των αποτελεσμάτων της συμπεριφοράς φόρτισης κωνικών οδοντωτών τροχών με θεωρητικά και υπολογιστικά προγράμματα-μεθόδους. Συγκεκριμένα, σκοπός μας είναι να υπολογιστούν οι μέγιστες τάσεις που αναπτύσσονται στον οδόντα των οδοντωτών τροχών αλλά κυρίως στην επικίνδυνη διατομή του. Για την ανάλυση της φόρτισης και τον υπολογισμό των τάσεων υπολογίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο σημείο μέγιστης φόρτισης (HPSTC). Αρχικά, για την κατασκευή των οδοντωτών τροχών θα χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα Autodesk Inventor Professional 2024, στο οποίο θα γίνει και η απομόνωση του οδόντα από κάθε τροχό για να μπορέσουμε να προχωρήσουμε στην ανάλυση. Η ανάλυση θα γίνει με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων μέσω του προγράμματος Autodesk Inventor Nastran 2024 και θα μας δώσει τα τελικά θεωρητικά αποτελέσματα για την σύγκριση με τα υπολογιστικά αποτελέσματα, που θα προκύψουν από υπολογισμούς για την αντοχή του οδόντα σε θραύση. Για την αποτελεσματική σύγκριση των αποτελεσμάτων θα δημιουργηθούν διαγράμματα σύγκρισης. Τέλος, υπάρχει αναλυτική βιβλιογραφία και παράρτημα.

Abstract

This paper aims to compare the results of the behavior of bevel gears with theoretical and computational methods. Specifically, our aim is to calculate the maximum stresses developed in the tooth of the gears but mainly in its dangerous cross-section. To analyse the loading and calculate the stresses, the forces applied at the point of maximum loading (HPSTC) are calculated. Initially, the Autodesk Inventor Professional 2024 program will be used to build the gears, in which the teeth will be isolated from each wheel so that we can proceed with the analysis. The analysis will be done by the Finite Element Method using the Autodesk Inventor Nastran 2024 program and will give us the final theoretical results for comparison with the computational results obtained from calculations for the fracture resistance of the tooth. Comparison charts will be created to compare the results effectively. Finally, there is a detailed bibliography.

Περιεχόμενα

Περίληψη.....	5
Abstract.....	6
Ευρετήριο Πινάκων και Σχημάτων	8
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	11
1.1 Γενικά για τους οδοντωτούς τροχούς	11
1.2 Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα οδοντωτών τροχών	11
1.3 Τύποι οδοντωτών τροχών	12
1.3.1 Μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί	13
1.3.2 Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί.....	13
1.3.3 Ατέρμονες κοιλίες-κορώνες	13
1.4 Οδοντωτοί τροχοί με ευθείς οδόντες	14
1.4.1 Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα	14
1.4.2 Χαρακτηριστικά μεγέθη.....	14
1.5 Βασικός νόμος οδόντωσης.....	20
1.6 Χαρακτηριστικά στοιχεία κατατομών	22
1.6 Είδη οδοντώσεων.....	25
1.6.1 Κατασκευή εξειλιγμένης.....	25
1.7 Υλικά κατασκευής οδοντωτών τροχών	27
Κεφάλαιο 2: Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί.....	28
2.1 Βασικές μορφές	28
2.2 Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί με ευθεία οδόντωση	30
2.2.1 Χαρακτηριστικά	30
2.2.2 Φανταστική οδόντωση	33
2.2.3 Εκλογή κύριων στοιχείων.....	35

2.2.4	Δυνάμεις	38
2.2.5	Υπολογισμός του οδόντα σε θραύση.....	39
2.2.6	Μεθοδολογία υπολογισμού (κατασκευής) του πρώτου ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών	40
2.2.7	Υπολογισμός δυνάμεων του πρώτου ζεύγους κωνικών τροχών	42
2.2.8	Αποτελέσματα υπολογισμών των οδοντωτών τροχών για όλα τα ζεύγη	43
Κεφάλαιο 3: Σημείο μέγιστης φόρτισης κατά την συνεργασία οδόντων (HPSTC)		44
3.1.1	Γενικά	44
3.1.2	Υπολογισμός HPSTC για το πινιόν του πρώτου ζεύγους κωνικών τροχών	47
3.1.3	Υπολογισμός και αποτελέσματα όλων των τροχών	48
Κεφάλαιο 4: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων.....		49
4.1	Εισαγωγή	49
4.1.1	Ορισμός του όρου CAD	49
4.1.2	Ορισμός του όρου CAE.....	50
4.1.3	Γενικά για την Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων	50
4.2	Κατασκευή των 3D μοντέλων των οδοντωτών τροχών	51
4.2.1	Το λογισμικό Inventor	51
4.2.2	Έναρξη διαδικασίας κατασκευής	51
4.3	Πεπερασμένα στοιχεία στο περιβάλλον του Inventor Nastran	57
Κεφάλαιο 5: Ανάλυση Αποτελεσμάτων- Συμπεράσματα.....		72
5.1	Απόκλιση	72
5.2	Συγκριτικά διαγράμματα τάσεων.....	74
5.3	Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις	78
Βιβλιογραφία.....		80
Παράρτημα.....		81

Ευρετήριο Πινάκων και Σχημάτων

Πίνακες

Πίνακας 1.1: Τιμές modul σε mm	17
Πίνακας 1.2: Εκλογή υλικών.....	26
Πίνακας 2.1: Διαστάσεις κωνικών οδοντωτών τροχών.....	34
Πίνακας 2.2: Αποτελέσματα υπολογισμών των κωνικών οδοντωτών τροχών	41
Πίνακας 3.1: Υπολογισμός της θέσης του μέγιστου σημείου για όλα τα ζεύγη	45
Πίνακας 4.1: Υπολογισμός των συνολικών δυνάμεων που ασκούνται στους τροχούς	57
Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα μέγιστων τάσεων.....	69
Πίνακας 5.1: Υπολογισμός αποκλίσεων	70
Πίνακας 7.1: Επιλογή υλικού με την δυναμική του αντοχή.....	79
Πίνακας 7.2: Επιλογή του συντελεστή εφαρμογής K_A	80

Σχήματα

Σχήμα 1.1: Τύποι οδοντωτών τροχών	11
Σχήμα 1.2: Χαρακτηριστικά των οδοντωτών τροχών.....	14
Σχήμα 1.3: Μονοβάθμιος μειωτήρας	15
Σχήμα 1.4: Πολυβάθμιος μειωτήρας.....	15
Σχήμα 1.5: Σχέση μετάδοσης	16
Σχήμα 1.6: Χαρακτηριστικά ύψη του οδόντα	18
Σχήμα 1.7: Διάκεντρος.....	18
Σχήμα 1.8: Χάρη κατατομής των οδόντων	19
Σχήμα 1.9: Βασικός νόμος της οδόντωσης	20
Σχήμα 1.10: Συνεργασία κατατομών.....	22
Σχήμα 1.11: Εξωτερική οδόντωση.....	23
Σχήμα 1.12: Βαθμός επικάλυψης ϵ_a	24
Σχήμα 1.13: Καμπύλη εξειλιγμένης.....	25
Σχήμα 1.14: Δημιουργία υποκοπής	26
Σχήμα 2.1: Γεωμετρικές σχέσεις σε μειωτήρα με κωνικούς οδοντωτούς τροχούς.....	29
Σχήμα 2.2: Διαστάσεις κωνικού τροχού με ευθείς οδόντες	30
Σχήμα 2.3: Κωνικός τροχός με τον επίπεδο τροχό.....	31

Σχήμα 2.4: Φανταστική οδόντωση.....	32
Σχήμα 2.5: Δυνάμεις κωνικών οδοντωτών τροχών με ευθεία οδόντωση	36
Σχήμα 3.1: Σημείο μέγιστης φόρτισης	42
Σχήμα 3.2: Γεωμετρικός προσδιορισμός HPSTC	43
Σχήμα 4.1: Χαρακτηριστικά για την κατασκευή του πρώτου ζεύγους κωνικών τροχών	49
Σχήμα 4.2: Πρώτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών	50
Σχήμα 4.3: Δεύτερο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών.....	50
Σχήμα 4.4: Τρίτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών	51
Σχήμα 4.5: Τέταρτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών.....	51
Σχήμα 4.6: Πέμπτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών.....	52
Σχήμα 4.7: Αποκομμένοι συνεργαζόμενοι οδόντες του πρώτου ζεύγους.....	52
Σχήμα 4.8: Εφαρμογή Split στον αποκομμένο οδόντα	53
Σχήμα 4.9: Μετά την εφαρμογή της εντολής Split.....	54
Σχήμα 4.10: Επιλογή υλικού στο περιβάλλον του Nastran.....	55
Σχήμα 4.11: Εφαρμογή των πακτώσεω.....	55
Σχήμα 4.12: Εφαρμογή των δυνάμεων.....	56
Σχήμα 4.13: Δημιουργία πλέγματος.....	58
Σχήμα 4.14: Τελική μορφή του οδόντα πριν την ανάλυση	58
Σχήμα 4.15: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του πρώτου ζεύγους.....	59
Σχήμα 4.16: Ολική μετατόπιση του πινιόν του πρώτου ζεύγους	59
Σχήμα 4.17: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του πρώτου ζεύγους.....	60
Σχήμα 4.18: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του πρώτου ζεύγους	60
Σχήμα 4.19: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του δεύτερου ζεύγους	61
Σχήμα 4.20: Ολική μετατόπιση του πινιόν του δεύτερου ζεύγους.....	61
Σχήμα 4.21: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του δεύτερου ζεύγους	62
Σχήμα 4.22: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του δεύτερου ζεύγους.....	62
Σχήμα 4.23: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του τρίτου ζεύγους.....	63
Σχήμα 4.24: Ολική μετατόπιση του πινιόν του τρίτου ζεύγους	63
Σχήμα 4.25: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του τρίτου ζεύγους.....	64
Σχήμα 4.26: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του τρίτου ζεύγους	64
Σχήμα 4.27: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του τέταρτου ζεύγους	65
Σχήμα 4.28: Ολική μετατόπιση του πινιόν του τέταρτου ζεύγους.....	65
Σχήμα 4.29: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του τέταρτου ζεύγους	66

Σχήμα 4.30: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του τέταρτου ζεύγους.....	66
Σχήμα 4.31: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του πέμπτου ζεύγους	67
Σχήμα 4.32: Ολική μετατόπιση του πινιόν του πέμπτου ζεύγους	67
Σχήμα 4.33: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του πέμπτου ζεύγους.....	68
Σχήμα 4.34: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του πέμπτου ζεύγους.....	68
Σχήμα 5.1: Γραφική απεικόνιση των αποκλίσεων	71
Σχήμα 5.2: Συγκριτικό διάγραμμα πρώτου ζεύγους.....	72
Σχήμα 5.3: Συγκριτικό διάγραμμα δεύτερου ζεύγους	72
Σχήμα 5.4: Συγκριτικό διάγραμμα τρίτου ζεύγους.....	73
Σχήμα 5.5: Συγκριτικό διάγραμμα τέταρτου ζεύγους	73
Σχήμα 5.6: Συγκριτικό διάγραμμα πέμπτου ζεύγους	74
Σχήμα 5.7: Συγκριτικό διάγραμμα των τάσεων με την επιτρεπόμενη	74
Σχήμα 7.1: Επιλογή του συντελεστή καταπονήσεων K_v	79
Σχήμα 7.2: Επιλογή του συντελεστή μορφής Y_{Fa}	80

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

1.1 Γενικά για τους οδοντωτούς τροχούς

Η μετάδοση κίνησης αποτελεί ένα από τα θεμελιώδη στοιχεία της Μηχανολογίας. Η επίτευξη ολοκληρωμένων περιστροφικών κινήσεων και η μεταφορά της κίνησης από μία άτρακτο σε μία άλλη, αποτελούν τις πιο σημαντικές και κρίσιμες εφαρμογές. Η μετάδοση κίνησης περιλαμβάνει την ιμαντοκίνηση, την αλυσοκίνηση και την οδοντοκίνηση. Το πιο διαδεδομένο και σημαντικό σύστημα μετάδοσης κίνησης είναι η οδοντοκίνηση, αφού χρησιμοποιείται τόσο σε μικρές μηχανολογικές κατασκευές όσο και στην κατασκευή πλοίων και αεροπλάνων. Η οδοντοκίνηση πραγματοποιείται στην πιο απλή μορφή της μέσω των οδοντωτών τροχών, οι οποίοι χρησιμοποιούνται κατά κόρον στην βιομηχανία. Οδοντωτός τροχός, ή αλλιώς γρανάζι είναι κάθε μεταλλικός δίσκος που στην περιφέρεια του φέρει εσοχές και εξοχές, δηλαδή δόντια. Σε ένα ζεύγος οδοντωτών τροχών οι οδόντες του ενός τροχού εισέρχονται στα διάκενα του άλλου και μέσω της εμπλοκής των οδόντων επιτυγχάνεται η μετάδοση της κίνησης και η μεταφορά ισχύος. Μεταφέρουν άμεσα από τις πιο μικρές ως τις πιο μεγάλες ισχύεις και στροφές μεταξύ παραλλήλων, τεμνόμενων και διασταυρούμενων στο χώρο ασύμβατων αξόνων. Η ευρεία χρήση τους οφείλεται στα πλεονεκτήματα που παρουσιάζουν.

1.2 Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα οδοντωτών τροχών

Τα πιο χαρακτηριστικά πλεονεκτήματα των οδοντωτών τροχών σε σχέση με άλλα μηχανικά συστήματα μετάδοσης κίνησης:

1. Παρέχουν υψηλό βαθμό απόδοσης.
2. Καταλαμβάνουν μικρότερο χώρο σε σχέση με άλλα συστήματα.
3. Εφαρμογή σε πολυδιάστατα πεδία.
4. Ακρίβεια στην σχέση μετάδοσης.
5. Δεν απαιτούν μεγάλη συντήρηση.
6. Εξασφάλιση μεγάλης διάρκειας ζωής και ασφαλούς λειτουργίας.

Οι οδοντωτοί τροχοί παρουσιάζουν όμως και κάποια μειονεκτήματα:

1. Υψηλό κόστος κατασκευής και εγκατάστασης.
2. Δημιουργία μεγάλων εντάσεων θορύβου λειτουργίας.
3. Μεταφορά των δυνάμεων μη ελαστικά, κάθε μεταβολή στο φορτίο μεταδίδεται αυτούσια στην άτρακτο.

4. Σε λειτουργία μεγάλων ταχυτήτων γρήγορη φθορά.

1.3 Τύποι οδοντωτών τροχών

Οι άξονες γύρω από τους οποίους περιστρέφονται δύο συνεργαζόμενοι οδοντωτοί τροχοί είναι:

- Παράλληλοι σε απόσταση a
- Τεμνόμενοι υπό γωνία δ
- Ασύμβατοι σε απόσταση a και υπό γωνία δ

Αξιοποιώντας την σχετική θέση των αξόνων και έχοντας ως κριτήριο το βασικό σχήμα των οδοντωτών τροχών, αυτοί διακρίνονται σε:

- Μετωπικούς οδοντωτούς τροχούς
- Κωνικούς οδοντωτούς τροχούς
- Ατέρμονες κοχλίες-κορώνες



Σχήμα 1.1: Τύποι οδοντωτών τροχών

Ανάλογα με την πορεία της κατανομής του οδόντα διακρίνονται σε:

- Ευθείς οδόντες
- Κεκλιμένους

- Γωνιώδεις
- Τοξωτούς
- Σπειροειδής
- Εξελιγμένης

Αναλυτικότερα για τους τύπους οδοντωτών τροχών:

1.3.1 Μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί

Το σχήμα των μετωπικών οδοντωτών τροχών είναι κυλινδρικό και διακρίνονται ανάλογα την μορφή της εξωτερικής τους οδόντωσης σε τροχούς ευθείας οδόντωσης και ελικοειδούς οδόντωσης. Οι μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί ευθείας οδόντωσης είναι ο πιο κοινός τύπος, καθώς είναι εύκολη και απλή η κατασκευή τους και καλύτερος ο βαθμός απόδοσης κατά την λειτουργία τους. Βέβαια, στην περίπτωση μεγάλων δυνάμεων και πολλών στροφών προτιμάται η χρήση των ελικοειδών οδόντων. Αυτό συμβαίνει γιατί τα λοξά δόντια καταλαμβάνουν μεγαλύτερη επιφάνεια, με αποτέλεσμα να υπάρχει μεγαλύτερη διατομή για παραλαβή των δυνάμεων.

Παρακάτω παρατίθεται ένα ζεύγος μετωπικών τροχών, κατασκευασμένο με την βοήθεια του προγράμματος Autodesk Inventor Professional 2024:

1.3.2 Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί

Στην περίπτωση των κωνικών οδοντωτών τροχών για την μετάδοση της κίνησης πρόκειται για τεμνόμενους γεωμετρικούς άξονες των ατράκτων και η μορφή τους είναι κόλουρου κώνου. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω τα μετωπικά γρανάζια είναι πιο απλά στην κατασκευή τους. Παρόλη την πολυπλοκότητα που απαιτεί η συναρμολόγηση και η κατασκευή των κωνικών τροχών εφαρμόζονται πολύ συχνά στην μετάδοση κίνησης και μεταφορά ισχύος, με συνηθέστερη διάταξη των τεμνόμενων αξόνων υπό γωνία 90° .

Παρακάτω παρατίθεται ένα ζεύγος κωνικών τροχών, κατασκευασμένο με την βοήθεια του προγράμματος Autodesk Inventor Professional 2024:

1.3.3 Ατέρμονες κοχλίες-κορώνες

Το σύστημα αυτό αποτελείται από έναν ατέρμονα κοχλία και έναν συνεργαζόμενο οδοντωτό τροχό. Ο ατέρμονας κοχλίας είναι ένας κοχλίας κινήσεως με σπείρωμα, ο οποίος συνδέεται με τον τροχό. Η σχέση μετάδοσης του συστήματος αυτού είναι πολλαπλάσια αυτής που μπορούμε

να έχουμε με άλλα ζεύγη οδοντωτών τροχών, καθώς ενδείκνυται για μεταφορά μεγάλων φορτίων.

Παρακάτω παρατίθεται ένα σύστημα ατέρμονα κοχλία, κατασκευασμένο με την βοήθεια του προγράμματος Autodesk Inventor Professional 2024:

1.4 Οδοντωτοί τροχοί με ευθείς οδόντες

Στην εργασία αυτή θα ασχοληθούμε με οδοντωτούς τροχούς ευθείας οδοντώσεως, γι' αυτό και θα αναλύσουμε τα χαρακτηριστικά τους. Γενικά τα γρανάζια με ευθεία οδόντωση βρίσκουν εφαρμογή σε περιπτώσεις μικρών περιφερειακών ταχυτήτων και κανονικές απαιτήσεις.

1.4.1 Πλεονεκτήματα-Μειονεκτήματα

Εμφανίζει η συγκεκριμένη μορφή οδόντωσης πλεονεκτήματα σε σχέση με την κεκλιμένη οδόντωση, όπως:

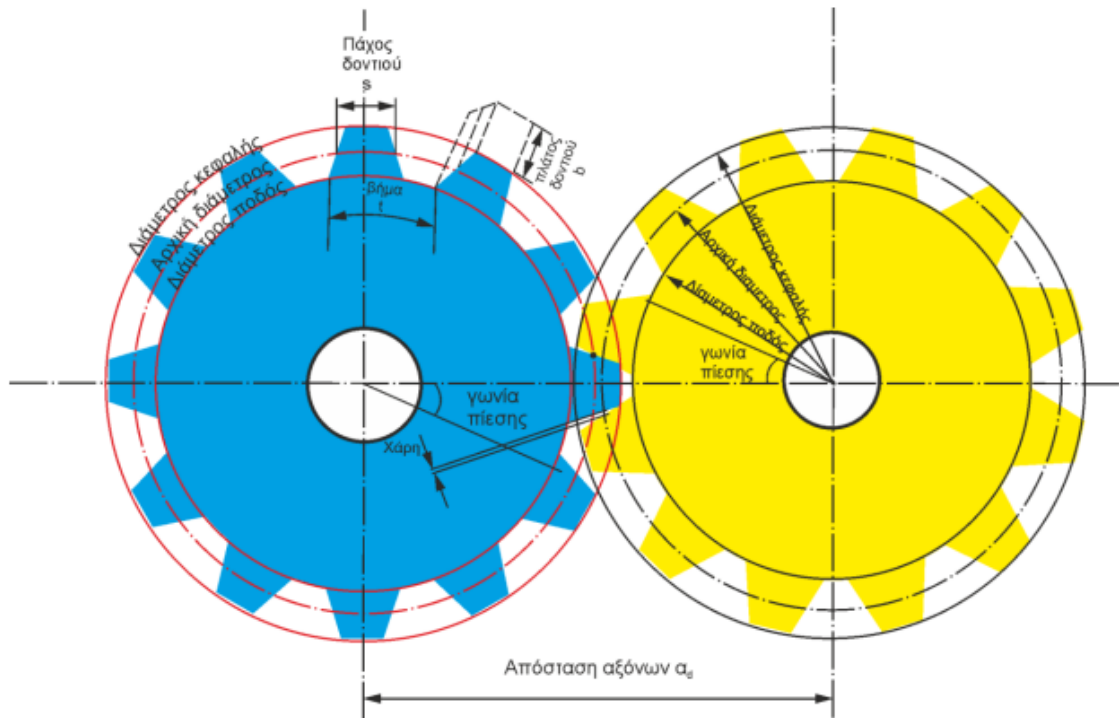
- Κατά την λειτουργία δεν εμφανίζονται στην αξονική διεύθυνση δυνάμεις και έτσι τα έδρανα δέχονται μικρότερα φορτία.
- Μεγαλύτερος βαθμός απόδοσης.
- Μειωμένη φθορά.
- Οικονομική παραγωγή και συντήρηση.

Όσον αναφορά τα μειονεκτήματα:

- Σε μεγάλο αριθμό στροφών δημιουργείται θόρυβος, γι' αυτό και χρησιμοποιούνται σε χαμηλές στροφές.
- Μειωμένη αντοχή.
- Πιο εύκολη εμφάνιση ταλαντώσεων και δυναμικών θραύσεων.

1.4.2 Χαρακτηριστικά μεγέθη

Διάμετρος αρχικού κύκλου ή κύκλου κύλισης d ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου σύμφωνα με τον οποίο εφάπτεται ο ένας κύλινδρος πάνω στον άλλο. Ακόμη, είναι ο κύκλος που χρησιμοποιείται για να κατασκευαστεί ο οδοντωτός τροχός, δηλαδή ο κύκλος πάνω στον οποίο κυλιέται το κοπτικό εργαλείο.



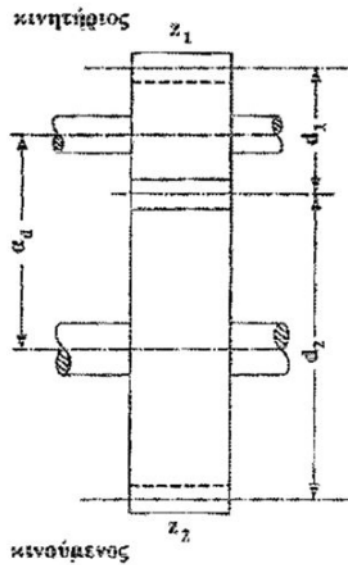
Σχήμα 2.2: Χαρακτηριστικά των οδοντωτών τροχών

Η **σχέση μετάδοσης i** , είναι από τα πιο βαρυσήμαντα τεχνικά χαρακτηριστικά ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών. Αποτελείται από τον λόγο των στροφών n_a ή της γωνιακής ταχύτητας ω_a του κινητήριου τροχού, προς τις στροφές του κινούμενου n_b ή της γωνιακής ταχύτητας ω_b .

$$i = \frac{n_a}{n_b} = \frac{\omega_a}{\omega_b} \quad (1.1)$$

Για έναν μονοβάθμιο μειωτήρα η σχέση μετάδοσης προκύπτει:

$$i = \frac{n_1}{n_2} \quad (1.2)$$

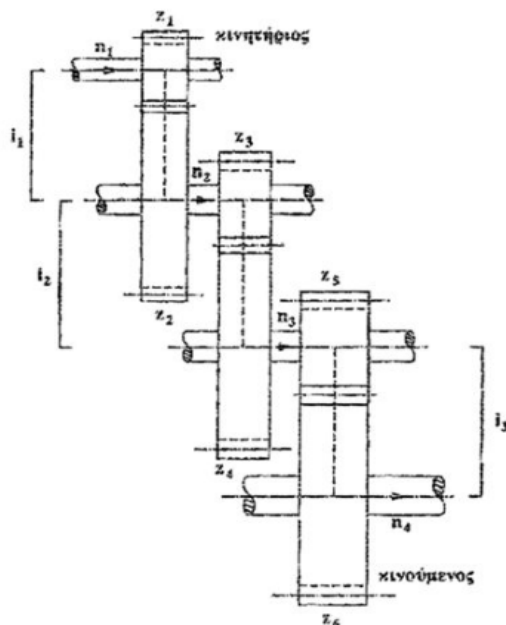


Σχήμα 3.3: Μονοβάθμιος μειωτήρας

Σε μονοβάθμιο μειωτήρα η σχέση μετάδοσης δεν πρέπει να περνάει το όριο $i_{\max} = 8 / 10$. Αν υπερβεί αυτό το όριο θα υπάρξει κίνδυνος φθοράς των δοντιών του κινητήριου τροχού.

Για έναν πολυβάθμιο μειωτήρα θα είναι:

$$i = i_1 * i_2 * i_3 \dots i_n \quad (1.3)$$



Σχήμα 4.4: Πολυβάθμιος μειωτήρας

Για να υφίσταται στους δύο κυλίνδρους επαφή με κύλιση, χωρίς ολίσθηση, πρέπει οι περιφερειακές ταχύτητες στους αρχικούς κύκλους να ισούνται, επομένως:

$$U_1 = \frac{d_1 \cdot \pi \cdot n_1}{60} = U_2 = \frac{d_2 \cdot \pi \cdot n_2}{60} \quad (1.4)$$

Και

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (1.5)$$

Επειδή $d_2 = m \cdot z_2$ και $d_1 = m \cdot z_1$ θα έχουμε (από βασικό νόμο οδόντωσης) :

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (1.6)$$

Ο λόγος του αριθμού οδόντων z_2/z_1 συμβολίζεται με το γράμμα u ,

δηλαδή,

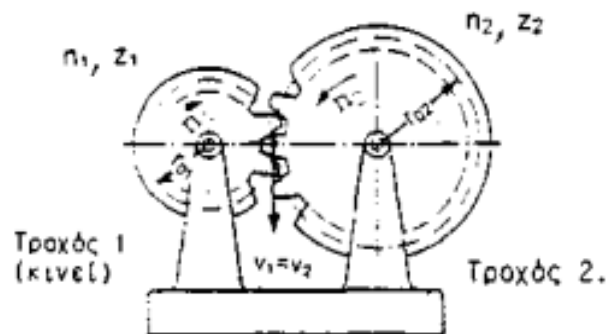
$$\frac{z_2}{z_1} = u \geq 1 \quad (1.7)$$

θα έχουμε λοιπόν σχέση μετάδοσης για μείωση στροφών $i = u$ και σχέση μετάδοσης για αύξηση στροφών $i = \frac{1}{u}$

v_1, v_2 περιφερειακή ταχύτητα του κινητήριου και του κινούμενου τροχού

d_1, d_2 διάμετρος αρχικού κύκλου του μικρού και του μεγάλου τροχού

z_1, z_2 αριθμός οδόντων του κινητήριου και του κινούμενου τροχού



Σχήμα 5.5: Σχέση μετάδοσης

Βήμα p ονομάζεται η απόσταση μεταξύ δύο οδόντων και μετράται σαν τόξο πάνω στον αρχικό κύκλο.

$$p = \frac{\pi \cdot d}{z} \text{ σε mm} \quad (1.8)$$

Modul ή μέτρο m ονομάζεται ο λόγος $\frac{p}{\pi}$, δηλαδή έχουμε:

$$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z} \text{ σε mm} \quad (1.9)$$

Παρακάτω στον πίνακα 1.1 περιέχονται οι τυποποιημένες τιμές του modul κατά DIN 780:

Σειρά 1	0.05	0.06	0.08	0.10	0.12	0.16	0.20	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1	1.25
	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	60
Σειρά 2	0.055	0.07	0.09	0.11	0.14	0.18	0.22	0.28	0.35	0.45	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95	1.125	1.375
	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	7	9	11	14	18	22	28	36	45	55	70

Πίνακας 6.1: Τιμές modul σε mm

Ύψος κεφαλής h_a ονομάζεται η απόσταση ακτίνας ανάμεσα στον αρχικό κύκλο και τον κύκλο κεφαλής. Λαμβάνεται ίσο με το modul.

$$h_a = m \quad (1.10)$$

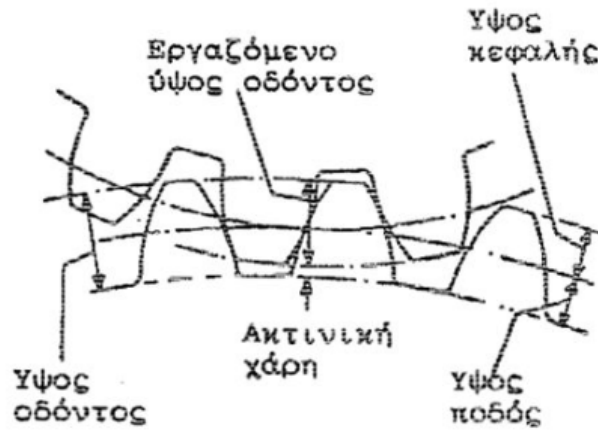
Ύψος κεφαλής h_f ονομάζεται η απόσταση ακτίνας ανάμεσα στον αρχικό κύκλο και τον κύκλο πόδα. Λαμβάνεται ίσο με $1,167m$ ή $1,25m$ ανάλογα το κοπτικό εργαλείο που χρησιμοποιείται.

$$h_f = h_a + c = 1,25 * m \quad (1.11)$$

c είναι η χάρη κεφαλής, δηλαδή η χάρη μεταξύ των κύκλων κεφαλής και πόδα. Λαμβάνεται σύμφωνα με το κοπτικό εργαλείο $c = 0,167 m$ ή πιο συνηθισμένη επιλογή $c = 0,25 m$.

Ύψος οδόντα h ονομάζεται το άθροισμα ανάμεσα στο ύψος κεφαλής και ύψος πόδα.

$$h = h_a + h_f \quad (1.12)$$



Σχήμα 7.6: Χαρακτηριστικά ύψη του οδόντα

Διάμετρος κύκλου κεφαλής d_a ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περικλείει εξωτερικά τους οδόντες.

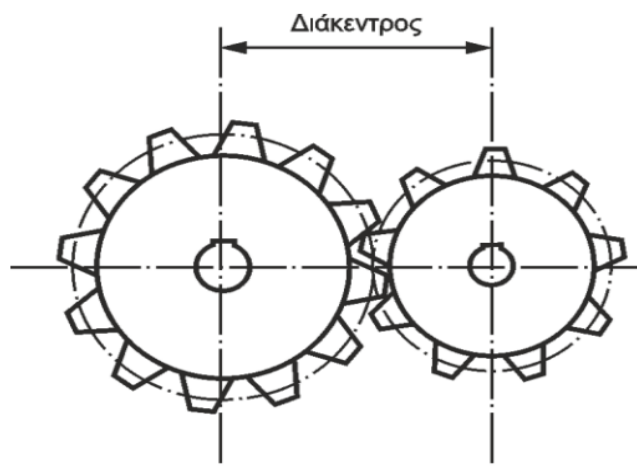
$$d_a = d + 2 * h_a \quad (1.13)$$

Διάμετρος κύκλου πόδα d_f ονομάζεται η διάμετρος του κύκλου που περικλείει εσωτερικά τους οδόντες.

$$d_f = d - 2 * h_f \quad (1.14)$$

Απόσταση αξόνων a_d ονομάζεται το ημίαθροισμα των διαμέτρων των αρχικών κύκλων.

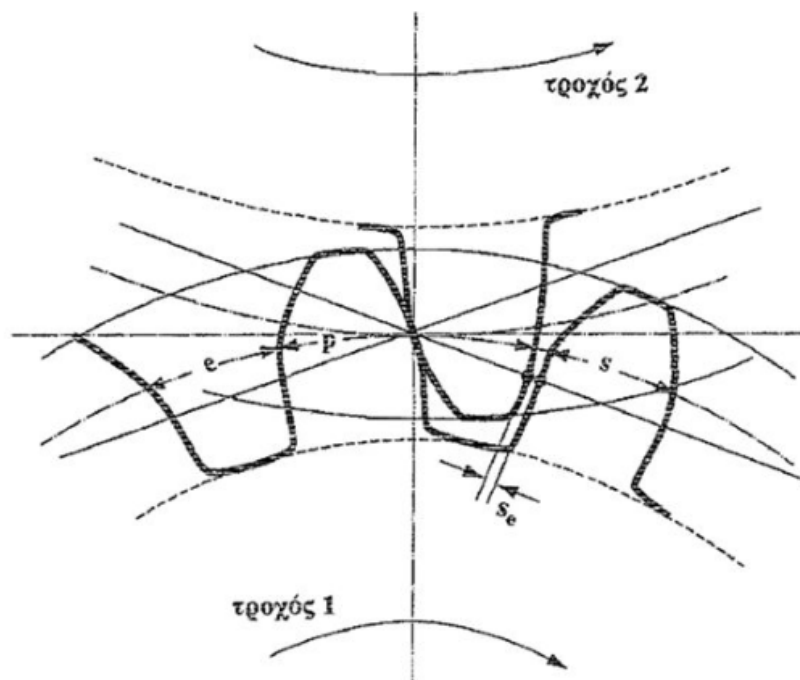
$$a_d = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m * (z_1 + z_2)}{2} \quad (1.15)$$



Σχήμα 8.7: Διάκεντρος

Πάχος οδόντων s μετράται πάνω στον αρχικό κύκλο και επομένως είναι $s = p - e$. Για την αντιμετώπιση όμως των ασαφειών της κατασκευής και τοποθέτησης, από πιθανές θερμικές διαστολές και λίπανση, είναι αναγκαία μια χάρη κατανομής δηλαδή το διάκενο πρέπει να είναι λίγο μεγαλύτερο από το πάχος του οδόντα.

Προσδιοριστική είναι η **ελάχιστη απόσταση se** ανάμεσα στις δύο κατανομές που μετράται πάνω στη γραμμή επαφών. Το πάχος s και το διάκενο e εξαρτώνται από την κατεργασία των οδόντων. [1]



Σχήμα 9.8: Χάρη κατανομής των οδόντων

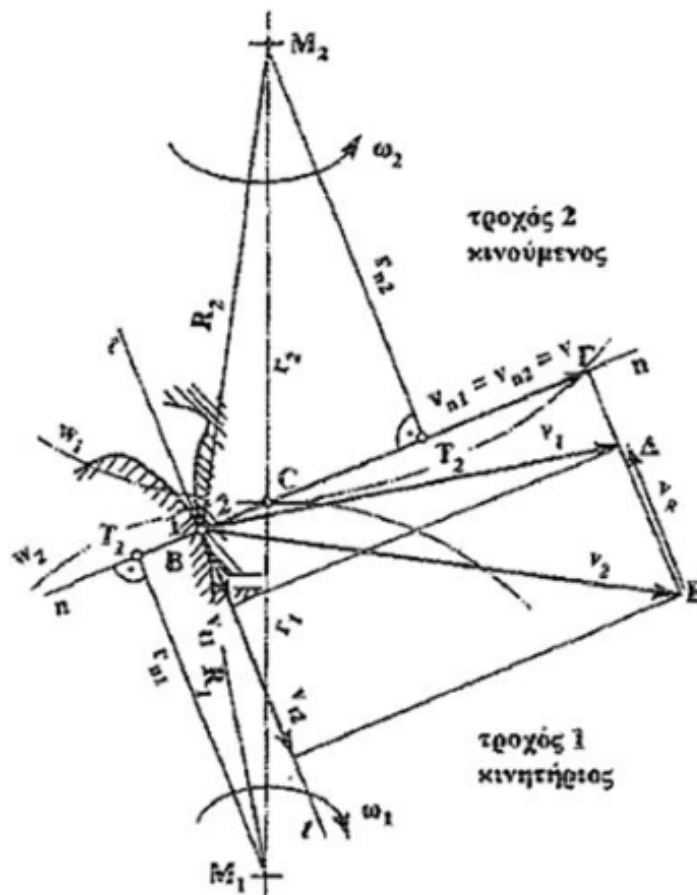
1.5 Βασικός νόμος οδόντωσης

Για να μπορέσει ένα ζεύγος οδοντωτών τροχών να λειτουργήσει κανονικά και ομοιόμορφα θα πρέπει να υπάρχει μία σταθερή σχέση ανάμεσα στις γωνιακές ταχύτητες των δύο τροχών. Η σταθερή μετάδοση κίνησης και μεταφορά ισχύος από τον κινητήριο στον κινούμενο οδοντωτό τροχό εξασφαλίζεται με το βασικό νόμο της οδοντώσεως.

Ο βασικός νόμος της οδόντωσης υποστηρίζει ότι:

Για οποιοδήποτε σημείο επαφής από τις δύο συνεργαζόμενες κατατομές των οδόντων, η κάθετος τους θα πρέπει να διέρχεται από το σημείο κύλισης C. Σύμφωνα με το Σχήμα 1.9

υπάρχει η ευθεία nBn , πάνω στην οποία γίνεται η μεταφορά της δύναμης ανάμεσα στους δύο οδόντες.



Σχήμα 10.9: Βασικός νόμος της οδόντωσης

Η απόδειξη του νόμου αυτού θα γίνει βάση του παραπάνω σχήματος.

Οι γωνιακές ταχύτητες των τροχών 1 και 2 είναι αντίστοιχα ω_1 και ω_2 .

Το σημείο B ανήκει ταυτόχρονα και στον τροχό 1 και στον τροχό 2 οπότε οι περιφερειακές ταχύτητες θα είναι: $u_1 = \omega_1 * R_1$ (1.16) και $u_2 = \omega_2 * R_2$ (1.17).

Για την ύπαρξη συνεχόμενης κύλισης ισχύει $u_{n1} = u_{n2} = u$ (1.18).

Διότι αν $u_{n1} < u_{n2}$, τότε η κατατομή (προφίλ των δοντιών) του τροχού 1 θα αποστασιοποιούνταν από την κατατομή του άλλου τροχού και δεν θα υπήρχε επαφή.

Αν πάλι $u_{n1} > u_{n2}$, η μία κατατομή θα εισχωρούσε στην άλλη.

Και στις δύο περιπτώσεις, βέβαια θα είχαμε ολίσθηση του ενός αρχικού κύκλου στον άλλο.

Έτσι από τις σχέσεις (1.16), (1.17), (1.18) προκύπτει:

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{n2}}{r_{n1}} \quad (1.19)$$

Από τα όμοια τρίγωνα CM_1T_1 και CM_2T_2 έχουμε:

$$\frac{r_{n2}}{r_{n1}} = \frac{r_2}{r_1} \quad (1.20)$$

Και καταλήγουμε μέσω της σχέσης (1.19) στην σταθερή σχέση μετάδοσης i :

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (1.21)$$

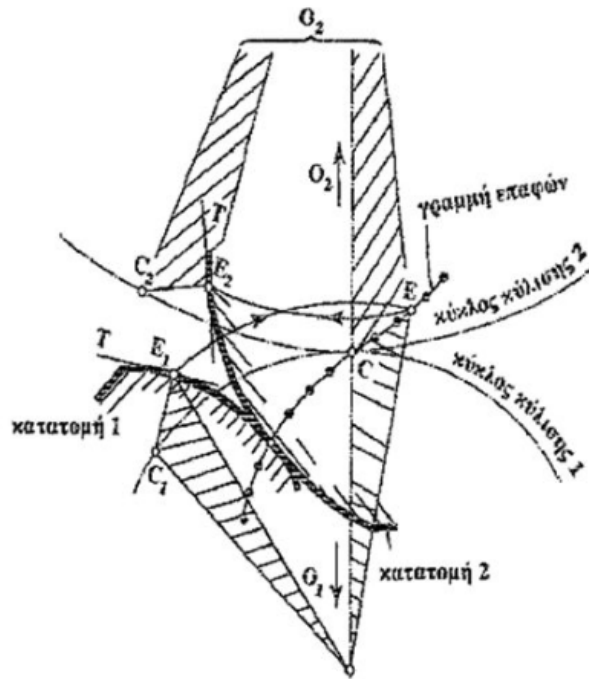
Αν πάλι υποθέσουμε ότι η κάθετος του σημείου επαφής των δυο κατανομών δεν περνά από το σημείο C, αλλά τέμνει τη διάκεντρο M_1M_2 , κατά τη διάρκεια της εμπλοκής, πάντα σε διαφορετικά σημεία, τότε η σχέση μετάδοσης δεν θα ήταν σταθερή, αλλά θα άλλαζε σύμφωνα με τον λόγο των αποστάσεων των σημείων M_1 και M_2 από τις εκάστοτε τομές της καθέτου με τη διάκεντρο M_1M_2 . Το σημείο C, όπου η κοινή κάθετος των κατανομών συναντά τη διάκεντρο, συμπίπτει με το κέντρο κύλισης, δηλαδή με το σημείο επαφής των δύο αρχικών κύκλων.

Από τα παραπάνω απορρέουν ορισμένα πορίσματα όσον αφορά την κίνηση των κατατομών . Το διαφορετικό μέγεθος των συνιστωσών u_{t1} και u_{t2} της ταχύτητας σημαίνει ότι οι κατατομές κατά τη διάρκεια της εμπλοκής τους εκτός από την κίνηση κύλισης εκτελούν ταυτόχρονα και μια κίνηση ολίσθησης. Με αυτόν τον τρόπο δημιουργούνται οι προϋποθέσεις για μια υδροδυναμική υγρή τριβή στις κατατομές.

Η σχετική ταχύτητα μηδενίζεται μόνο όταν το B συμπίπτει με το C, διότι τότε οι ταχύτητες u_1 και u_2 συμπέφτουν και είναι ίσες. Οι συνιστώσες u_{t1} και u_{t2} θα είναι τότε επίσης ίδιες. Αυτό σημαίνει ότι στην περιοχή του κύκλου κύλισης παρουσιάζεται για ελάχιστο χρόνο καθαρή κύλιση και το στρώμα λιπαντικού σταματάει. Από αυτό το σημείο και μετά ξεκινά η καταστροφή της κατατομής λόγω κόπωσης του υλικού. [1]

1.6 Χαρακτηριστικά στοιχεία κατατομών

Στο Σχήμα 1.10 βλέπουμε την συνεργασία κατατομών ενός ζεύγους οδοντωτών τροχών. Παρατηρούμε ότι υπάρχει ένα σημείο E_1 στην κατατομή 1 και ένα σημείο E_2 στην κατατομή 2. Επίσης υπάρχει το σημείο E το οποίο βρίσκεται πάνω στην γραμμή επαφών.



Σχήμα 11.10: Συνεργασία κατατομών

Η **γραμμή επαφών** είναι η γραμμή πάνω στην οποία κινείται το σημείο επαφής E κατά την εμπλοκή των οδόντων.

Πάνω στην γραμμή επαφών δημιουργείται το **τμήμα επαφών** g_a , το οποίο ορίζεται από τους δύο κύκλους κεφαλής και χρησιμοποιείται κατά την κίνηση των κατατομών.

Στο σημείο C, πάνω στην εφαπτομένη των τροχών δημιουργείται το **μήκος επαφών** e_0 . Μήκος επαφών ονομάζεται το μήκος του τόξου του βασικού κύκλου που προκύπτει κατά την κύλιση των βασικών κύκλων των οδοντωτών τροχών.

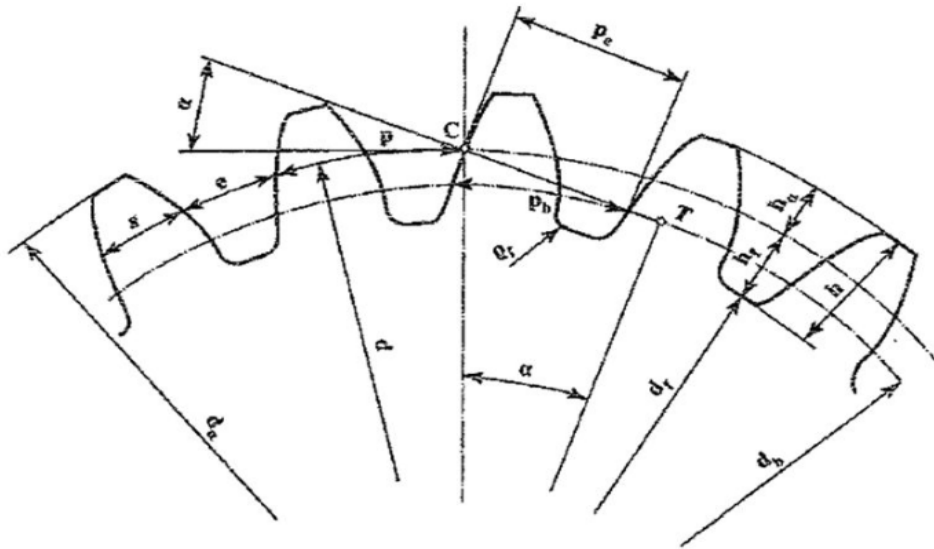
Γενικά ισχύει $g_a = e_0 \cdot \sigma_{\alpha}$

Όπου,

Γωνία επαφής α , λέγεται η οξεία γωνία που σχηματίζεται μεταξύ της εφαπτόμενης στο σημείο C στον κύκλο κύλισης και της γραμμής επαφών ($\alpha=20^\circ$).

Όπως φαίνεται και στο σχήμα, η απόσταση r_e ανάμεσα σε δύο συνεχόμενες κατατομές του ίδιου τροχού που βρίσκεται πάνω στην γραμμή επαφών λέγεται **βήμα επαφών** r_e .

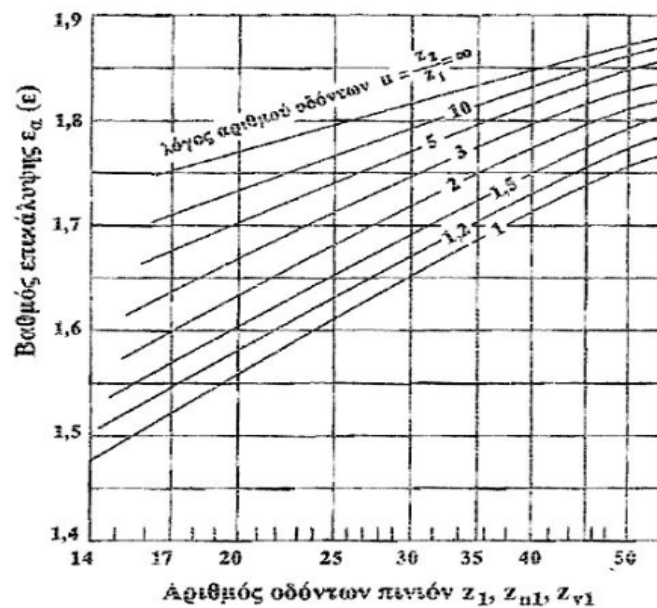
Κατά την επαφή ενός ζεύγους τροχών θα πρέπει να ισχύει η ανισότητα $g_a > r_e$ για να βρίσκονται σε επαφή συνεχώς περισσότερα από ένα ζεύγος δοντιών. Σε περίπτωση που το τμήμα επαφών είναι μικρότερο από το βήμα επαφών, τότε θα υπάρξει στιγμή κενού και ο κινούμενος τροχός θα παραμείνει ακίνητος για λίγο.



Σχήμα 12.11: Εξωτερική οδόντωση

Όπως καταλαβαίνουμε λοιπόν, τα δύο μεγέθη αυτά παίζουν σημαντικό ρόλο στην συνεργασία δύο οδοντωτών τροχών. Έτσι προέκυψε ο βαθμός επικάλυψης ϵ_a , ο οποίος συνδέει αυτά τα δύο μεγέθη και συγκεκριμένα, είναι ο λόγος του τμήματος επαφών g_a προς το βήμα p_e . Ο βαθμός επικάλυψης μας δείχνει τον αριθμό δοντιών δύο συνεργαζόμενων τροχών που βρίσκονται ταυτόχρονα σε επαφή και μετράει την περιφερειακή δύναμη στους οδόντες. Ιδανικά θα πρέπει να ισχύει $\epsilon_a \geq 1,25$.

Ο υπολογισμός του ϵ_a μπορεί να πραγματοποιηθεί κατά προσέγγιση σύμφωνα με το Σχήμα 1.12.



Σχήμα 13.12: Βαθμός επικάλυψης ϵ_a

1.6 Είδη οδοντώσεων

Γενικά για την κατασκευή των οδόντων χρησιμοποιούνται απλές γεωμετρικές καμπύλες. Υπάρχουν δύο είδη οδοντώσεων με τις υποκατηγορίες τους.

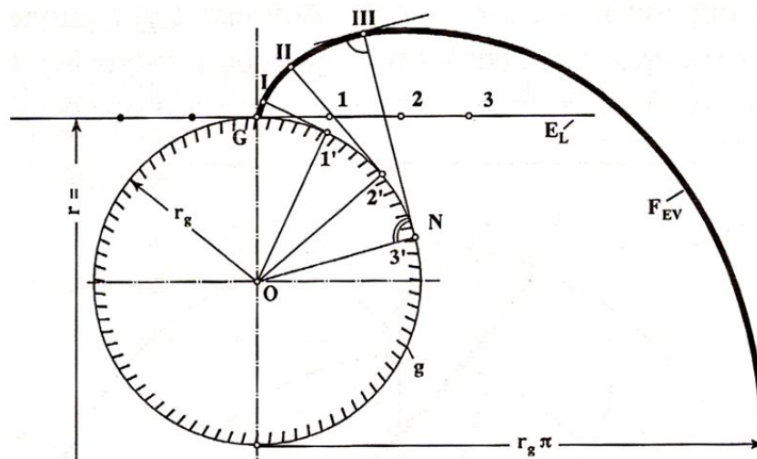
Η πρώτη κατηγορία είναι **οι κυκλοειδείς οδοντώσεις**, που διακρίνονται σε καμπύλες επικυκλοειδείς, υποκυκλοειδείς και ορθοκυκλοειδείς.

Η άλλη κατηγορία είναι **οι οδοντώσεις εξειλιγμένης**, που διακρίνονται σε καμπύλες εξειλιγμένης και εξειλιγμένης με μετατόπιση.

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.13, **εξειλιγμένη** είναι η καμπύλη που κατασκευάζεται από ένα σημείο μιας ευθείας E_L η οποία κυλίεται πάνω στον βασικό κύκλο g .

1.6.1 Κατασκευή εξειλιγμένης

Για να χαράξουμε την εξειλιγμένη παίρνουμε πάνω στην περιφέρεια g και στην ευθεία E_L ίσα τμήματα από το σημείο G . Έτσι έχουμε τα σημεία 1,2,3 και 1',2',3'. Έχοντας ως κέντρο το 3' και ακτίνα του 3G καθώς και με κέντρο το G και ακτίνα 33' χαράζουμε δύο τόξα κύκλου. Το σημείο III της τομής τους είναι ένα σημείο της ζητούμενης εξειλιγμένης. Η ευθεία 3'III είναι κάθετος πάνω στην εξειλιγμένη, από την άλλη το σημείο 3' είναι το κέντρο καμπυλότητας για το σημείο III. [1]

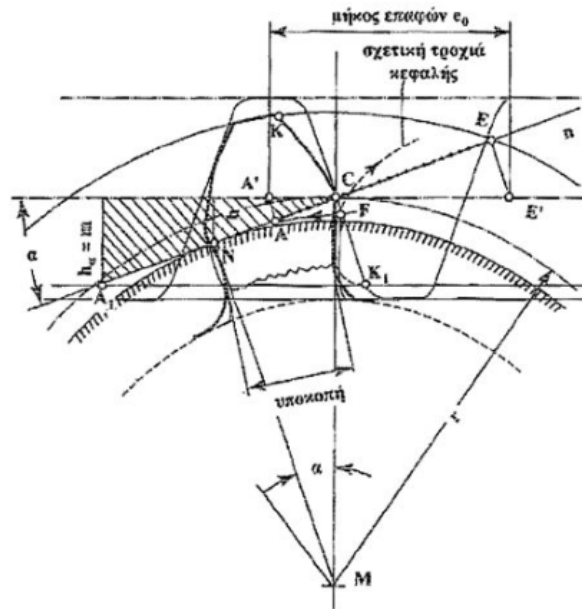


Σχήμα 14.13: Καμπύλη εξειλιγμένης

Στην εξειλιγμένη καμπύλη παρατηρούμε πως σχηματίζεται απλή τροχιά επαφών έτσι διευκολύνεται και η κατασκευή των οδόντων. Επομένως, καταλαβαίνουμε πως η εξειλιγμένη

καμπύλη χρησιμοποιείται σχεδόν κατά κόρον στην μηχανολογία για την κατατομή των οδόντων.

Ένα μειονέκτημα θα μπορούσε να θεωρηθεί η εμφάνιση **υποκοπών** στην βάση των οδόντων του μικρού τροχού με επακόλουθο τη μείωση του βαθμού επικάλυψης. Έτσι η βάση του οδόντα κινδυνεύει να σπάσει.



Σχήμα 15.14: Δημιουργία υποκοπής

1.7 Υλικά κατασκευής οδοντωτών τροχών

Για την κατασκευή οποιασδήποτε κατασκευής θα πρέπει να επιλέγεται το υλικό το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για την υλοποίηση της. Το υλικό για την κατασκευή των οδόντων των τροχών μπορούμε να το επιλέξουμε χονδρικά από τον Πίνακα 1.2:

Χαρακτηριστικά	Υλικό	
	Πτινόν	Τροχού
1. Μικρές ισχείς και μικρός αριθμός στροφών, π.χ. ανιψωτικά μηχανήματα	Χυτοσίδηρος St42, St50	Χυτοσίδηρος
2. Μέσες ισχείς και μέσος αριθμός στροφών, π.χ. μικρές εργαλειομηχανές	Χυτοσίδηρος, χυτοχάλυβας St50, St60	Χυτοσίδηρος, χυτοχάλυβας, σφαιροειδής χυτοσίδηρος
3. Μεγάλες ισχείς και μεγάλος αριθμός στροφών π.χ. μεγάλες εργαλειομηχανές	St60, St70 Βελτιωμένοι χάλυβες	Χυτοσίδηρος, χυτοχάλυβας, σφαιροειδής χυτοσίδηρος, βελτιωμένοι χάλυβες
4. Τροχοί μεγάλων απαιτήσεων π.χ. πλοία, αυτοκίνητα	St60, St70 Βαμμένοι και βελτιωμένοι, βελτιωμένοι χάλυβες, χάλυβες ενανθράκωσης	Χυτοχάλυβες, βελτιωμένοι χάλυβες, χάλυβες ενανθράκωσης

Πίνακας 16.2: Εκλογή υλικών

Πιο αναλυτικά παρακάτω θα αναφερθούν τα υλικά κατασκευής οδοντωτών τροχών, αναλύοντας τις ιδιότητες που θα έχει ο εκάστοτε τροχός και τις συνθήκες που θα χρησιμοποιηθεί:

Χυτοσίδηρος

Ο χυτοσίδηρος έχει μεγάλη αντοχή στην διάβρωση και στις φορές από σκόνη, άμμο και τα λοιπά. Προτιμάται στις μικρές ταχύτητες και δεν χρησιμοποιείται για μεγάλες απαιτήσεις κατασκευαστικής ακριβείας.

Χάλυβας

Ο χάλυβας είναι κατάλληλος για μεγάλες ταχύτητες και ακρίβεια στις διαστάσεις. Παρόλα αυτά απαιτεί τακτική λίπανση και προστασία όταν χρησιμοποιείται σε περιβάλλοντα με ρύπους και υγρασία. Σε περίπτωση καταπόνησης σε κρουστικά φορτία υφίσταται βαφή και σκλήρυνση.

Κράματα αλουμινίου

Χρησιμοποιούνται σε κατασκευές μικρού βάρους.

- Κοινοί και φωσφορούχοι ορείχαλκοι
- Κεραμικά και συνθετικές ρητίνες

Τα υλικά αυτά επιλέγονται όταν πρόκειται για εργασία σε διαβρωτικά και οξειδωτικά περιβάλλοντα.

- Πλαστικά

Έχουνε περιορισμένη μηχανική αντοχή και μπορούν να εργαστούν με μικρό θόρυβο. Επιλέγονται επίσης σε διαβρωτικά και οξειδωτικά περιβάλλοντα.

Το πινιόν και ο συνεργαζόμενος μεγάλος τροχός θα πρέπει να κατασκευάζονται από διαφορετικά υλικά. Συνήθως το πινιόν λόγω των περισσότερων εμπλοκών κατά την λειτουργία, καταπονείται περισσότερο οπότε πρέπει να κατασκευάζεται από πιο ανθεκτικό υλικό σε σχέση με το συνεργαζόμενο μεγάλο τροχό. Σε περίπτωση που κατασκευαστούν από το ίδιο υλικό μπορεί να υπάρξει κίνδυνος βλάβης το λεγόμενο 'άρπαγμα'. Βέβαια πάντα μετά την επιλογή υλικού θα πρέπει να γίνεται ο υπολογισμός των οδόντων σε θραύση και πίεση επιφάνειας. Αν κάποιος απ' τους δύο υπολογισμούς είναι οριακός ή δεν πληρεί τις προδιαγραφές, θα πρέπει να γίνεται αλλαγή του υλικού.

Κεφάλαιο 2: Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί

2.1 Βασικές μορφές

Η μετάδοση της κίνησης ανάμεσα σε τεμνόμενους άξονες γίνεται με τους κωνικούς οδοντωτούς τροχούς. Έχουν κωνική μορφή και εξωτερική οδόντωση. Η γωνία των τεμνόμενων αξόνων μπορεί να είναι οποιαδήποτε, όμως η πιο συνηθισμένη είναι η γωνία των 90°.

Με κριτήριο την μορφή των δοντιών τους, διακρίνονται σε:

- Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί με ευθεία οδόντωση.

Αποτελεί το πιο διαδεδομένο είδος κωνικών τροχών. Είναι εύκολο στην κατασκευή του και χρησιμοποιείται σε χαμηλό αριθμό στροφών και χαμηλές ταχύτητες, μέχρι 6m/sec ή σε λειασμένους οδόντες μέχρι 20m/sec.

- Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί με ελικοειδή οδόντωση.

Οι οδόντες είναι υπό κλίση σε αυτή την περίπτωση. Λειτουργούν πιο ήρεμα και αθόρυβα σε σχέση με την ευθεία οδόντωση και οι ταχύτητες που κυμαίνονται είναι μέχρι 40m/sec ή σε λειασμένους οδόντες μέχρι 50m/sec. Έχουν μεγαλύτερο βαθμό επικάλυψης και πιο σύνθετη κατασκευή.

- Κωνικοί με τοξοειδή οδόντωση.

Έχουν την πιο δύσκολη κατασκευή και προτιμώνται σε περιπτώσεις ήρεμης λειτουργίας. Χρησιμοποιούνται σε περιπτώσεις μεγάλης αντοχής σε θραύση και κυρίως στην αυτοκινητοβιομηχανία. Οι ταχύτητες που κυμαίνονται είναι μέχρι 30m/sec ή σε λειασμένους οδόντες μέχρι και 60m/sec.

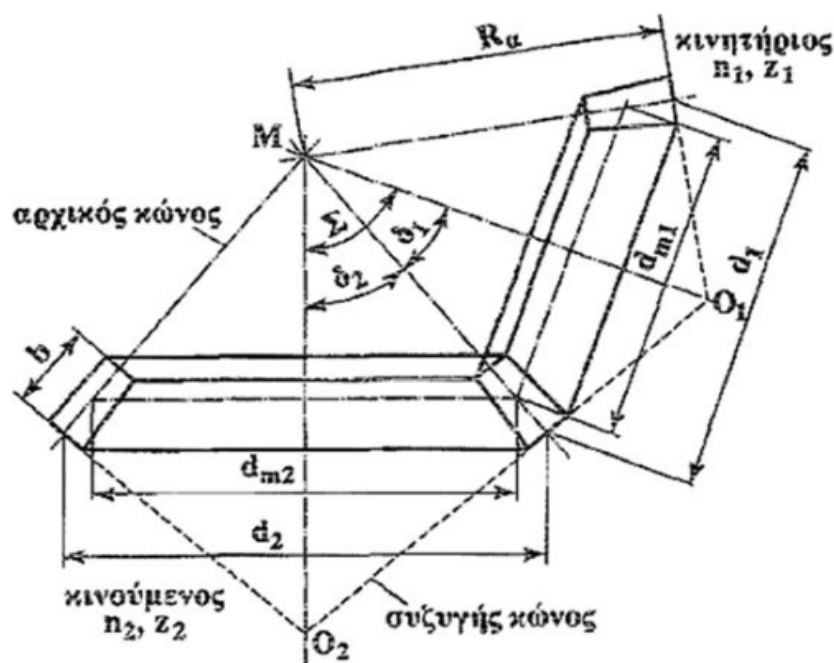
2.2 Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί με ευθεία οδόντωση

Οι κωνικοί οδοντωτοί τροχοί χρησιμοποιούνται πιο συχνά από τα άλλα είδη κωνικών οδοντωτών τροχών, καθώς είναι το πιο απλό στην κατασκευή του. Γενικά, βρίσκουν εφαρμογή σε εργαλειομηχανές, εκτυπωτικά μηχανήματα, πύργους ψύξης, χαλυβουργία και σε διαφορικά οχημάτων. Ένα βασικό μειονέκτημα που παρουσιάζουν είναι ότι δεν μπορούν να λειανθούν μετά από θερμική κατεργασία με αποτέλεσμα να μειώνεται η διαστατική τους ακρίβεια.

2.2.1 Χαρακτηριστικά

Θα αναλυθούν λοιπόν, κάποια βασικά χαρακτηριστικά των κωνικών οδοντωτών τροχών ευθείας οδόντωσης.

Η κίνηση ενός ζεύγους κωνικών τροχών αντιστοιχεί στην κύλιση δύο αρχικών κώνων, που εφάπτονται κατά μήκος της γενέτειράς τους, όπου το μήκος της κοινής γενέτειρας είναι R_a . Οι κορυφές τους συμπίπτουν στο σημείο M της τομής των αξόνων τους. Συζυγής κώνος ονομάζεται αυτός που έχει την γενέτειρά του κάθετη προς τις γενέτειρες των αρχικών κώνων. Το πλάτος του οδόντα είναι το τμήμα b και χρησιμοποιείται μόνο αυτό από τους αρχικούς κώνους.



Σχήμα 2.1: Γεωμετρικές σχέσεις σε μειωτήρα με κωνικούς οδοντωτούς τροχούς

Παρατηρούμε στο Σχήμα 2.1 την γωνία που σχηματίζουν οι άξονες των τροχών και ισχύει:

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 \quad (2.22)$$

Η σχέση μετάδοσης i θα είναι:.

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\eta\mu\delta_2}{\eta\mu\delta_1} \quad (2.23)$$

Ο λόγος αριθμού δοντιών προκύπτει:

$$u = \frac{z_{\text{τροχού}}}{z_{\text{πινιόν}}} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{\eta\mu\delta_2}{\eta\mu\delta_1} \quad (2.24)$$

Η γωνία δ_1 αρχικού κώνου του κινητήριου τροχού για τυχαία γωνία Σ δίδεται:

$$\epsilon\phi\delta_1 = \frac{\eta\mu\Sigma}{i + \sigma\upsilon\nu\Sigma} \quad (2.25)$$

Η γωνία δ_1 του πινιόν είναι:

$$\epsilon\phi\delta_1 = \frac{\eta\mu\Sigma}{u + \sigma\upsilon\nu\Sigma} \quad (2.26)$$

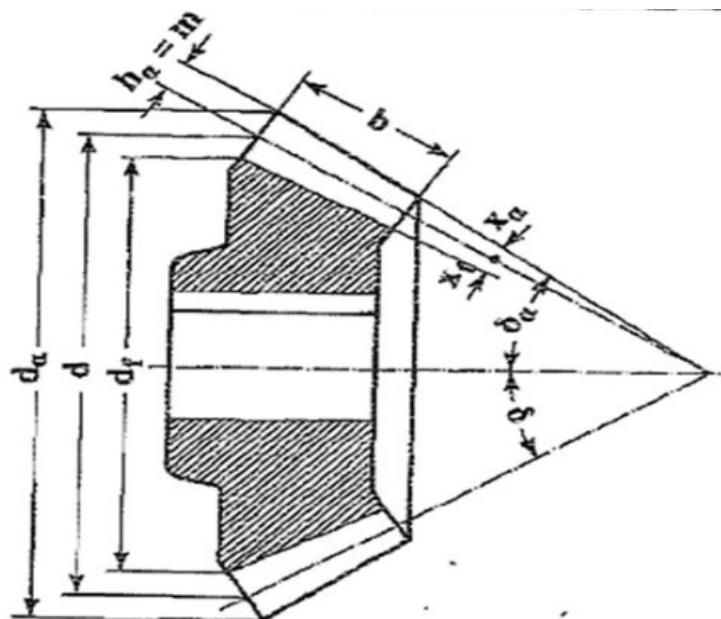
Αν στους άξονες σχηματιστεί ορθή γωνία ($\Sigma = 90^\circ$), η γωνία αρχικού κώνου δ_1 του κινητήριου τροχού θα είναι:

$$\sigma\phi\delta_1 = \epsilon\phi\delta_2 = i \quad (2.27)$$

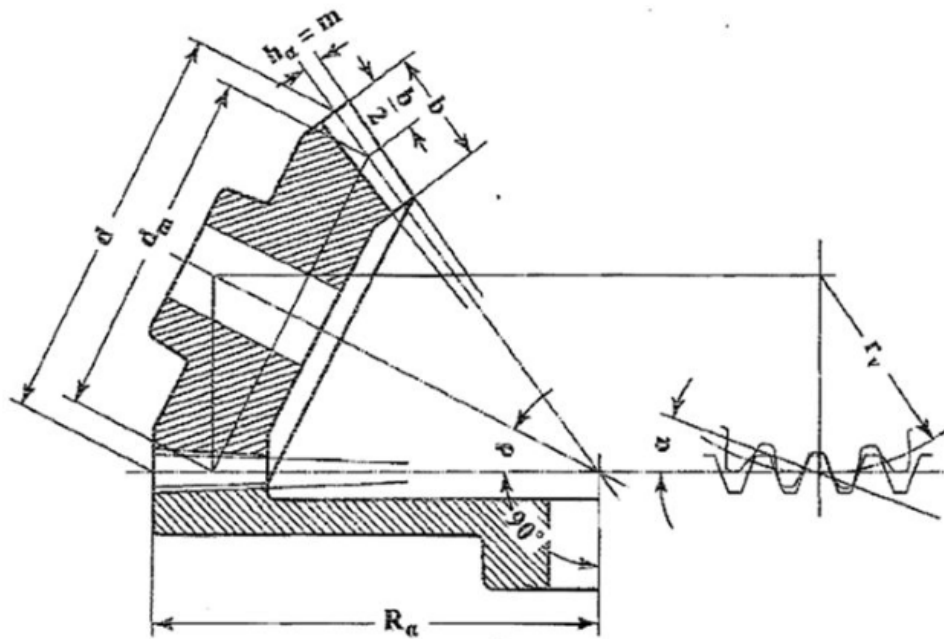
Η γωνία δ_1 του πινιόν σε αυτή την περίπτωση θα είναι:

$$\sigma\phi\delta_1 = \epsilon\phi\delta_2 = u \quad (2.28)$$

Στα παρακάτω Σχήματα 2.2, 2.3 δίνονται οι βασικές διαστάσεις των κωνικών τροχών με ευθείς οδόντες.



Σχήμα 2.2: Διαστάσεις κωνικού τροχού με ευθείς οδόντες



Σχήμα 2.3: Κωνικός τροχός με τον επίπεδο τροχό

Πιο αναλυτικά έχουμε,

Διάμετρος του αρχικού κύκλου:

$$d = m * z \text{ σε mm} \quad (2.29)$$

Μέση αρχική διάμετρος:

$$d_m = m_m * z = d - 2 * h_\alpha * \text{συν}\delta \quad (2.30)$$

Διάμετρος κύκλου κεφαλής:

$$d_\alpha = d + 2 * h_\alpha * \text{συν}\delta \quad (2.31)$$

Διάμετρος κύκλου ποδός:

$$d_f = d - 2 * h_f * \text{συν}\delta \quad (2.32)$$

Γωνία κεφαλής:

$$\epsilon\phi\chi_\alpha = \frac{h_\alpha}{R_\alpha} \quad (2.33)$$

Γωνία ποδός:

$$\varepsilon_{\varphi x_f} = \frac{h_f}{R_\alpha} \quad (2.34)$$

Γωνία κώνου κεφαλής:

$$\delta_\alpha = \delta + x_\alpha \quad (2.35)$$

Γωνία κώνου πόδα:

$$\delta_f = \delta - x_f \quad (2.36)$$

Όπου,

m, εξωτερικό modul. Τυποποιημένο

m_m, το μέτρο οδόντωσης στη μέση διάμετρο. Μη τυποποιημένο

h_α, ύψος κεφαλής (h_α = m)

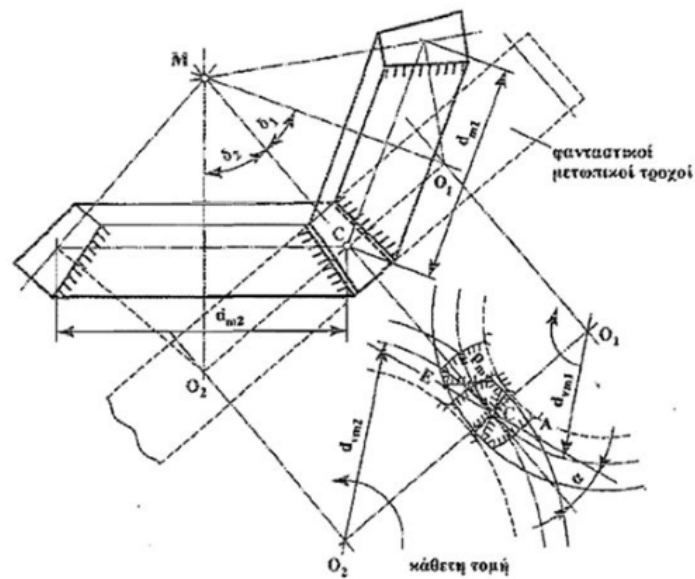
h_f ύψος πόδα (h_f = 1,25m)

R_α, το μήκος της κοινής γενέτειρας ($R_\alpha = \frac{d}{2 \cdot \eta \cdot \mu \delta}$) [1]

2.2.2 Φανταστική οδόντωση

Η φανταστική οδόντωση είναι κατά προσέγγιση ίδια με την μετωπική οδόντωση. Η αναγωγή του κωνικού οδοντωτού τροχού σε ισοδύναμο φανταστικό μετωπικό ευθείας οδόντωσης,

γίνεται για λόγους υπολογιστικούς. Στην φανταστική οδόντωση έχουμε μεγαλύτερο αριθμό οδόντων σε σχέση με την κωνική οδόντωση ($z_v > z$).



Σχήμα 2.4: Φανταστική οδόντωση

Στην κάθετη τομή όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.4 σχηματίζεται οδόντωση εξειλιγμένης με:

p_m , βήμα ($p_m = m_m * \pi$)

p_e , βήμα επαφών

α , γωνία επαφής ($= 20^\circ$)

\overline{AE} , τμήμα επαφών g_α

ϵ_α , βαθμός επικάλυψης ($\epsilon_\alpha = \frac{g_\alpha}{p_e}$, $\epsilon_\alpha \geq 1,25$ για ομαλή λειτουργία)

Για τον συμβολισμό των μεταβλητών της φανταστικής οδόντωσης χρησιμοποιείται ο δείκτης v . Και έτσι έχουμε:

Η μέση διάμετρος και η μέση φανταστική διάμετρος συνδέονται με την σχέση:

$$d_v = \frac{d_m}{\sigma_{\text{υνδ}}} \quad (2.37)$$

Ο αριθμός πραγματικών και φανταστικών οδόντων συνδέονται με την σχέση:

$$z_v = \frac{z}{\sigma_{\text{υνδ}}} \quad (2.38)$$

Για την αποφυγή υποκοπών, ο οριακός αριθμός δοντιών είναι $z' = z_v = 14$, ενώ ο πραγματικός $z = z' \cdot \text{συνδ} = 14 \cdot \text{συνδ}$. Αν ο ελάχιστος αριθμός δοντιών είναι κάτω από το επιτρεπόμενο όριο για ομαλή λειτουργία, τότε εφαρμόζεται μετατόπιση ίση με:

$$u = + x_h \cdot m \text{ σε mm} \quad (2.39)$$

Όπου ο συντελεστής μετατόπισης θα είναι:

$$x_h = \frac{14 - z'}{17} = \frac{14 - (\frac{z}{\text{συνδ}})}{17} \quad (2.40)$$

Στην περίπτωση αποφυγής δημιουργίας ακμών, ελάχιστος αριθμός δοντιών θα πρέπει να είναι:

$$z_{\min K} = z_{\min} \cdot \text{συνδ} \quad (2.41)$$

Ο συνεργαζόμενος τροχός θα πρέπει να έχει ίση και αρνητική μετατόπιση, έτσι ώστε να δημιουργείται ένας V- μηδενικός μειωτήρας. [1]

2.2.3 Εκλογή κύριων στοιχείων

Τα κύρια στοιχεία των κωνικών οδοντωτών τροχών μπορούν να υπολογιστούν με εμπειρικούς τύπους που θα αναλύσουμε παρακάτω. Οι τύποι αυτοί ισχύουν για μηδενικούς και V-μηδενικούς τροχούς με γωνία αξόνων $\Sigma = 90^\circ$. Διακρίνονται δύο περιπτώσεις υπολογισμών:

A. Περίπτωση

Είναι γνωστή η διάμετρος d_{sh} του άξονα πάνω στον οποίο θα τοποθετηθεί το πινιόν.

Η μέση αρχική διάμετρος d_{m1} για πινιόν τοποθετημένο με σφήνα πάνω στον άξονα είναι:

$$d_{m1} = (2,4 \dots 2,6) \cdot d_{sh} \text{ σε mm} \quad (2.42)$$

Για πινιόν ολόσωμο με τον άξονα είναι:

$$d_{m1} = 1,25 \cdot d_{sh} \text{ σε mm} \quad (2.43)$$

Σχέση μετάδοσης i									
Λόγος αριθμού οδόντων u	1	1,25	1,6	2	2,5	3,2	4	5	6
Αριθμός οδόντων του πινιόν z_1	40...18	36...17	34...16	30...15	26...13	23...12	18...10	14...8	11...7
Λόγος πλάτους προς τη διάμετρο του πινιόν $\psi_d = \frac{b}{d_{m1}}$	0,21	0,24	0,28	0,34	0,4	0,5	0,6	0,76	0,9

Πίνακας 2.1: Διαστάσεις κωνικών οδοντωτών τροχών

Από τον Πίνακα 2.1 επιλέγεται ο αριθμός οδόντων του πινιόν z_1 και ο συντελεστής ψ_d , με βάση την σχέση μετάδοσης i ή τον λόγο αριθμού οδόντων u . Μέσω της σχέσης του ψ_d μπορούμε να υπολογίσουμε και το πλάτος b , το οποίο πρέπει να ικανοποιεί την σχέση:

$$R_a \geq 3b \quad (2.44)$$

$$\text{Όπου } R_a = \frac{d_1}{2 \cdot \eta \cdot m \cdot \delta_1}$$

Η γωνία του αρχικού κώνου είναι $i = \sigma \delta_1$ και η αρχική διάμετρος είναι:

$$d_1 = d_{m1} + b \cdot \eta \cdot m \quad \text{σε mm} \quad (2.45)$$

Το εξωτερικό modul που τυποποιείται θα είναι:

$$m = \frac{d_1}{z_1} \quad (2.46)$$

Για την τυποποίηση, εκλέγουμε από τον Πίνακα 1.1 το αμέσως μεγαλύτερο και υπολογίζονται οι νέοι διάμετροι σύμφωνα με τις σχέσεις (2.42), (2.43), (2.45).

B. Περίπτωση

Ισχύει για μεταφορά μεγάλων ισχύων, χωρίς να είναι καθορισμένες οι διάμετροι των αξόνων.

Η μέση αρχική διάμετρος d_{m1} για το πινιόν υπολογίζεται από την σχέση:

$$d_{m1} = \frac{9500}{\sigma \cdot h \cdot l} * \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot \sigma \cdot h \cdot l \cdot \sigma \cdot \nu^2 \cdot \delta_1}{\psi_d} * \frac{u^2 + 1}{u^2}} = \frac{20500}{\sigma \cdot h \cdot l} * \sqrt[3]{\frac{P_1 \cdot \sigma \cdot h \cdot l \cdot \sigma \cdot \nu^2 \cdot \delta_1}{\psi_d \cdot n_1} * \frac{u^2 + 1}{u^2}} \quad \text{σε mm} \quad (2.47)$$

Όπου,

T_1 → ροπή στρέψης στον κινητήριο τροχό σε N_m

P_1 → ισχύς προς μεταφορά από τον κινητήριο τροχό σε KW

n_1 → αριθμός στροφών του κινητήριου τροχού σε RPM

ψ_d → λόγος πλάτους οδόντα προς διάμετρο τροχού $\psi_d = b_1/d_{m1}$

u → λόγος αριθμού οδόντων

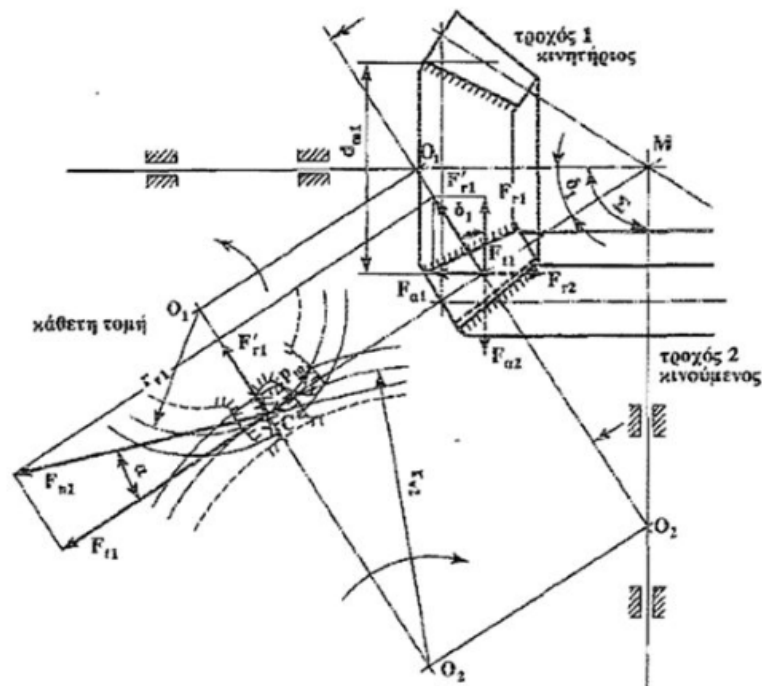
σ_{hl} → αντοχή του οδόντα σε πίεση επιφανείας σε N/mm^2

δ_1 → γωνία αρχικού κώνου πινιόν

Ο αριθμός οδόντων του πινιόν z_1 , το πλάτος b , η αρχική διάμετρος d_1 και το modul m προσδιορίζονται όπως στην περίπτωση α. [1]

2.2.4 Δυνάμεις

Η ανάλυση των δυνάμεων που θα ακολουθήσει θα γίνει για άξονες που τέμνονται κάθετα ($\Sigma=90^\circ$) του συνεργαζόμενου ζεύγους κωνικών τροχών. Η κάθετη δύναμη F_{n1} αναλύεται στην περιφερειακή δύναμη F_{t1} και την ακτινική, στην κάθετη τομή, δύναμη F'_{r1} . Η F'_{r1} αναλύεται επιπλέον σε δύο συνιστώσες, στην ακτινική F_{r1} και στην αξονική F_{a1} , όπως μπορούμε να διακρίνουμε και στο παρακάτω Σχήμα 2.5.



Σχήμα 2.5: Δυνάμεις κωνικών οδοντωτών τροχών με ευθεία οδόντωση

Η περιφερειακή δύναμη F_{t1} δίνεται από την σχέση:

$$F_{t1} = \frac{2000 \cdot T_1}{d_{m1}} \text{ σε N} \quad (2.48)$$

Η ακτινική δύναμη F_{r1} προκύπτει:

$$F_{r1} = F'_{r1} \cdot \text{συν}\delta_1 = F_{t1} \cdot \text{εφα} \cdot \text{συν}\delta_1 \text{ σε N} \quad (2.49)$$

Η αξονική F_{a1} δίνεται από την σχέση:

$$F_{a1} = F'_{r1} \cdot \eta_{\mu\delta_1} = F_{t1} \cdot \text{εφα} \cdot \eta_{\mu\delta_1} \text{ σε N} \quad (2.50)$$

Με την διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (2.49), (2.50) προκύπτει η παρακάτω σχέση για τεμνόμενους άξονες:

$$F_{r1} = F_{a1} * i \quad (2.51)$$

Επίσης στην περίπτωση τεμνόμενων αξόνων ισχύει:

$$F_{r2} = F_{a1} \text{ και } F_{a2} = F_{r1} \text{ σε } N \quad (2.52)$$

2.2.5 Υπολογισμός του οδόντα σε θραύση

Μετά τον υπολογισμό των κύριων διαστάσεων των συνεργαζόμενων κωνικών τροχών θα πρέπει να ελεγχθεί αν καλύπτονται οι απαιτήσεις αντοχής όσο αναφορά το υλικό που επιλέξαμε κατά τον υπολογισμό. Η μέγιστη καταπόνηση ασκείται στον πόδα του οδόντα. Ο έλεγχος της καταπόνησης αυτής γίνεται ξεχωριστά στο πινιόν και τον τροχό.

Η σχέση για την μέγιστη τάση στον πόδα του οδόντα προκύπτει ως:

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b * m_m} * K_A * K_v * K_{F\beta} * Y_{Fa} \leq \sigma_{FP} \approx \frac{\sigma_{Fl}}{S_F} \quad (2.53)$$

σ_F → η τάση στον πόδα του οδόντα σε N/mm^2

F_t → περιφερειακή δύναμη σε N

m_m → μέσο modul σε mm

b → πλάτος οδόντα σε mm ($b = \psi_d * d_{m1}$)

K_A → συντελεστής εφαρμογής. Εξαρτάται από το είδος της μηχανής κίνησης και της εργομηχανής ανάμεσα στις οποίες είναι τοποθετημένος ο μειωτήρας.

K_v → συντελεστής δυναμικών καταπονήσεων. Δυναμικές καταπονήσεις που προέρχονται από ταλαντώσεις του ζεύγους τροχών.

$K_{F\beta}$ → συντελεστής πλάτους. Ασχολείται με την ανομοιόμορφη κατανομή της δύναμης στο πλάτος του οδόντα. ($K_{F\beta} = 1,2$)

Y_{Fa} → συντελεστής μορφής. Εξαρτάται από τον αριθμό οδόντων και από τον συντελεστή μετατόπισης. Για εξωτερική οδόντωση είναι περίπου 2.

σ_{FP} → Επιτρεπόμενη τάση στον πόδα σε N/mm^2 . Υπολογίζεται χωριστά για το πινιόν και τον τροχό.

σ_{Fl} → Δυναμική αντοχή διάρκειας σε N/mm^2 . Για υλικά κατάλληλα για οδοντωτούς τροχούς.

S_F → συντελεστής ασφαλείας καταπόνησης του πόδα. (Περίπου $S_F \geq 1,5$)

[1]

2.2.6 Μεθοδολογία υπολογισμού (κατασκευής) του πρώτου ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών

Σε αυτή την ενότητα θα αναλυθεί ο υπολογισμός του πρώτου ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών ευθείας οδόντωσης. Παρόμοια είναι η διαδικασία υπολογισμού για όλα τα ζεύγη των οδοντωτών τροχών.

Δεδομένα:

- Αριθμός οδόντων κινητήριου τροχού, $z_1 = 23$.
- Αριθμός οδόντων κινούμενου τροχού, $z_2 = 29$.
- Η ισχύς του κινητήρα, $P_1 = 10 \text{ KW}$.
- Στροφές του κινητήριου τροχού $n_1 = 500 \text{ rpm}$.
- Επιλογή υλικού κατασκευής χάλυβας St-50.
- Κάθετα τεμνόμενοι άξονες με $\Sigma = 90^\circ$.

Εφόσον είναι γνωστή η ισχύς θα πραγματοποιηθούν οι υπολογισμοί σύμφωνα με την δεύτερη περίπτωση και υπολογίζεται αρχικά η μέση αρχική διάμετρος d_{m1} από την σχέση (2.47):

$$d_{m1} = \frac{20500}{\sigma_{hl}} * \sqrt[3]{\frac{P_1 * \sigma_{hl} * \sigma_{\nu\nu}^2 \delta_1}{\psi_d * n_1} * \frac{u^2 + 1}{u^2}}$$

Όπου,

$$\sigma_{hl} = 370 \text{ N/mm}^2$$

$$u = z_2/z_1 = 28/23 = 1.25$$

$$\psi_d = 0.24 \text{ (από πίνακα 1-11 του βιβλίου Στεργίου)}$$

$$\delta_1 = 0.674 \text{ rad (Από την σχέση } \Sigma \rightarrow u = \epsilon\phi\delta_2 = \sigma\phi\delta_1)$$

Άρα προκύπτει:

$$d_{m1} = \frac{20500}{370} * \sqrt[3]{\frac{10 * 370 * \sigma_{\nu\nu}^2 * 0.674}{0.24 * 500} * \frac{1.25^2 + 1}{1.25^2}} = 174 \text{ mm (1}^\eta \text{ εκτίμηση)}$$

Στην συνέχεια προχωράμε στον υπολογισμό του πλάτους του οδόντα:

$$b \approx \psi_d * d_{m1} = 0.24 * 174 = 41.7 \text{ mm}$$

Πρέπει να ικανοποιείται η σχέση (2.44):

$$Ra \geq 3*b = 3*41.7 = 125.14 \text{ mm}$$

Όπου,

$$Ra = \frac{d_1}{2*\eta\mu\delta_1} = \frac{d_{m1}+b*\eta\mu\delta_1}{2*\eta\mu\delta_1} = \frac{174+63.9*\sin 0.674}{2*\eta\mu 0.674} = 160.1 \text{ mm}$$

Επομένως η σχέση (2.44) ισχύει και επαληθεύεται η επιλογή του πλάτους.

Ο υπολογισμός του εξωτερικού modul γίνεται μέσω της σχέσης (2.46):

$$m = \frac{d_1}{z_1} = \frac{199.84}{23} = 8.69 \text{ mm} \rightarrow 10 \text{ mm (στρογγυλοποιημένο)}$$

Πλέον με το στρογγυλοποιημένο modul υπολογίζω τις τελικές διαμέτρους d_1 και d_{m1} :

$$d_{1\text{TEΛ}} = m*z_1 = 10*23 = 230 \text{ mm}$$

$$d_{m1\text{TEΛ}} = d_{1\text{TEΛ}} - b*\eta\mu\delta_1 = 230 - 41.7*\eta\mu (0.674) = 203.97 \text{ mm}$$

Θα υπολογιστούν ακόμη οι διάμετροι του συνεργαζόμενου τροχού:

$$d_2 = m*z_2 = 10*29 = 290 \text{ mm}$$

$$d_{m2} = d_2 - b*\eta\mu\delta_2 = 290 - 41.7*\eta\mu (0.896) = 257.43 \text{ mm}$$

Το μέσο modul προκύπτει ως εξής:

$$m_m = \frac{d_{m1}}{z_1} = \frac{203.97}{23} = 8.87 \text{ mm}$$

Για τον έλεγχο του οδόντα αντοχής σε θραύση θα χρησιμοποιήσουμε την σχέση (2.53):

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b*m_m} * K_A * K_v * K_{F\beta} * Y_{Fa} \leq \sigma_{FP} \approx \frac{\sigma_{Fl}}{S_F}$$

Όπου,

$$F_t = \frac{2000*9550*P_1}{n_1*d_{m1}} = \frac{2000*9550*10}{500*203.97} = 1872.86 \text{ N (Περιφερειακή δύναμη)}$$

$$m_m = 8.87 \text{ mm}$$

$$b = 41.7 \text{ mm}$$

$$K_A = 1.25 \text{ (Από πίνακα 1-7 του βιβλίου του Στεργίου)}$$

$$K_v = 1.1 \text{ (Από σχήμα 1-54 του βιβλίου του Στεργίου)}$$

$$K_{F\beta} = 1.2 \text{ (Σταθερό)}$$

$$Y_{Fa1} = 2.75 \text{ (Από σχήμα 1-55 του βιβλίου του Στεργίου και για αριθμό δοντιών } z_1)$$

Έτσι από την σχέση (2.53) θα γίνει έλεγχος αντοχής σε θραύση του κινητήριου τροχού 1:

$$\sigma_F = \frac{1872.86}{41.7 \cdot 8.87} * 1.25 * 1.1 * 1.2 * 2.75 \leq \sigma_{FP} \approx \frac{320}{2} \rightarrow 22.97 \text{ N/mm}^2 \leq 160 \text{ N/mm}^2, \text{ που ισχύει.}$$

Ακόμη από την σχέση (2.53) θα γίνει έλεγχος αντοχής σε θραύση του κινούμενου τροχού 2:

$$\sigma_F = \frac{1872.86}{41.7 \cdot 8.87} * 1.25 * 1.1 * 1.2 * 2.65 \leq \sigma_{FP} \approx \frac{320}{2} \rightarrow 22.13 \text{ N/mm}^2 \leq 160 \text{ N/mm}^2, \text{ που ισχύει.}$$

2.2.7 Υπολογισμός δυνάμεων του πρώτου ζεύγους κωνικών τροχών

Περιφερειακή δύναμη:

$$F_{t1} = \frac{2000 \cdot 9550 \cdot P1}{n1 \cdot dm1} = \frac{2000 \cdot 9550 \cdot 10}{500 \cdot 203.97} = 1872.86 \text{ N}$$

Ακτινική δύναμη:

$$F_{r1} = F'_{r1} * \sigma\upsilon\nu\delta 1 = F_{t1} * \epsilon\phi\alpha * \sigma\upsilon\nu\delta 1 = 1872.86 * \epsilon\phi 20^\circ * 0.781 = 532.6 \text{ N}$$

Αξονική δύναμη:

$$F_{a1} = F'_{r1} * \eta\mu\delta 1 = F_{t1} * \epsilon\phi\alpha * \eta\mu\delta 1 = 1872.86 * \epsilon\phi 20^\circ * 0.624 = 425.4 \text{ N}$$

Από την σχέση (2.52) προκύπτει για τον κινούμενο τροχό 2:

$$F_{a2} = F_{r1} = 532.6 \text{ N}$$

$$F_{r2} = F_{a1} = 425.4 \text{ N}$$

2.2.8 Αποτελέσματα υπολογισμών των οδοντωτών τροχών για όλα τα ζεύγη

ΥΛΙΚΟ	St-50	St-60	St-70	GGG-60	GGG-80
z₁	23	23	23	23	23
z₂	29	36	46	57	73
m (mm)	10	9	8	7	5.5
n (rpm)	500	750	1000	1250	1500
P (kW)	10	18	27	40	47
d₁ (mm)	230	207	184	161	126.5
d_{m1} (mm)	204	183.1	161.5	140	107.5
d₂ (mm)	290	324	368	399	401.5
d_{m2} (mm)	257.4	286.8	323	346.2	340.5
F_t (N)	1872.9	2503	3192.4	4368.5	5568
F_{r1} (N)	532.6	767	1039.6	1476.6	1934.8
F_{a1} (N)	425.4	491.6	519	589.8	602.8

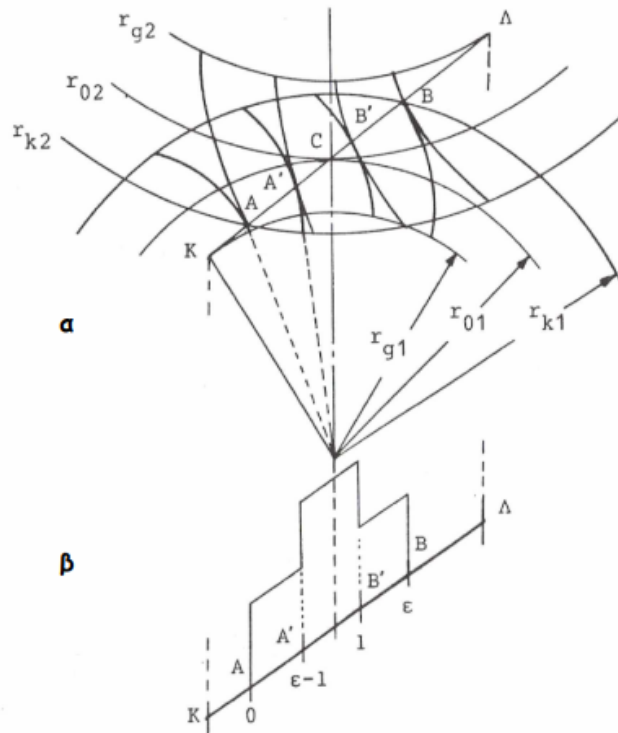
σ_{F1} (N/mm ²)	23	35.2	44.7	62.5	84.6
σ_{F2} (N/mm ²)	22.1	32	39	52.3	69.2

Πίνακας 2.2: Αποτελέσματα υπολογισμών των κωνικών οδοντωτών τροχών

Κεφάλαιο 3: Σημείο μέγιστης φόρτισης κατά την συνεργασία οδόντων (HPSTC)

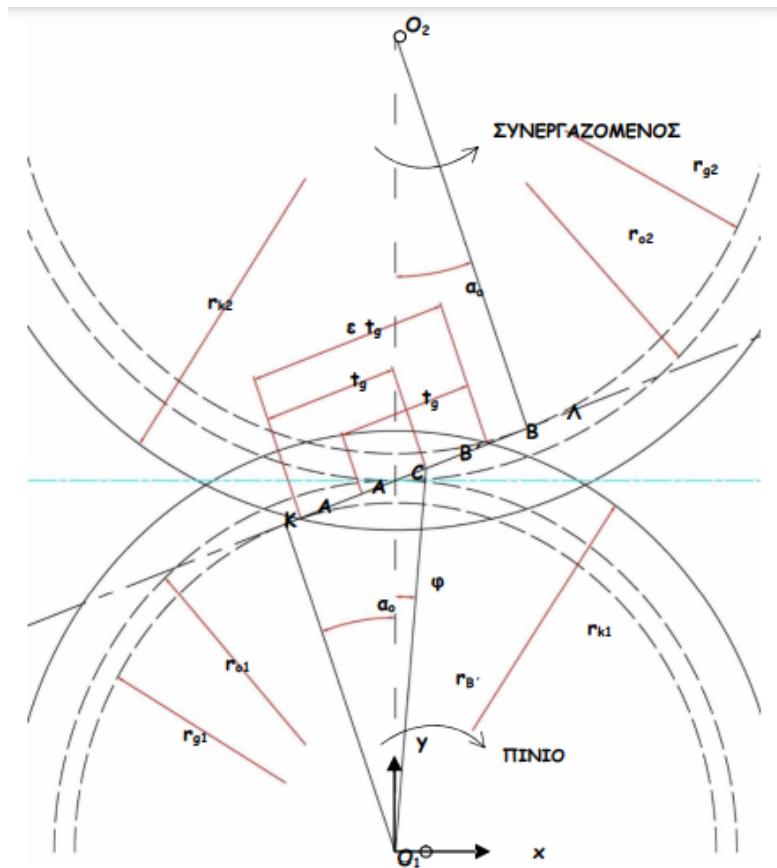
3.1.1 Γενικά

Η μεγαλύτερη δύναμη P είναι αποδεδειγμένο ότι δεν ασκείται στην κεφαλή του οδόντα. Από το Σχήμα 2.6 διαπιστώνεται ότι στα διαστήματα AA' και BB' εργάζονται συγχρόνως δύο οδόντες από κάθε τροχό, ενώ στο διάστημα $A'B'$ εργάζεται ένας οδόντας από κάθε τροχό. Άρα, συμπεραίνεται ότι σε σημείο αυτού του τμήματος $A'B'$ ασκείται το μέγιστο φορτίο οδόντος και όχι στην κεφαλή του δοντιού. Το σημείο αυτό ονομάζεται σημείο μέγιστης φόρτισης κατά την συνεργασία οδόντων (Highest Point of Single Tooth Contact – HPSTC).



Σχήμα 3.1: Σημείο μέγιστης φόρτισης

Η βασική γεωμετρία των οδοντώσεων καθορίζει τη θέση του σημείου μέγιστης φόρτισης, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.7. Η επαφή ξεκινά όταν ο πόδας του πινιόν έρχεται σε επαφή με την κεφαλή του συνεργαζόμενου τροχού. Η επαφή τελειώνει στο τελευταίο σημείο της συνεργασίας τους. Θα προσδιοριστούν, λοιπόν με την βοήθεια του Σχήματος 2.7 οι γεωμετρικές συντεταγμένες.



Σχήμα 3.2: Γεωμετρικός προσδιορισμός HPSTC

Η απόσταση AB:

$$AB = \epsilon * t_g = AC + CB \quad (3.54)$$

Και προκύπτει:

$$AB = \sqrt{(r_{o2} + m)^2 - r_{o2}^2 \cos^2 \alpha_o} + \sqrt{(r_{o1} + m)^2 - r_{o1}^2 \cos^2 \alpha_o} - (r_{o1} + r_{o2}) \sin \alpha_o \quad (3.55)$$

Το σημείο \$B'\$ είναι το σημείο μέγιστης φόρτισης. Στο διάστημα \$A'B'\$ μεταφέρει την φόρτιση ένα ζεύγος οδόντων. Τα διαστήματα \$AB'\$ και \$A'B\$ είναι ίσα με το βήμα οδόντωσης του βασικού κύκλου \$t_g\$ και έτσι η θέση του \$B'\$ προσδιορίζεται ως εξής:

$$AC = \sqrt{(r_{o2} + m)^2 - r_{o2}^2 \cos^2 \alpha_o} - r_{o2} \sin \alpha_o \quad (3.56)$$

$$CB' = AB' - AC = t_g - AC = \pi m \cos \alpha_o - AC \quad (3.57)$$

Από το τρίγωνο \$O_1B'C\$ προκύπτει η απόσταση του HPTSC:

$$r_{B'} = \sqrt{r_{o1}^2 + CB'^2 - 2r_{o1}CB' \cos(\alpha_o + 90^\circ)} \quad (3.58)$$

Η ακτίνα αυτή προσδιορίζει την θέση του μέγιστου σημείου μονής επαφής του οδοντωτού τροχού. Όπως φαίνεται και στον παραπάνω τύπο εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του οδοντωτού τροχού.

3.1.2 Υπολογισμός HPSTC για το πινιόν του πρώτου ζεύγους κωνικών τροχών

Η ακριβής θέση του μέγιστου σημείου μονής επαφής είναι πολύ σημαντικό στοιχείο για κάθε ζεύγος συνεργαζόμενων τροχών, καθώς με την μέγιστη καταπόνηση του σημείου αυτού είναι πιθανόν να προκληθεί κάμψη λόγω της αυξημένης πίεσης επιφανείας ή ακόμη και θραύση των οδόντων των οδοντωτών τροχών. Έτσι, θα προχωρήσουμε στον υπολογισμό για το πρώτο ζεύγος. Παρόμοια είναι η διαδικασία για όλους του τροχούς.

Από την σχέση (3.56) προκύπτει:

$$AC = \sqrt{(r_{o2} + m)^2 - r_{o2}^2 \cos^2 a_o} - r_{o2} \sin a_o =$$

$$\sqrt{(145 + 10)^2 - 145^2 \cos^2 20^\circ} - 145 \sin 20^\circ = 24.3 \text{ mm}$$

Από την σχέση (3.57) προκύπτει:

$$CB' = AB' - AC = t_g - AC = \pi m \cos a_o - AC = 3.14 * 10 * \cos 20^\circ - 24.3 = 5.2 \text{ mm}$$

Από την σχέση (3.58) προκύπτει η απόσταση του σημείου B' του πινιόν:

$$r_{B'} = \sqrt{r_{o1}^2 + CB'^2 - 2r_{o1}CB' \cos (a_o + 90^\circ)} =$$

$$\sqrt{115^2 + 5.2^2 - 2 * 115 * 5.2 * \cos (20^\circ + 90^\circ)} = 116.9 \text{ mm}$$

3.1.3 Υπολογισμός και αποτελέσματα όλων των τροχών

Ζεύγη	Αριθμός οδόντων κάθε τροχού	Απόσταση Β' από το κέντρο του τροχού $r_{B'}$ (mm)
1 ^ο	23	116.9
	29	147.2
2 ^ο	23	105
	36	163.9
3 ^ο	23	93
	46	185.7
4 ^ο	23	81.3
	57	201
5 ^ο	23	63.8
	73	201.9

Πίνακας 3.1: Υπολογισμός της θέσης του μέγιστου σημείου για όλα τα ζεύγη

Κεφάλαιο 4: Μέθοδος Πεπερασμένων Στοιχείων

4.1 Εισαγωγή

Η ραγδαία εξέλιξη της τεχνολογίας στις μέρες μας και η εισαγωγή των ηλεκτρονικών υπολογιστών σε κάθε τομέα της ζωής μας, έχει μεγάλα οφέλη σε πολλούς κλάδους της επιστήμης, όπως και στην Μηχανολογία. Ο μεγαλύτερος τομέας εφαρμογών της τεχνολογίας διεθνώς αποτελείται από τα συστήματα CAD/CAM/CAE και πιο συγκεκριμένα από την μηχανολογική σχεδίαση. Η δυνατότητα δημιουργίας ψηφιακού μοντέλου μηχανολογικών κατασκευών, η μελέτη της συμπεριφοράς του και η βελτιστοποίηση του, έχουν επιφέρει καθοριστικές αλλαγές στην επαγγελματική δραστηριότητα του μηχανολόγου μηχανικού. Έτσι, καταλαβαίνουμε πόσο ραγδαία έχει αλλάξει τα τελευταία χρόνια η εκπαίδευση και η επαγγελματική πράξη του μηχανολόγου μηχανικού.

Computer-Aided Design (CAD):

Τεχνολογία που χρησιμοποιείται ηλεκτρονικός υπολογιστής για την σχεδίαση, δημιουργία, τροποποίηση και βελτιστοποίηση μιας κατασκευής.

Computer-Aided Engineering (CAE):

Η ανάλυση της γεωμετρίας CAD με την βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή και ηλεκτρονικών συστημάτων δίνει την δυνατότητα στον μηχανικό της προσομοίωσης και μελέτης της κατασκευής, αλλά και της βελτιστοποίησης. Η πιο διαδεδομένη μέθοδος CAE είναι αυτή των πεπερασμένων στοιχείων.

4.1.1 Ορισμός του όρου CAD

Ο όρος CAD αναφέρεται στην αρχική σχεδίαση διάφορων γεωμετρικών απεικονίσεων, αντικειμένων εφαρμοσμένης μηχανικής, αρχιτεκτονικής και βιομηχανικής με την βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Ο όρος αυτός επίσης περιλαμβάνει και το λογισμικό και υλικό που χρησιμοποιείται για τα σχέδια των προϊόντων. Τα σχέδια αυτά μπορεί να περιλαμβάνουν έργα όπως κατασκευή ενός πλοίου, αεροπλάνου, αυτοκινήτου, αλλά και προσθετικά μέλη ατόμων με ειδικές ανάγκες. Όπως είναι φανερό, δεν περιοριζόμαστε στην γνωστή διαδικασία αντικατάστασης του drafting, δηλ. του δισδιάστατου (2-D) σχεδίου του μηχανικού, αλλά κατά κύριο λόγο στην περίπτωση τρισδιάστατης (3-D) απεικόνισης κατασκευών, όπου χρησιμοποιούνται αυτοματοποιημένες διαδικασίες προσέγγισης επιφανειών. Το μοντέλο που δημιουργείται με την χρήση ενός συστήματος CAD, δεν χρειάζεται προηγουμένως να γίνει προγραμματισμός της διαδικασίας παραγωγής του, αλλά κατασκευάζεται απευθείας. Η έξοδος

ενός προγράμματος CAD είναι πιο συχνά εντολές για μια μηχανή παραγωγής ή ακόμη και φυλλάδια σχεδίων προς εκτύπωση. Βασικός σκοπός της χρήσης όλων των συστημάτων σχεδιομελέτης και παραγωγής με υπολογιστή είναι η ανάπτυξη των σωστών προϊόντων από την αρχή στον ελάχιστο δυνατό χρόνο ανάπτυξης, δηλαδή η αύξηση της παραγωγικότητας και η μέγιστη δυνατή ακρίβεια.

4.1.2 Ορισμός του όρου CAE

Με τον ορισμό, Computer Aided Engineering (CAE) αναφερόμαστε στην χρήση συστημάτων λογισμικού για την επίλυση μηχανολογικών προβλημάτων, στα οποία ο σχεδιαστής θα μπορέσει να επέμβει μέσω της προσομοίωσης και μελέτης της συμπεριφοράς του τελικού προϊόντος. Σε ένα λογισμικό CAE συμπεριλαμβάνονται τα περισσότερα στάδια ανάπτυξης για την δημιουργία ενός προϊόντος, όπως για παράδειγμα από το πρώτο στάδιο που είναι η σχεδίαση, η ανάλυση μέχρι και το τελικό στάδιο, δηλαδή η βελτιστοποίηση. Τα μέσα που χρησιμοποιούνται για την πραγματοποίηση του κάθε σταδίου ανάπτυξης ποικίλλουν και μπορεί να περιλαμβάνουν άλλες έννοιες των τεχνολογιών, υποβοηθούμενων με H/Y, όπως παραδείγματος χάρη για τον σχεδιασμό μπορεί να χρησιμοποιηθεί το CAD. Για την ανάλυση πιο ευρέως διαδεδομένη είναι η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων, στην οποία επαναλαμβάνονται οι κύκλοι σχεδιασμού και οι αναλύσεις μέχρι να προκύψουν τα επιθυμητά αποτελέσματα και η βέλτιστη λύση.

4.1.3 Γενικά για την Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων

Με την μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων αναφερόμαστε στην εφαρμογή των υπολογιστικών τεχνικών της ανάλυσης κατασκευών στον H/Y. Η μέθοδος αυτή τελείται χωρίς την διενέργεια χρονοβόρων και δαπανηρών πειραμάτων, με αποτέλεσμα την επιτάχυνση του σχεδιασμού των κατασκευών. Βέβαια, για την ακρίβεια του μοντέλου το πρωτότυπο που προκύπτει υποβάλλεται σε δοκιμές για την αξιοπιστία του και έτσι ο βέλτιστος σχεδιασμός έχει υποστεί πολλές προσπάθειες δοκιμής-σφάλματος μέχρι την ικανοποίηση των περιορισμών που έχουν τεθεί. Οι περιορισμοί αυτοί καθώς και η επιλογή των κατάλληλων πεπερασμένων στοιχείων με τον κατάλληλο αριθμό κόμβων του εκάστοτε λογισμικού και το μέσο μέγεθος των στοιχείων αποτελούν κρίσιμη απόφαση για έναν μηχανικό. Τα λογισμικά των πεπερασμένων στοιχείων στην ουσία αντικαθιστούν το γεωμετρικό μοντέλο της κατασκευής με ένα υπολογιστικό πλέγμα και τα αποτελέσματα αποδίδονται παραστατικά σε χρωματική κλίμακα μετά την εκτέλεση της ανάλυσης. Γενικά, όσο μεγαλύτερο είναι το πλήθος των

κόμβων και των στοιχείων, τόσο ακριβέστερη είναι η προσεγγιστική λύση των πεπερασμένων στοιχείων. Επίσης στην υψηλότερη ακρίβεια έχουμε και μεγαλύτερου βαθμού πολυωνυμικές συναρτήσεις, άρα αυξημένες απαιτήσεις σε υπολογιστική ισχύ, που αποτελούσε μειονέκτημα της μεθόδου πριν την ραγδαία αύξηση της τεχνολογίας και των ηλεκτρονικών υπολογιστών. Ένα πλεονέκτημα των σημερινών λογισμικών είναι η αυτόματη γένεση πλέγματος στο γεωμετρικό μοντέλο, αφού αποτελεί βασικό σημείο της μεθόδου, και η επιλογή από τον χρήστη του μεγέθους του πλέγματος. Σήμερα χρησιμοποιείται ευρέως η μέθοδος αυτή και στην βιομηχανία για την εξοικονόμηση πολύτιμου χρόνου και κόπου, αλλά και σε πανεπιστήμια ανά τον κόσμο.

4.2 Κατασκευή των 3D μοντέλων των οδοντωτών τροχών

Για την κατασκευή των οδοντωτών τροχών στην παρούσα διπλωματική εργασία χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό Autodesk Inventor Professional 2024.

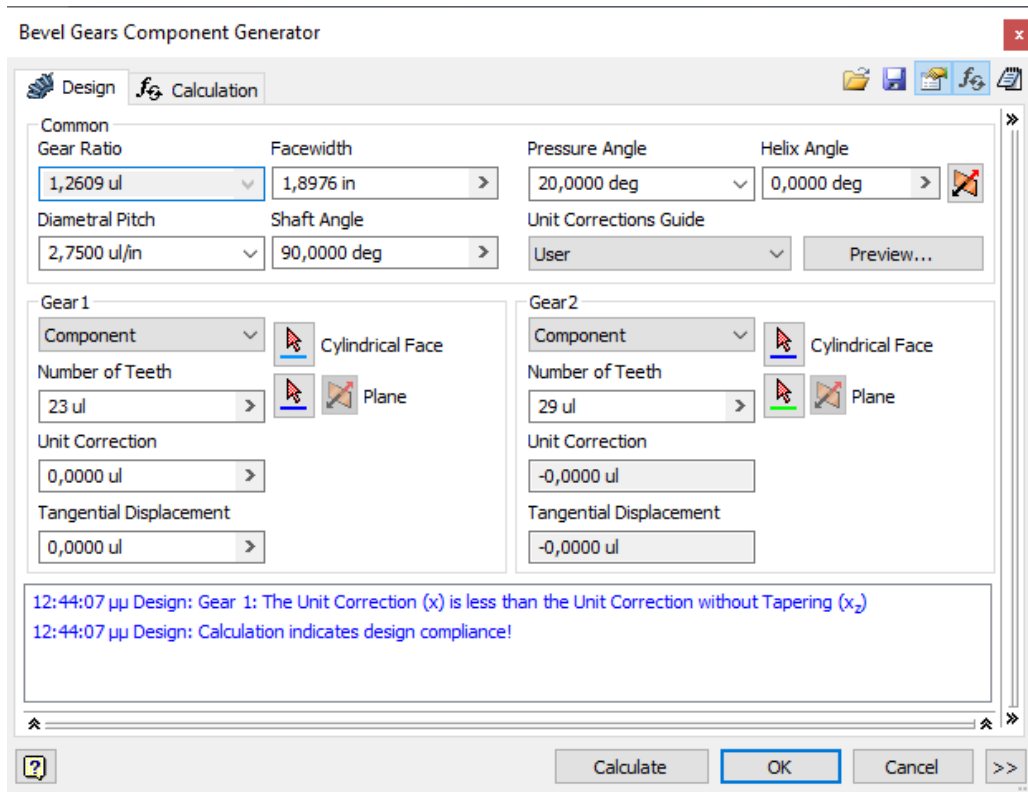
4.2.1 Το λογισμικό Inventor

Το λογισμικό **Autodesk Inventor** είναι λογισμικό CAD που δίνει την δυνατότητα στον χρήστη για σχεδιασμό σε δισδιάστατο (2D) αλλά κυρίως για σχεδιασμό σε τρισδιάστατο (3D) περιβάλλον. Είναι κατάλληλο για μηχανικό σχεδιασμό, προσομοίωση, απεικόνιση και έχει εξειδικευμένες λειτουργίες για σχεδίαση μηχανολογικών στοιχείων. Περιλαμβάνει ειδικές εφαρμογές για σχεδιασμό σωληνώσεων, οδοντωτών τροχών και ηλεκτρολογικών οδών. Ακόμη το λογισμικό διαθέτει ισχυρά εργαλεία μοντελοποίησης και μπορεί να αποκτηθεί δωρεάν από φοιτητές, πράγμα που το καθιστά αρκετά διαδεδομένο στα εκπαιδευτικά ιδρύματα.

4.2.2 Έναρξη διαδικασίας κατασκευής

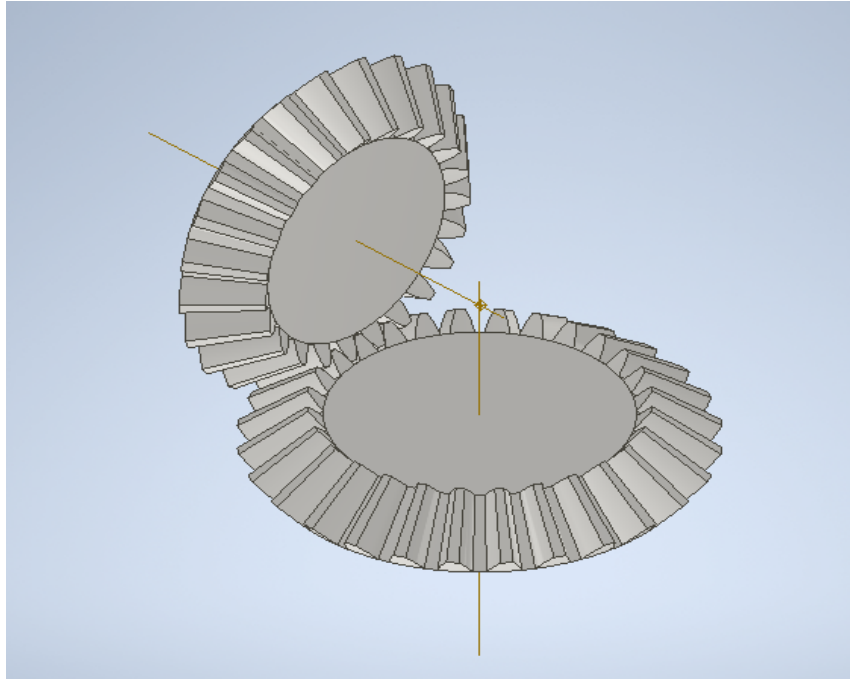
Παρακάτω θα περιγράψει η διαδικασία για το πρώτο ζεύγος οδοντωτών τροχών με τα χαρακτηριστικά που προέκυψαν από τους υπολογισμούς και τα υπόλοιπα ζεύγη έχουν κατασκευαστεί παρομοίως. Έτσι προκύπτει:

- Από την γραμμή εντολών του προγράμματος επιλέγουμε την εντολή **Design** και καταχωρούμε στον πίνακα που εμφανίζεται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από τους υπολογισμούς που κάναμε για αυτό το ζεύγος, όπως φαίνεται και στο παρακάτω Σχήμα 4.1



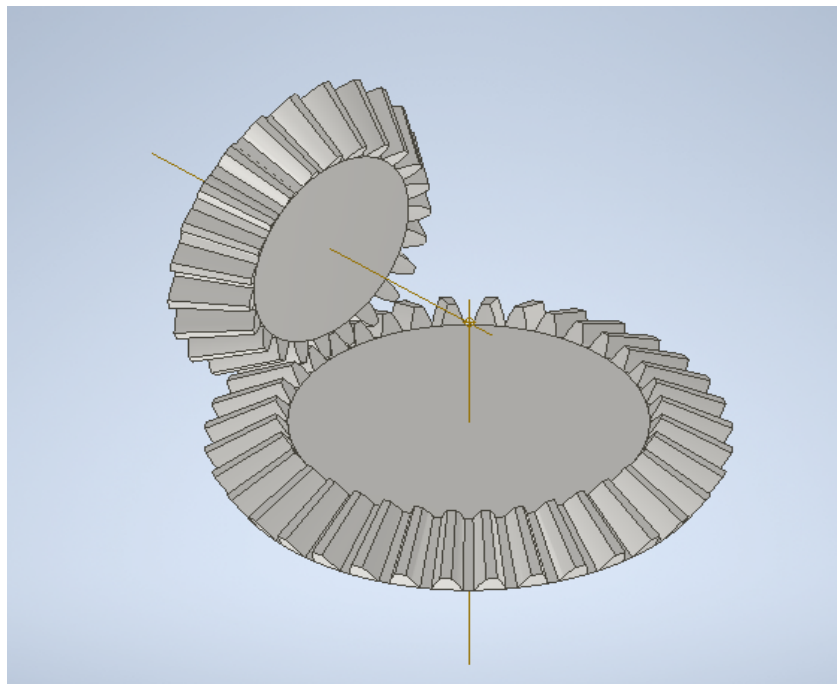
Σχήμα 4.1: Χαρακτηριστικά για την κατασκευή του πρώτου ζεύγους κωνικών τροχών

Και έτσι κατασκευάζουμε το πρώτο ζεύγος οδοντωτών τροχών:

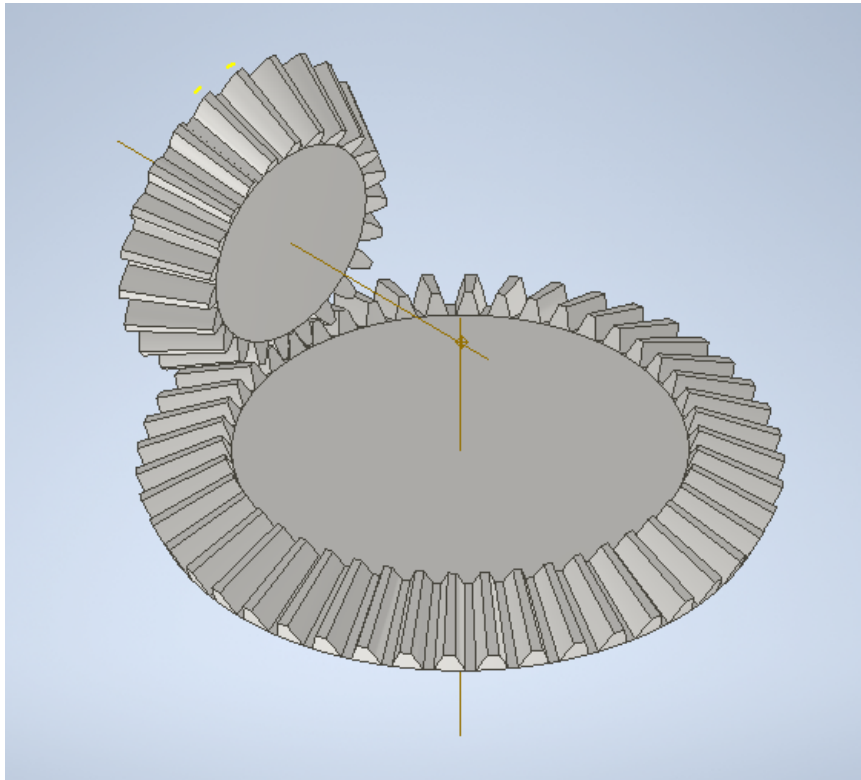


Σχήμα 4.2: Πρώτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών

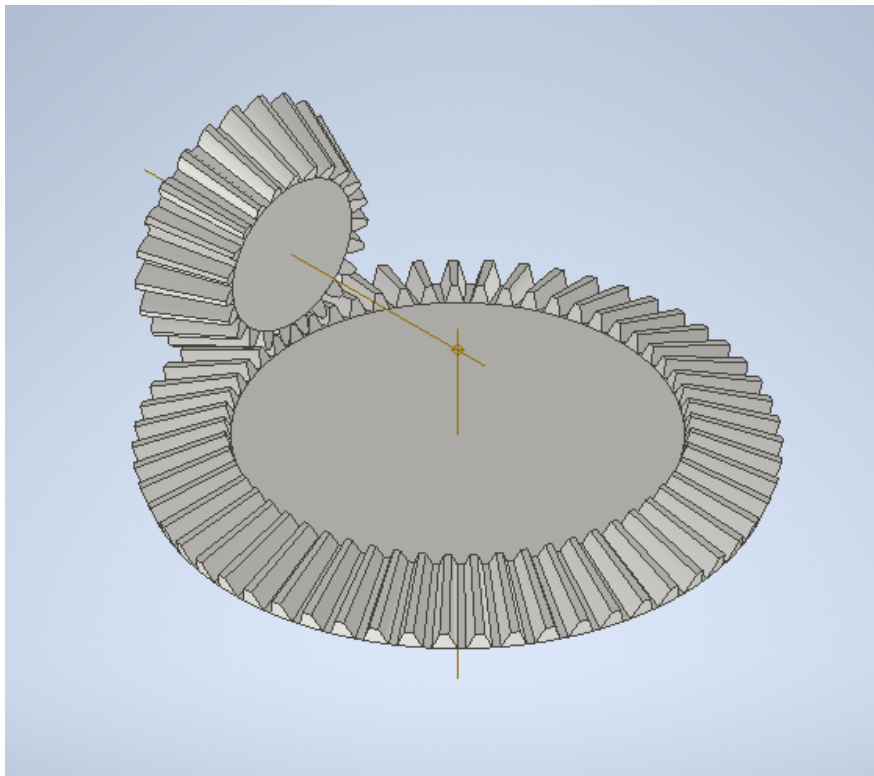
Με παρόμοια διαδικασία κατασκευάζονται και τα υπόλοιπα τέσσερα ζεύγη οδοντωτών τροχών και παρατίθενται παρακάτω:



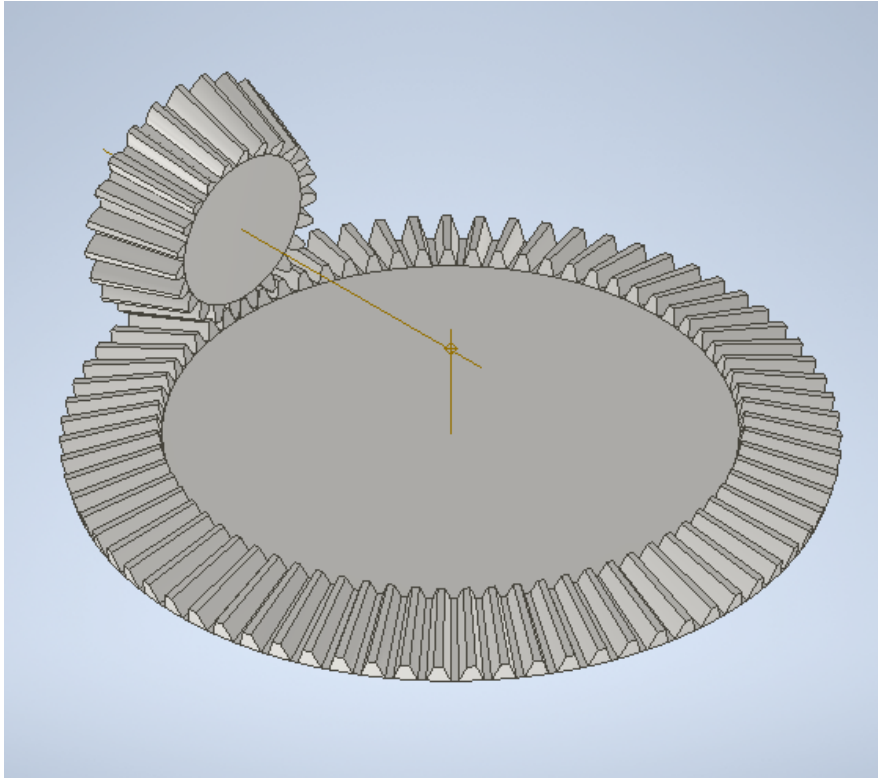
Σχήμα 4.3: Δεύτερο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών



Σχήμα 4.4: Τρίτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών

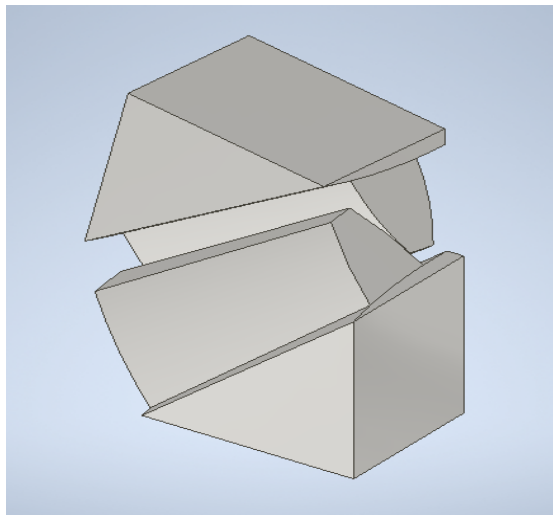


Σχήμα 4.5: Τέταρτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών



Σχήμα 4.6: Πέμπτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών

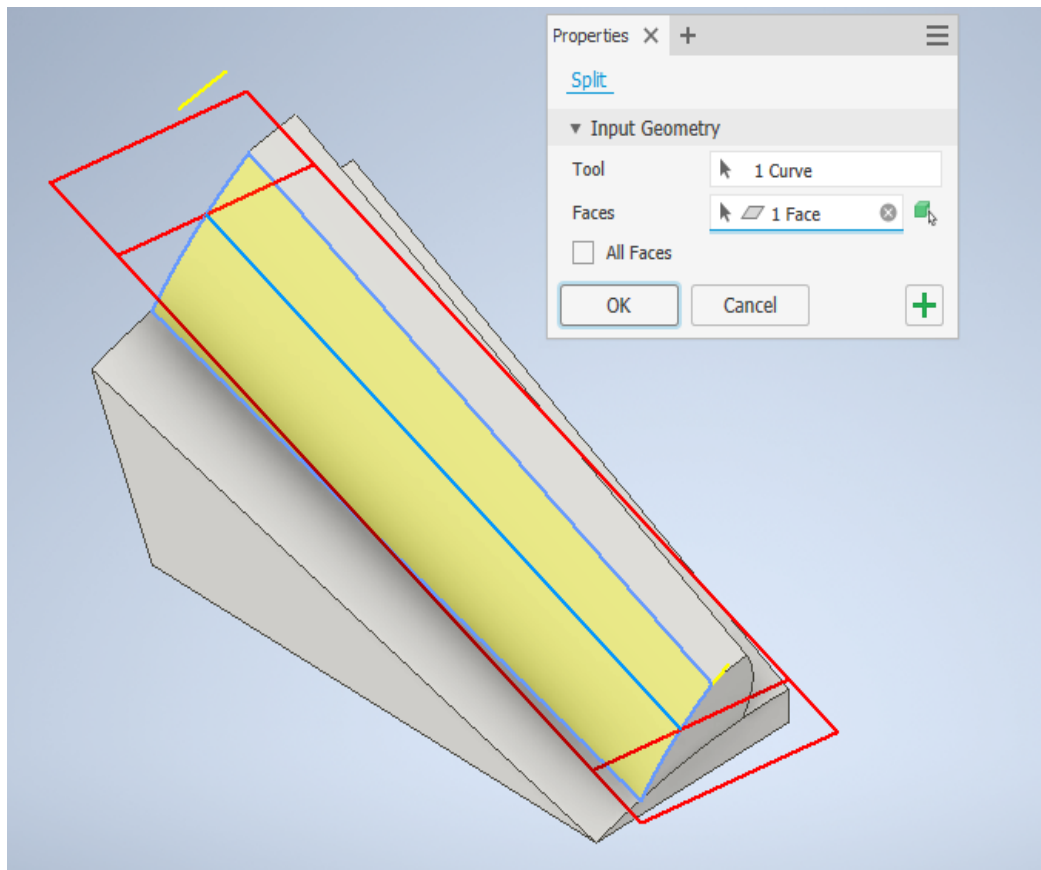
□ Στη συνέχεια θα προχωρήσουμε στην αποκοπή ενός οδόντα από κάθε τροχό, ώστε να μπορέσει να γίνει η ανάλυση (όπως αναλύθηκε στο Κεφάλαιο 3). Στο Σχήμα 4.7 διακρίνουμε τους αποκομμένους οδόντες από το πρώτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών. Παρόμοια θα γίνει η διαδικασία και στα υπόλοιπα ζεύγη.



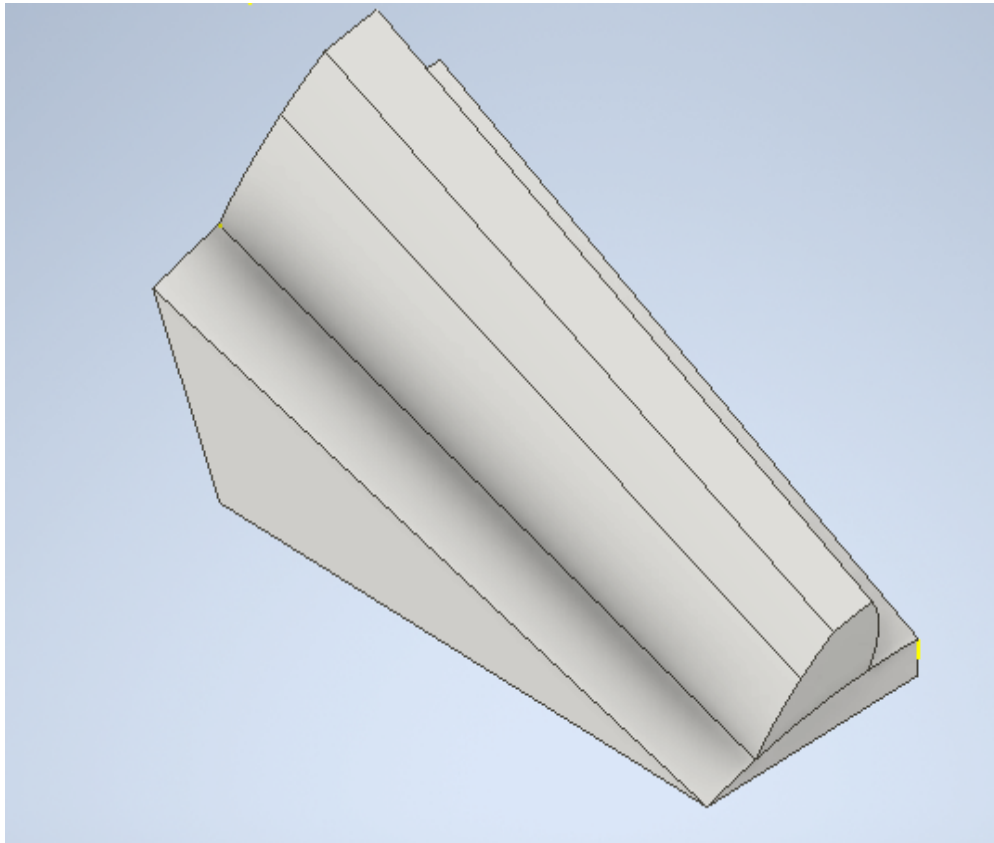
Σχήμα 4.7: Αποκομμένοι συνεργαζόμενοι οδόντες του πρώτου ζεύγους

□ Για να προχωρήσουμε στην ανάλυση στο περιβάλλον του **Inventor Nastran** θα πρέπει να διαχωριστεί η πλευρά του οδοντωτού τροχού στο σημείο που θα ασκηθεί η μέγιστη δύναμη, σύμφωνα με την απόσταση που υπολογίσαμε (Κεφάλαιο 3). Αυτό θα γίνει με την εντολή **Split**

στο περιβάλλον του Autodesk Inventor. Στο Σχήμα 4.8 φαίνεται η διαδικασία του πινιόν του πρώτου ζεύγους οδοντωτών τροχών. Παρόμοια είναι η διαδικασία για όλους τους οδοντωτούς τροχούς.



Σχήμα 4.8: Εφαρμογή Split στον αποκομμένο οδόντα.

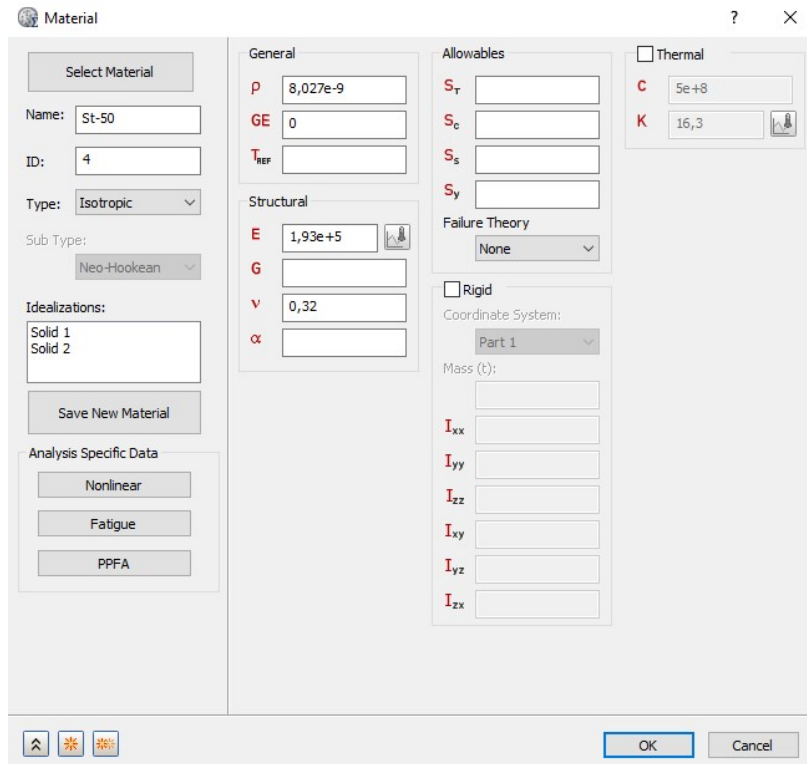


Σχήμα 4.9: Μετά την εφαρμογή της εντολής Split

4.3 Πεπερασμένα στοιχεία στο περιβάλλον του Inventor Nastran

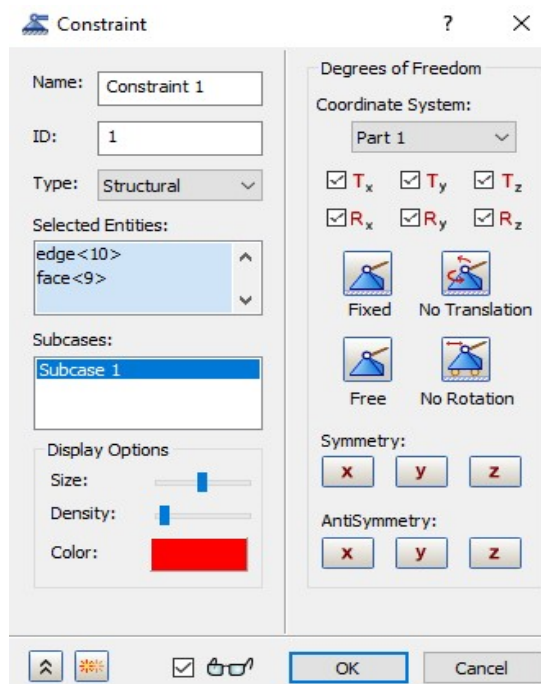
Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθεί το πρόγραμμα Autodesk Inventor Nastran 2024 για τα θεωρητικά αποτελέσματα της ανάλυσης της φόρτισης των οδοντωτών τροχών. Θα περιγραφεί παρακάτω η διαδικασία για το πινιόν του πρώτου ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών και παρόμοια είναι η διαδικασία για όλους τους τροχούς.

- Αρχικά θα εισάγουμε τον αποκομμένο οδόντα στο περιβάλλον του Inventor Nastran από την εντολή **Environments** που υπάρχει στην γραμμή εντολών του Autodesk Inventor.
- Έπειτα, θα επιλέξουμε το υλικό που θα έχει ο οδόντας με τον οποίο θα δουλέψουμε με την εντολή **Materials**. Στην προκειμένη περίπτωση έχουμε χάλυβα κατασκευών (St-50).



Σχήμα 4.10: Επιλογή υλικού στο περιβάλλον του Nastran

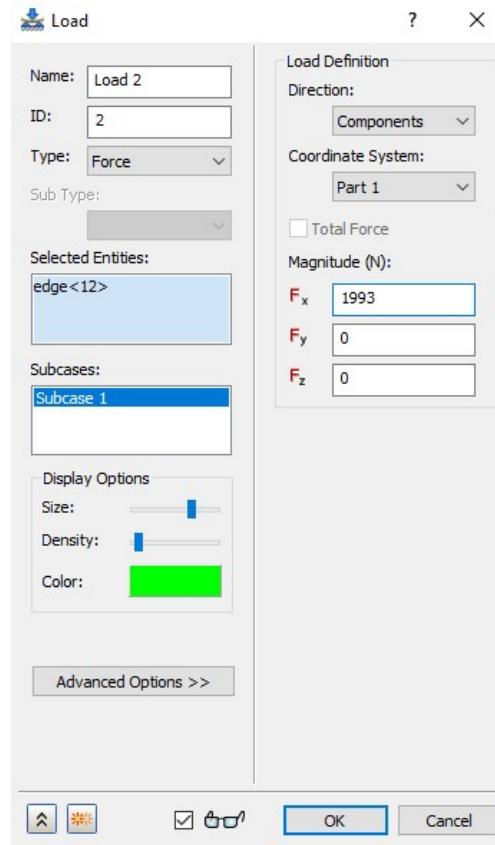
- Με την εντολή **Constrains** θα πακτώσουμε την βάση του οδόντα, δηλαδή δεσμεύονται και οι έξι βαθμοί ελευθερίας (fixed).



Σχήμα 4.11: Εφαρμογή των πακτώσεων

- Από την εντολή **Loads** θα επιλέξουμε την γραμμή στην επιφάνεια του οδόντα, όπου θα ασκηθεί η μέγιστη δύναμη και εισάγουμε το μέγεθος της δύναμης που θα ασκηθεί. Η ολική δύναμη F_{n1} ασκείται στον x άξονα και αποτελείται από την ακτινική F_{r1} και την περιφερειακή

δύναμη F_t . Η F_{r1} αποτελείται από την ακτινική F_{r1} και την αξονική F_{a1} . Εφόσον ισχύει η σχέση (2.52) η συνισταμένη δύναμη που θα ασκείται στον έναν τροχό θα είναι ίση με την δύναμη που θα ασκείται στον συνεργαζόμενο του. Στην περίπτωση του πινιόν του πρώτου ζεύγους κωνικών οδοντωτών τροχών είναι $F_{n1} = F_{n2} = F_n = 1993\text{N}$.



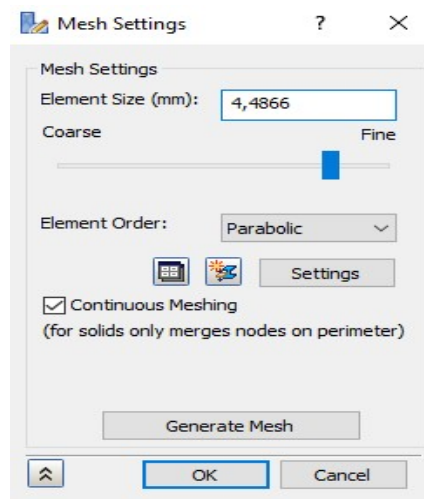
Σχήμα 4.12: Εφαρμογή των δυνάμεων

Παρακάτω θα υπολογιστούν και θα συμπεριληφθούν στον Πίνακα 4.1 όλες οι συνολικές δυνάμεις F_n που ασκούνται στους τροχούς των πέντε ζευγών κωνικών οδοντωτών τροχών:

Ζεύγη	Τροχός 1	Τροχός 2	Περιφερειακή δύναμη Ft (N)	Ακτινική δύναμη Fr ₁ ' (N)	Ολική δύναμη Fn (N)
1	23	29	1873	682	1993
2	23	36	2503	911	2664
3	23	46	3192	1162	3397
4	23	57	4368	1590	4649
5	23	73	5568	2027	5925

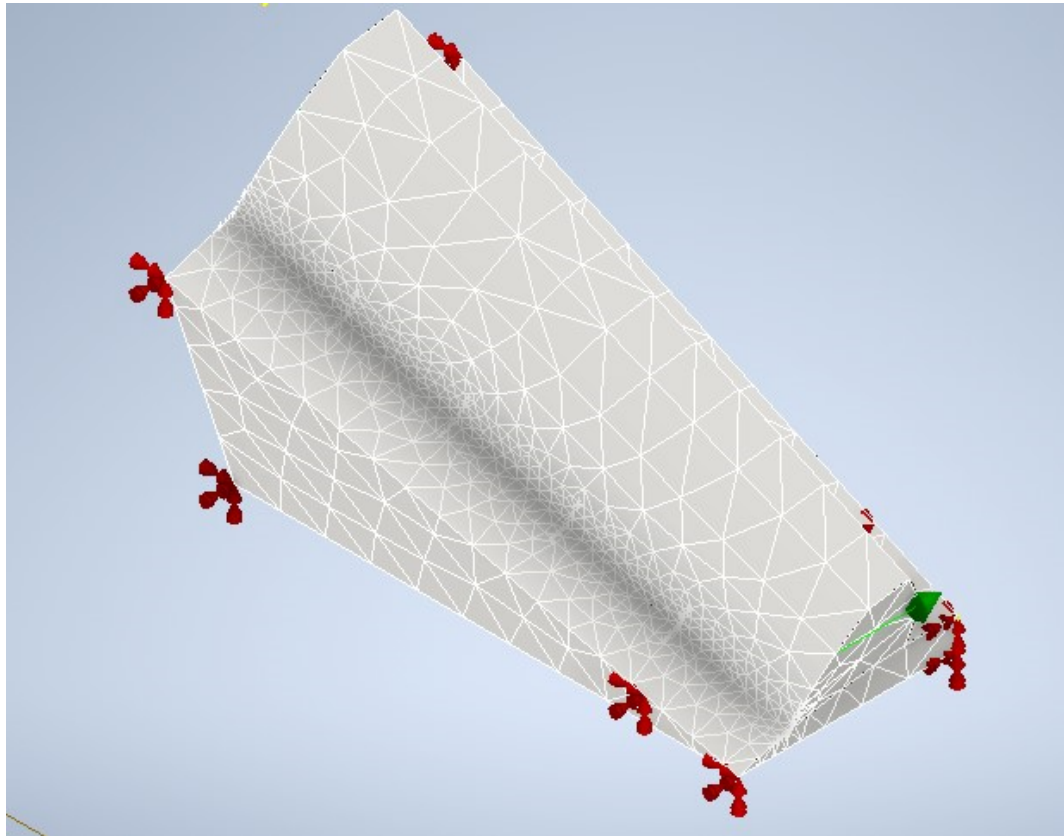
Πίνακας 4.1: Υπολογισμός των συνολικών δυνάμεων που ασκούνται στους τροχούς

□ Προχωράμε στην δημιουργία πλέγματος από την εντολή **Mesh settings** με μέγεθος των στοιχείων περίπου στο 4. Για πιο ακριβή αποτελέσματα πυκνώνουμε το πλέγμα στον πόδα του οδόντα.



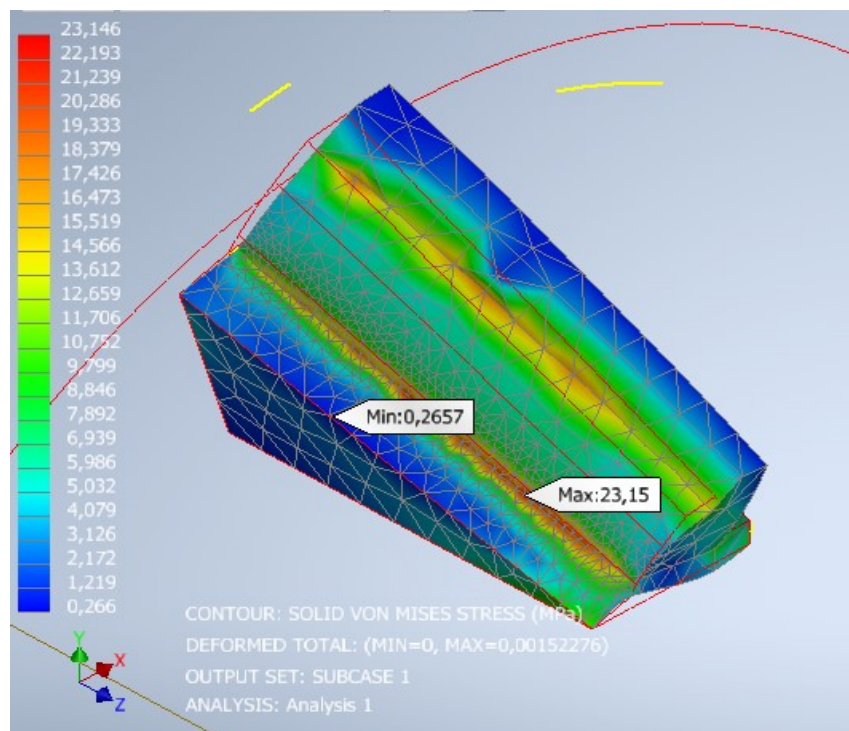
Σχήμα 4.13: Δημιουργία πλέγματος

□ Πατώντας το **Generate Mesh** δημιουργείται το πλέγμα αυτόματα και όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.14 ο οδόντας παίρνει την τελική μορφή πριν γίνει η ανάλυση. Κοντά στην ρίζα του δοντιού εφαρμόζεται λεπτότερο πλέγμα.

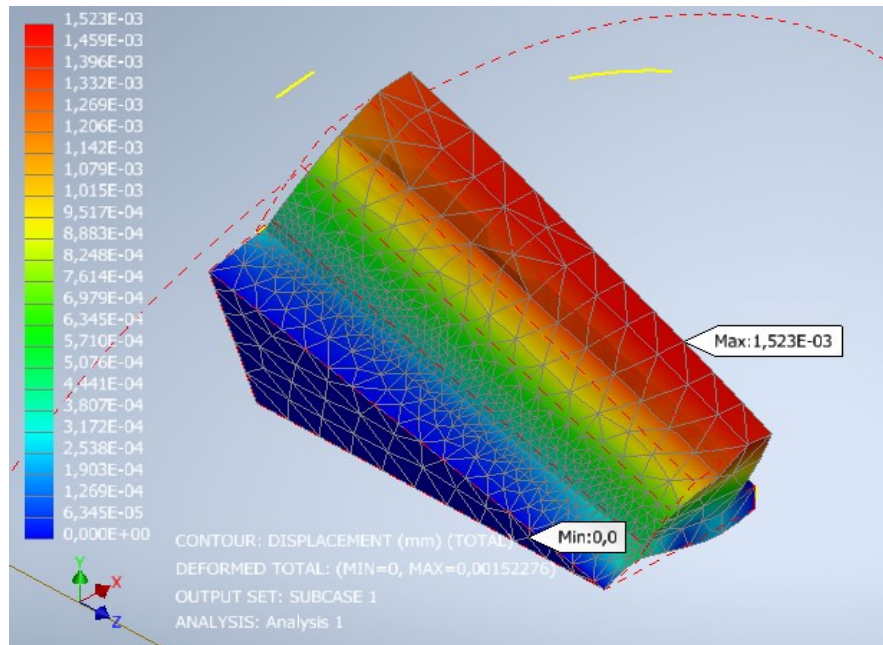


Σχήμα 4.14: Τελική μορφή του οδόντα πριν την ανάλυση

□ Τέλος, με την εντολή **Run** τρέχει ο αλγόριθμος του προγράμματος και προκύπτουν τα αποτελέσματα των τάσεων και παραμορφώσεων που φαίνονται στο Σχήμα 4.15 για το πινιόν του πρώτου ζεύγους οδοντωτών τροχών.

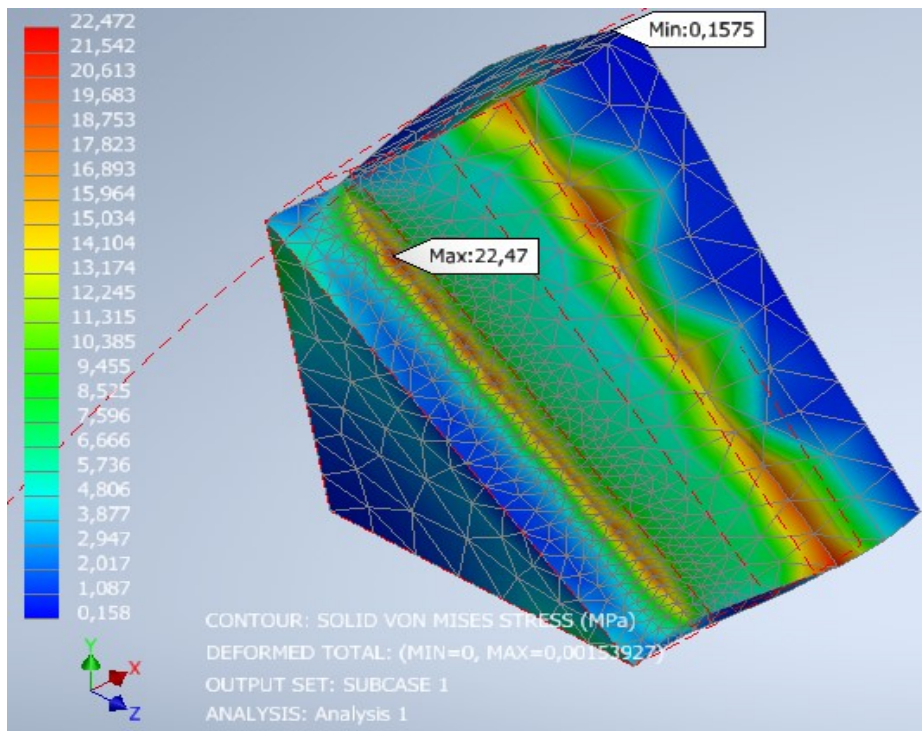


Σχήμα 4.15: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του πρώτου ζεύγους

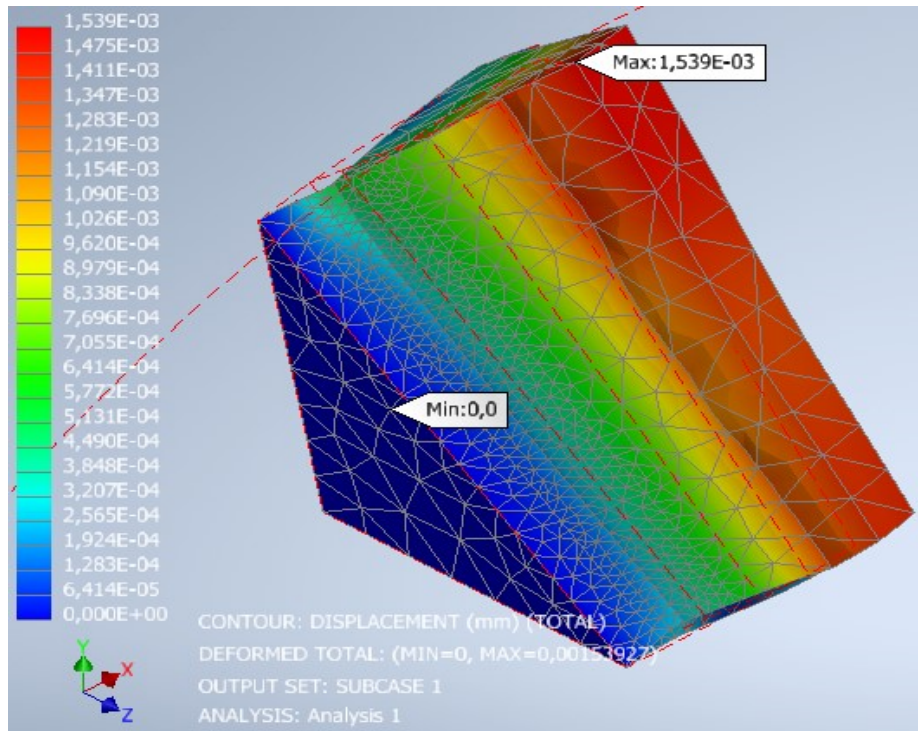


Σχήμα 4.16: Ολική μετατόπιση του πινιόν του πρώτου ζεύγους

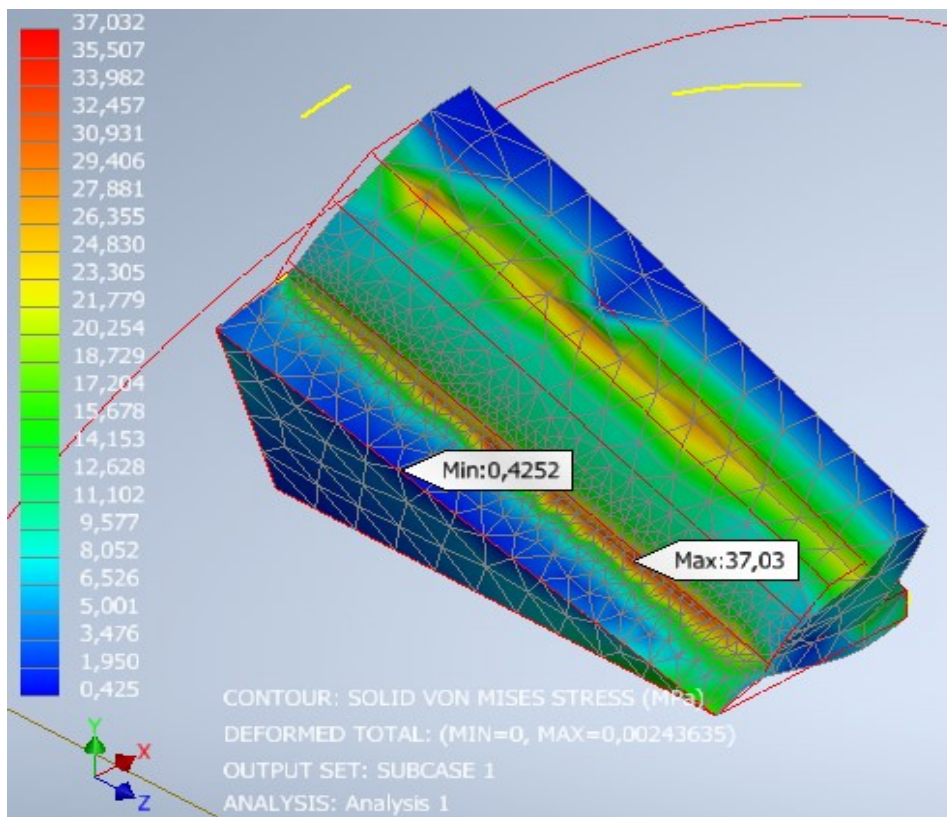
Η διαδικασία εφαρμόζεται για όλους τους τροχούς και έτσι προκύπτει:



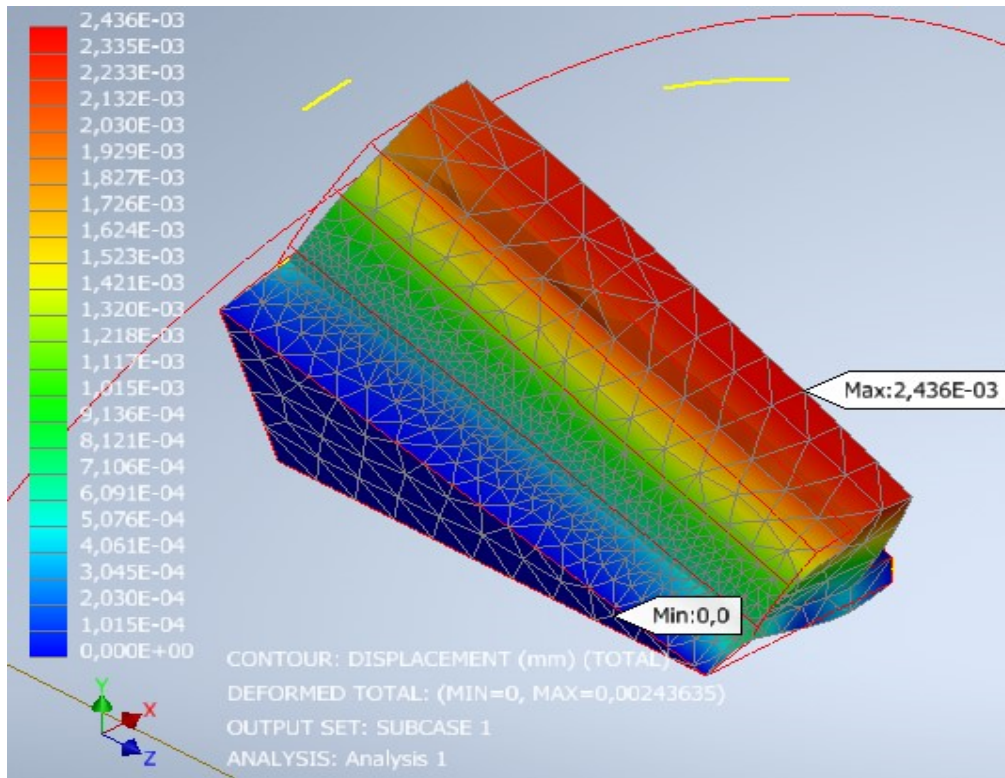
Σχήμα 4.17: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του πρώτου ζεύγους



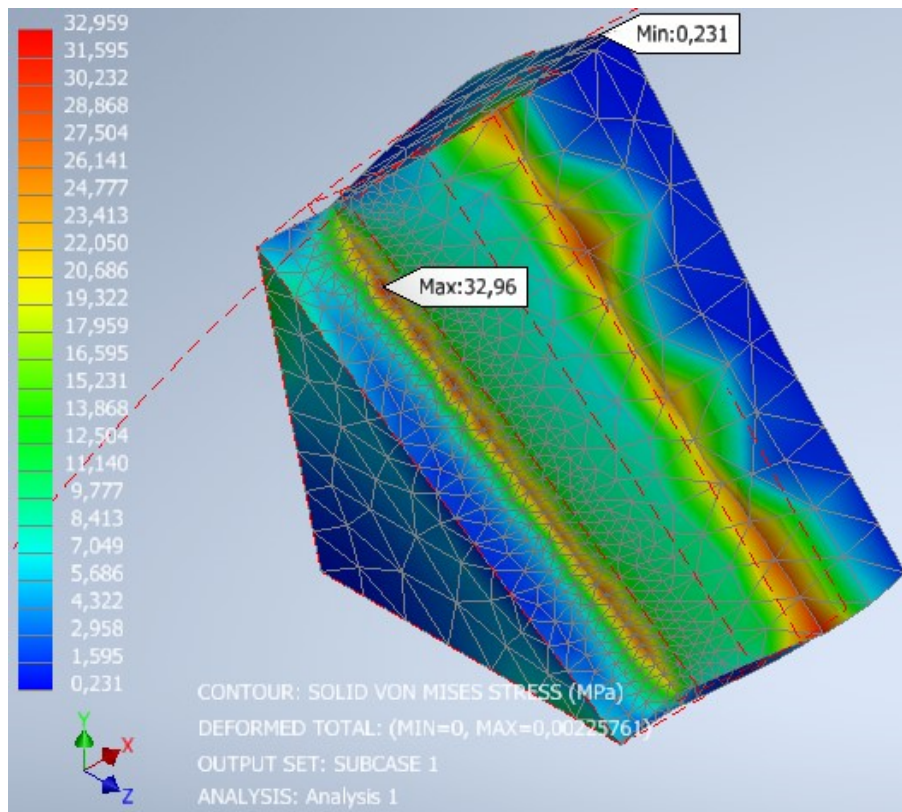
Σχήμα 4.18: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του πρώτου ζεύγους



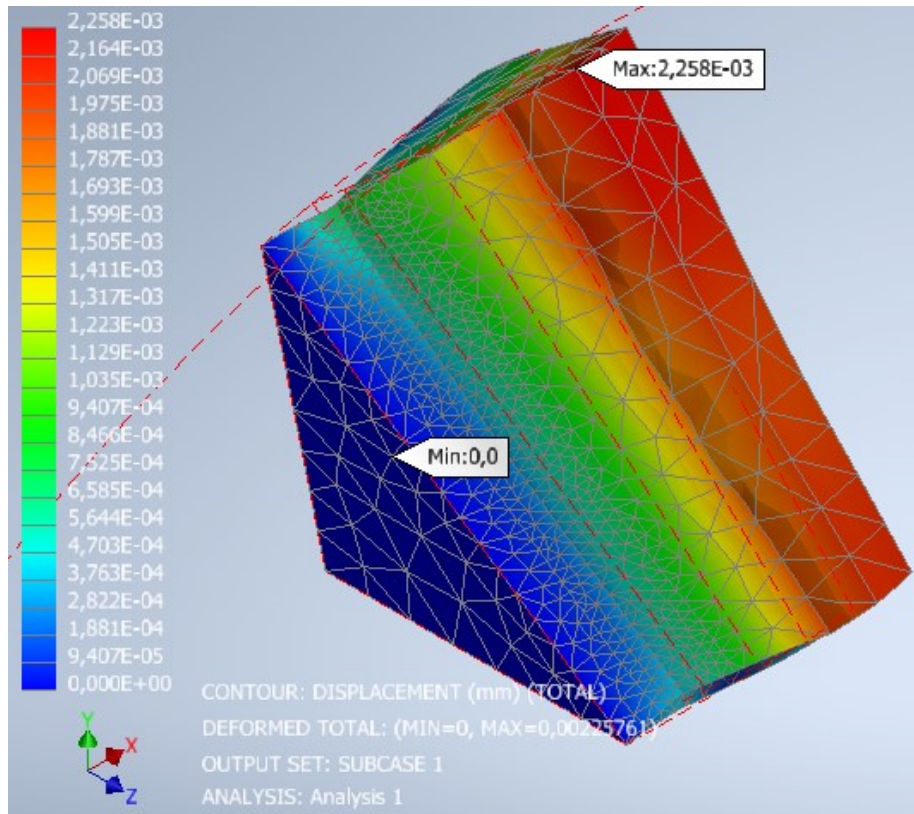
Σχήμα 4.19: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του δεύτερου ζεύγους



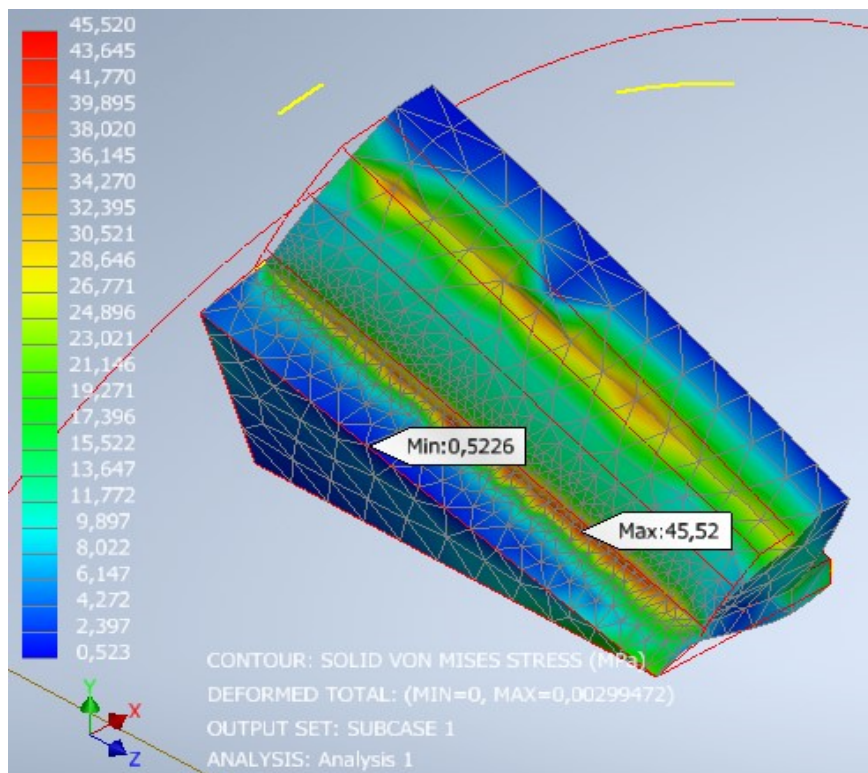
Σχήμα 4.20: Ολική μετατόπιση του πινιόν του δεύτερου ζεύγους



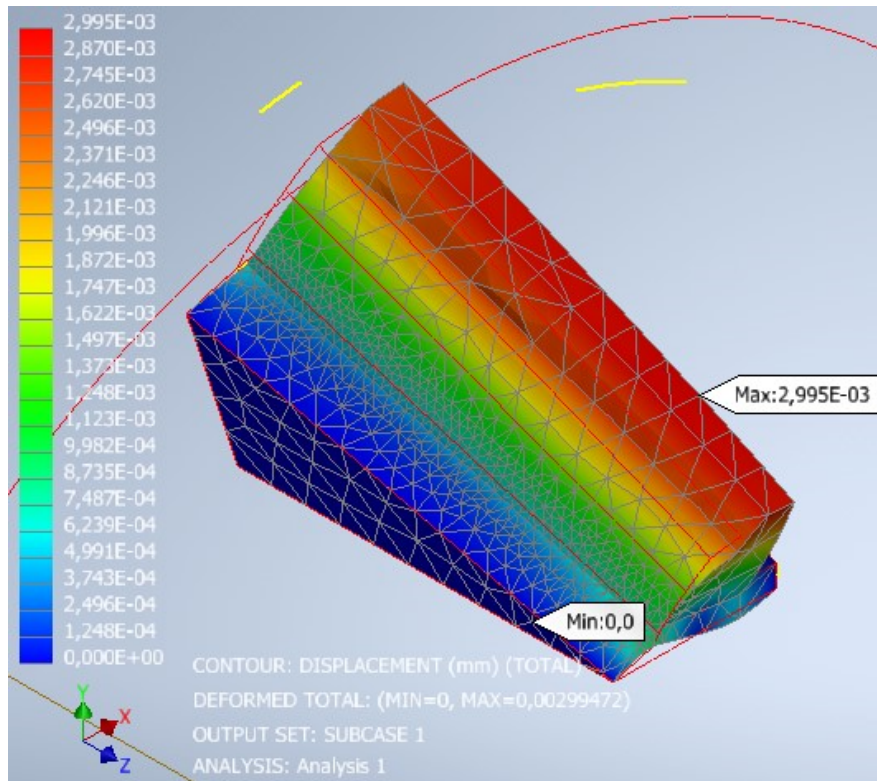
Σχήμα 4.21: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του δεύτερου ζεύγους



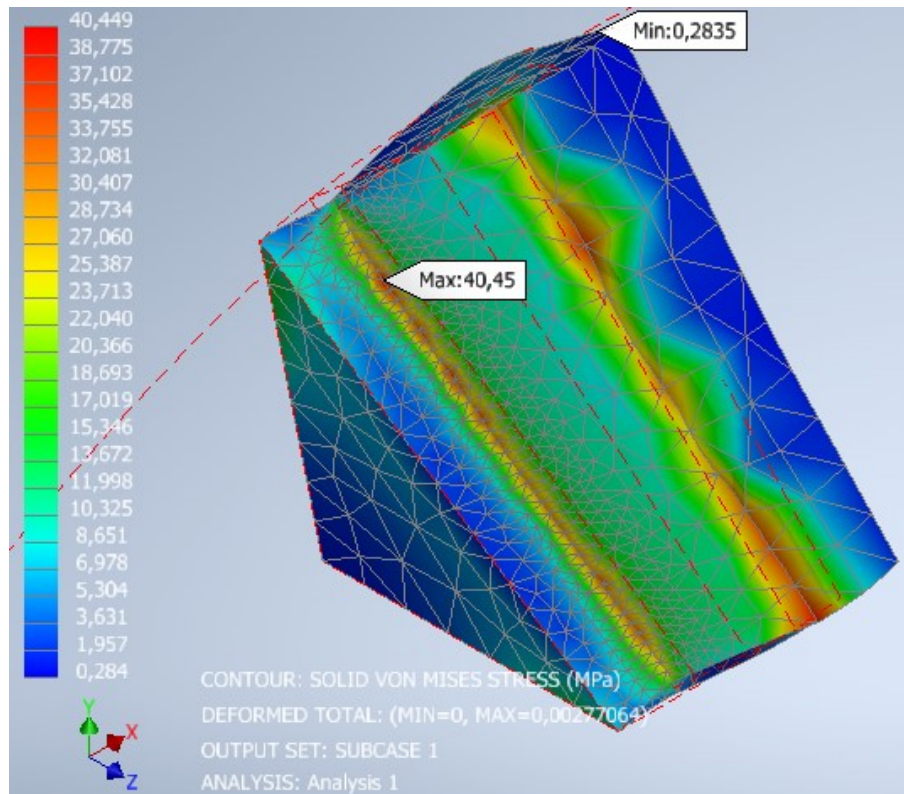
Σχήμα 4.22: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του δεύτερου ζεύγους



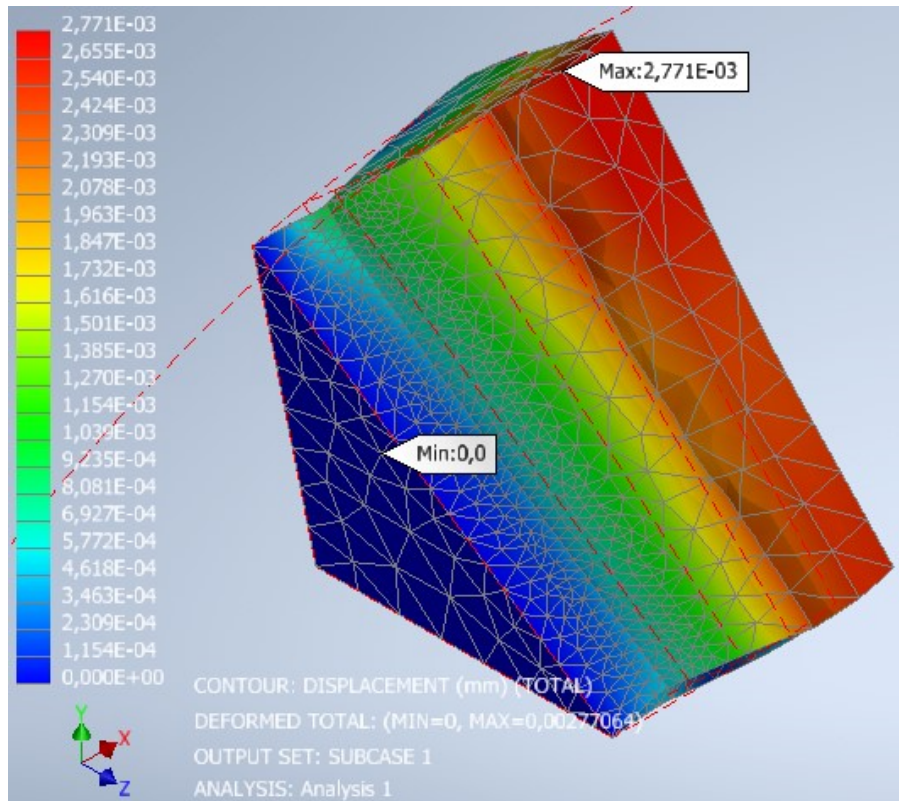
Σχήμα 4.23: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του τρίτου ζεύγους



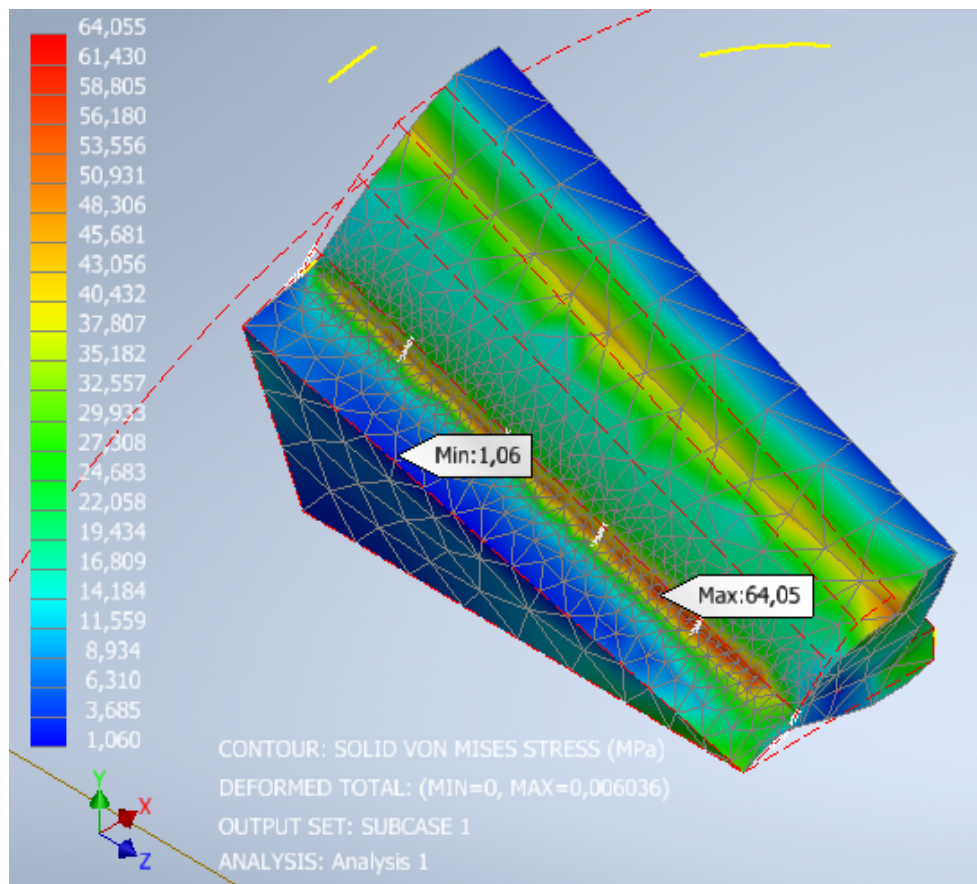
Σχήμα 4.24: Ολική μετατόπιση του πινιόν του τρίτου ζεύγους



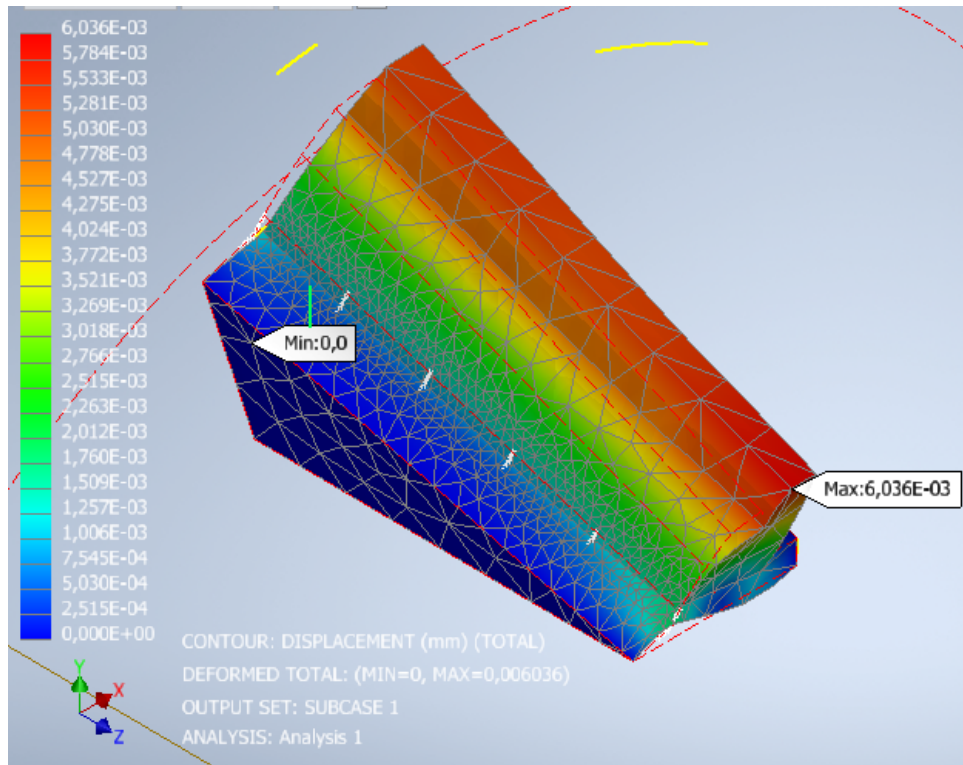
Σχήμα 4.25: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του τρίτου ζεύγους



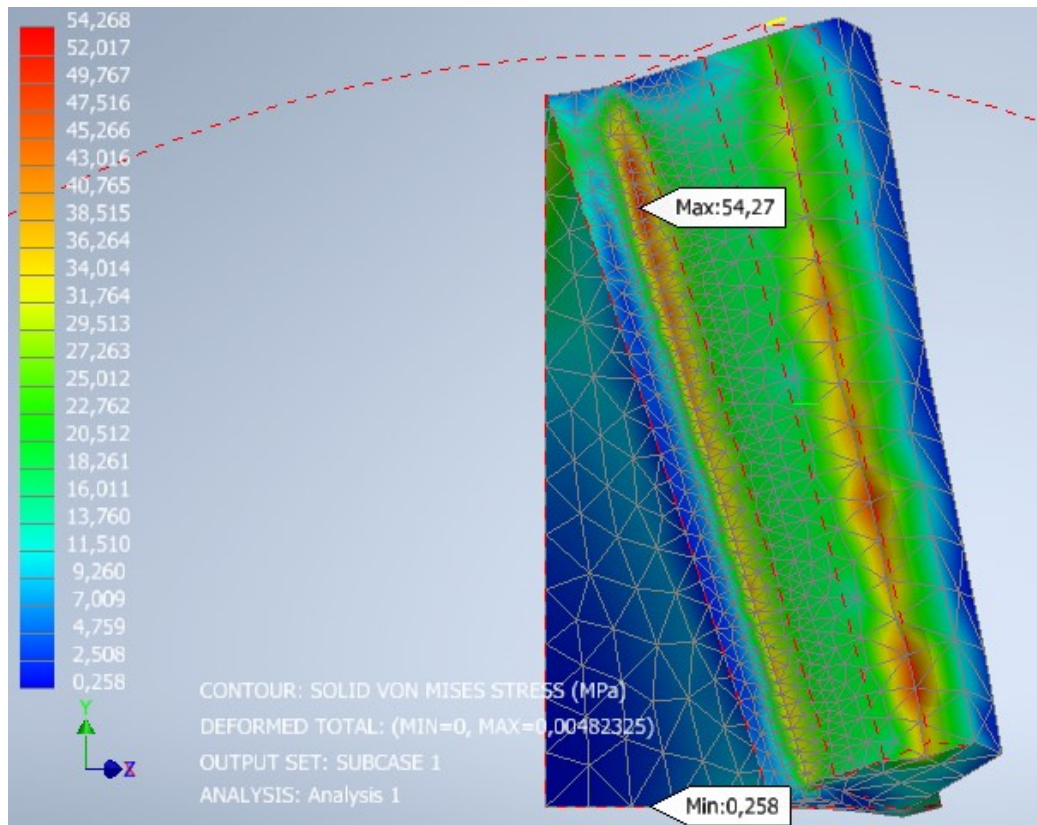
Σχήμα 4.26: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του τρίτου ζεύγους



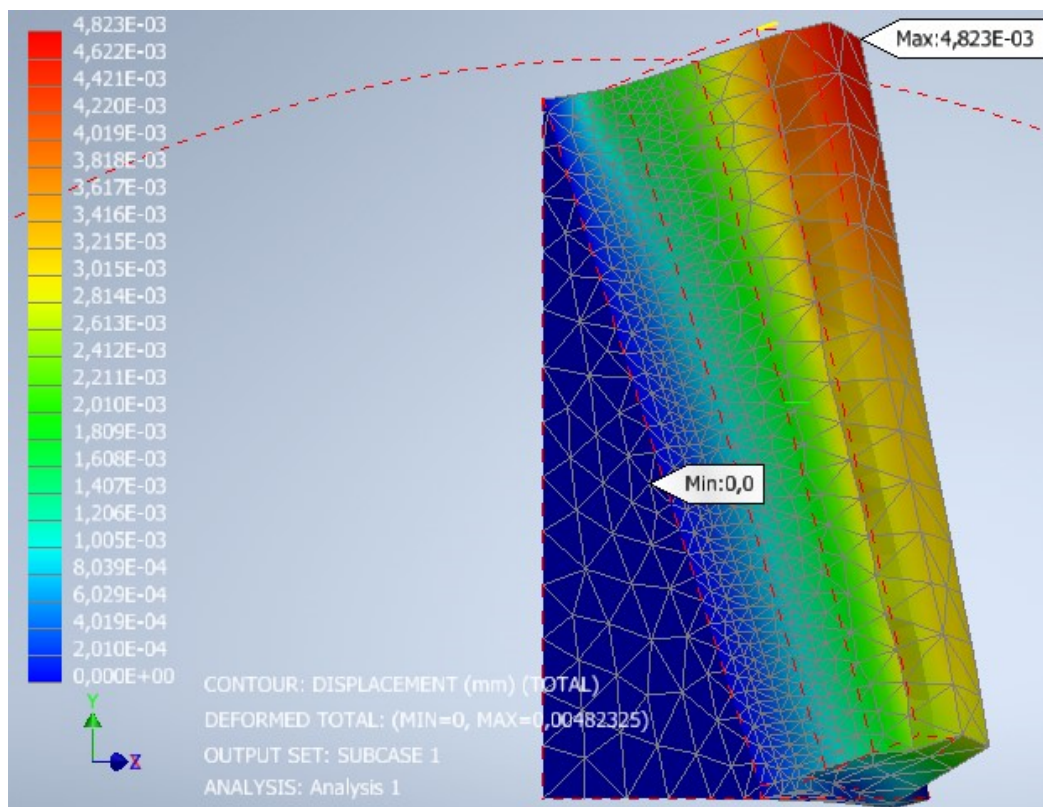
Σχήμα 4.27: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του τέταρτου ζεύγους



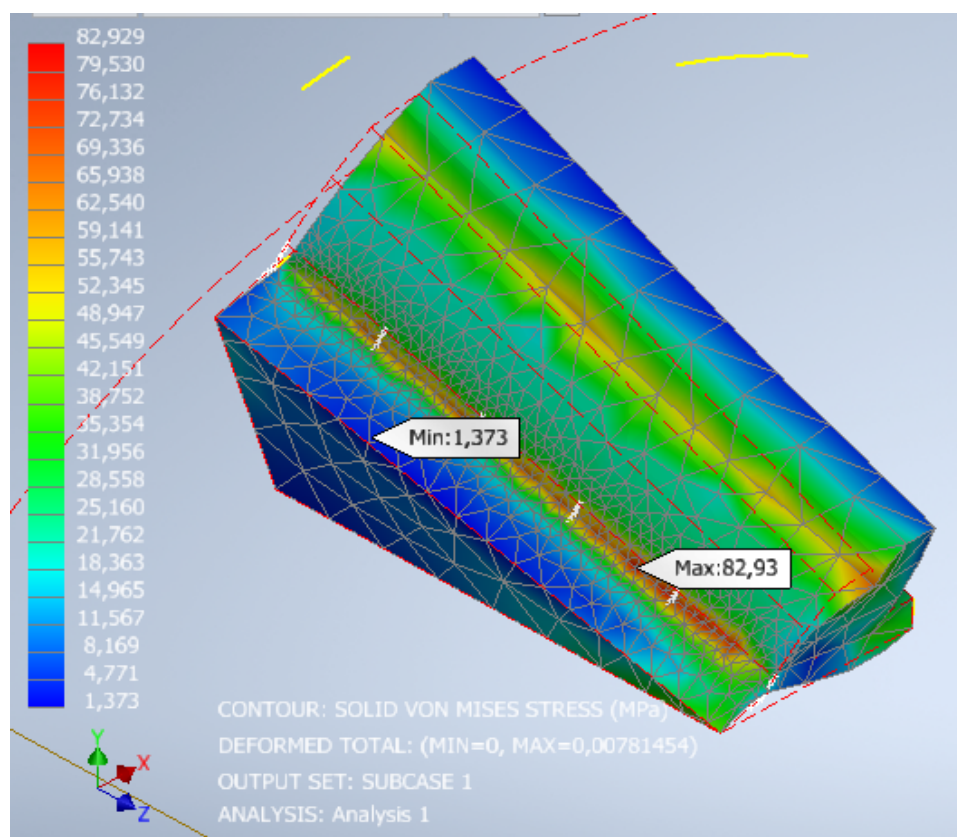
Σχήμα 4.28: Ολική μετατόπιση του πινιόν του τέταρτου ζεύγους



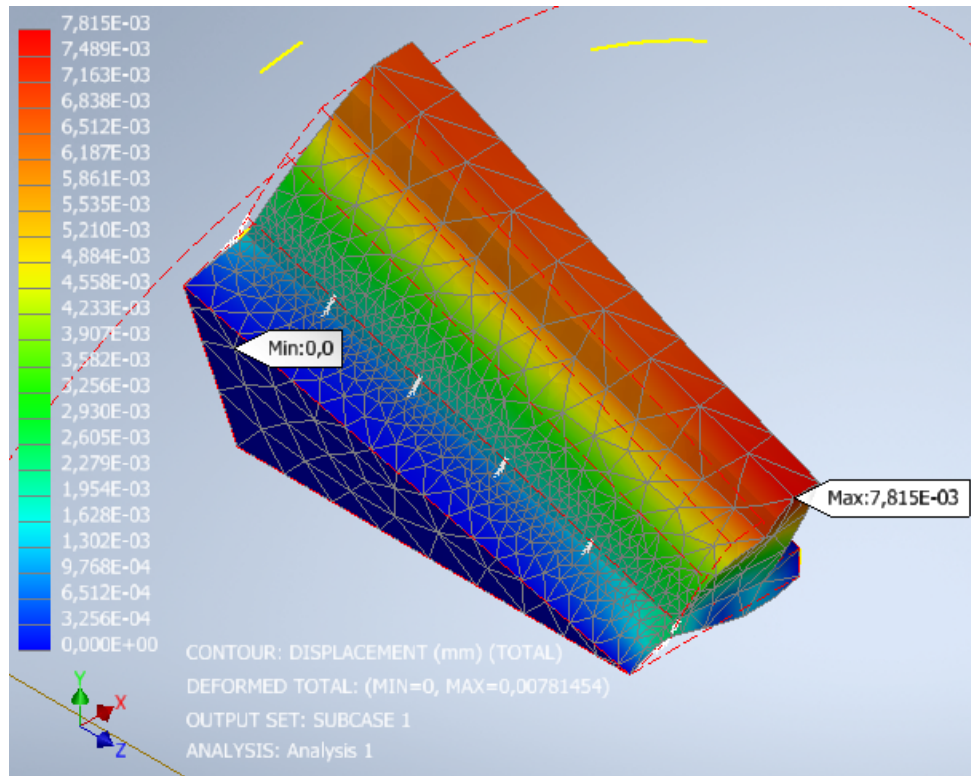
Σχήμα 4.29: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του τέταρτου ζεύγους



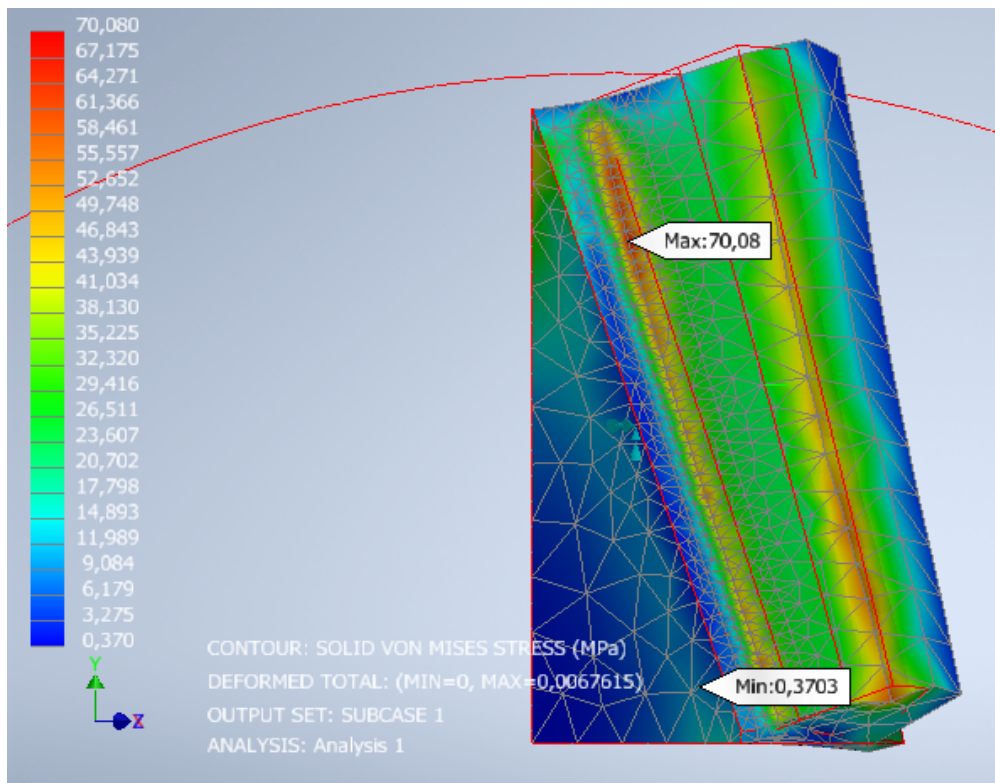
Σχήμα 4.30: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του τέταρτου ζεύγους



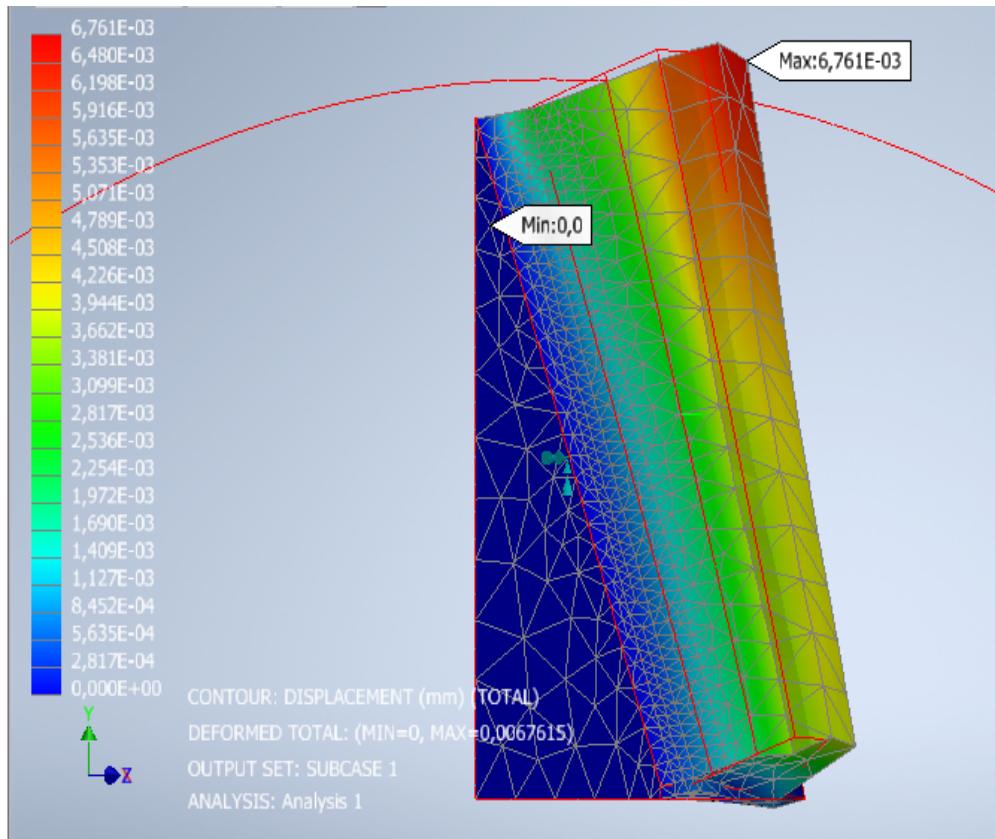
Σχήμα 4.31: Τάση κατά Von Mises του πινιόν του πέμπτου ζεύγους



Σχήμα 4.32: Ολική μετατόπιση του πινιόν του πέμπτου ζεύγους



Σχήμα 4.33: Τάση κατά Von Mises του συνεργαζόμενου του πέμπτου ζεύγους



Σχήμα 4.34: Ολική μετατόπιση του συνεργαζόμενου του πέμπτου ζεύγους

Συνοψίζοντας λοιπόν, στον Πίνακα 4.2 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μέγιστων τάσεων όλων των τροχών των πέντε ζευγών κωνικών οδοντωτών τροχών που προέκυψαν από τους υπολογισμούς του δεύτερου Κεφαλαίου και από την ανάλυση στο περιβάλλον του Nastran.

Ζεύγη	Αριθμός Οδόντων Των Τροχών	Μέγιστη Επιτρεπόμενη Τάση σ_{FP} (MPa)	Μέγιστη Υπολογιστική Τάση σ_F (MPa)	Μέγιστη Τάση Nastran σ_N (MPa)
1	23	160	22,97	23,15
	29		22,14	22,47
2	23	175	35,19	37,03
	36		31,99	32,96
3	23	255	44,74	45,52

	46		39,05	40,45
4	23	225	62,52	64,05
	57		52,29	54,27
5	23	250	84,56	82,93
	73		69,19	70,08

Πίνακας 4.2: Αποτελέσματα μέγιστων τάσεων

Κεφάλαιο 5: Ανάλυση Αποτελεσμάτων- Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό, το οποίο αποτελεί και το τελευταίο Κεφάλαιο της διπλωματικής αυτής εργασίας θα συγκεντρωθούν όλα τα αποτελέσματα που προέκυψαν από υπολογιστικές μεθόδους και από το πρόγραμμα, θα αναλυθούν και θα συγκριθούν μέσω κατάλληλων διαγραμμάτων, με σκοπό την καταγραφή συγκεκριμένων παρατηρήσεων και συμπερασμάτων.

5.1 Απόκλιση

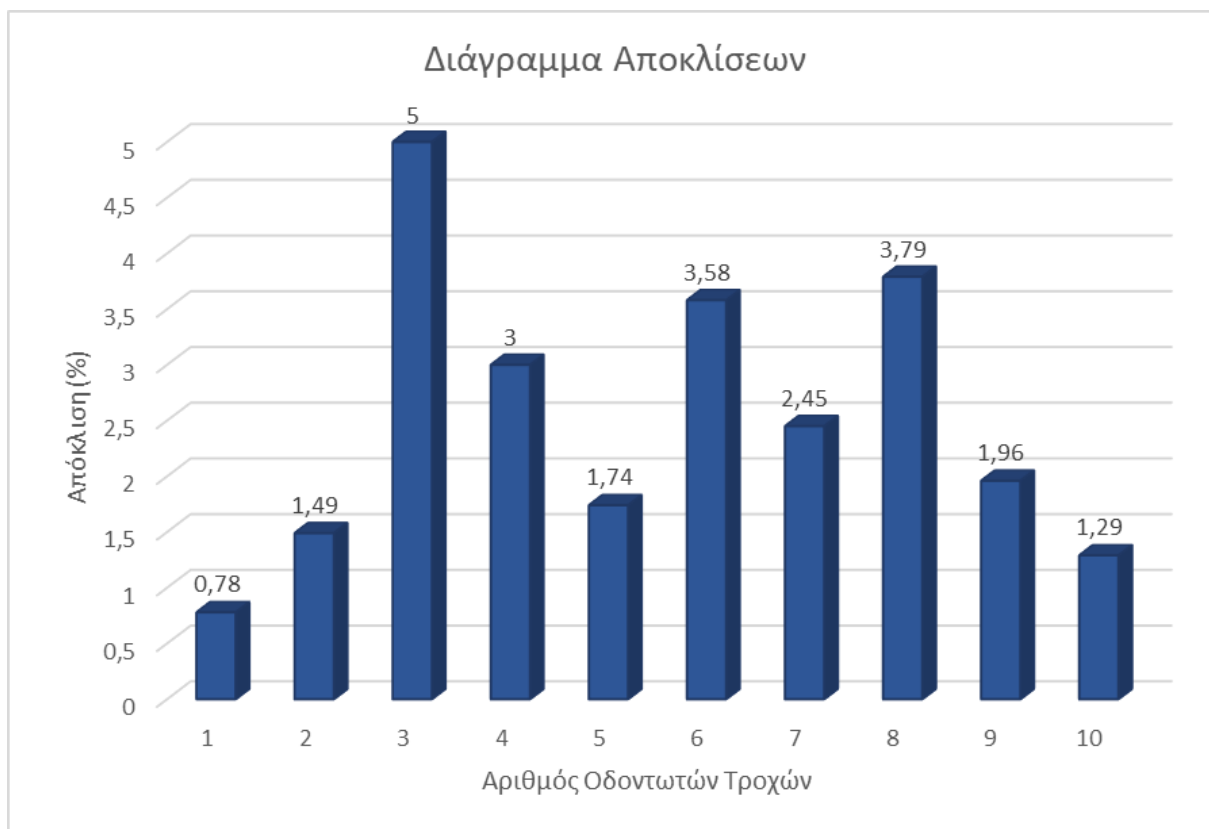
Σε συνέχεια του παραπάνω Πίνακα 4.2 των μέγιστων τάσεων, θα προχωρήσουμε στην σύγκριση της μέγιστης τάσης υπολογισμού σ_F και της μέγιστης τάσης που προέκυψε από το πρόγραμμα σ_N , μέσω του υπολογισμού της αποκλίσεως των δύο τάσεων.

Ζεύγη	Μέγιστη Υπολογιστική Τάση σ_F (MPa)	Μέγιστη Τάση Nastran σ_N (MPa)	Απόκλιση (MPa)	Απόκλιση (%)
1	22,97	23,15	0,18	0,78
	22,14	22,47	0,33	1,49

2	35,19	37,03	1,84	5
	31,99	32,96	0,97	3
3	44,74	45,52	0,78	1,74
	39,05	40,45	1,4	3,58
4	62,52	64,05	1,53	2,45
	52,29	54,27	1,98	3,79
5	84,56	82,93	1,63	1,96
	69,19	70,08	0,89	1,29

Πίνακας 5.1: Υπολογισμός αποκλίσεων

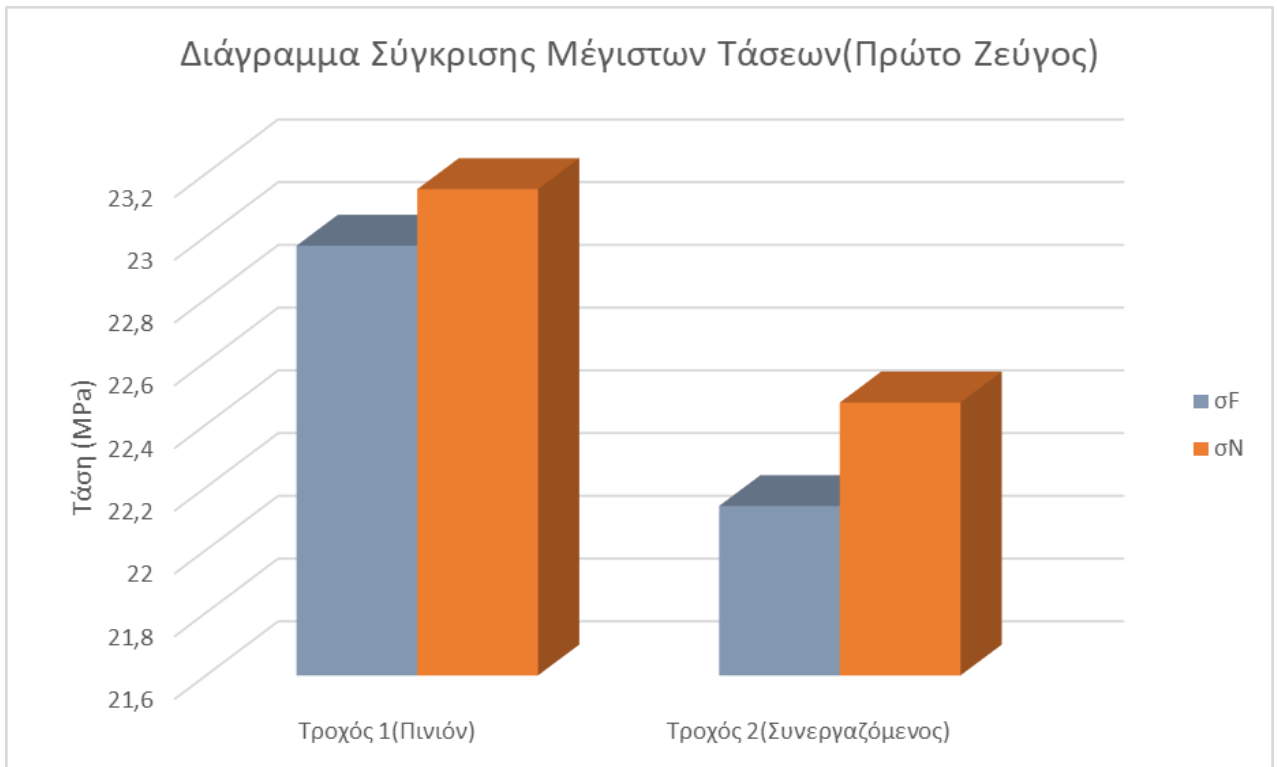
Παρακάτω θα παρουσιαστεί μια γραφική απεικόνιση των τιμών της απόκλισης που υπολογίστηκαν στον Πίνακα 5.1, όπου στον κατακόρυφο άξονα θα παρουσιάζεται το ποσοστό της απόκλισης και στον οριζόντιο οι δέκα οδοντωτοί τροχοί.



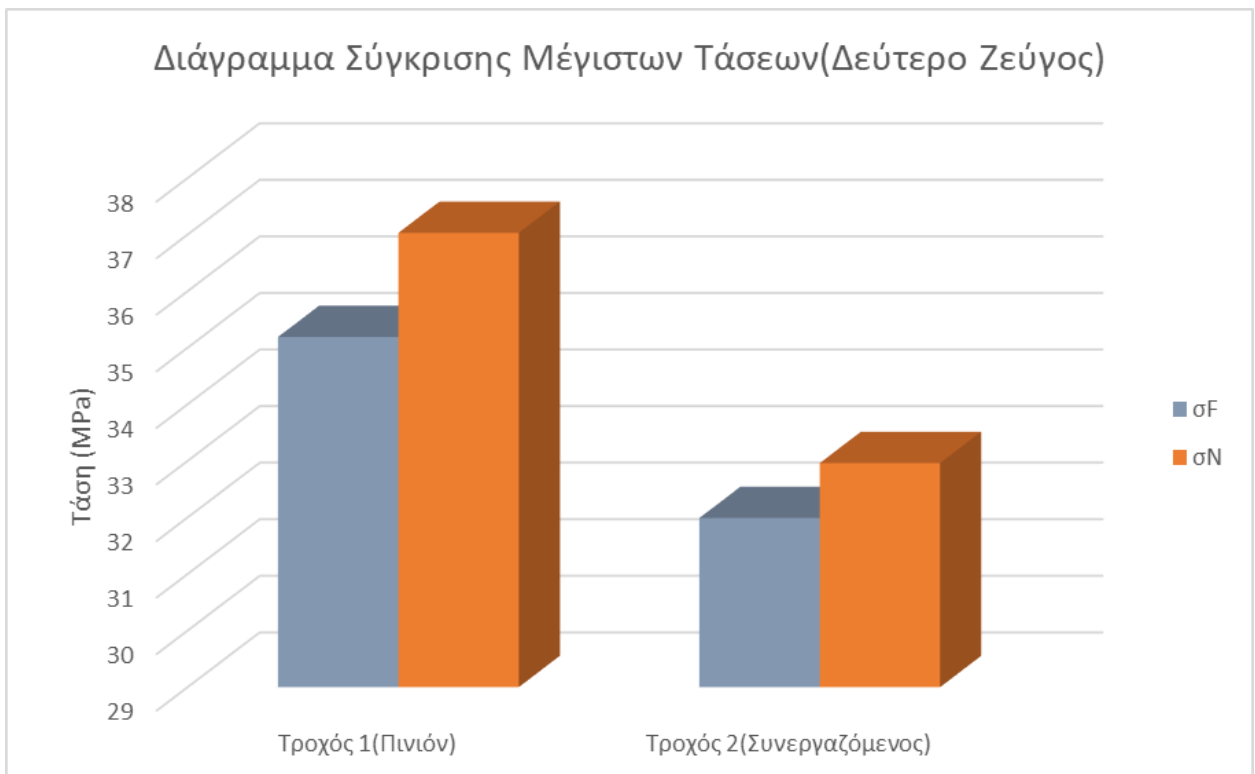
Σχήμα 5.1: Γραφική απεικόνιση των αποκλίσεων

5.2 Συγκριτικά διαγράμματα τάσεων

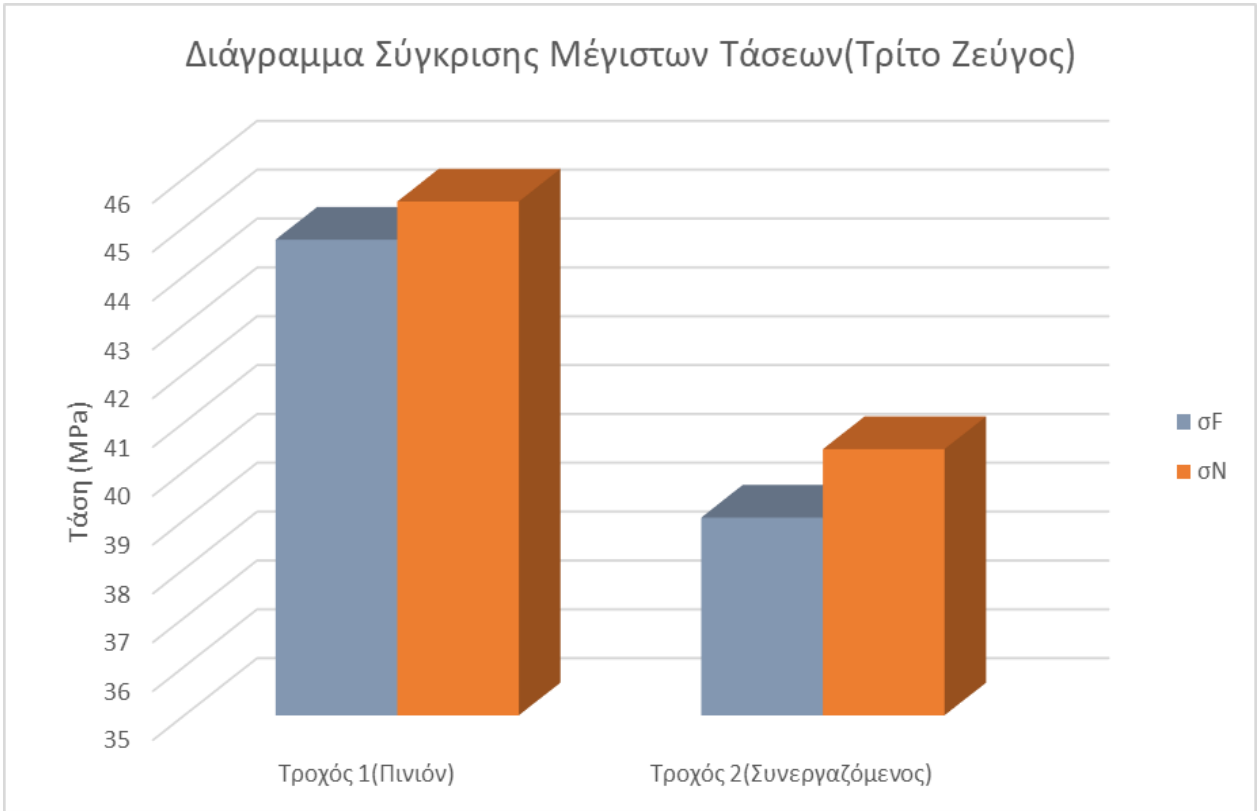
Στην συνέχεια για να μπορέσει να γίνει σύγκριση μεταξύ της μέγιστης τάσης που προέκυψε από τα αριθμητικά αποτελέσματα σ_F και της μέγιστης τάσης που πρόκυψε από το πρόγραμμα σ_N θα δημιουργηθούν διαγράμματα σύγκρισης για το κάθε ζεύγος οδοντωτών τροχών και θα παρουσιαστούν παρακάτω.



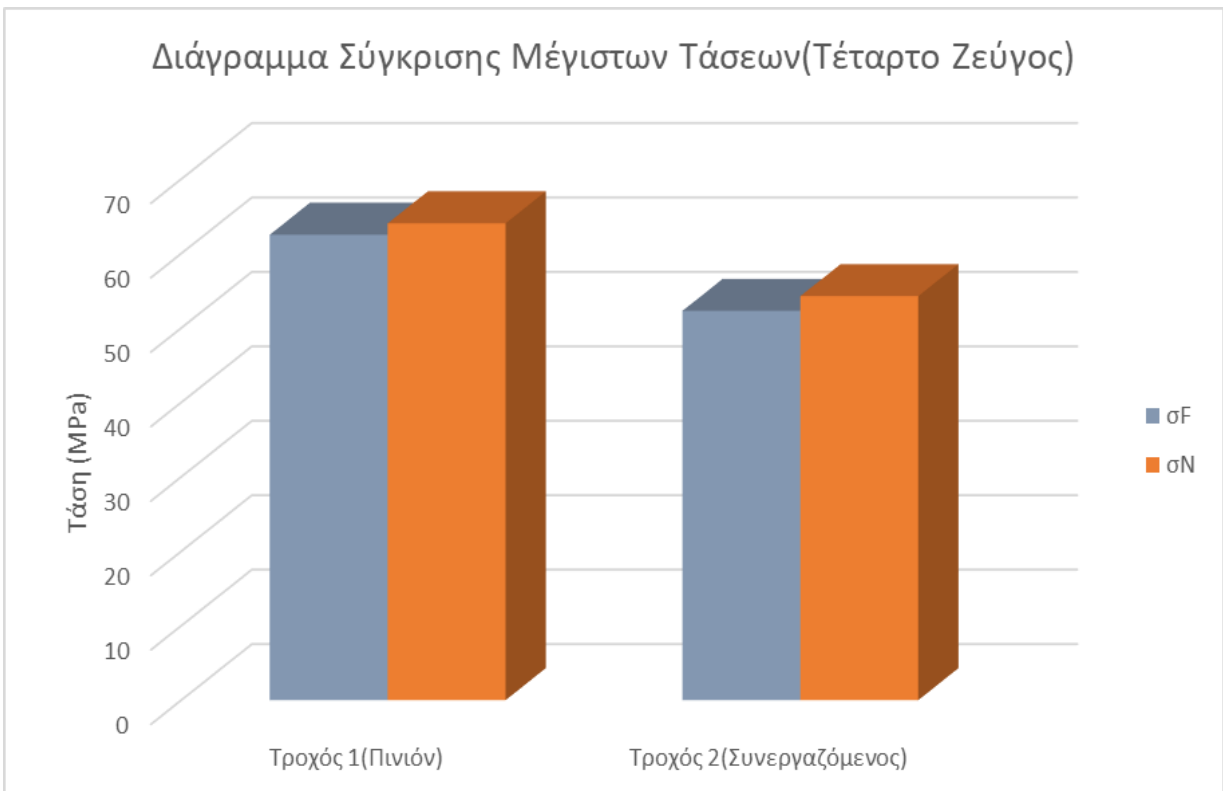
Σχήμα 5.2: Συγκριτικό διάγραμμα πρώτου ζεύγους



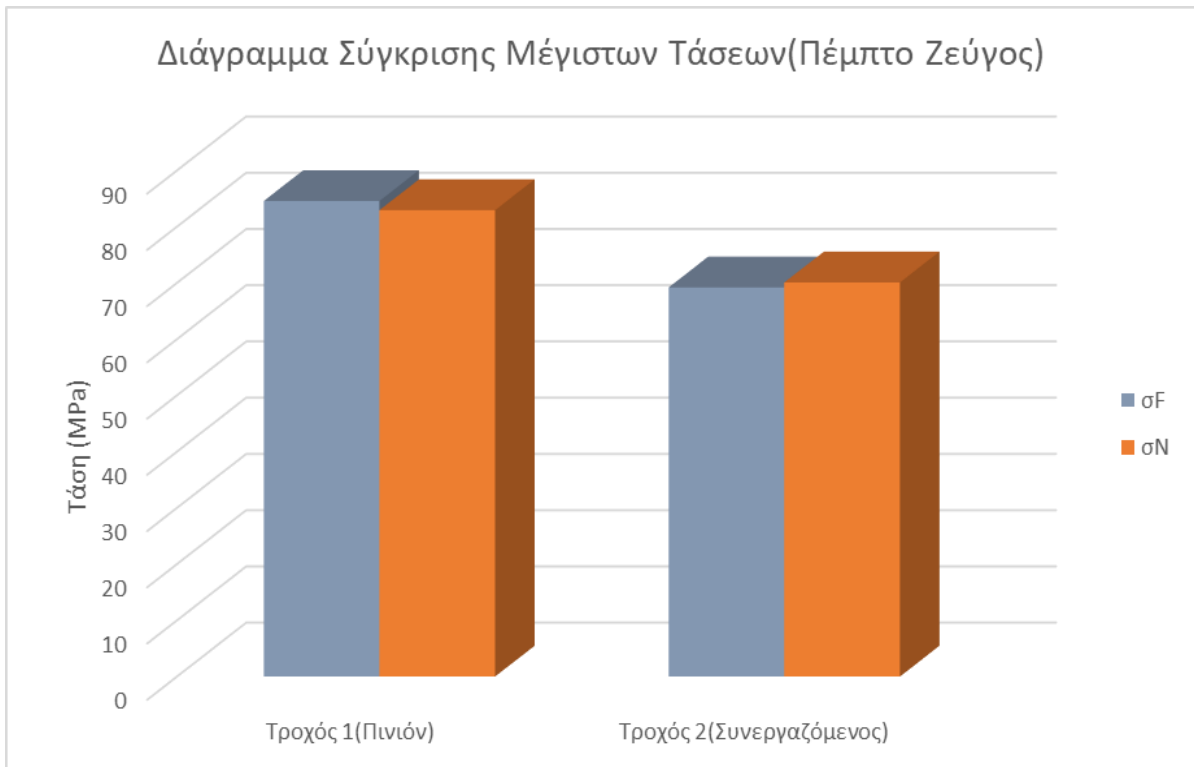
Σχήμα 5.3: Συγκριτικό διάγραμμα δεύτερου ζεύγους



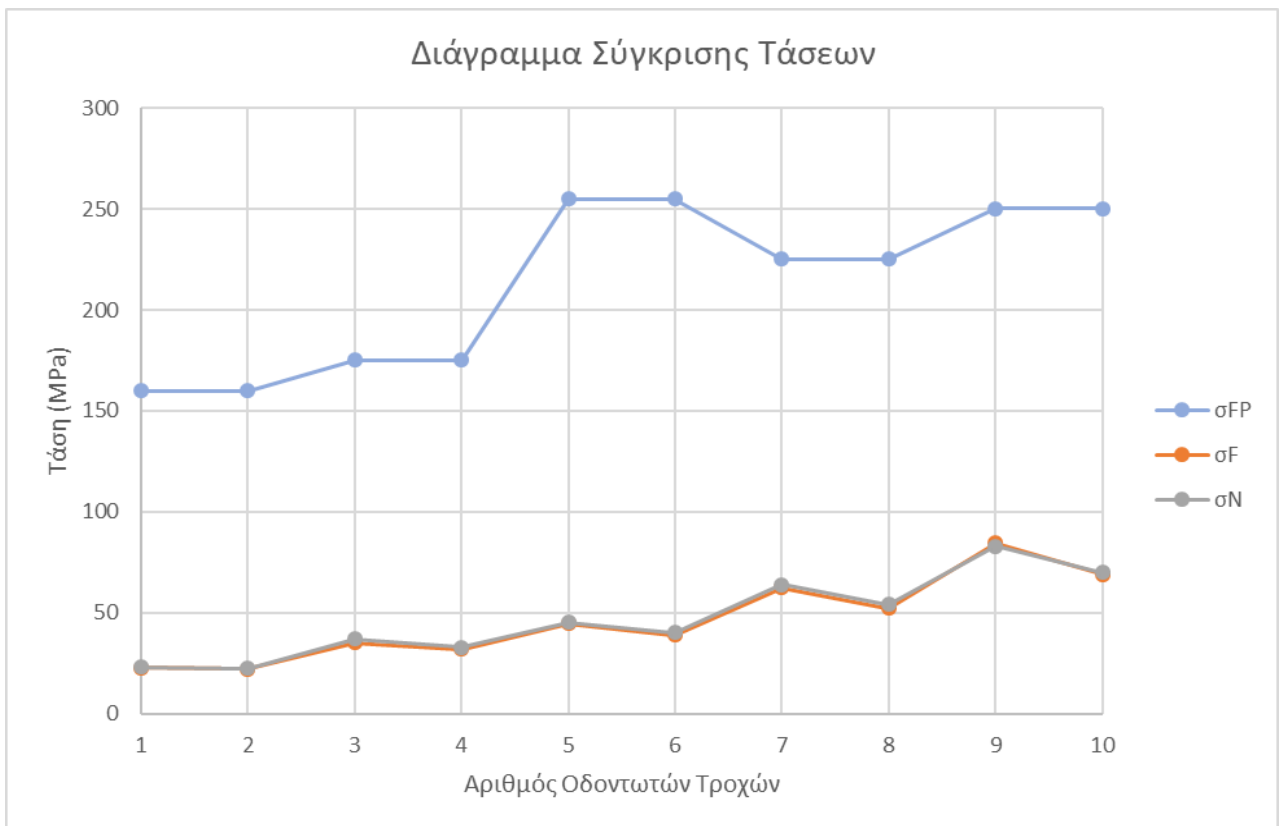
Σχήμα 5.4: Συγκριτικό διάγραμμα τρίτου ζεύγους



Σχήμα 5.5: Συγκριτικό διάγραμμα τέταρτου ζεύγους



Σχήμα 5.6: Συγκριτικό διάγραμμα πέμπτου ζεύγους



Σχήμα 5.7: Συγκριτικό διάγραμμα των τάσεων με την επιτρεπόμενη

Στο παραπάνω Σχήμα 5.7 γίνεται η σύγκριση μεταξύ των τάσεων σ_F και σ_N και της μέγιστης επιτρεπόμενης τάσης σ_{FP} σύμφωνα με τι τιμές που εμφανίζονται συγκεντρωμένες στον Πίνακα 4.2.

5.3 Συμπεράσματα - Παρατηρήσεις

Ο σχεδιασμός και η ανάλυση των ζευγών κωνικών οδοντωτών τροχών έγιναν για ζεύγη με διαφορετικά υλικά και γενικά με διαφορετικά χαρακτηριστικά, όπως επιλέχθηκαν κατά την διάρκεια των υπολογισμών. Αυτό μας επιτρέπει να εξετάσουμε και να συγκρίνουμε τις μέγιστες τάσεις στον οδόντα ενός οδοντωτού τροχού για διαφορετικές περιπτώσεις και συνθήκες.

Για την ανάλυση, χρησιμοποιήθηκε πρόγραμμα H/Y που βασίζεται στην Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων, το οποίο παρέχει την δυνατότητα υπολογισμού των μετατοπίσεων και μηχανικών τάσεων.

Αρχικά, λοιπόν θα αναφερθούμε στα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ανάλυση μέσω του προγράμματος και σύμφωνα με τα αποτελέσματα θα προχωρήσουμε στα ανάλογα συμπεράσματα:

- Οι μέγιστες τάσεις αναπτύσσονται στα fillets, στη βάση του οδόντα, όπως ήταν αναμενόμενο, λόγω της υποβολής του οδόντα σε κάμψη και της απότομης κλίσης της τάσης στην βάση.
- Η μέγιστη μετατόπιση βρίσκεται στο άκρο του δοντιού λόγω της καταπόνησης σε κάμψη.
- Όλες οι μετατοπίσεις όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε είναι πολύ μικρού μεγέθους, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει κίνδυνος θραύσης ή ακόμη και παραμόρφωσης και να υπάρχει σωστή λειτουργία και των πέντε ζευγαριών οδοντωτών τροχών.
- Στο σημείο που ασκείται το φορτίο, υπάρχει μια συγκέντρωση τάσης, η οποία βέβαια είναι αμελητέα και δεν υπάρχει επικινδυνότητα θραύσης.
- Επιπρόσθετα, παρατηρήθηκε εκ πρώτης όψεως ότι όσο αυξάνεται το πλήθος των δοντιών, τόσο αυξάνεται και η τιμή της μέγιστης τάσεως (αναφερόμενοι στην τιμή της μέγιστης τάσης και όχι την διαφορά μεταξύ των τιμών των δύο τροχών του ζεύγους).
- Πιο συγκεκριμένα, σε όλα τα ζεύγη της παρούσας εργασίας η διαφορά των μέγιστων τάσεων μεταξύ των δύο τροχών του κάθε ζεύγους αυξάνεται όσο παραμένει σταθερός ο αριθμός των οδόντων του πινιόν και αυξάνεται ο αριθμός των οδόντων του συνεργαζόμενου

τροχού. Συμπεραίνεται, λοιπόν ότι η διαφορά αυξάνεται όταν ισχύει $\frac{z_2}{z_1} \gg 1$ (όπως μπορούμε να επαληθεύσουμε και στην δική μας περίπτωση) και η διαφορά μειώνεται όταν ισχύει $\frac{z_2}{z_1} \approx 1$.

Στην συνέχεια θα αναφερθούμε στις αποκλίσεις που υπολογίστηκαν και απεικονίστηκαν γραφικά και γενικά στα διαγράμματα σύγκρισης που δημιουργήθηκαν.

➤ Όπως μπορούμε να διαπιστώσουμε από το Σχήμα 5.1 το εύρος της απόκλισης κυμαίνεται από 0,78% - 5%, δηλαδή σε επιτρεπτά όρια. Καταλαβαίνουμε επίσης από την ακανόνιστη σειρά των αποκλίσεων ότι δεν συνδέεται με την εφαρμοζόμενη ισχύ και την αντίστοιχη εφαπτομενική δύναμη για ίδιες γεωμετρικές και υλικές παραμέτρους.

➤ Από τα διαγράμματα σύγκρισης μέγιστων τάσεων, παρατηρήθηκε ότι οι τάσεις που προέκυψαν από τους υπολογισμούς είναι πολύ κοντά με τις τιμές τάσης του προγράμματος.

➤ Ακόμη, η τάση του πινιόν φαίνεται να είναι υψηλότερη σε σχέση με την τάση του συνεργαζόμενου τροχού σε όλα τα ζεύγη οδοντωτών τροχών και στην περίπτωση των πειραματικών αποτελεσμάτων και των αριθμητικών.

➤ Από το Σχήμα 5.7, μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα υλικά που επιλέχθηκαν είναι ικανά να χρησιμοποιηθούν και αντέχουν στις καταπονήσεις του οδόντα, καθώς όλες οι τάσεις που αναπτύσσονται στους οδόντες δεν υπερβαίνουν την μέγιστη επιτρεπόμενη τάση.

➤ Υψηλότερη αντοχή φαίνεται να εμφανίζει το τρίτο ζεύγος κωνικών οδοντωτών τροχών που κατασκευάστηκε από χάλυβα κατασκευών (St-70).

➤ Δεν μπορεί να γίνει περαιτέρω σύγκριση των οδοντωτών τροχών μεταξύ τους, καθώς για κάθε ζεύγος έχουν επιλεγεί διαφορετικά χαρακτηριστικά που δεν επιτρέπει την σύγκριση τους, όπως για παράδειγμα η αύξηση των στροφών.

Εν κατακλείδι, μέσω της ανάλυσης της επαφής οδοντωτών τροχών έχει επιτευχθεί ο πρωταρχικός μας στόχος, δηλαδή οι τιμές των μέγιστων τάσεων των υπολογισμών να είναι κοντά με τις τιμές των μέγιστων τάσεων του προγράμματος και εντός του ορίου διαρροής. Η καλή αυτή συσχέτιση που έγινε μεταξύ των προβλεπόμενων τιμών και των πειραματικά παρατηρούμενων τιμών, οφείλεται στην ορθή εφαρμογή του φορτίου σε μεγαλύτερη περιοχή του οδόντα αντί για ένα σημείο, καθώς και στο λεπτότερο πλέγμα που δημιουργήθηκε στην βάση του οδόντα, με αποτέλεσμα την καλύτερη κατανομή των τάσεων.

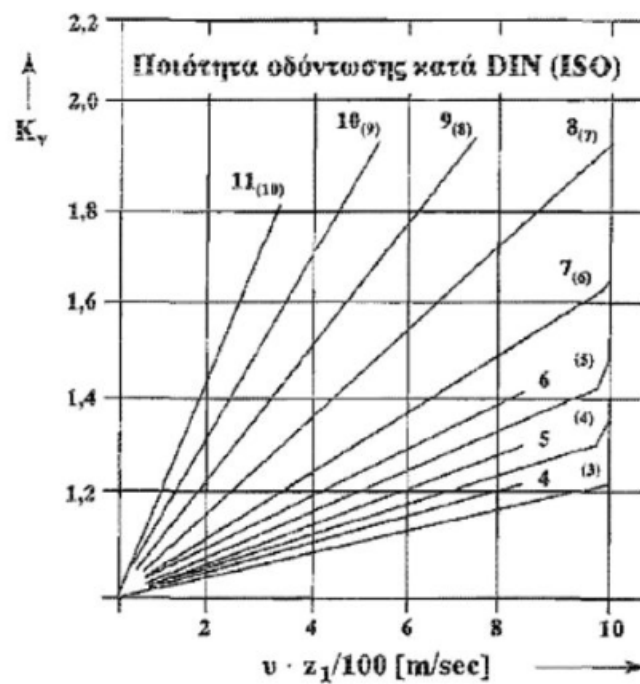
Βιβλιογραφία

1. ΣΤΕΡΓΙΟΥ, Κ. Ι., & ΣΤΕΡΓΙΟΥ, Ι. Κ. (2002). ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ ΙΙ. ΑΘΗΝΑ: ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΕΚΔΟΤΙΚΗ.
2. Rajeshkumar, S., & Manoharan, R. (2017). Design and analysis of composite spur gears using finite element method. Ανάκτηση από <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/263/6/062048/pdf>
3. RAPTIS, K. G., & SAVAYDIS, A. A. (2018). Experimental investigation of spur gear strength using photoelasticity. Ανάκτηση από <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2452321618300544>
4. Γεώργας, Α. (n.d.). Ανάλυση της συμπεριφοράς φόρτισης οδοντωτών τροχών με ευθεία οδόντωση, Διπλωματική Εργασία, Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών.
5. ΚΩΣΤΟΠΟΥΛΟΣ, Θ. Ν. (2010). ΟΔΟΝΤΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΜΕΙΩΤΗΡΕΣ ΣΤΡΟΦΩΝ. ΑΘΗΝΑ: ΣΥΜΕΩΝ.
6. Προβατίδης, Χ. Γ. (2017). ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ. ΑΘΗΝΑ: ΤΖΙΟΛΑ.
7. ΤΣΟΛΑΚΗΣ, Α. Δ. (n.d.). ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ ΙΙ ,ΕΝΟΤΗΤΑ 3. Ανάκτηση από <https://slideplayer.gr/slide/11709961/>
8. ΤΣΟΛΑΚΗΣ, Α. Δ. (n.d.). ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΗΧΑΝΩΝ ΙΙ, ΕΝΟΤΗΤΑ 1. Ανάκτηση από <https://slideplayer.gr/slide/11478877/>
9. ΦΑΣΙΛΗΣ, Ν. (n.d.). Αποκλίσεις και σφάλματα οδοντώσεων, Διπλωματική εργασία, Πολυτεχνείο Κρήτης.

Παράρτημα

Ομάδα υλικού	Σήμα υλικού κατά DIN (παισιό)	Σκληρότητα του τροχού στην επιφάνεια N/mm^2	Δυναμική αντοχή	
			στον πόδα σε επαναληφόμενο φορτίο σ_{FE} N/mm^2	σε πίεση επιφάνειας σ_{He} N/mm^2
Χυτοσίδηρος με διακοπική γραμμή	GG-20	1800 HB	80	300
	GG25	2200 HB	110	360
Χυτοσίδηρος με σφαιρική γραμμή	GGG-40	1800 HB	370	370
	GGG-60	2500 HB	450	490
	GGG-80	3200 HB	500	610
Μίγδος μαλακός χυτοσίδηρος	GTS-35	1500 HB	330	320
	GTS-δ5	2200 HB	410	460
Χυτοχάλυβες	GS-52	1600 HB	280	320
	GS-60	1750 HB	320	380
Χάλυβες κατασκευών	St50	1600 HB	320	370
	St60	1900 HB	350	430
	St70	2080 HB	510	460
Βελτισμένοι χάλυβες	C45	1850 HV10	410	530
	34CrMo4	2700 HV10	520	530
	42CrMo4	3000 HV10	570	600
	34CrNiMo6	3100 HV10	610	630

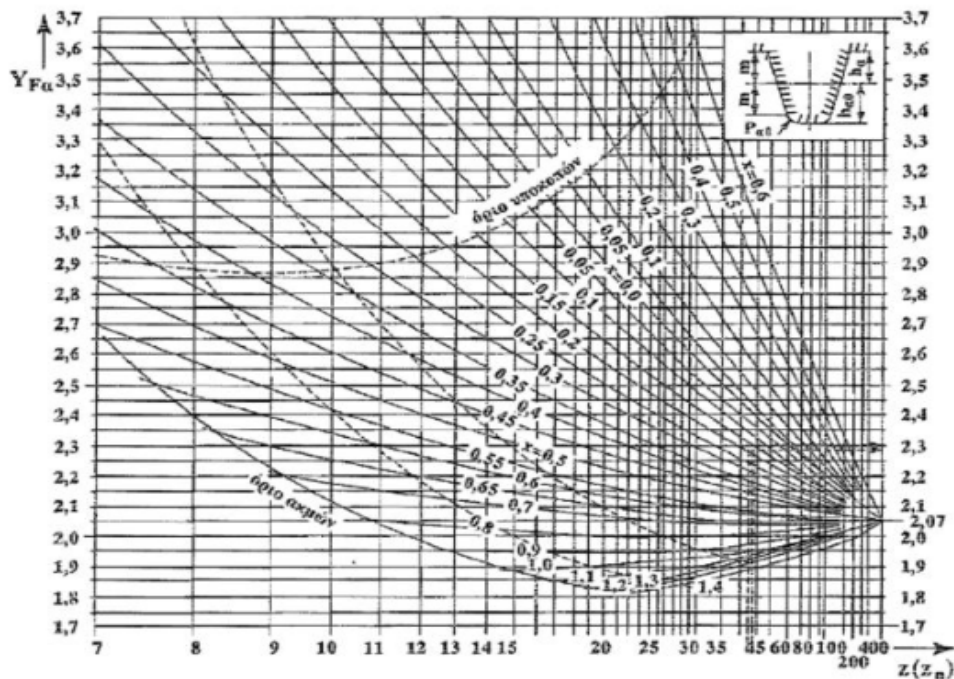
Πίνακας 7.1: Επιλογή υλικού με την δυναμική του αντοχή



Σχήμα 7.1: Επιλογή του συντελεστή καταπόνησης K_v

Εργομηχανή	Κινητήρια μηχανή		
	Ομοιόμορφη κίνηση	Ελαφρές κρούσεις	Κρούσεις μέσου μεγέθους
	Ηλεκτροκινητήρας, επιμοστροβίλος	Πολυκύλινδρη αμβλοφόρος μηχανή	Μονοκύλινδρη τριβλοφόρος μηχανή
Λειτουργία ομοιόμορφη π.χ. Γεννήτριες, μειωτήρες πρόωσης, μεταφορικές ταινίες, ελαφρά αναβιτόρια και βαρούλκια, στροβιλοφυσητήρες και συμπιεστές, αναδευτήρες και αναμικτήρες για υλικά με ομοιόμορφη πυκνότητα.	1,0 (1,25)	1,25 (1,5)	1,5 (1,75)
Λειτουργία με μέτριες κρούσεις π.χ. Κύριες μεταδόσεις κίνησης σε εργαλειομηχανές, βαριά αναβιτόρια, συστήματα περιστροφής γερανών, ανεμιστήρες ορυχείων, αναδευτήρες και αναμικτήρες για υλικά με ασυνόμοστη πυκνότητα, τριβλοφόρες αντλίες με πολλούς κύλινδρους, αντλίες διανομής.	1,25 (1,5)	1,5 (1,75)	1,75 (2,0)
Λειτουργία με ισχυρές κρούσεις, π.χ. Διατροχηιά - διαμορφωτικά μηχανήματα, γαλίδια, ζυγαριές ελαστικού, μηχανές ελάστων και μεταλλουργιών, εκκαταείς με πτύο, βαριές κινητόφυγες, βαριές αντλίες οριζοντίης.	1,75 (2,0)	2,0 (2,25)	2,25 (2,5)

Πίνακας 7.2: Επιλογή του συντελεστή εφαρμογής K_A



Σχήμα 7.2: Επιλογή του συντελεστή μορφής Y_{Fa}